LAS IMPLICACIONES ECONOMICAS DE UN SISTEMA DE COPARTICIPACION *

MANUEL L. CORDOMÍ * *

I. INTRODUCCIÓN

El tratamiento analítico tradicional del sistema de coparticipación surge de los desarrollos teóricos de Alfred Marshall (1890) y de D. Gale Johnson (1950). Ambos economistas se ocuparon del equilibrio de una empresa que trata de maximizar beneficios en condiciones competitivas, pero sujeta a la condición de que uno de los servicios productivos debe remunerarse con una fracción de los ingresos brutos.

El modo clásico de tratar este problema ha sido el de considerar una empresa dedicada a la producción de un bien X con el auxilio de dos factores: capital (K) y materiales (M), los que se combinan en un proceso productivo gobernado por una función de producción:

$$(1) \qquad X = F(K, M)$$

Para efectuar el estudio de las condiciones de equilibrio suelen suponerse como datos dados del problema: el precio del producto (P^0_x), el costo de oportunidad del capital (r^0), el precio que los propietarios de las materias primas pueden obtener en la industria en general (P^0_m) y, donde uno de los factores, M en nuestro caso, será retribuido con una fracción dada (f^0) de los ingresos.

Bajo este conjunto de condiciones puede demostrarse que los factores que intervienen en el proceso productivo serán combinados de manera tal que, en equilibrio, sus productividades físicas marginales satisfacen las condiciones de Marshall - Johnson:

$$(9) \qquad F_k = \frac{r^0}{P^0_x (1 - f^0)}$$

$$(3) \qquad F_m = 0$$

* El autor desea expresar su agradecimiento a los profesores Oswald H. Brownlee, Víctor J. Elías y Raúl Luccioni por los comentarios ofrecidos. No puede dejar de mencionarse en este aspecto un referee anónimo de esta revista. En lo que se refiere a errores existentes el autor es, como de costumbre, el receptor residual.

** Universidad de Tucumán, Argentina.

2. El sistema de coparticipación para la industria en conjunto

En el estudio del equilibrio de una firma se supuso que las magnitudes f^0, P^0_x, P^0_m y r^0 eran parámetros que la empresa debía tomar como dados. Cuando el problema se enfoca desde el punto de vista de la industria como un todo, resulta evidente que estos parámetros son, en gran medida, las resultantes de la interacción de las fuerzas del mercado, con la condición de que las reglas del juego del sistema de coparticipación estén vigentes.

Con el objeto de ver cómo esas fuerzas interactúan entre sí, y cómo se determinaron los valores de equilibrio de las variables, se ha considerado útil trabajar con el siguiente modelo:

(4) $X = F(K, M)$; función de producción de la industria,

(5) $X = G(P_x)$; demanda por el producto,

(6) $P_m = f \cdot \dfrac{X \cdot P_x}{M}$; regla para la determinación del precio de la materia prima,

(7) $M = H(P_m)$; oferta de materias primas,

(8) $K = J(r)$; oferta de capital.

Para completar el modelo debemos agregar las condiciones marginales (2) y (3):

(9) $$F_k = \frac{r}{P_x(1\text{-}f)}$$

(10) $$F_m = 0$$

Llegamos así a un sistema de siete ecuaciones con siete incógnitas: X, P_x, K, M, P_m, r y f. Este sistema admite, en principio, una solución única. Un aspecto interesante del funcionamiento del sistema es que la fracción que corresponde al propietario de la materia prima es una resultante del funcionamiento del modelo y, en consecuencia, no puede establecerse a priori. Debe notarse que el valor de equilibrio de la variable f, determinado por el sistema anterior, no coincide necesariamente con el valor que autoridades administrativas o de política económica podrían fijar para esta variable. En este sentido, cabe destacar que el valor de f determinado por el sistema (4)-(10) es aquel que la agencia o cuerpo administrativo correspondiente debiera imponer con el objeto de infligir el menor daño posible a la comunidad. En este aspecto, el modelo debe entenderse como aquel que tendría que aplicarse para determinar la "fracción ideal". Debe, también, recordarse que un sistema de coparticipación obliga a los servicios productivos a combinarse en forma ineficiente y que, como consecuencia de ello, aparecerán costos sociales en una industria que funcione en estas condiciones.

Para ilustrar el funcionamiento de este modelo hemos construido un ejercicio numérico que muestra cómo se determinan los valores de equilibrio de las variables. Para simplificar los cálculos hemos supuesto que el capital no es un servicio especializado para la industria, el que puede adquirirse a un costo de oportunidad $r^0 = 1.00$.

El modelo ha sido especificado del siguiente modo:

$$(4') \qquad F(K, M) = (10 \cdot M \cdot K - 3 \cdot M^2 - 2 \cdot K^2)^{1/2}$$

$$(5') \qquad G(P_x) = 100 \cdot P_x^{-1}$$

$$(6') \qquad P_m = f \frac{X \cdot P_x}{M}$$

$$(7') \qquad H(P_m) = 20 \cdot P_m$$

$$(8') \qquad r^0 = 1.00$$

$$(9') \qquad F_k = \frac{(10 \cdot M - 4 \cdot K)}{2\,X} = \frac{r^0}{P_x\,(1\text{-}f)}$$

$$(10') \qquad F_m = \frac{(10 \cdot K - 6 \cdot M)}{2 \cdot X} = 0$$

La forma de la función de producción es menos arbitraria de lo que parece a primera vista: presenta retornos constantes a la escala, puede manejarse algebraicamente con facilidad y es capaz de alcanzar el valor cero para los productos físicos marginales dentro de un rango apropiado de los valores de las variables. Para simplificar más aún los cálculos, tanto la demanda del bien X como la oferta de la materia prima tienen una elasticidad unitaria. El cuadro que sigue muestra los valores de equilibrio de las variables del sistema. Con el objeto de comparar los resultados con los que surgirían de una situación no distorsionada se presentan en la segunda fila los valores de equilibrio que se obtendrían en condiciones competitivas [1].

[1] El sistema de ecuaciones correspondientes al caso en que la industria opera en condiciones competitivas se obtiene a partir del sistema de ecuaciones (4') a (10') eliminando la condición (6') y reemplazando las condiciones marginales (9') y (10') por las correspondientes al óptimo competitivo. Se obtienen, de este modo, seis ecuaciones con seis incógnitas. Los valores de equilibrio de las variables fueron localizados mediante un procedimiento iterativo.

VALORES DE EQUILIBRIO

Sistema \ Variable	X	P_x	K	M	P_m	f
Coparticipación	59,06	1,69	23,47	39,12	1,96	0,765
Competitivo	86,93	1,15	45,00	33,15	1,66	(0,550)

Examinando los resultados de la primera fila puede comprobarse que los valores encontrados son todos consistentes entre sí. La cantidad de X que los consumidores consideran que vale la pena consumir al precio vigente es igual a la cantidad que los productores encuentran que es de su conveniencia producir. Más aún, los ingresos por las ventas del producto son iguales al monto necesario para pagar la cantidad de servicios productivos efectivamente empleados: ya sea el costo de oportunidad en el caso del capital o el resultante de aplicar la fórmula (6) para la materia prima. Finalmente, se invita al lector a verificar que las condiciones de Marhall-Johnson postuladas por las ecuaciones (9') y (10') están satisfechas y que el agotamiento del teorema de Euler también se cumple.

Un punto importante es si estamos o no en presencia de un equilibrio estable. Esto es, si por accidente el sistema se apartara de los valores que satisfacen al sistema de ecuaciones la operación del esquema librado a su propia suerte los traerá a su posición original. Este aspecto será explorado en la sección siguiente.

3. Análisis del equilibrio

El aparato analítico desarrollado en las secciones anteriores podría usarse para analizar las consecuencias económicas de una ley que obligara a los servicios productivos a operar bajo un sistema de coparticipación y que, además, estableciera a priori el porcentaje de coparticipación.

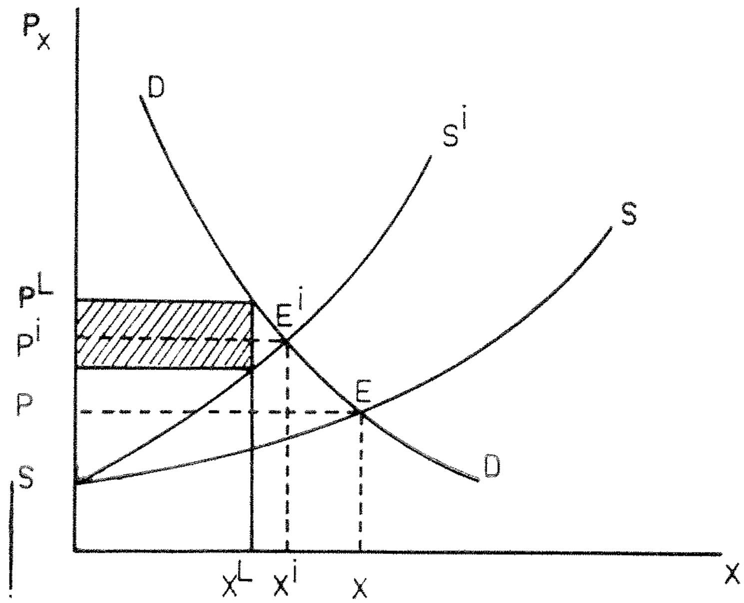
Debe observarse que un porcentaje fijado de antemano es poco probable que coincida con aquel que emergería "idealmente", esto es, resolviendo un sistema de ecuaciones como el de nuestro ejercicio numérico. Es verdad que en el caso de una fracción fijada por ley cada planta encontrará conveniente operar cumpliendo con la condición de Johnson (10) lo mismo que la ecuación (6):

$$(11) \qquad M \cdot P_m = f^0 \cdot X \cdot P^0_x$$

También es verdad que esta condición será satisfecha por la industria como un todo. Supongamos que la fracción impuesta f^0 sea menor que la fracción ideal, en tal caso lo que queda para el capital será más que su costo de oportunidad. La relación correspondiente puede escribirse:

$$(12) \qquad r^0 \cdot K < X \cdot P^0_x \cdot (1\text{-}f^0)$$

El gráfico siguiente presenta el equilibrio en el mercado por X, tanto en condiciones competitivas como bajo un sistema de coparticipación:



El precio y la cantidad de equilibrio en condiciones competitivas son P y X. En un sistema de coparticipación "ideal" se obtendrían los valores P^i y X^i. Los valores P^L y X^L corresponden a una situación como la que se considera, en que la fracción f^0 establecida por ley llevaría a ganancias excesivas. El problema de distribuir beneficios extraordinarios equivalentes al área sombreada conduciría a la creación de un cartel o una agencia gubernamental en el caso de pérdidas [2].

¿Qué pasará si se permite la entrada de nuevas empresas para aliviar las presiones que habrán de generar los beneficios extraordinarios? ¿Alcanzará el sistema el punto E^i? La respuesta es no, desde que el proceso de negociaciones incluirá, como una etapa, el regateo sobre la fracción f^0. En el apéndice matemático se demuestra que, si se permite a las firmas efectuar negociaciones con respecto a la fracción de coparticipación, la industria tenderá a combinar los servicios productivos en proporciones que corresponden a la del equilibrio competitivo óptimo. En consecuencia, un pequeño alejamiento del punto de equilibrio E^i pondrá en marcha un proceso de negociaciones que tenderá a aniquilar el sistema mismo de coparticipación. Un valor ideal de f puede obtenerse resolviendo un sistema de ecuaciones, pero no como la resultante de la operación de las fuerzas de la competencia. Desde que E^i no es un punto de equilibrio la industria tenderá a alcanzar el punto E, el punto de equilibrio competitivo.

[2] La curva SS^i es una curva que se define, en principio, como la cantidad ofrecida para cada f posible. De ser así, es natural que la cantidad ofrecida de M es la que corresponde a la función $M=H(P_m)$. Como por el capital se paga el costo de oportunidad r^0 (oferta infinitamente elástica) el costo medio corresponde a la distancia entre el punto X^L y la intersección de la curva S^i con la recta vertical que pasa por X^L.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un modelo para estudiar el funcionamiento de una industria donde las compras de un insumo se llevan a cabo mediante un sistema de coparticipación en el que la fracción es fija e idéntica para todas las empresas. Ha sido posible demostrar que una fracción "ideal" que satisfaga las condiciones de Marshall-Johnson puede determinarse mediante la solución de un sistema de ecuaciones. También se ha demostrado que aun cuando esta situación posee las propiedades de agotamiento del teorema de Euler y equilibrio en los mercados de los servicios productivos, cualquiera alteración pondrá en marcha un proceso de negociación que lo llevará hacia el óptimo competitivo, puesto que se trata de un equilibrio inestable. En consecuencia, un sistema de coparticipación del tipo bajo estudio se mantendría funcionando así si fuera impuesto por algún factor de poder.

5. Apéndice matemático

Demostraremos aquí que si se permite a una empresa negociar con sus proveedores sobre el porcentaje de coparticipación de manera tal que este porcentaje pueda variar como consecuencia de las negociaciones, entonces las condiciones marginales correspondientes al óptimo competitivo serán eventualmente alcanzadas.

Partamos de una situación en que la fracción "ideal" ha sido determinada y está en vigencia. La regla para la determinación del precio de la materia prima puede escribirse como sigue:

$$\text{A1)} \qquad p^i_m = f \frac{P^i_x \cdot X}{M}$$

donde es evidente que P^i_m y P^i_x están dadas para la empresa, si bien existe la posibilidad en materia de negociaciones de compensar una merma en f con un aumento de X y viceversa. La ecuación A1) puede escribirse:

$$\text{A2)} \qquad f \cdot F\,(K, M) = \frac{p^i_m}{p^i_x} \cdot M$$

Las condiciones que deben ser satisfechas en equilibrio se obtienen diferenciando parcialmente A2) con respecto a las variables K y M.

$$\text{A3)} \qquad f_k \cdot F(K, M) + f \cdot F_k = 0$$

$$\text{A4)} \qquad f_m \cdot F(K, M) + f \cdot F_m = \frac{P^i_m}{P^i_x}$$

El lagrangeano correspondiente a una empresa que enfrenta el problema de un sistema de coparticipación es:

$$\text{A5)} \qquad L = r^0 \cdot K + f \cdot P^i_x \cdot F(K, M) - \lambda \, (F\,(K, M) - \overline{X})$$

Haciendo las derivadas parciales con respecto a K y M e igualándolas a cero se obtiene:

$$\text{A6)} \qquad \frac{\partial L}{\partial K} = r^0 + f_k \cdot P^i_x \cdot F(K, M) + f \cdot P^i_x \cdot F_k - \lambda F_k = 0$$

$$\text{A7)} \qquad \frac{\partial L}{\partial M} = f_m \cdot P^i_x \cdot F(K, M) + f \cdot P^i_x \cdot F_m - \lambda F_m = 0$$

Resolviendo A3) y A4) para f_k y f_m:

$$\text{A8)} \qquad f_k = \frac{f \cdot F_k}{F\,(K, M)}$$

$$\text{A9)} \qquad f_m = \frac{(P^i_m / P^i_x) \cdot f \cdot F_m}{F(K, M)}$$

Reemplazando estos valores en las expresiones A6) y A7), se obtiene la siguiente condición:

$$\text{A10)} \qquad \frac{F_k}{r^0} = \frac{F_m}{P^i_m} = \frac{1}{\lambda}$$

Las condiciones de Marshall-Johnson no se encuentran satisfechas. Este es un primer paso hacia el óptimo competitivo puesto que P^i_m es el precio de la materia prima prevaleciente en el punto E^i. Como consecuencia de satisfacer la condición A10) por todas las empresas aparecerá un nuevo precio para P_m y el proceso continuará repitiéndose hasta que se logre la convergencia postulada.

REFERENCIAS

Bardhan, P. K., y T. N. Srinivasan, "Cropsharing Tenancy in Agriculture: Theoretical and Empirical Analysis", A.E.R., marzo 1971, 61, p. 48-64.

Cheung, S. N. S. "Private Property Rights and Share-Cropping", J.P.E., nov-dic. 1968, 76, p. 1107-22.

Hsiao, J. C., "The Theory of Share Tenancy Revisited", J.P.E., sept.-oct. 1975, 83, 1023-32.

Johnson, D. G., "Resource Allocation Under Share Contracts", J.P.E., abril 1950, 58, 111-123.

Marshall, A., *Principles of Economics*, Londres (Eight Edition, 1920).