



EVALUATION DE L'ENGAGEMENT DE L'ENTREPRISE ASSOCIE A UN PLAN DE STOCK-OPTIONS

THE VALUE OF EMPLOYEE STOCK-OPTIONS FOR THE FIRM

Frédéric PLANCHET

Laboratoire SAF[‡]
JWA – Actuaire^{*}

Pierre THEROND

JWA – Actuaire^{*}

RESUME

Les réformes des normes comptables conduisent à provisionner de manière de plus en plus exhaustive tous les engagements pris par les sociétés, en particulier ceux résultant de la mise en place d'un plan de stock-options. L'objectif de ce papier est de rappeler le cadre réglementaire et fiscal des plans de stock-options puis de proposer un modèle d'évaluation de l'engagement d'une société ayant mis en place un tel plan.

MOTS-CLES : Stock-options, *fair value*.

ABSTRACT

In France, the companies have not to account the charges from delivering employee Stock-options. The future standards will force the firms to do it. In this paper, we first introduce the legal constraints that meet the firms which have to deal with employee Stock-options. Then we propose a model to estimate the value of these options.

KEYWORDS : Stock-options, fair value.

Septembre 2003

[‡] ISFA, 43, boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex

^{*} 18, avenue Félix Faure, 69007 Lyon

SOMMAIRE

Introduction	2
1. Définition	3
2. Cadre réglementaire et fiscal	4
2.1. Mise en place d'un plan de stock-options	4
2.2. Exercice des options et ventes des actions	6
3. Evaluation de l'engagement de la société	9
3.1. Les différents paramètres	10
3.2. Modélisation des flux financiers	10
3.3. Modèle.....	11
Conclusion.....	19
Bibliographie.....	19
Annexe 1 : Glossaire	20
Annexe 2 : Schéma de programmation du modèle	21

INTRODUCTION

Les futures normes comptables internationales, toujours en cours d'élaboration par l'*International Accounting Standards Board* (IASB) seront mises en place à partir de 2005. A propos des normes IAS/IFRS, le lecteur pourra se reporter au papier de DOUARD (2000). Elles ont pour principal objectif d'essayer de fournir la meilleure information quant à la « valeur économique » de l'entreprise. Dans cette optique, elles vont conduire à l'évaluation, puis à la comptabilisation, d'un certain nombre d'engagements non comptabilisés jusqu'à présent.

Les plans de stock-options figurent parmi ces engagements. La seule obligation des entreprises françaises à l'égard de tels plans est pour l'instant de donner une information dans l'annexe et le rapport de gestion.

L'impact des futures normes comptables sera donc non négligeable sur le résultat des entreprises. En effet, les stock-options sont un instrument important de la rémunération des

dirigeants des entreprises françaises, dont elles représentaient 21 % en 2001¹ ; il est prévu de les comptabiliser en charges sur la base de leur *fair value*.

Après un rappel du contexte réglementaire des stock-options, nous présenterons un modèle d'évaluation de l'engagement généré par de tels plan, puis une illustration numérique.

L'objectif de cet article est de proposer une méthode opérationnelle pour l'évaluation de l'engagement associé à un plan de stock-options.

1. DEFINITION²

Une stock-option est un droit, accordé par une entreprise à un salarié ou un dirigeant, d'acquérir dans le futur un nombre fixé à l'avance d'actions de la société ou d'une entreprise de son groupe :

- ✓ à un prix fixé lors de l'attribution du droit,
- ✓ entre deux dates futures.

Il existe en pratique deux types de stock-options :

- ✓ Les options de souscription qui, lorsqu'elles ont exercées, conduisent à la création de nouvelles actions, *i.e.* à une augmentation de capital.
- ✓ Les options d'achat qui, lorsqu'elles sont exercées, conduisent à un transfert d'actions entre la société et le détenteur de l'option.

Les conditions de délivrance et d'exercice des stock-options sont régies par un plan de stock-options.

¹ Source : Towers Perrin 2001.

² Le lecteur se reportera à l'Annexe 1 pour la définition des termes suivis de *.

2. CADRE REGLEMENTAIRE ET FISCAL

2.1. MISE EN PLACE D'UN PLAN DE STOCK-OPTIONS

Qu'elles soient cotées ou non, les sociétés anonymes, les sociétés par actions simplifiées et les sociétés en commandite par actions peuvent consentir à leurs salariés et dirigeants des stock-options³.

L'objet de ce paragraphe est de décrire les formalités auxquelles doit se soumettre la société qui souhaite octroyer cet avantage à ses employés.

2.1.1. OBLIGATIONS ADMINISTRATIVES

La décision d'octroyer des options est de la compétence de l'assemblée générale extraordinaire (AGE), statuant sur rapport du Conseil d'administration⁴ (CA) et sur rapport spécial des commissaires aux comptes, et qui autorise le CA à consentir les options⁵.

Dans le cadre de l'autorisation donnée par l'AGE, le CA fixe les conditions dans lesquelles sont consenties les options⁶. Il peut aussi, s'il l'estime opportun, différer l'octroi des options, voire y renoncer.

Lorsque le CA envisage d'offrir des options d'achat, il doit, préalablement à l'ouverture de celles-ci, faire acheter par la société les actions qui seront attribuées aux bénéficiaires s'ils lèvent leurs options⁷. Ce point est particulièrement important dans l'optique de l'évaluation de l'engagement. La société est expressément autorisée à racheter ses propres actions pour garantir les options d'achat, mais les options doivent être consenties dans le délai d'un an à compter de la date d'acquisition* des actions⁸, sous peine d'une amende. La société doit toutefois respecter les limitations quant à la détention par une société de ses propres actions : en effet une société ne peut détenir plus de 10 % de ses propres titres.

³ cf. Loi n° 66-537 du 24 juillet 1966 (L), art. 208-1 et 208-3 et Loi n° 99-587 du 12 Juillet 1999, art. 3.

⁴ ou le Directoire pour les sociétés à Directoire.

⁵ cf. art. L 208-1, al. 1 et art. L 208-3, al. 1

⁶ cf. art. L 208-1, al. 2 et 208-3, al. 2

⁷ cf. art. L 208-3, al. 1

⁸ cf. art. L 217-1

2.1.2. CARACTERISTIQUES DES OPTIONS

Le prix de souscription ou d'achat des actions

Le prix de souscription ou d'achat des actions est fixé par le CA au jour où l'option est consentie, selon les modalités déterminées par l'assemblée générale extraordinaire sur le rapport des commissaires aux comptes.

- ✓ Si les actions de la société sont admises aux négociations sur un marché, le prix de souscription ou d'achat ne peut pas être inférieur à 80 % de la moyenne des cours cotés aux vingt séances de bourse précédant ce jour. En outre, dans le cas d'options d'achat, le prix de l'action, au jour où l'option est consentie, ne peut pas être inférieur à 80 % du cours moyen d'achat des actions détenues par la société⁹.
- ✓ Si les actions ne sont pas cotées, l'AGE détermine librement les modalités selon lesquelles le CA fixera le prix de souscription ou d'achat (en fonction de critères objectifs tels que le chiffre d'affaires, la marge brute d'autofinancement, les bénéfices ou le montant des capitaux propres).

Le prix fixé pour la souscription ou l'achat des actions ne peut pas être modifié pendant la durée de l'option, sous réserve de la survenance de certaines opérations exceptionnelles : augmentation de capital, émission d'obligations convertibles ou réduction de capital.

Le nombre maximal d'actions qui peuvent être achetées ou souscrites

Le CA détermine librement le nombre maximal des actions qui pourront être souscrites ou achetées par chacun des bénéficiaires sous réserve que les options ouvertes et non encore levées ne donnent pas droit à un nombre d'actions excédent le tiers du capital social.

⁹ cf. articles L. 217-1 et L. 217-2

*Le délai d'exercice**

Il est fixé par l'AGE. Il est possible de prévoir une période de blocage pendant laquelle les options ne peuvent être exercées. A cette période de blocage, peut s'ajouter une clause, limitée dans le temps, d'interdiction de cession des actions.

2.1.3. CHARGES POUR L'ENTREPRISE

Pendant la période qui s'étend de l'attribution à la levée des options, la société émettrice supporte :

- ✓ les frais d'acquisition des actions destinées à être remises aux bénéficiaires,
- ✓ les frais de gestion des actions ainsi achetées ou de celles émises en vue de faire face aux offres de souscription.

2.2. EXERCICE DES OPTIONS ET VENTES DES ACTIONS

2.2.1 CONDITIONS D'EXERCICE DES STOCK-OPTIONS

Sauf clause contraire expresse, les titulaires des options peuvent exercer leurs droits même s'ils ont quitté la société depuis l'attribution des options, et ce quelle que soit la cause de leur départ. La société est en effet irrévocablement engagée par son offre et n'a pas le pouvoir d'en modifier unilatéralement les conditions d'exercice. C'est pourquoi il est très fréquemment stipulé dans le règlement du plan que les intéressés devront, pour exercer leurs droits, faire partie de la société au moment où ils lèveront leurs options avec possibilité de prévoir des dérogations, par exemple en faveur des salariés qui partent en retraite ou qui doivent cesser leur activité pour cause d'invalidité.

En cas de décès du bénéficiaire, ses héritiers peuvent exercer l'option dans un délai de six mois à compter du décès¹⁰.

¹⁰ cf. Code du com. art. L. 225-183, al. 3

2.2.2 VENTE DES ACTIONS

Dès qu'ils ont levé leurs options et qu'ils sont inscrits en compte, les bénéficiaires peuvent exercer tous les droits attachés aux actions qui leur sont attribuées : droit de participer aux assemblées et d'y voter, droit aux dividendes, droit de communication, etc. Toutefois rien n'interdit de prévoir dans le plan un différé de jouissance.

Indisponibilité

Les titres issus de la levée de stock-options sont frappés d'une période de 4 ans (pour les stock-options attribuées depuis le 27 avril 2000) à partir de la date d'attribution*, pendant laquelle elles ne pourront être vendues.

Cette indisponibilité est levée dans les cas suivants¹¹ :

- ✓ invalidité du titulaire correspondant au classement dans la deuxième ou la troisième des catégories prévues à l'article L 341-1 du Code de la sécurité sociale,
- ✓ décès du titulaire,
- ✓ licenciement ou mise à la retraite du titulaire, à condition que les options aient été levées au moins trois mois avant la date de l'événement invoqué, c'est-à-dire, dans le premier cas, au moins trois mois avant la date à laquelle le salarié a reçu la notification de son licenciement et, dans le second cas, trois mois au moins avant la date de cessation du contrat de travail.

2.2.3 FISCALITE POUR LE BENEFICIAIRE

Il est important de bien cerner les aspects fiscaux des stock-options pour le bénéficiaire puisque ce sont eux qui vont déterminer en grande partie le comportement de celui-ci vis-à-vis de l'exercice de l'option ou de la vente des actions par exemple.

Pour calculer l'impôt sur le gain résultant de l'exercice des stock-options le fisc le décompose en trois parties : le " rabais ", la " plus-value d'acquisition " et la " plus-value de cession ". Chacune de ces parties sera grevée d'un impôt différent :

¹¹ cf. CGI annexe II art. 91 ter

- ✓ Le rabais est la différence entre le prix d'acquisition* et le cours de l'action au moment de l'attribution.
- ✓ La plus-value d'acquisition est la différence entre le cours d'acquisition* et le prix d'acquisition.
- ✓ La plus-value de cession est la différence entre le cours de cession* et le cours d'acquisition.

L'imposition est différente selon la date d'attribution des stock-options. En effet trois régimes fiscaux se sont succédés. Le tableau ci-dessous résume la fiscalité pour le salarié des stock-options attribuées depuis le 27 avril 2000¹².

Période d'indisponibilité		4 ans	
RABAIS		Autorisé jusqu'à 20% de la valeur de l'action au moment de l'attribution de l'option. Taxé à l'I.R., pour la part qui excède 5% comme complément de salaire (et assujettissement à la CSG, à la CRDS et aux cotisations de sécurité sociale).	
Avantage tiré de la levée de l'option : Plus-value d'acquisition	1) Cession (ou conversion au porteur) avant l'expiration de la période d'indisponibilité.	Imposition à l'I.R. dans la catégorie des traitements et salaires ⁽¹⁾ (et assujettissement aux CSG et CRDS sur salaires et aux cotisations de sécurité sociale).	
	2) Cession (ou conversion au porteur) après l'expiration de la période d'indisponibilité.	Cession (ou conversion) AVANT l'expiration d'un délai supplémentaire de portage de 2 ans.	Cession (ou conversion) APRES l'expiration d'un délai supplémentaire de portage de 2 ans).
		Avantage < 152 500 € ⁽²⁾ Taux de 30% ⁽³⁾	Avantage < 152 500 € ⁽²⁾ Taux de 16% ⁽³⁾
		Avantage > 152 500 € ⁽²⁾ Taux de : <ul style="list-style-type: none"> ▪ 30%⁽³⁾ pour la fraction annuelle qui n'excède pas 1 MF. ▪ 40%⁽³⁾ pour le surplus. 	Avantage > 152 500 € ⁽²⁾ Taux de : <ul style="list-style-type: none"> ▪ 16%⁽³⁾ pour la fraction annuelle qui n'excède pas 1 MF. ▪ 30%⁽³⁾ pour le surplus.
PLUS-VALUE DE CESSION		Imposition à l'I.R. comme plus-value sur valeurs mobilières au taux de 16% ⁽³⁾ dès que le seuil annuel de cession de 7.623 € est dépassé.	

⁽¹⁾ En cas de licenciement, mise à la retraite, invalidité ou décès, le régime d'imposition sera équivalent à celui pratiqué lors de cession postérieure à l'expiration du délai d'indisponibilité (sous réserve) que la levée des titres soit intervenue 3 mois avant la notification de l'événement).

⁽²⁾ Sauf option pour le régime des traitements et salaires.

⁽³⁾ A ces taux s'ajoutent les prélèvements sociaux (CSG + CRDS + prélèvement social de 2%). Les taux effectifs d'imposition, correspondant aux taux de 16, 30 et 40% sont alors respectivement de 26, 40 et 50%.

Tableau 1 : Fiscalité des stock-options attribuées depuis le 27 avril 2000¹³

¹² Cf. art. 163 bis C du CGI.

¹³ source : www.societegenerale.fr (site de la Société Générale).

2.2.4 CHARGES POUR L'ENTREPRISE

La levée des options est susceptible d'entraîner les charges ou pertes ci-après :

- ✓ la rémunération des intermédiaires qui enregistrent les levées d'option et les frais d'inscription des actions sur le registre des transferts,
- ✓ en cas d'offre d'achat, la moins-value correspondant à la différence entre le prix auquel la société a acquis les actions proposées et le prix acquitté par les bénéficiaires,
- ✓ dans certaines situations, la charge des cotisations de sécurité sociale et des participations sur salaires ayant la même base de calcul (taxe d'apprentissage, participation à la formation professionnelle continue et participation-construction).

Ces charges sont déductibles du résultat fiscal de la société¹⁴. D'autre part les pertes résultant des conditions favorables consenties aux salariés pour l'exercice de leurs options sont régies par le régime de déduction des moins-values à long terme ou à court terme¹⁵.

3. EVALUATION DE L'ENGAGEMENT DE LA SOCIETE

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle d'évaluation des engagements de la société, nés de l'existence d'un plan de stock-options. Cette évaluation doit permettre à la société de déterminer le montant de la provision associée.

Le projet de norme *IFRS X Share-based Payment* s'applique pour la comptabilisation des stock-options qui devront être évaluées en fair value à la date à laquelle le droit est accordé (*grant date*) *i.e.* à la date d'attribution de l'option.

On notera dans la suite du paragraphe Π la variable aléatoire « engagement de la société ». On cherchera donc à évaluer $E_p[\Pi]$ pour déterminer le montant de la provision à constituer.

¹⁴ Cf. art. 208-1 à 208-8 de la loi n° 66-537 du 24 juillet 1966.

¹⁵ Cf. art. 217 quinquies du CGI.

3.1. LES DIFFERENTS PARAMETRES

Nous proposons de structurer les hypothèses du modèle sur trois niveaux : la société, la catégorie de détenteurs de stock-options et l'individu. Nous supposons que certaines caractéristiques servant à évaluer l'engagement de l'entreprise seront les mêmes pour tous les détenteurs d'options, d'autres seront propres à chaque individu.

Le tableau ci-dessous détaille ces caractéristiques et le niveau auquel elles seront rattachées.

Niveau	Paramètres	Descriptif
Plan	v	Durée entre la date d'attribution de l'option et le moment où l'on peut exercer
	w	Durée entre la date d'attribution de l'option et le moment où elle ne sera plus exerçable
	π	Plus-value en pourcentage qui doit être réalisée pour qu'il y ait exercice
	S	Sous-jacent des options consenties (actions de la société ou d'une société du groupe)
Hypothèses financières	μ	Rendement espéré du sous-jacent S
	s	Volatilité du cours du sous-jacent S
	q	Taux de dividendes
	R	Taux d'intérêt sans risque discret
Hypothèses démographiques	$q(x)$	La probabilité de décès dans l'année d'une tête d'âge x
	$\tau(x)$	La probabilité de démission dans l'année d'une tête d'âge x
Données individuelles	x	Date de naissance du détenteur de stock-options
	T_a	Date d'attribution des stock-options
	$K(T_a)$	Prix d'exercice pour l'achat d'une action
	n	Nombre d'actions que va pouvoir acheter l'individu i grâce à ses stock-options
	$S(T_a)$	Cours de l'action à la date d'attribution des stock-options

Tableau 2 : Paramètres de l'évaluation

Lorsque dans la suite, on aura besoin de repérer un individu, on utilisera l'indice i .

3.2. MODELISATION DES FLUX FINANCIERS

Les flux financiers pour l'entreprise dépendent du comportement des détenteurs d'options. Nous proposons de modéliser le comportement des détenteurs d'options comme suit :

« Un détenteur d'option exerce dès lors que le cours de l'action dépasse de π % le prix d'exercice de ses stock-options. »

Cette assertion est certes simpliste, mais elle a le mérite d'être très facilement implémentable et de ne pas faire appel à des fonctions d'utilité des détenteurs d'options, dont il faudrait estimer les paramètres sur des effectifs fort restreints.

Si l'on note T_i , la date d'exercice « normal » de l'individu i , alors :

$$T_i = \text{Inf}\{T_a + v \leq t \leq T_a + w \mid S(t) \geq (1 + \pi) * K(T_a, i)\} \quad (1)$$

En d'autres termes, l'option est exercée dès que le taux de « plus-value » est atteint. Remarquons que si la contrainte de plus-value n'est pas satisfaite dans l'intervalle de temps considéré, il n'y a pas exercice.

Le flux pour l'entreprise généré par l'individu i , à la date T_i est :

$$n(i) * [K(T_a, i) - S(T_i)] \quad (2)$$

D'autre part, nous supposons que la société a acheté les actions à la date d'attribution des stock-options associées à ces actions¹⁶. L'impact comptable sera donc limité à :

$$n(i) * [S(T_a) - K(T_a, i)] \quad (3)$$

3.3. MODELE

3.3.1. LE COURS DE L'ACTION

Nous modéliserons l'évolution du cours du titre coté par un brownien géométrique avec dividendes (cf. [8]) :

¹⁶ On rappelle que les sociétés doivent acheter les actions qui seront attribuées aux bénéficiaire avant que ceux-ci puissent exercer leur option. cf. art. L 208-3, al. 1.

$$\frac{dS}{S} = (\mu - q)dt + \sigma dB_t \quad (4)$$

où B_t est un mouvement brownien sous la mesure de probabilité historique.

Dans le cas d'une entreprise non cotée, on pourra faire l'hypothèse que $\sigma = 0$, et raisonner avec un simple rendement espéré. Dans la cas d'une entreprise cotée sur un marché organisé, σ pourra être estimée à partir de la volatilité implicite observée (cf. [1]).

Si h est le pas de discrétisation choisi pour simuler la trajectoire du cours de l'actions, l'approximation d'Euler (cf. [6]) nous donne :

$$\frac{S(t+h) - S(t)}{S(t)} = (\mu - q) * h + \sigma \sqrt{h} \varepsilon \quad (5)$$

où ε est une variable aléatoire $N(0,1)$.

Nous simulerons l'évolution du cours de l'action entre la date de l'étude et l'horizon H (en années) qui correspond à la date $Max_i \{T_a(i) + w\}$. Si t_0 est la date de l'étude, cela nécessitera donc $\frac{H}{h}$ tirages aléatoires pour chaque état du monde. Nous simulerons des trajectoires mensuelles, donc $h = \frac{1}{12}$. Le cours de l'action sera donc simulé par la récurrence suivante.

$$S\left(t + \frac{1}{12}\right) = S(t) * \left[(\mu - q) * \frac{1}{12} + \sigma \sqrt{\frac{1}{12}} \varepsilon + 1 \right] \quad (6)$$

où ε est une variable aléatoire de loi normale centrée réduite.

On se référera à JACQUEMIN et PLANCHET (2003) pour la simulation de réalisations de variables aléatoires de loi normale centrée réduite.

3.3.2. LE DECES OU LA PERTE DE DROIT DU DETENTEUR DE STOCK-OPTIONS

Le décès

Si le détenteur de stock-options vient à décéder, ses héritiers peuvent exercer les options dans un délai de 6 mois (cf. 2.2.1). Nous modéliserons ce principe par l'exercice de l'option à la fin de l'année du décès si le cours de l'action est supérieure au prix d'exercice. Le décès sera, quant à lui, modélisé à l'aide de tables de mortalité.

Ainsi, si l'on note D_i la date du décès de l'individu n° i , ses héritiers exerceront les stock-options en D_i si :

$$S(D_i) \geq K(T_a, i) \quad (7)$$

En cas d'exercice, l'entreprise recevra à la date D_i : $n(i) * K(T_a, i)$. Elle livrera alors aux héritiers : n actions de valeurs comptable $S(T_a(i))$ et de valeur de marché $S(D_i)$.

La perte du droit d'exercice

Nous supposons que le plan stipule que le départ volontaire (démission) de la société entraîne la perte du droit d'exercice, comme c'est souvent le cas en pratique. On rappelle que le départ à la retraite ne fait généralement pas perdre ce droit (sauf clause contraire dans le plan). On considérera toutefois qu'en cas de départ du salarié, s'il a intérêt à exercer, il le fait à la date de départ.

Si le salarié n° i quitte la société à la date t pour une cause différent du décès, l'option est exercée en t si :

$$S(t) \geq K(T_a, i) \quad (8)$$

Pour chaque catégorie de bénéficiaires, on dispose donc d'une table sur laquelle figure les probabilités que l'employé quitte la société en fonction de son âge. On notera $\tau(x)$ la probabilité que le bénéficiaire d'âge x quitte la société dans l'année.

3.3.3. VALEUR DE L'ENGAGEMENT DE L'ENTREPRISE

Dans un souci de cohérence avec l'évaluation de l'engagement des autres passifs sociaux (retraites, indemnités de fin de carrière, etc.), on utilisera systématiquement la probabilité historique. En effet l'évaluation de ces engagements repose sur l'actualisation de flux futurs probables et non sur la réplication des flux par des instruments financiers.

L'utilisation de la mesure risque-neutre ne poserait pas de problème pratique (on remplacerait μ par $\ln(1 + R)$ dans la dynamique du cours), en revanche son utilisation doit être justifiée sur le plan théorique ; ce point n'est pas abordé dans le présent travail.

Etude théorique

Notons μ_x le taux instantané de mortalité ou de départ à l'âge x . De même, notons ${}_t p_x$ la probabilité qu'un individu d'âge x soit toujours en vie et dans la société à l'âge $x + t$. On a la relation usuelle (cf. [7]) :

$${}_t p_x = \exp\left\{-\int_0^t \mu_{x+s} ds\right\} \quad (9)$$

Si l'on connaît l'évolution du cours de l'action sous-jacente (et donc T_i la date d'exercice « normal »), la VAP de l'engagement de l'entreprise vis à vis de l'individu i peut alors s'écrire :

$$E_P[\Pi|T_i] = \left(\frac{{}_T p_x}{(1+R)^T} + \int_0^T \frac{{}_s p_x \mu_{x+s}}{(1+R)^s} ds \right) * n * [S(T_a) - K] \quad (10)$$

Incidentement, on notera qu'on utilise implicitement l'hypothèse d'indépendance entre les facteurs démographiques et financiers.

Remarquons que le terme $S(T_a) - K$ de l'équation (10) résulte de l'obligation légale pour l'entreprise d'acheter les titres auxquels donnent droit les options. Sans cette contrainte, on pourrait faire l'hypothèse que l'entreprise achète les titres au moment de l'exercice des options. Ce terme serait alors remplacé par $S(T_i) - K$.

Le montant de la provision est alors obtenu par :

$$E_p[\Pi] = E_p[E_p[\Pi|T_i]] \quad (11)$$

Le calcul explicite de $E_p[\Pi]$ n'est pas trivial, il nécessite de déterminer la loi du temps d'arrêt T_i défini par (1). En pratique on cherchera donc à approcher $E_p[\Pi]$ par des méthodes de simulation.

On remarquera toutefois qu'il est formellement possible d'obtenir la loi du temps d'arrêt T_i . En effet :

$$S_t = S_0 * \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t\right\} \quad (12)$$

et :

$$T_i = \inf\{t_1 \leq t \leq t_2 \mid S_t \geq a\} \quad (13)$$

où :

- ✓ $t_1 = T_a + v$
- ✓ $t_2 = T_a + w$
- ✓ $a = (1 + \pi) * K(T_a)$

Donc, après quelques calculs élémentaires, il vient :

$$T_i = \inf\{t_1 \leq t \leq t_2 \mid B_t \geq \alpha t + \beta\} \quad (14)$$

où :

$$\checkmark \quad \alpha = -\frac{\mu - \sigma^2/2}{\sigma}$$

$$\checkmark \quad \beta = \frac{\ln(a/S_0)}{\sigma}$$

Grâce au théorème de Girsanov et au théorème d'arrêt, on peut obtenir la loi de T_i (cf. [5] p. 196). Notons :

$$\tilde{T} = \inf\{t \geq 0 \mid B_t \geq \alpha t + \beta\} \quad (15)$$

\tilde{T} est le temps d'atteinte d'une barrière pour un mouvement brownien avec dérive, sa loi est bien connue.

\tilde{T}

Si \tilde{f} désigne la densité de la loi du temps d'arrêt \tilde{T} , alors on peut exprimer la loi recherchée par :

$$P(T_i \in dt) = [\pi_1 * \delta_{[0;t_1]}(t) + \pi_{1;2} * \tilde{f}(t) + \pi_2 * \delta_{[t_2;\infty]}(t)] dt \quad (16)$$

où : $\pi_1 = P(\tilde{T} \leq t_1)$ et $\pi_2 = P(\tilde{T} > t_2)$.

Le calcul des intégrales (10) et (11) est cependant fastidieux, même avec des fonctions de survie classiques.

Mise en pratique : discrétisation

En pratique, pour évaluer cet engagement, on approximera l'équation (10) par une version discrète. Avec les notations usuelles, on obtient :

$$E_P[\Pi|T_i] \approx n(S(T_a) - K)^+ * \left\{ \begin{array}{l} \prod_{k=1}^{T_i} (1 - \tau(x+k)) * \frac{{}_{T_i}P_x}{(1+R)^{T_i}} \\ + \sum_{k=1}^{T_i-1} \left[\prod_{j=1}^{k-1} (1 - \tau(x+j)) \right] * {}_{k-1}P_x * \frac{q_{x+k} + \tau(x+k)}{(1+R)^k} \end{array} \right. \quad (17)$$

Le premier terme du second membre de cette équation représente l'exercice « normal » de l'option ; le deuxième terme, l'exercice en cas de décès ou de départ de la société.

Cette forme se prête bien aux simulations numériques ainsi que nous allons le voir ci-après.

3.3.4. APPLICATION

L'objectif de l'application développée est d'estimer $E_p[\Pi]$ dont la valeur est fournie par les équations (11) et (17). On effectue un grand nombre de simulations de l'évolution du cours de l'action et pour chaque « état du monde » ainsi généré, on calcule la valeur actuelle de l'engagement de la société. L'engagement de l'entreprise est ensuite estimé à partir des valeurs trouvées dans chaque « état du monde ».

$$\hat{\Pi} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N vap(n) \quad (18)$$

où $vap(n)$ est le montant de l'engagement de l'entreprise dans la n-ième simulation.

Les simulations nous permettent aussi d'estimer l'écart-type de l'engagement de la société, grâce à l'estimateur :

$$\hat{\sigma}(\Pi) = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\hat{\Pi} - vap(n))^2 \right]^{1/2} \quad (19)$$

Pour chaque détenteur de stock-options, on estime donc, à la date d'étude, la valeur actuelle probable de l'engagement de la société vis-à-vis de cet individu. Le passif du plan est ensuite constitué de la somme de ces valeurs actuelles probables.

Le lecteur trouvera dans en Annexe 2 des schémas de synthèse du modèle proposé. Le schéma général de programmation du modèle est résumé sur la Figure 1. La Figure 2 récapitule propose un rappel du schéma de génération de trajectoires du cours de l'action sous-jacente.

Illustration numérique

Avec les hypothèses suivantes :

$v = 2$ ans	$w = 6$ ans	$\pi = 25$ %	$\sigma = 20$ %
$q = 0$	$R = 5$ %	$x = 50$ ans	$\mu = \ln(1 + 7\%)$
$T_a = 0$	$K(T_a) = 90$	$S(T_a) = 100$	$n = 1$

Et en utilisant :

- ✓ la table de mortalité TV 2000 pour déterminer les ${}_t p_x$.
- ✓ $\tau(x) = 1$ %, $\forall x$.

Nous avons effectué 30 000 simulations et obtenu, en pourcentage du cours à la date d'attribution des stock-options :

$$\hat{\Pi} = 8,25\%$$

$$\hat{\sigma}(\Pi) = 3,52\%$$

3.3.5. QUELQUES CARACTERISTIQUES DE L'ENGAGEMENT

L'engagement est faiblement croissant avec l'âge du bénéficiaire puisque l'accroissement de l'engagement de l'entreprise vis-à-vis d'un employé de 65 ans est seulement de 0,26 % supérieur à celui généré pour un employé de 20 ans.

D'autre part, on remarquera que la valeur cet engagement est limité au rabais accordé et que sous cette barrière, l'engagement est, en première approximation, linéaire avec le rendement espéré de l'action. Ce résultat est logique puisque plus μ est grand, plus la barrière de la règle de décision (1) sera rapidement atteinte et donc le facteur d'actualisation petit. Ainsi avec les paramètres de l'illustration numérique, on a la relation suivante (en pourcentage) du cours d'acquisition :

$$E_p[\Pi] = 20 * \mu + 6,5 \quad (20)$$

pour $\mu < 17$ % (avec un coefficient de corrélation supérieur à 90 %).

Enfin la provision est une fonction décroissante de π , le pourcentage de plus-value qui doit être réalisée pour qu'il y ait exercice « normal ».

CONCLUSION

L'avènement des nouvelles normes internationales va contraindre les entreprises à évaluer et provisionner l'engagement résultant de la mise en place d'un plan de stock-options.

Dans ce papier, nous avons présenté un modèle simple d'évaluation de cet engagement. Ce modèle nous a permis d'établir la faible dépendance de l'engagement de l'entreprise vis-à-vis de l'âge du bénéficiaire et d'exhiber une dépendance linéaire entre le rendement de l'action sous-jacente et l'engagement de la société.

Remarquons enfin, que si l'application des normes IFRS conduisait à évaluer en *fair value* les produits financiers, la société devrait comptabiliser les actions qu'elle détient à leur valeur de marché et l'engagement résultant du plan pourrait alors s'analyser comme une option d'achat de type américain, sur les actions de la société, pouvant s'exercer sur la période $[T_a + v, T_a + w]$. Sa valeur se déduirait du prix actualisé d'un tel instrument.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AUGROS J. C., MORENO M., *Les dérivés financiers et d'assurance*, Economica, 2002.
- [2] DOUARD H., "Normes IAS : Une nouvelle donne comptable pour les sociétés européennes cotées, un enjeu pour les actuaires", *Bulletin Français d'Actuariat*, 4 (8), pp.141-151, 2000.
- [3] HULL J.C., *Options, Futures & Other Derivatives*, 4^{ème} édition, Prentice-Hall, 1999.
- [4] JACQUEMIN J., PLANCHET F., "Méthodes de simulation", article soumis au *Bulletin Français d'Actuariat*, 2003.
- [5] KARATZAS I., SHREVE S.E., *Brownian motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, 1988.

- [6] LAMBERTON D., LAPEYRE B., *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, 2nde édition, ellipses, 1997.
- [7] PETAUTON P., *Théorie et pratique de l'assurance vie*, Dunod, 1991.
- [8] QUITTARD-PINON F., *Mathématiques financières*, ems, 2002.

ANNEXE 1 : GLOSSAIRE

Date d'attribution

Date du jour où le droit est accordé. Elle figure dans le règlement du plan de stock-options et dans la lettre de notification individuelle reçue par le salarié.

Date d'acquisition

C'est la date à laquelle le salarié lève les stock-options et transforme celles-ci en actions. Il verse à ce moment-là le prix d'acquisition.

Date de cession

Date à laquelle le salarié vend ses actions provenant des stock-options.

Cours d'attribution

C'est la moyenne des cours de clôture de l'action des 20 jours qui précèdent celui de l'attribution pour une société cotée.

Prix d'acquisition (ou d'achat ou de souscription)

C'est le prix d'exercice des stock-options, il est fixé à l'attribution des options.

Cours d'acquisition

Cours de l'action à la date d'acquisition.

Cours de cession

Cours de l'action à la date de cession.

Délai d'exercice

Délai prévu par le plan durant lequel l'exercice est possible.

ANNEXE 2 : SCHEMA DE PROGRAMMATION DU MODELE

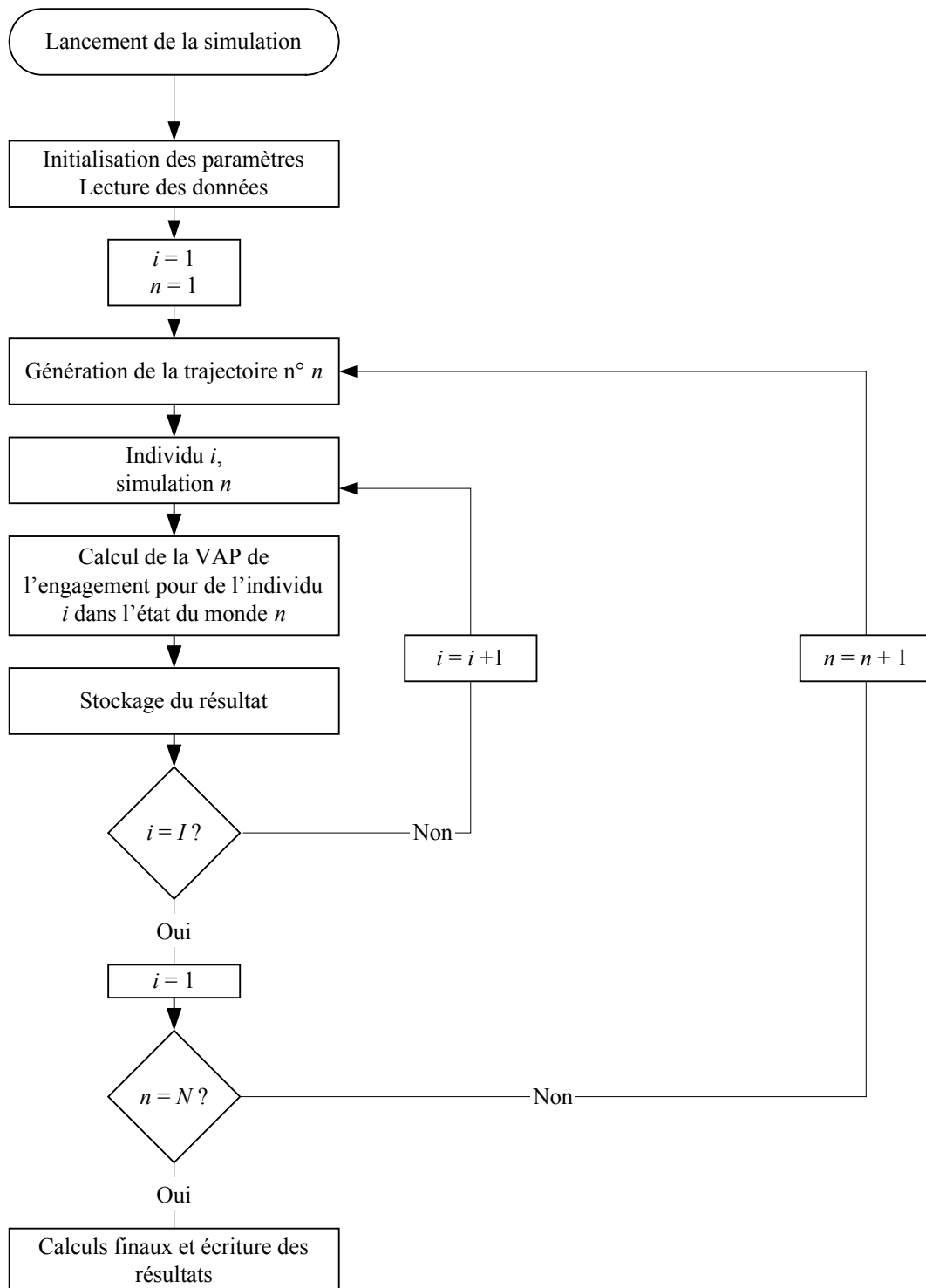


Figure 1 : Schéma général de programmation du modèle

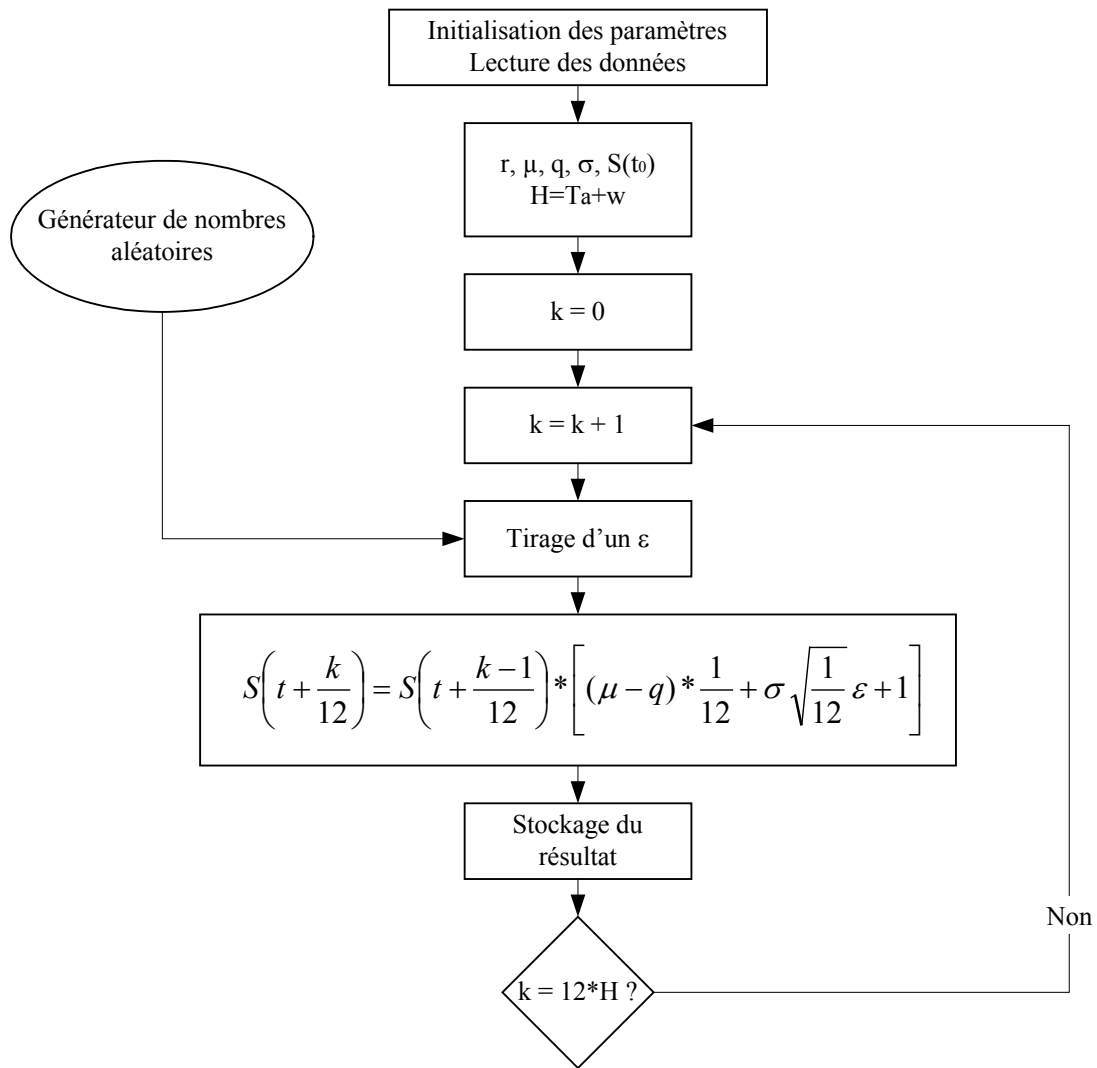


Figure 2 : Schéma de génération des trajectoires du cours de l'action