SIGNIFICANCIA ESTADISTICA VERSUS SIGNIFICANCIA ECONOMICA EN LA EXTENSION E INVESTIGACION AGRICOLA: UNA RESEÑA PRO-BAYESIANA *

JOHN L. DILLON Y R. R. OFFICER **

Resumen.

Se repasan los enfoques clásico y neoclásico y bayesiano en la decisión estadística en relación a la decisión de hacer o no recomendaciones a los agricultores basadas en investigación agrícola. Se discute el hecho de que el enfoque bayesiano de maximizar la ganancia esperada sea mejor, ya que permite la incorporación de información no experimental en la decisión, y considera las consecuencias económicas de las decisiones alternativas. En contraste, el enfoque clásico con su uso mecánico de los tradicionales niveles de significancia y, en menor grado, el enfoque neo-clásico con su minimaximización del riesgo, fallan al no reconocer los aspectos reales de una hipótesis por probar en el contexto de la investigación y extensión agrícola.

Los últimos años han visto el nacimiento, aún más, el florecimiento de un nuevo enfoque en la decisión estadística conocido como teoría de la Decisión Estadística o Estadística Bayesiana. En contraste con la confianza de los procedimientos estadísticos clásicos con probabilidades objetivas y niveles de significancia, el nuevo enfoque enfatiza las probabilidades subjetivas y la significancia económica y concentra la prueba de una hipótesis bajo el encabezamiento general de toma de decisiones bajo incertidumbre.

Como en cualquiera revolución, este desarrollo no ha sido posible sin controversias. Ver, por ejemplo, las discusiones de Hartley [10], Savage *et al.* [21] y Van Dantzig [25]. Pero en la actualidad, debido a textos tan sobresalientes como Lindley [12], Pratt *et al.* [17] y Schaifer [22], y su uso cada vez mayor en la industria y en los negocios, el enfoque bayesiano ha establecido su respetabilidad y sus méritos. A pesar de eso toda esta controversia y desarrollo ha tenido solamente un pequeño impacto en la extensión e investigación agrícola.

Las recomendaciones a los agricultores, fundadas en investigación agrícola, siguen basándose en tests de significancia estadística en vez de la significancia económica de los resultados experimentales. Los tests estadísticos en sí mismos no tienen ninguna orientación económica y obligan a los agricultores a operar en un vacío económico.

¿Por qué persisten, entonces, los procedimientos clásicos? Probablemente la razón principal es que, en general, los investigadores agrícolas y los extensionistas no se sienten atraídos ni están bien entrenados en estadística. Deben confiar en consultores biométricos, generalmente imbuidos de manera excesiva y con poca apreciación de las consideraciones económicas en las decisiones del

* A pesar de que continuamos en desacuerdo sobre algunos puntos, estamos agradecidos a J. R. Anderson y J. B. Hardaker por sus comentarios en una primera versión de este artículo.

** John L. Dillon: profesor de Administración Rural de la Universidad de New England, Armidale, N.S.W. Australia.

R.R. Officer: investigador del Australian Meat Research Committee de la Graduate School of Business, University of Chicago.

agricultor. En consecuencia, siguen siendo promulgados los procedimientos clásicos, en circunstancias que sería mucho más apropiado, al hacer (o no) recomendaciones a los agricultores, realizar un enfoque según la teoría de la decisión que envuelve probabilidades subjetivas y la estimación de consecuencias económicas.

A través de su papel de espectadores interesados y colaboradores activos en el proceso de investigación-extensión, los economistas agrarios podrían poner fin al mito de la significancia estadística y, apadrinando procedimientos bayesianos, ayudarían a cerrar la brecha que va desde la inferencia estadística hasta la decisión del agricultor. Como un paso en esa dirección, este ensayo pretende ofrecer una visión expositiva de los procedimientos y relevancia de la teoría de la decisión estadística en la investigación y extensión agrícola.

Como las contribuciones de Allee [1] y Manderscheid [15], nos preocupamos de probar hipótesis y de efectuar las consecuentes recomendaciones a los agricultores, basándonos en la investigación agrícola. No nos preocuparemos en forma directa del tópico estrechamente unido a lo anteriormente dicho, que se refiere al uso de procedimientos bayesianos en investigaciones de tipo econométrico encaminadas a la evaluación de políticas. Esto ha sido mencionado por Anderson y Dillon [2], Pratt *et al.* [17] y Sengupta [23]. Ni tampoco nos preocuparemos del problema más amplio que se refiere al uso de la teoría de la decisión estadística en decisiones a nivel de negocios agrícolas bajo incertidumbre, como lo discuten Hildreth [11], Tedford [24] y, particularmente, Eidman *et al.* [6] y Halter [9].

En el orden indicado discutiremos las probabilidades, después resumiremos los principales enfoques de la decisión estadística y, finalmente, presentaremos un ejemplo típico e ilustrativo de los problemas de prueba de hipótesis que ocurren en el contexto investigación-extensión. Como corresponde a una reseña expositiva, nuestra presentación será más informal que rigurosa y enfatizará las diferencias más bien que la similitud entre los varios enfoques.

Como lo han demostrado Lindley [12] y Raiffa y Schlaifer [18], no existe un conflicto *en teoría* entre el enfoque bayesiano y el clásico; el enfoque bayesiano sólo provee un mecanismo formal para llenar la brecha que existe entre la inferencia estadística y la decisión en el mundo real. En este sentido, los procedimientos bayesianos son, simplemente, una extensión de la teoría clásica. Pero *en la práctica*, estos enfoques entran en conflicto. Típicamente los defensores de la teoría clásica solamente tienen una ayuda superficial en la estimación de las consecuencias, ya que las decisiones se basan de hecho en el uso mecánico de los números mágicos 0.01, 0.05 y 0.1, como si estos niveles particulares de significancia nos vinieran como una postdata estadística a las reglas de decisión que Moisés recibió de lo alto.

Probabilidades: Subjetivas versus objetivas.

Las probabilidades tienen un rango de 0 a 1 y son ponderaciones o índices que afirman las posibilidades de ocurrencia de eventos inciertos.

Ha habido, y todavía hay, una gran controversia respecto de la interpretación de las probabilidades, especialmente en relación al rol de los dos tipos básicos de probabilidad: subjetiva y objetiva.

Probabilidades objetivas o empíricas se definen como el límite de una frecuencia relativa. Por ejemplo, si una moneda se tira n veces y da r caras, la probabilidad objetiva de caras está dada por el límite de la razón r/n a medida que n se acerca a infinito. Pero es difícil especificar un límite para la mayoría de las frecuencias reales, de manera que una probabilidad objetiva se define típicamente como la razón de la frecuencia relativa en un grupo finito de observaciones.

El grado de confianza o fuerza de convicción que un individuo tiene respecto de una proposición particular es la probabilidad subjetiva de esa proposición para él. Es una afirmación personal. Así, la probabilidad personal o subjetiva de una persona con respecto a un evento corresponde a las características del juego bajo las cuales estaría dispuesto a apostar a la ocurrencia del evento. A pesar de que las probabilidades subjetivas fueron reconocidas por los fundadores de la estadística (e. g. Bernoulli), el interés resurgido proviene de estudios hechos por Ramsey [19], Finetti [5], Good [8] y, especialmente, Savage [20]. Como Barnard [3] comentó, "después de Savage y de Finetti nada volverá a ser igual que antes en la teoría probabilística. Puede que no haya una probabilidad única; es posible que las probabilidades deban ser personales; puede que no haya una sola manera de expresar la ignorancia".

A pesar de la controversia existente respecto al uso de probabilidades subjetivas y objetivas, los sustentadores de ambas están de acuerdo en que cada tipo debe seguir los axiomas y teoremas de la teoría probabilística. Hay, sin embargo, un teorema conocido como Teorema de Bayes, que es de una particular relevancia para el subjetivista. El teorema dice lo siguiente: Sea $A_1, A_2, \ldots A_n$ un conjunto de eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos. Sea B otro evento que ocurre sólo si uno o más de los eventos A_i ocurren. Entonces, la probabilidad que A_i ocurra dada la ocurrencia de B es:

$$(1) \qquad P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \; P(B/A_i)}{\Sigma \, P(A_i) \; P(B/A_i)}$$

Donde $P(A_i)$ es la probabilidad inicial o a priori para A_i antes de que la evidencia de la ocurrencia de B sea conocida, $P(B/A_i)$ es la verosimilitud de B dado A_i, y $P(A_i/B)$ es la probabilidad revisada o a posteriori para la ocurrencia de A_i. Generalmente la verosimilitud $P(B/A_i)$ estará disponible a partir de observaciones empíricas, e. g. los resultados de un experimento. Para los bayesianos los $P(A_i)$ son subjetivos y, por lo tanto, dudosos frente a los ojos de un objetivista que, generalmente, ignoraría estas probabilidades a priori, a pesar de que al usar la premisa de igual ponderación para cada hipótesis antes del análisis involucra su existencia como elementos de una distribución uniforme.

Como ejemplo del uso del Teorema de Bayes, supongamos que un extensionista cree que su zona tendrá una plaga de langostas dos años de cada veinte. Esta estimación es subjetiva, ya que, a pesar de que posee una gran experiencia en la zona, se han implantado nuevas medidas de control en las áreas occidentales donde se multiplica este insecto. La investigación local pasada ha demostrado, sin embargo, que si una plaga ocurre cinco veces de cada diez se ven langostas a principios de mayo en la zona, pero se ven sólo una vez de cada diez si una plaga no ocurre. Dado esto, el extensionista ve langostas a principios de mayo, ¿cuál es la probabilidad de que enfrente una plaga? Tenemos:

A_1: plaga $\qquad$ A_2: no plaga

B: langostas al comienzo de mayo; y

$P(A_1) = 2/20$. $P(A_2) = 18/20$, $P(B/A_1) = 5/10$, $P(B/A_2) = 1/10$.

Usando la ecuación (1), $P(A_1/B)$ es 0.357 y el Teorema de Bayes le ha permitido al extensionista revisar su probabilidad subjetiva inicial a la luz de la evidencia empírica obtenida a través de la investigación. Antes de disponer de la evidencia de la existencia de insectos en mayo, su probabilidad subjetiva para una plaga era de 0.1. Después de obtener dicha evidencia, haciendo uso de sus probabilidades subjetivas a priori, ha podido estimar una probabilidad revisada o a posteriori de 0.357. Presentando esto en forma alternativa, el Teorema de Bayes le ha permitido tomar en cuenta la evidencia disponible en términos de sus propias creencias subjetivas sobre la eficacia de las nuevas medidas de control en las zonas de multiplicación del insecto.

El argumento para el uso de las probabilidades subjetivas a través del Teorema de Bayes es que introduce un nuevo conocimiento pertinente en el análisis del problema. Este conocimiento adicional, en forma de fuerza de convicción de la persona que decide sobre posibilidades alternativas no sería considerado por los objetivistas.

La dificultad que surge con los objetivistas es, por supuesto, que la probabilidad subjetiva es personal. De hecho, esta subjetividad es beneficiosa ya que la persona que toma las decisiones, y nadie más que él, debe llevar el peso de la responsabilidad de la decisión: "*Mis* probabilidades, mi decisión, mi responsabilidad" es preferible a "*Sus* probabilidades, su decisión, su responsabilidad".

En este sentido, Fellner [7, p. 37] ha sugerido que "en restrospectiva, el aumento notorio del punto de vista subjetivo se puede interpretar como un proceso de liberación".

Mientras los objetivistas miran el uso de probabilidades subjetivas a priori como inválido, los subjetivistas ven el no uso de ellos como una pérdida de información altamente pertinente. Por otro lado, los bayesianos no ven el procedimiento de los objetivistas como algo totalmente objetivo, ya que la premisa implícita de iguales ponderaciones a priori asignada a cada hipótesis y la elección de niveles de significancia son, en el mejor de los casos, una elección subjetiva y, en el peor, una adopción mecánica de procedimientos tradicionales.

Los bayesianos reconocen en forma explícita la subjetividad en la formulación de probabilidades a priori. Al hacer esto, no sólo muestran una mejor apreciación del medio que rodea el problema, sino que, además, hacen que los elementos subjetivos sean menos susceptibles de error. Esto no significa que no haya dificultad en especificar las probabilidades subjetivas; en particular pueden haber problemas de sezgo psíquico hacia algunas probabilidades [4] y coherencia con las leyes de la probabilidad [5]; ambos problemas se deben superar en la conversación cliente-estadístico siguiendo las líneas elaboradas por Raiffa y Schlaifer [18, Ch. 3. 3.].

Enfoques sobre la decisión estadística.

El uso de probabilidades subjetivas a través del Teorema de Bayes no es el único aspecto en que difiere el enfoque bayesiano frente a hipótesis alternativas del enfoque clásico. También considera las consecuencias de las decisiones alternativas usando una función de pérdida esperada, o función de riesgo, y usa la maximización de la ganancia esperada como regla de decisión. Debido a que afirma las consecuencias económicas de decisiones alternativas, la teoría de la decisión estadística es el enfoque correcto para problemas de elección entre alternativas, cada una de las cuales tiene un conjunto asociado de consecuencias que pueden especificarse. Los argumentos para su uso no son tan obvios en investigación "básica" donde el propósito es obtener información, más que obtener datos sobre elecciones económicas consecuentemente explícitas. Pero en la investigación aplicada es muy recomendable el uso del enfoque bayesiano en la decisión estadística. Esto es particularmente cierto para la agricultura, donde gran parte de la investigación está orientada a fines de extensión, llevando a hacer (o no) recomendaciones a agricultores para la adopción de un camino de acción específico que tiene consecuencias monetarias.

Entre los enfoques clásicos y bayesianos está el enfoque neo-clásico creado por Wald [26]. Al igual que el bayesiano y en contraste con el clásico, usa funciones de riesgo (i.e. pérdida esperada) en vez de probabilidades de error Tipo I para considerar las consecuencias. Difiere del enfoque bayesiano al usar pérdida minimáxima (minimax loss) como criterio de decisión y al usar probabilidades subjetivas. Las diferencias entre los tres enfoques se muestran en forma sinóptica en el Cuadro I y están bosquejadas abajo. Se encuentra una exposición más formal en e. g. Schlaifer [22] o Lindley [12].

CUADRO I

VISION SINOPTICA DE LOS ENFOQUES ALTERNATIVOS SOBRE LA DECISION ESTADISTICA

Elementos de un Problema de Decisión	Clásico	Neo-clásico	Bayesiano
Evidencia	Empírica	Empírica	Empírica y subjetiva
Consideración de las consecuencias	Error Tipo I	Funciones de pérdida esperada	Funciones de pérdida esperada
Regla de Decisión	Nivel de significancia	Pérdida minimáxima	Minimizar la pérdida esperada

Enfoque bayesiano.

Supongamos que deseamos elegir la mejor acción a_j de un conjunto de acciones posibles, dados los resultados r de un experimento que iba dirigido a predecir la ocurrencia de estados de naturaleza alternativas pertinentes s_i $(i = 1, 2, \ldots\ldots n)$. Acciones posibles (a_j) podrían ser, por ejemplo, dar una recomendación positiva o negativa a agricultores en relación al uso de un matamalezas nuevo y costoso para el cual algunos resultados de ensayos (r) están disponibles. En este problema los estados de naturaleza pertinentes (s_i) serían: hasta qué punto el rendimiento del fundo con el matamalezas es superior o inferior al rendimiento del punto de equilibrio.

El enfoque bayesiano consta de tres pasos. Primero, usando nuestras probabilidades subjetivas a priori $P(s_i)$ para la ocurrencia de s_i y las probabilidades condicionadas o verosimilitud $P(r/s_i)$ derivadas del experimento, obtenemos las probabilidades revisadas o a posteriori $P(s_i/r)$ para la ocurrencia de cada s_i dados los resultados experimentales particulares r. Estas probabilidades a posteriori se calculan mediante el Teorema de Bayes. A continuación se calculan las funciones de riesgo o pérdida esperada $E[L(a_j/s_i)]$ para cada posible acción. La función de pérdida $L(a_j/s_i)$ da el costo de oportunidad de la acción a_j en relación al mejor curso de acción posible que se podría tomar si s_i fuera el estado de naturaleza actual.

Debido a que la ocurrencia de s_i es probabilística, las funciones de pérdida deben confirmarse en términos de valor esperado basado en las probabilidades a posteriori $P(s_i/r)$, i.e.,

$$(2)\quad E[L(a_j/s_i)] = \sum_i L(a_j/s_i) \quad P(s_i/r)$$

Finalmente, la elección de la acción que se adoptará está basada en el criterio de minimizar la pérdida esperada, lo cual es equivalente a maximizar la ganancia esperada. Idealmente, las ganancias deberían usarse en términos de utilidad, como lo discutió Schlaifer [22, Ch. 2] y, en el contexto de la administración rural, específicamente Makeham *et al.* [14] y Officer y Anderson [16]. Pero no son esenciales en este ensayo consideraciones sobre utilidad.

Enfoque neo-clásico.

Como fue desarrollado por Wald [26], el enfoque neo-clásico es similar al bayesiano, excepto por no considerar la información a priori disponible en la forma de probabilidades subjetivas, y la elección de la acción adoptada se basa en minimizar el máximo riesgo esperado.

Funciones de pérdida del tipo $L(a_j/s_i)$ se especifican igual que en el enfoque bayesiano, pero el riesgo o costo de oportunidad esperado $R(a_j/s_i)$ de tomar la acción a_j si s_i fuera el verdadero estado de cosas se calcula como sigue:

$$(3)\quad R(a_j/s_i) = L(a_j/s_i) \quad P(r/s_i)$$

donde las probabilidades $P(r/s_i)$ son las verosimilitudes obtenidas del experimento. La acción óptima es aquélla para la cual $R(a_j/s_i)$ tiene el más pequeño de los valores máximos.

Enfoque clásico.

Como fue dicho por Luce y Raiffa [13, Ch. 13. 10], en investigación "básica" es generalmente imposible estimar funciones de pérdida basadas en consecuencias reales. Para ese tipo de investigación, es convencional seleccionar un nivel particular de error probabilístico como criterio de decisión para confirmar evidencia. La probabilidad de error tradicionalmente seleccionada es la probabilidad de error Tipo I, i.e. la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es cierta. Este es el enfoque clásico y, a pesar de que pueda ser suficientemente razonable para probar una hipótesis en investigación "básica", desgraciadamente se ha convertido también en el procedimiento standard para problemas de investigación aplicada, la mayoría de los cuales tienen funciones de pérdida susceptibles de estimar. A pesar de que una estimación subjetiva de pérdida puede estar contenida en el nivel de significancia elegido, es poco probable que la función de pérdida se hubiera incorporado eficientemente, especialmente si consideramos el hecho de que los valores 0.01, 0.05 y 0.1 tienden a ser usados con exclusión de otros. Indudablemente, según lo expuesto por Raiffa y Schlaifer [18, p. viii], estos niveles tradicionales de significancia tienden a ser tratados "con la misma superstición que generalmente se reserva para el número 13". El resultado es la no consideración relativa de un error Tipo II (aceptación de una hipótesis nula falsa) de manera que las decisiones tienden a ser conservadoras, con un fuerte sezgo hacia el statu quo de la hipótesis nula. Esta crítica es particularmente pertinente a la mayoría de la investigación aplicada y a las recomendaciones consecuentes hechas en la agricultura.

Por sí mismos, los niveles de significancia tradicionales carecen absolutamente de cualquier base económica en relación a las consecuencias reales de decisiones alternativas. Más bien reflejan la aversión de un estadístico clásico a la posibilidad de rechazar una hipótesis nula verdadera. En contraste, el argumento bayesiano consiste en que las decisiones de pertinencia real deben juzgarse en términos que sean pertinentes al mundo real y no en términos que lo sean sólo a los cautelosos motivos de un analista estadístico. Esto implica considerar las posibilidades de un error Tipo I y Tipo II y obtener el mejor equilibrio posible entre ellos en términos económicos. Por lo tanto, para la investigación aplicada, donde es posible estimar funciones de pérdida, se debe preferir el enfoque bayesiano en vez del uso mecánico de los niveles de significancia tradicionales de 1,5 y 10 por ciento que caracterizan el enfoque clásico.

UN EJEMPLO ILUSTRATIVO.

Supongamos que un extensionista se enfrenta al problema de si debe o no recomendar la pulverización del trigo en su zona en la próxima estación con un nuevo matamalezas. Sabe que los rendimientos se pueden representar adecuadamente por una distribución normal. En la estación anterior se hizo un ensayo con el matamalezas en nueve áreas de trigo representativas de la región. El rendimiento promedio después de pulverizar, $\overline{X}_S$, fue de 30 bushels por acre con una desviación standard de 3 bushels por acre. El rendimiento promedio del trigo en las áreas control fue de 36 bushels por acre, también con una desviación standard de 3 bushels por acre y corresponde bastante bien al rendimiento promedio de la región [1]. La pulverización cuesta $ 1,5 por acre, y la ganancia neta por cada bushels de trigo extra producido es $ 0,50. Por lo tanto, para que la pulverización cubra sus propios costos debe aumentar el rendimiento promedio, por lo menos en 3 bushels por acre, de manera que el rendimiento promedio del punto de equilibrio μ_b, sea 29 bushels por acre. Las decisiones óptimas son pulverizar si $\mu_s > \mu_b$, y no pulverizar si $\mu_s \leq \mu_b$, donde μ_s es el rendimiento promedio poblacional del trigo después de pulverizar. Pero, debido a que el extensionista no conoce el valor poblacional μ_S, sino que sólo posee una estimación $\overline{X}_S$ de él, el problema se debe analizar en términos probabilísticos.

Análisis clásico.

Si suponemos un nivel de significancia crítico de 5 por ciento (correspondiente a la máxima oportunidad de hacer un error Tipo I cinco veces de cada 100), los resultados experimentales implican una recomendación de no pulve-

[1] Estas premisas especiales se han hecho para mantener el análisis en la forma más simple posible.

rizar, ya que $\overline{X}_S = 30$ es sólo diferente al nivel de 37,1 por ciento del rendimiento del punto de equilibrio, o sea, $\mu_b = 29$ [2]. Para una significancia de un 5 por ciento, el nivel crítico del rendimiento experimental es 33.94 bushels [3], el cual está muy por encima del promedio experimental real. La afirmación categórica "no significativo al nivel estipulado" es la máxima ayuda que el análisis clásico puede prestar al extensionista para la solución de su problema de decisión. Tomando en cuenta en forma explícita las consecuencias económicas, el enfoque neo-clásico y el bayesiano van más allá de este simple test de error Tipo I, tomado al nivel promedio experimental.

Análisis neo-clásico.

En contraste con el enfoque clásico, el análisis neo-clásico introduce el costo de oportunidad de hacer una decisión errada. Así, si el extensionista comete un error Tipo I al recomendar una pulverización antieconómica, los agricultores sufrirían un costo de oportunidad de \$ $(\mu_b - \mu_s)$ (0.5) por acre. Si cometiera el error Tipo II, o sea, no recomendar una pulverización que sería económica, el costo de oportunidad sería \$ $(\mu_s - \mu_b)$ (0.5) por acre. Debido a que los costos marginales de oportunidad por bushel son idénticos para ambos tipos de error en este ejemplo a medida que μ_s varía alrededor de μ_b, las funciones de pérdidas son lineales y simétricas como se observa en el Gráfico I. Estas funciones de pérdida corresponden al término $L(a_j/s_i)$ de la ecuación (3) donde s_i $(i = 1,2)$ comprende los dos estados de naturaleza $\mu_b \geq \mu_s$ y $\mu_b < \mu_s$, y a_j $(j = 1,2)$ comprende las dos acciones, o sea, recomendar o no la pulverización.

Las funciones de pérdida esperada o riesgo del extensionista están representadas por las curvas continuas del Gráfico III. Corresponden a la ecuación (3) y se obtienen multiplicando la pérdida asociada con cada posible valor real de μ_s alrededor de μ_b por la probabilidad de incurrir en esa pérdida, i.e. por la probabilidad de hacer una decisión errada dado un valor de μ_S particular y verdadero y los resultados experimentales $\overline{X}_S$. Usando un tilde para distinguir entre el resultado experimental actual $\overline{X}_S$ y la variable al azar $\tilde{\overline{X}}_S$, estas probabilidades de error se calculan basándose en la regla de decisión de: "recomendar pulverización sólo si $\tilde{\overline{X}}_S \geq 30$". Se elige esta regla sabiendo que el rendimiento promedio experimental $\tilde{\overline{X}}_S$ es, de hecho, 30 y corresponde a la confirmación de riesgos en que estamos envueltos si esto se usa como el nivel crítico. Esto es equivalente a decir que μ_S es igual a $\overline{X}_S$. La regla implica así un error Tipo I al recomendar una pulverización antieconómica si $\tilde{\overline{X}}_S$ sale mayor o igual a 30, cuando de hecho $\mu_S \leq \mu_b$; y un error Tipo II de no recomendar una pulverización económica si $\tilde{\overline{X}}$ sale menor a 30, cuando de hecho $\mu_S > \mu_b$.

$$\text{Tipo I} \quad P(\tilde{\overline{X}}_S \geq 30/\mu_S \leq \mu_b)$$

$$\text{Tipo II} \quad P(\tilde{\overline{X}}_S < 30/\mu_S > \mu_b)$$

Como se ve en el Cuadro II, estas probabilidades de error se calculan para un conjunto de valores posibles de μ_S y μ_b a través de la transformación stan-

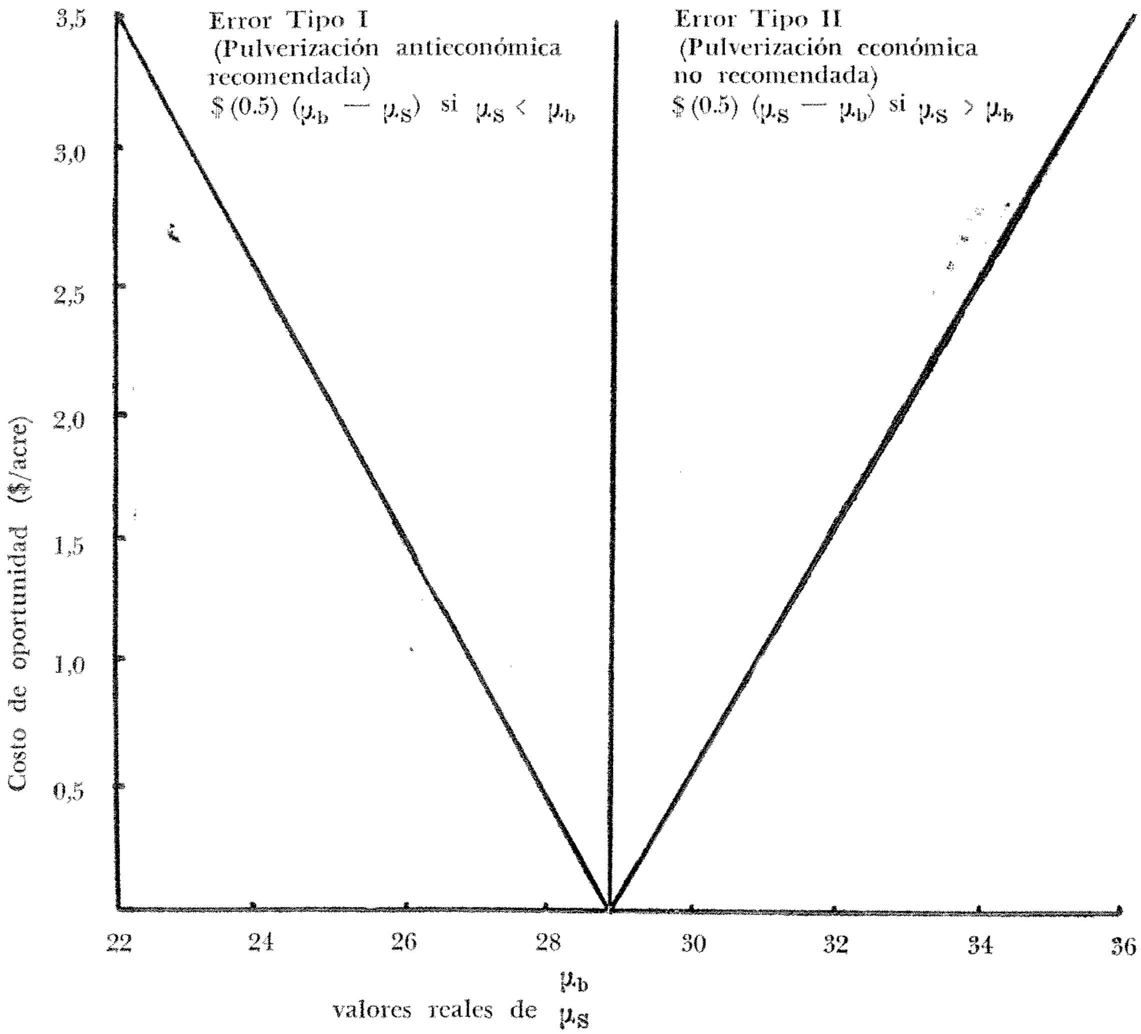
---

[2] $P(\overline{X}_S > 30 / \mu_S = 29)$ implica una desviación normal standard de $(30 - 29) / 3 = 0.333$ de manera que la probabilidad es 0.371.

[3] $P(\overline{X}_S > c / \mu_S = \mu_b) = 0.05$ implica una desviación normal standard de $(c - 29) / 3 = 1.645$ de manera que $c = 33.94$.

G R A F I C O   I

CURVAS DE PERDIDA QUE SEÑALAN EL COSTO DE OPORTUNIDAD DE ERRORES TIPOS I y II EN EL PROBLEMA DE DECISION DE MATAMALEZAS

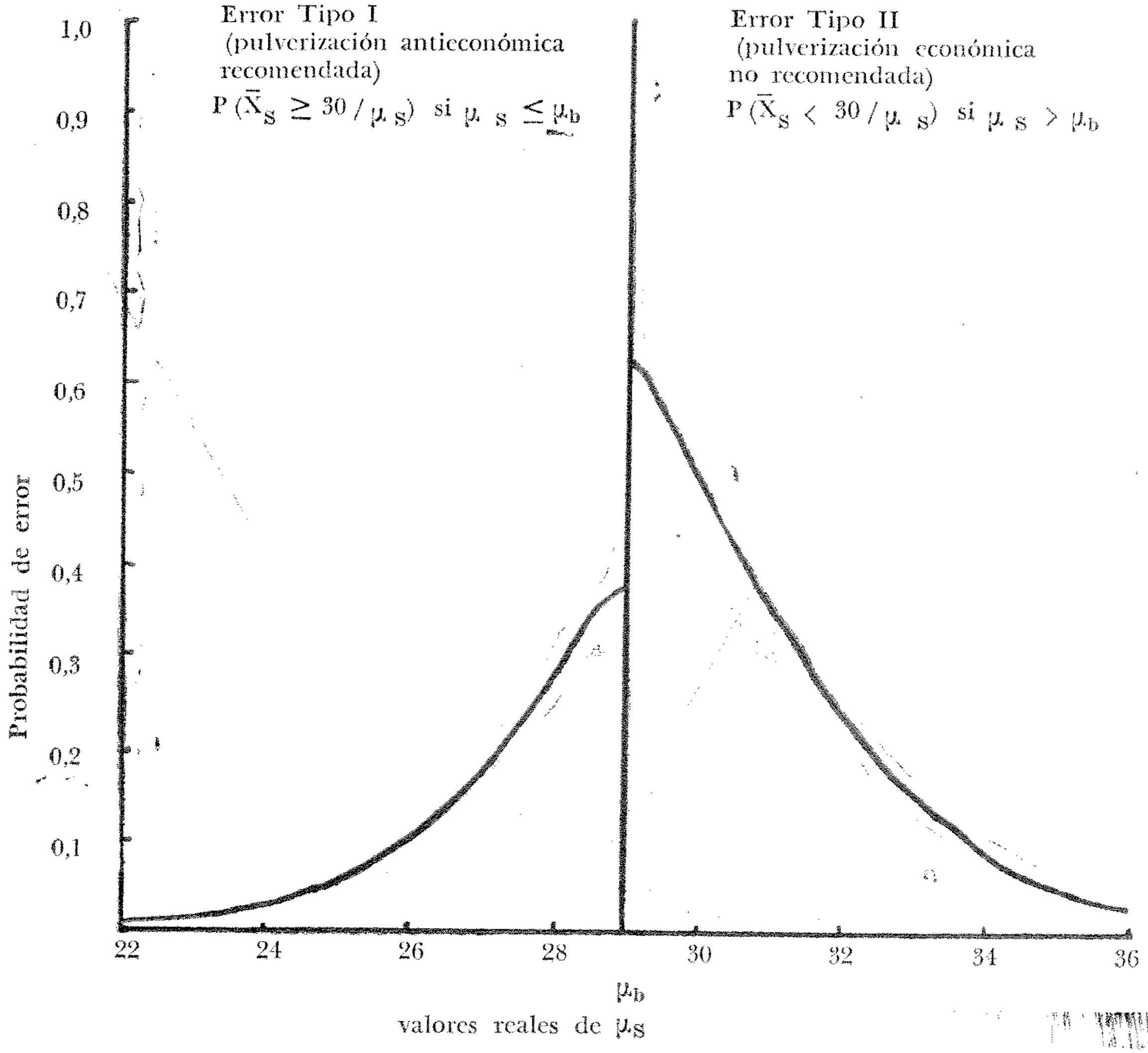


dard normal. Ellas corresponden a las verosimilitudes $P(r/s_i)$ de la ecuación (3). Las curvas de error según aparecen en el Gráfico II, se obtienen dibujando las probabilidades de error.

Las decisiones basadas en las curvas de riesgo del Gráfico III se hacen con el criterio de minimaximización, al elegir un acto que tiene el mínimo riesgo máximo. Así, usando el análisis neoclásico (y en contraste a la decisión basada en el análisis clásico), el extensionista debería recomendar la pulverización, ya que el error Tipo I de recomendar pulverización cuando es antieconómico tiene el mínimo riesgo máximo, i. e. un riesgo de alrededor de \$ 0,18 por acre si el valor real de μ_S está alrededor de 26,8 (una variante atractiva del enfoque neo-clásico consiste en elegir basándose en la minimización del riesgo total esperado, i. e elegir el acto que tiene el área más pequeña bajo su curva de riesgo. En este ejemplo, esto implicaría nuevamente recomendar la pulverización).

GRAFICO II

CURVAS DE ERROR QUE SEÑALAN LA PROBABILIDAD DE ERRORES TIPOS I y II EN EL PROBLEMA DE DECISION DEL MATAMALEZAS



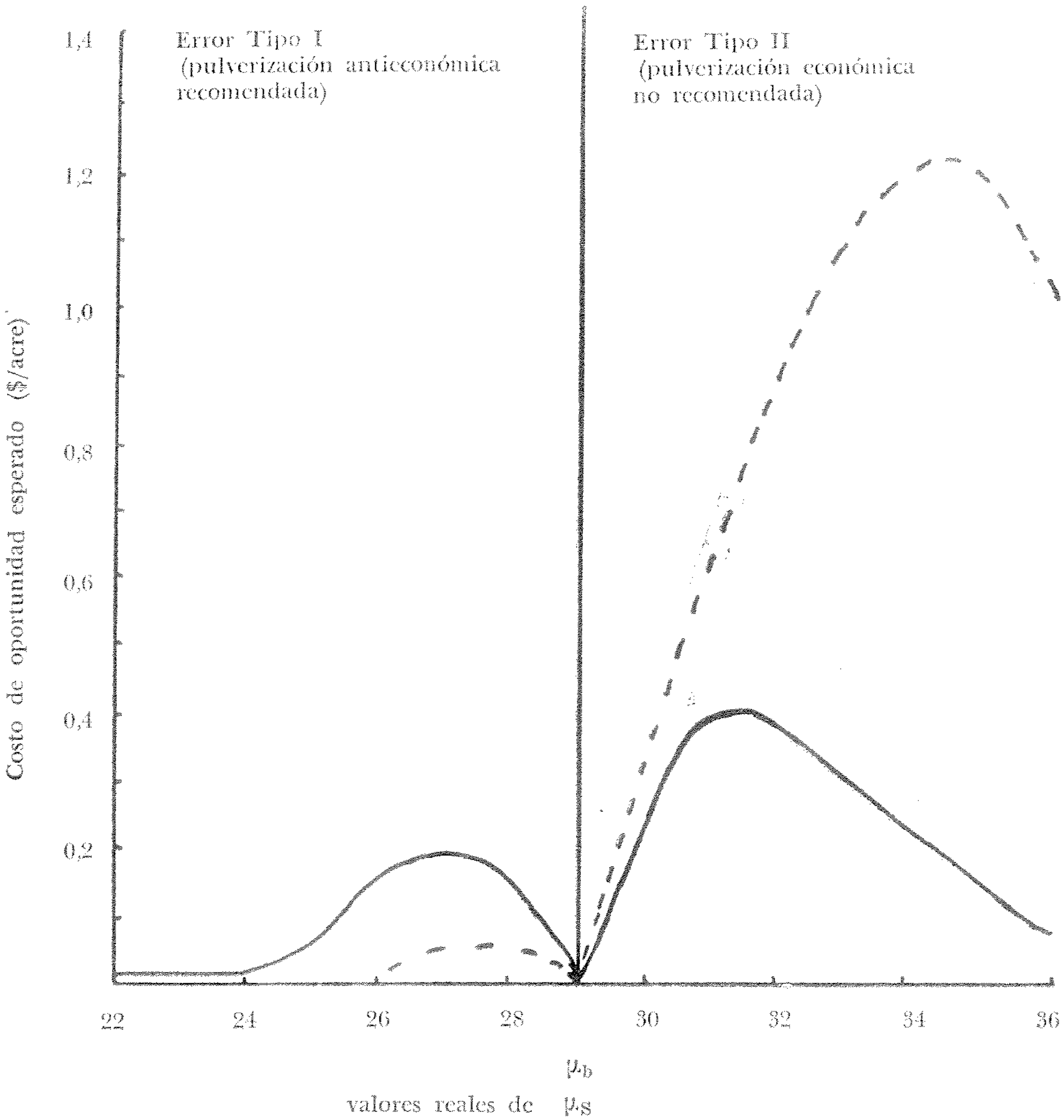
CUADRO II

PROBABILIDADES DE ERROR PARA LA REGLA DE DECISION AL RECOMENDAR PULVERIZACION SOLO SI $\tilde{\bar{X}}_S \geq 30$

μ_S	$U = \dfrac{30 - \mu_S}{3}$	P (decisión errada/μ_S)
Probabilidad a un Error Tipo I, i.e. P ($\tilde{X}_S \geq 30 / \mu_S \leq \mu_b$)		
22	2.66	0.004
24	2.00	0.023
26	1.33	0.092
28	0.66	0.255
29	0.33	0.371
Probabilidad de un Error Tipo II, i.e. P ($\tilde{\bar{X}}_S < 30 / \mu_S > \mu_b$)		
29	0.33	0.629
30	0.00	0.500
32	— 0.66	0.255
34	— 1.33	0.092
36	— 2.00	0.023

G R A F I C O   I I I

CURVAS DE RIESGO QUE SEÑALAN EL COSTO DE OPORTUNIDAD ESPERADO DE ERRORES TIPOS I y II EN EL PROBLEMA DE DECISION DE MATAMALEZAS, USANDO EL ANALISIS NEOCLASICO (LINEAS CONTINUAS) Y EL ANALISIS CLASICO (LINEAS DISCONTINUAS)



A pesar de que las funciones de riesgo son ignoradas en el enfoque clásico, es interesante comparar las curvas de riesgo del análisis neo-clásico con aquéllas implícitas en el enfoque clásico. En este sentido, las curvas de riesgo que corresponden al uso de un nivel de rendimiento muestral crítico de 33.94 (i. e. el μ_s mínimo para significancia a un nivel de un 5 por ciento) se muestran como líneas discontinuas en el Gráfico III. Ellas demuestran la debilidad de adoptar los niveles de significancia tradicionales como criterio de decisión. Estos niveles se confirman, generalmente, en el punto de equilibrio μ_b donde el riesgo esperado de cualquier decisión es cero, ya que se supone que $\mu_s = \mu_b$. Así se analiza sólo una de todas las resultantes posibles y, debido a que el riesgo es cero, la resultante que se analiza es la menos importante. Por ejemplo, supongamos que la media, antes de pulverizar, era un poco más baja que el nivel crítico de 33.94 bushels por acre, necesarios para una significancia al nivel del 5 por ciento. La hipótesis nula —pulverización antieconómica— sería aceptada y se incurriría en el riesgo (costo de oportunidad esperado) asociado con un error Tipo II de no recomendar una pulverización económica. Como muestra el Gráfico III, este riesgo es mucho más grande que el asociado con la aceptación de la decisión alternativa de recomendar pulverización.

Análisis bayesiano.

Comparado con el enfoque neo-clásico, la característica esencial del enfoque bayesiano es que, a través del uso de las probabilidades subjetivas, se toma en cuenta información importante y pertinente más allá de la contenida en el experimento; el contexto total del problema de decisión considera no sólo los resultados experimentales por sí mismos. Así, supongamos que, además de los experimentos realizados en su zona en la estación pasada, el extensionista posee información de experimentos en otros lugares. A pesar de que esos resultados no son directamente comparables con su propia zona, él considera que sabe lo suficiente acerca de esas otras regiones como para permitirle modificar esta información y hacerla así pertinente a su propia área. También sabe que las condiciones estacionales (climáticas) en el momento de la pulverización son importantes en la determinación de la efectividad de la pulverización. Todo esto es información adicional que, obviamente, es pertinente para su problema. En forma consecuente, él desea incorporar todo esto, junto con los resultados experimentales locales, en el análisis de su problema de decisión. Esto lo realiza usando una distribución probabilística subjetiva a priori para rendimientos que a continuación se ajustan, basándose en los resultados muestrales para conseguir la distribución probabilística revisada o a posteriori que se usará al analizar sus decisiones alternativas.

Basándose en su conocimiento de las condiciones climáticas normales y de los experimentos en otras regiones, supongamos que el extensionista espera que el rendimiento promedio, después de pulverizar este año, será de alrededor de los 32 bushels por acre, con una chance de un 50 por ciento que estará entre 28 y 36 bushels por acre. Usando esta información, las tablas normales standard se pueden emplear para derivar los parámetros de la distribución normal a priori. Estas son una media de 32 y una desviación standard de 5.97. Se supone que el rendimiento de equilibrio permanecerá sin cambiar a un nivel de 29 bushels por acre.

Utilizando las fórmulas bayesianas standard [22, p. 441] para determinar los parámetros de una distribución normal a posteriori dadas las distribuciones normales a priori y las muestrales, los parámetros de la distribución normal a posteriori son una media de 30.4 y una desviación standard de 2.68 bushels por acre. Estos parámetros tienen incluidos los resultados experimentales locales y las afirmaciones subjetivas de las condiciones climáticas corrientes y resultados experimentales de otras regiones del extensionista.

Con una distribución normal a posteriori y funciones de pérdida lineales para acciones alternativas (como se muestra en el Gráfico I), la decisión óptima depende del tamaño de la media a posteriori en relación a la media del punto de equilibrio [22, Ch. 30]. Si la media a posteriori es la mayor, el acto óptimo es recomendar la pulverización y viceversa. El extensionista debe, entonces, recomendar la pulverización, ya que el promedio a posteriori de 30.4 es mayor que el rendimiento del punto de equilibrio de 29 bushels por acre. La ganancia por acre esperada de la pulverización es \$ 13.7, i. e. (0.5) (30.4) — 1.50. Si no se pulveriza, la ganancia esperada por acre es \$ 13, i. e. (0.5) (26).

Si el extensionista se ve forzado a tomar una decisión en este momento, ésta sería recomendar la pulverización. Pero puede que él no esté forzado a tomar una decisión. Si éste es el caso, las bases sobre las cuales él debería decidir sobre suspender o no su juicio son: la pérdida de oportunidad esperada (riesgo) asociada con la decisión de este momento y el costo de obtener más información. Si la decisión fuera suspender el juicio, la distribución a posteriori del ensayo normal se convierte en la distribución a priori para el siguiente ensayo, a menos que en el intertanto se haya obtenido información extra, en cuyo caso la distribución a posteriori del ensayo normal se debería modificar para incluir la información extra.

El riesgo de no recomendar la pulverización es el costo de oportunidad del agricultor que es \$ 0.7 (i. e. \$ 13.7 — \$ 13) por acre. Schlaifer [22, p. 455] da la fórmula para determinar el riesgo asociado a la acción óptima. Para nuestro problema, esta fórmula indica un riesgo de \$ 0.26 por acre, siendo ésta la pérdida de oportunidad esperada por acre si la pulverización se recomienda cuando, de hecho, μ_s es menor que el rendimiento del punto de equilibrio μ_b de 29 bushels por acre.

Obviamente, por raciocinio económico, el costo de cualquier experimentación posterior debe ser menor que la pérdida esperada del costo alternativo de la acción óptima i. e. menos de \$ 0.26 por acre en nuestro ejemplo. Si esto es cierto entonces, antes de que se proceda a hacer más muestreos debe estimarse el valor esperado de la información que se obtendrá de ese muestreo. Esta ganancia potencial es medida como la disminución esperada en el costo de oportunidad del acto óptimo. Si esta ganancia esperada es mayor que el costo de muestreo, la decisión sería realizarlo. Por lo tanto, cuanto mayor es el riesgo de la acción óptima, más valdrá la pena obtener mayor información. Schlaifer [22, p. 4] da las fórmulas pertinentes para el uso empírico.

CONCLUSIONES.

Las ventajas que presenta el uso del enfoque bayesiano en la decisión estadística sobre el enfoque clásico universalmente usado por investigadores y prácticos en la agricultura, se pueden resumir de la siguiente manera:

1.—En la mayoría de los problemas de decisión estadística con los que se enfrentan los investigadores y prácticos en la agricultura, es posible estimar funciones de pérdida esperada. Basadas en el costo de oportunidad de decisiones alternativas, estas funciones presentan las consecuencias condicionadas de hacer diferentes recomendaciones. Debido a que los agricultores están interesados en los resultados financieros al adoptar tecnologías nuevas o diferentes, las funciones de pérdida son esenciales para un análisis completo que lleve a la decisión. El enfoque clásico de concretarse solamente en el error Tipo I, donde el valor del error permisible está regido por convenciones y es generalmente arbitrario en relación al problema de decisión, avanza un poco hacia un análisis completo para tomar la decisión. Es posible que en relación a la evaluación de hipótesis con consecuencias reales, el uso mecánico de niveles de significancia tradicionales, como lo hacen los clásicos, se pueda describir [22, p. 654] como cometer un error Tipo III, i. e. donde "el estadístico entrega una solución cuidadosamente computada del problema equivocado".

2.—En investigación "básica" es prácticamente imposible estimar funciones de pérdida, y cualquier otra función postulada sería muy controvertida [4]. En estas situaciones, en vez de describir simplemente una hipótesis como significativamente diferente (o no) de otra a algún nivel de significación arbitrario, sería mucho más útil, para cualquiera que deseara usar los resultados de esa investigación para decisiones importantes que se hiciera un resumen de los datos experimentales en términos de sus estadísticas suficientes. La persona podría, entonces, usar estas estadísticas junto con sus propias probabilidades subjetivas para derivar las probabilidades a posteriori pertinentes a su problema de decisión particular.

3.—Debido a que la investigación de campo en la agricultura es generalmente cara, las decisiones se deben hacer con pocos datos empíricos. En estas situaciones, el método bayesiano de probabilidades subjetivas debe llevar a mejores decisiones, ya que proporciona un mecanismo para considerar información no experimental pertinente. No se pueden hacer mejores apuestas si esta información es ignorada.

4.—La manera de cómo el enfoque bayesiano evalúa los beneficios de acumular mayor evidencia experimental es superior al análisis clásico del problema de muestreo [18, Ch. 4.5.]. El enfoque clásico para evaluar los beneficios de buscar evidencia muestral adicional se concentra sólo en la reducción de la varianza de las estimaciones e ignora evaluaciones económicas explícitas.

5.—Debido a que el enfoque bayesiano reconoce los aspectos reales de la decisión en problemas de prueba de hipótesis, se debe juzgar superior al análisis clásico que deja estos problemas al nivel de inferencia estadística y falla al pretender completar el análisis pasando de la inferencia a la decisión. Aún más, al fallar en reconocer el papel de las probabilidades subjetivas, el enfoque clásico ignora información que es pertinente a cualquier inferencia inductiva obtenida del análisis. Esta crítica también es aplicable al enfoque neo-clásico que, a pesar de que no es tan sensible como el bayesiano, es indudablemente más lógico que el uso de niveles de significancia arbitrarios de tradición clásica.

[4] Este es el caso de aplicaciones a la realidad (todavía desconocidas) de la investigación básica. Pero como Raiffa y Schlaifer [18, Ch. 3. 3. 6.] hicieron notar, un investigador básico puede postular una función de pérdida en relación a si es (o no) necesaria una mayor investigación antes de que una determinada teoría sea aceptada o rechazada. En este sentido, el enfoque bayesiano tiene un papel potencial en la evaluación de investigación básica.

[1] Allee, D. J., "Risk and Hypothesis Testing", *Am. J. Agric. Econ.* 41: 1522-1531, 1959.

[2] Anderson, J. R. and J. L. Dillon, "Economic Considerations in Response Research", *Am. J. Agric. Econ.* 50: 130-142, 1968.

[3] Barnard, G. A., "Comment", *J. Roy Stat. Soc.* 130 A: 171, 1967.

[4] Cohen, J., *Behavior in Uncertainty*, London, Allen and Unwin, 1964.

[5] De Finetti, P., "Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources", in H. E. Kyburg and H. E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*, New York, Wiley, 1964, pp. 93-158.

[6] Eiman, V. R., G. W. Dean and H. O. Carter, "An Application of Statistical Decision Theory to Commercial Turkey Production", *Am. J. Agric. Econ.* 49: 852-868, 1967.

[7] Fellner, W., *Probability and Profit*, Homewood, Irwin, 1965.

[8] Good, I. J., *Probability and the Weighing of Evidence*, New York, Hafner, 1950.

[9] Halter, A. N., "Statistical Inference: Classical and Bayesian", in W. L. Gibson, Jr., R. J. Hildreth and G. Wunderlich (eds.), *Methods for Land Economics Research*, Lincoln, Univ. of Nebraska Press, 1966, pp. 147-164.

[10] Hartley, H. O., "In Dr. Bayes' Consulting Room", *Am. Statistician* 17: 23-24, 1963.

[11] Hildreth, C., "Problems of Uncertainty in Farm Planning", *Am. J. Agric. Econ.* 39: 1430-1441, 1957.

[12] Lindley, D. V., *Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint*, Cambridge Univ. Press, 1965.

[13] Luce, R. D. and H. Raiffa, *Games and Decisions*, New York, Wiley, 1957.

[14] Makeham, J. P., A. N. Halter and J. L. Dillon, *Best-Bet Farm Decisions*, Professional Farm Management Guidebook Nº 5, Univ. of New England, Armidale, 1968.

[15] Manderscheid, L. V., "Significance Levels — 0.05, 0.01 or?", *Am. J. Agric. Econ.* 47: 1381-1385, 1965.

[16] Officer, R. R. and J. R. Anderson, "Risk, Uncertainty and Farm Management Decisions", *Rev. Mktng. Agric. Econ.* 36: 3-19, 1968.

[17] Pratt, J. W., H. Raiffa and R. Schlaifer, *Introduction to Statistical Decision Theory*, New York, Mc Graw-Hill, 1965.

[18] Raiffa, H. and R. Schlaifer, *Applied Statistical Decision Theory*, Boston, Harvard Business School, 1961.

[19] Ramsey, F. P., *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, New York, Humanities Press, 1950.

[20] Savage, L. J., *The Foundations of Statistics*, New York, Wiley, 1954.

[21] Savage, L. J. and other contributors, *The Foundations of Statistical Inference*, London, Methuen, 1962.

[22] Schlaifer, R., *Probability and Statistics for Business Decision*, New York, Mc Graw-Hill, 1959.

[23] Sengupta, J. K., "Specification and Estimation of Structural Relations in Policy Models", in B. G. Hikman (ed.), *Quantitative Planning of Economic Policy*, Washington, Brookings, Instit., 1955, pp. 87-110.

[24] Tedford, J. R., "Analytics of Decision Making", *Am. J. Agric. Econ.* 46: 1353-1362, 1964.

[25] Van Dantzig, D., "Statistical Priesthood (Savage on Personal Probabilities)", *Statistics Neerlandica* 2: 1-16, 1957.

[26] Wald, A., *Statistical Decision Functions*, New York, Wiley, 1950.