

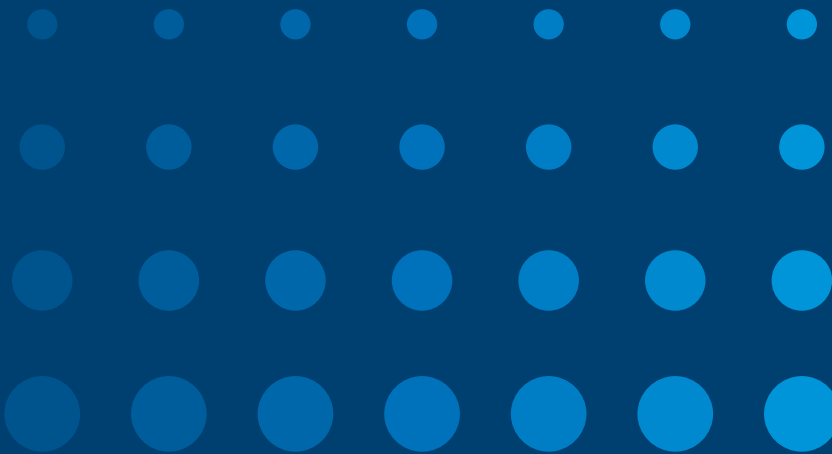
1
2010



análisis

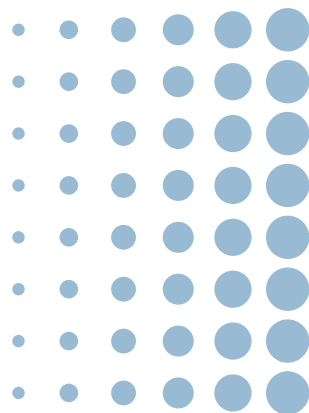
revista del mercado de valores

NÚMERO 1 EDICIÓN DICIEMBRE 2010
ISSN 2215-9150



Valoración de las *quality options* en los futuros de TES

Andrés Vélez*



Resumen

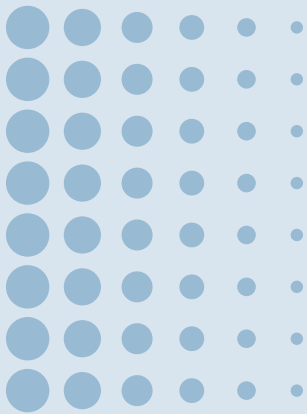
En este trabajo se usa un modelo estocástico para simular la curva de rendimientos de los títulos de deuda pública colombiana (TES) y así valorar las opciones implícitas en los contratos estandarizados de futuros de estos títulos. El modelo se basa en el propuesto por Heath, Jarrow y Morton (1992), y se adicionan características específicas que tienen estos contratos en Colombia. Los resultados sugieren que los precios de las opciones dependen positivamente tanto del vencimiento del bono subyacente como del plazo del contrato, como es lo esperado.

Palabras clave: modelo HJM, contratos de futuros de TES, TES, curva *forward*, deuda pública colombiana.

Clasificación JEL: E37, E47, F47.

* Andrés Vélez es Associate Portfolio Manager para Black River Colombia. El presente documento corresponde a su tesis de grado para la Maestría en Economía de la Universidad de los Andes.
Correo electrónico:
andres.velez@black-river.com

Documento recibido:
30 de julio de 2010.
Versión final aceptada:
29 de octubre de 2010.



Valuation of Quality Options for TES Futures

Andrés Vélez*

* Andrés Vélez is Associate Portfolio Manager for Black River Colombia. This paper corresponds to his dissertation for a Masters degree in Economics from the Universidad de los Andes.
Email:
andres.velez@black-river.com

Document received:
30 July 2010.
Final version accepted:
29 October 2010.

Abstract

This paper uses a stochastic model to simulate the Colombian public debt (TES) yield curve and value the implicit options in TES futures. The model is based on the study of Heath, Jarrow and Morton (1992) and specific characteristics of these contracts are considered. As expected, the results suggest that the price of the options are positively correlated to the maturity of the underlying bond and the delivery date of the contract.

Key words: HJM model, TES futures, TES, *forward yield curve*, colombian public debt.

JEL classification: E37, E47, F47.

INTRODUCCIÓN

En Colombia la deuda pública es la principal fuente de financiamiento del Gobierno y es el principal componente del mercado de capitales. Además, tener un mercado secundario desarrollado de esta deuda permite una continuidad en la financiación gubernamental y constituye una alternativa de inversión para los excedentes de liquidez de los agentes económicos. Por lo tanto, este mercado es de fundamental importancia para el desarrollo económico del país.

Sin embargo, la tenencia masiva de títulos de deuda pública genera riesgos que actualmente son difíciles de mitigar. Por ejemplo, según Asofondos, a abril de 2010 los fondos de pensiones en Colombia tenían más del 40% de su portafolio invertido en deuda pública. Por consiguiente, estas entidades están expuestas a la ciclicidad de las tasas de interés. Tener herramientas para cubrirse contra el riesgo de las tasas de interés fue una de las razones por las cuales se crearon los contratos de futuros estandarizados de títulos de deuda pública colombiana (TES). Además, la experiencia internacional sugiere que la evolución del mercado de derivados que tienen como subyacente los títulos de deuda pública va ligada al desarrollo del mercado secundario de estos títulos.

En este trabajo se estudian los contratos de futuros de TES, que son el primer derivado estandarizado que tiene como subyacente la deuda pública colombiana. Estos contratos son un instrumento nuevo para el mercado de capitales colombiano, que puede llegar a ser una herramienta para mitigar los riesgos inherentes al mercado de deuda pública o un vehículo de especulación. En cada contrato hay dos TES entregables, hecho que constituye un componente de opcionalidad implícito en los contratos: el agente que venda el contrato tiene la opción de entregar cualquiera de los dos bonos. La finalidad de este trabajo es encontrar el valor de esta opción para que de esta forma los agentes del mercado tengan un soporte técnico de cómo valorar estos futuros. Debido a que no se tiene conocimiento de trabajos previos con este propósito para Colombia, este artículo pretende ser un primer paso para mejorar el análisis del mercado de futuros sobre TES.

Los modelos de tasas de interés no son comunes en el mercado de capitales colombiano. Esto hace que la valoración de la opcionalidad implícita dentro de estos contratos no sea trivial. Este

trabajo pretende brindar una explicación del funcionamiento del mercado de contrato de futuros de los TES, y luego hacer un estudio teórico sobre la descomposición del valor de los futuros que permita observar el componente de volatilidad implícito. Teniendo clara esta separación, se desarrolla un modelo de tasas de interés y se realiza una simulación de Montecarlo para calcular un promedio de las opciones implícitas en cada uno de los futuros que se analizan. Luego, como resultado, se presenta el valor de la opcionalidad para cada futuro y para cada plazo sobre la curva de rendimientos presentada el 4 de febrero de 2010.

Los resultados sugieren que el valor de las opciones implícitas para el contrato que replica la parte corta de la curva de los TES es menor que para la parte larga. Además, cuando el plazo del futuro aumenta, el valor de las opciones implícitas también lo hace.

Este trabajo consta de siete secciones. En la primera se describen los futuros en Colombia; en la segunda se hace una revisión de la literatura; la tercera presenta el modelo de tasa de interés; en la cuarta se estima la función de volatilidad para este modelo; en la quinta se presentan los resultados numéricos; en la sexta se presentan resultados empíricos y finalmente se concluye.

I. DESCRIPCIÓN DE LOS FUTUROS

Los contratos de futuros sobre TES se crearon el 12 de junio de 2008 con la resolución 923 de la Superintendencia Financiera de Colombia. Esta iniciativa surgió a partir de la creación de la cámara central de contraparte, en un esfuerzo conjunto de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) y de los principales agentes del mercado de valores colombiano¹.

Un contrato de futuro es un acuerdo de compra o venta de un determinado activo a una fecha y a un precio específico. En el caso de los contratos de futuros sobre TES la definición precisa cambia un poco. En este tipo de transacciones, el vendedor y el comprador del futuro pactan un precio y una fecha, de la misma forma como se hace normalmente en cualquier otro contrato, con la diferencia de que para este caso el vendedor tiene la opción de escoger el bono que quiere vender entre los que están en la

1 Los detalles específicos del funcionamiento de los contratos de futuros están estipulados en la resolución 923 de la Superintendencia Financiera de Colombia.

canasta de entregables². A este bono se le denomina *cheapest to delivery* (CTD). Así, el precio del futuro tiene que llevar implícito el valor de esta característica. No obstante, esta opción presenta dificultades al ser valorada. En la literatura este activo se conoce como la *quality option*, y el presente estudio ofrece un método para su valoración.

En el mercado de futuros de TES hay tres tipos de contratos: corto, mediano y de largo plazo. Los primeros pretenden reflejar la tasa de interés de la curva de TES con títulos de vencimiento menor a dos años; los de mediano plazo hacen referencia a los de vencimiento de cinco años y los de largo plazo abarcan los vencimientos de diez años. El cuadro 1 expone los títulos entregables para cada contrato de futuro. Los TES están identificados por cupón y la fecha de vencimiento correspondiente.

Cuadro 1. TES entregables para los contratos de futuros vigentes para el 4 de febrero de 2010

| Futuro | Entregables | |
|---------------|----------------------|-------|
| | Fecha de vencimiento | Cupón |
| Corto plazo | Mayo-11 | 11 |
| 2 años | Agosto-12 | 9,25 |
| Mediano plazo | Noviembre-13 | 10,25 |
| 5 años | Mayo-14 | 9,25 |
| Largo plazo | Octubre-18 | 11,25 |
| 10 años | Julio-20 | 11 |

Fuente: Bloomberg.

Cada contrato de futuro de TES se negocia con una base mensual; es decir, para cada mes existe una fecha de cumplimiento que corresponde al primer miércoles del mes. En Estados Unidos los futuros sobre títulos de deuda pública se negocian con una base trimestral.

El método de liquidación de este tipo de contratos tiene la siguiente fórmula:

$$M_{V_{to}} = (PL_{V_{to}} \cdot FC + CC_{Bono_{V_{to}}}) \cdot P \cdot A_{V_{to}}, \quad (1)$$

- 2 En Colombia, para cada tipo de contratos existen dos bonos en la canasta de entregables. Para el caso de los futuros sobre títulos del Tesoro norteamericano, la canasta es mucho más amplia, lo cual aumenta la complejidad de la operación.

donde:

| | |
|-------------------|---|
| M_{Vto} | : monto a pagar cuando se vence el futuro |
| PL_{Vto} | : precio de operación del futuro |
| FC | : factor de conversión del bono entregado |
| $CC_{Bono_{Vto}}$ | : cupón corrido del bono entregado |
| $P.A_{Vto}$ | : posición abierta al vencimiento |

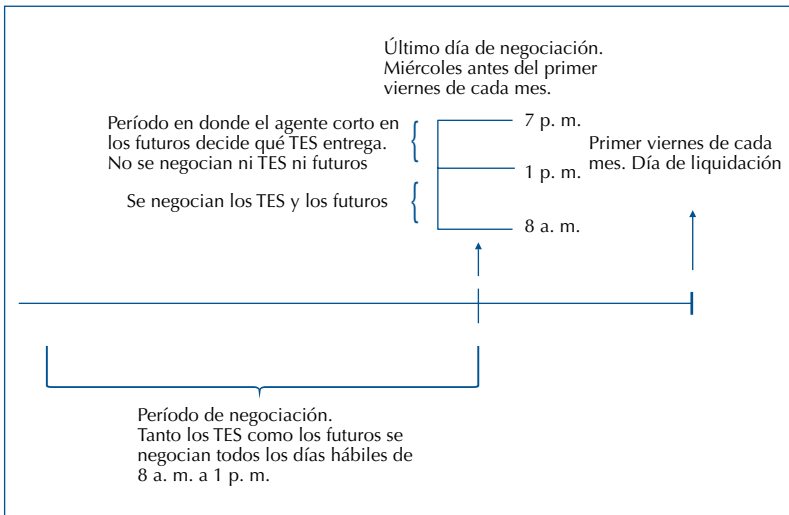
El futuro es un compromiso entre el vendedor y el comprador de éste, en donde el primero entrega uno de los bonos de la canasta (bono entregado) y el segundo, por su parte, tiene que pagar M_{Vto} al vendedor y recibe el bono entregado. Nótese que M_{Vto} depende del factor de conversión del bono entregado. Cada bono de la canasta tiene un factor de conversión que se calcula para que los precios de los diferentes bonos sean comparables entre sí. Para esto se determina una tasa de retorno para un bono teórico de la canasta. Con ésta se calcula un precio de referencia para cada bono. La relación entre este precio y el precio del bono da como resultado el factor de conversión. Este FC es vital para determinar el CTD, que es el bono que más influye en el movimiento del precio del futuro. En este trabajo se toman los factores de conversión vigentes para el momento de la valoración de las opciones (4 de febrero de 2010).

Para tener una mejor idea de la forma y los tiempos de negociación de los futuros, es imprescindible observar el gráfico 1, donde se muestran los tiempos de negociación de los futuros de TES. El primer período es el de negociación, comprendido entre el momento en que los agentes transan el contrato libremente y el último día de negociación (primer miércoles de cada mes). Durante este día pueden transar libremente hasta la 1 p. m. Los agentes con posiciones cortas tienen hasta las 7 p. m. para informar qué bono de la canasta quiere entregar. En el gráfico se evidencia el beneficio que tiene el vendedor del contrato, pues en cualquier momento del período de negociación puede vender el futuro.

El siguiente ejemplo resalta la importancia que tiene el vendedor de un futuro: supóngase que en la canasta de entregables están el bono *A* y el bono *B* y durante el período de negociación el bono *A* puede ser el más barato. Al principio del período de negociación, *Z* le vende un futuro a *Y*. El primero compra el bono *A* para

entregarlo al vencerse el contrato. Para fortuna del vendedor, el último día de negociación el bono *B* se convierte en el más barato para entregar. Así, el agente *Z* vende el bono *A* y compra el bono *B* para entregarlo, con lo que obtiene una ganancia. Por lo tanto, se evidencia que la valoración de la opción que posee el vendedor no es trivial, es de suma importancia en el precio de los futuros.

Gráfico 1. Tiempos de negociación de los futuros de TES



Nota: en este gráfico se muestran los tiempos de negociación y entrega de los contratos de futuros de TES en donde existe un tiempo de negociación: el último día de negociación es aquel en el cual el vendedor del futuro decide qué bono entregar y el día de liquidación es cuando se efectúa la transacción.

Fuente: el autor.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

Para el presente trabajo se revisaron tres campos de la literatura financiera sobre derivados de deuda pública: las opciones implícitas en futuros de *treasuries* norteamericanos, la modelación de tasas de interés en los TES y la modelación general de las tasas de interés. Para la determinación del modelo y las conclusiones fue indispensable utilizar resultados de los tres campos.

Es muy amplia la literatura que abarca la valoración de las opciones implícitas en los futuros de bonos con varios entregables. La más común es la que concierne a la valoración de las opciones implícitas de los futuros de los bonos del Tesoro de los Estados Unidos, la cual es abundante y comenzó al final de la década de

los ochenta. Estos estudios están caracterizados por ofrecer explicaciones del funcionamiento de las opciones y disposiciones algebraicas del precio de los futuros. El ejemplo más representativo de estos trabajos es el de Boyle (1989), quien hace una descripción teórica de cómo valorar las *quality options* para n activos en la canasta de entregables y muestra que los precios de las opciones son relevantes. Este trabajo está basado en la descomposición del precio del futuro de *treasuries* estadounidenses en un portafolio constituido por una opción *call* y una *put*. Para esta época, los primeros intentos de valoración de estas opciones estaban basados en el análisis estadístico del *pay off* final de las opciones, tal y como lo hace Hemler (1990).

Luego, con el desarrollo de modelos de tasa de interés como el de Heath, Jarrow y Morton (HJM) en la década de los noventa, aparece una nueva serie de estudios relevantes sobre la valoración de estas opciones, entre ellos el de Ren-Raw y Shih-Kuo (2002) y el de Vidal y Ferreira (2007). El primero se usó como guía teórica para la descomposición del precio del futuro y el segundo tiene una línea teórica similar al presente estudio. Vidal y Ferreira (2007) usan un HJM multifactor para calcular las tasas de rendimientos de los tesoros norteamericanos negociados entre 2001 y 2004. Con un vasto análisis de Montecarlo, presentan una forma de valorar las *quality options* inherentes en los futuros, similar a la estructura teórica del presente trabajo. Así mismo, hacen una comparación con los resultados empíricos de las opciones en dichos períodos.

La literatura sobre la valoración de derivados que tengan como subyacentes a los TES es muy reducida, y es precisamente este hecho el que motiva el actual estudio. Hasta el momento, el autor no tiene conocimiento de ninguna investigación que presente la valoración de los futuros de los TES en Colombia, aunque sí existen estudios sobre la modelación de las tasas de los TES para la valoración de otros activos.

El primer paso para valorar las opciones implícitas en los contratos de futuros de TES fue determinar una expresión para el precio de los contratos que tuviera explícito el valor del componente de la opcionalidad. Para ello, este trabajo se basó en Ren-Raw y Shih-Kuo (2002) para los futuros de los *treasuries* estadounidenses. Estos autores usan un modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR) de dos factores para determinar el precio empírico de las fronteras superior e inferior de los precios de las opciones.

La modelación de las tasas de interés de los TES es el campo con menos literatura entre los considerados para este trabajo. La tesis del curso CQF de Gómez (2009) es un estudio único en el caso de aplicar modelos estocásticos a la valoración de derivados de TES. Este autor presenta un modelo HJM para valorar derivados exóticos que tienen como subyacente elementos de la curva de los TES. Además, establece unos precios para los derivados exóticos. El trabajo de Gómez (2009) está relacionado con la presente investigación, ya que usa un modelo similar para la generación de la tasa de interés de las curvas de TES, aplica el modelo HJM y también hace simulaciones de Montecarlo para obtener los precios de los derivados en cuestión. Por otra parte, Gómez usa estas valoraciones para otro tipo de derivados no estandarizados, mientras que el presente trabajo se enfoca en los derivados estandarizados negociados en el mercado colombiano.

En la revisión de la literatura es imprescindible tener como referencia el trabajo de Heath, Jarrow y Morton (1992), pues estos autores le dieron un nuevo aire a la modelación de tasa de interés para la valoración de instrumentos de renta fija. Su innovación consistió en la incorporación de las tasas *forward* como variables aleatorias en la modelación de las tasas. En ese trabajo se presenta una teoría unificada para la valoración de las llamadas contingentes ante estructuras de curvas de tasas de interés estocásticas. La metodología está basada en medidas martingalas equivalentes, toma una curva *forward* dada y genera una familia de posibles resultados estocásticos. Para valorar las opciones implícitas en los futuros de los TES, fue necesaria la creación de un modelo de tasa de interés. Por la simplicidad en el desarrollo numérico de una curva de tasas *forward* y por la facilidad al obtener medidas neutrales al riesgo, el presente trabajo se apoyó en el modelo HJM.

III. EL MODELO

Para este trabajo se aplicó el modelo de Heath *et al.* (1992) para la estimación de la curva *forward* de las tasas de interés de los TES, el cual presenta dos ventajas al ser comparado con otros de su misma clase. Primera, la sencillez conceptual con que éste presenta la forma de modelar las tasas *forward* y, segunda, porque genera resultados fáciles de manipular a la hora de valorar derivados. Con este modelo es posible obtener medidas claras y neutrales al

riesgo, que ayudan a la valoración de derivados complicados, lo que hace más fácil la valoración de opciones implícitas en futuros de los TES. La estimación de las curvas *forward* a partir del modelo HJM está basada en la medida de probabilidad neutral al riesgo, cuya existencia es demostrada al aplicar el teorema fundamental de la teoría de precios que exige como hipótesis un mercado libre de oportunidades de arbitraje. Así, en el resto de esta investigación cualquier valor esperado que se esboce tendrá como medida la de la probabilidad neutral al riesgo ya mencionada.

A. Especificaciones preliminares

El propósito de este trabajo es valorar las opciones implícitas en los contratos de futuros de TES. Para esto se supone que las tasas *forward* de los bonos descritos en las canastas de entregables de los futuros de TES tienen un comportamiento estocástico descrito por el modelo desarrollado en Heath *et al.* (1992). Después de analizar las características de los futuros y su mercado, se realiza la valoración teórica de éstos, para lo cual se usará la siguiente notación:

- $\Theta(t)$: precio del futuro de todos los subyacentes
- $\Theta_i(t)$: precio del futuro del bono i
- $Q_i(t)$: precio sucio del bono i
- q_i : factor de conversión del bono i

Así pues, siguiendo el estudio de Ren-raw y Shih-Kuo (2002), se puede afirmar que al momento de la expiración de los futuros:

$$\Theta(T) = \text{Min} \frac{Q_i(T)}{q_i}, \quad (2)$$

debido a que el agente que vendió el contrato va a entregar el bono a un precio más barato y, para determinar cuál es éste, se saca el mínimo de los dos precios de los bonos convertidos. En cualquier momento t del período de negociación, los precios de los futuros dependen de las creencias de los agentes sobre el comportamiento de estos bonos al momento de expiración T . Las expectativas son las de una medida de riesgo neutral, que es única según el modelo HJM, y se representan en el presente documento como \tilde{E} . Entonces, el precio esperado en el momento t para el precio del futuro en el día de expiración T es:



$$\Theta(T)_t = \text{Min} \frac{\tilde{E}_t [Q_i(T)]}{q_i}. \quad (3)$$

Si se separa el término con opcionalidad, entonces algebraicamente se puede descomponer el *Min* de la ecuación anterior en dos términos:

$$\Theta_i(T) = \tilde{E}_t \left[\text{Min} \left\{ \frac{Q_i(T)}{q_i} \right\} \right] = \frac{\tilde{E}_t [Q_i(T)]}{q_i} - \tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_i(T)}{q_i} \right\} \right]. \quad (4)$$

En el caso colombiano sólo existen dos activos como entregables, por lo tanto, la fórmula queda de la siguiente manera:

$$\Theta_i(T) = \frac{\tilde{E}_t [Q_1(T)]}{q_i} - \tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_2(T)}{q_2}, 0 \right\} \right]. \quad (5)$$

Después del ejercicio anterior, se observa el precio del futuro del TES con el componente de opcionalidad como un término independiente.

B. Proceso de estimación del modelo de tasas de interés (HJM)

Para la valoración de las opciones implícitas en los futuros de los TES, es imprescindible modelar la curva de rendimiento de éstos, para así simular el precio de los bonos, los futuros y las opciones. Para llevar a cabo esta simulación, la presente investigación usa el modelo HJM, presentado por Shreve (2004), que hace un desarrollo teórico-práctico del modelo. Este modelo fue desarrollado por David Heath, Robert A. Jarrow y Andrew Morton a finales de los años ochenta y el trabajo final fue expuesto en la Universidad de Cornell en Ithaca, Estados Unidos, en 1987.

Replicando el modelo HJM, suponga que $B(t, T)$ es el precio de un bono cero cupón, en el tiempo t , que madura en T . Para la valoración de las opciones implícitas en los contratos de futuros de TES, se necesita valorar los precios de los entregables en distintos momentos del tiempo. Para esto, se esboza el desarrollo inicial de la simulación de las tasas de interés, presentado en Heath *et al.* (1992). La tasa *forward* en t para invertir a T se define:

$$f(t, T) = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log B(t, T + \delta) - \log B(t, T)}{\delta} \quad (6)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial T} \log B(t, T), \quad (7)$$

Conociendo $f(t, T)$ para todos los valores $0 \leq t \leq T$ sobre la curva de rendimientos, se puede calcular el precio del bono $B(t, T)$ mediante la fórmula:

$$\int_t^T f(t, v) dv = -[\log B(t, T) - \log B(t, t)] = \log B(t, T). \quad (8)$$

De esta manera:

$$B(t, T) = e^{-\int_t^T f(t, v) dv}. \quad (9)$$

Ahora falta determinar el modelo de la tasa $f(t, T)$. Siguiendo el modelo de Shreve (2000) se supone que $f(0, T)$, para $0 \leq T \leq \bar{T}$, está dada en $t = 0$ el tiempo cero. En este caso sería la curva inicial obtenida empíricamente de la historia de los datos de los TES. En el modelo HJM la curva *forward* en el tiempo t para invertir en un período T está dada por:

$$f_t(t, T) = f(0, T) + \int_0^t \alpha(u, T) du + \int_t^T \sigma(u, T) dW(u). \quad (10)$$

Su forma diferencial está dada por:

$$df(t, T) = \alpha(t, T) dt + \sigma(t, T) dW(t). \quad (11)$$

En esta notación d es el diferencial sobre la variable t y T es una constante. Para esto se supone una medida P_t , donde $dW(u)$ es un proceso browniano sobre esta medida, $\alpha(t, T)$ es el *drift* de $f(t, T)$ y $\sigma(t, T)$ son procesos aleatorios sobre la medida P . Esta forma diferencial es la que va a ser útil para la estimación de las curvas simuladas estocásticamente. Ésta determina el patrón aleatorio con el que las posibles simulaciones de la curva de rendimientos de los TES se mueven en el tiempo, basándose en una curva *forward* inicial. Para cada T , $\alpha(t, T)$ y $\sigma(t, T)$ son procesos adaptados en la variable t y para la simplicidad del modelo se supone que la tasa *forward* es guiada por un solo proceso browniano. Así mismo, se tiene que:

$$\int_t^T \alpha(t, v) dt dv = \int_t^T \alpha(t, v) dv dt = \tilde{\alpha}(t, T) dt. \quad (12)$$

De igual manera:

$$\int_t^T \sigma(t, v) dW(t) dv = \int_t^T \sigma(t, v) dv dW(t) = \tilde{\sigma}(t, T) dW(t), \quad (13)$$

donde:

$$\tilde{\alpha}(t, T) dt = \int_t^T \alpha(t, v) dv, \quad \tilde{\sigma}(t, T) = \int_t^T \sigma(t, v) dv. \quad (14)$$

En este punto se usa uno de los resultados más importantes que demostraron Heath *et al.* (1992). De éste se puede concluir que la evolución de las tasas *forward* tiene la forma:

$$df(t, T) = \sigma(t, T) \tilde{\sigma}(t, T) dt + \sigma(t, T) dW(t). \quad (15)$$

Este resultado lleva a una evolución de la curva *forward* sin $\alpha(t, T)$, lo que permite calcular la evolución a partir de la función $\sigma(t, T)$ y el proceso browniano $dW(t)$. La función $\sigma(t, T)$ es construida a partir de datos históricos y su elaboración se explica en la siguiente sección.

IV. ESTIMACIÓN DEL LA FUNCIÓN DE VOLATILIDAD

El propósito de esta sección es estudiar cómo generar $\tilde{\sigma}(t, T)$ para la estructura de rendimientos en la curva de TES. Siguiendo las indicaciones de Shreve (2000), la construcción de esta función está basada en datos históricos. Para lo anterior, se utilizarán datos de Infoval³, según el proceso definido en el anexo 9 de la resolución 083 de 2008 de la Superintendencia Financiera de Colombia, el cual sigue el trabajo de Nelson y Siegel (1987). A continuación se presenta un resumen de este método.

El primer paso de la metodología presenta la siguiente ecuación para la curva cero cupón de los TES (notación copiada directamente del documento):

$$RE_i = a + \left[(b + c) \left(\frac{1 - \exp\left(\frac{-t_i}{\tau}\right)}{\frac{t_i}{\tau}} \right) \right] - c \cdot \exp\left(\frac{-t_i}{\tau}\right), \quad (16)$$

3 En enero de 2003 la BVC estableció Infoval, un sistema para la valoración de inversiones, mediante el cual se calcula y publica, entre otros, información para la valoración de los TES clase B (www.infoval.com.co).

donde:

- RE_i : rentabilidad estimada del bono correspondiente al conjunto de títulos agrupados para la fecha de vencimiento i
- t_i : tiempo de maduración anualizado para el conjunto de títulos agrupados para la fecha de vencimiento i
- $(a\ b\ c\ \tau)$: parámetros de la función para estimar

Así mismo presenta una ecuación de la tasa *forward*, que según el documento de la Superintendencia Financiera de Colombia es derivada de la anterior ecuación.

$$r(m) = a + b \cdot e^{\frac{-m}{\tau}} + c \cdot e^{\frac{-m}{\tau}}. \tag{17}$$

Así, queda por encontrar el vector $(a\ b\ c\ \tau)$. Para esto, la Superintendencia propone el problema de minimización:

$$\min_{a,b,c,\tau} \sum_{i=1}^N (RPO_i - RE_i)^2 \cdot \sqrt{QP_i}, \tag{18}$$

donde:

- RPO_i : rentabilidad promedio observada para el grupo con fecha de vencimiento i
- RE_i : rentabilidad estimada para el grupo con fecha de vencimiento i
- QP_i : valor parámetro para el proceso de minimización definido en 3.000.000.000
- N : número total de grupos con fechas de vencimiento diferentes

Así se obtiene una serie de datos diaria del vector $(a\ b\ c\ \tau)$. Infoval publica los resultados del vector $(a\ b\ c\ \tau)$ diariamente desde el primero de enero de 2003. En el cuadro 2 se muestran las estadísticas descriptivas de estos valores.



Cuadro 2. Estadísticas descriptivas de la curva *forward* de los TES entre 2002-2010

| | a | b | c | τ |
|---------------------|----------|----------|----------|--------------------------|
| Promedio | 11,05 | -4,71 | 4,99 | 3,17 |
| Media | 9,72 | -4,04 | 3,82 | 3,09 |
| Moda | 8,53 | -1,58 | 0,93 | 1,26 |
| Máximo | 21,11 | 4,26 | 20,01 | 8,11 |
| Mínimo | 1,43 | -14,33 | -3,85 | 0,44 |
| Desviación estándar | 3,55 | 3,86 | 3,69 | 1,26 |

Fuente: Infoval, cálculos del autor.

Con estos datos y usando la ecuación 17 podemos saber los datos históricos de las tasas *forward*. Para obtener los componentes que guían la función de volatilidad en las tasas *forward* de los TES, se usará el método de componentes principales siguiendo la sección 10.3 de Shreve (2000). El método de componentes principales permite generar una matriz de correlaciones de tasas *forward* en donde no se encuentren problemas de linealidad entre los vectores. Esto se hace para poder generar los vectores principales de la matriz de correlaciones y así determinar los parámetros de volatilidad que guían la curva *forward*. Con estos parámetros se determinará la función de volatilidad –que es factor del modelo HJM–, con la cual se valoran los precios de los futuros de TES y a su vez las opciones implícitas en ellos. Se define la matriz D de elementos $D_{j,i}$ como el cambio en la tasa *forward* instantánea del tiempo i , en el día j . En este caso en particular, $i := 1, \dots, 50$, usando tasas de mes en mes hasta el primer año, y de seis meses en seis meses hasta los veinte años. Entre tanto, $j := 1, \dots, 2.019$ días observados en la serie de tiempo, con observaciones desde el primero de enero de 2003 hasta el 4 de febrero de 2010. Se observa entonces la matriz:

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & \dots & D_{1k} \\ D_{21} & D_{22} & \dots & D_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{j1} & D_{j2} & \dots & D_{jk} \end{pmatrix},$$

con $k = 50$ y $j = 2.019$. Se define la correlación histórica de las series como:

$$C_{k_1, k_2} = 1/J \sum_{j=1}^J D_{j, k_1} D_{j, k_2}. \quad (19)$$

Entonces:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1k} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{k1} & C_{k2} & \cdots & C_{kk} \end{pmatrix} = \frac{1}{J} D^T D$$

De esta forma la matriz C es semidefinida positivamente y toda matriz semidefinida positivamente tiene una descomposición de componentes principales. Toda esta estimación se basa en el capítulo 10.3 de Shreve (2000).

$$C = \lambda_1 e_1 e_1^T + \lambda_2 e_2 e_2^T + \dots + \lambda_k e_k e_k^T, \quad (20)$$

donde $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k \geq 0$ son los valores propios de C y los vectores columna e_1, e_2, \dots, e_k son los vectores ortogonales normalizados a norma uno. Idealmente se quisiera escribir:

$$C = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}(\tau_1) \\ \tilde{\sigma}(\tau_2) \\ \vdots \\ \tilde{\sigma}(\tau_k) \end{bmatrix} [\tilde{\sigma}(\tau_1), \tilde{\sigma}(\tau_2), \dots, \tilde{\sigma}(\tau_k)].$$

La mejor aproximación sería:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\sigma}(\tau_1) \\ \tilde{\sigma}(\tau_2) \\ \vdots \\ \tilde{\sigma}(\tau_k) \end{bmatrix} = \sqrt{\lambda_1} e_1.$$

Lo anterior es la explicación teórica de la descomposición por el método de componentes principales. Empíricamente el análisis por realizar es calcular los valores propios y ordenarlos de mayor a menor, y determinar qué peso porcentual representa sobre la suma total. En el cuadro 3 se muestran los primeros cinco, que representan más del 99,8% de la suma de los valores propios.

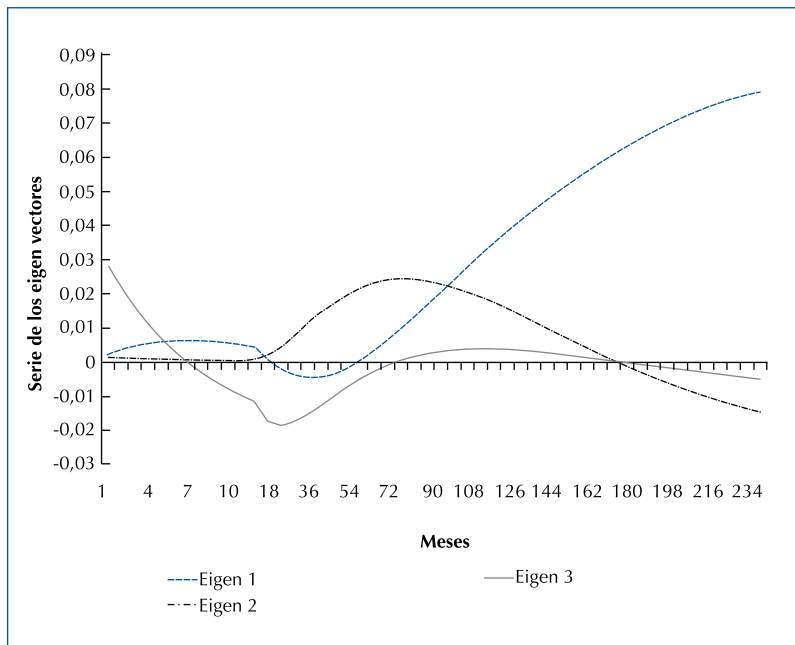
Cuadro 3. Valores propios de la descomposición por el método de componentes principales y su participación porcentual en el comportamiento de la función de volatilidad de las tasas *forward*

| Valores propios | Porcentaje de participación |
|-----------------|-----------------------------|
| 0,0859 | 83,61% |
| 0,0084 | 8,14% |
| 0,0039 | 3,76% |
| 0,0029 | 2,85% |
| 0,0015 | 1,45% |

Fuente: cálculos del autor.

Como es de esperarse, los tres primeros vectores propios explican más del 95% del total de la varianza. Cuando se grafican los vectores se tiene un resultado interesante pero a su vez inespereado. Véase el gráfico 2.

Gráfico 2. Los tres vectores propios con más participación

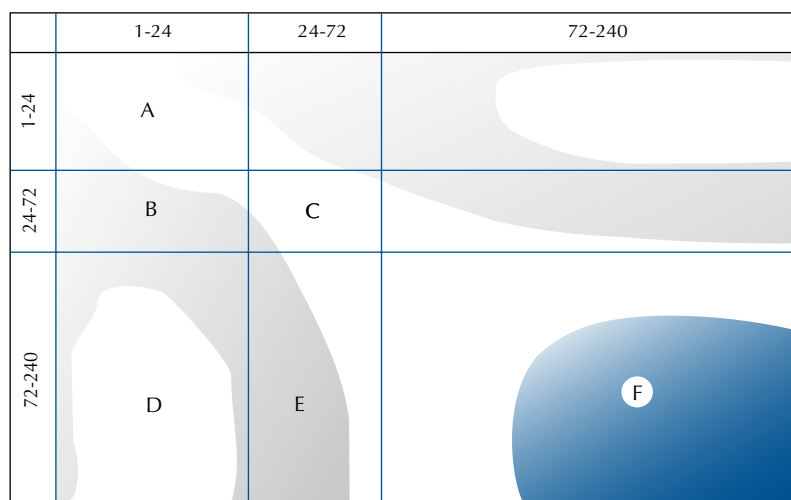


El eje horizontal representa los plazos de las tasas *forward* y el eje vertical el valor de cada uno de los vectores propios resul-

tantes de la estimación de componentes principales en la función de volatilidad de las tasas *forward* de los TES.

Los resultados son inesperados puesto que su forma polinomial muestra que el vector propio con mayor influencia en la función cruza dos veces el eje horizontal. Es decir, el vector es negativo entre 24 y 72 meses, y positivo en el resto. En consecuencia, divide la curva en tres zonas: de 1 a 24 meses, de 24 a 72 meses y de 72 a 240 meses. Así pues, si existe un cambio en las tasas de la zona de 24 a 72 meses se espera un cambio en sentido contrario en las otras dos zonas. El gráfico 3 muestra la matriz de varianzas de las curvas *forward* de diferentes plazos. Las líneas azules dividen las tres zonas mencionadas. La sección en color azul muestra los datos de las varianzas positivas, siendo el más oscuro la varianza mayor de la matriz. Por su parte, las secciones de color gris claro muestran los datos negativos, siendo el más intenso el menor de los valores en la matriz. En ésta se observa claramente el patrón gris en la zona E, en donde se muestra covarianza negativa entre las curvas *forward* de la zona de 24 a 72 meses con las de 72 a 240 meses. Una situación similar ocurre en la zona B con las tasas de 1 a 24 meses. El gráfico 3 coincide con las conclusiones anteriores referentes a la forma del vector propio.

Gráfico 3. Matriz de varianzas de las curvas *forward*



Fuente: cálculos del autor.

La forma que presenta el vector propio principal es inusual en el comportamiento de las tasas. Se esperaría en este caso que el

vector principal guiara el cambio de nivel de la curva, mientras que los dos siguientes vectores explicarían la curvatura y convexidad. Esto implica, según el modelo, que un cambio paralelo en la curva ocasionará una modificación en la forma de ella. Así, cuando en la curva exista una reducción paralela de tasas, ésta tenderá a aplanarse. Este resultado podría ser explicado porque los principales agentes negociadores de los TES también están segmentados en tres grupos. Los agentes de más influencia en las tasas de la parte delantera (1-24 meses) son principalmente fiduciarias, que tienden a invertir en títulos clasificados como menores de dos años, los cuales suelen estar atados al movimiento de la tasa repo del banco central. Por otra parte, los agentes de la parte larga (72-240 meses) son agentes especuladores que usan este tipo de bonos para su inversión y tienden a estar ligados a comportamientos de apetito por riesgo del mercado externo. Según Gómez (2009), este resultado es usual para los agentes familiarizados con el mercado de TES y esta relación entre la parte media y larga de la curva puede ser por causalidad y no por correlación.

A. Forma funcional de los vectores propios

Para la implementación del modelo HJM se necesita determinar la función de volatilidad. Hasta ahora se tienen los vectores propios que generan el método de componentes principales. Para convertir estos vectores en funciones se usó la aproximación de mínimos cuadrados. Los polinomios resultantes fueron de grado cuatro. La estimación de mínimos cuadrados arrojó un R^2 de 0,99 en los dos primeros vectores, mientras que con el tercero se obtuvo un R^2 de 0,60. La comparación de los vectores propios con los polinomios por estimar se muestra en los gráficos 8, 9 y 10 del anexo. Los polinomios quedaron así:

Cuadro 4. Polinomios obtenidos de la estimación de mínimos cuadrados sobre los vectores propios

| Vector | Polinomio |
|--------|---|
| 1 | $P1(t) = 0,0000021418t^4 - 0,00012114t^3 + 0,0022379t^2 - 0,00992076t + 0,00937197$ |
| 2 | $P2(t) = 0,0000014735t^4 - 0,000036849t^3 - 0,00018332t^2 + 0,0061518t - 0,002764$ |
| 3 | $P3(t) = 0,0000067151t^4 - 0,00028936t^3 + 0,00398361t^2 - 0,0181811t + 0,012537$ |

Fuente: cálculos del autor.

V. DETERMINACIÓN DEL MODELO HJM

A. Generación de la curva *forward*

Hasta ahora se ha supuesto que T es una constante en el tiempo. Como en nuestro caso no necesitamos determinar las tasas para una fecha específica, es necesario hacer un pequeño ajuste en la función $\tilde{\sigma}(t, T)$. Entonces, se define $\tau = (T - t)$. Para efectos prácticos, no se acostumbra encontrar la tasa *forward* a una fecha constante (por ejemplo, 2 de enero de 2020); por el contrario, se modela la tasa *forward* a un año, o dos años, etc. En el capítulo III, sección B, se dijo que la evolución de las tasas *forward* está dada por la siguiente ecuación:

$$df(t, T) = \sigma(t, T)\tilde{\sigma}(t, T)dt + \sigma(t, T)dW(t) . \quad (21)$$

Con el cambio propuesto se puede decir que la evolución de la tasa *forward* está dada por:

$$df(t, \tau) = \sigma(t, \tau)\tilde{\sigma}(t, \tau)dt + \sigma(t, \tau)dW(t) . \quad (22)$$

Del capítulo anterior se sabe que la función $\sigma(t, \tau)$ depende de tres parámetros distintos. Mejor aún, se estimó la forma funcional de cada uno de los parámetros. De esta forma se necesitan tres factores de riesgo $w_1(t), w_2(t)$ y $w_3(t)$ (variables aleatorias con distribución normal media 0). Para la implementación del modelo se tiene una fecha inicial (4 de febrero de 2010), la cual es $t = 0$. Así:

$$\sigma(t, \tau) = P_1(\tau) + P_2(\tau) + P_3(\tau)$$

De esta forma la primera parte de la ecuación queda determinada:

$$\sigma(t, \tau)\tilde{\sigma}(t, \tau)dt = \left[P_1(t)\int_0^\tau P_1(t) + P_2(t)\int_0^\tau P_2(t) + P_3(t)\int_0^\tau P_3(t) \right] dt \quad (23)$$

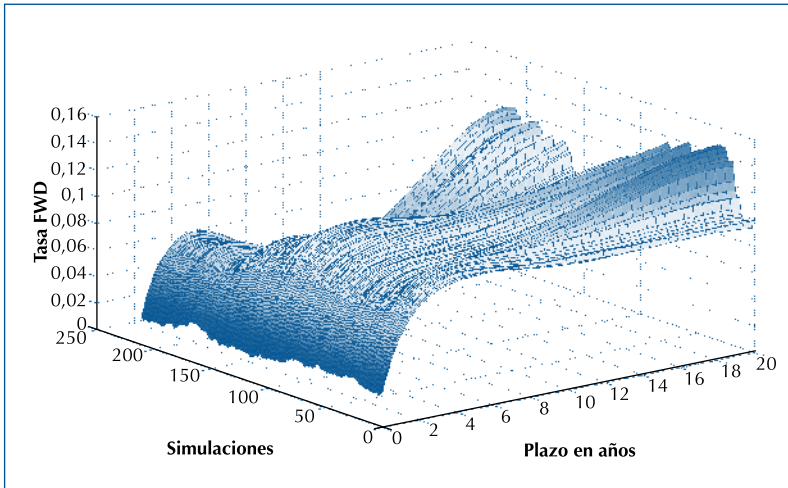
donde $P_i(t)$ es los polinomios definidos en el cuadro 3. De la misma manera se redefine el segundo parámetro de la ecuación 22.

$$\sigma(t, T)dW(t) := P_1(t)w_1(t) + P_2(t)w_2(t) + P_3(t)w_3(t) . \quad (24)$$

Ya con esto se tiene descrita la evolución de las tasas *forward*. Como curva inicial se va a utilizar la curva *forward* generada por

Infoval el 4 de febrero del 2010, pues en esta fecha iniciaron los cálculos para el presente trabajo. A partir de esta curva inicial se hacen los cálculos de los precios de los futuros para los diferentes vencimientos de 2010. Así, el presente trabajo expondrá los resultados de la valoración de las opciones para esta fecha específica. El gráfico 4 muestra la curva *forward* en el tiempo.

Gráfico 4. Ejemplo de una de las curvas *forward* generadas por el modelo HJM



Fuente: cálculos del autor.

B. Valoración de activos

Lo que se quiere determinar es el valor de la opción descrita en la ecuación 5:

$$\Theta(T) = \frac{\tilde{E}_t[Q_1(T)]}{q_1} - \tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_2(T)}{q_2}, 0 \right\} \right]. \quad (25)$$

La valoración de la opción está explicada en la parte de la ecuación:

$$\tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_2(T)}{q_2}, 0 \right\} \right]. \quad (26)$$

Para cada vencimiento de un futuro existe una opción como ésta.

En el cuadro 5 observamos las características de los futuros y los bonos entregables que se usaron en el cálculo. En el capítulo anterior se mostró cómo fue el proceso para crear las simulaciones y generar una serie de curvas *forward*. Tomando como curva *forward* inicial la que presentaron los TES el 4 de febrero de 2010, se generaron mil curvas de estimación que simulan las probables formas que éstas podrían tomar para el resto del año 2010. Para cada curva simulada se puede determinar el precio de cada uno de los TES en cada día de 2010. Es decir, para cada día del año tenemos mil probables precios de cada uno de los TES. Entonces, para cada vencimiento de futuro se tienen mil probables precios para cada bono. Por ejemplo, para el vencimiento del 4 de junio de 2010 se tienen mil diferentes precios de cada uno de los entregables. Ahora bien, para determinar los precios de las opciones implícitas se usa una simulación de Montecarlo, en la cual se promedian los precios de éstas en diferentes simulaciones y, como ya se demostró, estos precios se pueden descomponer con la ecuación 26. Entonces, para cada pareja de entregables, en cada fecha de vencimiento y utilizando los precios que se obtuvieron de las curvas generadas, se restó el precio estimado de la pareja de entregables y se sacó el máximo entre esa resta y cero. Así se generaron mil posibles valores del pago de la opción para cada fecha de vencimiento. Por ejemplo, para el futuro de corto plazo el valor simulado de la opción está determinado por la ecuación 27.

Cuadro 5. Características de los entregables y los contratos futuros de TES

| Plazo | Entregables | Bonos | | Vencimiento/Factores de conversión | | | |
|---------|--------------|------------------|-------|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| | | Venci- miento | Cupón | 4 jun. 10 | 3 sep. 10 | 2 abr. 10 | 7 may. 10 |
| Corto | TFIT04150812 | 15 ago. 2012 | 9,25 | 0,984847 | 0,98683 | 0,98354 | 0,984231 |
| | TFIT04180511 | 18 may. 2011 | 11,00 | 1,008531 | 1,005467 | 1,009618 | 1,009216 |
| Mediano | TFIT06141113 | 14 nov. 2013 | 10,25 | 0,977806 | 0,979506 | 0,977039 | 0,977424 |
| | TFIT06140514 | 14 may. 2014 | 9,25 | 0,945796 | 0,947792 | 0,943635 | 0,945074 |
| Largo | TFIT15240720 | 24 jul. 2020 | 11,00 | 1,202179 | 1,198963 | 1,204057 | 1,202986 |
| | TFIT16240724 | 24 jul. 2024 | 10,00 | 1,164765 | 1,163233 | 1,165523 | 1,165075 |

Fuente: cálculos del autor.

$$\max\left(\frac{\text{precio}(\text{TFIT04180511})}{1,008531} - \frac{\text{precio}(\text{TFIT04150812})}{0,984847}, 0\right). \quad (27)$$

Así, se obtienen mil simulaciones del pago de la opción del futuro para cada uno de los contratos en los cinco vencimientos de los futuros de 2010.

En el cuadro 6 se puede apreciar que el promedio del precio simulado por las mil posibilidades de la opción del contrato de corto plazo es de 0,0034. Se observa que existe un patrón recurrente en cada uno de los tres casos de futuros: los contratos con vencimientos más largos tienen opciones más caras. Así mismo, se observa para cada uno de los contratos (corto, mediano y largo plazo) que el precio de la opción crece a medida que aumenta el tiempo para el vencimiento del futuro. Este resultado tiene sentido puesto que a mayor plazo para el vencimiento, más alta la probabilidad de que la curva de rendimiento de los bonos se aplane o se empine para que el bono más barato cambie por el otro.

Cuadro 6. Estadísticas descriptivas de la valoración de la opción por cada uno de los contratos de futuros de TES

| Plazo | Vencimiento | Promedio | Mediana | Moda | Desviación estándar |
|---------|-------------|----------|---------|------|---------------------|
| Corto | 5 mar. 2010 | 0,0000 | 0 | 0 | 0,000 |
| | 2 abr. 2010 | 0,0034 | 0 | 0 | 0,0415 |
| | 7 may. 2010 | 0,0235 | 0 | 0 | 0,1095 |
| | 4 jun. 2010 | 0,0515 | 0 | 0 | 0,1906 |
| | 3 sep. 2010 | 0,2733 | 0 | 0 | 0,5405 |
| Mediano | 5 mar. 2010 | 0,0000 | 0 | 0 | 0,000 |
| | 2 abr. 2010 | 0,0408 | 0 | 0 | 0,1090 |
| | 7 may. 2010 | 0,1076 | 0 | 0 | 0,2020 |
| | 4 jun. 2010 | 0,1407 | 0 | 0 | 0,2424 |
| | 3 sep. 2010 | 0,2386 | 0 | 0 | 0,3634 |
| Largo | 5 mar. 2010 | 0,0000 | 0 | 0 | 0,000 |
| | 2 abr. 2010 | 0,2320 | 0 | 0 | 0,8312 |
| | 7 may. 2010 | 0,3976 | 0 | 0 | 1,2013 |
| | 4 jun. 2010 | 0,5640 | 0 | 0 | 1,5737 |
| | 3 sep. 2010 | 0,8540 | 0 | 0 | 2,2971 |

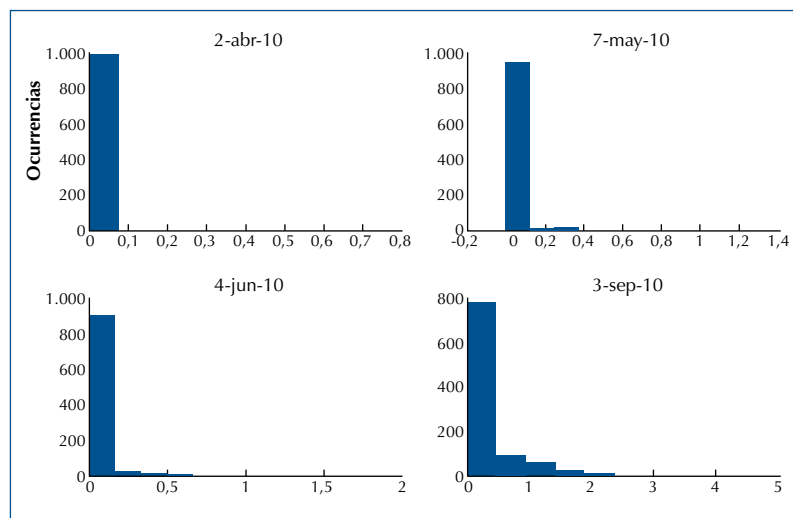
Fuente: cálculos del autor.

Es importante mencionar que el valor de la opción para el vencimiento del 5 de marzo fue siempre cero. Esto pudo ocurrir porque la curva en este momento estaba históricamente empinada, así que la volatilidad en las tasas no fue lo suficientemente alta para que existiera la probabilidad de un cambio en el CTD.

Otro resultado evidente en las estadísticas descriptivas de los precios de estas opciones es que la opción de los contratos a diez años es más cara que la de cinco años, y a su vez las de cinco años son más caras que las de dos. Pueden existir dos posibles respuestas financieras para este resultado. La primera, que las tasas de los bonos de largo plazo son más volátiles. La segunda está relacionada con la forma de la curva de los TES, ya que la parte frontal de la curva (hasta dos años) por lo general tiende a ser más empinada y, por lo tanto, dificulta el cambio del CTD. Por su parte, la parte del medio o la parte larga de la curva tienden a ser más planas, lo que facilita un cambio en el CTD.

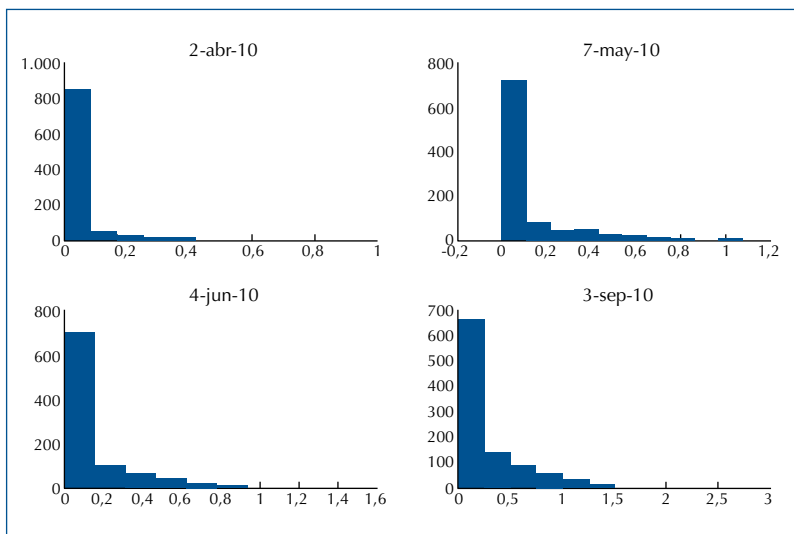
Para tener una mejor apreciación de las series generadas de las simulaciones del precio de las opciones, se pueden observar los histogramas de cada uno de los contratos (véanse los gráficos 5, 6 y 7). En estos tres histogramas se evidencia que las colas alejadas de cero son más abultadas cuando el plazo del vencimiento es mayor, lo que confirma las conclusiones de las estadísticas descriptivas.

Gráfico 5. Histogramas de los resultados del valor de las opciones de los futuros de corto plazo



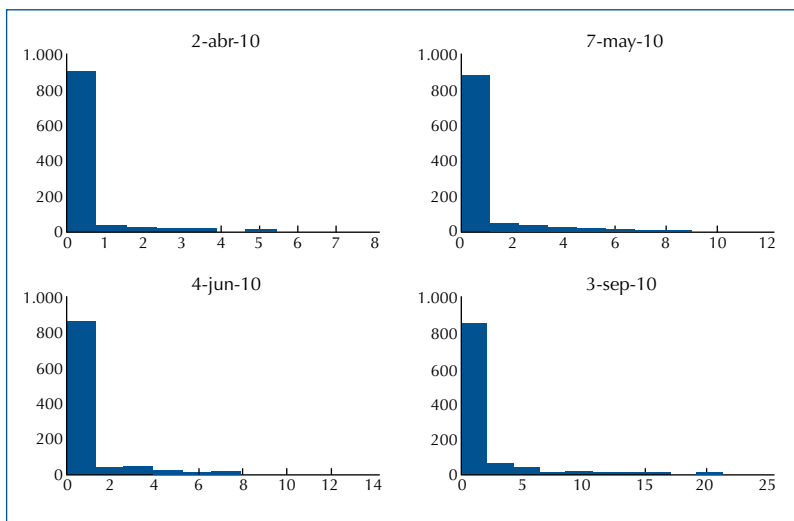
Fuente: cálculos del autor.

Gráfico 6. Histogramas de los resultados del valor de las opciones de los futuros de mediano plazo



Fuente: cálculos del autor.

Gráfico 7. Histogramas de los resultados del valor de las opciones de los futuros de largo plazo



Fuente: cálculos del autor.

En los gráficos 11, 12 y 13 del anexo se muestran los histogramas de los valores no ceros de los resultados anteriores. El número de no ceros en cada uno de los contratos se muestra en el cuadro 7.

Cuadro 7. Número de datos no ceros en las opciones generadas

| Vencimiento | Corto | Mediano | Largo |
|-------------|-------|---------|-------|
| 2 abr. 2010 | 10 | 209 | 138 |
| 7 may. 2010 | 73 | 345 | 185 |
| 4 jun. 2010 | 113 | 400 | 204 |
| 3 sep. 2010 | 334 | 476 | 218 |

Fuente: cálculos del autor.

VI. RESULTADOS EMPÍRICOS: DATOS Y PRUEBAS

Para comparar los resultados obtenidos del modelo teórico con los datos empíricos, se usa el análisis de la base de los contratos de futuros de los TES. Cuando un agente del mercado pretende valorar un futuro de un TES tiene el problema adicional de valorar su opción implícita, es decir, se enfrenta a la ecuación 5:

$$\Theta_i(T) = \frac{\tilde{E}_t[Q_i(T)]}{q_i} - \tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_2(T)}{q_2}, 0 \right\} \right]$$

en donde:

$\Theta(t)$: precio del futuro de todos los subyacentes

$\Theta_i(t)$: precio del futuro del bono i

$Q_i(t)$: precio sucio del bono i

q_i : factor de conversión del bono i

El objetivo de esta sección es encontrar el valor que los agentes del mercado le asignan a la opcionalidad, es decir, el parámetro:

$$\tilde{E}_t \left[\text{Max} \left\{ \frac{Q_1(T)}{q_1} - \frac{Q_2(T)}{q_2}, 0 \right\} \right] \quad (28)$$

y compararlo con los resultados teóricos de la sección anterior. Para determinar el valor de esta parte de la ecuación, es necesario hallar el valor que le da el mercado a los otros dos componentes. El precio del futuro $\Theta_i(T)$ es un valor observable

directamente, pues es el precio al que se negocian los diferentes contratos de futuros. El otro parámetro de la ecuación:

$$\frac{\tilde{E}_i[Q_i(T)]}{q_i} \quad (29)$$

es el precio del bono. Este no se puede observar directamente, pues depende de la tasa de descuento que usó el agente para valorarlo. Usualmente esta tasa está cerca de la tasa repo del Banco de la República (REP), pero existen circunstancias puntuales en los bonos que pueden generar distorsiones en ella.

Así, se recolectaron los datos de todas las transacciones de los diferentes futuros de TES, desde el primero de enero de 2010 hasta el 15 julio del mismo año (datos solicitados a la Bolsa de Valores de Colombia). En total se presentaron 1.317 negociaciones de futuros de TES de los diferentes plazos (estos datos incluyen la hora de negociación). También se obtuvo la base de datos de los TES entregables negociados a los días en que se operaron los futuros (Bloomberg, usando la fuente de precios SEN). De esta forma se determinó una relación entre los precios de los futuros y el precio de los bonos, en los cuales existiera una diferencia horaria de menos de diez minutos. Todos los datos se tuvieron en cuenta, pero se consideraron válidos si la negociación del TES correspondiente fue realizada en un rango de diez minutos alrededor de la hora de negociación del futuro. Con los datos almacenados se llevó a cabo el cálculo del valor convertido de los bonos descontándolos con cinco tasas de descuento diferentes (REP, REP+25 básicos, REP-25 básicos, REP+50 básicos y REP-50). Se entiende REP como la tasa repo del Banco de República que estaba válida para la fecha de negociación. Teniendo ya el valor de los TES convertido y descontado, se calculó el mínimo entre los dos precios de los diferentes entregables. A este mínimo se le restó el precio de la negociación del futuro correspondiente. A este resultado se le conoce como la "base".

En teoría esta base siempre tiene que ser positiva, puesto que existe un componente de opcionalidad en el futuro que se supone tiene valor positivo. Para la validación de los datos fueron descartados los que tienen una base negativa. Los resultados de este análisis están presentados en los cuadros 8, 9 y 10.

Cuadro 8. Resultado del análisis de base para contratos de corto plazo

| Tasa de descuento | REP | REP+25 | REP+50 | REP-25 | REP-50 |
|---------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Datos válidos | 318 | 321 | 328 | 303 | 228 |
| Promedio | 0,049 | 0,063 | 0,076 | 0,037 | 0,033 |
| Desviación estándar | 0,042 | 0,045 | 0,049 | 0,040 | 0,040 |
| Mínimo | 0,001 | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,001 |
| Máximo | 0,270 | 0,289 | 0,308 | 0,251 | 0,232 |
| Futuros negociados | 4.894 | | | | |
| Total datos | 372 | | | | |

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 9. Resultado del análisis de base para contratos de mediano plazo

| Tasa de descuento | REP | REP+25 | REP+50 | REP-25 | REP-50 |
|---------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Datos válidos | 308 | 322 | 352 | 287 | 243 |
| Promedio | 0,083 | 0,096 | 0,103 | 0,072 | 0,068 |
| Desviación estándar | 0,059 | 0,063 | 0,069 | 0,056 | 0,051 |
| Mínimo | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,003 |
| Máximo | 0,278 | 0,295 | 0,313 | 0,260 | 0,243 |
| Futuros negociados | 5.500 | | | | |
| Total datos | 503 | | | | |

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 10. Resultado del análisis de base para contratos de largo plazo

| Tasa de descuento | REP | REP+25 | REP+50 | REP-25 | REP-50 |
|---------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Datos válidos | 246 | 265 | 281 | 230 | 213 |
| Promedio | 0,126 | 0,129 | 0,135 | 0,121 | 0,117 |
| Desviación estándar | 0,110 | 0,111 | 0,113 | 0,109 | 0,108 |
| Mínimo | 0,001 | 0,002 | 0,001 | 0,001 | 0,006 |
| Máximo | 0,894 | 0,908 | 0,923 | 0,879 | 0,864 |
| Futuros negociados | 3.942 | | | | |
| Total datos | 442 | | | | |

Fuente: cálculos del autor.

Lo primero que cabe destacar, adicional a los cuadros de resultados, es que el promedio de los días al vencimiento para los contratos de futuros fue de diecinueve días para los de corto plazo y de veinte para los dos restantes. Esto muestra que los agentes no se atreven a negociar futuros con plazos superiores a treinta días, aunque éstos estén disponibles en el mercado.

Como no se tienen datos para la negociación de futuros con plazos mayores a treinta días, es imposible hacer una comparación de los precios por diferencia en maduración de los futuros. Por el contrario, en el modelo teórico se obtuvo un resultado de precio cero para la opción con menos de treinta días en todos los futuros negociados, lo que impide una comparación entre el valor teórico y el observado.

Se puede hacer una comparación de los precios de las distintas bases para los diferentes tipos de futuro (cuadro 11).

Cuadro 11. Resultado del análisis de comparación de base

| | Corto | Mediano | Largo |
|---------|-------|---------|-------|
| Corto | 0% | 61% | 41% |
| Mediano | | 0% | 67% |
| Largo | | | 0% |

Fuente: cálculos del autor.

Las relaciones para los precios de las bases empíricas de los diferentes contratos sí son comparables. En el cuadro 11 se observa que la base de corto plazo es apenas un 61% de la base de mediano plazo. La base de largo plazo es 67% más alta que la de mediano plazo. Si se emplea el mismo análisis en los precios de las opciones obtenidas teóricamente, se observa que el precio de la opción y el vencimiento de los subyacentes tienen una correlación positiva.

Cuadro 12. Resultado del análisis de comparación de base

| | Corto | Mediano | Largo |
|---------|-------|---------|-------|
| Corto | 0% | 45% | 12% |
| Mediano | | 0% | 24% |
| Largo | | | 0% |

Fuente: cálculos del autor.

Siendo así, podría concluirse que los agentes del mercado tienen implícito que la opcionalidad en la parte corta de la curva es la más barata, lo que coincide con los resultados del modelo teórico.

A. Análisis de precios a diferente maduración

Los gráficos 14, 15 y 16 del anexo muestran en el eje vertical los valores de las bases calculadas con tasas de descuento REP, REP+25 básicos y REP-25 básicos. El eje horizontal muestra los días a la maduración del futuro de las diferentes negociaciones. Con este ejercicio se pretende determinar si los agentes del mercado asignan bases diferentes a períodos distintos de maduración del futuro. En la base de corto plazo se nota algún sesgo de valores altos a mayores días, pero los resultados no muestran ninguna correlación importante en ninguno de los casos. En el modelo teórico el valor de la opción a menos de treinta días siempre fue cero y por esto fue imposible hacer alguna relación entre los precios.

VII. CONCLUSIONES

Las conclusiones del presente trabajo se pueden dividir en dos. La primera trata sobre los precios de las opciones calculados a partir del modelo teórico. De éste se puede concluir que las opciones implícitas en los futuros de los TES sí tienen valor y que este valor depende del plazo de los contratos y del tipo de contrato. Se evidencia que a mayor plazo en el vencimiento de los futuros más caras las opciones. También se puede concluir que cuando el contrato tiene como subyacente bonos a más largo plazo, el futuro de los TES tiene una opción implícita más cara. Es importante tener en cuenta que esta valoración se realizó para la curva *forward* que formaron los TES el 4 de febrero del 2010, y para las características específicas de los entregables, se tomaron las fechas de vencimiento de los contratos y factores de conversión específicos para el año 2010. Las características de la curva a esta fecha pudieron causar que la opción para el futuro con plazo de menos de treinta días no tuviera ningún valor en el modelo teórico, lo cual impide hacer una comparación con los precios de las bases presentadas en el análisis de precios de mercado.

La segunda conclusión se puede dar sobre los precios de las bases observadas en el análisis de precios de mercado. Resalta el

sesgo que tiene el mercado para no negociar futuros con maduración a más de treinta días. Esto le da validez a estudios de este tipo porque pueden ser una referencia teórica del costo de las opciones de futuros a mayor plazo. En los resultados de mercado también se encontró que la base de corto plazo tiene un valor menor a las bases de los futuros de medio y largo plazo. Para futuros estudios es recomendable hacer análisis teóricos que incluyan diferentes tipos de curvas y diferentes características en los entregables.

REFERENCIAS

- Arnhill, T. (1990). Quality option profits, switching option profits, and variation margin costs: An evaluation of their size and impact on Treasury bond futures prices. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25(1), March.
- Boyle (1989). The quality option and timing option in futures contracts. *The Journal of Finance*, 44(1).
- Cox, J. C., & Ross, S. (1976). Pricing the valuation of options for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3, May, 145-166.
- Gómez, L. (2009). Certificate in Quantitative Finance Final Project. Sin publicar. 7 City Learning Institute. London, United Kingdom.
- Heath, D., Jarrow, R., Morton, A. (1992). Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*, 60, 77-105.
- Hemler, M. (1990). The quality delivery option in Treasury bond futures contracts. *The Journal of Finance*, 45(5), December.
- Johnson, H. (1981). *Pricing of complex options*. Sin publicar. Louisiana State University.
- Margable, W. (1978). Pricing the value of an option to exchange one asset for another. *Journal of Finance*, 33, 177-186.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *The Journal of Business*, 60(4), October, 473-489.
- Ren-Raw, C., & Shih-Kuo, Y. (2002). *Bounds for Treasury bond futures prices and embedded delivery options: Theory and empirical analysis*. Sin publicar.
- Shreve, S. (2004). *Stochastic calculus for finance II continuous time models*. Springer.
- Superintendencia Financiera de Colombia (2008). Resolución 0083 de 2008.

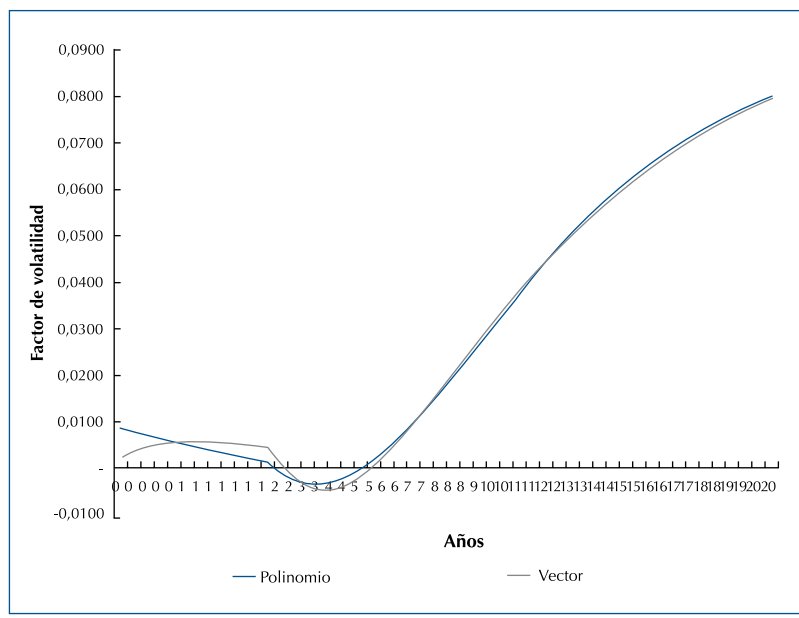


Stulz, R. (1976). Pricing option pricing a review. *Journal of Financial Economics*, 3-51.

Vidal, J. J., & Ferreira, L. A. (2007). Multifactor and analytical valuation of Treasury bond futures with an embedded quality option. *The Journal of Futures Markets*, 27(3), 275-303.

ANEXO

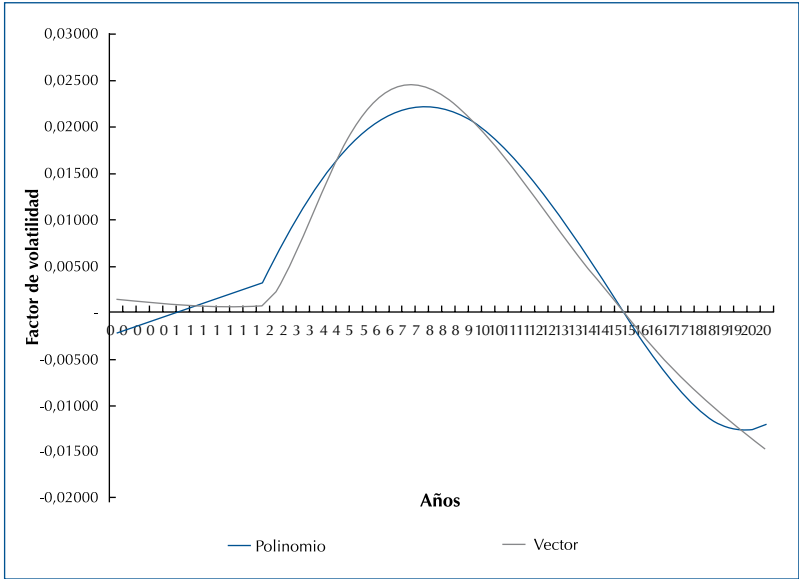
Gráfico 8. Comparación entre el vector propio 1 y el polinomio estimado



Fuente: autor.

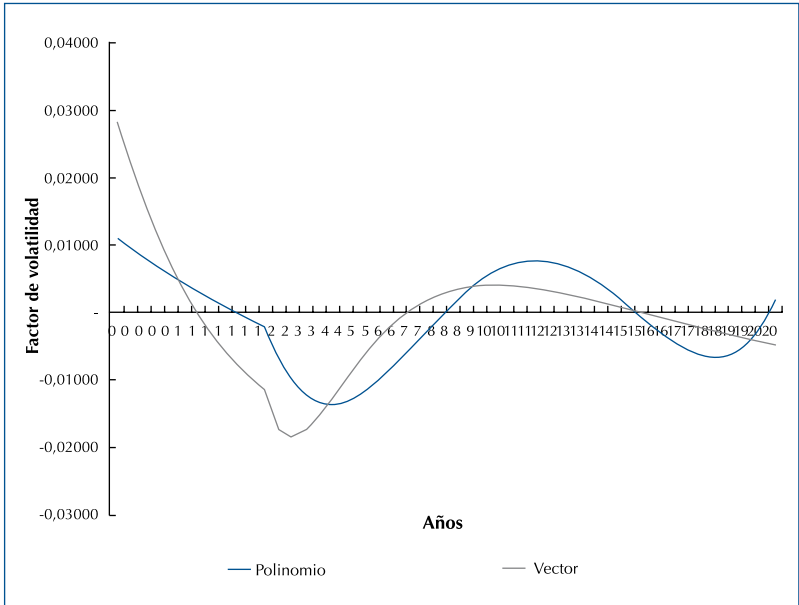


Gráfico 9. Comparación entre el vector propio 2 y el polinomio estimado



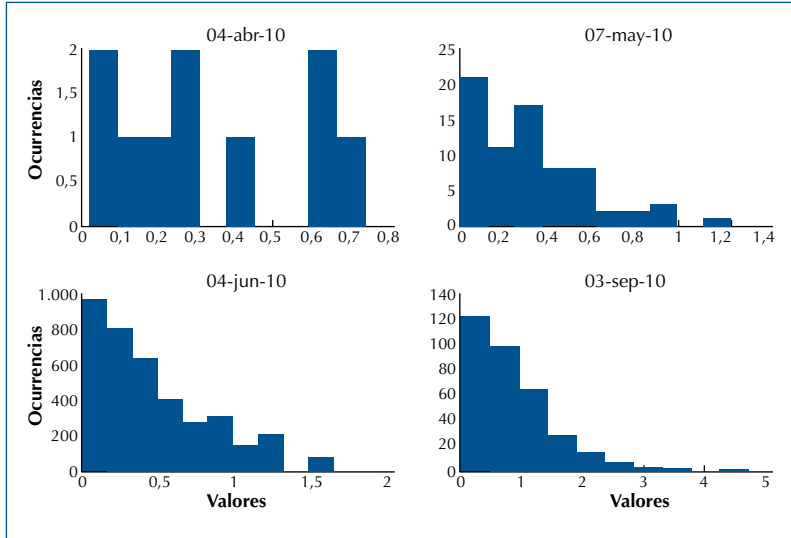
Fuente: autor.

Gráfico 10. Comparación entre el vector propio 3 y el polinomio estimado



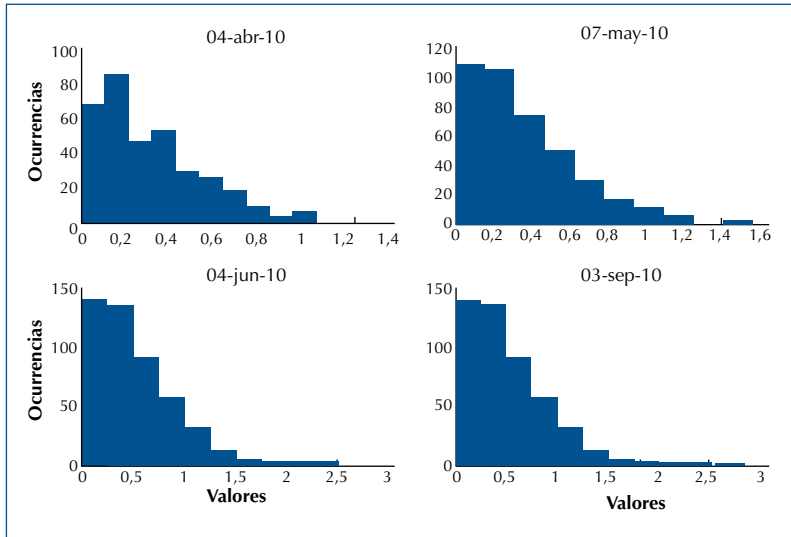
Fuente: autor.

Gráfico 11. Histogramas de los datos positivos del cálculo de opciones del modelo teórico en los futuros de corto plazo



Fuente: autor.

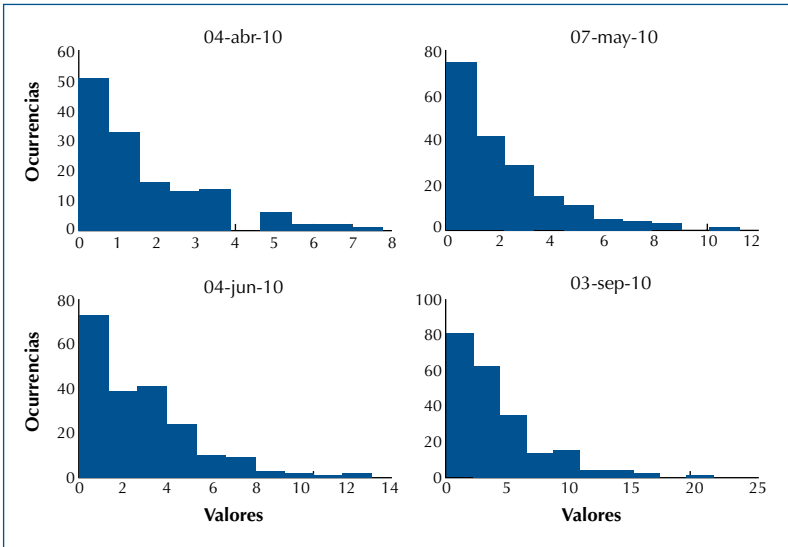
Gráfico 12. Histogramas de los datos positivos del cálculo de opciones del modelo teórico en los futuros de mediano plazo



Fuente: autor.

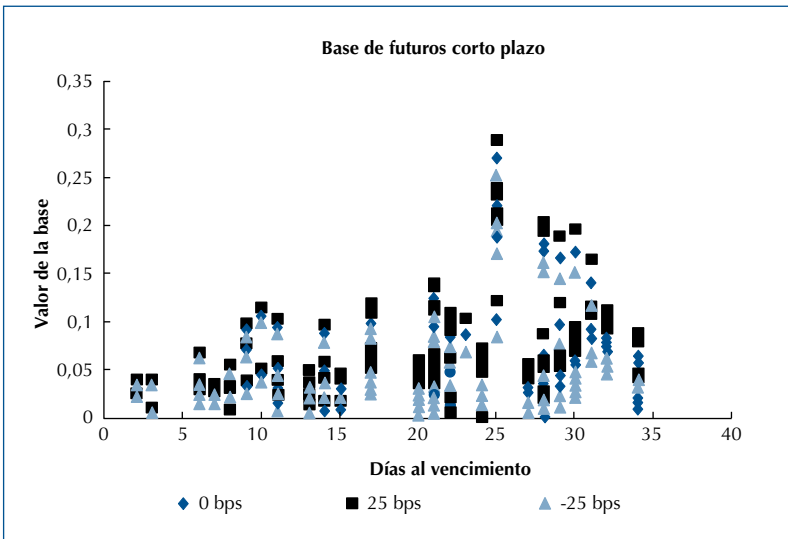


Gráfico 13. Histogramas de los datos positivos del cálculo de opciones del modelo teórico en los futuros de largo plazo



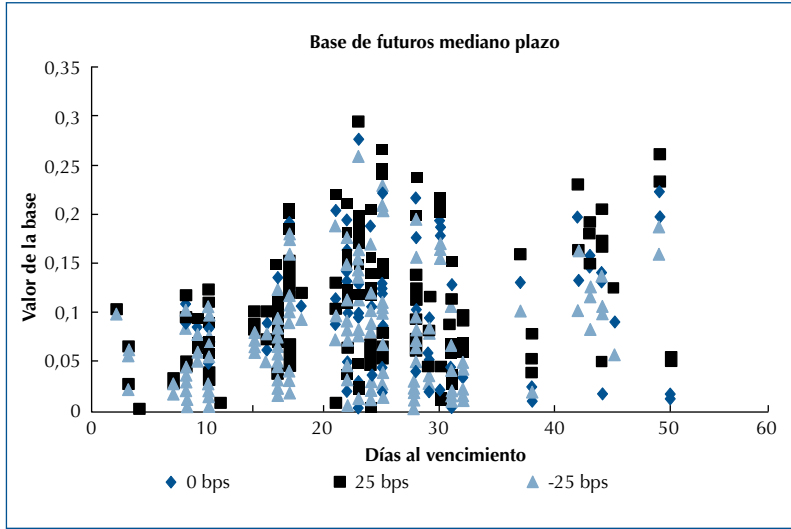
Fuente: autor.

Gráfico 14. Bases corto plazo



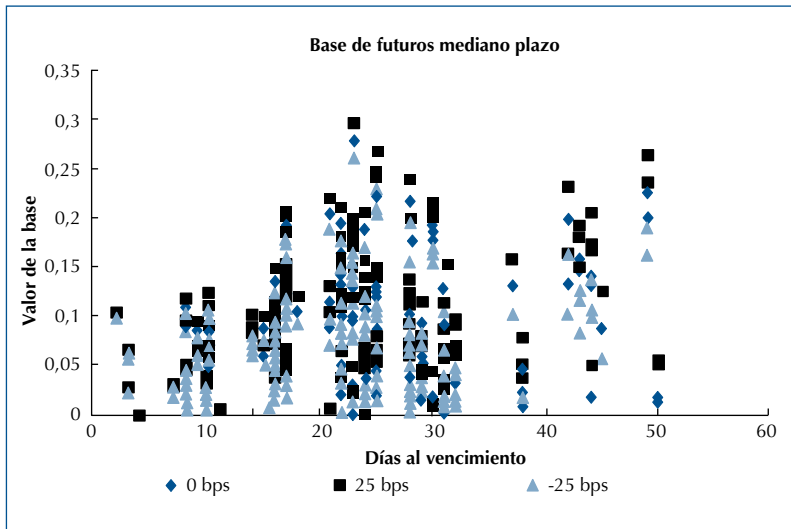
Fuente: autor.

Gráfico 15. Bases mediano plazo



Fuente: autor.

Gráfico 16. Bases largo plazo



Fuente: autor.