Assurance et activités de réduction des risques en foresterie : une approche théorique

BRUNETTE Marielle, COUTURE Stéphane***

* LEF, UMR INRA/AgroParisTech (ENGREF) et BETA-REGLES, 13 place Carnot, F-54035 Nancy cedex, France

e-mail : Marielle.Brunette@univ-nancy2.fr

** LEF, UMR INRA/AgroparisTech (ENGREF), Nancy

Résumé – Cet article propose un modèle théorique (utilité espérée et risque multiplicatif) de choix d'activités de réduction des risques ou d'assurance d'un propriétaire forestier faisant face à un risque de catastrophe naturelle. Notre réflexion part du constat que ces modes de couverture sont rarement utilisés contre les risques naturels. Un tel risque en foresterie se caractérise par un nombre d'états de la nature infini et par une fonction de dommage proportionnelle à la valeur de la forêt. L'article présente des résultats de statique comparative et analyse l'impact sur les décisions privées de subventions versées par l'Etat en cas de catastrophes naturelles. Nous montrons qu'une valeur plus importante du peuplement a généralement un effet ambigu sur le choix des activités de réduction des risques. Cet impact dépend de trois effets : risque, richesse et perte dont le résultat global peut être ambigu. L'effet du coût des activités de gestion des risques dépend des préférences du propriétaire forestier et du caractère risqué ou réducteur de risque de ces activités. Nous démontrons aussi que, si ces activités sont considérées comme un investissement réducteur de risque (risqué), alors plus un propriétaire forestier est riscophobe, plus il choisit un montant d'activités de prévention élevé (faible). Nous montrons également que l'existence d'un programme public d'aide peut inciter les propriétaires forestiers à diminuer leurs activités de prévention ou d'assurance.

Mots-clés : assurance, activités de réduction des risques, intervention publique, forêt

Insurance and risk-reducing activity in forestry: A theoretical approach

Summary – *This article presents a theoretical model of private forest owner's prevention and insurance choice in presence of natural risk. In France, evidence shows that non-industrial private forest owners rarely invest in prevention or insurance activities to reduce possible damages caused by natural risks. A natural risk in forest is represented by an infinite number of states of nature and is characterised by a loss function proportional to the forest value. We define optimal forest risk-reducing activities and insurance activities. We find some comparative static results and we analyse the impact of public financial assistance after a natural catastrophe on the forest owner's decision. We show that a higher stand value has generally an ambiguous effect on risk-reducing activity. Indeed, this impact depends on three effects: the risk, wealth and loss effects and the net effect may be ambiguous. We show that the impact of an increase in the risk-reducing activity cost on optimal risk-reducing activity depends on the attitudes toward risk and on the relationship between the marginal return of risk-reducing activities and the random severity of a natural disaster. We prove that, if prevention activities are risk-reducing (risky) investment, then more risk-averse forest owners use more (less) risk-reducing activities. Providing public financial assistance after a natural catastrophe may reduce the incentives of non-industrial private forest owners to invest in insurance and forest risk management activities.*

Keywords: *insurance, risk-reducing activities, public intervention, forest*

Descripteurs JEL : D81, G22, Q23

Nous remercions L. Eeckhoudt, E. Langlais, F. Salanié, les participants au séminaire interne du BETA-REGLES et ceux du 46e congrès annuel de la Société canadienne de Science économique à Montréal, ainsi que les membres du Laboratoire d'Economie Forestière de Nancy pour leurs commentaires et leurs précieux conseils. Nous remercions également les deux rapporteurs anonymes de la revue.

1. Introduction

En France, comme dans de nombreuses régions d'Europe et du monde, les événements climatiques extrêmes sont de plus en plus fréquents et leurs dommages de plus en plus intenses. A titre d'exemples, citons les tempêtes Lothar et Martin de décembre 1999 qui ont ravagé les forêts françaises avec 140 millions de m^3 de chablis, la sécheresse et la canicule de 2003 qui ont fortement endommagé les forêts françaises, mais aussi les vastes incendies ravageurs récurrents à chaque période estivale. Il est clair que la question des risques naturels en foresterie est un sujet d'actualité. Ces risques se caractérisent par une probabilité d'occurrence très faible attachée à des pertes importantes ainsi que par une forte corrélation des risques individuels. S'il peut être admis que, généralement la réalisation de ces risques est indépendante des activités des agents, il est évident que les actions de ces agents influencent l'ampleur des dégâts. Les spécificités de ces risques soulèvent des difficultés propres en termes de quantification du risque, mais aussi des dommages qu'ils occasionnent, ce qui provoque un problème d'assurabilité. Il est alors très difficile de mettre en place ou de garantir la survie des systèmes d'assurance privée traditionnels. C'est pourquoi, en France, après les tempêtes de 1999, le système d'assurance privée en foresterie contre les risques naturels [1], principalement les tempêtes et les incendies, a été fortement affecté ; seuls deux principaux assureurs [2] coexistent actuellement sur ce secteur développant toujours leur offre de contrats. Malgré l'existence de ces systèmes privés, il est observé que moins de 7 % de la surface forestière privée française est assurée contre les risques naturels. Pour se protéger contre de tels risques, les propriétaires forestiers peuvent aussi réaliser des actions de couverture comme, par exemple, la préparation des chemins afin de faciliter l'accès aux parcelles sinistrées et le retrait des bois, la construction de retenues d'eau ou de coupe-feu artificiels ou des pratiques sylvicoles telles que la réduction de la densité de plantation ou la plantation d'espèces plus résistantes. Ces activités de réduction des risques permettent de réduire l'ampleur des dégâts en cas de sinistre et peuvent, de ce fait, être considérées comme des activités d'auto-assurance. Cependant, il est également constaté que de telles pratiques ne sont pas couramment utilisées par les propriétaires forestiers privés (Picard *et al.*, 2002). Cette quasi-absence de couverture contre les risques naturels peut être expliquée en partie par la présence de programmes publics de soutien financier qui sont généralement instaurés lors de catastrophes naturelles exceptionnelles. En effet, l'Etat est toujours intervenu, après des sinistres rares, pour couvrir une partie des dommages subis, malgré la présence des systèmes de couverture privés et

[1] Traditionnellement, en France, les victimes de sinistres naturels sont indemnisées par le régime des catastrophes naturelles (CAT-NAT), système liant l'Etat aux assurances privées. Cependant, pour le secteur forestier, les risques naturels les plus dommageables, que sont les tempêtes et les incendies, sont considérés comme assurables et donc exclus de ce régime.

[2] Les deux principaux assureurs présents sur le marché français sont Groupama à travers la Mutuelle indépendante des Sylviculteurs du Sud-Ouest (MISSO) et le cabinet Xavier de La Bretesche. Ces deux compagnies proposent des contrats contre le risque incendie et/ou tempête qui présentent des caractéristiques distinctes. Leurs contrats diffèrent par le plafond d'indemnisation et par le montant des primes, mais aussi par le seuil d'intervention.

indépendamment des contrats souscrits [3]. Par exemple, suite aux tempêtes de 1999, l'Etat français a instauré le « Plan national pour la forêt française » [4] qui constituait une aide de six cents millions de francs par an pendant dix ans (91,5 millions d'euros/an) et dont l'objectif était d'aider les propriétaires forestiers à la reconstitution des peuplements détruits. Ces aides existent au niveau national mais aussi au niveau des collectivités locales qui accordent des aides au nettoyage des parcelles et au reboisement. L'existence de telles aides crée un problème de risque moral, incitant les propriétaires forestiers privés à ne pas prendre les mesures de couverture nécessaires (Birot et Gollier, 2001 ; Gollier, 2001 ; Brunette et Couture, 2008).

Cet état des lieux de la situation française des mesures de couverture des risques naturels en foresterie fait ressortir que l'étude des comportements des propriétaires forestiers privés relatifs à ces activités s'avère indispensable. Toutefois, il n'existe pas, à l'heure actuelle, de données portant sur les choix observés d'assurance ou d'activités de réduction des risques de propriétaires forestiers privés français. C'est pourquoi nous adoptons une approche théorique pour analyser ces choix afin d'apporter des éléments de réflexion qui permettent d'améliorer les décisions à prendre face à de tels risques. Un risque naturel en foresterie se caractérise par un nombre d'états de la nature infini et par une fonction de dommage proportionnelle à la valeur de la forêt alors que les décisions de couverture sont généralement étudiées en supposant une fonction de perte additive (Eeckhoudt *et al.*, 2005). En effet, considérer une perte exogène serait inadapté à notre contexte puisque la perte du propriétaire forestier, en cas de catastrophe, est proportionnelle à la valeur de son actif forestier. Même si le cadre d'analyse standard proposé par la théorie de l'assurance (Mossin, 1968) s'adapte à ces caractéristiques, seuls quelques travaux d'économie expérimentale se sont concentrés sur le problème de choix d'assurance face à un risque naturel (Mc Clelland *et al.*, 1993 ; Ganderton *et al.*, 2000 ; Kunreuther et Pauly, 2004 ; Stenger, 2007). La décision d'auto-assurance a été largement étudiée dans un cadre à deux états de la nature (Dionne et Eeckhoudt, 1985 ; Bryis et Schlesinger, 1990 ; Jullien *et al.*, 1999 ; Courbage, 2001) et en supposant que la fonction de perte était additive (Schlesinger, 2000). Un tel cadre n'est pas adapté à notre problématique puisque, en forêt, une catastrophe naturelle se produit avec une intensité différente à chaque occurrence, de sorte qu'il serait restrictif de ne considérer que deux états de la nature. Concernant l'incidence de l'intervention publique sur les choix d'assurance et d'activités de réduction des risques, Brunette et Couture (2007) analysent l'impact des compensations publiques sur les choix de couverture et de prévention des propriétaires forestiers en ne spécifiant pas la fonction de perte. Ils montrent que, sous certaines conditions, une aide de l'Etat après une catastrophe naturelle peut réduire les incitations des propriétaires forestiers à

[3] Au Danemark, les aides publiques sont accordées aux propriétaires forestiers ayant souscrit une assurance de base chablis après tempête. Ainsi, le versement de l'aide est conditionné à la souscription d'un contrat d'assurance. Les aides sont versées par les compagnies d'assurance en complément des indemnisations.

[4] De tels programmes existent également à l'étranger, par exemple en Allemagne, où après les tempêtes de décembre 1999, l'Etat a mis en place un programme de soutien de 15,3 millions d'euros pour faciliter la récolte, le transport et la replantation des bois.

entreprendre des activités de couverture. Lewis et Nickerson (1989), quant à eux, s'intéressent au choix d'auto-assurance face à un risque naturel, mais en supposant que la fonction de perte est indépendante de la valeur de l'actif considéré.

Nous proposons un modèle théorique (utilité espérée et risque multiplicatif) de choix d'activités de réduction des risques ou d'assurance mieux adapté à l'étude du comportement de couverture d'un propriétaire forestier faisant face à un risque de catastrophe naturelle. L'article présente des résultats de statique comparative et analyse l'impact sur les décisions privées de subventions versées par l'Etat en cas de catastrophes naturelles.

Nous montrons qu'une valeur plus importante du peuplement a généralement un effet ambigu sur le choix de prévention. Cet impact dépend de trois effets : risque, richesse et perte. L'effet du coût de la prévention dépend des préférences du propriétaire forestier et du caractère risqué ou réducteur de risque de cette activité. Nous démontrons aussi que si les activités de prévention sont considérées comme un investissement réducteur de risque (risqué), alors, plus un propriétaire forestier est riscophobe, plus il choisit un montant d'activité de réduction de risques élevé (faible). Nous mettons aussi en évidence que l'existence d'un programme d'aide public peut inciter le propriétaire forestier à diminuer ses activités de réduction des risques ou d'assurance.

Nous présentons ensuite le modèle dans la section 2, en nous intéressant successivement à l'activité de prévention, puis à celle d'assurance. Pour chacune de ces activités, les choix optimaux sont caractérisés, puis des analyses de statique comparative sont réalisées sur la valeur du peuplement, le coût des activités et l'aversion au risque. Ensuite, l'impact des subventions versées par l'Etat en cas de sinistre sur les choix est analysé et des résultats de statique comparative sur le seuil d'intervention de l'Etat et sur le montant d'indemnisation versé sont proposés. Enfin, nous concluons et indiquons quelques pistes pour de futures recherches en section 3.

2. Le modèle

Nous considérons un propriétaire forestier privé dont le peuplement équienne est arrivé à maturité [5] ; ainsi, le revenu retiré de la vente des bois serait maximal s'il décidait de couper les arbres. Notons R la valeur de ce peuplement. Pour diverses raisons (coûts de récolte trop élevés ou gains espérés), nous supposons que le propriétaire forestier souhaite repousser la coupe d'une année supplémentaire, laissant ainsi la ressource soumise à un risque naturel éventuel. Ce risque est représenté par un aléa dénoté ε avec une fonction de densité $f(\varepsilon)$. Ce risque peut créer un dommage physique qui affectera la valeur de la forêt. La proportion du peuplement touchée par l'aléa est notée $x(\varepsilon) \in [0,1]$, avec $x_\varepsilon > 0$. Plus l'aléa est fort, plus la part du peuplement sinistrée est grande. Le montant du sinistre potentiel, $x(\varepsilon)R$, est alors proportionnel à la valeur du

[5] Même si la gestion forestière est un processus dynamique, l'étude des choix de couverture du propriétaire forestier peut, dans un premier temps, être réalisée dans un cadre statique. C'est pourquoi nous considérons un peuplement forestier arrivé à maturité.

peuplement. Après une catastrophe naturelle, un propriétaire forestier récupère généralement une partie de la valeur de son peuplement (valeur de sauvetage).

Les préférences du propriétaire forestier sont représentées par une fonction d'utilité Von Neumann et Morgenstern croissante et concave : u, avec $u' > 0$ et $u'' < 0$.

Nous nous concentrons dans un premier temps sur les activités de prévention, puis dans un second sur le choix d'assurance.

2.1. Les activités de réduction des risques

Le propriétaire forestier privé peut chercher à se protéger contre les conséquences financières d'un dommage éventuel par la mise en œuvre d'activités de réduction des risques qui ont pour effet la diminution du dommage subi. Soit cq le coût de ces activités, q, dont l'impact sur le montant du dommage est décrit par la fonction $x(q,\varepsilon)$ avec $x_q < 0$ et $x_{qq} > 0$. Examinons alors le comportement de prévention d'un propriétaire forestier privé qui n'a pas accès au marché de l'assurance. Notons W la richesse finale, l'espérance d'utilité du propriétaire forestier est alors :

$$EU\left(W\right) = \int_0^1 u[R - x(q,\varepsilon)R - cq]f(\varepsilon)d\varepsilon \qquad (1)$$

Supposons une solution intérieure $q^* > 0$, le niveau optimal d'activités de gestion des risques choisi par le propriétaire forestier est alors donné par la condition du premier ordre :

$$H = \frac{\partial EU(W)}{\partial q} = \int_0^1 u'(W^*)[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c]f(\varepsilon)d\varepsilon = 0 \qquad (2)$$

avec $W^* = R - x(q^*,\varepsilon)R - cq^*$, la richesse finale du propriétaire forestier à l'optimum. La condition de second ordre est vérifiée pour un propriétaire forestier riscophobe et par l'hypothèse $x_{qq} > 0$.

A l'optimum, le bénéfice marginal espéré (en termes d'utilité) issu de la réduction de l'ampleur de la perte égalise le coût marginal espéré (en termes d'utilité) issu de l'accroissement de l'activité de prévention.

Rappelons, avant de procéder aux exercices de statique comparative, que nous supposons une solution intérieure $q^* > 0$. Une condition suffisante pour cette solution est $-x_q(0,\varepsilon)R > c$: la réduction marginale de la perte espérée doit être supérieure au coût marginal de la prévention pour $q = 0$ et quel que soit ε.

Le choix du montant d'activités de réduction des risques optimal dépend de la valeur du peuplement [6]. Ce paramètre joue un rôle important pour la prise de décision

[6] La valeur d'un peuplement forestier varie fortement selon les essences, la taille de la forêt ou le prix des bois. En cas de tempête, l'offre de bois va augmenter entraînant une diminution du prix et de ce fait, une réduction de la valeur du peuplement.

de couverture du propriétaire. Ainsi, la première analyse de statique comparative porte sur l'impact d'une modification de R, toutes choses égales par ailleurs. Si la valeur du peuplement est plus ou moins importante, le propriétaire forestier va-t-il accroître ou diminuer ses activités de réduction des risques ? La réponse est fournie par l'étude du signe de dq^*/dR. En différenciant la condition (2) et en utilisant la condition du second ordre, on montre qu'il dépend directement du signe de :

$$\frac{\partial H}{\partial R} = \int_0^1 \Big(u''(W^*)[1 - x(q^*,\varepsilon)]\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c] + u'(W^*)[-x_q(q^*,\varepsilon)] \Big) f(\varepsilon)d\varepsilon \quad (3)$$

Les hypothèses que nous avons faites ne nous permettent pas de déterminer directement le signe de cette expression car : $u''(W^*) < 0$, $(1 - x(q^*, \varepsilon)) > 0$, $u'(W^*) > 0$, $x_q(q^*,\varepsilon) < 0$, et le signe de $[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c]$ n'est pas connu ; il peut donc être soit positif soit négatif. En revanche, si le propriétaire forestier est neutre au risque, il accroît toujours ses activités de prévention lorsque la valeur de son peuplement augmente.

La modification de R n'affectant pas le coût des activités de gestion des risques, l'effet de cette variation est lié au bénéfice marginal de la couverture. Ce bénéfice marginal dépend du caractère risqué ou réducteur de risque de l'activité de prévention. Une telle activité sera vue comme un investissement réducteur de risque [7] par le propriétaire forestier si son rendement marginal varie directement avec la sévérité du sinistre ($x_{q\varepsilon} < 0$). Par conséquent, plus le propriétaire forestier est riscophobe, plus il s'engagera dans une telle activité. Une action de prévention est considérée comme un investissement risqué [8] si son rendement marginal est négativement corrélé avec la sévérité du désastre ($x_{q\varepsilon} > 0$). Dans ce cas, une aversion au risque plus importante se traduira par un désengagement plus fort dans cette activité.

Lorsque la valeur du peuplement croît, la richesse finale du propriétaire forestier et le niveau de risque augmentent. L'incidence de cette hausse sur le choix de prévention optimal est guidée par trois effets. Premièrement, le risque étant plus important, le propriétaire forestier est incité à accroître ses activités de réduction des risques : il s'agit de l'effet risque. Deuxièmement, sa richesse étant plus grande, le propriétaire forestier perçoit le bénéfice marginal de la couverture différemment selon la variation du coefficient d'aversion absolue au risque avec la richesse : c'est l'effet richesse. Lorsque l'aversion absolue est constante (CARA, *Constant Absolute Risk Aversion*), l'effet richesse est nul. Si le développement de R entraîne une réduction de l'aversion absolue au risque (DARA, *Decreasing Absolute Risk Aversion*), le propriétaire forestier perçoit un bénéfice marginal moindre de l'activité de prévention, car il a moins peur

[7] Le rendement marginal de cette activité est plus important pour des états de la nature plus sévères. La construction de retenues d'eau ou de coupe-feu artificiels, l'installation de détecteurs de fumée ou de générateurs auxiliaires sont quelques exemples de telles mesures. Ces actions sont plus utiles pour des sinistres exceptionnels.

[8] Le rendement marginal de cette activité est plus important pour des risques faibles. Citons comme exemple de telles actions la construction de fossés, le fait d'ignifuger les bords des sentiers et routes. Ces mesures sont plus utiles pour des sinistres de faible intensité.

du risque. Sous DARA, l'effet richesse va dans le sens opposé à l'effet risque. En revanche, lorsque l'aversion absolue au risque est croissante avec la richesse (IARA, *Increasing Absolute Risk Aversion*), le propriétaire forestier présente une crainte plus marquée du risque et tend à accorder un poids plus fort au bénéfice marginal de la couverture. Sous IARA, l'effet richesse va alors dans le même sens que l'effet risque. Troisièmement, la perte étant proportionnelle à la valeur du peuplement, une hausse de cette valeur se traduit par une perte plus grande, ce qui pousse le propriétaire forestier à investir plus ou moins dans l'activité de réduction des risques en fonction de son bénéfice marginal : on parle d'effet perte. Si le bénéfice marginal est plus fort lorsque le risque est grand (activité réductrice de risque) alors le propriétaire forestier est incité à accroître ses activités de réduction des risques : l'effet perte est positif. En revanche, si le bénéfice marginal est négativement corrélé avec le risque (activité risquée), alors cet effet est négatif.

La présence des deux premiers effets est généralement admise dans la littérature. Les spécificités du risque naturel font apparaître ce troisième effet. L'impact global d'une modification de la valeur du peuplement est alors déterminé selon les poids relatifs de chacun de ces trois effets qui dépendent de la variation de l'aversion absolue au risque et du bénéfice marginal de la couverture, ce bénéfice étant fonction du caractère risqué ou réducteur de risque de l'activité de prévention. Nous obtenons les résultats indiqués dans la proposition 1.

Proposition 1 :

Si l'aversion absolue au risque est constante ou croissante avec la richesse, et si les activités de réduction des risques sont considérées comme un investissement réducteur de risque, alors, face à une hausse de la valeur de son peuplement, le propriétaire forestier privé accroît ses activités de réduction des risques.

La preuve de la proposition 1 est donnée en annexe 1. Cette proposition nous montre que sous l'hypothèse généralement admise DARA, une valeur du peuplement forte n'est pas nécessairement un facteur qui incite à recourir à des activités de couverture.

Le coût des activités de réduction des risques affecte le choix optimal du propriétaire forestier. Nous nous interrogeons sur l'effet d'une hausse de ce coût sur la décision optimale, toutes choses égales par ailleurs. Le signe de dq^*/dc dépend du signe de l'expression suivante :

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \int_0^1 \Big(u''(W^*)\,[-q^*]\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c] + u'(W^*)\,[-1] \Big) f(x)dx \qquad (4)$$

qui est, sous nos hypothèses, indéterminé. En revanche, un propriétaire forestier neutre au risque réduit toujours ses activités de prévention, lorsque le prix de celles-ci augmente.

Lorsque le coût des activités croît, le bénéfice marginal de l'activité n'est pas modifié. L'impact d'un coût plus fort sera guidé par deux effets. Premièrement, un accroissement du coût des activités de prévention incite le propriétaire forestier à réduire sa demande d'activités (effet substitution). Deuxièmement, un coût plus élevé se traduit, pour un niveau d'activité inchangé, par un niveau de richesse finale plus faible (effet richesse). Le résultat de cet effet dépendra, d'une part, du comportement de l'aversion absolue au risque face aux variations de richesse et, d'autre part, du caractère risqué ou réducteur de risque de l'activité de prévention. Nous aboutissons alors aux résultats précisés dans la proposition 2.

Proposition 2 :

- *Si l'aversion absolue au risque est constante avec la richesse, alors, face à un coût plus élevé, le propriétaire forestier privé diminue ses activités de réduction des risques.*
- *Si l'aversion absolue au risque est croissante (décroissante) avec la richesse et que les dépenses consacrées à la réduction des risques sont considérées comme un investissement réducteur de risque (risqué), alors, face à un coût plus élevé, le propriétaire forestier privé réduit ses activités de prévention.*

La preuve de la proposition 2 est donnée en annexe 2. Sous l'hypothèse généralement admise DARA, un propriétaire forestier ne réduit ses activités de prévention, lorsque leur coût augmente, que si les dépenses de prévention sont des investissements risqués.

Enfin, nous nous demandons comment l'aversion au risque du propriétaire forestier affecte le choix de prévention. Les travaux de Stenger (2007) et de Lönnstedt et Svensson (2000) ont permis de montrer que les propriétaires forestiers présentaient de l'aversion au risque face aux risques naturels. L'effet d'une modification de l'aversion au risque du propriétaire forestier sur le choix de prévention optimal dépend du caractère risqué ou réducteur de risque des activités liées à la réduction des risques (proposition 3).

Proposition 3 :

Si les activités de réduction des risques sont considérées comme un investissement réducteur de risque (risqué), alors plus un propriétaire forestier est riscophobe, plus il choisit un montant de prévention élevé (faible).

La preuve de la proposition 3 est donnée en annexe 3. Un propriétaire forestier très riscophobe cherche à se couvrir en augmentant ses activités de prévention si ces dernières sont considérées comme des investissements réducteurs de risque. A la différence, si ces activités de prévention sont considérées comme des investissements risqués, le propriétaire forestier est tenté de les réduire.

Comme nous l'avons précédemment indiqué, le choix de couverture contre les risques naturels peut être affecté par l'espérance de compensations des pertes accordées par des organismes publics. Nous nous intéressons alors à l'impact d'une intervention publique sur le choix de prévention optimal. L'objectif est de vérifier si l'intuition qu'un propriétaire forestier réduit ses activités de réduction des risques lorsqu'un programme public de soutien financier existe est valide ou pas. Décrivons maintenant un tel programme et son incidence sur le choix de couverture.

Nous supposons que, lorsqu'un sinistre naturel d'ampleur exceptionnelle se produit, l'Etat met en place un programme de soutien financier qui assure un niveau de richesse minimal au propriétaire forestier noté $\overline{R}$. Nous définissons $\overline{\varepsilon}$ l'état de la nature seuil pour lequel la compensation publique intervient. Pour tous les états de la nature supérieurs à ce seuil, ce qui correspond à des sinistres très forts, la richesse finale du propriétaire forestier est augmentée de l'aide financière publique $\overline{R}$. Pour de tels sinistres, le propriétaire forestier peut aussi choisir d'entreprendre des activités de réduction des risques. Pour tous les états de la nature $< \overline{\varepsilon}$, le propriétaire forestier ne dispose que de la prévention pour se couvrir. Le programme de soutien public est alors caractérisé par le couple d'instruments $\left(\overline{R}, \overline{\varepsilon}\right)$.

Le propriétaire a connaissance d'un tel programme et sait qu'une partie de son dommage sera indemnisée. Ainsi, il prend en compte cette compensation lors de son choix de prévention. Son espérance d'utilité s'écrit alors :

$$E\overline{U}(W) = \int_0^{\overline{\varepsilon}} u[R - x(q,\varepsilon)R - cq] f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\overline{\varepsilon}}^1 u[\overline{R} + R - x(q,\varepsilon)R - cq] f(\varepsilon) d\varepsilon \qquad (5)$$

En présence du programme public, le niveau optimal $\hat{q}$ de prévention choisi par le propriétaire forestier est alors défini, pour une solution intérieure, par la condition du premier ordre suivante :

$$\frac{\partial E\overline{U}(W)}{\partial q} = \int_0^{\overline{\varepsilon}} u'(W_{SP})\,[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R - c] f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\overline{\varepsilon}}^1 u'(W_{AP})\,[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R - c] f(\varepsilon) d\varepsilon = 0 \quad (6)$$

avec $W_{SP} = R - x(\hat{q},\varepsilon)R - c\hat{q}$ la richesse finale du propriétaire forestier sans aide publique,

$W_{AP} = \overline{R} + R - x(\hat{q},\varepsilon)R - c\hat{q}$ la richesse finale du propriétaire forestier avec aide publique.

Par hypothèse, la condition de second ordre est satisfaite.

A l'optimum, les bénéfices marginaux espérés (en terme d'utilité) issus de la réduction de la taille de la perte ($u'(W_{SP})[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R]$) sans aide et avec aide ($u'(W_{AP})[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R]$) égalisent les coûts marginaux espérés (en terme d'utilité) issus de l'accroissement de l'activité de prévention ($u'(W_{SP})[-c]$) sans aide et ($u'(W_{AP})[-c]$) avec aide.

L'Etat dispose de deux outils pour affecter les décisions de prévention du propriétaire forestier : le seuil d'intervention $\overline{\varepsilon}$ et le montant de l'aide versée $\overline{R}$.

Premièrement, nous examinons l'effet d'une variation de $\overline{\varepsilon}$ sur le comportement de prévention du propriétaire forestier, toutes choses égales par ailleurs. Nous obtenons les résultats précisés dans la proposition 4.

Proposition 4 :

– *Pour un $\overline{\varepsilon}$ élevé (faible), si les dépenses de prévention sont considérées comme un investissement réducteur de risque, alors, lorsque le seuil d'intervention de l'Etat s'accroît, le propriétaire forestier privé augmente (réduit) ses activités de réduction des risques.*

– *Pour un $\bar{\varepsilon}$ élevé (faible), si les dépenses de prévention sont considérées comme un investissement risqué, alors, lorsque le seuil d'intervention de l'Etat s'accroît, le propriétaire forestier privé réduit (augmente) ses activités de réduction des risques.*

La preuve de la proposition 4 est donnée en annexe 4.

Lorsque le seuil $\bar{\varepsilon}$ est élevé, le gouvernement n'intervient que de façon exceptionnelle et pour des niveaux de risque très forts. Par conséquent, face à une hausse de ce seuil d'intervention initialement élevé, si les activités de prévention sont considérées comme un investissement réducteur de risque, le propriétaire forestier est incité à accroître ses dépenses de prévention, car le bénéfice marginal de la couverture est important. Dans le cas contraire, si les activités de prévention sont considérées comme un investissement risqué, le bénéfice marginal de l'activité étant moindre, le propriétaire forestier est amené à réduire ses actions de couverture face à une hausse du seuil d'intervention du gouvernement.

Lorsque le seuil est faible, le gouvernement intervient plus fréquemment et pour des niveaux de risque plus faibles. Par conséquent, face à une hausse de ce seuil initialement faible, le propriétaire forestier est incité à accroître ses activités de prévention uniquement si le bénéfice marginal de la couverture est d'autant plus fort que le risque est faible, ce qui est le cas lorsque les activités de prévention sont considérées comme un investissement risqué.

Deuxièmement, nous étudions comment une variation du montant de l'aide versée $\bar{R}$ affecte le choix de prévention, toutes choses égales par ailleurs. Les résultats de cette analyse sont donnés dans la proposition 5.

Proposition 5 :

Lorsque le propriétaire forestier a une aversion absolue au risque décroissante (croissante) avec la richesse, une hausse de l'indemnité versée par l'Etat l'incite à réduire ses activités de prévention si ces dépenses sont considérées comme un investissement réducteur de risque (risqué).

La preuve de la proposition 5 est donnée en annexe 5. Pour un seuil d'intervention donné, lorsque le montant de l'aide augmente, une partie supplémentaire de la perte est alors transférée à l'Etat, réduisant alors le risque supporté par le propriétaire forestier. Ce dernier peut être tenté de réduire ses activités de réduction des risques. La hausse de l'indemnité est assimilée par le propriétaire forestier à un accroissement de sa richesse. Par conséquent, l'effet de cet accroissement sur sa décision optimale va dépendre de la variation de son aversion absolue au risque avec la richesse et du caractère risqué ou non de l'activité de prévention. Si l'aversion au risque décroît avec la richesse, alors, face à une hausse de l'indemnité, le propriétaire forestier, moins riscophobe, a moins peur du risque et perçoit un bénéfice marginal moindre à la couverture. Il diminue ses dépenses de prévention, uniquement si ces dernières sont réductrices de risques. Sous une aversion absolue au risque croissante, le propriétaire forestier, plus riscophobe face à une indemnité plus forte, dégage un bénéfice marginal à la couverture plus élevé. De ce fait, il ne réduit ses activités de prévention que si elles sont considérées comme risquées.

Au vu de ces résultats, il n'est pas immédiat de conclure que la présence de programmes de compensation financière diminue les incitations des propriétaires forestiers privés à recourir à la prévention. Ce résultat dépend des préférences des propriétaires forestiers vis-à-vis du risque, ainsi que du caractère risqué ou réducteur de risque de l'activité de prévention. De ce fait, l'existence de programmes d'aides financières après sinistres peut inciter les propriétaires forestiers à diminuer leurs engagements dans des activités de couverture. Cette conclusion justifie partiellement le fait que les propriétaires forestiers aient peu recours à de telles pratiques.

2.2. L'assurance

Le propriétaire forestier peut chercher à se prémunir contre les pertes financières d'un sinistre naturel éventuel uniquement par la souscription d'un contrat d'assurance [9]. Ce contrat est composé de deux éléments : l'indemnité versée par la compagnie d'assurance en cas de sinistre, $I = \alpha x(\varepsilon)R$, avec $\alpha \in [0,1]$, le montant constant choisi par le propriétaire forestier, et la prime d'assurance, $P = (1 + \lambda)\alpha R\mu$, avec λ le taux de chargement et μ l'espérance de dommage définie par $\mu = E(x(\varepsilon))$.

L'espérance d'utilité du propriétaire forestier est mesurée par :

$$EU(W) = \int_0^1 u[R - x(\varepsilon)R + \alpha x(\varepsilon)R - (1+\lambda)\alpha R\mu] f(\varepsilon)d\varepsilon \tag{7}$$

Ce cadre d'analyse initialement proposé par Eeckhoudt et Gollier (1992), puis repris par Schlesinger (2000) et Eeckhoudt *et al.* (2005), s'adapte parfaitement à notre problématique. Ces auteurs étudient, dans ce même cadre, le choix optimal d'assurance de l'agent économique et procèdent à des analyses de statique comparative. Nous rappelons leurs principales conclusions.

Le montant d'assurance optimal souscrit par le propriétaire forestier est défini selon la règle établie dans le Théorème de Mossin (1968). Si le contrat proposé par les compagnies d'assurance contient une prime actuarielle ($\lambda = 0$), un propriétaire forestier riscophobe souscrira une assurance complète ($\alpha^* = 1$), car dans ce cas, l'assurance a un coût peu élevé et apporte le bénéfice de la réduction de risque. En revanche, si la prime d'assurance est chargée ($\lambda > 0$), le propriétaire forestier optera pour un contrat d'assurance partielle (une part du risque restant à sa charge), voire pour une absence d'assurance ($\alpha^* < 1$). Il existe alors un taux de chargement seuil, tel que le propriétaire forestier est indifférent au fait de s'assurer ou non. Ainsi, si le taux de chargement observé [10] est supérieur à ce taux seuil, il est optimal pour le propriétaire forestier de ne pas souscrire un contrat d'assurance, car ceci pourrait justifier le faible taux de couverture observé. Les analyses de statique comparative portant sur les effets d'un accroissement de la valeur du peuplement, du prix de l'assurance et de l'aversion au

[9] A titre d'exemple, le premier assureur français en foresterie propose des contrats d'assurance contre les dommages d'incendie, de tempête, neige et givre dont les indemnités peuvent varier, pour tous les peuplements en futaie régulière, entre 500 € et 2 500 € par hectare pour des primes variant entre 5 € et 15 €.

[10] Actuellement, il n'est pas possible d'obtenir ces informations auprès des deux principales compagnies d'assurance privée opérant sur le marché des risques tempête et incendie en forêt.

risque sur l'activité d'assurance optimale sont réalisées dans Schlesinger (2000)[11]. Il montre qu'une hausse de la valeur du peuplement diminue (a un effet nul sur, augmente) la demande d'assurance sous une hypothèse DARA (CARA, IARA ou neutralité au risque). Il conclut également que, plus le taux de chargement de l'assurance est élevé, plus (moins) le propriétaire forestier diminue (accroît) sa demande d'assurance sous CARA, IARA ou neutralité au risque (DARA). Ainsi, sous l'hypothèse admise que l'aversion absolue au risque décroît avec la richesse, un propriétaire forestier peut étendre sa demande d'assurance, même si le prix de celle-ci augmente. Enfin, il prouve que, plus le propriétaire forestier est riscophobe, plus il se couvre par l'assurance. Dans ce cas, le propriétaire forestier cherche à transférer une part plus importante de risque à l'assurance privée.

Interrogeons-nous maintenant sur l'effet d'une compensation financière versée par le gouvernement en cas de sinistre exceptionnel sur la demande d'assurance du propriétaire forestier. Le programme d'intervention publique est identique à celui présenté dans le cas des activités de réduction des risques. Pour tous les aléas supérieurs à $\bar{\varepsilon}$, l'Etat garantit un revenu $\bar{R}$ au propriétaire forestier.

Son espérance d'utilité est alors :

$$\begin{aligned}&\int_0^{\bar{\varepsilon}} u[R+(1-\alpha)x(\varepsilon)R-(1+\lambda)\alpha R\mu]f(\varepsilon)d\varepsilon \\ &+\int_{\bar{\varepsilon}}^1 u[\bar{R}+R+(1-\alpha)x(\varepsilon)R-(1+\lambda)\alpha R\mu]f(\varepsilon)d\varepsilon\end{aligned} \qquad (8)$$

Lorsque l'aléa est compris entre $\bar{\varepsilon}$ et 1, les dommages engendrés par ce sinistre peuvent être compensés par l'assurance et par l'indemnité versée par l'Etat[12] tandis que, pour des états de la nature compris entre 0 et $\bar{\varepsilon}$, le propriétaire forestier ne peut se couvrir contre le risque que par l'assurance privée.

Le montant optimal d'assurance $\hat{\alpha}$ est donné par la condition de premier ordre suivante, pour une solution intérieure :

$$Z=\int_0^{\bar{\varepsilon}} u'(\hat{W}_{SP})\Big[x\big(\varepsilon\big)R-(1+\lambda)R\mu\Big]f(\varepsilon)d\varepsilon+\int_{\bar{\varepsilon}}^1 u'(\hat{W}_{AP})\Big[x\big(\varepsilon\big)R-(1+\lambda)R\mu\Big]f(\varepsilon)d\varepsilon=0 \qquad (9)$$

avec $\hat{W}_{SP}=R-x\big(\varepsilon\big)R+\hat{\alpha}x\big(\varepsilon\big)R-(1+\lambda)\hat{\alpha}R\mu$, la richesse finale sans soutien public et $\hat{W}_{AP}=\bar{R}+R-x\big(\varepsilon\big)R+\hat{\alpha}x\big(\varepsilon\big)R-(1+\lambda)\hat{\alpha}R\mu$, la richesse finale avec aide publique.

---

[11] Eeckhoudt et Gollier (1992) obtiennent ces résultats par une analyse graphique, tandis que Schlesinger (2000) propose une preuve mathématique.

[12] Cette hypothèse est tout à fait réaliste dans la mesure où il est stipulé dans le contrat Groupama forêt proposé par la MISSO pour l'année 2007 que « *des forfaits indemnitaires proposés par Groupama MISSO ne seront pas déduits le produit des sauvetages éventuels des bois et les différentes aides financières éventuelles de la collectivité publique* ».

Par hypothèse, la condition de second ordre est satisfaite.

A l'optimum, les bénéfices marginaux espérés (en termes d'utilité) issus de l'activité d'assurance sans aide $(u'(\hat{W}_{SP})x(\varepsilon)R)$ et avec aide $(u'(\hat{W}_{AP})x(\varepsilon)R)$ sont égaux aux coûts marginaux espérés (en terme d'utilité) de l'assurance sans aide $(u'(\hat{W}_{SP})(1+\lambda)R\mu)$ et avec aide $(u'(\hat{W}_{AP})(1+\lambda)R\mu)$.

L'Etat intervient en fixant le seuil d'intervention $\bar{\varepsilon}$ et le montant de l'aide attribuée $\bar{R}$. Premièrement, nous analysons l'effet d'une variation de $\bar{\varepsilon}$ sur le choix d'assurance, toutes choses égales par ailleurs. Le résultat de cette analyse est donné dans la proposition 6.

Proposition 6 :

Pour un niveau d'aide $\bar{R}$ donné, si l'Etat intervient pour des sinistres de nature exceptionnelle, alors le propriétaire forestier augmente sa demande d'assurance face à une hausse du seuil d'intervention.

La preuve de la proposition 6 est donnée en annexe 6. Lorsque l'Etat intervient uniquement pour des catastrophes naturelles d'ampleur exceptionnelle, c'est-à-dire lorsque le risque est très élevé, le propriétaire forestier augmente sa demande d'assurance malgré la présence de cette aide. Il cherche à se couvrir contre le risque naturel par la mise en œuvre d'une assurance privée. Il préfère alors transférer du risque à l'assurance privée. En revanche, si le seuil d'intervention de l'Etat est faible, le propriétaire forestier réduit son assurance face à une hausse de ce seuil. Il existe alors une valeur critique $(\bar{\varepsilon}_c)$ pour le seuil d'intervention définie par $x(\bar{\varepsilon}_c)=(1+\lambda)\mu$, qui modifie la réaction du propriétaire forestier face à un accroissement de ce seuil. Par conséquent, si le programme d'aide a un seuil d'intervention inférieur à $\bar{\varepsilon}_c$, une hausse de ce seuil a un effet positif sur la décision d'assurance : l'espace des risques élevés supporté par le propriétaire forestier augmentant, ce dernier préfère accroître sa demande d'assurance. Sa réaction est inversée pour des programmes dont le seuil d'intervention est inférieur à $\bar{\varepsilon}_c$.

Deuxièmement, nous nous interrogeons sur l'impact d'une hausse de l'aide versée $\bar{R}$ sur le choix d'assurance, toutes choses égales par ailleurs. La conclusion de cette analyse est précisée dans la proposition 7.

Proposition 7 :

Pour un niveau d'intervention donné $\bar{\varepsilon}$ et pour des sinistres d'ampleur exceptionnelle, le propriétaire forestier réduit sa demande en assurance suite à un accroissement de l'indemnité versée par l'Etat.

La preuve de la proposition 7 est donnée en annexe 7. Pour des sinistres d'ampleur exceptionnelle, lorsque le gouvernement augmente l'indemnité versée, il prend à sa charge une part plus importante des dommages. Ainsi le propriétaire forestier, face à une aide plus grande, préfère diminuer son transfert de risque et réduire sa demande d'assurance. Par contre, pour des risques faibles, le propriétaire préfère se couvrir davantage contre les pertes éventuelles.

L'instauration de programmes publics de soutien aux victimes, suite à la survenance d'un sinistre naturel d'ampleur exceptionnelle, réduit les incitations des propriétaires forestiers à s'assurer. Cette conclusion peut expliquer pourquoi les propriétaires forestiers privés sont relativement peu nombreux à avoir recours à l'assurance privée pour se couvrir contre les risques naturels.

3. Conclusion

Dans cet article, nous analysons le comportement d'un propriétaire forestier privé relatif à son choix de couverture (assurance ou activités de réduction des risques) face à un risque naturel. Ce risque est représenté par un nombre infini d'états de la nature et par une fonction de perte supposée proportionnelle à la valeur du peuplement. Nous caractérisons les choix de prévention ou d'assurance optimaux et procédons à plusieurs exercices de statique comparative. Nous montrons que l'impact d'une hausse de la valeur du peuplement sur le choix de prévention est conditionné par trois effets : risque, richesse et perte (cet effet est dû à la perte multiplicative) dont l'impact global peut être ambigu. Nous montrons aussi que la présence d'une intervention publique de soutien financier a une incidence forte sur les décisions de couverture et de prévention.

Plusieurs extensions de cette recherche peuvent être envisagées. Premièrement, une analyse simultanée des choix d'assurance et de prévention [13] permettrait de constater, d'une part, si la substituabilité entre ces deux mesures, comme l'ont montré Ehrlich et Becker (1972), reste valable dans notre cadre d'analyse, et d'autre part, si l'aide publique est aussi substituable à ces pratiques. Deuxièmement, il serait intéressant d'étendre notre analyse à un cadre dynamique, car la gestion forestière est un problème de décisions multi-périodes. Finalement, il serait important de vérifier empiriquement, auprès des propriétaires forestiers privés français, les résultats théoriques obtenus dans notre modèle.

Bibliographie

Birot Y., Gollier C. (2001) Risk assessment, management and sharing in forestry, with special emphasis on wind storms, Papier présenté lors de la 14e convocation du *Council of Academies of Engineering and Technological Sciences* (CAETS), Espoo, Finlande, juin.

Brunette M., Couture S. (2008) Public compensation for windstorm damage reduces incentives for risk management investments, *Forest Policy and Economics*, doi: 10.1016/j.forpol.2008.05.001.

[13] Nous avons étudié ce cas, mais nous n'aboutissons qu'à des résultats ambigus pour les exercices de statique comparative.

Bryis E., Schlesinger H. (1990) Risk aversion and the propensities for self-insurance and self-protection, *Southern Economic Journal* 57(2), 58-67.

Courbage C. (2001) Self-insurance, self-protection and market insurance within the dual theory of choice, *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory* 26, 43-56.

Dionne G., Eeckhoudt L. (1985) Self-insurance, self-protection and increased risk aversion, *Economics Letters* 17, 39-42.

Eeckhoudt L., Gollier C. (1992) *Les risques financiers : évaluation, gestion, partage,* Paris, Ediscience international, 305 p.

Eeckhoudt L., Gollier C. and Schlesinger H. (2005) *Economic and Financial Decisions under Risk*, Princeton University Press, 244 p.

Ehrlich I., Becker G. (1972) Market insurance, self-insurance and self-protection, *Journal of Political Economy* 6, 623-648.

Ganderton P.T., Brookshire D.S., Mc Kee M., Stewart S. and Thurston H. (2000) Buying insurance for disaster-type risks: Experimental evidence, *Journal of Risk and Uncertainty* 20(3), 271-289.

Gollier C. (2001) Towards an economic theory of the limits of insurability, *Assurances* 68(4), 453-474.

Jullien B., Salanié B. and Salanié F. (1999) Should more risk-averse agents exert more effort?, *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory* 24, 19-28.

Kunreuther H., Pauly M. (2004) Neglecting disaster : Why don't people insure against large losses?, *Journal of Risk and Uncertainty* 28(1), 5-21.

Lewis T., Nickerson D. (1989) Self-insurance against natural disasters, *Journal of Environmental Economics and Management* 16, 209-223.

Lönnstedt L., Svensson J. (2000) Non-industrial private forest owner's risk preferences, *Scandinavian Journal of Forest Research* 15, 651-660.

Mc Clelland G., Schultze W.D. and Coursey D.L. (1993) Insurance for low-probability hazards: A bimodal response to unlikely events, *Journal of Risk and Uncertainty* 7, 95-116.

Mossin J. (1968) Aspects of rational insurance purchasing, *Journal of Political Economy* 76, 553-568.

Picard O., Robert N. et Toppan E. (2002) Les systèmes d'assurance en forêt et les progrès possibles, Rapport financé par le ministère de l'Agriculture et de la Pêche, Direction de l'espace rural et des forêts, Paris.

Schlesinger H. (2000) The theory of insurance demand, *in: Handbook of Insurance*, Kluwer Academic Publishers, chapter 5, 131-151.

Stenger A. (2007) Natural hazard and insurance: An experimental study on non-industrial private forest owners. Test for a computer administered risk aversion survey, Papier soumis et en cours de révision, 46 p.

ANNEXES

Annexe 1. **Analyse de statique comparative : effet d'un changement de la valeur du peuplement**

L'impact d'une variation de la valeur du peuplement sur l'activité optimale de prévention s'analyse comme suit. q^* définie par la condition (2) est une fonction de R : $q^*(R)$.

En différenciant la condition (2), nous obtenons : $\frac{dq^*}{dR} = -\frac{\partial H / \partial R}{\partial H / \partial q}$.

$\partial H/\partial q$ étant la condition du second ordre, qui est strictement négative, le signe de $\frac{dq^*}{dR}$ ne dépend alors que du signe de $\partial H/\partial R$:

$$\frac{\partial H}{\partial R} = E\left\{u''(W^*)\,[1 - x(q^*,\varepsilon)]\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c]\right\} + E\left\{u'(W^*)\,[-x_q(q^*,\varepsilon)]\right\}$$

Le signe de $\partial H/\partial R$ est indéterminé. Les hypothèses sur le comportement de l'aversion absolue au risque et sur le signe de $x_{q\varepsilon}$ ne permettent de lever que partiellement cette indétermination. Ils demeurent donc de nombreuses zones d'ambiguïté.

Soit $\beta(W) = -u''(W)/u'(W)$ l'indice d'aversion absolue au risque d'Arrow-Pratt, avec W un niveau de richesse quelconque.

De la condition du premier ordre (2), on obtient $c = \frac{E\left\{u'\left(W^*\right)\left[-x_q\left(q^*,\varepsilon\right)R\right]\right\}}{E\left\{u'\left(W^*\right)\right\}}$. Ainsi,

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial R} &= E\left\{u''(W^*)\,[1 - x(q^*,\varepsilon)]\left[-x_q(q^*,\varepsilon)R - \frac{E\left\{u'\left(W^*\right)\left[-x_q\left(q^*,\varepsilon\right)R\right]\right\}}{E\left\{u'\left(W^*\right)\right\}}\right]\right\} \\ &\quad + E\left\{u'(W^*)\,[-x_q(q^*,\varepsilon)]\right\} \\ &= E\left\{u'(W^*)\left\{-\beta\left(W^*\right)[1 - x(q^*,\varepsilon)]\left[-x_q(q^*,\varepsilon)R - \frac{E\left\{u'\left(W^*\right)\left[-x_q\left(q^*,\varepsilon\right)R\right]\right\}}{E\left\{u'\left(W^*\right)\right\}}\right] - x_q(q^*,\varepsilon)\right\}\right\}\end{aligned}$$

Notons $g = \frac{u'f}{\int u'f}$. Par la définition de la covariance, on a alors :

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial R} &= \mathrm{cov}_g\left(-\beta\left(W^*\right)[1 - x(q^*,\varepsilon)], \left[-x_q(q^*,\varepsilon)R - \frac{E\left\{u'\left(W^*\right)\left[-x_q\left(q^*,\varepsilon\right)R\right]\right\}}{E\left\{u'\left(W^*\right)\right\}}\right]\right) \\ &\quad + E_g\left\{-x_q(q^*,\varepsilon)\right\}\end{aligned}$$

qui se simplifie par la condition du premier ordre (2) en :

$$\frac{\partial H}{\partial R} = R\,\mathrm{cov}_g\left(-\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right) + E_g\left\{-x_q(q^*,\varepsilon)\right\}$$

Notons que $R > 0$ et $E_g\left\{-x_q(q^*,\varepsilon)\right\} > 0$

Par conséquent, on a :

$$\frac{dq^*}{dR} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_g\left\{-x_q(q^*,\varepsilon)\right\} \geq R\,\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right)$$

Cas 1 : $x_{q\varepsilon} > 0$

Lorsque ε augmente, les termes $-\,x_q\,(q^*, \varepsilon)$, $1 - x(q^*, \varepsilon)$ et W^* diminuent tous.

– Sous DARA, $\beta(W^*)$ augmente lorsque ε croît. Il n'est pas possible de conclure sur la variation de $\beta\left(W^*\right)\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ quand ε augmente. Le signe de la covariance est ambigu.

– Sous IARA, $\beta(W^*)$ diminue quand ε augmente. Ainsi $\beta\left(W^*\right)\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ décroît avec ε. On a alors $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right) > 0$. Il n'est pas possible de conclure sur le signe de $\dfrac{dq^*}{dR}$.

– Sous CARA, $\beta\left(W^*\right) = \beta$. $\beta\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ diminue avec ε. La covariance $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right)$ est positive. Il n'est pas possible de dire si la condition $E_g\left\{-x_q(q^*,\varepsilon)\right\} \geq R\,\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right)$ est vérifiée.

Cas 2 : $x_{q\varepsilon} < 0$

Quand ε croît, le terme $-x_q(q^*,\varepsilon)$ augmente ; $1-x\left(q^*,\varepsilon\right)$ et W^* diminuent.

– Sous DARA, $\beta\left(W^*\right)$ augmente lorsque ε croît. Il n'est pas possible de conclure sur la variation de $\beta\left(W^*\right)\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ quand ε augmente. Le signe de la covariance est ambigu.

– Sous IARA, $\beta\left(W^*\right)$ diminue quand ε augmente. Ainsi $\beta\left(W^*\right)\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ décroît avec ε. On a alors $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right) < 0$. Par conséquent on a $\dfrac{dq^*}{dR} \geq 0$.

– Sous CARA, $\beta\left(W^*\right) = \beta$. $\beta\left[1-x\left(q^*,\varepsilon\right)\right]$ diminue avec ε. La covariance $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right)[1-x(q^*,\varepsilon)], -x_q(q^*,\varepsilon)\right)$ est négative d'où $\dfrac{dq^*}{dR} \geq 0$.

Annexe 2. **Analyse de statique comparative : effet d'un changement du coût de l'activité de réduction des risques**

Par différenciation de la condition (2), on déduit que : $\frac{dq^*}{dc} = -\frac{\partial H / \partial c}{\partial H / \partial q}$ de sorte que le signe de $\frac{dq^*}{dc}$ dépend du signe de $\frac{\partial H}{\partial c}$. On montre aisément que :

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \int_0^1 \Big(u''(W^*)[-q^*]\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c] + u'(W^*)\,[-1] \Big) f(\varepsilon)d\varepsilon$$

Le signe de $\frac{\partial H}{\partial c}$ est a priori ambigu, car si u'' est bien sûr toujours négatif, $[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c]$ peut être positif ou négatif. Les hypothèses sur le comportement d'aversion absolue au risque permettent de lever partiellement l'indétermination.

– Dans le cas d'une aversion absolue au risque constante, on a : $\beta(W) = \beta$ où β est un nombre positif et constant. En conséquence on trouve :

$$\frac{\partial H}{\partial c} = E\Big\{ -\beta u'(W^*)\,[-q^*]\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c] - u'(W^*) \Big\}$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \beta q^* E\Big\{ u'(W^*)\,[-x_q(q^*,\varepsilon)R - c] \Big\} - E\Big\{ u'(W^*) \Big\}$$

Cette dernière expression se simplifie par la condition du premier ordre (2). Dès lors, sous CARA, on a : $\frac{\partial H}{\partial c} = -E\Big\{ u'(W^*) \Big\} < 0$.

– Dans le cas d'une aversion absolue au risque décroissante ou constante, on a la condition suivante :

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E\Big\{ u'\big(W^*\big)\beta\big(W^*\big)\big[-x_q\big(q^*,\varepsilon\big)R - c\big]q^* \Big\} + E\Big\{ u'\big(W^*\big) \Big\} \geq 0$$

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E\Big\{ u'\big(W^*\big) \Big\} \geq E\Big\{ u'\big(W^*\big)\beta\big(W^*\big)\big[-x_q\big(q^*,\varepsilon\big)R - c\big]q^* \Big\}$$

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \geq \frac{E\Big\{ u'\big(W^*\big)\beta\big(W^*\big)\big[-x_q\big(q^*,\varepsilon\big)R - c\big]q^* \Big\}}{E\Big\{ u'\big(W^*\big) \Big\}}$$

Notons $g = \frac{u' f}{\int u' f}$. Par la définition de la covariance et comme $q^* > 0$, nous obtenons la condition finale : $\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \operatorname{cov}_g\Big(\beta\big(W^*\big), -x_q\big(q^*,\varepsilon\big)\Big) \leq 0$

Les hypothèses sur le signe de $x_{q\varepsilon}$ permettent de présenter les cas dans lesquels cette condition est vérifiée :

– **Cas 1 :** Si $x_{q\varepsilon} > 0$, alors x_q augmente avec ε. $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right), -x_q\left(q^*, \varepsilon\right)\right) \leq 0$ si et seulement si $\beta\,(W)$ augmente avec ε, soit sous DARA.

– **Cas 2 :** Si $x_{q\varepsilon} < 0$, alors x_q diminue avec ε. $\mathrm{cov}_g\left(\beta\left(W^*\right), -x_q\left(q^*, \varepsilon\right)\right) \leq 0$ si et seulement si $\beta\,(W)$ diminue avec ε, soit sous IARA.

Annexe 3. **Analyse de statique comparative : effet d'un changement de l'aversion au risque**

Considérons un propriétaire forestier neutre au risque. La fonction objectif de ce propriétaire est l'espérance de sa richesse finale : $E(W) = \int_0^1 (R - x(q,\varepsilon)R - cq) f(\varepsilon) d\varepsilon$.

La condition d'optimalité est alors : $\dfrac{\partial E(W)}{\partial q} = \int_0^1 (-x_q(q_n^*, \varepsilon)R - c) f(\varepsilon) d\varepsilon = 0$

avec q_n^* le niveau d'activités de réduction des risques optimal.

Par la définition de la covariance, la condition (2) déterminant le niveau d'activité de prévention optimal du propriétaire forestier riscophobe peut être réécrite de la façon suivante :

$$E\left\{u'(W^*)\right\} E\left\{[-x_q(q^*, \varepsilon)R]\right\} + \mathrm{cov}\left(u'(W^*), -x_q(q^*, \varepsilon)R\right) = cE\left\{u'(W^*)\right\}$$

En divisant par $E\left\{u'(W^*)\right\} > 0$, on a

$$E\left\{[-x_q(q^*, \varepsilon)R]\right\} + \frac{\mathrm{cov}\left(u'(W^*), -x_q(q^*, \varepsilon)R\right)}{E\left\{u'(W^*)\right\}} = c$$

Si $x_{q\varepsilon} < (>) 0$, alors la covariance est positive (négative), et $E\left\{[-x_q(q^*, \varepsilon)R - c]\right\} < (>) c$. Par conséquent, un propriétaire forestier plus riscophobe choisira un niveau d'activités de réduction des risques plus (moins) important si $x_{q\varepsilon} < (>) 0$.

Annexe 4. **Analyse de statique comparative : effet d'un changement du seuil d'intervention de l'Etat**

En différenciant la condition du premier ordre définissant $\hat{q}$ (6), et par la condition du second ordre strictement négative, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$sign\left(\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}}\right) = sign\left(\frac{\partial E\bar{U}(W)/\partial q}{\partial\bar{\varepsilon}}\right)$$

Le terme $\frac{\partial E\bar{U}(W)/\partial q}{\partial\bar{\varepsilon}}$ est défini par :

$$\frac{\partial E\bar{U}(W)/\partial q}{\partial\bar{\varepsilon}} = [u'(W_{SP}|\bar{\varepsilon}) - u'(W_{AP}|\bar{\varepsilon})]\{-x_q(\hat{q},\bar{\varepsilon})R - c\}$$

Comme u' est positif, le signe de $\frac{\partial E\bar{U}(W)/\partial q}{\partial\bar{\varepsilon}}$ dépend du signe du terme $\{-x_q(\hat{q},\bar{\varepsilon})R - c\}$ qui peut être positif ou négatif.

Finalement, le signe de $\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}}$ dépend donc du signe du terme $\{-x_q(\hat{q},\bar{\varepsilon})R - c\}$. Pour un niveau de R donné, le signe du terme $\{-x_q(\hat{q},\bar{\varepsilon})R - c\}$ dépend directement de la comparaison du bénéfice marginal lié à la réduction de la perte $-x_q(\hat{q},\bar{\varepsilon})R$ et du coût marginal d'une unité supplémentaire de prévention c pour l'état de la nature seuil $\bar{\varepsilon}$. Les hypothèses sur le signe de $x_{q\varepsilon}$ permettent de lever cette indétermination.

Si l'activité de réduction des risques est réductrice de risque $\left(x_{q\varepsilon} < 0\right)$, pour des catastrophes de nature exceptionnelle ($\bar{\varepsilon}$ élevé), le bénéfice marginal est supérieur au coût marginal et par conséquent nous avons $\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}} > 0$; au contraire, pour des sinistres de faible intensité ($\bar{\varepsilon}$ faible), $\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}} < 0$. Si l'activité de réduction des risques est une activité risquée $\left(x_{q\varepsilon} > 0\right)$, alors, pour des sinistres exceptionnels, nous avons $\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}} < 0$ et pour des sinistres faibles $\frac{d\hat{q}}{d\bar{\varepsilon}} > 0$.

Annexe 5. **Analyse de statique comparative : effet d'un changement de l'indemnité versée par l'Etat**

Par différenciation de la condition du premier ordre définissant $\hat{q}$ (6), et par la condition du second ordre strictement négative, nous avons la condition de signe suivante :

$$sign\left(\frac{d\hat{q}}{d\overline{R}}\right) = sign\left(\frac{\partial E\overline{U}(W)/\partial q}{\partial \overline{R}}\right)$$

Le terme $\frac{\partial E\overline{U}(W)/\partial q}{\partial \overline{R}}$ est déterminé par :

$$\frac{\partial E\overline{U}(W)/\partial q}{\partial \overline{R}} = \int_{\overline{\varepsilon}}^{1} u''(W_{AP})[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R - c]f(\varepsilon)d\varepsilon$$

Le signe de ce terme dépend du signe de l'expression $[-x_q(\hat{q},\varepsilon)R-c]$ qui peut être positif ou négatif.

Il est immédiat de montrer que $\frac{d\hat{q}}{d\overline{R}} < 0 \Leftrightarrow \text{cov}\left(\beta\left(W_{AP}\right), -x_q\left(\hat{q},\varepsilon\right)\right) > 0$

Si l'activité de réduction des risques est une activité réductrice de risque alors, sous DARA, la covariance est positive et par conséquent $\frac{d\hat{q}}{d\overline{R}} < 0$. De même si l'activité de réduction des risques est une activité risquée alors, sous IARA, la covariance est aussi positive et $\frac{d\hat{q}}{d\overline{R}} < 0$.

Annexe 6. **Analyse de statique comparative sur le seuil d'intervention de l'Etat**

Le signe de $\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\varepsilon}}$ dépend du signe de $\frac{\partial Z}{\partial \overline{\varepsilon}}$

$$\frac{\partial Z}{\partial \overline{\varepsilon}} = u'(\hat{W}_{SP}\big|_{\overline{\varepsilon}})[x\left(\overline{\varepsilon}\right)R - (1+\lambda)R\mu] - u'(\hat{W}_{AP}\big|_{\overline{\varepsilon}})\,[x\left(\overline{\varepsilon}\right)R - (1+\lambda)R\mu]$$

avec $\hat{W}_{SP}\big|_{\overline{\varepsilon}} = R - x\left(\overline{\varepsilon}\right)R + \hat{\alpha}x\left(\overline{\varepsilon}\right)R - (1+\lambda)\hat{\alpha}R\mu$

et $\hat{W}_{AP}\big|_{\overline{\varepsilon}} = \overline{R} + R - x\left(\overline{\varepsilon}\right)R + \hat{\alpha}x\left(\overline{\varepsilon}\right)R - P$

Pour $\overline{R} \geq 0, \hat{W}_{SP}\big|_{\overline{\varepsilon}} \leq \hat{W}_{AP}\big|_{\overline{\varepsilon}}$ et $u'(\hat{W}_{SP}\big|_{\overline{\varepsilon}}) - u'(\hat{W}_{AP}\big|_{\overline{\varepsilon}}) \geq 0$

Le terme $\left(x\left(\overline{\varepsilon}\right)R-(1+\lambda)R\mu\right)$ peut être positif ou négatif. Il apparaît alors deux possibilités :

– 1er cas : $(x\left(\overline{\varepsilon}\right)-(1+\lambda)\mu)$ est positif alors $\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\varepsilon}}>0$

– 2e cas : $(x\left(\overline{\varepsilon}\right)-(1+\lambda)\mu)$ est négatif alors $\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\varepsilon}}<0$

Lorsque $\overline{\varepsilon}$ est important, alors $x\left(\overline{\varepsilon}\right)>(1+\lambda)\mu$. On se place donc généralement dans le 1er cas de figure où $\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\varepsilon}}>0$.

Annexe 7. **Analyse de statique comparative sur l'indemnité versée par l'Etat**

Différencions la condition de premier ordre définissant $\hat{\alpha}$, et, en utilisant la condition du second ordre, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$sign\left(\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\overline{R}}}\right)=sign\left(\frac{\partial Z}{\partial\overline{\overline{R}}}\right)$$

avec $\frac{\partial Z}{\partial\overline{\overline{R}}}=\int_{\overline{\varepsilon}}^{1}u''(\hat{W}_{AP})[x\left(\varepsilon\right)R-(1+\lambda)R\mu]f(\varepsilon)d\varepsilon$

dont le signe dépend du terme $\left(x\left(\varepsilon\right)R-(1+\lambda)R\mu\right)$ qui peut prendre des valeurs tantôt positives tantôt négatives. Lorsque ε est élevé, alors $x(\varepsilon)$ l'est également et on a $x\left(\varepsilon\right)>(1+\lambda)\mu$ d'où $\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{\overline{R}}}<0$.