

PREDICCIÓN DE INFLACION CON MODELOS DE SERIES DE TIEMPO MULTIPLES*

PABLO MARSHALL R.**

ABSTRACT

This paper presents a dynamic econometric model for monthly inflation rates in Chile from 1977 to 1983. For this purpose alternative price change forecast methods are empirically considered.

Based on a 2 goods (traded and non traded) 2 factors (labor and capital) open economy model, the paper estimates 4 time series models using Multiple ARIMA, Transference Function and Univariate ARIMA. Estimations are performed for the whole period as well as for partial sub periods.

Results for the 1977-1983 period show medium run price elasticities of .40 for international prices, .36 for wages and .13 for aggregate expenditure. In a dynamic analysis, it is observed that the total impact of changes in these variables is fully absorbed after 6 months.

Comparing post-sample forecasts within different models it is observed that the Transference Function model gives the best results. On the other hand, when the system variables are more stable the Univariate ARIMA model forecasts are not significantly different than the ones obtained out of more complex models. Finally, the best obtained is the one which combines linearly all the 4 models. In this case errors are around half percent point.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es construir un modelo econométrico dinámico para la inflación chilena mensual del período 1977-1983, y obtener y evaluar distintos métodos para predecir estas variaciones en los precios.

Para esto utilizamos distintas versiones de lo que Tiao y Box denominan modelos ARIMA múltiples o multivariados. La ventaja de estos métodos, respecto de la econometría tradicional, la constituye el hecho de que la especificación o identificación de los modelos está basada en los datos disponibles. Así, en una visión algo extrema, el papel de la teoría económica se reduce a indicar las variables que entran en el análisis, ya que son los datos los encargados de identificar las estructuras causales. Nosotros, en una

* Este trabajo ha sido financiado, parcialmente, por la Dirección de Investigaciones de la U. Católica de Chile. Proyecto 42-82. Agradezco los comentarios de G. Le-Fort, J. Vial, J. Marshall, G. del Pino y F. Montt. Por cierto, el único responsable de los errores del trabajo es el autor.

** Departamento de Estadística, U. Católica. División de Estudios, INE.

visión más econométrica, aceptamos que los datos identifiquen estructuras aprobadas por la teoría económica.

La versión más simple de estos modelos múltiples corresponde a los conocidos ARIMA univariados, donde se explica el valor de una serie de tiempo en función de su propio pasado. Una alternativa algo más compleja la constituye lo que Box y Jenkins (1976) denominan Función de Transferencia. En estos modelos el valor de una serie es explicado por el presente y pasado de otras series. Por último, en el modelo más general, se tienen varias series y cada una es explicada por el pasado de todas las otras. Hacemos notar la diferencia entre el modelo múltiple y la Función de Transferencia. Sólo en el segundo caso se pueden especificar relaciones causales contemporáneas. El trabajo se organiza de la siguiente forma. En la sección 2 derivamos dos modelos teóricos de inflación en el contexto de una economía con dos bienes, uno transable y uno no transable, y dos factores, capital y trabajo. En el primer modelo, para los transables, se cumple la ley de un solo precio, los salarios se ajustan instantáneamente para alcanzar el pleno empleo del factor trabajo y se tiene inmovilidad, en el corto plazo, del factor capital. Entonces la inflación interna depende de la internacional y, en el corto plazo, de los excesos de demanda en el sector no transable. En el segundo modelo relajamos el supuesto de pleno empleo en el mercado del trabajo y suponemos que los salarios son determinados exógenamente por la autoridad económica. Ahora, la inflación interna depende, además, de la inflación externa y de los excesos de demanda de los salarios.

En la sección 3 del trabajo se definen las variables y se hace un análisis preliminar sobre causalidad: se ajustan modelos ARIMA univariados para cada una de las variables consideradas y se obtiene un modelo múltiple sencillo para los residuos o innovaciones correspondientes. En la sección 4 obtenemos una Función de Transferencia, que llamamos modelo econométrico, para la inflación interna.

En la sección 5, en un análisis más estadístico que econométrico, construimos dos modelos ARIMA múltiples de acuerdo a las dos teorías sobre inflación presentadas en la sección 2. La diferencia está en que sólo en un modelo ocupamos la variable salarios. En la sección 6 calculamos 24 pronósticos "postmuestra" para la inflación interna con cada uno de los modelos estimados: el ARIMA univariado, el econométrico y los dos modelos múltiples. Se realizan, además, algunos ejercicios para evaluar y comparar estas predicciones. Finalmente, en la sección 7, presentamos las principales conclusiones del estudio.

2. MODELOS DE INFLACIÓN

En esta sección se presentan dos modelos alternativos de inflación para una economía pequeña y abierta. Seguimos, básicamente, los trabajos de Le Fort (1983) y Jones (1971) con algunos elementos de Corbo (1982), Bruno (1978) y Dornbusch (1980).

Supongamos una economía pequeña y abierta que produce, bajo competencia perfecta y utilizando capital y trabajo, dos bienes: uno transable y uno no transable. Para el bien transable se cumple la ley de un solo precio, mientras que el precio del bien no transable se determina internamente de acuerdo a las condiciones de oferta y demanda.

En el primer modelo, suponemos que el mercado del trabajo se ajusta instantáneamente, pero el capital, en el corto plazo, es específico en cada sector.

Así, la inflación interna depende de la inflación externa medida internamente y, en forma transitoria, de los excesos de demanda en el sector no transable que generan una brecha en los precios relativos mientras el capital se reacomoda entre los sectores. Suponiendo que por costos de ajuste o incertidumbre los efectos de las variables exógenas so-

bre la inflación interna no son instantáneos, e introduciendo un efecto estocástico, planteamos:

$$(2.1) \quad P(t) = a(B) Q(t) + b(B) E(t) + e(t)$$

Donde

$$a(B) = a_0 + a_1 B + \dots$$

$$b(B) = b_0 + b_1 B + \dots$$

$$B^i X(t) = X(t-i)$$

$P(t)$ es la inflación interna, $Q(t)$ la inflación externa, $E(t)$ los excesos de demanda y $e(t)$ un error aleatorio no necesariamente ruido blanco. Los polinomios $a(B)$ y $b(B)$ representan las estructuras causales de la inflación externa y de los excesos de demanda en la inflación interna. Un modelo como (2.1), según Box y Jenkins (1976), se llama Función de Transferencia.

Este modelo, sin embargo, no parece demasiado realista para la economía chilena con el supuesto de ajuste instantáneo en el mercado del trabajo. Siguiendo a Cortázar (1983), relajamos este supuesto y postulamos que los salarios son determinados exógenamente. Entonces la inflación interna depende, además, de la inflación externa y de los excesos de demanda, de las variaciones en los salarios.

$$(2.2) \quad P(t) = a'(B) Q(t) + b'(B) E(t) + c'(B) W(t) + e'(t)$$

Donde

$$a'(B) = a'_0 + a'_1 B + \dots$$

$$b'(B) = b'_0 + b'_1 B + \dots$$

$$c'(B) = c'_0 + c'_1 B + \dots$$

$$B^i X(t) = X(t-i)$$

con $P(t)$ inflación interna, $Q(t)$ inflación externa, $E(t)$ excesos de demanda, $W(t)$ variación de los salarios y $e'(t)$ error aleatorio, que no necesariamente es un ruido blanco. Los polinomios en el operador de rezago B a' , b' , c' ; como a y b en el modelo anterior, representan la estructura causal de las variables exógenas en la inflación interna.

En la sección 4 estimamos (2.2) con $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$ exógenos. Sin embargo, en las secciones 3 y 5 construimos modelos múltiples que suponen que cada variable es explicada, además de su pasado, por el pasado de las otras variables. Estos modelos no los consideramos como econométricos sino sólo de predicción.

3. ANALISIS PRELIMINAR

De la sección anterior se desprende que, en el modelo más general, la inflación interna $P(t)$ depende de la inflación extranjera en el mercado interno $Q(t)$, de los excesos de demanda en el sector no transable $E(t)$ y de los cambios en los salarios nominales $W(t)$.

Trabajaremos con datos mensuales desde enero de 1977 y hasta diciembre de 1983. Así, definimos la variable $P(t)$ como las variaciones porcentuales del IPC calculado por Cortázar y Marshall (1980) para el período 1977-1978, y del calculado por el INE en el período 1979-1983. La variable $Q(t)$ se define como un promedio de las inflaciones en dólares de los 5 países más importantes en las importaciones chilenas del período: EE.UU., Alemania, Japón, Brasil y Argentina, ponderadas por la participación relativa

en las importaciones. Agregamos a esto las variaciones en el tipo de cambio nominal y las variaciones en la tasa de arancel promedio. La variable $W(t)$ la medimos mediante el Índice de Sueldos y Salarios que calcula el INE.

Como una medida de los excesos de demanda en el sector no transable, $E(t)$, usamos la variable variación en el gasto interno para la cual se tienen datos trimestrales del Banco Central desde 1980, y de Morán (1983) para períodos anteriores. La mensualización de esta variable la efectuamos desagregándola en el PGB, las Importaciones y las Exportaciones. Con las dos últimas utilizamos la metodología propuesta por Chow y Lin (1971) y Denton (1981). Como variables relacionadas empleamos los embarques de exportación, los registros de importación, las reservas internacionales y la cantidad de dinero. En la serie del PGB, en cambio, sólo estimamos una tendencia mensual. Sin duda el trabajar con una serie aproximada nos obliga a renunciar a estudiar con detalle el efecto dinámico de ésta. Lo mismo no ocurre con los efectos de mediano y largo plazo si las series aproximada y real se mueven de la misma forma. Es decir, renunciamos a conocer el ajuste hacia el equilibrio, pero no la posición del nuevo equilibrio.

La variable de los excesos de demanda fue aproximada también por otras series, pero nunca tuvimos éxito. Intentamos los excesos de oferta monetaria y las importaciones netas.

Con estos datos ajustamos modelos ARIMA univariados a cada serie, usando verosimilitud condicional. Los resultados se presentan en el Cuadro 1. Para la inflación interna, $P(t)$, ajustamos un modelo autorregresivo en su parte regular y de medias móviles en la estacional. Con él obtenemos un R^{*2} de .62, mientras que el estadígrafo de Box-Pierce para detectar autocorrelación en los residuos es considerablemente menor que el valor crítico al 5%. Entonces, no podemos rechazar la hipótesis de que los residuos son un ruido blanco. En este modelo la constante es significativa y conjuntamente con los parámetros autorregresivos se tiene una media de largo plazo o incondicional igual a 2.21. La estacionalidad de la serie es captada a través de un parámetro de medias móviles que aparece claramente distinto de cero.

CUADRO 1

MODELOS ARIMA UNIVARIADOS PARA CADA VARIABLE a/

Param.	P(t)	Q(t)	E(t)	W(t)
Cte.	.53 (.25)	.91 (.41)	.12 (.17)	1.39 (.64)
AR1	.55 (.11)	.37 (.11)	.66 (.10)	-.25 (.10)
AR2	.21 (.10)	.23 (.11)		
AR3			-.24 (.09)	
AR4				.32 (.09)
AR5				.32 (.09)
MA12	-.31 (.11)			-.33 (.11)
R^{*2}	.62	.29	.39	.44
B-P(12)	6.50	9.48	12.44	11.83
Chi*2 (5%)	15.50	16.90	16.90	14.10

a/ AR_i y MA_i son coeficientes autorregresivos y de medias móviles de orden i , respectivamente. Entre paréntesis se coloca la desviación estándar. B-P es el estadígrafo de Box-Pierce y Chi^*2 el valor crítico.

Siempre en el mismo modelo, el polinomio autorregresivo define una ecuación de diferencias de grado 2 para los pronósticos de $P(t)$ cuando no consideramos la estacionalidad. Como las raíces inversas del polinomio son $-.26$ y $.81$, los pronósticos a k pasos con datos hasta el tiempo t , aislando la estacionalidad, siguen la forma:

$$P(t,k) = 2.21 + c_1 (-.26)^k + c_2 (.81)^k$$

Donde c_1 y c_2 son constantes que quedan determinadas con dos condiciones iniciales. Esta ecuación especifica el comportamiento esperado en $P(t)$ cuando, por efectos aleatorios, la serie es sacada de su estado estacionario.

En las columnas dos, tres y cuatro del Cuadro 1 se presentan los modelos ARIMA univariados para las otras variables consideradas en el análisis, la inflación internacional $Q(t)$, los excesos de demanda $E(t)$ y los cambios en los salarios $W(t)$. En general no se puede rechazar la hipótesis de no autocorrelación en los residuos y, por tanto, debemos aceptar las estructuras estimadas. Los modelos para $Q(t)$ y $E(t)$ son bastante sencillos. En esta última variable destaca el parámetro AR3, que puede ser explicado por la mensualización efectuada.

El modelo para $W(t)$, en relación a los anteriores, es bastante más complejo. Esto no resulta extraño al observar que la serie original contiene saltos discretos cada 3 ó 4 meses en gran parte del período estudiado. En este modelo observamos una estacionalidad que resulta ser de características muy similares a la de la variable $P(t)$. Esto tendrá alguna importancia cuando estudiemos las relaciones causales entre estas series.

Como un último punto respecto de los modelos univariados estimados, conviene destacar que en las variables $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$ obtenemos estadígrafos R^{*2} bajos y considerablemente menores al de $P(t)$. Esto podría apoyar la idea de que las primeras variables tienen un carácter más exógeno al considerarlas en un contexto de un modelo económico, debido a que gran parte de las variaciones resultan ser no sistemáticas y, por tanto, no pueden ser captadas en los modelos ARIMA.

Intentamos, en lo que sigue de esta sección, hacer un estudio preliminar de causalidades con las variables que hemos presentado hasta aquí. En general, el problema no resulta sencillo, en especial cuando se tienen más de dos variables, y puede abordarse con distintas metodologías. Algunas de éstas se presentan en Box y Jenkins (1976), Tiao y Box, y Granger y Newbold (1977). Nosotros ocupamos en este trabajo algunos elementos de la metodología propuesta por Granger y Newbold, pese a que en ninguna de las referencias mencionadas se trabaja detalladamente, como en nuestro caso, con cuatro series.

Sean $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$ y $U_4(t)$ los residuos estimados en los modelos ARIMA presentados en el Cuadro 1, y correspondientes a las variables $P(t)$, $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$, respectivamente. En el Cuadro 2 se entregan los resultados de hacer ajustes autorregresivos parciales multivariados con las cuatro variables de residuos. Los valores que se indican están estandarizados, por lo que valores fuera del intervalo $(-2,2)$ pueden considerarse significativos. Además, la matriz de coeficientes de rezago i corresponde a la regresión multivariada que incluye las matrices de rezago 1, 2, .. i ; y, entonces, los coeficientes presentados corresponden a los efectos parciales o netos de cada una de las variables rezagadas.

Cuando explicamos, en la primera columna del cuadro, las innovaciones de $P(t)$, podemos considerar como distintos de cero los efectos de los residuos de $Q(t)$ con 1 y 2 rezagos y, aunque mucho menos significativo, el coeficiente de los residuos de la variable de demanda con 4 rezagos. Curiosamente, no encontramos evidencia de causalidad de los residuos de los salarios rezagados.

Para las variables de residuos de los precios externos y de los excesos de demanda, no encontramos coeficientes que revelen causalidad de alguno de los rezagos. Finalmente, para los residuos de los salarios encontramos coeficientes distintos de cero en la variable de demanda con 2 rezagos y en los residuos de la inflación con 3 y 4 rezagos.

CUADRO 2

COEFICIENTES AUTORREGRESIVOS PARCIALES ESTANDARIZADOS

	U1(t)	U2(t)	U3(t)	U4(t)
U1(t-1)	- 1.46	- 0.91	0.52	- 2.10
U2(t-1)	3.74	0.32	- 0.31	- 0.61
U3(t-1)	- 0.42	- 0.80	0.54	0.96
U4(t-1)	- 0.86	- 0.72	- 0.94	- 0.18
U1(t-2)	- 0.15	1.56	0.04	- 0.47
U2(t-2)	1.96	0.22	- 2.11	0.15
U3(t-2)	0.68	0.39	- 0.23	3.35
U4(t-2)	- 1.08	- 0.13	0.96	- 1.58
U1(t-3)	- 2.13	- 1.18	- 0.18	2.35
U2(t-3)	0.17	1.26	1.25	1.38
U3(t-3)	- 0.87	- 0.71	- 1.10	0.90
U4(t-3)	- 0.40	0.11	0.88	- 0.99
U1(t-4)	- 0.90	- 1.85	0.63	3.74
U2(t-4)	- 0.58	- 0.45	1.25	- 1.41
U3(t-4)	1.69	- 0.56	2.63	0.80
U4(t-4)	0.15	0.81	- 1.00	- 3.34
U1(t-5)	- 1.12	- 0.09	- 1.15	1.30
U2(t-5)	- 1.29	- 1.29	0.83	1.34
U3(t-5)	- 1.29	- 1.34	0.57	- 1.05
U4(t-5)	0.66	- 1.35	- 0.82	- 1.45

Sin duda en el Cuadro 2 aparecen como significativos algunos efectos no considerados aquí. Por el momento suponemos que son producto de errores muestrales o se deben a los otros coeficientes. Destacamos, además, que las relaciones encontradas son de carácter autorregresivo debido a que en los ajustes del Cuadro 2 no apreciamos decaimientos exponenciales y/o sinusoidales. Así, ajustamos preliminarmente un modelo múltiple autorregresivo para las variables de los residuos. Las ecuaciones estimadas conjuntamente y con verosimilitud condicional¹ son:

$$(3.1) \quad U1(t) = -0.16 + 0.15 U2(t-1) + 0.09 U2(t-2) + 0.09 U3(t-4) + A1(t)$$

(0.11) (0.04) (0.04) (0.07)

¹ La estimación con verosimilitud condicional podría distorsionar los resultados si el número de observaciones es pequeño y/o las series son conjuntamente no estacionarias o están cerca de serlo. Esto no parece ser nuestro caso, dado el considerable número de observaciones y el hecho de que trabajamos con residuos de modelos univariados.

$$(3.2) \quad U_2(t) = -.03 + A_2(t) \quad (.29)$$

$$(3.3) \quad U_3(t) = -.01 + A_3(t) \quad (.17)$$

$$(3.4) \quad U_4(t) = -.24 + .82 U_1(t-3) + .87 U_1(t-4) + .68 U_3(t-2) + A_4(t) \quad (.30) \quad (.26) \quad (.26) \quad (.19)$$

Donde $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$ y $A_4(t)$ son los errores del modelo y entre paréntesis se indican las desviaciones estándares. Para este modelo no encontramos correlaciones significativas en los parámetros ni evidencia de correlación serial en los residuos $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$ y $A_4(t)$. Ninguna de las 6 primeras correlaciones cruzadas entre todos estos errores resulta significativa. Sin embargo, algunas correlaciones contemporáneas aparecen importantes. En especial las correlaciones entre $A_1(t)$ y $A_2(t)$ es .17 y entre $A_1(t)$ y $A_4(t)$ es .27. Esto evidencia una cierta relación contemporánea entre las variables $P(t)$, $Q(t)$ y $W(t)$.

De (3.1) a (3.4) aceptamos la exogeneidad de $Q(t)$ y $E(t)$. Las innovaciones de $P(t)$ son explicadas por los residuos rezagados de $Q(t)$ y $E(t)$, mientras que los residuos de $W(t)$ dependen de los rezagos en las innovaciones de las variables de demanda e inflación.

El modelo preliminar estimado sugiere especial atención respecto de tres puntos que estudiamos en las secciones siguientes. En primer lugar, nos interesa escribir el modelo en términos de las variables originales y no, como en (3.1)–(3.4), en términos de innovaciones o residuos. En segundo lugar, las correlaciones contemporáneas sugieren que en un análisis econométrico de la ecuación (3.1) estos efectos debieran ser considerados. Esto conlleva el supuesto de que, al tomar observaciones mensuales y no más periódicas, aparecen correlaciones “contemporáneas” que pueden entenderse como causales de la inflación interna $P(t)$. Finalmente, y en relación al punto anterior, la ecuación (3.4) de los residuos de los salarios, que es obtenida sólo con la información de los datos, parece contradecir nuestro supuesto de la sección 2 en el sentido que los salarios en el período de estudio son exógenos.

En las secciones que siguen intentamos profundizar sobre estas cuestiones. Básicamente nos interesa construir un modelo econométrico para $P(t)$ y un modelo múltiple en términos de las variables originales.

4. UN MODELO ECONOMÉTRICO

En esta sección pretendemos construir un modelo econométrico dinámico para la variable $P(t)$ definida como la inflación interna.

A partir de la ecuación (3.1) obtenida en la sección anterior y agregando las relaciones contemporáneas encontradas, postulamos:

$$(4.1) \quad U_1(t) = a_0 + (a_1 + a_2 B + a_3 B^2) U_2(t) + (a_4 B^4) U_3(t) + (a_5) U_4(t) + V(t)$$

Donde a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 y a_5 son parámetros y $V(t)$ representa un error aleatorio que suponemos no es causado por ninguna de las variables de residuos en la ecuación. Para que (4.1) sea de forma reducida requerimos que las variables $U_2(t)$, $U_3(t)$ y $U_4(t)$ no sean

causadas por los valores contemporáneos o pasados de $U1(t)$. Si aceptamos la estructura estimada en (3.1)–(3.4), sin embargo, la variable $U4(t)$ aparece causada por $U1(t)$.

Postulamos que la causalidad hacia los salarios originada por la inflación interna aparece por no incluir en el modelo la variable Reajuste Oficial o del Sector Público. En otras palabras, creemos que al incluir en el modelo esta nueva variable, los coeficientes de $U1(t)$ estimados en (3.4) serían estadísticamente iguales a cero. Para probar esto, que lo hacemos de una forma indirecta, utilizamos el test de exogeneidad que propone Geweke (1982).

Si aceptamos el análisis que hace Cortázar (1983), donde se muestra que en el período 1977-1979 los cambios en los salarios son causados exclusivamente por los Reajustes Oficiales, para probar nuestra hipótesis bastaría mostrar que en el período 1980-1983 la inflación es exógena a los salarios.

Cuando hacemos el test que propone Geweke para el período 1980-1983, el estadígrafo vale 8.9 mientras que el valor crítico al 5% es 12.6. Entonces, no podemos decir que en el período señalado los salarios sean causados por la inflación. Finalmente, y de acuerdo a lo esperado, cuando hacemos el test para todo el período, encontramos resultados concordantes con la ecuación (3.4).

Con todo esto concluimos que la ecuación (4.1) está en forma reducida y, entonces, podemos estimarla en términos de las variables originales y hacer análisis econométrico.

Así, si en (4.1) reemplazamos las variables de residuos por las estructuras de los modelos ARIMA estimados en la sección anterior, tenemos:

$$(4.2) \quad \frac{(1-.55B-.21B^2)}{(1+.31B^{12})} P(t) = a_0' + (a_1 + a_2B + a_3B^2) (1-.37B-.23B^2) Q(t) \\ + a_4B^4 (1-.66B + .24B^3) E(t) + a_5 \frac{(1+.25B-.32B^4-.32B^5)}{(1+.33B^{12})} W(t) + V(t)$$

Donde a_0' es constante y B es el operador de rezago definido en la forma usual. Suponemos que al multiplicar esta ecuación por el factor que divide a $P(t)$ se cancelará también el que divide a $W(t)$ y sólo aparecerá éste en la variable de errores $V(t)$ ². Entonces, al multiplicar en cada expresión los polinomios en el operador de rezago B , tendremos, preliminarmente, que la inflación es explicada por la misma variable con 1 y 2 rezagos, por la inflación externa con 0, 1, 2, 3 y 4 rezagos, por los excesos de demanda con 4, 5 y 7 rezagos y por los cambios en los salarios con 0, 1, 4 y 5 rezagos; además, del error producido por el modelo con 12 rezagos.

Cuando estimamos la ecuación (4.2), sin embargo, algunos coeficientes no fueron significativamente distintos de cero mientras que los residuos sugirieron la introducción de nuevos parámetros. La estimación final, con verosimilitud condicional, fue la siguiente:

² Aun cuando estos supuestos puedan significar una aproximación al modelo verdadero, las correlaciones cruzadas, después de ajustar el modelo aproximado, entre los residuos de $P(t)$ y $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$ constituyen un test para docimar si el modelo aproximado es significativamente distinto al verdadero.

$$\begin{aligned}
 (4.3) \quad & (1 - .17B - .08B^2) P(t) = .16 + (.08 + .17B + .05B^2) Q(t) \\
 & \quad \quad \quad (.11) \quad (.09) \quad \quad \quad (.25) \quad (.04) \quad (.04) \quad (.04) \\
 & + (.02B^4 + .08B^7) E(t) + (.07 + .04B + .04B^2 + .06B^3 + .06B^4) W(t) \\
 & \quad \quad \quad (.05) \quad (.05) \quad \quad \quad (.03) \quad (.03) \quad (.03) \quad (.03) \quad (.03) \\
 & + (1 + .29B^{12}) V(t) \\
 & \quad \quad \quad (.13)
 \end{aligned}$$

Entre paréntesis se colocan las desviaciones estándares de los coeficientes.

En este modelo la inflación interna, además del factor multiplicador, depende de la inflación internacional en forma contemporánea y con 1 y 2 rezagos, de los excesos de demanda con 4 y 7 rezagos, y de los salarios en forma contemporánea y con 1, 2, 3 y 4 rezagos.

En general, los parámetros no muestran mayor correlación y los residuos no sugieren presencia de correlación serial. El estadígrafo de Box-Pierce para la autocorrelación de V(t) es 10.5 mientras que el valor crítico de la distribución Chi*2 al 5% es 19.7. Además, los estadígrafos que miden las correlaciones cruzadas de V(t) con los rezagos de Q(t), E(t) y W(t) son 8.3, 11.6 y 15.2, y el valor crítico, como antes, es 19.7. Entonces, no tenemos evidencia de carencia de ajuste en el modelo. El R**2 en este modelo llega a .79, que es 15 puntos superior al encontrado en el modelo ARIMA univariado. Destacan en el modelo el rezago de la variable de demanda en afectar a la inflación. En parte esto puede explicarse por ser ésta una variable aproximada. Por otra parte, los coeficientes de salarios de rezago 1 y 2 parecen disminuir exponencialmente después del *shock* contemporáneo. Quizás, la estructura que multiplica a la variable de salarios sea mejor representada por la forma:

$$\frac{b_0 + b_1B^3 + b_2B^4}{1 - c_1B}$$

con b0, b1, b2 y c1 parámetros y B el operador usual de rezago. Sin embargo, el programa computacional que utilizamos no nos permite estimar separadamente el parámetro c1. Como una aproximación, la estructura estimada y que aparece en (4.3) incluye explícitamente a los rezagos 1 y 2, pese a no ser demasiado significativos.

El mismo modelo ya presentado lo estimamos con datos hasta diciembre de 1981, junio de 1982, diciembre de 1982 y junio de 1983. En el Cuadro 3 presentamos los efectos finales de las variables exógenas en todas las estimaciones, además de algunos estadígrafos que muestran la bondad del ajuste.

En el modelo con datos hasta diciembre de 1983, el efecto final de la inflación externa llega a .40, el de los excesos de demanda a .13 y el de los cambios en los salarios a .36. Entonces, ante aumentos de los precios externos y de los salarios en el mismo porcentaje, los precios internos sólo crecen .76 veces el aumento original. Interesante resulta, sin embargo, que cuando estimamos el modelo con datos hasta junio de 1982 o diciembre de 1981, la ecuación resulta prácticamente homogénea de grado 1. Sin duda, del Cuadro 3 se desprende una cierta relación entre el ciclo económico y el grado de la ecuación de precios. Mientras el efecto de los precios externos parece no alterarse, el de los salarios disminuye fuertemente en el período recesivo a costa, seguramente, de un menor retorno del capital.

CUADRO 3

EFECTOS FINALES DE Q(t), E(t) y W(t) SOBRE P(t) EN SUBPERIODOS

Varia.	81.12	82.06	82.12	83.06	83.12
Q(t)	.41	.48	.41	.40	.40
E(t)	-.03	-.03	.04	.13	.13
W(t)	.58	.48	.41	.37	.36
Q(t)+ W(t)	.99	.96	.82	.77	.76
R**2	.78	.81	.80	.79	.79
B-P(12)	4.50	4.70	6.70	8.40	10.50
Chi*2 (5%)	19.70	19.70	19.70	19.70	19.70

En los gráficos 1 simulamos los efectos sobre la inflación de cambios en los precios externos o en los salarios iguales a 1. En el primer gráfico usamos el modelo con todos los datos y en el segundo sólo hasta junio de 1982. Cuando cambian los precios externos el efecto más importante se produce un mes después; luego los efectos o impulsos decaen rápida y exponencialmente a cero. Cuando cambian los salarios, el efecto sobre los precios disminuye exponencialmente después del efecto contemporáneo. Luego de un pequeño aumento en los impulsos al tercer y cuarto mes, los efectos desaparecen muy rápidamente. En ambos casos, los efectos finales son alcanzados casi completamente después de 6 u 8 meses.

5. MODELOS MÚLTIPLES

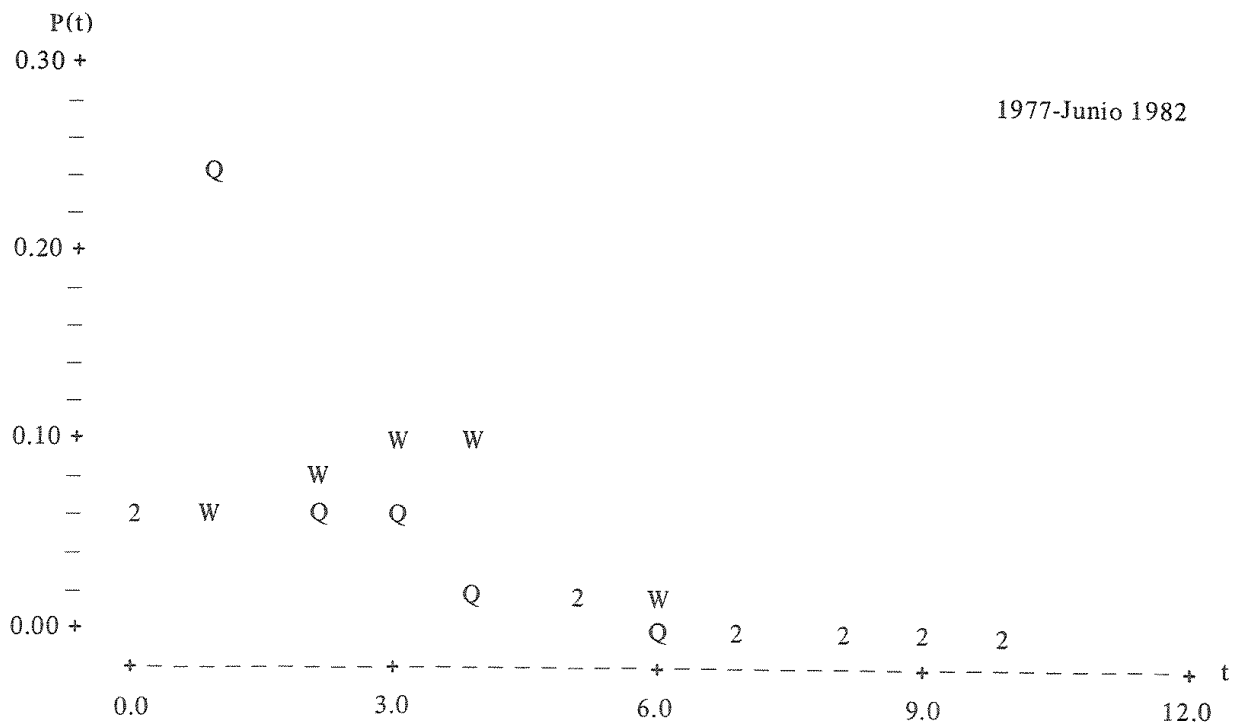
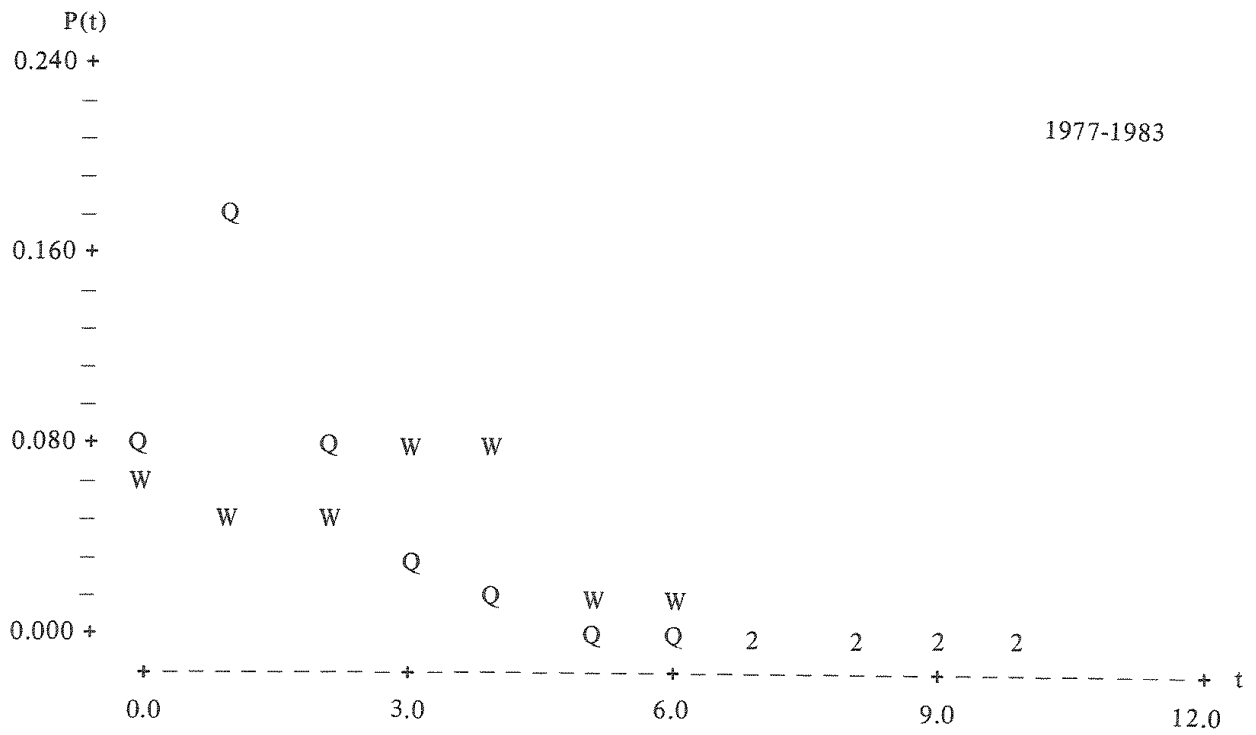
El modelo econométrico estimado en la sección anterior puede ser utilizado para predecir si los pronósticos de las variables exógenas se obtienen, por ejemplo, de los modelos univariados estimados en la sección 3. Sin embargo, si sólo estamos interesados en predecir, al modelo anterior se le pueden hacer algunas críticas desde un punto de vista estadístico o de Analista de Series de Tiempo.

En primer lugar, las relaciones contemporáneas pueden no ayudar en la predicción por cuanto, suponemos, para predecir en el tiempo t sólo conocemos las variables hasta el tiempo $t-1$. Segundo, y sólo si aceptamos lo anterior, el modelo podría estimarse conjuntamente con los ARIMA univariados de la sección 3. En tercer lugar, y nuevamente si sólo estamos interesados en predecir, es posible que la correlación observada entre $W(t)$ y los rezagos de $P(t)$ resulte en aportes significativos para pronosticar, pese a que ésta no la podemos llamar relación causal.

En esta sección incorporamos las críticas al modelo econométrico y estimamos dos ARIMA múltiples de acuerdo a los dos modelos de inflación planteados en la sección 2. En el primero se considera la variable salarios, además de la inflación externa y de la variable de demanda, mientras que en el segundo, siguiendo un modelo con ajuste instantáneo en el mercado del trabajo, sólo se incluye a la inflación externa y a la variable demanda.

GRAFICOS 1

EFFECTOS SOBRE P(t) DE CAMBIOS DE 1 EN Q(t) O W(t) a/



a/ Q: Precios Externos; W: Salarios; 2: Coincidencias.

La metodología resulta ser análoga a la seguida en la sección anterior. La única diferencia está en que ahora consideramos conjuntamente los modelos de todas las variables. Las estimaciones son hechas con verosimilitud condicional, por razones de costo, debido al gran número de estimaciones necesarias en esta sección y en la siguiente. Pese a esto, algunas ecuaciones que fueron estimadas también con verosimilitud exacta revelaron resultados muy parecidos.

Para el modelo con salarios, partiendo de las ecuaciones (3.1) – (3.4) y reemplazando los modelos univariados, obtenemos un modelo preliminar en términos de las variables originales. La estimación final de éste, después de eliminar algunos coeficientes no significativos, fue:

$$(5.1) \quad \begin{aligned} (1 - .31B - .16B^2) P(t) &= .26 + (.20B) Q(t) \\ &\quad (.10) \quad (.09) \quad (.26) \quad (.03) \\ &+ (.03B^4 + .08B^7) E(t) + (.02B + .01B^2 + .05B^3 + .05B^4) W(t) \\ &\quad (.05) \quad (.05) \quad (.03) \quad (.03) \quad (.03) \quad (.03) \\ &+ (1 + .29B^{12}) V1(t) \\ &\quad (.11) \end{aligned}$$

$$(5.2) \quad \begin{aligned} (1 - .46B - .19B^2) Q(t) &= .82 + V2(t) \\ &\quad (.11) \quad (.11) \quad (.40) \end{aligned}$$

$$(5.3) \quad \begin{aligned} (1 - .66B + .24B^3) E(t) &= .13 + V3(t) \\ &\quad (.09) \quad (.09) \quad (.18) \end{aligned}$$

$$(5.4) \quad \begin{aligned} (1 + .42B + .30B^2 - .26B^5) W(t) &= 1.18 + (.94B^3) P(t) \\ &\quad (.09) \quad (.08) \quad (.07) \quad (.66) \quad (.22) \\ &+ (.55B^2) E(t) + (1 + .24B^{12}) V4(t) \\ &\quad (.16) \quad (.11) \end{aligned}$$

Entre paréntesis se colocan las desviaciones estándares de los coeficientes y V1(t), V2(t), V3(t) y V4(t) son los errores en las ecuaciones de P(t), Q(t), E(t) y W(t), respectivamente.

Como era de esperarse, los modelos para Q(t) y E(t) resultan prácticamente idénticos a los ARIMA univariados, aunque para la primera de estas variables algunos cambios en los parámetros nos llevan a un R**2 de .34, que es 5 puntos superior al obtenido en el modelo univariado.

El estadígrafo R**2 en la ecuación de P(t) es .76, levemente inferior al encontrado en el modelo econométrico, y 14 puntos superior al del ARIMA univariado. En la ecuación de los salarios el R**2 es .65, 21 puntos más alto que en el modelo en que explicamos esta variable sólo con su pasado. Por último, los errores no están serialmente correlacionados, lo que no nos permite rechazar la hipótesis de que el modelo está bien especificado.

No nos resulta tan extraño que en la ecuación de P(t) los efectos de la variable salarios con 1 y 2 rezagos aparezcan muy poco significativos. Cuando comentamos el modelo econométrico advertimos que el decaimiento en el efecto de los salarios era más

bien exponencial a partir del rezago 0 y, por tanto, los efectos de rezago 1, 2, 3 y 4 son dependientes de la relación contemporánea que aquí no podemos estimar.

Los efectos finales sobre P(t) y W(t) podemos expresarlos como:

$$P = .38 Q + .21 E + .25 W$$

$$W = .64 P + .38 E$$

Esto no puede utilizarse para hacer análisis estructural si nuestros supuestos de la sección anterior son correctos: que las relaciones contemporáneas entre P(t), Q(t) y W(t) son causales en P(t) y que la correlación entre W(t) y el pasado de P(t) aparece por no incluir la variable Reajuste Oficial como causa de los cambios en los salarios.

Nuestro último ejercicio consiste en estimar un modelo que no considere explícitamente a la variable de salarios. Para esto, reemplazamos (5.4) en (5.1) – (5.3) y obtenemos una versión preliminar del modelo. Luego, eliminando algunos coeficientes no significativos y reestimando, obtenemos:

$$(5.5) \quad (1 - .33B - .18B^2) P(t) = .53 + (.18B) Q(t) \\ \quad \quad \quad (.10) \quad (.09) \quad \quad \quad (.24) \quad (.03) \\ \quad \quad \quad + (.05B^4 + .10B^7) E(t) + (1 - .39B^{12}) V1'(t) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad (.05) \quad (.05) \quad \quad \quad (.11)$$

$$(5.6) \quad (1 - .45B - .20B^2) Q(t) = .84 + V2'(t) \\ \quad \quad \quad (.11) \quad (.11) \quad \quad \quad (.40)$$

$$(5.7) \quad (1 - .65B + .24B^3) E(t) = .13 + V3'(t) \\ \quad \quad \quad (.09) \quad (.09) \quad \quad \quad (.18)$$

Entre paréntesis se colocan las desviaciones estándares de los coeficientes y V1'(t), V2'(t) y V3'(t) corresponden a los errores en cada una de las ecuaciones. Como antes, los residuos no están suficientemente correlacionados como para suponer carencia de ajuste. Las ecuaciones para Q(t) y E(t) resultan casi iguales a las del modelo con salarios. En la ecuación de P(t) observamos algunos cambios; el efecto final de la variable de demanda es ahora .31, 10 puntos mayor al encontrado antes. Ahora estamos midiendo, además del efecto directo, el efecto indirecto que antes medíamos a través de los salarios. En cambio, y como habríamos esperado, el efecto final de Q(t) es muy parecido.

Por último, en la ecuación de P(t), el R**2 es .74, sólo 2 puntos inferior al de modelo que incluye explícitamente los salarios.

6. PRONÓSTICOS

En las secciones 3 a 5 hemos construido modelos para pronosticar la inflación, que, aunque difieren en algunos supuestos, están basados en distintas versiones de la metodología de series de tiempo y en dos modelos teóricos de inflación.

Tenemos un modelo ARIMA univariado, un modelo econométrico o de transferencia que puede alimentarse con ARIMA para las variables exógenas, un modelo múltiple que incluye a la variable de salarios como endógena y, finalmente, un modelo múltiple sin la variable salarios como determinante de la inflación interna.

Con cada uno de estos modelos calculamos pronósticos "postmuestra" para el período enero de 1982 a diciembre de 1983, a 1, 2 y 3 pasos.

Para predecir a 1 paso la observación $P(t+1)$ suponemos conocidas todas las variables hasta el tiempo t y ocupamos una estimación del modelo que no incluye para ninguna variable observaciones posteriores a t . Con esta misma información predecimos $P(t+2)$ y $P(t+3)$, que llamamos pronósticos a 2 y 3 pasos.

Sin perjuicio de lo anterior, las reestimaciones del modelo las hacemos cada 6 meses, y suponemos que las estructuras se mantienen en el semestre siguiente.

Sean $F1(i)$, $F2(i)$, $F3(i)$ y $F4(i)$ las predicciones a i pasos de los modelos ARIMA, econométrico, múltiple con salarios y múltiple sin salarios, respectivamente. Antes de entrar en la evaluación de estos pronósticos, y siguiendo a Granger y Newbold (1977), calculamos un pronóstico combinado ponderando cada predicción por el R^{**2} relativo según las estimaciones que ocupan todos los datos. Así definimos un quinto pronóstico como:

$$F5(i) = .21 F1(i) + .27 F2(i) + .26 F3(i) + .26 F4(i)$$

La evaluación absoluta la hacemos definiendo un pronóstico eficiente como aquel que satisface:

$$(6.1) \quad P(t) = a + b F_k(i) + e(t) \quad , k = 1, \dots, 5 \quad , i = 1, 2, 3$$

Con $a = 0$; $b = 1$ y $e(t)$ no autocorrelacionado. Estimamos con mínimos cuadrados ordinarios ecuaciones como la (6.1) para todas las predicciones. Los resultados se presentan en el Cuadro 4. Todos los pronósticos a 2 y 3 pasos resultan ineficientes porque los errores $e(t)$ están autocorrelacionados. Las predicciones a 1 paso, en cambio, en general, aprueban el test de eficiencia, pese a que en los pronósticos del modelo univariado encontramos alguna evidencia de autocorrelación en los errores y en los pronósticos del modelo múltiple sin salarios se aprueba el test sólo con niveles de significancia menores al 5%.

CUADRO 4

TEST 'F' DE EFICIENCIA EN LOS PRONOSTICOS a/

Pronóst.	1 paso	2 pasos	3 pasos
ARIMA	.44(*)	1.74(**)	3.96(**)
Econom.	1.88	.16(**)	2.50(**)
Mult.c/W	2.04	1.61(**)	5.18(**)
Mult.s/W	3.87	3.94(**)	6.54(**)
Comb.	1.03	.97(**)	2.80(**)

a/ Valores críticos son $F(10\%) = 2.59$, $F(5\%) = 3.49$, $F(1\%) = 5.85$

(*) Presencia de autocorrelación de residuos al 5%.

(**) Presencia de autocorrelación de residuos al 1%.

Otra manera de evaluar las predicciones en términos absolutos consiste en agregar a la ecuación (6.1) un nuevo pronóstico y docimar que el efecto marginal es significativo. En términos matemáticos queremos comparar (6.1) con:

$$(6.2) \quad P(t) = a' + b' F_k(1) + F_j(1) + e'(t) \quad k, j = 1, 2, 3, 4$$

Cuando hacemos este ejercicio, sólo con predicciones a 1 paso, encontramos que cuando se tiene el pronóstico ARIMA univariado, cualquier otro pronóstico aporta significativamente en la explicación de $P(t)$. Por ejemplo, cuando agregamos las predicciones del modelo econométrico obtenemos un F igual a 9.43 para el nuevo aporte, mientras que el valor crítico de la distribución F al 5% es sólo 4.35. Sin embargo, si en (6.1) se tiene un pronóstico distinto al del modelo univariado, el aporte marginal de una nueva predicción es no significativo.

Por otra parte, evaluamos las predicciones en forma relativa. Para esto comparamos los errores cuadrático medios (ECM)³ de las predicciones a 1, 2 y 3 pasos. Además separamos el período de evaluación en uno estable que corresponde al primer semestre de 1982 y todo 1983, y uno inestable correspondiente al segundo semestre de 1982, cuando hubo fuertes cambios en el tipo de cambio nominal y nuestras estimaciones muestran importantes cambios en los parámetros. Los ECM de cada modelo aparecen en el Cuadro 5.

CUADRO 5
ECM DE LOS PRONOSTICOS DE $P(t)$

Pronóst.	ARIMA	Econom.	Mult.c/W	Mult.s/W	Comb.
1 Paso	1.22	.86	.82	.90	.71(*)
Estab.	.68	.77	.63	.66	.56(*)
Inestab.	2.84	1.14(*)	1.38	1.62	1.19
2 Pasos	2.00	1.35(*)	1.64	1.95	1.54
Estab.	1.10	.92(*)	1.12	1.35	.99
Inestab.	4.70	2.65(*)	3.21	3.75	3.20
3 Pasos	2.59	2.12(*)	2.73	2.91	2.33
Estab.	1.46	1.35	1.23(*)	1.63	1.29
Inestab.	5.98	4.44(*)	7.22	6.74	5.45

(*) El menor ECM.

Para las predicciones a 1 paso sólo observamos diferencias en el ARIMA que aparece con errores algo mayores. Sin embargo, estas diferencias se producen exclusivamente en el período que hemos llamado inestable, donde los errores del ARIMA aumentan en casi dos veces el aumento de los otros errores. Curiosamente, para todo el período, el mejor pronóstico es el combinado, pese a que incluye al pronóstico ARIMA que entendemos significativamente más pobre. Al utilizar la predicción combinada en lugar de la del ARIMA obtenemos errores cuadráticos 42% inferiores. Siempre en las predicciones a 1 paso, en el período de inestabilidad, el mejor pronóstico es el econométrico. De éste resultan errores 60% inferiores a los del ARIMA durante el segundo semestre de 1982.

Es posible que en el período de inestabilidad, las predicciones del modelo múltiple sin salarios sean significativamente peores a las del modelo econométrico, pero las pocas

³ Utilizamos el ECM porque es la medida más generalizada para evaluar predicciones. El uso de otros criterios, que en general están basados en el ECM, debiera hacerse coincidir con los objetivos de la predicción y con el método de estimación del modelo.

observaciones disponibles en este período nos impiden ser demasiado estrictos en nuestros resultados.

El comparar las predicciones a 2 y 3 pasos nos parece especialmente interesante por cuanto en estos casos ocupamos las predicciones de $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$. Prácticamente en todas las situaciones en que predecimos a más de un paso el modelo econométrico resulta ser el mejor. Además, los aumentos en los errores en períodos de inestabilidad son de gran importancia en casi todos los modelos. Destacamos que en estas predicciones a 2 y 3 pasos no se observan mayores diferencias entre el modelo ARIMA y los modelos múltiples.

Por último, los errores del modelo múltiple con salarios resultan leve, pero persistentemente inferiores a los producidos por el modelo múltiple que no incluye a los salarios como variable explicativa de la inflación. Entonces, nuestros resultados no pueden contradecir la idea de que al considerar explícitamente la variable salarios se obtienen mejores predicciones.

Nuestro último ejercicio consiste en evaluar los pronósticos de las variables $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$. Los ECM se presentan en el Cuadro 6. De especial interés resulta comparar las predicciones de la variable salarios. En este sentido, no nos parece que las predicciones del modelo múltiple que ocupan el pasado de $P(t)$ y $E(t)$, además del de $W(t)$, sean significativamente distintas a las del ARIMA univariado que sólo ocupa el pasado de $W(t)$. Así, aunque se observan correlaciones "causales" en los salarios, el considerar éstas explícitamente no resulta en mejores pronósticos.

CUADRO 6

ECM DE LOS PRONOSTICOS DE $Q(t)$, $E(t)$ y $W(t)$

Modelo	1 Paso			2 Pasos		
	$Q(t)$	$E(t)$	$W(t)$	$Q(t)$	$E(t)$	$W(t)$
ARIMA	16.5	2.2	3.5	19.8	3.5	2.6
Mult.c/W	16.5	3.3	3.6	20.3	3.9	2.3
Mult.s/W	16.7	3.3		20.3	3.9	

7. CONCLUSIONES

A continuación se presentan las principales conclusiones del trabajo. Al analizarlas debe tenerse presente que los movimientos de corto plazo en la variable de gasto son aproximados, que las estimaciones fueron hechas con verosimilitud condicional y que para evaluar las predicciones utilizamos el error cuadrático medio.

Con esto, en la sección 4, estimamos un modelo econométrico dinámico para la inflación chilena mensual del período 1977-1983. Las estimaciones muestran elasticidades de mediano plazo de .40 para la inflación externa, de .36 para los salarios y de .13 para el gasto. Así, la ecuación de precios es homogénea de grado .76. Sin embargo, cuando estimamos el mismo modelo en el período 1977-1981, la elasticidad salario era .58 y la de la inflación externa .41. Entonces, la ecuación de precios era prácticamente homogénea de grado 1.

Al estudiar la dinámica de los efectos de las variables exógenas sobre la inflación, nuestros resultados muestran que los efectos finales son alcanzados casi completamente

después de 6 meses. Destacamos sí la diferencia entre los efectos sobre la inflación interna producidos por la inflación externa, que después de un *shock* con un mes de rezago decaen geométrica y rápidamente a los efectos de los cambios en los salarios que son casi constantes durante los cuatro o cinco primeros meses.

En la sección 6 del trabajo calculamos 24 pronósticos postmuestra para 4 modelos de predicción: un modelo ARIMA univariado, un modelo econométrico dinámico y dos modelos ARIMA multivariados. El primero incluye la variable salarios, además de la inflación externa y de una variable de demanda; el segundo, obedeciendo a un modelo con ajuste instantáneo en el mercado del trabajo, sólo incluye la inflación externa y la variable de demanda.

Al comparar estas predicciones observamos que el modelo ARIMA univariado produce errores significativamente mayores que los otros modelos y que la mejor predicción es aquella que combina linealmente a todas las mencionadas cuando se predice a 1 mes plazo. Entonces los errores cometidos se acercan a medio punto porcentual.

Al predecir a más de un mes plazo, el modelo econométrico siempre entregó los mejores pronósticos, incluso al compararlo con los modelos múltiples. Además, cuando estudiamos separadamente los períodos de estabilidad inflacionaria, encontramos que ninguno de los modelos entrega errores significativamente distintos.

Finalmente, al comparar las predicciones de los dos modelos múltiples, observamos que el modelo que incluye los salarios proporciona errores leves, pero persistentemente menores.

BIBLIOGRAFIA

- Box, G.E.P. y Jenkins, J.M. (1976), "Time Series Analysis: Forecasting and Control". Holden-Day: San Francisco. Edición revisada.
- Bruno, M. (1978), "Exchange Rate, Import Costs and Wage-Price Dynamics", *Journal of Political Economy*, vol. 86.
- Chow, G.C. y Lin, A. (1971), "Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series", *Review of Economics and Statistics*, vol. 53.
- Corbo, V. (1982), "Inflación en una Economía Abierta: El caso de Chile", Cuadernos de Economía 56.
- Cortázar, R. y Marshall, J. (1980), "Índice de Precios al Consumidor en Chile: 1970-1978", Estudios CIEPLAN 4.
- Cortázar, R. (1983), "Políticas de Reajustes y Salarios en Chile: 1974-1982", Estudios CIEPLAN 10.
- Denton, F. (1971), "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach based on Quadratic Minimization", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 66.
- Dornbusch, R. (1980), "Open Economy Macroeconomics", Basic Books.
- Geweke, J. (1982), "Measurement of Linear Dependence and Feedback Between Multiple Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 77.
- Granger, C.W.J. y Newbold, P. (1977), "Forecasting Economic Time Series", Academic Press.
- Jones, R.W. (1971), "A Three-Factor Model in Theory, Trade and History", en "Trade, the Balance of Payments, and Growth", editado por J.N. Bhagwati, Amsterdam: North-Holland.
- Le Fort, G. (1983), "El Tipo de Cambio Real y los Precios Relativos: Hechos e Interpretaciones", Serie Investigación 63, Depto. de Economía U. de Chile.
- Morán, C. (1983), "Estadísticas Trimestrales de Producto y Dinero para la Economía Chilena: 1960-1981", Depto. de Economía U. de Chile.
- Tiao, G.C. y Box, G.E.P., "An Introduction to Applied Multiple Time Series Analysis", Dep. of Statistics, University of Wisconsin. Mimeo.
- Zellner, A. y Palm, F. (1974), "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models", *Journal of Econometrics* vol. 2.