

LA ECUACION FALTANTE Y LA OFERTA AGREGADA *

RUBÉN D. ALMONACID **

INTRODUCCIÓN

En dos artículos aparecidos en el JPE (Friedman 1970 y 1971), el profesor Friedman presentó modelos en la tradición clásica que determinan cómo el ingreso nominal (o cualquier cambio en él), se divide entre cantidad y precio. En el primero, él postuló dos ecuaciones: una para el ingreso real (o producto) y la otra para el nivel de precios, ambas como funciones del ingreso nominal, la oferta monetaria, etc. En el segundo, introdujo una relación entre la tasa de interés real y la tasa de crecimiento del producto.

Dentro de la tradición keynesiana, los economistas han determinado tanto el producto como el nivel de precios, suponiendo ya sea que los salarios nominales o el nivel de precios son exógenos. Más recientemente, los modelos keynesianos se completan con la curva de Phillips, que relaciona la tasa de crecimiento de los salarios nominales o del nivel de precios con la tasa de desempleo.

En ambos tipos de modelos, la ecuación faltante es postulada sin referencia a ningún comportamiento maximizador por parte de los agentes económicos. En este trabajo, se determinará la ecuación faltante derivando una función dinámica de oferta agregada¹ basada en lo que considero es la esencia de las funciones de oferta agregada de la teoría clásica y keynesiana. Esta oferta agregada está en el espíritu del modelo clásico, en el sentido que es

* Este trabajo fue escrito mientras el autor estaba como profesor visitante en la Universidad de Chicago. El autor agradece a los profesores Arnold Harberger, Milton Friedman, Robert Lucas Jr., José Scheinkman, Mr. Michael Bozdarich y a los miembros del "Money and Banking Workshop" por sus útiles comentarios a versiones preliminares de este trabajo. Sin embargo, los errores que puedan existir son de exclusiva responsabilidad del autor.

** Actualmente trabaja como jefe de la Asesoría Económica del União de Bancos Brasileiros, Sao Paulo, Brasil.

¹ Existen dos maneras de interpretar una función dinámica de oferta agregada. Una es introducir factores que requieran ajuste a través del tiempo, pero con maximización de beneficios y utilidad realizada en un momento del tiempo, i.e., sin referencia al futuro. La otra, considera la relación intertemporal en la maximización de beneficios y utilidad. En un sentido, sólo la segunda alternativa proporciona un análisis verdaderamente dinámico. Sin embargo, en este trabajo se utiliza el término "oferta dinámica" para referirse a la primera alternativa. La maximización estática de beneficios, dará el mismo resultado que en la maximización intertemporal de beneficios, si suponemos que para los agentes económicos individuales el costo de cambiar el stock de capital no depende de la tasa de inversión, o que existe un mercado perfecto para capital usado y que los empresarios maximizan beneficios tomando en cuenta el valor residual del stock de capital.

derivada de un comportamiento maximizador de trabajadores y empresarios. Pero reconoce que los agentes económicos pueden tener información incorrecta acerca de ciertos precios y, por tanto, permite variaciones del producto en el corto plazo consecuente con este comportamiento maximizador. En algunos aspectos por ejemplo, este trabajo desarrolla el mismo tema y enfoque de los trabajos de Fisher (1973), Phelps et al. (1970) y Lucas (1969, 1972, 1975). Sin embargo, la presentación, el análisis y algunas conclusiones son suficientemente distintas en este trabajo como para que constituya "un producto diferente"².

La función de producción agregada clásica está basada en dos postulados³. El primero establece que la empresa maximiza beneficios, y suponiendo que tanto el stock de capital como la tecnología están dados en el corto plazo⁴, identifica la demanda por trabajo con la curva de productividad marginal del trabajo. El segundo postulado establece que los trabajadores maximizan bienestar y relaciona la oferta de trabajo con el sacrificio que implica el trabajo. En este sistema clásico, el equilibrio en el mercado del trabajo determina el salario real y el nivel de empleo. Dados el stock de capital y la tecnología, se determina un valor único para el producto. Si nada cambia en el mercado del trabajo (el stock de capital, los gustos de los trabajadores y el "estado de las artes"), los cambios en la demanda agregada provocarán cambios proporcionales en el nivel de precios y salario nominal, dejando inalterados el salario real y el producto⁵.

Sin embargo, Keynes (1936, p. 13) rechazaba el supuesto de maximización del bienestar por parte de los trabajadores en el corto plazo, argumentando que: "...al suponer que la negociación de los salarios determina el salario real, la escuela clásica introduce un supuesto ilícito...". Aceptando este punto de vista, un problema importante en el modelo clásico surge del supuesto que los mercados determinan los precios reales. El modelo clásico es el de una economía de trueque⁶ al cual agrega la ecuación de la teoría cuantitativa para determinar el nivel de precios.

² Por ejemplo, la teoría del ciclo económico y la relación cíclica entre la producción y el nivel de precios, que analizó Almonacid (1971).

³ Tal como lo describe Keynes (1936, cap. 2).

⁴ La idea detrás del supuesto de un stock de capital constante es la siguiente: Para una relación capital-producto de 3 y con una participación del capital de .3, por ejemplo, un cambio en la tasa de inversión de 10 por ciento a 20 por ciento del ingreso, produciría un aumento en la contribución a la tasa de crecimiento del producto potencial de 1 por ciento a 2 por ciento. Las variaciones en la tasa de inversión durante los ciclos son mucho menores que el 100 por ciento y los cambios involucrados en el producto son mayores que el 1 por ciento, que sería explicado por cambios en el producto potencial. Por lo tanto, los cambios en la tasa de acumulación de capital no pueden jugar un rol importante en explicar las fluctuaciones de corto plazo en el producto, y en consecuencia, pueden ser ignorados.

⁵ Los cambios en la composición de la producción (como entre bienes básicos y no básicos) pueden afectar la demanda de trabajo en relación a la oferta y, por lo tanto, el empleo y la producción. Sin embargo, estos cambios supuestamente son pequeños y por esto aquí son ignorados.

⁶ Es concebible que aún en una economía de trueque, los precios actuales y esperados difieran. Sin embargo, en este caso los mercados determinan precios relativos, y ya que todos ellos no pueden simultáneamente aumentar o bajar, en una economía de trueque no pueden ocurrir los resultados que aquí se presentarán. Luego, la distinción entre economía de trueque y monetaria es importante.

Por otro lado, el modelo keynesiano también presenta alguna dificultad. Ella se produce debido a que Keynes, habiendo demostrado que el desempleo podría surgir por causas distintas a la negociación monopólica de los salarios (y que la demanda agregada podría ser importante en determinar el nivel de empleo), se preocupó excesivamente de la posibilidad que la economía pudiera alcanzar el equilibrio con un desempleo involuntario. Para obtener un modelo que permita desempleo de equilibrio, introdujo ilusión monetaria de los trabajadores, cambiando el rol del mercado de trabajo que determina el salario nominal, al de determinar el nivel de precios ⁷.

El modelo presentado en este trabajo, está construido sobre los dos supuestos clásicos y sobre la idea que en una economía monetaria los mercados determinan más bien los precios nominales que los reales. También hace una distinción entre el stock de capital y sus servicios y permite que los servicios del capital varíen en el corto plazo. Utiliza la condición de equilibrio en el mercado de servicios del capital y del trabajo para obtener una función de oferta agregada. Muestra que existen dos fuerzas que causan variaciones en el nivel de producto agregado que los productores desean producir:

- 1) Cambios en la oferta de factores de producción o en la tecnología,
- 2) Cambios en el precio del producto en relación al precio de los insumos, que pueden ocurrir por dos razones: puede que existan costos de información que hagan óptimo aprender más rápido acerca de una clase de precios; o en economía abierta, pueden existir cambios en los precios relativos de bienes domésticos y extranjeros.

Este trabajo considera exclusivamente el caso de los cambios en precios relativos producidos por costos de información. Los agentes económicos pueden tener información incorrecta acerca de algunos precios pertinentes debido a que la información es costosa. Ellos, aparentemente, actuarán como si no maximizaran bienestar o beneficios, i. e., como si tuvieran ilusión monetaria o fueran irracionales. Consideramos el mercado del trabajo, por ejemplo. El equilibrio en este mercado determina el salario nominal, basado en cualquier información que los trabajadores y empresarios tengan acerca de los precios ⁸. Si los trabajadores tienen información incorrecta sobre los precios de los bienes de consumo,

⁷ Por ejemplo, como lo hacen Hicks (1937) y Robinson (1969).

⁸ Este análisis se refiere a una economía monetaria sin cláusulas de reajuste. En este caso, las transacciones en el mercado del trabajo se realizan en base a un salario nominal. Por consiguiente, si tanto los trabajadores como los empresarios tienen información correcta, ellos percibirán el mismo salario *nominal*. Debido a que los trabajadores están interesados en el salario real en términos del precio de una canasta de bienes de consumo y los empresarios en el salario real en términos del producto que venden, en el caso de una industria particular, el salario real puede diferir para compradores y vendedores de servicios del trabajo.

Por otra parte, si consideramos una economía cerrada, la canasta de bienes que la comunidad compra es idéntica a la que vende. Si despreciamos los cambios en precios relativos entre bienes de consumo e inversión, el índice de precios actual pertinente para trabajadores y empresarios será el mismo. En este caso, el salario actual *real* también debe ser el mismo. Este es el caso analizado en el modelo clásico. En un modelo para una economía cerrada, con una misma tecnología para la producción de bienes de consumo y de inversión, el salario real pertinente para trabajadores y empresarios puede diferir sólo si existen costos de información.

el número de horas de trabajo que ofrecerán será diferente de aquel indicado por una función de oferta que depende de los salarios reales actuales.

Sin embargo, el problema es simétrico para trabajadores y empresarios. El mercado, para cualquier bien individual, determina su precio nominal. Los empresarios ofrecen sus productos a un precio nominal basado en toda la información que ellos tienen sobre los precios de los insumos. Si ellos tienen información errada sobre algún precio, la cantidad ofrecida será diferente a la indicada por una función de oferta que dependa de los precios reales actuales. Por lo tanto, cuando hay costos de información, los trabajadores se mueven fuera de su curva de oferta de trabajo de largo plazo y los empresarios se mueven fuera de su curva de demanda de trabajo de largo plazo (i. e., fuera de su curva de oferta de producto de largo plazo)⁹, no porque tengan ilusión monetaria, sino porque perciben o prevén erróneamente algún precio pertinente¹⁰.

Sin embargo, estos juicios errados no alteran la dinámica ni la estática comparativa del problema. Con el tiempo, los agentes económicos racionales aprenderán acerca de todos los precios pertinentes. El equilibrio total será alcanzado sólo cuando coincidan los precios actuales y aquellos utilizados por los agentes en sus decisiones económicas. Este trabajo utiliza el hecho de que los agentes económicos racionales invertirán en información de una manera óptima para determinar la relación entre las curvas de oferta agregada de corto plazo y largo plazo. Además, muestra que la curva de oferta de corto plazo tendrá pendiente positiva en el plano nivel de precios-producto nacional (el resultado keynesiano) y la de largo plazo será perfectamente inelástica (el resultado clásico).

El trabajo se divide en cuatro secciones: la sección I presenta algunos fun-

⁹ El largo plazo es utilizado para indicar que las curvas reflejan información correcta, ya que cada punto en esas curvas es una posición de equilibrio que se puede sostener.

¹⁰ Los precios percibidos se refieren a los precios actuales, tal como son percibidos por los agentes, que en principio pueden ser conocidos; los precios esperados se refieren a los precios futuros y no pueden ser conocidos. Esta distinción indica que existen dos clases de desviaciones de los precios actuales y pertinentes para los que toman decisiones: para los precios corrientes, desviaciones entre los precios actuales y los precios percibidos, y para los precios futuros, desviaciones entre los precios futuros actuales y los precios futuros esperados. Cualquiera de estas desviaciones puede ser utilizada para generar la función de oferta agregada que presentamos en este capítulo. Sin duda, en la práctica, ambas están presentes, reforzándose mutuamente, y ayudan a determinar la magnitud de los cambios en las variables. Para simplificar la exposición, consideraré, de aquí en adelante, sólo las variaciones entre los precios actuales y percibidos. Se debe enfatizar, sin embargo, que aunque el análisis no excluye la posibilidad que los errores en las expectativas juegan un papel importante, se ha demostrado que son esenciales para explicar el comportamiento actual de la economía.

Puede ser argumentado, como lo hace Fisher (1973), que los incentivos para cambiar la producción cuando se produce un cambio en el nivel de precios, provienen de una tercera fuente: las desviaciones de los precios corrientes de los precios esperados pasados. Como él dice: "... cuando el nivel de precios está aumentando, un empresario encuentra que sus ingresos están aumentando, en promedio, casi tan rápido como esta alza general de precios; pero, por otro lado, sus gastos no crecen tan rápido, porque sus gastos provienen en gran medida de cosas que son contractualmente fijas, tales como los intereses sobre bonos o la renta que puede ser fijada por cinco, diez o noventa y nueve años..." (p. 498). Pero tales desviaciones, excepto hasta el punto que ellas contribuyan a la mala percepción de los precios actuales o errores en la predicción de precios futuros, solamente afectarían la distribución del bienestar y el ingreso, y no los incentivos para producir.

damentos microeconómicos de la teoría de la empresa y de la teoría de la información. La sección 2 deriva la función de oferta agregada. La sección 3 determina el ajuste dinámico de la oferta agregada ante cambios en la demanda agregada. Finalmente, la sección 4 sugiere una interpretación alternativa de algunos problemas controvertidos.

1. LOS FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS DE LA FUNCIÓN DE OFERTA AGREGADA

Esta sección, primero enfatiza la distinción entre factores de producción y servicios productivos, en particular entre el stock de capital y su flujo de servicios. La principal característica de la determinación del nivel de equilibrio de los servicios del capital, con la sola excepción de las empresas que arriendan los servicios del capital, reside en que una empresa es simultáneamente demandante y oferente de servicios del capital. Y, lo que es más particular aún, frecuentemente la empresa sólo demanda servicios del capital de sí misma, y sólo se los ofrece a sí misma. En cierto sentido, la empresa es un mercado de servicios del capital. Como resultado del equilibrio entre oferta y demanda por servicios del capital, una empresa determina la tasa de utilización de su stock y un precio sombra del capital.

En la segunda parte de esta sección, las condiciones de equilibrio en los mercados de servicios del capital y del trabajo son utilizadas para derivar la oferta de producto bruto y producto neto (i. e., valor agregado) de la empresa. Finalmente, algunas de las conclusiones derivadas de la teoría de la información, son utilizadas para indicar cómo la función de oferta de la firma es afectada por los costos de información.

a) *El stock de capital y su flujo de servicios*

En nuestro modelo los procesos de producción son lineales; consecuentemente, son descritos por funciones de producción en lugar de funcionales¹¹. En este caso, todas las variables en una función de producción son expresadas como flujos (no como stock), i. e., la producción es medida sobre la tasa por la cual el producto está siendo obtenido (por ejemplo, diez pares de zapatos por hora, semana o año) y los insumos como los servicios (flujo) derivados de los factores de producción (stock).

Es común encontrar funciones de producción donde ésta se expresa como una función del stock de capital¹². Por lo tanto, para que esto sea consecuente con la teoría de la producción, se debe suponer que los servicios del capital son proporcionales al stock. Este es un supuesto crucial porque, como el stock de capital está dado por las inversiones realizadas en el pasado y, por lo tanto, constante en cada momento del tiempo, implica que la producción sólo puede cam-

¹¹ Para esta distinción, ver Georgescu-Roegen.

¹² Esta tradición, empezada por los economistas clásicos y perpetuada por Keynes (pp. 4-22), juega un importante papel en la confusión que actualmente existe en teoría macroeconómica. Por ejemplo, la aparente paradoja en la explicación de la productividad del trabajo y salarios reales en el corto plazo.

biar por variaciones en los servicios del trabajo. La maximización de beneficios se reduce a determinar el nivel de empleo. De hecho, el número de horas-máquina que puede ser obtenido de un número dado de máquinas, es por lo menos tan variable como el número de horas-hombre que se puede obtener de una fuerza laboral dada. Luego, los empresarios deben también decidir cuán intensivamente utilizarán su stock de capital. Luego, el primer problema es analizar los macrofundamentos que definen la determinación del flujo de los servicios del capital.

Las empresas tienen por lo menos cuatro formas de variar la tasa de utilización del stock de capital. Por ejemplo, pueden aumentarla:

a) Comenzando a utilizar máquinas menos eficientes (menores, menos productivas, más costosas de usar, menos confiables, etc.)¹³;

b) Aumentando la velocidad de las máquinas que son utilizadas¹⁴;

c) Aumentando la duración del día de trabajo¹⁵, y

d) Utilizando técnicas más caras, tales como¹⁶: posponer el mantenimiento y reparaciones, realizándolas cuando es más costoso, e. g., en las noches o fines de semana; cambiando partes que podrían haber sido reparadas o que no era necesario que fueran cambiadas; utilizando proveedores potencialmente más caros al no invertir en información; siendo menos cuidadosos en el uso de materias primas, que implica un mayor desperdicio, pero también una mayor producción; manteniendo mayores stock de repuestos y materias primas, etc.

Todas estas formas de variar los servicios del stock del capital pueden ser usadas en el mundo real. Algunas formas pueden ser más importantes que otras en determinados casos, pero todas tienen la propiedad de hacer que el costo de producir servicios de capital sea una función creciente de la cantidad de los servicios de éste que se obtienen de un stock dado de capital.

Ahora formalizaremos esta idea en un modelo. Para simplificar el análisis haremos los siguientes supuestos:

a) Consideramos una empresa que enfrenta precios dados en todos los mercados de insumos;

b) Esta empresa, utilizando una función de producción, combina su planta (Pa), maquinaria (Ma), inventarios (In), materias primas (RM), reparación y mantenimiento (R), depreciación (De), capacidad empresarial (MC), etc., es decir, todos los insumos distintos de trabajo en un único servicio productivo llamado aquí servicio del capital (K^s),

¹³ Por ejemplo, ver el caso de las plantas eléctricas en Nelson. Agradezco a Ricardo Arriazu por la sugerencia de este ejemplo.

¹⁴ Para una excelente discusión de esta distinción entre volumen y velocidad, sus efectos sobre los costos, ver Alchian o Alchian y Allen.

¹⁵ El costo marginal de aumentar la duración del día de trabajo puede ser creciente, ya sea: a) porque ellos aumentan a medida que la empresa se mueve desde las horas más atractivas de trabajo hacia las horas menos atractivas, de la manera como lo considera Lucas, lo que afecta indirectamente la decisión acerca de cuántos servicios del capital utilizar, o bien, b) porque la depreciación física de las máquinas aumenta con el uso, así como lo consideran Taubman y Wilkinson.

¹⁶ Debido a que los bienes de capital pueden ser usados más o menos intensivamente; así observamos, por ejemplo, que los autos tienden a durar más en los países subdesarrollados que en los países desarrollados, o en las áreas rurales que en las urbanas. Ver ejemplo Pastore.

$$(1) \quad K^s = g(\text{Pa}, \text{Ma}, \text{In}, \text{R}, \text{De}, \text{MC}, \text{RM} \dots)^{17}$$

Algunos de estos insumos son stock, como la planta y las máquinas, y otros son flujos, como las reparaciones, el mantenimiento y los combustibles. Para el propósito de la maximización instantánea de beneficios, el stock de insumos es un dato ya que sus cantidades están dadas. Para simplificar, consideramos uno de esos insumos que llamamos stock de capital, K . Los insumos restantes son flujos. Nuevamente, para simplificar tomamos uno de esos insumos y lo identificamos con una X . Esta variable es una de las que la empresa variará en su intento de minimizar costos y maximizar beneficios. K incluirá lo que Keynes identificaba como capital fijo, circulante y líquido¹⁸.

Este modelo enfatiza la distinción entre los insumos que son stock y los que son flujos, y el rol que tienen algunas formas de capital. Por ejemplo, K incluirá el stock de materias primas que mantiene la empresa. Los servicios productivos de ese stock incluyen la seguridad de no tener que detener la producción por demoras en las entregas o escaseces temporales, o la reducción en los costos de transacción y transporte que se obtienen al comprar las materias primas en grandes cantidades. X incluirá el flujo de materias primas que es consumido y transformado en producto final¹⁹. La función de producción que describe la cantidad de servicios de capital ahora se reduce a:

¹⁷ En general, la combinación de los diferentes insumos en la producción de servicios del capital no es independiente del salario o de N^s y será imposible decidir acerca de M , In , R , etc., para producir K^s , sin simultáneamente decidir N^s . Una formulación más general, simplemente expresaría el producto como $y = (N^s, K, X)$, donde X es un índice de todos los insumos-stock. Elegí utilizar la formulación (1) en lugar de la anterior, debido a: 1. Que la interacción entre X y N^s no es esencial para el problema que quiero considerar, y 2. Que, por razones de exposición, quiero enfatizar la simetría entre los problemas que enfrentan los trabajadores y empresarios, i. e., los trabajadores combinan un stock dado de fuerza de trabajo y bienes de consumo para producir servicios del trabajo; las empresas combinan un stock dado de maquinarias y algunos insumos intermedios para producir los servicios del capital. La utilización de una formulación más general, no afectaría en forma directa ninguna de nuestras conclusiones con respecto a la función de oferta de una firma particular o del agregado. La única diferencia es que no podríamos definir los servicios del capital.

¹⁸ Keynes, caps. 27, 28 y 29. Para algunos problemas puede ser conveniente separar K en estos componentes. Este sería el caso, cuando tengamos que determinar el valor de equilibrio de K y la política de inversión de la empresa, ya que el capital supuestamente fijo será más afectado por cambios en la tasa de interés de largo plazo, que el capital de trabajo o el capital líquido, que dependen en mayor grado de la tasa de interés de corto plazo.

¹⁹ El stock de materias primas rinde servicios simplemente estando presente en el proceso de producción, ya que después que la producción es determinada, el stock permanece cualitativa y cuantitativamente igual, en tanto que el flujo de materias primas es transformado en el producto final y es, consecuentemente, consumido.

Por analogía, los servicios derivados de las máquinas y otros stocks pueden ser divididos en dos partes: Los servicios del stock resultante de la simple presencia inalterada de las máquinas, en tanto que el flujo de insumos incluye la reparación y el mantenimiento que dejan inalterado el valor de la máquina, o su depreciación. Podemos interpretar este flujo de insumos como el resultado de la existencia de un mercado perfecto para capital usado y la ausencia de costos de transacción o de reposición de las máquinas. En este caso, podría pensarse que la empresa estuviera continuamente vendiendo las máquinas usadas y comprando otras nuevas, siendo el flujo de insumo derivado de éstas, la diferencia de precio entre máquinas usadas y nuevas.

$$(1') \quad K^s = G(K, X)$$

De la función de producción y del precio dado para el insumo-flujo, podemos derivar, minimizando costos, la curva de costo marginal de producir servicios del capital, que tendrá la siguiente forma:

$$(2) \quad MC(K^s) = h(K^s, K, P) \quad x^{20}$$

donde P es el precio del insumo-flujo.

c) Más allá de un cierto punto, este costo marginal es una función creciente de la cantidad producida de servicios del capital y del precio de los insumos-flujo y una función decreciente del tamaño del stock de capital, i. e., h_1 y $h_3 > 0$ y $h_2 < 0$, donde $h_1 = \delta h(\cdot) / \delta K^s$, $h_2 = \delta h(\cdot) / \delta K$ y $h_3 = \delta h(\cdot) / \delta P$;

d) Los empresarios no tienen ilusión monetaria, de manera que la función h es homogénea de grado uno en el precio del insumo-flujo;

e) Finalmente, este costo marginal no es una función del total producido del servicio del capital, sino que de aquellos servicios por unidad del stock de capital; luego la función se expresa como:

$$(2') \quad MC(K^s) = P H(k^s) \quad x$$

donde $k^s = K^s / K$ ²¹.

Esta función determina el precio de oferta de los servicios del capital; describe el precio que la empresa tendría que pagar si arrendara esos bienes de capital en el mercado, o, el precio que una empresa productora de servicios del capital (IBM, Hertz, etc.) tendría que cobrar por ellos. Esta función provee

Cuando la empresa está en equilibrio de stock, la contribución de los insumos-stock al precio final del producto está dada por el resultado de multiplicar el valor del stock por unidad de producto por la tasa de interés real. La contribución de insumos-flujo está dada por el valor de los insumos-flujos por unidad de producto.

²⁰ Debe notarse que la empresa, al minimizar este costo, estará produciendo dos cosas: el monto dado de servicios del capital y un stock de capital usado. Por tanto, la empresa minimiza $MC(K^s)$ y maximiza el valor de K que queda; e. g., la depreciación puede depender del uso de la máquina, y las reparaciones y mantenimientos se hacen para mejorar el valor residual de K . El precio de las máquinas usadas es el precio interno resultante de resolver el problema variacional (valor presente esperado de los servicios futuros de la máquina), o cuando existe un mercado para máquinas usadas, el precio que se obtendría en el mercado por la máquina usada.

²¹ k^s tendría una dimensión análoga a horas-máquina por unidad de tiempo por máquina, de manera que es un número puro por unidad de tiempo; K es un stock y tendría la dimensión de máquinas; K^s , como antes, es un flujo y tendría la dimensión de horas-máquina por unidad de tiempo.

uno de los elementos esenciales para derivar las condiciones de equilibrio en el mercado de insumos, y como consecuencia, la función de oferta de bienes ²².

La curva que describe el costo marginal de producir servicios de capital (el costo marginal de uso del capital en el vocabulario de Keynes) ²³ tendrá, en general, forma de U. Esto puede implicar un alto costo marginal) para una baja tasa de utilización del capital y ciertamente implicará un gran costo para tasas muy altas. Esto significa que, a partir de un cierto punto, cuanto más intensamente la empresa utilice una máquina, mayor será su costo marginal de utilización ²⁴.

b) Producción, valor agregado y la función de oferta

Ahora derivaremos la función de oferta de una empresa que maximiza beneficios y que enfrenta precios dados en todos los mercados, y tiene un stock fijo de capital. El análisis permite que los servicios del capital sean alterados a un costo dado, por el precio del arriendo de esos servicios, como fue descrito en la sección anterior. La tecnología para generar el producto final es descrita por una función de producción, que relaciona el flujo del producto bruto (y_g) con el flujo de servicios del capital (K^s) y del trabajo (N^s).

$$(3) \quad y_g = f(N^s, K^s)$$

Bajo estos supuestos la función de beneficios es:

$$(4) \quad \pi = P_g f(N^s, K^s) - WN^s - K \int_0^{K^s} P_x H(r) dr - C$$

donde el primer término indica los ingresos totales; el segundo, el pago de salarios; el tercero, el costo total de producir K^s unidades de servicios del capital ²⁵, y C, otros costos fijos. P_g es el precio del producto bruto y W es el salario nominal.

De las condiciones de primer orden de la maximización de beneficios, N^s y K^s pueden ser expresados como funciones de P_g , P_x , W y K :

²² En la práctica, las empresas generan los servicios del capital que utilizan en la producción de su producto final. Sin embargo, no existiría diferencia conceptual si algunas empresas se especializaran en la producción de servicios del capital y otras en la producción de bienes obtenidos utilizando esos servicios del capital. Por ejemplo, Yellow Cab se especializaría en la producción de servicios de taxis y arrendaría de Hertz los autos para producirlos. En este caso, Hertz se especializaría en la producción de servicios de automóviles y Yellow Cab en la producción de servicios de taxi. Esta empresa arrendaría los servicios de automóvil en el mercado, de la misma manera que ahora contrata servicios del trabajo.

²³ Keynes (1936), apéndice al cap. 6.

²⁴ Ver Allen y Alchian (1967), cap. 14, para consideraciones acerca del volumen y la tasa.

²⁵ $P_x H(K^s)$ es el costo marginal de producir servicios del capital por unidad de capital; de manera que la integral es el costo total por unidad de capital. Multiplicando por K se obtiene el costo total de producir K^s .

$$(5) \quad N^s = D(P_g, P_x, W, K), \quad y$$

$$(6) \quad K^s = E(P_g, P_x, W, K),$$

que indican la demanda de la empresa por servicios del trabajo y la condición de equilibrio para el uso de servicios del capital, respectivamente.

Definamos ahora el producto nominal de (o el valor agregado por) la empresa, como:

$$(7) \quad P \cdot y = P_g f(N^s, K^s) - K \int_0^{K^s} P_x H(r) dr - C$$

Ya que las unidades en las cuales se mide y son arbitrarias, podemos escoger $P = P_g$. Utilizando las cantidades N^s y K^s que se obtienen de la maximización de beneficios (5) y (6), en la ecuación (7) obtenemos la función de oferta de la empresa.

$$(8) \quad y^s = S(P, P_x, W, K)$$

Suponiendo que la función de producción definida en (3) es tal que: a) ambos productos son funciones continuas, implicando que $f_{12} \equiv f_{21}$; b) las productividades marginales son decrecientes para cada uno de los factores, implicando que $f_{11}, f_{22} < 0$; y c) que los servicios productivos son complementarios en la producción, implicando que $f_{12} = f_{21} > 0$ ²⁶, las ecuaciones (5), (6) y (8) tendrán las siguientes propiedades:

$$(9i) \quad N^s = D(P, P_x, W, K) \text{ con } D_1 \text{ y } D_4 > 0 \text{ y } D_2 \text{ y } D_3 < 0$$

es la demanda por trabajo de la empresa;

$$(9ii) \quad K^s = E(P, P_x, W, K) \text{ con } E_1 \text{ y } E_4 > 0 \text{ y } E_2 \text{ y } E_3 < 0$$

es el valor de equilibrio entre la demanda y oferta de la empresa por servicios de capital, y

$$(9iii) \quad y^s = S(P, P_x, W, K) \text{ con } S_1 \text{ y } S_4 > 0 \text{ y } S_2 \text{ y } S_3 < 0$$

es la función de oferta de la empresa.

Las tres funciones en (9) son homogéneas de grado cero en P, P_x y W , y pueden ser expresadas como funciones de los dos precios relativos $\frac{P}{P_x}$ y w ,

²⁶ Dados $K^s, N^s > 0$ y $f_{11} < 0$, para obtener que $f_{12} > 0$ y $f_{22} < 0$ es condición suficiente suponer que existen retornos constantes a escala. Ver Allen (1938).

donde $p_x = \frac{P}{P}$ y $w = \frac{W}{P}$, siendo negativas ambas derivadas en las tres funciones.

c) *La función de oferta y los costos de información*

La optimización con respecto a la búsqueda de información, indica que los agentes económicos tenderán a invertir más en información acerca de los precios de aquellos bienes que compran o venden en mayores cantidades²⁷. Consecuentemente, ellos tenderán a pagar precios menores cuando compren esos bienes y a obtener precios mayores cuando los vendan. Ellos también tienden a mantener más información acerca de aquellos bienes que compran o venden más regularmente.

Ya que las empresas transan frecuentemente ellas mismas la mayor parte de su producto, tendrán incentivos para aprender más sobre el precio de su propio producto, que acerca del precio de otros productos, y en general, tendrán información óptima acerca del precio del producto que venden. Por lo tanto, supondré que las empresas conocen el precio que cobran (si ellas fijan sus precios) o el precio que obtienen (si enfrentan precios dados) por su producto, i. e., $P' = P$ ²⁸, donde un precio con "apóstrofe" indica la percepción del precio correspondiente.

Dado que para la mayoría de las empresas, el trabajo es un insumo muy importante y que compran continuamente, ellas tenderán a conocer en cada momento el salario que pagan. Supondré que para las empresas los salarios percibidos y actuales son continuamente iguales, i. e., $W' = W$.

Sin embargo, las empresas utilizan muchos otros insumos, algunos de los cuales representan una proporción pequeña de los costos totales y otros son bienes durables o almacenables que no se compran continuamente. Por lo tanto, las empresas pueden tener información incorrecta acerca de algunos precios de insumos y juzgarlos mal por períodos prolongados, particularmente cuando la tendencia en esos precios es cambiante. Por consiguiente, P_x no debe necesariamente ser igual a P'_x en todo momento del tiempo.

²⁷ Stigler (1961), Rothschild (1973).

²⁸ Esto, sin embargo, no significa que las empresas que enfrentan precios dados conocen la distribución del precio del producto que venden o, que las empresas que enfrentan precios dados conocen el precio de equilibrio de un producto. Por ejemplo, una empresa que enfrenta precios dados que subestima la media de la distribución del precio, estará más deseosa de vender y permitir una disminución de inventarios que si tuviera información correcta acerca de la distribución del precio. Ya que esto tenderá a pasar cuando los precios estén subiendo, las empresas que enfrentan precios dados estarán deseosas de aceptar precios relativamente más bajos y disminuir inventarios cuando la demanda agregada aumente al comienzo. Análogamente, un empresario que fije sus precios y subestime la demanda, fijará un precio menor que el de el equilibrio y permitirá que sus inventarios caigan en una tasa no deseada (ex-post). Nuevamente, ya que es más probable que un empresario que fije sus precios subestime la demanda cuando aumenta al principio, estos empresarios permitirán que se desacumulen stock y cobrarán precios menores que los precios de equilibrio después que haya ocurrido un cambio en la demanda agregada.

Con estos tres supuestos a) $P = P'$, b) $W = W'$ y c) $P \neq P'$, que se cumplen en todo momento, la función de oferta se transforma en:

$$(9 \text{ iii}) \quad y^s = S(P, W, P', K) \text{ con } S_1 \text{ y } S_4 > 0 \text{ y } S_2 \text{ y } S_3 < 0.$$

Ya que esta función de oferta es homogénea de grado cero con respecto a cambios proporcionales en todos los precios, un cambio en P y W no acompañado por un cambio en P' tendrá el siguiente efecto sobre el producto:

$$(9 \text{ iii}') \quad \frac{\partial y^s}{\partial P} \bigg|_{\hat{P} = \hat{W}} = P S_1 + W S_2 = - P' S_3 > 0$$

donde un acento circunflejo indica una tasa de cambio proporcional.

Esta sección ha argumentado que, aun cuando los empresarios conocen el precio que obtienen por sus propios productos y los salarios que ellos pagan, ellos deben también conocer los precios de todos los insumos utilizados para producir los servicios del capital, si deben tomar decisiones correctas. Debido a que en nuestras economías existen miles de bienes que directa o indirectamente entran en cada producto, algunos de los cuales se compran irregularmente y en pequeñas cantidades, no es rentable para empresarios racionales mantener información actualizada acerca de todos los precios. Un cambio en el precio relativo del producto final y bienes intermedios, llevará al empresario a cambiar el flujo de servicios del capital y por lo tanto a variar su demanda por trabajo, aún si no cambian el stock de capital ni la tecnología.

Existen dos instancias separadas en las cuales ocurrirán cambios en precios relativos:

1. Un cambio en la demanda de la producción de una industria relativa a la del resto, causará cambios en estos precios relativos. En este caso, la decisión de cambiar la producción y el empleo será correcta.

2. Por otro lado, ya que los bienes que son insumos para una empresa son productos de otra, un cambio en la demanda agregada aparecerá como cambio en el precio relativo ya que los empresarios interpretan erróneamente P . En este caso, un cambio en producción y empleo será poco apropiado.

Un aumento en todos los precios nominales causado por un aumento en la demanda agregada, llevará a las empresas a aumentar la producción y a permitir que se reduzcan los inventarios²⁹. Ambos factores contribuyen a un cambio en la actividad económica, debido a que hacen que el cambio en los precios sea proporcionalmente menor al cambio en la demanda agregada.

²⁹ Es el conocimiento errado de la distribución del precio (para los empresarios que enfrentan precios dados), del nivel de demanda (para los empresarios que fijan precios) lo que lleva a las empresas a permitir cambios en los inventarios a una tasa a la cual, ex-post, aparece como no deseada.

Puede aplicarse un argumento análogo con respecto a los trabajadores. Estos realizan sus transacciones más importantes y/o frecuentes en el mercado laboral. Por lo tanto, ellos tenderán a tener información correcta acerca del salario y puede suponerse que para los trabajadores $W' = W$. Sin embargo, los trabajadores gastan su ingreso en muchos bienes específicos, algunos de los cuales compran raras veces y otros en pequeñas cantidades. Luego, no sería racional para los trabajadores mantener continuamente información correcta acerca de todos los precios y, consecuentemente, sobre el nivel de precios de la canasta de bienes que ellos compran. Por lo tanto, es posible que P' no sea siempre igual a P . Esta idea se incorpora en la ecuación (10) más abajo.

2. LA FUNCIÓN DE OFERTA AGREGADA

En la sección anterior hemos demostrado que cuando ocurre un cambio no anticipado en los precios nominales, cada agente económico tenderá a ver ese cambio en el precio relativo del producto que él vende y con respecto al resto de los precios. Por ejemplo, si se produce un aumento en el nivel de todos los precios nominales actuales³⁰, los trabajadores tenderán a percibir un aumento en los salarios reales y las firmas un aumento en el precio relativo de su propio producto. Por lo tanto, aun cuando los salarios reales actuales no han cambiado, los trabajadores aumentarán la oferta de horas de trabajo, en tanto que las firmas aumentarán su demanda por servicios del capital y del trabajo. Estas también venderán inventarios y aumentarán la producción.

El aumento en la producción de cada bien particular, dependerá de las elasticidades precio de oferta, del stock de inventarios existentes, de la flexibilidad de los tipos de cambio o precios externos, de las velocidades de ajuste de las percepciones, etc. Sin embargo, para simplificar, supondré que la producción de todos los bienes se mueve en la misma proporción³¹, y definiré el producto agregado como una canasta fija de bienes, siendo y el bien que representa esta canasta

La función de producción agregada será similar a la función de oferta

³⁰ Esto no significa que todos los precios y salarios nominales aumenten simultáneamente y en la misma proporción. Primero, porque por el lado de la oferta, la producción puede ser ajustada más fácilmente y la oferta de inventarios será mayor en algunas industrias que en otras. Segundo, porque por el lado de la demanda, la demanda por diferentes productos no necesita aumentar en la misma proporción. Y éste será el caso, aún si el aumento en la demanda agregada es producido por un aumento neutral en la oferta monetaria, i.e., del tipo "helicóptero" sin efectos distributivos (ver Friedman (1969)). Análogamente, no es necesario que ni la demanda ni la oferta de servicios del trabajo de diferentes tipos sean afectados de la misma manera. En consecuencia, durante el período de transición, al moverse de un nivel de demanda agregada a otro, los precios y salarios relativos para diferentes calidades cambiarán.

³¹ Si los bienes tuvieran diferentes razones capital-trabajo, los cambios en la composición de la demanda agregada causarían cambios en la productividad marginal del trabajo y por lo tanto, en la demanda de trabajo. Estos cambios causarían variaciones de corto plazo en el producto sin que nadie se equivoque. Aún así, me parece que ésta no es una fuente empírica importante de fluctuaciones cíclicas y por tanto, poco es lo que se pierde al suponer cambios proporcionales en la producción de diferentes bienes.

de una empresa, excepto que en la determinación de la cantidad de servicios del trabajo, una función de oferta de trabajo reemplazará el salario fijo³². La oferta agregada de trabajo, que puede ser obtenida de un comportamiento maximizador de los trabajadores, define el precio de oferta de los servicios del trabajo (W^s) como:

$$(10) \quad W^s = P' L(N^s/N) \text{ con } L_1 > 0^{33}$$

donde P' es el nivel de precios percibidos pertinentes para trabajadores, N^s el total de servicios del trabajo por unidad de tiempo y N el número de trabajadores.

La función de oferta agregada tiene tres elementos:

- 1) La suma del valor agregado por todas las empresas (análogo a ecuación (7)):

$$y^s = F(N^s, K^s) - K \int_0^{k^s} p'_x H(r) dr = F(N^s, K^s) - p'_x TC(k^s, K)$$

donde como antes $F(\cdot)$ es el producto bruto, K es el stock de capital, $k^s = \frac{K^s}{K}$, $p'_x TC(\cdot)$ es el costo total de producir K^s unidades de servicios de capital me-

³² Nótese que no he supuesto un proceso similar de maximización de beneficios para el agregado. Cada firma maximiza beneficios y determina una demanda por servicios productivos que luego son agregados en las demandas para toda la economía. Bajo nuestros supuestos sería incorrecto maximizar beneficios basados en la función de producción agregada.

³³ Lucas y Rapping (1969, p. 729) definen la función de oferta de trabajo en su ecuación (11), que con algunas modificaciones de notación es $\ln(N^s/N) = \beta_0 + \beta_1 \ln(w) - \beta_2 \ln(w^*) + \beta_3 [i - \ln(P^*/P)] - \beta_4 \ln(a/N)$ donde w^* es el salario real esperado, P^* el nivel de precios esperados; i el interés nominal y a el valor de los activos de los trabajadores. Las β son constantes positivas y todos los otros símbolos tienen el mismo significado que en este trabajo.

Ya que $i = r + \pi^e$ donde r es la tasa de interés real y π^e la tasa esperada y $\pi^e = \ln(P^*/P)$, se sigue que su ecuación (11) se reduce a: $\ln(N^s/N) = \beta_0 + \beta_1 \ln(w) - \beta_2 \ln(w^*) + \beta_3 r - \beta_4 \ln(a/N)$. Por tanto, la oferta de servicios del trabajo no sería afectada por cambios en el nivel de precios, a menos que estos cambios afectaran alguna de estas variables:

- a) El nivel de activos reales (que los autores consideran empíricamente poco importante, p. 730);
- b) La tasa de interés real (que implícitamente excluyen al eliminar la tasa de interés nominal, p. 730);
- c) El salario real actual (que supuestamente no es observado); o
- d) El salario real esperado (que requeriría una simetría en la manera como los trabajadores forman sus expectativas acerca de los salarios nominales y el nivel de precios, y que los autores excluyen suponiendo que λ , el parámetro de reacción, es el mismo para W y P , p. 731).

Su evidencia empírica es consecuente con la sugerencia de este trabajo, que los trabajadores perciben incorrectamente el nivel de precios, ya que existen buenas razones por las cuales puede existir una simetría en la manera como los trabajadores aprenden del nivel de precios y del salario nominal.

Más recientemente (1972) y (1975), Lucas ha superado algunos de estos defectos del modelo enfatizando también el problema de información acerca de los precios actuales.

dido en términos del producto final y $p' = P'/P$, donde P es el precio nominal del producto que las empresas venden y P' el precio nominal de los insumos usados en producir servicios del capital tal como es percibido por los empresarios.

- 2) Las condiciones de equilibrio en el uso de servicios del trabajo:
 - a) $W^d = PF_1 (N^s, K^s)$,
 - b) $W^s = P' L(N^s/N)$
 - c) $W^d = W^s = W$;

- 3) Las condiciones de equilibrio en el uso de los servicios del capital ³⁴.
 - a) $Q^d = PF_2 (N^s, K^s)$,
 - b) $Q^s = P' H (K^s/K)$
 - c) $Q^d = Q^s = Q$

donde Q^d y Q^s indican los precios de demanda y oferta de los servicios de capital, respectivamente.

³⁴ La necesidad de tener también como variable los servicios del capital, aparece debido a que si los empresarios perciben correctamente el precio de su propio producto con servicios dados del capital, la demanda por servicios del trabajo no es afectada por cambios simultáneos en todos los precios nominales. Entonces el producto cambiará sólo si también cambiaran los salarios reales, siendo necesario que el salario real siguiera un movimiento contracíclico, que aparentemente no se observa. Esta es una controversia que viene desde la época de Keynes. Por ejemplo, ver Tarshis (1939) y Bodkin (1969).

Una forma de resolver este problema sería permitir a los empresarios que se equivocaran con respecto a los salarios pertinentes. Si tanto los trabajadores y empresarios pueden equivocarse, entonces el empleo puede cambiar sin existir necesariamente una relación única entre empleo y salario real. En el modelo de inflación desarrollado en este trabajo, es poco probable que los trabajadores se equivoquen con respecto al salario nominal que obtengan y que las empresas se equivoquen con respecto al salario nominal que tienen que pagar o el precio del producto que ellas venden. Por tanto, es inconcebible que las empresas cometan errores importantes con respecto a su salario pertinente o nivel de empleo. Por esta razón, suponemos que los empresarios conocen el salario real que pagan.

Otra forma, es suponer que los agentes económicos perciben correctamente los precios actuales, pero considerar que éstos están por sobre los niveles normales (como lo hacen Lucas y Rapping, 1969), lo que implicaría que los agentes económicos tienen expectativas regresivas, lo que es inconsistente con el comportamiento observado de las tasas de interés (Friedman, 1976). Utilizando las relaciones de la nota 33 podemos expresar la tasa de interés

nominal como $i = r + \text{Ln} (P^*/P)$, donde $\frac{\partial i}{\partial P} = \frac{\partial r}{\partial P} - \frac{1}{P}$. Ya que no existe una

buena razón teórica por la cual $\partial r / \partial P$ sea diferente de cero, suponer errores en las expectativas requerirá que la tasa de interés nominal siguiera un movimiento contracíclico, que no se observa.

Aparentemente, la única alternativa es reconocer que las cantidades de otros insumos (que han sido agrupados bajo el encabezamiento de servicios del capital) deben también estar variando en el corto plazo y que los empresarios perciben erradamente estos precios. Luego, la demanda por trabajo puede cambiar aún si los empresarios perciben correctamente el salario real. Este es el caso analizado.

El punto esencial en esta función implícita de oferta agregada, es que la demanda por servicios productivos depende de P , el precio actual del producto que las empresas venden, porque suponemos que las empresas tienen información correcta del precio que ellos reciben. Sin embargo, las ofertas de servicios productivos dependen de los precios percibidos, P' para los trabajadores y P'_x para los empresarios, porque los costos de información previenen ajustes instantáneos en los niveles de precios percibidos.

Esta función implícita de producción agregada puede ser reducida a:

$$(11) \quad y^s = F(N^s, K^s) - p'_x \text{TC}(K^s/K, K)$$

$$(12) \quad w = p'_x L(N^s/N) = F_1(N^s, K^s) \quad y$$

$$(13) \quad q = p'_x H(K^s/K) = F_2(N^s, K^s),$$

donde como antes $w = W/P$ y $q = Q/P$.

Para cada nivel de P , P' , P'_x , K y N podemos resolver (11)-(13) para y^s , N^s y K^s . Cada una de estas variables endógenas será invariable con respecto a cambios proporcionales en P , P' y P'_x , i.e. cuando $\hat{P} = \hat{P}' = \hat{P}'_x$, el producto es independiente del nivel de precios y se da el resultado clásico. Sin embargo, debido a que los precios percibidos no cambian instantáneamente en el proceso de ajuste, existirá una diferencia sistemática en el movimiento de P' y P'_x relativo a P . Específicamente, un cambio en P no causará un cambio proporcional inmediato en P' y P'_x , i.e., inicialmente $\partial P' / \partial P$, $\partial P'_x / \partial P < 1$.

Consecuentemente, en tanto prevalezcan estas relaciones, y será una función creciente de P y se dará el resultado keynesiano.

Para demostrar estas conclusiones diferenciamos (11)-(13) totalmente con respecto al tiempo y resolvemos el sistema para y^s , K^s y N^s . Suponiendo que cambios proporcionales en N^s y K^s llevan a cambios proporcionales en el producto bruto (i.e., $F(N^s, K^s)$ es homogénea de grado 1) y considerando qué cambios proporcionales en N^s y N por una parte, y en K^s y K , por otra, dejarían constante el precio de oferta de los servicios del trabajo y capital (i.e., $w = p'_x L(N^s/N)$ y $q = p'_x H(K^s/K)$ son homogéneas de grado cero), la tasa proporcional de cambio del producto puede escribirse como:

$$(14) \quad \hat{y}^s = A_1 (\hat{P} - \hat{P}') + B_1 (\hat{P} - \hat{P}'_x) + (1 - \alpha) \hat{K} + \alpha \hat{N},$$

donde A_1 y $B_1 > 0$ y $0 < \alpha < 1$.

Dos fuerzas determinan los cambios que los oferentes querrán producir en el nivel agregado del producto: 1) cambios de la oferta de factores de producción (los últimos dos términos), y 2) cambios en el precio relativo entre

productos e insumos (los primeros dos términos). Si suponemos que los cambios en precios relativos son de naturaleza temporal, entonces podríamos asociar los cambios resultantes en el nivel del producto con las variaciones de corto plazo del producto (el componente cíclico). Sin embargo, cualquier cambio que ocurra debido a cambios en el stock de los factores de producción alterará el nivel de producto de pleno empleo (el componente de crecimiento)³⁵. En este caso la tasa proporcional de cambio en el producto es:

$$(15) \quad \hat{y}^s = A_1 (\hat{P} - \hat{P}'_x) + B_1 (\hat{P} - \hat{P}'_f) + \hat{y}_f$$

donde $\hat{y}_f = (1 - \alpha) \hat{K} + \alpha \hat{N}$ es la tasa de crecimiento del producto de pleno empleo (la tasa natural de crecimiento).

α , que mide el efecto de un cambio en la fuerza de trabajo sobre el producto neto, es diferente de la participación del trabajo (α_N). En efecto,

$$\alpha = \alpha_N \cdot \varepsilon_{s, N^s} ; \text{ donde } \varepsilon_{s, N^s} = \frac{dN^s}{N^s} \cdot \frac{N}{dN} \text{ es la elasticidad total de la}$$

oferta de servicios del trabajo con respecto a cambios en la fuerza de trabajo. Si la oferta de trabajo tiene pendiente positiva $0 < \varepsilon_{s, N^s} < 1$ implica que

$$\alpha < \alpha_N$$

Para un cambio dado en la fuerza de trabajo, el cambio porcentual en la producción será menor que aquel en la fuerza de trabajo debido a que son medidos asimétricamente. En la definición usual de ingreso, que es la que yo he seguido aquí, el valor agregado (ingreso) es igual al pago al trabajo más el ingreso neto del capital. Se sigue que en equilibrio, la contribución marginal de los servicios del trabajo, en esta medida del ingreso, es igual al salario, en tanto que la de los servicios del capital es igual a cero³⁶. Un aumento en N causará que N^s crezca proporcionalmente menos que N debido a que, a medida que N^s aumenta en relación a K^s , el salario debe caer y esto creará incentivos para que los trabajadores reduzcan N^s/N . La caída en N^s/N , que en el margen no tendrá efecto sobre el verdadero ingreso, aparecerá teniendo un efecto negativo sobre el ingreso medido. Es este último efecto lo que causa que α sea menor que α_N .

Análogamente, un aumento en K llevará a reducir K^s/K y a aumentar N^s . Esta vez en el margen, la caída en K^s/K tendrá efecto nulo, en tanto que el aumento de N^s tendrá un efecto positivo sobre el ingreso medido. Y esto cau-

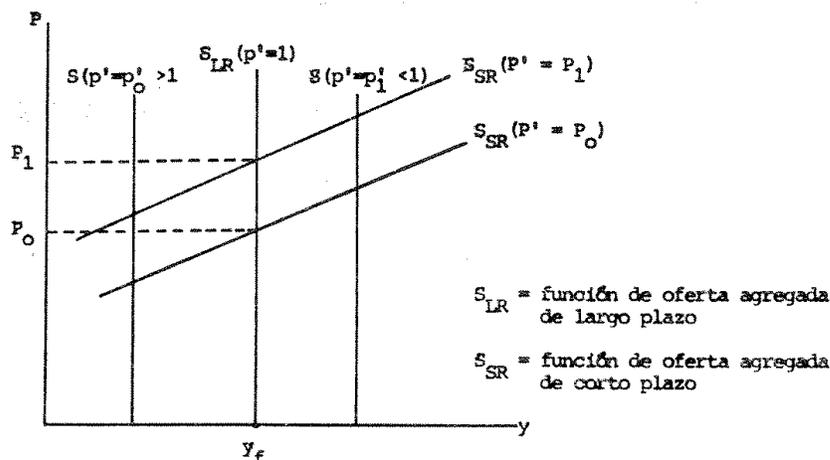
³⁵ En un modelo más general, este componente también incluiría los cambios tecnológicos.

³⁶ Esta proposición puede ser fácilmente demostrada diferenciando parcialmente (1) con respecto a K^s y N^s , utilizando las restricciones impuestas por (2) y (3).

sa que $(1 - \alpha)$ sea mayor que la participación del capital³⁷. Cuando $F(\cdot)$ es homogénea de grado uno, la tasa proporcional de cambio de N^s y K^s pueden ser escritas como:

GRÁFICO 1

LA FUNCION DE OFERTA AGREGADA EN EL PLANO P-y



³⁷ El cambio en ingreso medido debido a un cambio en N es:

$$\frac{dy}{dN} = \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dN} + \frac{\partial y}{\partial K^s} \cdot \frac{dK^s}{dN} \quad o$$

$$\frac{N}{y} \cdot \frac{dy}{dN} = \frac{N^s}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dN} \cdot \frac{N}{N^s} = \alpha \cdot \varepsilon_{N^s, N}$$

ya que en equilibrio $\frac{\partial y}{\partial K^s} = 0$ y $\frac{\partial y}{\partial N^s} = w$.

El cambio debido a un cambio en K es:

$$\frac{dy}{dK} = \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dK} + \frac{\partial y}{\partial K^s} \cdot \frac{dK^s}{dK} + \frac{\partial y}{\partial K} \quad o$$

$$\frac{K}{y} \cdot \frac{dy}{dK} = \frac{N^s}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dK} \cdot \frac{K}{N^s} + r = \alpha \left(1 - \varepsilon_{N^s, N} \right) + r$$

nuevamente ya que $\frac{\partial y}{\partial K^s} = 0$ y $\frac{\partial y}{\partial N^s} = w$; $r = k^s q - \int_0^{k^s} p'_x H(v) dv$ es el retorno neto por unidad de capital.

$$(16) \quad \hat{N}^s = A_2 (\hat{P} - \hat{P}'_x) + B_2 (\hat{P} - \hat{P}') + \hat{N}^s_f$$

$$(17) \quad \hat{K}^s = A_3 (\hat{P} - \hat{P}'_x) + B_3 (\hat{P} - \hat{P}') + \hat{K}^s_f$$

donde A_2, A_3, B_2 y $B_3 > 0$, $\hat{N}^s_f = (1 - \varepsilon_{N^s, N}) \hat{K} + \varepsilon_{N^s, N} \hat{N}$, y

$\hat{K}^s_f = (1 - \varepsilon_{K^s, K}) \hat{K} + \varepsilon_{K^s, K} \hat{N}$ son la tasa de crecimiento de pleno empleo

de los servicios del trabajo y del capital, respectivamente. $\varepsilon_{N^s, N} = \frac{dN^s}{dN} \frac{N}{N^s}$ y

$\varepsilon_{K^s, K} = \frac{dK^s}{dK} \frac{K}{K^s}$ son ambas menores que uno.

El gráfico 1 ilustra algunas propiedades de esta función de oferta agregada en el plano $P - y$. Para simplificar suponemos que $P' = P'_x$ ³⁸. También su-

ponemos que $\hat{N} = \hat{K} = 0$, de manera que la economía no está creciendo.

Cuando P y P' crecen a la misma tasa, el producto permanece constante. Es decir, cada nivel de P'/P implica un nivel correspondiente de y , y define,

por lo tanto, una relación vertical entre P e y . Cuando P/P' es igual a uno, obtenemos el nivel de producto de pleno empleo. Sobre esta curva las per-

cepciones son correctas; i. e., no sólo $\hat{P} = \hat{P}'$, sino que también $P = P'$. Todos los puntos de esta curva particular representan equilibrio total en el uso de ambos insumos. Luego, esta curva corresponde a la función clásica de la oferta agregada, excepto por el hecho de que la cantidad óptima de servicios del capital es también derivada internamente.

A lo largo de las líneas verticales a la izquierda de y_f , $P'/P > 1$, i. e., los nive-

les de precios son sobrestimados. Los trabajadores y empresarios perciben precios relativos menores por sus productos que los que de hecho enfrentan, y ofrecen menores cantidades de N^s y K^s . Consecuentemente, el producto es menor que y_f . En relación al equilibrio estacionario de pleno empleo del modelo clásico,

ambos insumos son subutilizados. La participación en la fuerza de trabajo y el empleo serán menores, y el "desempleo de búsqueda" (search unemployment) será mayor que en el equilibrio de pleno empleo. También las máquinas estarán ociosas. Por lo tanto, en los puntos a la izquierda de y_f habrá recursos des-

empleados. Cuando $P' = P'_x$ tanto los servicios del capital como los del trabajo

³⁸ En el caso que estamos considerando, una economía cerrada con una tecnología única, lo que este supuesto requiere es sólo una adecuada elección de unidades de medida.

estarán desempleados. Sin embargo es concebible o bien $P' = P$ o $P' = P$, en cuyo caso el trabajo o el capital estarán plenamente utilizados ³⁹.

Análogamente, a lo largo de las líneas verticales a la derecha de y los precios son subestimados ($P'/P < 1$), los agentes económicos perciben precios relativos mayores para sus propios productos que aquellos que de hecho enfrentan, y ofrecen cantidades mayores: N^s y K^s son mayores que en pleno empleo (i. e., existe un sobrempleo de recursos) ⁴⁰.

Por otro lado, si P' se mantiene constante, las variaciones en P implicarán variaciones de P'/P , y por lo tanto en y . Esto se debe a que un aumento en P aumentará la demanda por K^s y N^s ; como P' está dado, las ofertas no cambian, de manera que Q y W aumentarán. El aumento en Q y W implicará un aumento en los ingresos reales percibidos y los agentes económicos querrán aumentar las cantidades ofrecidas. Los trabajadores aumentarán la oferta de servicios del trabajo, y las empresas su demanda por servicios de capital y de trabajo y su nivel de producción. La elasticidad de la oferta agregada cuando $P' = P_0$ está dada por

$$\frac{P}{y} \frac{\partial y}{\partial P} = A_1 + B_1 > 0$$

Luego, si P' es constante y los precios actuales crecen, el producto, el empleo y los servicios del capital aumentarán. Si los precios actuales caen, el producto, el empleo y los servicios del capital caerán ⁴¹. Los cambios en los precios actuales reflejarán movimientos a lo largo de una curva de oferta agregada

³⁹ Por ejemplo, si los trabajadores perciben correctamente su nivel de precios, los salarios reales actuales y percibidos serán iguales, y los trabajadores estarán sobre su curva de oferta estática. Sin embargo, dado que $P' < P$, las empresas estarán utilizando menos servicios del capital y la demanda por trabajo será menor que el equilibrio estático. Luego, aunque los trabajadores perciban correctamente su nivel de precios, el nivel de empleo de equilibrio será menor que el de pleno empleo.

⁴⁰ En una economía que crece, cuando N y K están cambiando, y^x será diferente de cero y el nivel de producto de pleno empleo estará cambiando, excepto cuando el componente cíclico del producto se define en relación a este nivel cambiante de producto de pleno empleo. Aun en este caso nuestro análisis continúa siendo válido.

⁴¹ En un caso más general, cuando se permite que P' cambie, se mantendrán las mismas conclusiones, excepto que ahora no hay necesidad que los precios mismos deban caer para tener una reducción en el producto. Sólo es necesario que los precios caigan en relación a los precios percibidos. Si permitiéramos crecimiento ($\hat{y}_f \neq 0$), el cambio en el producto resultante de la función de oferta agregada, no es el cambio actual en el producto, sino que los cambios relativos a los cambios de pleno empleo; i. e., la ecuación (15) puede ser expresada como:

$$(15') \quad \hat{y}^s - \hat{y}_f = (A_1 + B_1) (\hat{P} - \hat{P}')$$

con pendiente positiva. Para cada P' existe una de esas curvas. Estas curvas de oferta son tales que a lo largo de cualquiera de ellas, P' es igual al nivel de precios en el cual la función de oferta agregada de pendiente positiva se intersecta con la curva de oferta agregada de pleno empleo (SLR). A medida que los precios percibidos aumentan, esta curva de oferta agregada se desplaza hacia arriba y a la izquierda.

3. LA FUNCIÓN DE OFERTA AGREGADA Y LOS PRECIOS PERCIBIDOS

La sección previa mostró que la función de oferta agregada podía ser expresada como: $y = S(P, P', P', K, N)$, tal como a) para precios percibidos dados, es una curva con pendiente positiva en el plano $P - y$, y b) cuando los precios percibidos y actuales son restringidos a cambiar proporcionalmente, la curva de oferta es perfectamente inelástica. Pero las percepciones de precios no son exógenas, de manera que no podemos suponer ni que P' y P' se mueven juntos con P , ni que ellos sean constantes. Por lo tanto, para especificar completamente la función de oferta agregada debemos definir cómo P' y P' evolucionan a través del tiempo. Las trayectorias actuales de P' y P' son determinadas por el comportamiento de trabajadores y empresarios en su intento de obtener información acerca de los precios, y conociendo estas trayectorias para los precios, podemos determinar el comportamiento actual de la función de oferta agregada a través del tiempo.

Esta sección analiza cómo la posición de la curva de oferta en el plano $P - y$ cambia en la medida que se permite que los precios percibidos se ajusten en el tiempo. Se supone que el comportamiento de los agentes económicos cuando buscan información sobre los precios, puede ser aproximado por un modelo adaptativo de percepción⁴². La característica esencial de este modelo es que ya que los agentes económicos son racionales, ellos eventualmente percibirán cualquier patrón de movimiento de los precios. El caso posible más simple ocurre cuando el nivel de precios ha estado variando alrededor de una media constante por un período de tiempo más o menos considerable; y si las fluctuaciones de los precios no son muy grandes. En ese caso, los agentes económicos no percibirán ninguna tasa de inflación. Parecería razonable que el comporta-

⁴² Si el problema es de información acerca de los precios actuales, sería razonable pensar que el mecanismo a través del cual los individuos ajustan los precios percibidos es adaptativo, como el indicado por la ecuación (18). Pero si el problema es con respecto a los precios futuros, entonces el mecanismo sería una combinación de componentes adaptativos y regresivos como lo postula Frenkel (1975). Sin embargo, para que la producción aumente cuando sólo las expectativas son importantes, el elemento regresivo debe ser dominante debido a que los agentes económicos necesitan tener expectativas que los precios, de hecho, serán menores en el futuro, de forma que aumente la producción actual. Si tanto el problema de percepción como el de expectativas están presentes, y si las percepciones son adaptativas y las expectativas dominadas por la parte regresiva, entonces la oferta agregada será en el corto plazo aún más elástica que si sólo uno de esos factores estuviera presente.

miento de los precios percibidos pudiera ser aproximado solamente por percepciones acerca del nivel de precios como lo indica la ecuación (18).

$$(18) \quad \hat{P}' = k_1 (\text{Ln } P - \text{Ln } P'),$$

donde, para simplificar, se supone una relación lineal. Si todos los individuos tienen la misma función de percepción y nivel actual de precios, existirá sólo un nivel de precios percibidos, i. e., $P' = P$. La trayectoria de los precios percibidos se obtiene resolviendo esta ecuación diferencial para cualquier trayectoria seguida por los precios actuales. La solución es:

$$(18') \quad \text{Ln } P' = e^{-k_1 t} \int_{t_0}^t k_1 e^{k_1 v} \text{Ln } P(v) dv + \text{Ln } P'(t_0) e^{-k_1 (t-t_0)}$$

Supongamos que partimos de un punto t_0 sobre la curva de oferta de largo plazo, de manera que $P'(t_0) = P(t_0)$, y que existe un cambio permanente en la demanda agregada, de manera que P cambia. ¿Cuál sería el comportamiento de P' ?, y correspondientemente, ¿cuál sería la oferta agregada en cada momento del tiempo? Para responder estas preguntas supongamos que hay un desplazamiento en la trayectoria de P , causada por un cambio en un parámetro α (por ejemplo, un cambio en la demanda agregada)⁴³. El cambio en el nivel de precios percibidos a través del tiempo está dado por:

$$(19) \quad \frac{\partial \text{Ln } P'}{\partial \alpha} = e^{-k_1 t} \int_{t_0}^t k_1 e^{k_1 v} \cdot \frac{\partial \text{Ln } P}{\partial \alpha} (v) dv$$

Si el cambio en el precio es tal que $\partial^2 \text{Ln } P / \partial t \partial \alpha = 0$, la nueva función $\text{Ln } P(t)$ será paralela a la antigua. De manera que el resultado puede ser expresado como:

$$(19') \quad \frac{\partial \text{Ln } P'}{\partial \text{Ln } P} = e^{-k_1 t} \int_{t_0}^t k_1 e^{k_1 v} dv$$

El ajuste de los precios percibidos al impacto inicial tendrá las siguientes propiedades:

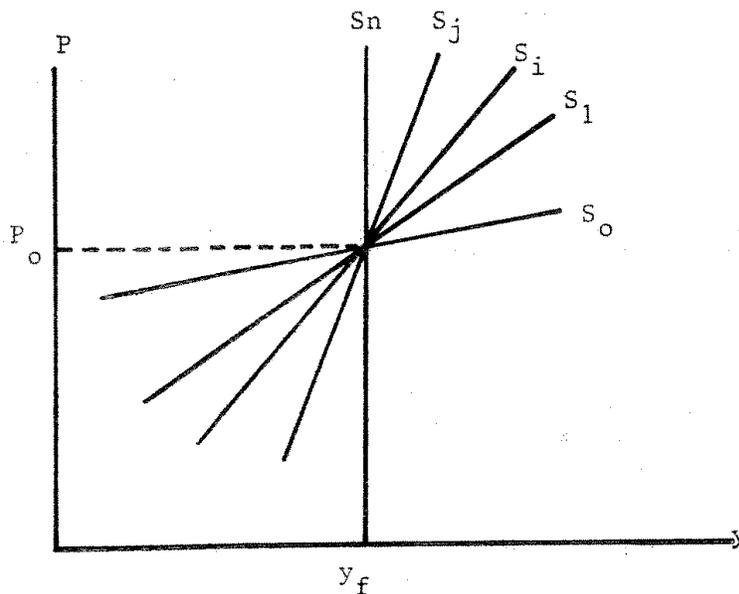
⁴³ Por razones de exposición en el análisis que sigue, se ignora la interdependencia entre los niveles de precios actuales y percibidos. Si tanto la demanda y oferta agregada fueran tomadas simultáneamente, el aumento inicial en la demanda aumentaría los precios, y las sucesivas reducciones en la oferta agregada que resultan del ajuste de las percepciones aumentarían aún más los precios actuales (si la demanda agregada tiene pendiente negativa), hasta que los precios actuales y percibidos sean de nuevo iguales y el producto vuelva al nivel de pleno empleo. Los resultados se mantendrían si la demanda agregada fuera perfectamente elástica e independiente de P' . La única diferencia esencial entre el modelo presentado y uno que incorpore una función de demanda agregada más general, es que el producto y los precios podrían converger al equilibrio siguiendo una trayectoria oscilante.

$$(20) \quad \begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{\partial \text{Ln } P'}{\partial \text{Ln } P} (t_0) = 0 \\ \text{b)} \quad & \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \text{Ln } P'}{\partial \text{Ln } P} = \lim_{t \rightarrow \infty} [1 - e^{-k_1 (t-t_0)}] = 1, \text{ y} \\ \text{c)} \quad & \frac{\partial \left(\frac{\partial \text{Ln } P'}{\partial \text{Ln } P} \right)}{\partial t} = k_1 e^{-k_1 (t-t_0)} > 0 \end{aligned}$$

La ecuación (20 a) implica que para cualquier cambio por una vez y para siempre en los precios, la primera reacción sería que el producto y los precios se moverían a lo largo de una curva de oferta con precios percibidos constantes (con una elasticidad dada por $A_1 + B_1 > 0$). Subsecuentemente, la ecuación (20 c) implica que los precios percibidos se ajustarán, pero de forma tal, que mientras menor sea el tiempo transcurrido desde el cambio inicial en P , menor será el efecto sobre P' . Finalmente, se sigue de (20 b) que en el largo plazo las percepciones serán nuevamente correctas. La relación entre las curvas de oferta agregada y el tiempo permitido para el ajuste puede representarse como en el gráfico 2. A medida que nos movemos desde S_0 a S_1 , a S_i , a S_n , una fracción mayor de cualquier cambio en precio es percibida y para S_n , los precios actuales y percibidos coinciden ⁴⁴.

GRÁFICO 2

LA FUNCION DE OFERTA AGREGADA Y LA TRAYECTORIA DE LOS PRECIOS PERCIBIDOS



⁴⁴ Hasta aquí hemos considerado puntos sobre la función de oferta agregada (i. e., puntos de producción actual), de manera que hemos ignorado la posibilidad de que empresas

El experimento conceptual descrito por esta figura es análogo al utilizado por Marshall para distinguir entre curvas de corto y largo plazo ⁴⁵. Las diferentes curvas indican cuál será el valor del producto en diferentes momentos del tiempo partiendo de P_0 si P cambiara de una vez para siempre para cualquier valor alternativo. En otras palabras, S muestra la función de oferta en el período i , dado que P en el período cero es igual a P_0 .

Sin embargo, aquí las conclusiones son diametralmente opuestas a las de Marshall. En el modelo marshalliano, la oferta es inelástica en el corto plazo y gradualmente se vuelve más clásica a medida que se permite que una mayor parte de los insumos fijos varíe. Su análisis se relacionaba con el producto ofrecido por una empresa o una industria cuando hay un cambio en precios relativos.

En el modelo de la oferta agregada presentado acá, la oferta de corto plazo es más elástica, de manera que *inicialmente* tenemos el mayor cambio en el producto ⁴⁶. A medida que se acumula información, los precios percibidos se ajustan y la curva de oferta agregada se vuelve menos elástica. En particular, cuando las percepciones de precios se han ajustado plenamente al nuevo nivel de P , la oferta agregada será perfectamente inelástica. Las diferentes curvas de oferta agregada describen el nivel de producción, que tanto las empresas y los trabajadores desearían producir a medida que se acumula información sobre el nivel de precios.

Alternativamente, el proceso de ajuste puede ser descrito analizando las curvas de oferta agregada de corto plazo. Si, como se desprende de la ecuación (18), los precios percibidos son una función continua del tiempo, habrá en cada instante un cierto nivel de precios percibidos. La oferta agregada de corto plazo con precios percibidos constantes, tendrá una elasticidad precio igual a $A_1 + B_1 > 0$. Luego, si suponemos que el nivel de precios percibidos, prevaleciente en t_0 es $P'(t_0)$, la curva de oferta agregada será S en el gráfico 3.

Si el nivel de precios inicial era P_0 , y si hay un aumento de precios, digamos a P_1 , P' comenzará a crecer. A medida que P' se ajusta, la curva de oferta para el nivel prevaleciente de P' se desplaza hacia arriba y hacia la izquierda y P' se acerca a P_1 . En el límite, cuando las percepciones se compatibilizan con el nuevo nivel de precios, la curva de oferta de corto plazo será S e intersectará la curva de oferta de largo plazo en el nivel de precios prevaleciente (P_1).

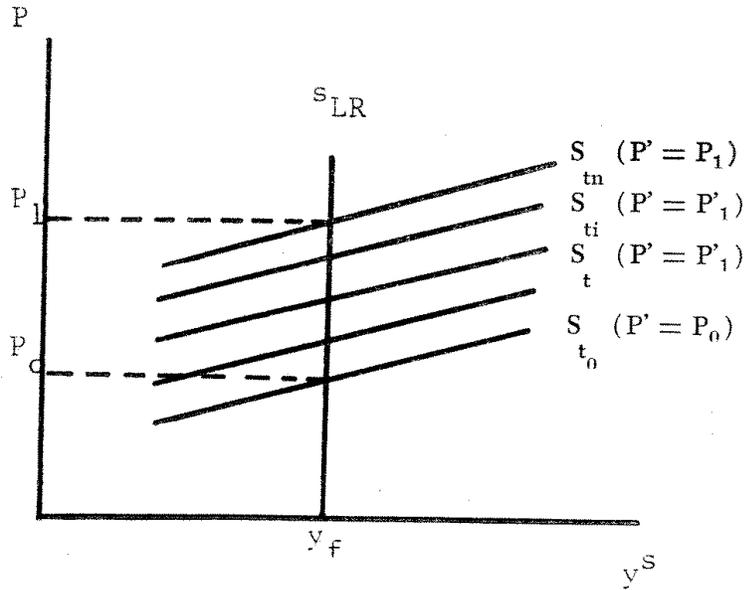
vendan o acumulen sus inventarios. Cuando esto es permitido, discrepancias no anticipadas entre la demanda agregada y la producción, inicialmente provocarán acumulación o reducción de inventarios. Consecuentemente, la oferta del producto será aún más elástica en el corto plazo que la producción.

⁴⁵ Leijonhufvud (1968) y Friedman (1970) han argumentado que Keynes invirtió el rol de precios y cantidades en el análisis marshalliano. Sin embargo, me parece que el análisis aquí presentado es intrínsecamente diferente del implicado por sus comentarios.

⁴⁶ No habría cambios esenciales si supusiéramos que la tasa de producción no puede ser cambiada instantáneamente y sin costos; sin embargo, en ese caso, los efectos iniciales de cambios en demanda serían sobre el stock de inventarios y no sobre la producción.

GRÁFICO 3

LA FUNCION DE OFERTA AGREGADA Y LAS PERCEPCIONES DE PRECIOS



Cuando los precios actuales y percibidos son iguales, la economía simultáneamente está sobre la curva de oferta agregada de corto y de largo plazo, de manera que los precios actuales y percibidos serán constantes. Si la demanda agregada al nivel prevaleciente de precios, es también igual al producto de pleno empleo, entonces el producto será constante y el mercado de bienes estará en equilibrio total ⁴⁷.

Hasta aquí hemos considerado una economía que no experimenta crecimiento ni inflación. Pero las conclusiones no cambian en lo esencial cuando permitimos estos efectos. Cuando hay crecimiento (causado ya sea por cambios en las ofertas de insumos o en la tecnología) nuestros resultados diferirán sólo en que el equilibrio total será uno donde el producto es igual al nivel

cambiante de pleno empleo (i.e., $y^s = y_f$ y $\hat{y}^s = \hat{y}_f$, ver ecuación (15)).

Expresado de otra manera, para alterar el análisis anterior para el caso de crecimiento sólo necesitamos escribir la frase "constante en relación a la tendencia" donde quiere que aparezca la palabra "constante".

Cuando hay inflación el problema es algo más complicado. En este caso, para que sea posible percibir precios correctamente, necesitamos dos funciones de percepción, una para el nivel de precios y otra para la tasa de inflación. Y para que las percepciones estén correctas es necesario que los precios actuales y percibidos sean iguales y que las tasas de inflación actuales y percibidas sean iguales. Por lo tanto, la función de oferta agregada en el corto plazo tendrá

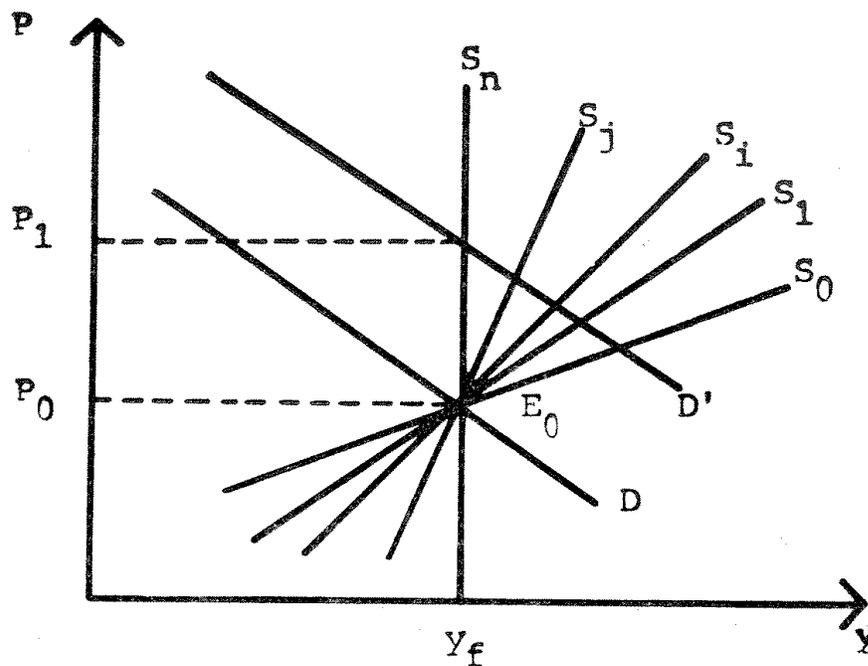
⁴⁷ Si al nivel de precios prevaleciente, la demanda agregada no es igual al producto de pleno empleo, los inventarios estarán cambiando a una tasa no deseada y esto llevará a las empresas a modificar su producción y el nivel de precios.

pendiente positiva para saltos en el nivel de precios, la tasa de inflación o ambos. Nuevamente la oferta de corto plazo convergerá monotónicamente a la curva de oferta de pleno empleo, de manera que se mantendrán ecuaciones análogas a las ecuaciones (20).

4. LA PERTINENCIA DE LA FUNCIÓN DE OFERTA AGREGADA
EN LA COMPRENSIÓN DE CIERTOS PROBLEMAS ECONÓMICOS ACTUALES

Ahora algunos tópicos especiales pueden ser discutidos utilizando esta función de oferta agregada. En el gráfico 4 (repetición del gráfico 2) aparece esta función, en la que además introducimos una curva de demanda con inclinación negativa tal, que pase por el punto E_0 (la curva D agregada). Luego la economía está en equilibrio estacionario en el nivel de producto de pleno empleo y nivel de precios P_0 .

GRÁFICO 4
EQUILIBRIO EN EL MERCADO DE BIENES



Supongamos que se produce un cambio no anticipado de una vez y para siempre en la demanda: la curva D se desplaza a D' . Al comienzo se permite que los inventarios disminuyan de manera que los precios no se ajustan instantáneamente. Además, los agentes económicos no perciben los cambios en los precios actuales, de manera que la economía se mueve a lo largo de la curva de oferta de corto plazo (S_0). El empleo, la producción y los precios aumentan; en el corto plazo la economía está en un "boom". Si la demanda agregada permanece en este nivel más alto, los empresarios comenzarán a percibir el pequeño aumento inicial en precios, provocando que la curva de oferta agregada se

nueva de S_0 a S_1 a S_i , etc. Dado que la curva demanda agregada tiene pendiente negativa, los precios seguirán subiendo, pero la producción comenzará a disminuir. La producción volverá al nivel de producto de pleno empleo con un nivel de precios P_1 . Esta nueva posición representa el equilibrio estacionario constante con D' .

Basados en este ejercicio pueden obtenerse las siguientes conclusiones:

1. Los cambios no anticipados en la demanda agregada tendrán efectos temporales sobre la actividad económica, aun cuando los agentes económicos no sufran de ilusión monetaria.
2. A menos que el cambio en la demanda agregada sea rápidamente revertido⁴⁸, el aumento inicial de la producción y los precios será seguido por una reducción en la producción con más aumento en precios (algunas veces llamado "estanflación" ("Stagflation"))⁴⁹.
3. La dinámica de la función de oferta es tal que todos los precios nominales tenderán a aumentar cuando la producción y el empleo son anormalmente alto (i.e., el desempleo es anormalmente bajo) y tenderán a disminuir cuando son bajos (i.e., el desempleo es alto). Esto produce una relación con la misma propiedad que la curva de Phillips⁵⁰.
4. Si el nivel de demanda agregada no sigue una trayectoria errática existirán períodos en que la producción y los precios se moverán en la misma dirección (algunas veces llamados períodos de inflación de demanda o deflación) y períodos en que se moverán en sentido contrario (inflación de costos o deflación)⁵¹.

CONCLUSIONES

Este trabajo derivó una versión alternativa de la ecuación faltante. Sugiere que esta ecuación de oferta agregada puede ser obtenida del comportamiento optimizador de trabajadores y empresarios.

El análisis ha demostrado que la función de oferta agregada tiene pendiente positiva en el corto plazo (confirmándose el resultado keynesiano) y es perfectamente inelástica en el largo plazo (confirmándose el resultado clásico). La esencia del comportamiento dinámico de la función de oferta agregada surge de: la existencia de costos de información y la implicancia del supuesto que

⁴⁸ Si el movimiento en la demanda es rápidamente revertido, pero sólo después que la producción y los precios han aumentado, la trayectoria dinámica de ajuste de la producción probablemente involucrará un movimiento bajo el nivel de pleno empleo.

⁴⁹ En el modelo de Lucas (1975), la producción y el nivel de precios están positivamente correlacionados. Por tanto, este modelo no puede explicar el estancamiento con inflación. También el efecto de aceleración es esencial en su modelo para que la producción esté seriamente correlacionada. La función de oferta agregada presentada en este trabajo no sólo es consecuente con ambos tipos de fenómenos, sino que además sugiere que probablemente ocurrirá. De hecho, la inflación con estancamiento sólo puede ocurrir si el efecto de aceleración no domina los desplazamientos en la demanda agregada. Estos puntos fueron discutidos en Almonacid (1971).

⁵⁰ Phillips (1958). Ver Fisher (1973) para evidencia más reciente sobre este fenómeno.

⁵¹ Ver Bronfenbrenner y Holzman (1965) y Harberger (1975).

los agentes económicos son racionales, es decir, que existirá una diferencia sistemática en la manera que los agentes económicos aprenden acerca del precio de su producto y de sus insumos.

La intersección de una curva de demanda agregada con inclinación negativa con la curva de oferta agregada determina la producción y el nivel de precios de equilibrio. La función de oferta agregada es tal que el efecto inicial de un cambio no anticipado en la demanda agregada será aumentar la producción, aun cuando inicialmente exista pleno empleo. El enfoque de la función de oferta agregada provee una explicación alternativa para los siguientes problemas: 1) el problema que a menudo ha sido llamado inflación con estancamiento, 2) el fenómeno de la curva Phillips, y 3) la controversia entre inflación de demanda y de costos. Sin embargo, la función de oferta agregada es también consecuente con las propiedades de largo plazo del comportamiento racional, e implica que, en el largo plazo, los cambios en la demanda agregada no tendrán efectos reales significativos.

El modelo tiene importantes implicancias empíricas. Ya que el nivel de pleno empleo del producto es el único nivel que es óptimo desde el punto de vista tanto de trabajadores como de empresarios, cualquier producto menor o mayor resultará en un ingreso "verdadero" menor. Consecuentemente esta función de oferta agregada, a diferencia de aquellas del tipo keynesiano y nekeynesiano (como también algunas otras), no implica que los salarios reales se moverán contracíclicamente y los beneficios procíclicamente.

APENDICE

A.1. DERIVACIÓN DE LA FUNCIÓN DE OFERTA AGREGADA

Tomamos el sistema de ecuaciones 11-13, diferenciándolo totalmente y resolviendo para y^s , N^s y K^s , y expresando los resultados matricialmente, tenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -N^s F_1 & 0 \\ 0 & N^s F_{11} & -p' N^s L \\ 0 & N^s F_{21} & K^s F_{12} \\ & & N^s K^s F_{22} - p' K^s H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^s \\ \hat{N}^s \\ \hat{K}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p'_x TC(\cdot) \\ 0 \\ -q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{P} - \hat{P}' \\ \hat{x} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ w \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{P} - \hat{P}' \\ \hat{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} qK^s & -p'_x TC(\cdot) \\ 0 & K \\ p'_x KH & K \end{pmatrix} \hat{K} + \begin{pmatrix} 0 \\ p' \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} NL \\ N \end{pmatrix} \hat{N}$$

donde como antes, una variable con un punto indica una derivada con respecto al tiempo y una con un acento circunflejo su tasa proporcional de cambio. Para determinar y^s , N^s y K^s por medio de la regla de Cramer, necesitamos los siguientes determinantes:

$$(A.1) \quad \Delta = (N^s F_{11} - p' N^s L_{N^s}) (K^s F_{22} - p' K^s H_{K^s}) - N^s K^s F_{12} F_{21} > 0$$

si las firmas son maximizadoras de beneficio;

$$(A.2) \quad \Delta y^s = [p'_x TC(\cdot) \Delta + N^s w K^s q F_{12}] (\hat{P} - \hat{P}') - \\ - N^s w^2 (K^s F_{22} - p' K^s H_{K^s}) (\hat{P} - \hat{P}') + [[K^s q - p'_x TC(\cdot)] \Delta \\ + N^s w [-p'_x KH_{K^s} K^s F_{12} + p' NL_N K^s F_{22} - p' NL_N p'_x K^s H_{K^s}] / \hat{K} \\ + N^s w (p' NL_N K^s F_{22} - p' NL_N p'_x K^s H_{K^s}) (\hat{N} - \hat{K})];$$

$$(A.3) \quad \Delta_{N^s} = K^s q F_{12} (P - P') - w (K^s F_{22} - p' K^s H_{K^s}) (\hat{P} - \hat{P}') \\ - p'_x KH_{K^s} K^s F_{12} \hat{K} + p' NL_N (K^s F_{22} - p' K^s H_{K^s}) \hat{N}$$

$$(A.4) \quad \Delta_{K^s} = -q (N^s F_{11} - p' N^s L_{N^s}) (\hat{P} - \hat{P}') + w N^s F_{21} (\hat{P} - \hat{P}') \\ + p'_x KH_{K^s} (N^s F_{11} - p' N^s L_{N^s}) \hat{K} - N^s F_{21} p' NL_N \hat{N}.$$

suponiendo que $F(N^s, K^s)$ es homogénea de primer grado tenemos:

$$a) F(N^s, K^s) \equiv N^s w + K^s q,$$

$$(A.5) \quad b) K^s F_{12} \equiv -N^s F_{11},$$

$$c) F_{11} F_{22} \equiv F_{12} F_{21}$$

Debido a que se supuso que el precio de oferta de los dos insumos era homogéneo de grado cero, tenemos que:

$$(A.6) \quad NL_N \equiv -N^s L_{N^s} \quad y \quad KH_{K^s} \equiv -K^s H_{K^s}$$

Utilizando todas estas relaciones, (A.1) - (A.4), se transforman en:

$$(A.1') \quad \Delta = p'_x KH_{K^s} N^s F_{11} + p' NL_N (K^s F_{22} + p'_x KH_{K^s}) \\ \Delta = p'_x KH_{K^s} (N^s F_{11} + p' NL_N) + p' NL_N K^s F_{22};$$

$$(A.2') \quad \Delta y^s = [p'_x TC(\cdot) \Delta + N^s w K^s q F_{12}] (\hat{P} - \hat{P}') - N^s w^2 (K^s F_{22} \\ + p'_x KH_K) (\hat{P} - \hat{P}') + y^s \Delta \hat{K} + N^s w p'_N NL_N (K^s F_{22} \\ + p'_x KH_K) (\hat{N} - \hat{K});$$

$$(A.3') \quad \Delta_{N^s} = K^s q F_{12} (\hat{P} - \hat{P}') - w (K^s F_{22} + p'_x KH_K) (\hat{P} - \hat{P}') \\ + p'_x KH_K N^s F_{11} \hat{K} + p'_N NL_N (K^s F_{22} + p'_x KH_K) \hat{N},$$

$$(A.4') \quad \Delta_{K^s} = -q (N^s F_{11} + p'_N NL_N) (\hat{P} - \hat{P}') + w N^s F_{21} (\hat{P} - \hat{P}') \\ + p'_x KH_K (N^s F_{11} + p'_N NL_N) \hat{K} + p'_N NL_N K^s F_{22} \hat{N}.$$

Finalmente, dividiendo (A.2') - (A.4') por el determinante principal, obtenemos las derivadas totales para y^s , N^s y K^s .

$$(A.2'') \quad \hat{y}^s = A_1 (\hat{P} - \hat{P}') + B_1 (\hat{P} - \hat{P}') + (1 - \alpha) \hat{K} + \alpha \hat{N},$$

(A.2') también es dividida por y^s ,

$$(A.3'') \quad \hat{N}^s = A_2 (\hat{P} - \hat{P}') + B_2 (\hat{P} - \hat{P}') + (1 - \varepsilon_{N^s, N}) \hat{K} + \varepsilon_{N^s, N} \hat{N}$$

$$(A.4'') \quad \hat{K}^s = A_3 (\hat{P} - \hat{P}') + B_3 (\hat{P} - \hat{P}') + \varepsilon_{K^s, K} \hat{K} + (1 - \varepsilon_{K^s, K}) \hat{N}$$

donde $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 > 0$, $\alpha = \alpha_{N^s, N}$, $\varepsilon_{N^s, N}$; α es la participación del trabajo en el ingreso neto, y $\varepsilon_{N^s, N}$ y $\varepsilon_{K^s, K}$ son las elasticidades de oferta de los servicios del trabajo y del capital con respecto a cambios en los stock, ambas son tales que $0 < \varepsilon_{N^s, N} < 1$, $\varepsilon_{K^s, K} < 1$. (A.2'') - (A.4'') son las ecuaciones (15), (16) y (17) del texto.

A.2. El comportamiento de los precios percibidos en un contexto inflacionario *

En el texto trabajamos con una economía donde el nivel de precios no tenía

* Esta nota fue escrita con la colaboración de Michael Bazdarich.

una tendencia sistemática, y donde las fluctuaciones de precios no eran muy grandes, de manera que los agentes económicos no llegaban a percibir ninguna tasa de inflación. Ahora analizaremos el caso cuando las fluctuaciones en precios son grandes o cuando la economía tiene una tendencia inflacionaria (deflacionaria) variable. Pero requerimos que estas fluctuaciones de la tasa de inflación no sean muy grandes, de manera que la gente no llegue a percibir ninguna aceleración (desaceleración) en la tasa de inflación. Para este caso postulamos un modelo de percepción con dos funciones de percepción: una para ajustar la tasa de inflación percibida (ecuación (A.5) más abajo), y otra, para el nivel de precios percibidos (ecuación (A.6) más abajo). Cuando la velocidad de ajuste de ambas funciones de percepción es constante, el modelo de percepción toma la siguiente forma:

$$(A.5) \quad \dot{\pi}' = k_1 (\pi - \pi')$$

$$(A.6) \quad \dot{P}' = k_2 (\text{Ln } P - \text{Ln } P') + \pi'$$

donde π y π' son las tasas de inflación actual y percibida respectivamente, y donde como antes el punto indica una derivada con respecto al tiempo y el acento circunflejo una tasa de cambio proporcional.

Aún en este caso, se cumplirán condiciones análogas a aquellas representadas por la ecuación (20) del texto. Para demostrar esto debemos resolver el sistema de ecuaciones diferenciales formadas por (A.5) y A.6).

La ecuación (A.5) tiene la siguiente solución

$$(A.5) \quad \pi'(s) = \pi'(t_0) e^{-k_1 (s-t_0)} + e^{-k_1 (s)} \int_{t_0}^s k_1 d \pi(r) dr.$$

Substituyendo ésta en (A.6), y recordando que

$$\frac{d}{ds} [\text{Ln}(P') e^{k_2 s}] = P' e^{k_2 s} + k_2 (\text{Ln } P') e^{k_2 s}, \text{ tenemos}$$

$$\text{Ln}(P') e^{k_2 s} \Big|_{t_0}^t = \int_{t_0}^t e^{k_2 s} [k_2 \text{Ln } P + \pi'(t_0) e^{-k_1 (s-t_0)}]$$

$$+ e^{-k_1 s} \int_{t_0}^s k_1 d \pi(r) dr / ds$$

Después de algunas transformaciones, obtenemos finalmente:

$$(A.7) \quad \text{Ln } P'(t) = e^{-k_2(t-t_0)} \text{Ln } P'(t_0) + \int e^{-k_1(t-t_0)} [e^{-k_2(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}] / (k_2 - k_1) + e^{-k_2 t} \int_{t_0}^t k_2 e^{k_2 s} \text{Ln } P(s) ds$$

$$+ \int_{t_0}^t e^{-(k_2-k_1)s} \int_{t_0}^s k_1 e^{-k_1 r} \pi(r) dr ds]$$

ya que $\text{Ln } P(s) = \text{Ln } P(t_0) + \int_{t_0}^s \pi(r) dr$, se sigue que

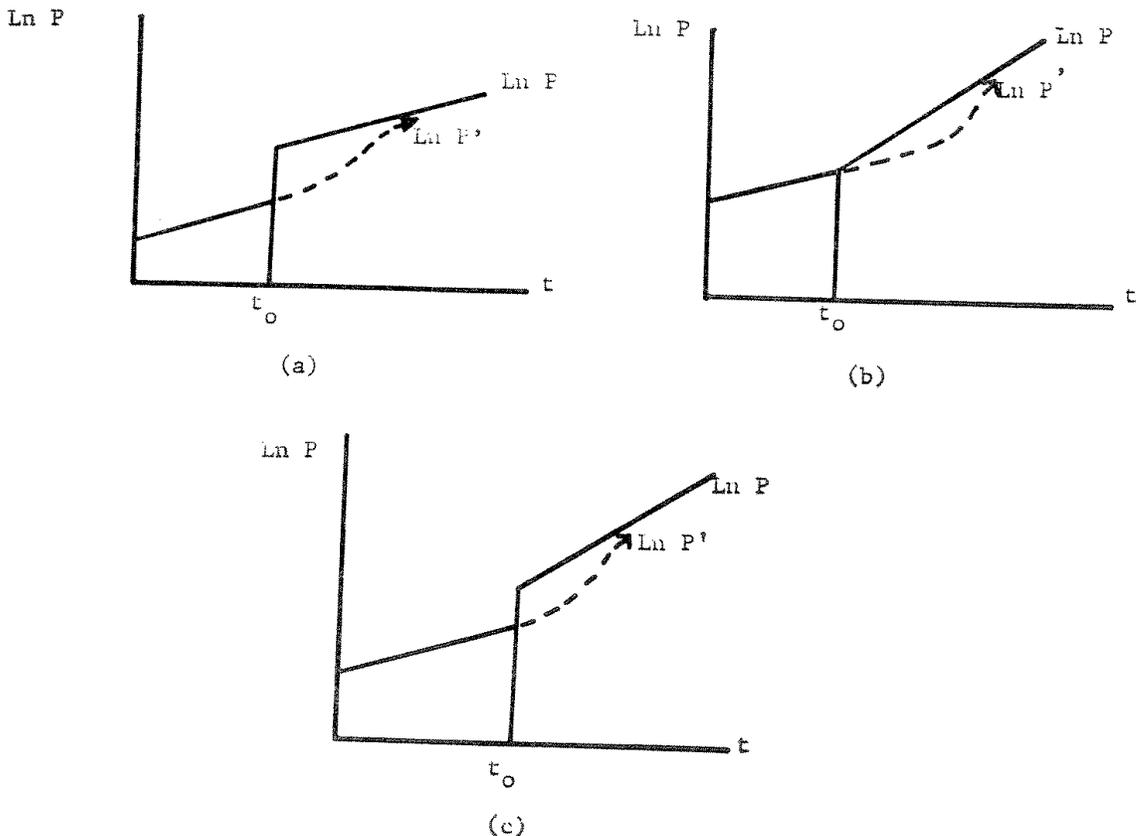
$$(A.8) \quad \text{Ln } P'(t) = \text{Ln } P'(t_0) e^{-k_2(t-t_0)} + \frac{\pi'(t_0)}{(k_2-k_1)} [e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}]$$

$$+ \text{Ln } P(t_0) [1 - e^{-k_2(t-t_0)}] + e^{-k_2 t} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^s \pi(r) [k_2 e^{k_2 s} + k_1 e^{(k_2-k_1)s}] dr ds]$$

y $P'(t)$ es expresado sólo en términos de la trayectoria de la tasa de inflación actual y de las condiciones iniciales.

Consideraremos los tres casos representados en la figura A.1 (que por simplicidad ilustra casos donde la tasa de inflación es constante). Representamos las tres clases de cambios por un cambio en el parámetro α . Ya que $P'(t)$ y $\pi'(t)$ son funciones continuas del tiempo, en los tres casos

GRÁFICO A.1



$$\frac{\partial \text{Ln } P'(t_0)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi'(t_0)}{\partial \alpha} = 0$$

a) Un salto en P sin un cambio en π . Como la nueva trayectoria para P es paralela a la antigua, $\frac{\partial \pi(t)}{\partial \alpha} \equiv 0$ para todo t. Luego diferenciando (A.8) tenemos:

$$(A.9) \quad \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha} [1 - e^{-k_2(t-t_0)}]$$

Se sigue que

$$(A.9') \quad \begin{aligned} \text{a. } & \frac{\partial \text{Ln } P'(t_0)}{\partial \alpha} = 0 \\ \text{b. } & \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \text{Ln } P(t_0)} = 1 \quad \text{y} \\ \text{c. } & \frac{\partial^2 \text{Ln } P'(t)}{\partial t \partial \text{Ln } P(t_0)} = k_2 e^{-k_2(t-t_0)} > 0 \quad \text{para todo t.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, muestra la trayectoria para $\text{Ln } P'(t)$ ilustrada en el gráfico A.1 (a).

b) Un salto en π sin un salto en $P(t_0)$. Dado que no hay un salto en P, $\partial \text{Ln } P(t_0)/\partial \alpha = 0$. Como la nueva trayectoria para $\pi(t)$ será paralela a la antigua tenemos que $\partial \pi(t)/\partial \alpha = \partial \pi(t_0)/\partial \alpha$ para todo t. Diferenciando (A.8) obtenemos:

$$(A.10) \quad \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = e^{-k_2 t} \left[\int_{t_0}^t \int_{t_0}^s \frac{\partial \pi(r)}{\partial \alpha} [k_2 e^{k_2 s} \right.$$

$$\left. + k_1 e^{(k_2 - k_1)s} \frac{k_1 r}{e} \right] dr ds]$$

como $\frac{\partial \pi(r)}{\partial \alpha}$ es independiente de r y de s, podemos sacarla fuera de la integral; luego, resolviendo la integral tenemos:

$$(A.10) \quad \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \left[(t-t_0) - \frac{e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1} \right]$$

Por otra parte, como $\frac{\partial \text{Ln } P(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} (t-t_0)$, tenemos que

$$(A.11) \quad X = \frac{\text{Ln } P(t)}{\partial \alpha} - \frac{\text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \frac{e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1}$$

que tiene el mismo signo que

$$\frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \quad \text{para todo } t > t_0$$

Además como:

$$(A.11') \quad \text{a. } X(t_0) = 0$$

$$\text{b. } \lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0,$$

$$\text{c. } \frac{\partial X(t)}{\partial t} = - \frac{k_1 e^{-k_1(t-t_0)} - k_2 e^{-k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1} \text{ es tal que}$$

$$\frac{\partial X(t_0)}{\partial t} = 1 > 0$$

y tiene un único valor crítico, la trayectoria para $\text{Ln } P'$ ilustrada en el Gráfico A.1 (b) debe cumplirse.

(c) Saltos en $P(t_0)$ y $\pi(t_0)$. En este caso, que es una combinación de los casos (a) y (b),

$$(A.12) \quad \partial \text{Ln } P(t) / \partial \alpha = \partial \text{Ln } P(t_0) / \partial \alpha + [\partial \pi(t_0) / \partial \alpha] (t-t_0).$$

Por otro lado, diferenciando (A.8) tenemos:

$$(A.13) \quad \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha} [1 - e^{-k_2(t-t_0)}] + \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} [(t-t_0) - \frac{e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1}]$$

Luego, utilizando (A.12) y (A.13) tenemos

$$(A.14) \quad \frac{\partial \text{Ln } P(t)}{\partial \alpha} - \frac{\partial \text{Ln } P'(t)}{\partial \alpha} = Y(t) = \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha} \frac{e^{-k_2(t-t_0)}}{e}$$

$$+ \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \frac{e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1}$$

de manera que

$$(A.14') \quad a) \quad Y(t_0) = \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha}$$

$$b) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = 0$$

$$c) \quad \frac{\partial Y(t)}{\partial t} = - \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha} k_2 e^{-k_2(t-t_0)} - \frac{e^{-k_1(t-t_0)} \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} - e^{-k_2(t-t_0)} \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha}}{k_2 - k_1}$$

El segundo término en (A.14'c) es análogo a (A.11'c), luego

$$c') \quad \frac{\partial Y(t_0)}{\partial t} = - k_2 \frac{\partial \text{Ln } P(t_0)}{\partial \alpha} + \frac{\partial \pi(t_0)}{-\partial \alpha} > 0$$

por tanto, si

$$\frac{\partial \text{Ln } (P(t_0))}{\partial \alpha} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \quad \text{son positivos, por ejemplo, se}$$

sigue que

$$c'') \quad \frac{\partial Y(t)}{\partial t} < 0$$

para todo t mayor que algún t*.

REFERENCIAS

- Alchian, Armen, "Costs and Outputs", in *The Allocation of Economic Resources: Essays in Honor of B. F. Haley*. Editado por Moses Abramovitz. Stanford: Stanford University Press, 1959.
- Alchian, Armen, and Allen, William, *University Economics*. 2d ed. Belmont, Calif.: Wadsworth Publishing Co., 1967.
- Allen, Roy G. D., *Mathematical Analysis for Economists*. London: Macmillan and Co., Ltd., 1938.

- Almonacid, Rubén D., "Nominal Income, Output and Prices in the Short Run". *Disertación doctoral no publicada*, University of Chicago, 1971.
- Bodkin, Ronald G., "Real Wages and Cyclical Variations in Employment: A Re-Examination of the Evidence". Reprint N° 36, The University of Western Ontario, 1969.
- Bronfenbrenner, Martin, and Holzman, Franklyn, "A Survey of Inflation Theory", in *Surveys of Economic Theory*. Vol. I: *Money, Interest and Welfare*. London: The American Economic Association and The Royal Economic Society, 1965. Pp. 46-107.
- Fisher, Irving, "I Discovered the Phillips Curve", *Journal of Political Economy* 81, Part 2 (marzo/abril, 1973): 496-502.
- Frenkel, Jacob, "Inflation and the Formation of Expectations", *Journal of Monetary Economics* 1, N° 4 (octubre 1975): 403-21.
- Friedman, M., "A Theoretical Framework for Monetary Analysis", *Journal of Political Economy* 78 (marzo/abril 1970): 193-238.
- , "A Monetary Theory of Nominal Income", *Journal of Political Economy* 79 (marzo/abril 1971): 323-37.
- , "Money and Interest Rates". Money and Banking Workshop paper, University of Chicago, enero 17, 1976.
- , *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Chicago: Aldine, 1969.
- Georgescu-Roegen, N., "The Economics of Production", *American Economic Review* 15 (mayo 1970): 1-9.
- Harberger, A. C., "A Modern View of the Phenomenon of Inflation". Trabajo preparado para el Banco Nacional de México, marzo 1975.
- Hicks, J. R., "Mr. Keynes and the 'Classics': A Suggested Interpretation", *Econometrica* 5 (abril 1937): 147-59.
- Keynes, John Maynard, *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London and New York: Macmillan and Co. Ltd., 1936.
- , *A Treatise on Money*. London: Macmillan, 1930, Vol. 2.
- Leijonhufvud, A., *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes: A Study in Monetary Theory*. New York: Oxford University Press, 1968.
- Lucas, R. E. Jr., and Rapping, L. H., "Real Wages, Employment, and Inflation", *Journal of Political Economy* 77 (septiembre/octubre 1969): 721-54.
- Lucas, Robert E., Jr., "Capacity, Overtime, and Empirical Production Functions", *American Economic Review* 15 (mayo 1970): 23-27.
- , "Expectations and the Neutrality of Money", *Journal of Economic Theory* 4 (abril 1972): 103-24.
- , "An Equilibrium Model of the Business Cycle", *Journal of Political Economy* 83 (1975): 1113-45.
- Nelson, James R., *Marginal Cost Pricing in Practice*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1964.
- Pastore, Affonso and Associates, "The Brazilian Market for Used Cars". Trabajo no publicado, University of Sao Paulo, 1975.
- Phelps, E. S., "Money Wage Dynamics and Labor Market Equilibrium", *Journal of Political Economy* 76 (julio-agosto 1968): 678-711.

- Philipps, A. W., "The Relation Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages in the U. K., 1862-1957", *Econometrica* 26 (noviembre 1958): 283-99.
- Robinson, J., *Introduction to the Theory of Employment*. 2d ed. London: Macmillan and Co., Ltd., 1969.
- Rothschild, M., "Models of Market Organization with Imperfect Information: A survey", *Journal of Political Economy* 81, N° 6 (noviembre/diciembre 1973): 1283-1308.
- Stigler, G., "The Economics of Information", *Journal of Political Economy* 69 (junio 1961): 213-25.
- Taubman, Paul, and Wilkinson, Maurice, "User Cost, Capital Utilization and Investment Theory", *International Economic Review* 11, N° 2 (junio 1970): 209-15.
- Tarshis, L., "Changes in Real and Money Wages", *Economic Journal* 49 (marzo 1939): 150-54.