

UNIVERSITE PARIS DAUPHINE

EDOGEST

DRM

Les déterminants du coût du capital des petites
capitalisations : application aux segments B et C de la
Bourse de Paris

THÈSE

pour l'élévation au grade de

DOCTEUR EN SCIENCES DE GESTION

(Arrêté du 7 août 2006)

présentée et soutenue publiquement par

Olivier MARROT

JURY

Directeur de thèse :

Monsieur Laurent BATSCH, Professeur, Université Paris Dauphine

Rapporteurs :

Monsieur Pierre BATTEAU, Professeur, IAE Aix Marseille

Monsieur Simon PARIENTE, Professeur, IAE Toulouse 1

Suffragants :

Monsieur Hervé ALEXANDRE, Professeur, Université Paris Dauphine

Monsieur Michel LEVASSEUR, Professeur, ESA, Université Lille 2

28 octobre 2008

L'Université n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les thèses : ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

Sommaire

INTRODUCTION.....	10
PARTIE I. MODELISATION DE LA MESURE DU COÛT DU CAPITAL ADAPTEE A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS BOURSIERES	22
CHAPITRE 1.DELIMITATION ET PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DE L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS	23
1.1. DELIMITATION TRADITIONNELLE PAR LA TAILLE	23
1.2. DELIMITATION SELON LE NIVEAU DE SUIVI PAR LES ANALYSTES FINANCIERS	26
1.3. DELIMITATION PAR LE NIVEAU DU RISQUE DE LIQUIDITE	29
1.3.1. Mesure de la liquidité par analogie	30
1.3.2. Microstructure et risque de liquidité	33
CHAPITRE 2.APPRECIATION DE L'APPLICATION DES MODELES DOMINANTS DE DETERMINATION DU COÛT DU CAPITAL A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS.....	40
2.1. TYPOLOGIE DES THEORIES DU COÛT DU CAPITAL ET IDENTIFICATION DE DEUX MODELES DOMINANTS (CAPM ET MODELE APT)	41
2.2. INSUFFISANCES DU CAPM (MODELE UNI-FACTORIEL) : ANOMALIES ET DIFFICULTES D'APPLICATION AUX PETITES CAPITALISATIONS.....	46
2.2.1. Des hypothèses théoriques fortes peu adaptées aux petites capitalisations	47
2.2.2. Anomalies du CAPM et facteurs de risques communs aux petites capitalisations boursières.....	48
2.3. FLEXIBILITE DU MODELE APT (MODELE MULTI-FACTORIEL) : POSSIBLE INTEGRATION DES SPECIFICITES DES PETITES CAPITALISATIONS	70
2.3.1. Identification a priori de facteurs communs à l'ensemble des actifs	74
2.3.2. Identification des facteurs par traitements statistiques.	97

2.3.3.	Identification de risques communs par la sensibilité des sociétés aux facteurs (modèles fondamentaux)	106
2.3.4.	Comparaison des pouvoirs prédictifs des trois approches méthodologiques	123

CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN MODELE MULTI-FACTORIEL DE MESURE DU COÛT DU CAPITAL ADAPTE A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS.....	126
3.1. AMELIORATION DU BÊTA EMPIRIQUE DANS LE CAS DES PETITES CAPITALISATIONS.....	127
3.1.1. Identification de deux variables à ajuster : délais d'ajustement et périodes d'ajustement	128
3.1.2. Apports de la littérature relative aux thin-trades dans le cas des « micro-capitalisations »	130
3.2. AMELIORATION DE LA MESURE DE LA SENSIBILITE PREDICTIVE AU RISQUE DE MARCHE.....	150
3.2.1. Amélioration de la qualité prédictive du bêta à l'aide de variables instrumentales.....	150
3.2.2. Amélioration de la qualité de mesure de la sensibilité au risque de marché par l'intégration de variables « extra-bêta »	156
3.3. CONSTRUCTION D'UN MODELE DE DETERMINATION DU COÛT DU CAPITAL ADAPTE AUX PETITES CAPITALISATIONS	180
3.3.1. Choix d'un modèle palliant aux insuffisances des modèles dominants (modèle de Rosenberg)	180
3.3.2. Sélection des variables explicatives à intégrer dans le modèle adapté aux petites capitalisations	182

PARTIE II. MESURE DU COÛT DU CAPITAL DES PETITES CAPITALISATIONS BOURSIERES : LE CAS DES SOCIETES DES SEGMENTS B ET C DE LA BOURSE DE PARIS SUR LA PERIODE 1994-2004..... 188

CHAPITRE 4.PRECISIONS RELATIVES AUX CHOIX METHODOLOGIQUES 189

4.1.	DELIMITATION ET JUSTIFICATION DE LA PERIODE DE RECHERCHE	189
4.2.	CONSTITUTION DE L'ECHANTILLON ET COLLECTE DES DONNEES	191
4.2.1.	Origine des données	191
4.2.2.	Mise en forme de l'échantillon	192
4.2.3.	Vérification des données collectées	193
4.3.	TRAITEMENT DES DONNEES	194
4.3.1.	Constitution de sous échantillons	195
4.3.2.	Calcul des bêtas	195
4.4.	STATISTIQUES DESCRIPTIVES	206
4.4.1.	Moyennes et médianes par échantillon	206
4.4.2.	Matrice des corrélations	209
4.4.3.	Matrice des covariances	216
4.5.	METHODOLOGIE DE SELECTION DES DESCRIPTEURS.....	220

CHAPITRE 5.RECHERCHE DES DETERMINANTS DU COUT DU CAPITAL DANS LE CAS DES SOCIETES DES SEGMENTS B ET C DE LA BOURSE DE PARIS 222

5.1.	PERTINENCE DES VARIABLES ET DU MODELE MULTI-FACTORIEL RETENU	222
5.1.1.	Modèle type Sharpe sans prise en compte du bêta.....	226
5.1.2.	Modèle type Sharpe, avec prise en compte du bêta.....	228
5.1.3.	Modèle type Rosenberg	234
5.1.4.	Synthèse des résultats	243
5.2.	CONFRONTATION DES RESULTATS ECONOMETRIQUES AVEC LES RECHERCHES EXISTANTES.....	247

5.2.1.	Liens avec la littérature académique	247
5.2.2.	Apports de notre recherche	248
CONCLUSION.....		249
ANNEXES		254
REFERENCES ET BIBLIOGRAPHIE		278

LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES

Tableau 1 : Méthodologies des OPR-RO 2007-2008 – Traitements des petites valeurs.....	12
Tableau 2 : Principales études françaises dans le champ du coût du capital.....	14
Tableau 3 : Classification des titres cotés sur le NYSE selon leur taille – Greiner et Bruno (2004)	24
Tableau 4 : Significativité des descripteurs – étude de Chan et al. (1998)	87
Tableau 5 : Descripteurs utilisés dans l'étude de Sharpe (1982).....	109
Tableau 6 : Résultat de la capacité prédictive du modèle de Sharpe (1982).....	111
Tableau 7 : Descripteurs étudiés – étude de Morel (2001)	114
Tableau 8 : Descripteurs du modèle de Barra, Connor (1995)	125
Tableau 9 : Descripteurs retenus dans l'étude de Rosenberg McKibben (1973).....	166
Tableau 10 : Descripteurs et résultats de l'étude de Rosenberg, Houglet et Marathe (1973)	171
Tableau 11 : Décomposition de la variance selon l'étude de Rosenberg, Houglet et Marathe (1973)	173
Tableau 12 : Résultats obtenus par Rosenberg, Houglet et Marathe sur la significativité des descripteurs (1973).....	174
Tableau 13 : Principaux descripteurs utilisés dans la littérature académique.....	182
Tableau 14 : Nomenclature et définition des descripteurs proposés	186
Tableau 15 : Coefficient de corrélation et R^2 du SBF 250 et des valeurs des segments B et C de notre échantillon.....	190
Tableau 16 : Exemple de calcul de bêta, bêta journalier 3 ans, année 2003 : ACANTHE DEVELOPPEMENT	199
Tableau 17 : Exemple de calcul de bêta, méthode Zimmermann, bêta journalier 1 an, année 2000 :	200
Tableau 18 : Exemple de calcul de bêta, méthode DIMSON, bêta journalier 3 ans, année 2003 :	200
Tableau 19 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 10% et coefficients de détermination	202
Tableau 20 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 5% et coefficients de détermination	203
Tableau 21 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 1% et coefficients de détermination	204

Tableau 22 : Statistiques descriptives	206
Tableau 23 : Test d'égalité des moyennes des variables de l'échantillon. Variables significativement différentes (au seuil de 1%)	207
Tableau 24 : Matrice des corrélations, échantillon général	210
Tableau 25 : Matrice des corrélations, échantillon des valeurs suivies par plus de deux analystes sell-side.....	211
Tableau 26 : Matrice des corrélations, univers des valeurs non suivies	213
Tableau 27 : Matrice des corrélations sur l'univers des valeurs à bêta significativement différent de zéro au seuil de 10%.....	215
Tableau 28 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon général	216
Tableau 29 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs suivies	217
Tableau 30 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs non suivies	218
Tableau 31 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs à bêta historique significatif.....	219
Tableau 32 : Modèle à un facteur, échantillon général	222
Tableau 33 : Modèle à un facteur, valeurs suivies par plus de deux analystes	223
Tableau 34 : Modèle à un facteur, échantillon des valeurs non suivies	223
Tableau 35 : Modèle à un facteur, échantillon des valeurs avec bêtas significatifs à 10% ...	224
Tableau 36 : Résultats modèle de type Sharpe sans prise en compte du bêta	226
Tableau 37 : Résultats modèle de type Sharpe avec bêta journalier à 3 ans	228
Tableau 38 : Résultats modèle de type Sharpe, bêta journalier Dimson à 3 ans.....	230
Tableau 39 : Résultats modèle de type Sharpe, bêta hebdomadaire Dimson à 3 ans	232
Tableau 40 : Modèle de type Rosenberg, avec bêta journalier à 3 ans	234
Tableau 41 : Résultat modèle de type Rosenberg avec bêta journalier Dimson à 3 ans.....	237
Tableau 42 : Résultats modèle de type Rosenberg avec bêta hebdomadaire Dimson à 3 ans	240
Tableau 43 : Synthèse des résultats des régressions par modèle.....	243
Tableau 44 : Variables sélectionnées au seuil de 5% par modèle	245
Tableau 45 : Résultats de l'autocorrélation des résidus	260
Tableau 46 : Résultats I des tests d'hétéroscédasticité	263
Tableau 47 : Résultats II des tests d'hétéroscédasticité	264

Tableau 48 : Résultats I des tests sur les effets fixes – échantillon général / modèle de Sharpe, sélection stepwise à 1%	272
Tableau 49 : Résultats II des tests sur les effets fixes	273
Tableau 50 : Régression avec effets fixes	273
Tableau 51: Résultats des tests sur les effets aléatoires	274
Tableau 52 : Résultats des tests sur les effets aléatoires	275
Tableau 53 : Résultats avec correction de White	276
Tableau 54 : Validation du modèle - test de Wald	277
Figure 1 : Typologie des modèles de coût du capital selon la capitalisation boursière	45
Figure 2 : Evolution comparée du SBF 250 et de notre échantillon des segments B et C d'Euronext Paris.....	189

Remerciements

Mes remerciements vont au professeur Laurent Batsch pour sa confiance et ses conseils, aux professeurs Ramha Chekkar et Jean-Louis Paré pour leurs remarques et leur amitié, et à Cécile, Fanny et Léonore pour leur patience.

INTRODUCTION

Cette introduction générale vise à préciser la démarche scientifique de notre recherche. Nous évoquerons son contexte, fortement empreint de notre expérience professionnelle d'analyste financier et de gérant de fonds d'actions, spécialisé sur les petites capitalisations boursières sur le marché parisien.

Nous exposerons ensuite son objet et la finalité poursuivie.

L'architecture générale de notre recherche sera ensuite exposée afin d'en faciliter sa lecture.

- Contexte de la recherche

La spécificité des petites capitalisations boursières, notamment au travers de « l'effet taille », a été depuis de nombreuses années au centre des recherches en finance. Ainsi, dès 1981, Reinganum¹ regrettait l'échec des méthodes traditionnelles de mesure du risque à appréhender ce dernier dans le cas des petites capitalisations boursières.

Cependant, 25 ans plus tard, la communauté des praticiens continue à s'interroger sur la détermination d'un modèle adapté à cet univers. Ainsi, la Société Française des Analystes Financiers (SFAF) a, en 2003, dans le cadre de la mise en place d'une commission chargée de répertorier les bonnes pratiques en matière d'évaluation, demandé à ses membres de s'interroger sur l'adaptation des modèles d'évaluation aux « petites et moyennes capitalisations boursières », sous-commission à laquelle j'ai participé.

Pour répondre à cette problématique, la commission a répertorié les pratiques des analystes financiers.

Elle a collecté 33 analyses financières en provenance de 6 bureaux d'études « sell-side », spécialisés sur les valeurs moyennes, publiées entre juin 2001 et avril 2004. Les valeurs sélectionnées affichaient une capitalisation boursière moyenne de 652 millions d'euros, sur une échelle de 83 millions d'euros (Piscines Desjoyaux) à 5 000 millions d'euros (JC Decaux). La notion même de valeurs moyennes est très évasive d'un bureau de recherche à l'autre.

L'étude de ces rapports a fait ressortir la prééminence de deux méthodes d'évaluation « classiques », la méthode dite des comparables (utilisée dans 91% des cas) et celle du Discounted Cash-Flow (DCF, présente dans toutes les études).

Ces méthodes n'ont pas fait l'objet de traitement spécifique à l'univers des petites capitalisations boursières. Il n'a ainsi été tenu compte d'une décote sur les ratios moyens des comparables que dans 30% des cas. Elle a été justifiée soit par la liquidité réduite de la société à évaluer, soit par la taille sensiblement plus large des sociétés de l'échantillon retenu. Concernant la mise en œuvre de la méthode du DCF, la Commission a relevé l'emploi d'une prime de risque spécifique aux valeurs moyennes dans 18% des cas et l'application d'une décote de liquidité dans seulement deux cas. Le bêta retenu s'est avéré justifié dans seulement 21% des cas et dans 12% des études de façon exclusivement qualitative.

Dans ses conclusions, le Président de cette Commission déplorait ainsi l'absence « *de traitement spécifique aux petites capitalisations boursières alors que des études / modèles, font état de l'insuffisance des paramètres fournis par le marché* ». Confronté à une certaine confusion des opérateurs, il recommandait la nécessité de distinguer la décote de taille de celle de liquidité.

D'autres acteurs du monde de l'évaluation ont récemment proposé des adaptations des modèles « dominants » à l'univers des petites capitalisations boursières.

Ainsi le Cabinet « Associé en Finance » diffuse-t-il une prime de liquidité. Cette mesure est notamment utilisée par les experts financiers dans le cadre d'opérations de marché, telles que les Offres Publiques de Retrait suivies d'un Retrait Obligatoire (OPR-RO). Le recours à une prime de liquidité semble correspondre à un réel besoin des professionnels en matière d'évaluation des primes de risque affectables aux petites capitalisations boursières.

En effet, les professionnels de l'investissement reconnaissent que les petites capitalisations boursières présentent des particularités qui remettent en cause l'utilisation généralisée de la théorie dominante de détermination du coût du capital, le Capital Asset Pricing Model (CAPM). Tout évaluateur, gestionnaire de portefeuille ou analyste financier, a un jour été confronté à l'inadéquation de la mesure du bêta historique au risque intrinsèque intuitif de la société sur laquelle il travaillait.

Tableau 1 : Méthodologies des OPR-RO 2007-2008 – Traitements des petites valeurs

Date	Cible OPRO	Capi.	Comparables	Traitements spécifiques DCF	Calcul du bêta	Expert Indépendant
19/03/2008	GH MUMM ET CIE	400M€	N	N	NR	AAFineval
04/03/2008	XRT	63M€	N	Prime de risque spécifique "Small cap."	moyenne de l'échantillon	AAFineval
			Décote de liquidité de			
11/02/2008	NORD EST	65M€	15%	Oui 10% sur bêta sectoriel	moyenne de l'échantillon	DEGROOF C.F.
08/01/2008	ALAIN AFFLELOU	550M€	N	N	Barra/Datastream	CDL
31/10/2007	PROSODIE	177M€	N	N	moyenne de l'échantillon	AAFineval
18/09/2007	FLOREANE MEDICAL	150M€	N	Prime de liquidité de 1,46%	moyenne de l'échantillon	Bellot Mullenbach
26/06/2007	SHCD	500M€	N	N	moyenne de l'échantillon	Finexsi
			Décote de liquidité de			
12/06/2007	DEVEAUX SA	90M€	30%	Prime de liquidité de 1%	moyenne de l'échantillon	ORFIS BAKER TILLY
18/04/2007	BUFFALO GRILL	320 M€	N	N	moyenne de l'échantillon	D. LEDOUBLE
20/02/2007	MB Electronique	24 M€	N	Prime de risque spécifique "Small cap."	moyenne de l'échantillon	Bellot Mullenbach
07/02/2007	JACQUES BOGART	76 M€	N	N mais prime de risque élevée	qualitatif	William NAHUM

N: pas d'ajustement

Données collectées par l'auteur

L'étude des rapports d'évaluation d'experts indépendants dans le cadre d'OPR-RO, réalisée depuis le début de l'année 2007, démontre que si le modèle du CAPM est toujours le modèle de référence des évaluateurs dans le cadre de la détermination du coût moyen pondéré du capital utilisé dans une approche de type DCF, les experts l'adaptent (dans 6 cas sur 11) par la prise en compte, soit d'une décote de liquidité, soit d'une prime de risque spécifique à l'univers des petites capitalisations boursières, soit encore de manière non renseignée (correction intuitive ?). On notera par ailleurs que le bêta se réfère, dans la quasi-totalité des cas, à une moyenne d'un échantillon de valeurs comparables et non pas au risque intrinsèque de la société étudiée et ce, en dépit parfois du recours à une prime de risque spécifique.

Par ailleurs, la méthodologie utilisée pour tenir compte des spécificités des petites capitalisations boursières n'est pas stable d'un évaluateur à l'autre, ni, pour un même expert, d'une opération à l'autre.

C'est de ce constat et de cette opacité dans l'application du CAPM aux petites capitalisations boursières, qu'est né notre sujet de recherche, conforté également par notre propre expérience professionnelle.

Les propos qui suivent sont ainsi centrés sur la recherche d'un modèle adapté à l'appréciation du coût du capital des petites capitalisations boursières et de ses déterminants.

- Formulation de la problématique

L'évaluation des sociétés de petites capitalisations se heurte à de nombreuses difficultés, telle, en particulier, la faible corrélation de ces valeurs avec les indices utilisés comme "proxies" du portefeuille de marché, biaisant l'approximation du vrai bêta par le bêta historique (Coles, Loewenstein et Suay² 1995). Le calcul du bêta par référence à la covariance des rentabilités du titre avec celle du marché est ainsi souvent éloigné de l'appréciation intuitive du risque de la société.

Les chercheurs ont fuit ce problème en se concentrant sur les valeurs sur lesquelles l'information est abondante, historiquement profonde et le bêta historique significatif. La grande majorité des études sur le coût du capital s'est ainsi concentrée sur les valeurs de grandes capitalisations.

Cet univers offre, il est vrai, une richesse d'information bien plus élevée comparativement aux petites valeurs : il permet de calculer des taux de rentabilité implicites, du fait de la disponibilité de données prévisionnelles des opérateurs de marché, notamment en terme de croissance bénéficiaire. Il permet également de comparer la qualité de différents modèles (CAPM, APT, Modèle à trois facteurs de Fama et French...)...

Nous avons répertorié quelques études de chercheurs français relatives au coût du capital. A l'exception de l'étude de Ajili (2003), sans doute influencée par la volonté de l'auteur de mesurer la qualité relative du modèle à trois facteurs, elles sont toutes focalisées sur les valeurs les plus liquides de la Bourse de Paris.

Tableau 2 : Principales études françaises dans le champ du coût du capital

Auteurs	Années	Thèmes	Echantillon
Hamon, J. Jacquillat, B.	1999	Liquidité et prime de risque	150 premières capitalisations boursières parisiennes
Lilti J.F., Rainelli-Le Montagner, H.	1998	CAPM et Modèle à trois facteurs de Fama et French	43 titres les plus liquides du SBF 120
Ajili, S.	2003	Modèle Fama et French et Daniel et Titman	142 titres du Premier Marché, 116 du Second Marché et 16 du Nouveau Marché
Morel, J.C.	2001	Modèle multi-facteurs	210 valeurs du SBF 250

La relation positive entre la taille et la quantité d'informations disponibles ainsi que la forte appétence des investisseurs pour la liquidité de leur investissement ne sont sans doute pas étrangers à la décorrélation du compartiment des petites capitalisations boursières sur les grands indices. Les périodes de détention des actifs par les gérants de portefeuilles sont devenues de plus en plus courtes augmentant la prime à la liquidité : jusqu'au milieu des années soixante, les actions étaient détenues en moyenne sur une période de sept ans. De nos jours, la période de détention des actifs pour les fonds professionnels est inférieure à un an³.

Comment dès lors se référer à la covariance de deux classes d'actifs que tout oppose ? La gestion sur les grandes valeurs de la cote répond à des contraintes de « benchmark », de valorisation par analogie et de rotation du portefeuille. Celle des petites capitalisations boursières repose sur une approche non indicielle, fondamentale et à période de détention longue.

Compte tenu d'une décorrélation croissante entre ces deux classes d'actifs, les théories classiques du coût du capital s'appliquent-elles aux petites capitalisations boursières ?

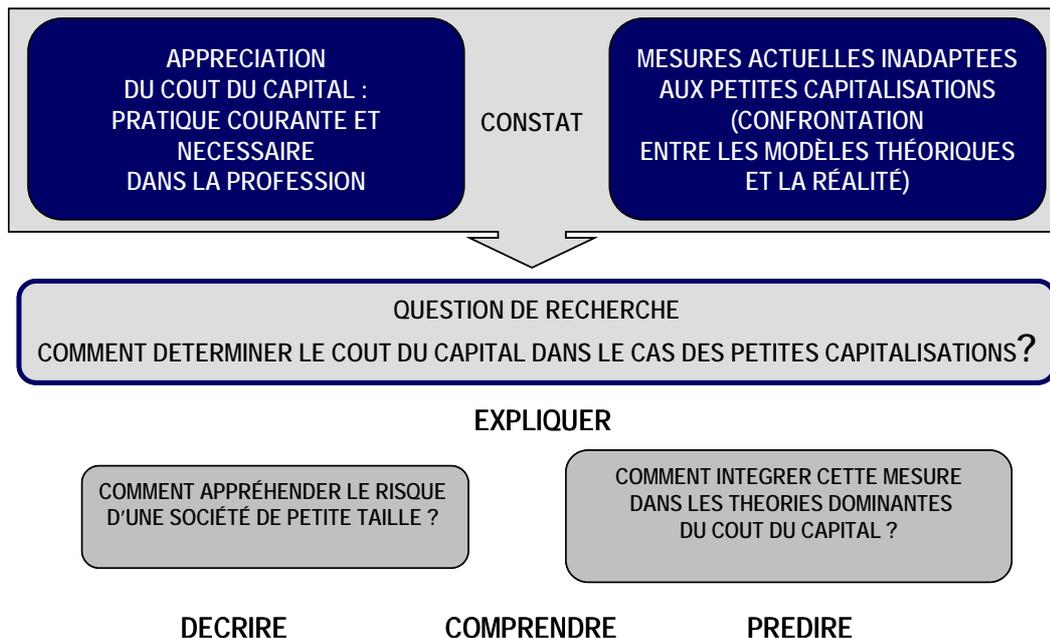
La problématique de nos travaux repose ainsi sur l'adéquation et l'adaptation des modèles dominants du coût du capital à l'univers, délaissé, des petites capitalisations boursières et en particulier aux solutions d'ajustement des mesures du bêta.

Notre question de recherche s'articulera autour de deux axes :

- comment appréhender et quantifier le risque d'une société de petite taille ?
- comment intégrer ce risque dans les théories dominantes du coût du capital ?

Pour répondre à ces problématiques, il convient de s'intéresser à plusieurs interrogations aux centres de notre réflexion qui nous ont permis de structurer notre pensée et notre recherche. En effet se focaliser sur les petites valeurs revient à s'interroger sur l'apport de l'analyste financier et sur le rôle du bêta dans les théories du coût du capital.

Le schéma suivant synthétise notre problématique d'inadaptabilité du bêta à l'univers des petites capitalisations boursières constatée au cours de notre expérience professionnelle.



- Intérêt de la recherche

L'objectif de notre recherche est de contribuer à l'amélioration de la compréhension du taux de rentabilité exigé par les investisseurs. Cette connaissance devrait favoriser une meilleure appréhension du coût du capital des sociétés de petites tailles mais également des candidats à l'introduction en bourse et plus globalement des sociétés non cotées.

Elle présente un double intérêt, pragmatique et théorique :

- intérêt pragmatique.

L'appréciation du coût du capital de sociétés de petites tailles est une pratique courante et nécessaire de la part de nombreuses professions, gérants de portefeuille, banquiers d'affaires, investisseurs en capital risque, managers, afin d'évaluer la valeur d'une société ou de déterminer et de sélectionner les investissements créateurs de valeur.

Notre recherche trouve son intérêt et son objectif pratiques dans une dimension d'« évaluation » et de « gestion d'actifs », ainsi que dans la logique d'une meilleure compréhension des déterminants implicites du coût du capital.

Certes, le courant des recherches relatives au coût du capital est vaste. Il est marqué par deux modèles dominants : le Modèle d'Equilibre Des Actifs Financiers (CAPM) basé sur les travaux de Sharpe (1964), de Lintner (1965) et de Black (1972), et l'Arbitrage Pricing Theory (APT) de Ross (1970).

Cependant, les études des chercheurs opposent ces deux visions.

Elles se concentrent sur la hiérarchisation des deux modèles en terme de capacité prédictive, notamment dans la version de Fama et French de l'APT (Bartholdi et Pears⁴ 2002 ; Kim⁵ 1998 ; Faff⁶ 2004 ; Drew and Veeraraghavan⁷ 2003 ; Lilti et Rainelli-Lemontagner⁸ 2003 ; Ciccone⁹ 2002 ; Daniel and Titman¹⁰ 1997...).

Peu de chercheurs ont de ce fait travaillé sur l'adaptation des paramètres de ces modèles, et en particulier du bêta, à des sociétés de petite taille, ni même à leur application aux sociétés non cotées ;

- intérêt théorique.

Notre étude se positionne également dans le champs de recherche relatif à l'efficience des marchés financiers (Fama,¹¹, 1970), courant très étroitement lié aux théories du coût du capital.

L'efficience des marchés est en effet nécessaire à la fixation de prix d'équilibre, prix qui égalisent la valeur fondamentale, définie comme la somme actualisée des flux futurs, desquels découlent les taux de rentabilité exigés par les investisseurs (Feltham et Ohlson¹², 1999, Dechow et al.¹³ 1999 et Zhang¹⁴, 2000).

L'efficience des marchés se nourrit de l'analyse fondamentale : les investisseurs qui fondent leurs stratégies d'investissement sur l'analyse fondamentale des sociétés (détermination de la valeur de l'action sur la base notamment des estimations de croissance des bénéfices ou des free cash-flows de l'entreprise, de son marché, de ses concurrents...), supposent que cette analyse est durablement meilleure que celle réalisée par les autres compétiteurs. Or, dans la forme semi-forte d'efficience des marchés, toutes les informations publiques, et en particulier les comptes historiques de la société, sont intégrées dans le prix des actions. Elles ne permettent donc pas à une analyse fondamentale de réaliser une rentabilité anormale sur le long terme (c'est-à-dire de dégager une rentabilité au-delà de la rentabilité anticipée par le marché).

Situation paradoxale : l'efficience des marchés requiert une abondance d'analyses fondamentales pour que toutes les informations publiques soient correctement et immédiatement intégrées dans le prix des actions. Dans le cas contraire il y aurait incitation à investir dans de l'analyse fondamentale et capacité à dégager une rentabilité anormale basée sur la relation entre rentabilité et caractéristiques de la firme, ce aussi longtemps que le bénéfice qui en résulte couvre le coût d'acquisition de cette information.

La vitesse et la qualité de l'ajustement des prix des actions à une nouvelle information ne seraient cependant pas des processus instantanés. Ils seraient dynamiques (Dyckman et Morse¹⁵ 1986 ; Lee¹⁶ 2001) et liés au degré de suivi du titre par les analystes financiers (Brennan et al.¹⁷1993 ; Elgers et al.¹⁸ 2001 ; Gleason et Lee¹⁹ 2003).

Au delà de la spécification des déterminants du coût du capital, notre recherche focalisée sur les petites capitalisations boursières permet ainsi d'apprécier l'influence du niveau de couverture de la valeur par les analystes financiers sur la vitesse de diffusion de l'information publique et donc sur l'efficacité des marchés. Les titres peu ou pas suivis par les analystes financiers « sell-side » devraient, toute chose égale par ailleurs, être ceux dont les informations spécifiques se diffusent lentement auprès des investisseurs.

Il ne serait dès lors pas surprenant de constater une inefficience informationnelle sur ces sociétés, en raison du coût élevé de transaction (coût d'acquisition de l'information, Hong et al.²⁰, 2000) et de capacités en arbitragistes et teneurs de marché extrêmement limitées (Merton²¹ 1987 ; Grossman et Miller²² 1988), sans que cela remette en cause les fondements théoriques du Capital Asset Pricing Model. Des informations publiques de type rendement de l'action, levier financier, ratio book-to-market, taille... coûteuses à analyser et à exploiter (investissements en analyse « buy-side »), pourraient dès lors procurer une rentabilité anormale à celle prédite par ce modèle. L'effet momentum serait, lui aussi, lié à la vitesse réduite de diffusion des nouvelles informations sur les sociétés peu couvertes par des analystes financiers (Hong et al., 2000).

Par ailleurs, les investisseurs exigeraient une rentabilité supérieure sur les titres peu suivis par les analystes financiers, à fort contenu d'informations privées, afin de compenser l'asymétrie d'information entre investisseurs informés et non-informés (Easley et O'hara²³, 2004).

Aussi, l'augmentation du niveau de suivi du titre par la communauté des analystes financiers « sell-side » devrait réduire l'inefficience informationnelle et la prime d'information, en permettant aux informations publiques d'être plus largement diffusées auprès des investisseurs et donc intégrées dans le prix des actions, à moins que les caractéristiques de la firme (les « anomalies » dans la littérature académique) ne soient des proxys de variables de risques omises par le modèle du Capital Asset Pricing Model, validant ainsi le recours à un modèle multi-factoriel.

Notre recherche vise à:

- a. analyser le rôle du niveau de couverture par l'analyse financière « sell-side » dans l'intégration des informations disponibles dans le prix des actions, et sur l'efficience des marchés ;
- b. identifier le modèle théorique du coût du capital adapté aux petites capitalisations boursières ;
- c. identifier les déterminants du coût du capital des petites capitalisations boursières.

- **Déroulement et architecture de notre recherche**

L'architecture de notre recherche a évolué durant les différentes phases des travaux, constituées classiquement d'une revue de littérature, de collecte et d'analyse des données puis d'une présentation de nos résultats. Elle a évolué au fur et à mesure de l'avancement de notre recherche, les questions issues de notre étude empirique nourrissant notre questionnement académique et vice-versa.

Notre recherche comportera deux grandes parties : la première vise à sélectionner des modèles et leurs composantes ; la seconde teste leur validité dans le cadre des segments B et C de la Bourse de Paris sur la période 1994-2004.

La première partie de nos travaux est consacrée à la détermination d'une grille de lecture des théories de détermination du coût du capital et des ajustements adaptés à l'univers des petites capitalisations boursières. L'objectif est de répondre à la question suivante : la littérature académique propose-t-elle une méthodologie adaptée à l'évaluation du coût du capital des petites capitalisations boursières ?

Avant de répondre à cette question, nous avons souhaité délimiter et spécifier l'univers des petites capitalisations boursières. A cette fin, nous avons sélectionné trois critères : la taille de l'entreprise, la liquidité offerte par un titre et le degré de rareté d'informations en raison d'un faible intérêt des bureaux d'analyse financière pour ce type de valeurs.

Nous abordons ensuite les théories dominantes du coût du capital : le CAPM et l'APT. Nous avons puisé dans les nombreuses critiques ou anomalies constatées empiriquement par la recherche académique sur le CAPM pour nourrir notre réflexion et sélectionner les variables explicatives communes potentielles de la rentabilité des petites capitalisations boursières.

La flexibilité offerte par le modèle APT permet de les intégrer dans un modèle multi-factoriel fondamental de détermination du coût du capital (modèle de Sharpe).

Les deux modèles « dominants » se réfèrent (tout au moins empiriquement en ce qui concerne l'APT) au bêta de la valeur comme sensibilité à une source commune de risque, intégrée dans le portefeuille de marché. Nos résultats empiriques ont démontré la très faible significativité de sa mesure sur notre échantillon de petites capitalisations. Nous avons donc cherché dans la littérature académique les méthodologies proposées pour améliorer la qualité de son estimation.

Trois axes sont étudiés : l'utilisation de variables instrumentales, les corrections issues de la littérature sur les valeurs peu échangées sur les marchés financiers et le recours à des variables prédictives du risque de marché, dans le cadre d'un modèle réconciliant le CAPM et l'APT (modèle multi-factoriel avec attributs fondamentaux de Rosenberg).

Enfin, nous avons sélectionné les attributs ou variables instrumentales adaptés aux petites capitalisations boursières, répertoriés dans la littérature. Nous les utiliserons dans deux modèles (le modèle multi-factoriel de Sharpe et le modèle de Rosenberg), particulièrement adaptés aux petites capitalisations boursières de la Place de Paris.

Notre seconde partie est consacrée à tester :

- ces modèles ;
- les ajustements méthodologiques ;
- les variables explicatives de la rentabilité des actions aux segments B et C de la Bourse de Paris sur une période de près de dix ans.

Dans un premier temps, nous explicitons et précisons nos choix méthodologiques. Nous avons ainsi procédé à une sélection rigoureuse des données en provenance de bases multiples puis à leur mise en forme. Nous avons ensuite effectué des calcul et des tests des bêtas pour chacune de nos valeurs.

Nous présentons enfin les résultats de nos modèles et les variables explicatives au coût du capital des petites capitalisations boursières de la Bourse de Paris sur la période 1994-2004.

PARTIE I. MODELISATION DE LA MESURE DU COÛT DU CAPITAL
ADAPTEE A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS
BOURSIERES

L'objet de cette première partie est, au travers d'une revue de littérature académique, de sélectionner le ou les modèles les mieux adaptés au calcul du coût du capital des petites capitalisations boursières, de nous approprier les différentes méthodologies communément admises par les chercheurs et permettant d'identifier les variables explicatives du coût du capital.

Préalablement, il convient de définir l'univers des petites capitalisations boursières, afin d'en délimiter les contours et d'en dresser les spécificités.

CHAPITRE 1. DELIMITATION ET PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DE L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS

L'univers des petites capitalisations boursières peut être délimité selon trois critères : la taille, la liquidité et le degré de suivi par les analystes financiers, influençant la quantité d'informations disponibles délivrées dans le marché. Leur mesure est un enjeu majeur pour juger de leur lien et pour apprécier leur intégration dans les modèles de détermination du coût du capital.

1.1. DELIMITATION TRADITIONNELLE PAR LA TAILLE

Si la taille est le critère de référence utilisé par les chercheurs en Finance pour caractériser l'univers des petites capitalisations boursières (Greiner et Bruno²⁴ 2004, Levis²⁵ 2002, Annin et Falaschetti²⁶ ...), le seuil en dessous duquel une valeur appartiendra à ce dernier est une notion souvent relative et vague.

Pour Greiner et Bruno (2004), une petite ou micro capitalisation du NYSE¹ est une valeur appartenant à l'univers des capitalisations boursières inférieures à la capitalisation moyenne. L'étude menée par ces auteurs sur une longue période (quartiles larges, moyennes, petites et micro capitalisations re-balancées trimestriellement entre 1926 et 1981) permet de délimiter temporellement chacun de ces segments :

Tableau 3 : Classification des titres cotés sur le NYSE selon leur taille – Greiner et Bruno (2004)

Capitalisations	Déciles	Rentabilité géométrique 1925-1996	Echelle des capitalisations	Nombre de sociétés	Actions échangées/jour médiane	Médiane d'analystes suivant la valeur
Larges	1-2	10.4%	> 4212	422	540 000	14
Moyennes	3-5	11.7%	976-4185	780	129 000	8
Petites	6-8	12.0%	270-975	1360	35 000	5
micro	9-10	12.7%	< 270	3438	8 000	2

Ainsi, une petite ou micro capitalisation affiche une taille inférieure à 975 millions de dollars. A titre de comparaison, les segments B et C de la Bourse de Paris regroupent les sociétés ayant une capitalisation boursière inférieure à 1 milliard d'euros. On notera la relation inverse entre taille et rentabilité et la relation positive entre capitalisation boursière et nombre d'analystes financiers couvrant la valeur.

Dans leur étude sur l'évolution de la prime de taille à partir des valeurs du NYSE, Annin et Falaschetti (loc. cit) utilisent également une notion relative : ils définissent une petite capitalisation comme une valeur appartenant aux deux derniers déciles.

Levis (loc. cit) se réfère lui aussi à une mesure relative : une petite capitalisation se définit par son appartenance au premier décile de la capitalisation boursière du marché londonien, définition reprise par le Hoare Govett Smaller Companies Index, avec cependant une capitalisation boursière maximum fixée à 500 millions de livres pour appartenir à l'indice.

¹ New-York Stock Exchange

Cette définition en terme absolu se retrouve dans l'étude Extel² réalisée en 1998, selon laquelle 63% des gérants considéraient comme une petite capitalisation une firme dont la capitalisation est inférieure à 350 millions de livres. Au regard du doublement de ce pourcentage par rapport au début de la décennie, le critère absolu est lui-même un critère instable.

Les fournisseurs d'indices américains caractérisent les petites capitalisations boursières, non par référence à la moyenne, mais selon leur rang. Ainsi, l'indice Russell 2000 des petites valeurs regroupe les capitalisations américaines comprises entre la 1001^{ième} et la 3000^{ième} capitalisation boursière américaine. Il affichait une taille moyenne de 1 230 millions de dollars au 31 juillet 2007 (sociétés comprises entre 56 millions de dollars et 3 469 millions de dollars).

L'indice Russell microcap incluait à cette date des sociétés de 22 à 948 millions de dollars (pour une capitalisation boursière moyenne de 390 millions de dollars).

Si la littérature financière se réfère généralement à la capitalisation boursière, d'autres champs de recherche utilisent des variables telles que le nombre de salariés, la taille du bilan, le volume de chiffre d'affaires ou la valeur nette comptable des actifs, pour caractériser la taille d'une entreprise (Berck²⁷ 1995).

La notion de petite capitalisation boursière est donc une notion relative et temporelle : relative à l'univers d'investissement du fonds et temporelle en fonction notamment de l'évolution des grands indices boursiers. Il n'existe pas, dans la littérature académique, de délimitation par la taille, communément admise.

Le recours à d'autres caractéristiques telles que le niveau d'informations délivrées au Marché et la liquidité offrent-elles des mesures plus largement partagées ?

² Extel Small Companies Sector Survey, 1998

1.2. DELIMITATION SELON LE NIVEAU DE SUIVI PAR LES ANALYSTES FINANCIERS

Dans l'univers des petites capitalisations boursières, les caractéristiques idiosyncratiques sont critiques pour déterminer les performances futures des titres. « *Les petites capitalisations boursières sont souvent mono produit/mono marché, et la perte d'un client important, par exemple, est considérablement plus préjudiciable pour elles que pour une large capitalisation, plus diversifiée* » (Greiner et Bruno, loc. cit).

Les petites capitalisations sont plus risquées en termes de défaillance, de liquidité, d'importances d'engagements bancaires à court terme et de volatilité des résultats, et nécessiteraient de ce fait un investissement en analyse financière plus élevé que celui des grandes capitalisations.

Or, l'industrie de l'analyse financière s'est principalement développée au cours des trente dernières années sur la base d'un modèle économique basé sur les courtages générés par les transactions des fonds (développement de l'analyse « sell-side » intégrée chez les brokers), le coût de la recherche n'étant dès lors pas directement supporté par la société de gestion, mais prélevé sur le fonds. Outre les biais liés à la liaison de la facturation des coûts de transaction et ceux de la recherche, ce modèle a focalisé les investissements en analyse financière sur les valeurs les plus liquides, car susceptibles de dégager les courtages les plus élevés. Il a, de plus, accentué la dépréciation de la valeur temps (concentration de l'analyse sur des événements à court terme, tels que les ventes ou comptes trimestriels, afin d'accroître les volumes de transaction).

Dans une volonté de maximisation des commissions liées aux activités de banque d'investissement, le suivi des petites capitalisations est généralement fortement concentré géographiquement ou sectoriellement, notamment sur les valeurs technologiques (Greiner et Bruno, 2004).

Un autre argument avancé par Rappaport²⁸ (2005) pour expliquer la rareté d'informations disponibles sur les petites capitalisations boursières se trouverait dans le coût de l'information.

Dans le but de détecter les titres sur ou sous (mal) évalués, les gérants de portefeuille utilisent l'analyse fondamentale qui est supposée basée sur une vision à long terme des prévisions de l'entreprise.

La prévision des cash-flows et l'analyse de flux futurs étant considérées comme spéculatives et chères, la plupart des analyses fondamentales de nos jours requièrent l'utilisation de paramètres et de mesures à court terme tels que les gains trimestriels, ou la référence à des valorisations de sociétés comparables, avec l'utilisation de ratios tels que le « Price / Earnings », le « Price / Sales » et le « Price / Book », qui contournent les prévisions directes. Ces informations sont plus faciles à obtenir et moins coûteuses par rapport à celles qu'implique l'analyse des flux futurs en particulier pour les jeunes entreprises et les sociétés de petites capitalisations boursières, sur lesquelles il est plus difficile de définir un univers de valeurs comparables. Cependant, ce système d'évaluation n'émet aucun effort pour estimer la valeur des actions et de ce fait n'apporte pas de contribution pour la réalisation de prix efficients sur le plan allocationnel.

La désaffection des valeurs secondaires par les grands bureaux d'analyses financières est aujourd'hui indéniable. Ainsi, le rapport Demandolx sur l'analyse financière²⁹ (2005), constate que « *..la tendance générale va vers une diminution du nombre de valeurs couvertes par les analystes avec une concentration de plus en plus forte sur les grandes capitalisations. En France, 367 sociétés étaient couvertes en 2004 contre 528 en 2001. Le même constat a été effectué sur le marché américain où à l'heure actuelle, 50% des sociétés américaines cotées ne seraient couvertes que par deux analystes financiers et le tiers d'entre elles ne serait pas du tout suivi...* ».

De nombreuses études ont démontré l'impact de la raréfaction des informations disponibles sur le marché sur l'évaluation des actifs financiers et soulignent l'incapacité du bêta à expliquer le risque des sociétés faiblement couvertes par les analystes financiers.

Les entreprises sur lesquelles les investisseurs disposent d'informations abondantes possèdent des coefficients bêtas et des rentabilités plus faibles qu'en cas d'absence d'observations (d'estimations du risque).

Par ailleurs, les actifs sur lesquels l'on dispose de faibles informations ont en moyenne des rentabilités et des coefficients bêtas plus élevés que prévus (Barry et Brown³⁰ 1985).

Les rentabilités et les bêtas des entreprises à « informations élevées » ont tendance à s'accroître, contrairement à ceux des entreprises à « faibles informations » qui, elles, connaissent plutôt une diminution, lorsque de nouvelles informations sont obtenues (Coles, Loewenstein et Suay³¹ 1995).

De même, Arbel, Carvell et Strebel³² (1983) ont également justifié l'effet taille (relation positive entre la taille et la rentabilité des titres) par la négligence d'analyse des petites entreprises, augmentant l'asymétrie d'information.

Or, la vitesse d'ajustement du prix d'un titre à une information privée est positivement corrélée au nombre d'analystes suivant la valeur³³.

Cette asymétrie d'information influe directement sur la valeur de l'entreprise, valeur qui dépend sur le long terme de sa capacité, d'une part, à générer des cash-flows contribuant ainsi à la croissance de sa création de valeur, et d'autre part, à payer des dividendes à ses actionnaires.

Le suivi par la communauté des analystes financiers influe sur la quantité d'informations disponibles sur le marché et aussi sur les coûts d'agence. Afin de mesurer son impact sur le taux de rentabilité exigé par les investisseurs, nous retiendrons comme critère de suivi, la publication par plus de deux analystes « sell side » d'une étude sur la société au cours des douze derniers mois, seuil mentionné dans le rapport de l'Autorité des Marchés Financiers mentionné précédemment. Ce choix est par ailleurs lié à notre volonté d'écarter les contrats d'animation, financés par l'émetteur auprès de deux intermédiaires, des sources de réduction de l'asymétrie d'information.

1.3. DELIMITATION PAR LE NIVEAU DU RISQUE DE LIQUIDITE

La récente prise en compte du flottant dans le calcul des principaux indices boursiers témoigne de la forte préoccupation des investisseurs pour la « liquidité » de leur investissement, c'est à dire une monétisation rapide de leur participation. Ce critère n'est-il pas dès lors plus pertinent pour délimiter l'univers des petites capitalisations boursières, qui par essence souffrent d'une faiblesse de leurs échanges de titres.

La liquidité est un concept largement partagé. Pour Pastor et Stambaugh³⁴ (2003), la *“liquidité est un concept large et vague qui généralement traduit la capacité d'échanger de larges quantités d'un même titre rapidement à faibles coûts et sans affecter le prix du titre”*, définition qui rejoint celle proposée par Amihud³⁵.

Sa mesure soulève plus de divergences. Pour appréhender et mesurer ce concept, les chercheurs ont pour la plupart travaillé selon deux axes principaux :

- un axe analogique avec, soit la comparaison des prix des transactions sur des sociétés non cotées par rapport au niveau de valorisation d'un univers de valeurs comparables cotées, soit la détermination des décotes sur des titres subissant un lock-up³ ;
- un axe issu de la recherche en microstructure de marché, avec notamment la prise en compte de la liquidité intrinsèque d'un titre via la profondeur des échanges constatée.

³ Impossibilité de vendre les titres pendant une période donnée

1.3.1. Mesure de la liquidité par analogie

- a) la distinction entre l'univers du coté et celui du non coté.

La distinction de valorisation entre sociétés cotées et non cotées, ces dernières étant par définition quasi illiquides, permet d'appréhender le niveau de prime de liquidité exigé par les investisseurs à un instant donné et de contrôler l'influence de la taille des entreprises sur cette prime.

En comparant les prix de transaction des deux univers, Kooli, Kortas et L'Her (2003) soutiennent la nécessité de prendre en compte des décotes de taille et de liquidité distinctes, même si le contrôle par la taille permet de réduire cette dernière.

L'étude se base sur les opérations de fusions et d'acquisitions américaines entre 1995 et 2002, de sociétés non cotées. Les multiples constatés sur ces transactions sont alors comparés à ceux d'un portefeuille d'activités cotées ayant des caractéristiques similaires à l'opération analysée (en termes d'industrie et de taille).

Sur la base des multiples de capitalisation des bénéfices, les auteurs observent qu'il existe une décote médiane liée à l'absence de liquidité de 34%. Sur la base de critères tels que le multiple de chiffre d'affaires et de cash-flows les décotes s'établissent respectivement à 17 et 20%.

Les auteurs ont contrôlé la décote observée (« Discount Lack of Marketability », DLM en terme de P/E) par la taille des actifs, l'industrie et l'année de réalisation de l'opération selon le modèle :

$$DLM_i = \alpha + \beta_1 \times Asset_i + \beta_2 \times (1 - Asset_i) + \gamma_1 \times \frac{P}{SE_i} + \gamma_2 \times \left(1 - \frac{P}{SE_i}\right) + \sum_{i=1}^7 \delta_i Industry_i + \sum_{t=1995}^{2002} \phi_t year_t + \varepsilon_i$$

avec

$Asset_i$ variable discrète égale à 1 pour les entreprises dont la taille des actifs est supérieure à la médiane, 0 sinon

$\frac{P}{SE_i}$ variable discrète égale à 1 pour les entreprises dont le P/E est supérieur à la médiane, 0 sinon

Les caractéristiques propres des sociétés étudiées, notamment en termes de taille des actifs et surtout de croissance, influent sur le niveau de la prime de risque. Les entreprises de faible croissance subissent une décote de 31% tandis que celles de petites tailles affichent une décote de 19%.

La « taille » et la « liquidité » seraient ainsi des « proxies » d'un même facteur de risque et il conviendrait de ne pas cumuler leur décote dans l'appréciation du coût du capital (Rijken Booiij et Buckley³⁷ 1999). La décote entre sociétés cotées et non cotées serait majoritairement liée à la taille des entreprises étudiées et non pas à la cotation du titre.

La décote entre le coté et le non coté (étude des valeurs britanniques entre 1991 et 1997), évaluée à 40% est réduite à 10% si l'on intègre le facteur taille, mesuré par le logarithme de la capitalisation boursière. Rijken et al. relèvent également la corrélation entre le P/E et la taille.

La mesure du concept de liquidité par référence au coté / non coté soulève cependant de nombreuses critiques.

La différence de valorisation entre le monde du coté et celui du non coté dépendrait exclusivement du différentiel entre les gains et les coûts liés à la cotation, indépendamment du concept de liquidité.

Parmi les bénéfices retirés de la cotation, Pagano et al ³⁸ (1998) évoquent :

- l'accès à des ressources bancaires plus larges, l'accroissement du pouvoir de négociation et la baisse du coût du capital ;
- la diversification pour les actionnaires fondateurs de la société ;
- l'accroissement de la liquidité du titre ;
- l'abaissement des coûts d'agence, par le contrôle du marché sur les managers ;
- la reconnaissance de la part de la communauté financière ;
- la manière optimale de faire évoluer la détention du capital ;
- l'opportunité de lever des fonds en fonction des conditions du marché.

A contrario, la cotation génère des coûts :

- l'asymétrie d'information entre l'émission d'actions et les investisseurs, créant une décote sur la valeur intrinsèque de l'émetteur ;
- les coûts facturés par l'entreprise de marché et ceux liés à la communication financière ;
- la perte de confidentialité.

L'analyse de la liquidité par analogie coté / non coté souffre par ailleurs d'un « biais de patrimoine », influençant le taux de rentabilité exigé par les actionnaires et de ce fait la valorisation des sociétés non cotées (Damodaran ³⁹ 1997). Les sociétés non cotées doivent en effet intégrer dans leur coût du capital non seulement le risque non diversifiable mais également le risque spécifique.

L'auteur justifie cette approche par le fait que les propriétaires d'une firme non cotée ont la plupart du temps la quasi-totalité de leur patrimoine investi dans cette société et que, dès lors, ils ne peuvent pas éliminer ce risque via une diversification de leur patrimoine. Ils sont ainsi exposés au risque total de la société et exigent donc une rémunération couvrant ce risque, plus élevée que celle demandée par des actionnaires minoritaires de sociétés cotées.

Cet argument pourrait également s'appliquer aux petites capitalisations boursières dont le capital est concentré dans les mains d'un actionnariat familial et ainsi contribuer à expliquer l'effet taille.

b) Liquidité et « lock-up »

L'approche d'estimation de la décote de liquidité par analogie est complétée par les travaux relatifs à la décote des titres subissant des clauses de blocage temporel (ou « lock-up ») (Gollier et Pratt⁴⁰ 1996, et Gaughan⁴¹ 1996 et Silber⁴² 1991). Les décotes moyennes observées s'échelonnent entre 33 et 45%.

En contrôlant l'effet taille, Silber observe que si la liquidité d'un titre affecte sa valeur, cet effet est négativement corrélé à la capitalisation boursière. Ce résultat est à rapprocher de la théorie de la banqueroute.

1.3.2. Microstructure et risque de liquidité

Les facteurs communs dans les flux d'ordres sont influencés par les différences de liquidités des titres ainsi que par des facteurs relatifs à leur évaluation fondamentale. La rentabilité d'une action est ainsi une fonction linéaire du flux d'ordre et des informations disponibles (Hasbrouck et Seppi⁴³ 1999).

Les variables individuelles et idiosyncratiques dominent les facteurs communs de liquidité et les chocs de liquidité de marché.

Différentes mesures de la liquidité, plus ou moins sophistiquées, ont dès lors été proposées par les chercheurs influencés par le développement du champ de recherche en microstructure de marchés.

Parmi les principaux proxy du risque de liquidité mentionnés dans la littérature, notons :

- le taux de rotation de l'action ou [share turnover] (Brennan et Subrahmanyam⁴⁴ 1996).

Subrahmanyam⁴⁵ (2005) revient sur le rôle du taux de rotation en tant que proxy du risque de liquidité. Il démontre une relation négative entre le taux de rotation des actions et le taux de rentabilité future pour des actions ayant affiché des performances anormalement faibles et une relation positive pour des actions bénéficiant d'une bonne performance passée. Le taux de rotation des actions ne serait donc pas un proxy du risque de liquidité ;

- le nombre de titres traités multiplié par le cours de l'action ou [dollar trading volume] (Amihud et Mendelson⁴⁶ 1986). ;

Ces proxies du risque de liquidité ne seraient pas pris en compte par les facteurs HML et SMB de Fama et French ;

- le « bid-ask spread » [fourchette entre le premier prix offert et le premier prix demandé à l'instant t] (Amihud et Mendelson 1986 et Eleswarapu⁴⁷ 1997). Les auteurs ont mis en évidence un lien positif, en coupe transversale, entre le bid-ask spread coté et la rentabilité en excès des titres ;

- le « spread effectif », mesuré par la différence en valeur absolue entre le milieu de fourchette du bid-ask spread et le premier cours coté suivant sa mesure (Chalmers et Kadlec⁴⁸ 1998). Ce spread est ensuite divisé par la période de détention du titre, obtenue à partir du taux de rotation de l'action. Les auteurs ont observé une relation positive entre leur mesure de l'illiquidité et la rentabilité des actions ;

Brennan et Subrahmanyam (1996) ont introduit une notion « d'impact de prix ». Ainsi, la liquidité d'un titre se mesurera par la réponse de son cours à un ordre d'un certain montant et par les coûts fixes de transaction. Cette mesure correspond à la pente de la régression des variations du prix de l'action, transaction par transaction, à un ordre de bourse vendeur ou acheteur.

Ces mesures de l'illiquidité permettent de réaliser en coupe transversale des études d'évènement, avec une grande finesse d'analyse. Cependant, elles requièrent de volumineuses informations d'échanges intra-day des titres qui sont inexistantes pour beaucoup de marchés, en particulier sur les petites capitalisations boursières, pour une période d'analyse suffisamment longue ;

- d'autres auteurs ont défini des mesures de liquidité intégrant l'impact de la liquidité globale du marché sur la rentabilité des titres.

Aussi, Amihud⁴⁹ (2002) a proposé une mesure qui se veut plus universelle et qui permet d'analyser les effets de la liquidité en série temporelle.

L'auteur définit l'illiquidité d'un titre par le ratio moyen entre, la valeur absolue de la rentabilité journalière du titre i , le jour d , l'année y , sur le volume échangé en valeur le jour j , soit

$$\frac{|R_{i,y,d}|}{VOLD_{i,y,d}}$$

Cette mesure exprime la variation du prix de l'action pour une unité monétaire échangée.

Annualisée, la liquidité d'un titre sera mesurée par le ratio :

$$ILLIQ_{ii} = \frac{1}{D_{iy}} \times \sum_{t=1}^{D_{iy}} \frac{|R_{i,y,d}|}{VOLD_{i,y,d}}, \text{ avec } D_{iy} \text{ le nombre de jours où les données sont}$$

disponibles dans l'année y .

La liquidité du marché $AILLIQ_y$ est dès lors définie par la somme des liquidités des titres divisée par le nombre de titres entrant dans la composition du marché.

A partir d'une analyse de portefeuilles, (constitution de déciles basés sur la taille i.e. le logarithme de la capitalisation boursière), l'auteur met en évidence l'existence d'une prime de liquidité commune à l'ensemble des titres, affectant de façon plus marquée les titres de faible capitalisation boursière (corrélation négative de 0.614 entre la liquidité et la taille). Cette prime reflète un coût d'illiquidité supérieur des actions sur les obligations d'état.

L'effet taille serait lié à des modifications de la liquidité du marché, suite à un phénomène de « flight to quality » bénéficiant dans les phases de forte contraction de la liquidité globale du marché aux titres les plus liquides. L'effet taille ne serait donc pas stable dans le temps. Si le risque de liquidité est correctement intégré par le marché, les titres de petites capitalisations, moins liquides, doivent intégrer une prime de risque de liquidité supérieure aux titres de grande capitalisation, expliquant pourquoi les petites capitalisations affichent, en moyenne, des rentabilités supérieures.

La rentabilité des titres serait également influencée par les changements non anticipés de liquidité du marché (mesuré selon un modèle auto régressif d'ordre 1).

soit :

$$\ln AILLIQ_y = c_0 + c_1 \ln AILLIQ_{y-1} + \mathcal{G}_y$$

avec \mathcal{G}_y , l'illiquidité non anticipée

Au début de l'année y, les investisseurs exigent une prime telle que :

$$(R_m - R_f)_y = f_0 + f_1 \ln AILLIQ_y^E + \mu_y = g_0 + g_1 AILLIQ_{y-1} + \mu_y$$

avec

$(R_m - R_f)_y$, la prime de risque du marché actions l'année y

$AILLIQ_y^E$, l'illiquidité anticipée pour l'année y

μ_y étant la prime non anticipée, décomposée en une illiquidité non anticipée \mathcal{G}_y ,

($\mathcal{G}_y = g_2 \ln AILLIQ_y^u$) et un bruit ϖ_y , soit $\mu_y = g_2 \ln AILLIQ_y^u + \varpi_y$

Amihud a ainsi démontré que la rentabilité en excès sur le taux sans risque, anticipée d'un titre était une fonction croissante de l'illiquidité de marché anticipée ($g_1 > 0$), et que l'illiquidité non anticipée avait une influence négative sur le prix des titres ($g_2 < 0$).

Amihud a également noté l'influence du bêta, de la performance passée du titre (sur les 100 derniers jours et sur la période début d'année à jour moins 100), du rendement et de l'écart-type journalier du titre sur sa rentabilité.

Pastor et Stambaugh⁵⁰ (2003) ont focalisé leur étude sur les changements de prix d'un titre imputables aux flux d'ordres. Ils proposent une mesure de risque de liquidité basée sur le signe de la différence entre la rentabilité du titre et celle du marché, multipliée par le volume des transactions du titre pondéré par le prix.

Ainsi la rentabilité d'un titre i , au jour $d+1$ au mois t est déterminée par sa rentabilité au jour précédent et son flux d'ordre :

$$r_{i,d+1,t} = \theta_{i,t} + \phi_{i,t}r_{i,d,t} + \gamma_{i,t} \text{sign}(r_{i,d,t}^e) \mathcal{Q}_{i,d,t} + \varepsilon_{i,d+1,t}$$

avec

$r_{m,d,t}$, rentabilité du marché le jour d du mois t , pondérée par les capitalisations boursières ;

$$\text{sign}(r_{i,d,t}^e) = r_{i,d,t} - r_{m,d,t} ;$$

$\mathcal{Q}_{i,d,t}$, volume échangé exprimé en monnaie pour le titre i , le jour d du mois t ;

$\theta_{i,t}, \phi_{i,t}$ et $\gamma_{i,t}$ coefficients de la régression multiple ;

$\varepsilon_{i,d+1,t}$ bruit aléatoire d'espérance nulle.

L'idée sous-jacente au modèle suppose qu'un flux d'ordre important sur un titre doit s'accompagner, tout au moins partiellement, par une rentabilité inverse en $t+1$ pour un titre faiblement liquide. Cela signifie que, $\gamma_{i,t}$ est un nombre croissant en fonction de l'illiquidité du titre et que pour un titre peu liquide son signe doit être négatif.

L'innovation de la liquidité (« innovations in liquidity ») est définie par les auteurs comme la variation du coût de la liquidité entre deux périodes, soit :

$$\Delta \hat{\gamma}_t = \left(\frac{m_t}{m_1} \right) \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} (\hat{\gamma}_{i,t} - \hat{\gamma}_{i,t-1})$$

avec

m_1 , capitalisation boursière des valeurs entrant dans l'échantillon à fin août 1962 ;

m_t égale à la capitalisation boursière des valeurs entrant dans l'échantillon au mois t ;

N_t , nombre de valeurs étudiées ;

$\hat{\gamma}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\gamma}_{i,t}$, définis comme le coût de la liquidité distribué sur l'ensemble des valeurs étudiées.

En régressant ce paramètre par celui de la période précédente et par le coût de la liquidité en t-1, on obtient :

$$\Delta \hat{\gamma}_t = a + b \Delta \hat{\gamma}_{t-1} + c \left(\frac{m_{t-1}}{m_1} \right) \hat{\gamma}_{t-1} + \mu_t$$

avec

μ_t , bruit aléatoire.

Cette équation repose sur l'hypothèse que le coût de liquidité dépend de son niveau à la période précédente.

L'innovation de la liquidité, non anticipable, est mesurée par le bruit μ_t avec $L_t = \frac{1}{100} \hat{\mu}_t$.

En régressant cette innovation par la rentabilité des actions, les auteurs démontrent une corrélation de 0,36 entre l'innovation de liquidité et la rentabilité des indices NYSE et AMEX avec une corrélation positive de 0,52 pour les mois de rentabilité négative.

Les auteurs démontrent également que les flux de titres accroissent les mouvements de corrections de marché (à la hausse ou à la baisse) lorsque la liquidité est plus faible.

En introduisant des variables de contrôle au côté du portefeuille de marché (*MKT*), telles que *SMB* et *HML* de Fama et French⁵¹ (1993), et momentum (*MOM*) de Jegadeesh et Titman⁵² (1993), ils confirment que la rentabilité espérée du marché actions est positivement corrélée à la sensibilité des actions aux innovations de liquidité globale du marché.

La prime de risque de liquidité est positive, impliquant que les titres plus sensibles aux chocs de liquidité affichent des rentabilités espérées plus élevées.

L'introduction du risque de liquidité dans les portefeuilles de faible capitalisation boursière explique à elle seule les rentabilités anormales constatées avec les autres facteurs.

Néanmoins, les auteurs soulignent que leur approche ne permet pas d'apporter de réponse en termes de lien entre la liquidité, mesurée selon leur modèle et de rentabilité d'un titre (non significativité du coefficient $\gamma_{i,t}$). Alors que leur mesure de liquidité apporte des réponses conclusives au niveau de la liquidité du marché, elle est trop instable au niveau d'un titre pour être utilisée. Ils jugent plus appropriées des mesures telles que le volume ou le « turnover ».

Le concept de liquidité apparaît central dans l'explication du coût du capital, notamment des petites capitalisations boursières. Son lien avec l'effet taille n'est cependant pas tranché.

De même, il n'existe pas de consensus sur le niveau critique au-dessous duquel une société serait considérée comme illiquide.

Les mesures par analogie souffrent de leur imprécision et de leur difficulté de mise en œuvre, la similitude de sociétés en terme de taille n'impliquant pas de comparabilités en terme de modèle de développement économique, de levier financier et de levier opérationnel (poids des charges fixes).

Aussi, et pour des raisons de disponibilités de données sur notre univers d'étude, nous privilégierons la mesure proposée par Amihud ainsi que le « share turnover » comme variables de contrôle de la rentabilité des actions.

CHAPITRE 2. APPRECIATION DE L'APPLICATION DES MODELES DOMINANTS DE DETERMINATION DU COÛT DU CAPITAL A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS

Les caractéristiques des petites capitalisations boursières (rareté d'information, liquidité réduite et faible corrélation sur les grands indices boursiers, i.e. un bêta empirique éloigné du « vrai bêta »), rendent les théories dominantes du coût du capital peu adaptées à cet univers.

Les biais du bêta empirique fragilisent particulièrement l'emploi du CAPM sur cet univers. Ce modèle repose en effet sur l'existence d'une relation linéaire avec un seul facteur de risque commun, le Marché, relation fonction d'un coefficient empirique : la covariance du titre avec ce dernier.

Dès lors, nous nous efforcerons de soulever les nombreuses anomalies du CAPM relevées par les chercheurs, anomalies dans lesquelles nous puiserons nos variables descriptives de la rentabilité des actions ou d'amélioration de la qualité de l'estimateur du « vrai bêta ». L'effet taille relevé par de nombreux chercheurs implique-t-il une remise en cause du CAPM en tant que modèle de détermination du coût du capital ou l'échec d'estimation de ses paramètres, et en particulier du bêta ?

L'APT apporte des solutions aux anomalies du CAPM. Il pose le principe de l'existence de facteurs de risques communs extra-marché, démarche qui semble particulièrement adaptée à notre univers d'étude. Néanmoins, les différents modèles issus de l'APT ne sont pas tous adaptés à notre problématique.

En particulier, les modèles de détermination des primes de risques communes, dans lesquels se situe le modèle à trois facteurs de Fama et French, ainsi que les modèles macro-économiques souffrent de la faible corrélation des petites capitalisations boursières sur les grandes valeurs.

En revanche, l'utilisation d'attributs spécifiques à la société permet d'intégrer les spécificités des petites capitalisations boursières, comme sensibilités aux facteurs de risques communs.

2.1. TYPOLOGIE DES THEORIES DU COÛT DU CAPITAL ET IDENTIFICATION DE DEUX MODELES DOMINANTS (CAPM ET MODELE APT)

S'appuyant sur les travaux de Markowitz (1952), associant pour un niveau de rentabilité un niveau minimum de risque, et pour un niveau de risque, un niveau optimum de rentabilité, différentes théories et méthodologies ont été utilisées afin de calculer le coût du capital (ou taux de rentabilité exigé par les investisseurs) sur un actif, avec l'émergence de deux grands courants : le CAPM et l'APT.

Les divergences d'approches entre ces deux modèles peuvent être appréciées au travers du modèle SDF⁴, modèle sur lequel sont fondées les principales théories du coût du capital. Ce dernier est basé sur une hypothèse simple : le prix d'un titre au temps t s'exprime en fonction du revenu correspondant attendu au temps « $t+s$ » et des informations disponibles au temps t .

Il se présente comme suit :

$$P_t = E_t(M_{t+s} X_{t+s}) \quad \text{Équation 1}$$

P_t est le prix du titre au temps t ,

M_{t+s} est le « discount factor » au temps $t+s$, appelé aussi « pricing kernel » ($0 \leq M_{t+s} \leq 1$) ;

X_{t+s} est le revenu attendu au temps $t+s$, il n'est pas connu en t et est une variable aléatoire ;

E_t représente la prévision de revenu en $t+s$ en fonction des informations disponibles au temps t .

En se référant au modèle SDF, et en supposant que $s=1$, la rentabilité du titre peut s'écrire :

$$R_{t+1} = \frac{X_{t+1}}{P_t} = 1 + r_{t+1} \quad \text{Équation 2}$$

et donc en divisant par les deux cotés de l'équation 1 par P_t ,

$$1 = E(M_{t+1} R_{t+1})$$

⁴ SDF : Stochastic Discount Factor

Comme $E(M_{t+1})E(R_{t+1}) + \text{cov}_t(M_{t+1}, R_{t+1})$, alors, l'espérance de rentabilité d'un titre s'écrira : $E(R_{t+1}) = \frac{1 - \text{cov}_t(M_{t+1}, R_{t+1})}{E(M_{t+1})}$

Sachant que pour un actif sans risque, de rentabilité r_t^f , $E(R_{t+1}) = 1 + r_t^f$, alors $E(M_{t+1}) = \frac{1}{1 + r_t^f}$.

Il ressort des deux équations précédentes que la rentabilité en excès sur le taux sans risque d'un actif s'exprimera selon la relation suivante :

$$E(r_{t+1}) - r_t^f = -(1 + r_t^f) \text{cov}_t(M_{t+1}, r_{t+1} - r_t^f) \quad \text{Équation 3}$$

Les particularités du modèle SDF concernent les points ci-dessous :

1. le risque est ainsi mesuré par la covariance conditionnelle des rentabilités avec les facteurs ;
2. les facteurs sont linéairement fonction de leurs covariances conditionnelles avec la rentabilité en excès de l'actif risqué ;
3. la complexité du modèle SDF réside dans sa non linéarité, dans son expression non conditionnelle, d'où l'utilisation de modèles factoriels affines par Smith et Wickens (2002)⁵³.

Dans le modèle SDF, la prime de risque est en effet définie par le produit entre le prix du risque et la quantité de risque, soit : $-(1 + r_t^f) \text{cov}_t(M_{t+1}, r_{t+1} - r_t^f) = \beta_t \lambda_t$

avec

$$\beta_t = -(1 + r_t^f) \frac{\text{cov}_t(M_{t+1}, r_{t+1} - r_t^f)}{\sigma_t[r_{t+1} - r_t^f]} = \text{cov}_t \left[\frac{M_{t+1}}{E_t(M_{t+1})}, \frac{r_{t+1} - r_t^f}{\sigma_t[r_{t+1} - r_t^f]} \right]$$

et $\lambda_t = \sigma_t[r_{t+1} - r_t^f]$ ou écart-type des rentabilités en excès sur le taux sans risque

Le bêta mesure ainsi l'effet sur le facteur stochastique d'actualisation, d'une variation d'une unité de rentabilité en excès sur le taux sans risque.

La plupart des modèles d'évaluation d'actifs diffèrent par leur choix du facteur d'actualisation (« discount factor » ou « pricing kernel ») :

- le CAPM utilise implicitement le modèle SDF en ayant recours à des variables observées et non pas à des variables latentes. Ainsi, le discount factor pris en compte par le CAPM est l'écart-type de 1 plus la rentabilité du marché, soit $M_{t+1} = \sigma(1 + r_{t+1}^m)$;
- d'autres modèles utilisent des facteurs explicites mais inobservables. Le modèle le plus couramment utilisé est le modèle factoriel affine à variables latentes de Vasicek⁵⁴ (1977) et de Cox, Ingersoll et Ross⁵⁵ (1985). Il permet d'exprimer le logarithme du facteur d'actualisation M_{t+1} comme une fonction linéaire d'une ou de plusieurs variables aléatoires qui suivent chacune un processus auto régressif d'ordre 1 (processus de retour vers la moyenne) et d'un terme d'erreur.

Le modèle de Vasicek se présente comme suit :

$$m_{t+1} = \alpha + \beta z_{t+1} + \lambda \sigma \varepsilon_{t+1}$$

$$z_{t+1} - \mu = \theta(z_t - \mu) + \sigma \varepsilon_{t+1}, \quad 0 \leq |\theta| < 1$$

avec

$$m_{t+1} = \text{Ln}(M_{t+1}),$$

z_{t+1} variable explicative du discount factor,

ε_{t+1} terme d'erreur ;

- l'Arbitrage Pricing Theory (APT) se distingue des modèles précédents. Il n'est pas dérivé du modèle SDF. Smith et Wickens démontrent en effet que pour l'APT, dans la rentabilité en excès d'un titre i , $r_i - r^f = \sum_i^{k-1} \beta_i f_i + \beta_f r^f$, les f_i sont non spécifiés comme covariance conditionnelle des rentabilités avec le facteur.

Le coût du capital des entreprises individuelles est estimé dans un cadre d'étude "bayésien" qui utilise un certain nombre de modèles d'évaluation factoriels.

Cette schématisation permet de mettre en relief la supériorité « pratique » du CAPM sur les autres modèles grâce au recours à des variables observées, qui s'imposent à tous.

La facilité d'utilisation qui en découle révèle également sa fragilité. Les études empiriques destinées à valider le cadre théorique du CAPM ont en effet donné naissance à un vaste champ de recherche des anomalies du CAPM, anomalies qui s'avèrent particulièrement pénalisantes dans le cadre de la détermination du coût du capital des petites capitalisations.

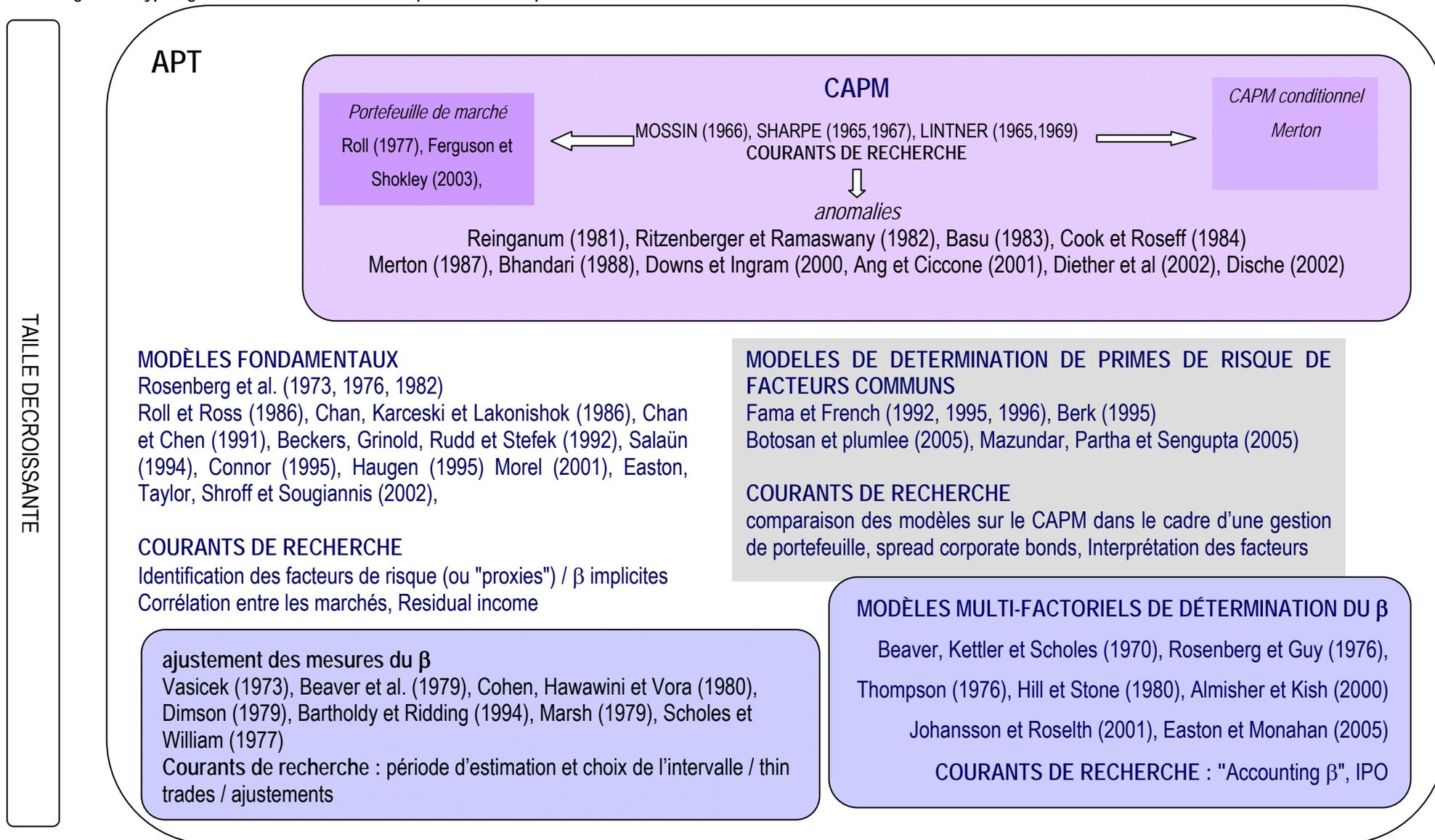
Dans la quête du « vrai » bêta, de nombreux auteurs ont travaillé sur l'ajustement des données du modèle donnant notamment naissance aux théories de l' « accounting beta ».

Les anomalies du CAPM ont par ailleurs justifié la recherche de nouveaux modèles d'évaluation. L'Arbitrage Pricing Theory (APT) élargit le nombre de facteurs communs de risques à des composantes extra-marché, sans toutefois les spécifier.

Les recherches en finance ont dès lors tenté d'identifier les facteurs de risques communs, selon deux grands axes :

1. la recherche de primes de risque communes aux entreprises, approche privilégiée dans les travaux de Fama et French notamment ;
2. la prise en compte des risques macro-économiques qui pèsent sur les entreprises au travers de leurs sensibilités spécifiques à ces facteurs (Sharpe).

Figure 1 : Typologie des modèles de coût du capital selon la capitalisation boursière



2.2. INSUFFISANCES DU CAPM (MODELE UNI-FACTORIEL) : ANOMALIES ET DIFFICULTES D'APPLICATION AUX PETITES CAPITALISATIONS

Développé par Mossin (1966), Sharpe (1967), Lintner (1965, 1969) et Black (1972), le CAPM a pour fondement l'établissement d'un lien linéaire entre rentabilité et risque. L'espérance de rentabilité d'un titre (ou d'un portefeuille) est ainsi une fonction linéaire croissante de sa contribution à la variance du portefeuille de marché, mesurée par la covariance du titre et du marché ou son bêta, et de l'excès de rentabilité anticipée du portefeuille de marché sur le taux sans risque.

Le CAPM fournit ainsi une solution mathématique élégante et pratique au problème de choix de portefeuille. Pour déterminer le risque d'un titre, il suffira dès lors de calculer son bêta empirique et de déterminer l'espérance de rentabilité du portefeuille de marché.

Par arbitrage, les titres sont sélectionnés sur la base de leur seul bêta et doivent à l'équilibre se positionner sur la droite de marché (définie comme étant la combinaison du portefeuille de marché et de l'actif sans risque). En théorie, une action sera incorporée dans un portefeuille en fonction uniquement de son bêta ou de son risque systématique. En effet, seul le bêta est rémunéré par le marché puisque le risque spécifique, mesuré par la variance des erreurs, peut être éliminé par la diversification.

L'abondante littérature sur la validation du CAPM fait cependant état de nombreuses anomalies qui remettent en cause l'utilisation du bêta empirique comme estimateur du « vrai bêta ». Or « *l'incertitude sur le choix du modèle d'évaluation est moins importante que celle du choix des paramètres du modèle : l'incertitude liée à la prime de risque est la plus grande source d'incertitude dans la détermination du coût du capital. Celle liée aux coefficients bêtas étant aussi importante.*⁵⁶ ».

2.2.1. Des hypothèses théoriques fortes peu adaptées aux petites capitalisations

Le modèle du CAPM repose sur un certain nombre d'hypothèses fortes parmi lesquelles :

1. les investisseurs anticipent les rentabilités futures de manière homogène ;
2. le prix d'une action intègre toutes les informations disponibles à l'instant t (efficience des marchés) ;
3. les individus sont supposés maximiser leur fonction d'utilité sur la base de la moyenne et l'écart-type de leur richesse future (aversion au risque). Chaque individu est ainsi amené à détenir le portefeuille de marché ;
4. le modèle est construit sur une seule période, impliquant une stabilité des différents paramètres ;
5. chaque investisseur détient une petite partie de la richesse globale.

L'univers des petites capitalisations semble peu s'accommoder des deux premières hypothèses du modèle notamment en raison de la rareté d'information qui les caractérise. Faute d'acteurs en nombre suffisant susceptibles de délivrer l'information rapidement et à tous les investisseurs, l'hypothèse d'efficience du marché des petites capitalisations boursières n'est pas acquise, quelle que soit sa forme.

De même, cette rareté d'information, et par conséquent le coût d'accès à celle-ci, fragilise l'hypothèse d'homogénéité d'anticipations des investisseurs sur ce compartiment.

Or, pour le CAPM, le bêta est la seule source de risque qui explique les rentabilités des actifs financiers. Il implique que le portefeuille de marché est moyenne-variance efficient. Il synthétise l'ensemble des informations publiques ou privées (forme forte de l'efficience des marchés) disponibles à l'instant t sur le marché relatives aux facteurs de risques communs affectant la rentabilité globale des titres.

La valeur moyenne historique du coefficient bêta est estimée par la pente de la droite de régression des rentabilités historiques sur l'excès de la rentabilité du marché sur le taux sans risque. Ce « bêta historique » est l'estimateur sans biais de la moyenne du « vrai bêta » sur les périodes passées, sous la condition que les rentabilités spécifiques ont une moyenne nulle, une variance constante et ne présentent aucune relation de corrélation entre elles.

La principale faille du modèle est la mise à l'écart de tous les autres éléments de risque spécifiques ou non à l'entreprise. Ils peuvent en effet être déterminants de la rentabilité, comme en témoignent les anomalies révélées par la littérature académique.

2.2.2. Anomalies du CAPM et facteurs de risques communs aux petites capitalisations boursières

Le CAPM a fait l'objet de nombreux tests empiriques qui ont abouti à des résultats plus ou moins controversés. Le choix du test est déterminant dans les résultats obtenus.

Les anomalies constatées dans les travaux académiques peuvent être scindées en deux grandes catégories :

- les anomalies liées aux problèmes de collecte de données statistiques ;
- les anomalies liées à la non prise en compte par le CAPM de facteurs de risques communs.

Ces facteurs de risque pourraient s'avérer particulièrement sensibles dans la valorisation des petites capitalisations boursières.

2.2.2.1 Les anomalies liées aux problèmes de collecte et traitement de données

Fama et Mac Beth⁵⁷ (1973) ont vérifié la validité du CAPM en testant les hypothèses suivantes :

- l'existence d'une relation linéaire entre le coefficient bêta et la rentabilité observée d'une part ;
- la positivité de la prime de risque du marché, d'autre part.

Cette deuxième hypothèse est fondée sur le fait que la prise de risque est compensée par une rentabilité supplémentaire. Ainsi l'espérance de rentabilité du marché doit être supérieure au taux sans risque.

Ce test de positivité de la relation entre rentabilité et risque est celui de l'hypothèse nulle

$H_0 : E(R_M) - R_f > 0$, l'équation du CAPM étant donnée par
 $E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_M) - R_f]$

avec

$E(R_i)$ l'espérance de rentabilité du titre i ,

R_f le taux sans risque,

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_{R_M}^2},$$

$E(R_M) - R_f$ la prime de risque du marché ;

- la non significativité des coefficients des variables bêta² (confirmant la linéarité de la relation) et résidus (pas d'autres sources de risque communes) dans l'explication des rentabilités des actions.

La procédure du test conditionnel développée par Pettengill, Sundaram et Mathur⁵⁸ (1995) autorise le test de la seule première hypothèse. La simulation de Monte Carlo, notamment, valide cette hypothèse (test de Elsa et al. sur le marché allemand 1999⁵⁹). Les auteurs ont attribué l'incapacité des études précédentes à valider cette hypothèse à la prime de risque du marché qui était proche de zéro pendant la période considérée, entraînant ainsi la non validation de l'hypothèse sur sa positivité.

Pettengill et al. avancent que la relation linéaire positive entre bêtas et rentabilités espérées n'implique nullement que les rentabilités réalisées soient des fonctions croissantes du bêta. En d'autres termes, il y a une probabilité positive que des titres risqués aient une rentabilité supérieure à des titres affichant un faible bêta.

En effet, la méthodologie traditionnellement utilisée pour analyser le pouvoir prédictif du bêta, dans le cadre du CAPM, consiste à déterminer les bêtas ex-post de titres ou de portefeuilles selon la formule $R_t - R_f = \gamma_0 + (R_{Mt} - R_f) \times \beta + \varepsilon_t$

De nombreux auteurs, dont Fama et French (1992) utilisent la « Security Market Line » définie par $R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_i$ pour calculer le bêta ex-post des titres.

La seconde étape consiste à utiliser le bêta comme variable explicative des rentabilités en coupe $R_i = \gamma_0 + \gamma_1 \times \beta_i + \varepsilon_i$.

Pour Pettengill et al. lorsque la rentabilité du marché est inférieure à celle du taux sans risque, il est normal que la rentabilité de titres à bêta élevé soit inférieure à celle de titres à faible bêta. Aussi, les auteurs proposent-ils de tester l'équation :

$$R_i = \gamma_0 + \delta \times \gamma_1 \times \beta_i + (1 - \delta) \times \gamma_2 \times \beta_i + \varepsilon_i$$

avec

$$\delta = 1 \text{ si } (R_M - R_f) > 0$$

et

$$\delta = 0 \text{ si } (R_M - R_f) < 0.$$

Selon cette distinction, leurs résultats confirment une relation consistante et significative entre le bêta et les rentabilités réalisées.

Le CAPM a été également critiqué sur le plan des données utilisées dans les tests :

- la validation empirique du CAPM se heurte à la définition du portefeuille de marché. Le choix du « proxy » de marché pour déterminer le bêta est fondamental pour déterminer le couple risque rentabilité d'une action. Or le portefeuille de marché n'est pas observable puisqu'il doit contenir tous les actifs financiers échangeables dans l'économie (Roll, 1977) ;
- de même, la validation empirique du CAPM se heurte à la définition du risque systématique et du risque spécifique.

Ainsi, à partir du moment où un titre entrant dans la composition de l'indice de marché représente une part significative de ce dernier (IBM pour le S&P 500, France Telecom ou Total pour le SBF 250), les événements spécifiques à ce titre influenceront non seulement sa rentabilité résiduelle mais contribueront également à la variance de l'indice de marché, et donc au risque systématique (Rosenberg et Marathe⁶⁰, 1976).

Cette problématique est particulièrement critique dans le cadre des petites capitalisations, dont les mouvements seront nécessairement non corrélés aux risques spécifiques des grandes valeurs entrant dans la composition de l'indice de marché ;

- les difficultés de validation empirique du CAPM se heurtent également à la méthodologie utilisée, puisque le CAPM est un modèle ex-ante et que les tests se font ex-post.

Or personne ne connaît le vrai bêta. Le CAPM requiert l'estimation du vrai bêta, c'est-à-dire l'estimation du risque systématique. La validation ou non des hypothèses des tests du CAPM dépend en grande partie de la méthodologie utilisée dans l'estimation du coefficient bêta.

Pour calculer des bêtas en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires, l'écart-type du bêta, son risque estimé, est étroitement lié au risque non systématique de l'action. La variance du bêta est la variance du moindre carré des erreurs (précisément la définition du risque non-systématique) divisée par la variance du marché.

Aussi classer les actions en fonction de la variance de leur bêta sera équivalent à classer les actions selon leur risque spécifique ;

- enfin, le choix du taux sans risque est sujet à controverse : alors qu'il y a de nombreux arguments sur l'utilisation des taux longs comme proxy du taux d'intérêt sans risque (Harrington 1987), notamment puisque le cours d'une action est le reflet de l'actualisation de ses flux futurs, les billets de trésorerie à 30 ou 90 jours sont les références majoritairement utilisées dans les travaux académiques.

2.2.2.2 Les anomalies liées à la non prise en compte de facteurs de risques communs

Les petites valeurs étant faiblement corrélées aux grands indices boursiers, nous avons répertorié dans la littérature sur les anomalies du CAPM, des risques communs qui pourraient être à l'origine de ce phénomène.

De nombreux auteurs ont constaté une relation entre la rentabilité des actions et des facteurs de risques autres que le seul bêta :

- Effet taille

La rentabilité des titres serait une fonction décroissante de la taille relative des firmes, taille mesurée par la capitalisation boursière. Cet effet serait cependant lui-même fortement corrélé à l'effet janvier.

Les espérances mathématiques de rentabilité dépendent de la capitalisation des titres et non des bêtas (Banz 1981, Reinganum 1981, Brown et al. 1983, Keim 1983, Fama et French 1992, Haugen 1993, Lo et MacKinlay 1990). Les valeurs moyennes, plus risquées, doivent être rémunérées par une rentabilité plus élevée. Les rentabilités des actifs des petites entreprises présentent des auto-corrélations sérielles.

La relation entre la taille et la rentabilité des actions est une relation inverse et non linéaire (Banz⁶¹ 1981). L'effet taille peut être la cause directe de cette rentabilité anormale ou seulement le reflet d'un ou plusieurs autres facteurs de risques. Ainsi, le manque d'information disponible sur ce compartiment justifie les rentabilités supérieures des petites valeurs. Cet argument a également été avancé par Barry et Brown⁶² (1984). La rareté de l'information serait liée au nombre limité d'analystes financiers couvrant ces valeurs.

Lorsque des prévisions sont toutefois disponibles sur ces firmes, leur qualité est moindre par rapport à celles établies sur les larges capitalisations (Elgers. et Murray ⁶³ 1992, Anderson et Reeb⁶⁴ 2002). Le risque accru des petites entreprises sur les grandes entreprises, serait la conséquence d'une relative rareté d'information publique disponible et d'un plus grand risque de faillite. Les petites capitalisations boursières proposent aux investisseurs une rémunération plus importante, en réponse à cette prise de risque supplémentaire.

La banqueroute et la taille de la firme seraient négativement corrélées, les firmes en situation délicate ayant vu leur capitalisation s'effondrer, avant de faire faillite (Ganguly⁶⁵ 1985). L'effet taille serait positivement lié à la différence entre les obligations « corporate » faiblement risquées (notées BAA) et le taux des obligations d'état (Chan, Chen et Hiseh⁶⁶ 1985).

Hawawini et Keim⁶⁷ (1999) ont mis en évidence les corrélations significatives entre la taille, le P/E, le price cash-flow, le price-to-book et le prix des actions du NYSE et de l'AMEX. La plus forte corrélation observée est de 0,78 entre la taille et le prix des actions.

La persistance des rentabilités anormales, après contrôle du bêta, d'un portefeuille de petites capitalisations boursières sur des larges capitalisations sur une période de deux ans suivant sa formation, rejette l'hypothèse d'efficience des marchés (Reinganum⁶⁸ 1981). Un portefeuille constitué des plus petites valeurs (premier décile) affiche en moyenne une rentabilité anormale de 20% la première année suivant sa formation et de 12% la seconde année par rapport à un portefeuille constitué des plus grandes capitalisations (dixième décile).

En raison d'une mauvaise appréciation de leur coût du capital et d'un recours non optimal aux capitaux propres, les sociétés de petite taille ont tendance à accroître leur risque systématique (Gilchrist et Himmelberg⁶⁹ 1999, Hamilton⁷⁰ 2000, et Wang et Zhou⁷¹ 2004)

L'évolution du segment des petites capitalisations boursières à compter de la seconde moitié des années 1980 contredit l'effet taille (Reinganum⁷² 1992, Annin et Falaschetti⁷³). La surperformance des petites capitalisations suivrait des cycles de cinq ans, justifiés par leur sensibilité à des fondamentaux macro-économiques (sur-réactions aux cycles économiques). Cette constatation ne remet pas en cause l'existence d'une prime de taille positive et ne reflète que des mouvements à court terme.

L'investisseur recherche le meilleur profil « rentabilité / risque » sur le long terme et serait de ce fait enclin à investir dans les grandes entreprises moins risquées, dans le cas où les rentabilités élevées procurées par les petites entreprises ne se maintiendraient pas dans le temps.

Les données historiques de primes de taille (size premium), affichent une corrélation sérielle (Annin et Falaschetti et Fama et French⁷⁴ 1988). L'autocorrélation négative des rentabilités des petites capitalisations boursières serait imputable à un phénomène macro-économique commun et les rentabilités des actions seraient étroitement liées au climat des affaires.

D'autres auteurs ont infirmé l'existence d'une prime de taille, quelle que soit la période de référence analysée.

La surperformance des petites capitalisations repose en réalité sur un nombre limité de titres. La relation entre la taille et la rentabilité est positive en écartant 1% des rentabilités extrêmes (utilisation de données cylindrées) (Knez et Ready⁷⁵ 1998 et Levis⁷⁶ 2002).

Ces titres affichent des caractéristiques communes : ils ont, par rapport à la moyenne du compartiment, de plus faibles ratios de capitalisation sur actif net et de cours sur bénéfices et une capitalisation boursière supérieure. Ils sont cotés sur le marché boursier depuis plus d'un an et n'ont pas procédé à d'augmentation de capital sur les douze derniers mois. Ils ont par ailleurs une croissance bénéficiaire relativement stable et ils n'appartiennent pas à des secteurs où les analystes revoient fréquemment leurs prévisions à la hausse ou à la baisse.

La structure financière de l'entreprise doit être rémunérée dans un modèle d'évaluation des actifs financiers et non pas la taille de l'entreprise (Chan et Chen⁷⁷, 1991). Ces derniers ont en effet constaté une covariance positive des rentabilités liées à la structure financière non capturée par la rentabilité du portefeuille de marché. Les petites entreprises ont tendance à être plus risquées que les grandes capitalisations car elles éprouvent des difficultés à accéder aux instruments de dettes financières.

Les petites entreprises évoquées par les auteurs sont ici les entreprises marginales qui ont perdu leur valeur de marché en raison d'une faible performance. Elles sont inefficaces en terme de production et ont tendance à avoir un effet de levier élevé et des problèmes de cash-flow. Elles sont marginales dans la mesure où leurs valorisations sont plus sensibles aux fluctuations de l'économie et où leur capacité à se remettre d'une crise économique est assez faible.

En conséquence, des événements économiques affecteront différemment la rentabilité d'un portefeuille de petites capitalisations boursières (qui contiendra un pourcentage plus ou moins élevé de ces firmes « marginales ») et celle d'un portefeuille de larges capitalisations.

Ainsi, l'hypothèse émise au départ est la suivante : « *la différence de réaction des petites et grandes entreprises aux nouvelles économiques est attribuée à la marginalité des premières* ». Cette marginalité des petites entreprises les rend plus risquées.

Chan et Chen ont étudié les valeurs du New York Stock Exchange sur la période 1956-1985. Sur les dix dernières années, le dernier décile en terme de taille, mesurée par le logarithme de la capitalisation boursière, est composé à 66% par des titres qui ont enregistré une baisse de leur valorisation boursière, traduisant bien une situation de détresse financière. Inversement 51% des firmes entrant dans le portefeuille de capitalisation boursière élevée sont présentes depuis plus de 10 ans. 41% ont accédé à ce décile suite à une hausse de leur valorisation boursière (d'où un pourcentage de firmes vertueuses important dans ce décile).

Les auteurs ont également étudié la performance financière des firmes entre 1964 et 1984 selon leur quintile taille et secteur d'appartenance (19 secteurs répertoriés) au travers des ratios :

- « *résultat opérationnel avant amortissements et provisions sur l'actif total* » ou résultat des capitaux investis ;
- « *intérêts payés sur résultat opérationnel avant amortissements et dépréciations* » ou couverture des frais financiers.

Ils observent une corrélation entre la taille et ces deux ratios : dans 17 industries (sur 19, à l'exclusion des secteurs des métaux et de celui des services publics), le résultat des capitaux investis médian moyen est inférieur dans le quintile des plus petites capitalisations, alors que le ratio de couverture des frais financiers est inférieur dans 18 industries dans ce même quintile (hormis le secteur métaux).

Les auteurs ont, par ailleurs, retenu comme critère de « marginalité » et de signal d'une situation de détresse financière, la coupure du dividende de plus de 50% (traduisant une anticipation du management d'une baisse des cash-flows futurs). Ils ont construit un indice de rentabilité défini par la différence entre la performance d'un portefeuille de firmes « marginales » (qui ressort en moyenne à 14,22%) et celle d'un portefeuille composé de titres strictement plus petits en taille mais qui n'ont pas modifié leur politique de distribution de dividende (leur rentabilité moyenne s'établit à 11,51%).

Un second indice de rentabilité a été construit. Il est calculé par la différence entre un portefeuille de sociétés à fort levier financier (défini par les auteurs comme la somme des dettes d'exploitation, des dettes financières à long terme et de la valeur comptable des fonds propres sur la capitalisation boursière – portefeuille qui affiche une rentabilité moyenne de 13,56%) et celle d'un portefeuille de titres de plus petites capitalisations à plus faible recours à l'effet de levier (11,43%).

Les auteurs ont ainsi démontré que le critère de taille perdait son pouvoir prédictif (que ce soit en série temporelle et en coupe transversale) sur la dispersion des rentabilités de portefeuilles classés selon la taille, lorsque les indices de « marginalité » - DIV - et de « levier financier » - LEV - étaient introduits.

Chan et Chen ont classé les titres en cinq portefeuilles selon leur capitalisation boursière. Ils ont ensuite régressé les rentabilités individuelles de ces titres sur les variables DIV et LEV et classé à l'intérieur de chaque quintile les titres, (H, M et L - High, Medium et Low) en fonction des coefficients obtenus. Les différences de rentabilité intra-décile entre le portefeuille à coefficients élevés (H) et celui à coefficients faibles (L) sont significatives sur 3 déciles. Leur plus forte significativité sur les mois de janvier (significativité sur l'ensemble des quintiles) témoigne sans doute du fait que la coupure du dividende s'accompagne d'une forte baisse du titre (explication à laquelle s'ajoutent des raisons d'optimisation fiscale ou de « window dressing »).

Ils ont ensuite calculé les coefficients de sensibilités aux variables DIV, LEV et sur l'indice de marché des 20 portefeuilles classés par capitalisation boursière sur la période 1956-1985. Les auteurs ont démontré que la plupart des bêtas de marché étaient statistiquement non différente de 1, suggérant que les firmes soient affectées par les mouvements de marché indifféremment de leur taille et que la différence de réponse selon la taille était mieux appréhendée par leurs variables LEV et DIV.

En coupe transversale, les auteurs ont utilisé l'équation :

$$E(r_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i(VWNYS) + \lambda_2 \beta_i(LEV) + \lambda_3 \beta_i(DIV) + \lambda_4 \overline{\log(size_i)}$$

avec

r_i la rentabilité du portefeuille i

$\beta_i(\)$ les sensibilités inconditionnelles du portefeuille par rapport aux facteurs VWNS (indice de marché), LEV et DIV, estimées en séries temporelles sur les rentabilités mensuelles des 20 portefeuilles sur l'intégralité de la période 1956 à 1985

λ_j des constantes, estimées par des régressions des rentabilités mensuelles en coupe transversale.

$\overline{\log(size_i)}$ la moyenne du logarithme de la capitalisation moyenne du portefeuille i

Les auteurs concluent que les différences fondamentales expliquent pourquoi ce sont les firmes marginales et non la taille qui régissent le comportement des rentabilités à des flux de nouvelles macro-économiques.

Lilti et Montagner Raneilli⁷⁸ (1998) ont testé la relation entre le bêta et les rentabilités constatées sur le marché français (soit sur 43 valeurs), sur la période 1990-1995, en utilisant la méthodologie proposée par Pettengil et al. (avec adjonction d'une variable explicative supplémentaire de taille) sur des portefeuilles classés par capitalisation boursière et/ou selon leur bêta. Notons que le bêta est fortement corrélé à la taille sur la période considérée (0,66).

Les auteurs démontrent l'absence de pouvoir explicatif des bêtas, calculés sur l'indice SBF 250, sur les rentabilités réalisées, en intégrant ou non l'effet taille (capitalisation boursière) et en corrigeant ou non leurs données des effets primes de risques négatives.

Leurs résultats sur le marché français ont également contredit les travaux de Fama et French sur l'effet taille (absence de relation négative entre capitalisation boursière et rentabilité).

Les auteurs avancent comme explications possibles à ces conclusions :

- un problème de « data mining » lié notamment à la période de référence utilisée ;
- des estimateurs de bêtas biaisés ; ils soulignent cependant que la faiblesse de l'écart-type moyen de ces derniers (0,06) ne milite pas pour cette hypothèse ;
- le proxy de marché utilisé, hypothèse qu'ils écartent intuitivement ;
- le choix du taux sans risque employé.

Ils suggèrent un comportement irrationnel des marchés ou l'existence de facteurs de risques non encore identifiés.

L'effet taille disparaîtrait après contrôle du ratio P/E (price/earnings) (Basu⁷⁹ 1983)

- Effet P/E

Les titres à faible P/E afficheraient des rentabilités supérieures aux titres à P/E élevé.

Selon, Basu⁸⁰ (1977, 1983), le bêta n'explique pas les rentabilités anormales associées à de faibles P/E. L'auteur critique l'efficience des marchés actions. Les portefeuilles composés de valeurs à faible P/E enregistrent une rentabilité anormale (mesurée par référence à leurs risques systématiques) de 2 à 4,5% sur la période sous revue d'avril 1957 à mars 1971, alors que ceux à P/E élevé affichent une rentabilité anormale négative de 2,5 à 3% par an. Le P/E intègre dès lors un contenu informationnel qui n'a pas été pleinement pris en compte par le marché. Cette information est utilisée par les investisseurs lors de leur sélection de valeurs.

L'inefficience des marchés proviendrait d'une réponse inappropriée des investisseurs à une information. Cette réponse inappropriée se reflèterait dans des ratios P/E élevés (faibles) traduisant une exagération des attentes des investisseurs en terme de croissance des résultats et de dividendes (Smidt⁸¹ 1968). Cependant, la prise en compte des coûts de transaction, de recherche et l'intégration des effets fiscaux empêchent les spéculateurs et arbitragistes d'exploiter cette information et de réaliser une rentabilité anormale significativement différente de zéro (Basu 1977, 1983)

L'effet P/E domine l'effet taille (mesurée par la capitalisation boursière) dans la rentabilité des actions. L'effet taille ne serait significatif qu'au cours du mois de janvier (Keim⁸² 1990).

Inversement, Zarowin⁸³ (1989) en examinant les firmes qui avaient enregistré des résultats extrêmes au cours de périodes passées, a démontré que la rentabilité anormale des sociétés les moins rentables était en réalité liée à un effet taille.

- Effet janvier

L'effet janvier qui s'entend de la surperformance des petites capitalisations boursières au cours de ce mois, serait relié à des considérations fiscales. Les titres ayant le plus baissé au cours d'une année écoulée seraient survendus avant le 31 décembre de cette même année afin de dégager des moins-values fiscales et seraient ensuite rachetés en début d'année suivante provoquant leur vif rebond au mois de janvier de la nouvelle année. Cet effet serait particulièrement marqué pour les sociétés de petites capitalisations boursières, souffrant de faibles volumes d'échange (Chan⁸⁴ 1896, et Jones⁸⁵ 1987).

L'effet janvier est un pur effet temporel qui ne remet pas en cause les fondamentaux du CAPM.

- Effet “book-to-market value”

Les portefeuilles à bêta élevé n'ont pas « toujours » de rentabilité supérieure à celle des portefeuilles à bêta faible traduisant ainsi l'incapacité du seul coefficient bêta à expliquer les rentabilités des titres. La taille (capitalisation boursière), la valeur (représentée par le ratio book-to-market ou valeur de marché/valeur comptable) et le bêta sont les trois facteurs explicatifs de la rentabilité du portefeuille (Fama et French⁸⁶ 1992).

L'effet book-to-market prédit que plus le ratio capitalisation boursière sur valeur comptable est faible, plus la rentabilité du titre est élevée.

Ce résultat a cependant fait l'objet de sérieuses critiques non seulement de la part des universitaires, mais aussi des professionnels de la gestion de portefeuille. Les premiers attribuent le résultat de Fama et French à des problèmes de base de données et de période d'étude. Pour les seconds, la taille et la valeur ne peuvent pas être prises en compte dans l'explication de la rentabilité, car dans un marché réel avec coût de transactions et commissions, les stratégies basées sur la valeur et la taille dans la constitution d'un portefeuille ne permettent pas de réaliser des excès de rentabilité.

Kim⁸⁷ (1997) démontre que la correction des deux biais controversés, de sélection dans COMPUTSTAT (collectes de 10 404/15 255 données book-to-market manquantes sur Moody's) et surtout celui des erreurs dans les variables, redonne au bêta un pouvoir explicatif des rentabilités après contrôle des variables taille, P/E et ratio book-to-market. Ce dernier conserve un pouvoir prédictif élevé après correction des biais.

La corrélation entre l'estimateur du bêta et les autres variables idiosyncratiques est source de biais dans le prix du risque associé au bêta et exagère leur pouvoir prédictif.

L'effet taille apparaît marginalement significatif avec ces corrections et non significatif en retenant des données trimestrielles. Le P/E est non significatif en présence du bêta. Seul le book-to-market conserve un pouvoir explicatif après correction des biais.

Le ratio book-to-market agirait comme un proxy du risque de défaut et contiendrait une information complémentaire dans l'explication des rentabilités des actions (Wassalou et Xing⁸⁸ 2004).

Le ratio book-to-market peut être scindé en deux composantes, le levier en valeur de marché divisé par le levier en valeur comptable. Aussi le book-to-market combinerait une mesure du risque de l'actif et une mesure du risque financier. Le risque financier serait une fonction croissante du levier en valeur de marché et le risque des actifs évoluerait en sens opposé au levier en valeur comptable. En effet, les firmes ayant des actifs risqués tendraient à réduire leur recours à l'endettement. Une augmentation du levier en valeur de marché ou une baisse du levier en valeur comptable, toutes choses égales par ailleurs, seraient donc associés à un ratio book-to-market et à un taux de rentabilité plus élevés.

Wassalou et Xing ont validé l'explication du levier sur le book-to-market en observant une relation positive entre rentabilité et levier en valeur de marché (MLEV défini par le ratio valeur de marché des dettes financières $(D)^5 / (D+ME)$ – avec ME valeur de marché des fonds propres) et négative entre rentabilité et levier en valeur comptable [BLEV = $D/(D+BE)$].

En utilisant la méthodologie de Fama-MacBeth et celle des régressions unies («pooled regressions»), Wassalou et Xing observent l'absorption du pouvoir explicatif du levier en valeur de marché par le ratio book-to-market, pouvoir explicatif du levier dont le coefficient change de signe (information supplémentaire contenue dans le ratio book-to-market, mais qui apporte un faible pouvoir explicatif additionnel). En limitant leur échantillon aux valeurs sans dettes (MLEV et BLEV inférieurs à 0,05), et après contrôle des variables de taille et prix, le ratio book-to-market perd son pouvoir explicatif, résultat cohérent avec l'explication du levier.

En analysant un échantillon composé de valeurs à fonds propres négatifs où la valeur comptable des fonds propres et le levier en valeur comptable n'apportent pas d'informations, l'effet book-to-market est dominé par l'effet levier en valeur de marché. Ces résultats valident l'explication du risque associé au levier pour justifier l'effet book-to-market et non pas celle d'une anomalie systématique⁶.

⁵ estimée par la valeur comptable des actifs moins la valeur comptable des fonds propres

⁶ systematic mispricing

L'effet book-to-market disparaîtrait après contrôle de la taille selon Peterkort et Nielsen⁸⁹ (2005). Une relation inverse entre rentabilité et book-to-market est également constatée par les auteurs sur les titres affichant un ratio book-to-market négatif.

- L'effet levier

S'appuyant sur les travaux de Modigliani Miller dans le champ de la Finance d'Entreprise, Hamada⁹⁰ (1969) a été le premier à corriger le bêta du risque financier et a démontré que le taux de rentabilité exigé par les investisseurs était une fonction linéaire du levier financier.

La relation entre bêta non endetté et bêta endetté est ainsi fonction du taux d'impôts sur les sociétés et du levier financier ⁹¹:

$$\beta_L = \beta_U \left[1 + (1 - \tau) \frac{D}{FP} \right]$$

avec

β_L bêta endetté

β_U bêta non endetté

τ taux d'imposition

$\frac{D}{FP}$, levier financier, mesuré par le ratio dettes financières nettes / fonds propres

Le levier financier, en valeur de marché mesuré, par le ratio dettes financières / capitalisation boursière serait un proxy naturel du risque de l'entreprise. Il existe en effet une relation significative entre ce ratio et la rentabilité des actions même après contrôle du bêta et de la taille. Le levier financier n'apparaît donc pas comme un proxy du « vrai » bêta, mais capture une autre source de risque (Bandhari⁹² 1988).

Bandhari a testé le modèle suivant $E(\tilde{r}_i) = E(\tilde{\gamma}_0) + E(\tilde{\gamma}_1)LTQ_i + (\tilde{\gamma}_2)BETA_i + (\tilde{\gamma}_3)DER_i$

ou

- $E(\tilde{r}_i)$ représente la rentabilité mensuelle réelle (diminuée de l'inflation « Consumer Price Index ») de l'actif i

- LTQ_i égale au logarithme de la capitalisation boursière exprimé en dollar du 31/12/1925

- $BETA_i$ est la pente de la régression de la rentabilité réelle sur le marché, calculée selon la méthodologie proposée par Scholes et Williams.

- DER_i est défini comme le ratio (book value of total asset – book value of common equity) / market value of common equity. Il s'agit donc de la valeur estimée de marché des dettes financières ramenées sur la capitalisation boursière, soit le ratio du levier financier en valeur de marché.

La méthodologie mise en oeuvre est celle proposée par Fama et MacBeth.

$$\tilde{r}_{i,t} = \tilde{\gamma}_{0,t} + \tilde{\gamma}_{1,t}LTQ_i + \tilde{\gamma}_{2,t}BETA_i + \tilde{\gamma}_{3,t}DER_i + \varepsilon_{i,t}$$

avec

$\varepsilon_{i,t}$ terme d'erreur d'espérance nulle

ou

$$\tilde{r}_{i,t} = E(\tilde{\gamma}_0) + E(\tilde{\gamma}_1)LTQ_i + E(\tilde{\gamma}_2)BETA_i + E(\tilde{\gamma}_3)DER_i + u_{i,t}$$

avec

$$u_{i,t} = [\tilde{\gamma}_{0,t} - E(\tilde{\gamma}_0)] + [\tilde{\gamma}_{1,t} - E(\tilde{\gamma}_1)]LTQ_i + [\tilde{\gamma}_{2,t} - E(\tilde{\gamma}_2)]BETA_i + [\tilde{\gamma}_{3,t} - E(\tilde{\gamma}_3)]DER_i + \varepsilon_{i,t}$$

Notons que Bandhari a calculé les estimateurs par la méthode des moindres carrés ordinaires en raison du faible nombre de périodes considérées (32 mois). Le recours à la méthode des moindres carrés généralisés, qui ignore les termes d'erreurs dans la matrice des covariances des $u_{i,t}$ ne se justifie que pour un nombre élevé d'observations.

Le coefficient associé au levier, significativement différent de zéro au seuil de 1%, s'établit à 0,13%, (0,09% en excluant les mois de janvier, dont l'effet est démontré sur le coefficient associé au levier). La taille a un effet négatif significatif durant les mois de janvier. La rentabilité des portefeuilles n'est pas significativement liée au bêta, en excluant l'effet janvier.

Cependant, « les relations entre les mesures du levier et le risque est mieux capturé par le ratio calculé sur la valeur des fonds propres comptables, plutôt que par référence à la capitalisation boursière, simplement parce que le levier en valeur de marché est sujet à des fluctuations non anticipées et potentiellement importantes, de la capitalisation boursière »⁹³

Les sociétés fortement endettées (ratio dettes financières sur fonds propres comptables) affichent des variances de leur bêta significativement plus élevées que celles de sociétés comparables ayant moins recours à l'effet de levier (Dugan et Shriver⁹⁴ 1992).

Cette volatilité est à mettre en perspective avec la critique de Roll (1977). Le portefeuille de marché doit inclure les actions mais également les instruments de dettes. Aussi, si des variables liées à l'endettement semblent avoir un pouvoir explicatif des rentabilités, c'est précisément parce que cette partie du risque est omise dans le portefeuille de marché Ferguson et Shokley⁹⁵ (2003).

Ferguson et Shokley partent de l'hypothèse qu'à l'équilibre, le CAPM est validé et divisent le portefeuille de marché en deux sous portefeuilles :

- un portefeuille qui prend en compte l'endettement de l'économie (D) ;
- un portefeuille qui inclut les actions sur le marché (E).

La covariance entre l'action de l'entreprise i (S_i) et le marché M est alors donnée par :

$$\sigma_{S_i,M} = \frac{E}{M} \sigma_{S_i,E} + \frac{D}{M} \sigma_{S_i,D}$$

Avec

$\sigma_{S_i,E}$, covariance de S_i avec le marché des actions.

$\sigma_{S_i,D}$, covariance de S_i avec le marché de la dette.

Ainsi, en ignorant l'endettement de l'économie, le bêta de l'entreprise i est $\beta_{S_i}^E = \frac{\sigma_{S_i,E}}{\sigma_E^2}$,

Dans le cas contraire, c'est-à-dire en ignorant le marché des actions, il est donné par

$$\beta_{S_i}^D = \frac{\sigma_{S_i,D}}{\sigma_D^2} .$$

Les auteurs ont conclu à une « sous-évaluation » du coefficient, et puisque le risque manquant est systématiquement lié à l'endettement (degré d'endettement) et au risque de faillite (« distress risk »), l'ajout de facteurs liés statistiquement à ces deux caractéristiques permet une amélioration du résultat dans le cadre d'une régression en coupe transversale.

- Effet liquidité

Nous avons déjà évoqué dans les caractéristiques des petites capitalisations boursières, l'effet liquidité. Les sociétés à faible liquidité tendent à être délaissées par les grands investisseurs institutionnels et par les analystes financiers. Aussi le flux d'informations disponibles sur ces firmes est-il plus réduit, exigeant de ce fait une rentabilité supérieure.

Une autre argumentation avancée est celle selon laquelle les investisseurs demanderaient une rentabilité supérieure pour compenser des coûts de transaction plus élevés.

- Effet rentabilité passée (« reversal »)

Les titres à faible (forte) performance au cours de la période passée enregistreraient une rentabilité anormale positive (négative) sur la période suivante, non expliquée par le risque (De Bondt et Thaler⁹⁶⁹⁷ 1985 et 1987)⁷.

Ce mouvement de balancier serait imputable à l'écart entre le prix efficient d'un titre et son prix réel : quand une erreur de prix est constatée à la fin d'une période, par exemple, une erreur positive par rapport au prix d'équilibre, générant une rentabilité anormalement positive, il existe une tendance équivalente à ce que la rentabilité du titre à la période suivante soit anormalement négative, car le prix en début de cette période est trop élevé. Aussi une rentabilité anormale positive est-elle logiquement suivie par une rentabilité anormale négative (Rosenberg et Rudd⁹⁸ 1982).

Cette différence entre prix efficient et prix réel est indépendante d'évènements affectant les autres titres. Elle est de ce fait spécifique à chaque valeur.

La corrélation temporelle de la rentabilité spécifique des titres peut également trouver sa source dans une non synchronisation des réponses des titres aux facteurs communs. Une réponse non synchrone des titres aboutit à la fois à une dépendance temporelle positive des rentabilités associées aux facteurs communs de risques et à une corrélation temporelle négative de la rentabilité spécifique des titres.

Quand un groupe de titres répond à un facteur en première période et que les autres répondent en seconde période à ce même facteur, le vrai facteur de rentabilité est éclaté sur les deux facteurs de rentabilité estimés des deux périodes. Aussi, les rentabilités au facteur tendent à être similaires et elles affichent des corrélations temporelles positives.

⁷ Les auteurs constatent un effet de balancier significatif basé sur des rentabilités calculées sur des périodes de trois ans. En moyenne, les 35 titres ayant les plus sous performés, réalisent une rentabilité en excès de 24,6% sur le portefeuille constitué des 35 titres ayant les plus performés. 84% de cette surperformance sont réalisés sur les seuls mois de janvier.

De plus, les titres ayant pleinement répondu au facteur en première période semblent avoir sur-réagi à ce facteur puisque l'estimation est inférieure au vrai facteur de rentabilité. Cette sur-réaction sera alors indûment considérée comme un facteur de risque spécifique. En deuxième période, le raisonnement sera diamétralement opposé (sous-réaction au facteur assimilée à une rentabilité spécifique négative). Les autres titres, qui répondent pleinement au facteur en deuxième période, affichent des rentabilités spécifiques de signes opposés à la rentabilité au facteur, mais ces rentabilités changent de signe par rapport à la période antérieure.

La dépendance temporelle des rentabilités associées au facteur provient ainsi d'un ajustement imparfait ou partiel du marché aux événements de la période considérée.

La non synchronisation en réponse à des facteurs communs peut être particulièrement importante sur les petites capitalisations boursières, en raison de la rareté d'information et l'absence de liquidité suffisante. L'effet de balancier (« reversal ») ou de surréaction (« overreaction ») serait ainsi associé à l'effet taille (Zarowin⁹⁹ 1990). Les titres performants ne réalisent pas des rentabilités supérieures à des titres contre-performants de taille égale, sur la période suivante. De même, lorsque les titres gagnant de la période écoulée sont de taille inférieure aux titres contre-performants, ils réalisent des rentabilités meilleures sur la période suivante comparativement aux perdants de la période initiale.

- Effet rendement

Le rendement d'un titre pourrait rendre compte d'un risque dû à la différence de taxation entre les plus-values et les dividendes. Les investisseurs réclameraient une compensation à un taux de taxation sur les dividendes supérieur à celui des plus-values (Litzenberger et Ramaswany¹⁰⁰ 1979, Miller et Scholes¹⁰¹ 1982 et Brennan et al. 1998).

De plus, le taux de rendement devrait avoir un effet négatif sur la rentabilité d'un titre, s'il est négativement corrélé avec un facteur de risque non observé. Les titres à fort taux de rendement sont moins risqués (Amihud ¹⁰³ 2002).

La corrélation négative entre rendement et rentabilité d'un titre serait liée au fait que les investisseurs institutionnels préféreraient les sociétés à liquidité élevée et que dans leur perception plus le taux de rendement d'un titre sera élevé, meilleure sera sa liquidité (Redding¹⁰⁴ 1997).

De nombreuses anomalies du CAPM semblent liées à la taille et à la rapidité de diffusion d'informations dans le marché et de ce fait, touchent particulièrement l'univers des petites capitalisations boursières. Certaines semblent refléter un facteur commun de risque, d'autres semblent être des proxies de risques spécifiques. Aussi, pour qu'il soit adaptable aux petites capitalisations boursières, un modèle de détermination du coût du capital doit dès lors impérativement répondre aux principales anomalies du CAPM mentionnées dans les travaux académiques et en particulier intégrer les facteurs de liquidité, de taille, de book-to-market, de balancier et de levier financier.

La non synchronisation des réponses des titres à une information macro-économique réduit la qualité de l'estimateur du vrai bêta, la covariance des mouvements des titres avec ceux du marché. Le modèle du CAPM paraît dès lors peu adapté à l'univers des petites capitalisations boursières. La prise en compte de cette situation fera l'objet des développements consacrés aux ajustements du bêta, proposés notamment par les théoriciens de « l'accounting bêta ».

Affranchie de la pré-spécification des risques communs affectant la rentabilité des actions, l'Arbitrage Pricing Theory (APT) peut puiser dans la littérature sur les anomalies du CAPM pour rémunérer à l'équilibre les facteurs de risques identifiés.

2.3. FLEXIBILITE DU MODELE APT (MODELE MULTI-FACTORIEL) : POSSIBLE INTEGRATION DES SPECIFICITES DES PETITES CAPITALISATIONS

King¹⁰⁵ (1966) a été le premier auteur à démontrer l'existence de covariances entre les actions imputables à leur appartenance sectorielle, covariances non expliquées par le seul facteur spécifié par le portefeuille de marché.

En 1970, Stephen Ross¹⁰⁶ a proposé une alternative au CAPM avec le développement de la théorie de l'Arbitrage Pricing Theory (« APT »). Ross a avancé l'existence de facteurs communs de risque déterminant la rentabilité espérée des actifs financiers, sans toutefois identifier ces facteurs.

Ces facteurs communs peuvent être définis « *comme la réalisation d'un événement macro-économique ayant de larges répercussions sur les marchés financiers ou tous évènements ayant un impact sur un nombre important de sociétés* »¹⁰⁷.

L'APT est ainsi un modèle « ouvert » qui ne pré-spécifie pas les facteurs communs de risque influençant la rentabilité des titres. il offre un vaste champ de recherche académique.

Comparativement au CAPM, le modèle de l'APT requiert moins d'hypothèses fortes :

1. existence d'un modèle factoriel expliquant la rentabilité des actifs ;
2. possibilité pour les investisseurs d'éliminer le risque spécifique par une bonne diversification de leurs portefeuilles ;
3. pas de possibilité d'arbitrage entre des portefeuilles correctement diversifiés.

Il n'est pas exigé que le portefeuille de marché soit moyenne/variance efficient. Il n'est pas non plus besoin de le spécifier.

Le modèle APT est ainsi approprié pour analyser la rentabilité d'un échantillon d'actifs intéressant un gérant et ne nécessite pas de travailler sur l'ensemble des actions¹⁰⁸. Cet avantage est particulièrement déterminant dans le cadre de l'univers des petites capitalisations qui sont faiblement corrélées avec les grandes valeurs.

De même, l'APT ne requière pas d'hypothèses sur l'efficacité des marchés et l'homogénéité des anticipations des investisseurs, hypothèses qui, nous l'avons souligné, fragilisent l'adaptabilité du CAPM aux petites capitalisations boursières.

Le modèle s'écrit $R_i = a_i + b_{i,1}I_1 + b_{i,2}I_2 + \dots + b_{i,n}I_n + \varepsilon_i$

avec :

a_i = valeur anticipée de la rentabilité de l'action i si tous les facteurs ont une valeur nulle ;

I_j = valeur du $j^{\text{ème}}$ facteur affectant la rentabilité du titre i ;

$b_{i,j}$ = sensibilité de la rentabilité de l'action i au $j^{\text{ème}}$ indice ;

ε_i = terme d'erreur, d'espérance nulle ;

$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ (hypothèse d'indépendance des erreurs) ;

$E[\varepsilon_i (I_j - \overline{I_j})] = 0$.

L'APT se fonde sur le principe que deux actifs ayant des caractéristiques similaires doivent générer la même rentabilité :

- la similarité est définie en terme de ratios, d'attributs et d'actifs, provenant de données de marché (tels que les volumes de transactions, la capitalisation boursière...) ou des données fondamentales en provenance des états financiers que sont le compte de résultats, le tableau des flux et le bilan. « *L'exposition d'une société à ces évènements est déterminée par des aspects compréhensibles de celle-ci* »¹⁰⁹ ;
- l'arbitrage est défini comme une opération sans risque avec un investissement net égal à zéro et générant une rentabilité espérée positive.

A l'équilibre, l'espérance de rentabilité d'un titre sera une fonction linéaire des primes de risque associées aux facteurs I pondérées par les coefficients de sensibilités :

$$E(R_i) = R_f + b_{i,1}(R_1 - R_f) + b_{i,2}(R_2 - R_f) + \dots + b_{i,j}(R_j - R_f)$$

avec

$E(R_i)$ l'espérance de rentabilité d'un titre i

R_f le taux sans risque

$R_j - R_f$ la prime de risque associée au facteur j

La théorie ne spécifie cependant pas les facteurs, leur nombre, ni les coefficients de sensibilités des titres à ces facteurs. Trois facteurs suffiraient à expliquer le prix des actions : *« il n'y a que quelques composants de risques systématiques dans la nature. Aussi beaucoup de portefeuilles sont-ils substituables et ont donc la même valeur »* (Roll et Ross¹¹⁰ 1980).

L'intuition sous-jacente à l'APT est l'existence d'une rémunération du risque non systématique telle que défini par le CAPM. Cependant, la présence d'influences additionnelles expliquant la rentabilité des actions ne signifie pas que l'APT est le « vrai » modèle, mais peut seulement refléter que le portefeuille de marché n'est pas correctement identifié. La variable marché plus les autres variables utilisées seraient alors un meilleur proxy du vrai (mais inobservable) portefeuille de marché.

Par ailleurs, de nos jours, les entreprises doivent faire face à une multitude de risques tels que le risque du marché, le risque de faillite, le risque de change, le risque lié à l'insuffisance de l'offre...¹¹¹. Il paraît dès lors probable qu'un modèle ayant recours à plusieurs sous-facteurs aura un pouvoir de prévision et de description plus fort que ceux du CAPM utilisant un facteur unique pour agréger l'ensemble des risques cités. En outre sur le plan statistique, les facteurs additionnels sont supposés améliorer le pouvoir prédictif d'un modèle.

Ainsi, avec la multiplication des hypothèses d'existence de plusieurs facteurs de risque et la multitude d'informations disponibles sur les actifs qui sont à la disposition du public, un des grands défis des chercheurs est celui de l'identification et de l'évaluation de ces facteurs explicatifs de la rentabilité.

Différents axes méthodologiques ont été employés dans cette tâche et dans un souci de comparer la qualité de l'APT sur le modèle historiquement plus ancien, le CAPM.

En puisant dans cette littérature abondante, nous allons dès lors nous attacher :

- à sélectionner la méthodologie issue des travaux sur l'APT, la mieux adaptée à notre problématique de détermination du coût du capital des petites capitalisations boursières. Nous étudierons successivement les avantages et faiblesses des modèles de détermination de primes de risque communes (modèles macro-économiques et modèle à trois facteurs de Fama et French), ceux des modèles fondamentaux (courant de recherche initié par Rosenberg, qui s'intéresse en premier lieu aux sensibilités du titre aux facteurs) et des modèles statistiques ;
- à expliquer comment les attributs spécifiques à l'entreprise peuvent s'intégrer dans ce modèle ;
- à déterminer quels sont les attributs fondamentaux décelés par les chercheurs influençant la rentabilité des titres, en complément des anomalies relevées dans le cadre des tests du modèle uni-factoriel, le CAPM.

Connor¹¹² (1995) a classifié les modèles factoriels d'explication des rentabilités des titres en trois catégories (suivant la nature des facteurs explicatifs des rentabilités), modèles non nécessairement en opposition les uns à l'égard des autres : les modèles macro-économiques, les modèles fondamentaux et les modèles statistiques.

Nous retiendrons cette classification en intégrant toutefois dans la même catégorie le modèle à trois facteurs de Fama et French et les modèles macro-économiques, dans la mesure où ils se basent tous deux sur les primes de risque communes aux facteurs pour déterminer la sensibilité du titre à ces derniers.

2.3.1. Identification a priori de facteurs communs à l'ensemble des actifs

2.3.1.1 Les modèles macro-économiques

Les modèles macro-économiques partent d'une hypothèse a priori : certains facteurs macro-économiques influent sur le prix des actions.

Ces modèles utilisent la régression en série chronologique de l'indice macro-économique sélectionné puis une régression des résidus pour déterminer les coefficients de sensibilité des titres à ces facteurs.

Un échantillon d'actifs est choisi. Les sensibilités de portefeuilles aux facteurs macro-économiques (les coefficients b_{XX} du modèle) sont obtenues par des régressions de leur rentabilité sur les changements non anticipés des variables économiques en série temporelle.

Les coefficients obtenus servent ensuite à déterminer les primes mensuelles des facteurs par des régressions en coupe transversale.

Ces deux étapes sont ensuite répétées pour chaque année permettant de définir une série temporelle des primes de risques associées aux variables économiques. La significativité des moyennes de ces séries est alors vérifiée (à partir d'un test de Student).

L'espérance des facteurs de risque est par définition égale à zéro, correspondant aux spécificités du modèle qui veut que soit prise en compte uniquement les « surprises » par rapport aux anticipations des investisseurs. Une valeur positive correspondra ainsi à un événement non anticipé favorable à la rentabilité des actions.

La performance d'un investisseur reposera dès lors sur sa capacité à prévoir les facteurs macroéconomiques ou sur sa compréhension des déterminants d'exposition des firmes à ce facteur.

Chen, Roll et Ross¹¹³ (1986) ont étudié des indicateurs économiques qui auraient a priori un impact sur les cash-flows futurs de l'entreprise et donc sur sa valorisation. L'étude couvre la période janvier 1953 à novembre 1983, soit une période de 371 mois.

Les variables explicatives choisies sont au nombre de cinq :

- les changements d'inflation anticipée (« US Consumer Price Index »), qui joue à la fois sur le niveau du taux d'actualisation et sur les cash-flows (*DEI*) ;
- L'inflation non anticipée (*UI*) ;
- la structure des taux d'intérêt (écart entre les taux longs et les taux courts), qui modifie la valeur de paiements en fonction de leur maturité (*UTS*) ;
- la prime de risque mesurée par l'écart entre les taux des emprunts d'état notés Aaa et des obligations risquées notées Baa. Cette prime reflète le degré d'aversion au risque des investisseurs à un instant donné (*UPR*) ;
- la variation mensuelle de la production industrielle américaine. Une modification de la production industrielle affecte les opportunités d'investissement et la valeur réelle des cash-flows (*MP*).

Le modèle s'écrit :

$$R = a + b_{MP}MP + b_{DEI}DEI + b_{UI}UI + b_{UPR}UPR + b_{UTS}UTS + \varepsilon$$

avec

R , rentabilité du titre ;

ε , terme d'erreur d'espérance nulle.

Ils ont démontré la relation entre les primes de risques obtenues à partir d'une analyse factorielle (qui peuvent être assimilées à des portefeuilles construits pour capturer les mouvements communs de rentabilités des actions) et les variables macro-économiques de croissance industrielle, structure des taux d'intérêt et prime de risques, justifiant a posteriori le choix de ces variables.

Afin de réduire le bruit des rentabilités individuelles et les erreurs d'estimateurs, des portefeuilles de titres equi-pondérés ont été constitués en fonction de leur capitalisation boursière (prise en compte de l'effet taille).

Sur l'intégralité de la période étudiée, la variation mensuelle de la production industrielle et la prime de risque ont une influence significative sur la rentabilité des portefeuilles. Les variables liées à l'inflation sont significatives seulement sur la période 1968-1977.

Chen, Roll et Ross ont ensuite introduit dans leur modèle deux indices du New York Stock Exchange, l'un pondéré par les capitalisations boursières et l'autre equi-pondéré. Sur aucune sous-période analysée, ces indices n'ont d'influence significativement différente de zéro sur le prix des portefeuilles. La significativité des autres variables est inchangée.

Ce résultat a été infirmé par un autre test mené en utilisant des bêtas ordinaires dans les régressions en coupe de l'indice de marché à la place de bêtas multi-variés obtenus selon la méthodologie exposée précédemment par régression en série temporelle. L'influence des autres variables n'en est pas altérée, démontrant le pouvoir explicatif supplémentaire de ces dernières sur l'indice retenu (mauvaise spécification du portefeuille de marché ou échec du CAPM à expliquer la rentabilité des actions ?).

Les auteurs concluent au pouvoir explicatif élevé de l'indice de marché et à l'incapacité de leurs bêtas à rendre compte des différences de rentabilité des portefeuilles en coupe transversale.

L'introduction de deux variables supplémentaires, la variation de la consommation et la variation des prix du pétrole, n'augmente pas le pouvoir explicatif du modèle et ce, quelle que soit la période analysée (y compris le premier choc pétrolier de 1973).

Burmeister et Mc Elroy¹¹⁴ ont approfondi les travaux de Chen, Roll et Ross. Ils ont construit un modèle multi-indiciel basé sur :

- le risque de défaut, mesuré par l'écart entre les emprunts d'état et les obligations privées, majoré de 50 points de base ;
- la prime temporelle, définie comme la différence entre les emprunts d'état à long-terme et les bons du trésor à un mois ;
- la déflation, définie par la différence entre l'inflation anticipée au début du mois moins l'inflation constatée au cours du mois écoulé ;
- la modification des perspectives de ventes ;
- la rentabilité de marché non capturée par les quatre précédents indices ou risque de marché résiduel (facteur macro-économique inobservable).

Les quatre premiers facteurs, tous significativement différents de zéro, ont expliqué 25% de la variation en excès de l'indice S&P sur la période comprise entre janvier 1972 et décembre 1982.

Les auteurs ont également appliqué leur modèle à sept portefeuilles equi-pondéré (industrie ou style), obtenant des coefficients de détermination (R^2) compris entre 0,50 (Pétrolières) à 0,84 (valeurs de croissance) puis sur 42 industries (0,16 pour l'agroalimentaire à 0,75 pour les équipements de bureaux).

Deux tiers des coefficients de sensibilité calculés individuellement titre par titre sont significativement différents de zéro au seuil de 5%. Les cinq variables expliquent entre 30 et 50% des variations des rentabilités individuelles des titres. En ajoutant deux autres facteurs macro-économiques « inobservables », dont les primes de risques sont mesurées par les portefeuilles constitués d'obligations privées à 20 ans et par des emprunts d'état à 20 ans, les auteurs ont conclu à la supériorité de leur modèle sur le CAPM.

Les différentes études menées ¹¹⁵ ont toutefois souligné la difficulté de validation empirique de ces modèles : en effet, la relation entre la rentabilité des actions et les variables macro-économiques sont faibles dans la mesure où seuls les mouvements non anticipés de ces dernières vont influencer la rentabilité des titres.

Au-delà du faible pouvoir prédictif des variables macro-économiques, ces modèles ne paraissent pas les mieux à même d'appréhender le coût du capital des petites capitalisations boursières. En effet, le caractère mono produits/mono marché de ces dernières les rend sensibles à des variables macro-économiques spécifiques et nécessairement diluées dans de grands indices économiques. Une entreprise cotée sur le marché parisien, réalisant une majeure partie de son chiffre d'affaires outre-atlantique, dans le secteur des briques logiciels de règles et contraintes (Ilog) ne sera bien évidemment pas sensible aux mêmes indices macro-économiques qu'une société spécialisée dans la vente d'électricité et de chaleur obtenue à partir de la bio-masse (Séchilienne Sidel).

Cet argument justifie l'approche des modèles fondés sur la détermination de primes de risque communes indépendamment du facteur auquel elles se rattachent.

2.3.1.2 Le modèle à trois facteurs de Fama et French

Ces modèles vont chercher à identifier et à spécifier les risques communs influant sur la rentabilité des actifs, puis par une approche de sélection de portefeuille à déterminer le niveau des primes de risques associées à ces facteurs. Ces primes seront ensuite régressées dans une analyse en série temporelle, afin de déterminer ex-post les sensibilités de chaque actif à ces risques.

Le modèle le plus célèbre relevant de cette catégorie est celui de Fama et French¹¹⁶ (1992). Les auteurs ont étudié l'influence du bêta, de la taille, du ratio « book-to-market », du P/E et du levier sur la rentabilité des actions.

Fama et French¹¹⁷ (1993) ont conclu à l'incapacité du seul coefficient bêta à expliquer la différence de rentabilités entre les actifs (données en coupe)⁸. D'après les auteurs, la taille du marché (capitalisation boursière) et le ratio « book-to-market » (valeur comptable / valeur de marché des fonds propres) sont des proxies de facteurs de risque non corrélés et doivent être pris en compte en plus du bêta dans l'explication des rentabilités.

Le modèle à trois facteurs de Fama et French est donné par l'expression suivante :

$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \beta_{1j}(R_{Mt} - R_{ft}) + \beta_{2j}(SMB_t - R_{ft}) + \beta_{3j}(HML_t - R_{ft}) + \varepsilon_{jt}$$

avec

R_{jt} la rentabilité du titre j à l'instant t ;

SMB_t la différence à l'instant t, entre la rentabilité du portefeuille (dernier et premier décile) composé de titres à faible capitalisation et celle du portefeuille composé de titres à forte capitalisation ;

HML_t la différence à l'instant t, entre la rentabilité du portefeuille composé de titres ayant un ratio « book-to-market » élevé et celle du portefeuille composé de titres à faible « book-to-market » ;

R_{Mt} la rentabilité du portefeuille de marché ;

R_{ft} le taux sans risque ;

ε_{jt} terme d'erreur d'espérance nulle.

Pour les auteurs, suivis par les « comportementalistes », le classement des titres selon leur ratio book-to-market dévoile la sur-réaction des investisseurs à de bonnes ou mauvaises nouvelles. Les investisseurs sur-estiment les performances passées : les prix des actions sont trop élevés pour les sociétés de croissance (qui affichent un faible « book-to-market ») et trop faibles pour les sociétés en difficulté (book-to-market élevé). Quand la sur-réaction se corrige, il en résulte une forte rentabilité pour les firmes d'actifs (« value stocks ») et une faible rentabilité pour les firmes de croissance.

⁸ Cross sectional variation

2.3.1.2.1 *Un modèle adapté aux marchés peu liquides*

De nombreuses études (Fama et French 1998, Chui et Wei¹¹⁸ 1998) ont validé l'applicabilité du modèle à trois facteurs sur des marchés développés (dont les Etats-Unis et l'Australie) et surtout sur des marchés émergents, marchés qui recèlent des caractéristiques proches des petites capitalisations boursières, que ce soit en terme de liquidité ou de rapidité de diffusion de l'information (dont le Brésil, la Grèce, l'Inde et les pays de l'Asie du Sud Est). Elles ont confirmé la supériorité prédictive du modèle à trois facteurs sur le CAPM.

Faff¹¹⁹ (2001) a appliqué le modèle au marché australien sur la période du 1^{er} mai 1996 au 30 avril 1999, en utilisant les données journalières et la méthode des Moments Généralisés (MMG). Le test a permis de valider le modèle dans le cas où l'on considérerait les primes de risque réelles. Il est moins persuasif pour les primes de risque estimées, en particulier si celles-ci sont négatives. D'autres auteurs ont obtenu le même résultat : Gompers et Metrick¹²⁰ (2001) ou Dimson et Marsh¹²¹ (1983).

Amihud et al.¹²² (1993) ont utilisé la méthode des Moindres Carrés Généralisés (MCG) à la place des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) pour tester le modèle de Fama et French : la relation est vérifiée et le résultat est plus significatif.

L'étude de Lajili¹²³ (2003) est l'une des rares recherches à s'intéresser au marché français et aux petites capitalisations boursières. Lajili a testé la supériorité prédictive du modèle à trois facteurs sur le CAPM sur le marché parisien et a validé l'existence de l'effet taille. L'auteur a comparé la capacité explicative des deux modèles sur la période de juillet 1976 à juin 2001, soit 300 mois, via 16 portefeuilles, constitués de 636 titres cotés à la Bourse de Paris, régressés en séries temporelles. L'auteur constate que sur les deux premières classes de taille, les ordonnées à l'origine sont significativement différentes de zéro, tant dans le modèle à trois facteurs que dans le CAPM, ne permettant pas de hiérarchiser les deux modèles.

Le coefficient de détermination est plus élevé dans le modèle à trois facteurs sur les seize portefeuilles : la variation temporelle des trois facteurs explique, en moyenne, 68,5% (correspondant à un R^2 ajusté de 53,0%) des rentabilités. Alors que pour le CAPM, les coefficients de détermination s'échelonnent entre 13,9% et 83,7%, ils s'établissent entre 52,0% et 85,7% pour le modèle de Fama et French.

S'appuyant sur le modèle macro-économique développé par Chen, Roll et Ross¹²⁴ (1985), He et Ng¹²⁵ (1994) ont testé si la taille et le ratio "book-to-market" étaient des approximations des risques macroéconomiques identifiés dans le modèle multi-factoriel de Chen, Roll et Ross.

Ils ont par ailleurs établi le lien entre la taille et le risque de faillite relatif. Ce dernier n'explique que partiellement l'effet « book-to-market », suggérant que l'effet taille et l'effet « book-to-market » mesurent des caractéristiques de risques distinctes.

Nous présentons ci-après la méthodologie utilisée par les auteurs :

La méthodologie utilisée par He et Ng s'appuie sur les travaux de Fama et Mac Beth¹²⁶ (1973). Les auteurs ont régressé les rentabilités mensuelles en excès du taux sans risque de titres de valeurs industrielles cotées sur le NYSE, AMEX et NASDAQ (soit un total de 1950 titres), entre juin 1958 et décembre 1989.

Les entreprises du panel sont classées en déciles selon leur capitalisation boursière à la fin juin de chaque année. Dans chaque décile de taille, 10 portefeuilles sont à nouveau constitués, les valeurs étant classées en fonction de leur bêta (obtenus par la régression des rentabilités mensuelles des titres sur 24-60 mois sur l'indice, pondéré par les capitalisations boursières des marchés du NYSE, Amex et Nasdaq).

Les valeurs de changement de décile de taille et de bêtas servent ensuite à déterminer 100 portefeuilles de bêta, dont la rentabilité et le bêta sont calculés annuellement.

Ce bêta, moins sujet à des erreurs d'estimation si les erreurs de bêtas individuels ne sont pas positivement corrélées, est alors affecté aux valeurs du portefeuille et utilisé dans une régression en coupe transversale.

$$r_t = \lambda_0 + \lambda_{LS} LS_t + \lambda_{LBM} LBM_t + \lambda_{IP} \hat{\beta}_{t,IP} + \lambda_{DEI} \hat{\beta}_{t,DEI} + \lambda_{UI} \hat{\beta}_{t,UI} + \lambda_{UTS} \hat{\beta}_{t,UTS} + \lambda_{PREM} \hat{\beta}_{t,PREM} + \lambda_M \hat{\beta}_{t,M} + \varepsilon_t$$

avec

r_t rentabilité en excès

LS_t logarithme de la capitalisation boursière à l'instant t

LBM_t logarithme en t du ratio "book-to-market"

IP taux de croissance de la production industrielle américaine

DEI les changements d'inflation anticipée (« US Consumer Price Index »), qui jouent à la fois sur le niveau du taux d'actualisation et sur les cash-flows

UI l'inflation non anticipée

UTS la structure des taux d'intérêt (écart entre les taux longs et les taux courts), qui modifie la valeur de paiement en fonction de leur maturité

$PREM$ la modification non anticipée de la prime de risque mesurée par l'écart entre le taux des obligations corporate notée BAA et le taux des emprunts d'Etat à long terme

M le portefeuille de marché (AMEX, NYSE et NASDAQ)

Les variables LS et LBM sont significatives même après prise en compte de la variable marché. En utilisant les variables macro-économiques du modèle de Chen, Roll et Roll, seuls les coefficients relatifs aux variables UTS et PREM sont significativement différents de zéro.

L'adjonction de la variable taille, élimine le pouvoir explicatif de ces deux variables qui deviennent alors non significatives. Le coefficient associé à la taille affiche lui une significativité plus grande.

L'adjonction de la variable « book-to-market » n'élimine pas le pouvoir explicatif des variables macro-économiques UTS et PREM, même si elle le réduit. Le coefficient de la variable « book-to-market » affiche cependant la plus forte significativité.

Les auteurs ont ensuite analysé la relation entre la taille et l'effet de détresse étudiée par Chan et Chen¹²⁷ (1991). Ils ont regroupé dans un portefeuille les entreprises ayant coupé leur dividende de plus de 50% au cours d'un exercice afin de déterminer la prime de risque de faillite attribuée par le marché (λ_{DIV}).

Les entreprises qui coupent leur dividende seraient en effet en situation de détresse financière et anticiperaient de pauvres performances de leurs cash-flows futurs.

$$r_p = \lambda_0 + \lambda_{LS} LS_p + \lambda_{LBM} LBM_p + \lambda_{DIV} \hat{\beta}_{DIV,p} + \varepsilon_p$$

Les auteurs ont confirmé les conclusions de Chan et Chen : la taille serait un proxy du risque de faillite et de détresse financière. Cependant l'exposition au risque due aux caractéristiques des firmes marginales (Chan et Chen), est partiellement expliquée par l'effet book-to-market.

Chan, Karceski et Lakonishok (1998)¹²⁸ ont identifié les éléments qui influencent la variation des rentabilités des actifs sur les marchés américains, japonais et britannique.

L'objectif est de mettre en exergue les facteurs qui capturent la composante systématique des covariances des rentabilités, ceci afin de guider les chercheurs et les professionnels qui utilisent les modèles factoriels. L'originalité de l'approche de Chan et al. réside précisément dans l'étude de l'écart-type de la rentabilité des portefeuilles imitant le facteur, pour justifier leur influence et non pas l'écart de rentabilité moyen.

Chan et al. ont utilisé la même méthodologie que Fama et French (1993), de portefeuille imitant le facteur de risque (« factor-mimicking portfolio », avec une date de constitution des portefeuilles différente - avril versus juin), qui consistait à sélectionner les facteurs proxies du risque à partir des rentabilités des stratégies d'investissement dites « zéro »⁹.

⁹ La stratégie d'investissement dite « zéro » consiste à avoir une position longue sur les actifs dont la valeur de certains attributs tels que la capitalisation boursière est élevée, et avoir une position courte sur ceux dont la valeur du même attribut est faible.

En variant les attributs choisis, il est ainsi possible de simuler le comportement des différents facteurs utilisés dans les recherches précédentes, à travers l'analyse de leur volatilité.

Dans un premier temps, les auteurs ont mesuré les caractéristiques des titres et évalué par la suite si ces caractéristiques sont associées avec le mouvement des rentabilités dans une période de temps disjointe. Puis, ils les ont évaluées dans un cadre multivarié.

La période considérée s'étend de janvier 1968 à décembre 1993. Chan et al. ont, dans un premier temps, testé le comportement des facteurs par rapport aux rentabilités des entreprises domestiques cotées sur les bourses américaines (NYSE et AMEX) et observées sur la base de données CRSP et COMPUSTATS. Seules ont été prises en compte les actions émises. Ainsi les « closed-end funds » et les trusts d'investissements ont été écartés de l'échantillon.

Pour ce qui est du choix des facteurs, les auteurs ont sélectionné ceux utilisés dans les études empiriques antérieures.

Les cinq catégories considérées sont :

- les facteurs comptables (facteurs fondamentaux) ;
- les rentabilités passées (facteurs techniques) ;
- les variables macroéconomiques ;
- les facteurs extraits par la méthode de l'analyse en composantes principales (facteurs statistiques) ;
- la rentabilité de l'indice de marché (facteur de marché, évalué à la fois en equi-pondéré et pondéré par les capitalisations boursières).

Les firmes retenues pour l'analyse ont toutes leurs informations comptables renseignées dans la base COMPUSTATS.

Les primes associées au facteur macro-économique ont été obtenues en régressant sur les 60 derniers mois la rentabilité en excès du titre sur la variable macro-économique.

En conclusion, les auteurs ont mis en évidence la pertinence de certains facteurs par rapport à d'autres :

- à l'exception des facteurs liés à la prime de défaut de paiement (définie comme l'écart entre le taux des obligations high-yield et le taux à long-terme des obligations d'état) et celle de l'échéance (écart entre le taux à long-terme des obligations d'état et le taux à un mois des bons du trésor), les facteurs macroéconomiques jouent un rôle peu important dans l'explication de la variation des rentabilités. Pour expliquer la différence de rentabilité entre les actifs « cross sectional variation », les facteurs les plus fréquemment utilisés tels que la croissance de la production industrielle et l'inflation non anticipée ne sont pas significatifs et ne bénéficient en conséquence que d'une faible prime. Ce résultat pouvant être attribué à des erreurs de mesure éventuelles dans l'estimation des sensibilités, les auteurs ont pris en compte les facteurs statistiques. L'addition de ces derniers n'a cependant pas amélioré le résultat obtenu. La corrélation de 0,977 entre le facteur correspond à la première composante principale et l'indice de marché equi-pondéré semble indiquer que le facteur de risque capturé par la première composante principale est bien le risque de marché ;
- les auteurs ont noté la significativité incontestable du facteur « taille », conformément aux résultats de Fama et French¹⁰, avec un écart-type de 5,78% par mois. Il en est de même du ratio « book-to-market » ainsi que du « dividend yield » dont les écart-types mensuels sont de 3,8% . Notons l'importance des coefficients de corrélation entre les différents facteurs (plus de la moitié supérieure à 0,5 en valeur absolue), induisant pour ces facteurs la capture d'un même risque sous-jacent ;
- les rentabilités passées n'ont pas été utilisées comme facteurs de risque, cependant leur prise en compte est incontournable dans la mesure où elles sont à l'origine d'une différence importante au niveau des rentabilités (écart-type de 4%) ;

¹⁰ Fama et French (1992) ont conclu à l'incapacité du CAPM à décrire les rentabilités moyennes sur le marché boursier américain sur les cinquante dernières années.

- les auteurs ont également mis en avant un effet saisonnier de ces variables sur les co-mouvements des titres : l'effet « book-to-market » est large et positif en début d'année et relativement faible en fin d'année.

Inversement, l'effet « momentum » performe faiblement en début d'année pour s'amplifier dans les derniers mois de l'année. Enfin, l'influence du taux de rendement est marquée dans les phases de marché baissier.

Ces conclusions ont été confirmées par les analyses menées sur le marché britannique et japonais.

Chan et Al. ont ensuite testé les variables sélectionnées (book-to-market, rendements, taille, les rentabilités passées entre 7 et 1 mois, et entre 60 et 12 mois, la rentabilité du marché et les primes de défaut et d'échéance), une à une dans un modèle multivarié de la forme :

$$r_{i,t} - r_{f,t} = \gamma_{0,t} + \sum_{j=1}^k \gamma_{j,t} X_{i,j,t} + \sum_{n=1}^t \delta_{n,t} Z_{i,n,t} + \varepsilon_{i,t}$$

avec

$r_{i,t}$ la rentabilité du titre i à l'instant t ;

$r_{f,t}$ le taux sans risque en t ;

$X_{i,j,t}$ j ième attributs de l'action i au début du mois t ;

$Z_{i,n,t}$ variable muette (0 ou 1) d'appartenance à l'un des 48 secteurs répertoriés ;

$\varepsilon_{i,t}$ terme d'erreur d'espérance nulle.

La rentabilité en excès sur le taux à 1 mois du titre i à l'instant t , est fonction du j ième attributs de l'action i au début du mois t , $X_{i,j,t}$, et d'une variable muette, $Z_{i,n,t}$ fonction de l'appartenance du titre à un secteur (48 industries répertoriées selon la classification retenue par Fama et French en 1997). Chaque coefficient $\gamma_{j,t}$ représente la rentabilité sur l'un des K facteurs (rentabilité du portefeuille imitant le facteur en début de mois). Plus son écart-type sera important, plus il contribuera à une large part de la variation commune des rentabilités des titres.

Tableau 4 : Significativité des descripteurs – étude de Chan et al. (1998)

Attribut	Moyenne	Ecart-type	t de student
Book-to-market	0.009	0,024	6,70
Rendement	0.001	0,026	0,84
Taille	-0,004	0,054	-1,35
R(-7,-1)	0,007	0,036	3,42
R(-60,-12)	-0,001	0,032	-0,73
Prime de défaut	0,000	0,028	0,25
Pirme d'échéance	0,001	0,030	0,49
Marché	-0,003	0,036	-1,31

Les conclusions des auteurs sont les suivantes :

- les écart-types observés confirment l'influence de chacun des facteurs dans les co-mouvements des titres même après contrôle de l'appartenance sectorielle ;
- la taille continue à être le facteur le plus important ;
- la non significativité des variables hormis le « book-to-market » (t de Student de 6.70) et la rentabilité passée [7 et 1 mois] (3.42), ne remet pas en cause leur importance. Un facteur déterminant dans l'explication de la covariance des rentabilités n'est pas nécessairement associé à une large différence de rentabilité.

La prédominance du facteur taille ne sous-tend pas que la relation avec la rentabilité en excès des titres soit linéaire et que ce facteur soit le meilleur proxy d'un risque commun.

Un grand nombre d'auteurs a cependant remis en cause les résultats de Fama et French en critiquant les procédures de sélection de données de leur étude.

Le résultat de Fama et French serait imputable au phénomène de « biais du survivant » (Amihud et al.¹²⁹ 1993, Black¹³⁰ 1993, Kothari et al.¹³¹ 1995, Shumway et Warther¹³² 1999) : par nature, l'échantillon choisi pour l'analyse est constitué en grande partie d'entreprises en pleine réussite (ou en plein échec) et de ce fait, n'est pas représentatif des entreprises. L'influence de données spécifiques à l'entreprise telles que la politique d'amortissement et de valorisation des stocks, ainsi que l'âge de la firme sont des limites au pouvoir explicatif du ratio « book-to-market » sur le rendement des titres. Aussi le ratio « book-to-market » ne peut que partiellement refléter la reconnaissance par le marché de ces facteurs spécifiques à l'entreprise, qui ne sont pas sensés être systématiquement liés à la performance du titre. Corrigé des valeurs sorties de la bourse (« delisted »), l'effet taille disparaîtrait.

Les critiques les plus virulentes se sont toutefois concentrées sur le choix des variables explicatives qui ne feraient que refléter la faible corrélation des petites capitalisations boursières sur les grandes valeurs.

2.3.1.2.2 Variables identifiées et caractéristiques des petites capitalisations boursières

Les critiques fondamentales concernent les facteurs même du modèle qui sont la taille et le ratio « book-to-market » et soulignent la concentration de ces effets sur un faible nombre de valeurs ou sur une durée limitée.

Les facteurs taille et « book-to-market » n'auraient qu'un impact saisonnier sur la rentabilité des titres (Hawawini et Keim¹³³ 1995, Loughran¹³⁴ 1997, L'Her, Sy et Tnani¹³⁵ 2002).

L'effet « book-to-market » mise en avant par Fama et French, serait ainsi influencé par les rentabilités enregistrées durant les mois de janvier par les petites capitalisations boursières « value », consécutivement au phénomène de window dressing des portefeuilles en fin d'année et par un faible taux de rentabilité des firmes de petites capitalisations boursières, jeunes et de croissance qui représentent moins de 1% de la capitalisation boursière totale (Loughran 1997). Cette faible rentabilité est consistante avec l'argument avancé par Ritter¹³⁶ (1991) selon lequel, les investisseurs seraient trop optimistes sur les performances opérationnelles futures de ces jeunes sociétés de croissance.

De plus Loughran démontre que dans le plus large quintile de taille, totalisant 73% de la capitalisation boursière, l'effet « book-to-market » est non significatif sur les rentabilités de la période 1963-1995. Corrigé de l'effet janvier, ni la taille, ni le « book-to-market » n'expliquent les rentabilités en coupe des trois quintiles de taille les plus élevés, qui regroupent 94% de la capitalisation boursière du marché. L'effet taille mis en avant par Fama et French serait en réalité un effet de seuil.

En pondérant les rentabilités des quintiles classés selon le « book-to-market » et la taille (Fama et French ont obtenu leurs résultats en travaillant sur des rentabilités equi-pondérées), par la capitalisation boursière, les firmes de croissance surperforment les firmes « value » en dehors de la période 1974-1984, contredisant les résultats obtenus par Fama et French.

Le pouvoir explicatif du facteur « book-to-market » a également été à l'origine de nombreux conflits entre la littérature financière et la performance des gestionnaires : en effet, si la première, consécutive au résultat de Fama et French déclare que les entreprises de type « value » (qui se caractérise par un ratio « book-to-market » élevé) possèdent des rentabilités élevées supérieures à celles des entreprises « growth », les gestionnaires d'actifs, eux réalisent, sur longues périodes, des rentabilités quasi-identiques sur les deux stratégies¹¹.

Malkiel¹³⁷ (1995) a ainsi observé que sur un échantillon de fonds mutuels sans « biais du survivant », les fonds « growth » ont une rentabilité annuelle moyenne de 15,81% sur la période de 1982-1991, tandis que les fonds « value » ont réalisé une rentabilité sensiblement équivalente de 15,97%.

¹¹ Or, avec un tel pouvoir prédictif du ratio « book-to-market », les gestionnaires « value » n'auraient-ils pas dû battre les gestionnaires « growth » depuis longtemps ?

Le ratio cours de l'action / actif net par action ne serait qu'un indicateur de la capacité de l'entreprise à générer des rentabilités élevées sur ses investissements, conclusions concordantes avec le Residual Income Model Valuation¹² (Dechow, Hutton et Sloan¹³⁸ 1999, Piotroski¹³⁹ 2000, Dong, Hirshleifer, Richardson et Teoh¹⁴⁰ 2006).

Dans les portefeuilles classés selon leur ratio « book-to-market », les titres sur lesquels les investisseurs anticipent des cash-flows futurs élevés affichent des rentabilités supérieures non capturées par le modèle à trois facteurs. Dans le portefeuille à « book-to-market » élevé, les titres de petites capitalisations boursières, peu liquides (selon le critère du « share turnover ») et peu suivis par les analystes financiers concentreraient cet effet (Piotroski 2000). L'effet « book-to-market » est sensiblement plus faible sur les grandes capitalisations boursières (Kothari et al.¹⁴¹ 1995).

Le share turnover et le suivi par des analystes financiers seraient donc des proxies de facteurs de risque importants pour les petites capitalisations boursières.

L'effet taille serait imputable à l'omission de variables explicatives (Mei¹⁴² 1993). Il serait dès lors non linéaire et concentré sur un faible nombre de valeurs extrêmes (Knez et Ready¹⁴³ 1997). L'utilisation de la technique de régression par « moindres carrés coupés » (« least trimmed squares » ou LTS), qui écarte de l'échantillon une proportion spécifiée des observations influentes (en fonction de la magnitude des résidus) et utilise sur le panel restant la méthode classique des moindres carrés, dans la détermination des paramètres du modèle de Fama et French, montre que l'effet taille provient exclusivement des valeurs extrêmes.

Knez et Ready ont travaillé sur des données similaires à celles utilisées par Fama et French (sociétés non financières cotées sur le NYSE, AMEX et NASDAQ, données provenant du CRSP, cylindrage des données « book-to-market » inférieur à 5% et supérieur à 95%, historique de cotation de 24 mois dans les 5 années précédant l'entrée d'une valeur dans l'échantillon) et n'ont pas appliqué leur résultat au P/E et au levier.

¹² le prix d'un actif est égal à sa book value augmenté de l'excès espéré et actualisé des résultats futurs après rémunération des fonds propres au taux de rentabilité exigé, le revenu résiduel,

$$P_0 = B_0 + \sum_{t=1}^{\infty} (1+r)^{-t} E_0 [X_t - rB_{t-1}]$$

En utilisant la méthode LS dans la régression linéaire simple rentabilité-taille (bi variée), en coupe transversale, le coefficient de régression associé à la taille s'élève ainsi à - 0.12 (-0.08), alors qu'il est de +0.14 (+0.37) en utilisant la méthode LTS avec un filtre à 1% (5%). Les rentabilités des sociétés de petites capitalisations ne seraient pas distribuées selon une loi normale (coefficient moyen mensuel de skewness égal à 1.94 pour le dernier quintile de taille). Avec une coupe à 5%, 75% des coefficients mensuels liés à la taille sont positifs.

La prime de risque sur le ratio « book-to-market » n'est, elle, pas affectée par les valeurs extrêmes, après contrôle de la taille.

L'analyse en série temporelle des rentabilités des portefeuilles classés par quintile de taille puis de « book-to-market », confirme la relation positive obtenue en coupe transversale tant sur la taille que sur le « book-to-market ».

Les firmes écartées sont plus jeunes que l'ensemble de l'échantillon après contrôle de la taille, ne validant pas l'hypothèse des auteurs de « firmes de transition » d'une petite société régionale à une société d'envergure nationale ou multinationale (théorie dite de « l'œuf de tortue », avec beaucoup de prétendants et très peu d'élus).

De même, en écartant les rentabilités extrêmes (0,5% des rentabilités mensuelles de l'échantillon utilisé par Fama et French), les rentabilités moyennes sont positivement corrélées aux bêtas, négativement au risque global et non à la taille de l'entreprise (Downs et Ingram¹⁴⁴ 2000). Des rentabilités s'écartant de plus de 50% de l'indice un mois donné, proviennent d'événements non anticipés par les investisseurs. Aussi, estimer la relation risque/rentabilité sur ces titres sans intégrer spécifiquement cet événement introduit des biais dans les coefficients. Ces bruits dévient les rentabilités ex-post par rapport à la rentabilité ex-ante.

Les rendements censurés sont plus nombreux dans les portefeuilles des plus petites capitalisations (2279 rentabilités écartées) que sur le portefeuille des plus grosses capitalisations (6), et dans les portefeuilles de titre à « price-to-book » élevés (927), que dans les portefeuilles à faible « price-to-book ». Elles sont en moyenne positives.

Dowens et Ingram ont noté que deux sources de bruit sont à l'origine de la déviation des rentabilités réelles, des rentabilités espérées : le bruit blanc et l'arrivée de nouvelles informations inattendues. Les excès de rentabilité attribués aux informations liées à des événements ne suivent pas une distribution aléatoire. Ils ont tendance à être plus élevés pour les petites sociétés que pour les grandes entreprises. Les auteurs, en éliminant les valeurs extrêmes, ont constaté que les rentabilités des titres, analysées sur des données en coupe, sont liées exclusivement au risque systématique et au risque total. Aucun lien n'est observé avec la taille de l'entreprise.

L'analyse des rentabilités pendant les périodes de hausse et de baisse a confirmé ce premier résultat : en effet, pendant les périodes de hausse, une relation positive existe entre la rentabilité et le bêta, tandis qu'en période de baisse, la relation est négative. Elle est inexistante dans les périodes de stagnation. La relation inverse « rentabilité – taille » est observée nécessairement dans les périodes de baisse. Ainsi, la taille reflète seulement la propension des entreprises à réaliser des rentabilités extrêmes, l'élimination des valeurs extrêmes l'a démontré.

D'autres auteurs soulignent la mauvaise spécification des variables utilisées. La présence du cours dans les deux facteurs utilisés par Fama et French justifierait à elle seule la corrélation avec les rentabilités des actions (Berk¹⁴⁵ 1995, Lilti et Miloudi¹⁴⁶ 2002).

Berk démontre ainsi que le résultat empirique d'une corrélation négative entre le logarithme de la capitalisation boursière (la taille) et la rentabilité n'est pas une anomalie mais l'observation que le risque et la rentabilité sont liés :

« Dans une économie où la taille de la firme est négativement corrélée à tous les facteurs de risques, tous les facteurs omis par le modèle, non reliés à la taille opérationnelle (i.e. fonction du cash-flow), seront toujours négativement corrélés à celle-ci. En conséquence, la valeur de marché apportera un pouvoir explicatif additionnel dans tout test d'un modèle de valorisation d'actifs qui omet tous les risques non reliés à la taille opérationnelle ».

Berk se place dans une économie à une période ou chaque firme est caractérisée par deux variables indépendantes, son cash-flow anticipé $C_i = E(\log \tilde{c}_i)$ et sa rentabilité

$R_i = E(\tilde{r}_i) = E\left(\log\left(\frac{\tilde{c}_i}{p_i}\right)\right)$, avec p_i capitalisation boursière de la firme i , telle que

$$\log p_i = C_i - R_i.$$

L'auteur considère le test en coupe transversale du modèle de valorisation d'actifs

$$R_i = \varpi + \beta \widehat{R}_i + \varepsilon_i,$$

avec

R_i rentabilité du titre i

\widehat{R}_i rentabilité estimée du titre i par le modèle d'évaluation d'actifs

ε_i terme résiduel représentant la partie de la rentabilité espérée non expliquée par le modèle.

En régressant le terme résiduel par la taille, $\varepsilon_i = \eta + \gamma \log p_i + \xi_i$, la valeur théorique de la

pente de la régression sera $\gamma = \frac{\text{cov}(\log p_i, \varepsilon)}{\text{var}(\log p_i)}$. Le dénominateur étant strictement positif, le

signe du coefficient dépendra exclusivement du numérateur, qui est strictement négatif.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\log p_i, \varepsilon) &= \text{cov}(C - R, \varepsilon) = \text{cov}(C, R - \varpi - \beta R) - \text{cov}(R, \varepsilon) \\ &= -\text{cov}(R, \varepsilon) = -\text{cov}(\varpi + \beta \widehat{R}_i + \varepsilon, \varepsilon) = -\text{var}(\varepsilon) \end{aligned}$$

La valeur de marché sera donc nécessairement reliée négativement au résidu du modèle. Elle apportera ainsi un pouvoir explicatif additionnel dans l'explication des rentabilités réalisées.

Aussi, la taille ne peut-elle servir de test à la spécification d'un modèle.

Ainsi, tout biais dans le bêta estimé ou le choix d'un proxy de portefeuille de marché qui ne serait pas moyenne/variance efficient, confèrera à la valeur de marché un pouvoir explicatif additionnel qui ne saurait remettre en cause le CAPM.

Taïb¹⁴⁷ a proposé un modèle à trois facteurs alternatif au modèle de Fama et French, prenant en compte le risque opérationnel et le risque financier, en plus du risque d'activité intégré dans le bêta. L'auteur introduit deux nouvelles variables explicatives à la rentabilité d'un titre *i*, en plus du bêta historique : le ratio chiffre d'affaires / capitalisation boursière et le levier financier, soit le rapport dettes / fonds propres :

$$R_{i,t} = a_{0,t} + a_{1,t} \widehat{\beta}_{i,t} + a_{2,t} \left(\frac{CA}{C_{i,t}} \right) + a_{3,t} \left(\frac{D}{FP_{i,t}} \right) + e_{i,t}$$

avec

$R_{i,t}$ rentabilité de l'actif *i* à l'instant *t* ;

$\widehat{\beta}_{i,t}$ bêta historique de l'actif *i* en *t* ;

$\frac{CA}{C_{i,t}}$ chiffre d'affaires rapporté à la capitalisation boursière ;

$\frac{D}{FP_{i,t}}$ levier financier de l'actif *i* ;

$e_{i,t}$ terme d'erreur d'espérance nulle.

L'auteur a utilisé la même méthodologie que celle de Fama et French, déterminant les primes associées aux risques opérationnel et financier, par différence de rentabilité de portefeuilles.

En série chronologique, la rentabilité d'un portefeuille sera ainsi fonction de la prime de risque du marché, ajustée de la covariance du portefeuille avec le marché, de la prime de rentabilité opérationnelle (*PRO*) calculée par la différence de rendements entre les titres à grand ratio CA/C et les titres à faible ratio CA/C, et la prime de rentabilité financière (*PRF*) calculée par la différence de rendements entre les titres à levier financier élevé et ceux à faible levier en *t* :

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \widehat{a}_p + \widehat{\beta}_p [R_{M,t} - R_{f,t}] + \widehat{o}_p PRO_t + \widehat{f}_p PRF_t + e_t$$

avec

$R_{p,t} - R_{f,t}$, rentabilité en excès sur le taux sans risque du portefeuille *p* à l'instant *t* ;

$R_{M,t} - R_{f,t}$, prime de risque du marché ;

PRO, prime de rentabilité opérationnelle ;

PRF, prime de rentabilité financière ;

e_t , terme d'erreur d'espérance nulle.

A l'équilibre l'espérance de rentabilité d'un titre se formulera :

$$E(R_i) - R_f = \beta_i [E(R_M) - R_f] + o_i E[PRO] + f_i E[PRF]$$

Dans le modèle de Fama et French appliqué au cas français, seule la prime de rentabilité est significative au seuil de 5%, alors que la prime opérationnelle se révèle significative au seuil de 10%. De plus, la prime de marché est négativement corrélée avec la prime de taille (-0,589) et la prime de « book-to-market » (-0,210). Fama et French ont observé une corrélation positive avec la taille sur le marché américain (0,32). Les portefeuilles médians ne paraissent pas sensibles aux deux variables fondamentales (conclusion corroborée par Lajili, 2003) de Fama et French, ni aux deux variables proposées par Taïb.

L'analyse en série temporelle de la rentabilité des titres entre juillet 1991 et juin 2004 sur le marché français (518 valeurs dont 66 sur le segment A, 114 sur le segment B et 338 titres sur le segment C), a montré que le classement des titres selon les ratios CA/C et D/FP expliquent mieux la rentabilité que le classement selon le CAPM et le modèle Fama et French. Le risque des titres est mieux maîtrisé par les critères du modèle proposé.

Le CAPM explique, en moyenne, 40% de la rentabilité de seize portefeuilles constitués selon la taille et le ratio « book-to-market ». La constante de régression est significativement différente de zéro sur sept portefeuilles, suggérant l'existence d'un effet taille et « book-to-market » sur le marché français. On notera, que le R² sur les portefeuilles de taille inférieure à la médiane s'échelonne entre 0,101 et 0,406.

Le CAPM explique, en moyenne, 54% de la rentabilité des portefeuilles lorsque ceux-ci sont classés selon leur ratio CA/C et selon leur levier financier, résultat semblant valider la supériorité de ces deux variables dans l'explication du risque systématique.

Bien que le modèle à trois facteurs de Fama et French explique 63,8% de la rentabilité des portefeuilles sur le marché français (valeurs comprises entre 23,4% et 91,7%), sa supériorité sur le CAPM ne semble pas établie en raison, notamment, de constantes des régressions significativement différentes de zéro et de sensibilités des facteurs SMB et HML non cohérentes avec la taille et le ratio « book-to-market ».

Les variables proposées par Taïb associées à la prime de marché expliquent 60,7% des rentabilités des portefeuilles, avec des constantes significativement proche de zéro, validant la bonne spécification du modèle. Les primes associées aux deux ratios, centrées à zéro, présentent des coefficients en rapport cohérent avec les ratios CA/C et de levier financier.

Ces travaux sont conformes à ceux de Barbee, Mukherji et Raines¹⁴⁸ (1996).

Les auteurs justifient le choix du ratio « sales/market capitalisation » du fait de sa plus forte capacité, compte tenu de sa moindre volatilité, que le P/E à indiquer la capacité bénéficiaire potentielle de l'entreprise à long-terme. Ce ratio serait également un meilleur indicateur que le ratio « book-to-market » (plus affecté par des choix comptables de l'entreprise), de la valorisation du positionnement concurrentiel de l'entreprise. Les auteurs avancent également que contrairement au P/E, le ratio « sales/market capitalisation » n'est jamais négatif facilitant les comparaisons sectorielles.

Ce ratio aurait le plus fort pouvoir prédictif parmi les quatre facteurs étudiés (seul facteur à être significatif au seuil de 5%) : le « book-to-market », la taille, le levier et le « sales / market capitalisation ».

Notons que le ratio de levier utilisé diffère entre les deux études, Taïb prenant la valeur comptable des fonds propres et Barbee et al. leur valeur de marché.

A partir d'une simple stratégie « buy and hold », Ciccone¹⁴⁹ (2003) a comparé les anomalies sur le marché américain attribuées aux prévisions des analystes (dispersion et erreur), à celles liées au « momentum » (performance passée du titre), au ratio « book-to-market » et à la taille sur la période de 1992 à 2001. Ciccone a constaté une disparition de cette dernière. L'anomalie liée au ratio « book-to-market » est, en moyenne, la plus importante, suivie par celle attribuée à la prévision qui persiste au fil des années (les firmes à faibles dispersions de prévisions ou faibles erreurs de prévisions sur-performent celles à fortes dispersions de prévisions ou erreurs de prévisions élevées). Ce résultat est confirmé même en écartant les firmes à rendements anormaux (top 1%).

En dépit de l'apport du modèle à trois facteurs en terme de capacité explicative, le choix de variables, nous venons de le voir, suscite de nombreuses critiques focalisées sur l'univers des petites capitalisations boursières. L'effet taille ne ferait que refléter un effet de seuil. Il serait de plus, fortement concentré sur des valeurs extrêmes. L'omission de variables explicatives pouvant être sensibles et le recours au bêta sans ajustement, limitent l'adaptabilité du modèle de Fama et French aux petites capitalisations boursières.

Par ailleurs, le modèle de Fama et French reste dans une perspective de rémunération des risques communs à l'ensemble des titres du portefeuille de marché, alors que l'APT permet de s'affranchir du poids des grandes capitalisations boursières.

Annin¹⁵⁰ (1997) souligne également l'incapacité du modèle à trois facteurs à ajouter une plus grande stabilité au calcul du coût du capital des petites capitalisations boursières.

2.3.2. Identification des facteurs par traitements statistiques.

Les modèles statistiques sélectionnent les facteurs explicatifs par analyse factorielle des données : analyse en facteurs communs et spécifiques (méthode d'estimation du maximum de vraisemblance, avec prise en compte de la variance commune) ou analyse en composante principale (prise en compte de la variance totale).

Ces méthodologies permettent de définir le nombre de facteurs de risques communs optimum pour un modèle.

2.3.2.1 Analyse en facteurs communs et spécifiques

L'analyse factorielle détermine un jeu de coefficients de sensibilités et de primes de risque spécifique à un nombre donné de facteurs, tel, que la covariance des rentabilités résiduelles est aussi faible que possible. Le processus est répété jusqu'à ce que la probabilité qu'un nouveau facteur explique statistiquement une portion significative de la matrice des covariances tombe en dessous d'un seuil critique, choisi subjectivement.

Roll et Ross¹⁵¹ (1980) ont appliqué la méthode de l'analyse factorielle sur une période de juillet 1962 à décembre 1972, en rentabilité journalière, sur 42 groupes constitués de 30 actions. Les auteurs ont estimé le modèle factoriel à partir des étapes suivantes :

1. pour un groupe de titres, une matrice de co-variances est calculée à partir d'une série temporelle de rentabilités ;
2. une analyse factorielle (utilisation de la méthode du maximum de vraisemblance) est effectuée sur cette matrice de covariances, permettant de définir le nombre de facteurs¹³ et la matrice des sensibilités aux facteurs ;
3. ces sensibilités au facteur sont utilisées en coupe transversale pour expliquer l'espérance de rentabilité des titres du portefeuille ;
4. la significativité de ces estimations de primes de risque associées aux facteurs est testée ;
5. les étapes 1 à 4 sont répétées pour chaque échantillon et les résultats sont ensuite synthétisés.

Les auteurs ont démontré que sur 38,1% des 42 groupes, il y avait une chance inférieure à 10% qu'un sixième facteur ait un pouvoir explicatif sur les rentabilités passées. Sur trois-quart des groupes, il y avait 50% de chance que cinq facteurs suffisent à expliquer les rentabilités passées.

Dans leur test de second ordre, il apparaît que seuls trois facteurs sont significatifs dans l'explication des prix d'équilibre.

¹³ Un nombre de facteurs k est choisi arbitrairement et un maximum de vraisemblance (1) est calculé sur la matrice des covariances générée par k facteurs. Une seconde valeur (2) est calculée sans spécification du nombre de facteurs. Sous l'hypothèse nulle de k facteurs, le logarithme du ratio de vraisemblance ((1)/(2)) suit une loi du chi-deux de $\frac{1}{2}[(n-k)^2 - (n-k)]$ degré de liberté. Si la statistique du chi-deux est large, alors $k+1$ facteurs sont nécessaires pour expliquer la matrice des covariances.

Roll et Ross ont utilisé la procédure de test suivante :

Dans sa forme matricielle, le modèle factoriel s'écrit

$$\tilde{\underline{R}}_t = \underline{E} + \underline{B}\tilde{\underline{\delta}}_t + \tilde{\underline{\varepsilon}}_t$$

avec

$\tilde{\underline{R}}_t$ vecteur des rentabilités des actifs ;

\underline{E} vecteur des espérances de rentabilités des actifs ;

$\tilde{\underline{\delta}}_t$ facteurs communs explicatifs des rentabilités des actifs de moyenne nulle ;

\underline{B} , vecteur des sensibilités des titres i aux mouvements des facteurs communs de rentabilités ;

$\tilde{\underline{\varepsilon}}_t$ terme résiduel d'espérance nulle.

et selon l'APT,

$$E_i = E_0 + \lambda_1 \hat{b}_{i,1} + \dots + \lambda_k \hat{b}_{i,k}$$

avec

E_i , rentabilité anticipée du titre i ;

E_0 , rentabilité de l'actif sans risque ;

$\hat{b}_{i,k}$, coefficients de sensibilités du titre i au $k^{\text{ième}}$ facteur commun ;

λ_k , prime de risque du $k^{\text{ième}}$ facteur commun.

soit sous forme matricielle $\underline{E} = \lambda_0 + \underline{B}\underline{\lambda}$

En combinant les deux équations, la rentabilité en excès du taux sans risque s'écrit :

$$\tilde{\underline{r}}_t = \tilde{\underline{R}}_t - \lambda_0 = \underline{B}\underline{\lambda} + \underline{B}\tilde{\underline{\delta}}_t + \tilde{\underline{\varepsilon}}_t = \underline{B}\underline{\lambda} + \underline{\xi}_t \quad [1]$$

Il semblerait naturel pour tester l'APT d'estimer dans un premier temps les facteurs de sensibilités \underline{B} et le vecteur des rentabilités moyennes \underline{r} à partir de régressions en série temporelle, puis de déterminer les primes de risques associées aux facteurs par régressions en coupe transversale par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Cependant la valeur moyenne de $\underline{\delta}$ ne peut être égale à zéro dans chaque échantillon.

Aussi, la régression en coupe transversale devient-elle

$$\tilde{r}_t = \underline{\hat{B}}(\underline{\lambda} + \underline{\tilde{\delta}}_t) + \underline{\tilde{\varepsilon}}_t$$

Aussi large que soit l'échantillon, $E(\lambda) \neq 0$ même si $\underline{\lambda} = 0$

La procédure développée par Fama et Mac Beth¹⁵² (1973) calcule en coupe transversale la régression $\underline{r}_t = \underline{\hat{B}}\underline{\hat{\lambda}}_t + \underline{\xi}_t$, et utilise les séries temporelles de $\underline{\hat{\lambda}}_t$ pour estimer l'écart-type de la valeur moyenne de $\underline{\hat{\lambda}}$.

Ross et Roll ont adapté cette procédure à l'analyse factorielle.

A partir de l'analyse factorielle, les facteurs de sensibilités sont choisis de telle sorte que $\underline{\hat{V}} = \underline{\hat{B}}\underline{\hat{B}}' + \underline{D}$ est la matrice des covariances de $\underline{B}\underline{\tilde{\delta}}_t + \underline{\tilde{\varepsilon}}_t$, le terme d'erreur de l'équation [1].

Aussi, l'estimation des primes de risques s'effectue par la méthode des moindres carrés

$$\text{généralisés } \underline{\hat{\lambda}}_t = \left(\underline{\hat{B}}' \underline{\hat{V}}^{-1} \underline{\hat{B}} \right)^{-1} \underline{\hat{B}}' \underline{\hat{V}}^{-1} \underline{r}_t,$$

La matrice des covariances de $\underline{\hat{\lambda}}_t$ est donnée par $\underline{B}' \underline{V}^{-1} \underline{B}$. (matrice diagonale). En conséquence les primes de risques associées aux facteurs sont mutuellement indépendantes et acceptent un simple test de Student.

Roll et Ross ont ensuite introduit comme variable explicative la variance individuelle des titres $\sigma_{R_{i,t}}^2$. Si l'APT est validé, celle-ci ne devrait pas influencer les rentabilités (i.e. les risques idiosyncratiques ne devraient pas être rémunérés à l'équilibre).

Sur 45,2% des échantillons, l'influence de l'écart-type est significativement différente de zéro au seuil de 5%.

Le R^2 du modèle s'accroît et ressort en moyenne à 0,743 sur les 42 groupes. Sans ce facteur, le R^2 s'établit à 0,563 en moyenne (avec un minimum de 0,166).

L'influence de l'écart-type du titre dans sa rentabilité pourrait provenir, selon les auteurs, du skewness de la distribution des rentabilités individuelles.

Le nombre de facteurs significatifs est fonction de la taille des groupes analysés (Dhrymes, Friend et Gultekin¹⁵³ 1984). Le nombre de facteurs augmenterait de 3 pour des groupes de 15 valeurs, à 7 pour des groupes de 60 valeurs. La division en un nombre trop petit de valeurs écarterait des sources de covariance entre les titres.

S'appuyant sur les travaux de Connor et Korajczyk¹⁵⁴ (1988), de Lehmann et Modest¹⁵⁵ (1988) et Shukla et Trzcinka¹⁵⁶ (1990), Mei¹⁵⁷ (1993) a démontré à partir d'une approche auto-régressive d'estimation du bêta inobservable (une combinaison linéaire des rentabilités passées est utilisée comme proxy), que l'effet taille et l'effet taux de rendement étaient capturés par un modèle APT avec des primes de risque variables dans le temps. L'effet taille présent dans la littérature serait imputable à l'omission de variables explicatives.

Par contre, l'effet book/market ratio et l'effet P/E intègrent une information unique, en dehors du risque systématique mesuré par le bêta, qui explique la covariance des rentabilités des actions.

L'auteur a travaillé sur des données annuelles des sociétés américaines entre 1971 et 1990. L'utilisation de données annuelles permet de minimiser les problèmes d'échanges non synchrones et d'apprécier comment un modèle multi-factoriel peut expliquer les changements à long-terme des variations d'estimation de rentabilités.

Afin de réduire le biais du survivant, les sociétés affichant un historique minimum de 10 ans ont été retenues.

Le modèle s'écrit
$$R_{i,t} = \varphi_{0,t} + \sum_{j=1}^K \varphi_{j,t} R_{i,t-j} + \pi_t C_{i,t-1} + \eta_{i,t} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ t = K + 1, \dots, T \end{array}$$

avec

$R_{i,t}$, rentabilité du titre i à l'instant t ;

$C_{i,t-1}$, caractéristiques de l'entreprise telles que la taille, le ratio book-to-market... ;

$\eta_{i,t}$, bruit aléatoire d'espérance nulle.

Mei part d'un modèle APT à un facteur dans lequel la rentabilité d'un actif dépend de l'espérance de rentabilité de cet actif à la période précédente compte tenu de l'information disponible à cette période, un facteur aléatoire avec une distribution non stationnaire, d'espérance nulle en $t-1$, pondéré par la sensibilité du titre à ce facteur, et d'un risque idiosyncratique.

$$R_{i,t} = E_{t-1}(R_{i,t}) + f_t \beta_t + \varepsilon_{i,t} \quad [2]$$

avec

$R_{i,t}$, rentabilité du titre i à l'instant t ;

$E_{t-1}(R_{i,t})$, espérance en $t-1$, de la rentabilité du titre i en t ;

f_t , facteur aléatoire d'espérance nulle ;

β_t , sensibilité de la rentabilité du titre au facteur ;

$\varepsilon_{i,t}$, résidu.

A l'équilibre (arbitrage), l'espérance de rentabilité de l'actif i est égale à

$$E_{t-1}(R_{i,t}) = \lambda_{0,t} + \lambda_t \beta_t \quad [3]$$

ou λ_t est la prime de risque associée au facteur et $\lambda_{0,t}$ est la rentabilité de l'actif sans risque.

En associant [2] et [3]

$$R_{i,t} = \lambda_{0,t} + (f_t + \lambda_t) \beta_t + \varepsilon_{i,t}$$

β_t étant inobservable, par différence en t et t-1, on obtient :

$$R_{i,t} = \varphi_{0,t} + \varphi_{1,t}R_{i,t-1} + \eta_{i,t} \quad [4]$$

avec

$$\varphi_{0,t} = \lambda_{0,t} - \frac{f_t - \lambda_t}{f_{t-1} - \lambda_{t-1}} \lambda_{0,t-1}$$

$$\varphi_{1,t} = \frac{f_t - \lambda_t}{f_{t-1} - \lambda_{t-1}}$$

$$\text{et } \eta_{i,t} = \varepsilon_{i,t} - \frac{f_t - \lambda_t}{f_{t-1} - \lambda_{t-1}} \varepsilon_{i,t-1}$$

où $\varphi_{0,t}$ et $\varphi_{1,t}$ sont constants d'une firme à l'autre.

Pour un modèle à K facteurs l'équation différentielle [4] devient

$$R_{i,t} = \varphi_{0,t} + \sum_{j=1}^K \varphi_{1,t} R_{i,t-j} + \eta_{i,t} \quad [5]$$

avec

$$\varphi_{0,t} = \lambda_{0,t} - \sum_{j=1}^K \varphi_{j,t} \lambda_{0,t-j}$$

$$\eta_{i,t} = \varepsilon_{i,t} - \sum_{j=1}^K \varphi_{j,t} \varepsilon_{i,t-j}$$

L'équation [5] implique que si les rentabilités suivent un modèle APT à K facteurs, alors les rentabilités passées de t-1 à t-K sont suffisantes pour expliquer les covariances de rentabilités au temps t.

Pour tester l'influence de caractéristiques spécifiques à l'entreprise, telles que la taille, le P/E, le ratio « book-to-market »... celles-ci sont ajoutées à l'équation [5] avec le terme $\pi_t C_{i,t-1}$

$$R_{i,t} = \varphi_{0,t} + \sum_{j=1}^K \varphi_{j,t} R_{i,t-j} + \pi_t C_{i,t-1} + \eta_{i,t} \quad [6]$$

Si la relation est linéaire (estimation par 3SLS compte tenu de l'hétéroscédasticité des variables et d'autocorrélation sérielle) et que les bêtas expliquent les covariances des rentabilités des actifs, alors $\pi_t = 0$.

Le rejet de cette hypothèse nulle (test de Chow i.e. comparaison de la somme des résidus carrés) indiquera l'existence d'anomalies liées aux caractéristiques de l'entreprise.

Cinq facteurs communs expliquent la rentabilité des actions. L'ajout de facteurs supplémentaires est statistiquement non significatif.

L'analyse factorielle présente plusieurs faiblesses (Elton et Gruber¹⁵⁸) :

- tout comme pour le bêta du CAPM, les coefficients de sensibilités sont estimés avec un terme d'erreur, ce qui signifie que les tests de significativité des λ_i sont seulement asymptotiquement corrects ;
- il n'y a pas de signification au signe produit par les facteurs dans le cadre de l'analyse factorielle de sorte que le signe des coefficients de sensibilité et des λ_i peuvent être opposés ;
- l'échelle des coefficients et des λ_i est arbitraire ;
- l'ordre des facteurs n'est pas garanti.

2.3.2.2 L'analyse en composantes principales.

L'hypothèse initiale d'indépendance des résidus d'un modèle APT n'étant pas validée, l'analyse en composantes principales pour la sélection des directions de l'espace (« eigenvalues ») de la matrice des covariances est alors la méthode adaptée pour déterminer la structure de risques communs aux firmes du marché (i.e. un axe, issu d'une combinaison linéaire des X_n , telle que la variance du nuage autour de cet axe est maximale) (Chamberlain et Rothschild¹⁵⁹ 1983).

Les K premiers eigenvalues de la matrice des covariances de rentabilités augmentent sans lien avec l'accroissement du nombre de titres N, alors que toutes les autres eigenvalues sont liées à N, et que la partition de la matrice des covariances est unique avec BnB'N obtenue avec ces K eigenvalues.

Aussi, l'Analyse en Composantes Principales détermine les axes qui expliquent le mieux la dispersion du nuage des points disponibles.

Bahri et Leger ¹⁶⁰ (2001) ont appliqué la méthodologie de l'analyse en composantes principales au marché anglais pour déterminer la structure de risques communs aux actions cotées sur le marché britannique et examiné la persistance des facteurs de risques identifiés tant dans le temps que sur d'autres échantillons. Pour les auteurs, il n'y a aucune raison, a priori, de supposer que les sources de risques affectant la rentabilité des actions soient invariables.

Bahri et Leger ont travaillé sur des rentabilités mensuelles par périodes successives de 36 mois entre janvier 1972 et décembre 1993 sur 22 échantillons de 25 valeurs. Le nombre de facteurs est déterminé par le critère de la racine moyenne de Guttman-Kaiser, c'est-à-dire en ne sélectionnant que les composants ayant des eigenvalues supérieures à l'unité. L'analyse en composante principale est répétée 20 fois sur la période.

Six eigenvalues sont identifiées par échantillon de valeur, expliquant en moyenne 75% de la variance. Les trois premiers composants expliquent 55% de la variance et le premier vecteur, seul présent sur l'ensemble des échantillons (une analyse en composante principale de second ordre utilisant le score du composant obtenu au premier ordre permet d'identifier l'existence de risques communs à l'ensemble des échantillons), explique 35-40% de celle-ci.

La persistance de ce composant est néanmoins faible.

Les auteurs concluent à la prédominance du modèle à un facteur, les autres facteurs de risques étant imputables au choix des échantillons.

Les modèles statistiques permettent de valider l'existence d'un très faible nombre de facteurs communs dans la nature affectant la rentabilité des actifs. Cependant, ils ne les identifient pas.

2.3.3. Identification de risques communs par la sensibilité des sociétés aux facteurs (modèles fondamentaux)

Un modèle APT fondamental ne va pas s'intéresser aux primes de risque des facteurs communs. Il va se focaliser sur les sensibilités (« loading ») de la rentabilité de l'actif aux facteurs. L'excès de rentabilité d'un actif sur le taux sans risque sera fonction de facteurs communs non stationnaires dans le temps et d'un risque spécifique à l'actif, non corrélé, entre les différents actifs et dans le temps.

$$z_{nt} = r_{nt} - rf = \sum_{j=1}^j \lambda_{jnt} f_{jt} + \mu_{nt}$$

avec

z_{nt} l'excès de rentabilité de l'actif n sur le taux sans risque ;

f_{jt} les facteurs de risques communs identifiés ;

λ_{jnt} les sensibilités (« loading ») de la rentabilité de l'actif n aux facteurs ;

μ_{nt} un élément de la rentabilité de l'actif n spécifique à cet actif et donc non corrélé aux autres facteurs, d'espérance $E[\mu_n]$ et de variance $\sigma_{\mu_n}^2$.

soit sous sa forme matricielle :

$$z_{\sim t} = \Lambda_{\sim t} f_{\sim t} + u_{\sim t} \quad [7]$$

En effet, s'il est difficile de déterminer a priori le facteur de risque commun au travers de son attribut macro-économique ou statistique (problème de non stationnarité), il est plus aisé de le déterminer à partir de son déterminant micro-économique, c'est-à-dire, de la réponse individuelle des titres à ce facteur commun. La sensibilité au facteur est mesurée par les attributs de la société (qui peuvent être le P/E, le levier financier, la rentabilité économique, la taille...).

Ainsi, la sensibilité d'un actif au dividende est la valeur de l'attribut lui-même, à savoir le « dividend yield » de l'actif. Ces caractéristiques microéconomiques déterminent l'exposition de la société à « l'événement macro-économique » ayant de larges répercussions sur les marchés financiers.

A partir du moment où les facteurs sont associés à des descripteurs de la société (levier financier, variabilité des résultats...), il est possible de construire un jeu de facteurs transformés ayant des sensibilités identiques à celles des descripteurs.

L'attribut sera centré et normé. Ainsi, un actif, qui aura une sensibilité au facteur égale à un écart-type par rapport à la moyenne, aura un bêta standardisé au facteur de un. De même, un actif affichant une sensibilité au facteur égale à zéro, aura une sensibilité au facteur égale à la moyenne de l'échantillon. Cette standardisation permet d'interpréter les facteurs de manière homogène en dépit des divergences des unités de mesures et d'échelles de chaque variable.

Si les coefficients n'étaient pas standardisés, « l'intercept » pourrait être interprété comme le taux sans risque, défini comme le taux de rentabilité d'un actif ne présentant pas de risque aux facteurs (zéro facteurs bêtas) ni de risque spécifique.

Lorsque les attributs ont été sélectionnés, une analyse en coupe transversale permet de déterminer la rentabilité associée au facteur, sur la période considérée.

Ainsi, alors que dans un modèle macro-économique, la régression s'opère par actif en série temporelle pour déterminer les bêtas aux facteurs, dans un modèle fondamental, les sensibilités aux facteurs sont connues et servent à déterminer en coupe transversale ou en données de panel, les rentabilités associées aux facteurs de risques identifiés.

De nombreuses études ont identifié des variables financières et comptables comme sensibilités aux facteurs de risque commun.

Sharpe¹⁶¹ (1982) a étudié l'influence sur la rentabilité en excès mensuelle, du bêta historique (calculé par régression du rendement en excès du taux sans risque sur la rentabilité du S&P 500 sur les six derniers mois), du taux de rendement (dernier dividende payé sur les douze derniers mois divisé par la capitalisation boursière), de la taille mesurée par le logarithme de la capitalisation boursière (en base dix), du bêta avec les obligations à long terme (régression sur les six derniers mois de la rentabilité en excès de l'action sur le rendement des obligations d'état) et de l'alpha.

Il a utilisé un échantillon de 2 197 actions américaines sur la période 1931 à 1979.

Le modèle utilisé par l'auteur décrit la rentabilité en excès sur le taux sans risque en fonction de facteurs précédemment évoqués :

$$R_{i,t} - r_t = 1F_{zt} + b_{i1t}F_{1t} + b_{i2t}F_{2t} + b_{i3t}F_{3t} + \dots + b_{imt}F_{mt} + \varepsilon_{it}$$

avec

$R_{i,t} - r_t$, rentabilité en excès du titre i à l'instant t ;

F_{zt} , le « zéro » facteur en période t ;

F_{kt} , facteur k commun de risque en t ;

b_{ikt} , l'attribut k du titre i en t (descripteur) ;

ε_{it} , risque spécifique au titre i en t.

Il a également introduit dans son modèle, huit secteurs, mentionnés dans le tableau suivant :

Tableau 5 : Descripteurs utilisés dans l'étude de Sharpe (1982)

Descripteur	Valeur annualisée du prix du risque associé au descripteur	Pourcentage de mois pour lequel le prix du facteur est significatif (seuil de 5%)
Bêta	5.36	58.3
Rendement	0.24	39.5
Capitalisation boursière	-5.56	56.5
Bêta obligataire	-0.12	28.2
Alpha	-2.00	43.5
Influence sectorielle		
Industrie lourde	1.65	32.5
Biens d'équipement	0.16	18.7
Construction	-1.59	15.3
Biens de consommation	-0.18	39.3
Energie	6.28	36.9
Finance	-1.48	16.3
Transports	-0.57	43.9
Services publics	-2.62	35.0

La significativité des variables sectorielles, mesurée par le pourcentage de mois au cours duquel un secteur affiche une rentabilité non expliquée par les variables fondamentales différentes des autres secteurs est faible pour 3 secteurs sur 8 : les Biens d'équipement, la Construction et la Finance. Elle est particulièrement élevée pour les secteurs des Transports et les Biens de consommation.

Trois variables fondamentales se distinguent par la fréquence de leur significativité : le bêta, la taille et l'alpha.

La présence des valeurs historiques de l'alpha en tant que variable explicative démontre l'auto-corrélation des résidus : des variables importantes ont donc été omises par le modèle.

L'objectif des travaux de Sharpe n'était cependant pas de définir le nombre adéquat d'attributs mais d'étudier et de comparer sur une période suffisamment longue le pouvoir explicatif d'un modèle multifactoriel.

De ce point de vue, le pouvoir explicatif du modèle développé par Sharpe est supérieur à celui du CAPM : le coefficient de détermination moyen d'un modèle avec le seul bêta ressort à 0.037, niveau particulièrement faible. Il s'élève à 0.070 (+0.042) avec le modèle intégrant le jeu complet de caractéristiques et atteint 0.104 en incorporant aux variables explicatives les données sectorielles (accroissement de 0.025 points).

« Ces faibles niveaux de variance expliquée par les modèles proviennent de l'importance des risques spécifiques au niveau des titres, en analyse en coupe transversale ». Des R^2 beaucoup plus élevés auraient été obtenus en travaillant sur des portefeuilles d'actions.

En analysant en série temporelle les résultats pondérés par leur risque systématique pour les valeurs de l'échantillon, les R^2 ressortent en moyenne à 0.339 pour le traditionnel CAPM, à 0.382 pour le modèle à attributs fondamentaux et à 0.403 pour le modèle complet.

En réconciliant la théorie du CAPM à celle de l'APT, la valeur estimée d'un facteur est, à l'équilibre, égale à son bêta (covariance des facteurs avec l'indice de référence, ici le S&P) multiplié par la prime de risque du marché soit $\bar{F}_{j,t} = \beta(F_{j,t})(\bar{R}_m - r_f)$

Sharpe a testé cette formulation en comparant les valeurs obtenues par cette estimation aux valeurs moyennes constatées sur le marché américain entre 1931 et 1979.

Tableau 6 : Résultat de la capacité prédictive du modèle de Sharpe (1982)

	Valeurs annualisées	Bêta (2)	Valeurs moyennes	(1)x(2)	T-différence
S&P 500	8.295 (1)				
LT Gvt bonds	0.518				
Constante		0.303	-0.24	2.51	-1.32
Bêta	5.355	0.745	5.36	6.18	-0.31
Rendement	0.237	-0.014	0.24	-0.11	2.37
Capitalisation	-5.563	-0.062	-5.56	-0.51	-4.53
Bêta obligataire	-0.118	-0.009	-0.12	-0.08	-0.11
Alpha	-2.001	-0.086	-2.00	-0.71	-1.94
Secteurs					
Industrie lourde	1.653	0.074	1.65	0.61	0.91
Biens d'équipmt	0.155	-0.014	0.16	-0.12	0.33
Construction	-1.589	0.103	-1.59	0.85	-1.93
Biens de conso.	-0.180	-0.028	-0.18	-0.23	0.07
Energie	6.282	-0.057	6.28	-0.47	4.28
Finance	-1.478	-0.023	-1.48	-0.19	-1.72
Transports	-0.570	0.065	-0.57	0.54	-0.82
Services publics	-2.622	-0.047	-2.62	-0.39	-1.66

Trois descripteurs sont significativement éloignés de leur estimation : le rendement, la taille et l'énergie. Ces écarts peuvent être imputables :

- à un mauvais choix du proxy du portefeuille de marché ;
- et/ou à un rejet de l'hypothèse du CAPM de stabilité des rentabilités espérées et des risques.

Morel¹⁶² (2001) a régressé l'alpha du CAPM, c'est-à-dire la rentabilité en excès sur le risque systématique par des facteurs de risques communs, sur les valeurs industrielles de l'indice SBF 250 (soit un échantillon de 178 valeurs après exclusion des valeurs bancaires et d'assurance, ainsi que des valeurs sur lesquelles un ou des facteurs sont manquants). Les indicateurs ont été centrés et réduits.

Le modèle s'écrit,

$$y_{t+1} = r_{i,t+1} - \beta_{i,t+1} r_{m,t+1} = \sum_{k=1}^K b_{ik,t} f_k + \varepsilon_{i,t}$$

avec

$r_{i,t+1}$ et $r_{m,t+1}$ les rentabilités du titre i et celles du marché en $t+1$;

$b_{i,k,t}$ le coefficient de sensibilité de la rentabilité ajustée du titre i au facteur k en date t ;

$\varepsilon_{i,t}$ un bruit d'espérance nulle.

Notons que le modèle n'utilise pas de données en excès de rentabilité sur le taux sans risque et que les facteurs sont supposés stables dans le temps.

L'étude porte sur des rentabilités mensuelles sur la période de juillet 1994 à février 1996, soit 20 itérations. La méthode utilisée pour estimer les premiers paramètres de la régression est celle des moindres carrés généralisés en raison de l'échec de l'hypothèse d'homoscédasticité des données. Ensuite, les estimateurs sont calculés selon la méthodologie d'ajustement bayésien proposée par Vasicek¹⁶³ (1973), visant à incorporer toute l'information disponible (intégration du processus d'apprentissage des investisseurs).

Dans un souci de clarté, nous présentons ci-après la méthodologie d'ajustement bayésien de Vasicek :

Si les facteurs F_t suivent une loi normale alors, la rentabilité ajustée du risque de marché Y_{t+1} suivra elle aussi une loi normale de paramètres

$$Y_{t+1} \approx N(B_t F_t; \sigma_t^2 \Omega_t).$$

avec

B_t la matrice des sensibilités aux facteurs

$\sigma_t^2 \Omega_t$ la matrice des variances-covariances des termes stochastiques à la date t

En supposant également que les distributions des paramètres précédents sont normales, alors l'estimateur bayésien s'écrira :

$$F_t / Y_{t+1} \approx N(f_t; S_t)$$

ou

$$S_t = \left[S_{t-1}^{-1} + \frac{1}{\sigma^2} (B_t \Omega_t^{-1} B_t) \right]^{-1}$$

$$f_t = S_t \left[S_{t-1}^{-1} f_{t-1} + \frac{1}{\sigma^2} (B_t \Omega_t^{-1} Y_{t+1}) \right]$$

Pour la première date, la distribution est estimée par la méthode des moindres carrés généralisés.

Morel a utilisé les descripteurs suivants :

Tableau 7 : Descripteurs étudiés – étude de Morel (2001)

Descripteurs		Relation trouvée
Indicateurs comptables		
Taille	Ln (actif net total)	
Endettement bancaire	Endettement / Actif net	Instable
	Actif net / Capitaux permanents	+
Book-to-market	Actif net / Capitalisation boursière	+
Intensité capitalistique	Immobilisations corporelles / actif net	-
Indicateurs de marché		
Performance passée	Performance sur un an	+
	Alpha historique sur 3 ans	
Taille	Ln (Capitalisation boursière)	-
Book-to-market	Inverse du PER sur 5 ans	+
Volume échangé		
% de la capitalisation échangée	Sur un an	+
[Share turnover]	Sur un trimestre	
	Sur un mois	
Performance anticipée	Taux de rendement escompté	+
Indicateurs de risque	B historique sur 3 ans	
	Ecart-type sur 3 ans	
	$\beta \times \alpha$	
	Ln (prix maximum) – Ln (prix minimum) sur les 12 derniers mois	
	Carré de la rentabilité résiduelle sur un mois	
Indicateurs sectoriels	Energies, commodités, construction, biens d'équipement, automobile, biens de consommation, agroalimentaire, distribution, services, immobilier.	

En raison de leur forte colinéarité, les indicateurs de taille, mesuré par «l'actif total» et de volatilité, mesuré par le bêta historique multiplié par le sigma estimé, n'ont finalement pas été pris en compte.

Morel s'inscrit dans le courant de recherches académiques relatif aux anomalies du CAPM. Il démontre via l'utilisation du modèle APT, l'existence de covariances extra-marché affectant la rentabilité des titres et notamment :

- la présence de primes liées à la taille sur la période mars 1996 à juillet 1996, mais qui disparaît par la suite ;
- l'existence d'un effet P/E indépendant de la taille ;
- la sur-réaction à court terme, c'est-à-dire une dépendance séquentielle négative des rentabilités en excès ;
- la capacité prédictive de variables comptables telles que :
 - le ratio capitalisation boursière sur actif net (price-to-book ratio), associé positivement à l'alpha du titre,
 - le coefficient positif associé au ratio de levier financier, en ligne avec les travaux de Miller et Rock (1985)¹⁶⁴ (émission de dettes signalant une performance médiocre des derniers investissements et une baisse des résultats futurs), Myers¹⁶⁵ (1977) (l'émission de dettes accroît le poids des charges d'intérêts et élimine des projets à valeur actuelle nette positive dans certaines circonstances) et Myers et Majluf¹⁶⁶ (1984) (transfert de richesse des actionnaires aux porteurs de dettes) ; Morel souligne l'instabilité de la relation, conséquence de la volatilité des taux d'intérêts et des anticipations des investisseurs,
 - le P/E : il confirme la surperformance des titres ayant des P/E élevés et ceux ayant enregistré une forte performance positive l'année écoulée,
 - la liquidité de Amihud et Mendelson¹⁶⁷ (1986) [Share Turnover] : les investisseurs exigent une prime sur les titres les moins liquides, mesurée uniquement sur le ratio volume échangé / capitalisation boursière calculé sur une période d'une année,

- l'existence de primes de risque sectorielle sur 6 des 10 secteurs analysés (forte instabilité de ces dernières).

Beckers, Grinold, Rudd et Stefek¹⁶⁸ (1992) ont utilisé un modèle APT pour analyser, sur la période s'écoulant de janvier 1983 à mars 1990, le degré d'intégration des marchés financiers européens.

Les auteurs ont utilisé les attributs suivants :

- le bêta historique, calculé sur une période de 5 ans sur l'indice local pondéré par les capitalisations boursières ;
- l'appartenance à l'une des 36 industries répertoriées par l'indice Financial Times Goldman Sachs ;
- les variables fondamentales, centrées et réduites : 1) de taille, dont l'effet est justifié par une moindre exposition des petites valeurs à l'environnement international, 2) le rendement (les auteurs s'attendent, compte tenu de l'effet « tax related clientele effect », à ce qu'il soit un fort déterminant de la rentabilité des actions), 3) le « momentum » sur 12 mois, et 4) la volatilité mesurée par l'écart-type du risque spécifique, calculé sur 60 mois.

Les variables basées sur des documents comptables, telles que P/E, levier financier, croissance des actifs et des résultats n'ont pas été retenues du fait de l'absence de comparabilité des définitions d'un pays à l'autre.

Les coefficients associés aux variables explicatives ont été obtenus par régressions sur les rentabilités mensuelles en excès (en utilisant la méthode des moindres carrés généralisés afin d'ajuster l'hétéroscédasticité dans l'analyse en coupe transversale de l'échantillon), corrigées des effets de change.

Les auteurs démontrent le rôle sur la rentabilité des titres, et ce, quel que soit leur pays d'origine :

- du comportement du marché domestique (43,75% de t statistiques mensuels significatifs) ;
- de la taille (36%) ;
- du rendement (20%) ;
- de la performance passée (36%).

Le coefficient de détermination s'établit, tous facteurs inclus, à 0,38.

Chan, Karceski et Lakonishok¹⁶⁹ (1998) ont confirmé la capacité prédictive sur les covariances des rentabilités des actions des variables micro-économiques suivantes (classées par importance décroissante) :

- taille ;
- rentabilités passées, R(-7;-1), R(-60,-12) et R(-1,0) ;
- "book-to-market" ;
- cash-flow/capitalisation boursière ;
- taux de rendement.

Bos et Salaün¹⁷⁰ (1992) et Salaün¹⁷¹ (1994) ont étudié les primes de risque ajustées du risque de marché sur 350 sociétés françaises et ils ont démontré l'influence sur celles-ci de facteurs tels que :

- la croissance passée et anticipée ;
- la volatilité ;
- l'alpha historique ;
- le P/E ;
- le taux de rendement ;
- la structure financière.

Les auteurs n'ont pas trouvé de relation significative entre l'appartenance sectorielle et la prime de risque ajustée.

Un récent courant de recherche substitue le coût du capital implicite à la variable à expliquer du modèle APT, la rentabilité du titre (en excès du taux sans risque).

Botosan et Plumlee¹⁷² (2005) ont évalué les données spécifiques à l'entreprise qui représentent une bonne approximation du coût du capital, c'est-à-dire du taux d'actualisation permettant d'égaliser les cash-flows futurs disponibles pour l'actionnaire et la capitalisation boursière de la firme.

Les auteurs ont choisi sept facteurs de risque, analysés sur une période de dix ans entre 1983 et 1993 :

- le bêta du marché ($M\beta$)¹⁴: les auteurs ont utilisé les données du CRSP pour l'estimer. La rentabilité de l'indice de marché choisi est celle de l'indice « NYSE/AMEX »¹⁵ ;

- le bêta qui ne prend pas en compte l'effet de levier ($U\beta$)¹⁶, donné par la formule

$$U\beta = \frac{M\beta}{1 + \frac{Dettes}{Capitaux propres}} ;$$

- le ratio « dettes à long terme / capitalisation boursière » ;
- le risque d'information : la théorie stipule que plus la quantité d'information est importante, moins élevé est le coût de l'actif, et ce, grâce à de faibles coûts de transaction et une estimation réduite du risque. Le risque d'information est donné par la largeur de l'intervalle des objectifs de cours ajustée par le milieu d'intervalle¹⁷ (source « Value Line ») ;

¹⁴ $M\beta$: Market β

¹⁵ L'indice NYSE/AMEX est pondéré par la capitalisation boursière des entreprises.

¹⁶ $U\beta$: unlevered β

¹⁷ L'amplitude de l'intervalle reflète l'incertitude de l'analyste sur la prévision des prix, cette dernière étant fonction croissante du risque d'information.

- la valeur de marché de l'action (logarithme de la capitalisation boursière au 31 décembre) ;
- le ratio « valeur comptable / prix de l'action »¹⁸ ; Les auteurs observent une relation inverse entre le bêta et ce ratio ;
- la prévision de croissance des bénéfices à 5 ans.

Les auteurs ont estimé le coût du capital implicite selon cinq méthodologies dérivées de la méthode d'actualisation des dividendes futurs :

1. $r_{DIVPREM}$, est l'excès de rentabilité de l'espérance des dividendes sur le taux sans risque. L'espérance des dividendes est déterminée par l'actualisation de ces flux sur une période de cinq ans et d'un prix objectif en valeur terminale, soit $P_0 = \sum_{t=1}^5 \frac{dps_t}{(1+r_{DIV})^t} + \frac{P_5}{(1+r_{DIV})^5}$. La valeur terminale retenue est le premier quartile des objectifs de cours des analystes financiers renseignés dans Value Line ;
2. $r_{PEGPREM}$, est l'excès de rentabilité du ratio $r_{PEG} = \sqrt{\frac{eps_2 - eps_1}{P_0}}$ sur le taux sans risque, avec eps : earnings per share ;
3. $r_{GLSPREM}$, dérivé de la méthode du « residual income valuation model¹⁷³ » est définie par $P_0 = b_0 + \sum_{t=1}^{11} \frac{(ROE_t - r_{GLS} \times b_{t-1})}{(1+r_{GLS})^t} + \frac{(ROE_{12} - r_{GLS} \times b_{11})}{r_{GLS} \times (1+r_{GLS})^{11}}$ avec b_n la valeur comptable de l'entreprise à la période n et ROE_t , la rentabilité financière en t ($\frac{eps_t}{b_{t-1}}$) ;

¹⁸ "Book-to-market"

4. $r_{GORPREM}$, issue du Gordon Growth Model¹⁷⁴, la valeur terminale étant égale à l'actualisation à l'infini d'un flux constant correspondant au dernier bénéfice avec $P_0 = \sum_{t=1}^4 \frac{dps_t}{(1+r_{GOR})^t} + \frac{eps_5}{r_{GOR}(1+r_{GOR})^5}$;
5. $r_{OJNPREM}$ est issue des travaux de Ohlson Juettner-Nauroth¹⁷⁵ (2003), basés sur les résultats anormaux par rapport au taux de croissance économique ;
6. $r_{REALPREM}$ est le taux de rentabilité enregistré sur un an sur 10 portefeuilles classés selon leur capitalisation boursière.

Notons que ces méthodes d'estimations du coût du capital supposent l'existence de données prospectives sur les firmes, ce qui malheureusement n'est pas souvent le cas sur l'univers des petites capitalisations boursières.

En régressant les primes de risque obtenues sur les facteurs de risque spécifiés et en se basant sur les signes des coefficients de régression, les auteurs sont parvenus à la conclusion suivante : les primes de risque $r_{DIVPREM}$ (R^2 de 21,1%) et $r_{PEGPREM}$ (73,8% fortement affectées par la variable croissance, 29,1% hors cette dernière) sont des estimateurs efficaces. Ils confirment les liens entre le coût du capital et le risque de marché, le risque d'endettement, le risque d'information, le risque résiduel (représenté par la taille de l'entreprise et le ratio « valeur comptable / prix ») et la croissance.

Ce résultat confirme la nécessité croissante de prise en compte de différentes sortes de données spécifiques à l'entreprise dans l'évaluation des actions.

Daske, Gebhardt et Klein¹⁷⁶ (2006) se sont basés sur le Residual Income Valuation Model pour déterminer le coût du capital implicite du marché, au niveau des secteurs et des firmes, en fonction d'informations disponibles pour tous les investisseurs et notamment les prévisions de bénéfices par action émises par les analystes financiers.

Le coût du capital implicite égalise le prix de l'action à l'instant t avec ses cash-flows futurs anticipés par le consensus des analystes financiers sur cinq ans (médiane des prévisions).

La valeur terminale est obtenue en actualisant à l'infini le dernier flux de « residual income », calculé en fonction du taux de rentabilité financière (ou Return On Equity – ROE) sectoriel (fin de l'avantage concurrentiel). Une période transitoire de sept ans, entre l'année 5 et l'année 12 ramène progressivement le ROE de la firme au niveau de celui de son secteur.

Les auteurs ont ensuite analysé les relations entre les primes de risques obtenues et les caractéristiques des sociétés suivantes :

- le bêta du titre calculé sur une période de 60 mois, à partir des rentabilités mensuelles ;
- la volatilité du titre, définie comme l'écart-type annualisé des rentabilités journalières discrètes du titre de l'année écoulée ;
- le levier financier, mesuré par les dettes à long terme / capitalisation boursière en fin d'année ;
- l'environnement informationnel, estimé par le nombre d'analystes suivant la valeur et la capitalisation boursière ;
- la dispersion du consensus, mesuré par l'écart-type des prévisions à un an des résultats par action des analystes suivant la valeur ;
- les anomalies du marché, notamment le « book-to-market » et le consensus du taux de croissance à long-terme ;
- l'appartenance sectorielle. La moyenne de la prime de risque sectorielle anticipée de l'année écoulée intervient comme une variable de contrôle de l'effet sectoriel ;
- le temps, variable égale à 1 en 1989, 2 en 1990 à 14 en 2002.

L'analyse des corrélations établit une forte relation entre la taille et le nombre d'analystes suivant la valeur (0,670), ainsi qu'entre le « book-to-market » et le levier financier (0,622), observations consistantes avec la littérature académique.

Les auteurs ont utilisé deux méthodologies pour l'analyse multivariée des relations entre la prime de risque implicite et les caractéristiques de la firme : coefficients obtenus par la technique de la régression unie en coupe transversale¹⁹ ou par la moyenne des coefficients obtenus sur les régressions en coupe transversale.

Les variables retenues par Fama et French, toutes significatives, ont un pouvoir explicatif élevé (coefficient de détermination de 41,84% en « pooled regression » et 51,53% sur les moyennes).

En utilisant toutes les variables hormis le nombre d'analystes suivant la valeur et le levier financier, le pouvoir explicatif du modèle s'établit à 77% (pooled) et 72,03%. Il décroît en privilégiant ces deux dernières variables sur le « book-to-market » et la capitalisation boursière. A l'exception du bêta, de la dispersion du consensus à un an et de la volatilité, toutes les variables sont significatives au seuil de 1%.

On regrettera l'absence de résultats avec la seule substitution de la taille par le nombre d'analystes.

Le ratio « book-to-market » et l'appartenance sectorielle sont les deux facteurs prépondérants. Le bêta perd son pouvoir explicatif en dehors du modèle à trois facteurs de Fama et French, lorsque d'autres variables sont introduites.

Les modèles fondamentaux de coût du capital implicite se heurtent à l'absence de prévisions de cash-flows ou de dividendes sur de nombreuses sociétés de l'univers des petites capitalisations boursières.

¹⁹ pooled cross sectional regression

Nous avons délibérément choisi de ne pas présenter ici les travaux de Rosenberg et al.¹⁷⁷ (1973, 1974 et 1976), qui sont pourtant parmi ceux les plus importants dans le champ des modèles multi-factoriels fondamentaux, notamment par la richesse des descripteurs répertoriés. Ce choix se justifie néanmoins par l'importance de ces derniers dans notre recherche et sa cohérence d'ensemble, les travaux de ces auteurs permettant d'ajuster le bêta, sujet au cœur de nos préoccupations. Nous avons donc opté pour présenter leurs démarches et travaux dans le chapitre consacré aux ajustements du bêta.

2.3.4. Comparaison des pouvoirs prédictifs des trois approches méthodologiques

L'étude de Connor¹⁷⁸ (1995) est l'une des rares recherches à étudier les différentes approches utilisées dans la spécification d'un modèle multifactoriel.

L'auteur souligne qu'en supposant qu'un modèle fondamental capture correctement les sensibilités individuelles à des risques intuitifs de l'économie, risques également capturés dans un modèle macro-économique, alors les attributs spécifiques dégagés dans un modèle fondamental peuvent être combinés pour déterminer le bêta d'un modèle macro-économique à cette source de risque.

Ainsi le facteur spread taux longs – taux courts utilisés dans certains modèles macro-économiques capturera un risque sans doute similaire (relation linéaire selon l'auteur) au levier financier d'une firme donnée et à son taux de rendement (yield).

L'auteur a mesuré le pouvoir explicatif des trois modèles sur le marché américain sur une période de 108 mois entre janvier 1985 et décembre 1993, sur 779 sociétés de capitalisation boursière élevée. Le pouvoir prédictif d'un modèle est défini par le ratio 1 - variance moyenne du risque spécifique de l'échantillon / variance moyenne totale de l'échantillon.

Le pouvoir prédictif est mesuré par l'équation $1 - \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\sigma}$

avec

$\sigma_{\varepsilon i}$ = risque spécifique du titre i, non expliqué par les facteurs du modèle ;

σ_i = variance totale du titre i ;

$$\sigma_{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{\varepsilon i} ;$$

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i .$$

Le pouvoir explicatif d'un facteur est défini par la variation du pouvoir explicatif du modèle quand le facteur est incorporé à ce dernier.

Le modèle fondamental, basé sur les travaux de BARRA²⁰, affiche le taux le plus élevé de pouvoir prédictif à 42,6% contre 39,0% pour le modèle statistique et 10,9% pour le modèle macro-économique.

De plus l'auteur démontre que l'adjonction du modèle macro-économique au modèle fondamental n'accroît pas son pouvoir prédictif. Les facteurs de risques macro-économiques sont donc bien intégrés dans les attributs spécifiques du modèle fondamental.

²⁰ BARRA est une société américaine de mesure du risque, basée sur les travaux de Rosenberg, B.

Les variables utilisées dans le modèle et leur impact sur le pouvoir prédictif du modèle sont les suivantes :

Tableau 8 : Descripteurs du modèle de Barra, Connor (1995)

Facteurs	Pouvoir prédictif par facteur (en %)	Augmentation du pouvoir prédictif du modèle (en %)
Industrie	16,3	18,0
Variance du titre	4,3	0,9
Succès	2,8	0,8
Taille	1,4	0,6
Activité commerciale	1,4	0,5
Croissance	3,0	0,4
PER (prix / résultats)	2,2	0,6
P/AN (prix / actif net)	1,5	0,6
Variabilité des résultats	2,5	0,4
Levier financier	0,9	0,5
Investissement étranger	0,7	0,4
Intensité en main d'œuvre	2,2	0,5
Rendement	2,9	0,4
Total		42,6

Outre ses avantages en terme de capacité prédictive démontrés par Connor, le modèle fondamental avec attributs spécifiques à l'entreprise, en s'affranchissant des mouvements de marché des grandes capitalisations, s'avère être un modèle particulièrement adapté à la spécification des déterminants du coût du capital des petites capitalisations boursières.

CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN MODELE MULTI-FACTORIEL DE MESURE DU COÛT DU CAPITAL ADAPTE A L'UNIVERS DES PETITES CAPITALISATIONS

La qualité de l'estimateur du bêta mesurant, dans le cadre théorique du CAPM, la sensibilité du titre au risque de marché, a donné lieu à de nombreuses critiques relevées dans le chapitre consacré aux anomalies du CAPM. Les modèles issus de l'APT s'appuient eux aussi largement sur le bêta historique du titre, dans leur recherche de facteurs communs de risques non intégrés par le marché. La réduction des biais d'estimation du vrai bêta est donc un enjeu majeur, en particulier lorsque l'on s'intéresse aux petites capitalisations boursières.

Certains auteurs ont travaillé sur l'amélioration de la capacité prédictive de l'estimateur du bêta, via l'incorporation de variables instrumentales (Beaver et al.1970). Un autre courant, réconciliant APT et CAPM (Rosenberg et al. 1973, 1974 et 1976), ajoute au bêta historique des attributs spécifiques, pour accroître la qualité de l'estimateur de la sensibilité du titre au risque de marché.

D'autres recherches ont concentré leurs attentions sur le bêta historique. Des auteurs se sont ainsi intéressés à la détermination de la période d'estimation et d'intervalle optimale de mesure du bêta historique.

Le courant sur les « thin-trades » cherche à apporter une réponse méthodologique aux titres peu liquides, souffrant d'échanges réduits et asynchrones avec les mouvements de marché.

3.1. AMELIORATION DU BÊTA EMPIRIQUE DANS LE CAS DES PETITES CAPITALISATIONS

Le coefficient bêta mesure le risque systématique d'un actif, fonction de sa contribution au risque du portefeuille de marché. Le bêta ne peut pas être observé directement, et doit être estimé. Pour estimer le bêta d'une entreprise, il convient de sélectionner à la fois un intervalle de rentabilité et une période d'estimation de rentabilité, et de régresser en série temporelle les rentabilités des titres sur celles de l'indice de Marché.

Ce calcul du bêta est biaisé par :

1. des transactions sur le titre peu fréquentes (« thin-trades ») ;
2. le choix de différentes périodes d'estimation et d'intervalle ;
3. les délais d'ajustement des prix des actions sur le marché (Lo et MacKinlay¹⁷⁹ 1990) : les rentabilités des titres de petites capitalisations boursières ne sont pas synchronisées sur celles des larges compagnies et nécessitent de prendre en compte des variables latentes dans l'estimation de leur bêta ;
4. la non stationnarité de la distribution des rentabilités des actions (Cheng et Grauer¹⁸⁰ 1980, Jagannathan et Wang¹⁸¹ 1996).

Depuis la fin des années 1970, un courant de recherche s'est attaché à ajuster le calcul du bêta pour éliminer les erreurs d'estimation. En particulier, les paramètres de calcul du bêta, le délai d'ajustement et la période d'ajustement, ont fait l'objet d'attentions particulières.

3.1.1. Identification de deux variables à ajuster : délais d'ajustement et périodes d'ajustement

Lorsque les titres sont peu échangés, l'estimation réalisée par la méthode des moindres carrés ordinaires, associée à des données de rentabilités en séries temporelles, aboutit à un coefficient biaisé.

Deux grandes raisons ont été présentées pour expliquer ce phénomène : d'une part, les délais entre les échanges (Fisher¹⁸² 1966, Fowler, Rorket et Jog¹⁸³ 1989) et d'autre part, les délais d'ajustement des prix des actions (Cohen, Hawawini, Maier, Schwartz et Whitcomb¹⁸⁴ 1983), du fait des coûts de transaction et de l'action des market-makers.

Les actions qui souffrent d'un échange très faible ont leur covariance avec le marché sous-estimée.

L'estimateur biaisé du vrai bêta donne une mesure du risque erroné, erreur corrélée avec l'indice du marché :

- si la valeur est échangée moins fréquemment que l'indice de marché, le bêta sera biaisé à la hausse ;
- si la valeur est échangée plus fréquemment que l'indice de marché, le bêta sera biaisé à la baisse.

Un intervalle plus court de calcul des rentabilités (rentabilités journalières, hebdomadaires, bimensuelles et mensuelles) est associé avec un terme d'erreur²¹ dans l'estimateur du bêta plus petit et donc une plus grande précision dans l'estimation du vrai bêta (Daves, Ehrhardt et Kunkel ¹⁸⁵ 2000). Les données journalières minimisent le biais du bêta, calculé à partir de l'équation caractéristique $R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{m,t} + \varepsilon_i$ par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Ces conclusions divergent de celles de Handa et al.¹⁸⁶ (1989), Reinganum¹⁸⁷ (1981), Tinic et West¹⁸⁸ (1984), qui ont noté qu'un intervalle mensuel de rentabilité est trop court pour une correcte estimation du coefficient bêta, raison pour laquelle l'effet taille serait dominant dans l'analyse en coupe transversale.

Le choix de l'intervalle se heurte à la nécessaire limitation de la période d'estimation liée à la non stationnarité du bêta. Si l'augmentation de la période d'estimation entraîne une baisse significative de l'erreur d'estimation du bêta (Daves, Ehrhardt et Kunkel¹⁸⁹ 2000), il apparaît cependant que plus de 50% des entreprises enregistrent une modification substantielle de leur risque systématique sur une période supérieure à trois ans.

Aussi, une période d'estimation de deux à trois ans permettrait une réduction maximale de l'erreur d'estimation du bêta. Par ailleurs, une période d'estimation de trois ans permettrait d'obtenir 65% de la réduction maximale réalisable avec une augmentation de la période d'estimation de un à huit ans.

²¹ le terme d'erreur dans l'estimateur du bêta, erreur définie par $S_\beta = 1/(N-1)^{1/2} (S_\varepsilon/S_m)$ avec :

S_β , erreur dans l'estimation du bêta ;

S_ε , écart-type des résidus estimés dans la première équation ;

S_m , écart-type des rentabilités du marché ;

N , nombre d'observations.

Les délais d'ajustement du prix des actions peuvent être prise en compte par d'autres méthodologies, sans qu'il soit nécessaire d'allonger l'intervalle de calcul des rentabilités, qui du fait de la nécessaire limitation de la période d'estimation, réduit sensiblement la significativité des résultats.

3.1.2. Apports de la littérature relative aux thin-trades dans le cas des « micro-capitalisations »

De nombreuses procédures de correction ont été proposées pour réduire le biais de délais d'ajustement liés à l'absence d'échanges fréquents ou à la taille, procédures basées pour la plupart sur des techniques économétriques utilisant les rentabilités observées. Certains auteurs ont ajouté des termes de retard ou d'anticipation comme variables indépendantes dans le modèle de marché. D'autres ont calculé leurs rentabilités selon l'approche appelée « trade-to-trade » et synchronisé les rentabilités constatées sur des échanges de titres aux mouvements du marché.

3.1.2.1 Procédures de correction de la méthode OLS

3.1.2.1.1 *Recours à des termes de retard ou d'anticipation*

La série temporelle des rentabilités observées du titre dépend des rentabilités de l'indice de marché et des observations en avance et en retard par rapport à l'indice de marché.

- *Méthode de Scholes et Williams¹⁹⁰ (1977)*

La technique préconisée par Scholes et Williams intègre un terme d'anticipation et un terme de retard et nécessite trois estimations séparées du modèle à régression simple donnée par l'équation, $R_{j,t} = \alpha_j + \beta_j R_{m,t} + \varepsilon_{j,t}$

Le bêta ajusté, est alors défini par $\beta_{SW} = (\beta_{-1} + \beta_0 + \beta_{+1}) / (1 + 2r)$

avec :

β_{SW} , bêta corrigé de Scholes-Williams ;

β_0 , le bêta estimé à partir d'observations contemporaines des variables, rentabilité du titre et rentabilité du marché ;

β_{-1} , estimateur obtenu à partir de l'indice du marché avec un décalage d'une période (en retard) sur la rentabilité du titre ;

β_{+1} , estimateur obtenu à partir de l'indice de marché avec un décalage inverse d'une période (en anticipation) sur la rentabilité du titre ;

r , coefficient de corrélation de premier ordre, de l'indice de marché.

- *Méthode de Dimson¹⁹¹ (1979)*

La rentabilité d'un titre est une fonction linéaire de la rentabilité du marché, avec l'incorporation comme variables explicatives, d'un terme d'anticipation et d'un terme de retard,

$$R_{j,t} = \alpha_i + \beta_{-1}R_{m,t-1} + \beta_0R_{m,t} + \beta_{+1}R_{m,t+1} + \varepsilon_{j,t}$$

Avec cette technique d'estimation, le bêta ajusté, β_{DIM} est égal à la somme de l'estimation de trois coefficients bêtas, tels que $\beta_{DIM} = \beta_{-1} + \beta_0 + \beta_{+1}$.

Les termes du marché en décalage permettent de produire un bêta non biaisé tant qu'il existe une variance du bêta positive sur différents titres pour une même période. La méthode avec recours à des termes de retard et d'anticipation semble éliminer une grande partie du biais du bêta lié à la fréquence réduite des échanges.

En situation d'échange très réduit, il est préférable de rajouter plus de termes de décalage. Il est nécessaire de faire apparaître au moins un terme d'avance et quatre termes en retard dans la régression.

Dimson a comparé, sur le marché anglais de 1955 à 1974, les différentes méthodes d'ajustement des bêtas :

- la procédure « trade-to-trade », de synchronisation des échanges, surestimerait légèrement le bêta mais elle paraît relativement efficace ;
 - l'estimateur de Scholes-Williams ne semble pas souffrir du biais lié aux échanges réduits ;
 - enfin, la méthode présentée par l'auteur, avec des termes du marché en décalage de trois retards et un d'avance, subit un certain biais lié à la fréquence des échanges. Cependant, ce dernier a une estimation plus exacte que dans la méthode de Scholes-Williams.
- *Effet taille et délais d'ajustement*

Ibbotson, Kaplan et Peterson¹⁹² (2004) ont utilisé la méthode de Dimson, en n'ajoutant toutefois qu'un terme de retard à leur estimateur du bêta, $SUM\beta$ défini par la somme des coefficients de la régression de la rentabilité en excès sur celle du marché synchrone et avec un terme de retard $[z_t = \beta z_{m,t} + \beta_{-1} z_{m,t-1} + \mu_t]$

Ce terme de retard vise à corriger l'auto corrélation de la rentabilité en excès des petites capitalisations boursières.

Les auteurs ont analysé la rentabilité de dix portefeuilles sur la période 1931 à 1994, classés selon la capitalisation boursière et démontré la supériorité de leur estimateur calculé sur une base mensuelle (avec un historique de 60 mois), sur le bêta traditionnel pour les petites capitalisations boursières. Le terme de retard est significativement différent de zéro du 4^{ème} au 10^{ème} décile. L'étude a porté sur les valeurs américaines du New York Stock Exchange, de l'American Stock Exchange et du NASDAQ.

En utilisant la méthodologie proposée par Fama et MacBeth¹⁹³ (1973), les auteurs ont testé la capacité prédictive de leur estimateur. Dans ce test, la rentabilité en excès pour un mois donné est régressée sur l'estimation du bêta, en coupe transversale, soit $z_t = \lambda_{0,t} + \lambda_{1,t}b_t + \varepsilon_t$, titre par titre (et par portefeuille constitué en fonction du bêta), de façon à déterminer les coefficients du modèle communs à chaque action au mois donné.

Des tests de significativité sont ensuite réalisés sur les moyennes des paramètres, en série temporelle, $\lambda_{i,t}$ de cette régression. Ils ont conclu au rejet de la significativité des bêtas traditionnels à prévoir les rentabilités futures, hypothèse validée pour le *SUM β* .

Ces conclusions diffèrent de celles de Chan et Lakonishok¹⁹⁴ (1993), qui n'avaient pas inclus dans leur panel les valeurs du NASDAQ et avaient utilisé une méthodologie différente dans le calcul des bêtas traditionnels, estimés sur une période plus réduite de 36 mois.

En contrôlant l'effet taille, les auteurs ont démontré que la capitalisation boursière était un proxy du bêta différé β_{-1} (non significativité de la taille dans le test de Fama et MacBeth lorsque *SUM β* est utilisé comme variable explicative des rentabilités futures sur 20 portefeuilles triés par capitalisation boursière).

En combinant effet taille et bêta (portefeuilles classés en décile selon leur capitalisation boursière, puis au sein de chaque portefeuille ainsi constitué en décile selon leur bêta), seule la taille est significative. Lorsque *SUM β* est éclaté en ses deux composantes, β_{-1} est positivement corrélé aux rentabilités des portefeuilles.

Moins (plus) un titre est fréquemment échangé par rapport à l'indice de marché, plus son estimation sera biaisée à la baisse (à la hausse). Cohen, Hawawini, Maier, Schwartz, Whitcomb¹⁹⁵ (1983) ont proposé une technique d'ajustement du bêta en utilisant la relation entre les intervalles de temps et la faible fréquence des échanges. En rallongeant les intervalles, le bêta OLS se rapprocherait du vrai bêta.

Tout d'abord, pour chaque firme j , le modèle de marché initial est estimé pour un intervalle de temps. Le modèle se sert de 14 intervalles de temps ($L = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20$ jours). Les rentabilités d'une firme et de l'indice sont alors calculées sur chacun des intervalles à partir des logarithmes des prix des titres, ajustés des dividendes.

Une première régression est alors effectuée pour mesurer l'effet du choix de l'intervalle sur le bêta OLS des titres, $r_{jLT} = a_{jL} + \beta_{jL} r_{MLT} + e_{jLT}$

avec

r_{jLT} , rentabilité de la firme j sur l'intervalle L , exprimée en temps continu ;

r_{MLT} , rentabilité du Marché sur l'intervalle ;

$T = 1, \dots, 960/L$ (soit quatre ans d'historiques de cours).

Puis, pour chaque valeur, le bêta obtenu dans l'équation précédente est régressé par la profondeur de l'intervalle, afin de mesurer le biais d'intervalle.

$$\hat{\beta}_{jL} = \alpha_j + b_j L^{-n} + \varepsilon_{jL}$$

avec :

$\hat{\beta}_{jL}$, bêta du titre j estimé par la méthode des moindres carrés ordinaires pour les différents intervalles ;

ε_{jL} , terme d'erreur ;

α_j et b_j , paramètres à estimer. L'intercept représente le bêta asymptotique corrigé de l'effet intervalle ;

$n > 0$, choisi pour donner la meilleure régression linéaire (comportement asymptotique du bêta OLS sur l'intercept, au fur et à mesure que l'intervalle augmente. Les auteurs démontrent que la meilleure qualité est obtenue pour $n = 0,8$).

En l'absence d'effet intervalle, b_j sera égal à zéro.

Par la suite, ils régressent le coefficient mesurant l'effet intervalle en coupe transversale sur le logarithme de la capitalisation boursière des titres (inverse du proxy du délai relatif d'ajustement des titres), afin d'apprécier la qualité de leur modèle.

$$\hat{b}_j = c + b \ln V_j + \varepsilon_j$$

avec :

b_j , coefficient de L^{-n} estimé à partir de l'équation précédente ;

V_j , capitalisation boursière des titres en fin d'année ;

ε_j , terme d'erreur ;

c, b , paramètres à estimer.

Le biais est négatif pour des titres à faibles échanges, augmente pour des titres plus fortement échangés, pour devenir positif pour des titres très liquides, travaux confirmant l'importance des délais d'ajustement du prix des actions sur l'estimation du bêta.

Le calcul du bêta asymptotique engendre un certain nombre de problèmes. L'utilisation de l'équation précédente induit une estimation biaisée à la hausse du bêta.

De plus, la procédure est quelque peu limitée dans le sens où elle implique de lourdes données et nécessite de nombreux calculs pour évaluer un bêta asymptotique dont la variance est inconnue.

La méthode est critiquée par Murray¹⁹⁶ (1995) qui ne voit pas de raison d'utiliser un si grand nombre de termes de décalage.

3.1.2.1.2 *Ajustement à partir des historiques d'échanges*

Fowler, Rorke et Jog¹⁹⁷ (1980) ont proposé une technique alternative d'estimation du bêta en présence d'échange réduit.

Les auteurs utilisent l'historique des échanges de la valeur pour augmenter le niveau de l'information. Ils classent les titres en trois catégories différentes « fat » (échanges constatés chaque jour de l'intervalle étudié), « moderate » (au moins un échange par période), et « infrequent » (moins d'un échange par période) pour mettre en évidence le problème de

liquidité et la faible fréquence des transactions. Ils utilisent dans leurs travaux des données mensuelles de rentabilités, mais précisent qu'un intervalle différent pourrait être utilisé.

Le degré de complexité du modèle augmente au fur et à mesure que la fréquence des échanges va diminuer. Selon eux, moins l'échange est fréquent, plus les valeurs du bêta auront une estimation biaisée.

Aussi leur modèle ajustera le bêta OLS en fonction de la distribution de probabilité $P_{j0}, P_{j1}, \dots, P_{jn-1}$ avec P_{js} , probabilité que le dernier échange pour l'action j dans chacun des mois soit enregistré s jours avant la fin de la période.

3.1.2.2 Procédure « trade to trade » ou d'échanges synchrones

La plupart des recherches académiques ont longtemps utilisé des données mensuelles pour estimer le risque systématique. Le recours aux données journalières engendre en effet un important problème économétrique. De nombreuses valeurs sont cotées sur le marché mais sont échangées peu fréquemment. Les estimateurs alpha et bêta de la régression OLS sont dès lors, pour une grande partie de ces valeurs, biaisés.

Marsh¹⁹⁸ (1979) a proposé de synchroniser les dates de calcul des rentabilités des titres à faibles échanges sur ceux de l'indice de marché, une technique qui s'appuie sur l'indice de marché observé le même jour où les échanges ont lieu pour des valeurs peu échangées.

Les paramètres sont estimés à partir de la procédure OLS avec des observations synchronisées des rentabilités des valeurs et de l'indice de marché. Cette méthode s'apparente à la procédure « trade-to-trade ». Quand les rentabilités correspondent exactement aux périodes de transactions, seul l'indice de marché peut être influencé par les problèmes de fréquence des échanges. La méthode « trade-to-trade » nécessite un indice représentatif des prix d'actions fréquemment échangées qui sont enregistrées un certain nombre de fois par période.

3.1.2.3 Etudes comparées des méthodes d'ajustement OLS / « trade to trade »

Mc Inish et Wood¹⁹⁹ (1984) ont utilisé un modèle linéaire pour évaluer la mesure du biais de l'estimateur et tester l'efficacité des techniques de correction de la méthode OLS sur les valeurs du NYSE, proposées par Dimson, Scholes-Williams, Fowler et al., et Cohen et al. pour résoudre les biais d'estimation du bêta.

Cinq portefeuilles de risque identique, classés selon le temps moyen en minutes du dernier échange avant la fermeture du marché, proxy utilisé pour mesurer les échanges réduits, sont constitués avec contrôle des principales anomalies.

Les bêtas OLS s'échelonnent entre 0,744 et 1,494, suggérant que les biais d'échanges limités et de délais d'ajustement sont importants sur le NYSE.

Les estimateurs corrigés procurent un avantage limité par rapport à l'estimateur standard calculé par la méthode des moindres carrés ordinaires. Le bêta estimé par Dimson semble néanmoins être le meilleur pour résoudre le problème lié aux échanges réduits, que la méthode utilise indifféremment un ou cinq termes de décalage. Elle réduit l'écart entre le plus haut et le plus bas bêta de seulement 29% par rapport au bêta calculé à partir de la technique OLS.

Les auteurs observent une racine carrée de la moyenne des erreurs (RMSE) associée à ce bêta, très importante contrairement à la procédure proposée par Fowler et al. Cette dernière semble proposer un bêta correctement estimé pour chaque catégorie de titres et d'indices de marché mais également le RMSE le plus faible.

Pour la plupart des valeurs, l'estimation des valeurs est plus proche et plus efficace que celle basée sur des données synchronisées. Le bêta estimé à partir des données synchronisées est corrélé avec la fréquence des échanges. Des bêtas plus faibles (forts) sont associés à des fréquences d'échanges plus faibles (forts). Il y a des facteurs spécifiques à la firme qui participent à l'explication des valeurs des bêtas (notamment la taille de la firme).

Bartholdy et Riding²⁰⁰ (1994) ont étudié les différentes méthodologies de correction du bêta sur le marché des actions de Nouvelle-Zélande avec un échantillon de 110 valeurs sur la période 1982-1987.

Pour chaque valeur, deux sortes de rentabilités sont calculées : les rentabilités mensuelles calculées à partir du prix observé en fin de mois pour les 60 mois entre le 01/07/1982 et le 30/06/1987 et les rentabilités calculées en utilisant une fonction SDS (share price data system) pour laquelle la date du prix observé est connue, sur la base d'échanges synchrones avec l'indice de marché. Les prix sont ajustés des distributions de dividendes, attribution d'actions gratuites et divisions du nominal des actions.

Les auteurs se réfèrent à quatre indices de marché distincts :

- le premier est l'indice « Barclay's index », composé par les 40 valeurs les plus grandes cotées en Nouvelle-Zélande. 26 valeurs de l'échantillon étudié appartiennent à cet indice. Certaines de ces valeurs sont peu fréquemment échangées, donc le bêta estimé à partir de cet indice est biaisé par les échanges limités ;
- le second indice intègre toutes les valeurs reprises dans le système SDS et utilise de ce fait, le prix du dernier échange enregistré pour chaque valeur. Mais il risque également d'être biaisé par les erreurs liées aux valeurs faiblement échangées ;
- le troisième inclut seulement les valeurs échangées pendant deux jours consécutifs et utilise le prix observé le deuxième jour. Aucun effet de rattrapage ne vient modifier le calcul pour le premier jour. Le prix au deuxième jour est donc normalement protégé de toute erreur liée aux échanges réduits ;
- le quatrième indice inclut les valeurs pour lesquelles un échange a été enregistré au cours d'une journée. Cet indice, comme le précédent, peut être considéré comme relativement protégé d'un biais d'échange réduit.

Les auteurs ont ensuite calculé six bêtas, estimés à partir de techniques alternatives sur les 110 valeurs et les quatre indices de marchés :

- β_{OLS} les rentabilités sont calculées à partir du prix observé à la fin du mois pour les valeurs de l'échantillon et l'indice de marché ;
- β_{SW} calculé à partir des données observées à la fin du mois et avec la technique de correction de Scholes et Williams ;
- $\beta_{DIM1}, \beta_{DIM2}, \beta_{DIM3}$; les trois bêtas sont calculés selon la technique de Dimson et à partir des données observées en fin de mois, avec 1, 2 et 3 termes de décalage ;
- les auteurs utilisent enfin une référence d'estimateurs bêtas obtenus à partir du modèle d'estimation OLS, utilisant un calcul alternatif de rentabilités synchronisées. Pour chaque valeur, deux mesures de fréquence des échanges sont calculées : un premier ratio pour lequel les nombres de jours où des échanges sont enregistrés par rapport au nombre de jours de cotation pendant la période d'étude et une deuxième mesure étant le nombre moyen de jours entre le dernier échange enregistré et le dernier jour du mois pour une valeur donnée.

Les auteurs distinguent ainsi quatre catégories de fréquence d'échange :

- 1) valeurs échangées sur au moins 98% des jours ouvrables. La datation des prix de ces valeurs est négligeable ;
- 2) valeurs échangées en moyenne entre 75 et 98% des jours ouvrables ; La datation des prix des valeurs est d'environ 0,23 jour ;
- 3) valeurs échangées en moyenne entre 30 et 75% des jours ouvrables ; Le délai d'échange est de 2,4 jours ;
- 4) valeurs échangées sur moins de 30% des jours ouvrables. La datation moyenne des prix de ces valeurs est de 7,5 jours.

L'estimateur du risque systématique augmente avec la fréquence des échanges. Plus particulièrement pour les valeurs peu échangées, les bêtas estimés sont beaucoup plus élevés quand l'indice intègre l'information des rentabilités à partir de données de valeurs fréquemment échangées.

En se basant sur la moyenne de la somme de l'écart-type du bêta, calculé sur des données synchronisées (MSSD), les auteurs concluent que l'estimateur OLS est moins biaisé que ceux de Dimson et de Scholes et Williams. Seulement pour les valeurs peu échangées, les estimations OLS ne sont pas meilleures, ni moins mauvaises, que celles obtenues à partir des techniques de correction alternatives.

$$MSSD_{OLS} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\beta_{j,OLS} - \beta_{j,SYN})^2$$

avec

j , nombre de valeurs dans chaque catégorie de fréquence d'échange ;

$\beta_{j,OLS}$, bêta journalier calculé par les moindres carrés ordinaires ;

$\beta_{j,SYN}$, bêta journalier calculé sur des données synchrones.

Les estimations du bêta basées sur la méthode des moindres carrés traditionnelles sont plus consistantes que les estimations basées sur les méthodes de Dimson ou de Scholes-Williams.

Le modèle OLS à un facteur est plus proche des résultats obtenus sur des rentabilités synchronisées avec une variété d'indices de marché, relativement protégés des effets d'échanges réduits.

Les auteurs ont également mis en évidence que les bêtas obtenus sur des données synchronisées sont corrélés à la fréquence des échanges. Ce résultat suggère la présence de facteurs spécifiques à la firme influençant la valeur du bêta, conclusion similaire à celle de Mc Inish et Wood (1984, loc. cit).

Les travaux de Bowie²⁰¹ (1994) et Bradfield²⁰² (2003) ont affirmé la supériorité de l'estimateur « trade-to-trade » s'appuyant sur les travaux de Dimson et de Marsh (les rentabilités sont mesurées pendant les derniers jours consécutifs d'échange pendant plusieurs mois) sur l'estimateur Cohen (inspiré des travaux de Scholes-Williams et de Cohen et al. sur des données non synchronisées). Les erreurs systématiques de ce bêta semblent beaucoup plus réduites que celles de l'estimateur Cohen.

3.1.2.4 Solutions alternatives

3.1.2.4.1 *La covariance asymétrique*

Cette approche utilise l'asymétrie de la covariance plutôt que le bêta pour étudier les problèmes liés aux primes de risque variables (Bekaert et Wu²⁰³ 2000). Ce modèle sur la covariance conditionnelle fonctionne à la fois avec le signe et l'ampleur des innovations.

Toute asymétrie du bêta est très difficile à détecter car les chocs affectent de la même manière la variance conditionnelle et la covariance conditionnelle. L'asymétrie de celle-ci apparaît plus distinctement que l'asymétrie du bêta.

La nature asymétrique de la volatilité en réponse aux différentes informations est liée à la structure de la volatilité. Une asymétrie de la volatilité pourra donc être observée si les prix augmentent (en cas de mauvaises informations) ou baissent (en cas de bonnes informations).

Bekaert et Wu ont examiné l'effet des informations sur la covariance des rentabilités entre les actions individuelles et le marché, puis ils se sont interrogés sur ses possibles effets sur la volatilité et les primes de risque qui peuvent s'expliquer par l'asymétrie de la volatilité.

Leurs résultats semblent confirmer qu'il y a une asymétrie significative de la covariance conditionnelle suite à des chocs d'information. L'asymétrie de la covariance paraît donc expliquer en partie, la volatilité asymétrique au niveau du marché et au niveau de l'entreprise, indépendamment de sa taille. On suppose alors que les primes de risques variant dans le temps sont capables d'expliquer l'évolution moyenne des prix des actifs.

Ils ont également proposé un modèle de covariance conditionnelle qui permettrait une asymétrie totale concernant les signes et l'ampleur, qui résisterait à la prise en compte du temps et des différents secteurs étudiés et qui pourrait être utilisée pour n'importe quelle quantité d'actions.

Pour étudier les effets possibles d'une asymétrie de covariance conditionnelle, Bekaert et Wu ont utilisé le modèle GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Covariances Heteroskedsticity). Ils en ont déduit que la structure de volatilité est forte quand les covariances conditionnelles réagissent de façon asymétrique aux chocs du marché et quand les chocs négatifs ont un meilleur effet sur la covariance conditionnelle que les chocs positifs.

Pour illustrer le rôle de la covariance dans la structure de volatilité et en conséquence dans l'asymétrie de la volatilité, les auteurs utilisent une version conditionnelle du modèle de CAPM proposée par Merton en 1980 :

$$E[r_{i,t} | \Psi_{t-1}] = \lambda_t \text{cov}(r_{i,t}, r_{m,t} | \Psi_{t-1}) \forall i$$

$$\lambda_t = \frac{E[r_{m,t} | \Psi_{t-1}]}{E[\text{var}(r_{m,t} | \Psi_{t-1})]}$$

avec :

λ_t , prix du risque de marché à la période t ;

$r_{i,t}$, rentabilité de l'actif à la période t ;

$r_{m,t}$, rentabilité du marché à la période t ;

Ψ_{t-1} , informations disponibles en t-1.

S'il y a un choc sur le marché, l'apparition de mauvaises nouvelles va augmenter la volatilité actuelle des rentabilités sur le marché, qui va à son tour, augmenter la covariance entre les rentabilités des titres et celles du marché.

Les investisseurs vont alors réviser à la hausse leurs estimations de la covariance ce qui augmentera la prime de risque exigée. Cet enchaînement d'effets conduira à une baisse immédiate de la valeur du marché. La chute des prix continuera jusqu'à ce que la rentabilité soit suffisamment élevée à l'équilibre.

Avec la structure de volatilité, la structure de covariance va renforcer la baisse initiale des prix et créer une volatilité sur le marché. Il y a deux effets suite à une bonne nouvelle en provenance du marché :

- d'une part, une information positive va accroître la volatilité actuelle et modifier la covariance avec un changement de prix. Les investisseurs vont réviser à la hausse leurs estimations de la covariance pour la période suivante. Puis, les prix vont baisser pour permettre d'obtenir des rentabilités plus importantes, refroidissant le mouvement initial des prix ;
- d'autre part, l'augmentation des prix sur le marché va réduire la prime de risque exigée.

Une deuxième technique a été testée par Braun, Nelson, Sunier²⁰⁴ (1995) qui ont choisi d'utiliser le modèle EGARCH avec des rentabilités mensuelles des portefeuilles pour étudier la prime de risque du marché à partir des bêtas conditionnels. D'après eux, il y a véritablement une volatilité asymétrique du marché, mais ils n'ont pas trouvé de réelle trace d'asymétrie du bêta.

Cette asymétrie du bêta semble difficile à détecter à cause du regroupement entre la covariance conditionnelle et la variance conditionnelle pour définir un bêta. Bekaert et Wu ont suggéré que le bêta d'un titre mette moins en valeur les effets de levier que les covariances. En se concentrant sur le bêta, il serait difficile de discerner la relation entre les chocs du marché et le risque systématique.

En reprenant le modèle EGARCH, on peut estimer les rentabilités de la firme par la covariance conditionnelle sur le marché. Les équations de la variance conditionnelle et de la covariance conditionnelle sont estimées pour chaque titre en utilisant la volatilité du marché comme un facteur fixe pour l'estimation du prix conditionnel du risque.

Les mouvements du marché et des actions suivent le processus proposé par Merton :

$$r_{m,t} = \sigma_{m,t} Z_{m,t}$$

$$r_{i,t} = \lambda_i \sigma_{i,m,t} + \sigma_{i,t} Z_{i,t}$$

avec :

$r_{m,t}$ et $r_{i,t}$, rentabilités du marché et d'un titre i ;

$z_{m,t}$ et $z_{i,t}$, sont indépendants, non corrélés, et suivent une distribution identique, de moyennes nulles et de variances égales à un ;

$\sigma_{m,t}$ et $\sigma_{i,t}$, variances conditionnelles ;

$\sigma_{im,t}$, covariance conditionnelle entre le rendement du titre i et le rendement du marché.

Ayant observé une certaine asymétrie de la variance liée au marché, le processus EGARCH pour les rentabilités du marché est défini par :

$$\ln(\sigma_{m,t}^2) = \alpha_m + \delta_m [\ln(\sigma_{m,t-1}^2) - \alpha_m] + \theta_m z_{m,t-1} + \gamma_m [|z_{m,t-1}| - E|z_m|]$$

Ce processus représente l'asymétrie par l'intermédiaire du paramètre θ_m . Pris ensemble, les termes $\theta_i z_{i,t-1}$ et $\gamma_i [|z_{i,t-1}| - E|z_i|]$ permettent à la variance conditionnelle du marché de réagir de façon asymétrique aux rentabilités positives ou négatives.

La volatilité des rentabilités du titre i peut être également représentée par le processus EGARCH suivant :

$$\ln(\sigma_{i,t}^2) = \alpha_i + \delta_i [\ln(\sigma_{i,t-1}^2) - \alpha_i] + \theta_i z_{i,t-1} + \gamma_i [|z_{i,t-1}| - E|z_i|]$$

Comme précédemment, les comportements asymétriques de la variance d'un titre spécifique apparaissent à travers $\theta_i z_{i,t-1}$ et $\gamma_i [|z_{i,t-1}| - E|z_i|]$

Les auteurs ont étudié le comportement d'un échantillon de 50 titres sur l'Australian Stock Exchange entre 1988 et 1999. Ils ont observé une plus forte sensibilité de la volatilité conditionnelle à un choc de rentabilité négatif du marché ou à un choc considérable et inattendu positif.

De plus, si les nouvelles au niveau du marché et de l'entreprise ne sont pas du même signe, l'effet sur la covariance conditionnelle sera négatif, réduisant la rentabilité espérée et augmentant le prix du titre. De bonnes nouvelles, au niveau du marché, limiteront les mauvaises nouvelles au niveau de l'entreprise et inversement. Quand les nouvelles sont positives aux deux niveaux, l'impact sur la covariance conditionnelle et la prime de risque est limité.

Les chocs de rentabilité négative aux deux niveaux, entreprise et marché, augmentent la prime de risque dans des proportions supérieures à celle observée dans le cas de chocs positifs. Les covariances conditionnelles réagissent positivement aux augmentations sur le marché de la volatilité au niveau de la firme.

La covariance conditionnelle entre les rentabilités du titre et les rentabilités du marché est asymétrique car elle est plus élastique à un choc négatif qu'à un choc positif, et donc l'effet de la structure de volatilité est particulièrement élevé. Les paramètres retenus pour la covariance conditionnelle sont les primes de risque attendues et le prix des titres. Les effets de levier propres aux entreprises ne sont pas intégrés.

Les auteurs concluent que l'asymétrie du bêta est difficile à détecter à cause de la mise en relation de la covariance conditionnelle et de la volatilité conditionnelle dans le calcul du bêta conditionnel. L'utilisation de ce bêta conditionnel nécessite plus de tests pour étudier tout comportement asymétrique en lien avec des chocs de rentabilités.

Sans ces tests, il est dès lors préférable d'utiliser la covariance conditionnelle.

3.1.2.4.2 L'estimation du bêta avec encadrement

Fischer et Simonian²⁰⁵ (1997) ont étudié la relation entre la concentration de la propriété et la performance des entreprises au Canada.

Ils ont cherché à vérifier si la concentration de propriété de la firme était réellement une source de manque de liquidité du marché boursier canadien. La performance supérieure parfois observée parmi les entreprises à propriété concentrée pourrait être attribuable aux problèmes de fréquence des échanges.

Les auteurs proposent d'estimer le bêta réel à partir de deux régressions différentes : une régression directe et une régression inversée :

Soient $R_p = (r_p + u)$ et $R_m = (r_m + v)$

avec

R_p et R_m , rentabilités observées du portefeuille d'actions p et du marché ;

r_p et r_m rentabilités réelles du portefeuille d'actions p et du marché ;

u et v termes d'erreurs.

La covariance du portefeuille avec le marché s'écrit alors :

$$(R_p, R_m) = (r_p, r_m) + (r_p, v) + (r_m, u) + (v, u)$$

Le bêta se calcule alors par régression directe :

$$\beta_D = \frac{(R_p, R_m)}{(R_m, R_m)} = \frac{(r_p, r_m) + (r_p, v) + (r_m, u) + (v, u)}{(r_m, r_m) + 2(r_m, v) + (v, v)}$$

La régression inverse de R_m sur R_p donne l'estimation suivante du bêta

$$\beta_I = \frac{(R_p, R_p)}{(R_p, R_m)} = \frac{(r_p, r_p) + 2(r_p, u) + (u, u)}{(r_m, r_p) + (r_m, u) + (r_p, v) + (u, v)}$$

En supposant : $(r_p, u) = (r_m, v) = (r_p, v) = (r_m, u) = (u, v) = 0$

$$\text{Alors } \beta_D = \frac{(r_p, r_m)}{(r_m, r_m) + (v, v)} \leq^* \leq \frac{(r_p, r_p) + (u, u)}{(r_p, r_m)} = \beta_I$$

Le coefficient β_I est obtenu par la méthode de régression directe (MCO) et constitue la borne inférieure de l'intervalle alors que le coefficient β_D , estimé par la méthode de régression inverse, sert de borne supérieure.

La valeur réelle de bêta sera comprise entre ces deux valeurs qui délimitent respectivement la valeur réelle du rendement excédentaire et du risque systématique (α^* et β^*).

Les auteurs ont comparé leurs résultats aux bêtas estimés à partir des méthodes de Dimson, et de Scholes- Williams.

Ils ont observé que si les portefeuilles représentatifs d'entreprises à propriété concentrée sont plus susceptibles d'être confrontés aux problèmes de faible fréquence d'échanges, les bêtas obtenus ne sont pas obligatoirement supérieurs à ceux des portefeuilles à capital plus dispersé.

Les bêtas estimés par cette méthode d'encadrement sont toujours plus élevés que ceux obtenus par les méthodes proposées par Dimson et par Scholes-Williams.

Les délais d'ajustement des petites capitalisations boursières, à l'origine de leurs mouvements non-synchronisés sur ceux du marché, nécessitent d'être intégrés dans un modèle de détermination du coût du capital des valeurs de cet univers.

Le recours à des termes de retard ou d'anticipation, méthodologie proposée par Dimson, semble répondre à cette exigence. En particulier, il capturerait l'effet taille.

Les autres méthodologies (trade-to-trade, Scholes et Williams, covariance conditionnelles...) requièrent des traitements complexes, qui, au vu de la faible amélioration de la qualité de l'estimateur du bêta obtenu, paraissent inadaptées.

L'allongement de l'intervalle d'estimation permet également de pallier l'effet délais d'ajustement. Cette approche se heurte cependant à la non stationnarité du bêta, liée à la modification des fondamentaux de l'entreprise et de son risque systématique.

D'autres approches basées sur l'utilisation de variables fondamentales visent à améliorer la sensibilité au risque de marché.

3.2. AMELIORATION DE LA MESURE DE LA SENSIBILITE PREDICTIVE AU RISQUE DE MARCHE

3.2.1. Amélioration de la qualité prédictive du bêta à l'aide de variables instrumentales

Le bêta historique est insuffisant pour prévoir la valeur future du bêta et d'autres variables doivent de ce fait être prises en compte (Beaver, Kettler et Scholes²⁰⁶ 1970, Rosenberg et Guy²⁰⁷ 1976). Il existerait dans le risque résiduel des fluctuations systématiques non prises en compte par le bêta, du fait du biais de l'estimateur des moindres carrés ordinaires.

L'estimateur du bêta d'une société ayant fait l'acquisition récente d'une entreprise moins risquée sera nécessairement biaisé, tout comme le sera celui d'une société ayant fait une augmentation de capital en vue de rembourser ses dettes financières.

Aussi, les données historiques de l'entreprise peuvent aider les investisseurs à identifier les titres sous-évalués (Lakonishok et Al²⁰⁸ 1994 et La Porta²⁰⁹ 1996).

L'absence de prise en compte de nouvelles informations disponibles exerçant une influence sur la différence entre bêta historique et bêta futur, biaiserait la règle de prévision, car l'espérance de variation du coefficient bêta est égale à zéro conditionnellement à ces informations.

35 à 40% de la variabilité du risque systématique en coupe transversale sont expliqués par les co-mouvements des résultats comptables des firmes, mesurés par une combinaison du résultat opérationnel, du résultat net et du résultat par action (Ball et Brown²¹⁰ 1969).

De nombreuses études ont dès lors été consacrées à l'utilisation des variables d'informations dans l'estimation du coefficient bêta, donnant naissance aux théories de « l'accounting bêta ».

Pour prévoir les bêtas futurs sur la base des bêtas historiques, Beaver, Kettler et Scholes²² (1970) ont ainsi eu recours à des variables comptables en tant que variables d'information (instruments)²³ dans la prévision des bêtas futurs, et ce, en se basant sur les bêtas historiques.

Les auteurs ont utilisé le taux de distribution (« pay-out ratio »), le taux de croissance des actifs, le levier financier (en valeur comptable), le total des actifs, la liquidité et la variabilité des résultats comme variables explicatives du « vrai » bêta.

Équation 1 : données utilisées par Beaver, Kettler et Scholes (1970)

$$\begin{aligned}
 1. \text{ taux de distribution moyen} &= \frac{\sum_{t=1}^T \text{dividende}_t}{\sum_{t=1}^K \text{résultat distribuable aux actionnaires}_t} \\
 2. \text{ croissance moyenne des actifs} &= n \times \left[\frac{\text{actifstotaux}_T}{\text{actifstotaux}_0} \right]^{1/T} \\
 3. \text{ levier moyen} &= \frac{\sum_{t=1}^T \text{fondspropres}_t}{\sum_{t=1}^T \text{actifstotaux}_t} \\
 4. \text{ taille des actifs moyenne} &= \frac{\sum_{t=1}^T n(\text{totalactif}_t)}{T} \\
 5. \text{ ratio de liquidité moyenne} &= \frac{\sum_{t=1}^T \text{actifscirculants}_t}{\sum_{t=1}^T \text{passifscirculants}_t} \\
 6. \text{ variabilité des résultats} &= \left(\frac{\sum_{t=1}^T \left(\frac{E_t}{P_{t-1}} - \left[\frac{\bar{E}}{\bar{P}} \right] \right)^2}{T} \right)^{1/2} \\
 \text{avec } \frac{E_t}{P_{t-1}} &= \text{résultats distribuables / capitalisation boursière en fin d'année}
 \end{aligned}$$

²² Dans leur modèle, Beaver et al. ont de ce fait utilisé les variables comptables exclusivement dans la prévision du coefficient bêta (le coefficient bêta est une combinaison linéaire des variables comptables), les bêtas historiques n'interviennent pas dans la prévision mais juste pour la sélection de cette combinaison linéaire.

²³ Dans cette approche, les variables comptables sont utilisées seulement dans la prévision du coefficient bêta: la prévision est une combinaison linéaire des variables comptables. Les coefficients bêtas historiques sont utilisés, quant à eux, pour la sélection de cette combinaison linéaire.

$$7. \text{ accounting } \beta = \frac{\sum_{t=1}^T (E_t/P_{t-1} - [\bar{E}/\bar{P}])(M_t - \bar{M})}{\sum_{t=1}^T (M_t - \bar{M})^2} \approx \frac{\text{cov}(E_t/P_{t-1}, M_t)}{\text{var}(M_t)} \text{ mesurant la}$$

covariance des résultats de la firme i avec ceux du marché rapportée à la variance des résultats du marché avec $M_t = \left(\frac{\sum_{i=1}^N E_{i,t} / P_{i,t-1}}{N} \right)$.

Beaver et al. ont démontré l'existence d'une corrélation positive entre les mesures de risque basées sur la comptabilité et celles du coefficient bêta. En particulier, les coefficients de corrélation du taux de distribution, du levier, de la variabilité des résultats et de l'« accounting bêta » sont significatifs au seuil de 1% sur les deux périodes sous revues (1947-1956 et 1957-1965).

En raison de problèmes de multicollinéarité, les auteurs ont finalement retenu comme variables instrumentales (significatives au seuil de 1%) :

- le taux de distribution ;
- la croissance ;
- la variabilité des résultats.

Ils ont conclu à une meilleure capacité (mesurée par le pourcentage de variance expliquée et le pourcentage de fois où un modèle a un terme d'erreur inférieur à l'autre, en particulier sur les déciles extrêmes) des variables comptables (calculées en période un) à prévoir le « vrai » bêta (de la période deux), par rapport à l'utilisation directe des bêtas historiques (période un).

L'étude n'a cependant pas approfondi si elles expliquent les rentabilités ou les prix des titres.²¹¹.

Un modèle basé sur le bêta sectoriel moyen n'a pas démontré une capacité supérieure à prévoir le bêta.

De nombreuses études ont confirmé l'importance de données comptables en tant que variables instrumentales du bêta, parmi lesquelles :

- la rentabilité de l'actif, l'actif total et le levier financier (Logue et Merville²¹² 1972) ;
- le taux de distribution, les dividendes, le chiffre d'affaires et les bénéfices (Lev et Kunitzky²¹³ 1974) ;
- le levier financier, la croissance des résultats et le ratio immobilisations corporelles/capitalisation boursière (Melicher et Rush²¹⁴ 1974) ;
- les flux opérationnels mesurés par le résultat augmenté des amortissements et des impôts différés et le ratio cash-flow opérationnel sur le bénéfice (Ismail et Moon²¹⁵ 1989) ;
- la covariance de rentabilités comptables, définie par le ratio résultat avant exceptionnels / actifs totaux et résultat net / actif totaux (Almisher et Kish²¹⁶ 2000) ;
- la capitalisation boursière, le ratio actif net sur capitalisation boursière (price-to-book ratio), le P/E, le taux de rendement et le price / cash flow (Arbel et Strebel²¹⁷ 1982, Downen et Bauman²¹⁸ 1986) ;
- le rendement, le coefficient de variation du résultat opérationnel (écart-type du résultat opérationnel / résultat opérationnel moyen), la taille mesurée par le total du bilan, le ratio d'endettement et la croissance du bénéfice par action (Damodaran²¹⁹ 1999).

Thompson²²⁰ (1976) a étudié le lien entre le bêta et 43 variables de risque dérivées de données comptables et classées en trois catégories, covariances avec les données de marché, variances et moyennes.

En particulier l'auteur a testé la relation entre le bêta et le modèle suivant :

$$\frac{\text{cov}(d_i, d_m) + \text{cov}(e_i, e_m) + \text{cov}(k_i, k_m)}{\sigma^2(d_m) + \sigma^2(e_m) + \sigma^2(k_m)} \quad 24$$

avec

d = rendement ;

e = variation de bénéfices ;

k = modification du multiple de capitalisation des bénéfices.

Les variables instrumentales sont sélectionnées en fonction de leur niveau de corrélation avec le bêta de chaque société de l'échantillon. Le pouvoir explicatif du modèle est ensuite testé sur une seconde période au niveau des portefeuilles de titres afin de réduire les biais d'estimation.

Les trois variables affichant le plus fort taux de corrélation sont identiques sur les deux sous-périodes (1951-1959 puis 1960-1968), à savoir le modèle à trois covariances avec les données de marché, la moyenne du taux de distribution et le multiple de bénéfice ou sa variance.

Sur les vingt variables affichant des corrélations significatives avec le bêta au seuil de 1%, treize ont été sélectionnées en fonction de l'importance de leur corrélation au niveau des portefeuilles avec le bêta, de la corrélation de la variable entre les deux périodes et de la probabilité de multicollinéarité avec les autres variables. L'auteur a ensuite testé leur pouvoir explicatif sur les bêtas de la période deux.

Les variables instrumentales définies sous forme de covariance ont un meilleur pouvoir explicatif et affichent une plus grande significativité.

²⁴ L'auteur démontre que la rentabilité du titre est fonction du rendement espéré, de la variation des résultats anticipée et de la variation anticipée du multiple de capitalisation des bénéfices, soit $R_{t+1} = \hat{d}_{t+1} + \hat{e}_{t+1} + \hat{k}_{t+1}$

Almisher et Kish (2000, loc. cit) ont appliqué aux introductions en bourse (IPO) les recherches antérieures sur l'estimation du bêta par des variables comptables et mis en évidence, sur le NASDAQ, le lien entre la variance du risque systématique et le co-mouvement des bénéficiaires. Partant de l'hypothèse jointe d'un lien entre le risque systématique et la rentabilité de l'IPO (définie comme la différence entre le cours de clôture du premier jour de cotation et le prix de l'offre), et d'une corrélation entre l'"accounting beta" et le risque systématique, les auteurs ont testé la relation entre la décote à l'introduction et les bêtas comptables calculés sur la covariance de rentabilités comptables de la société (résultats avant exceptionnels/actifs totaux et résultat net/actifs totaux) sur celle du marché.

Les bêtas comptables sont significatifs au seuil de 10%²⁵. Ils peuvent dès lors être utilisés comme mesures du risque de sociétés non cotées ou pré IPO.

La covariance du résultat net de l'entreprise avec la rentabilité du marché se décompose en trois covariances distinctes : la covariance de l'activité, la covariance des coûts fixes et variables liés à l'exploitation et la covariance des frais financiers. L'estimateur du bêta par la méthode des moindres carrés ordinaires intègre correctement le risque métier, à cycle long, mais ne prend que partiellement en compte les risques opérationnels liés à la structure de coûts de l'entreprise et financiers liés à sa stratégie de financement, par nature plus volatils. Aussi, la non stationnarité du bêta serait-elle en grande partie imputable à ces deux derniers risques (Cho²²¹ 1997).

Analysant les études réalisées sur les 20 dernières années, Lev²²² (1989) a conclu que les résultats présentés par la littérature académique apportent une très faible contribution à l'anticipation de la rentabilité des actions par les données comptables. Barbee, Mukherij et Raines²²³ (1996) soulignent que ces conclusions ne sont pas surprenantes, dans la mesure où les résultats publiés par les sociétés sont lourdement impactés par des choix comptables du management, qu'ils affichent une plus grande volatilité que le chiffre d'affaires et qu'ils sont ainsi un indicateur peu pertinent de la capacité bénéficiaire de l'entreprise à long terme.

²⁵ Compte tenu de la présence d'hétéroscadasticité, les auteurs ont utilisé la méthode des moindres carrés pondérés (WLS), basée sur les revenus de l'IPO

L'utilisation des variables comptables pour améliorer la qualité du bêta requiert la significativité de ce dernier (significativité des bêtas historiques utilisés comme variables à expliquer dans les régressions en série temporelle). Cette méthodologie ne semble dès lors pas adaptée aux petites capitalisations boursières, en raison des biais affectant le bêta historique.

L'incorporation de variables « extra-bêta » à la sensibilité du risque de marché offre une solution originale à la réduction du biais du bêta historique.

3.2.2. Amélioration de la qualité de mesure de la sensibilité au risque de marché par l'intégration de variables « extra-bêta »

L'estimation du bêta basée sur les données historiques est appropriée pour la mesure des performances passées. Elle ne peut cependant pas être utilisée dans le cadre de la gestion de portefeuille. En particulier, l'estimateur du bêta d'une entreprise exposée à un événement macro-économique dont l'incertitude s'accroît, sous-estimera son bêta futur. Aussi, d'autres variables doivent être prises en compte (Rosenberg et Guy²²⁴ 1976).

Sous une hypothèse de stationnarité de la loi de distribution des facteurs et donc de nullité de l'espérance des résidus, le bêta du titre est une fonction linéaire des sensibilités du titre aux facteurs de risques communs (Rosenberg, Houglet et Marathe²²⁵ 1973). Les coefficients associés à ces facteurs sont calculés par le rapport entre la covariance des facteurs communs et la prime de risque du marché rapportée à la variance de cette dernière.

Dans un souci de clarté et de compréhension, nous présentons leur démonstration ci-après :

La rentabilité, en excès, du marché est définie comme étant la somme pondérée par les capitalisations boursières de la rentabilité des titres du marché soit,

$$z_{mt} = r_{mt} - r_f = \sum_n c_{nt} z_{nt} = c_{\sim t} z_{\sim t} \quad [8]$$

avec

z_{mt} et z_{nt} rentabilités en excès du marché et des titres du marché ;

r_{mt} , rentabilité du marché ;

r_f , taux sans risque ;

$$\sum_n c_{nt} = 1.$$

En substituant l'équation $z_{\sim t} = \Lambda_{\sim t} f_{\sim t} + u_{\sim t}$ [7] du modèle APT présentée précédemment dans la partie consacrée aux modèles APT fondamentaux, dans l'équation [8] on obtient alors,

$$z_{mt} = c_{\sim t} \Lambda_{\sim t} f_{\sim t} + c_{\sim t} u_{\sim t} = a_{\sim t} f_{\sim t} + c_{\sim t} u_{\sim t} \cong a_{\sim t} f_{\sim t}$$

$a_{\sim t}$ étant définie comme la matrice des sensibilités du marché aux facteurs de risque $f_{\sim t}$ et $u_{\sim t}$, la matrice des risques spécifiques non expliqués par les facteurs, d'espérances nulles. Lorsque le nombre d'actifs dans le portefeuille de marché est élevé, $c_{\sim t} u_{\sim t}$ tend vers zéro.

avec :

$$E(z_{mt}) = a_{\sim t} \bar{f} ;$$

$$\text{var}(z_{mt}) = a_{\sim t}' F_{\sim} a_{\sim t} ;$$

$$\text{cov}(f_{\sim t}, z_{mt}) = F_{\sim} a_{\sim t} ;$$

$$\text{cov}(z_{nt}, z_{mt}) = \lambda'_{\sim nt} F_{\sim} a_{\sim t} .$$

alors

$$\beta_{nt} = \frac{\text{cov}(z_{nt}, z_{mt})}{\text{var}(z_{mt})} = \frac{\lambda'_{\sim nt} F_{\sim} a_{\sim t}}{a'_{\sim t} F_{\sim} a_{\sim t}} = \theta_{\sim t} \lambda'_{\sim nt}$$

$$\text{avec } \theta_{nt} = \frac{\text{cov}(f_{nt}, z_{mt})}{\text{var}(z_{mt})}.$$

A l'équilibre, sous les hypothèses du CAPM, $E(z_{nt}) = \beta_{nt} E(z_{mt})$, les poids des sensibilités aux facteurs entrant dans la composition du bêta du titre sont égaux à la valeur moyenne du facteur divisée par l'espérance de la prime de risque du marché.

A partir de l'équation [2], et sous l'hypothèse d'une espérance nulle des résidus²⁶

$$E(z_{nt}) = \lambda'_{\sim nt} \bar{f}_{\sim} = \beta_{nt} E(z_{mt}) = \frac{\lambda'_{\sim nt} F_{\sim} a_{\sim t}}{a'_{\sim t} F_{\sim} a_{\sim t}} a'_{\sim t} \bar{f}_{\sim} \quad [9]$$

l'équation [9] est vérifiée si $\bar{f}_{\sim} = k F_{\sim} a_{\sim t}$

$$\text{d'où } E(z_{nt}) = a'_{\sim t} k F_{\sim} a_{\sim t} = k \text{var}(z_{mt}) \text{ et } k = \frac{E(z_{mt})}{\text{var}(z_{mt})}$$

En substituant [9] dans l'équation du bêta,

$$\beta_{nt} = \frac{\lambda'_{\sim nt} F_{\sim} a_{\sim t}}{a'_{\sim t} F_{\sim} a_{\sim t}} = \theta_{\sim t} \lambda'_{\sim nt} = \lambda'_{\sim nt} \left(\frac{\bar{f}_{\sim}}{E(z_{mt})} \right) \quad [10]$$

De même, l'équation multi-factorielle initiale pourra s'écrire sous la forme :

$$z_{nt} = \lambda_{\sim nt} (\theta_{\sim t} a'_{\sim t} + (1 - \theta_{\sim t} a'_{\sim t})) f_{\sim t} + u_{nt} = \beta_{nt} z_{mt} + \lambda_{\sim \tilde{n}t} g_{\sim t} + u_{nt} \quad [11]$$

$$g_{\sim t} = f_{\sim t} - \theta_{\sim t} z_{mt}$$

²⁶ Cette hypothèse n'est pas retenue dans l'article publié en mars 1974 par Rosenberg dans The Journal of Finance, intitulé « extra-market components of covariance in security returns ».

Cette équation permet de réconcilier le CAPM et le modèle APT. Dans le cadre théorique du CAPM, les facteurs g_t sont ainsi des facteurs « résiduels » (égaux à la différence entre la valeur initiale du facteur à la date t diminuée de la prédiction de ce facteur inclu dans le prix de marché), non corrélés avec la rentabilité du marché et d'espérance nulle. Un facteur commun à la rentabilité des actions est donc un événement aléatoire, de valeur anticipée nulle, qui, s'il se matérialise, affecte la rentabilité d'un nombre important d'actions.

En supprimant l'hypothèse de nullité de l'espérance des résidus, Rosenberg²²⁶ (1974) démontre que le bêta d'un titre est équivalent à la somme pondérée des bêtas associés aux facteurs de risque multipliée par les coefficients de sensibilité du titre à ces facteurs à laquelle s'ajoute le bêta du risque spécifique du titre. Ce dernier ne serait pas égal à zéro parce que ce risque spécifique entre dans la rentabilité du portefeuille de marché dès lors que l'action est incluse dans ce dernier.

A partir du modèle APT, sous sa forme matricielle, soit $z_{\sim t} = \Lambda_{\sim t} f_{\sim t} + u_{\sim t}$, l'espérance et la variance d'un actif s'écrivent :

$$\bar{z}_{\sim} = E(\bar{z}_{\sim}) = \bar{u}_{\sim} + \Lambda_{\sim} \bar{f}_{\sim}$$

$$\text{var}(z_{\sim}) = \Lambda_{\sim} \bar{f}_{\sim} \Lambda'_{\sim} + \Sigma_{\sim}$$

$$\text{avec } \Sigma_{\sim} = \text{Diag}(\sigma_{u_n}^2)$$

La matrice de variance des rentabilités est égale à la somme des contributions des facteurs, une matrice de rang k , à laquelle s'ajoute une matrice diagonale correspondant à la contribution du risque spécifique.

La rentabilité en excès du marché sera égale à

$$z_{mt} = c'_{\sim m} z_{\sim} = c'_{\sim m} \Lambda_{\sim} f_{\sim} + c'_{\sim m} u_{\sim} = \lambda'_{\sim m} f_{\sim} + c'_{\sim m} u_{\sim}$$

Avec $\lambda'_{\sim m}$ le vecteur des coefficients de réponse du marché aux facteurs.

L'espérance et la variance de rentabilités du marché seront définies

$$E[z_m] = \lambda'_{\sim m} \bar{f}_{\sim} + c'_{\sim m} \bar{u}_{\sim}$$

$$V_m = \sigma_{z_m}^2 = \lambda'_{\sim m} F \lambda_{\sim m} + \sum_n c_{mn}^2 \sigma_{u_n}^2$$

Les coefficients de régression de ces risques sur la rentabilité du marché, comparables au bêta, sont :

$$\theta = \frac{\text{cov}(f_{\sim}, z_m)}{V_m} = \frac{F \lambda_{\sim m}}{V_m}$$

$$\nu = \frac{\text{cov}(\rho_{\sim}, z_m)}{V_m} = \frac{\sum c_{\sim m}}{V_m} = \frac{1}{V_m}$$

En écrivant chaque composant de risque comme la somme de sa régression sur le marché :

$$f_{\sim} = \theta_{\sim} z_m + g_{\sim}$$

$$u_{\sim} = \nu_{\sim} z_m + \rho_{\sim}$$

La covariance entre un titre et le marché sera :

$$\text{cov}(z_n, z_m) = \text{cov}(\lambda_{\sim n} f_{\sim} + u_{\sim n}, \lambda_{\sim m} f_{\sim} + c_{\sim} u_{\sim m}) = \lambda'_{\sim n} F \lambda_{\sim m} + c_{mn} \sigma_{z_n}^2$$

d'où

$$\beta_n = \frac{\text{cov}(z_n, z_m)}{\sigma_{z_m}^2} = \frac{\lambda'_{\sim n} F \lambda_{\sim m} + c_{mn} \sigma_{z_n}^2}{\lambda'_{\sim m} F \lambda_{\sim m} + \sum_n c_{mn}^2 \sigma_{z_n}^2} = \lambda'_{\sim n} \theta + \nu_n = \sum_k \lambda_{mk} \theta_k + \nu_n$$

Le bêta de l'action est donc égal à la somme pondérée des « bêtas » des facteurs de risques sous-jacents, multipliée par les coefficients de sensibilités du titre à ces facteurs, à laquelle s'ajoute un risque spécifique du titre.

La rentabilité d'un titre pourra s'écrire

$$z_n = x'_{\sim n} f^* + \nu_n \text{ régression de type III}$$

La régression de type III revient à estimer la valeur des facteurs par période en régressant en coupe transversale les rentabilités des actions sur leurs descripteurs. Les régressions sont ensuite répétées sur l'ensemble des périodes. Avec les estimations des facteurs obtenus et la matrice des variances des erreurs d'estimation associées, il est possible de répondre aux questions telles que le pourcentage de la variance totale expliquée par les facteurs et par chacun d'entre eux, la stationnarité du vecteur moyen et de la matrice des variances des facteurs, la présence de corrélation sérielle dans la valeur estimée des facteurs et le degré selon lequel les valeurs moyennes des facteurs satisfont aux conditions du CAPM.

L'équation prédictive du risque spécifique $\hat{\sigma}_{\tilde{z}_n}^2 = \hat{c}'_n x_{\tilde{z}_n}$, qui est nécessaire au premier descripteur et à l'ajustement par les moindres carrés généralisés, peut être obtenue en régressant le carré des résidus, par les descripteurs.

Cependant ces résidus ordinaires incluent une composante du risque attribuable à ces facteurs. Aussi, après qu'une régression de type I a été effectuée, il est préférable de refaire l'estimation de la relation prédictive du risque spécifique, avec les résidus de la régression I comme variable dépendante. Le jeu de régression de type III peut être répété, en utilisant la prédiction révisée du risque spécifique, pour faire une seconde itération.

Le vecteur matriciel de la moyenne, de la variance et de la régression sur le marché des facteurs transformés sont :

$$\overline{f_{\tilde{z}}^*} = D_{\tilde{z}}' \overline{f_{\tilde{z}}}$$

$$F_{\tilde{z}}^* = D_{\tilde{z}}' F_{\tilde{z}} D_{\tilde{z}}$$

Mais

$$\theta_{\sim}^* = D_{\sim}' \theta_{\sim} + \frac{D_{\sim}' F_{\sim} \lambda_{\sim}}{V_m} = \frac{D_{\sim}' F_{\sim} (D_{\sim} x_{\sim m} + \varepsilon_{\sim m})}{V_m} = \frac{F_{\sim}^* x_{\sim m}}{V_m}$$

avec $x_m = \sum_{n=1}^N c_{mn} x_n$ vecteur des descripteurs pour le marché et $\varepsilon_m = \sum_{n=1}^N c_{mn} \varepsilon_n$ de valeur approximative nulle, compte tenu d'une moyenne nulle des ε_n

Aussi le bêta pour un titre sera-t-il égal à

$$\beta_n = v_n + \lambda'_{\sim n} \theta_{\sim} = v_n + x'_{\sim n} D' \theta_{\sim} + \varepsilon'_{\sim n} \theta_{\sim} - b_0 \hat{\sigma}_n^2 c_{mn} + \frac{x'_{\sim n} F^* x_{\sim m}}{V_m}$$

Le modèle multifactoriel s'écrira

$$z_n = \beta_n z_m + \lambda'_{\sim n} g + u_n = \left(b_0 \hat{\sigma}_n^2 c_{mn} + \frac{x'_{\sim n} F^* x_{\sim m}}{V_m} \right) z_m + x'_{\sim n} g^* + \varepsilon'_{\sim n} g + u_n$$

En supposant les descripteurs construits de telle sorte que $\theta^* = \frac{F_{\sim}^* x_{\sim m}}{V_m}$ et qu'ils soient raisonnablement stationnaires dans le temps, alors il est possible d'estimer la valeur de ce vecteur b, avec une régression de la forme :

$$z_{nt} = b_0 \left\{ \hat{\sigma}_n^2 c_{mn} z_{mt} \right\} + b_{\sim} \left\{ x'_{\sim nt} z_{mt} \right\} + e_{nt} \quad \text{Equation de type IV}$$

Un facteur temps est ainsi introduit sur toutes les variables du modèle. Les régresseurs entre crochets sont observables et toutes les données sont prédéterminées. Le résidu a une espérance et une covariance nulles avec les descripteurs. Il inclut la contribution résiduelle des facteurs ainsi que d'autres composantes aléatoires.

Le bêta prédictif, déterminé par la contribution des facteurs à la variance du marché est donc également une combinaison linéaire des sensibilités aux facteurs résiduels.

Trois méthodes sont répertoriées par Rosenberg, Houglet et Marathe pour déterminer les paramètres du modèle :

1. la méthodologie d'analyse factorielle (modèles statistiques), sans a priori des facteurs et des sensibilités. Le critère retenu est la maximisation de la variance expliquée. Les réponses des rentabilités aux facteurs sont alors supposées constantes dans le temps ;
2. dans la seconde approche, la valeur des facteurs est connue (modèles macro-économiques). La détermination des sensibilités aux facteurs est alors réalisée simplement en régressant, par analyse en série temporelle, les rentabilités des actions sur les facteurs ;
3. La troisième approche consiste à supposer que les sensibilités aux facteurs d'une action s'expriment sous forme d'une combinaison linéaire « d'attributs » de la société.

C'est cette dernière approche que les auteurs vont privilégier.

Le modèle transformé est déduit de la démonstration suivante :

Sous l'hypothèse bayésienne

$$\lambda_{\sim nt} = D_{\sim} w_{\sim nt}$$

avec $w_{\sim nt}$ défini comme le vecteur des attributs qui s'appliquent à la société à la date t , et D étant la matrice de coefficients de régression.

La sensibilité d'un titre aux facteurs est alors fonction de caractéristiques mesurables, notamment par la communauté des analystes financiers.

L'équation [6] précédemment définie, revient alors, non pas à déterminer les véritables facteurs de risques communs à l'ensemble des actifs mais des facteurs communs ajustés tels que :

$$\lambda'_{\sim nt} f_{\sim t} = w_{\sim nt} D_{\sim} f_{\sim t} = w_{\sim nt} f_{\sim t}^*$$

La sensibilité de l'action aux facteurs ajustés est déterminée par les seules caractéristiques de la société.

Les implications du modèle multi-factoriel sont par ailleurs inchangées par rapport au modèle original, hormis les interprétations des facteurs.

Le modèle s'écrit :

$$z_{nt} = \sum_{j=1}^j f_{jt}^* w_{jnt} + u_{nt} \quad [1]$$

$$z_{nt} = \sum_{j=1}^j w_{jnt} b_j z_{mt} + \sum_{j=1}^j w_{jnt} g_{jt}^* + u_{nt} \quad [2] = w_{\sim nt} D z_{mt} + w_{\sim nt} g_{\sim nt}^* + u_{nt}$$

- Dans sa forme générale [1]

Les valeurs des facteurs ajustés sont estimées en régressant, en coupe transversale, les rentabilités des actions par les coefficients de sensibilités.

- Dans sa forme dérivée du CAPM [2]

La régression s'opère dans une double dimension à la fois en coupe transversale et en série chronologique, avec la détermination simultanée des b_j et des g_{jt}^* .

Par simplification l'équation [2] peut prendre la forme suivante :

$$z_{nt} = \sum_{j=1}^j w_{jnt} b_j z_{mt} + v_{nt} \quad \text{Modèle de type III}$$

Rosenberg et McKibben²²⁷ (1973) ont validé la capacité prédictive de leur modèle et répertorié les caractéristiques de la firme intervenant comme descripteurs dans la réponse des titres à la rentabilité du marché, le bêta prédictif.

Les auteurs n'ont cependant pas utilisé des rentabilités en excès sur le taux sans risque.

La droite caractéristique du titre s'écrit alors :

$$r_{n,t} = \alpha + \left[\sum_{j=1}^J b_j w_{j,n,t} + \varepsilon_{n,t} \right] r_{m,t} + \eta_{n,t} = \alpha + \sum_{j=1}^J b_j (w_{j,n,t} r_{m,t}) + u_{n,t}$$

avec

$r_{n,t}$ et $r_{m,t}$, les rentabilités des titres et du marché en t ;

$w_{j,n,t}$, les descripteurs j de la firme n à l'instant t.

Les variables explicatives $w_{j,n,t} r_{m,t}$ composées du produit des descripteurs de la firme et de la rentabilité du marché des actions sont observables ;

$\varepsilon_{n,t}$ et $\eta_{n,t}$, bruits aléatoires ;

$u_{n,t} = \varepsilon_{n,t} r_{m,t} + \eta_{n,t}$, bruit aléatoire, imputable au risque spécifique de l'action, non corrélé avec les descripteurs. Il correspond à la variation du bêta qui ne peut être prédite ;

α et b_j , paramètres à estimer.

En régressant les rentabilités des actions par les variables explicatives définies ci-dessus, et sous l'hypothèse d'une espérance nulle des $u_{n,t}$, l'estimateur \hat{b} obtenu par la méthode des moindres carrés ordinaires des b est sans biais (BLUE).

Les auteurs ont travaillé sur un échantillon de 578 sociétés disposant de données « COMPUSTAT » entre 1950 et 1971. Une première période de treize ans (de 1954 à 1966) a servi de base à l'estimation des coefficients de sensibilité aux descripteurs (558 sociétés). La capacité prédictive du modèle a ensuite été testée sur une seconde période de quatre ans (de 1967 à 1970).

Rosenberg et McKibben ont eu recours à trente descripteurs, mentionnés dans le tableau ci-après. Après une première régression, seuls ceux significatifs au seuil de 90% ont été retenus. De plus les descripteurs contribuant à la fois à la rentabilité totale du titre et à son risque spécifique ont été éliminés.

La régression affiche un R^2 de 38,2%. Le R^2 mesure la capacité du modèle à expliquer la variance totale des rentabilités. Un étalon est donné par le R^2 sous-jacent à un bêta égal à l'unité (bêta du marché), à savoir un R^2 de 36,0%.

Tableau 9 : Descripteurs retenus dans l'étude de Rosenberg McKibben (1973)

DESCRIPTEURS		signe attendu	Bêta
1	Ecart-type de la croissance du Bpa	+	0.0975 (5.822)
2	Accounting beta, covariance des résultats avec ceux du marché	+	
3	Dernière variation du Bpa	+	-0.0615 (3.900)
4	Pay-out	-	
5	Logarithme des actifs totaux moyens sur 5 ans	-	
6	Notation Standard and Poors	-	0.0174 (1.128)
7	Probabilité estimée de défaut		
8	Liquidité (quick ratio)		0.0231 (1.675)
9	Variation absolue annuelle des baisses de dividendes sur 5 ans		-0.0233 (-1.561)
10	Levier financier (fonds propres / actifs)		0.0423 (2.755)
11	Charges fixes / résultats opérationnels (coverage ratio)		
12	Ecart-type de variation du résultat opérationnel		
13	Croissance moyenne sur 5 ans du résultat opérationnel		
14	Marge opérationnelle		
15	Ratio résultats non distribués / actif total moyen sur 5 ans		
16	Croissance moyenne des actifs sur 5 ans		
17	Croissance moyenne du chiffre d'Affaires sur 5 ans		0.0057 (0.342)

	DESCRIPTEURS	signe attendu	Bêta
18	Croissance moyenne du résultat distribuable aux actions ordinaires sur 5 ans		0.0404 (2.341)
19	Estimation de la croissance non soutenable		
20	Immobilisations corporelles / actif total		-0.0517 (-3.778)
21	Bêta historique	+	0.0505 (3.562)
22	Ecart-type du risque résiduel sur 5 ans	+	
23	Volume moyen échangé / volume total moyen échangé		
24	Semi-variance négative moyenne sur 5 ans des rentabilités		
25	Share turnover (volume échangé / nombre d'actions totales)	+	0.0347 (2.239)
26	Logarithme du prix de l'action non ajusté	-	-0.0994 (-6.04)
27	Variable muette = 1 si l'action est cotée au NYSE, = 0 sinon		
28	Rendement de l'action		
29	P/E cours / bénéfice par action		
30	Prix / actif net (Inverse du price-to-book value)	-	0.066 (3.784)

Sur les trente descripteurs pré-sélectionnés, treize ont finalement été retenus.

- quatre ont le signe anticipé :

écart-type de la croissance du Bénéfices par action (Bpa) ;

bêta historique ;

share turnover (volume échangé / nombre d'actions totales) ;

logarithme du prix de l'action non ajusté,

- trois affichent un signe contraire à celui qui était a priori escompté :

dernière variation du Bpa ;

notation de risque Standard and Poors ;

prix / actif net (inverse du « price-to-book »).

- et six descripteurs a priori sans influence notable sont présents dans l'équation finale :

- liquidité (quick ratio) ;
- variation absolue annuelle des baisses de dividendes sur cinq ans ;
- levier financier (fonds propres / actifs) ;
- croissance moyenne du chiffre d'affaires sur cinq ans ;
- croissance moyenne du résultat distribuable aux actions ordinaires sur cinq ans ;
- immobilisations corporelles / actif total.

Rosenberg et McKibben ont ensuite testé le pouvoir prédictif de leur modèle. Sur la période 1967-1970, 410 sociétés avec un historique suffisamment long ont été analysées.

Les résultats démontrent la supériorité prédictive de leur modèle sur le bêta historique et sur le bêta bayésien ajusté (ajustement développé par Vasicek²²⁸).

Le Kurtosis du modèle ressort à 3.92, niveau proche de celui de la Loi Normale (3), loi généralement associée à l'évolution des cours des actions.

Avec la méthodologie proposée par Rosenberg et McKibben, il est possible d'estimer la relation entre le bêta et des variables comptables, par une régression sur les rentabilités de l'action. Cette approche autorise la variation du bêta de l'action en fonction des modifications des descripteurs comptables.

Cette étude est complétée par celle réalisée en collaboration avec Houglet et Marathe, qui inclut notamment des données sectorielles. Leur recherche porte sur les sociétés américaines cotées, sur la période d'octobre 1957 à septembre 1972.

Pour être sélectionnées, les sociétés devaient disposer d'un historique de cinq ans et d'un jeu complet de descripteurs. Aussi, le nombre de sociétés composant l'échantillon part de 388 en début de période, pour atteindre 1380 sociétés en fin de période du fait de l'accroissement de sociétés disponibles dans la base COMPUSTAT.

Cet échantillon est susceptible d'afficher un biais du survivant et un biais de taille dans la mesure où les plus grosses capitalisations boursières ont été, historiquement, les premières sociétés à être intégrées dans COMPUSTAT. Notons que les secteurs suivants ont été exclus de l'étude : assurances, banques, courtiers, compagnies ferroviaires et sociétés de hautes technologies cotées sur l'OTC (Over The Counter).

Les données annuelles sont supposées être pleinement intégrées par le marché au bout de 120 jours suivant la clôture de l'exercice.

L'échantillon a été cylindré : les rentabilités supérieures à $0.4 + \ln(R_{mt})$ ont été retirées de l'échantillon.

Les auteurs ont réalisé les régressions suivantes sur les rentabilités mensuelles en excès sur le taux sans risque :

1. $z_{n,t} = \alpha + [b_1]z_{m,t} + \mu_{n,t}$;
2. $z_{n,t} = \alpha + [b_1 + b_2 HBETA_{n,t}]z_{m,t} + \mu_{n,t}$;
3. $z_{n,t} = \alpha + \left[b_1 + b_2 HBETA_{n,t} + \sum_{j=3}^{26} b_j w_{j,n,t} \right] z_{m,t} + \mu_{n,t}$;
4. $z_{n,t} = \alpha + [b_1 + b_{j(n)}]z_{m,t} + \mu_{n,t}$;
5. $z_{n,t} = \alpha + \left[b_1 + b_2 HBETA_{n,t} + \sum_{j=3}^{26} b_j w_{j,n,t} + b_{j(n)} \right] z_{m,t} + \mu_{n,t}$;
6. identique à l'équation 5, en éliminant les descripteurs pour lesquels le F statistique est inférieur à 1.

avec

$z_{n,t}$ et $z_{m,t}$ rentabilités en excès du taux sans risque du titre n et du marché en t ;

$HBETA$, bêta historique, calculé mensuellement sur cinq ans ;

$w_{j,n,t}$, descripteur j de la firme n en t, mentionné dans le tableau en page suivante ;

$b_{j(n)}$, variable discrète d'appartenance sectorielle ;

$\mu_{n,t}$, bruit aléatoire.

Les effets des variables muettes d'appartenance sectorielle sont ajoutés au bêta de chaque titre n . Ainsi, si $j(n)$ correspond à l'indice de l'industrie d'appartenance de la firme n , $b_{j(n)}$ sera ajouté au bêta. Les coefficients pour chaque industrie mesurent la différence entre le bêta moyen de l'industrie et le bêta moyen des sociétés n'entrant pas dans sa composition.

Tableau 10 : Descripteurs et résultats de l'étude de Rosenberg, Houglet et Marathe (1973)

	DESCRIPTEURS / EQUATIONS	1	2	3	4	5	6
1	PAY <u>Pay-out moyen sur 5 ans (dividendes/bénéfices)</u>			-0.0104		0.0013	
2	SIZE <u>Logarithme des actifs totaux moyens sur 5 ans</u>			0.0044		0.0095	0.0101
3	LIQ <u>Liquidité (quick ratio)</u>			0.0198		0.0134	0.0142
	<u>Variation absolue annuelle des baisses de dividendes</u>						
4	CUT <u>sur 5 ans</u>			0.0071		0.0052	
5	LEV <u>Levier financier (fonds propres / actifs) sur 5 ans</u>			-0.003		0.0384	0.0387
6	NSG <u>Estimation de la croissance non soutenable</u>			0.0041		0.0466	
7	PLANT <u>Immobilisations corporelles / actif total</u>			-0.0348		-0.0117	-0.0150
8	STO <u>Share turnover (volume échangé / nombre d'actions totales)</u>			0.0935		0.0956	0.0957
9	LNP <u>Logarithme du prix de l'action non ajusté</u>			-0.0234		-0.0342	-0.0341
10	YIELD <u>Rendement moyen de l'action sur 5 ans</u>			-0.0218		-0.0373	-0.0347
11	VAR <u>Dernière variation du Bpa</u>			-0.0148		-0.0109	-0.0087
12	E(E) Ecart-type de la variation du Bpa sur 5 ans			0.0209		0.0133	0.0144
13	E(VARE) Ecart-type de la variation de la croissance du Bpa sur 5 ans			0.0117		-0.0004	
14	B/P Prix / actif net (price-to-book)			0.0432		0.0523	0.0536
	<u>Accounting bêta, covariance des résultats</u>						
	<u>avec ceux du marché (firmes américaines) / variance</u>						
15	ABETA <u>Résultats des firmes américaines</u>			0.0083		-0.0070	-0.0073
16	E/P <u>P/E cours / bénéfice par action</u>			0.0036		0.0074	
17	E (E/P) Ecart-type de la variation du P/E sur 5 ans			0.0010		-0.0033	
	Probabilité estimée que le résultat opérationnel						
18	PRNEG ne couvre pas les charges fixes			0.0006		0.0110	0.0098
19	ROI Retour sur capitaux investis sur 5 ans			0.0174		0.0223	0.0225
20	EGROW Croissance moyenne sur 5 ans du résultat			-0.0091		-0.0456	
21	SIGMA <u>Ecart-type du risque résiduel sur 5 ans</u>			0.0516		0.0337	0.0346
22	BBETA Accounting beta (Beaver, Kettler et Scholes)			-0.0036		-0.0004	
23	HBETA <u>Bêta historique (mensuel sur 5 ans)</u>	0.5446	0.2871		0.2038	0.2028	
		(0.0111)	(0.0150)		(0.0161)	(0.0159)	
24	QUAL <u>Notation Standard & Poors au 31/12</u>			-0.0068		-0.0080	-0.0077
	Variable muette égale à 1 si la notation S&P						
25	DQUAL n'est pas disponible			-0.0643		-0.0268	-0.0256
	R2	0.2563	0.2719	0.2774	0.2701	0.2793	0.2794
	Alpha	-0.00240	-0.00236				
		(0.00022)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00021)
	Constante	0.8846	0.3665	0.662	1.1015	0.8181	0.8189
		(0.0045)	(0.0115)	(0.0189)	(0.0166)	(0.0255)	(0.0227)

Les descripteurs soulignés dans le tableau ci-dessus sont équivalents à ceux également présents dans l'étude de Rosenberg et McKibben²²⁹ (1973).

Il en ressort les conclusions suivantes :

- le bêta historique est un descripteur important du « vrai » bêta, mais il n'est pas le seul. Si une régression omet le bêta historique, la variance expliquée sera réduite d'un montant égal à 160.3 fois la variance moyenne résiduelle ;
- la variance expliquée par le bêta historique ne représente, cependant, que 5,1% de la variance expliquée par les descripteurs comptables et de marché, mentionnés dans le tableau précédent, ainsi que les coefficients associés aux variables sectorielles ;
- sept descripteurs expliquent une large part de la variance des rentabilités :
 - le volume échangé sur le nombre de titre en circulation [Share Turnover] sur l'exercice précédent,
 - le sigma, ou écart-type résiduel dans la régression du bêta sur cinq ans,
 - le logarithme du prix de l'action,
 - le ratio d'endettement,
 - le ratio "book-to-market",
 - le rendement de l'action,
 - la notation Standard and Poors.

Les chercheurs ont ensuite analysé le modèle général dans sa forme [1],

$$z_{nt} = \sum_{j=1}^j f_{jt}^* w_{jnt} + u_{nt}, \text{ modèle sans doute plus adapté à une logique de gestion de}$$

portefeuille, avec

z_{nt} , rentabilité en excès du taux sans risque du titre n ;

w_{jnt} , j^{ième} descripteurs du titre n en t ;

f_{jt}^* , facteurs de risques ajustés ;

u_{nt} , bruit aléatoire.

Pour se faire, ils ont régressé en coupe transversale, les rentabilités trimestrielles des titres sur les descripteurs, sur la période 1967 à 1972, afin de déterminer les facteurs f_t^* . Ils ont ainsi mis en évidence l'évolution de la variance expliquée par les descripteurs sélectionnés, ainsi que la qualité du modèle (mesuré par son R^2). Ils ont également décomposé la variance totale en variance expliquée par les facteurs et en variance due au risque spécifique. Leur comparaison avec la variance expliquée par le bêta prévisionnel issu du modèle de type III, souligne l'existence de covariances extra-marché.

Tableau 11 : Décomposition de la variance selon l'étude de Rosenberg, Houglet et Marathe (1973)

Trimestres	Variance des rentabilités en %			R^2
	Expliquée par les facteurs	Due au risque spécifique	Expliquée par le bêta prévisionnel	
I	4.64	9.61	1.05	0.26
II	4.36	11.35	0.76	0.20
III	4.30	9.99	0.71	0.26
IV	4.01	9.39	0.09	0.22

Pour les auteurs, la meilleure qualité prédictive du bêta prévisionnel au premier trimestre serait liée au fait que les informations diffusées dans le marché en début d'année, lorsque les données de l'exercice achevé sont progressivement intégrées par les investisseurs, seraient plus dépendantes des facteurs associés aux descripteurs, que celles arrivant sur le marché au quatrième trimestre.

Le tableau ci-après donne les résultats obtenus par Rosenberg, Houglet et Marathe sur la significativité des descripteurs, mesurée par leur t statistique, soit pris isolément (F statistiques simples, obtenus par les régressions des $z_{n,t}$ ou $z_{n,t} - \hat{\beta} z_{m,t}$ - avec $\hat{\beta}$ bêta historique du titre - par le descripteur j), soit dans la régression dans sa forme complète (F statistiques supplémentaires, obtenus par les régressions des $z_{n,t}$ ou $z_{n,t} - \hat{\beta} z_{m,t}$ par le jeu complet des descripteurs).

Tableau 12 : Résultats obtenus par Rosenberg, Houglet et Marathe sur la significativité des descripteurs (1973)

N°	DESCRIPTEURS	$z_{n,t}$		$z_{n,t} - \hat{\beta} z_{m,t}$	
		F simple	F supp	F simple	F supp
1	PAY <u>Pay-out moyen sur 5 ans</u>	16.25	2.33	8.81	2.33
2	SIZE <u>Logarithme des actifs totaux moyen sur 5 ans</u>	18.98	2.41	12.51	2.44
3	LIQ <u>Liquidité (quick ratio)</u>	3.87	1.69	4.02	1.55
4	CUT <u>Variation absolue annuelle des baisses de dividendes sur 5 ans</u>	5.80	0.83	4.85	0.83
5	LEV <u>Levier financier (fonds propres / actifs) sur 5 ans</u>	7.46	1.45	6.54	1.44
6	NSG <u>Estimation de la croissance non soutenable</u>	3.61	1.75	3.67	1.75
7	PLANT <u>Immobilisations corporelles / actif total</u>	11.46	1.78	6.55	1.81
8	STO <u>Share turnover (volume échangé / nombre d'actions totales)</u>	24.13	3.73	13.74	3.85
9	LNP <u>Logarithme du prix de l'action non ajusté</u>	22.56	3.79	18.34	3.57
10	YIELD <u>Rendement moyen de l'action sur 5 ans</u>	17.81	2.12	13.04	2.13
11	VAR E <u>Dernière variation du Bpa</u>	6.40	1.77	5.77	1.81
12	E(E) Ecart-type de la variation du Bpa	11.55	5.50	10.20	5.60
13	E(VARE) Ecart-type de la variation de la croissance du Bpa	28.71	1.98	16.05	1.98
14	B/P Prix / actif net (price-to-book)	12.88	2.57	12.02	2.28
15	ABETA <u>Accounting beta, covariance des résultats avec ceux du marché</u>	7.60	2.07	5.60	2.05
16	E/P <u>P/E cours / bénéfice par action</u>	7.37	1.41	5.60	1.41
17	E (E/P) Ecart-type de la variation du P/E	22.31	1.83	12.08	1.84
18	PRNEG Probabilité estimée que le résultat opérationnel ne couvre pas les charges fixes	13.63	2.15	9.60	2.15
19	ROI Retour sur capitaux investis	7.41	1.45	2.33	1.48
20	EGROW Croissance moyenne sur 5 ans du résultat	3.56	1.71	3.61	1.71
21	SIGMA <u>Ecart-type du risque résiduel sur 5 ans</u>	32.91	2.00	18.09	1.83
22	BBETA Accounting beta (Beaver, Kettler et Scholes)	6.19	1.41	6.4	1.40
23	HBETA <u>Bêta historique (mensuel sur 5 ans)</u>	33.06	4.74	16.21	2.89

L'importance de facteurs communs de risque extra-marché, mise en exergue dans le tableau précédent, ne signifie cependant pas qu'une rémunération supplémentaire y soit nécessairement associée : « *l'élimination du risque spécifique dans le cadre d'une gestion de portefeuille suppose que le portefeuille ressemble au portefeuille de marché, c'est à dire que les valeurs moyennes des descripteurs du portefeuille soient équivalentes au portefeuille de marché* ».

Johansson et Rolseth²³⁰ (2001) ont appliqué un modèle sensiblement équivalent à celui de Rosenberg et McKibben en croisant leur approche avec le modèle macro-économique de Ferson et Harvey²³¹. Leur étude porte sur les rentabilités mensuelles de 14 sociétés cotées à la bourse de Stockholm entre juin 1992 et août 1997.

La rentabilité en excès d'un titre est une fonction linéaire de primes de risque pré-spécifiées, dont les coefficients sont des fonctions linéaires d'attributs de la société ou de variables économiques ($A_{ik,t}$), soit :

$$z_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \sum_{j=1}^m \beta_{i,t}^j z_{j,t+1} + u_{i,t+1}$$

$$E_t[r_{i,t+1}] = \alpha_{i,t} + \sum_{j=1}^m \beta_{i,t}^j E_t[z_{j,t+1}]$$

avec

$z_{i,t+1}$, rentabilité en excès du taux sans risque du titre i en $t+1$;

$Z_{j,t+1}$, prime de risque des m facteurs référencés ci-après ;

$A_{ik,t}$, attributs de la société ou variables économiques. Les coefficients $A_{ik,t}$ ne sont pas supposés entrer à la fois dans le terme alpha et le terme bêta ;

$$\alpha_{i,t} = \alpha_{i,0} + \sum_{j=1}^m \alpha_{i,k} A_{ik,t} ;$$

$$\beta_{i,t}^j = \beta_{i,0}^j + \sum_{k=1}^n \beta_{ik}^j A_{ik,t} ;$$

$u_{i,t+1}$, résidu.

Dans un modèle d'actifs à bêta conditionnel, les termes $\alpha_{i,k}$ seront nuls et tous les effets des variables informationnelles seront concentrés dans leur statut de variables instrumentales des bêtas.

Les auteurs ont introduit trois facteurs macro-économiques :

- 1) le marché ;
- 2) le taux de change de la couronne suédoise ;
- 3) un facteur d'écart de taux d'intérêts défini comme l'écart entre le taux des emprunts d'état à cinq ans et le taux monétaire à un mois.

Les quatre variables instrumentales utilisées sont :

- 1) la capitalisation boursière ;
- 2) le P/E ;
- 3) le "price-to-book" ;
- 4) le rendement de l'action.

Les auteurs ont également testé un modèle avec prise en compte, pour ces variables, de données anticipées par le consensus des analystes financiers.

Leur étude démontre que :

- le facteur marché est significatif pour l'ensemble des valeurs (test de Wald). Les autres facteurs ne sont pas significatifs sur l'ensemble de l'échantillon : l'écart de taux influence la rentabilité de quatre à cinq sociétés, tandis que le taux de change contribue à expliquer les rentabilités de trois sociétés (au seuil de 5%) ;
- les attributs des firmes ont un impact significatif sur l'ensemble des bêtas. Elles apparaissent comme de meilleurs moyens de déterminer l'exposition au risque que comme indicateurs de rentabilités anormales ;
- les variables comptables ont un pouvoir prédictif supérieur aux variables consensuelles.

Rosenberg et Marathe²³² (1976) ont décomposé le risque non-systématique du CAPM en deux composantes distinctes : le risque spécifique et la covariance extra-marché provenant de facteurs communs de rentabilité résiduelle. Les auteurs distinguent les notions issues du CAPM, le risque systématique et le risque résiduel d'une part, du risque issu de facteurs communs et du risque spécifique d'autre part. Le risque issu de facteurs communs contribue à la fois au risque systématique et au risque résiduel, de même que le risque résiduel peut contribuer au risque issu de facteurs communs et au risque spécifique.

La rentabilité d'un secteur provient de son exposition à des facteurs communs de risques. La différence de rentabilité entre ce secteur et le portefeuille de marché, ajusté du risque, reflètera la différence d'exposition aux facteurs de cette industrie par rapport au portefeuille de marché.

Les facteurs communs, multipliés par les coefficients d'exposition du marché à ces facteurs donnent la rentabilité du marché. Multipliés par la différence d'exposition du marché et d'une action ou d'un portefeuille, ils donneront la rentabilité résiduelle de cette action ou de ce portefeuille. Aussi les facteurs communs de risque contribuent-ils à la fois au risque systématique et au risque résiduel.

De même, des facteurs micro-économiques affectant le risque spécifique d'un titre comme Total, qui représente un poids significatif d'un indice tel que le SBF 250, contribuent à la rentabilité du portefeuille de marché et donc au risque systématique.

Dans un souci de simplification (56 attributs présélectionnés), les auteurs ont créé six indices de risques, $x_{j,n}$, étant eux-mêmes des combinaisons linéaires d'attributs de la firme n :

1. volatilité du marché ;
2. volatilité des résultats ;
3. échec et faible valorisation ;
4. immaturité et petite taille ;
5. orientation de croissance ;
6. risques financiers.

Ils ont également eu recours à 39 indices sectoriels afin de mesurer l'impact de l'appartenance à tel ou tel secteur.

Le modèle analysé, sur la période avril 1966 à août 1974 (COMPUTSTAT), se présente, pour un mois donné sous la forme :

$$z_n - \hat{\beta}_n z_m = \sum_{j=1}^{j=6} g_j x_{j,n} + \sum_{i=1}^{i=39} k_i d_{i,n} + u_n$$

avec :

z_n , la rentabilité en excès sur le taux sans risque du titre n ;

z_m la prime de risque du marché action ;

$x_{j,n}$, indices de risques ;

$\hat{\beta}_n$ le bêta prédictif du titre n, combinaison linéaire de facteurs de risques communs, telle que défini par Rosenberg et McKibben dans leurs travaux de 1973²³³ ;

$d_{i,n}$ variables muettes égale à 1 si l'entreprise appartient au secteur zéro sinon.

Les pondérations retenues viennent des règles de prédiction (obtenue par une analyse en coupe mensuelle) soit du risque résiduel, soit du risque systématique (choix retenu uniquement pour la volatilité du marché).

Les rentabilités des actifs sont régressées en coupe transversale par industries, descripteur après descripteur. Les descripteurs significatifs sont inclus dans les indices de risques. Leur pondération dans l'indice est définie par un processus itératif analogue au processus de pas à pas. Le descripteur ayant la significativité la plus élevée est introduit au modèle. Les autres descripteurs sont incorporés au modèle en fonction de leur corrélation partielle et seulement s'ils permettent d'accroître le pouvoir explicatif du modèle.

Une fois les indices de risque déterminés, c'est-à-dire la sensibilité de chaque actif au facteur calculé, une analyse en coupe permet de déterminer la rentabilité des facteurs communs de risque.

Les auteurs ont démontré l'existence de facteurs communs affectant la rentabilité résiduelle des titres sur chacun des 101 mois étudiés, avec un indice de confiance à 99%.

Le recours à des variables instrumentales préconisé par Beaver et al. suppose une qualité suffisante des bêtas historiques, qui comme nous le verrons par la suite, fait défaut sur l'univers des valeurs des segments B et C de la Bourse de Paris.

Le modèle de Rosenberg conjugué aux méthodologies de corrections des bêtas historiques avec prise en compte de termes de retard et d'anticipation, répond à notre problématique de valorisation des petites capitalisations boursières.

Dans ce modèle, la sensibilité du titre au risque de marché est estimée, en plus du bêta historique, par les attributs de la firme, palliant ainsi la faible significativité des bêtas calculés.

De plus, il reconnaît l'existence dans les risques résiduels, de facteurs de risques communs, non nécessairement reflétés au niveau du portefeuille de marché.

3.3. CONSTRUCTION D'UN MODELE DE DETERMINATION DU COÛT DU CAPITAL ADAPTE AUX PETITES CAPITALISATIONS

3.3.1. Choix d'un modèle palliant aux insuffisances des modèles dominants (modèle de Rosenberg)

Le modèle spécifié par Rosenberg et Marathe²³⁴, sous la forme

$$z_{i,t} = r_{i,t} - r_{f,t} = c_i + \sum_{k=1}^K b_{ik,t} \lambda_k z_{m,t} + \sum_{k=1}^K b_{ik,t} g_{k,t} + \varepsilon_{it} \quad \text{Modèle 1}$$

répond à notre problématique d'identification des déterminants du coût du capital des petites capitalisations boursières.

avec

$z_{i,t}$, rentabilité en excès du titre i à l'instant t ;

$z_{m,t}$, prime de risque du marché action en t ;

$r_{f,t}$, taux sans risque en t ;

$b_{ik,t}$, $k^{\text{ième}}$ attribut de la firme i en t (sensibilité de la firme i au facteur k ajusté) ;

$g_{k,t}$, facteur k ajusté en t à déterminer ;

c_i et λ_k paramètres du modèle à déterminer ;

$\varepsilon_{i,t}$, résidu.

La rentabilité d'un titre est ainsi décomposée en :

- une rentabilité systématique fonction du bêta, lui-même fonction de variables fondamentales pondérées par le bêta des facteurs au marché et de la rentabilité en excès sur le taux sans risque du marché ;
- une rentabilité résiduelle, elle-même décomposée en une :
 - rentabilité résiduelle imputable à des covariances extra-marché, expliquée par des facteurs communs de risque,
 - rentabilité spécifique.

Pour apprécier ce modèle, tant en terme de déterminants sélectionnés que de qualité, mesurée par le pourcentage de variance expliquée, nous comparerons ces résultats à ceux obtenus à partir du modèle de Sharpe, sans recours à des variables d'amélioration de l'estimation du bêta.

$$z_{i,t} = r_{i,t} - r_{f,t} = c_i + \sum_{k=1}^K b_{ik,t} f_{k,t} + \varepsilon_{it} \text{ Modèle 2}$$

avec

$z_{i,t}$, rentabilité en excès du titre i à l'instant t ;

$r_{f,t}$, taux sans risque en t ;

$b_{ik,t}$, k^{ième} attribut de la firme i en t (sensibilité de la firme i au facteur k) ;

$f_{k,t}$, facteur k en t à déterminer ;

c_i , paramètre du modèle à déterminer ;

$\varepsilon_{i,t}$, résidu.

Nous régresserons en données de panel les rentabilités en excès de nos échantillons sur les variables prédéterminées dans le paragraphe précédent et synthétisées ci-après.

Nous distinguerons le modèle multi-factoriel, sans recours au bêta historique, du modèle avec variables explicatives en complément de ce dernier.

$$z_{i,t} = c_i + \hat{\beta}_{i,t} * R_{m,t} + \sum_{k=1}^K b_{ik,t} f_{k,t} + \varepsilon_{it} \text{ Modèle 3}$$

avec

$\hat{\beta}_{i,t}$, bêta historique du titre i ;

$R_{m,t}$, rentabilité du marché action.

3.3.2. Sélection des variables explicatives à intégrer dans le modèle adapté aux petites capitalisations

Le choix des descripteurs retenus s'appuie sur les travaux académiques mentionnés dans notre revue de littérature.

Tableau 13 : Principaux descripteurs utilisés dans la littérature académique

	Rosenberg et al. (1973, 1976, 1982)	Beckers et al. (1992)	Bos et Salaün (1992)	Haugen (1995)	Chan et al. (1998)	Morel (2001)	Sharpe (1982)	Easton, Taylor, Shroff et Sougiannis (2002)	Beaver et al. (1970)
Ratio d'endettement net (GEA)	X		X						
Intensité capitalistique (INTECAP)	X					X			
Rentabilité économique (RE)	X							X	
Rentabilité financière (RF)	X			X					
Variation des bénéfices (VARB)	X		X						X
Logarithme de la capitalisation boursière (LOGCAP)	X	X			X	X	X		
VOLUME DE TRANSACTION	X					X			
Liquidité (LIQU)	X			X					
Rentabilité passée (1 mois, 2 mois, ou 1 an)	X	X		X	X	X			
Ratio de distribution (PAYO)	X								X
P/E	X		X	X		X			
P/CF (price / cash-flow)					X			X	
Taux de rendement (YIEL)	X	X	X		X	X	X	X	
Price-to-book (PAN)	X			X	X	X		X	

Outre ces descripteurs, nous avons ajouté les variables explicatives suivantes :

- les ratios survaleurs sur dettes financières nettes et survaleurs rapportées au capital économique, afin de prendre en compte le risque lié à la stratégie de croissance de l'entreprise.

De nombreuses études montrent en effet que les acquisitions influent sur la création de valeur de la société initiatrice de l'offre.

Cette stratégie serait destructrice de valeur. La prime de contrôle payée lors d'opérations de croissance externe surpasserait, en moyenne, les synergies tirées de l'intégration de la cible (Varaiya et Ferris²³⁵,1987).

L'impact sur la valeur serait toutefois dépendant de la cotation de la société cible. L'acquisition de sociétés cotées est préjudiciable aux actionnaires de la société initiatrice de l'offre, tout comme le financement de l'opération sur la trésorerie de l'entreprise. Inversement, les opérations de croissance externe financées, en tout ou partie par de la dette, sur des entreprises de la même industrie que celle de l'acquéreur, ayant pour cible une société étrangère, ou ayant pour cible des sociétés non cotées, généreraient une rentabilité anormale positive à long terme (Healy, Palepu et Ruback ²³⁶ 1997, Helkorn, Zenner et Shivdasani²³⁷ 2002, Faccio et al.²³⁸ 2006).

Les opérations amicales, de type fusion, seraient particulièrement pénalisantes pour la création de valeur (Raj et Forsyth ²³⁹ 2002), comparées à des acquisitions hostiles.

Ces conclusions ont toutefois été contredites par les travaux de Gregory et McCorriston²⁴⁰ (2005), qui ne décèlent pas de rentabilité anormale à long terme sur la firme initiatrice.

Nous contrôlerons dans nos modèles l'impact d'une politique de croissance externe volontariste sur le taux de rentabilité exigé par les investisseurs, par les ratios GODET et GOCE, avec au numérateur le montant des survaleurs, rapporté à la dette financière nette (GODET) et au capital économique (GOCE) ;

- Capital économique et immobilisations financières. Nous avons décomposé la notion d'actif total, utilisée par de nombreux chercheurs, en ces deux composantes car :
 - le capital économique, constitué de l'actif immobilisé augmenté du besoin de financement d'exploitation, participe à la création de valeur de l'entreprise (CE),
 - les immobilisations financières au bilan, souvent non nécessaires à son activité et considérées par les analystes et les gérants comme un « *matelas de sécurité* » peuvent absorber les chocs exogènes. Il est dès lors pertinent de comparer leur valeur aux engagements financiers nets de l'entreprise (IFIDET, ratio des immobilisations financières sur les dettes bancaires nettes) ;

- le ratio dettes financières nettes / capacité d'autofinancement (DETCAF). Ce ratio est couramment utilisé dans les banques commerciales pour juger de la capacité d'endettement d'une entreprise ;

- la situation de perte (PERT) ; celle-ci est souvent associée au risque de faillite. Elle participe également au phénomène de « window dressing », à l'origine de l'effet reversal et de l'effet janvier (Chan²⁴¹ 1896, et Jones²⁴² 1987). Les gérants ont en effet tendance à se délester des titres des sociétés affichant des performances opérationnelles médiocres et a fortiori un résultat déficitaire, pour ne pas les inclure dans les relevés de portefeuilles qu'ils présentent à leurs clients en fin de période ;

- le coût de la dette supportée par l'entreprise (KD). Le taux exigé par les banquiers contient une information privilégiée, notamment dans le cadre des petites capitalisations boursières peu suivies par la communauté des analystes, et donc à forte asymétrie d'information.

Les prêteurs de l'entreprise ont en effet accès à des informations non publiques, telles que le plan d'affaires, la politique d'investissement envisagée, la marche de l'entreprise... informations qui devraient se refléter dans le « spread crédit » (différentiel du coût de la dette avec le taux sans risque de même maturité) qu'ils réclament sur l'entreprise.

Le coût de la dette intervient par ailleurs dans le calcul du coût moyen pondéré de l'entreprise, qui sert de taux d'actualisation aux flux de trésorerie prévisionnels afin de déterminer la valeur de l'entreprise.

La rentabilité du titre, correspondant à la différence de valorisation entre deux dates successives, toutes choses égales par ailleurs, pourrait dès lors présenter un lien avec la variation du coût de la dette.

Ainsi, nous avons intégré 23 variables fondamentales reflétant les risques suivants :

- risque opérationnel – position dans le cycle, structure de coûts, croissance externe, cycle de vie de l'entreprise... ;
- risque financier – levier financier, risque de faillite ;
- risque de liquidité - durée pour un investisseur nécessaire à la monétisation de sa participation (risque relatif) ;
- risque boursier : statut de l'émetteur, valeur de rendement, valeur de croissance, valeur d'actif.

Tableau 14 : Nomenclature et définition des descripteurs proposés

N°	Abréviation	Définition	Sens attendu
RISQUE OPERATIONNEL			
1	GOCE	Survaleurs brutes / capital économique	nd
2	GODET	Survaleurs brutes / dettes financières nettes	nd
3	RE	Rentabilité économique, résultat d'exploitation après impôts / capital économique	+
4	RF	Rentabilité financière, résultat net part du groupe / fonds propres part du groupe	nd
5	KD	Coût de la dette financière, résultats financiers / dettes financières nettes moyennes	+
6	VARB	Variation des bénéfices nets par action - BNpa (1, 2 et 3 ans)	nd
7	VARCF	Variation du cash-flow par action (1, 2 et 3ans)	nd
8	PER	Cours de l'action / BNpa	-
9	PERT	Variable binaire égale à 1 si pertes, 0 sinon	-
RISQUE FINANCIER			
10	INTCAP	Intensité capitalistique – actif immobilisé / CA	nd
11	IFIDET	Immobilisations financières / dettes nettes	nd
12	PAN	Capitalisation boursière / Actif net comptable	+
13	PAYO	Dividende distribué / Résultat net part du groupe	-
14	YIEL	Dividende / Cours de l'action	-
15	RDT(-1)	Performance en excès du titre sur la période précédente	-
RISQUE DE LIQUIDITE			
16	ICOV	Couverture des frais financiers (frais financiers/résultat d'exploitation	+/-
17	GEA	Dettes nettes / Fonds Propres	+/-
18	DETCAP	Dettes financières nettes / CAF	+/-
19	LOGCAP	Logarithme de la capitalisation boursière	-
20	CAPMED	Capitalisation / médiane de l'échantillon	-
21	CE	Immobilisations incorporelles et corporelles + Besoin de Financement de l'Exploitation	nd
22	LIQU	Nombre de titres traités sur un an / nombre de titre en circulation	-
23	AMIH	Mesure de liquidité proposée par Amihud et Mendelson (2002), basée sur le rapport entre la valeur absolue de la variation journalière et le volume traité.	-
		$ILLIQ_{it} = \frac{1}{D_{iy}} \times \sum_{t=1}^{D_{iy}} \frac{ R_{i,y,d} }{VOLD_{i,y,d}}$	

Nous n'avons pas retenu de période mensuelle d'observation, comme c'est le cas dans l'étude de Rosenberg, Houglet et Marathe. Nous avons utilisé des données annuelles conformément aux travaux de Rosenberg et McKibben.

En effet, une analyse des rentabilités en données mensuelles ne paraît pas adaptée aux valeurs de petites capitalisations boursières, en raison de l'effet janvier, des délais d'ajustement du prix de ces actions aux variables macro-économiques et des délais de diffusion des informations financières. De plus, nos choix de coefficients de sensibilités, issus pour la grande majorité des comptes annuels des sociétés composant notre échantillon, justifient le recours à une analyse en rentabilité annuelle.

Les variables mensuelles se réfèrent, par ailleurs, systématiquement au prix de l'action. Berck²⁴³ a mis en garde contre ce type de variables qui, sans ajustement, serait corrélé à la rentabilité du titre.

Nous n'avons pas intégré de variables explicatives « industries », en raison de la spécificité des valeurs moyennes, de la non-disponibilité d'indices sectoriels précis sur ce compartiment et de l'exclusion de notre étude des valeurs immobilières et financières à comptabilité spécifique.

Ces dernières perdent leur utilité dans le cadre de travaux sur un échantillon de petites capitalisations boursières. De plus, le risque lié à l'appartenance sectorielle est au moins partiellement reflété dans les attributs (Chan, Karceki et Lakonishok²⁴⁴ 1998). Ainsi, en 1995, 60% de la capitalisation du quintile de « book-to-market » le plus élevé étaient composés de trois secteurs : les services publics (« utilities » 26%), les compagnies d'assurance (25%) et les banques de dépôts (11%).

PARTIE II. MESURE DU COÛT DU CAPITAL DES PETITES
CAPITALISATIONS BOURSIERES : LE CAS DES SOCIETES DES
SEGMENTS B ET C DE LA BOURSE DE PARIS SUR LA PERIODE
1994-2004

CHAPITRE 4. PRECISIONS RELATIVES AUX CHOIX METHODOLOGIQUES

4.1. DELIMITATION ET JUSTIFICATION DE LA PERIODE DE RECHERCHE

Figure 2 : Evolution comparée du SBF 250 et de notre échantillon des segments B et C d'Euronext Paris



Source : JCF Facset.

Le choix de notre période d'étude repose sur une volonté de limiter le contexte de l'étude dans les résultats et d'intégrer toutes les phases d'un marché. Ainsi, entre 1995 et 2003, le marché parisien a connu :

- une stabilité en 1995 et 1996 ;
- une forte hausse en 1997 et 1998 suivie par une vive contraction imputable aux effets de la crise asiatique ;
- une bulle en 1999 et 2001, tirée par les valeurs technologiques ;
- un dégonflement progressif puis un effondrement du marché déclenché par les attentats du 11 septembre 2001 ;
- un rebond à compter de 2003.

Ce choix de période d'étude est également contraint par la disponibilité restreinte des données sur cet univers des petites capitalisations au-delà d'un historique de dix ans.

Le coefficient de corrélation entre un portefeuille constitué de notre échantillon de 179 valeurs des segments B et C d'Euronext Paris et le SBF 250 s'établit entre novembre 1998 et novembre 2004 à 46,25%, c'est à dire que le SBF 250 explique moins de 50% des rentabilités journalières d'un portefeuille composé des valeurs de notre échantillon, portefeuille pour lequel le risque systématique est censé avoir été éliminé.

Tableau 15 : Coefficient de corrélation et R² du SBF 250 et des valeurs des segments B et C de notre échantillon

Année	Coefficient de corrélation	R ²
2 004	0,68	46,455%
2 003	0,72	51,231%
2 002	0,73	53,091%
2 001	0,71	50,445%
2 000	0,73	53,268%
1 999	0,68	45,956%
1 998	0,65	42,263%
1 997	0,53	27,939%
1998-2004	0,680	46,253%

Calculé sur des variations journalières et sur une période de 3 ans, le coefficient de corrélation évolue entre 0,53 et 0,73 (soit un coefficient de détermination de 27,9% à 53,3%).

Notre étude s'effectue donc sur une période de 8 années consécutives (mais 10 ans d'historique de cotations) comprises entre le 01/11/1996 et le 01/11/2004.

Cette période est comparable aux périodes généralement retenues dans les études académiques.

Ainsi :

- Rosenberg et Marathe²⁴⁵ (1976) ont étudié les rentabilités des titres entre le 1^{er} janvier 1966 et le 31 décembre 1974, soit sur une période de huit ans ;
- Rosenberg et Rudd²⁴⁶ (1982) ont travaillé sur des données mensuelles comprises entre le 1^{er} janvier 1973 et le 31 décembre 1980, soit sur une période de huit ans également ;
- l'étude de Morel (2001, loc. cit) porte sur des rentabilités mensuelles sur la période de juillet 1994 à février 1996, soit 20 itérations ;
- Sharpe (loc. cit), utilisant un nombre de descripteurs plus réduit, s'est intéressé à la rentabilité des titres sur 48 années.

4.2. CONSTITUTION DE L'ECHANTILLON ET COLLECTE DES DONNEES

4.2.1. Origine des données

Contrairement aux études académiques sur lesquelles s'appuie notre recherche focalisée sur les plus larges capitalisations, et en particulier les travaux de Sharpe et Rosenberg et al., nous avons choisi de nous concentrer sur le marché des petites capitalisations françaises cotées sur Euronext Paris.

Au 01/11/2004, date de départ de notre recherche, le nombre de valeurs composant les listes officielles A, B et C d'Euronext est de 886 titres.

Dans une première étape, nous avons déterminé les petites capitalisations boursières sur un critère de taille et nous avons sélectionné les valeurs inférieures à 1 milliard d'euros de capitalisation boursière.

Celles-ci sont regroupées dans les segments B et C de la Bourse de Paris.

Afin de renseigner notre base de données nous avons utilisé la base JCF Facset (données de marchés) et DIANE (données comptables). Pour compléter les valeurs manquantes, telles que le nombre total d'actions et le dividende, ou même parfois une année manquante (cas des sociétés et des années suivantes : Du Pareil Au Même 2000, Fermière 2001-2000, Papiers Peints : 1999-1998, Siparex Croissance 2000 et Verneuil Participations : 1998), il a été nécessaire d'effectuer des recherches dans Cofisem, dans EXTEL CARD DATA BASE, et dans les rapports annuels des sociétés ainsi que dans la base Datastream.

4.2.2. Mise en forme de l'échantillon

4.2.2.1 Suppression des titres étrangers et financiers :

De cet échantillon, nous avons supprimé les bons de souscription d'action, ainsi que les valeurs étrangères cotées sur le Marché de Paris. Il reste alors 495 valeurs.

4.2.2.2 Suppression des titres de l'échantillon non présents dans la base de données JCF Facset.0.5.

Afin de croiser les données boursières en provenance d'Euronext à des données comptables et financières historiques nous n'avons retenu que les titres effectivement référencés dans la base JCF Facset.

On observe à la suite de ce tri que :

- 444 données sont effectivement référencées dans la base JCF Facset ;
- 51 ne sont pas présentes.

Ces non référencements sont imputables soit à des opérations de retrait de la Bourse en cours de période, soit à la cotation de produits autres que des actions.

4.2.2.3 Détermination de la période de cotation disponible à partir de la base de données JCF Facset.

Afin d'éviter les écueils de la « bulle » internet et dans un souci de limiter l'impact des opérations financières dans la détermination des facteurs influençant le coût du capital, nous avons choisi de ne retenir que les titres cotés sur le marché parisien tout au long de la période sous revue. Cette méthodologie est comparable à celle utilisée par Rosenberg et Rudd (1982, loc. cit).

A l'issue de cette sélection, il reste 179 sociétés dans notre échantillon général. Celui-ci peut donc être affecté par un biais du survivant.

Nous avons, sur ces valeurs, collecté les données nécessaires à la détermination de nos variables explicatives.

Les cash-flows non référencés ont été remplacés par une estimation en ajoutant au résultat net de l'exercice le montant des dotations aux amortissements et provisions nettes.

4.2.3. Vérification des données collectées

Notre expérience d'analyste financier et de gérant nous a conduit à une certaine méfiance vis-à-vis des comptes publiés par les sociétés. Aussi nous avons vérifié, valeur par valeur, sur les documents de référence collectés soit sur le site de l'Autorité des Marchés Financiers, soit directement sur le site des sociétés :

- le retraitement des crédits-bails dans les comptes consolidés.

La valeur Séchilienne a ainsi été exclue de l'échantillon, les comptes consolidés n'intégrant pas les actifs financés par recours au crédit-bail ;

- la présence de comptes consolidés ;

- le retraitement de postes tels que les effets escomptés non échus... ;
- la prise en compte du coefficient d'ajustement dans les données historiques présentées, notamment concernant le dividende versé. A cette fin nous avons vérifié valeur par valeur, la cohérence entre le dividende par action renseigné dans les bases de données et le montant du dividende distribué, collecté dans les rapports annuels des sociétés. De nombreuses anomalies relevées ont été corrigées.

Les différents calculs de données de marché sont effectués à partir des valeurs provenant de la base de données JCF Facset.

Nous avons vérifié la cohérence de ces données en les croisant avec celles en provenance d'Euronext et celles issues de Cofisem et des Rapports Annuels des sociétés.

4.3. TRAITEMENT DES DONNEES

Les données ont été centrées et normées conformément à la littérature académique. Cette standardisation est consistante avec l'hypothèse selon laquelle les coefficients de sensibilité aux facteurs sont déterminés par la position relative de la société dans la population étudiée, et non par leur valeur absolue.

Cette standardisation permet également une meilleure interprétation des coefficients, qui indiquent de ce fait l'effet d'une variation d'un écart-type sur la variable dépendante.

L'échantillon a été cylindré : nous avons écarté les coefficients de sensibilité situés à plus de quatre écart-types de la moyenne, conformément à la méthodologie retenue par Rosenberg, Houglet et Marathe²⁴⁷. Ce traitement permet de limiter le poids des valeurs « anormales » dans la détermination des coefficients des régressions.

Nous n'avons cependant pas retenu les valeurs en les figeant à quatre écart-types, méthodologie proposée par ces auteurs. Les données ont été retirées de notre échantillon.

Nous avons par ailleurs exclu de notre échantillon les rentabilités anormales supérieures à 300%, procédure dans son principe, analogue à celle utilisée par Rosenberg et al. qui avaient retiré de leur panel les rentabilités supérieures à $40\% + \ln(R_{mt})$, soit 300% pour un rendement de marché de 7%, afin de limiter l'impact de risques idiosyncratiques ou d'opérations spéciales dans l'explication des rentabilités des actions.

4.3.1. Constitution de sous échantillons

Nous avons à partir de notre population de 179 valeurs des segments B et C, constitué des sous échantillons afin de prendre en compte :

1. le suivi de la valeur par plus de deux analystes financiers « sell side », afin de contrôler l'influence de ce suivi sur le coût du capital et ses déterminants. Ce critère constitue en effet un axe de délimitation de l'univers des petites capitalisations boursières ;
2. la significativité, au seuil de 10%, des bêtas historiques calculés, afin de vérifier si la corrélation d'un titre avec le marché ôte à des descripteurs leur capacité explicative des rentabilités.

4.3.2. Calcul des bêtas

4.3.2.1 Sélection des données et mise en forme :

Dans le cadre du calcul du bêta, l'estimation sur trois années consécutives entraîne une diminution du nombre de titres possédant un historique suffisamment long. C'est pourquoi nous supprimons les titres invalides pour les estimations concernant les deux dernières années du test, mais uniquement pour ces régressions.

Les rentabilités pour l'ensemble des cours ont été calculées avec prise en compte des distributions de dividendes en cours d'exercice :

$$R_{t,i} = \frac{P_{t,i} - P_{t-1,i} + div_{i,[t,t-1]}}{P_{t-1,i}}$$

avec

$P_{t,i}$ prix de l'action i en t ;

$div_{i,[t,t-1]}$, dividende versé par l'action i, entre t-1 et t.

S'agissant de rentabilités annuelles, nous n'avons pas travaillé en logarithme (temps continu).

Nous avons écarté les rentabilités extrêmes (supérieures à 300%).

4.3.2.2 Estimation des bêtas :

L'estimation du bêta s'effectue selon trois modèles, soit :

1. Modèle de marché

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j SBF250_{m,t} + \varepsilon_{jt}$$

avec :

$R_{i,t}$ rendement de l'action i pour la période t ;

$SBF250_t$ le rendement du portefeuille de marché (indice SBF 250) ;

α_i, β_i coefficients du modèle ;

$\varepsilon_{i,t}$ erreur de spécifications.

Nous avons calculé les bêtas à partir de données journalières, puis hebdomadaires, sur un an et trois ans.

L'estimateur du coefficient de régression bêta est obtenu par la méthode des moindres carrés ordinaires.

2. Méthode de Dimson

$$R_{it} = \alpha + \beta_{-1}R_{m,t-1} + \beta_0R_{m,t-1} + \beta_{+1}R_{m,t+1} + \varepsilon_{i,t}$$
$$\beta_{DIM} = \beta_{-1} + \beta_0 + \beta_{+1}$$

Nous avons calculé les bêtas Dimson à partir de données journalières, puis hebdomadaires, sur un an et trois ans.

3. Méthode avec effet retard de 5 jours (Zimmermann²⁴⁸ 1997)

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_{jZ}SBF250_{t-5} + \varepsilon$$

Dans ce modèle, nous avons utilisé des données journalières sur un an et trois ans, avec la prise en compte d'un terme de retard de 5 jours de bourse sur l'indice de référence.

Pour chacune des régressions, l'appréciation de la significativité des bêtas s'effectue par un test de Student.

Dans le modèle de régression simple, l'estimation s'effectue à partir du coefficient de corrélation simple car il y a équivalence entre le test de Fisher et le test de Student mais aussi entre le coefficient de corrélation simple et la racine carrée du coefficient de détermination :

$$t^* = \frac{|\rho_{R,SBF250}|}{\sqrt{\frac{(1 - \rho_{R,SBF250}^2)}{n - 2}}}$$

Avec ρ l'estimation empirique du coefficient de corrélation linéaire (ou coefficient de détermination) :

$$\rho_{R_i,SBF250} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} (SBF250_t - \overline{SBF250}) * (R_{i,t} - \bar{R})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{t=n} (SBF250_t - \overline{SBF250})^2} * \sqrt{\sum_{t=1}^{t=n} (R_{i,t} - \bar{R})^2}}$$

Dans les modèles de régressions multiples, l'appréciation de la significativité des bêtas, s'effectue par un test de Student.

Nous avons procédé au calcul du bêta sur les 179 valeurs entrant dans la composition de notre échantillon des segments B et C de la Bourse de Paris sur la période 01/11/1994 au 01/11/2004.

Conformément à la littérature précédemment mentionnée, nous avons sélectionné neuf modèles :

1. bêtas journaliers calculés sur un an ;
2. bêtas journaliers calculés sur trois ans ;
3. bêtas hebdomadaires calculés sur un an ;
4. bêtas hebdomadaires calculés sur trois ans ;
5. bêtas hebdomadaires calculés sur un an avec un modèle à effet de retard et anticipatif ;

6. bêtas hebdomadaires calculés sur trois ans avec un modèle à effet de retard et anticipatif ;
7. bêtas journaliers calculés sur trois ans avec un modèle à effet de retard et anticipatif ;
8. bêtas journaliers calculés sur un an avec un effet retard de cinq jours ;
9. bêtas journaliers calculés sur trois ans avec un effet retard de cinq jours.

Nous avons régressé les variations journalières ou hebdomadaires du prix des titres, après ajustement des dividendes distribués, sur l'indice SBF 250, indice le plus large à notre disposition sur cette période.

Tableau 16 : Exemple de calcul de bêta, bêta journalier 3 ans, année 2003 : ACANTHE DEVELOPPEMENT

Dependent Variable: ACAN				
Method: Least Squares				
Sample: 1508 2272				
Included observations: 765				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000916	0.000941	0.973221	0.3308
SBF	0.133343	0.054149	2.462532	0.0140
R-squared	0.007885	Mean dependent var		0.000838
Adjusted R-squared	0.006585	S.D. dependent var		0.026108
S.E. of regression	0.026022	Akaike info criterion		-4.457134
Sum squared resid	0.516663	Schwarz criterion		-4.445004
Log likelihood	1706.854	F-statistic		6.064063
Durbin-Watson stat	2.290891	Prob(F-statistic)		0.014016

Tableau 17 : Exemple de calcul de bêta, méthode Zimmermann, bêta journalier 1 an, année 2000 :

ACANTHE DEVELOPPEMENT

Dependent Variable: ACAN

Method: Least Squares

Sample: 1508 1763

Included observations: 256

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000649	0.002162	0.300380	0.7641
SBF(-5)	0.069737	0.141262	0.493673	0.6220
R-squared	0.000959	Mean dependent var		0.000561
Adjusted R-squared	-0.002975	S.D. dependent var		0.034416
S.E. of regression	0.034467	Akaike info criterion		-3.889852
Sum squared resid	0.301744	Schwarz criterion		-3.862156
Log likelihood	499.9011	F-statistic		0.243713
Durbin-Watson stat	2.194916	Prob(F-statistic)		0.621964

Tableau 18 : Exemple de calcul de bêta, méthode DIMSON, bêta journalier 3 ans, année 2003 :

ACANTHE DEVELOPPEMENT

Dependent Variable: ACAN

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1763 2526

Included observations: 764 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000763	0.000664	1.149276	0.2508
SBF(-1)	-0.014220	0.042302	-0.336140	0.7369
SBF	0.104147	0.042343	2.459598	0.0141
SBF(1)	0.003325	0.042342	0.078520	0.9374
R-squared	0.008054	Mean dependent var		0.000759
Adjusted R-squared	0.004138	S.D. dependent var		0.018397
S.E. of regression	0.018359	Akaike info criterion		-5.152168
Sum squared resid	0.256161	Schwarz criterion		-5.127882
Log likelihood	1972.128	F-statistic		2.056903
Durbin-Watson stat	2.407337	Prob(F-statistic)		0.104544

Nous n'avons pas pu utiliser un indice plus large de type «CAC All Share », en raison d'une insuffisance de données historiques. En effet, cet indice, lancé au 1^{er} juillet 2005 par Euronext, n'est disponible à ce jour qu'avec un historique débutant au 31 décembre 2002. Euronext a prévu d'étendre l'historique au 31 décembre 1998, niveau qui ne couvrira toujours pas notre période sous revue.

Au total, nous avons procédé à 8 544 régressions.

Les résultats, en termes de pourcentage de bêtas significatifs, au seuil de 10%, 5% et 1% et de moyenne de la significativité de la régression (coefficient de détermination R^2), lorsque le bêta est lui-même significativement différent de zéro, sont présentés dans les tableaux de synthèses suivants :

Nous avons souligné, par année, les meilleurs pourcentages de bêtas significatifs observés, et fait figurer en partie grisée, les coefficients de détermination les plus forts.

- au seuil de significativité de 10%

Tableau 19 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 10% et coefficients de détermination

*	1998	1999	2000	2001	2002	2003	moyenne
Bêtah 1an	26,82%	20,11%	52,51%	32,96%	58,10%	46,37%	33,71%
	2,33%	2,36%	10,24%	4,52%	5,68%	3,62%	4,79%
Bêtah 3ans	64,25%	56,42%	55,87%	58,10%	58,10%	46,37%	56,52%
	4,16%	3,16%	5,78%	4,99%	5,68%	3,62%	4,56%
Bêtah 1an-1+1	17,32%	20,67%	53,07%	34,64%	33,52%	24,02%	30,54%
	2,35%	3,25%	12,34%	6,27%	5,38%	3,27%	5,48%
Bêtah 3ans-1+1	65,36%	56,98%	55,87%	58,66%	59,78%	46,37%	57,17%
	5,24%	4,13%	5,13%	6,21%	7,10%	4,92%	5,46%
Bêtaj 1an	32,40%	36,87%	41,34%	42,46%	31,84%	31,28%	35,94%
	0,93%	2,16%	2,81%	2,76%	2,19%	1,46%	2,05%
Bêtaj 3ans	85,47%	73,18%	54,19%	54,19%	52,51%	50,84%	61,64%
	3,45%	2,50%	1,99%	2,42%	2,44%	2,22%	2,50%
Bêtaj 1an-5	7,82%	7,82%	21,23%	10,61%	13,41%	10,61%	11,92%
	0,09%	0,12%	0,37%	0,14%	0,20%	0,17%	0,18%
Bêtaj 3ans-5	16,20%	15,08%	21,23%	16,76%	16,76%	13,41%	16,57%
	0,08%	0,08%	0,11%	0,08%	0,09%	0,06%	0,08%
Bêtaj 3ans-1+1	79,89%	71,51%	58,10%	59,22%	58,10%	52,51%	63,13%
	3,84%	2,79%	2,33%	2,85%	2,95%	2,46%	2,87%

- au seuil de significativité de 5%

Tableau 20 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 5% et coefficients de détermination

**	1998	1999	2000	2001	2002	2003	moyenne
Bêtah 1an	15,64%	14,53%	45,81%	25,14%	52,51%	37,43%	25,79%
	1,85%	2,13%	9,94%	4,18%	5,60%	3,49%	4,53%
Bêtah 3ans	59,22%	48,04%	49,72%	51,40%	52,51%	37,43%	49,72%
	4,09%	3,03%	5,70%	4,90%	5,60%	3,49%	4,47%
Bêtah 1an-1+1	15,08%	14,53%	47,49%	25,14%	26,82%	16,20%	24,21%
	2,18%	2,85%	11,90%	5,51%	4,91%	2,64%	5,00%
Bêtah 3ans-1+1	56,98%	50,28%	48,04%	49,72%	54,19%	40,22%	49,91%
	5,02%	3,95%	4,94%	5,98%	6,96%	4,76%	5,27%
Bêtaj 1an	22,35%	29,61%	35,20%	33,52%	26,26%	22,91%	28,21%
	0,84%	2,09%	2,76%	2,69%	2,14%	1,38%	1,98%
Bêtaj 3ans	82,12%	68,16%	45,81%	46,93%	47,49%	43,02%	55,49%
	3,44%	2,48%	1,97%	2,40%	2,43%	2,19%	2,49%
Bêtaj 1an-5	2,79%	4,47%	13,97%	4,47%	9,50%	6,70%	6,98%
	0,05%	0,09%	0,31%	0,09%	0,17%	0,13%	0,14%
Bêtaj 3ans-5	9,50%	11,17%	12,85%	10,61%	10,06%	7,26%	10,24%
	0,06%	0,06%	0,09%	0,07%	0,07%	0,05%	0,07%
Bêtaj 3ans-1+1	74,86%	65,36%	50,84%	53,63%	50,84%	44,13%	56,52%
	3,81%	2,76%	2,29%	2,82%	2,91%	2,41%	2,83%

- au seuil de significativité de 1%

Tableau 21 : Pourcentage de bêtas significatifs au seuil de 1% et coefficients de détermination

***	1998	1999	2000	2001	2002	2003	moyenne
Bêtah 1an	7,82%	7,82%	39,11%	12,85%	40,22%	26,82%	16,57%
	1,26%	1,64%	9,41%	3,18%	5,27%	3,25%	4,00%
Bêtah 3ans	41,34%	35,20%	36,31%	38,55%	40,22%	26,26%	36,31%
	3,57%	2,67%	3,69%	4,57%	5,27%	3,23%	3,84%
Bêtah 1an-1+1	5,59%	6,70%	32,40%	13,97%	13,41%	8,94%	13,50%
	1,05%	1,92%	10,00%	4,14%	3,29%	1,73%	3,69%
Bêtah 3ans-1+1	41,34%	31,28%	33,52%	37,99%	43,58%	31,84%	36,59%
	4,37%	3,17%	4,34%	5,51%	6,53%	4,41%	4,72%
Bêtaj 1an	11,73%	21,79%	24,02%	23,46%	18,99%	17,88%	19,55%
	0,68%	1,96%	2,57%	2,51%	2,02%	1,29%	1,84%
Bêtaj 3ans	69,83%	56,98%	35,20%	38,55%	35,20%	34,64%	44,97%
	3,37%	2,42%	1,91%	2,36%	2,37%	2,15%	2,43%
Bêtaj 1an-5	0,56%	0,56%	3,35%	1,68%	2,23%	1,68%	1,68%
	0,01%	0,03%	0,14%	0,05%	0,06%	0,05%	0,06%
Bêtaj 3ans-5	0,56%	3,35%	3,35%	2,79%	3,91%	1,68%	2,61%
	0,07%	0,03%	0,04%	0,02%	0,04%	1,70%	0,03%
Bêtaj 3ans-1+1	65,92%	57,54%	39,11%	44,13%	42,46%	34,64%	47,21%
	3,73%	2,69%	2,20%	2,74%	2,84%	2,33%	2,76%

Il ressort de nos calculs :

- qu'en moyenne et en ne retenant que le modèle le plus performant, le bêta est significativement différent de zéro sur seulement 47,21%, 56,52% et 63,13% de notre échantillon de valeurs au seuil de 1%, 5% et 10%. Ainsi, près d'une valeur cotée sur deux évolue sans aucun lien avec le marché.

L'estimation du bêta à partir des bêtas journaliers calculés sur trois ans avec un modèle à effet de retard et anticipatif s'avère la moins biaisée.

Le taux de significativité pour un modèle donné enregistre de fortes variations annuelles ;

- que les bêtas calculés, lorsqu'ils sont significatifs, expliquent au mieux 4,72%, 5,27% et 5,48% de la variance des titres de notre échantillon. L'estimation du vrai bêta à partir des bêtas hebdomadaires calculés sur trois ans avec un modèle à effet de retard et anticipatif affiche les plus forts coefficients de détermination ;
- que le modèle avec effet retard de cinq jours (Zimmermann) n'apparaît pas efficace selon les critères mentionnés ci-dessus ;
- que le bêta journalier sur trois ans affiche des taux de significativité supérieurs au bêta calculé sur des intervalles hebdomadaires, sur une période équivalente de 3 ans. Ces derniers permettent néanmoins d'accroître la significativité de la variable marché, dès lors que le bêta est significativement différent de zéro.

L'estimation du bêta nécessite une période de calcul suffisamment longue pour se rapprocher du vrai bêta (Daves, Ehrhardt et Kunkel²⁴⁹, 2000). Nos calculs valident une meilleure qualité de l'estimateur à trois ans sur ceux à un an. Nous retiendrons de ce fait dans les modèles de détermination du coût du capital une période de trois ans.

Les bêtas estimés intégrés dans nos modèles aux variables explicatives au coût du capital de notre échantillon de petites capitalisations boursières, au seuil de 10%, 5% et 1%, seront :

1. le bêta journalier sur trois ans ;
2. le bêta hebdomadaire trois ans de Dimson ;
3. le bêta journalier trois ans de Dimson.

4.4. STATISTIQUES DESCRIPTIVES

4.4.1. Moyennes et médianes par échantillon

Nous présentons ci-dessous les moyennes et les médianes des variables sélectionnées par échantillon.

Tableau 22 : Statistiques descriptives

Variables	Echantillon complet		Valeurs suivies par plus de deux analystes		Valeurs non suivies		Valeurs dont tous bêtas significatifs	
	Moyenne	Médiane	Moyenne	Médiane	Moyenne	Médiane	Moyenne	Médiane
AMIH	1,695	0,745	0,707	0,223	2,340	1,177	0,884	0,215
LIQU	0,417	0,111	0,352	0,197	0,458	0,063	0,802	0,210
RDT	9,9%	4,6%	13,9%	9,0%	7,7%	3,5%	11,9%	4,6%
RF	12,5%	11,9%	14,5%	15,1%	11,4%	9,7%	15,0%	13,8%
CE	251 094	88 654	273 987	171 613	238 596	63 353	283 365	176 392
RE	13,1%	11,8%	16,9%	14,9%	11,0%	9,8%	14,8%	12,8%
GEA	66,3%	38,0%	56,3%	42,1%	72,1%	35,9%	36,0%	39,6%
KD	4,7%	6,6%	8,2%	7,0%	2,6%	6,1%	5,0%	6,7%
GOCE	5,6%	0,4%	5,6%	0,8%	5,4%	0,2%	4,2%	0,3%
GODET	5,8%	0,0%	4,9%	0,0%	4,2%	0,0%	2,7%	0,0%
IFIDET	2,8%	4,8%	8,8%	6,6%	-0,7%	3,9%	11,1%	5,8%
LOGCAP	4,899	4,960	5,379	5,374	4,637	4,637	5,240	5,252
CAPMED	2,655	1,199	5,087	3,104	1,335	0,564	4,572	2,439
ICOV	20,5%	16,0%	20,8%	14,6%	20,4%	17,2%	16,0%	13,1%
PER	10,152	10,588	13,336	12,852	8,347	9,041	10,416	10,633
PAN	1,964	1,386	2,829	1,792	1,479	1,148	2,442	1,624
DETCAP	2,051	154,6%	180,3%	154,0%	219,3%	155,3%	210,1%	138,7%
PERT	0,817	1,000	0,883	1,000	0,781	1,000	0,813	1,000
INTCAP	44,1%	28,9%	41,4%	32,9%	45,6%	26,1%	47,2%	32,7%
PAYO	21,9%	20,2%	24,3%	22,8%	20,4%	17,2%	18,4%	20,0%
YIEL	2,2%	1,6%	1,9%	1,5%	2,3%	1,6%	2,1%	1,4%
VARCF1	93,8%	2,4%	-4,3%	9,6%	151,0%	-3,7%	-2,4%	6,4%
VARCF2	113,9%	0,6%	-7,9%	11,1%	185,2%	-6,8%	-27,7%	2,0%
VARB1	-6,5%	2,4%	17,5%	11,4%	-20,4%	-5,8%	41,0%	7,2%
VARB2	-16,5%	1,6%	-8,8%	13,0%	-21,0%	-9,0%	-9,8%	1,8%

Afin de caractériser les échantillons, nous avons effectué des tests d'égalité des moyennes (confère détail en annexe 9.1) sur chacune des variables étudiées selon l'échantillon.

Il en ressort les différences suivantes :

Tableau 23 : Test d'égalité des moyennes des variables de l'échantillon. Variables significativement différentes (au seuil de 1%)

Variables	DETCAP	CE	GOCE	INTCAP	LOGCAP	PAN	PERT	AMIH	CAPMED	Nombre
Suivies/ général	5.598	4.2269	5.1683	3.9556	8.9989	4.5901	4.7832			7
Non suivies/ général	5.0792				6.4685	3.2480		2.8361		4
Bêtas/ général					5.8233			4.7325	3.4484	3
Suivies/ non suivies	3.4932		4.4065			3.6896	4.3371			4
Suivies/ bêta	3.6647				2.9951					2

Seules neuf variables affichent des moyennes significativement différentes d'un échantillon à l'autre au seuil de 10%.

En particulier, les moyennes de l'échantillon des valeurs suivies par rapport à l'échantillon général diffèrent sur les variables :

- dettes financières nettes / capacité d'autofinancement ;
- capital économique ;
- goodwill / capital économique ;
- intensité capitalistique ;
- capitalisation boursière ;
- "price-to-book" ;
- pertes.

De même, elles sont significativement différentes de celles de l'échantillon des valeurs non suivies sur les variables :

- dettes Financières nettes / capacité d'autofinancement ;
- capitalisation boursière ;
- "price-to-book" ;
- liquidité ;

Le « price-to-book », le logarithme de la capitalisation boursière et le ratio de couverture des dettes financières par la capacité d'autofinancement, apparaissent comme les trois variables les plus discriminantes.

En particulier :

- la taille moyenne de l'échantillon des valeurs suivies par plus de deux analystes est significativement supérieure à celle de l'échantillon de valeurs non suivies, résultats cohérents avec le modèle actuel de l'analyse financière rémunérée sur les courtages ;
- le « price-to-book » est également en moyenne significativement plus élevé lorsque les analystes financiers suivent le titre ;
- la mesure d'illiquidité proposée par Amihud est significativement plus forte dans l'univers des valeurs non suivies comparativement à l'échantillon général, confirmant ainsi le rôle de la liquidité dans la délimitation de notre univers ;
- il y a une plus grande proportion de sociétés en pertes (de firmes marginales) dans l'échantillon des valeurs non suivies que dans l'échantillon général ;
- le risque lié à l'endettement, mesuré par le ratio de couverture des dettes financières nettes par la capacité d'autofinancement, décroît en moyenne avec une meilleure couverture de la part des analystes financiers.

4.4.2. Matrice des corrélations

Nous présentons ci-après les matrices de corrélations des descripteurs pré-sélectionnés par échantillon.

Il convient cependant de noter que le modèle de l'APT ne suppose pas d'indépendance entre les facteurs. De même, l'hypothèse de normalité du prix des actions n'est pas nécessaire au modèle.

Nous avons néanmoins souligné les coefficients supérieurs à 0,50%.

Tableau 24 : Matrice des corrélations, échantillon général

ECHANTILLON GENERAL

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	LIQU	KD	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,00	-0,06	0,10	-0,06	0,04	-0,01	0,02	0,02	-0,06	-0,05	-0,06	0,01	0,06	-0,07	0,03	-0,01	0,13	0,07	0,16	0,08	0,03	0,08	0,00	0,01	0,02
CAPMED	-0,06	1,00	0,19	-0,02	0,07	0,03	0,04	-0,01	0,04	0,04	0,05	0,00	0,59	0,71	-0,02	0,12	0,04	0,19	0,09	0,19	0,03	0,03	-0,01	-0,01	-0,08
CE	0,10	0,19	1,00	0,00	0,64	0,21	0,07	0,00	0,06	0,10	0,04	0,02	0,30	0,02	-0,04	-0,03	0,01	0,03	-0,09	0,12	0,04	0,00	0,00	-0,01	0,04
DETCAP	-0,06	-0,02	0,00	1,00	0,01	0,06	0,00	-0,08	-0,01	0,02	-0,05	0,00	-0,07	0,01	-0,02	0,08	-0,08	0,07	-0,08	0,00	-0,05	0,00	0,00	0,00	-0,06
GEA	0,04	0,07	0,64	0,01	1,00	0,16	0,06	0,06	0,03	0,05	-0,01	0,02	0,10	0,19	-0,02	-0,01	0,03	0,01	-0,07	0,27	-0,01	0,02	0,00	0,00	0,02
GOCE	-0,01	0,03	0,21	0,06	0,16	1,00	0,00	0,01	-0,01	-0,06	-0,03	-0,10	-0,03	0,13	0,04	-0,02	0,03	0,11	0,10	0,10	-0,14	-0,07	-0,03	-0,01	-0,04
GODET	0,02	0,04	0,07	0,00	0,06	0,00	1,00	0,02	0,17	0,00	0,00	0,05	0,08	0,03	-0,04	0,02	0,02	0,00	-0,01	0,07	0,03	0,12	0,01	0,03	-0,03
ICOV	0,02	-0,01	0,00	-0,08	0,06	0,01	0,02	1,00	0,03	0,03	-0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,03	0,15	0,00	0,02	0,09	0,08	0,01	0,00	0,00	0,00
IFIDET	-0,06	0,04	0,06	-0,01	0,03	-0,01	0,17	0,03	1,00	0,20	0,00	-0,04	0,07	-0,03	-0,01	0,00	-0,02	-0,01	-0,08	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	-0,04
INTCAP	-0,05	0,04	0,10	0,02	0,05	-0,06	0,00	0,03	0,20	1,00	-0,01	0,02	0,12	-0,02	-0,01	0,02	-0,07	-0,06	-0,25	-0,06	-0,02	0,01	-0,04	-0,02	0,05
LIQU	-0,06	0,05	0,04	-0,05	-0,01	-0,03	0,00	-0,05	0,00	-0,01	1,00	0,02	0,09	0,04	0,02	-0,01	-0,05	0,11	0,45	-0,06	0,03	-0,01	0,01	-0,01	0,08
KD	0,01	0,00	0,02	0,00	0,02	-0,10	0,05	0,04	-0,04	0,02	0,02	1,00	0,05	-0,05	0,03	0,01	0,05	0,09	-0,04	-0,04	-0,04	0,15	-0,03	0,03	0,04
LOGCAP	0,06	0,59	0,30	-0,07	0,10	-0,03	0,08	0,03	0,07	0,12	0,09	0,05	1,00	0,42	0,03	0,12	0,14	0,18	0,15	0,24	0,11	0,10	0,01	0,02	-0,01
PAN	-0,07	0,71	0,02	0,01	0,19	0,13	0,03	0,03	-0,03	-0,02	0,04	-0,05	0,42	1,00	0,02	0,22	0,08	0,38	0,24	0,31	0,00	0,01	-0,01	0,00	-0,09
PAYO	0,03	-0,02	-0,04	-0,02	-0,02	0,04	-0,03	0,02	-0,01	-0,01	0,02	0,03	0,03	0,02	1,00	0,24	0,31	0,06	0,13	0,13	-0,03	-0,03	0,00	0,01	0,24
PER	-0,01	0,12	-0,03	0,08	-0,01	-0,02	0,02	0,03	0,00	0,02	-0,01	0,01	0,12	0,22	0,24	1,00	0,28	0,10	0,08	0,12	0,00	0,02	0,00	0,00	-0,02
PERT	0,13	0,04	0,01	-0,08	0,03	0,03	0,02	0,15	-0,02	-0,07	-0,05	0,05	0,14	0,08	0,31	0,28	1,00	0,14	0,40	0,61	0,12	0,14	0,02	0,03	0,20
RDT	0,07	0,19	0,03	0,07	0,01	0,11	0,00	0,00	-0,01	-0,06	0,11	0,09	0,18	0,38	0,06	0,10	0,14	1,00	0,25	0,22	0,06	0,08	-0,03	-0,03	0,12
RE	0,16	0,09	-0,09	-0,08	-0,07	0,10	-0,01	0,02	-0,08	-0,25	0,45	-0,04	0,15	0,24	0,13	0,08	0,40	0,25	1,00	0,39	-0,10	0,00	0,00	-0,01	0,10
RF	0,08	0,19	0,12	0,00	0,27	0,10	0,07	0,09	-0,01	-0,06	-0,06	-0,04	0,24	0,31	0,13	0,12	0,61	0,22	0,39	1,00	0,23	0,14	0,09	0,02	0,16
VARB1	0,03	0,03	0,04	-0,05	-0,01	-0,14	0,03	0,08	0,01	-0,02	0,03	-0,04	0,11	0,00	-0,03	0,00	0,12	0,06	-0,10	0,23	1,00	0,13	0,11	0,00	0,01
VARB2	0,08	0,03	0,00	0,00	0,02	-0,07	0,12	0,01	0,00	0,01	-0,01	0,15	0,10	0,01	-0,03	0,02	0,14	0,08	0,00	0,14	0,13	1,00	0,00	0,09	-0,02
VARCF1	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,03	0,01	0,00	0,00	-0,04	0,01	-0,03	0,01	-0,01	0,00	0,00	0,02	-0,03	0,00	0,09	0,11	0,00	1,00	0,96	0,06
VARCF2	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,00	-0,01	0,03	0,00	0,01	-0,02	-0,01	0,03	0,02	0,00	0,01	0,00	0,03	-0,03	-0,01	0,02	0,00	0,09	0,96	1,00	0,06
YIEL	0,02	-0,08	0,04	-0,06	0,02	-0,04	-0,03	0,00	-0,04	0,05	0,08	0,04	-0,01	-0,09	0,24	-0,02	0,20	0,12	0,10	0,16	0,01	-0,02	0,06	0,06	1,00

Notons, dans l'échantillon général, la forte corrélation entre la taille et le « price-to-book » ratio, ainsi qu'entre la variation des cash-flows sur un et deux ans.

La corrélation observée entre la variable perte (0 ou 1) et la rentabilité financière provient du signe négatif de cette dernière lorsque la société enregistre des pertes.

Tableau 25 : Matrice des corrélations, échantillon des valeurs suivies par plus de deux analystes sell-side

VALEURS SUIVIES

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,00	-0,16	-0,21	0,02	-0,14	-0,12	-0,06	0,01	-0,18	-0,16	0,07	-0,17	-0,20	-0,09	0,05	0,09	0,06	0,05	-0,02	0,00	-0,03	0,05	0,08	0,06	-0,05
CAPMED	-0,16	1,00	0,24	-0,01	0,02	0,03	0,03	-0,03	0,01	0,05	-0,06	0,13	0,73	0,79	-0,10	0,29	0,00	0,21	0,14	0,25	0,06	0,08	0,04	0,07	-0,11
CE	-0,21	0,24	1,00	0,06	0,42	-0,08	0,06	-0,07	0,11	0,40	-0,02	0,18	0,41	-0,13	-0,25	-0,21	-0,26	-0,17	-0,28	-0,33	0,02	-0,20	-0,09	-0,24	-0,06
DETCAP	0,02	-0,01	0,06	1,00	-0,19	0,11	-0,01	-0,16	0,01	0,12	-0,01	-0,09	0,03	0,02	0,00	0,24	0,11	0,21	-0,08	0,10	-0,06	-0,01	-0,02	0,02	0,01
GEA	-0,14	0,02	0,42	-0,19	1,00	0,02	0,14	0,21	0,06	0,32	0,04	0,36	-0,05	-0,01	-0,22	-0,27	-0,45	-0,18	-0,38	-0,43	-0,02	-0,33	0,01	-0,25	-0,14
GOCE	-0,12	0,03	-0,08	0,11	0,02	1,00	0,33	-0,01	-0,02	-0,04	-0,09	0,04	0,12	0,23	0,09	0,19	0,01	0,11	0,15	0,21	-0,03	0,04	0,02	0,05	-0,05
GODET	-0,06	0,03	0,06	-0,01	0,14	0,33	1,00	0,01	0,13	0,02	0,13	0,05	0,04	0,05	-0,09	0,02	-0,02	0,02	-0,04	0,15	-0,02	0,00	-0,02	0,00	-0,04
ICOV	0,01	-0,03	-0,07	-0,16	0,21	-0,01	0,01	1,00	-0,01	-0,05	0,04	0,04	-0,08	0,01	-0,02	-0,16	0,00	0,05	-0,02	-0,03	-0,03	-0,13	0,11	0,11	0,01
IFIDET	-0,18	0,01	0,11	0,01	0,06	-0,02	0,13	-0,01	1,00	0,08	-0,20	0,06	0,02	-0,04	-0,08	-0,05	-0,02	-0,03	-0,05	-0,01	0,03	0,00	-0,01	0,00	0,02
INTCAP	-0,16	0,05	0,40	0,12	0,32	-0,04	0,02	-0,05	0,08	1,00	-0,05	0,13	0,10	-0,06	-0,03	-0,11	-0,10	-0,11	-0,28	-0,14	0,01	-0,07	-0,03	-0,08	0,11
KD	0,07	-0,06	-0,02	-0,01	0,04	-0,09	0,13	0,04	-0,20	-0,05	1,00	0,06	-0,16	-0,07	0,00	-0,06	0,01	-0,01	-0,05	-0,02	-0,02	-0,03	-0,03	-0,03	0,05
LIQU	-0,17	0,13	0,18	-0,09	0,36	0,04	0,05	0,04	0,06	0,13	0,06	1,00	0,07	0,10	-0,14	-0,14	-0,38	0,08	-0,23	-0,23	0,05	-0,06	-0,09	0,01	-0,05
LOGCAP	-0,20	0,73	0,41	0,03	-0,05	0,12	0,04	-0,08	0,02	0,10	-0,16	0,07	1,00	0,58	-0,15	0,22	-0,03	0,22	0,12	0,17	0,04	0,08	-0,04	0,04	-0,17
PAN	-0,09	0,79	-0,13	0,02	-0,01	0,23	0,05	0,01	-0,04	-0,06	-0,07	0,10	0,58	1,00	-0,05	0,43	0,07	0,42	0,27	0,39	0,05	0,17	0,08	0,15	-0,15
PAYO	0,05	-0,10	-0,25	0,00	-0,22	0,09	-0,09	-0,02	-0,08	-0,03	0,00	-0,14	-0,15	-0,05	1,00	0,30	0,45	0,03	0,12	0,23	0,03	0,19	0,09	0,18	0,32
PER	0,09	0,29	-0,21	0,24	-0,27	0,19	0,02	-0,16	-0,05	-0,11	-0,06	-0,14	0,22	0,43	0,30	1,00	0,60	0,25	0,18	0,44	0,12	0,30	0,16	0,25	0,01
PERT	0,06	0,00	-0,26	0,11	-0,45	0,01	-0,02	0,00	-0,02	-0,10	0,01	-0,38	-0,03	0,07	0,45	0,60	1,00	0,19	0,52	0,71	0,15	0,59	0,19	0,48	0,26
RDT	0,05	0,21	-0,17	0,21	-0,18	0,11	0,02	0,05	-0,03	-0,11	-0,01	0,08	0,22	0,42	0,03	0,25	0,19	1,00	0,22	0,30	0,30	0,35	0,16	0,27	0,07
RE	-0,02	0,14	-0,28	-0,08	-0,38	0,15	-0,04	-0,02	-0,05	-0,28	-0,05	-0,23	0,12	0,27	0,12	0,18	0,52	0,22	1,00	0,56	0,16	0,35	0,16	0,31	0,06
RF	0,00	0,25	-0,33	0,10	-0,43	0,21	0,15	-0,03	-0,01	-0,14	-0,02	-0,23	0,17	0,39	0,23	0,44	0,71	0,30	0,56	1,00	0,13	0,72	0,10	0,65	0,26
VARB1	-0,03	0,06	0,02	-0,06	-0,02	-0,03	-0,02	-0,03	0,03	0,01	-0,02	0,05	0,04	0,05	0,03	0,12	0,15	0,30	0,16	0,13	1,00	0,12	0,75	0,23	0,28
VARB2	0,05	0,08	-0,20	-0,01	-0,33	0,04	0,00	-0,13	0,00	-0,07	-0,03	-0,06	0,08	0,17	0,19	0,30	0,59	0,35	0,35	0,72	0,12	1,00	0,03	0,78	0,32
VARCF1	0,08	0,04	-0,09	-0,02	0,01	0,02	-0,02	0,11	-0,01	-0,03	-0,03	-0,09	-0,04	0,08	0,09	0,16	0,19	0,16	0,16	0,10	0,75	0,03	1,00	0,19	0,15
VARCF2	0,06	0,07	-0,24	0,02	-0,25	0,05	0,00	0,11	0,00	-0,08	-0,03	0,01	0,04	0,15	0,18	0,25	0,48	0,27	0,31	0,65	0,23	0,78	0,19	1,00	0,38
YIEL	-0,05	-0,11	-0,06	0,01	-0,14	-0,05	-0,04	0,01	0,02	0,11	0,05	-0,05	-0,17	-0,15	0,32	0,01	0,26	0,07	0,06	0,26	0,28	0,32	0,15	0,38	1,00

Les descripteurs dans l'échantillon des valeurs suivies par plus de deux analystes financiers présentent plus de dépendances.

Outre la forte corrélation entre la taille (mesurée par le logarithme de la capitalisation boursière ou par l'écart à la capitalisation médiane) et le « price-to-book », on observe une corrélation significative entre :

- la situation de pertes et le PER ;
- la situation de pertes et la rentabilité économique ;
- la situation de pertes et la rentabilité financière.

Sur ces trois premières variables, le changement de signe des indicateurs de performance lié à la situation de pertes explique les coefficients de corrélation obtenus.

- la rentabilité économique et la rentabilité financière, traduisant le lien financier entre ces deux indicateurs ;
- la rentabilité financière et la variation des bénéfices sur les deux derniers exercices ;
- la rentabilité financière et la variation des cash-flows sur les deux derniers exercices ;
- la variation des bénéfices et celle du cash-flow sur le dernier exercice ;
- la variation des bénéfices et celle du cash-flow sur les deux derniers exercices.

Les corrélations entre ces différentes variables, qui ne sont pas mises en lumière dans l'échantillon global, sembleraient valider la notion de «lissage» des résultats des sociétés suivies par les analystes financiers.

Tableau 26 : Matrice des corrélations, univers des valeurs non suivies

VALEURS NON SUIVIES

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GODET	GOCE	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,00	0,29	0,13	-0,09	0,04	0,04	0,01	0,03	-0,04	-0,05	0,03	-0,06	0,37	0,04	0,02	-0,02	0,17	0,12	0,21	0,12	0,04	0,09	-0,01	0,00	0,02
CAPMED	0,29	1,00	0,55	-0,08	0,29	0,08	0,03	0,02	0,14	0,11	0,03	0,14	0,76	0,22	0,08	0,05	0,16	0,18	0,11	0,19	0,06	0,04	0,00	0,00	0,00
CE	0,13	0,55	1,00	-0,01	0,65	0,08	0,30	0,02	0,06	0,07	0,03	0,03	0,38	0,08	-0,02	-0,01	0,06	0,10	-0,07	0,19	0,04	0,01	0,00	-0,01	0,06
DETCAP	-0,09	-0,08	-0,01	1,00	0,03	0,01	0,03	-0,04	-0,02	-0,02	0,00	-0,06	-0,12	0,00	-0,02	0,04	-0,18	-0,03	-0,09	-0,05	-0,05	0,00	0,00	0,00	-0,09
GEA	0,04	0,29	0,65	0,03	1,00	0,05	0,21	0,05	0,03	0,03	-0,02	0,17	0,42	-0,01	0,01	0,09	0,04	-0,05	0,37	-0,01	0,03	0,00	0,00	0,04	0,04
GODET	0,04	0,08	0,08	0,01	0,05	1,00	-0,15	0,02	0,18	0,00	0,03	0,00	0,10	0,02	-0,02	0,02	0,03	-0,01	0,00	0,04	0,04	0,14	0,01	0,03	-0,03
GOCE	0,01	0,03	0,30	0,03	0,21	-0,15	1,00	0,02	0,00	-0,07	-0,11	-0,04	-0,13	0,01	0,03	-0,09	0,04	0,11	0,07	0,04	-0,19	-0,10	-0,03	-0,01	-0,03
ICOV	0,03	0,02	0,02	-0,04	0,05	0,02	0,02	1,00	0,05	0,05	0,03	-0,07	0,08	0,05	0,03	0,09	0,25	-0,06	0,03	0,15	0,11	0,04	0,00	0,00	0,00
IFIDET	-0,04	0,14	0,06	-0,02	0,03	0,18	0,00	0,05	1,00	0,24	0,02	0,00	0,10	-0,04	0,01	0,01	-0,01	0,00	-0,09	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	-0,07
INTCAP	-0,05	0,11	0,07	-0,02	0,03	0,00	-0,07	0,05	0,24	1,00	0,05	-0,01	0,17	0,02	-0,01	0,05	-0,06	-0,03	-0,24	-0,03	-0,03	0,02	-0,05	-0,03	0,03
KD	0,03	0,03	0,03	0,00	0,03	0,03	-0,11	0,03	0,02	0,05	1,00	0,02	0,08	-0,09	0,05	0,03	0,07	0,17	-0,04	-0,06	-0,05	0,19	-0,04	0,04	0,05
LIQU	-0,06	0,14	0,03	-0,06	-0,02	0,00	-0,04	-0,07	0,00	-0,01	0,02	1,00	0,13	0,07	0,03	0,00	-0,03	0,16	0,56	-0,06	0,03	-0,01	0,01	-0,01	0,11
LOGCAP	0,37	0,76	0,38	-0,12	0,17	0,10	-0,13	0,08	0,10	0,17	0,08	0,13	1,00	0,25	0,08	0,12	0,25	0,20	0,20	0,27	0,13	0,13	0,05	0,06	0,11
PAN	0,04	0,22	0,08	0,00	0,42	0,02	0,01	0,05	-0,04	0,02	-0,09	0,07	0,25	1,00	0,07	0,17	0,10	0,33	0,29	0,29	-0,04	-0,05	-0,01	0,00	-0,01
PAYO	0,02	0,08	-0,02	-0,02	-0,01	-0,02	0,03	0,03	0,01	-0,01	0,05	0,03	0,08	0,07	1,00	0,23	0,27	0,09	0,14	0,11	-0,04	-0,05	0,00	0,01	0,21
PER	-0,02	0,05	-0,01	0,04	0,01	0,02	-0,09	0,09	0,01	0,05	0,03	0,00	0,12	0,17	0,23	1,00	0,19	0,04	0,06	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,03
PERT	0,17	0,16	0,06	-0,18	0,09	0,03	0,04	0,25	-0,01	-0,06	0,07	-0,03	0,25	0,10	0,27	0,19	1,00	0,10	0,34	0,57	0,13	0,08	0,03	0,03	0,16
RDT	0,12	0,18	0,10	-0,03	0,04	-0,01	0,11	-0,06	0,00	-0,03	0,17	0,16	0,20	0,33	0,09	0,04	0,10	1,00	0,29	0,17	0,04	0,03	-0,06	-0,05	0,19
RE	0,21	0,11	-0,07	-0,09	-0,05	0,00	0,07	0,03	-0,09	-0,24	-0,04	0,56	0,20	0,29	0,14	0,06	0,34	0,29	1,00	0,32	-0,14	-0,05	-0,01	-0,01	0,12
RF	0,12	0,19	0,19	-0,05	0,37	0,04	0,04	0,15	-0,01	-0,03	-0,06	-0,06	0,27	0,29	0,11	0,03	0,57	0,17	0,32	1,00	0,26	0,07	0,11	0,02	0,12
VARB1	0,04	0,06	0,04	-0,05	-0,01	0,04	-0,19	0,11	0,01	-0,03	-0,05	0,03	0,13	-0,04	-0,04	0,00	0,13	0,04	-0,14	0,26	1,00	0,13	0,11	0,00	-0,02
VARB2	0,09	0,04	0,01	0,00	0,03	0,14	-0,10	0,04	0,00	0,02	0,19	-0,01	0,13	-0,05	-0,05	0,00	0,08	0,03	-0,05	0,07	0,13	1,00	0,00	0,08	-0,08
VARCF1	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	-0,03	0,00	0,00	-0,05	-0,04	0,01	0,05	-0,01	0,00	0,00	0,03	-0,06	-0,01	0,11	0,11	0,00	1,00	0,96	0,08
VARCF2	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,03	-0,01	0,00	0,01	-0,03	0,04	-0,01	0,06	0,00	0,01	0,00	0,03	-0,05	-0,01	0,02	0,00	0,08	0,96	1,00	0,07
YIEL	0,02	0,00	0,06	-0,09	0,04	-0,03	-0,03	0,00	-0,07	0,03	0,05	0,11	0,11	-0,01	0,21	-0,03	0,16	0,19	0,12	0,12	-0,02	-0,08	0,08	0,07	1,00

Les corrélations supérieures à 0,50 sont moins fréquentes dans l'échantillon des valeurs non suivies. Il convient de noter la dépendance des descripteurs :

- capital économique et capitalisation médiane ;
- ratio de levier et capital économique ;
- liquidité [share turnover] et rentabilité économique.

L'hypothèse qu'investisseurs et banquiers utilisent sur ces sociétés sur lesquelles il y a une forte asymétrie d'informations le capital économique comme référence en terme de valorisation pourrait être avancée et testée pour expliquer la corrélation de cette variable avec la capitalisation médiane et le levier financier.

La relation positive entre la rentabilité économique et la liquidité invaliderait la théorie selon laquelle les investisseurs réclament une prime de risque supplémentaire significative sur les entreprises ayant une faible liquidité, qui se répercuterait sur le taux de rentabilité exigé par les managers de l'entreprise sur ses projets d'investissement. Une liquidité réduite serait dès lors un signal négatif sur la capacité managériale de l'entreprise à gérer et délivrer sur ses investissements une rentabilité élevée.

Tableau 27 : Matrice des corrélations sur l'univers des valeurs à bêta significativement différent de zéro au seuil de 10%

TOUS BETAS SIGNIFICATIFS

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAF	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,00	-0,08	-0,04	-0,05	-0,02	-0,16	-0,03	0,03	-0,05	-0,05	0,07	-0,08	-0,03	-0,08	0,04	0,02	0,19	0,09	0,05	0,13	0,11	0,18	0,02	0,14	-0,02
CAPMED	-0,08	1,00	0,22	-0,03	0,04	0,06	0,05	-0,01	0,01	0,01	-0,02	0,02	0,63	0,78	0,00	0,21	0,07	0,23	0,13	0,24	0,00	0,03	0,02	0,07	-0,10
CE	-0,04	0,22	1,00	-0,11	0,12	-0,06	0,05	-0,19	0,04	0,34	0,00	0,16	0,41	-0,04	-0,04	-0,06	-0,13	0,11	-0,19	-0,16	0,11	-0,04	0,34	-0,18	0,15
DETCAF	-0,05	-0,03	-0,11	1,00	-0,06	0,07	-0,02	-0,04	-0,03	-0,01	-0,03	-0,07	-0,11	-0,05	-0,03	0,14	-0,05	-0,01	-0,03	0,03	-0,03	0,00	-0,11	-0,02	-0,05
GEA	-0,02	0,04	0,12	-0,06	1,00	0,04	0,04	0,10	0,01	0,08	0,02	0,00	0,10	0,31	-0,01	0,00	0,05	0,05	-0,03	0,31	-0,02	0,13	-0,06	0,16	0,04
GOCE	-0,16	0,06	-0,06	0,07	0,04	1,00	0,36	-0,01	-0,05	-0,06	-0,07	-0,03	0,14	0,24	0,02	0,12	0,00	0,06	0,10	0,16	-0,04	0,00	-0,02	0,05	-0,08
GODET	-0,03	0,05	0,05	-0,02	0,04	0,36	1,00	0,01	0,12	0,02	0,16	0,00	0,13	0,07	0,00	0,04	0,07	0,07	0,03	0,18	-0,01	0,00	-0,02	0,02	0,01
ICOV	0,03	-0,01	-0,19	-0,04	0,10	-0,01	0,01	1,00	0,05	0,03	0,09	-0,06	0,00	0,05	0,01	-0,02	0,14	0,03	0,01	0,13	-0,13	-0,02	-0,28	0,13	-0,03
IFIDET	-0,05	0,01	0,04	-0,03	0,01	-0,05	0,12	0,05	1,00	0,34	-0,07	0,00	0,07	-0,02	0,04	0,00	0,01	0,02	-0,04	0,05	0,01	0,06	-0,02	0,04	0,00
INTCAP	-0,05	0,01	0,34	-0,01	0,08	-0,06	0,02	0,03	0,34	1,00	0,00	-0,02	0,16	-0,04	0,10	0,00	-0,04	-0,03	-0,25	-0,06	-0,02	-0,03	0,01	-0,03	0,05
KD	0,07	-0,02	0,00	-0,03	0,02	-0,07	0,16	0,09	-0,07	0,00	1,00	0,00	0,03	-0,03	0,08	0,14	0,13	0,01	0,03	0,06	0,00	0,00	-0,02	0,01	0,09
LIQU	-0,08	0,02	0,16	-0,07	0,00	-0,03	0,00	-0,06	0,00	-0,02	0,00	1,00	0,08	0,02	0,05	-0,01	-0,04	0,13	0,59	-0,08	0,02	-0,07	0,17	-0,12	0,11
LOGCAP	-0,03	0,63	0,41	-0,11	0,10	0,14	0,13	0,00	0,07	0,16	0,03	0,08	1,00	0,52	0,10	0,14	0,24	0,25	0,22	0,31	0,01	0,04	0,01	0,05	-0,06
OAT	0,03	0,05	-0,03	-0,06	-0,02	-0,03	-0,11	-0,07	-0,09	-0,03	0,02	0,08	0,04	0,04	0,06	0,02	0,11	-0,21	0,13	0,07	-0,03	0,10	0,00	0,10	0,05
PAN	-0,08	0,78	-0,04	-0,05	0,31	0,24	0,07	0,05	-0,02	-0,04	-0,03	0,02	0,52	1,00	0,06	0,26	0,14	0,38	0,24	0,43	-0,01	0,11	0,00	0,18	-0,10
PAYO	0,04	0,00	-0,04	-0,03	-0,01	0,02	0,00	0,01	0,04	0,10	0,08	0,05	0,10	0,06	1,00	0,30	0,34	0,10	0,12	0,19	-0,03	0,09	-0,03	0,09	0,24
PER	0,02	0,21	-0,06	0,14	0,00	0,12	0,04	-0,02	0,00	0,00	0,14	-0,01	0,14	0,26	0,30	1,00	0,29	0,12	0,14	0,25	0,00	0,10	0,04	0,14	0,02
PERT	0,19	0,07	-0,13	-0,05	0,05	0,00	0,07	0,14	0,01	-0,04	0,13	-0,04	0,24	0,14	0,34	0,29	1,00	0,17	0,44	0,71	0,06	0,36	0,01	0,39	0,23
RDT	0,09	0,23	0,11	-0,01	0,05	0,06	0,07	0,03	0,02	-0,03	0,01	0,13	0,25	0,38	0,10	0,12	0,17	1,00	0,21	0,29	0,16	0,20	0,26	0,21	0,21
RE	0,05	0,13	-0,19	-0,03	-0,03	0,10	0,03	0,01	-0,04	-0,25	0,03	0,59	0,22	0,24	0,12	0,14	0,44	0,21	1,00	0,41	-0,02	0,12	-0,01	0,16	0,06
RF	0,13	0,24	-0,16	0,03	0,31	0,16	0,18	0,13	0,05	-0,06	0,06	-0,08	0,31	0,43	0,19	0,25	0,71	0,29	0,41	1,00	0,21	0,50	-0,01	0,59	0,18
VARB1	0,11	0,00	0,11	-0,03	-0,02	-0,04	-0,01	-0,13	0,01	-0,02	0,00	0,02	0,01	-0,01	-0,03	0,00	0,06	0,16	-0,02	0,21	1,00	0,42	0,46	0,28	0,05
VARB2	0,18	0,03	-0,04	0,00	0,13	0,00	0,00	-0,02	0,06	-0,03	0,00	-0,07	0,04	0,11	0,09	0,10	0,36	0,20	0,12	0,50	0,42	1,00	0,05	0,60	0,20
VARCF1	0,02	0,02	0,34	-0,11	-0,06	-0,02	-0,02	-0,28	-0,02	0,01	-0,02	0,17	0,01	0,00	-0,03	0,04	0,01	0,26	-0,01	-0,01	0,46	0,05	1,00	0,10	0,25
VARCF2	0,14	0,07	-0,18	-0,02	0,16	0,05	0,02	0,13	0,04	-0,03	0,01	-0,12	0,05	0,18	0,09	0,14	0,39	0,21	0,16	0,59	0,28	0,60	0,10	1,00	0,25
YIEL	-0,02	-0,10	0,15	-0,05	0,04	-0,08	0,01	-0,03	0,00	0,05	0,09	0,11	-0,06	-0,10	0,24	0,02	0,23	0,21	0,06	0,18	0,05	0,20	0,25	0,25	1,00

Sur l'échantillon des valeurs sur lesquelles tous les bêtas historiques sont significatifs, nous retrouvons ce lien entre rentabilité économique et liquidité. S'y ajoute la dépendance entre la taille et le « price-to-book », entre la perte et la rentabilité financière, entre la rentabilité financière et la variation des bénéfices sur les deux derniers exercices et entre cette dernière et la variation des cash-flows sur les deux derniers exercices.

4.4.3. Matrice des covariances

Tableau 28 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon général

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,014	-0,065	0,122	-0,054	0,047	-0,013	0,019	0,017	-0,056	-0,042	0,008	-0,057	0,062	-0,074	0,022	-0,008	0,045	0,031	0,110	0,039	0,029	0,079	0,005	0,008	0,020
CAPMED	-0,065	1,381	0,257	-0,023	0,095	0,031	0,043	-0,010	0,043	0,035	-0,002	0,050	0,677	0,924	-0,019	0,156	0,015	0,092	0,077	0,107	0,033	0,033	-0,016	-0,010	-0,082
CE	0,122	0,257	1,364	0,002	0,892	0,239	0,079	0,002	0,071	0,088	0,021	0,039	0,345	0,022	-0,039	-0,036	0,003	0,017	-0,072	0,066	0,040	0,003	-0,005	-0,009	0,036
DETCAP	-0,054	-0,023	0,002	0,715	0,008	0,048	0,002	-0,060	-0,008	0,010	-0,002	-0,040	-0,058	0,010	-0,013	0,075	-0,024	0,024	-0,049	-0,002	-0,038	-0,004	-0,003	0,003	-0,041
GEA	0,047	0,095	0,892	0,008	1,412	0,185	0,063	0,060	0,036	0,044	0,029	-0,016	0,116	0,250	-0,019	-0,010	0,012	0,003	-0,056	0,156	-0,015	0,027	-0,005	0,005	0,024
GOCE	-0,013	0,031	0,239	0,048	0,185	0,958	0,001	0,011	-0,006	-0,048	-0,096	-0,025	-0,029	0,145	0,035	-0,016	0,009	0,045	0,066	0,047	-0,130	-0,066	-0,030	-0,008	-0,031
GODET	0,019	0,043	0,079	0,002	0,063	0,001	0,887	0,013	0,148	0,001	0,051	0,000	0,076	0,034	-0,024	0,021	0,006	0,001	-0,008	0,033	0,029	0,113	0,009	0,029	-0,025
ICOV	0,017	-0,010	0,002	-0,060	0,060	0,011	0,013	0,829	0,028	0,018	0,032	-0,041	0,027	0,028	0,014	0,028	0,049	-0,001	0,010	0,041	0,070	0,011	0,004	0,005	0,000
IFIDET	-0,056	0,043	0,071	-0,008	0,036	-0,006	0,148	0,028	0,900	0,151	-0,036	0,002	0,065	-0,031	-0,007	-0,003	-0,005	-0,005	-0,053	-0,005	0,008	0,000	0,000	0,008	-0,031
INTCAP	-0,042	0,035	0,088	0,010	0,044	-0,048	0,001	0,018	0,151	0,605	0,018	-0,004	0,089	-0,019	-0,008	0,018	-0,019	-0,018	-0,135	-0,021	-0,017	0,010	-0,040	-0,021	0,035
KD	0,008	-0,002	0,021	-0,002	0,029	-0,096	0,051	0,032	-0,036	0,018	1,001	0,016	0,051	-0,053	0,030	0,009	0,018	0,038	-0,028	-0,020	-0,035	0,153	-0,041	-0,031	0,036
LIQU	-0,057	0,050	0,039	-0,040	-0,016	-0,025	0,000	-0,041	0,002	-0,004	0,016	0,845	0,079	0,040	0,019	-0,006	-0,015	0,043	0,290	-0,028	0,021	-0,009	0,006	-0,007	0,064
LOGCAP	0,062	0,677	0,345	-0,058	0,116	-0,029	0,076	0,027	0,065	0,089	0,051	0,079	0,957	0,450	0,026	0,128	0,048	0,073	0,103	0,113	0,096	0,097	0,014	0,024	-0,009
PAN	-0,074	0,924	0,022	0,010	0,250	0,145	0,034	0,028	-0,031	-0,019	-0,053	0,040	0,450	1,220	0,016	0,264	0,031	0,178	0,186	0,168	-0,005	0,012	-0,014	-0,005	-0,088
PAYO	0,022	-0,019	-0,039	-0,013	-0,019	0,035	-0,024	0,014	-0,007	-0,008	0,030	0,019	0,026	0,016	0,731	0,221	0,093	0,022	0,077	0,055	-0,025	-0,023	0,005	0,010	0,172
PER	-0,008	0,156	-0,036	0,075	-0,010	-0,016	0,021	0,028	-0,003	0,018	0,009	-0,006	0,128	0,264	0,221	1,160	0,109	0,044	0,063	0,063	0,004	0,026	-0,002	0,001	-0,019
PERT	0,045	0,015	0,003	-0,024	0,012	0,009	0,006	0,049	-0,005	-0,019	0,018	-0,015	0,048	0,031	0,093	0,109	0,125	0,022	0,099	0,105	0,037	0,049	0,010	0,013	0,061
RDT	0,031	0,092	0,017	0,024	0,003	0,045	0,001	-0,001	-0,005	-0,018	0,038	0,043	0,073	0,178	0,022	0,044	0,022	0,179	0,073	0,045	0,023	0,033	-0,018	-0,013	0,045
RE	0,110	0,077	-0,072	-0,049	-0,056	0,066	-0,008	0,010	-0,053	-0,135	-0,028	0,290	0,103	0,186	0,077	0,063	0,099	0,073	0,482	0,133	-0,065	0,000	-0,003	-0,005	0,059
RF	0,039	0,107	0,066	-0,002	0,156	0,047	0,033	0,041	-0,005	-0,021	-0,020	-0,028	0,113	0,168	0,055	0,063	0,105	0,045	0,133	0,237	0,102	0,068	0,053	0,011	0,068
VARB1	0,029	0,033	0,040	-0,038	-0,015	-0,130	0,029	0,070	0,008	-0,017	-0,035	0,021	0,096	-0,005	-0,025	0,004	0,037	0,023	-0,065	0,102	0,833	0,120	0,123	0,005	0,009
VARB2	0,079	0,033	0,003	-0,004	0,027	-0,066	0,113	0,011	0,000	0,010	0,153	-0,009	0,097	0,012	-0,023	0,026	0,049	0,033	0,000	0,068	0,120	0,990	-0,005	0,096	-0,015
VARCF1	0,005	-0,016	-0,005	-0,003	-0,005	-0,030	0,009	0,004	0,000	-0,040	-0,041	0,006	0,014	-0,014	0,005	-0,002	0,010	-0,018	-0,003	0,053	0,123	-0,005	1,502	1,314	0,067
VARCF2	0,008	-0,010	-0,009	0,003	0,005	-0,008	0,029	0,005	0,008	-0,021	0,031	-0,007	0,024	-0,005	0,010	0,001	0,013	-0,013	-0,005	0,011	0,005	0,096	1,314	1,247	0,062
YIEL	0,020	-0,082	0,036	-0,041	0,024	-0,031	-0,025	0,000	-0,031	0,035	0,036	0,064	-0,009	-0,088	0,172	-0,019	0,061	0,045	0,059	0,068	0,009	-0,015	0,067	0,062	0,731

Tableau 29 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs suivies

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	0,153	-0,106	-0,031	0,005	-0,014	-0,045	-0,017	0,005	-0,053	-0,034	0,022	-0,010	-0,049	-0,050	0,011	0,024	0,009	0,011	-0,005	0,001	-0,002	0,007	0,001	0,001	-0,016
CAPMED	-0,106	2,821	0,158	-0,010	0,007	0,047	0,037	-0,038	0,013	0,045	-0,088	0,035	0,773	1,935	-0,094	0,330	0,002	0,178	0,134	0,176	0,021	0,045	0,003	0,005	-0,162
CE	-0,031	0,158	0,150	0,017	0,042	-0,033	0,015	-0,025	0,032	0,083	-0,007	0,011	0,101	-0,071	-0,052	-0,054	-0,036	-0,033	-0,065	-0,052	0,001	-0,025	-0,001	-0,004	-0,020
DETCAP	0,005	-0,010	0,017	0,496	-0,036	0,077	-0,004	-0,097	0,007	0,047	-0,006	-0,010	0,014	0,025	-0,001	0,112	0,027	0,075	-0,031	0,030	-0,010	-0,001	-0,001	0,001	0,007
GEA	-0,014	0,007	0,042	-0,036	0,069	0,006	0,025	0,047	0,012	0,046	0,008	0,014	-0,007	-0,005	-0,032	-0,047	-0,042	-0,024	-0,059	-0,046	-0,001	-0,028	0,000	-0,003	-0,030
GOCE	-0,045	0,047	-0,033	0,077	0,006	0,992	0,225	-0,006	-0,016	-0,023	-0,070	0,006	0,076	0,333	0,047	0,127	0,004	0,057	0,089	0,087	-0,006	0,014	0,001	0,002	-0,043
GODET	-0,017	0,037	0,015	-0,004	0,025	0,225	0,477	0,005	0,070	0,008	0,075	0,005	0,018	0,046	-0,034	0,011	-0,005	0,007	-0,018	0,043	-0,002	0,001	-0,001	0,000	-0,025
ICOV	0,005	-0,038	-0,025	-0,097	0,047	-0,006	0,005	0,770	-0,005	-0,022	0,030	0,006	-0,043	0,019	-0,008	-0,094	0,001	0,024	-0,010	-0,009	-0,005	-0,038	0,004	0,005	0,005
IFIDET	-0,053	0,013	0,032	0,007	0,012	-0,016	0,070	-0,005	0,579	0,034	-0,125	0,007	0,009	-0,041	-0,032	-0,024	-0,007	-0,010	-0,023	-0,003	0,005	0,001	0,000	0,000	0,012
INTCAP	-0,034	0,045	0,083	0,047	0,046	-0,023	0,008	-0,022	0,034	0,295	-0,022	0,011	0,034	-0,048	-0,007	-0,039	-0,019	-0,030	-0,090	-0,032	0,001	-0,012	-0,001	-0,002	0,050
KD	0,022	-0,088	-0,007	-0,006	0,008	-0,070	0,075	0,030	-0,125	-0,022	0,685	0,008	-0,085	-0,081	0,000	-0,031	0,003	-0,003	-0,026	-0,007	-0,003	-0,009	-0,001	-0,001	0,033
LIQU	-0,010	0,035	0,011	-0,010	0,014	0,006	0,005	0,006	0,007	0,011	0,008	0,024	0,007	0,023	-0,012	-0,015	-0,021	0,006	-0,021	-0,015	0,002	-0,003	-0,001	0,000	-0,007
LOGCAP	-0,049	0,773	0,101	0,014	-0,007	0,076	0,018	-0,043	0,009	0,034	-0,085	0,007	0,395	0,529	-0,050	0,092	-0,006	0,069	0,043	0,043	0,006	0,017	-0,001	0,001	-0,091
PAN	-0,050	1,935	-0,071	0,025	-0,005	0,333	0,046	0,019	-0,041	-0,048	-0,081	0,023	0,529	2,110	-0,036	0,421	0,037	0,311	0,229	0,234	0,016	0,081	0,005	0,010	-0,180
PAYO	0,011	-0,094	-0,052	-0,001	-0,032	0,047	-0,034	-0,008	-0,032	-0,007	0,000	-0,012	-0,050	-0,036	0,300	0,111	0,086	0,007	0,037	0,052	0,003	0,034	0,002	0,005	0,150
PER	0,024	0,330	-0,054	0,112	-0,047	0,127	0,011	-0,094	-0,024	-0,039	-0,031	-0,015	0,092	0,421	0,111	0,449	0,140	0,084	0,069	0,121	0,018	0,064	0,004	0,008	0,007
PERT	0,009	0,002	-0,036	0,027	-0,042	0,004	-0,005	0,001	-0,007	-0,019	0,003	-0,021	-0,006	0,037	0,086	0,140	0,122	0,034	0,108	0,101	0,012	0,066	0,003	0,008	0,078
RDT	0,011	0,178	-0,033	0,075	-0,024	0,057	0,007	0,024	-0,010	-0,030	-0,003	0,006	0,069	0,311	0,007	0,084	0,034	0,258	0,064	0,063	0,033	0,057	0,003	0,006	0,029
RE	-0,005	0,134	-0,065	-0,031	-0,059	0,089	-0,018	-0,010	-0,023	-0,090	-0,026	-0,021	0,043	0,229	0,037	0,069	0,108	0,064	0,345	0,136	0,020	0,067	0,004	0,008	0,030
RF	0,001	0,176	-0,052	0,030	-0,046	0,087	0,043	-0,009	-0,003	-0,032	-0,007	-0,015	0,043	0,234	0,052	0,121	0,101	0,063	0,136	0,168	0,012	0,095	0,002	0,012	0,091
VARB1	-0,002	0,021	0,001	-0,010	-0,001	-0,006	-0,002	-0,005	0,005	0,001	-0,003	0,002	0,006	0,016	0,003	0,018	0,012	0,033	0,020	0,012	0,048	0,008	0,007	0,002	0,053
VARB2	0,007	0,045	-0,025	-0,001	-0,028	0,014	0,001	-0,038	0,001	-0,012	-0,009	-0,003	0,017	0,081	0,034	0,064	0,066	0,057	0,067	0,095	0,008	0,105	0,000	0,012	0,088
VARCF1	0,001	0,003	-0,001	-0,001	0,000	0,001	-0,001	0,004	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,005	0,002	0,004	0,003	0,003	0,004	0,002	0,007	0,000	0,002	0,000	0,005
VARCF2	0,001	0,005	-0,004	0,001	-0,003	0,002	0,000	0,005	0,000	-0,002	-0,001	0,000	0,001	0,010	0,005	0,008	0,008	0,006	0,008	0,012	0,002	0,012	0,000	0,002	0,015
YIEL	-0,016	-0,162	-0,020	0,007	-0,030	-0,043	-0,025	0,005	0,012	0,050	0,033	-0,007	-0,091	-0,180	0,150	0,007	0,078	0,029	0,030	0,091	0,053	0,088	0,005	0,015	0,721

Tableau 30 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs non suivies

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAF	GEA	GOCE	GODET	IFIDET	ICOV	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	1,472	0,141	0,229	-0,098	0,072	0,015	0,053	-0,054	0,028	-0,057	0,035	-0,094	0,411	0,036	0,031	-0,026	0,072	0,051	0,195	0,081	0,062	0,133	-0,016	-0,005	0,025
CAPMED	0,141	0,156	0,326	-0,031	0,177	0,012	0,036	0,060	0,007	0,039	0,013	0,065	0,277	0,061	0,032	0,027	0,022	0,024	0,032	0,040	0,029	0,020	0,000	0,003	-0,001
CE	0,229	0,326	2,213	-0,009	1,487	0,430	0,124	0,097	0,022	0,091	0,041	0,058	0,517	0,086	-0,031	-0,023	0,029	0,052	-0,078	0,148	0,067	0,022	-0,008	-0,012	0,075
DETCAF	-0,098	-0,031	-0,009	0,868	0,038	0,028	0,007	-0,019	-0,035	-0,016	0,001	-0,062	-0,105	0,002	-0,021	0,049	-0,060	-0,011	-0,061	-0,024	-0,058	-0,006	-0,005	0,004	-0,075
GEA	0,072	0,177	1,487	0,038	2,350	0,312	0,091	0,053	0,070	0,043	0,048	-0,037	0,235	0,444	-0,009	0,016	0,049	0,023	-0,053	0,299	-0,023	0,066	-0,011	0,009	0,059
GOCE	0,015	0,012	0,430	0,028	0,312	0,934	-0,156	0,001	0,022	-0,066	-0,116	-0,047	-0,113	0,008	0,026	-0,117	0,013	0,036	0,050	0,019	-0,217	-0,121	-0,051	-0,015	-0,022
GODET	0,053	0,036	0,124	0,007	0,091	-0,156	1,174	0,202	0,019	-0,004	0,032	-0,003	0,100	0,017	-0,017	0,027	0,013	-0,003	-0,001	0,025	0,051	0,191	0,017	0,050	-0,024
IFIDET	-0,054	0,060	0,097	-0,019	0,053	0,001	0,202	1,125	0,051	0,233	0,025	-0,001	0,098	-0,027	0,009	0,011	-0,005	-0,001	-0,075	-0,006	0,010	-0,001	0,001	0,014	-0,060
ICOV	0,028	0,007	0,022	-0,035	0,070	0,022	0,019	0,051	0,870	0,046	0,033	-0,074	0,071	0,033	0,029	0,114	0,083	-0,018	0,023	0,075	0,122	0,045	0,005	0,006	-0,004
INTCAP	-0,057	0,039	0,091	-0,016	0,043	-0,066	-0,004	0,233	0,046	0,821	0,047	-0,015	0,144	0,010	-0,009	0,057	-0,018	-0,010	-0,166	-0,013	-0,030	0,026	-0,068	-0,035	0,023
KD	0,035	0,013	0,041	0,001	0,048	-0,116	0,032	0,025	0,033	0,047	1,212	0,023	0,076	-0,066	0,050	0,036	0,028	0,066	-0,030	-0,033	-0,060	0,266	-0,063	0,059	0,043
LIQU	-0,094	0,065	0,058	-0,062	-0,037	-0,047	-0,003	-0,001	-0,074	-0,015	0,023	1,420	0,137	0,055	0,041	0,000	-0,011	0,069	0,508	-0,037	0,035	-0,013	0,010	-0,012	0,113
LOGCAP	0,411	0,277	0,517	-0,105	0,235	-0,113	0,100	0,098	0,071	0,144	0,076	0,137	0,840	0,158	0,078	0,142	0,083	0,064	0,137	0,133	0,139	0,146	0,068	0,075	0,087
PAN	0,036	0,061	0,086	0,002	0,444	0,008	0,017	-0,027	0,033	0,010	-0,066	0,055	0,158	0,486	0,053	0,150	0,026	0,080	0,152	0,109	-0,029	-0,040	-0,008	0,000	-0,005
PAYO	0,031	0,032	-0,031	-0,021	-0,009	0,026	-0,017	0,009	0,029	-0,009	0,050	0,041	0,078	0,053	1,033	0,298	0,098	0,032	0,105	0,057	-0,045	-0,063	0,007	0,014	0,187
PER	-0,026	0,027	-0,023	0,049	0,016	-0,117	0,027	0,011	0,114	0,057	0,036	0,000	0,142	0,150	0,298	1,658	0,086	0,016	0,058	0,022	-0,006	-0,001	-0,006	-0,002	-0,037
PERT	0,072	0,022	0,029	-0,060	0,049	0,013	0,013	-0,005	0,083	-0,018	0,028	-0,011	0,083	0,026	0,098	0,086	0,128	0,013	0,092	0,108	0,055	0,036	0,016	0,017	0,050
RDT	0,051	0,024	0,052	-0,011	0,023	0,036	-0,003	-0,001	-0,018	-0,010	0,066	0,069	0,064	0,080	0,032	0,016	0,013	0,124	0,078	0,032	0,016	0,016	-0,031	-0,025	0,056
RE	0,195	0,032	-0,078	-0,061	-0,053	0,050	-0,001	-0,075	0,023	-0,166	-0,030	0,508	0,137	0,152	0,105	0,058	0,092	0,078	0,578	0,130	-0,124	-0,047	-0,007	-0,014	0,081
RF	0,081	0,040	0,148	-0,024	0,299	0,019	0,025	-0,006	0,075	-0,013	-0,033	-0,037	0,133	0,109	0,057	0,022	0,108	0,032	0,130	0,284	0,165	0,048	0,091	0,012	0,055
VARB1	0,062	0,029	0,067	-0,058	-0,023	-0,217	0,051	0,010	0,122	-0,030	-0,060	0,035	0,139	-0,029	-0,045	-0,006	0,055	0,016	-0,124	0,165	1,382	0,198	0,205	0,008	-0,019
VARB2	0,133	0,020	0,022	-0,006	0,066	-0,121	0,191	-0,001	0,045	0,026	0,266	-0,013	0,146	-0,040	-0,063	-0,001	0,036	0,016	-0,047	0,048	0,198	1,609	-0,009	0,156	-0,087
VARCF1	-0,016	0,000	-0,008	-0,005	-0,011	-0,051	0,017	0,001	0,005	-0,068	-0,063	0,010	0,068	-0,008	0,007	-0,006	0,016	-0,031	-0,007	0,091	0,205	-0,009	2,549	2,231	0,107
VARCF2	-0,005	0,003	-0,012	0,004	0,009	-0,015	0,050	0,014	0,006	-0,035	0,059	-0,012	0,075	0,000	0,014	-0,002	0,017	-0,025	-0,014	0,012	0,008	0,156	2,231	2,116	0,091
YIEL	0,025	-0,001	0,075	-0,075	0,059	-0,022	-0,024	-0,060	-0,004	0,023	0,043	0,113	0,087	-0,005	0,187	-0,037	0,050	0,056	0,081	0,055	-0,019	-0,087	0,107	0,091	0,735

Tableau 31 : Matrice des covariances des descripteurs, échantillon des valeurs à bêta historique significatif

	AMIH	CAPMED	CE	DETCAP	GEA	GOCE	GODET	ICOV	IFIDET	INTCAP	KD	LIQU	LOGCAP	PAN	PAYO	PER	PERT	RDT	RE	RF	VARB1	VARB2	VARCF1	VARCF2	YIEL
AMIH	0,298	-0,073	-0,010	-0,029	-0,011	-0,084	-0,011	0,014	-0,025	-0,023	0,035	-0,057	-0,015	-0,065	0,018	0,008	0,041	0,023	0,021	0,037	0,058	0,056	0,001	0,004	-0,008
CAPMED	-0,073	2,655	0,160	-0,057	0,056	0,090	0,049	-0,019	0,011	0,018	-0,032	0,046	0,899	1,862	-0,006	0,331	0,047	0,181	0,175	0,203	-0,002	0,028	0,003	0,006	-0,151
CE	-0,010	0,160	0,199	-0,050	0,051	-0,027	0,013	-0,081	0,015	0,126	0,002	0,097	0,158	-0,027	-0,015	-0,025	-0,024	0,024	-0,068	-0,037	0,048	-0,010	0,013	-0,004	0,065
DETCAP	-0,029	-0,057	-0,050	1,058	-0,062	0,069	-0,011	-0,035	-0,023	-0,004	-0,033	-0,094	-0,098	-0,075	-0,022	0,141	-0,021	-0,005	-0,027	0,015	-0,035	-0,002	-0,010	-0,001	-0,047
GEA	-0,011	0,056	0,051	-0,062	0,923	0,035	0,023	0,091	0,006	0,061	0,014	-0,004	0,081	0,440	-0,010	-0,003	0,018	0,025	-0,024	0,156	-0,024	0,071	-0,005	0,008	0,032
GOCE	-0,084	0,090	-0,027	0,069	0,035	0,883	0,218	-0,005	-0,042	-0,050	-0,059	-0,037	0,118	0,334	0,018	0,107	-0,001	0,028	0,078	0,078	-0,034	0,000	-0,001	0,003	-0,069
GODET	-0,011	0,049	0,013	-0,011	0,023	0,218	0,425	0,009	0,070	0,010	0,099	0,001	0,077	0,071	0,000	0,027	0,018	0,023	0,015	0,063	-0,007	0,001	-0,001	0,001	0,008
ICOV	0,014	-0,019	-0,081	-0,035	0,091	-0,005	0,009	0,889	0,045	0,027	0,084	-0,083	-0,004	0,064	0,007	-0,017	0,052	0,013	0,010	0,063	-0,121	-0,010	-0,023	0,007	-0,027
IFIDET	-0,025	0,011	0,015	-0,023	0,006	-0,042	0,070	0,045	0,795	0,255	-0,057	-0,005	0,054	-0,029	0,026	0,002	0,002	0,009	-0,025	0,023	0,011	0,028	-0,001	0,002	-0,001
INTCAP	-0,023	0,018	0,126	-0,004	0,061	-0,050	0,010	0,027	0,255	0,692	0,000	-0,021	0,115	-0,048	0,069	-0,001	-0,014	-0,014	-0,164	-0,024	-0,020	-0,013	0,001	-0,001	0,043
KD	0,035	-0,032	0,002	-0,033	0,014	-0,059	0,099	0,084	-0,057	0,000	0,900	-0,006	0,028	-0,044	0,060	0,134	0,051	0,005	0,023	0,030	-0,004	-0,001	-0,002	0,000	0,076
LIQU	-0,057	0,046	0,097	-0,094	-0,004	-0,037	0,001	-0,083	-0,005	-0,021	-0,006	1,817	0,092	0,049	0,050	-0,007	-0,022	0,086	0,642	-0,058	0,024	-0,054	0,020	-0,009	0,145
LOGCAP	-0,015	0,899	0,158	-0,098	0,081	0,118	0,077	-0,004	0,054	0,115	0,028	0,092	0,759	0,663	0,067	0,124	0,083	0,102	0,152	0,141	0,007	0,021	0,001	0,002	-0,047
PAN	-0,065	1,862	-0,027	-0,075	0,440	0,334	0,071	0,064	-0,029	-0,048	-0,044	0,049	0,663	2,140	0,071	0,366	0,084	0,261	0,286	0,328	-0,019	0,088	0,000	0,014	-0,140
PAYO	0,018	-0,006	-0,015	-0,022	-0,010	0,018	0,000	0,007	0,026	0,069	0,060	0,050	0,067	0,071	0,644	0,235	0,109	0,039	0,078	0,078	-0,020	0,042	-0,002	0,004	0,182
PER	0,008	0,331	-0,025	0,141	-0,003	0,107	0,027	-0,017	0,002	-0,001	0,134	-0,007	0,124	0,366	0,235	0,964	0,114	0,054	0,108	0,126	0,003	0,054	0,003	0,008	0,018
PERT	0,041	0,047	-0,024	-0,021	0,018	-0,001	0,018	0,052	0,002	-0,014	0,051	-0,022	0,083	0,084	0,109	0,114	0,161	0,032	0,143	0,148	0,022	0,082	0,000	0,008	0,088
RDT	0,023	0,181	0,024	-0,005	0,025	0,028	0,023	0,013	0,009	-0,014	0,005	0,086	0,102	0,261	0,039	0,054	0,032	0,226	0,079	0,072	0,076	0,054	0,011	0,005	0,092
RE	0,021	0,175	-0,068	-0,027	-0,024	0,078	0,015	0,010	-0,025	-0,164	0,023	0,642	0,152	0,286	0,078	0,108	0,143	0,079	0,644	0,170	-0,017	0,055	-0,001	0,007	0,045
RF	0,037	0,203	-0,037	0,015	0,156	0,078	0,063	0,063	0,023	-0,024	0,030	-0,058	0,141	0,328	0,078	0,126	0,148	0,072	0,170	0,272	0,106	0,147	0,000	0,017	0,087
VARB1	0,058	-0,002	0,048	-0,035	-0,024	-0,034	-0,007	-0,121	0,011	-0,020	-0,004	0,024	0,007	-0,019	-0,020	0,003	0,022	0,076	-0,017	0,106	0,973	0,236	0,040	0,015	0,043
VARB2	0,056	0,028	-0,010	-0,002	0,071	0,000	0,001	-0,010	0,028	-0,013	-0,001	-0,054	0,021	0,088	0,042	0,054	0,082	0,054	0,055	0,147	0,236	0,320	0,002	0,018	0,108
VARCF1	0,001	0,003	0,013	-0,010	-0,005	-0,001	-0,001	-0,023	-0,001	0,001	-0,002	0,020	0,001	0,000	-0,002	0,003	0,000	0,011	-0,001	0,000	0,040	0,002	0,008	0,000	0,021
VARCF2	0,004	0,006	-0,004	-0,001	0,008	0,003	0,001	0,007	0,002	-0,001	0,000	-0,009	0,002	0,014	0,004	0,008	0,008	0,005	0,007	0,017	0,015	0,018	0,000	0,003	0,013
YIEL	-0,008	-0,151	0,065	-0,047	0,032	-0,069	0,008	-0,027	-0,001	0,043	0,076	0,145	-0,047	-0,140	0,182	0,018	0,088	0,092	0,045	0,087	0,043	0,108	0,021	0,013	0,886

4.5. METHODOLOGIE DE SELECTION DES DESCRIPTEURS

Nous avons appliqué la procédure de sélection des variables explicatives selon leur coefficient de corrélation partielle, appelée méthode de régression pas à pas (stepwise regression).

Selon cette technique, on sélectionne dans une première étape la variable explicative parmi n variables explicatives dont le coefficient de corrélation simple est le plus élevé avec la variable à expliquer.

La seconde étape consiste à calculer les coefficients de corrélation partielle des $n-1$ modèles et à retenir la variable explicative ayant le coefficient de corrélation partielle le plus élevé. Après avoir incorporé une nouvelle variable explicative, les variables sélectionnées antérieurement ne seront conservées que si leur t de Student est supérieur au seuil critique (ou probabilité inférieure au seuil critique).

La sélection s'arrête lorsque les t de Student des variables à introduire sont inférieurs au seuil critique. Nous avons retenu les seuils classiques de 10%, 5% et 1%.

« Le coefficient de corrélation partielle mesure la liaison entre deux variables lorsque l'influence d'une ou des autres variables explicatives est retirée »²⁵⁰ :

Il existe une relation entre le coefficient de corrélation partielle et le t de Student :

$$r_{yxi.(autres\ variables)}^2 = \frac{t_i^2}{t_i^2 + (n - k - 1)}$$

avec :

k = nombre de variables explicatives

t_i = t de Student

Nous avons appliqué cette méthodologie de sélection « pas à pas » aux variables fondamentales entrant dans l'explication du risque associé au marché (modèle Rosenberg).

Nous avons ensuite appliqué la même méthode de sélection de facteurs communs expliquant les co-mouvements des résidus, afin de mettre en lumière les descripteurs non pris en compte par le marché, qui expliquent les rentabilités des actions de notre échantillon.

Cette méthodologie de sélection « pas à pas » a également été appliquée pour identifier les descripteurs des modèles de Sharpe.

CHAPITRE 5. RECHERCHE DES DETERMINANTS DU COUT DU CAPITAL DANS LE CAS DES SOCIETES DES SEGMENTS B ET C DE LA BOURSE DE PARIS

5.1. PERTINENCE DES VARIABLES ET DU MODELE MULTI-FACTORIEL RETENU

Dans une première approche, nous avons régressé en données de panel les rentabilités en excès des titres sur leurs bêtas historiques précédemment calculés, afin d'apprécier la qualité de ces derniers comme variables explicatives du risque systématique des petites capitalisations boursières.

Tableau 32 : Modèle à un facteur, échantillon général

* Significativité à 10%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0773*** (5.2276)	1.6641*** (10.4934)	0.1330	1.9175***
BJ 3 ans D	0.0880*** (6.0470)	1.3906*** (11.0749)	0.1478	2.0376***
BH 3 ans D	0.0878*** (3.5244)	0.8507*** (7.2573)	0.1470	2.0310***
** Significativité à 5%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0771*** (5.2119)	1.6740*** (10.5056)	0.1333	1.9204***
BJ 3 ans D	0.2900*** (6.0385)	1.3954*** (11.0636)	0.1475	2.0352***
BH 3 ans D	0.0893*** (3.6671)	0.8680*** (7.5096)	0.1484	2.0426***
*** Significativité à 1%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0785*** (5.2980)	1.6717*** (10.3610)	0.1297	1.8916***
BJ 3 ans D	0.0893*** (6.1282)	1.3976*** (10.9329)	0.1441	2.0078***
BH 3 ans D	0.0958*** (4.0196)	0.9107 (7.2061)	0.1521	2.0728***

Tableau 33 : Modèle à un facteur, valeurs suivies par plus de deux analystes

* Significativité à 10%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.1119*** (3.9850)	1.9518*** (9.1704)	0.2202	2.6881***
BJ 3 ans D	0.1271*** (4.6043)	1.5898*** (9.5619)	0.2386	2.8736***
BH 3 ans D	0.1281*** (2.9448)	0.9358*** (6.4754)	0.2138	2.6250***

** Significativité à 5%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.1110*** (3.9485)	1.9519*** (9.1496)	0.2192	2.6785***
BJ 3 ans D	0.1269*** (4.5971)	1.5932*** (9.5737)	0.2392	2.8793***
BH 3 ans D	0.1299*** (3.0849)	0.9332*** (6.3988)	0.2062	2.5527***

*** Significativité à 1%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.1107*** (3.9179)	1.9371*** (8.9902)	0.2117	2.6054***
BJ 3 ans D	0.1287*** (4.6463)	1.5884*** (9.4466)	0.2332	2.8182***
BH 3 ans D	0.1411*** (3.4828)	1.0062*** (6.9391)	0.2370	2.8567***

Tableau 34 : Modèle à un facteur, échantillon des valeurs non suivies

* Significativité à 10%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0663*** (3.9322)	0.9083*** (3.3397)	0.0551	1.3481**
BJ 3 ans D	0.0708*** (4.2840)	0.8264*** (3.7138)	0.0612	1.3894
BH 3 ans D	0.0688*** (4.2706)	0.6093*** (4.7679)	0.0759	1.4905***

** Significativité à 5%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0663*** (3.9272)	0.9264*** (3.3610)	0.0554	1.3504**
BJ 3 ans D	0.0709*** (4.2834)	0.8218*** (3.6434)	0.0600	1.6323**
BH 3 ans D	0.0691*** (4.3395)	0.6746*** (5.8005)	0.0829	1.5402***

*** Significativité à 1%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0675*** (4.0138)	0.9293*** (3.2872)	0.0542	1.3427**
BJ 3 ans D	0.0717*** (4.3342)	0.8217*** (3.5450)	0.0584	1.3702**
BH 3 ans D	0.0735*** (4.2293)	0.5943*** (4.5710)	0.0644	1.4115**

Tableau 35 : Modèle à un facteur, échantillon des valeurs avec bêtas significatifs à 10%

* Significativité à 10%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0960*** (2.7323)	1.5907*** (4.3850)	0.2150	2.6376***
BJ 3 ans D	0.1086*** (3.1188)	1.2983*** (4.4837)	0.2242	2.7280***
BH 3 ans D	0.1049*** (2.9859)	0.8333*** (5.3778)	0.2178	2.6651***

** Significativité à 5%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0951*** (2.6944)	1.5920*** (4.3964)	0.2148	2.6361***
BJ 3 ans D	0.1084*** (3.1093)	1.2986*** (4.4824)	0.2241	2.7270***
BH 3 ans D	0.1056*** (3.0455)	0.8293*** (5.1502)	0.2128	2.6162***

*** Significativité à 1%				
	Constante	Coefficient	R2 ajusté	F
BJ 3 ans	0.0951*** (2.6839)	1.5933*** (4.3901)	0.2135	2.6231***
BJ 3 ans D	0.1115*** (3.2283)	1.2990*** (4.4313)	0.2219	2.7056***
BH 3 ans D	0.1116*** (3.2047)	0.8845*** (5.3626)	0.2334	2.8204***

Ces tableaux font ressortir les points suivants :

- aucune méthodologie de calcul de bêtas ne permet d'obtenir d'écart significatif en sa faveur, que ce soit en termes de coefficient R² et de qualité de la régression (F statistique) ;
- le bêta de marché explique moins de 15% de la variance des rentabilités des titres en données de panel (échantillon général) ;
- le suivi des valeurs par les analystes financiers augmente significativement le pouvoir explicatif du bêta historique ;
- inversement, lorsqu'un titre n'est pas suivi par plus de deux analystes sell-side, ses mouvements sont décorrélés de ceux de l'indice SBF 250.

Plusieurs explications peuvent dès lors être avancées :

- les titres non suivis par les analystes, sont des titres « marginaux » et recèlent un risque spécifique plus élevé. La présence dans cet échantillon d'un nombre supérieur de sociétés en pertes semble valider cette hypothèse ;
- il existe des facteurs de risques communs aux petites capitalisations boursières non pris en compte par le SBF 250 ;
- le suivi par des analystes réduit l'asymétrie d'information et le délai d'ajustement du prix des actions aux facteurs macro-économiques, augmentant leur corrélation aux mouvements du marché ;
- l'estimateur du vrai bêta est fortement biaisé dans le cas des petites capitalisations boursières en raison en particulier, de la rareté d'information et de leur délai d'ajustement.

Les résultats des modèles multi-factoriels de type Sharpe et Rosenberg sont présentés dans les tableaux suivants.

5.1.1. Modèle type Sharpe sans prise en compte du bêta

Tableau 36 : Résultats modèle de type Sharpe sans prise en compte du bêta

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs avec ensemble des bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.1269** (2.0259)	0.1269** (2.0259)	-0.0235 (-0.4883)	0.0311 (0.7732)	0.0311 (0.7732)	0.0482 (1.1509)	0.0714 (1.2047)	0.0564 (1.0189)	0.0660 (1.1798)	0.0731 (0.9264)	0.0163 (0.2111)	0.0199 (0.2072)
AMIH	0.0535 (1.4094)	0.0535 (1.4094)								0.0927** (2.0955)		
LIQU	0.0159 (0.3945)	0.0159 (0.3945)								0.0424*** (3.5159)		
RDT(-1)	-0.2660*** (-5.4380)	-0.2660*** (-5.4380)		-0.1504*** (-4.4448)	-0.1504*** (-4.4448)	-0.1379*** (-3.7948)				-0.1310*** (-3.1847)		
RF				-0.2147* (-1.8514)	-0.2147* (-1.8514)							
CE	0.2137 (1.1014)	0.2137 (1.1014)										
RE							0.0620*** (3.1687)	0.0638*** (3.2774)	0.0653*** (3.3318)			
GEA	-0.1252*** (-3.7047)	-0.1252*** (-3.7047)		-0.2505** (-2.5027)	-0.2505** (-2.5027)							
KD	0.0614** (2.1635)	0.0614** (2.1635)					0.0409*** (3.3393)	0.0423*** (3.5929)	0.0411*** (3.4538)			
LOGCAP												
CAPMED	-0.1566** (-1.8603)	-0.1566** (-1.8603)	-0.0402 (-1.2973)	-0.0763*** (-2.3854)	-0.0763*** (-2.3854)	-0.0774** (-2.1435)						
ICOV				0.0867*** (2.3660)	0.0867*** (2.3660)		-0.0300** (-2.2711)	-0.0307** (-2.1329)				
PAN	0.4120*** (6.3005)	0.4120*** (6.3005)	0.1868*** (5.7134)	0.2378*** (5.5378)	0.2378*** (5.5378)	0.2179*** (4.4181)	0.1366*** (3.4951)	0.1338*** (3.5873)	0.1331*** (3.6271)	0.1287*** (6.96829)	0.1244*** (7.0015)	0.1302*** (8.7426)
DETCAP	0.0304	0.0304		0.1935***	0.1935***	0.1807***						

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs avec ensemble des bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
PERT	(1.0123) 0.0091	(1.0123) 0.0091	0.1515*** (2.8877)	(4.3141)	(4.3141)	(3.3896)	0.0530 (0.8400)	0.0726 (1.2689)	0.0602 (1.0363)	0.1154 (1.4880)	0.1541** (1.9732)	0.1400 (1.6397)
YIEL	0.1372*** (3.7069)	0.1372*** (3.7069)	0.0449 (1.4928)				0.0458 (1.2683)			0.0829*** (3.0976)	0.0789*** (2.9355)	
VARCF1				-1.6960* (-1.7058)	-1.6960* (-1.7058)	-1.2563 (-1.1883)				0.9347 (1.6143)	0.9779* (1.6725)	1.0757* (1.9310)
VARCF2												
VARB1				0.7624*** (3.1570)	0.7624*** (3.1570)	0.6752*** (2.6967)						
VARB2				0.4716*** (3.4968)	0.4716*** (3.4968)	0.3342*** (4.6616)						
EFFETS FIXES												
PERIOD												
CROSS SECTION												
F	3.3884***	3.3884***	26.5106***	17.8807***	17.8807***	20.4113***	11.0662***	11.1727***	11.8349***	13.5968***	14.3020***	16.8682***
R2 ajusté	0.3617	0.3617	0.2393	0.5190	0.5190	0.4937	0.1954	0.1821	0.1759	0.3832	0.3726	0.3030
N	490	490	731	220	220	220	457	458	458	224	225	293

5.1.2. Modèle type Sharpe, avec prise en compte du bêta

Tableau 37 : Résultats modèle de type Sharpe avec bêta journalier à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par deux analystes ou plus			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.1006** (2.0351)	0.1036* (1.7815)	0.0008 (0.0190)	0.0969** (2.1541)	0.0972** (2.1575)	0.0742 (1.6524)	0.0409 (0.7687)	0.0501 (0.9783)	0.0717** (2.3876)	-0.1017 (-1.1570)	-0.1013 (-1.1510)	-0.2089*** (-3.4750)
RDT(-1)	-0.2816*** (-6.3794)	-0.2435*** (-5.3148)	-0.1238*** (-3.1569)	-0.2109*** (-5.4324)	-0.2107*** (-5.3909)	-0.2044*** (-5.1957)				-0.3552*** (-5.3403)	-0.3543*** (-5.3318)	
RF				-0.1986** (-2.0227)	-0.1995** (-2.0332)					-0.0103 (-0.8986)	-0.0096 (-0.8395)	0.0095 (0.6668)
CE	0.1929 (1.0523)											
RE	0.0906*** (3.1430)	0.0898*** (2.6628)	0.0670*** (2.9021)				0.0619*** (3.0408)	0.0626*** (3.0748)				
GEA	-0.1177*** (-3.7154)			-0.1972** (-2.0856)	-0.2013** (-2.1542)							
KD	0.0585** (2.2320)	0.0571** (2.2144)					0.0438*** (3.6010)	0.0437*** (3.5172)	0.7503* (1.6711)			
LOGCAP										0.5819*** (5.0570)	0.5806*** (5.0429)	0.5385*** (4.6334)
CAPMED	-0.1481** (-1.9893)	-0.0754 (-1.0273)		-0.0624*** (-2.7000)	-0.0622*** (-2.6809)							
ICOV				0.0474 (1.4769)	0.0476 (1.4753)		-0.0319* (-1.8147)					
PAN	0.3574*** (5.5234)	0.2454*** (3.6858)	0.1175*** (4.5058)	0.2029*** (6.0424)	0.2028*** (6.0257)	0.1237*** (4.5123)	0.1335*** (3.5706)	0.1326*** (3.5880)	0.1754*** (3.1687)	0.1219** (2.1326)	0.1221** (2.1360)	
DETCAP	0.0268 (1.3486)			0.1745*** (4.1723)	0.1741*** (4.1261)	0.1806*** (3.2719)						
PERT	0.0227 (0.3923)	0.0132 (0.1957)	0.1161** (2.3344)				0.0706 (1.3659)	0.0637 (1.1809)	0.0452 (1.3574)	-0.1187 (-1.4753)	-0.1189 (-1.4777)	
YIEL	0.1110***									0.1120**	0.1121**	

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par deux analystes ou plus			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
VARCF1	(4.1447)									(2.3102)	(2.3085)	
VARCF2				0.3679 (0.3400)	0.3844 (0.3545)	0.0319 (0.0302)					0.5701 (1.3100)	0.5692 (1.3064)
VARB1				0.4313*** (3.7583)	0.4267*** (3.7044)	0.4004*** (3.3945)						
VARB2				0.4333***	0.4352***	0.3766***						
BJ3	1.0348*** (3.4634)	1.2064*** (3.7496)	1.2818*** (3.7763)	1.3190*** (5.5394)	1.3075*** (5.5487)	1.3371*** (5.1662)	0.7121 (0.9079)	0.8027 (0.9984)	0.7503* (1.6711)	1.1101*** (2.9513)	1.1002*** (2.9577)	1.1858*** (3.0400)
EFFETS FIXES												
CROSS SECTION												
PERIOD												
F	3.8588	3.3845***	30.5934***	19.9156***	19.9361***	22.2728***	10.5606***	11.3419***	1.8786***	4.6866***	4.6846***	3.3154***
R2 ajusté	0.3960	0.3502	0.3067	0.5644	0.5546	0.5382	0.1911	0.1886	0.1379	0.4755	0.4753	0.3075
N	594	594	603	220	220	220	446	446	446	245	245	293

Tableau 38 : Résultats modèle de type Sharpe, bêta journalier Dimson à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par deux analystes ou plus			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.1017** (2.0712)	0.1166** (2.0822)	0.0121 (0.2795)	0.1034** (2.2839)	0.1031** (2.2857)	0.0947** (2.3605)	0.1405*** (4.4474)	0.0544 (1.0453)	0.0757** (2.5024)	-0.1084 (-1.2788)	-0.1076 (-1.2678)	-0.1840*** (-3.1322)
RDT(-1)	-0.2845*** (-6.4609)	-0.2467*** (-5.3133)	-0.1240*** (-3.2144)	-0.2152*** (-5.4493)	-0.2162*** (-5.5056)	-0.2120*** (-4.8732)	-0.2825*** (-7.7732)			-0.3582*** (-5.4006)	-0.3581*** (-5.3992)	
RF				-0.2023** (-1.9887)	-0.2020** (-1.9764)							
CE	0.1993 (1.0803)						0.2533** (2.3366°)					
RE	0.0920*** (3.1947)	0.0905*** (2.6916)	0.0690*** (2.9903)				0.0928*** (2.8936)	0.0632*** (3.1473)				
GEA	-0.1162*** (-3.5649)			-0.2155** (-2.2373)	-0.2154** (-2.2400)		-0.1003** (-2.3311)					
KD	0.0598** (2.4071)	0.0601** (2.5059)					0.0804*** (3.7814)	0.0443*** (3.6559)	0.0606** (2.0599)			
LOGCAP										0.6081*** (5.8527)	0.6077*** (5.8430)	0.5104*** (4.4500)
CAPMED	-0.1463** (-1.9945)	-0.0735 (-0.9976)		-0.0623*** (-2.6242)	-0.0620*** (-2.6071)							
ICOV				0.0497 (1.4956)	0.0504 (1.5198)		-0.0231** (-2.5185)					
PAN	0.3492*** (5.4093)	0.2419*** (3.4570)	0.1156*** (4.3386)	0.2041*** (5.8615)	0.2039*** (5.8568)	0.1257*** (4.3311)	0.3244*** (3.2236)	0.1296*** (3.3752)	0.1708*** (2.9494)	0.1092* (1.9575)	0.1094* (1.9613)	
DETCAP	0.0230 (1.1406)			0.1756*** (3.9926)	0.1754*** (3.9638)	0.1731*** (2.8339)						
PERT	0.0244 (0.4229)	0.0024 (0.0367)	0.1082** (2.1912)				0.0449 (1.5362)	0.0628 (1.1482)	0.0442 (1.2960)	-0.1216 (-1.5326)	-0.1223 (-1.5408)	
YIEL	0.1055***									0.1007**	0.1007**	

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par deux analystes ou plus			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
VARCF1	(3.9240)									(2.0396)	(2.0412)	
										0.6007	0.6005	
										(1.3552)	(1.3535)	
VARCF2				0.3728	0.3543	0.3746						
				(0.3450)	(0.3295)	(0.4170)						
VARB1				0.3904***	0.3880***	0.3441***						
				(3.5166)	(3.5141)	(2.9789)						
VARB2				0.4187***	0.4195**	0.3076***						
				(3.9926)	(2.5209)	(2.9869)						
BJ3D	0.9378***	1.0605***	1.0792***	1.1158***	1.1026***	1.1667***	0.6682*	0.6811	0.6068	0.9941***	0.9892***	0.9703***
	(4.0380)	(4.3524)	(4.3090)	(5.9002)	(5.9808)	(5.7049)	(1.9130)	(1.1501)	(1.4313)	(3.1800)	(3.1916)	(2.9987)
EFFETS FIXES												
CROSS SECTION												
PERIOD												
F	3.9862***	3.4935***	31.2969***	20.1782***	20.1631***	24.1837***	2.8416***	11.4063***	1.8682***	4.8379***	4.8388***	3.3301***
R2 ajusté	0.4065	0.3587	0.3117	0.5678	0.5676	0.5380	0.2975	0.1895	0.1365	0.4813	0.4814	0.3043
N	594	594	603	220	220	220	375	446	446	245	245	294

Tableau 39 : Résultats modèle de type Sharpe, bêta hebdomadaire Dimson à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.1062** (2.1945)	0.1180** (1.9743)	0.0160 (0.3552)	0.1051** (2.1734)	0.0970* (1.9499)	0.0970*** (3.3664)	0.0576 (1.0479)	0.0583 (1.0571)	0.0110 (0.1924)	0.0122 (0.1208)	-0.0709 (-0.7500)	-0.0462 (-0.5337)
AMIH										0.1586* (1.8293)		
LIQU										0.0577*** (2.6629)	0.0584*** (2.6610)	
RDT(-1)	-0.2790*** (-6.4752)	-0.2406*** (-5.2135)	-0.1205*** (-2.6667)	-0.2292*** (-5.3989)	-0.2059*** (-5.0889)	-0.2210*** (-4.6890)				-0.3706*** (-5.5027)	-0.3772*** (-5.6118)	-0.3883*** (-3.7092)
RF				-0.1716* (-1.6776)								
CE	0.2146 (1.1064)											
RE	0.0898*** (3.4043)	0.0868*** (2.7063)	0.0735*** (3.0617)				0.0651*** (3.4677)	0.0644*** (3.4818)				
GEA	-0.1092*** (-3.4808)			-0.2120** (-2.4139)								
KD	0.0556** (2.4008)	0.0529** (2.2880)					0.0447*** (3.6303)	0.0439*** (3.5227)	0.0426*** (3.5182)			
LOGCAP										0.5246*** (4.5992)		0.5428*** (4.4202)
CAPMED	-0.1455** (-2.0575)	-0.0786 (-1.1313)		-0.0570** (-2.3590)	-0.0572** (-2.1013)							
ICOV				0.0561* (1.6547)	0.0460 (1.4768)	0.0509** (2.3331)						
PAN	0.3458*** (5.5663)	0.2455*** (3.8885)	0.1121*** (4.4894)	0.1988*** (5.6641)	0.1811*** (4.7199)	0.1237*** (3.0051)	0.1345*** (3.7143)	0.1327*** (3.6036)	0.1528*** (3.9137)	0.1466*** (2.7163)	0.1396*** (2.6346)	0.1297** (2.2477)
DETCAP	0.0247 (1.2320)			0.1847*** (4.3913)	0.1894*** (4.1152)	0.1919*** (3.5690)						
PERT	0.0180 (0.3143)	0.0014 (0.0196)	0.1106** (2.1365)				0.0557 (0.9465)	0.0562 (0.9529)	0.1240** (2.0791)	-0.1578* (-1.8049)	-0.1476* (-1.6834)	-0.1470** (-2.2977)

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
YIEL										0.1088**	0.1056*	0.0969***
										(2.0286)	(1.9546)	(2.6508)
VARCF1										0.7370	0.7437	0.5660
										(1.2930)	(1.2896)	(0.8766)
VARCF2				0.4452	0.1511	0.1309						
				(0.3791)	(0.1277)	(0.1556)						
VARB1				0.4186***	0.4203***	0.3957***						
				(4.0105)	(3.6917)	(3.6693)						
VARB2				0.4032**	0.3406**	0.3542***						
				(2.2339)	(2.2450)	(2.7433)						
BH3D	0.7280***	0.7777***	0.7930***	0.8097***	0.7610***	0.8045***	0.5833***	0.5961***	0.4714*	0.6514***	0.6098***	0.6772***
	(5.8098)	(6.0608)	(6.6125)	(6.0655)	(5.3776)	(6.0593)	(2.6643)	(2.7093)	(1.7594)	(3.5528)	(3.2738)	(3.9248)
EFFETS FIXES												
CROSS SECTION												
PERIOD												
F	4.3055***	3.7589***	34.3506***	20.9011***	22.5423***	24.3812***	12.1584***	12.2540***	10.1030***	4.9800***	4.9521***	4.9842***
R2 ajusté	0.4312	0.3840	0.3327	0.5768	0.5612	0.5616	0.2005	0.2019	0.1555	0.5043	0.4970	0.4732
N	594	594	603	220	220	220	446	446	446	224	225	245

5.1.3. Modèle type Rosenberg

Tableau 40 : Modèle de type Rosenberg, avec bêta journalier à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.0328 (0.5032)	0.1282** (2.5400)	0.0979** (2.0618)	-0.3813*** (-4.7586)	-0.4105*** (-5.0482)	-0.3846*** (-5.0667)	0.1274*** (4.5190)			-0.0929 (-1.0648)	0.0473* (1.7545)	-0.2470*** (-3.5805)
AMIH										<u>-0.2929***</u> (-2.6352)	<u>-0.3030</u> (-1.6188)	
LIQU	<u>0.1433**</u> (1.9797)						<u>0.2367***</u> (4.7789)	<u>0.2607</u> (1.5275)	<u>0.3004</u> (1.6410)	0.1481 (1.4922)	0.0469*** (3.5800)	
RDT(-1)	<u>-0.1941</u> (-1.5775)									-0.4158*** (-5.7305)	-0.2019*** (-3.6302)	-0.3627*** (-4.9545)
RF	-0.1316*** (-3.5707)	-0.3707*** (-8.5319)	-0.3559*** (-7.5164)	-0.3608*** (-5.8856)	-0.3790*** (-5.9764)	-0.3828*** (-5.9313)	-0.2980*** (-3.6417)				0.2118*** (4.0380)	0.0068 (0.5163)
CE	<u>0.2026***</u> (2.7455)	<u>0.2066**</u> (2.0830)					<u>0.2426**</u> (2.1650)			<u>0.5601*</u> (1.8495)		
RE	0.0654 (1.3093)	0.0515 (1.5215)	0.0638* (1.6897)	-0.3400** (-2.2859)			0.2605*** (4.3858)			0.1061*** (3.1809)		
GEA	<u>-0.0856</u> (-1.3834)	<u>-0.0422</u> (-0.4123)					-0.0975*** (-5.9888)			<u>-0.2321***</u> (-3.0286)		
KD	<u>0.04534</u> (0.7665)	<u>0.03001</u> (0.5803)					<u>-0.1655***</u> (-2.6963)	<u>-0.0656</u> (-0.9214)	0.0440 (1.5957)			
LOGCAP		0.7564***	0.8030***	0.5990***	0.6264***	0.6343***	<u>0.2284</u>			0.6461***	0.0824***	0.6642***

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
CAPMED	<u>-0.3338***</u> (-2.9745)	(8.7177)	(9.7989)	(5.9036)	(6.2184)	(6.2107)	(1.4102)			(6.3331)	(2.9252)	(5.7342)
		-0.1755*** (-3.5738)	-0.1864*** (-3.3281)	<u>-0.1788*</u> (-1.7900)	<u>-0.2116**</u> (-2.0460)	<u>-0.2341**</u> (-2.1898)	<u>-0.7622***</u> (-3.3412)			<u>-0.2052*</u> (-1.7294)		
ICOV				0.0618* (1.7988)								
PAN	<u>0.4385***</u> (4.6092)	<u>0.4720***</u> (6.4457)	<u>0.1530***</u> (5.3699)	<u>0.5094***</u> (5.1018)	<u>0.5712***</u> (5.8684)	<u>0.6044***</u> (6.0402)	0.3331*** (4.5478)	0.1554*** (3.3427)	0.1509*** (3.3975)	<u>0.5911***</u> (4.6838)	<u>0.3020***</u> (5.9777)	<u>0.3156***</u> (3.7713)
	0.1135*** (3.0616)	0.1738*** (3.6956)	0.1530*** (3.7639)									
DETCAF	<u>0.1208</u> (0.6415)			<u>0.3175***</u> (3.4170)	<u>0.3595**</u> (2.0578)	<u>0.3242*</u> (1.7767)						
				0.0971*** (2.9501)								
PERT	0.0762 (1.0791)	-0.0426 (-0.7387)	-0.0000** (-0.0008)				<u>-0.0466</u> (-1.0711)		0.1319*** (7.0014)	-0.1513* (-1.8226)		
							0.0563* (1.7267)	0.1286*** (6.3373)				
YIEL	0.0423* (1.7776)	0.0839** (2.3835)								0.0632 (1.5123)		0.1306** (2.0111)
VARCF1				-1.2789 (-1.3677)	-0.8631 (-1.0274)					<u>2.5141*</u> (1.7866)	<u>3.7627**</u> (2.1743)	
VARCF2												
VARB1				0.5208** (2.5892)	0.4355** (2.5366)	0.3136** (3.0505)						
VARB2	<u>0.1769**</u> (2.3964)	<u>0.0728*</u> (1.6985)		0.2342*** (3.1136)	0.2370*** (3.1445)	0.2521*** (3.3827)				0.0758* (1.7264)	0.0767* (1.8739)	
VARB2	0.0483* (1.8891)											

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
BJ3	<u>1.3639***</u> (3.4415)	<u>1.0315***</u> (3.3154)	<u>0.8933***</u> (2.7537)	<u>1.0843***</u> (3.1537)	<u>1.2457***</u> (3.6194)	<u>1.1550***</u> (3.3690)	<u>0.4859**</u> (2.5325)	<u>0.5802</u> (1.3237)		<u>0.5980</u> (1.5074)	<u>0.7307**</u> (2.3240)	<u>0.8511**</u> (2.3806)
PAYO	<u>-0.1119</u> (-1.3496)									<u>-0.2314**</u> (-2.0630)	<u>-0.3330***</u> (-3.6325)	<u>-0.1079</u> (-1.2092)
GOCE	0.0346* (1.8616)						0.0280 (0.4985)					
INTECAP				<u>-0.2557**</u> (-2.2280)	<u>-0.1996*</u> (-1.7885)							
EFFETS FIXES CROSS SECTION PERIOD												
F	14.1486***	5.5215***	4.9651***	7.5424***	7.4382***	7.5131***	2.7916***			5.2941***	14.8968***	4.9781***
R2 ajusté	0.3741	0.5157	0.4688	0.6429	0.6273	0.6206	0.3144	0.1817	0.1720	0.5493	0.4671	0.4903
N	485	587	603	219	219	220	294	355	361	223	223	293

Les coefficients soulignés interviennent en tant que descripteurs du bêta. Les autres coefficients sont liés aux facteurs communs de risque non intégrés dans l'indice de marché.

Tableau 41 : Résultat modèle de type Rosenberg avec bêta journalier Dimson à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs			
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	
C	0.1580*** (2.6959)	0.1353*** (2.6854)	0.0126 (0.2816)	-0.3338*** (-2.9212)	-0.3992*** (-4.8306)	0.0672* (1.8325)	0.1313*** (4.5382)			-0.0754 (-0.8200)	-0.2758*** (-4.6845)	-0.1981** (-2.0290)	
AMIH										<u>-0.3159***</u> (-2.8892)	<u>-0.2643**</u> (-2.2051)		
LIQU	<u>0.0819</u> (0.4027)			0.9271*** (2.8553)			<u>0.2254***</u> (5.0783)	<u>0.2607</u> (1.5084)	<u>0.2625</u> (1.5305)	0.1496 (1.5164)	0.0546*** (2.7302)		
RDT(-1)	<u>0.0714</u> (0.3982)			<u>0.0764</u> (0.3549)						-0.4203*** (-5.9121)	-0.4372*** (-5.8564)	-0.3883*** (-5.6185)	
RF	-0.2474*** (-5.4527)	-0.3695*** (-8.5163)	-0.1112*** (-2.6033)	-0.3817*** (-7.2725)	-0.3851*** (-6.0601)	-0.1471*** (-3.0473)	-0.2931*** (-3.4162)				0.0274 (0.3942)	0.01375 (1.0936)	
CE	<u>0.1690*</u> (1.6503)	<u>0.2024**</u> (2.0950)					<u>0.2478**</u> (2.2210)			<u>0.5917*</u> (1.8321)			
RE	0.0672 (1.0464)	0.0535 (1.5833)	0.0643*** (3.1786)	-0.3816** (-2.2980)			0.2510*** (4.4768)			0.1082*** (3.3619)			
GEA	<u>0.0209</u> (0.1851)	<u>-0.0247</u> (-0.2421)					-0.0977*** (-5.9033)			<u>-0.2203***</u> (-2.9943)			
KD	<u>0.0133</u> (0.2408)	<u>0.0320</u> (0.6249)					<u>-0.1533***</u> (-2.7181)	<u>-0.0597</u> (-0.8392)					
LOGCAP		0.7409***R148 (8.8348)		0.7672*** (6.5449)	0.6253*** (6.1127)	0.6343*** (6.2107)	<u>0.2422</u> (1.5874)	0.1119*** (3.8656)	0.0533** (2.3177)	0.0450 (1.6448)	0.6369*** (6.4486)	0.6950*** (6.9363)	0.7366*** (7.3129)
CAPMED	<u>-0.3707**</u>	<u>-0.2304***</u>	<u>-0.2246</u>	<u>-0.1623*</u>	<u>-0.2266**</u>	<u>-0.2780***</u>	<u>-0.8424***</u>			<u>-0.2185*</u>			

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs			
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	
ICOV	<u>(-2.5111)</u>	<u>(-2.9438)</u>	<u>(-2.3927)</u>	<u>(-1.8765)</u>	<u>(-2.2587)</u>	<u>(-3.2037)</u>	<u>(-4.0729)</u>				<u>(-1.8127)</u>		
		-0.1721***	-0.0390										
		<u>(-3.6051)</u>	<u>(-1.3822)</u>										
PAN	<u>0.4325***</u>	<u>0.4683***</u>	<u>0.3104***</u>	<u>0.7526***</u>	<u>0.5945***</u>	<u>0.6685***</u>	<u>0.3265***</u>	<u>0.1472***</u>	<u>0.1509***</u>	<u>0.5754***</u>	<u>0.3337***</u>	<u>0.3085***</u>	
	<u>(3.7633)</u>	<u>(6.4821)</u>	<u>(3.2376)</u>	<u>(5.5483)</u>	<u>(6.1950)</u>	<u>(6.8899)</u>	<u>(4.4724)</u>	<u>(3.2053)</u>	<u>(3.3975)</u>	<u>(4.6651)</u>	<u>(5.0676)</u>	<u>(3.8486)</u>	
	0.1863***	0.1695***	0.1384***										
DETCAF	<u>(3.4672)</u>	<u>(3.6021)</u>	<u>(3.6572)</u>										
	<u>0.0690</u>			<u>0.2844***</u>	<u>0.3299*</u>	<u>0.4353**</u>							
	<u>(0.4320)</u>			<u>(2.7240)</u>	<u>(1.7941)</u>	<u>(2.2132)</u>							
				0.0727**									
				<u>(2.2555)</u>									
PERT	-0.4915	-0.0453	0.1126**	-0.1194			<u>-0.0947***</u>		0.1319***	-0.1455*		-0.0751	
	<u>(-0.7304)</u>	<u>(-0.7877)</u>	<u>(2.2928)</u>	<u>(-1.2220)</u>			<u>(-3.2022)</u>		<u>(7.0014)</u>	<u>(-1.8321)</u>		<u>(-0.8966)</u>	
							0.0516	0.1288***					
							<u>(1.4636)</u>	<u>(6.6476)</u>					
YIEL	0.1359**	0.0808**											
	<u>(2.9138)</u>	<u>(2.2690)</u>											
VARCF1					-0.8677	-0.5629				<u>2.0585</u>	<u>4.2949**</u>		
					<u>(-1.0506)</u>	<u>(-0.6509)</u>				<u>(1.6082)</u>	<u>(2.6103)</u>		
										0.3576		0.7941	
VARCF2										<u>(0.7538)</u>		<u>(1.3710)</u>	
VARB1				0.3031**	0.4015**	0.4242**							
				<u>(2.0739)</u>	<u>(2.4002)</u>	<u>(2.5705)</u>							
VARB2	<u>0.11617*</u>	<u>0.0746*</u>		0.2693**	0.2194***	0.3057***				0.0981**	0.0935**		
	<u>(1.8078)</u>	<u>(1.7871)</u>		<u>(2.5957)</u>	<u>(2.8318)</u>	<u>(4.0242)</u>				<u>(2.3618)</u>	<u>(2.3451)</u>		
	0.0282												
	<u>(0.8875)</u>												
BJ3	<u>1.1647***</u>	<u>0.9475***</u>	<u>1.1141***</u>	<u>0.7526**</u>	<u>1.0321***</u>	<u>1.0251***</u>	<u>0.6206**</u>	<u>0.5378</u>	<u>0.5010</u>	<u>0.6467**</u>	<u>0.6702**</u>	<u>0.7655***</u>	

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
PAYO	(4.0239)	(4.1122)	(4.1976)	(2.5862)	(3.7804)	(6.2495)	(2.4309)	(1.5134)	(1.4346)	(2.0725)	(2.4818)	(2.6683)
	<u>-0.0733</u>									<u>-0.2261*</u>	<u>-0.1641*</u>	<u>-0.0868</u>
	(-0.9814)									(-1.9729)	(-1.8582)	(-0.8606)
GOCE	0.0427						0.0323					
	(1.1962)						(0.5396)					
INTECAP				<u>-0.2323*</u>								
				(-1.8335)								
EFFETS FIXES												
CROSS SECTION												
PERIOD												
F	3.8036***	5.7247***	26.7873***	8.2097***	7.6155	23.4602	2.8667***			5.3622***	5.4484***	4.8452***
R2 ajusté	0.4141	0.5267	0.3318	0.6749	0.6285	0.5517	0.3233	0.1837	0.1808	0.5532	0.5375	0.4860
N	485	587	603	199	220	220	294	355	355	223	223	293

Les coefficients soulignés interviennent en tant que descripteurs du bêta. Les autres coefficients sont liés aux facteurs communs de risque non intégrés dans l'indice de marché.

Tableau 42 : Résultats modèle de type Rosenberg avec bêta hebdomadaire Dimson à 3 ans

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
C	0.0985 (1.4990)	0.1001 (1.5466)	0.0773 (1.2393)	-0.4229*** (-4.8576)	-0.3946*** (-4.9236)	0.0832** (2.3036)				-0.2647*** (-3.2189)	-0.1603** (-2.1339)	-0.2735*** (-3.6016)
AMIH	0.0142 (0.5224)						0.0238* (1.8740)					
LIQU	<u>0.3128</u> (1.5712)	<u>0.3098</u> (1.6368)	<u>0.3154</u> (1.5226)	<u>0.5845</u> (0.6951)			<u>0.2093</u> (1.1930)	<u>1.2769**</u> (2.1137)	<u>0.2686***</u> (4.5488)	<u>0.3018***</u> (3.0965)		<u>0.0590***</u> (3.1368)
				0.9200** (3.0722)				-0.2378* (-1.6772)				
RDT(-1)	-0.3674*** (-8.0322)	-0.3751*** (-7.6803)	-0.3683*** (-7.7050)	<u>0.0722</u> (0.3392)	<u>0.0512</u> (0.2377)		-0.1541** (-2.3871)			-0.4509*** (-6.1483)	-0.4119*** (-5.9507)	-0.4541*** (-6.3959)
				-0.3743*** (-7.1442)	-0.3709*** (-6.2592)	-0.1542*** (-3.1197)						
RF										0.0112 (1.0410)		0.0179 (1.6196)
CE				-0.4796*** (-2.9060)	-0.3119** (-2.0558)		0.0586** (2.1202)					
RE											0.0957*** (3.2914)	
GEA							-0.0775*** (-3.1553)			<u>-0.1264*</u> (-1.7943)	<u>-0.1366***</u> (-2.7565)	
KD	<u>0.0190</u> (0.3734)						<u>-0.0564</u> (-0.8409)	<u>-0.0665</u> (-1.0148)				
							0.0751*** (3.4741)	0.0583*** (2.6276)	0.0452*** (3.0266)			
LOGCAP	0.8256*** (8.3714)	0.8089*** (8.9158)	0.8007*** (9.0414)	0.7286*** (6.6321)	0.6102*** (5.9400)					0.7902*** (7.8929)	0.7038*** (7.7842)	0.8140*** (7.9389)
CAPMED	-0.1810*** (-3.2960)	-0.1858*** (-3.2908)	-0.1859*** (-3.3242)	<u>-0.1361*</u> (-1.6981)	<u>-0.1463</u> (-1.6179)	<u>-0.2287***</u> (-2.9261)						

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
ICOV				0.0484 (1.6223)	0.0705* (1.8948)							
PAN	<u>0.3385***</u> (5.8079)	<u>0.3469***</u> (6.5046)	<u>0.3346***</u> (6.1146)	<u>0.5499***</u> (5.3322)	<u>0.5211***</u> (5.1718)	<u>0.6327***</u> (6.5735)	0.2543*** (4.0259)	0.1639*** (3.6147)	0.1519*** (6.3273)	<u>0.3492***</u> (4.6188)	<u>0.3771***</u> (5.3637)	<u>0.3175***</u> (4.2047)
	0.1459*** (4.5089)	0.1605*** (4.5586)	0.1591*** (4.5431)									
DETCAF	<u>0.0647</u> (0.4278)			<u>0.2845***</u> (2.9004)	<u>0.2636***</u> (2.6751)	<u>0.4166*</u> (1.9000)						
				0.0918*** (2.8648)	0.1202*** (3.3210)							
PERT	-0.0603 (-0.8663)	-0.0662 (-0.9561)	-0.0298 (-0.4411)				0.1669*** (6.0877)	0.1073*** (4.4951)	0.1306*** (6.7199)	-0.0664 (-0.8435)	-0.1552* (-1.8302)	-0.0687 (-0.8867)
YIEL	0.1070** (2.0648)	0.1086** (2.0909)	0.0653 (1.3120)				<u>0.2095*</u> (1.8449)				0.0976** (1.9791)	
VARCF1				-0.6762 (-0.8676)	-1.6620* (-1.7080)	-0.4591 (-0.5398)				<u>3.6912***</u> (2.7393)	<u>3.8656**</u> (2.2616)	<u>4.7295***</u> (2.9032)
										0.1562 (0.3217)		
VARCF2												
VARB1				0.3932** (2.0540)	0.5807*** (2.8743)	0.4492*** (2.6568)						
VARB2	<u>0.1112***</u> (2.5082)	<u>0.0907*</u> (1.6540)		0.2230*** (2.8574)	0.2222*** (2.6449)	0.3119*** (4.1275)					0.0514 (1.3254)	
BH3D	<u>0.5034***</u> (4.3397)	<u>0.5007***</u> (4.4867)	<u>0.4959***</u> (4.3046)	<u>0.4517***</u> (2.4341)	<u>0.5259***</u> (3.3178)	<u>0.6737***</u> (6.2265)	<u>0.6816***</u> (3.6748)	<u>0.6420***</u> (3.3517)	<u>0.5082***</u> (2.8987)	<u>0.4843***</u> (2.6962)	<u>0.4494***</u> (2.6854)	<u>0.5150***</u> (3.3142)
PAYO	<u>-0.0504</u> (-0.9169)						<u>-0.0583</u> (-0.8377)			<u>-0.1465</u> (-1.5700)	<u>-0.1277</u> (-1.4129)	
GOCE	<u>0.0969</u> (1.4996)											
	0.0456 (1.2827)											

Variables Indépendantes	Echantillon complet			Valeurs suivies par plus de deux analystes			Valeurs non suivies			Valeurs bêtas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
GODET							<u>0.1226*</u>					
INTECAP				<u>-0.2505*</u>			(1.7500)					
EFFETS FIXES												
CROSS SECTION												
PERIOD												
F	5.4179***	5.6314***	5.3919***	8.0506***	7.4328***	23.8239***	***	***	***	5.4779***	5.5451***	5.6889***
R2 ajusté	0.5227	0.5188	0.5010	0.6775	0.6380	0.5557	0.2892	0.2263	0.1900	0.5412	0.5409	0.5396
N	481	495	504	199	220	220	289	355	355	225	244	225

Les coefficients soulignés interviennent en tant que descripteurs du bêta. Les autres coefficients sont liés aux facteurs communs de risque non intégrés dans l'indice de marché.

5.1.4. Synthèse des résultats

5.1.4.1 Sur la performance comparée des modèles

Tableau 43 : Synthèse des résultats des régressions par modèle

Variables	Echantillon complet			Echantillon des valeurs suivies			Echantillon des valeurs non suivies			Valeurs avec ensemble des bétas significatifs		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
Modèle sans bêta												
F statistique	3.3884***	3.3884***	26.5106***	17.8807***	17.8807***	20.4113***	11.0662***	11.1727***	11;8349***	13.5968***	14.3020***	16.8682***
R2 ajusté	0.3617	0.3617	0.2393	0.5190	0.5190	0.4937	0.1954	0.1821	0.1759	0.3832	0.3726	0.3030
Modèle Sharpe avec bêta journalier 3 ans												
F statistique	3.8588	3.3845***	30.5934***	19.9156***	19.9361***	22.2728***	10.5606***	11.3419***	1.8786***	4.6866***	4.6846***	3.3154***
R2 ajusté	0.3960	0.3502	0.3067	0.5644	0.5546	0.5382	0.1911	0.1886	0.1379	0.4755	0.4753	0.3075
Modèle Sharpe avec bêta journalier 3 ans Dimson												
F statistique	3.9862***	3.4935***	31.2969***	20.1782***	20.1631***	24.1837***	2.8416***	11.4063***	1.8682***	4.8379***	4.8388***	3.3301***
R2 ajusté	0.4065	0.3587	0.3117	0.5678	0.5676	0.5380	0.2975	0.1895	0.1365	0.4813	0.4814	0.3043
Modèle Sharpe avec bêta hebdomadaire 3 ans Dimson												
F statistique	4.3055***	3.7589***	34.3506***	20.9011***	22.5423***	24.3812***	12.1584***	12.2540***	10.1030***	4.9800***	4.9521***	4.9842***
R2 ajusté	0.4312	0.3840	0.3327	0.5768	0.5612	0.5616	0.2005	0.2019	0.1555	0.5043	0.4970	0.4732
Modèle Rosenberg avec bêta journalier 3 ans												
F statistique	14.1486***	5.5215***	4.9651***	7.5424***	7.4382***	7.5131***	2.7916***			5.2941***	14.8968***	4.9781***
R2 ajusté	0.3741	0.5157	0.4688	0.6429	0.6273	0.6206	0.3144	0.1817	0.1720	0.5493	0.4671	0.4903
Modèle Rosenberg avec bêta journalier 3 ans Dimson												
F statistique	3.8036***	5.7247***	26.7873***	8.2097***	7.6155	23.4602	2.8667***			5.3622***	5.4484***	4.8452***
R2 ajusté	0.4141	0.5267	0.3318	0.6749	0.6285	0.5517	0.3233	0.1837	0.1808	0.5532	0.5375	0.4860
Modèle Rosenberg avec bêta hebdomadaire 3 ans Dimson												
F statistique	5.4179***	5.6314***	5.3919***	8.0506***	7.4328***	23.8239***	***	***	***	5.4779***	5.5451***	5.6889***
R2 ajusté	0.5227	0.5188	0.5010	0.6775	0.6380	0.5557	0.2892	0.2263	0.1900	0.5412	0.5409	0.5396

Significativité au seuil de *** 1%, ** 5%, * 10%

Le modèle de type Rosenberg est le modèle le plus performant en terme de coefficient de détermination. Il permet d'expliquer individuellement un niveau de variance comparable à celle expliquée dans le cadre de l'échantillon complet sur le SBF 250 (46,25%).

L'intégration de bêtas hebdomadaires calculés selon la méthodologie proposée par Dimson accroît la performance de chacun des modèles. Ainsi, sur la base d'une intégration des variables au seuil de 1%²⁷, le modèle de type Rosenberg explique 50,10% de la variance des rentabilités des titres de notre échantillon général.

Cette variance expliquée est en sensible amélioration sur le modèle du CAPM, qui ressort à seulement 15,2%. Le pouvoir explicatif du modèle est vérifié quel que soit l'échantillon de valeurs :

- 55,6% sur l'échantillon de valeurs suivies par plus de deux analystes financiers contre 25% pour le CAPM ;
- 19% sur les valeurs non suivies contre 7,5% ;
- 54% sur l'échantillon de valeurs à bêta significatif contre 22%.

L'intégration du bêta sans ajustement dans un modèle multi-factoriel de type Sharpe n'augmente que marginalement sa performance, en particulier sur l'échantillon général et celui des valeurs non suivies par des analystes financiers.

Les meilleures performances sont constatées sur l'échantillon des valeurs suivies par plus de deux analystes financiers sell-side, et ce, quel que soit le modèle de régression employé : nos variables expliquent 62,1% de la variance des rentabilités des valeurs suivies (modèle Rosenberg avec bêta journalier à 3 ans).

Le fait qu'une valeur ne soit pas suivie par la communauté des analystes financiers ôte tout caractère explicatif au bêta : le modèle sans bêta affiche un R^2 de 17,6% contre 15,5% pour le modèle 1 de type Sharpe.

²⁷ Toutes les données présentées dans ce paragraphe feront référence à une méthode de sélection des variables explicatives au seuil de 1%

5.1.4.2 sur les descripteurs sélectionnés

Tableau 44 : Variables sélectionnées au seuil de 5% par modèle

Modèle	Echantillon complet			Valeurs suivies			Valeurs non suivies			Tous les bêtas significatifs		
	β_j 3 ans	β_j 3ans D	β_h 3ansD	β_j 3 ans	β_j 3ans D	β_h 3ansD	β_j 3 ans	β_j 3ans D	β_h 3ansD	β_j 3 ans	β_j 3ans D	β_h 3ansD
Sans bêta	CAPMED, PAN, PERT, YIEL			RDT(-1), GEA, CAPMED, ICOV, PAN, DETCAF, VARCF1, VARB1, VARB2			RE, KD, ICOV, PAN, PERT			PAN, PERT, YIEL, VARCF1		
Sharpe				RF, GEA	RF, GEA					RF, LOGCAP	LOGCAP	LIQU
	RDT(-1), RE, KD, CAPMED, PAN, PERT			RDT(-1), CAPMED, ICOV, PAN, DETCAF, VARCF2, VARB1, VARB2			RE, KD, PAN, PERT			RDT(-1), PAN, PERT, YIEL, VARCF1		
Rosenberg	CE, RE, GEA, KD	CE, RE, GEA, KD	LIQU			CE, ICOV				AMIH, LIQU	AMIH, LIQU	RE, GEA, PERT, YIEL
	RDT(-1), LOGCAP, CAPMED, PAN, PERT, YIEL, VARB2			RDT(-1), LOGCAP, CAPMED, PAN, DETCAF, VARCF1, VARB1, VARB2			LIQU, KD, PAN, PERT			RDT(-1), RF, LOGCAP, PAN, VARCF1, VARB2		

Quels que soient l'échantillon et la méthodologie de calcul du bêta, les variables fondamentales suivantes sont rejetées au seuil de 5% : le ratio survaleurs / capital économique (GOCE), celui des survaleurs / dettes (GODET), le PER et le taux de distribution (PAYO).

Ainsi, la politique de croissance externe et de distribution de dividendes sont sans effet sur la rentabilité des titres de notre échantillon.

La méthodologie de calcul du bêta est sans influence sur les descripteurs sélectionnés dans le modèle de type Sharpe, sur l'échantillon général et sur celui des valeurs non suivies.

Le « price-to-book » (PAN) est systématiquement présent dans nos variables sélectionnées. Il intervient dans le modèle de Rosenberg à la fois au côté du bêta comme attribut de sensibilité au risque de marché et comme attribut de sensibilité à un risque extra-marché.

Le suivi par plus de deux analystes financiers confère aux variables suivantes un pouvoir explicatif sur la rentabilité du titre (significativité en cohérence avec le « earning momentum »):

- variation des bénéfices par action sur un et deux ans (VARB1 et VARB2) (relation positive) ;
- variation des cash-flows par actions sur un ou deux ans (VARCF1 et VARCF2) (relation négative) ;
- couverture des frais financiers (ICOV) (relation positive) ;
- couverture de la dette par la capacité d'autofinancement (DETCAP) (relation positive).

Il ôte à la situation de « pertes » son caractère explicatif, que l'on constate sur les autres échantillons.

Les variables expliquant la rentabilité des titres non suivis par les analystes sont plus réduites comparativement aux autres échantillons. Les facteurs pertes (PERT) et coût de la dette financière (KD) ont une influence significative. Les investisseurs en actions se basent ainsi sur l'information relative au spread de crédit pour ajuster leur taux de rentabilité exigé.

La publication d'analyses financières ne réduit donc pas l'inefficience informationnelle. Au contraire, elle confère à un plus grand nombre de caractéristiques un lien avec la rentabilité du titre.

La faiblesse de la qualité des modèles sur l'échantillon des valeurs non suivies par les analystes peut refléter soit :

- l'omission de variables explicatives ;
- ou l'importance du risque spécifique de ces titres à l'équilibre, non rémunérés par le marché.

5.2. CONFRONTATION DES RESULTATS ECONOMETRIQUES AVEC LES RECHERCHES EXISTANTES

5.2.1. Liens avec la littérature académique

Nos travaux sur les petites capitalisations boursières permettent de confirmer sur ce segment de marché les effets suivants (en plus du bêta) :

- "price-to-book" (PAN) ;
- sur réaction (performance passée RDT(-1)) – (sauf sur l'échantillon des valeurs non suivies) ;
- effet taille, (sensibilité à un risque extra-marché) ;
- levier financier (gearing, coût de la dette ou ratio dettes / capacité d'autofinancement) ;
- l'impact des opérations de croissance externe sur la création de valeur n'est pas linéaire ;

- le taux de rentabilité exigé par les investisseurs est indépendant du taux de distribution des bénéfices (Modigliani Miller).

Nos résultats empiriques sont conformes à la littérature existante tant en termes d'effets, de signe et de significativité des coefficients des régressions.

Les conclusions sont plus nuancées (non significativité à 5%) sur :

- l'existence d'une relation linéaire entre la rentabilité et la liquidité
- le lien entre rentabilité et taux de rendement (uniquement présent sur l'univers des valeurs à bêtas significatifs).

L'effet PER n'est quand à lui pas du tout observé sur les petites capitalisations boursières des segments B et C de la Bourse de Paris.

5.2.2. Apports de notre recherche

Par rapport aux travaux précédents, notre recherche, la première à se concentrer sur l'univers des petites capitalisations boursières dans le champ de la théorie du coût du capital :

1. identifie un lien entre significativité du bêta et suivi du titre par les analystes financiers ;
2. confirme l'inadéquation du modèle du CAPM, basé sur l'indice de marché, à mesurer le risque systématique d'un titre de petite capitalisation ;
3. justifie l'utilisation du bêta avec un effet anticipatif et un effet de retard sur les valeurs de capitalisation boursière inférieure à un milliard d'euros ;
4. valide la non-linéarité de l'effet liquidité dans la détermination du coût du capital, qui semble lié à un effet de délais d'ajustement. Dès lors, il ne paraît pas opportun de cumuler décote de taille et décote de liquidité.

CONCLUSION

- Le rôle de l'analyse financière dans les déterminants du coût du capital

L'estimation du coût du capital revêt une importance particulière pour les gérants d'actifs et les entrepreneurs qui basent leur décision d'investissement sur ce critère, et qui, de ce fait, ont besoin d'une mesure précise du risque.

Les théories classiques largement utilisées, notamment le CAPM et dans une moindre mesure, le modèle à trois facteurs de Fama et French, s'avèrent pourtant inadaptées au calcul du taux de rentabilité exigé pour des sociétés de petite taille. Ainsi, le CAPM ne parvient pas à expliquer plus de 15% de la variance des titres de petites capitalisations de la Bourse de Paris.

Les corrections du bêta historique proposées par les chercheurs afin de tenir compte des délais d'ajustement du prix des actions aux nouvelles informations sur les sociétés peu échangées ne parviennent pas à modifier cette conclusion.

Outre le bêta, le « price-to-book » et la taille, il convient en effet d'intégrer d'autres variables dans l'appréciation du coût du capital des petites capitalisations boursières.

Ces variables, comme le montre notre étude sur les sociétés des segments B et C de la Bourse de Paris, sont dépendantes de la circulation de l'information financière : le fait qu'une société soit suivie ou non par la communauté des analystes financiers influence les variables de risques, déterminant le coût du capital de ces sociétés et agit fortement sur la qualité du modèle d'évaluation.

Ainsi, les investisseurs se baseront-ils sur le coût de la dette financière, le « price-to-book », la liquidité du titre mesurée par le share turnover et les situations de détresse (pertes) pour juger le risque d'une société non couverte par les analystes financiers. Ces variables n'expliquent cependant qu'une faible part du taux de rentabilité exigé par les investisseurs, traduisant l'inefficience des marchés financiers sur ce compartiment ou l'existence d'autres facteurs communs de risque non identifiés dans notre étude (notamment la prime de risque informationnelle proposée par Easley et O'hara).

Le modèle présenté est néanmoins plus performant que le CAPM avec un coefficient de détermination oscillant entre 19% et 32% selon le seuil de significativité retenu.

A contrario, l'investisseur exigera des sociétés sur lesquelles il bénéficie d'informations plus abondantes et à plus faible coût transactionnel, un taux de rentabilité fonction de variables fondamentales de type croissance de la capacité bénéficiaire, variation des cash-flows, couverture de la dette financière par la capacité d'autofinancement, rentabilité passée ou de la capitalisation boursière. L'influence de ce facteur, non linéaire sur notre échantillon, pourrait refléter la segmentation des gestions actions selon des critères de taille minimale d'investissement ou une mauvaise spécification de notre critère de délimitation de l'univers des petites capitalisations (couverture par plus de deux analystes). Il s'agirait donc d'un effet de seuil, rejoignant notamment les conclusions de Loughran²⁵¹ (1997).

Notons également que l'effet taille et l'effet liquidité ne se retrouvent simultanément dans aucun de nos échantillons, militant pour l'abandon d'une pratique répandue consistant à cumuler des décotes de taille et des décotes de liquidité.

Ces variables interviennent soit comme sensibilités au risque de marché en complément du bêta historique, soit comme sensibilités à des facteurs de risques communs non rémunérés par le portefeuille de marché.

Notre modèle affiche une capacité explicative élevée. Il capture ainsi 52,3% (au seuil de significativité de 10%) de la variance individuelle des sociétés des segments B et C, 67,7% de la variance des valeurs suivies par plus de deux analystes financiers et 32,3% des mouvements enregistrés par les valeurs non suivies par les analystes.

Ces niveaux se comparent au 46,25% obtenus de la régression du portefeuille constitué des valeurs des segments B et C sur le SBF 250.

L'influence de variables publiques sur le coût du capital de sociétés sur lesquelles il existe une analyse financière, par comparaison avec des sociétés faiblement suivies, fragilise l'hypothèse d'efficience des marchés financiers.

La modification du business model de l'analyse financière, souhaitée par les autorités de marché, avec la mise en place de la Commission de Courtage Partagée permettant de rémunérer des services de recherche fournis par un tiers sur les courtages, devrait favoriser le retour des analystes financiers sur les petites capitalisations de la bourse, avec pour effet une meilleure prédictabilité de leur coût du capital et une réduction de la prime de risque d'information.

- Les limites de la recherche

Notre étude porte sur une période de six exercices comptables seulement (mais dix ans d'historiques de cours) imputable à une insuffisance des données disponibles à la date de sa rédaction.

De plus, nous n'avons pas pu intégrer des facteurs prévisionnels dans nos données alors qu'elles existent sur certains marchés (accès aux données d'analystes buy-side). Cette limite est toutefois nuancée par les conclusions de Johansson et Rolseth²⁵² (2001) qui ont démontré la supériorité des variables comptables sur les données prévisionnelles.

- Les extensions possibles

Nos travaux pourraient être prolongés selon les axes suivants :

- un allongement de la période de référence.

Une recherche sur une période plus longue permettrait d'affiner le calcul de la prime de risque des facteurs et d'étudier leur temporalité ;

- une extension à d'autres marchés internationaux.

Une étude des déterminants du coût du capital sur d'autres marchés boursiers, dont l'AIM²⁸ britannique permettrait d'apprécier le degré d'universalité des facteurs identifiés et leur importance relative ;

²⁸ Alternative Investment Market

- un élargissement aux sociétés non cotées.

Notre recherche constitue la première étape d'un travail ayant pour objectif d'identifier les déterminants du coût du capital des sociétés non cotées. Une collecte d'information sur ce large segment (opérations financières de type augmentation de capital, montage de LBO, cessions..) serait extrêmement utile à l'avancée du champ de recherche et permettrait de compléter notre étude ;

- une analyse du pouvoir prédictif du modèle, basée sur les résultats de nos régressions, pourrait être menée sur la période 2003-2008 ;
- une étude pourrait analyser le pouvoir prédictif du modèle de type Rosenberg proposé par rapport au modèle à trois facteurs de Fama et French, sur nos différents échantillons.

Notre recherche pourrait également être complétée par :

- la prise en compte des publications semestrielles ;
- la recherche et l'intégration de variables extra-financières dans la détermination du coût du capital. Des critères sur la gouvernance de l'entreprise (contrôle familial de l'entreprise, constitution et forme des conseils d'administration, réseaux...), sur les aspects sociaux (taux de contrat à durée indéterminée, nombre d'heures et dépense de formation, écart de rémunération homme / femme, accidents du travail...) et environnementaux (consommation d'eau, rejets de produits toxiques...) pourraient être pris en compte ;
- d'autres critères financiers, comme le nombre de filiales, le poids du chiffre d'affaires réalisé à l'exportation, les dépenses de recherche et développement, pourraient être intégrés aux différents modèles ;
- une mesure de l'impact du passage aux normes IFRS, sur les conclusions de notre recherche permettrait d'apprécier si ce nouveau référentiel comptable accroît la

transparence des comptes et participe à l'amélioration de la vitesse de circulation de l'information financière.

* * *

ANNEXES

1. TESTS STATISTIQUES

Nous avons testé l'ensemble de nos résultats selon les démarches exposées ci-après :

▪ Test d'égalité des moyennes de deux échantillons

Les moyennes m_A et m_B de deux populations aléatoires contenant respectivement n_A et n_B observations indépendantes, dont les variances σ_A et σ_B sont connues, seront significativement différentes si :

$$Z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \text{ qui suit une loi normale centrée réduite est } Z < -Z_{\alpha/2} \text{ ou } Z > Z_{\alpha/2}.$$

soit $Z < -2.5$ ou $Z > 2.5$

▪ Coefficients de la régression multiple

Alors que dans le modèle de la régression simple, une variable endogène est expliquée par une variable exogène, il est rare qu'un phénomène économique et social puisse être appréhendé par une seule variable.

Aussi, le modèle linéaire multiple généralise le modèle de la régression simple dans lequel figurent plusieurs variables explicatives :

$$y_t = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + \varepsilon_t \text{ pour } t=1, \dots, n, \text{ avec}$$

y_t la variable à expliquer à la date t ;

$x_{i,t}$ les variables explicatives i à la date t , pour $i=1, \dots, k$;

a_i les paramètres du modèle ;

ε_t le terme d'erreur entre la grandeur observée et le modèle estimé ;

N le nombre d'observations.

Ce modèle général peut s'écrire sous forme matricielle :

$$y = Xa + \varepsilon$$

$(n,1) \quad (n, k+1) \quad (k+1,1) \quad (n,1)$

Afin d'estimer le vecteur a , composé des différents coefficients a_0, \dots, a_k , nous appliquons la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Cette méthode consiste à minimiser la somme des carrés des erreurs soit :

$$\min \sum \varepsilon_t^2 = \min \varepsilon' \varepsilon = \min (y - xa)'(y - xa) = \min S$$

avec ε' la transposée du vecteur.

Pour minimiser cette fonction par rapport à a , nous différencions S par rapport à \hat{a} :

$$\partial S / \partial \hat{a} = -2x'y + 2x'x\hat{a} = 0 \text{ soit } \hat{a} = (x'x)^{-1}x'y.$$

Cette solution est réalisable si la matrice carrée $(x'x)$ de dimension $(k+1, k+1)$ est inversible.

Par construction, le modèle est linéaire en x . On retient habituellement les principales hypothèses suivantes :

- H1 : les valeurs $x_{i,t}$ sont observées sans erreur ;
- H2 : $E(\varepsilon_t^2) = 0$, l'espérance mathématique de l'erreur est nulle ;
- H3 : $\sigma_{\varepsilon_t^2} = \sigma^2$, la variance de l'erreur est constante, quel que soit t (hypothèse d'homoscédasticité) ;
- H4 : $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, quel que soit i et j , les erreurs sont non corrélées entre-elles ;
- H5 : $\text{cov}(x_{it}, \varepsilon_t) = 0$, l'erreur n'est pas corrélée avec les variables explicatives ;
- H6 : il y a absence de colinéarité entre les variables explicatives, ce qui implique que la matrice $(x'x)$ est régulière et que la matrice $(x'x)^{-1}$ existe ;
- H7 : $(x'x) / n$ tend vers une matrice finie singulière quand n tend vers l'infini ;
- H8 : $n > k+1$, le nombre d'observations est supérieur au nombre de séries explicatives.

L'estimateur $\hat{a} = (x'x)^{-1}x'y$ est sans biais, c'est-à-dire $E(\hat{a}) = a$.

Avec, $e = y - x\hat{a}$, l'estimateur $\sigma_\varepsilon^2 = e'e / (n-k-1)$ est un estimateur sans biais, c'est-à-dire $E(\sigma_\varepsilon^2) = \sigma_\varepsilon^2$

L'estimateur $\hat{a} = (x'x)^{-1}x'y$ est convergent, c'est-à-dire que lorsque le nombre d'observations tend vers l'infini alors $\sigma^2(\hat{a})$ tend vers zéro.

L'estimateur $\hat{a} = (x'x)^{-1}x'y$ est qualifié de BLUE (Best Linear Unbiased Estimator).

▪ Description d'Anova

Quand la constante figure dans la liste des variables explicatives, on montre que $\sum e_t = 0$ et on dès lors $\sum y_t = \sum \hat{y}_t$

On obtient ainsi l'équation fondamentale d'analyse de la variance :

$$\underbrace{\sum (y_t - \bar{y})^2}_{\text{SCT}} = \underbrace{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}_{\text{SCE}} + \underbrace{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2}_{\text{SCR}}$$

La variabilité totale (SCT) est égale à la somme de la variabilité expliquée (SCE) et de la variabilité résiduelle (SCR).

Cette équation va nous permettre de juger de la qualité de l'ajustement d'un modèle. En effet, plus la variance expliquée est « proche » de la variance totale, meilleur est l'ajustement global du modèle.

Cependant, ces valeurs dépendent des unités de mesure, c'est pourquoi on préfère utiliser le nombre sans dimension R^2 défini comme :

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$$

R^2 est appelé le coefficient de détermination et R le coefficient de corrélation multiple. R^2 mesure la proportion de la variance Y expliquée par la régression de Y sur X .

La qualité de l'ajustement et l'appréciation que l'on a du R^2 doivent être tempérées par le degré de liberté de l'estimation. En effet, lorsque le degré de liberté est faible, il convient de corriger le R^2 afin de tenir compte du faible nombre d'observations, comparé au nombre de facteurs explicatifs par le calcul d'un R^2 ajusté, défini comme suit :

$$R^2_{\text{corrigé}} = 1 - \frac{(n-1)}{n-k-1} (1 - R^2)$$

avec

n , nombre d'observations ;

k , nombre de variables explicatives.

2. TEST D'HYPOTHESES

L'hypothèse de normalités des erreurs implique que $\frac{\sum e_t^2}{\sigma_\varepsilon^2}$ suit une loi du Chi-deux à $n-k-1$ degrés de liberté.

Il en résulte que $\frac{\hat{a}_i - a_i}{\sigma_{a_i}}$ suit une loi de Student à $n-k-1$ degrés de liberté.

2.1. Comparaison d'un paramètre à une valeur fixe

Le test d'hypothèse est le suivant :

$$H_0 : a_i = a$$

$$H_1 : a_i \neq a$$

Sous l'hypothèse H_0 , $|\hat{a}_i - a| / \sigma_{a_i} = t^*_{a_i}$ suit une loi de Student à $n-k-1$ degrés de liberté.

Si $t_{ai}^* > t_{n-k-1}^{\alpha/2-1}$, alors nous rejetons l'hypothèse H_0 , a_i est significativement différent de a (au seuil de α).

Si $t_{ai}^* < t_{n-k-1}^{\alpha/2-1}$, alors nous acceptons l'hypothèse H_0 , a_i n'est pas significativement différent de a (au seuil de α).

2.2. Intervalle de confiance de la variance de l'erreur

L'intervalle de confiance de la variance de l'erreur permet de déterminer une fourchette de variation de l'amplitude de l'erreur.

Pour un intervalle à $(1-\alpha)$ %, il est donné par :

$$IC = \left\{ (n-k-1) \sigma_{\varepsilon}^2 / \chi^2_{1} ; (n-k-1) \sigma_{\varepsilon}^2 / \chi^2_{2} \right\}$$

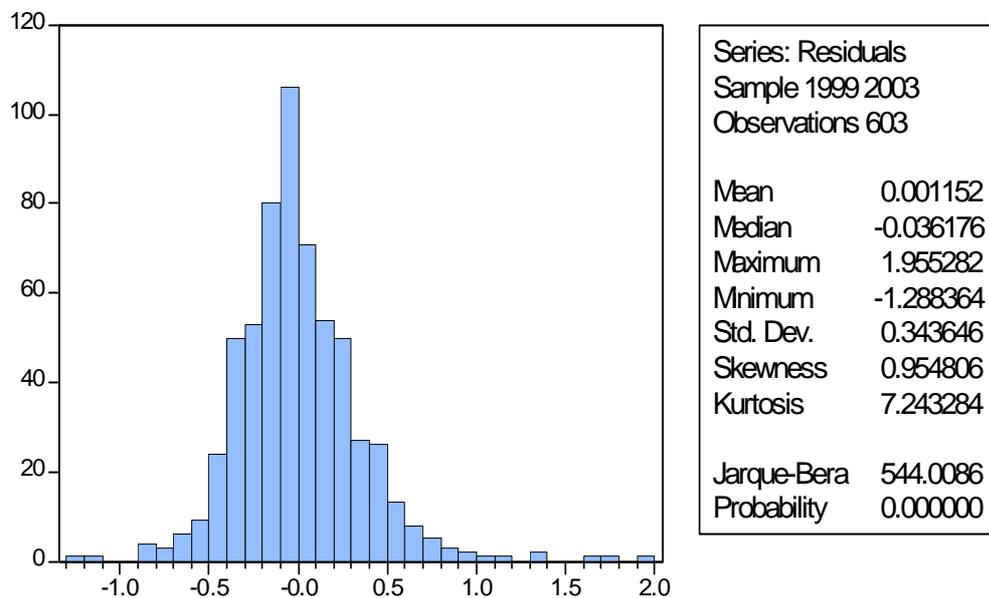
avec χ^2_{1} à $n-k-1$ degrés de liberté et $\alpha / 2$ de probabilité d'être dépassé et χ^2_{2} à $n-k-1$ degrés de liberté et $(1-\alpha / 2)$ de probabilité d'être dépassé.

3. APPLICATIONS

Nous avons testé l'ensemble des régressions obtenues selon la méthodologie développée ci-après. L'exemple retenu concerne le modèle de type Sharpe, sur l'échantillon général, avec un processus de sélection des variables explicatives à 1%, en utilisant un bêta journalier à trois ans.

3.1. La normalité des résidus

Graphique des résidus de la régression



Source : Données collectées par l'auteur, Eviews 6

Le coefficient de Jarque-Bera permet de mesurer la normalité des résidus.

Le test est défini à partir de la statistique suivante :

$$JB = \frac{n-k}{6} \times \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right)$$

avec :

k = nombre de variables explicatives de la régression linéaire ;

S^2 = coefficient d'asymétrie : moment d'ordre 3 d'une variable centrée réduite (égale à zéro pour la loi Normale) ;

K = Kurtosis (égal à 3 pour une loi normale).

Le coefficient Jarque-Bera suit une loi du χ^2 sous l'hypothèse nulle

H_0 : les résidus suivent une loi normale.

La statistique du Jarque-Bera étant supérieure à 5,99, nous sommes amenés à rejeter l'hypothèse H_0 à un seuil de 1%.

3.2. L'autocorrélation des résidus

Il existe plusieurs tests d'autocorrélation des résidus, à savoir les tests de :

- Breusch-Godfrey LM ;
- Box-Pierce ;
- Ljung-Box ;
- Durbin-Watson.

Nous créons une série des résidus de l'équation économétrique en données de panel et nous devons estimer les paramètres de l'équation suivante des résidus :

$$Résidus_t = a_1 \times Résidus_{t-1} + a_2 \times Résidus_{t-2} + a_3 \times Résidus_{t-3} + a_4 \times Résidus_{t-4} + V_t$$

Nous commençons avec un test pour une autocorrélation d'ordre 1 soit

$$Résidus_t = a_1 \times Résidus_{t-1} + V_t$$

Tableau 45 : Résultats de l'autocorrélation des résidus

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESID01(-1)	0.058630	0.043356	1.352296	0.1769
R-squared	0.003695	Mean dependent var		0.003681
Adjusted R-squared	0.003695	S.D. dependent var		0.329827
S.E. of regression	0.329217	Akaike info criterion		0.617889
Sum squared resid	51.69900	Schwarz criterion		0.626612
Log likelihood	-146.6754	Hannan-Quinn criter.		0.621318
Durbin-Watson stat	1.789555			

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

On accepte l'hypothèse nulle $H_0 : a_1 = 0$ au seuil de 1%.

Il n'existe donc pas d'autocorrélation d'ordre 1 au sein des résidus.

En conséquence, nous n'effectuons pas des tests sur des niveaux supérieurs d'autocorrélation.

3.3. Le test sur l'hétéroscédasticité

Deux tests principaux existent pour tester l'hétéroscédasticité pour des données en coupe longitudinale ou des données de panel. Il s'agit des tests de :

- White ;
- Breusch-Pagan.

Le test général de White

Ce test est basé sur les hypothèses suivantes :

- H_0 : les résidus sont homoscedastiques (c'est-à-dire que la variance des résidus est constante) ;
- H_1 : les résidus sont hétéroscédastiques (c'est-à-dire que la variance des résidus n'est pas constante et de forme inconnue).

Supposons le modèle suivant :

$$Y_i = a_1 + a_2 \times X_i + a_3 \times Z_i + u_i$$

Nous estimons les paramètres de la régression par la méthode des moindres carrés ordinaires et nous calculons alors les résidus ε_i . Pour réaliser le test de White, nous devons estimer une des deux équations suivantes :

$$(1) E_i^2 = b_1 + b_2 \times X_i + b_3 \times X_i^2 + b_4 \times Z_i + b_5 \times Z_i^2 + v_i$$

ou

$$(2) E_i^2 = b_1 + b_2 \times X_i + b_3 \times X_i^2 + b_4 \times Z_i + b_5 \times Z_i^2 + b_6 \times X_i \times Z_i + v_i$$

selon l'existence ou non d'un terme croisé.

L'hypothèse nulle H_0 est testée avec la statistique nR^2 , avec n et R estimés à partir de la régression (1) ou (2).

nR^2 suit une loi du χ^2 (4) pour l'équation (1) ainsi que pour l'équation (2) sous l'hypothèse H_0 .

Si la probabilité critique calculée est supérieure à 1%, 5 % ou 10%, on rejette l'hypothèse nulle H_0 .

Ce test est général et ne donne aucune indication sur la raison de l'hétéroscédasticité, en cas de rejet de l'hypothèse nulle.

Le test de Breusch-Pagan

Si nous avons une idée de la variable qui provoque l'hétéroscédasticité dans les résidus, alors nous pouvons réaliser une régression entre les résidus et la variable en question (ou la variable au carré). Cette régression est à la base du test de Breusch-Pagan.

$$\sigma^2(u_i) = d_1 + d_2 \times X_i + d_3 \times X_i^2 + v_i$$

Nous déterminons les résidus e_i de la régression d'origine suivant la MCO. Puis nous procédons à la régression suivante :

$$e_i^2 = d_1 + d_2 \times X_i + d_3 \times X_i^2 + \varepsilon_i$$

Le test de Breusch-Pagan utilise l'hypothèse nulle H_0 suivante :

$$H_0 : d_2 = d_3 = 0.$$

Dans ce cas, la statistique nR^2 suit, sous l'hypothèse nulle H_0 , une loi du χ^2 à deux degrés de liberté.

Nous faisons l'hypothèse que l'hétéroscédasticité est due à la variable bêta. Notre équation s'écrit alors :

$$e_i^2 = d_1 + d_2 \times \beta_i + d_3 \times \beta_i^2 \cdot \varepsilon$$

Si la probabilité de la F-statistique est supérieure au seuil classique de 1%, 5% ou 10%, alors nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse nulle H_0 et nous considérerons que la variance est homoscedastique.

Tableau 46 : Résultats I des tests d'hétéroscédasticité

Dependent Variable: RESID01^2				
Method: Panel Least Squares				
Date: 02/01/08 Time: 15:07				
Sample (adjusted): 1999 2003				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 123				
Total panel (unbalanced) observations: 603				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.077726	0.014445	5.380762	0.0000
BJ31	0.187838	0.092353	2.033901	0.0424
BJ31^2	0.059828	0.072110	0.829669	0.4071
R-squared	0.073784	Mean dependent var		0.117898
Adjusted R-squared	0.070697	S.D. dependent var		0.295131
S.E. of regression	0.284507	Akaike info criterion		0.328846
Sum squared resid	48.56660	Schwarz criterion		0.350746
Log likelihood	-96.14714	Hannan-Quinn criter.		0.337370
F-statistic	23.89865	Durbin-Watson stat		1.884310
Prob(F-statistic)	0.000000			

Source : données collectées par l'auteur, Eviews 6

L'hypothèse d'homoscédasticité est rejetée au seuil de 99 %.

Dans le cas où l'hypothèse d'homoscédasticité ne peut être rejetée, nous procédons à un test de Wald.

Le test de Wald permet de tester toutes sortes d'hypothèses nulles, par exemple, pour une régression de type :

$$Y_i = a_1 + a_2 \times X_i + a_3 \times Z_i + \mu_i$$

l'hypothèse

$H_0 : a_1 = a_2 = 0$ ou $H_0 : a_1 + a_2 = 0$.

Si la F-Statistique est supérieure à 1%, 5% ou 10%, alors l'hypothèse H_0 n'est pas rejetée.

Dans notre cas, nous testons l'hypothèse H_0 suivante :

$$H_0 : d_2 = d_3 = d_4 = 0.$$

Il ressort de ce test que l'hypothèse H_0 est rejetée à un seuil de 99 %. Cela confirme donc que nous pouvons considérer qu'il n'existe pas d'homoscédasticité de la variance.

Tableau 47 : Résultats II des tests d'hétéroscédasticité

Wald Test:			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	50.44848	(3, 600)	0.0000
Chi-square	151.3455	3	0.0000
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(1)	0.077726	0.014445	
C(2)	0.187838	0.092353	
C(3)	0.059828	0.072110	

Mais il peut exister une hétéroscédasticité résultant des autres variables du modèle.

Nous utiliserons systématiquement la matrice des covariances de White, à la place de celle obtenue par la méthode des moindres carrés ordinaires, qui permet de corriger les résultats de la régression de toutes sortes de phénomènes d'hétéroscédasticité. La matrice de White est définie par :

$$\hat{\Sigma}_w = \frac{T}{T-k} (X'X)^{-1} \left(\sum_{t=1}^T u_t^2 x_t x_t' \right) (X'X)^{-1}$$

avec

T , le nombre d'observations ;

k , le nombre de variables explicatives ;

u_t , le résidu des moindres carrés ordinaires.

3.4. Les tests sur les effets

Nous testerons tout d'abord l'existence d'effets fixes parmi nos données de panel. Puis, nous examinerons, à l'aide du test de Hausman, si les effets aléatoires représentent mieux nos données de panel.

Rappel sur les données de panel

- **Les caractéristiques essentielles des données de panel**

La double dimension des données de panel constitue un avantage décisif par rapport aux autres types de données, en séries temporelles ou en coupes transversales.

Cette double dimension permet :

1. de rendre compte simultanément de la dynamique des comportements et de leur éventuelle hétérogénéité ;
2. de tenir compte de l'influence de caractéristiques non observables des individus dans leur comportement, dès lors que celles-ci restent stables dans le temps.

La double dimension des données de panel peut s'interpréter comme la double dimension de l'information disponible : une dimension individuelle (les individus diffèrent les uns des autres) et une dimension temporelle (la situation de chaque individu varie d'une période à l'autre). Il est courant de traduire ces deux composantes de l'information disponible en termes de décomposition de la variance des observations.

Supposons que l'on dispose d'observations sur N individus supposés être observés sur le même ensemble de périodes $t=1, \dots, T$

Notons $Y_{n,t}$ pour $n=1,\dots,N$ et $t=1,\dots,T$ l'observation relative à l'individu n au cours de la $t^{\text{ème}}$ période, on peut alors procéder à la décomposition de la variabilité totale des observations selon trois méthodes :

1- Selon les individus

Variabilité totale = variabilité inter-individuelle + variabilité intra-individuelle

2- Selon le temps

Variabilité totale = variabilité inter-temporelle + variabilité intra-temporelle

3- Selon les individus et le temps

Variabilité totale = variabilité inter-individuelle + variabilité inter-temporelle + variabilité intra-individuelle-temporelle.

La multiplicité de ces décompositions montre l'un des avantages des données de panels : ces décompositions permettent d'étudier les comportements dans leurs différentes dimensions, individuelles et temporelles, et de mettre en évidence l'influence sur ces comportements de facteurs, tant individuels qu'agregés.

Ainsi, pour permettre la meilleure prise en compte possible de l'hétérogénéité, on souhaite estimer le modèle suivant :

$$Y_{it} = b_{oit} + \sum_{k=1}^K b_{kit}x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$t = 1, \dots, T$$

Où $Y_{i,t}$ est la variable expliquée, x_{kit} les variables explicatives, b_{oit} une constante et ε_{it} les bruits aléatoires.

Les coefficients b_{oit} et b_{kit} varient à la fois dans le temps et entre individus. Ces derniers ne sont pas supposés avoir un comportement homogène et leur comportement peut s'être modifié dans le temps.

Comme ce modèle n'est pas estimable (le nombre de coefficient $NT(K+1)$ étant supérieur au nombre d'observations (NT), il est nécessaire d'imposer certaines contraintes à ces coefficients.

L'économétrie de données de panel propose quatre modèles canoniques avec des contraintes différentes et des façons différentes de modéliser l'hétérogénéité :

1. le modèle à effets fixes ;
2. le modèle à erreurs composées ;
3. le modèle à coefficients composés ;
4. le modèle à coefficients aléatoires.

Seuls les deux premiers modèles seront exposés et utilisés dans la suite de notre étude, les deux autres modèles étant très rarement pris en compte par les chercheurs en finance.

- Le modèle à effets fixes

Dans ce modèle, on suppose que l'influence des variables explicatives observées x_{kit} sur la variable expliquée y_{it} est identique pour tous les individus et ce, quelle que soit la période considérée : $b_{kit} = b_k$.

En revanche, on considère que la constante admet la décomposition suivante :

$$b_{oit} = b_o + a_i + d_t.$$

Le modèle s'écrit alors :

$$Y_{i,t} = b_o + a_i + d_t + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$t = 1, \dots, T$$

La prise en compte des spécificités individuelles et temporelles se fait par l'introduction d'effets spécifiques aux individus et aux périodes qui constituent autant de coefficients (appelés « effets fixes ») que l'on peut estimer.

Ce modèle offre la possibilité de mesurer l'effet de grandeurs inobservables sur la variable que l'on cherche à modéliser, dès lors que ces grandeurs inobservables sont stables dans le temps ou communes à tous les individus. Il permet des tentatives d'interprétation des effets fixes.

- *Le modèle à effets fixes individuels*

Dans ce modèle, l'hétérogénéité des comportements est supposée se situer uniquement dans la dimension individuelle et pouvoir être prise en compte par la simple adjonction au modèle, d'effets fixes individuels, notés a_i , $i=1, \dots, N$:

$$Y_{i,t} = b_0 + a_i + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$t = 1, \dots, T$$

Les perturbations ε_{it} sont supposées indépendamment et identiquement distribuées, d'espérance nulle et de variance σ_w^2 . De plus, on suppose que les variables explicatives sont exogènes. Enfin, pour rendre le modèle estimable, on ajoute une contrainte stipulant que les effets individuels s'interprètent en termes d'écart à la moyenne :

$$\sum_{j=1}^N a_j = 0$$

Pour estimer ce modèle, on peut utiliser la méthode des moindres carrés ordinaires.

Test de l'existence de spécificités individuelles

Il est nécessaire de tester l'existence de l'hétérogénéité inter-individuelle des comportements par l'adjonction d'effets individuels fixes aux variables explicatives. Cela revient à discriminer entre le modèle :

$$Y_{i,t} = b_0 + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

et le modèle avec effets individuels fixes :

$$Y_{i,t} = a_i^* + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

Il s'agit donc de tester l'hypothèse jointe :

Ho : $a_1^* = a_2^* = \dots = a_n^* (= b_0)$ contre l'hypothèse alternative H1.

On utilise pour cela un test de Fischer. Ce test conduit à comparer la statistique S au fractile f d'ordre $1-\alpha$ de la loi de Fischer à $(N-1, N(T-1)-K)$ degrés de liberté.

Si $S \geq f$, alors on rejette Ho et le modèle doit inclure des effets fixes. Sinon, les effets fixes sont superflus.

Avec $S = (SCR_0 - SCR_1) / SCR_0 * (N(T-1) - K) / (N-1)$

Autocorrélation et hétéroscédasticité

Le modèle à effets fixes étant un modèle de régression multiple « classique », on sait que l'estimation de σ_w^2 et celle de la variance de b ne sont sans biais et convergentes qu'en l'absence d'autocorrélation et d'hétéroscédasticité.

Les travaux de White (1980) ont permis de déterminer une estimation de la variance de l'estimateur intra-individuel en présence d'autocorrélation et d'hétéroscédasticité. Nous utiliserons cette procédure disponible dans le logiciel Eviews.

- *Le modèle à erreurs composées (effets variables)*

C'est le caractère aléatoire des effets spécifiques qui différencie le modèle à erreurs composées du modèle à effets fixes.

Dans le cas général, le modèle à erreurs composées s'écrit :

$$Y_{i,t} = b_{oit} + \sum_{k=1}^K b_{kit}x_{kit} + \mathcal{E}_{kit}$$

$$\mathcal{E}_{kit} = u_i + v_t + w_{it}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$t = 1, \dots, T$$

Les effets spécifiques individuels (u_i) et temporels (v_t) sont aléatoires, d'espérance nulle et de variances respectives σ_u^2 et σ_v^2 . La perturbation (erreur) est composée de trois éléments : une perturbation idiosyncratique w_{it} (i.e. sans autocorrélation, ni dans la dimension individuelle, ni dans la dimension temporelle), à laquelle s'ajoute un effet spécifique individuel u_i et un effet temporel v_t .

Ces effets sont supposés non autocorrectifs, ni mutuellement corrélés, ni corrélés avec la perturbation w_{it} . Ils sont aussi non corrélés avec les variables explicatives x_{kit} .

L'effet individuel u_i est constitué des caractéristiques personnelles inobservables. w_{kit} représente l'influence des autres variables omises, variant d'un individu à l'autre mais aussi dans le temps.

En empilant l'ensemble des observations individu par individu, on peut réécrire matriciellement le modèle :

$$y = x \quad x \quad b \quad + \quad \varepsilon$$

(NT,1) (NT, K+1) (k+1,1) (NT,1)

Pour ce modèle, l'estimateur des MCO n'est pas le meilleur estimateur linéaire sans biais du vecteur B des coefficients. Il faut faire appel à la méthode des MCG (moindres carrés généralisés).

Test de l'existence de spécificités individuelles

Il est nécessaire de tester l'existence de l'hétérogénéité inter-individuelle des comportements par l'adjonction d'effets fixes individuels aux variables explicatives.

Cela revient à discriminer entre le modèle

$$Y_{i,t} = b_0 + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

et le modèle avec effets individuels fixes :

$$Y_{i,t} = a_i^* + \sum_{k=1}^K b_k x_{kit} + \varepsilon_{it}$$

Il s'agit donc de tester l'hypothèse jointe :

$H_0 : a_1^* = a_2^* = \dots = a_n^* (= b_0)$ contre l'hypothèse alternative H_1 .

On utilise pour cela un test de Fischer. Ce test conduit à comparer la statistique S au fractile f d'ordre $1-\alpha$ de la loi de Fischer à $(N-1, N(T-1)-K)$ degrés de liberté, avec $S = (SCR_0 - SCR_1) / SCR_0 * (N(T-1)-K) / (N-1)$.

Si $S > f$, alors on rejette H_0 et le modèle doit inclure des effets fixes.

Sinon, les effets fixes sont superflus.

Test sur les effets fixes

Afin de procéder au test des effets fixes, nous devons d'abord faire une estimation avec des effets fixes pour les deux dimensions des données de panel : « *cross-section* » c'est-à-dire en coupe transversale ou effets individuels et « *period* » c'est-à-dire selon les années ou effets temporels.

Tableau 48 : Résultats I des tests sur les effets fixes – échantillon général / modèle de Sharpe, sélection stepwise à 1%

Dependent Variable: RDT				
Method: Panel Least Squares				
Sample (adjusted): 1999 2003				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 123				
Total panel (unbalanced) observations: 603				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.068123	0.046754	1.457072	0.1458
BJ31*SBF	1.217260	0.189636	6.418914	0.0000
PAN	0.199173	0.025313	7.868405	0.0000
PERT	0.048138	0.054692	0.880166	0.3792
RDT(-1)	-0.249189	0.040412	-6.166230	0.0000
RE	0.092577	0.022470	4.120005	0.0000
Effects Specification				
Cross-section fixed (dummy variables)				
Period fixed (dummy variables)				
R-squared	0.457228	Mean dependent var		0.096294
Adjusted R-squared	0.306266	S.D. dependent var		0.408305
S.E. of regression	0.340080	Akaike info criterion		0.871482
Sum squared resid	54.47335	Schwarz criterion		1.835086
Log likelihood	-130.7519	Hannan-Quinn criter.		1.246510
F-statistic	3.028763	Durbin-Watson stat		2.064353
Prob(F-statistic)	0.000000			

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Puis nous procédons à un test d'effets fixes en utilisant le logiciel Eviews.

Tableau 49 : Résultats II des tests sur les effets fixes

Redundant Fixed Effects Tests			
Equation: EQUATIONEFFETFIX			
Test cross-section and period fixed effects			
Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.
Cross-section F	0.996802	(122,471)	0.4976
Cross-section Chi-square	138.495947	122	0.1459
Period F	4.425045	(4,471)	0.0016
Period Chi-square	22.245321	4	0.0002
Cross-Section/Period F	1.140097	(126,471)	0.1679
Cross-Section/Period Chi-square	160.517745	126	0.0205

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Il ressort qu'au seuil de 1%, le modèle à effets fixes individuels et le modèle à effets fixes individuels et temporels sont rejetés, le modèle à effets temporels est applicable.

Nous rejetons l'hypothèse nulle H_0 et, en conséquence, le modèle doit inclure des effets fixes temporels.

Tableau 50 : Régression avec effets fixes

Period fixed effects test equation:				
Dependent Variable: RDT				
Method: Panel Least Squares				
Sample (adjusted): 1999 2003				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 123				
Total panel (unbalanced) observations: 603				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.084676	0.047124	1.796893	0.0730
BJ31*SBF	1.303790	0.163693	7.964855	0.0000
PAN	0.202834	0.025524	7.946740	0.0000
PERT	0.028818	0.055193	0.522131	0.6018
RDT(-1)	-0.274650	0.039960	-6.873135	0.0000
RE	0.091225	0.022695	4.019633	0.0001
Effects Specification				
Cross-section fixed (dummy variables)				
R-squared	0.436831	Mean dependent var		0.096294
Adjusted R-squared	0.286257	S.D. dependent var		0.408305
S.E. of regression	0.344950	Akaike info criterion		0.895106
Sum squared resid	56.52046	Schwarz criterion		1.829510
Log likelihood	-141.8746	Hannan-Quinn criter.		1.258770
F-statistic	2.901110	Durbin-Watson stat		2.047818
Prob(F-statistic)	0.000000			

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Les tableaux de résultats mentionnés dans le chapitre 5 reprennent le résultat des tests sur les effets fixes et aléatoires sur chacune des régressions. La plupart de nos régressions inclut un effet fixe temporel.

Test sur les effets aléatoires

Une hypothèse centrale dans le modèle à effets aléatoires est la non-corrélation entre les effets aléatoires et les variables explicatives. Une méthode courante et pratique de tester cette hypothèse est d'utiliser le test de Hausman (1978) pour comparer l'existence d'effets fixes et d'effets aléatoires.

Tableau 51: Résultats des tests sur les effets aléatoires

Dependent Variable: RDT				
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)				
Sample (adjusted): 1999 2003				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 123				
Total panel (unbalanced) observations: 603				
Wansbeek and Kapteyn estimator of component variances				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.013758	0.037372	0.368151	0.7129
BJ31*SBF	1.393934	0.153701	9.069122	0.0000
PAN	0.128125	0.016496	7.766821	0.0000
PERT	0.102886	0.041758	2.463874	0.0140
RDT(-1)	-0.170924	0.037500	-4.558024	0.0000
RE	0.070666	0.016167	4.371150	0.0000
Effects Specification				
			S.D.	Rho
Cross-section random			0.082570	0.0542
Idiosyncratic random			0.344950	0.9458
Weighted Statistics				
R-squared	0.294863	Mean dependent var		0.084786
Adjusted R-squared	0.288957	S.D. dependent var		0.401047
S.E. of regression	0.338176	Sum squared resid		68.27475
F-statistic	49.92881	Durbin-Watson stat		1.856895
Prob(F-statistic)	0.000000			
Unweighted Statistics				
R-squared	0.291048	Mean dependent var		0.096294
Sum squared resid	71.15142	Durbin-Watson stat		1.781821

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Pour réaliser le test de Hausman, nous devons d'abord faire une estimation avec des effets aléatoires individuels seuls (car nous avons choisi ce modèle pour des raisons de comparabilité). Puis nous pouvons procéder à un test d'effets aléatoires (Hausman test)

Tableau 52 : Résultats des tests sur les effets aléatoires

Correlated Random Effects - Hausman Test				
Equation: EQUATIONEFFETFIX				
Test cross-section random effects				
Test Summary		Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random		59.567441	5	0.0000
Cross-section random effects test comparisons:				
Variable	Fixed	Random	Var(Diff.)	Prob.
BJ31*SBF	1.303790	1.393934	0.003171	0.1094
PAN	0.202834	0.128125	0.000379	0.0001
PERT	0.028818	0.102886	0.001303	0.0401
RDT(-1)	-0.274650	-0.170924	0.000191	0.0000
RE	0.091225	0.070666	0.000254	0.1968

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Avec une probabilité critique inférieure à 1%, il ressort que nous pouvons rejeter l'hypothèse H_0 : il y a une mauvaise spécification des effets avec les effets fixes.

Nous pouvons donc en conclure qu'il n'y a pas de mauvaises estimations avec le modèle à effets fixes. En conséquence, nous retenons les estimations du modèle à effets fixes.

Pour achever notre recherche du modèle économétrique le mieux adapté à nos données de panel, nous estimons avec le logiciel Eviews la régression avec des effets fixes individuels et une correction de White pour toute sorte de problème d'hétéroscédasticité.

Tableau 53 : Résultats avec correction de White

Dependent Variable: RDT				
Method: Panel Least Squares				
Sample (adjusted): 1999 2003				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 123				
Total panel (unbalanced) observations: 603				
White period standard errors & covariance (d.f. corrected)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000830	0.043673	0.018994	0.9849
BJ31*SBF	1.281813	0.339440	3.776260	0.0002
PAN	0.117507	0.026079	4.505811	0.0000
PERT	0.116115	0.049741	2.334405	0.0199
RDT(-1)	-0.123821	0.039223	-3.156861	0.0017
RE	0.067045	0.023102	2.902128	0.0038
Effects Specification				
Period fixed (dummy variables)				
R-squared	0.317087	Mean dependent var		0.096294
Adjusted R-squared	0.306723	S.D. dependent var		0.408305
S.E. of regression	0.339968	Akaike info criterion		0.696517
Sum squared resid	68.53810	Schwarz criterion		0.769517
Log likelihood	-199.9999	Hannan-Quinn criter.		0.724928
F-statistic	30.59324	Durbin-Watson stat		1.834967
Prob(F-statistic)	0.000000			

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Enfin, pour s'assurer de la robustesse de nos estimations de notre régression, présentée ci-dessous, nous effectuons un dernier test de Wald avec comme hypothèse nulle H_0 : tous les coefficients de la régression sont nuls

$$RDT = C(1) + C(2)*BJ31*SBF + C(3)*PAN + C(4)*PERT + C(5)*RDT(-1) + C(6)*RE + [PER=F]$$

$$RDT = 0.00082 + 1.28181*BJ31*SBF + 0.117507*PAN + 0.11611*PERT - 0.12382*RDT(-1) + 0.06704*RE + [PER=F]$$

$$H_0 : C(2) = C(3) = C(4) = C(5) = C(6) = 0.$$

Tableau 54 : Validation du modèle - test de Wald

Wald Test:			
Equation: SHARPE			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	19.75317	(5, 593)	0.0000
Chi-square	98.76587	5	0.0000
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(2)	1.281813	0.339440	
C(3)	0.117507	0.026079	
C(4)	0.116115	0.049741	
C(5)	-0.123821	0.039223	
C(6)	0.067045	0.023102	

Source : données collectées par l'auteur, Eviews

Nous rejetons l'hypothèse H_0 à un seuil critique inférieur à 1%.

En conséquence, tous les coefficients de notre régression sont non nuls.

* * *

REFERENCES ET BIBLIOGRAPHIE

- ¹ Reinganum, M. R. "Miss specification of CAPM: empirical anomalies based on earnings yield and market value", *Journal of Financial Economics*, vol. 9, p. 19-46
- ² Coles, J.L. Loewenstein, U. et Suay, J. "On equilibrium pricing under parameter uncertainty" *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 30, p. 347-364
- ³ Bogle, J.C. "The mutual fund industry 60 years later: for better or worse", *Financial Analysts Journal*, CFA Institute, 2005, p. 15-24
- ⁴ Bartholdy, J. and Peare, P. "Estimation of expected return: CAPM versus Fama and French", *working paper*, Aarhus School of Business
- ⁵ Kim, D. "A re-examination of firm size, book-to-market and earning-price in the cross-section of expected cross-return", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 32, p. 463-489
- ⁶ Faff, R. "A simple test of the Fama and French model using daily data: Australian evidence", *Applied Financial Economics*, vol. 14, p. 83-92
- ⁷ Drew, M. and Veeraraghavan, M. "Beta, firm size and book-to-market equity and stock returns: further evidence from emerging markets", *Journal of the Asia Pacific Economy*, vol. 8, p. 354-379
- ⁸ Lilti, J.J. and Rainelli-Le Montagner, H. "Beta, size and returns: a study on the French stock exchange", *Applied Financial Economics*, vol. 8, p. 13-20
- ⁹ Ciccone, S.J. "Forecast dispersion and error versus size, book-to-market ratio and momentum: a comparison of anomalies from 1992 to 2001", *Journal of Asset Management*, vol. 3-4, p. 333-344
- ¹⁰ Daniel, K. and Titman, S. "Evidence on the characteristics of cross-sectional variation in stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 52, p. 1-34
- ¹¹ Fama, E. "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, vol. 25, p.383-417
- ¹² Feltham, G. A. and Ohlson, J. A. "Residual earnings valuation with risk and stochastic interest rates", *Accounting Review*, vol. 74, p. 165-183.
- ¹³ Dechow, P. Hutton, A. and Sloan, R. "An empirical assessment of the residual income valuation model", *Journal of Accounting and Economics*, vol. 26, p. 1-34.
- ¹⁴ Zhang, X. "Conservative accounting and equity valuation", *Journal of Accounting and Economics*, vol. 29, p. 125-149.

-
- ¹⁵ Dyckman, T. and Morse, D. "Efficient capital markets: a critical analysis", 2^d Edition, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, N.J.
- ¹⁶ Lee, C. "Market efficiency and accounting research. A discussion of capital market research in accounting by S. P. Kothari", *Journal of Accounting and Economics*, vol. 31, p. 233-253
- ¹⁷ Brennan, M.J. Jegadeesh, N. and Swaminathan, B. "Investment analysis and the adjustment of stock prices to common information", *Review of Financial Studies*, vol. 6, p. 799–824.
- ¹⁸ Elgers, P.T. Lo, M.H. and Pfeiffer, R.J. "Delayed security price adjustments to financial analysts' forecasts of annual earnings", *The Accounting Review*, vol. 76, p. 613–632.
- ¹⁹ Gleason, C. and Lee, C. "Analyst forecast revisions and market price discovery", *The Accounting Review*, vol. 78, p. 193-225
- ²⁰ Hong, H. Lim, T. and Stein, J. "Bad news travel slowly: size, analyst coverage and the profitability of momentum strategies", *The Journal of Finance*, vol. 55, p. 255-294
- ²¹ Merton, R. "A simple model of capital market equilibrium with incomplete information", *The Journal of Finance*, vol. 42, p. 483-510
- ²² Grossman, S.J. and Miller, H.M. "Liquidity and market structure", *The Journal of Finance*, vol. 43, p. 617-633
- ²³ Easley, D. and O'hara, M. "Information and the cost of capital", *The Journal of Finance*, vol. 59, p. 1553-1583
- ²⁴ Greiner, K. and Bruno, S. "Small capitalization, active management", Hartman, Maher et Co., 2004
- ²⁵ Levis, M. "The record on small companies: a review of the evidence", *Journal of Asset Management*, vol. 24, p. 368-397.
- ²⁶ Annin, M. and Falaschetti, D. "Is there still a size premium", Ibbotson Associates
- ²⁷ Berk, J. "An empirical re-examination of the relation between size and return", *working paper*, University of British Columbia, 1995
- ²⁸ Rappaport, A. "The economics of short-term performance obsession", *Financial Analysts Journal*, vol. 61, n°3, CFA Institute, May-June 2005, p. 65-79.
- ²⁹ « Pour un nouvel essor de l'analyse financière indépendante sur le marché français », Autorité des Marchés Financiers, 2005.
- ³⁰ Barry, C.B. and Brown, S.J. "Differential information and security market equilibrium", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 20, p. 407-422
- ³¹ Coles, J.L. Loewenstein, U. and Suay, J. "On equilibrium pricing under parameter uncertainty" *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 30, p. 347-364

-
- ³² Arbel, A. Carvell, S. and Strebels, P. "Giraffes, institutions and neglected firms", *Financial Analysts Journal*, May-June 1983, p. 57-63
- ³³ Brennan, M. Jegadeesh, N. and Swaminathan, B. "A tale of three schools: insights on autocorrelations of short-horizon stock returns", *Review of Financial Studies*, vol. 6, p. 799-824
- ³⁴ Pastor, L. and Stambaugh, R. "Cost of equity capital and Model mispricing", *The Journal of Finance*, vol. 54, p. 67-121
- ³⁵ Amihud, Y. "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, p. 31-56
- ³⁶ Kooli, M. Kortas, M. and L'Her, J.F. "A new examination of the private company discount: the acquisition approach", *Journal of Private Equity*, Summer 2003, p. 48-55
- ³⁷ Herbert, A. Rijken, H.A. Menno, C. Booij, M.C. and Buckley, A. "Valuation differences between quoted and unquoted companies - empirical evidence from the UK", *European Journal of Finance*, vol. 5, p. 256-275
- ³⁸ Pagano, M. Panetta, F. and Zingales, L. "Why do companies go public? An empirical analysis", *The Journal of Finance*, vol. 53, p. 27-64
- ³⁹ Damodaran, A. "*Corporate Finance*", New York, John Wiley.
- ⁴⁰ Gollier, C. and Pratt, J.W. "Risk vulnerability and the tempering effect of background risk", *Econometrica*, p. 1109-1124
- ⁴¹ Gaughan, P. "Mergers, acquisitions, and corporation restructurings", New York, John Wiley & Sons
- ⁴² Silber, W.L. "Discounts on restricted stock: the impact of illiquidity on stock prices", *Financial Analysts Journal*, vol. 47, July-August 1991, p. 60-64.
- ⁴³ Hasbrouck, J. and Seppi, D.J. "Common factors in prices, order flows and liquidity", *working paper*, Stern School of Business, New-York University
- ⁴⁴ Brennan, M. and Subrahmanyam, A. "Market microstructure and asset pricing: on the compensation for illiquidity in stock returns" *Journal of Financial Economics*, vol. 41, p. 345-373
- ⁴⁵ Subramanyam, A. "On the stability of the cross-section of expected stock returns in the cross-section: understanding the curious role of share turnover", *European Financial Management*, vol. 11, p. 661-678
- ⁴⁶ Amihud, Y. and Mendelson, H. "Asset pricing and the bid-ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 15, p. 223-249

-
- ⁴⁷ Eleswarapu, V.R. "Cost of transacting and expected return in the Nasdaq market", *The Journal of Finance*, vol. 52, p. 2113-2127
- ⁴⁸ Chalmers, J.M.R. and Kadlec, J.B. "An empirical examination of the amortized spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 48, p. 159-188
- ⁴⁹ Amihud, Y. "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, p. 31-56
- ⁵⁰ Pastor, L. and Stambaugh, R. "Liquidity risk and expected stock returns", *Journal of Political Economy*, vol. 111, n°3, p. 642-685
- ⁵¹ Fama, E. and French, K.R. "Common risk factors in the return on stocks and bonds", *Journal of Financial Economic*, vol. 33, p. 3-56
- ⁵² Jegadeesh, N. and Titman, S. "Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency", *The Journal of Finance*, vol. 48, p. 65-91.
- ⁵³ Smith, P. and Wickens, M. "Asset Pricing with observable stochastic discount factors", *Journal of Economic Surveys*, vol. 16, n°3, p. 397-446
- ⁵⁴ Vasicek, O. "An equilibrium characterization of the term structure", *Journal of Financial Economics*, vol. 5, p. 177-188
- ⁵⁵ Cox, J.C. Ingersoll, J. and Ross, S. "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica*, vol. 53, p. 385-408
- ⁵⁶ Pastor, L. et Stambaugh, R. "Cost of equity capital and model mispricing", *The Journal of Finance*, vol. 54, p. 67-121
- ⁵⁷ Fama, E. and MacBeth, J. "Risk, return, and equilibrium: empirical tests", *Journal of Political Economy*, vol. 81, p. 607-636.
- ⁵⁸ Pettengill, G. Sundamaran, S. and Mathur, I. "The conditional relation between beta and returns", *Journal of Financial Quantitatives*, vol. 30, p. 101-116
- ⁵⁹ Elsa, R. El-Shaer, M. and Theissen, E. "Beta and returns revisited – evidence from the German stock market", *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, vol. 13, p. 1-18
- ⁶⁰ Rosenberg, B. and Marathe, V. "Commons factors in security returns: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*, 1976.
- ⁶¹ Banz, R. "The relationship between return and market value of common stock", *Journal of Financial Economics*, vol. 9, p. 3-18
- ⁶² Barry, C. and Brown, S. "Differential information and the small firm effect", *Journal of Financial Economics*, vol. 13, p. 283-294

-
- ⁶³ Elgers, P. and Murray, D. "The relative and complementary performance of analyst and security-based measures of expected earnings", *Journal of Accounting and Economics*, vol. 15, p. 303-316
- ⁶⁴ Anderson, R. and Reeb, D. "Founding-family ownership and firm performance from the S&P 500", *The Journal of Finance*, vol. 58, p. 1301-132
- ⁶⁵ Ganguly, P. "UK small business statistics and international comparisons", London, Harper and Row
- ⁶⁶ Chan, K.C. Chen, N.F. and Hsieh, D. "An exploratory investigation of the firm size effect", *Journal of Financial Economics*, vol. 14, p. 451-471
- ⁶⁷ Hawawini, G. and Keim, D. "The cross section of common stock returns: a synthesis of the evidence and explanations", D. Keim and W. Ziemba *Security imperfection in world wide equity markets*, Cambridge University Press
- ⁶⁸ Reinganum, M. "Abnormal returns in small firm portfolios", *Financial Analysts Journal*, March-April 1981, p. 52-56
- ⁶⁹ Gilchrist, S and Himmelberg, C. "Investment, fundamentals, and finance." In B. Bernanke and J. Rotemberg (Eds.). *NBER Macroeconomics Annual*. Cambridge: MIT Press, p. 223-262.
- ⁷⁰ Hamilton, B. "Does entrepreneurship pay? an empirical analysis of the returns to self-employment", *Journal of Political Economy*, vol. 103, p. 604-631
- ⁷¹ Wang, S. and Zhou, H. "Staged financing in venture capital: moral hazard and risks", *Journal of Corporate Finance*, vol. 10, p. 131-135
- ⁷² Reinganum, M.R. "A revival of the small-firm effect", *Journal of Portfolio Management*, vol. 18, p. 55-62
- ⁷³ Annin, M. et Falaschetti, D. "Is there still a size premium ?", *Ibbotson Associates*
- ⁷⁴ Fama, E. and French, K. "Permanent and temporary components of stock prices", *Journal of Political Economy*, vol. 96, p. 246-273
- ⁷⁵ Knez, P. and Ready, M. "On the robustness of size and book-to-market on cross-sectional regressions", *The Journal of Finance*, vol. 52, p. 1355-1382
- ⁷⁶ Levis, M. "The record on small companies: a review of the evidence", *Journal of Asset Management*, vol. 2, p. 368-397
- ⁷⁷ Chan, K.C and Chen, N.F. "Structural and return characteristics of small and large firms", *The Journal of Finance*, vol. 46, p.1467-1484
- ⁷⁸ Lilti, J.J. and Rainelli-Le Montagner, H. "Beta, size and returns: a study on the French stock exchange", *Applied Financial Economics*, vol. 8, p. 13-20

-
- ⁷⁹ Basu, S. "The relationship between earnings, yield, market value and the returns of NYSE common stocks : further evidence", *Journal of Financial Economics*, vol. 12, p. 129-156
- ⁸⁰ Basu, S. "Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: a test of the efficient market hypothesis", *The Journal of Finance*, vol. 32, p. 663-682
- ⁸¹ Smidt, S. "A new look at the random walk hypothesis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 3, p. 235-262
- ⁸² Keim, D.B. "A new look at the effects of firm size and E/P ratio on stock returns", *Financial Analyst Journal*, March-April 1990, p. 56-67
- ⁸³ Zarowin, P. "Does the stock market overreact to corporate earnings information?", *The Journal of Finance*, vol. 44, p. 1385-1399
- ⁸⁴ Chan, K.C. "Can tax-loss selling explain the January seasonal in stock returns?", *The Journal of Finance*, vol. 41, p. 1115-1128
- ⁸⁵ Jones, S.L. "Reaction to the overreaction hypothesis", *working paper*, Purdue University, September 1987
- ⁸⁶ Fama, E. and French, K.R. "The cross-section of expected stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 47, n°2, p. 427-465
- ⁸⁷ Kim, D. "A re-examination of firm size, book-to-market, and earnings price in the cross-section of expected stock returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 32, p. 463-489
- ⁸⁸ Vassalou, M. and Xing, Y. "Default risk in equity returns", *The Journal of Finance*, vol. 59, p. 831-868
- ⁸⁹ Peterkort, R.F and Nielsen, J.F "Is the book-to-market ratio a measure of risk", *Journal of Financial Research*, vol. 28, p. 487-502
- ⁹⁰ Hamada, R.C. "Portfolio analysis, market equilibrium, and corporation finance", *The Journal of Finance*, vol. 24, p. 13-31
- ⁹¹ Hamada, R.C. "The effect of the firm's capital structure on the systematic risk of common stocks", *The Journal of Finance*, vol. 27, p. 435-452
- ⁹² Bhandari, L.C. "Debt-equity ratio and expected common stock returns: empirical evidence", *The Journal of Finance*, vol. 47, p. 507-528
- ⁹³ Perterkort, R.F. and Nielsen, J.F. "Is the book-to-market ratio a measure of risk?", *The Journal of Financial Research*, vol. 28, p. 487-502
- ⁹⁴ Dugan, M.T. and Shriver, K.A. "An empirical comparison of alternative method for the estimation of the degree of the operating leverage", *The Financial Review*, vol. 27, p. 309-321

-
- ⁹⁵ Ferguson, M. and Shokley, R. "Equilibrium anomalies", *The Journal of Finance*, vol. 58, p. 2549-2580
- ⁹⁶ De Bondt, W. and Thaler, R. "Does the stock market overreact?", *The Journal of Finance*, vol. 40, p. 793-805
- ⁹⁷ De Bondt, W. and Thaler, R. "Further evidence on investors overreaction and stock market seasonality", *The Journal of Finance*, vol. 42, p. 557-581
- ⁹⁸ Rosenberg, B. and Rudd, A. "Factor-related and specific returns of common stocks: serial correlation and market inefficiency", *The Journal of Finance*, vol. 37, p. 543-554.
- ⁹⁹ Zarowin, P. "Size, seasonality, and stock market overreaction", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 25, p. 113-125
- ¹⁰⁰ Litzenberger, R. and Ramaswamy, K. "The effects of personal taxes and dividends on capital asset prices: theory and empirical evidence", *Journal of Financial Economics*, vol. 7, p. 163-175
- ¹⁰¹ Miller, M. and Scholes, M. "Dividend and taxes: some empirical evidence", *Journal of Political Economy*, vol. 90, p. 1118-1141
- ¹⁰² Brennan, M. Chordia, T. and Subrahmanyam, A. "Alternative factor specifications, security characteristics, and the cross-section of expected stock returns", *Journal of Financial Economics*, vol. 49, p. 345-73
- ¹⁰³ Amihud, Y. "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, p. 31-56
- ¹⁰⁴ Redding, L. "Firm size and dividend payout", *Journal of Financial Intermediation*, vol. 6, p. 224-248
- ¹⁰⁵ King, B.F. "Market and industry factors in stock price behaviour", *Journal of Business*, vol. 39, p. 139-190
- ¹⁰⁶ Ross, S. "The arbitrage theory of capital asset pricing", *Journal of Economic Theory*, vol. 13, n°3, p. 341-360
- ¹⁰⁷ Rosenberg, B. and Marathe, V. "Common factors in security returns: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*, May 1976.
- ¹⁰⁸ Elton, E. and Gruber, M. "Modern portfolio theory and investment analysis", fifth edition, *Wiley*
- ¹⁰⁹ Rosenberg, B. Houglet, M. and Marathe, V. "Extra-market components of covariance among securities prices", *working paper RPF-013*, Research Program in Finance Berkeley, 1973

-
- ¹¹⁰ Roll, R. and Ross, S. "An empirical investigation of the Arbitrage Pricing Theory", *The Journal of Finance*, vol. 5, p. 1073-1101
- ¹¹¹ Borchert, A. Ensz, L. Knijn, J. Pope, G. and Smith, A. "Understanding risk and return, the CAPM and the Fama-French three-factor model", *Tuck School of Business at Dartmouth*, n°3-111, 14p.
- ¹¹² Connor, G. "The three types of factor models: a comparison of their explanatory power", *Financial Analyst Journal*, vol. 51, p. 42-47
- ¹¹³ Chen, N. Roll, R. and Ross, S. "Economic forces and the stock market", *Journal of Business*, vol. 59, p. 386-403
- ¹¹⁴ Burmeister, E. and McElroy, M. "Sorting out risks using known APT factors", *Financial Analysts Journal*, March-April 1988, p. 29-40
- ¹¹⁵ Connor, G. "The three types of factor models: a comparison of their explanatory power", *Financial Analyst Journal*, May-June 1995, vol. 51, p42-47
- ¹¹⁶ Fama, E. and French, K. "The cross-section of expected stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 47, p. 427-466
- ¹¹⁷ Fama, E. and French, K. "Common risk factors in the returns on stocks and bonds", *Journal of Financial Economics*, vol. 33, p. 3-56
- ¹¹⁸ Chui, A. and Wei, J. "Book-to-market, firm size, and the turn-of-the-year effect: evidence from Pacific-Basin emerging markets," *Pacific-Basin Finance Journal*, vol. 6, p. 275-293.
- ¹¹⁹ Faff, R. "An examination of the Fama and French three-factor model using commercially available factors", *Australian Journal of Management*, vol. 26, p. 1-17
- ¹²⁰ Gompers, P. and Metrick, A. "Institutional investors and equity prices", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 116, p. 229-259.
- ¹²¹ Dimson, P.R. Marsh, P.R. "The stability of UK measures and the problem of thin trading", *The Journal of Finance*, vol. 38, p. 753-783
- ¹²² Amihud, Y. and Mendelson, H. "Asset pricing and the bid-ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 15, p. 223-246
- ¹²³ Lajili, S. « Modélisation quantitative des marchés financiers : quatre essais sur le modèle à trois facteurs dans le cas français », Thèse de Doctorat en Sciences de Gestion Cereg, Université Paris Dauphine.
- ¹²⁴ Chen, N. Roll, R. and Ross, S. "Economic forces and the stock market", *Journal of Business*, vol. 59, p. 386-403
- ¹²⁵ He, J. and Ng, L. "Economic forces, fundamental variables, and equity returns", *Journal of Business*, vol. 67, p. 599-609

-
- ¹²⁶ Fama, E. and Mc Beth, K. "Risk, return and equilibrium: empirical tests", *Journal of Political Economy*, vol. 81, p. 607-636
- ¹²⁷ Chan, K. and Chen, N.F. "Structural and return characteristics of small and large firms", *The Journal of Finance*, vol. 4, p. 1467-1484.
- ¹²⁸ Chan, L.K.C. Karsecki, J. and Lakonishok, J. "The risk and return from factors", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 33, p. 159-187.
- ¹²⁹ Amihud, Y. and Mendelson, H. "Asset pricing and the bid-ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 15, p. 223-246
- ¹³⁰ Black, F. "Beta and return", *Journal of Portfolio Management*, vol. 20, p. 8-18
- ¹³¹ Kothari, S.P. Shanken, S. and Sloan, R.G. "Another look at the cross-section of expected stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 49, p. 185-224
- ¹³² Shumway, T. and Warther V. "The delisting bias in CRSP' Nasdaq data and its implications for the size effect", *The Journal of Finance*, vol. 105, p. 2361-2379
- ¹³³ Hawawini, G. and Keim, D.B. "On the predictability of common stock returns. World-wide evidence", *Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 9, p. 497-544
- ¹³⁴ Loughran, T. "Book-to-market across firm size, exchange, and seasonality: is there an effect", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 32, p. 249-268
- ¹³⁵ L'Her, J.F, Sy, O. and Tnani, M.Y. "Country, industry, and risk factor loadings in portfolio management," *Journal of Portfolio Management*, vol. 28, p. 70-79
- ¹³⁶ Ritter, J.R. "The long-run performance of initial public offerings", *The Journal of Finance*, vol. 46, p. 3-27
- ¹³⁷ Malkiel, B.G. "Returns from investing in equity mutual funds 1971 to 1991", *The Journal of Finance*, vol. 50, p. 549-572.
- ¹³⁸ Dechow, P. Hutton, A. P. and Sloan, R.G. "An empirical assessment of the residual income valuation model", *Journal of Accounting and Economics*, vol. 26, p. 1-34
- ¹³⁹ Piotroski, J. "Value investing: the use of financial statement information to separate winners and losers", *Journal of Accounting Research*, vol. 38, p. 1-42
- ¹⁴⁰ Dong, M. Hirshleifer, D. Richardson, S. and Teoh, S. "Does investor misvaluation drive the takeover market?", *The Journal of Finance*, vol. 2, p. 725-762
- ¹⁴¹ Kothari, S.P. Shanken, S. and Sloan, R.G. "Another look at the cross-section of expected stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 49, p. 185-224
- ¹⁴² Mei, J. "Explaining the cross-section of returns via a multi-factor APT model", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, p. 331-345

-
- ¹⁴³ Knez, P. and Ready, M. "On the robustness of size and book-to-market on cross-sectional regressions", *The Journal of Finance*, vol. 52, p. 1355-1382
- ¹⁴⁴ Dowens, T. and Ingram, R. "Beta, size, risk and return", *The Journal of Financial Research*, vol. 23, p. 245-260
- ¹⁴⁵ Berk, J.B. "A critique of size anomalies", *Review of Financial Studies*, vol. 8, p.275
- ¹⁴⁶ Lilti, J.J. et Miloudi, A. « Les modèles à facteurs : des variables fondamentales aux facteurs statistiques », *Banque et Marché*, vol. 60, p. 30-40
- ¹⁴⁷ Taïb, A. « Etude de la rentabilité en série temporelle sur le marché français : le modèle à trois facteurs de Fama et French vs. un modèle à trois facteurs proposé », *working paper*
- ¹⁴⁸ Barbee, W. Mukherij, S. and Raines, G. "Do sales-price and debt-equity explain stock returns better than book-market and firm size?", *Financial Analysts Journal*, March-April 1996, p. 56-60
- ¹⁴⁹ Ciccone, S.J. "Forecast dispersion and error versus size, book-to-market ratio and momentum: a comparison of anomalies from 1992 to 2001", *Journal of Asset Management*, vol. 3-4, p. 333-344.
- ¹⁵⁰ Annin, M. "Fama-French and small cost of equity calculations", *Business Valuation Review*, *Ibbotson*
- ¹⁵¹ Roll, R. and Ross, S. "An empirical investigation of the Arbitrage Pricing Theory", *The Journal of Finance*, vol. 35, p. 1073-1103
- ¹⁵² Fama, E. and MacBeth, J. "Risk, return and equilibrium: empirical tests", *Journal of Political Economy*, vol. 38, p. 607-636
- ¹⁵³ Dhrymes, P. Friend, I. and Gultekin, N. "A critical re-examination of the empirical evidence on the Arbitrage Pricing Theory", *The Journal of Finance*, vol. 39, p. 323-346
- ¹⁵⁴ Connor, G. and Korajczyk, R. "Risk and return in an equilibrium APT. Application of a new test methodology", *Journal of Financial Economics*, vol. 21, p. 255-289
- ¹⁵⁵ Lemhan, B. and Modest, D. "The empirical foundations of the Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Financial Economics*, vol. 17, p. 213-254
- ¹⁵⁶ Shukla, R. and Trzcinka, C. "Sequential test of the Arbitrage Pricing Theory. A comparison on principle components and maximum likelihood factors", *The Journal of Finance*, vol. 45, p. 1541-1564
- ¹⁵⁷ Mei, J. "Explaining the cross-section of returns via a multi-factor APT model", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, p. 331-345
- ¹⁵⁸ Elton, E.J. and Gruber, M.J. "Modern portfolio theory and investment analysis", *Wiley*, *fifth edition*, p. 376
-

-
- ¹⁵⁹ Chamberlain, G. and Rothschild, M. "Arbitrage, factor structure and mean-variance analysis on large asset markets", *Econometrica*, p. 1281-1304
- ¹⁶⁰ Bahri, S. and Leger, L. "The stability of risk factors in the UK stock market", *Applied Financial Economics*, vol. 11, p. 411-422
- ¹⁶¹ Sharpe, W. "Factors in NYSE security returns, 1931-1979," *Journal of Portfolio Management*, vol. 8, p. 5-19
- ¹⁶² Morel, C. "Stock selection using a multi-factor model – empirical evidence from the French stock market", *The European The Journal of Finance*, vol. 7, p. 312-334
- ¹⁶³ Vasicek, O. "A note on using cross-sectional information in Bayesian estimation of security betas", *The Journal of Finance*, vol. 19, p. 1233-1239
- ¹⁶⁴ Miller, M. and Rock, K. "Dividend policy under asymmetric information", *The Journal of Finance*, vol. 30, p. 1031-1051
- ¹⁶⁵ Myers, S. "Determinants of corporate borrowing", *Journal of Financial Economics*, vol. 5, p. 147-175
- ¹⁶⁶ Myers, S. and Majluf, N. "Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have", *Journal of Financial Economics*, vol. 13, p. 187-221
- ¹⁶⁷ Amihud, Y. and Mendelson, H. "Asset pricing and the bid-ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol.15, p. 223-246
- ¹⁶⁸ Beckers, S. Grinold, R. Rudd, A. and Stefek, D. "The relative importance of common factors across the European equity markets", *Journal of Banking and Finance*, vol. 16, p. 75-95
- ¹⁶⁹ Chan, L.K.C., Karsecki, J. and Lakonishok, J. "The risk and return from factors", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 33, p. 159-187
- ¹⁷⁰ Bos, J. and Salaün, I. "Stock selection using a multi factor models: the French stock market example", *European Finance Association*, Lisbonne 1992
- ¹⁷¹ Salaün, I. « Sélection des actions françaises : quels critères ? » *Quandt, CCF Recherche et Innovation*
- ¹⁷² Botosan, C.A. and Plumlee, M.A. "Assessing alternative proxies for the expected risk premium", *The Accounting Review*, vol. 80, n°1, p. 21-53
- ¹⁷³ Gebhardt, W. Lee, C. and Swaminathan, B. "Toward an implied cost of capital", *Journal of Accounting Research*, vol. 39, p. 135-176
- ¹⁷⁴ Gordon, J. and Gordon, M. "The finite horizon expected return model", *Financial Analysts Journal*, May-June 1998, p. 52-61

¹⁷⁵ Ohlson, J. and Juettner-Nauroth, B. "Expected EPS and EPS growth as determinants of value", *working paper*, New York University

¹⁷⁶ Daske, H. Gebhardt, G. and Klein, S "Estimating the expected cost of equity capital using analyst's consensus forecasts", *Schmalenbach Business Review*, vol. 58, p. 2-36

¹⁷⁷

Rosenberg, B. Houglet, M. and Marathe, V. "Extra-market components of covariance among securities prices" *working paper RPF-013*, Research Program in Finance Berkeley, 1973

Rosenberg, B. and McKibben, W. "The prediction of systematic and specific risk in common stocks", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1973, p. 317-333

Rosenberg, B. and Marathe, V. "Common factors in security returns: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*, May 1976.

Rosenberg, B. and Rudd, A. "Factor-related and specific returns of common stocks: serial correlation and market inefficiency", *The Journal of Finance*, vol. 37, p. 543-554.

Rosenberg, B. and Guy, J. "The prediction of systematic risk", *working paper n°33*, Berkeley

Rosenberg, B. "Extra-market components of covariance in security returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1974, p. 263-274

¹⁷⁸ Connor, G. "The three types of factor models: a comparison of their explanatory power", *Financial Analyst Journal*, vol. 51, p.42-47

¹⁷⁹ Lo, A. and McKinlay, A. "When are contrarian profits due to stock market overreaction", *Review of Financial Studies*, vol. 3, 1990a, p. 181-211.

¹⁸⁰ Cheng, P.L. and Graeur, R. "An alternative test of the capital asset pricing model", *The American Economic Review*, vol. 70, p. 660-671

¹⁸¹ Jagannathan, R. and Wang, Z. "The conditional CAPM and the cross-section of expected returns", *The Journal of Finance*, vol. 51, p. 3-53

¹⁸² Fisher, L. "Some newstock market indexes", *Journal of Business*, vol. 39, p. 101-225

¹⁸³ Fowler, D. Rorke, H. and Jog, V. "A bias-correcting procedure for beta estimation in the presence of thin trading", *The Journal of Financial Research*, vol. 12, p. 23-32

¹⁸⁴ Cohen, K.J. Hawawini, G.A. Maier, S.F. Schwartz, R.A. and Whitcomb, D.K. "Estimating and adjusting for the intervalling-effet bias in beta", *Management Science*, vol. 29, p. 135-148

¹⁸⁵ Daves, P.R. Ehrhard, M.C. and Kunkel, R.A. "Estimating systematic risk: the choice of return interval and estimation period", *Journal of Financial and Strategic Decisions*, vol. 13, p. 7-13

-
- ¹⁸⁶ Handa, P. Kothari, S. and Wasley, C. "The relation between the return interval and betas: implication for the size effect", *Journal of Financial Economics*, vol. 23, p. 79-100.
- ¹⁸⁷ Reinganum, M. "Abnormal returns in small firm portfolios", *Financial Analysts Journal*, March-April 1981, p. 52-56
- ¹⁸⁸ Tinic, S. and West, R. "Risk, return: january versus the rest of the year", *Journal of Financial Economics*, vol.13, p. 561-574
- ¹⁸⁹ Daves, P.R. Ehrhard, M.C. and Kunkel, R.A. "Estimating systematic risk: the choice of return interval and estimation period", *Journal of Financial and Strategic Decisions*, vol. 13, p. 7-13
- ¹⁹⁰ Scholes, M. and Williams, J. "Estimating betas from nonsynchronous data", *Journal of Financial Economics*, vol. 5, p. 309-327
- ¹⁹¹ Dimson, E. "Risk measurement when shares are subject to infrequent trading", *Journal of Financial Economics*, vol. 6, p. 197-226
- ¹⁹² Ibbotson, R. Kaplan, P. and Peterson, J. "Estimates of small stock betas are too low", Ibbotson Associates
- ¹⁹³ Fama, E. and MacBeth, J. "Risk, return and equilibrium: empirical test", *The Journal of Political Economy*, vol. 81, p. 607-636
- ¹⁹⁴ Chan, K. and Lakonishok, J. "Are the reports of beta's death premature", *The Journal of Portfolio Management*, vol. 19, p. 51-62
- ¹⁹⁵ Cohen, K.J. Hawawini, G.A. Maier, S.F. Schwartz, R.A. and Whitcomb, D.K. "Estimating and adjusting for the intervalling-effet bias in beta", *Management Science*, vol. 29, p. 135-148
- ¹⁹⁶ Murray, L. "An examination of beta estimation using daily Irish data", *Journal of Business Finance and Accounting*, vol. 22, p. 893-905
- ¹⁹⁷ Fowler, D. Rorke, C.H. and Jog, V. "A bias-correcting procedure for beta estimation in the presence of thin trading", *Journal of Financial Research*, vol. 12, p. 23-32
- ¹⁹⁸ Marsh, P. "Equity rights issues and the efficiency of the UK stock market", *The Journal of Finance*, vol. 34, p. 839-862
- ¹⁹⁹ McInish, T.H and Wood, R.A. "Adjusting for beta bias: an assessment of alternate techniques: a note", *The Journal of Finance*, vol. 51, p. 277-286
- ²⁰⁰ Bartholdy, J. and Riding, A. "Thin trading and the estimation of betas: the efficacy of alternative techniques", *The Journal of Financial Research*, vol. 17, p. 241-254
- ²⁰¹ Bowie, D.C. "Thin trading, non-normality and the estimation of systematic risk on small stock markets", Unpublished PhD thesis, University of Cape Town

-
- ²⁰² Bradfield, D. "On estimating the beta coefficient", *Investment Analysts Journal*, vol. 57, p. 47-54
- ²⁰³ Bekeart, G. and Wu, G. "Assymetric volatility and risk in equity markets", *Review of Financial Studies*, vol. 13, p. 1-42
- ²⁰⁴ Braun, P.A. Nelson, D.B. and Sunier, A.M. "Good news, bad news, volatility and beta", *The Journal of Finance*, vol. 50, p. 1575-1603
- ²⁰⁵ Fischer, K.P. and Simonian, S. « Concentration de la propriété et performance au Canada », cahier de recherche 97-14, CREFA, Département d'Economie, Université Laval.
- ²⁰⁶ Beaver, W. Kettler, P. and Scholes, M. "The association between market determined and accounting determined risk measures", *The Accounting Review*, vol. 45, p. 654-682
- ²⁰⁷ Rosenberg, B. and Guy, J. "The prediction of systematic risk", *working paper n°33*, Berkeley
- ²⁰⁸ Lakonishok, J. Sheilfer, A. and Vishny, R.W. "Contrarian investment, extrapolation, and risk", *The Journal of Finance*, vol. 49, p. 1541-1578
- ²⁰⁹ La Porta, R. "Expectations and the cross-section of stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 51, p. 1715-1742
- ²¹⁰ Ball, R. and Brown, P. "Portfolio theory and accounting theory", *Journal of Accounting Research*, vol. 7, p. 300-323
- ²¹¹ Baginski, S.P. and Wahlen, J.M. "Residual income risk, intrinsic values, and share prices", *The Accounting Review*, vol. 78, p. 327-351
- ²¹² Logue, D.E. and Merville, L.J. "Financial policy and market expectations", *Financial Management*, vol. 1, p. 37-44
- ²¹³ Lev, B. and Kunitzky, S. "On the association between smoothing measures and the risk of common stocks", *Accounting Review*, vol. 49, p. 259-270
- ²¹⁴ Melicher, R.W. and Rush, D.F. "Systematic risk, financial data, and bond rating relationships in a regulated industry environment", *The Journal of Finance*, vol. 29, p. 537-544
- ²¹⁵ Ismail, B.E. and Kim, M.K. "On the association of cash-flow variables with market risk: further evidence", *The Accounting Review*, vol. 64, p. 125-136
- ²¹⁶ Almisher, M.A. and Kish, R.J. "Accounting betas – an ex-anti proxy for risk within the IPO market", *Journal of Financial and Strategic Decisions*, vol. 13, p. 23-34
- ²¹⁷ Arbel, A. and Strebel, P. "The neglected and small firm effects", *The Financial Review*, November 1982, p. 201-218
- ²¹⁸ Downen, R. and Bauman, W. "A fundamental multifactor asset pricing model", *Financial Analysts Journal*, July-August 1986, p. 45-51

-
- ²¹⁹ Damodaran, A. "Estimating the equity risk premium", *working paper*, Stern School of Business
- ²²⁰ Thompson, D.J. "Sources of systematic risk in common stocks", *The Journal of Business*, vol. 49, p. 173-188.
- ²²¹ Cho, D. "On the nondiversifiable firm-specific: a decomposition of beta for business, operating and financial risk", *The Mid-Atlantic Journal of Business*, vol. 33, p. 237
- ²²² Lev, B. "On the usefulness of earnings and earnings research: lessons and directions from two decades of empirical research", *Journal of Accounting Research*, vol. 27, p. 53-192
- ²²³ Barbee, W. Mukherji, S. and Raines, G. "Do sales-price and debt-equity explain stock returns better than book-market and firm size", *Financial Analysts Journal*, Mar-Apr96, vol. 52, p. 56-60
- ²²⁴ Rosenberg, B. and Guy, J. "The prediction of systematic risk", *working paper n°33*, Berkeley
- ²²⁵ Rosenberg, B. Houglet, M. and Marathe, V. "Extra-market components of covariance among securities prices", *working paper RPF-013*, Research Program in Finance Berkeley, 1973
- ²²⁶ Rosenberg, B. "Extra-market components of covariance in security returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1974, p. 263-274
- ²²⁷ Rosenberg, B. and McKibben, W. "The prediction of systematic and specific risk in common stocks", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1973, p. 317-333
- ²²⁸ Vasicek, O. "Efficient inference in a random coefficient regression model", *Econometrica*, vol. 38, March 1970
- ²²⁹ Rosenberg, B. and McKibben, W. "The prediction of systematic and specific risk in common stocks", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1973, p. 317-333.
- ²³⁰ Johansson, A. and Rolsteh, L. "The effects of firm-specific variables and consensus forecast data on the pricing of large Swedish firms' stocks", *Applied Financial Economics*, vol. 11, p. 373-384
- ²³¹ Ferson, W.E. and Harvey, C.R. "Fundamental determinants of national equity market returns: a perspective on conditional asset pricing", *Journal of Banking and Finance*, vol. 21, p. 1625-1665
- ²³² Rosenberg, B. and Marathe, V. "Common factors in security returns: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*
- ²³³ Rosenberg, B. and McKibben, W. "The prediction of systematic and specific risk in common stocks", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1973, p. 317-333

-
- ²³⁴ Rosenberg, B. and Marathe, V. "Common factors in security returns: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*, 1976
- ²³⁵ Varaiya, N. and Ferris, K. "Overpaying in corporate takeover the winners curse", *Financial Analysts Journal*, vol. 43, p. 64-70.
- ²³⁶ Healy, P. Palepu, K. and Ruback, R. "Which takeovers are profitable? Strategic or financial?", *Sloan Management Review*, vol. 38, p. 45-57
- ²³⁷ Travlos, N. "Corporate take over bids method of payment, and bidding firms stock returns", *The Journal of Finance*, vol. 42, p. 43-63
- ²³⁸ Faccio, M. McConnell, J. and Stolin, D. "Returns to acquirers of listed and unlisted targets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 41, p. 197-220
- ²³⁹ Raj, M. and Forsyth, M. "Hostile Bidders, long-term performance, and restructuring methods: evidence from the UK", *American Business Review*, vol. 20, issue 1, p. 71-81
- ²⁴⁰ Gregory, A. and McCorriston, S. "Foreign acquisitions by UK limited companies: short- and long-run performance", *Journal of Empirical Finance*, vol. 12, p. 99-125
- ²⁴¹ Chan, K.C. "Can tax-loss selling explain the January seasonal in stock returns?", *The Journal of Finance*, vol. 41, p. 1115-1128
- ²⁴² Jones, S.L. "Reaction to the overreaction hypothesis" *working paper*, Purdue University, September 1987
- ²⁴³ Berk, J. "a critique of size-related anomalies", *Review of Financial Studies*, vol. 8, p. 275-286
- ²⁴⁴ Chan, L. Karceski, J. and Lakonishok, J. "The risk and return from factors", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 33, p. 159-188
- ²⁴⁵ Rosenberg, B. and Marathe, V. "Common factors in security return: microeconomic determinants and macroeconomic correlates", *Seminar on the Analysis of Security Prices*, May 1976.
- ²⁴⁶ Rosenberg, B. and Rudd, A. "Factor-related and specific returns of common stocks: serial correlation and market inefficiency", *The Journal of Finance*, vol. 37, p. 543-554.
- ²⁴⁷ Rosenberg, B. Houglet, M. and Marathe, V. "Extra-market components of covariance among security prices", *working paper RPF-013*, Berkeley, 1973
- ²⁴⁸ Zimmermann, P. „Schätzung und Prognose von Betawerten“ (Bad Soden: Uhlenbruch). L'auteur démontre qu'une période de cinq jours de retard est adaptée au marché allemand.

²⁴⁹ Daves, P.R. Ehrhard, M.C. and Kunkel, R.A. "Estimating systematic risk: the choice of return interval and estimation period", *Journal of Financial and Strategic Decisions*, vol. 13, p. 7-13

²⁵⁰ Bourdonnais, R. « Econométrie », *Dunod*, 5^{ème} édition.

²⁵¹ Loughran, T. "Book-to-market across firm size, exchange, and seasonality: is there an effect", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 32, p. 249-268

²⁵² Johansson, A. and Rolsteh, L. "The effects of firm-specific variables and consensus forecast data on the pricing of large Swedish firms' stocks", *Applied Financial Economics*, vol. 11, p. 373-384

Vu le Président

Monsieur le Professeur Laurent BATSCH

Vu les suffragants

Monsieur le Professeur Pierre BATTEAU

Monsieur le Professeur Simon PARIENTE

Vu et permis d'imprimer :

Le Vice-Président du Conseil Scientifique Chargé de la Recherche de l'Université Paris-Dauphine.