IKERLANAK

PRIVATIZACIÓN DE PENSIONES Y PROVISIÓN DE GARANTÍAS: UNA EXPLORACIÓN DEL CASO ESPAÑOL

by

José Manuel Chamorro Gómez

2003

Working Paper Series: IL. 03/03

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico I

Ekonomi Analisiaren Oinarriak I Saila

emen ta zabal zazu

UPV EHU

University of the Basque Country

PRIVATIZACIÓN DE PENSIONES Y PROVISIÓN DE GARANTÍAS:

UNA EXPLORACIÓN DEL CASO ESPAÑOL

José Manuel Chamorro Gómez

Dpto. Fundamentos del Análisis Económico I
e Instituto de Economía Pública, UPV-EHU.
Avda. Lehendakari Aguirre, 83; 48015 Bilbao
Tfo: 94-6013769; e-mail: jepchgom@bs.ehu.es

Julio de 2003

RESUMEN

Los sistemas de pensiones públicas de reparto con prestación definida a lo largo del mundo se están convirtiendo a planes de aportación definida capitalizados, donde los agentes eligen sus carteras de acciones y bonos. A fin de hacer más atractivas al público estas reformas, los gobiernos típicamente han proporcionado garantías que reducen la exposición de los individuos a los riesgos de inversión, por ejemplo, una garantía de prestación mínima.

En este trabajo se analiza una conversión hipotética del actual sistema español de reparto a un modelo de estas características. El valor de la garantía de prestación mínima se aproxima utilizando datos representativos de la situación española. Con objeto de controlar el coste de esta garantía, se exploran algunas técnicas de gestión de riesgos. La práctica más común, a saber, la sobre-capitalización, es bastante ineficaz. Precisamente por ello, después se presentan dos alternativas: (a) una garantía sobre una cartera estandarizada, y (b) un impuesto contingente (dependiente del estado de la naturaleza) sobre los rendimientos. Los cálculos indican que los compromisos no capitalizados pueden reducirse significativamente, e incluso por completo, bajo ambos enfoques, con tasas de aportación relativamente modestas.

INTRODUCCIÓN.

La reforma de la Seguridad Social (*SS*) constituye una preocupación seria en muchos países, especialmente, en aquellos con importantes compromisos no capitalizados en materia de pensiones. Algunos de ellos, en particular, han puesto en marcha reformas de sus sistemas públicos de pensiones, privatizando parcial o totalmente dichos compromisos; una mayor capitalización, quizá como parte de un plan de privatización, podría reducir la carga que éstos suponen sobre las generaciones futuras.[1] Con frecuencia, las reformas han animado u obligado a los individuos a pasar desde un plan de pensiones con prestación definida ("*defined benefit*", o *DB*) gestionado públicamente a un sistema de aportación definida ("*defined contribution*", o *DC*) gestionado privadamente. Existe, sin embargo, un obstáculo a la hora de recabar apoyo político para este tipo de reforma. Al pasarse a un sistema *DC*, los individuos pueden estar expuestos a riesgos previamente no afrontados en un plan *DB* patrocinado por la Administración. En particular, los participantes en un sistema *DC* se arriesgan a experimentar unos rendimientos de inversión inferiores a los esperados, que podrían dejarles con una riqueza inadecuada durante sus años de retiro.

A fin de hacer más atractivas al público reformas que conllevan la conversión a un sistema *DC*, los Gobiernos a menudo han proporcionado garantías que reducen la exposición de los individuos a los riesgos de inversión; una práctica habitual, por ejemplo, es contemplar una garantía de prestación mínima ("*minimum benefit*", de ahí su denominación *DC-MB*). Como consecuencia, las garantías de pensiones *DC* se han hecho más frecuentes, sobre todo en América Latina.[2] En un esquema habitual de esta garantía, se asegura directamente el rendimiento del ahorro/pensión de cada individuo; los participantes en un sistema *DC* reciben un pago de pensión mínima durante sus años de retiro, incluso si su ahorro/pensión se agota a causa de las retiradas de fondos durante su jubilación.[3]

Así, pues, la Administración "debe" habitualmente adoptar una obligación de seguro tras una privatización de las pensiones, pero no suele constituir los activos que servirían como contrapartida: la garantía es no capitalizada (o "*PayAsYouGo*"). Por tanto, estimar el valor de las garantías públicas es importante, pues mide el subsidio implícito asociado a una reforma de las pensiones particular.[4]

---

[1] Según los cálculos de Gil y Patxot (2002), si la configuración actual del sistema español de pensiones se mantuviera indefinidamente, éste sería susceptible de trasladar a las generaciones futuras un enorme volumen de deuda estimado en un 167'3% del PIB de 1996.

[2] La conversión en Chile comenzó en 1981; el Gobierno chileno garantiza que las cuentas privadas de los nuevos trabajadores producirán un pago de pensión mínima igual al 25% de los salarios medios. El recientemente convertido sistema mejicano de retiro garantiza alrededor de un 40% de los salarios medios. Otros países con sistemas de jubilación reformados son Argentina, Australia, Bolivia, Colombia, El Salvador, Hungría, Kazajstán, Perú, Polonia, Suiza y el Reino Unido. Los Estados Unidos no han comenzado todavía el proceso de convertir su sistema público de pensiones en un sistema basado parcialmente en cuentas privadas, pero actualmente se está produciendo un debate considerable, y muchos de los planes discutidos incluyen garantías de prestaciones mínimas.

[3] Otro esquema de garantía diferente es el que asegura las tasas de rendimiento de los fondos de pensiones en que los individuos pueden invertir. En general, suele adoptar la forma de una garantía por cada fondo de pensiones *DC*, asegurándose la obtención de una tasa de rendimiento anual mayor que un mínimo predeterminado. En el presente trabajo no se aborda este tipo de garantía.

[4] La contabilización del coste de las garantías en los presupuestos del gobierno proporcionaría una medida del gasto fiscal a precios de mercado. Además, estas estimaciones de costes podrían hacer factible

Además, cuando los gobiernos garantizan contratos privados, como los planes de pensiones, pueden surgir problemas de selección adversa y riesgo moral. Estos problemas de incentivos pueden aliviarse estructurando y valorando las garantías de manera apropiada y/o regulando las actividades de quienes disfrutan la garantía.

En este trabajo se plantea una conversión hipotética del actual sistema español de reparto con prestación definida (*DB*) a un sistema obligatorio de contribución definida acompañada de una garantía no capitalizada de prestación mínima (*DC-MB*) para todo participante en el nuevo plan.[5] El valor de esta garantía se aproxima utilizando datos representativos de la situación española. Es claro que, en la medida en que la garantía tiene un valor para el asegurado, comporta igualmente un coste para el asegurador. Si éste fuese muy elevado, los compromisos no capitalizados no se reducirían significativamente, dejándose así de conseguir uno de los objetivos principales de la reforma de las pensiones.

Tal como explican Bodie y Merton (1993), un método eficaz de gestionar el riesgo asociado con prestaciones garantizadas *fijas* dentro de los planes *DB* tradicionales es éste: valorar frecuentemente los activos y pasivos del fondo a precios de mercado ("*mark to market*"), ajustar la renta del fondo (esto es, las contribuciones de empresas y trabajadores) para igualar activos con pasivos, y sobre-capitalizar la prestación esperada. Sobre-capitalizar significa que el fondo *DB* mantiene más activos de los necesarios para pagar las prestaciones futuras, si los rendimientos de los activos toman sus valores esperados. La sobre-capitalización crea un colchón contra *shocks* entre las fechas en que los activos y pasivos del fondo se valoran según mercado. La sobre-capitalización, por tanto, reduce la necesidad de ajustar bruscamente las contribuciones en respuesta a perturbaciones en los precios de activos y pasivos.

En los planes *DC* que contienen garantías de prestación mínima (*DC-MB*), una valoración frecuente según mercado, con cambios subsiguientes en los flujos de renta a las cuentas privadas, es inmanejable. Una valoración frecuente requeriría ajustar a menudo la tasa contributiva de un trabajador. Además, las cuentas privadas tendrían que valorarse individualmente porque, a diferencia de un plan *DB* con una cartera única, el riesgo de la cartera en un plan *DC-MB* depende de la elección de activos que haya realizado el trabajador. Buena prueba de estas dificultades es que ningún país con un plan *DC-MB* incurre en estos costes administrativos.[6]

En su lugar, la principal técnica de gestión del riesgo empleada por los planes *DC-MB* es la sobre-capitalización. Concretamente, la contribución salarial obligatoria en el sistema *DC-MB* se elige de tal modo que la prestación media esperada en un momento dado sea significativamente mayor que la prestación mínima garantizada.[7]

---

un sistema de primas de seguro basadas en el riesgo, que podrían reducir o eliminar el subsidio neto de proporcionar garantías.

5 En el caso particular de España, no sólo la viabilidad futura del actual sistema de reparto es problemática sino que, además, los procesos de ampliación e integración europeas amenazan al estado del bienestar a través de la competencia fiscal; a este respecto, véase Drèze (2000).

6 Chile, por ejemplo, no ha cambiado su tasa contributiva desde el comienzo hace más de veinte años, mucho menos ha implementado tasas contributivas individuales.

7 Por ejemplo, la tasa contributiva obligatoria en Chile es un 10% del salario, la cual se cree generalmente que proporciona una prestación esperada media bastante mayor que la prestación mínima. El mismo enfoque ha sido adoptado en Argentina (11% del salario), México (8'5% del salario), y es la

Aquí se muestra que este método no es muy eficaz, en el sentido de que, incluso una tasa contributiva muy alta, sólo cambia ligeramente el valor de los compromisos no capitalizados. Se necesitan, por tanto, otras estrategias de gestión del riesgo en los planes *DC-MB*.

En este sentido, se consideran dos enfoques para controlar los costes de la garantía. En el primero de ellos, la garantía se establece sobre una cartera "estandarizada" de activos arriesgados y sin riesgo, que obliga a los agentes a aceptar cualquier "riesgo base" si eligen una cartera diferente (esto es, con ponderaciones distintas de las predeterminadas). El segundo método implica impuestos contingentes con el estado de la naturaleza: se recaudan impuestos positivos (sobre los rendimientos excesivos) en los estados buenos y negativos (se dan subsidios) en los estados malos. Ambas opciones son muy eficaces para controlar el coste de la garantía, y pueden utilizarse conjuntamente o por separado.

Los cálculos muestran que, en el caso de España, los compromisos no capitalizados asociados con el programa de pensiones públicas pueden reducirse sensiblemente, e incluso por completo, bajo ambos enfoques, con tasas contributivas relativamente modestas. Además, la política impositiva contingente podría, incluso, reducir los compromisos no capitalizados en más del 100%.[8]

En la Sección I se analiza el cambio de los compromisos no capitalizados en las conversiones desde los sistemas *DB* a *DC-MB*. Para ello se toma el modelo de Smetters (2002), del que aquí simplemente se presentan los elementos más característicos. La Sección II constituye una aplicación de este modelo al caso español. En particular, se contempla el hipotético tránsito a un sistema *DC-MB* obligatorio y se pretende ver cómo responderían los compromisos no capitalizados a cada uno de los instrumentos de control mencionados. En la Sección III se resumen las conclusiones del trabajo.

I. REDUCCIÓN DE RIESGOS SIN COBERTURA FINANCIERA EN LAS TRANSFORMACIONES DE *DB* A *DC-MB*.

Considérese el siguiente escenario estilizado. El agente de la generación t vive dos períodos (por ejemplo, de treinta años cada uno) y alcanza un nivel de utilidad esperada a lo largo de su ciclo vital igual a:

$$E_t\left\{\sum_{j=1}^{2} l^j . U(c_{j,t+j-1})\right\}, \tag{1}$$

donde $c_{j,t}$ denota el consumo a la edad j en el año t y l es el factor de descuento.

El agente de la generación t percibe una renta salarial w_t conocida al comienzo del año t, consume $c_{1,t}$ a la edad 1 y ahorra la diferencia, s_t. Una fracción de los ahorros, a_t, se invierte en bonos sin riesgo que pagan r_{t+1} en el año $t+1$. La fracción restante *(1-*

---

estrategia dominante en la mayoría de los países. La estrategia de la sobre-capitalización ha sido también la reforma de las pensiones considerada en los EEUU.

[8] Esta reducción de pasivos de la *SS* en más del 100% podría ser deseable si las generaciones futuras afrontasen otros compromisos importantes.

α_t) se invierte en acciones que proporcionan un rendimiento arriesgado e_{t+1} en el año $t+1$. El individuo contribuye a la Seguridad Social con un porcentaje τ^S de su salario; estos ingresos se invierten en un activo *SS* de reparto que paga una tasa interna de rendimiento $g_{t+1} \equiv (w_{t+1}/w_t)-1$. Antes de tener lugar la reforma de las pensiones, las restricciones presupuestarias del individuo son:

$$s_t = (1-\tau^S).w_t - c_{1,t}, \tag{2}$$

$$c_{2,t+1} = s_t.\left[(1+r_{t+1}).\alpha_t + (1+e_{t+1}).(1-\alpha_t)\right] + \tau^S.w_t.(1+g_{t+1}). \tag{3}$$

El agente elige el nivel de ahorro, *s*, y la proporción de la cartera voluntaria, α, que maximizan la ecuación (1) sujeto a las restricciones (2) y (3).

El proceso que sigue el precio de las acciones viene descrito por una ecuación diferencial estocástica de tipo Itô y, sin pérdida de generalidad, tiene un rendimiento esperado estacionario $e \equiv E_t(e_{t+1})$. Aunque $r=e$ bajo neutralidad al riesgo, la desigualdad $e>r_{t+1}$ se cumple si hay aversión al riesgo (esto es, si $U'>0$, $U''<0$).

Propuesta de conversión simple. La conversión a cuentas privadas empieza con la generación *1*, los trabajadores actuales. Los agentes de la generación *0*, los viejos actuales, continúan recibiendo prestaciones bajo el actual sistema *SS* de reparto (no capitalizado). Estas prestaciones son pagadas por la generación *1*, que no recibe nada de la *SS*. Por tanto, la generación *1* soporta todo el coste de la transición requerido por la mayor financiación. El agente de la generación *1* afronta una nueva contribución salarial obligatoria, τ^M, que se añade a la contribución salarial *SS* existente.[9] La contribución obligatoria se invierte en una cuenta privada para sustituir la prestación *SS* perdida. La generación *2*, y todas las generaciones subsiguientes, no afrontan más la contribución *SS* sino que, en su lugar, contribuyen sólo $\tau^M.w_t$ a sus nuevas cuentas privadas obligatorias. Sea β_t la fracción de la nueva cuenta privada obligatoria que se invierte en el activo sin riesgo, y $(1-\beta_t)$ la fracción invertida en acciones.

El gobierno garantiza que la nueva cuenta privada obligatoria para cada generación t ($t \geq 1$) sustituirá al menos alguna fracción, χ, de la prestación que la generación t habría recibido bajo la *SS*, es decir, $\chi.\tau^S.w_t.(1+g_{t+1})$. Así, un valor $\chi=1$ significa que la nueva cuenta proporciona una prestación al menos igual a la prestación que un agente habría recibido bajo la *SS*. Esta garantía se paga utilizando un impuesto contingente (con el estado de la naturaleza) sobre la renta salarial de la generación $t+1$:

9 La idea de pagar un impuesto para mantener las prestaciones de los jubilados existentes a la vez que acumular reservas para el retiro propio puede sugerir que la tasa contributiva habría de duplicarse. Sin embargo, de acuerdo con Feldstein y Liebman (2001), no se necesita tal duplicación por dos razones. Primero, el coste de mantener las prestaciones corrientes en el sistema de capitalización es sustancialmente menor que la contribución salarial actual. Segundo, la transición podría hacerse de manera que las rentas de las cuentas de retiro personales sustituyan gradualmente a las prestaciones del sistema de reparto. A medida que las rentas procedentes de la inversión aumentan, las prestaciones de reparto tradicionales podrían reducirse, sin recortar la prestación de jubilación total de las dos fuentes juntas. Estas reducciones en las prestaciones de reparto posibilitan, a su vez, que se reduzca la contribución correspondiente, permitiendo aumentar las contribuciones a las cuentas de retiro personales sin que aumente la suma de las dos “contribuciones”.

$$\tau_{t+1}^{c} = \frac{\max\left\{0;\ \chi.\tau^{S}.w_t.(1+g_{t+1}) - \tau^{M}.w_t.\left[(1+r_{t+1}).\beta_t + (1+e_{t+1}).(1-\beta_t)\right]\right\}}{w_{t+1}}. \qquad (4)$$

Las nuevas restricciones presupuestarias para la generación $t \geq 2$, después de la reforma de las pensiones, son ahora:

$$s_t = (1-\tau^{M}).w_t - c_{1,t}, \qquad (2')$$

$$\begin{aligned} c_{2,t+1} &= s_t.\left[(1+r_{t+1}).\alpha_t + (1+e_{t+1}).(1-\alpha_t)\right] + \\ &+ \tau^{M}.w_t.\left[(1+r_{t+1}).\beta_t + (1+e_{t+1}).(1-\beta_t)\right] + \tau_{t+1}^{c}.w_{t+1}. \end{aligned} \qquad (3')$$

Ahora, la generación t elige s_t, α_t y β_t para maximizar la ecuación (1) sujeta a las restricciones (2') y (3'). Puede demostrarse el resultado siguiente:

Proposición 1: $\beta_t{*}=0$, es decir, todos los activos en la nueva cuenta obligatoria se invierten en acciones. Dicho de otro modo, un agente racional estaría desaprovechando parte del valor de la garantía manteniendo bonos en su nueva cartera obligatoria; en lugar de eso, debería mantener todos sus bonos en su cartera voluntaria (suponiendo igual tratamiento fiscal).

Con $\beta_t{*}=0$, la nueva tasa contributiva obligatoria, τ^M, que se necesita para producir una prestación esperada igual a ψ *veces* la prestación *SS* esperada bajo el sistema previo es:

$$\tau^{M} \equiv \frac{\psi.\tau^{S}.(1+g)}{(1+e)}, \qquad (5)$$

donde g denota la tasa de crecimiento salarial esperada estacionaria. Además, el impuesto contingente es, en este caso, igual a:

$$\tau'^{c}_{t+1} = \frac{\max\left\{0;\ \chi.\tau^{S}.w_t.(1+g_{t+1}) - \tau^{M}.w_t.(1+e_{t+1})\right\}}{w_{t+1}}. \qquad (4')$$

I.1. Reducción de riesgos: garantía mínima.

Como es sabido, una opción de venta ("*put option*") es un activo financiero, que proporciona a su propietario el derecho a vender un determinado número de acciones de una empresa a un precio de ejercicio fijado y en una fecha de vencimiento determinada; obviamente, no se ejercerá una opción de venta cuando el precio de la acción sea superior a su precio de ejercicio. Básicamente, al asegurar el rendimiento de la cuenta privada obligatoria, el Gobierno ha emitido una opción de venta sobre los activos de dicha cuenta, que otorga a su propietario el derecho a vender esos activos por un cierto importe en la fecha de vencimiento de la cuenta (al retiro).

De acuerdo con Smetters (2002), la reducción -esto es, el cambio multiplicado por (–1)- de los compromisos no capitalizados en el estado estacionario estocástico viene dado por el cociente entre los compromisos tras la reforma y los compromisos previos, o entre el valor de la garantía no capitalizada y la anterior prestación no capitalizada. Para $b^*=0$, la reducción porcentual de los riesgos sin cobertura financiera es:

$$\%\Delta_M = (-1)\cdot\left\{\frac{pasivo(posterior)}{pasivo(anterior)}-1\right\}\cdot 100\% = \left\{1-\frac{1+r}{1+e}\cdot y\cdot\Omega\right\}\cdot 100\%. \quad (6)$$

La variable W denota el precio de una opción de venta a un período sobre un euro de acciones cuyo precio de ejercicio es *1€[(c/y)(1+e)]* el período siguiente. Cuanto mayor sea el valor de la opción (garantía), menor es la reducción de pasivos tras la reforma. Su precio de ejercicio es, asimismo, intuitivo. Un mayor nivel esperado de prestación (y) requiere una mayor tasa de contribución (t^M) por la ecuación (5) y reduce el precio de ejercicio, lo que a su vez reduce el valor de la opción de venta. La razón es que se están contribuyendo más euros a las cuentas privadas y, por tanto, cada euro no tiene que comportarse tan bien a fin de satisfacer la prestación mínima. De manera similar, un mayor nivel de prestación mínima garantizada (c) aumenta el precio de ejercicio (y el valor de la opción), pues cada euro debe comportarse mejor para cumplir la garantía. Por su parte, el término *(1+r)/(1+e)* en la ecuación (6) refleja el precio del riesgo que impide cualquier intento de arbitraje entre los bonos sin riesgo y las acciones.[10]

Los parámetros de la ecuación (6) son observables directamente, o pueden calcularse utilizando precios observables. El valor de la opción de venta puede obtenerse de manera exacta, sin ningún supuesto adicional sobre las preferencias de los agentes más allá del no saciado, utilizando la fórmula de valoración de opciones de Black-Scholes (1973). Se supone que los momentos del precio incorporan plenamente toda la información relevante sobre las preferencias.

I.2. Reducción de riesgos: garantía mínima y cartera estandarizada.

Ahora supóngase que el gobierno sólo asegura una cartera "estandarizada" constituida por algunos bonos ($b>0$). Los inversores soportan cualquier "riesgo base" si eligen una cartera diferente de la cartera estandarizada.[11] Con $b>0$, la nueva contribución obligatoria, t^M, necesaria para producir una prestación esperada y veces la prestación *SS* esperada en la cartera estandarizada es:

$$t^M \equiv \frac{y.t^S.(1+g)}{[(1+r).b+(1+e).(1-b)]}. \quad (5')$$

[10] Dicho con otras palabras, poseer acciones y opciones de venta no le permite a uno garantizarse la tasa de rendimiento sin riesgo. Si uno desea esta última, debería invertir toda su riqueza en el activo seguro y renunciar al tramo favorable que espera de la estrategia con acciones y opciones (no hay "free lunch").

[11] Por ejemplo, supóngase que 1€ de contribución hoy tiene una probabilidad igual de valer 10€ o 20€ dentro de 30 años si 0'5€ se invierten en un índice bursátil amplio y 0'5€ se invierten en bonos. Sea esta asignación 50%-50% entre acciones y bonos la cartera "estandarizada". El gobierno garantiza que ésta producirá una prestación igual a 15€. Así que el gobierno afronta un compromiso igual a 5€ si tiene lugar el estado malo (10€). Supóngase que un inversor, sin embargo, elige invertir 1€ íntegro en acciones, lo que proporciona unos activos al jubilarse de 0€ en el estado malo y 40€ en el estado bueno con igual probabilidad. Si se realiza el estado malo, el gobierno sólo paga la cantidad que habría debido en el estado malo si el inversor hubiese elegido el reparto estandarizado 50%-50% entre acciones y bonos, a saber, 5€. El inversor soporta los otros 10€ de la prestación mínima de 15€ como riesgo base, que son el coste de desviarse de la cartera estandarizada.

El impuesto contingente (con el estado de la naturaleza) todavía viene dado por la ecuación (4). Siguiendo a Smetters (2002), la reducción porcentual de los compromisos no capitalizados para la cartera estandarizada es igual a:

$$\%\Delta_M = \left\{1 - \frac{(1+r).y.(1-b)}{\left[(1+r).b + (1+e).(1-b)\right]} \cdot \Omega'\right\} \cdot 100\%. \qquad (6')$$

donde *W'* denota el precio de una opción de venta a un período sobre 1€ de inversión con un precio de ejercicio:

$$\left\{\frac{(c-y).(1+r).b}{y.(1-b)} + \frac{c}{y}(1+e)\right\}. \qquad (7)$$

Nótese que, cuando *b=0*, tanto la reducción de los pasivos como el precio de ejercicio son los mismos de antes.

Caso interior: 0 < b < 1. Es fácil ver que el valor de la garantía se reduce a medida que la proporción de bonos, *b*, en la cartera estandarizada aumenta. Una *b* mayor genera un nivel contributivo obligatorio mayor, con toda la contribución *extra* invertida en el activo seguro. De hecho, es posible que el precio de ejercicio, ecuación (7), se vuelva negativo, si se mantienen suficientes bonos (*b>>0*) y si la prestación esperada se establece mucho más alta que la prestación garantizada (*y>>c*). En este caso, la porción de contribuciones salariales que se convierte en bonos es tan grande que incluso un rendimiento *bruto* cero de las acciones, *(1+e)=0*, satisface la garantía. Por tanto, la garantía no tendría ningún valor.

Caso límite: b ® 1. La garantía carece de valor en el caso límite, *b = 1*, con *y = c*. La cartera estandarizada mantiene sólo bonos seguros (*b=1*) y la prestación (determinista) de jubilación es exactamente igual a la prestación mínima (*y=c*). El precio de ejercicio mostrado en la ecuación (7) tiende a cero, por lo que la opción no tiene valor.

Cuando *b=1* pero *y ¹ c*, las cosas son algo más complicadas. Al final, el impuesto contingente con el estado se convierte en:

$$t'^{c}_{t+1} = t^{S}.(1+g_{t+1}).\max\{0, c-y\}, \qquad (4'')$$

y la reducción de los riesgos sin cobertura financiera pasa a ser:

$$\%\Delta_M = \{1 - \max[0, c-y]\} \cdot 100\%. \qquad (6'')$$

Así, pues, los compromisos no capitalizados se reducen menos que el 100% si la garantía de prestación mínima excede los activos seguros de jubilación (*c>y*). Por el contrario, los pasivos no capitalizados se eliminan completamente si la garantía de prestación mínima es menor que los activos deterministas de jubilación (*c<y*).

I.3. Reducción de riesgos: garantía mínima e impuestos contingentes.

El Gobierno también podría trasladar parte de los rendimientos de los activos en los estados de la naturaleza buenos a los estados malos utilizando imposición contingente explícita. A fin de hacer comparaciones, en esta sección se considera el caso extremo en que el gobierno utiliza un impuesto *confiscatorio* para apropiarse de todos los activos por encima del nivel de prestación garantizada. El Gobierno todavía garantiza una prestación mínima igual a ***c*** *veces* el nivel de prestación *SS* actual. Por tanto, la combinación de la garantía de prestación mínima junto con el impuesto confiscatorio sobre todos los rendimientos por encima de ese mismo nivel de prestación implica que el Gobierno está prometiendo una prestación *fija* igual a ***c*** veces la prestación *SS* actual. Así, por ejemplo, el caso ***c****=1* corresponde a precapitalizar el sistema *SS* actual. Por tanto, el análisis incorpora precapitalizar el sistema *DB* actual –esto es, sin conversión a cuentas privadas- como un caso especial. El impuesto contingente (4’’’) deja de reducir los compromisos *ex–ante* si y sólo si la prestación no supera el nivel garantizado en *cada* estado posible de la naturaleza. Este último resultado, a su vez, requiere que todas las inversiones se hagan en bonos (***b****=1*) y que la tasa contributiva sea suficientemente baja para producir una prestación suficientemente baja ($y < c$).

La conversión del sistema de reparto al de mayor capitalización es la misma que antes. En particular, la tasa de contribución obligatoria viene dada por la ecuación (5’), una fracción ***b*** de estas aportaciones se deposita en bonos y la fracción restante *(1-**b**)* va a acciones. Sólo el impuesto sobre los rendimientos en los estados buenos es nuevo.

Un impuesto confiscatorio sobre las prestaciones por encima del nivel garantizado puede ser incorporado dentro del impuesto contingente (con el estado) mostrado en la ecuación (4). Recuérdese que el impuesto mostrado en la ecuación (4) era utilizado previamente para subsidiar las deficiencias en los rendimientos de los activos. Puesto que, en esta sección, el Gobierno ahora obtiene ingresos de los impuestos sobre las prestaciones en los estados de la naturaleza buenos, el nuevo impuesto contingente es similar a la ecuación (4) excepto sin el operador *max* que se usaba previamente para separar rendimientos altos y bajos:

$$t_{t+1}^{c} = \frac{c.t^{S}.w_t.(1+g_{t+1}) - t^{M}.w_t.\left[(1+r_{t+1}).b_t + (1+e_{t+1}).(1-b_t)\right]}{w_{t+1}}. \qquad (4''')$$

De acuerdo con Smetters (2002), el cambio en los compromisos no capitalizados debido a una mayor capitalización de la prestación fija es igual a:

$$\%\Delta_F = \left\{1 + \frac{(1+r).y}{\left[(1+r).b + (1+e).(1-b)\right]} - c\right\}\cdot 100\%. \qquad (8)$$

Igualmente, puede probarse la siguiente:

<u>Proposición 2</u>: $\%D_F$ ³ $\%D_M$, cumpliéndose con igualdad si y sólo si ***b****=1* y $y < c$. Es decir, con parámetros idénticos, precapitalizar una prestación fija reduce débilmente los compromisos *ex-ante* más que la privatización, dándose una reducción igual si y sólo si la prestación de jubilación final es menor que el nivel de prestación garantizado con probabilidad uno.

El enfoque del impuesto contingente, ecuación (4’’’), como el enfoque anterior de estandarización, traslada rendimientos desde los estados de la naturaleza buenos a los malos. La Proposición 2 dice que, cuando se utiliza con o sin el enfoque de la estandarización, el impuesto contingente (4’’’) reduce los compromisos no capitalizados aún más. La razón es que, en cualquier estado en que la prestación de retiro supere el mínimo, la diferencia es gravada, reduciendo el coste *ex–ante* de la garantía completa. El impuesto contingente (4’’’) deja de reducir los compromisos *ex–ante* si y sólo si la prestación no supera el nivel garantizado en *cada* estado posible de la naturaleza. Este último resultado, a su vez, requiere que todas las inversiones se hagan en bonos ($b=1$) y que la tasa contributiva sea suficientemente baja para producir una prestación suficientemente baja ($y<c$).

La intuición de la Proposición 2 también puede expresarse en términos de ingeniería financiera. Como se sabe, una opción de compra (“*call option*”) es un activo financiero, que proporciona a su propietario el derecho a comprar un determinado número de acciones de una empresa a un precio de ejercicio fijado y en una fecha de vencimiento determinada; obviamente, no se ejercerá una opción de compra si el precio de mercado de la acción es inferior a su precio de ejercicio. Básicamente, el impuesto confiscatorio sobre los rendimientos elevados otorga al gobierno una opción de compra, en el sentido de que puede “comprar” a un precio nulo recursos cuyo valor es positivo.

Desde la perspectiva del Gobierno, la garantía de prestación fija puede, por tanto, descomponerse como la emisión de una opción de venta y la adquisición de una opción de compra con el mismo precio de ejercicio, mostrado en la ecuación (7). Esta opción de compra le resarce en mayor o menor medida por la opción de venta que otorga a los individuos en forma de una garantía de prestación mínima. Puesto que el valor de esta opción de compra es mayor o igual que cero (nunca negativo), los compromisos no capitalizados con garantía fija deben reducirse al menos tanto como se reducían con garantía mínima. La opción de compra es valiosa, a menos de que no haya ninguna posibilidad de que esté “*in the money*”, lo que ocurre si y sólo si la prestación de retiro es menor que el nivel de prestación garantizado con *certeza* (lo cual requiere inversiones sólo en bonos y una tasa contributiva baja).

Es fácil ver en la ecuación (8) que hay combinaciones de parámetros tales que los compromisos no capitalizados se reducen *más del 100%* en el caso de prestación fija (por ejemplo, $b=1$ y $y>c$). Una reducción así de grande podría ser deseable sólo sobre una base puramente normativa si las generaciones futuras afrontan otros compromisos mayores derivados de otros programas gubernamentales.

Una reducción tan grande no es posible con estandarización sola. Lo máximo que la estandarización puede hacer es reducir los compromisos el 100% garantizando una cartera con suficientes bonos. Pero con un impuesto adicional sobre los rendimientos en los estados buenos, como se considera ahora, el gobierno recaudaría realmente ingreso en los estados buenos. Los pasivos pueden reducirse más del 100%. Incluso si $b<1$, los compromisos se reducen más del 100% si el valor *ex–ante* del ingreso recaudado en los estados buenos supera el valor de los subsidios debidos en los estados malos.

II. UNA EXPLORACIÓN DEL CASO ESPAÑOL.

A continuación se muestran los valores de la reducción de los pasivos no capitalizados para varias combinaciones de los parámetros indicados en la tabla siguiente.

<u>Definición de las variables</u>

y	Prestación de retiro esperada en la cuenta privada = $\psi \times$ prestación SS (*varía*)
c	Prestación garantizada en la cuenta privada = $\chi \times$ prestación SS (*varía*)
b	Porcentaje de activos en la cuenta privada invertido en bonos (*varía*)
esp	Rendimiento real anual neto esperado de la cuenta privada (*varía*)
t^M	Tasa (impuesto) de contribución obligatoria a la nueva cuenta privada
$\%D_M$	Cambio porcentual de los compromisos no capitalizados con la garantía de prestación mínima
$\%D_F$	Cambio porcentual de los compromisos no capitalizados con la garantía de prestación fija
W	Valor de la opción de venta implícita en la garantía de prestación mínima
e	Tasa de rendimiento real anual esperada de las acciones (*0'05; 0'07*)
r	Tasa de rendimiento real anual sin riesgo (*0'02*)
g	Tasa real anual media de crecimiento de los salarios (*0'01*)
s	Desviación típica del rendimiento logarítmico real de las acciones (*0'20; 0'25*)

Como muestra la tabla anterior, en los cálculos se han utilizado valores diversos de los parámetros del modelo. En el escenario base se adoptan los siguientes: *e=7%*, *r=2%*, *g=1%*, *s=20%*.[12] Posteriormente se analiza la sensibilidad de los resultados empleando otros valores distintos, más conservadores: *e=5%*, *s=25%*, *r=3%* (con respecto a otros valores de *g*, véase el Apéndice).[13] Cada período representa 30 años y todas las tasas anuales deben convertirse en sus equivalentes a este plazo.[14]

La privatización se compara con la prestación actualmente vigente en un sistema *SS* solvente. En el caso estadounidense, la solvencia requeriría elevar la contribución presente del 12'4% hasta un 19'25% en el futuro.[15] A falta de información similar para el caso español, aquí se ha supuesto que la solvencia requeriría una tasa contributiva del 25% de los salarios;[16] conviene aclarar que un valor distinto de éste tendría efectos

---

[12] A modo de referencia, Smetters (2002) utiliza los valores siguientes para la economía estadounidense: *e*=9%, *r*=3%, *g*=1%, *s*=16%.

[13] El valor de *e* debe entenderse como rendimiento social esperado; de acuerdo con Feldstein y Liebman (2001), la tasa de rendimiento económicamente relevante en un sistema capitalizado es el rendimiento que el país en su conjunto obtiene del ahorro nacional adicional, esto es, el producto marginal del capital en la economía nacional. En este sentido, el rendimiento que los participantes en el sistema obtienen de sus cuentas de retiro personal es un rendimiento neto de impuestos de diversa índole.

[14] La elección de 30 años sigue los cálculos ilustrativos en dos períodos presentados por Feldstein y Samwick (1997).

[15] Social Security Trustees (2000): "The 2000 OASDI Trustees Report". Social Security Administration, Washington, DC.

[16] Quizá sea conveniente situar este supuesto dentro de algún contexto. Por un lado, el tipo de cotización actual del 28'3% (que se descompone en un 23'6% para el empleador y un 4'7% para el empleado) financia las pensiones de jubilación, supervivencia, orfandad e invalidez, y gastos en servicios sociales, incapacidad laboral transitoria y protección a la familia, sin que exista una asignación establecida legalmente. Jimeno y Licandro (1999) consideran que el gasto en pensiones de jubilación absorbe un 53% del tipo contributivo y optan por una tasa del 15%. Por su parte, Arjona (2000a) estima que la fracción destinada a dicho fin es el 70%, obteniendo así un tipo del 19'5%. Herce y Pérez-Díaz (1996) estiman

sobre la nueva tasa de aportación obligatoria (t^M) necesaria para proporcionar una prestación y veces la esperada bajo el sistema *SS*, pero no sobre el cambio de los pasivos no capitalizados (véase el Apéndice).

II. 1. Reducción de pasivos con garantía mínima.

Mientras que la privatización sin ninguna garantía (χ=0) reduciría, obviamente, los compromisos no capitalizados en un 100%, la presencia de una garantía realista lleva a reducciones mucho menores (véase la Tabla 1).

Considérese el caso {ψ=1, χ=1, β=0}. Dicho con palabras, $y=1$ implica que la tasa de contribución se elige de modo que la prestación de retiro esperada proporcionada por la cuenta *DC-MB* iguale exactamente la prestación *SS* esperada. La igualdad $c=1$ implica que el Gobierno también garantiza que la prestación de jubilación *DC-MB* al menos iguale la prestación *SS* esperada. La igualdad $b=0$ refleja el hecho de que los agentes racionales invierten todos sus activos *DC-MB* en acciones. La variable *esp* mostrada en la tabla anterior es igual a $br+(1-b)e$, esto es, el rendimiento real anual neto esperado de la cartera obligatoria, que es el 7% para estos valores de los parámetros.[17] Mientras que los compromisos no capitalizados se eliminan sin garantía en vigor, se reducen sólo en un 22’22% con la garantía.[18] Nótese que en el caso {ψ=2, χ=1’5, β=0}, los compromisos no capitalizados no sólo no se reducen, sino que realmente *aumentan* en un 7’96% (véase la Tabla 1).

Ahora supóngase que el Gobierno incrementa la tasa contributiva a fin de reducir los costes de la garantía. Considérese duplicar el nivel de la contribución: {ψ=2, χ=1, β=0}. La Tabla 1 muestra que la privatización ahora reduce los compromisos no capitalizados en un 37’80%, desde el 22’22%. Triplicar el nivel de la contribución, {ψ=3, χ=1, β=0}, conduce a una reducción del 49’01%. Multiplicar por cuatro el nivel contributivo, {ψ=4, χ=1, β=0}, lleva a una reducción del 57’37%, aunque las prestaciones esperadas son ahora cuatro veces mayores que la prestación *SS* que está siendo garantizada. Afloran, por tanto, dos patrones: (i) la sobre-capitalización no es muy eficaz para controlar los costes de la garantía en los planes *DC-MB*, y (ii) su eficacia marginal es incluso menor a niveles más altos de capitalización.

---

este porcentaje en el 80%, de donde resultaría una tasa contributiva del 22’5%. Más recientemente, Devesa *et al*. (2002) adoptan un valor del 14’79%. Por otro lado, de acuerdo con las proyecciones realizadas por Herce y Alonso (2000), si el sistema de pensiones estuviera obligado a mantener el equilibrio financiero, dados sus gastos, tendría que aumentar sus ingresos en un 9’88% en 2000 y en un 70’15% en 2045, pasando por cifras intermedias entre ambas fechas. La media aritmética simple de estos aumentos es un 40%, mientras que la media geométrica es de casi un 32%. Piénsese en lo que esto significaría en términos de aumento de los tipos de cotización. En este mismo sentido, Jimeno y Licandro (1999) sugieren que un aumento del tipo de cotización en cinco puntos, dedicado enteramente a financiar las pensiones de jubilación, corregiría en gran medida el desequilibrio del sistema actual.

[17] Este caso particular es considerado por Feldstein y Samwick (1997), quienes utilizan un detallado modelo de simulación que no incluye el coste (de mercado) del riesgo; de acuerdo con un sus resultados, podría utilizarse un nivel de contribución del 2% para sustituir completamente la Seguridad Social de EEUU en el largo plazo. Con el modelo aquí empleado, Smetters (2002) obtiene en este caso la misma tasa contributiva del 2%. La cifra aquí obtenida para España es, sin embargo, de un 4’42%.

[18] Intuitivamente, una contribución salarial de sólo el 4’42% coloca una gran exigencia sobre el rendimiento esperado de las acciones en relación al de los bonos. Garantizar que este diferencial de rendimientos se materializará, de hecho, constituye un gran compromiso no capitalizado.

La Tabla 1 también da información más detallada que contribuye a explicar la ineficacia de la sobre-capitalización. El valor de la opción de venta, W, en el caso de las cuentas del 4’42%, {ψ=1, χ=1, β=0}, es igual a 3’26€. El precio de ejercicio implícito en este caso vale *1€[(c/y)(1+e)]= 1€(1+e)*= 1€$(1+0'07)^{30}$= 7’61€. En palabras, cuesta 3’26€ garantizar que un euro invertido hoy en acciones valdría al menos 7’61€ de aquí a treinta años. Con un nivel de contribución cuatro veces mayor, {ψ=4, χ=1, β=0}, el valor de la opción de venta es 0’44€ y el precio de ejercicio implícito es 1€$(1/4)(1'07)^{30}$= 1’90€. Es decir, cuesta 0’44€ garantizar que un euro invertido hoy en acciones valdría al menos 1’90€ dentro de 30 años. Nótese, por tanto, que el coste de la garantía por euro invertido en acciones ha decrecido en más de siete veces, desde 3’26€ hasta 0’44€. Sin embargo, para obtener dicha reducción, deben invertirse y garantizarse cuatro veces más euros. El impacto neto, por tanto, no es grande. El valor de la garantía por euro invertido tendría que disminuir mucho más que siete veces para reducir significativamente los costes netos. La razón de que no lo haga refleja el valor de la garantía ante rendimientos muy bajos, incluso si éstos son poco comunes.

Análisis de sensibilidad. Las Tablas 2, 3 y 4 proporcionan algunos análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos en el caso base. La Tabla 2 reduce e desde el 7% anual al 5%. En la Tabla 3 se mantiene el valor de e en el 5% y se aumenta s desde el 20% anual al 25%. En la Tabla 4 se retoman los valores de la Tabla 1 excepto r, que pasa del 2% al 3%.

La Tabla 2 muestra que el efecto de suponer un valor de e menor es *reducir* los compromisos no capitalizados asociados a una combinación de parámetros {ψ, χ, β} siempre que $b<1$. La razón de esta reducción es que un menor e requiere una mayor tasa contributiva obligatoria t^M poniéndose, por tanto, un menor énfasis en la prima de las acciones (o exceso de rendimiento esperado de las acciones en relación a los bonos). Así, por ejemplo, t^M se incrementa desde un 4’42% del salario en el caso {ψ=1, χ=1, β=0; e=0’07} hasta un 7’79% del salario en el caso {ψ=1, χ=1, β=0; e=0’05}. Mientras que los compromisos no capitalizados se reducían un 22’22% en el caso anterior, ahora se reducen en un 34’55%. A niveles contributivos iniciales más altos, el impacto es aún menor. Mientras que los compromisos no capitalizados disminuían en un 57’37% en el caso {ψ=4, χ=1, β=0; e=0’07}, disminuyen en un 73’09% en el caso{ψ=4, χ=1, β=0; e=0’05}, a pesar de que la tasa contributiva suba desde el 17’70% al 31’18%.

Con respecto a la volatilidad, la Tabla 3 muestra que el efecto de suponer un valor mayor de s es aumentar el valor de la garantía de prestación mínima. El valor de s no tiene ningún impacto sobre el impuesto obligatorio t^M, pues el tipo impositivo se basa en el rendimiento esperado, no en el riesgo. En el caso {ψ=1, χ=1, β=0; e=0’05; σ=0’25} mostrado en la Tabla 3, los compromisos no capitalizados se reducen en un 30%, en comparación con el 34’55% mostrado en la Tabla 2 cuando $s=0'20$. Para {ψ=4, χ=1, β=0; e=0’05; σ=0’25}, los compromisos no capitalizados disminuyen un 62’45%, en lugar de un 73’09% cuando $s=0'20$. Como puede observarse, la importancia de s (en términos del cambio porcentual de los pasivos no capitalizados) es bastante uniforme en y.

Finalmente, en la Tabla 4 se observa que un aumento en la tasa de rendimiento real de los bonos seguros tiende a elevar el rendimiento esperado de la nueva cuenta obligatoria *esp* y esto, a su vez, permite una reducción en el tipo contributivo obligatorio

t^M. En consonancia con lo anterior, el valor de la garantía de prestación mínima disminuye, lo que provoca una reducción mayor de los riesgos sin cobertura financiera. El impacto es relativamente estable con respecto a los niveles contributivos iniciales. Así, mientras que los compromisos no capitalizados disminuyen en un 22’22% en el caso {ψ=1, χ=1, β=0; r=0’02}, lo hacen en un 28’81% cuando r pasa al 3%; análogamente, con {ψ=4, χ=1, β=0; r=0’02} se reducen en un 57’37% y en 66’20% cuando r=3%.[19]

II.2. Reducción de pasivos con garantía mínima y cartera estandarizada.

La nueva contribución obligatoria, t^M, necesaria ahora ($b>0$) para producir una prestación esperada y veces la prestación *SS* esperada cambia con respecto a la situación anterior, en que no se mantenía ningún bono ($b=0$). Por su parte, el cambio porcentual de los compromisos no capitalizados con la cartera estandarizada también se modifica ligeramente debido, entre otras razones, a un cambio en las características de la opción de venta que constituye la garantía. En particular, es fácil ver que el valor de la garantía disminuye a medida que aumenta la participación de los bonos (b) en la cartera estandarizada.

La Tabla 1 muestra que asegurar sólo una cartera estandarizada mixta con bonos es bastante eficaz para reducir los compromisos no capitalizados. Considérese, por ejemplo, el caso {ψ=2, χ=1, β=0’5}, en el cual la mitad de los activos de la cartera estandarizada se mantienen en bonos. Esta elección de parámetros resulta en una tasa contributiva obligatoria del 14’30%. Esa tasa es prácticamente la misma (de hecho, ligeramente mayor) que en el caso {ψ=3, χ=1, β=0}, un 13’27%, que utilizaba la estrategia de sobre-ahorrar sin ninguna estandarización de la cartera garantizada (y los agentes racionales sólo mantenían acciones en sus cuentas *DC-MB*). Los compromisos no capitalizados se reducen en un 66’26% con la cartera estandarizada, {ψ=2, χ=1, β=0’5}, pero sólo en un 49’01% utilizando la estrategia de sobre-capitalización, {ψ=3, χ=1, β=0}. En otras palabras, el coste del riesgo moral asociado a no asegurar sólo una cartera estandarizada se aproxima al 17’25% del actual pasivo no capitalizado.[20]

Como ya se ha indicado, la mayor eficacia del enfoque de la cartera estandarizada en reducir los riesgos sin cobertura financiera viene del hecho de que éste traslada una parte del pago en los estados de la naturaleza buenos a los estados malos. En cambio, el enfoque de la sobre-capitalización incrementa proporcionalmente los pagos en cada estado de la naturaleza, a excepción del asociado a la pérdida total de activos. Por tanto, el aportar “de más” no compensa los rendimientos en los estados malos con los rendimientos en los estados buenos. El enfoque de la estandarización puede, por tanto, producir un pago relativamente mayor en los estados de la naturaleza malos para la misma tasa contributiva.

---

[19] El efecto es más acusado, en cambio, cuanto mayor es el peso relativo de los bonos en la cuenta obligatoria. Así, por ejemplo, en el caso {ψ=1, χ=1, β=0; r=0’02}, la reducción de pasivos asciende al 22’22% y con {ψ=1, χ=1, β=0; r=0’03} su valor se eleva al 28’81%. Ahora bien, manteniendo todo lo demás pero con una fracción invertida en bonos β=0’5, la reducción varía desde el 37’17% hasta el 46’02%. El mismo fenómeno se puede observar para otros niveles de y más elevados.

[20] Por ejemplo, para unos compromisos no capitalizados de 6000 millones de euros, el coste del riesgo moral solo superaría los 1000 millones de euros.

La Tabla 1 muestra varios casos en los que la estandarización puede utilizarse para eliminar completamente el valor *ex-ante* de los riesgos sin contrapartida en el sistema *DC-MB*. Por ejemplo, en el caso {ψ=1, χ=1, β=1}, la tasa contributiva es el 18’60% y la cartera estandarizada consta sólo de bonos. Los compromisos no capitalizados se reducen en un 100%. Lo mismo es cierto en el caso {ψ=4, χ=0’75, β=0’5}, donde la cartera estandarizada está compuesta por igual al 50% de acciones y bonos, pero sólo se garantizan tres cuartos de la prestación *SS* existente. La tasa contributiva correspondiente es igual al 28’60%, inferior a la –según algunos-[21] requerida eventualmente bajo la Seguridad Social. Los compromisos no capitalizados se eliminan con estos parámetros. Por el contrario, los riesgos sin contrapartida nunca pueden eliminarse plenamente utilizando el enfoque de la sobre-capitalización. El análisis de sensibilidad proporcionado en las Tablas 2 y 3 muestra que los compromisos no capitalizados continúan siendo eliminados en algunos casos, pero al coste de tasas impositivas mayores.

II.3. Reducción de pasivos con garantía mínima e impuestos contingentes.

La Tabla 1 presenta los cálculos de la reducción en los compromisos no capitalizados, $\%D_F$, con un impuesto sobre las prestaciones en los estados buenos. Primero, considérense los casos en que el nivel de prestación esperado es igual al nivel de prestación garantizado (y = c). Nótese que, en este caso, la reducción de los compromisos no capitalizados está bien por debajo del 100%.

Por ejemplo, en el caso {ψ=1, χ=1, β=0}, en el que todas las inversiones están en acciones, los pasivos se reducen sólo en un 23’79%. Nótese que esta reducción es sólo ligeramente mayor que la del 22’22% obtenida anteriormente cuando el Gobierno garantizaba una prestación mínima pero no gravaba el tramo favorable.

Ahora considérese el efecto de sobre-capitalizar la prestación de jubilación, estableciendo la tasa contributiva suficientemente alta para producir una prestación esperada mucho mayor que la prestación mínima (y > c). Recuérdese que, sin un impuesto sobre los rendimientos en los estados buenos, dicha estrategia no era muy eficaz para reducir el valor de los compromisos no capitalizados. Sin embargo, con un impuesto sobre la prestación en los estados buenos, la sobre-capitalización se hace mucho más eficaz, pues el valor *ex–ante* de los ingresos recaudados en los estados buenos crece en proporción a la tasa contributiva. Por ejemplo, en el caso {ψ=4, χ=1,

[21] Arjona (2000a) presenta la tasa de contribución media necesaria para financiar las pensiones según diversos estudios que ahí se citan. Fijando el valor correspondiente al año 2000 en el nivel 100, para 2010 los estudios ofrecen una media de 110/120, para 2030 de 150/180, y para 2050 de 150/210. Por otra parte, Montero (2002) analiza los efectos de un cambio demográfico sobre la viabilidad del sistema de pensiones español. Para ello utiliza un modelo de equilibrio general aplicado y adopta distintos valores sobre la intensidad de las preferencias del consumidor por el ocio (en términos de consumo), el factor de descuento temporal y la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo, entre otras variables. De acuerdo con sus resultados, si el gobierno pretendiera garantizar a los futuros pensionistas que su pensión individual sea idéntica a la que habría existido en ausencia del cambio demográfico, el tipo impositivo necesario oscilaría entre un 35% y un 38%. Finalmente, Arjona (2000b) utiliza un modelo de equilibrio general dinámico para estudiar la estructura impositiva óptima del sistema *SS* español en una serie de escenarios demográficos diferentes. Con una tasa de reemplazo (cociente entre la pensión media y el salario medio) del 50%, la tasa contributiva habría de oscilar entre el 26% y el 29%, aproximadamente. Si la tasa de reemplazo fuese del 100%, entonces la contribución oscilaría entre el 40% y el 44%, según los distintos escenarios demográficos.

β=0}, los compromisos no capitalizados se reducen en 95'18% con un impuesto sobre la prestación en los estados buenos, pero sólo en un 57'37% sin dicho impuesto, como se consideraba antes. Como ya se ha indicado, el valor *ex–ante* del ingreso contingente recaudado puede ser incluso mayor que el valor *ex–ante* del subsidio pagado en los estados malos. En este caso, los compromisos no capitalizados se reducen en más de un 100%, como muestran varios casos de la Tabla 1.

Nótese, igualmente, que el enfoque de los impuestos contingentes puede utilizarse conjuntamente con el de la cartera estandarizada. Tal como se observa en la Tabla 1, la reducción de los pasivos no capitalizados es aún mayor.

Análisis de sensibilidad. El análisis presentado en las Tablas 2, 3 y 4 confirma de nuevo la capacidad del impuesto contingente para reducir los compromisos no capitalizados. Pero nótese que el cambio en éstos para la prestación fija es el mismo en las Tablas 2 y 3, aunque s aumente al 25%. La razón es que la desviación estándar del rendimiento de las acciones no influye directamente en la reducción de los compromisos no capitalizados. Intuitivamente, el Gobierno ahora participa del potencial favorable de los rendimientos de las acciones, pero continúa asegurando el desfavorable. Por tanto, la importancia de la desviación estándar se diluye; todo el riesgo es capturado directamente por la propia prima de las acciones. Por lo que respecta a la Tabla 4, el aumento en el rendimiento real de los bonos seguros propicia unos resultados mejores de las cuentas obligatorias. Esto favorece al Gobierno, tanto porque concederá subsidios menores en los estados malos como porque recaudará ingresos mayores en los estados de la naturaleza buenos.

III. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES.

Muchas reformas de la *SS* reales y propuestas persiguen privatizar los compromisos por pensiones *DB* no capitalizados, haciendo a los individuos contribuir a planes de pensiones *DC*. Sin embargo, cuando las aportaciones a estos planes de pensiones son obligatorias, los individuos están sujetos a riesgos de inversión que no afrontaban previamente en un plan *DB* patrocinado por el Gobierno. Para hacer las reformas de privatización políticamente atractivas al público, los Gobiernos ofrecen típicamente garantías que reducen la exposición de los individuos al riesgo de inversión.

La mayoría de los planes *DC* contienen garantías de prestación mínima (*DC-MB*) pero no se constituyen activos como reserva: las garantías son *PAYGO*, o no capitalizadas. Deben utilizarse técnicas de gestión del riesgo para contener el coste de estas garantías, especialmente porque la propia garantía anima a los agentes a invertir sus cuentas *DC-MB* en activos arriesgados ($b=0$) a fin de maximizar el valor de la garantía.

En este trabajo se ha analizado una conversión hipotética del actual sistema español de reparto a un modelo de estas características. El valor de la garantía de prestación mínima se ha aproximado utilizando datos representativos de la situación española. Con objeto de controlar el coste de esta garantía, se han explorado algunas técnicas de gestión de riesgos.

El método convencional de controlar los costes de la garantía en los planes *DC-MB* es la sobre-capitalización, es decir, establecer una tasa contributiva lo suficientemente alta como para que la prestación de jubilación esperada sea mucho mayor que la prestación mínima. Aquí se ha mostrado que este método es poco eficaz. Se necesitan, por tanto, estrategias nuevas de gestión del riesgo en los planes *DC-MB*.

Siguiendo a Smetters (2002), se han considerado dos enfoques para controlar los costes de la garantía. De acuerdo con el primero de ellos, la garantía se establece sobre una cartera "estandarizada", que obliga a los agentes a aceptar cualquier "riesgo base" si eligen una cartera no estándar. Este enfoque es especialmente útil para conversiones menores en que permanece al menos una prestación *DB* significativa. En este caso, los agentes pueden apreciar que la Administración (y/o la empresa) ya tiene asumida una responsabilidad importante intentando cumplir sus compromisos por pensiones. Sin embargo, en conversiones grandes de planes *DB* a *DC-MB*, en las que queda una prestación *DB* pequeña o nula, el Gobierno debe todavía preocuparse por una "garantía implícita" que podría extenderse más allá de la cartera estandarizada, la cual podría incitar a los agentes a asumir una gran dosis de riesgo base. En países que se basen fundamentalmente en cuentas capitalizadas obligatorias para proporcionar pensiones, los agentes podrían inclinarse a pensar que el Gobierno es demasiado poderoso como para no hacer nada si su comportamiento agregado propicia una situación difícil. El segundo método, por tanto, utiliza un enfoque más de fuerza bruta que implica impuestos contingentes con el estado de la naturaleza: se recaudan impuestos positivos sobre los rendimientos excesivos en los estados buenos y negativos (se dan subsidios) en los estados malos.

Ambas opciones son muy eficaces para controlar el coste de la garantía, y pueden utilizarse conjuntamente o por separado. [22] Los cálculos muestran que el total de los compromisos no capitalizados asociados con los programas modernos de pensiones públicas *PAYGO* pueden ser eliminados bajo ambos enfoques, incluso con una tasa contributiva relativamente modesta. Además, la política impositiva contingente con el estado puede incluso reducir los compromisos no capitalizados en más del 100%.

En particular, para la combinación de parámetros $\{\psi=1, \chi=1, \beta=0\}$, el tránsito desde el sistema de reparto actual a un sistema de capitalización con garantía de prestación mínima haría que los compromisos no capitalizados se redujeran en un 22'22%. Tómese ahora el caso $\{\psi=1, \chi=1, \beta=0'5\}$. La única diferencia con respecto a la situación anterior es que la garantía recae ahora sobre una cartera estandarizada constituida en un 50% por bonos libres de riesgo. Pues bien, en este caso, los compromisos se reducen en un 37'17%. Finalmente, cuando $\{\psi=1, \chi=1, \beta=1\}$, los pasivos no capitalizados disminuyen en el 100%.

Por lo que respecta a la imposición contingente (garantía fija), las reducciones de compromisos que se consiguen son mayores que antes. Así, cuando $\{\psi=1, \chi=1, \beta=0\}$, la reducción es del 23'79%, ligeramente superior al 22'22% en ausencia de dichos

[22] Con respecto a la viabilidad práctica de estos dos enfoques, quizá podría argumentarse que los costes administrativos y los requisitos informativos serían menores en el primero que en el segundo. Por lo demás, parece claro en ambos casos que, si los fondos de inversión mobiliaria tienen sometida su composición a una cierta regulación, con más motivo habrían de tenerla los fondos de pensiones en un sistema *DC-MB*.

impuestos. Si {ψ=1, χ=1, β=0’5}, los pasivos disminuyen un 38’44% (frente al 37’17%), y si {ψ=1, χ=1, β=1}, la disminución es nuevamente del 100%.

Volviendo al caso de la garantía mínima, pueden conseguirse reducciones adicionales si se rebaja el nivel de prestación garantizada. Así, en el caso {ψ=1, χ=0’75, β=0}, los compromisos se reducen en un 46% (frente al 22’22% cuando χ=1). Igual que antes, a medida que la proporción de bonos seguros aumenta, el valor de la garantía disminuye y, con él, los pasivos no capitalizados. Con {ψ=1, χ=0’75, β=0’5}, los compromisos se recortan en un 60’88%, y un 100% cuando {ψ=1, χ=0’75, β=1}.

También es interesante ver qué le sucede a la tasa de contribución (t^M). Con respecto a los casos arriba considerados, las reducciones del 100% en los compromisos no capitalizados se consiguen con b=*1*, es decir, con las carteras constituidas íntegramente por bonos sin riesgo. Ahora bien, debido al bajo rendimiento real de éstos, la contribución salarial debe alcanzar el valor más alto, concretamente, un 18’60%. Este valor disminuye según aumenta la presencia de acciones en las carteras individuales (7’15% con b=*0’5* y 4’42% con b=*0*).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Arjona, R. (2000a): “On the fiscal balance of the Spanish Social Security system”. *FEDEA, EEE 78*, September.

Arjona, R. (2000b): “Optimal Social Security taxation in Spain”. *FEDEA, EEE 80*, September.

Black. F. y M. Scholes (1973): “The pricing of options and corporate liabilities”. *Journal of Political Economy* 81 (3), pp. 637-654.

Bodie, Z. y R. Merton (1993): “Pension benefit guarantees in the United States: A functional analysis”. En Schmitt, R. (ed.): *The future of pensions in the United States*. University of Pennsylvania Press, chapter 5.

Devesa, J.E., Lejárraga, A. y C. Vidal (2002): “El tanto de rendimiento de los sistemas de reparto”. *Revista de Economía Aplicada,* Nº 30 (vol. X), pp. 109-132.

Drèze, J. (2000): “Economic and Social Security in the Twenty-first Century, with Attention to Europe”. *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 102, nº 3, pp. 327-348.

Feldstein, M. y J.B. Liebman (2001): “Social Security”. *NBER working paper 8451*.

Feldstein, M. y A. Samwick (1997): “The economics of prefunding Social Security and Medicare benefits”. En Bernanke, B. y J. Rotemberg (eds.): *NBER Macroeconomics Annual 1997*. Cambridge: The MIT Press, pp. 115-148.

Gil, J. y C. Patxot (2002): “Reformas de la financiación del sistema de pensiones”. *Revista de Economía Aplicada*, Nº 28 (vol. X), pp. 63-85.

Herce, J.A. y J. Alonso (2000): "Los efectos económicos de la Ley de Consolidación de la Seguridad Social". *Hacienda Pública Española*, 152, pp.51-66.

Herce, J.A. y V. Pérez-Díaz (Eds.) (1996): "La reforma del sistema público de pensiones en España". *Servicio de Estudios de La Caixa*.

Jimeno, J.F. y O. Licandro (1999): " La tasa interna de rentabilidad y el equilibrio financiero del sistema español de pensiones de jubilación". *Investigaciones Económicas*, Vol. XXIII (1), pp. 129-143.

Montero Muñoz, M. (2000): "Estructura demográfica y sistemas de pensiones. Un análisis de equilibrio general aplicado a la economía española". *Investigaciones Económicas*, vol. XXIV (2), pp. 297-327.

Smetters, K. (2002): "Controlling the cost of minimum benefit guarantees in public pension conversions". *Journal of Pension Economics and Finance*, Vol. 1, nº 1, March, pp. 9-33.

TABLA 1. REDUCCIÓN DE LOS PASIVOS NO CAPITALIZADOS (PARÁMETROS DE REFERENCIA)

y	c	b	*esp*	t^M	W	% D_M	% D_F
1	0,75	0	0,07	0,0442	2,2685	46,01	48,79
1	0,75	0,5	0,045	0,0715	2,0349	60,88	63,44
1	0,75	1	0,02	0,1860	0	100	125
1	1	0	0,07	0,0442	3,2686	22,22	23,79
1	1	0,5	0,045	0,0715	3,2686	37,17	38,44
1	1	1	0,02	0,1860	0	100	100
2	0,75	0	0,07	0,0885	0,8564	59,23	72,59
2	0,75	0,5	0,045	0,1430	0,3778	85,47	101,88
2	0,75	1	0,02	0,3720	0	100	225
2	1	0	0,07	0,0885	1,3069	37,80	47,59
2	1	0,5	0,045	0,1430	0,8774	66,26	76,88
2	1	1	0,02	0,3720	0	100	200
2	1,25	0	0,07	0,0885	1,7806	15,25	22,59
2	1,25	0,5	0,045	0,1430	1,4406	44,61	51,88
2	1,25	1	0,02	0,3720	0	100	175
2	1,5	0	0,07	0,0885	2,2685	-7,96	-2,40
2	1,5	0,5	0,045	0,1430	2,0349	21,76	26,88
2	1,5	1	0,02	0,3720	0	100	150
3	0,75	0	0,07	0,1327	0,4478	68,02	96,38
3	0,75	0,5	0,045	0,2145	0,0370	97,86	140,32
3	0,75	1	0,02	0,5580	0	100	325
3	1	0	0,07	0,1327	0,7142	49,01	71,38
3	1	0,5	0,045	0,2145	0,2380	86,27	115,32
3	1	1	0,02	0,5580	0	100	300
3	1,5	0	0,07	0,1327	1,3069	6,70	21,38
3	1,5	0,5	0,045	0,2145	0,8774	49,40	65,32
3	1,5	1	0,02	0,5580	0	100	250
4	0,75	0	0,07	0,1770	0,2709	74,21	120,18
4	0,75	0,5	0,045	0,2860	0	100	178,77
4	0,75	1	0,02	0,7441	0	100	425
4	1	0	0,07	0,1770	0,4478	57,37	95,18
4	1	0,5	0,045	0,2860	0,0370	97,14	153,77
4	1	1	0,02	0,7441	0	100	400
4	1,5	0	0,07	0,1770	0,8564	18,47	45,18
4	1,5	0,5	0,045	0,2860	0,3778	70,94	103,77
4	1,5	1	0,02	0,7441	0	100	350

TABLA 2. REDUCCIÓN DE LOS PASIVOS NO CAPITALIZADOS (e = 5%).

y	c	b	esp	t^M	W	$\% D_M$	$\% D_F$
1	0,75	0	0,05	0,0779	1,0359	56,58	66,91
1	0,75	0,5	0,035	0,1098	0,8264	75,59	84,06
1	0,75	1	0,02	0,1860	0	100	125
1	1	0	0,05	0,0779	1,5615	34,55	41,91
1	1	0,5	0,035	0,1098	1,5615	53,88	59,06
1	1	1	0,02	0,1860	0	100	100
2	0,75	0	0,05	0,1559	0,3398	71,51	108,82
2	0,75	0,5	0,035	0,2197	0,0286	98,30	143,13
2	0,75	1	0,02	0,3720	0	100	225
2	1	0	0,05	0,1559	0,5527	53,66	83,82
2	1	0,5	0,035	0,2197	0,2137	87,37	118,13
2	1	1	0,02	0,3720	0	100	200
2	1,25	0	0,05	0,1559	0,7870	34,02	58,82
2	1,25	0,5	0,035	0,2197	0,4955	70,72	93,13
2	1,25	1	0,02	0,3720	0	100	175
2	1,5	0	0,05	0,1559	1,0359	13,16	33,82
2	1,5	0,5	0,035	0,2197	0,8264	51,18	68,13
2	1,5	1	0,02	0,3720	0	100	150
3	0,75	0	0,05	0,2338	0,1604	79,82	150,73
3	0,75	0,5	0,035	0,3296	0	100	202,19
3	0,75	1	0,02	0,5580	0	100	325
3	1	0	0,05	0,2338	0,2755	65,35	125,73
3	1	0,5	0,035	0,3296	0,0040	99,63	177,19
3	1	1	0,02	0,5580	0	100	300
3	1,5	0	0,05	0,2338	0,5527	30,50	75,73
3	1,5	0,5	0,035	0,3296	0,2137	81,05	127,19
3	1,5	1	0,02	0,5580	0	100	250
4	0,75	0	0,05	0,3118	0,0895	84,98	192,64
4	0,75	0,5	0,035	0,4395	0	100	261,26
4	0,75	1	0,02	0,7441	0	100	425
4	1	0	0,05	0,3118	0,1604	73,09	167,64
4	1	0,5	0,035	0,4395	0	100	236,26
4	1	1	0,02	0,7441	0	100	400
4	1,5	0	0,05	0,3118	0,3398	43,02	117,64
4	1,5	0,5	0,035	0,4395	0,0286	96,61	186,26
4	1,5	1	0,02	0,7441	0	100	350

TABLA 3. REDUCCIÓN DE LOS PASIVOS NO CAPITALIZADOS
(e = 5%, s = 25%)

y	*c*	*b*	*esp*	t^{M}	*W*	% D_M	% D_F
1	0,75	0	0,05	0,0779	1,1437	52,06	66,91
1	0,75	0,5	0,035	0,1098	0,9316	72,48	84,06
1	0,75	1	0,02	0,1860	0	100	125
1	1	0	0,05	0,0779	1,6700	30,00	41,91
1	1	0,5	0,035	0,1098	1,6700	50,67	59,06
1	1	1	0,02	0,1860	0	100	100
2	0,75	0	0,05	0,1559	0,4246	64,40	108,82
2	0,75	0,5	0,035	0,2197	0,0549	96,75	143,13
2	0,75	1	0,02	0,3720	0	100	225
2	1	0	0,05	0,1559	0,6501	45,50	83,82
2	1	0,5	0,035	0,2197	0,2853	83,14	118,13
2	1	1	0,02	0,3720	0	100	200
2	1,25	0	0,05	0,1559	0,8915	25,27	58,82
2	1,25	0,5	0,035	0,2197	0,5903	65,12	93,13
2	1,25	1	0,02	0,3720	0	100	175
2	1,5	0	0,05	0,1559	1,1437	4,12	33,82
2	1,5	0,5	0,035	0,2197	0,9316	44,96	68,13
2	1,5	1	0,02	0,3720	0	100	150
3	0,75	0	0,05	0,2338	0,2239	71,84	150,73
3	0,75	0,5	0,035	0,3296	0	100	202,19
3	0,75	1	0,02	0,5580	0	100	325
3	1	0	0,05	0,2338	0,3543	55,44	125,73
3	1	0,5	0,035	0,3296	0,0120	98,92	177,19
3	1	1	0,02	0,5580	0	100	300
3	1,5	0	0,05	0,2338	0,6501	18,25	75,73
3	1,5	0,5	0,035	0,3296	0,2853	74,71	127,19
3	1,5	1	0,02	0,5580	0	100	250
4	0,75	0	0,05	0,3118	0,1379	76,87	192,64
4	0,75	0,5	0,035	0,4395	0	100	261,26
4	0,75	1	0,02	0,7441	0	100	425
4	1	0	0,05	0,3118	0,2239	62,45	167,64
4	1	0,5	0,035	0,4395	0	100	236,26
4	1	1	0,02	0,7441	0	100	400
4	1,5	0	0,05	0,3118	0,4246	28,80	117,64
4	1,5	0,5	0,035	0,4395	0,0549	93,50	186,26
4	1,5	1	0,02	0,7441	0	100	350

TABLA 4. REDUCCIÓN DE LOS PASIVOS NO CAPITALIZADOS (r=3%)

y	c	b	*Esp*	t^{M}	W	$\% D_M$	$\% D_F$
1	0,75	0	0,07	0,0442	1,5155	51,67	56,88
1	0,75	0,5	0,05	0,0671	1,2941	68,71	73,35
1	0,75	1	0,03	0,1388	0	100	125
1	1	0	0,07	0,0442	2,2323	28,81	31,88
1	1	0,5	0,05	0,0671	2,2323	46,02	48,35
1	1	1	0,03	0,1388	0	100	100
2	0,75	0	0,07	0,0885	0,5335	65,97	88,77
2	0,75	0,5	0,05	0,1342	0,1352	93,45	121,70
2	0,75	1	0,03	0,2776	0	100	225
2	1	0	0,07	0,0885	0,8405	46,39	63,77
2	1	0,5	0,05	0,1342	0,4548	78,00	96,70
2	1	1	0,03	0,2776	0	100	200
2	1,25	0	0,07	0,0885	1,1706	25,34	38,77
2	1,25	0,5	0,05	0,1342	0,8545	58,68	71,70
2	1,25	1	0,03	0,2776	0	100	175
2	1,5	0	0,07	0,0885	1,5155	3,35	13,77
2	1,5	0,5	0,05	0,1342	1,2941	37,42	46,70
2	1,5	1	0,03	0,2776	0	100	150
3	0,75	0	0,07	0,1327	0,2649	74,65	120,65
3	0,75	0,5	0,05	0,2013	0,00004	99,99	170,06
3	0,75	1	0,03	0,4164	0	100	325
3	1	0	0,07	0,1327	0,4386	58,03	95,65
3	1	0,5	0,05	0,2013	0,0615	95,53	145,06
3	1	1	0,03	0,4164	0	100	300
3	1,5	0	0,07	0,1327	0,8405	19,59	45,65
3	1,5	0,5	0,05	0,2013	0,4548	67,01	95,06
3	1,5	1	0,03	0,4164	0	100	250
4	0,75	0	0,07	0,1770	0,1538	80,38	152,54
4	0,75	0,5	0,05	0,2685	0	100	218,41
4	0,75	1	0,03	0,5552	0	100	425
4	1	0	0,07	0,1770	0,2649	66,20	127,54
4	1	0,5	0,05	0,2685	0,00004	99,99	193,41
4	1	1	0,03	0,5552	0	100	400
4	1,5	0	0,07	0,1770	0,5335	31,94	77,54
4	1,5	0,5	0,05	0,2685	0,1352	86,91	143,41
4	1,5	1	0,03	0,5552	0	100	350

APÉNDICE

Tal como se ha indicado en el texto, la tasa de contribución a la *SS* necesaria para la solvencia del sistema de pensiones (t^S) influye, ciertamente, sobre la tasa de aportación obligatoria (t^M) necesaria para proporcionar una prestación y veces la esperada bajo el sistema *SS* previo; basta con observar la ecuación (5). Sin embargo, no tiene efecto alguno sobre el cambio de los pasivos no capitalizados, como muestra la ecuación (6).

La Tabla siguiente ilustra la sensibilidad del impuesto ante cambios en la contribución necesaria para la solvencia de la *SS*.

CAMBIO DE t^M (%) ANTE CAMBIOS EN t^S

(c=1, b=0, e=7%, r=2%, g=1%, s=20%)

	t^S=0'15	t^S=0'20	t^S=0'25	t^S=0'30	t^S=0'35
y=1	2'65	3'54	4'42	5'31	6'19
y=2	5'31	7'08	8'85	10'62	12'39
y=3	7'96	10'62	13'27	15'93	18'59
y=4	10'62	14'16	17'70	21'24	24'78

Análogamente, también la tasa de rendimiento del activo SS de reparto (g) influye sobre la tasa de aportación obligatoria (t^M) necesaria para proporcionar una prestación y veces la esperada bajo el sistema *SS* previo; de hecho, la influencia es similar a la ejercida por (t^S). De nuevo, sin embargo, carece de efecto alguno sobre la reducción de los riesgos sin cobertura financiera (ecuación 6).

En la Tabla siguiente se muestra la sensibilidad del impuesto ante cambios en la tasa de crecimiento del salario real (y/o en la tasa de crecimiento del empleo).

CAMBIO DE t^M (%) ANTE CAMBIOS EN g

(c=1, b=0, e=7%, r=2%, s=20%, t^S =25%)

	g=0'01	g=0'005	g=0	g=-0'005	g=-0'01
y=1	4'42	3'81	3'28	2'82	2'42
y=2	8'85	7'62	6'56	5'65	4'85
y=3	13'27	11'44	9'85	8'47	7'28
y=4	17'70	15'25	13'13	11'30	9'71