LA TEORIA DE LA FIRMA COMPETITIVA EN DISTINTOS CONTEXTOS INSTITUCIONALES

Patricio Meller *

I. Introducción

El propósito del presente trabajo es examinar, con el instrumental económico-analítico tradicional, la teoría de la firma competitiva en distintos contextos institucionales. La intención es observar la eficacia o ineficacia de dicho instrumental, teniendo como metodología de referencia la teoría de la firma tradicional [1], [2], [3].

Dado que el énfasis del trabajo está en el uso del instrumental económico-analítico, tanto las definiciones de los conceptos básicos como las descripciones de los contextos institucionales serán esquemáticos y operativos.

Comenzaremos definiendo los conceptos básicos: empresa o firma y competencia perfecta.

La empresa es una unidad económica autónoma que toma las decisiones *tecnológicas* relacionadas con la producción de bienes. En otras palabras, la firma es una unidad *técnica* que se dedica a la producción de bienes [4], [3].

En este trabajo se analizará el comportamiento de la firma competitiva, o sea, el comportamiento de una empresa que opera en un mundo de competencia perfecta.

¿Qué se entiende por competencia perfecta? Competencia perfecta es un mundo en el cual una sola empresa no puede influir sobre los precios (tanto de los bienes como de los factores productivos) [5]. En otras palabras, para una empresa que opera en un mundo de competencia perfecta, los precios (de bienes e insumos) son datos exógenos que la empresa *no puede* alterar.

Los supuestos que se requieren para la existencia de un mundo de competencia perfecta en el mercado de un bien determinado, son los siguientes [3]:

1. *Producto homogéneo.* El bien producido por una empresa es idéntico a los bienes producidos por las otras empresas; esto quiere decir que no existen marcas ni etiquetas y que los consumidores no tienen ninguna razón para preferir el bien de una empresa al bien de otra empresa.

2. *Atomicidad.* El número de empresas en cada mercado de bienes y factores es numeroso. Una empresa en particular puede aumentar o disminuir su nivel de producción sin tener impacto en los precios.

---

* Profesor del Instituto de Economía de la Universidad Católica de Chile.

El autor agradece los comentarios, sugerencias y críticas de los profesores del Instituto de Economía, en especial de Vittorio Corbo y Santiago Pérez.

3. *Información perfecta.* Las empresas poseen completa información con respecto a los precios (de bienes y factores) y a la tecnología. De esta manera, ninguna empresa tiene ventajas comparativas para adquirir insumos a precios más reducidos o emplear métodos productivos más eficientes.

Estos tres supuestos nos conducen a que, en un mercado determinado, cada empresa enfrenta un sistema de precios sobre el cual no puede ejercer ninguna influencia.

Esquemáticamente, la teoría de la firma que opera en un mercado competitivo se plantea de la siguiente manera:

a) La empresa produce un solo bien. Este se hace para simplificar el análisis,

b) La empresa parte conociendo los siguientes datos:

i. El precio del bien: p_o

ii. Los precios de los insumos: $r_1, r_2 \ldots r_n$

iii. La tecnología existente para producir el bien, lo cual se expresa a través de la función de producción:

$y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$, en que y es la cantidad del bien a producir y x_i es la cantidad del insumo i, existiendo n insumos necesarios para la producción del bien. Supondremos que la función de producción posee las propiedades matemáticas deseables desde el punto de vista económico [1].

Hay que insistir en que para la empresa, tanto el precio p_o como los precios r_i, así como la relación tecnológica $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$, son datos exógenos que la empresa considera como constantes para la toma de decisiones.

c) Tipo de decisiones que toma la empresa. La empresa tiene que tomar los dos tipos de decisiones siguientes:

i. Selección del método de producción. Esto implica tomar la decisión de ¿cómo se va a producir el bien? o, en otras palabras, decidir la proporción de los insumos que se va a utilizar.

ii. Selección del nivel de producción. Esto implica tomar la decisión de ¿cuánto se va a producir? o, en otras palabras, decidir la escala a la cual va a operar la empresa.

Para la toma de decisiones, la empresa puede adoptar distintos criterios objetivos que dependen del contexto institucional en el cual se halla la empresa. Para evaluar la racionalidad de los distintos criterios en la selección del método de producción se empleará como pauta de comparación el criterio técnico-pecuniario o criterio de economicidad.

Ahora bien, para comparar las decisiones en la selección del nivel de producción de los distintos criterios se empleará como pauta de referencia el criterio de maximización de utilidades, debido *exclusivamente* a que éste es el criterio que emplea la teoría tradicional de la firma competitiva [1], [2].

---

[1] La función de producción $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$ es univalorada, continua y diferenciable y con segunda derivada. Además, $f_i > 0$ (la productividad marginal de cualquier insumo es positiva); $f_{ii} < 0$ (hay rendimientos decrecientes a un factor) y la función y es estrictamente cuasi-cóncava (las isocuantas son convexas con respecto al origen).

II. Criterio de economicidad[2]

El objetivo de este criterio de economicidad es que, una vez conocidos los precios r_i de los distintos insumos, la empresa seleccione aquel método de producción que sea el más económico a los precios r_i dados. De aquí se desprende que este criterio de economicidad lleva implícito un objetivo de *eficiencia técnica* en la selección del método de producción, por cuanto se seleccionará aquel método que utilice la mínima cantidad de recursos económicos, valorándose los insumos x_i a los precios dados r_i.

Definiremos como función de Costo Total de la empresa la función lineal:

$$C = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i + A \qquad (1)$$

en que $\sum_i^n r_i x_i$ representa los costos variables y A los costos fijos.

El problema que la empresa está interesada en resolver es encontrar cuál es el costo mínimo total para cada nivel de producción. O sea, queremos encontrar una relación entre C e y, $C = \psi(y)$, expresión que representa la curva total de costos, a partir de la cual se obtienen las tradicionales curvas de Costo Medio y Costo Marginal por unidad.

Formalmente el problema se plantea así:

$$\text{Min } C = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i + A \qquad (2)$$

$$\text{sujeto a: } \bar{y} = f(x_1, x_2 \ldots x_n) \qquad (3)$$

En palabras, minimizar los costos sujetos a la restricción de que se produzca el nivel de producción $\bar{y}$.

Usando el método de los multiplicadores de Lagrange para problemas de optimización con restricciones, nos queda [1], [3]:

$$\text{Min. } t = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i + A + \lambda \; [\bar{y} - f(x_1, x_2 \ldots x_n)] \qquad (4)$$

en que λ es el multiplicador de Lagrange por determinar y que, además, tiene un claro sentido económico.

Derivando t con respecto a las variables x_i y a λ, obtenemos $(n + 1)$ ecuaciones que nos permiten calcular las $(n + 1)$ incógnitas.

---

[2] Nombre sugerido por el profesor Vittorio Corbo.

Condiciones de primer orden

(Para 2 insumos cualquiera *i* y *j*)

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = r_i - \lambda f_i \text{[3]} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x_j} = r_j - \lambda f_j = 0 \qquad (6)$$

De aquí: $\boxed{\dfrac{r_i}{r_j} = \dfrac{f_i}{f_j}}$ Condición de primer orden para minimizar costos. (7)

O sea, para Cmin, el cuociente de las productividades marginales entre dos factores debe ser igual a la razón de precios de dichos factores.

El multiplicador λ tiene una interpretación económica que se obtiene rápidamente como conclusión del teorema matemático de la envolvente [6]:

$$\lambda = \frac{\textit{variación del valor óptimo de la función objetivo}}{\textit{variación de la restricción}}$$

Si escribimos la expresión (4) como:

$$t = C + \lambda [\bar{y} - f(x_1, x_2 \dots x_n)]$$

al variar la restricción $\bar{y}$, el teorema de la envolvente nos dice que:

$\dfrac{\partial t}{\partial \bar{y}} = \dfrac{\partial C^*}{\partial y}$, o sea, la variación de la función de Lagrange t con respecto a la variación de la restricción $\bar{y}$ es igual a la variación del valor óptimo de la función objetivo C^* con respecto a una pequeña relajación de la restricción $\bar{y}$.

Como $\dfrac{\partial t}{\partial \bar{y}} = \lambda$, resulta entonces que el multiplicador $\lambda = \dfrac{\partial C^*}{\partial y}$, expresión que se conoce como costo marginal.

---

[3] Notación: $f_i = \dfrac{\partial f}{\partial x_j}$

Al resolver el sistema de $(n+1)$ ecuaciones, las variables x_i y λ quedan expresadas en función de los parámetros conocidos: los precios r_i y el nivel dado de producción $\bar{y}$. Sustituyendo los valores de x_i en la ecuación (1) obtenemos el valor de C para un determinado $\bar{y}$. Haciendo variar $\bar{y}$, obtenemos distintos valores de C que nos llevan a la relación:

$$C = \psi(y) + A \tag{8}$$

ecuación que representa la curva de costo mínimo total, siempre que se satisfagan las condiciones de segundo orden. Todos los puntos de C dados por la relación (8) representan puntos de costo mínimo.

Condiciones de segundo orden

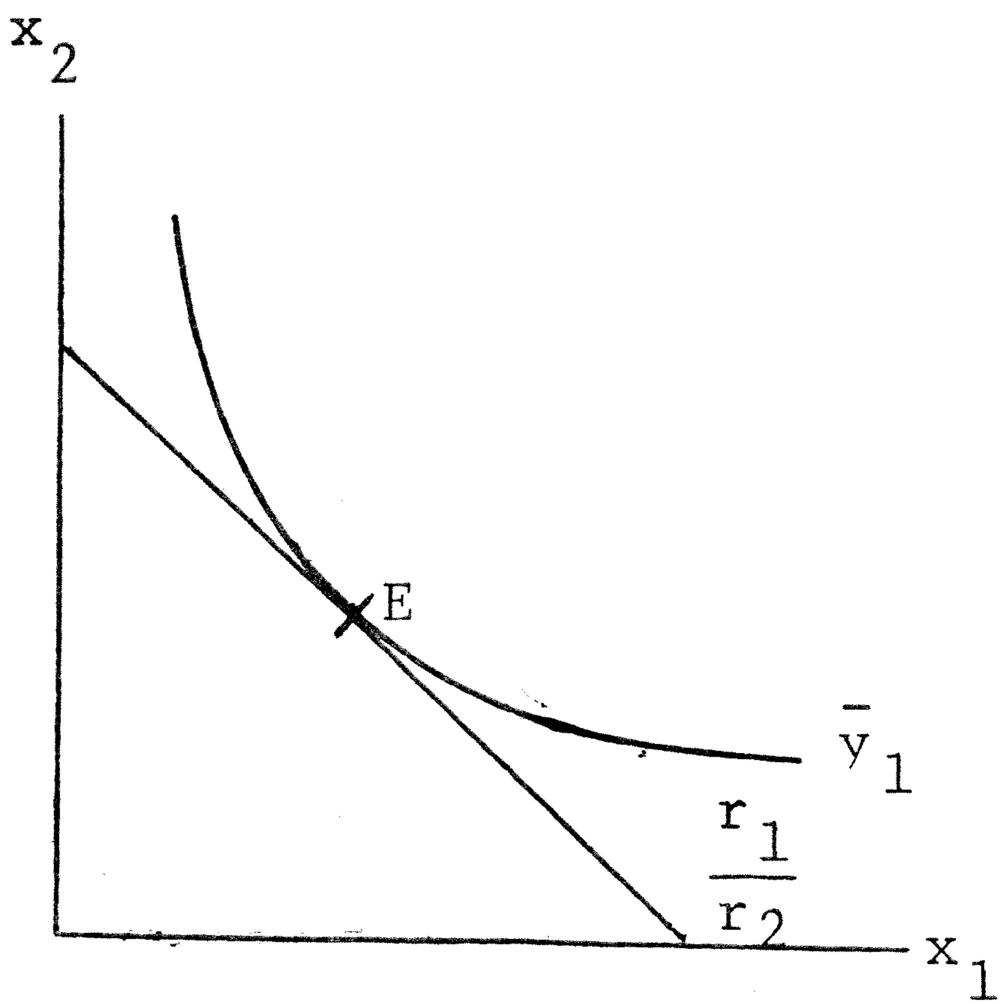
Las condiciones de segundo orden requieren que todos los Hessianos orlados sean negativos (ver [1] o [3]). Estas condiciones de segundo orden son condiciones de suficiencia que sirven para indicar que la solución encontrada a través de las condiciones de primer orden es efectivamente la mínima.

Para visualizar el significado que tienen estas condiciones de primer y segundo orden, vamos a considerar una función de producción: $y = f(x_1, x_2)$, en la que se emplean sólo dos insumos. Gráficamente dicha función nos da el mapa de isocuantas en el plano de los insumos y, para un nivel de producción dado $\bar{y}_1$, tenemos la curva que nos muestra el Gráfico Nº 1. La función de costos totales de acuerdo a la ecuación (1) toma la expresión: $C = r_1x_1 + r_2x_2 + A$, que representa una familia de rectas paralelas en el plano de los insumos (x_1, x_2), con pendiente negativa: $-\dfrac{r_1}{r_2}$ y que recibe el nombre de isocosto.

La empresa minimiza costos en la producción de $\bar{y}$ en el punto E, que señala la tangencia entre la isocuanta y la isocosto (ver Gráfico Nº 1). En ese punto E se verifica que la pendiente de la isocosto: $-\dfrac{r_1}{r_2}$ es igual a la derivada de la función $y = f(x_1\ x_2)$, en que: $\dfrac{dx_2}{dx_1} = -\dfrac{f_1}{f_2}$, o sea: $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{f_1}{f_2}$, que es la condición de primer orden para minimizar costos. En otras palabras, las condiciones de primer orden en la minimización de costos nos determinan el punto de tangencia E entre la isocuanta y la isocosto. Este punto E nos proporciona el método de producción (la relación entre x_1 y x_2) más económico

[4] Si $y = f(x_1, x_2)$, el diferencial total es $dy = f_1dx_1 + f_2dx_2$, pero como para una isocuanta $dy = 0$, de aquí: $\dfrac{dx_2}{dx_1} = -\dfrac{f_1}{f_2}$.

GRÁFICO Nº 1



para la producción de $\bar{y}$. Las condiciones de primer orden nos dan las condiciones necesarias para minimizar costos (Cmin).

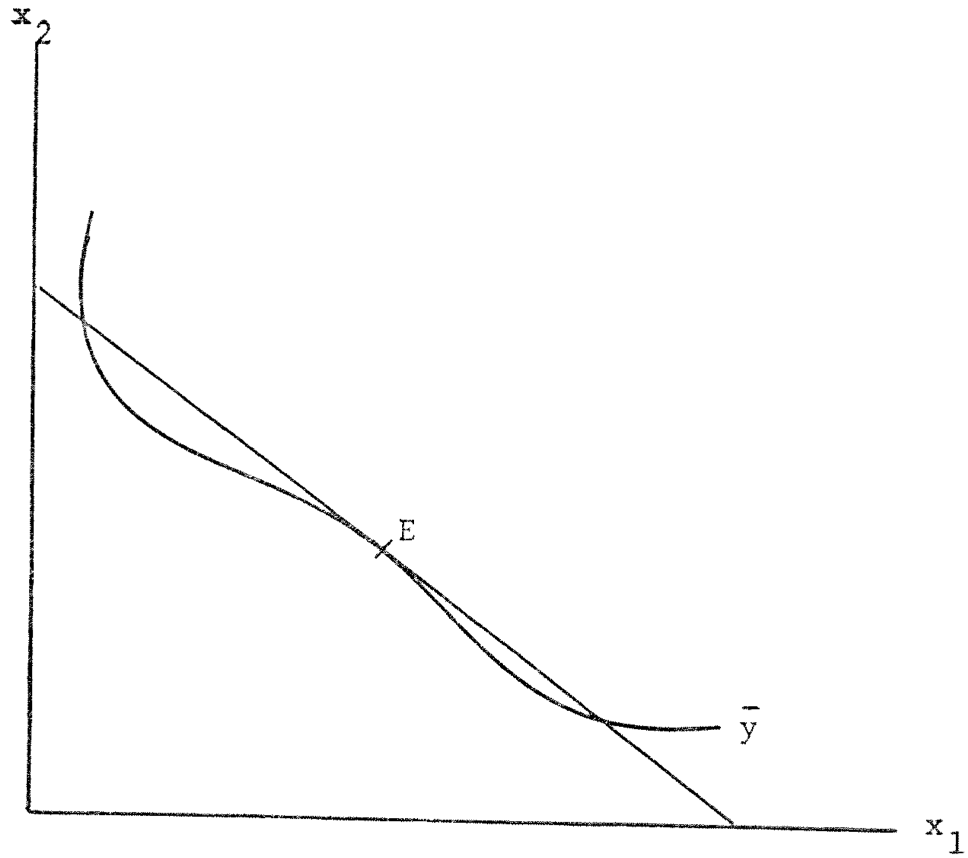
Son las condiciones de segundo orden las que nos dan las condiciones de suficiencia para garantizar que la solución encontrada a través de las condiciones de primer orden es efectivamente un mínimo.

En el Gráfico Nº 2, las condiciones de primer orden nos pueden dar el punto E como solución de Cmin. Esto ha sido factible debido a la concavidad de las isocuantas. Las condiciones de segundo orden tienden a garantizar el hecho de que las isocuantas sean convexas con respecto al origen. En el caso $y = f(x_1, x_2)$, las condiciones de segundo orden son [3]:

$$\begin{vmatrix} -\lambda f_{11} & -\lambda f_{12} & -f_1 \\ -\lambda f_{21} & -\lambda f_{22} & -f_2 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \end{vmatrix} < 0 \qquad (9)$$

La expansión de este determinante nos da la expresión:

GRÁFICO Nº 2



$$-2f_1f_2f_{12} + f^2_1f_{22} + f^2_2f_{11} < 0 \qquad (10)$$

Esta expresión es equivalente a la que se obtiene al estimar directamente la curvatura de la isocuanta del Gráfico Nº 1 a través del segundo diferencial total d^2x_2/dx^2_1. El segundo diferencial debe ser positivo para los problemas de minimización.

Como para una isocuanta se verifica que: $dx_2/dx_1 = -f_1/f_2$, entonces:

$$\frac{d^2x_2}{dx^2_1} = \frac{f_2(f_{11} + f_{12}\dfrac{dx_2}{dx_1}) - f_1(f_{21} + f_{22}\dfrac{dx_2}{dx_1})}{f^2_2} > 0 \qquad (11)$$

Sustituyendo en esta expresión $\dfrac{dx_2}{dx_1} = -\dfrac{f_1}{f_2}$ y luego de algunas simplificaciones se llega a:

$$\frac{d^2x_2}{dx^2_1} = - \frac{f^2_2f_{11} - 2f_1f_2f_{12} + f_{22}f^2_1}{f^3_2} > 0$$

Como $f_2 > 0$, entonces f^3_2 es positivo, y de aquí se concluye que: $-f^2_2f_{11} + 2f_1f_2f_{12} - f^2_1f_{22} > 0$, expresión que es equivalente a la expresión (10) obtenida a través del Hessiano orlado.

En resumen, las condiciones de primer orden dadas por la relación (7) son las necesarias para Cmin.

Como se puede apreciar, el criterio de economicidad nos resuelve el problema de seleccionar el método de producción escogiendo aquel método en el cual $\frac{r_i}{r_j} = \frac{f_i}{f_j}$ o, puesto de otra manera: $\frac{f_i}{r_i} = \frac{f_j}{r_j}$, la productividad marginal del último escudo (E°) gastado en la producción debe ser igual para cada insumo.

Este criterio de economicidad *no* responde a la pregunta de ¿cuánto producir? o el nivel de producción al cual va a operar la empresa.

III. Sistema capitalista

Desde el punto de vista de la teoría de la firma, para caracterizar el contexto institucional del sistema capitalista señalaremos los dos elementos siguientes:

i. Existe la propiedad privada individual de los medios de producción.

ii. El propietario de los medios de producción percibe la utilidad o excedente que genera la empresa.

a) *Sistema capitalista tradicional*

En forma esquemática se podría decir que las empresas que operan en un sistema capitalista tradicional están integradas por dos tipos de individuos [7]:

i. Los trabajadores, que aportan *solamente* su concurso personal (trabajo) y que reciben un ingreso (salario) que está relacionado con el esfuerzo personal que realizan.

ii. Los empresarios, que son los propietarios de los medios de producción. Los empresarios reciben ingresos que están relacionados con el esfuerzo personal que aportan y, además, reciben ingresos adicionales provenientes del hecho de ser los propietarios de los medios de producción, así como también perciben las utilidades que genera la empresa.

La propiedad de los medios de producción, en este caso, le da automáticamente al empresario el derecho a dirigir y controlar la empresa en su totalidad. De este modo, es el empresario quien toma las decisiones técnicas fundamentales dentro de la empresa, vale decir, el tipo de bienes que se produce, su calidad y la cantidad de producción, así como también el método de producción que se va a utilizar, lo que incide en el número de trabajadores que la empresa contratará.

Dado este contexto institucional, resulta claro que los intereses de la empresa son idénticos a los intereses del empresario o dueño de los medios de producción. El objetivo que le conviene perseguir al empresario y que va a adoptar la empresa es: maximizar las utilidades.

1. *Criterio de maximización de utilidades*

La empresa va a tratar de maximizar utilidades, π, teniendo como restricción la tecnología productiva (función de producción) existente.

Las utilidades π se obtienen como diferencia entre los ingresos totales o ventas y los costos de producción.

Utilidades = Ventas − Costos

$$\pi = p_o y - (\Sigma r_i x_i + A) \qquad (12)$$

Veamos cómo, empleando el criterio de maximización de utilidades (πmax), la empresa resuelve las dos decisiones fundamentales que debe tomar: método productivo y nivel de producción.

i. *Selección del método productivo*

La empresa maximiza utilidades, sujeta a la restricción de la tecnología existente.

$$\text{Max } \pi = p_o y - \Sigma r_i x_i - A$$

sujeto a: $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$

Sustituyendo la expresión de la función de producción en la función objetivo, nos queda un problema de maximización sin restricciones:

$$\text{Max } \pi = p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) - \sum_{i=1}^{n} r_i x_i - A \qquad (13)$$

Condiciones de primer orden (Para dos insumos cualquiera, *i* y *j*)

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = p_o f_i - r_i = 0 \qquad (14)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_j} = p_o f_j - r_j = 0 \qquad (15)$$

Las condiciones de primer orden de πmax nos dicen que cada insumo debe ser utilizado hasta el punto en el cual el valor de su productividad marginal $(p_o f_i)$ sea igual al precio del insumo (r_i).

Por otro lado, al dividir las expresiones (14) y (15) obtenemos $\frac{f_i}{f_j} = \frac{r_i}{r_j}$, lo que nos indica que la combinación de insumos que πmax minimiza costos, pues esa es, precisamente, la condición de primer orden que obtuvimos con el criterio de economicidad (ver ecuación 7).

O sea, en la selección del método de producción, el criterio de maximización de utilidades nos lleva a minimizar costos:

$$\pi max \implies C min$$

Condiciones de segundo orden

En este caso, como se trata de un problema de maximización sin restricciones, los Hessianos se tienen que alternar en signos.

$H_1 = f_{11} < 0$ (La productividad marginal del insumo 1 es decreciente)

$H_2 = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} > 0$ (De aquí se concluye que: $f_{22} < 0$)

$$H_3 = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} < 0$$

etc.

ii. *Selección del nivel de producción*

Al seleccionar el método productivo y en forma similar a la señalada para el criterio de economicidad, obtenemos una función de costos que es función del nivel de producción y, o sea, $C = \psi(y) + A$. De modo que la expresión (13) nos queda simplemente como:

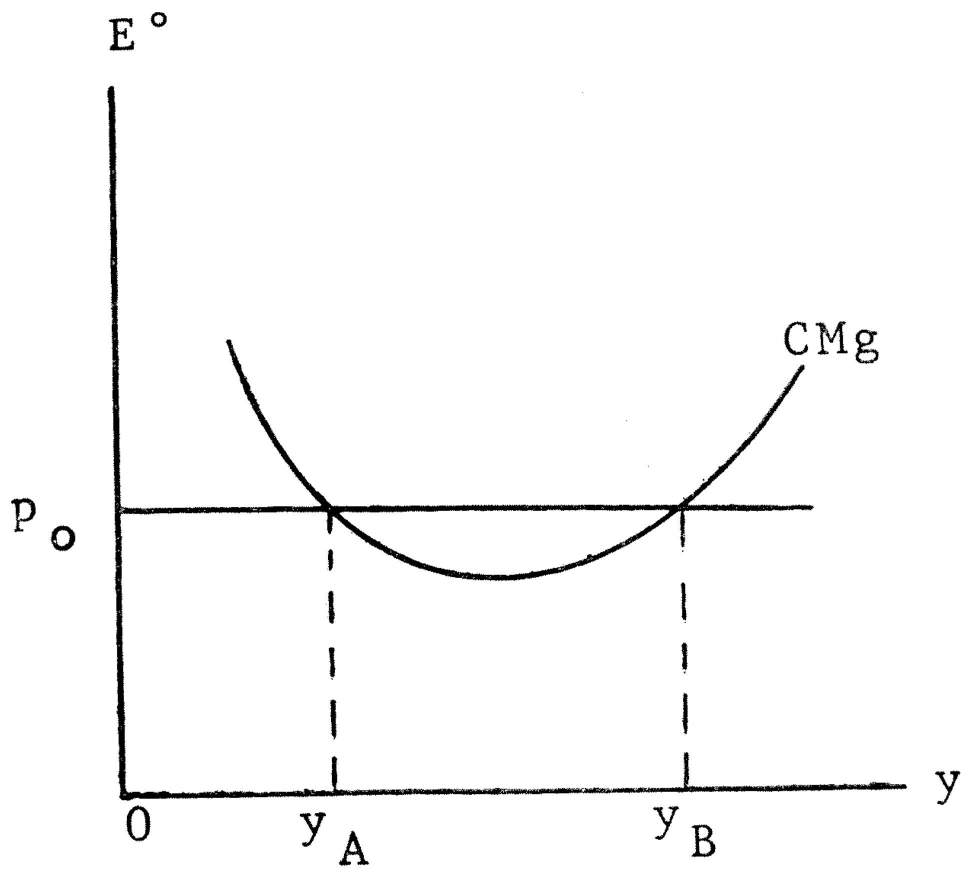
$$\text{Max } \pi = p_o y - \psi(y) - A$$

Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p_o - \psi_y = 0 \qquad (16)$$

Como $\psi_y = \dfrac{\partial C}{\partial y}$, costo marginal de producir una unidad adicional de y, tenemos que la condición de primer orden para πmax en la selección del nivel de producción es producir hasta aquel punto en el cual se igualen el costo marginal (CMg) y el precio del bien (p_o).

GRÁFICO Nº 3



Condiciones de segundo orden

La curva de costo marginal y p_o se igualan en dos niveles distintos de producción: y_A e y_B. ¿Cuál de estos dos niveles de producción πmax? La respuesta la dan las condiciones de segundo orden.

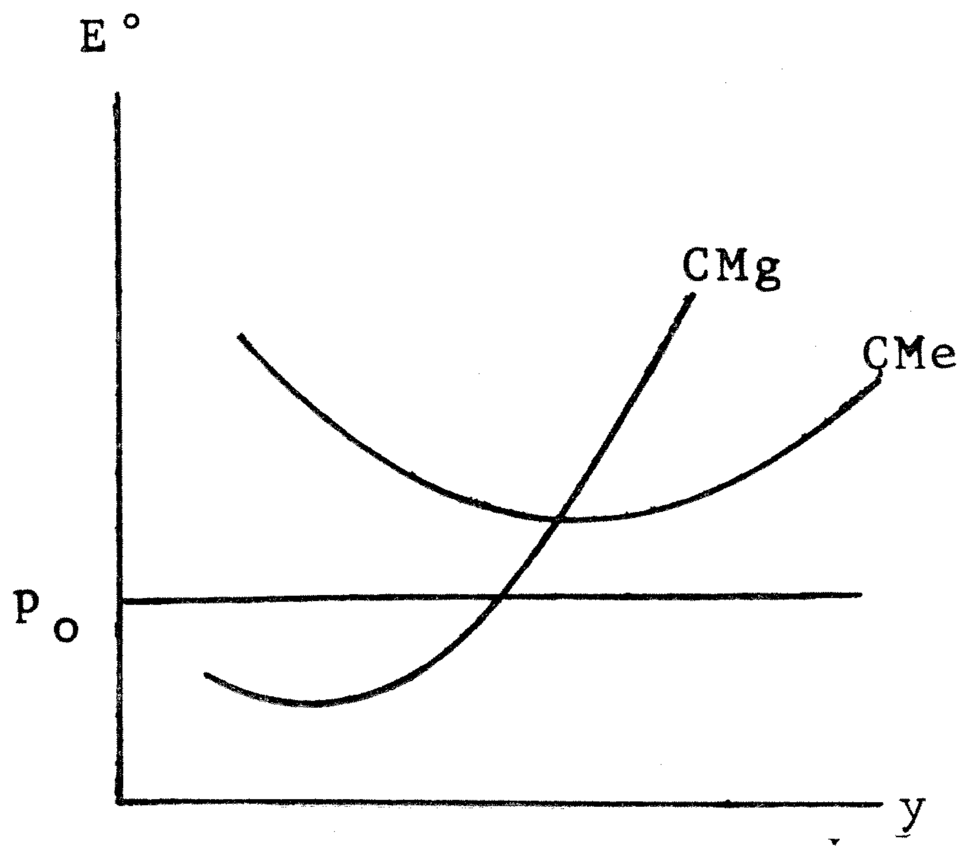
$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial y^2} = -\psi_{yy} < 0 ==> \psi_{yy} > 0 \qquad (17)$$

lo que implica que para πmax la curva de costo marginal debe ser creciente (su pendiente es positiva).

En síntesis, el criterio de πmax nos lleva a seleccionar un método de producción que Cmin, y nos señala que el nivel de producción debe ser aquél en el cual p_o = CMg, en que CMg es creciente.

Por último, para terminar con el criterio de πmax, habría que considerar una opción que tiene la empresa y que no es considerada por el cálculo diferencial. Si en el corto plazo (existen costos fijos) p_o = CMg en un punto en el cual no se alcanzan a cubrir los costos medios variables (ver Gráfico Nº 4), entonces la empresa tiene la opción de no producir para así minimizar las pérdidas.

GRÁFICO Nº 4



b. *Sistema capitalista moderno*

El fenómeno característico que se observa en las empresas que operan en un sistema capitalista moderno es la separación entre administradores o gerentes de empresas y los propietarios de los medios de producción. O sea que estas empresas estarían constituidas por tres tipos de individuos [8].

i. Los trabajadores que, al igual que en el sistema capitalista tradicional, reciben solamente un ingreso relacionado con el esfuerzo personal que aportan.

ii. Los propietarios, que aportan los medios de producción y que perciben las utilidades que genera la empresa. Los accionistas de una empresa son propietarios de la misma y, generalmente, no tienen ningún interés en el manejo de ella, interesándoles tan sólo obtener buenos dividendos.

iii. Los gerentes o ejecutivos, que son quienes tienen a su cargo la toma de decisiones técnicas fundamentales de la empresa. Estos gerentes-técnicos pueden o no tener participación en las utilidades.

En este contexto, como hay una disociación entre quienes toman las decisiones en la empresa y quienes son dueños de los medios de producción, observaremos que los gerentes van a adoptar criterios que favorezcan sus intereses personales, pero sujetos a la restricción de poder seguir manteniendo sus cargos. Examinaremos a continuación dos criterios distintos que podrían adoptar los gerentes: maximización de ventas y maximización de la función gerencial.

1. *Criterio de maximización de ventas*

La evidencia empírica pareciera sugerir que los gerentes se hallan más interesados en maximizar el volumen de ventas (Vmax) que en maximizar utilidades [9], [8]. Las ventas son un indicador más fácil y más rápido de obtener que las utilidades, y existe la tendencia a pensar que si el volumen de ventas es alto, la empresa no puede andar mal.

Por otro lado, un gerente que no tiene participación en las utilidades de la empresa, no tiene la motivación como para aplicar un criterio de πmax. En cambio, es muy posible que considere que tiene más prestigio ser gerente de una empresa grande que de una chica y posiblemente tienda a la maximización de ventas.

Dentro del criterio de Vmax existen tres alternativas aparentemente distintas, pero coincidentes en las conclusiones generales:

1. 1. Vmax sin restricción de utilidades.
1. 2. Vmax condicionado a producir un nivel mínimo de utilidades.
1. 3. Vmax condicionado a producir un nivel mínimo de utilidades y con la posibilidad de hacer propaganda.

1. 1. *Criterio de Vmax sin restricción de utilidades*

No es exacto decir que vamos a tratar de maximizar ventas sin restricción de utilidades. Hay una restricción que tienen las empresas y que es necesario tener presente en este caso. La empresa va a operar sólo mientras las utilidades no sean negativas ($\pi \geqslant 0$) en el largo plazo y, en el corto plazo, mientras la empresa pueda cubrir los costos variables. Si las utilidades son negativas, la empresa se retira del mercado. O sea, la restricción mínima que le podemos poner al criterio de Vmax es que las ventas sean iguales a los costos variables.

Formalmente el problema es:

$$\text{Max } V = p_o y$$

sujeto a: $p_o y - \Sigma r_i x_i = 0$ (ventas = costos variables)

y: $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$ (tecnología existente)

Empleando el multiplicador de Lagrange:

$$\text{Max } t = p_o y + \lambda (p_o y - \Sigma r_i x_i) \tag{18}$$

sujeto a:

$$y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

i. *Selección del método productivo*

Sustituyendo en la expresión (18) el valor de la expresión de la función de producción tenemos:

$$\text{Max } t = p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) + \lambda \ [p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) - \sum_{i=1}^{n} r_i x_i] \tag{19}$$

Condiciones de primer orden (Para dos insumos cualquiera *i* y *j*)

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = p_o f_i + \lambda p_o f_i - \lambda r_i = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial t}{\partial x_j} = p_o f_j + \lambda p_o f_j - \lambda r_j = 0 \tag{21}$$

De aquí se tiene: $(1 + \lambda) p_o f_i = \lambda r_i$ (22)

Claramente se ve que no existe un valor de λ que transforme la expresión (22) en la expresión (14), $p_o f_i = r_i$, condición de primer orden para πmax. O sea que la empresa que se dedica a la maximización de ventas no maximiza utilidades.

Analicemos la expresión (22) para observar la diferencia entre los criterios de Vmax y πmax.

Aplicando el teorema de la envolvente a la expresión (19) obtenemos la interpretación económica del multiplicador λ [6] : λ es el ingreso o venta marginal que se obtiene al aumentar las utilidades en una unidad (de 0 a 1). En este caso, $\frac{\partial V^*}{\partial \pi} < 0$, pues una imposición de un nivel unitario de utilidades nos restringe necesariamente las ventas.

Al aplicar matemáticamente el teorema de la envolvente a la expresión (19) para obtener el signo del multiplicador λ, se tiene:

$$\frac{\partial t}{\partial \pi} = -\lambda = \frac{\partial (p_o y)^*}{\partial \pi} = \frac{\partial V^*}{\partial \pi} < 0 \qquad (23)$$

De aquí: $\underline{\lambda > 0}$

Ahora, despejando en la expresión (22) tenemos:

$$\lambda = \frac{p_o f_i}{r_i - p_o f_i} > 0 \qquad (24)$$

Para que la expresión (24) sea positiva es necesario que: $\underline{r_i > p_o f_i}$. Económicamente esto significa que el valor de la productividad marginal del insumo i en la producción es menor que el precio de dicho insumo. Esto implica que las condiciones de primer orden de Vmax nos llevan a una subutilización de los insumos empleados en la producción, vale decir, cada insumo aporta un menor valor a la producción que el precio que se le está pagando.

Veamos ahora si el criterio de Vmax nos lleva a la minimización de costos.

Dividiendo las expresiones (20) y (21) se obtiene: $\frac{f_i}{f_j} = \frac{r_i}{r_j}$, que corresponde a la condición de primer orden para Cmin. O sea, la empresa que Vmax, minimiza costos.

En síntesis, en la selección del método de producción, el criterio de maximización de ventas nos lleva a minimizar costos, pero no a maximizar utilidades.

$$\text{V max} \implies \text{C min}$$
$$\text{V max} \;\not\Longrightarrow\; \pi \text{ max}$$

Condiciones de segundo orden

Al igual que las condiciones de segundo orden para Cmin y πmax, requieren que las productividades marginales de cada insumo sean decrecientes; además, los Hessianos orlados son equivalentes.

ii. *Selección del nivel de producción*

Sustituyendo en la expresión (19) la función de costos como una función del nivel de producción ,$C = \psi(y)$, expresión obtenida al resolver el problema de la selección del método de producción, se tiene:

$$\text{Max } t = p_o y + \lambda\ [p_o y - \psi(y)] \qquad (25)$$

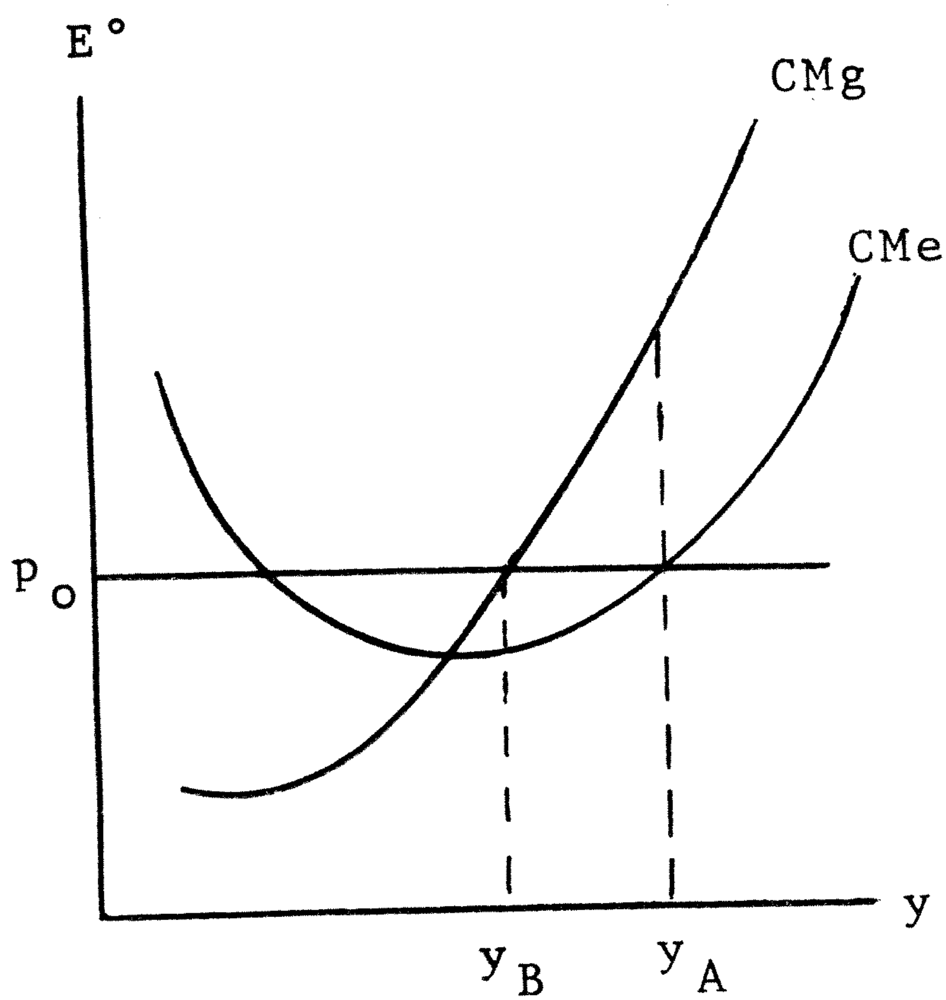
Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial t}{\partial y} = p_o + \lambda p_o - \lambda \psi_y = 0$$

De aquí: $(1+\lambda)p_o = \lambda\psi_y$ (26)

Como $\lambda > 0$, la condición de primer orden para Vmax indica que en el nivel de producción en el cual se maximiza ventas, y_A, el costo marginal (ψ) es mayor que el precio del bien, p_o. Este nos lleva a la conclusión, que coincide con lo que señala el sentido común, de que la empresa que Vmax opera a un nivel de producción mayor que la empresa que πmax (punto y_B en el Gráfico Nº 5).

Gráfico Nº 5



Condiciones de segundo orden

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = -\lambda \psi_{yy} < 0$$

Como $\lambda > 0$, entonces implica que $\psi_{yy} > 0$, o sea, la curva de CMg es creciente. Pero esta condición es irrelevante para el caso de Vmax, por cuanto la curva de costo medio CMe es la relevante para este criterio y, aparentemente, la condición de primer orden pasa a cumplir con las condiciones de necesidad y suficiencia como para señalar el punto y_A (Gráfico Nº 5; punto en que las ventas son iguales a los costos variables) como el punto en que se maximizan las ventas.

En síntesis, el criterio de Vmax nos lleva a seleccionar un método de producción que Xmin, y nos lleva a operar a una escala de producción mayor que la del criterio de πmax.

1.2. *Criterio de Vmax con restricción de utilidades*

Es más realista pensar que los propietarios de los medios de producción o accionistas de la empresa van a estar contentos con la gestión administrativa de los ejecutivos de la empresa sólo mientras ella genere un nivel mínimo aceptable de utilidades, π_o. Esto es, el gerente va a poder seguir en su cargo siempre que la empresa distribuya entre los propietarios (o accionistas) un nivel π_o de utilidades (o dividendos).

Analíticamente este problema se plantea en forma similar al anterior:

$$\text{Max } V = p_o y$$

$$\text{sujeto a: } \pi_o = p_o y - \Sigma r_i x_i$$

$$y: \quad y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

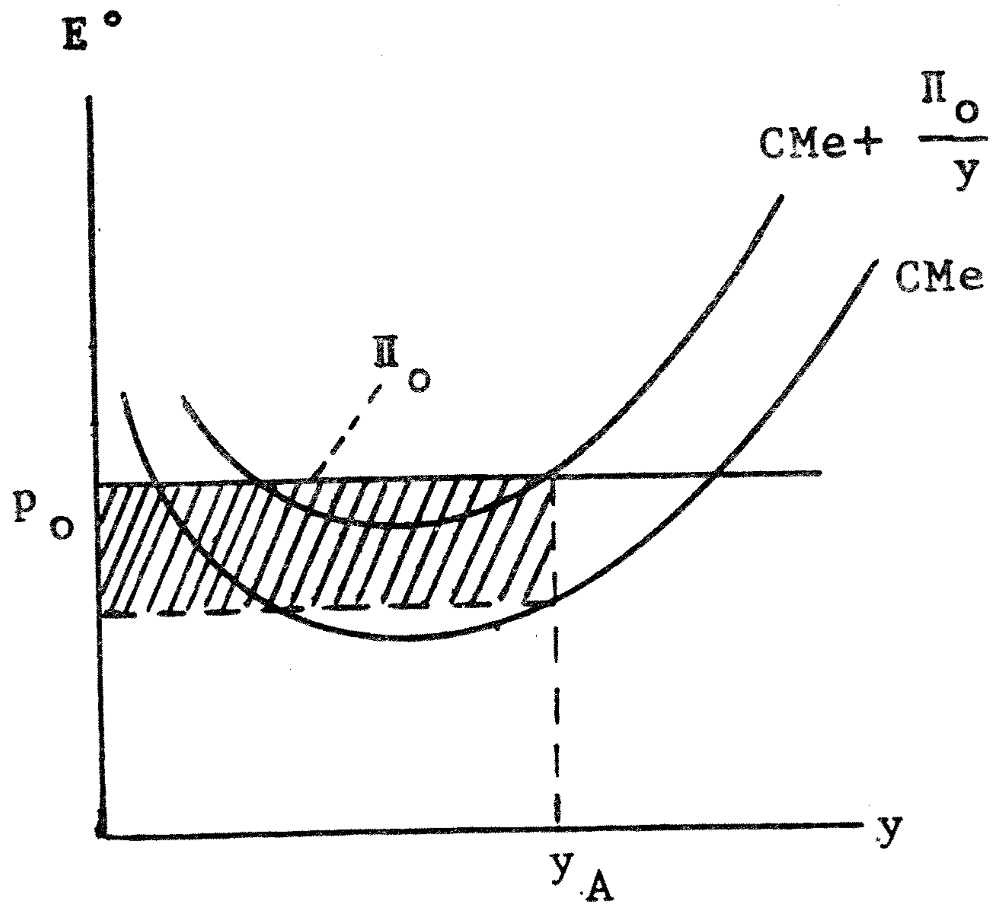
La expresión (19) en este caso tiene una ligera alteración, por cuanto el término constante π_o refleja el nivel mínimo deseable de utilidades que la empresa debe generar para que el gerente no pierda su cargo.

$$\text{Max } t = p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) + \lambda \, [p_o f(x_1 \ldots x_n) - \sum_{i=1} r_i x_i - \pi_0] \quad (27)$$

Este problema se resuelve en forma totalmente análoga al problema anterior de Vmax, sin restricción de utilidades y las conclusiones relacionadas con la selección del método productivo y con el nivel de producción son idénticas.

Ilustraremos sólo gráficamente la determinación del nivel de producción para este caso.

Gráfico Nº 6



Al seleccionar el método productivo obtenemos una relación entre costos y nivel de producción. De aquí podemos obtener la curva de costo medio, CMe.

A esta curva CMe le sumamos $\frac{\pi_o}{y}$, obteniendo la curva $CMe + \frac{\pi_o}{y}$. En la intersección entre esta curva y el precio p_o obtenemos la solución y_A que nos Vmax y que produce el nivel de utilidades π_o.

1. 3. *Criterio de Vmax con restricción de utilidades y con propaganda*

Este caso escapa al marco de competencia perfecta en el cual se está operando, por cuanto aquí se supone que la propaganda nos permite variar los precios de los bienes; o sea, el precio del bien p_o ya no es un parámetro exógeno, sino que una variable controlada por la empresa [9], [10]. Este caso se incluye para indicar que la misma técnica sirve en condiciones distintas a la de la competencia perfecta y, además, para señalar que las conclusiones obtenidas en el caso simple son valederas para casos más complicados.

Los supuestos simplificatorios que generalmente se hacen para establecer la relación entre precio del bien, p, y nivel de propaganda, S, son los siguientes:

—— $p = p(S)$, o sea, el precio del bien es una función del nivel de propaganda.

—— $p_S = \dfrac{dp}{dS} > 0$, o sea, mientras mayor sea la propaganda que haga la empresa, mayor es el precio que puede entrar a cobrar por el producto.

El problema de Vmax con posibilidad de propaganda con restricción de un nivel mínimo de utilidades π_o, y con restricción de la tecnología existente se plantea en forma similar a los casos anteriores:

$$\text{Max } V = p(S)y$$

sujeto a: $\pi_o = p(S)y - \Sigma r_i x_i - aS$

y: $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$

en que $\bar{a}$ es el precio del nivel unitario de propaganda (número de avisos comerciales por día de televisión, por hora en radio, etc.).

La expresión de Lagrange para este caso nos queda así:

$$\text{Max } t = p(S)\, f(x_1, x_2 \ldots x_n) + \lambda\, [p(S) f(x_1 \ldots x_n) - \Sigma r_i x_i - aS - \pi_o] \qquad (28)$$

i. *Selección del método de producción. Condiciones de primer orden*

Derivando la expresión (28) para dos insumos cualquiera *i* y *j*, y para S el nivel de propaganda, se tiene:

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = p(S)f_i + \lambda p(S)f_i - \lambda r_i = 0 \qquad (29)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x_j} = p(S)f_j + \lambda p(S)f_j - \lambda r_j = 0 \qquad (30)$$

$$\frac{\partial t}{\partial S} = p_S f(x_1 \ldots x_n) + \lambda p_S f(x_1 \ldots x_n) - \lambda a = 0 \qquad (31)$$

Dividiendo miembro a miembro las expresiones (29) y (30) tenemos:

$$\frac{(1+\lambda)p(S)f_i}{(1+\lambda)p(S)f_j} = \frac{\lambda r_i}{\lambda r_j} \qquad (32)$$

y simplificando: $\frac{f_i}{f_j} = \frac{r_i}{r_j}$

condición de primer orden para Cmin.

Dividiendo ahora las expresiones (29) y (31) y simplificando:

$$\frac{p(S)f_i}{p_S f(x_1 \ldots x_n)} = \frac{r_i}{a} \qquad (33)$$

De las expresiones (32) y (33) se concluye que la empresa minimiza costos para todos los insumos, salvo para la propaganda.

Las condiciones de segundo orden, así como las condiciones para la selección del nivel de producción, nos llevan a conclusiones similares a las que se obtuvieron para casos anteriores de Vmax.

En resumen, al utilizar el criterio de maximización de ventas se observan las siguientes características:

– Vmax implica Cmin, o sea, la empresa selecciona un método de producción que minimiza costos.

– Al Vmax se observa que $p_o f_i < r_i$, o sea, los insumos no están siendo plenamente utilizados.

– Al Vmax se observa que $P_o < CMg$, o sea, la empresa opera a un nivel de producción mayor que el de la empresa que se dedica a πmax.

2. *Criterio de maximización de la función gerencial*

Por función gerencial se entiende la función de utilidad o satisfacción personal del gerente. Como ya se señaló previamente, los gerentes son quienes toman las decisiones más importantes en la empresa y, si bien ellos no reciben las utilidades que la empresa genera, en cambio obtienen otras cosas: prestigio, satisfacción personal, pseudosalario, etc. La única restricción que tienen los gerentes para seguir en la gerencia de la empresa es que ésta produzca un nivel mínimo aceptable de utilidades π_o para dejar contentos a los accionistas o propietarios [8], [10].

Sea G la función gerencial o función de satisfacción del gerente. Como el gerente es el que toma las decisiones en torno a todos los insumos que se adquieren, vamos a suponer que cada insumo que contrata le reporta una cierta satisfacción. Esto resulta bien claro para insumos tales como lindas secretarias, amplias oficinas, lujoso amoblado, etc. [10]. Luego, $G = G(x_1, x_2 \ldots x_n)$. Supondremos que el gerente toma las decisiones en la empresa tratando de maximizar la función gerencial G, pero sujeto a la restricción de producir un nivel mínimo de utilidades π_o para poder seguir disfrutando de su puesto de gerente. Formalmente el problema se plantearía así:

$$\text{Max } G = G(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

$$\text{sujeto a: } \pi_o = p_o y - \sum_{i=1}^{n} r_i x_i$$

$$\text{y: } y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

Empleando el método de los multiplicadores de Lagrange nos queda:

$$\text{Max } t = G(x_1, x_2 \ldots x_n) + \lambda (p_o y - \Sigma r_i x_i - \pi_o) \tag{34}$$

i. *Selección del método productivo*

Sustituyendo en la expresión (34) el valor de y:

$$\text{Max } t = G(x_1, x_2 \ldots x_n) + \lambda [p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) - \Sigma r_i x_i - \pi_o] \tag{35}$$

Condiciones de primer orden

Derivando la expresión (35) para dos insumos cualquiera *i* y *j*:

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = G_i + \lambda p_o f_i - \lambda r_i = 0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial t}{\partial x_j} = G_j + \lambda p_o f_j - \lambda r_j = 0 \tag{37}$$

Dividiendo las expresiones (36) y (37) y haciendo las respectivas simplificaciones, nos queda:

$$\frac{f_i}{f_j} = \frac{\lambda r_i - G_i}{\lambda r_j - G_j} \tag{38}$$

En la expresión (38) no existe un valor de λ que transforme dicha expresión en la relación (7), $\frac{f_i}{f_j} = \frac{r_i}{r_j}$ de Cmin. O sea, los métodos productivos seleccionados por medio del criterio de maximización de la función gerencial no son los métodos más eficientes desde el punto de vista técnico.

$$\text{Gmax} \;=\!\neq\!=> \; \text{Cmin}$$

G_i es la utilidad o satisfacción marginal que obtiene el gerente al contratar una unidad adicional de insumo i. Es lógico suponer que $G_i > 0$, por cuanto el gerente, siendo un individuo racional, va a contratar un nuevo insumo sólo en la medida en que le reporte una satisfacción adicional. Además, no hay ninguna razón para que $G_i = G_j$ para cualquier par de insumos i y j $(i \neq j)$. La satisfacción marginal de contratar una linda secretaria no tiene por qué ser igual a la satisfacción marginal de adquirir un sillón más cómodo.

Para analizar la utilización de los insumos examinaremos la expresión (36) ligeramente modificada:

$$r_i - p_o f_i = \frac{G_i}{\lambda} \tag{39}$$

El multiplicador λ representa económicamente la satisfacción marginal que obtiene el gerente ante una relajación en la restricción de utilidades π_o. O sea, si disminuye π_o, aumenta G, luego $\frac{\partial G^*}{\partial \pi_o} < 0$. Y para λ al aplicar el teorema de la envolvente:

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_o} = -\lambda = \frac{\partial G^*}{\partial \pi_o} < 0 \;===> \lambda > 0$$

Luego, en la expresión (39), como $G_i > 0$ y $\lambda > 0$, entonces: $\underline{r_i > p_o f_i}$, lo que significa que al Gmax hay una subutilización de los insumos (el precio del insumo es mayor que su productividad marginal).

En síntesis, en la selección del método de producción, el criterio de maximización de la función gerencial *no* nos lleva la minimización de costos y, además, nos significa una subutilización de insumos (no hay πmax).

$$\text{G max} \;=\!\neq\!=> \; \text{C min}$$

$$\text{G max} \;=\!\neq\!=> \; \pi \text{ max}$$

Condiciones de segundo orden

Para un insumo cualquiera:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x_i^2} = G_{ii} + \lambda p_o f_{ii} > 0$$

Bastaría que $G_{ii} < 0$ y $f_{ii} < 0$, expresiones que sí tienen sentido económico, para que:

$\frac{\partial^2 t}{\partial x_i^2} < 0 \cdot G_{ii} < 0$ implica una utilidad marginal decreciente; $f_{ii} < 0$ implica rendimientos decrecientes a un factor.

Habría que examinar los determinantes menores principales del Hessiano orlado para obtener otras condiciones que debe cumplir la función gerencial. Dado que esto no nos va a aportar elementos relevantes para este trabajo, se omitirá dicho análisis.

ii. *Selección del nivel de producción*

Sustituyendo en la expresión (34) el valor de los insumos x_i en función de y, nos queda[5]:

$$\text{Max } t = G(y) + \lambda \left| p_o y - \psi(y) - \pi_o \right| \qquad (40)$$

Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial t}{\partial y} = G_y + \lambda p_o - \lambda \psi_y = 0 \qquad (41)$$

De aquí:

$$\frac{G_y}{\lambda} + p_o = \psi_y \qquad (42)$$

---

[5] Hay que recordar que $\psi(y)$ no es una función de costo *mínimo,* sino que, simplemente, una función de costos que depende de la función gerencial.

Como ya se vio antes, $\lambda > 0$; pero el signo de G_y es indeterminado, por cuanto G_y indica la utilidad o satisfacción marginal que tiene el gerente al aumentar la producción, y no resulta claro si la satisfacción del gerente aumenta o disminuye al variar la producción. Aumentar la producción puede significarle una mayor satisfacción por el hecho de dirigir una empresa más grande, pero también puede ocasionarle una insatisfacción, por cuanto aumentan los problemas que tiene a su cargo. O sea, al Gmax no está determinado si el nivel de producción es mayor, menor o igual que aquel que se obtiene con el criterio de πmax(p_o = CMg).

Condiciones de segundo orden

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = G_{yy} - \lambda \psi_{yy} < 0$$

Para que las condiciones de primer orden nos den una solución que Gmax, bastará que $G_{yy} < 0$ (utilidad marginal decreciente) y $\psi_{yy} < 0$ (costo marginal creciente).

En resumen, al utilizar el criterio de maximización de la función gerencial se observan las siguientes características:

– Gmax no implica Cmin, o sea, la empresa emplea un método de producción que *no* minimiza costos.

– Al Gmax se observa que $p_o f_i < r_i$, o sea, los insumos no están siendo plenamente utilizados.

– Al Gmax no es posible especificar si la empresa opera a un nivel de producción mayor, menor o igual que el de la empresa que se dedica a πmax.

Este criterio se puede complicar un poco introduciendo distintas variables económicas en la función gerencial G (por ejemplo, la toma de decisiones de inversión con respecto a las utilidades no distribuidas de la empresa) [8], [10]. Sin embargo, no se alteran en absoluto las conclusiones obtenidas.

IV. Sistema socialista

La caracterización del contexto institucional del sistema socialista la haremos en contraposición a la que se hizo previamente para el sistema capitalista. Dada la variedad de posibles sistemas socialistas, en primera instancia se señalarán los elementos característicos en forma combinada para los distintos modelos de socialismo. Al estudiar cada modelo socialista en forma aislada, se especificarán sus elementos característicos.

Los elementos característicos del sistema socialista [6] pertinentes para la teoría de la firma competitiva son los siguientes:

i. No existe la propiedad privada individual de los medios de producción. Los medios de producción pertenecen ya sea al Estado o al colectivo de trabajadores que los utilizan.
ii. Existe un solo tipo de individuos dentro de la empresa: trabajadores. De estos trabajadores, uno (o varios) es designado gerente de la empresa. La designación del gerente de la empresa es efectuada ya sea por el Estado o por la asamblea de trabajadores de la empresa. La función del gerente es puramente administrativa, por cuanto debe implementar los criterios de decisión que le imponen el Estado o la asamblea de trabajadores.
iii. En relación a las utilidades que las empresas generan, existen varias alternativas: el Estado se apropia de todas las utilidades; los trabajadores de la empresa se reparten entre ellos las utilidades; una combinación de estas dos alternativas: el Estado se apropia de una parte de las utilidades y los trabajadores se reparten el resto.

a) *Sistema de empresas de trabajadores*

Este sistema de empresas de trabajadores posee las siguientes características:

i. Los trabajadores de la empresa son dueños de los medios de producción. Pero también podría contemplarse la posibilidad de que el Estado sea dueño de los medios de producción y se los arriende a los trabajadores, quienes pagan un monto fijo anual que la empresa carga a los costos fijos de operación. Ambas situaciones pueden ser tratadas idénticamente desde el punto de vista formal, pero hay que tener presente que corresponden a distintas situaciones institucionales y por ello presentan diferentes problemas prácticos.
ii. Las utilidades que la empresa genera son repartidas entre los trabajadores de dicha empresa.
iii. La asamblea de trabajadores define el criterio de toma de decisiones de la empresa. Puesto que el ingreso que reciben los trabajadores está constituido por el salario y la parte correspondiente de las utilidades, resulta lógico que la asamblea de trabajadores le dé como instrucción al gerente de la empresa en la toma de decisiones, el criterio de maximización del ingreso medio por trabajador [11], [12], [13].

1. *Criterio de maximización del ingreso medio por trabajador*

Sea $y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$ la función de producción que representa la tecnología productiva existente. Identificaremos al insumo x_1 como el correspon-

---

[6] Estas son las características para una empresa socialista que está funcionando. No se consideran los problemas de cómo se constituye una empresa.

diente al trabajo, siendo r_1 la tasa de salarios. El ingreso medio por trabajador está constituido por la suma del salario que recibe, r_1, más la distribución de las utilidades que genera la empresa π, entre todos los trabajadores, o sea: $\frac{\pi}{x_1}$; es decir, el ingreso medio por trabajador es: $r_1 + \frac{\pi}{x_1}$. Como la tasa de salarios r_1 es un parámetro exógeno constante, para maximizar el ingreso medio por trabajador bastará con maximizar $\frac{\pi}{x_1}$ [11].

Supondremos, además, que la empresa paga una renta anual fija R que se puede considerar, ya sea como pago al Estado por el uso de los medios de producción, o bien, como una tributación fija. El valor de R tiene que ser positivo, pues si $R < 0$ (subsidio) puede inducir a la empresa a maximizar el ingreso medio por trabajador, reduciendo el número de trabajadores a cero. Supondremos que R tiene un valor significativo, aunque no lo suficientemente grande como para que la empresa no tenga utilidades netas positivas [12]. Para simplicidad del análisis, supondremos que R está incluido en los costos fijos A.

Manteniendo la notación anterior, en que las utilidades π eran igual a la diferencia entre las ventas, $p_o y$, y los costos, tenemos que el criterio de la maximización del ingreso medio (maximización de $\frac{\pi}{x_1}$), teniendo como restricción la tecnología existente, se planteará así:

$$\text{Max } \frac{\pi}{x_1} = \frac{1}{x_1} \left(p_o y - \sum_{i=1}^{n} r_i x_i - A\right) \tag{43}$$

sujeto a:

$$y = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

i. *Selección del método productivo*

Sustituyendo el valor de y de la función de producción en la expresión (43), tenemos:

$$\text{Max } \frac{\pi}{x_1} = \frac{1}{x_1} \left[p_o f(x_1, x_2 \ldots x_n) - \sum_{i=1}^{n} r_i x_i - A\right] \tag{44}$$

Condiciones de primer orden

Derivando la expresión (44) con respecto al insumo trabajo x_1, y con respecto a dos insumos cualquiera *i* y *j* ($i, j \neq 1$):

$$\frac{\partial\left(\frac{\pi}{x_1}\right)}{\partial x_1} = \frac{x_1(p_o f_1 - r_1) - [p_o f(x_1 \ldots x_n) - \Sigma r_i x_i - A]}{x_1^2} = 0 \tag{45}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\pi}{x_1}\right)}{\partial x_i} = \frac{p_o f_i - r_i}{x_1} = 0 \tag{46}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\pi}{x_j}\right)}{\partial x_j} = \frac{p_o f_j - r_j}{x_1} = 0 \tag{47}$$

De la expresión (45) se tiene que:

$$x_1 p_o f_1 - p_o f(x_1 \ldots x_n) + \sum_{i=2}^{n} r_i x_i + A = 0$$

$$p_o f_1 = \frac{p_o f(x_1 \ldots x_n) - \sum_{i=2}^{n} r_i x_i - A}{x_1}$$

$$p_o f_1 = \frac{\pi + r_1 x_1}{x_1}$$

$$p_o f_1 = \frac{\pi}{x_1} + r_1 \tag{48}$$

Las expresiones (46) y (47) nos dan, respectivamente:

$$p_o f_i = r_i \tag{49}$$

$$p_o f_j = r_j \tag{50}$$

Interpretemos ahora el sentido económico de las condiciones de primer orden para maximizar el ingreso medio por trabajador:

Dividiendo miembro a miembro las expresiones (49) y (50) obtenemos $\frac{f_i}{f_j} = \frac{r_i}{r_j}$. O sea, la empresa está adoptando aquellos métodos productivos que minimizan costos para todos los insumos *i* y *j*, con excepción del insumo de mano de obra x_1 (dividiendo las expresiones (48) y (49) se obtiene $\frac{f_1}{f_i} = \frac{\pi}{x_1 r_i} + \frac{r_1}{r_i}$, condición que no corresponde a la de Cmin). Por otro lado, interpretando separadamente las expresiones (49) y (50) se observa que corresponden a las condiciones de primer orden de πmax de la teoría tradicional de la firma: los insumos están siendo plenamente utilizados, o sea, el precio de cada insumo es igual al valor de su productividad marginal.

Veamos qué sucede con el insumo mano de obra. En la expresión (48) el valor de la productividad marginal de la mano de obra se iguala con la remuneración total que recibe del trabajo (el pago de salarios r_1 más su participación en las utilidades $\frac{\pi}{x_1}$). Pero esto implica que el valor de la productividad marginal del trabajo es mayor que la tasa de salarios: $\underline{p_o f_1 > r_1}$, lo que significa que la empresa va a contratar un trabajador adicional solamente si su contribución al ingreso medio por trabajador es mayor que el costo del trabajador. La conclusión que de aquí se desprende es que la empresa que maximiza el ingreso medio por trabajador contrata un menor número de trabajadores que la empresa que maximiza utilidades [11], [12].

Condiciones de segundo orden

Estas condiciones son similares a las condiciones de segundo orden para el criterio de πmax, con una ligera complicación para el insumo x_1. No obstante, dichas condiciones garantizan que la solución obtenida gracias a las condiciones de primer orden nos dan efectivamente un máximo [11], [12].

ii. *Selección del nivel de producción*

Sustituyendo en la expresión (44) la función de costos (obtenida al seleccionar el método productivo) como una función del nivel de producción $C = \psi(y)$, y además el insumo x, como otra función de y, $x_1 = g(y)$

$$\text{Max } \frac{\pi}{g(y)} = \frac{1}{g(y)} [p_o y - \psi(y) - A] \qquad (51)$$

Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \left(\dfrac{\pi}{g(y)}\right)}{\partial y} = \frac{g(y)\,[p_o - \psi_y] - g_y\,[p_o y - \psi(y) - A]}{[g(y)]^2} = 0 \qquad (52)$$

Sustituyendo en la expresión (52) $g(y)$ por x_1, $p_o y - \psi(y) - A = \pi$, tenemos:

$$x_1 (p_o - \psi_y) = \pi g_y \qquad (53)$$

y como $\psi_y = CMg$

$$p_o = CMg + \frac{\pi g y}{x_1} \qquad (54)$$

Para funciones de producción homogéneas de grado igual o mayor a 1 y elasticidades de sustitución constantes y finitas (condición suficiente, ver [20]), g_y es positivo. Por otro lado, π y x_1 son positivos; luego, $p_o > CMg$ [7], lo que implica que la empresa que maximiza el ingreso medio por trabajador opera a un nivel de producción menor que la empresa que πmax. Esto coincide con lo señalado por Vanek [13], de que en un sistema económico constituido por empresas de trabajadores, en cada industria habría un mayor número de empresas más pequeñas que en un sistema económico que se rigiera por el criterio de πmax.

Observando la expresión (54), cabe señalar que si el término $\frac{\pi g y}{x_1}$ se hace pequeño en relación al costo marginal, entonces la escala de producción se aproxima bastante a la de la empresa que πmax. Este término $\frac{\pi g y}{x_1}$ se hace pequeño si el denominador crece, o sea, si se trata de empresas que emplean un alto número de trabajadores; dicho término también se hace pequeño si el numerador disminuye, y el Estado tendría el mecanismo para hacer reducir π aumentando la renta fija anual R (o tributación fija) que debe pagar la empresa, ya sea por el uso de los bienes de producción o como tributación a las empresas. Nótese que las variables x_1 y π actúan en la misma dirección en la expresión (48). Vale decir, el Estado dispone de un mecanismo de control que es la renta fija anual R que cobra a las empresas, para inducir a las empresas a aumentar su nivel de producción y, en consecuencia, aumentar el número de trabajadores que emplea (ver relación (48) en que al subir R provoca una disminución en π, lo que se traduce en una mayor similitud entre el valor de

---

[7] Hay que hacer notar que si bien la curva CMg de este caso no es la misma que la del criterio de πmax, ello no altera la conclusión obtenida.

la productividad del trabajo $p_o f_1$ y la tasa de salarios r_1, todo lo cual trae consigo un aumento en el número de trabajadores contratados por la empresa).

Condiciones de segundo orden

$$\frac{\partial^2\left(\frac{\pi}{g(y)}\right)}{\partial y^2} = \frac{[g(y)]^2[g_y(p_o - \psi_y) - g(y)\psi_{yy} - g_{yy}(p_o y - \psi(y) - A) - g_y(p_o - \psi_y)]}{[g(y)]^4}$$

$$-2g(y)\, g_y [g(y)\,(p_o - \psi_y) - g_y(p_o y - \psi(y) - A)]$$

Sustituyendo: $g(y) = x_1$, $p_o y - \psi(y) - A = \pi$ y analizando sólo el numerador, por cuanto el denominador es claramente positivo, nos queda luego de eliminar términos que se cancelan:

$$x_1^2 [-x_1 \psi_{yy} - g_{yy} \pi] - 2x_1 g_y [x_1 (p_o - \psi_y) - \pi g_y] < 0$$

Esta expresión tiene que ser negativa para que la solución obtenida con las condiciones de primer orden sea efectivamente un máximo.

$$-x_1^3 \psi_{yy} - x_1^2 g_{yy} \pi - 2x_1^2 g_y (p_o - \psi_y) + 2x_1 \pi (g_y)^2 < 0 \qquad (56)$$

Multiplicando esta expresión por $\frac{1}{2} x_1^2 (g_y)^2$ nos queda:

$$-\frac{\psi_{yy} x_1}{2(g_y)^2} - \frac{\pi g_{yy}}{2(g_y)^2} - \frac{p_o - \psi_y}{g_y} + \frac{\pi}{x_1} < 0 \qquad (57)$$

Pero por las condiciones de primer orden, $\frac{p_o - \psi_y}{g_y} = \frac{\pi}{x_1}$ (ecuación 53), la

ecuación (57) se reduce a:

$$-\frac{\psi_{yy} x_1}{2(g_y)^2} - \frac{\pi g_{yy}}{2(g_y)^2} < 0 \qquad (58)$$

Simplificando esta expresión:

$$\psi_{yy} + \frac{\pi}{x_1} g_{yy} > 0 \tag{59}$$

Como se ha supuesto que $\frac{\pi}{x_1} > 0$, entonces para que la expresión (59) sea positiva, es suficiente que $\psi_{yy} > 0$ (curva de costo marginal creciente) y que $g_{yy} > 0$. Pero además existe la posibilidad de que la curva de costo marginal sea decreciente y que la expresión (59) sea positiva, lo que nos va a garantizar que la solución obtenida en las condiciones de primer orden corresponde a un punto máximo.

En resumen, en una empresa que utiliza el criterio de maximización del ingreso medio por trabajador $(\frac{\pi}{x_1})max$, se observan las siguientes características:

— $(\frac{\pi}{x_1})max$ implica Cmin para todos los insumos que la empresa utiliza, con excepción del insumo trabajo.

— Al emplear el criterio de $(\frac{\pi}{x_1})max$ la empresa contrata trabajadores en aquel punto en que $p_o f_1 = \frac{\pi}{x_1} + r_1$, o sea, donde la productividad marginal de la mano de obra se iguala con la remuneración total que recibe el trabajador. Luego, $p_o f_1 > r_1$, lo que significa que la empresa que $(\frac{\pi}{x_1})max$ contrata un menor número de trabajadores que la empresa πmax.

— Al emplear el criterio de $(\frac{\pi}{x_1})max$ para el resto de los insumos utilizados por la empresa, se observa que $p_o f_1 = r_i$ $(i \neq 1)$, o sea que los insumos están siendo plenamente utilizados.

— Al emplear el criterio de $(\frac{\pi}{x_1})max$ se observa que $p_o = CMg + \frac{\pi}{x_1 f_1}$, o sea, $p_o > CMg$, lo que significa que la empresa opera a un nivel de producción menor que el de la empresa que πmax.

— El Estado, empleando el mecanismo de la renta fija anual R (arriendo de los medios de producción o tributación fija de las empresas), puede influir en la toma de decisiones de la empresa induciéndola a operar a un nivel de producción mayor y/o contratar a un mayor número de trabajadores [12], [14].

b) *Sistema de empresas estatales*

Este sistema de empresas estatales posee las siguientes características:

i. El Estado es el dueño de los medios de producción. El Estado fija el precio de los bienes e insumos y las empresas estatales, al igual que las empresas que operan en mercados competitivos, consideran dichos precios como parámetros exógenos [15].

ii. El Estado capta las utilidades que genera la empresa y decide el uso que se les dará.

iii. El Estado no controla directamente a las empresas, pero para inducir a éstas a que se ajusten al plan económico elaborado por el Estado, éste utiliza un mecanismo de incentivos.

Las empresas tienen, pues, cierta libertad en la toma de las decisiones productivas fundamentales [4], [11].

Este mecanismo de incentivos señala la diferencia fundamental entre este modelo de empresas estatales y el modelo competitivo de Lange [15]. De acuerdo a Lange, para inducir a las empresas a ser eficientes en la selección del método de producción y para que generen el máximo de excedentes, el Estado les proporcionaría las dos reglas siguientes [15]:

– Escoger aquellos métodos de producción que minimizan costos.

– La escala de producción debe ser tal que $p_o = CMg$.

Estas dos sencillas reglas resuelven los problemas de las decisiones que deben tomar las empresas y las hace comportarse en forma idéntica a aquellas empresas que maximizan utilidades.

Una objeción seria a este modelo es preguntar: ¿qué impide a las empresas desobedecer las dos reglas de decisión que les da el Estado? Esto lleva a pensar que el Estado va a tener que establecer un vasto sistema de control (dado el gran número de empresas) para que las empresas cumplan con sus instrucciones. Resulta evidente que un sistema de control tan vasto tiene un alto costo económico, costo que puede llegar a eliminar los excedentes que las empresas generan [16].

Como ya se señaló previamente, un mecanismo de incentivos puede llevar a las empresas a que cumplan el plan económico elaborado por el Estado.

1. *Generalización del criterio de maximización de utilidades*

Un sistema económico de empresas estatales se caracteriza por tener un complicado sistema de incentivos. Debido a ello se hace necesario sustituir el concepto simple de función de producción que se estaba utilizando hasta ahora ($y = f[x_1, x_2 \ldots x_n]$), que implicaba que la empresa producía un solo bien: y. Vamos a relajar ese supuesto, suponiendo que la empresa produce S bienes y que usa u insumos. La función de producción implícita se puede escribir como [3]:

$$H(y_1, y_2 \dots y_s, x_1, x_2 \dots x_n) = 0 \qquad (60)$$

Supondremos que esta función posee las mismas propiedades que la función de producción $y = f(x_1 \dots x_n)$ (es continua y tiene primera y segunda derivada con los signos adecuados). Para simplificar la notación en la expresión (60), haremos $y_{s+j} = -x_j$ $(j = 1 \dots n)$. Luego, la expresión (60) nos queda como:

$$F(y_1, y_2 \dots y_m) = 0 \qquad (61)$$

en que $m = s + j$, y valores positivos de y representan bienes, mientras que valores negativos de y representan insumos.

Vamos a deducir las condiciones de equilibrio para πmax en este caso general, para tenerlas como pauta de comparación para el análisis del comportamiento de las empresas estatales.

Las utilidades π quedarán expresadas por la relación:

$$\pi = \sum_{i=1}^{m} p_i y_i \qquad (62)$$

en que p_i $(i = 1 \dots s)$, refleja el precio de los s bienes, y $P_{s+j} = r_j$ $(j = 1 \dots n)$ es el precio de los insumos. Luego, la expresión (62) expresa la diferencia entre las ventas y los costos, suponiendo que no hay costos fijos.

La maximización de utilidades está sujeta a la restricción de la función de producción [3]:

$$\text{Max } \pi = \sum_{i=1}^{m} p_i y_i$$

sujeto a:

$$F(y_1, y_2 \dots y_m) = 0$$

Empleando el método de los multiplicadores Lagrange se tiene:

$$\text{Max } t = \sum_{i=1}^{m} p_i y_i + \lambda F(y_1, y_2 \dots y_m) \qquad (63)$$

Condiciones de primer orden (Para y_i, y_j cualquiera)

$$\frac{\partial t}{\partial y_i} = p_i + \lambda F_i = 0 \qquad (64)$$

$$\frac{\partial t}{\partial y_j} = p_j + \lambda F_j = 0 \tag{65}$$

Si i y j corresponde a dos insumos, dividiendo las relaciones (64) y (65) obtenemos:

$$\frac{p_i}{p_j} = \frac{F_i}{F_j} = - \frac{\partial y_j}{\partial y_i} \text{ [8]} \tag{66}$$

O sea, la tasa marginal de sustitución para dos insumos cualquiera debe ser igual a la razón de precios de los insumos.

Si i y j corresponden a dos bienes, entonces la interpretación económica que tiene la relación (66) es que la tasa técnica de transformación de dos bienes cualquiera debe ser igual a la razón de precios de los bienes.

Y si i corresponde a un insumo y j a un bien, entonces la interpretación económica de la relación (66) es que el valor de la productividad marginal de cada insumo (i en este caso) con respecto a cada bien (j en este caso) debe ser igual al precio del insumo (p_i). En este caso, $F_i / F_j = + \partial y_j / \partial y_i$.

Condiciones de segundo orden

Las condiciones de segundo orden para la πmax requieren que los determinantes principales menores del Hessiano orlado se alternen en signos [3].

2. *Tipo de incentivos utilizables con una empresa estatal*

Para inducir al funcionario-gerente de una empresa estatal a seguir los planes económicos establecidos por el Estado, éste puede utilizar una variada

---

[8] Si $f(x_1, x_2 \ldots x_n) = 0$ es una función implícita, el diferencial total sería:

$$f_1 dx_1 + f_2 dx_2 + \ldots f_n dx_n = 0 \,/\, dx_i$$

$f_1 \dfrac{dx_1}{dx_i} + f_2 \dfrac{dx_2}{dx_i} + \ldots f_n \dfrac{dx_n}{ndx_i} = 0$. Igualando a cero todos los diferenciales,

salvo dx_i y dx_j, nos queda: $f_i + f_j \dfrac{\partial x_j}{\partial x_i} = 0$ o $f_i / f_j = - \dfrac{\partial x_j}{\partial x_i}$.

gama de incentivos. El tipo de incentivos se puede relacionar con los siguientes indicadores económicos que es posible obtener de una empresa: producción bruta de la empresa medida en términos físicos (toneladas, metros, número de unidades, etc.), valor de la producción bruta, valor agregado de la producción, utilidades, reducción del uso de ciertos insumos considerados básicos (petróleo, acero, etc.), aumento de la productividad de la mano de obra, reducción del costo medio [11], [17], [19]. El Estado puede usar por separado algunos de estos indicadores, o bien, puede usar una combinación de ellos.

En el análisis del comportamiento de una empresa estatal se seguirá el procedimiento de Ward [11] y, por lo tanto supondremos que el funcionario-gerente toma las decisiones de la empresa movido por el sistema de incentivos que elabora el Estado. A juzgar por ciertas distorsiones en el proceso productivo que han provocado en la práctica algunos incentivos o "indicadores de éxito" [18], el supuesto de que el funcionario-gerente tomará las decisiones productivas tratando de maximizar una función objetivo que contiene los distintos incentivos, parece ser un supuesto razonable.

A continuación se considerarán algunos casos de comportamiento de las empresas en que se utilizarán separadamente algunos incentivos y/o una combinación de algunos de ellos.

3. *Producción bruta*

El Estado le fija a las empresas una cuota de producción bruta y el sistema de incentivos consiste en premiar no sólo el cumplimiento de la cuota establecida, sino, además, el monto en el cual se supera dicha cuota. Es importante señalar que la producción bruta de una empresa puede ser medida en términos físicos o en términos monetarios, y que el tipo de medidas que se utilice influye en las decisiones productivas que toma la empresa.

3.1. *Producción bruta en términos físicos*

Supongamos que la empresa emplea n insumos y produce s bienes, y que la función de producción es como lo señala la expresión (61):
$F(y_i, y_2 \dots y_m) = 0.$

Sea T la cuota de producción bruta medida en términos físicos. O sea, dependiendo del tipo de empresa, T estará medido en toneladas, metros, número de unidades, etc. T es una cantidad exógena a la empresa y fijada por el Estado.

Si Q es el incentivo o premio por sobrepasar la cuota de producción, entonces la expresión de Q será:

$$Q = \sum_{i=1}^{s} \alpha_i y_i - T \qquad (67)$$

en que α_i es la ponderación en unidades físicas del bien i (por ej., es el peso en kilos del bien i si la producción bruta se mide en kilos, etc.); y_i es la cantidad del bien i que la empresa quiere producir.

Sea G la función de incentivos del funcionario-gerente de la empresa, en que en este caso $G = G(Q)$.

Para la toma de decisiones de la empresa, el criterio a utilizar será la maximización de la función de incentivos sujeto a las restricciones tecnológicas.

Formalmente el problema se planteará como:

$$\mathrm{Max}G(Q) \text{ sujeto a } F(y_1, y_2 \ldots y_m) = 0 \qquad (68)$$

Sin embargo, el problema planteado de esta manera no está acotado, por cuanto no hay ninguna restricción que impida que la empresa expanda su nivel de producción hasta el infinito. La restricción explícita o tácita utilizada en los distintos criterios descritos previamente era que las utilidades debían ser no-negativas; esta restricción no puede ser utilizada en este caso por cuanto no existen precios para valorar insumos y bienes. La manera de acotar el problema consiste en suponer que la empresa *recibe* una cierta dotación de insumos, lo cual restringe a la empresa a no poder operar más allá de una cierta superficie de eficiencia o frontera de transformación de bienes, que designaremos como la función $J(y_1, y_2 \ldots y_m) = 0$. Esta función J tiene las siguientes propiedades:

i. $\dfrac{\partial y_i}{\partial y_j} > 0$ para $i < s$ (bienes, $j > s$ (insumos), lo que significa que las productividades marginales de cada insumo con respecto a cualquier bien, son no-negativas.

ii. $\dfrac{\partial y_i}{\partial y_j} < 0$ para $i \neq j$, y $i, j < s$ (bienes o, $i, j > s$ (insumos), lo que significa que, tomando cada par de bienes e insumos, es factible la sustitución técnica entre ellos.

iii. La función J satisface las condiciones de segundo orden que se requieren para la obtención de un máximo, o sea, la función J es estrictamente cuasi-convexa (las curvas de transformación entre dos bienes son cóncavas con respecto al origen).

Luego, el planteamiento formal del problema de la expresión (68) habrá que modificarlo, sustituyendo como restricción la función de producción $F(y_1, \ldots y_m) = 0$ por la función $J(y_1, \ldots y_m) = 0$.

$$\mathrm{Max}G(Q) \text{ sujeto a } J(y_1, y_2 \ldots y_m) = 0 \qquad (69)$$

Esto significa que el funcionario-gerente va a maximizar la función incentivos G(Q), teniendo como restricción la frontera de transformación de bienes producibles por la empresa. Cabe señalar aquí que el funcionario-gerente tiene cierta flexibilidad para alterar su dotación inicial de insumos, intercambiando algunos de sus recursos iniciales con los de otras empresas, de acuerdo a las necesidades de insumos de la canasta de bienes que va a decidir producir [11].

i. *Criterios de uso de los insumos y de la canasta de bienes por producir*

Formalmente el problema consiste en:

MaxG(Q) sujeto a $J(y_1, y_2 \dots y_m) = 0$, en que

$$Q = \sum_{i=1}^{s} \alpha_i y_i - T$$

Condiciones de primer orden

Sean y_j, y_k dos insumos cualquiera, y y_h, y_1 dos bienes cualquiera.

La función de Lagrange será:

$$\text{Max } t = G(Q) + \lambda[J(y_1, y_2 \dots y_m)] \tag{70}$$

en que $Q = \sum_{i=1}^{s} \alpha_i y_i - T$

Derivando t con respecto a los insumos y_j, y_k:

$$\frac{\partial \pounds}{\partial y_j} = \lambda J_j = 0 \tag{71}$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial y_k} = \lambda J_k = 0 \tag{72}$$

De estas dos relaciones se concluye que la tasa técnica (o marginal) de sustitución entre dos insumos está indeterminada (la expresión de indeterminación es del tipo $\frac{o}{o}$).

Cabe recordar que la tasa técnica de sustitución entre dos insumos, de acuerdo al criterio de minimización de costos (Cmin), es igual a la razón de precios de los insumos; pero dicho criterio no es valedero para este caso, por cuanto no se dispone ni de precios ni de ponderaciones de insumos (los coeficientes α_i representan ponderaciones para los bienes); por lo tanto, no hay manera de establecer equivalencias o relaciones entre los insumos y por ello resulta lógico obtener una expresión de indeterminación en la tasa técnica de sustitución entre insumos, como lo señala la expresión (73):

$$- \frac{\partial y_k}{\partial y_j} = \frac{0}{0} \qquad (73)$$

Derivando la expresión (70) con respecto a los dos bienes y_h, y_g:

$$\frac{\partial t}{\partial y_h} = G_Q \alpha_h + \lambda J_h = 0 \qquad (74)$$

$$\frac{\partial t}{\partial y_g} = G_Q \alpha_g + \lambda J_g = 0 \qquad (75)$$

Combinando las expresiones (74) y (71) para tener la relación entre un bien y un insumo, tenemos, luego de constituir:

$$\frac{\partial y_j}{\partial y_h} = J_h / J_j = + \frac{\partial y_j}{\partial y_h}$$

$$\alpha_h \frac{\partial y_h}{\partial y_j} \cdot \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial y_j}} = 0 \qquad (76)$$

De aquí se concluye que para que la expresión (76) se haga cero, la única posibilidad es que $\frac{\partial y_h}{\partial y_j} = 0$, o sea, cada insumo va a ser usado hasta que su productividad marginal con respecto a cualquier bien sea nula.

Dividiendo las expresiones (74) y (75) y sustituyendo $J_h/J_g = -\dfrac{\partial y_g}{\partial y_h}$,

tenemos:

$$-\frac{\partial y_g}{\partial y_h} = \frac{\alpha_h}{\alpha_g} \tag{77}$$

Esto significa que la tasa de transformación entre dos bienes es igual a la razón de ponderaciones físicas de dichos bienes. O sea, para decidir qué tipo de bienes se produce, ni los incentivos (no aparece G_Q o alguna función de Q) ni las cuotas de producción influyen en la canasta de bienes por producir. Los coeficientes α_i son los únicos parámetros que influyen en la toma de decisiones de lo que se produce; esto implica que aquellos bienes que tengan un mayor coeficiente α_i sean los que se produzcan en mayor volumen, o sea, las empresas tenderán a producir en mayor cantidad aquellos bienes más pesados, si las cuotas de producción se especifican en kilos o toneladas, o aquellos bienes más largos, si las cuotas de producción se especifican en unidades de longitud. Y este tipo de comportamiento es precisamente una de las distorsiones que se produce en un sistema económico que emplea términos físicos para especificar los niveles de producción [18].

Condiciones de segundo orden

En este caso se requiere que los determinantes principales menores del Hessiano orlado se alternen en signos [3].

En resumen, al especificarse la producción bruta en términos físicos y siendo la función objetivo de la empresa maximizar una función de incentivos basados en sobrepasar ciertas cuotas físicas de producción, se observan las siguientes características:

– Cada insumo va a ser usado hasta que su productividad marginal con respecto a cualquier bien sea nula.

– La tasa de transformación entre dos bienes es igual a la razón de ponderaciones físicas de dichos bienes.

Ahora bien, en cuanto al nivel de producción, éste va a quedar determinado por la flexibilidad de que disponga el funcionario-gerente para expandir su frontera de transformación de bienes, mediante el intercambio con otras empresas de la dotación inicial de recursos que le ha sido asignada.

3. 2. *Valor de la producción bruta*

En este caso es similar al anterior, con la única diferencia de que la ponderación física de los bienes (los coeficientes α_i) es sustituida por los precios p_i.

La cuota de producción esta vez está expresada en términos monetarios y el incentivo Q por sobrepasar dicha cuota de producción estará dado por:

$$Q = \sum_{i=1}^{s} p_i y_i - T \tag{78}$$

Las conclusiones obtenidas previamente en cuanto al uso de insumos (relacionados con la tasa técnica de sustitución y productividad marginal de los insumos) no se modifican. Ahora estamos en condiciones para comparar dichas conclusiones con aquéllas que se obtienen a través del criterio de πmax (relación 66).

Según el criterio de πmax, la tasa marginal de sustitución para dos insumos cualquiera debe ser igual a la razón de precios de los insumos. Al emplear el criterio de maximización de una función de incentivos basada en sobrepasar cuotas de producción especificadas en términos monetarios, la tasa marginal de sustitución de dos insumos se iguala al cuociente de $\frac{0}{0}$, por lo que se produce una indeterminación de la tasa técnica de sustitución entre insumos; o sea, en este caso, los precios de los insumos no juegan ningún rol directo en la combinación de insumos que maximiza la producción. Los precios de los insumos podrían servir como pauta para los posibles intercambios de insumos entre las empresas.

Por otro lado, según el criterio de πmax, el valor de la productividad marginal de cada insumo con respecto a cada bien debe ser igual al precio del insumo. Esta regla tampoco se cumple en el criterio de maximización de la función de incentivos, por cuanto, en este caso, cada insumo va a ser usado hasta que su productividad marginal con respecto a cualquier bien sea nula. Esto último significa que, si los precios de los insumos son positivos, el valor de la productividad marginal de cada insumo es menor que su precio; esto quiere decir que los insumos no están siendo plenamente utilizados, o sea, hay un desperdicio de insumos.

Ahora bien, en cuanto a la canasta de bienes que se produce, según el criterio de πmax, la tasa técnica de transformación de dos bienes cualquiera debe ser igual a la razón de precios de los bienes. A esta misma condición también se llega al emplear el criterio de maximización de la función de incentivos, lo que nos vuelve a señalar que los precios de los bienes son los parámetros relevantes para la toma de decisiones de la canasta de bienes por producir, ya que los incentivos por sobrepasar cuotas de producción no juegan ningún rol. Esto se debe, como lo señala Ward [11], a que el sistema de incentivos es simétrico con respecto a los bienes, ya que la contribución al valor de la producción bruta es la misma para iguales valores de incrementos de producción de distintos bienes.

En resumen, al tomar como pauta de comparación el criterio de πmax, observamos que el criterio de maximización de una función de incentivos basada en sobrepasar el valor de la producción bruta da un comportamiento distinto, ya sea para el empleo de los insumos como para la canasta de bienes que se produce. Así es como se observa lo siguiente al emplear el criterio de maximización de una función de incentivos G(Q):

— Los precios de los insumos no juegan ningún rol en la selección de los métodos productivos o combinación de insumos.

— El valor de la productividad marginal de cada insumo es menor que su precio, o sea, los insumos no están siendo plenamente utilizados.

— Los precios de los bienes son los parámetros relevantes en la composición de la canasta de bienes que se produce. Esto coincide con el criterio de maximización de utilidades.

— Paradojalmente, hay que señalar que los incentivos y la cuota de producción establecida no juegan ningún rol en la toma de decisiones.

El ineficiente uso de los insumos explica los motivos por los cuales el Estado utiliza como incentivos, para estimular a las empresas, una combinación de incentivos, en vez de emplear un incentivo único. Es así como el incentivo por sobrepasar cuotas de producción se combina con incentivos por reducción en los costos, o reducción en el uso de ciertos insumos considerados básicos, o un aumento en la productividad de la mano de obra, o una participación en las utilidades.

Examinaremos a continuación una combinación de dos tipos de incentivos para indicar la metodología a seguir. El lector puede practicar empleando combinaciones distintas a la que aquí se utiliza.

4. *Valor de la producción bruta y participación en las utilidades*

El funcionario-gerente recibe incentivos por sobrepasar un cierto valor de la producción bruta y, además, tiene una cierta participación en las utilidades [19]. En este caso, la función de incentivos será: $G = G(Q, \pi)$, en que

$$Q = \sum_{i=1}^{s} p_i y_i - T \quad \text{y} \quad \pi = \sum_{i=1}^{m} p_i y_i$$

El comportamiento del funcionario-gerente será maximizar la función de incentivos $G(G, \pi)$ sujeto a la restricción de la frontera de transformación de bienes obtenibles con la dotación inicial de recursos.

$$\text{Max } G(Q, \pi) \text{ sujeto a } J(y_1, y_2 \ldots y_m) = 0,$$

en que:

$$Q = \sum_{i=1}^{s} p_i y_i - T \qquad \text{y} \qquad \pi = \sum_{i=1}^{m} p_i y_i$$

Utilizando el método del multiplicador de Lagrange tenemos:

$$\text{Max}t = G(Q, \pi) + \lambda [J(y_1, y_2 \dots y_m)] \tag{79}$$

i. *Condiciones de primer orden*

Derivando con respecto a los insumos y_j, y_k:

$$\frac{\partial t}{\partial y_j} = G_\pi p_j + \lambda J_j = 0 \tag{80}$$

$$\frac{\partial t}{\partial y_k} = G_\pi p_k + \lambda J_k = 0 \tag{81}$$

Dividiendo las expresiones (80) y (81) y sustituyendo

$\dfrac{J_j}{J_k} = - \dfrac{\partial y_k}{\partial y_j}$, tenemos:

$$\frac{\partial y_k}{\partial y_j} = \frac{p_j}{p_k} \tag{82}$$

Esta vez se observa que la tasa marginal de sustitución entre dos insumos es la misma que se obtiene al emplear el criterio de πmax (ver expresión 66).

Derivando ahora la expresión (79) con respecto a los dos bienes y_h, y_g:

$$\frac{\partial t}{\partial y_h} = G_Q p_h + G_\pi p_h + \lambda J_h = 0 \tag{83}$$

$$\frac{\partial t}{\partial y_g} = G_Q p_g + G_\pi p_g + \lambda J_g = 0 \tag{84}$$

Dividiendo las expresiones (80) y (83) para tener la relación entre un bien y un insumo, tenemos luego de sustituir $\frac{J_j}{J_h} = + \frac{\partial y_h}{\partial y_j}$

$$\frac{G_\pi p_j}{(G_Q + G_\pi) p_h} = \frac{\partial y_h}{\partial y_j} \qquad (85)$$

De aquí:

$$p_j = \frac{G_Q + G_\pi}{G_\pi} p_h \frac{\partial y_h}{\partial y_j} \qquad (86)$$

Como G_Q y G_π son positivos (los incentivos deberán ser crecientes para estimular una mayor producción y mayores utilidades), se concluye de la expresión (86) que el precio de cada insumo será mayor que la productividad marginal de dicho insumo. Resulta interesante observar que si G_Q se hace cero, o sea, la función de incentivos es tal que es creciente solamente para las utilidades adicionales que se obtienen (hay un premio fijo por alcanzar una determinada cuota de producción y, además, incentivos crecientes de acuerdo a las mayores utilidades que se obtengan) en este caso, en la expresión (86) se reduce a la que se obtiene con el criterio de πmax, vale decir, la empresa utiliza insumos de acuerdo al principio de que el precio de cada insumo sea igual al valor de la productividad marginal del insumo.

Dividiendo las expresiones (83) y (84) y sustituyendo $\frac{J_h}{J_g} = - \frac{\partial y_g}{\partial y_h}$ tenemos:

$$- \frac{\partial y_g}{\partial y_h} = \frac{p_h}{p_g} \qquad (87)$$

Esto significa que la tasa de transformación entre dos bienes es igual a la razón de precios de los bienes. Esta condición coincide con la que se obtiene con el criterio de πmax.

Condiciones de segundo orden

Idem a los casos anteriores.

En resumen, al emplear el criterio de maximización de una función de incentivos basada en sobrepasar el valor de la producción bruta y cierta participación en las utilidades, $G(Q, \pi)$, se observa que:

– La tasa técnica de sustitución entre insumos es igual a la razón de precios de dichos insumos, lo que significa que se emplean métodos productivos que minimizan costos.

– La productividad marginal de cada insumo es menor que su precio, lo que implica que hay una subutilización de insumos con respecto al criterio de πmax.

– La tasa de transformación entre dos bienes es igual a la razón de precios de los bienes, lo que coincide con el criterio de πmax.

– Los incentivos no juegan ningún rol en la selección de los métodos productivos y en la composición de la canasta de bienes por producir; los precios de insumos y bienes son los parámetros relevantes para cada caso.

BIBLIOGRAFIA

[1] Banmol, W., *Economic Theory and Operation Analysis,* Prentice-Hall, 1965.
[2] Cohen, K., y Cyert, R., *Theory of the Firm,* Prentice-Hall, 1965.
[3] Domar, E., "The Soviet Collective Farm as a Producer Cooperative", *American Economic Review,* septiembre 1966.
[4] Dubracic, D., "Labour as Entrepreneurial Input: An Essay in the Theory of the Producer Cooperative Economy", *Económica,* agosto 1970.
[5] Goldman, S., "Advanced Microeconomic Theory", Apuntes de clase, Universidad de California, Berkeley, Winter Quarter, 1968.
[6] Gordon, M., "A Method of Pricing for a Socialist Economy", *Accounting Review,* julio 1970.
[7] Hendersson, J., y Quandt, R., *Teoría Microeconómica,* Ariel, 1968.
[8] Hicks, J. R., *Value and Capital,* Oxford University Press, 1965.
[9] Instituto de Humanismo Cristiano y Centro de Investigaciones Económicas, Universidad Católica de Chile, *Foro sobre la Autogestión de la Empresa,* noviembre 1968.
[10] Lancaster, K., *Mathematical Economics,* Mac-Millan, 1968.
[11] Lange, O., y Taylor, F., *On the Economic Theory of Socialism,* McGraw Hill, 1966.
[12] Liberman, E., *Plan y Beneficio en la Economía Soviética,* Ariel, 1969.
[13] Nerlove, M., "Recent Empirical Studies of the CES and Related Production Functions", en M. Brown (ed.), *The Theory and Empirical Analysis of Production,* National Bureau of Economic Research, 1967.
[14] Nove, A., *The Soviet Economy,* Praeger, 1963.
[15] Robinson, J., "What is Perfect Competition?", *The Quarterly Journal of Economics,* noviembre 1934.
[16] Samuelson, P. A., *Foundation of Economic Analysis,* Atheneum, 1965.
[17] Tardos, M., "A Model of the Behavior of Central Agencies and Enterprises", *Acta Económica Academial Scientiarum Hungarical,* Tomo 4, 1969.
[18] Vanek, J., "Decentralization Under Workers' Management: A Theoretical Appraisal". *American Economic Review,* diciembre 1969.
[19] Wakar, A., y Zielinski, J., "Socialist Operational Price Systems", *American Economic Review,* marzo 1963.
[20] Ward, B., *The Socialist Economy. A Study of Organizational Alternatives,* Random House, 1967.

[17] McArthur, I. D., y J. L. Dillon, "Risk, Utility and Stocking Rate", *Australian Journal of Agricultural Economics,* Vol. 15, 1971.
[18] Makeham, J. P., A. N. Halter y J. L. Dillon, *Best-Bet Farm Decisions* (Armidale: University of New England, 1968).
[19] Marschak, J., "Scaling of Utilities and Probability", M. Shubik (ed.), *Game Theory and Related Approaches to Social Behavior* (New York: Wiley, 1964), pp. 95-109.
[20] Rae, A. N., "Stochastic Programming, Utility and Sequential Decision Problems in Farm Management", *American Journal of Agricultural Economics,* 1971.
[21] Raiffa, H., *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choices under Uncertainty* (Reading: Addison-Wesley, 1968).
[22] Ramsey, F. P., "Truth and Probability", H. E. Kyburg y H. E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability* (New York: Wiley, 1964), pp. 61-92.
[23] Schlaifer, R., *Analysis of Decisions under Uncertainty* (New York: McGraw Hill, 1969).
[24] Williamson, O. E., "Hierarchical Control and Optimum Firm Size", *Journal of Political Economy,* 75: 123-138, 1967.