

ISSN 1692-2611

## Borradores Departamento de Economía

N°42

Septiembre de 2011

### Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno

Elaborado por:

Camilo Alvis  
Cristian Castrillón

Este documento es producto de un trabajo de grado para optar al título de Economista de la Universidad de Antioquia, asesorado por el profesor Wilman Gómez, y obtuvo mención de honor como trabajo de grado de Economía 2011-1.



FACULTAD DE CIENCIAS  
ECONÓMICAS

DEPARTAMENTO DE  
ECONOMÍA

**Medellín - Colombia**

La serie Borradores Departamento de Economía está conformada por documentos de carácter provisional en los que se presentan avances de proyectos y actividades de investigación, con miras a su publicación posterior en revistas o libros nacionales e internacionales. El contenido de los Borradores es responsabilidad de los autores y no compromete a la institución.

[Click aquí para consultar todos los borradores en texto completo](#)

## *Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno<sup>1</sup>*

Camilo Alvis y Cristian Castrillón<sup>2</sup>

*- Introducción. -I. Marco Teórico. -II. Revisión Empírica. -III. Comportamiento del Gasto público Colombiano. -IV. Estimación del Modelo. -Conclusiones. -Bibliografía. -Anexos.*

### **Resumen:**

Este artículo tiene como propósito hacer una estimación econométrica del modelo de gasto público y crecimiento económico de Barro (1990). La estimación se realizó mediante el método generalizado de los momentos (GMM) para la economía colombiana durante el periodo de 1950-2007. Los resultados obtenidos sugieren que el tamaño óptimo del sector público se sobrepasó empezando la década de los noventa. Además, se encontró que el tamaño del gasto público que maximiza la tasa de crecimiento del PIB per cápita depende del grado relativo de aversión al riesgo. Incluso, se encontró que la elasticidad de sustitución intertemporal es muy baja para el periodo analizado.

**Palabras claves:** Crecimiento económico, Gasto público, Política fiscal, Método generalizado de momentos.

### **Abstract:**

The purpose of this paper is to provide an estimation of Barro's (1990) model of public expenditure and economic growth. The estimation was conducted using the generalized method of moments (GMM) for the Colombian economy during the period 1950–2007. The results suggest that the optimal size of the public sector was exceeded in the early nineties. Furthermore, we found that the size of government expenditures that maximizes the growth rate of GDP per capita depends on the degree of relative risk aversion. Even more, we found that the intertemporal elasticity of substitution is very low in the analyzed period.

**Keywords:** Economic growth, Government expenditure, Fiscal policy, Generalized method of moments.

**Clasificación JEL / JEL Classification:** E62, H41, H54, O41

---

<sup>1</sup> Este trabajo es la tesis de grado para obtener el título de Economista. Asesor: Wilman Gómez, M.sc en Economía y profesor del Departamento de Economía, Universidad de Antioquia. Al cual agradecemos su permanente acompañamiento durante este exigente proceso académico.

<sup>2</sup> Camilo Alvis: Estudiante de Economía, Universidad de Antioquia Dirección electrónica: camiloalvis@gmail.com. Cristian Castrillón: Estudiante de Economía, Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: castrilloncc@gmail.com.

## Introducción

Una de las áreas de investigación que más ha avanzado en el campo del crecimiento económico en los últimos 25 años ha sido la teoría del crecimiento endógeno. Dicha teoría toma como punto de partida el modelo neoclásico de Solow (1956) y Swan (1956). El cual siendo aún la base de la teoría del crecimiento moderno no daba explicaciones satisfactorias en la medida en que explicar las diferencias en las tasas de crecimiento económico entre países<sup>3</sup>, puesto que las variables que determinaban el crecimiento de largo plazo eran exógenas. Además, las decisiones de ahorro por parte de los agentes no seguían una conducta optimizadora. Aquí surgen los trabajos de Ramsey (1928), Cass (1965) y Koopmans (1965) en donde se endogeniza la tasa de ahorro de manera implícita en las funciones de utilidad y consumo, su estructura es basada en un modelo de equilibrio general.

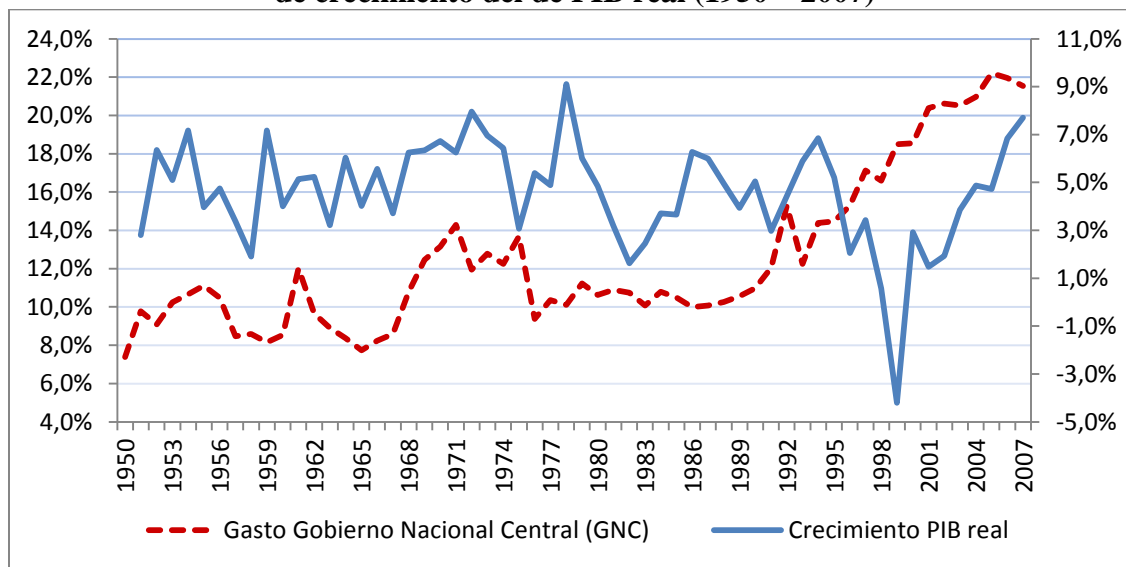
Los modelos de crecimiento endógeno no sólo buscan asignar un papel importante al factor capital o trabajo, sino que tratan de introducir algunos argumentos como el capital humano, externalidades de capital, gasto público, procesos de innovación, entre otros. Estos elementos incluidos en la función de producción permiten romper con los rendimientos marginales decrecientes señalados por Inada (1963) en el modelo neoclásico tradicional. En este sentido, las principales contribuciones se deben a Romer (1986, 1990), Lucas (1988), Barro (1990) y Rebelo (1991). Siendo el enfoque de Barro el que se seguirá en este trabajo.

La evolución del gasto público y la tasa de crecimiento del producto tratan de cumplir el papel estabilizador del sector público para promover la actividad y la estabilidad asociada al ciclo económico, sin embargo, para Colombia parece que sólo se cumple esto hasta los años noventa. Se observa que para el periodo desde 1950 hasta 1990 el gasto público paso de 7% a cerca de 11% del PIB respectivamente, periodo que ha sido documentado en varios trabajos con un manejo anti-cíclico de la política fiscal para ayudar a la estabilidad macroeconómica del país (Ocampo (1989a y 1989b) y Cárdenas (1991). Así mismo, para el periodo desde 1981, según Braun y Gresia (2005) el gasto público del Gobierno Nacional Central (GNC) parece seguir una tendencia ligeramente pro-cíclica. Además, por el lado de la promoción de la actividad productiva se plantean varias inquietudes que se observan en el Gráfico 1, el comportamiento del gasto público mantiene un sostenido crecimiento con mayores tasas comparadas con el crecimiento real de la actividad productiva y por tanto la preocupación latente a finales de la última década del siglo XX y principios del XXI acerca de la lenta recuperación de la economía colombiana, teniendo en cuenta el resultado de la crisis de 1998-1999 y la contracción del producto en 4.2%. De allí que se cuestione la eficacia con la cual se utiliza el gasto público en la actividad productiva.

---

<sup>3</sup> Es decir el problema de la convergencia absoluta y condicional. La primera hace referencia a la idea según la cual existe una relación negativa entre la renta y las tasas de crecimiento, donde la única diferencia entre los países sea su stock de capital inicial y por tanto las economías más pobres alcanzarían las más prosperas en único un nivel de equilibrio de largo plazo. Mientras que la segunda hace referencia a la tasa de crecimiento de una economía que está directamente relacionada con la distancia a la que se sitúa de su estado estacionario que depende del ahorro, la depreciación, la poblacional y la productividad, entre otras.

**Gráfico 1: Evolución del gasto público colombiano como proporción del PIB y la tasa de crecimiento del PIB real (1950 – 2007)**



Fuente: Gómez y Rhenals (2007); elaboradas a partir de: DANE, Banco de la República, Contraloría General de la República, Ministerio de Hacienda y Crédito Público y CONFIS. Cálculos de los autores.

A partir del gráfico anterior es posible observar la evolución creciente que ha tenido el gasto público del GNC desde la mitad del siglo XX, especialmente desde la década de los noventa. Éste pasó de valores cercanos al 6% como proporción del PIB en 1950 a niveles ligeramente superiores del 18% en el año 2007, debido especialmente a los incrementos del sector social, justicia y seguridad en los últimos 20 años, entre otros. Se debe destacar principalmente un cambio creciente del comportamiento del gasto público a partir de la década de los noventa coincidiendo con el inicio del proceso de liberalización económica que exigía menos participación del Estado, pero al mismo tiempo con las nuevas obligaciones originadas en la Constitución Política de 1991 forzaba el tamaño del gobierno para superar los múltiples conflictos sociales e institucionales y así mejorar la calidad de vida de los ciudadanos. Uno de los puntos de debate más controvertidos fueron el tamaño del Estado y cuál era la carga tributaria necesaria para financiarlo. De hecho, el intervencionismo estatal surgió más como respuesta a las crisis sucesivas, más que por un esquema teórico preexistente. De acuerdo a lo anterior, se permite explicar que el comportamiento del gasto público en Colombia obedece más a criterios de Política que al seguimiento de un modelo definido que dinamice de manera óptima la actividad económica país.

Por tal razón y con la finalidad de contribuir a esta problemática, el objetivo de este trabajo es hacer una aproximación a la estimación del tamaño del gasto público consistente con las características de la economía colombiana. Para tal fin se ha dividido el documento en varias secciones incluyendo esta introducción. En la primera sección; se presenta el marco teórico sobre el cual se desarrollara este trabajo siguiendo a Barro (1990); la segunda, se hace una revisión de la literatura y evidencia empírica respecto a la determinación del

tamaño público tanto a nivel internacional como nacional; la tercera hace un breve recuento histórico de la evolución del GNC; la cuarta, se presentan los resultados del modelo estimado y finalmente se presentan las respectivas conclusiones. En último lugar se presentan en los Anexos el marco teórico desarrollado y revisión de literatura.

## I. Marco Teórico: Modelo de Barro (1990)

En los modelos de crecimiento endógeno la política del gobierno tiene implicaciones en la tasa de crecimiento económico incluso en un horizonte de largo plazo determinado por una serie de variables endógenas. Siempre cuando la acción política altere permanentemente los niveles de las variables (inversión en capital físico y humano) que determinen el crecimiento o que afecte a los avances tecnológicos (como innovación, fortaleza de las instituciones, seguridad, infraestructura<sup>4</sup>, entre otros) podrán constantemente influir en el crecimiento de largo plazo. Esto genera una externalidad positiva para la rentabilidad de las inversiones privadas promoviendo mayor crecimiento económico, sin embargo el tamaño excesivo de los recursos destinados en consumo público por su estructura de financiamiento podría generar distorsiones a través del mercado de tal manera que se relacione negativamente con la dinámica del crecimiento económico. Por lo tanto, Barro (1990) desarrolla una teoría según la cual permita encontrar el tamaño óptimo del gasto público.

Barro (1990) introduce la provisión de servicios públicos  $g_t$  como un input adicional productivo en la función de producción de la firma individual, además se asume que es un bien privado; es decir, rival y excluible y por tanto son bienes que no están sujetos a problema de congestión<sup>5</sup>. De esta forma, la tecnología de producción, en términos per cápita, cuya especificación es de tipo Cobb-Douglas

$$y_t = f(k_t, g_t) = A_t k_t^\alpha g_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

De la misma forma se asume que el bien público suministrado es un input que debe ser proporcionado en cada periodo del tiempo y por tanto no es susceptible a ser acumulado como los bienes de capital<sup>6</sup>. También, la presencia de servicios provistos por el gasto público puede ser racionalizada bajo plena depreciación del capital público, logrando así que este gasto público se vuelva igual a la inversión pública, la cual se sustituirá por capital público como segundo factor en la tecnología agregada. Además, cabe aclarar que a pesar

<sup>4</sup>Barro retoma esta discusión del trabajo de Aschauer (1989), que afirma que los servicios de infraestructura del gobierno son especialmente deseables en este contexto.

<sup>5</sup>La congestión aparece cuando un aumento del bien público no es excluyente y por tanto el incremento de su uso reduce la productividad de otros agentes, ejemplo: Aeropuertos, autopistas, infraestructura educativa, entre otros.

<sup>6</sup>Por ejemplo, el pago de salario a policías y a empleados públicos, entre otros, como un insumo de tipo flujo en cada periodo  $t$ , mientras que la construcción de carreteras aumentaría las existentes y por tanto se dicen que aumentan el stock de capital físico.

de ser un agente representativo, éste representa una parte muy pequeña del tamaño total de la economía y por eso toma el gasto público como dado.

Se supone además, una condición de equilibrio fiscal y por tanto en cada periodo el gasto público debe ser financiado con impuestos ( $\tau$ ) sobre el nivel de renta<sup>7</sup>. Siendo esta estructura de financiamiento la razón por la cual se considera el gasto público se vuelve endógeno, por estar en función del stock de capital físico.

$$g_t = \tau y_t$$

$$g_t = (\tau A)^{\frac{1}{\alpha}} k_t \quad (2)$$

Desde esta externalidad del gasto es donde el modelo adquiere las propiedades de uno de tipo  $AK$  ya que se asume que la tecnología es constante, lo que significa que la evolución del capital y el consumo carecen de transición dinámica. Por ser un escenario en economía cerrada con gobierno se deriva la identidad macro donde la inversión es igual al ahorro y teniendo en cuenta la tasa de crecimiento de la población la evolución del capital queda determinada por:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} [(1-\tau)y_t - c_t + (1-\delta)k_t] \quad (3)$$

La función de utilidad para el agente representativo es del tipo CRRA:

$$U_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \quad (4)$$

Donde  $\beta$  es el factor de descuento de la utilidad<sup>8</sup>,  $E_0$  es el operador de expectativas condicionado a un conjunto de información disponible,  $\theta$  es el inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal, esto significa que cuando mayor sea  $\theta$ , mayor es el deseo de alisar el consumo a través del tiempo, lo que implica que será más rápida la disminución proporcional en  $U'(c)$  en respuesta a un incremento de  $c$ , y por lo tanto, los hogares están menos dispuestos a aceptar desviaciones de un patrón de consumo a través del tiempo. Esta función CRRA tiene dos casos especiales: si  $\theta \rightarrow 0$ , la función tiende a hacerse lineal y significa que los consumidores tienden a ser indiferentes en el consumo a través del tiempo, si  $\theta \rightarrow 1$ , la función tiende a transformarse en una función logarítmica, esto significa que la

<sup>7</sup> Debido a que el horizonte para el agente representativo se extiende hasta el infinito, lo que implica que cualquier supuesto hecho sobre la financiación del gasto público mediante deuda tendría efectos irrelevantes (Romer 1996, cap. 2).

<sup>8</sup>  $\beta = 1/(1+\rho)$  donde  $\rho > 0$ : representa la tasa subjetiva de descuento y debe a que el agente representativo cuando planea su consumo valora de manera diferente los consumos y con ellos las utilidades en cada periodo de tiempo.

tasa de crecimiento del consumo responde uno a uno a los cambios en la tasa de interés real.

En sintonía con Barro (1990) se asume que la oferta de trabajo es perfectamente inelástica y por tanto las elecciones de ocio no hacen parte de la función de utilidad del agente representativo. Entonces el problema de optimización intertemporal es<sup>9</sup>:

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \lambda_t [(1-\tau)y_t - c_t + (1-\delta)k_t - (1+n)k_{t+1}] \right\} \quad (5)$$

donde se derivan las ecuaciones de Euler (o condiciones de primer orden) para el consumo, capital y el multiplicador de Lagrange o precio sombra que representan las variable control, estado y co-estado respectivamente.

$$c_t^{-\theta} - \lambda_t = 0 \quad (6)$$

$$-(1+n)\lambda_t + E_t \beta \lambda_{t+1} [(1-\tau)\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^{1-\alpha} + (1-\delta)] = 0 \quad (7)$$

$$(1-\tau)A_t k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t + (1-\delta)k_t - (1+n)k_{t+1} = 0 \quad (8)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (1+n) \beta^t \lambda_t k_{t+1} = 0 \quad (9)$$

Donde  $\lambda_t$  es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción global de recursos y refleja el valor para el consumidor de una unidad adicional de capital, es decir, el precio implícito del capital. La ecuación (9) es la condición de transversalidad, que garantiza un esquema de juegos no Ponzi y significa que los agentes conocen cuando va a tener lugar el final de los tiempos y por tanto no guardan nada, es decir, consumen todo y honran sus deudas. Luego, se toman las ecuaciones (6) y (2) en (7) y realizando el procedimiento correspondiente se obtiene la tasa de crecimiento del consumo

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = 1 + \gamma_{c_{t+1}} = \left( \frac{\beta \left[ (1-\tau)\alpha A_{t+1}^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\delta) \right]}{(1+n)} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (10)$$

Esta ecuación (10) se conoce como la condición de Euler donde la tasa de crecimiento del consumo es constante a través del tiempo debido a que está en función de parámetros, siendo equivalente a la solución descentralizada de Barro. Así una variación en el stock de capital llevarían a nuevos estados estacionarios debido a que no hay convergencia. Además, es posible obtener a partir de esta ecuación una expresión para el tamaño óptimo del gasto público como proporción del PIB,  $\frac{g_t}{y_t}$ , dado por  $\tau^* = 1 - \alpha$ .

En la medida en que el gasto público, financiado con impuestos, sea proporcional al capital privado en cada periodo ambos factores compartirán la misma tasa de crecimiento. Desde la ecuación (8) se puede mostrar:

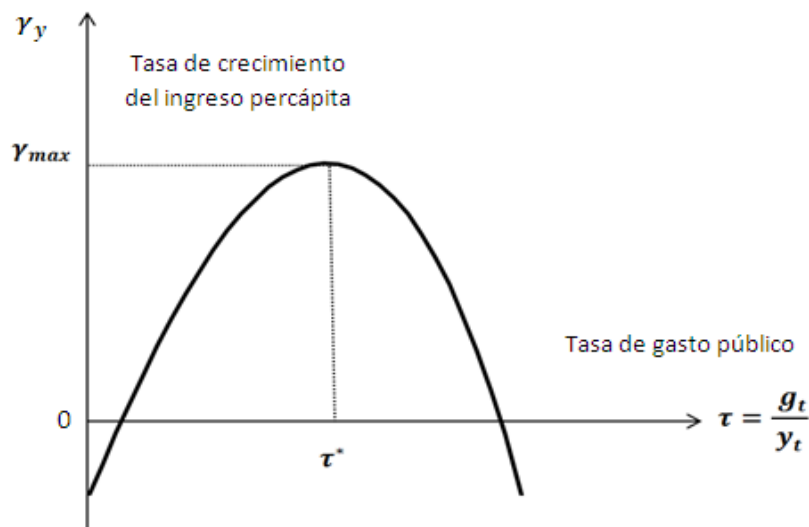
<sup>9</sup> La presentación del modelo en mayor detalle está en el apéndice A.

$$\frac{c_t}{k_t} = (1 - \tau)A \left( \frac{k_t}{g_t} \right)^{\alpha-1} + (1 - \delta) - (1 + n)(1 + \gamma_{k_{t+1}}) \quad (11)$$

Donde  $\frac{k_t}{g_t} = \frac{1}{(\tau A)^{\frac{1}{\alpha}}}$  es constante, lo que permite mostrar que hay una senda de crecimiento equilibrado del consumo y el capital a la misma tasa. Es decir,  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma$ , Barro supone que la tecnología es lo suficientemente productiva como para asegurar un estado con sendas de crecimiento balanceado. La función de utilidad está acotada y se parametriza para que no tenga trayectorias explosivas.

La figura 1 muestra el caso teórico que relaciona la tasa de crecimiento económico y el tamaño del gasto público. La tasa de crecimiento depende de manera positiva del último y de forma negativa por los impuestos. Por tanto el efecto final en la tasa de crecimiento económico depende de cuál sea el efecto dominante, Sala-I-Martín, Xavier. (2000).

**Figura 1. Relación entre  $\tau$  y tasa de crecimiento económico**



**Figura 1.** El tamaño del gobierno  $\tau = \frac{g_t}{y_t}$ , y la tasa de crecimiento del producto per cápita,  $\gamma$  Esta relación tendrá una U invertida. Para bajos valores de  $\tau$ , el efecto es positivo en  $\gamma$  dominado por producto marginal del capital. En la medida que  $\tau$  aumenta, el impacto adverso distorsionador de los impuestos se va incrementando y para valores grandes de  $\tau$  el efecto es negativo en  $\gamma$ . Por tanto para valores intermedios de  $\tau$  debe haber un nivel máximo  $\tau^*$  de que permita un óptimo  $\gamma^*$ . El valor de  $\tau^*$  se puede obtener igualando a cero la derivada de  $\gamma^*$  respecto a  $\tau$  y despejando  $\tau$ .

Cuando los individuos deciden sacrificar unidades de consumo con el fin de ahorrar y con ello adquirir unidades de capital estimulan el ingreso nacional en una cuantía equivalente al producto marginal del capital. Luego, debido al impuesto a la renta, se incrementa el ingreso público para generar a su vez aumentos en el gasto público. En consecuencia, un aumento de  $k$  está acompañado por incrementos de igual porcentaje en  $g$ , logrando así que



tanto el capital como el gasto público aumenten al mismo ritmo. Esto hace ver como si el insumo público fuera apto para ser acumulado pero hasta cierto punto claro está. Cabe recordar que en este caso se asume que la producción presenta de manera conjunta retornos constantes a escala en los factores que pueden ser acumulados. Siendo esta la razón por la cual el modelo se ha convertido en AK y la justificación intuitiva según la cual origina un proceso de crecimiento endógeno.

## II. Evidencia empírica

### A. Estudios internacionales

La evidencia empírica para determinar el tamaño óptimo del gasto público desde este punto de vista teórico es relativamente escasa, sin embargo, en la mayoría de casos se ha limitado a relacionar el efecto de dicho gasto en el crecimiento económico para determinar si es excesivo o no. Entonces, generalmente está dividido en dos líneas, los que proponen un tamaño del sector público pequeño y otros uno grande. Las investigaciones teóricas sugieren en algunos casos que un bajo nivel de gasto público podría tener un efecto positivo en el crecimiento económico y por el contrario otros consideran que un tamaño mayor del gasto es deseable. En este sentido la evidencia empírica se presta a confusión debido a los resultados a favor de una u otra aproximación. Por tanto, aquí presentamos una revisión de ambas direcciones en dos sub capítulos con el fin de aportar a esta discusión y al final en la Tabla 1, anexo B (resaltando las principales resultados encontrados y metodología utilizadas), una amplia revisión de la literatura internacional de manera complementaria en este campo y las investigaciones realizadas para el caso colombiano.

En suma, en la revisión de la literatura a nivel internacional el efecto del gasto público en el crecimiento económico es controversial y en algunos casos ambiguo, sin embargo, se considera que esta relación puede ser positiva o negativa dependiendo del número de países de la muestra, del periodo de estimación, de las variables que pueden reflejar el tamaño del sector público, incluso de la disponibilidad de datos estadísticos y del método econométrico utilizado. Con respecto al tamaño se hacen demasiados énfasis en la curva de Armey (1995) la cual posee algunos problemas especialmente en el método econométrico, ya que la mayoría de trabajos usan panel de datos y consideran que todos los países tiene el mismo tamaño del sector público asumiendo no haber diferencias entre países. De la misma forma, la curva de Armey estimada con series de tiempo puede, en términos generales, llevar a una confusión entre la correlación con la causación. Además, su estimación asume modelos paramétricos, usando de manera *a priori* la forma de una función particular lo que hace que sea difícil de justificar los datos y es un modelo que no posee micro fundamentos, lo cual lo hace bastante complicado para la justificación de su estimación. Pero en muchos trabajos internacionales se han hecho aproximaciones al tamaño óptimo del gobierno, especialmente extendiendo el número de variables con el fin de mejorar la precisión y la capacidad de explicación siguiendo esta metodología.

## B. Estudios para Colombia

Para el caso colombiano una aproximación de la explicación del crecimiento del gasto se puede ver en Posada (1996), siguiendo la hipótesis tradicional de la “Ley de Wagner” o “Ley” de aumento de la proporción del gasto público del producto nacional. La hipótesis que desarrolla es que el gasto público es la principal fuente de poder, prestigio, consumo y riqueza del grupo gobernante. Hace énfasis en que los efectos del gasto público sobre la tasa de crecimiento son rezagados 1, 2 o 3 cuatrienios. Asimismo, el gasto tiene incidencia positiva sobre la redistribución del ingreso vía directa (salud, educación, vivienda, servicios públicos, entre otros) e indirecta a través de impuestos progresivos, no obstante, una expansión excesiva del gasto público tiende a deteriorar la distribución del ingreso a causa de sus efectos negativos sobre la estabilidad macroeconómica y el crecimiento. Finalmente, la hipótesis que señala es que si el crecimiento mejorase automáticamente la distribución, o ésta acelerara el crecimiento, cosa que no supone, el *trade-off* sería uno sólo: el que resultaría del conflicto entre las conveniencias del gobernante y las de la sociedad civil. Algo que debe analizarse más detenidamente es que la eventual mayor eficiencia marginal distributiva del gasto público ha debido otorgarle cierta “legitimidad” como ocurrió con la Constitución del 1991, de esta forma varios grupos gobernantes se ven beneficiados de ello, lo cual hace que ese gasto sea completamente inflexible.

De las investigaciones para el caso colombiano se destaca a Posada y Gómez (2002) en donde analizan la relación del gasto público y crecimiento económico, mediante una metodología de calibración en un modelo neoclásico de optimización ínter-temporal ampliado con base en los factores productivos adicionales tales como el capital humano (medido a través del nivel de educación) e inversión en infraestructura para el periodo 1905-2000. Sus resultados principales encuentran que la productividad multifactorial da señales de caída en la formación de capital humano y/o pérdida de eficiencia debido posiblemente por factores institucionales o de infraestructura. Así mismo, se tiene que para el periodo de 1975-1996 la acumulación de capital físico privado y público creció a tasas muy altas y rápidas comparadas con los años 1925-1975 pero a pesar de eso no contribuyeron a fomentar el crecimiento y cerrar la brecha, pues el producto per cápita creció 2.44% anual en ese mismo periodo, mientras que en 1975-1996 apenas 0.73%.

En cuanto a la medición del gasto público óptimo, al menos para el año 2000, se tiene que el gasto efectivo realizado en capital humano está alrededor del 10% del PIB y pareciera que está en los niveles de equilibrio óptimo, sin embargo, por el lado de la inversión en infraestructura parece existir un exceso de gasto público efectivo frente al óptimo del 3% o 4% del PIB, lo cual sería contradictorio de acuerdo al estado del país, pero el problema radica más en la baja eficiencia de ese gasto. Finalmente, como resultado de estas simulaciones se deduce que la pérdida de bienestar de la sociedad es significativa al financiar el gasto público con impuestos que distorsionan el consumo y la inversión en lugar de hacerlo con impuestos de suma fija, lo que haría necesario compensar a los consumidores mediante transferencias y sugerir una transformación del sistema tributario.

En el trabajo de Posada y Escobar (2003) se realiza una estimación econométrica del modelo de Barro (1990) para comparar mediante un panel de datos de 83 países a Colombia con respecto a países de características semejantes en el periodo de 1982-1999. Su

resultado es que el gasto público colombiano comenzó a ser excesivo durante la mitad de la década de los años 90 y así contribuyó a la desaceleración de la tasa de crecimiento de la economía. Según sus resultados, a la economía Colombiana le correspondería un nivel óptimo de gasto público del GNC de 9.4% del PIB, y con tal gasto se podría alcanzar la máxima tasa de crecimiento o para su producto per cápita de 1.2% anual y finalmente concluyen que a partir de 1993 hubo una tendencia de aumento del gasto público que no solamente era aún más excesivo sino que era superior incluso a los países de ingreso medio y partir de 1995 la brecha de crecimiento se deterioró con respecto a los países de ingreso medio.

Por otro lado, Espitia (2004) si bien no sigue esta misma línea de investigación trata de explicar la relación entre descentralización fiscal y crecimiento económico. Para ello hace una revisión de la literatura correspondiente a este tema y hace un ejercicio para capturar el grado de descentralización en unos índices para el periodo de 1960-2001, en donde encuentra mediante el indicador que el grado de descentralización tiene una relación negativa con el crecimiento. En último lugar, se encuentra algunas reflexiones pertinentes en Gómez (2004) sobre el crecimiento sostenido del gasto público y la desaceleración de la tasa de crecimiento del PIB real para Colombia. Para esto, se efectúa un análisis para el periodo de 1950-2000, donde se encontró indicios de la U invertida del modelo teórico de Barro (1990); de donde se resalta que el gasto público cuando está más allá del tamaño óptimo podría estar desperdiciándose recursos públicos que desaceleran el ritmo del crecimiento económico debido a que podrían usarse de manera mucho más eficiente.

### III. Comportamiento del gasto público colombiano 1950-2007

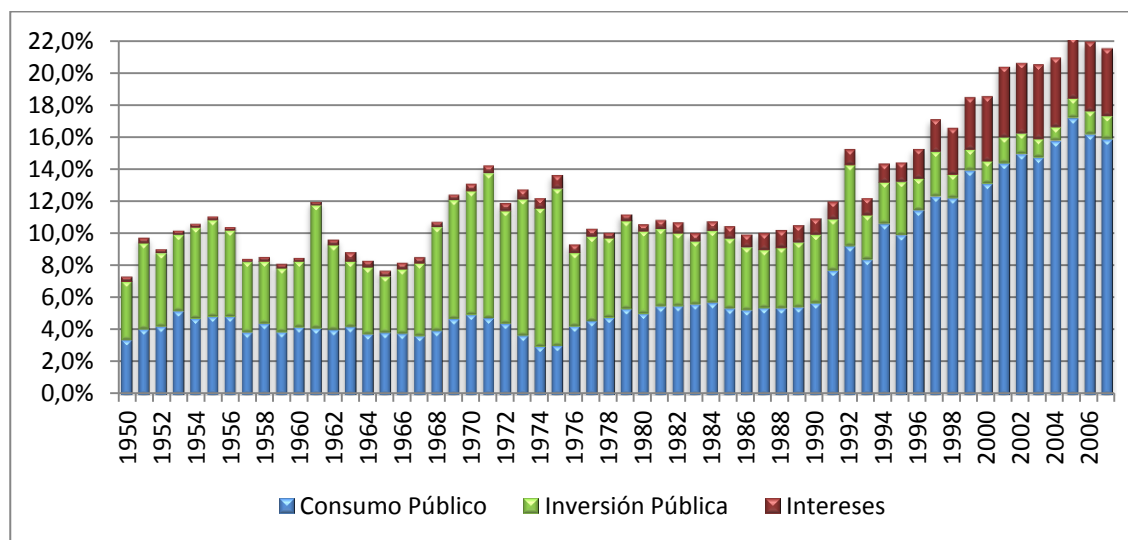
Para simplificar el análisis, la sección se limita a describir el comportamiento del gasto del GNC<sup>10</sup>. El gráfico 2 muestra el comportamiento creciente del gasto durante el periodo de análisis, donde se divide en tres componentes, el gasto de consumo público, inversión pública y pago de intereses. En los años cincuenta, fueron años de un crecimiento considerable, el PIB real creció a una tasa de 4.36% en promedio durante esta década y se debió en gran parte al boom cafetero; estas mayores tasas de crecimiento llevaron a un aumento del gasto público, al pasar de los años cincuenta de un 7% al 8.5%, finalizando esta década. Un desarrollo importante en esta época fue una reforma constitucional que permitió que en 1958 el presupuesto de la nación tuviera un porcentaje de la nación estuviera destinado a la educación pública y a la salud; en donde el gasto paso del 8.5% a 13.1%, no obstante, la recaudación no fue suficiente para cubrir tal gasto, lo que llevo a que

<sup>10</sup>Esto quiere decir, que tenemos en cuenta todas las entidades públicas que proporcionan bienes y servicios de carácter colectivo para los cuales el mercado aún no provee completamente por sí mismo tales como: educación, salud, justicia, defensa, seguridad social entre otros y se clasifican por su financiación mediante impuestos y contribuciones obligatorias. Por tanto, dejamos de lado componentes importantes de las finanzas del sector público no financiero (entidades territoriales y empresas estatales).

se duplicara la deuda de GNC, mientras que la tasa de crecimiento del PIB real en promedio fue de 5% en la década del sesenta.

Debido al deterioro que presentaban las finanzas públicas empezando la década del setenta, bajo la administración de Lleras Restrepo se presenta el informe Musgrave con el fin mejorar la situación del balance fiscal. Se continuó incrementando el gasto social en educación y salud a través de las transferencias del GNC a las regiones. Asimismo, la tasa de crecimiento del PIB per cápita creció en promedio a una tasa de 6.3%. Y el gasto paso de 13.1% en 1970 al 11.23% en 1979. En 1980 la situación de la economía colombiana era positiva pues la tasa de crecimiento era el 4.8% del PIB real, y la administración de Turbay tenía planeado un programa de inversión pública ambicioso, sin embargo, la actividad productiva decayó los años siguientes y el tamaño del gasto público se incrementó en términos relativos debido a la caída del producto ya que el gasto era estable. Esta situación se revierte a partir de 1986, con la reactivación a la economía colombiana la cual se vio favorecida por los superávits generados por el Fondo Nacional de Café, además, que Colombia no se vio tan afectada por la crisis de deuda de los países en la región. Así finalizamos esta década con tasas cercanas del 4% del PIB real y niveles del gasto del 10.9% como proporción del producto.

**Gráfico2: Tasa de consumo público vs inversión pública colombiana 1950-2007 como proporción del PIB a precios constantes de 1994**



Fuente: Gómez y Rhenals (2007); elaboradas a partir de: DANE, Banco de la República, Contraloría General de la República, Ministerio de Hacienda y Crédito Público y CONFIS. Cálculos de los autores

Bajo el mandato de la administración de Gaviria se adoptaron algunas reformas estructurales, las cuales se destacan: la apertura económica, la reforma financiera y tributaria, la reforma cambiaria; además, la Constitución Política de 1991, especialmente en los artículos 356 y 357 relacionados respectivamente con el situado fiscal a dirigir la educación y la salud y con la participación de los municipios con los ingresos corrientes de la nación. Esto llevó a que el gasto público ascendiera de manera considerable, pasando del

10.9% en 1990 a 14.3% en 1994 como proporción del PIB, esto demarca un proceso de crecimiento del tamaño del Estado, que en este periodo se vio favorecido porque no tuvo que recurrir al endeudamiento excesivo porque contaba con ingresos corrientes. En aquel entonces, el debate señalaba que el Estado colombiano era pequeño relativamente con los estándares internacionales, por eso se apoyó la intervención de éste en el desarrollo social; la administración Samper tomo este argumento en su plan de desarrollo “El salto social”, y así se incrementó el gasto al pasar de 14.3% en 1994 al 17.1% en 1997, mucho más rápido que el PIB real que creció a menor ritmo, esto se puede ver en el gráfico 1. Cabe resaltar que se hizo una reforma fiscal con la ley 358 de 1997 (ley de semáforos) basada en una restricción del endeudamiento en los gobiernos territoriales de acuerdo a su capacidad de pago y para el año de 1998 el gasto ya era de 16.5% del PIB.

Luego, en la administración de Pastrana las preocupaciones por el comportamiento creciente del gasto público y una posible ineficiencia en su asignación así como un elevado financiamiento a través del crédito externo. Acto seguido, la crisis en 1999, la economía colombiana presento una contracción del PIB real en 4.2% y la preocupación se dirigía hacia al esquema cambiario y la necesidad de un ajuste fiscal. En esta vía, se resalta la reforma estructural con la ley 617 de 2000 (ley de responsabilidad fiscal territorial), esta fijo los términos cuantitativos para limitar el crecimiento del gasto de funcionamiento de las entidades territoriales y el GNC hasta el 2003. Claro que esta última fue después de la ley 488 de 1998 que fortaleció los ingresos propios de las entidades territoriales y el fondo de pensiones de estas (FONPET, ley 549 de 1999). En esta administración el tamaño del gasto público era del 18.5% en 1999 y llego al 20.3% del PIB en 2001, aumento proporcional debido en gran parte al crecimiento real del producto en promedio fue cercano al 0.2%, casi nulo, entre 1998 y 2001, por la lenta recuperación de la actividad económica.

En 2002, la administración de Uribe se propuso desde el inicio fortalecer la seguridad nacional y un posible financiamiento de las finanzas públicas para estabilizar el tamaño de la deuda, puesto que se venía presentando un incremento acelerado. Se destaca la aprobación de la ley 819 de 2003 que buscaba propiciar la transparencia y responsabilidad fiscal del sector público no financiero (SPNF) mediante la presentación anual del Marco Fiscal de Mediano Plazo (MFMP) y el Marco de Gasto de Mediano Plazo (MGMP) por parte del gobierno y actualmente es el principal instrumento que guía la política fiscal, pues esta establece una senda, pero no una meta para el GNC sobre superávits primarios. Desde, el 2002 al 2007 la tasa de crecimiento del PIB real fue en promedio del 5% de manera destacable mientras que el tamaño del gasto público continuo creciendo a menor ritmo al pasar de 20.6% en 2002 al 21.5% en 2007 del PIB en el mismo periodo y la disminución de la de la relación deuda-PIB se debió más impulsado por la mejora de PIB, las bajas tasas de interés reales externas, la apreciación de la moneda nacional y la sustitución de deuda externa por interna<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup>En parte debido a que los pequeños impactos del efecto “bola de nieve” en la mayor parte de casi tres décadas se han asociado con tasas reales internas (implícitas) negativas o bajas de la deuda pública domestica (Gómez y Rhenals, 2007).

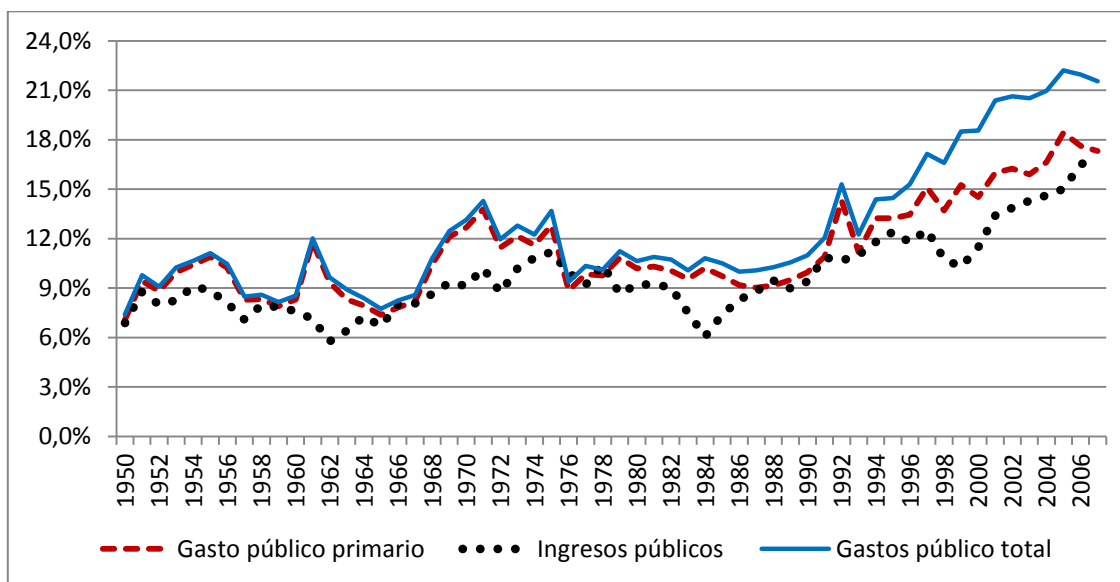
En suma, de acuerdo a lo anterior y lo observado el gráfico 2, el comportamiento del gasto público en el caso colombiano desde la mitad del siglo XX ha tenido un comportamiento creciente y acelerado especialmente a partir de la década de los noventa, así como una recomposición entre los componentes públicos de consumo, inversión y pago de intereses por su financiamiento a través de deuda. Hasta el inicio de los años noventa el consumo público se había mantenido relativamente con un crecimiento estable al igual que la inversión pública que incluso había ganado participación en la década de los setenta y el pago de intereses por deuda pública era considerablemente pequeño si se tiene en cuenta la situación fiscal de la región y los periodos posteriores. Luego a partir de la década de los noventa con la Constitución en 1991 se generan mayores obligaciones sociales para el Estado colombiano y con ello un incremento del gasto público, considerado en un 94% inflexible por el Ministerio de Hacienda<sup>12</sup>. Así mismo, se observa un incremento importante y creciente del consumo público caso contrario, con el componente de inversión pública que adquiere una tendencia progresivamente menor, producto de ser un componente sobre el cual hay flexibilidad presupuestal y por tanto se puede ejercer presión para realizar ajustes fiscales.

De lo anterior se observa que es posible que desde la década de los noventa la recomposición de gasto en consumo público y haya sido en detrimento del componente de inversión y con ello un costo de oportunidad en términos del producto nacional. Pues, según Barro (1990) el tamaño del gasto en consumo público está relacionado de manera negativa cuando sobrepasa cierto tamaño óptimo con el crecimiento económico, caso contrario, la inversión pública y las medidas de estabilidad política y negativamente con las distorsiones del mercado.

---

<sup>12</sup>Según el Ministerio de Hacienda más del 94% del presupuesto del gobierno central es inflexible, y que la inversión y los gastos generales son los únicos rubros donde podría existir alguna capacidad de ajuste fiscal Cárdenas, Cárdenas, Mejía y Olivera (2006).

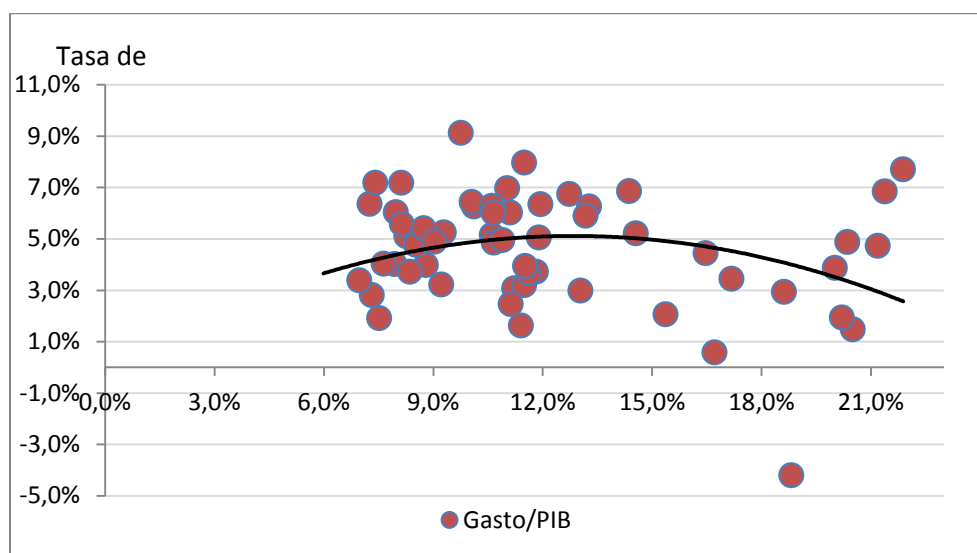
**Gráfico 3: Gastos público primario y totales vs ingresos públicos como porcentaje del PIB: Colombia 1950 – 2007**



Fuente: Gómez y Rhenals (2007); elaboradas a partir de: DANE, Banco de la República, Contraloría General de la República, Ministerio de Hacienda y Crédito Público y CONFIS. Cálculos de los autores.

Ahora bien, si se tiene en cuenta los ingresos totales del sector público para hacer comparaciones con el gasto público total, como se observa en el gráfico 3, se encuentra que desde 1950-1980 el presupuesto tuvo tendencia a ser estable y equilibrada, pero a partir de este punto las brechas comienzan a verse más pronunciada. Así se evidenciada que tanto el gasto primario como el total son mayores que el recaudo para financiarlo, en efecto, en los primeros años de los ochenta y con la crisis de 1999 además la lenta fase de recuperación de la economía contribuyó a que los ingresos del GNC disminuyeran considerablemente, al contrario que el gasto. Igualmente, la diferencia del gasto público total con el primario muestra el creciente comportamiento de la deuda y el pago de sus intereses corrientes.

El gráfico 4, muestra a partir de los datos observados para la economía colombiana con respecto a la tasa de crecimiento económico en relación con el nivel gasto como proporción del PIB que la relación de  $u$  invertida como sugiere la intuición teórica de Barro (1990), como se mostró en la figura 1. A partir de esta se observa que la tasa de crecimiento mayor se logra en un intervalo de relación gasto/PIB entre el 9% y el 17% aproximadamente, de acuerdo a la concentración del diagrama de dispersión. Sin embargo, dicho intervalo es muy amplio y por tanto crea la necesidad de utilizar una metodología más precisa para este cálculo, como se desarrollara en la siguiente sección.

**Gráfico 4: Relación entre  $\tau$  y tasa de crecimiento económico**

Fuente: Gómez y Rhenals (2007); elaboradas a partir de: DANE, Banco de la República, Contraloría General de la República, Ministerio de Hacienda y Crédito Público y CONFIS. Cálculos de los autores.

#### IV. Estimación del modelo:

##### A. Metodología

El procedimiento utilizado de estimación es conocido como el Método Generalizado de Momentos (GMM) para el cual Hansen (1982) demostró la consistencia y la normalidad asintótica deseables de estos estimadores haciendo que la teoría de GMM sea una extensión del método de los momentos<sup>13</sup>. Los estimadores GMM se establecen en un bosquejo, incluso, no paramétrico hacia resultados más robustos, tanto en modelos lineales como no lineales. Para este propósito se utilizan los momentos muestrales (media muestral) para estimar los momentos poblacionales (media poblacional), este proceso es conocido en el método de momentos como *principio de analogía*. Por tanto, en este trabajo la idea básica es estimar los parámetros a partir de las restricciones de momentos aplicadas para el modelo estimado<sup>14</sup>. Así el modelo asume cumplir la siguiente condición de ortogonalidad poblacional:

<sup>13</sup> La clásica teoría de los momentos tiene su base pionera en Fischer (1925), luego se enriquece hacia GMM basado en la estimación de funciones, desarrollado originalmente por Godambe (1960); ver también Godambe y Thompson (1978).

<sup>14</sup> El método aplicado aquí es una variante de la estimación para GMM de Hansen (1982) que luego es implementada para los modelos de ciclos reales de negocios por Christiano y Eichenbaum (1992) y programada en MATLAB para GMM por Burnside (1999) de donde se ha hecho una adaptación del algoritmo para propósitos de este trabajo.



$$m(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) = E[f_t(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi})] = 0 \quad (12)$$

Donde  $f$  es un vector en función de  $\mathbf{x}_t$ , el cual es un vector de variables observables que podrían ser endógenas y/o exógenas y  $\boldsymbol{\phi}$  como un vector de dimensión  $K$  que contiene todos los parámetros desconocidos. Como la idea básica es usar por analogía los momentos muestrales como estimadores de parámetros poblacionales es lógico asumir:

$$\bar{m}(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) = 0 \quad (13)$$

El punto de partida para la estimación de GMM es el supuesto según el cual debe existir al menos un conjunto de  $L$  condiciones de momentos que satisfagan la dimensión  $K$  de parámetros desconocidos a estimar, es decir  $L \geq K$ . Cuando  $L = K$  se dice que es un sistema exactamente identificado y cuando  $L > K$  que esta sobre identificado. Dado que no es posible asegurar una solución exacta para el sistema sobre especificado la manera de solucionarlo es formular el problema de tal forma que la elección del vector de parámetros desconocidos de las condiciones de momentos este lo más cerca posible a cero. Por tanto, la estimación por GMM está definida por la elección de vector,  $\boldsymbol{\phi}$  que minimiza la forma cuadrática o función objetivo:

$$J_t(\boldsymbol{\phi}) = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) \right]' W_T \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) \right] = 0 \quad (14)$$

De hecho el valor de esta función objetivo, denominado J-estadístico, es usado como prueba para la sobre especificación de la condiciones de momentos. Los cuales se distribuyen asintóticamente como una Chi-cuadrado,  $\chi_{L-K}^2$  con grados de libertad iguales al exceso de condiciones de momentos sobre el número de parámetros a estimar, bajo la hipótesis nula que las condiciones de momentos son satisfechas, Hansen (1982).

$$\frac{\partial J_t(\boldsymbol{\phi})}{\partial \boldsymbol{\phi}} = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial f(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi})}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right]' W_T \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\phi}) \right] = 0 \quad (15)$$

En la práctica, el estimador GMM es obtenido resolviendo esta minimización por métodos numéricos, para los cuales hay una gran variedad de algoritmos disponibles<sup>15</sup>. La matriz  $W_T$  de dimensión  $L \times L$  es simétrica y definida positiva y converge en probabilidad al menos a alguna matriz que también es simétrica y definida positiva<sup>16</sup>  $W$ .

<sup>15</sup>Ver por ejemplo Greene (2003, Apéndice E)

<sup>16</sup>Denotando la primera derivada de la matriz como  $G = \partial m / \partial \boldsymbol{\phi}$ . Porque el estimador producido de la minimización de la ecuación objetivo es consistente,  $G(\hat{\boldsymbol{\phi}})$  converge en probabilidad a  $G(\boldsymbol{\phi}_0)$ . Y como se ha asumido ya que  $W_T$  converge en probabilidad a  $W$  entonces  $plim G(\hat{\boldsymbol{\phi}})W_T = G(\boldsymbol{\phi}_0)W$ .

El verdadero vector de parámetros es definido por  $\phi_0$ , esta matriz es de orden  $L \times K$  que es definida por:

$$D_0 = Plim \frac{\partial \bar{m}(\phi_0)}{\partial \phi'} = E \left[ \frac{\partial f(x_t, \phi_0)}{\partial \phi'} \right] \quad (16)$$

Entonces Hansen (1982) mostro que bajo adecuadas condiciones, el estimador GMM es consistente y  $\sqrt{T}$  es asintóticamente normal distribuido.

$$\sqrt{T}(\hat{\phi}_t - \phi_0) \xrightarrow{d} N[0, (D_0' W_0 D_0)^{-1} D_0' W_0 D_0 S_0 W_0 D_0 (D_0' W_0 D_0)^{-1}] \quad (17)$$

Así la matriz  $S_0$  esta dada por:

$$S_0 = E \left[ \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(x_t, \phi_0) f(x_{t+j}, \phi_0)' \right] \quad (18)$$

En su artículo seminal, Hansen (1982) mostró que un estimador óptimo asintótico y eficiente GMM  $\phi$ , puede ser obtenido escogiendo  $W_T$  como el más pequeño de tal manera que converge casi sin duda a la inversa de largo plazo de la matriz de covarianzas de la matriz  $S_0$ :  $plim W_T = S_0^{-1}$  Para la cual se sugiere un procedimiento en dos etapas.

- En el primer paso se estima  $\phi$  usando alguna matriz de ponderación definida positiva, por ejemplo la matriz identidad que es muy usada cuando el problema es no lineal, Dinardo (1997, capítulo 10). Esto genera una estimación consistente de  $\hat{\phi}_T^1$  la cual puede ser usada para construir un estimador consistente de  $S_0$ . Cabe aclarar que hay varios métodos por los cuales se puede estimar<sup>17</sup> $S_0$ . Para este caso el método especificado es de la forma:

$$\hat{S}_T = \sum_{j=-n}^n k(j, n) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [f(x_t, \hat{\phi}_T^1) f(x_t, \hat{\phi}_T^1)'] \quad (19)$$

Donde  $k(j, n)$  toma varios valores dependiendo del método utilizado<sup>18</sup>.

<sup>17</sup>También se puede utilizando la técnica de mínimos cuadrados en dos etapas, la matriz de ponderación de White, HAC-Newey-West o algún otro método especificado por el autor que le permita construir esta matriz de ponderación para estimar la matriz de covarianzas de largo plazo, todos basados en los valores iniciales estimados del vector de parámetros.

<sup>18</sup>Hansen, Heaton y Ogaki (1992) realizaron un programa detallado en Gauss para GMM.

- En el segundo paso una vez logrado la matriz  $W_T = \hat{S}_T^{-1}$  se reestima  $\phi$  y de allí se obtienen los estimadores GMM asintóticamente eficientes (óptimos) de  $\hat{\phi}_T$  y su distribución asintótica está dada por:

$$\sqrt{T}(\hat{\phi}_T - \phi_0) \xrightarrow{d} N\left(\mathbf{0}, (D_T' S_T^{-1} D_T)^{-1}\right) \quad (20)$$

Donde matriz asintótica de varianzas y covarianzas puede ser expresada como  $V_T = (D_T' S_T^{-1} D_T)^{-1}$  y donde  $D_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial f(x_t, \phi)}{\partial \phi'}$ .

Además, siguiendo uno de los métodos para resolver modelos de ciclos reales de negocios (RBC) propuesto por Christiano y Eichenbaum (1992) que sugieren tener en cuenta unos segundos momentos sin tendencia lineal usando los datos filtrados con la técnica de Hodrick-Prescott (HP). Así los segundos momentos muestrales pueden ser expresados como una función no lineal en parámetros. Por tanto se hace necesario aumentar y redefinir el vector de parámetros  $\phi = (\phi_1' \phi_2')$  donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  es el conjunto de parámetros estimados a partir las ecuaciones de restricciones de momentos del modelo y de los nuevos momentos formados a partir de los datos respectivamente, cumpliendo las tradicional condición de ortogonalidad.

$$\begin{aligned} E[f_t(x_t, \phi_1)] &= 0 \\ E[g_t(x_t, \phi_2)] &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

## B. Resultados estimados

En esta sección se hace la estimación con base en el periodo de 1950-2007, luego se realiza el ejercicio para el periodo 1950-1990, previo a la Constitución Política de 1991 y se realiza el ejercicio desde 1991- 2007. Las estimaciones son hechas con base en el comportamiento del gasto del Gobierno Nacional Central sin intereses y se hace otra estimación suponiendo que dicho nivel de gasto es exactamente lo percibido por ingresos tributarios. Se asume que el parámetro de depreciación del capital es conocido y constante en 4.92%, (Posada y Rojas, 2008) de igual forma que el factor de descuento de la utilidad,  $\beta^{19} = 0.900$ . Se

<sup>19</sup>Este valor está dado por  $\beta = \frac{1}{1+r}$ ,  $r$  es la tasa de interés real igual a 11.1%, tomada de Gómez y Posada (2005), por  $PMG_k - \delta = r$ , por ser una situación diferente de largo plazo que caracteriza a una economía en transición.

llevan a cabo dos ejercicios, en el primero se estima el grado de aversión al riesgo, mientras que en el segundo se hace un análisis para medir el grado de sensibilidad de los resultados ante el cambio en los valores del parámetro que representa el grado de aversión al riesgo tomados de los diferentes valores de la literatura para el caso colombiano. Por tanto el vector de parámetros des conocido está dado por:

$$\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}'_1 \boldsymbol{\phi}'_2) = \left( \boldsymbol{\theta}, \ln A, \rho, \sigma_A^2, A_y, \ln(\gamma_x), \alpha, \ln(\bar{A}), n, \sigma_y, \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_y} \right), \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_y} \right) \right) \quad (22)$$

Estos parámetros serán estimados utilizando las siguientes ecuaciones de restricciones de momentos del modelo y están expresadas en términos per cápita, bajo la condición según la cual el tamaño óptimo está dado por  $\tau^* = 1 - \alpha$ :

$$E[\ln(A_t) - \ln(A) - \ln(A_{t-1}) \rho] = 0 \quad (23)$$

$$E[(\ln(A_t) - \ln(A) - \ln(A_{t-1}) \rho) \ln(A_{t-1})] = 0 \quad (24)$$

$$E[(\ln(A_t) - \ln(A) - \ln(A_{t-1}) \rho)^2 - \sigma_A^2] = 0 \quad (25)$$

$$E[\ln(A_t) - \ln(\bar{A})] = 0 \quad (26)$$

$$E\left[\ln(\bar{A}) - \frac{\ln(A)}{(1 - \rho)}\right] = 0 \quad (27)$$

$$E[\ln(y_t) - \ln(A_y) - t \ln(\gamma_x)] = 0 \quad (28)$$

$$E\left[\left(\ln(y_t) - \ln(A_y) - t \ln(\gamma_x)\right) \frac{t}{T}\right] = 0 \quad (29)$$

$$E\left[\delta - 1 + \left(\frac{(1 + n_t)k_{t+1} - ((1 - \tau)y_t - c_t)}{k_t}\right)\right] = 0 \quad (30)$$

$$E\left[(1 + n_t) - \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\theta} ((1 - \tau)\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^{1-\alpha} + (1 - \delta))\right] = 0 \quad (31)$$

$$E\left[(1 - \alpha) - \frac{g_t}{y_t}\right] = 0 \quad (32)$$

$$E\left[\frac{L_{t+1}}{L_t} - (1 + n)\right] = 0 \quad (33)$$

$$E[y_{hp,t}^2 - \sigma_y^2] = 0 \quad (34)$$

$$E\left[c_{hp,t}^2 - \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_y}\right)^2 y_{hp,t}^2\right] = 0 \quad (35)$$

$$E\left[i_{hp,t}^2 - \left(\frac{i_c}{\sigma_y}\right)^2 y_{hp,t}^2\right] = 0 \quad (36)$$

Los datos para las series son usados en términos per cápita. Para estimar la serie  $A_t$  será construida para cada valor de  $\alpha$  usando la series para el producto per cápita ( $y_t$ ), Capital

$(k_t)$  y el gasto público  $(g_t)$  asumiendo una función de producción tipo Cobb-Douglas<sup>20</sup>. Las ecuaciones (23), a la (28), son derivadas de la ley de movimiento para la tecnología  $A_t$ , en sintonía con la propuesta de Burnside (1999). Las ecuaciones (28) y (29) que identifican el parámetro  $\gamma_x$  y el parámetro  $A_y$ . La ecuación (30) proviene de la identidad relacionada con la inversión bruta para el stock de capital. La ecuación (31) es derivada de la ecuación de Euler del consumo para el stock de capital. La restricción que se forma con la ecuación (32) es la condición de equilibrio fiscal de esta economía. La ecuación (33) es derivada de la tasa de crecimiento de la población. Las ecuaciones (34) (35) y (36) son las restricciones usadas para estimar los momentos de los datos, donde el subíndice  $hp$  denota el componente cíclico Hodrick-Prescott de la serie, si bien es cierto no se pretende mirar el comportamiento de los ciclos, tener estas ecuaciones de momentos con las series filtradas permiten suavizarlas las series y tener una mejor estimación de los parámetros, además de tenerlas como referente de estado de largo plazo.

Los parámetros que hacen parte de la ley de movimiento para la productividad  $\ln A, \rho, \sigma_A^2, \ln(\bar{A})$ ; los parámetros derivados de los datos filtrados  $\sigma_y, \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_y}\right), \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_y}\right)$ ; los  $A_y, \ln(\gamma_x), n$  son estimados y se puede observar en los resultados, pero haremos énfasis en análisis en  $\alpha$  y  $\theta$  para efectos de tamaño óptimo del gasto público,  $\tau^* = (1 - \alpha)$  y del crecimiento económico  $\gamma_y$ , estos últimos resultados con negrita en los resultados de las tablas. En este primer ejercicio se realiza la estimación del vector de once parámetros desconocidos equivalente a la ecuación (22) y su respectivo tamaño óptimo de gasto público y crecimiento económico para los periodos mencionados en párrafos anteriores.

Del anterior resultado se obtiene que el coeficiente de grado de aversión al riesgo estimado esta entre 6.708 y 9.283, Esto significa que la elasticidad de sustitución intertemporal (EIS) es 0.149 y 0.108 respectivamente, es decir, un aumento de la tasa de interés induce una reducción de la tasa de crecimiento del consumo en estas cuantías. Este coeficiente de aversión al riesgo se incrementa hacia valores cada vez mayores en la medida en que el tamaño del periodo analizado se hace más grande, lo que significa que el deseo de suavizar el consumo por parte de los individuos se incrementa con el tiempo. Este resultado no es sorprendente debido a que en un escenario de crecimiento endógeno donde no se introduce la tasa de interés real, la EIS estará cerca de cero (Campbell y Mankiw, 1989) sobre la discusión de la estimación de este parámetro. En cuanto a las estimaciones sobre  $\theta$  a nivel internacional no hay un consenso aún, pues los estudios de carácter microeconómico difieren, en algunos casos, con los resultados y conclusiones de los estudios macroeconómicos por la naturaleza de los datos agregados y el periodo muestral, al parecer periodos más largos hacen que la EIS sea más baja<sup>21</sup>.

<sup>20</sup>El término  $A_t$  es un parámetro de escala que refleja la productividad de la economía. Se asume que viene dado por un proceso estocástico, exógeno y autorregresivo donde  $\bar{A}$  es el valor esperado de la productividad.

<sup>21</sup> Para ver con mayor detalle las discusiones internacionales ver el anexo.

De acuerdo con la tabla 1, el tamaño óptimo del gasto público y la tasa de crecimiento del consumo per cápita se encuentra en el periodo de 1950-2007 en 9.97% y 1.24%<sup>22</sup>, para el periodo de 1950-1990 en 8.16% y 1.37% y para el periodo de 1991-2007 en 14.87% y 1.28%. Por otro lado si se hace la estimación bajo la idea según la cual el nivel de gasto es exactamente su nivel de ingresos tributarios, el tamaño óptimo de gasto y la tasa de crecimiento en periodo de 1950-2007 en 8.57% y 1.22%, para el periodo de 1950-1990 en 6.98% y 1.34% y para el periodo de 1991-2007 en 12.75% y 1.36%. De lo anterior se deriva que es posible obtener tasas de crecimiento del PIB per cápita similares con menos recursos públicos.

**Tabla 1: Estimación de parámetros sin fijar el grado de aversión al riesgo**

| Parámetros<br>Estimados | (1950-2007)  |              | (1950-1990)  |              | (1991-2007)   |               |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
|                         | Gasto        | Impuestos    | Gasto        | Impuestos    | Gasto         | Impuestos     |
| $\theta$                | <b>8.425</b> | <b>9.283</b> | <b>8.093</b> | <b>8.809</b> | <b>6.708</b>  | <b>7.39**</b> |
| $\ln(A)$                | -0.160       | -0.146       | -0.400       | -0.447       | -0.423        | 0.701         |
| $\rho_A$                | 0.747        | 0.779        | 0.408        | 0.363        | 0.224         | 0.244         |
| $\sigma_A^2$            | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.003         | 0.010         |
| $A_y$                   | 13.39        | 13.39        | 13.37        | 13.37        | 14.33         | 14.33         |
| $\ln(\gamma_x)$         | 0.022        | 0.022        | 0.023        | 0.023        | 0.013         | 0.013         |
| $\alpha$                | <b>0.900</b> | <b>0.914</b> | <b>0.918</b> | <b>0.930</b> | <b>0.851</b>  | <b>0.873</b>  |
| $\sigma_y$              | 0.021        | 0.021        | 0.015        | 0.015        | 0.032         | 0.032         |
| $\sigma_c/\sigma_y$     | 1.239        | 1.238        | 1.302        | 1.283        | 1.118         | 1.121         |
| $\sigma_i/\sigma_y$     | 7.665        | 7.691        | 7.403        | 7.407        | 6.748         | 6.742         |
| $\ln(\bar{A})$          | -0.631       | -0.662       | -0.675       | -0.702       | -0.543        | -0.572        |
| $n$                     | 0.024        | 0.024        | 0.028        | 0.028        | 0.013         | 0.013         |
| $\gamma_c^*$            | <b>1.24%</b> | <b>1.22%</b> | <b>1.37%</b> | <b>1.34%</b> | <b>1.28%</b>  | <b>1.36%</b>  |
| $\tau^*$                | <b>9.97%</b> | <b>8.57%</b> | <b>8.16%</b> | <b>6.98%</b> | <b>14.87%</b> | <b>12.75%</b> |

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

\*\*Este parámetro es estadísticamente significativo a un nivel de 1.2% para este caso, lo demás son significativos bajo cualquier nivel.

En el segundo ejercicio se pretende medir el grado de sensibilidad de la tasa de crecimiento óptima del PIB per cápita y de la tasa de gasto en un escenario en el cual el grado de aversión al riesgo,  $\theta$  toma valores estimados en trabajos previos de este parámetro para la economía colombiana. Los cuales se encuentran en un rango de 1 a 4, para el valor de 1 Prada (2005), 1.542 y 2.249 de Gómez, Rhenals y Mahadeva (2009), 2.35 de Prada y Rojas (2009), 2.47 de Iregui y Melo (2009), 3.5 y 4 recomendado por Greco (2002). Con

<sup>22</sup>Resultado muy similar al trabajo de Posada y Escobar (2003) que encontraron un tamaño óptimo de gasto en 9.4% del PIB y una tasa de crecimiento del PIB per cápita en 1.2% anual, mencionado en la revisión de la literatura en secciones previas.

respecto al valor de 1 es tomado por el mismo rango, pero no existe evidencia empírica que respalde este valor, pues es un caso teórico en donde la función CRRA se vuelve en una de tipo  $\ln c_t$ , lo que llevaría a altas tasa de crecimiento, pero no son óptimas pues depende del tipo de agente representativo que se modele y el escenario<sup>23</sup>.

Los resultados de la tabla 2, estimados con base en el nivel de gasto, muestran que a medida en que el grado de aversión al riesgo,  $\theta$ , se mueve en un intervalo descendente para los valores de 4 a 1, el tamaño óptimo del sector público se incrementa de 11.9% a 13.8% al igual que lo hace la tasa óptima de crecimiento del PIB per cápita,  $\gamma$  crece del 2.5% al 9.8%. Sin embargo, de acuerdo a lo observado este nivel de gasto se sobrepasó en 1994 cuando el GNC llegó al 14.38% del PIB y en este año la tasa de crecimiento del PIB per cápita fue del 5.75%. Además, los promedios observados en los años en los cuales el nivel de gasto óptimo era el sugerido por estas estimaciones la tasa de crecimiento per cápita del producto fue de 2.91%, mientras que cuando el nivel estuvo por fuera de este intervalo óptimo cayó a 2.03% de crecimiento del PIB por habitante.

**Tabla 2: Parámetros estimados con gasto 1950-2007**

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.172       | -0.173       | -0.173       | -0.174       | -0.174       | -0.174       | -0.173       | -0.173       |
| $\rho_A$            | 0.667        | 0.672        | 0.674        | 0.679        | 0.681        | 0.682        | 0.694        | 0.699        |
| $\sigma_A^2$        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        |
| $A_y$               | 13.40        | 13.40        | 13.40        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        |
| $\alpha$            | <b>0.862</b> | <b>0.866</b> | <b>0.867</b> | <b>0.871</b> | <b>0.871</b> | <b>0.872</b> | <b>0.878</b> | <b>0.881</b> |
| $\sigma_y$          | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.241        | 1.243        | 1.244        | 1.245        | 1.245        | 1.245        | 1.245        | 1.245        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 7.484        | 7.516        | 7.524        | 7.552        | 7.556        | 7.561        | 7.595        | 7.606        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.515       | -0.526       | -0.530       | -0.541       | -0.543       | -0.546       | -0.565       | -0.574       |
| $n$                 | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        |
| $\gamma_c^*$        | <b>9.8%</b>  | <b>6.3%</b>  | <b>5.7%</b>  | <b>4.3%</b>  | <b>4.1%</b>  | <b>4.0%</b>  | <b>2.8%</b>  | <b>2.5%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>13.8%</b> | <b>13.4%</b> | <b>13.3%</b> | <b>13.0%</b> | <b>12.9%</b> | <b>12.8%</b> | <b>12.2%</b> | <b>11.9%</b> |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

<sup>23</sup>En el modelo de Ramsey la EIS determina la velocidad de ajuste en estado estacionario y el comportamiento de la tasa de ahorro durante la transición. Si la EIS es alta entonces fuertes cambios en el consumo no son costosos para los agentes pues como resultado si la tasa de interés es alta ellos ahorrarán una gran proporción de su ingreso. Si la elasticidad es baja, el motivo de suavizar el consumo es muy fuerte y por eso los consumidores ahorrarán un poco y consumen mucho aun si la tasa de interés real es alta (Barro y Sala-i-Martin (2001) pág. 91). En el caso de nuestro modelo, el escenario con gasto público, hace que los individuos al contar con ese gasto público su EIS sea baja, además los impuestos obligan a los individuos a posponer sus decisiones de ahorro y consumo, alejándolos de sus decisiones óptimas.

De manera similar los resultados de la tabla 3, en la cual se obtienen los estimaciones bajo un escenario donde el nivel de gasto es equivalente a lo percibido por ingresos tributarios en el mismo intervalo decreciente de 4 a 1 para el grado relativo de aversión al riesgo, la estimación del tamaño óptimo de gasto público pasa de 10.8% al 12.8% y la tasa máxima de crecimiento del PIB per cápita se incrementa de 2.7% al 10.6% anual. En este caso, se observó que este nivel de gasto se sobrepasó en 1994 con 14.3% del PIB y con respecto al nivel de ingresos se sobrepasó a penas en el año 2001 cuando su recaudo correspondía a un 13.4% del PIB total.

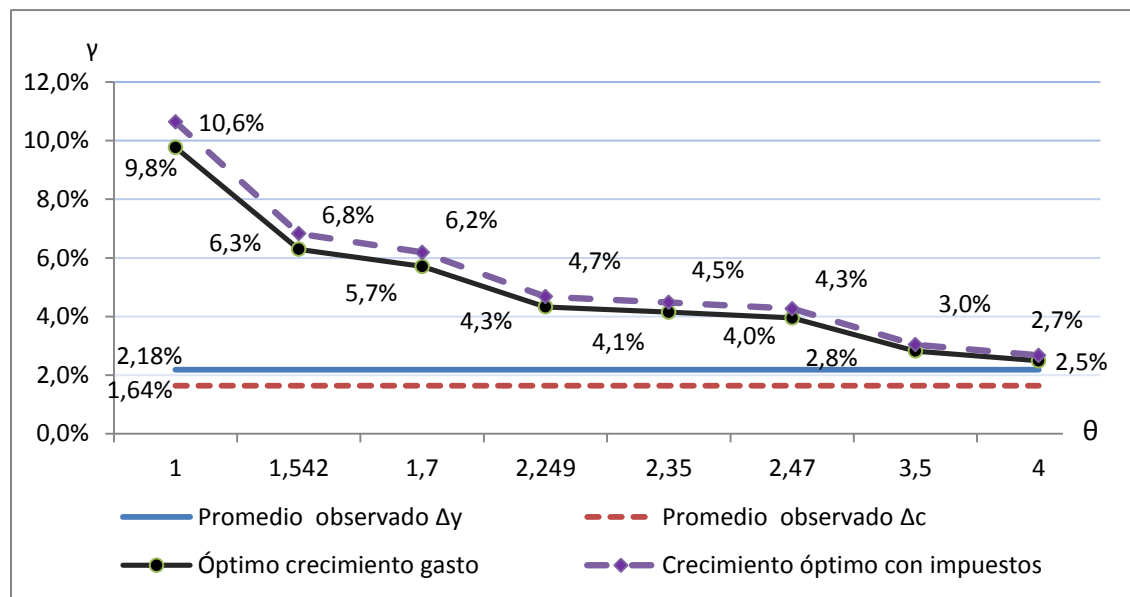
**Tabla 3: Parámetros estimados con impuestos 1950-2007**

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.182       | -0.182       | -0.182       | -0.182       | -0.181       | -0.181       | -0.178       | -0.176       |
| $\rho_A$            | 0.656        | 0.664        | 0.666        | 0.675        | 0.676        | 0.678        | 0.695        | 0.703        |
| $\sigma_A^2$        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        |
| $A_y$               | 13.40        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        | 13.39        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        | 0.022        |
| $\alpha$            | <b>0.873</b> | <b>0.877</b> | <b>0.878</b> | <b>0.881</b> | <b>0.882</b> | <b>0.883</b> | <b>0.890</b> | <b>0.893</b> |
| $\sigma_y$          | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        | 0.021        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.243        | 1.245        | 1.245        | 1.247        | 1.247        | 1.247        | 1.248        | 1.247        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 7.482        | 7.516        | 7.526        | 7.557        | 7.562        | 7.568        | 7.610        | 7.624        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.528       | -0.541       | -0.545       | -0.558       | -0.560       | -0.563       | -0.584       | -0.593       |
| $n$                 | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        | 0.024        |
| $\gamma_c^*$        | <b>10.6%</b> | <b>6.8%</b>  | <b>6.2%</b>  | <b>4.7%</b>  | <b>4.5%</b>  | <b>4.3%</b>  | <b>3.0%</b>  | <b>2.7%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>12.8%</b> | <b>12.4%</b> | <b>12.2%</b> | <b>11.9%</b> | <b>11.8%</b> | <b>11.7%</b> | <b>11.1%</b> | <b>10.8%</b> |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$



**Gráfico 5: Crecimiento óptimo estimado y grado de aversión al riesgo (1950-2007)**

Fuente: Cálculos de los autores

En relación con los anteriores resultados la gráfica 5, es posible observar que las tasas de crecimiento del PIB per cápita estimada son superadas cuando el nivel de gasto público tiene como regla la cantidad de recursos percibidos por ingresos públicos vía tasa impositiva. En este sentido, la diferencia es de 0.2% de crecimiento del PIB per cápita,  $\gamma$  cuando el grado de aversión al riesgo,  $\theta$  es de 4 y esta diferencia se va incrementado en todo el intervalo hasta que  $\theta$  es igual a 1 con un 0.8% de crecimiento. Aunque, esta diferencia es pequeña, pero es muy significativa si se tiene en cuenta el efecto económico a través de un intervalo de años determinado. Además, cabe resaltar que estas tasas óptimas superan las tasas promedio de crecimiento del PIB per cápita y el consumo en 2.18% y 1.64% observadas respectivamente durante el periodo de análisis.

Tabla 4: Parámetros estimados con gastos 1950-1990

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.296       | -0.307       | -0.310       | -0.320       | -0.322       | -0.324       | -0.342       | -0.350       |
| $\rho_A$            | 0.455        | 0.450        | 0.449        | 0.444        | 0.443        | 0.442        | 0.434        | 0.430        |
| $\sigma_A^2$        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        |
| $A_y$               | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        |
| $\alpha$            | <b>0.878</b> | <b>0.882</b> | <b>0.883</b> | <b>0.887</b> | <b>0.888</b> | <b>0.889</b> | <b>0.896</b> | <b>0.900</b> |
| $\sigma_y$          | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.376        | 1.371        | 1.370        | 1.365        | 1.364        | 1.363        | 1.354        | 1.350        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 7.348        | 7.359        | 7.362        | 7.372        | 7.374        | 7.376        | 7.387        | 7.390        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.544       | -0.558       | -0.562       | -0.576       | -0.578       | -0.581       | -0.604       | -0.615       |
| $n$                 | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        |
| $\gamma_c^*$        | <b>10.3%</b> | <b>6.6%</b>  | <b>6.0%</b>  | <b>4.6%</b>  | <b>4.4%</b>  | <b>4.2%</b>  | <b>3.0%</b>  | <b>2.6%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>12.2%</b> | <b>11.8%</b> | <b>11.7%</b> | <b>11.3%</b> | <b>11.2%</b> | <b>11.1%</b> | <b>10.4%</b> | <b>10.1%</b> |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

De la misma manera, la tabla 4 presenta las estimaciones realizadas para un periodo de 1950-1990, considerado previo al proceso de apertura económica, los resultados muestran nuevamente que a medida en que el deseo de suavización del consumo a través del tiempo se reduce de 4 a 1, el tamaño óptimo del gasto se encuentra entre 10.1% y 12.1% del producto y la tasa máxima de crecimiento del PIB por habitante entre 2.6% y 10.3%. En cuanto a los niveles observados se encuentra que se sobrepasó en los años de 1969 a 1971 que representaron en promedio del 13.3% del PIB y una tasa promedio de crecimiento per cápita del 3.4%, sin embargo para el año 1972 ya empezaban a generar efectos las recomendaciones de las medidas fiscales de Musgrave y el nivel de gasto público se redujo a cerca del 12% en este año lo que generó una tasa de crecimiento per cápita del 4.9%. Luego en 1994 este nivel de gasto se vuelve a sobrepasar ya que se observa una tasa de gasto del 14.3% del PIB. En suma comparando los años observado donde se encontró que el nivel de gasto estaba entre el intervalo óptimo estimado, la tasa promedio de crecimiento del PIB per cápita fue del 2.4%, mientras que cuando no se estuvo dentro de este intervalo cayó esta tasa de crecimiento a una media de 1.9% por habitante.

Nuevamente, en la tabla 5, muestra los resultados cuando se cumple la equivalencia entre el nivel de recursos destinados a gasto público en la misma cantidad obtenida por ingresos públicos. Se encontró que en la medida que el grado relativo de aversión al riesgo se aproxima de 4 a 1, el tamaño óptimo de gasto público pasa del 9.1% al 11.4% y la tasa máxima de crecimiento del producto por habitante pasa de 2.8% al 11.1% por año. En cuanto a lo observado, este nivel de ingresos tributarios se sobrepasó desde 1994 cuando el nivel de ingresos era del 11.8% del PIB total.

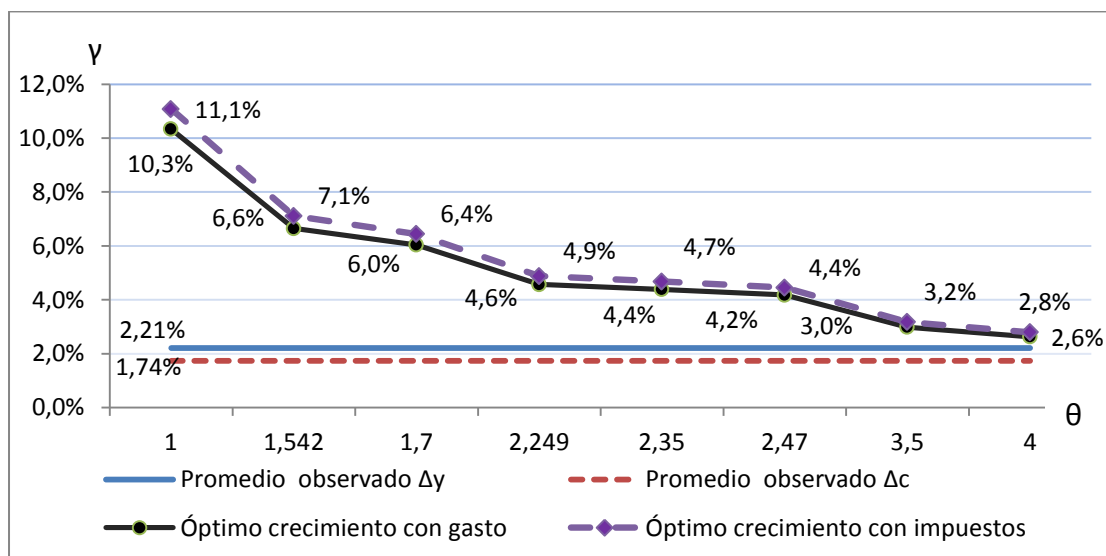
Tabla 5: Parámetros estimados con impuestos 1950-1990

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.346       | -0.356       | -0.359       | -0.369       | -0.371       | -0.373       | -0.390       | -0.398       |
| $\rho_A$            | 0.377        | 0.376        | 0.376        | 0.374        | 0.374        | 0.374        | 0.371        | 0.370        |
| $\sigma_A^2$        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        | 0.001        |
| $A_y$               | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        | 13.37        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        | 0.023        |
| $\alpha$            | <b>0.886</b> | <b>0.891</b> | <b>0.892</b> | <b>0.896</b> | <b>0.897</b> | <b>0.898</b> | <b>0.905</b> | <b>0.909</b> |
| $\sigma_y$          | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        | 0.015        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.375        | 1.372        | 1.371        | 1.367        | 1.366        | 1.365        | 1.356        | 1.352        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 7.337        | 7.346        | 7.349        | 7.359        | 7.361        | 7.364        | 7.381        | 7.387        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.556       | -0.571       | -0.575       | -0.590       | -0.592       | -0.595       | -0.620       | -0.632       |
| $n$                 | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        | 0.028        |
| $\gamma_c^*$        | <b>11.1%</b> | <b>7.1%</b>  | <b>6.4%</b>  | <b>4.9%</b>  | <b>4.7%</b>  | <b>4.4%</b>  | <b>3.2%</b>  | <b>2.8%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>11.4%</b> | <b>10.9%</b> | <b>10.8%</b> | <b>10.4%</b> | <b>10.3%</b> | <b>10.2%</b> | <b>9.5%</b>  | <b>9.1%</b>  |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

Gráfico 6: Crecimiento óptimo estimado y grado de aversión al riesgo (1950-1990)



Fuente: Cálculos de los autores

De acuerdo con los resultados presentados en la gráfica 6, las tasas estimadas de crecimiento del PIB per cápita son mayores para el caso en el que el gasto público tiene como regla lo percibido por ingresos tributarios. De tal manera entre el intervalo de grado de aversión al riesgo de 4 la diferencia en la tasa de crecimiento es de 0.2% del PIB per cápita y cuando  $\theta$  es igual a 1 se incrementa hasta un 0.8% de crecimiento por habitante, siendo esta diferencia importante en lo acumulado en el horizonte de largo plazo. Además, las tasas óptimas estimadas en todos los casos superan las tasas promedios de crecimiento del PIB per cápita y el consumo observadas en 2.21% y 1.74% respectivamente en este periodo previo del periodo de 1990.

Con respecto a la tabla 6, los resultados de las estimaciones presentados para el periodo desde la implementación de la Constitución Política de 1991 hasta el periodo de 2007. De la misma manera que en los casos anteriores el grado de aversión relativa al riesgo en un intervalo descendiente entre 4 a 1, la tasa óptima de gasto público se encuentra entre 15.9% y 17.5% del PIB y la tasa de crecimiento máxima del producto por habitante en 2.1% y 8.3% anual. En cuanto a lo observado el único año en el que el nivel de gasto público estuvo en el intervalo óptimo considerado por las estimaciones estuvo perturbado por la recesión de la economía colombiana a final de la década de los noventa, pues en 1998 la tasa de gasto era de 16.6% del PIB, sin embargo la tasa de crecimiento del PIB per cápita fue casi nula en 0.52%, luego desde 1999 se sobrepasa este nivel de gasto con 18.5% del producto y se observa una tasa de crecimiento negativa por habitante en -5.25%, como consecuencia de la profundización de la crisis.

**Tabla 6: Parámetros estimados con base en el nivel de gasto (1991-2007)**

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.356       | -0.365       | -0.368       | -0.376       | -0.378       | -0.379       | -0.393       | -0.398       |
| $\rho_A$            | 0.233        | 0.232        | 0.231        | 0.230        | 0.230        | 0.230        | 0.228        | 0.227        |
| $\sigma_A^2$        | 0.003        | 0.003        | 0.003        | 0.003        | 0.003        | 0.003        | 0.003        | 0.003        |
| $A_y$               | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        |
| $\alpha$            | <b>0.825</b> | <b>0.828</b> | <b>0.829</b> | <b>0.832</b> | <b>0.833</b> | <b>0.833</b> | <b>0.839</b> | <b>0.841</b> |
| $\sigma_y$          | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.121        | 1.121        | 1.120        | 1.119        | 1.119        | 1.119        | 1.118        | 1.118        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 6.834        | 6.821        | 6.816        | 6.800        | 6.797        | 6.793        | 6.772        | 6.766        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.463       | -0.474       | -0.477       | -0.487       | -0.489       | -0.491       | -0.507       | -0.514       |
| $n$                 | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        |
| $\gamma_c^*$        | <b>8.3%</b>  | <b>5.3%</b>  | <b>4.8%</b>  | <b>3.7%</b>  | <b>3.5%</b>  | <b>3.3%</b>  | <b>2.4%</b>  | <b>2.1%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>17.5%</b> | <b>17.2%</b> | <b>17.1%</b> | <b>16.8%</b> | <b>16.7%</b> | <b>16.7%</b> | <b>16.1%</b> | <b>15.9%</b> |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

Los resultados de las estimaciones resumidos en la tabla 7, permiten observar el escenario cuando el nivel gastos público es equivalente a los recaudado por ingresos tributarios. Se estimó que el gasto óptimo se encuentra entre 14.2% y 16.0% del producto y se obtienen unas tasas óptimas de crecimiento del 2.4% al 9.5% del PIB per cápita anual.

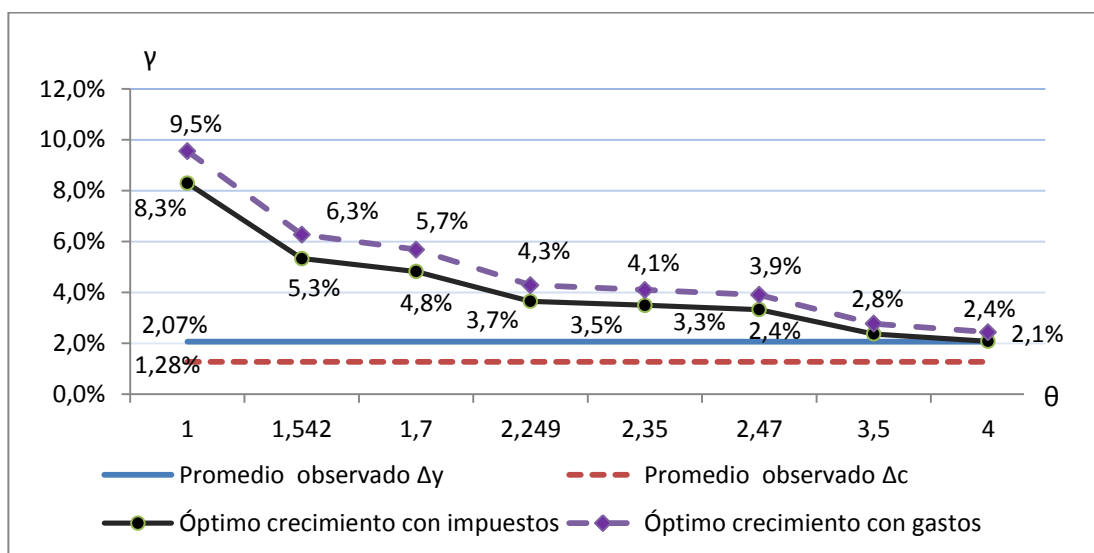
Finalmente en la gráfica 7, se presenta el mismo resultado de acuerdo a los resultados anteriores en el sentido según el cual las tasa de crecimiento del PIB per cápita son mayores para el caso en el que se tiene como regla un nivel de gasto público lo equivalente a los ingresos públicos. Cuando el valor del grado de aversión al riesgo es de 4 la diferencia entre las tasa de crecimiento  $\gamma$  es de 0.3% y se va incrementado hasta cuando  $\theta$  toma el valor de uno con una diferencia en la tasa de crecimiento per cápita del 1.2% anual. Resultado nada despreciable teniendo en cuenta los efectos de estos recursos acumulados en la economía. Además, teniendo en cuentas las tasas de crecimiento promedio observadas del PIB per cápita en 2.07% y del consumo en 1.28%, estas son inferiores a las obtenidas por las estimaciones óptimas para este periodo.

**Tabla 7: Parámetros estimados con base en el nivel de impuestos (1991-2007)**

| $\theta$            | 1            | 1.542        | 1.7          | 2.249        | 2.35         | 2.47         | 3.5          | 4            |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\ln(A)$            | -0.376       | 0.593        | 0.597        | 0.609        | 0.611        | 0.613        | 0.634        | 0.643        |
| $\rho_A$            | 0.216        | 2.250        | 2.249        | 2.244        | 2.243        | 2.242        | 2.239        | 2.240        |
| $\sigma_A^2$        | 0.003        | 0.010        | 0.010        | 0.010        | 0.010        | 0.010        | 0.010        | 0.010        |
| $A_y$               | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        | 14.33        |
| $\ln(\gamma_x)$     | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        |
| $\alpha$            | <b>0.840</b> | <b>0.844</b> | <b>0.845</b> | <b>0.848</b> | <b>0.849</b> | <b>0.850</b> | <b>0.855</b> | <b>0.858</b> |
| $\sigma_y$          | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        | 0.032        |
| $\sigma_c/\sigma_y$ | 1.123        | 1.122        | 1.122        | 1.122        | 1.122        | 1.122        | 1.122        | 1.122        |
| $\sigma_i/\sigma_y$ | 6.835        | 6.827        | 6.820        | 6.795        | 6.791        | 6.786        | 6.756        | 6.748        |
| $\ln(\bar{A})$      | -0.479       | -0.483       | -0.487       | -0.498       | -0.500       | -0.502       | -0.520       | -0.527       |
| $n$                 | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        | 0.013        |
| $\gamma_c^*$        | <b>9.5%</b>  | <b>6.3%</b>  | <b>5.7%</b>  | <b>4.3%</b>  | <b>4.1%</b>  | <b>3.9%</b>  | <b>2.8%</b>  | <b>2.4%</b>  |
| $\tau^*$            | <b>16.0%</b> | <b>15.6%</b> | <b>15.5%</b> | <b>15.2%</b> | <b>15.1%</b> | <b>15.0%</b> | <b>14.5%</b> | <b>14.2%</b> |

Estos parámetros son estadísticamente significativos bajo cualquier nivel.

\*Tasa óptima de gasto público que garantiza una senda de crecimiento balanceado del consumo, capital físico, gasto público y producto a una misma tasa per cápita, es decir  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y$

**Gráfica 7: Crecimiento óptimo estimado y grado de aversión al riesgo (1991-2007)**

Fuente: Cálculos de los autores

En resumidas cuentas y de acuerdo a todo anterior, el tamaño óptimo del gasto público que maximiza la tasa de crecimiento cuando se pretende estimar el valor relativo de aversión al riesgo se encuentra entre 10% y 11.2% del PIB y se sobrepasó entre los años de 1989 y 1991. Por otro lado cuando se repite el ejercicio en un escenario de sensibilidad con las imposiciones de la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo los resultados apuntan a que el tamaño óptimo de gasto se sobrepasó en la década de los noventa, con resultados fuertes para el año de 1994. Este resultado concuerda con los trabajos realizados para Colombia tal como se mencionó en la evidencia empírica.

La explicación de la relación inversa entre el grado de aversión al riesgo y la tasa de gasto óptima que maximiza la tasa de crecimiento puede estar explicada por el comportamiento del ahorro de los hogares. El mecanismo es el siguiente: en la medida que el grado de aversión al riesgo de los hogares disminuye significa que están dispuestos a permitir variaciones en el nivel de consumo porque la utilidad marginal de su consumo disminuye lentamente. Esto permite que se liberen recursos privados para estimular actividades productivas que tienen como consecuencia un incremento en la tasa de crecimiento económico. Además, este mayor nivel de producto permite capturar un mayor nivel de ingresos el cual garantiza la financiación del aumento del gasto público, incluso del consumo debido al efecto sustitución del consumo privado por público. Este resultado verifica los efectos no neutrales del gasto público con respecto al consumo, inversión privada y producción a través de la oferta (Aschauer 1989, Barro 1981 y 1989).

Por otro lado, la diferencia entre las tasas de crecimiento óptimas superiores obtenidos bajo el supuesto según el cual el estado gasta exactamente los que percibe por ingresos como regla puede ser interpretados de manera plausible como una aproximación de ineficiencia y corrupción de la asignación de recursos públicos. La razón podría ser explicada en sintonía

con los resultados de Acemoglu (2005) que sugiere que cuando el gobierno es débil y corrupto obstaculiza el crecimiento económico y las consecuencias de la ineficiencia en el comportamiento del gobierno se reflejan porque no puede transformar lo percibido en ingresos públicos en una relación uno a uno<sup>24</sup> en la actividad productiva, por ejemplo cuando se invierte en infraestructura productiva pública. Además, Mauro (1996) muestra que la corrupción puede ser capturada de manera similar a un impuesto a los ingresos públicos y como consecuencia relaciona la evidencia que en algunos componentes del gasto público están más sujetos con actividades expuestas a capturas mediante sobornos y por tanto ineficiencia en la asignación de los recursos públicos.

## Conclusiones

En primer lugar, las propiedades asintóticas de la metodología GMM que posibilita la modelación en escenarios incluso no paramétricos hacia resultados más robustos tanto para modelos no lineales, permitió la estimación de parámetros con un desenlace muy satisfactorio teniendo en cuenta que se obtuvieron resultados consistentes con algunos parámetros ya establecidos por investigaciones previas para la estructura de la economía colombiana.

Teniendo en cuenta la estimación de la EIS el tamaño óptimo del gasto público estuvo entre 9.97% y 14.87 % del PIB con una tasa máxima de crecimiento entre 1.24% y 1.28% del PIB per cápita, teniendo en cuenta los diferentes periodos de análisis. Entonces, de acuerdo con la estructura y la dinámica de mercado para el periodo definido, es claro que a partir de la primera mitad de los años noventa el gasto se volvió excesivo. Por otro lado, cuando se realizó la estimación tomando como dado la EIS, los resultados sugieren de la misma forma que el tamaño óptimo del gasto público se sobrepasó en la década de los noventa con resultados fuertes para el año de 1994.

Con base en las estimaciones se obtuvieron siempre mejores tasas de crecimiento del PIB per cápita cuando el gasto público tiene por regla una cuantía equivalente a su nivel de recaudo a través de impuestos. Lo que implica que al comparar las tasas de crecimiento obtenidas con los datos observados estarían sugiriendo que ese gasto adicional es posible que este ejerciendo presión a frenar el crecimiento económico. Lo que implica que una asignación más eficiente de los recursos públicos contribuye a impulsar más la tasa de crecimiento que el mismo incremento en gasto público per se. Además, teniendo en cuenta que el interés no es medir en sí el grado de aversión al riesgo, sino mirar el comportamiento de la EIS, que en este escenario es bastante baja, lo cual era de esperar pues largos periodos de análisis muestra que los agentes reaccionan poco frente a cambios en la tasa de interés.

Así mismo se debe resaltar que el problema de la deuda no se trata aquí, pero de lo anterior se puede intuir bajo la luz de este ejercicio que el mismo pago de interés de la deuda desacelera en mayor medida el ritmo del crecimiento. En efecto, un ejercicio interesante para posteriores investigaciones sería descomponer el gasto público en diferentes

---

<sup>24</sup> Cabe recordar que uno de los resultados de este modelo es que el capital privado y el gasto público productivo crecen a la misma tasa.

componentes (gasto en seguridad, educación, salud, infraestructura, entre otros) con el fin de identificar cuáles son los que contribuyen por su asignación eficiente a promover el crecimiento y la formación de capital físico productivo.

Finalmente, se observa a partir de la evolución del gasto público y la tasa de crecimiento del PIB real para el caso colombiano que desde la década de los noventa se ha acelerado así como la recomposición entre gasto en consumo público, pago de intereses y la inversión pública acompañado de un costo de oportunidad en términos del PIB. Esto es, debido a que en la actualidad el Estado actual por mandato constitucional debe asumir un volumen creciente de servicios públicos acompañado con un incremento de los pagos por intereses por la necesidad de financiar el faltante, generando distorsiones en el mercado. Esto ha sido en deterioro de la inversión pública y con ello parte de los incentivos para promover la actividad productiva. Por tal razón, se sugiere que ante la inflexibilidad constitucional de reducir los niveles elevados actuales de gasto público hacer esfuerzos hacer una recomposición o mejorar la calidad con la cual se ha venido ejecutando con el fin armonizar mejor los objetivos entre la financiación, eficiencia y la capacidad redistributiva del gasto público, siendo este un reto para las finanzas públicas futuras.



## Bibliografía

- ACEMOGLU, D. (2005): "Politics and Economics in Weak and Strong States," *Journal of Monetary Economics*, 52, 1199-1226
- ALEXIOU, Constantinos (2009). "Government Spending and Economic Growth: Econometric Evidence from the South Eastern Europe" *Journal of Economic and social research*. Pp.1-16.
- ARANGO y RAMÍREZ (2007) "Aversión al riesgo y tasa subjetiva de descuento: El caso colombiano, 1970-2003", *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, volumen 6, No. 10, pp. 93-99 - ISSN 1692-3324 - Enero-junio de 2007/166p. Medellín, Colombia.
- ARANGO y RAMÍREZ (2007) "Aversión al riesgo y tasa subjetiva de descuento: El caso colombiano, 1970-2003", *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, volumen 6, No. 10, pp. 93-99 - ISSN 1692-3324 - Enero-junio de 2007/166p. Medellín, Colombia.
- ARROW, K (1971) "Essays in the Theory of Risk-Bearing," North Holland, Amsterdam.
- ASCHAUER, David (1989). "Is Public Expenditure Productive?" *Journal of Monetary Economics*, 23, 177-200.
- BARRO, Robert. (1981). "Output Effects of Government spending", *National Bureau of Economic Research*, Volume 89, December, pp 1086-1121.
- BARRO, Robert (1989). "A Cross-Country Study of Growth, Saving and Government", *National Bureau of Economic Research*, working paper No. 2885, February 1989.
- BARRO, Robert (1990). "Government spending in a simple model of endogenous growth", *Journal of Political Economy*, vol. 98, n° 5, p.103-125.
- BARRO, Robert (1991). "Economic growth in a cross section of countries", *Quarterly Journal of Economics* 106: 407-444.
- BARRO, Robert and SALA-i-MARTÍN, Xavier (2004). "Economic Growth, Second Edition", The MIT Press, Cambridge Massachusetts.
- BANCO DE LA REPÚBLICA, MINISTERIO DE HACIENDA Y CRÉDITO PÚBLICO Y DEPARTAMENTO DE PLANEACIÓN NACIONAL. (2010). "Regla fiscal para Colombia" Comité técnico Interinstitucional. 7 de Julio 2010.
- BOSE, Niloy; HAQUE, Emranul and OSBORN, Denise.(2003): "Public expenditure and economic growth: A disaggregated analysis for developing countries", *Centre for Growth and Business Cycle Research, School of Economics Studies. University of Manchester*.

- BURNSIDE, Craig (1999). “Real Business Cycle Models: Linear Approximation and GMM Estimation”, The World Bank.
- CAMPBELL and MANKIW (1989) “Consumption, Income, and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence,” in NBER Macroeconomics Annual.
- CÁRDENAS, Mauricio, MEJIA, Carolina y OLIVERA, Mauricio (2006). “La economía política del proceso presupuestal en Colombia”. Fedesarrollo, Documentos de trabajo No 31.
- COCHRANE and HANSEN (1992) “Asset Pricing Explorations for Macroeconomics,” in NBER Macroeconomics Annual
- DINARDO, John y JOHNSTON Jack (1997) “Econometric Methods”. McGraw – Hill. Fourth Edition.
- DAR, Atul and AMIRKHALKHALI, Sal. (2002). “Government size, factor accumulation, and economic growth: evidence from OECD countries”, Journal of Policy Modeling 24: 679 692.
- EPSTEIN and ZIN (1991) “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis”, The Journal of Political Economy, Vol. 99, No. 2, pp. 263-286.
- ESPITIA, Jorge.(2004) “La descentralización fiscal y el crecimiento económico: Evidencia para Colombia”. Banco de la República. Ensayos Sobre Política Económica No 46. pp. 186 – 248.
- FINANZAS PÚBLICAS MEDELLÍN (2004) “Finanzas públicas territoriales: una nota metodológica”, Banco de la República seccional Medellín.
- FÖLSTER, Stefan. and HENREKSON, Magnus. (2001). “Growth effects of Government expenditure and taxation in rich countries”, European Economic Review 45: 1501- 1520.
- GÓMEZ Y POSADA (2005) Un choque del activo externo neto y el ciclo económico colombiano 1994-2001, Lecturas de Economía Nro 621, Universidad de Antioquia
- GÓMEZ, Wilman y RHENALS, Remberto (2007). “Un cálculo del déficit fiscal estructural: análisis y una propuesta metodológica”, Perfil de Coyuntura Económica, pp. 47-70. Universidad de Antioquia.
- GRECO (2004), “El Crecimiento Económico Colombiano en el Siglo XX”. Banco de la República. Fondo de Cultura Económica. Bogotá.
- GREENE, William H. (2002) Econometrics Analysis. Fifth Edition. Prentice Hall.

- GUVENEN (2005) Reconciling Conflicting Evidence on the Elasticity of Intertemporal Substitution: A Macroeconomic Perspective. *Journal of Monetary Economics*.
- HALL (1988) "Intertemporal Substitution in Consumption," *The Journal of Political Economy*, Vol. 96, No. 2, pp. 339-357.
- HANSEN, Lars (1982), "Large Sample Properties of Generalized Moments Estimators", *Econometrica*, Vol. 50, No 4, pp. 1029-1054.
- HANSEN and SINGLETON (1982) "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, Vol. 50, No. 5, pp. 1269-1286.
- HANSEN and SINGLETON (1984) "Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, Vol. 52, pp. 267-68.
- HARASHIMA, T. (2005) "An Estimate of the Elasticity of Intertemporal Substitution in a Production Economy," *Economics Working Paper Archive Econ WPA N° 050830*, Cabinet Office of Japan, University of Tsukuba.
- HERNÁNDEZ, JALIL y POSADA (2007) "El costo de los ciclos económicos en Colombia una nueva estimación", *ENSAYOS SOBRE POLITICA ECONOMICA*, Banco de la República (2007).
- IREGUI y MELO (2009) "La transmisión de la política monetaria sobre el consumo en presencia de restricciones de liquidez", *Borradores de Economía Núm. 547*, Banco de la República.
- IRMEN, Andreas. and KUEHNEL, Johanna. (2008). "Productive Government Expenditure and Economic Growth". *University of Heidelberg. Discussion Paper Series No 464*.
- JORION and GIOVANNINI (1993) "Time-series tests of a non-expected-utility model of asset pricing," *European Economic Review*, Vol. 37, pp. 1083-1100.
- JUNGUITO, Roberto y RINCON, Hernán (2004) "Política fiscal en el siglo XX en Colombia". *Borradores de economía. Banco de la República No 318*.
- KANDEL and STAMBAUGH (1991) "Asset returns and intertemporal preferences," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 27, pp. 39-71.
- LANDAU, Daniel. (1983) "Government expenditure and economic growth: a cross – country study", *Southern Economic Journal* 49: 783-792
- LIZARDO, Radhames. and MOLLICK, André. (2006), "Can Latin America prosper by reducing the size of government" *Cato Journal*, Vol. 29, No. 2.

- LIU and SERCU (2008) “Estimating the Intertemporal Substitution Elasticity”
- MAURO, P. (1996): The Effects of Corruption on Growth, Investment, and Government Expenditure," IMF Working Paper, WP/96/98.
- MEHRA and PRESCOTT (1985) “The Equity Premium: A Puzzle,” Journal of Monetary Economics, Vol. 15, pp. 145-161.
- MUTASCU, Mihai. and MILOS, Marius. (2009), “Optimal size of government spending: the case of European union member states”, *Annales Universitatis Series economica*, 11(1). 2009.
- NOVALES, Alfonso; Fernández, Esther and Ruíz, Jesús (2009). “Economic Growth Theory and Numerical Solution Methods”, Springer, Universidad Complutense, Spain.
- NUMPAQUE, Cielo María y RODRIGUEZ, Ligia "Evolución del gasto público en Colombia 1950-1994" Archivos de economía, n° 45, Bogotá D, C. Departamento de Planeación Nacional, 1996.
- OBSTFELD (1994) “Risk-Taking, Global Diversification, and Growth,” The American Economic Review, Vol. 84, No. 5, pp. 1310-1329.
- OCAMPO, José (2007) “Historia Económica de Colombia”. Editorial Planeta.
- PRADA (2005) “A Real Business Cycle Model for Colombia”, Munich Personal RePEc Archive, Pontificia Universidad Javeriana.
- PRADA y ROJAS (2009) “La elasticidad de Frisch y la transmisión de la política monetaria en Colombia”, Borradores de Economía 555, Banco de la República (2009)
- POSADA, Carlos (1996). “¿Por qué ha crecido el gasto público? Borradores de Economía, Banco de la República. No 051.
- POSADA, Carlos Y CABALLERO, Carlos (2002). “Una nota sobre los elementos coyunturas y estructurales del déficit fiscal en el caso colombiano reciente”, Borradores de Economía, No.235, Banco de la República.
- POSADA, Carlos y ESCOBAR, José (2003). “Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso Colombiano (1982-1999)”, Borradores de Economía, No.258, septiembre, Banco de la República.
- POSADA, Carlos y GÓMEZ, Wilman (2002). “Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso colombiano”, Ensayos sobre Políticas Económicas No 41-42, junio-diciembre, Banco de la República.

- POSADA, Carlos y ROJAS, Andrea (2008). “El crecimiento económico colombiano: datos nuevos y modelos viejos para interpretar el periodo de 1925-2000”, Borradores de Economía, No. 480, Banco de la República.
- REINHART, OGAKI and OSTRY (1996) “Saving Behavior in Low- and Middle-Income Developing Countries: A Comparison” IMF Staff Papers 43 (1), 38–71.
- ROMER, David (2001). Advanced Macroeconomics (2a. edición), McGraw-Hill.
- ROMER, Paul (1990). “Endogenous Technological Change”. Journal of Political Economy, 98, October, part II, S71-S102.
- SALA-i-MARTÍN, Xavier. (2000). "Apuntes de crecimiento económico" Segunda Edición, Antoni Bosch, Barcelona.
- SCULLY, Gerald. (1994). “What is the optimal Size of government in the United States”. Public Choice, 115, 299–312.
- VEDDER, Richard and GALLAWAY, Lowell.E. (1998). “Government size and economic growth”. Paper prepared for the Joint Economic Committee, Retrieved September 11.

## Anexos

### Anexo A. Modelo de crecimiento endógeno (Barro, 1990) en tiempo discreto

Barro introduce una versión del modelo  $AK$  incluyendo los servicios provistos por el gasto público  $g_t$  como un factor adicional productivo

$$y_t = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

El gobierno sigue una restricción presupuestaria gubernamental para cada período y aumentar el ingreso proporcional a los impuestos a la tasa  $\tau$ , el cual determina el nivel de gasto público, el gasto público así se vuelve endógeno por la estructura del financiamiento del gasto.

$$g_t = \tau y_t = \tau Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} = (\tau A)^{\frac{1}{\alpha}} k_t \quad (2)$$

El gasto público se acumula a lo largo del tiempo es proporcional al capital privado, el cual es un input acumulable de (2) la función de producción puede ser escrita como una versión del modelo  $AK$  estándar, reemplazando (2) en (1)

$$y_t = A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} k_t \quad (3)$$

Este modelo carece por tanto de transición dinámica al igual que el modelo  $AK$  (Rebelo, 1991). Ahora para construir la restricción del agente representativo se parte de una economía cerrada, pero con gobierno:

$$S_t = I_t$$

$$Y_t - C_t - G_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t$$

Expresada en términos per cápita, así que se divide por  $N_t$  y teniendo presente que  $N_{t+1} = (1+n)N_t$  y la restricción del gobierno  $g_t = \tau y_t$

$$y_t - c_t - g_t = \frac{K_{t+1}}{N_t} - k_t + \delta k_t$$

$$(1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - c_t + (1-\delta)k_t = (1+n)k_{t+1} \quad (4)$$

donde la ecuación (4) refleja la restricción de recursos de la economía. Además, manteniendo el supuesto de la función de utilidad  $CRRA$  (*constant relative risk aversion*). Además, se supone que la oferta de trabajo es inelástica. Por tanto, el problema del agente representativo es:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} - \lambda_t [(1+n)k_{t+1} - (1-\tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} + c_t - (1-\delta)k_t] \right\} \quad (5)$$

Ahora las condiciones de primer orden o ecuaciones de Euler:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^t (c_t^{-\theta} - \lambda_t) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = E_t [-\beta^t \lambda_t (1+n) + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} ((1-\tau)A\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^{1-\alpha} + (1-\delta))] = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = (1+n)k_{t+1} - (1-\tau)A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} + c_t - (1-\delta)k_t = 0 \quad (8)$$

Despejando  $c_t$  de (6) en términos del multiplicador de Lagrange o el precio sombra del consumo, e iterando hacia adelante se puede luego sacar la relación de la tasa de crecimiento de consumo a través del tiempo

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \left( \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$1 + \gamma_{c_{t+1}} \equiv \frac{c_{t+1}}{c_t} = \left( \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (9)$$

Recordando que:  $g_{t+1} = (\tau A)^{\frac{1}{\alpha}} k_{t+1}$

$$\frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = \frac{\beta [(1-\tau)A\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^{1-\alpha} + (1-\delta)]}{(1+n)} = \frac{\beta \left[ (1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\delta) \right]}{(1+n)}$$

Luego la tasa de crecimiento del consumo óptima:

$$1 + \gamma_{c_{t+1}} \equiv \frac{c_{t+1}}{c_t} = E_t \left( \frac{\beta \left[ (1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\delta) \right]}{(1+n)} \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\gamma_{c_{t+1}} = E_t \left( \frac{\beta \left[ (1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + (1-\delta) \right]}{(1+n)} \right)^{\frac{1}{\theta}} - 1 \quad (10)$$

Usando esta condición junto con la restricción global de los recursos y la condición de transversalidad

$$(1+n)k_{t+1} = (1-\tau)A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - \bar{c}_t + (1-\delta)k_t$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (1+n) \beta^t \lambda_t k_{t+1} = 0 \quad (11)$$

donde  $\lambda_t$  es el multiplicador de lagrange asociado a la restricción global de recursos. La condición de Euler muestra que la tasa de crecimiento del consumo  $c_t$  es constante en el

tiempo. Desde que el gasto público sea proporcional al capital privado cada periodo, ambos factores comparten la misma tasa de crecimiento en todos los puntos del tiempo desde (4). Por lo tanto, la tasa de crecimiento del consumo será en el nivel óptimo:

$$\frac{c_t}{k_t} = (1 - \tau)A \left( \frac{k_t}{g_t} \right)^{\alpha-1} + (1 - \delta) - (1 + n)(1 + \gamma_{k_{t+1}}) \quad (12)$$

Desde que  $\frac{k_t}{g_t} = \frac{1}{(\tau A)^{\frac{1}{\alpha}}}$  es constante, hay una senda de crecimiento balanceada con el crecimiento del consumo y el capital a la misma tasa. Así, se tiene que

$$\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma$$

Para demostrarlo se retoma la ecuación (10) teniendo en cuenta que la tasa  $\gamma_{k_{t+1}}$  es una constante, en la parte derecha de esa igualdad es una constante

$$\begin{aligned} \frac{c_t}{k_t} &= \text{constante} \\ c_t &= \text{constante} * k_t \end{aligned}$$

de la expresión anterior se logra ver que es estable, tomando diferencial total y dividiendo todo por  $c_t$  se tiene

$$\begin{aligned} \Delta c_t &= \text{constante} * \Delta k_t \\ \frac{\Delta c_t}{c_t} &= \frac{\text{constante} * \Delta k_t}{\text{constante} * k_t} \\ \frac{\Delta c_t}{c_t} &= \frac{\Delta k_t}{k_t} \\ \gamma_c &= \gamma_k \end{aligned}$$

Y recordando que  $\frac{c_{t+1}-c_t}{c_t} = \frac{dc_t}{c_t}$ , luego se toma nuevamente que  $\frac{k_t}{g_t} = \frac{1}{(\tau A)^{\frac{1}{\alpha}}}$ , el lado derecho es una constante también, y tomando diferencial y dividiendo por  $k_t$  se tiene

$$\begin{aligned} k_t &= \text{constante} * g_t \\ \Delta k_t &= \text{constante} * \Delta g_t \\ \frac{\Delta k_t}{k_t} &= \frac{\text{constante} * \Delta g_t}{\text{constante} * g_t} \\ \frac{\Delta k_t}{k_t} &= \frac{\Delta g_t}{g_t} \\ \gamma_k &= \gamma_g \end{aligned}$$

Finalmente tomando el producto  $y_t = A_t k_t^\alpha g_t^{1-\alpha}$ , y que  $\frac{k_t}{g_t} = \frac{1}{(\tau A)^{\frac{1}{\alpha}}}$



$$y_t = A \left( \frac{k_t}{g_t} \right)^\alpha g_t$$
$$y_t = \text{constante} * g_t$$
$$\Delta y_t = \text{constante} * \Delta g_t$$
$$\frac{\Delta y_t}{y_t} = \frac{\text{constante} * \Delta g_t}{\text{constante} * g_t}$$
$$\gamma_y = \gamma_g$$

De esta forma se demuestra que en estado estacionario este modelo AK las diferentes variables per cápita crecen a la misma tasa  $\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y = \gamma$ .

## Anexo B. Evidencia Empírica Internacional

Resultados de los estudios sobre el efecto del nivel y la estructura del gasto público sobre el crecimiento económico. Donde  $G$  indica la cantidad de gasto total;  $GC$  indica la cantidad total de gasto público en consumo de bienes no productivos;  $GI$  es el gasto de inversión productiva e  $I$  es la inversión total.

| Autor                      | Muestra de estudio                     | Variabes Explicativas y tipo de estudio   | Principales resultados del efecto que tienen las variables explicativas sobre el crecimiento del PIB   |
|----------------------------|--|---|--|
| Landau (1983)              | 100 países para el periodo de 1960-76. | $GC$ como participación del PIB y el PIB real per cápita. Metodología Cross-section             | $GC$ tiene un efecto significativo negativo en el PIB real per cápita.   |
| Kormendi y Meguire (1985)  | 47 países para los años 1950-77.       | $GC$ metodología cross-section  | $GC$ no afecta el PIB.   |
| Landau (1986)              | 27 LDC en los años 1960-80.            | $G$ Total y gasto de diferente tipo. Metodología Cross-section.                                 | $GC$ y $GI$ tiene un efecto significativo negativo. El efecto del gasto en educación es muy pequeño.   |
| Ram (1986)                 | 115 países en los años 1960-80.        | $GC$ panel de datos   | $GC$ tiene un efecto negativo.   |
| Conte y Darrat (1988)      | Países de la OECD                      | Realiza un test de causalidad de Granger, la variable es $G$ .                                  | Para la mayoría de los países de la OECD, no hay un impacto discernible del crecimiento del gobierno sobre la tasa de crecimiento económico real.  |
| Grier y Tullock (1989)     | 113 países en los años 1951-80         | $GC$ con un panel de datos.   | $GC$ tiene un considerable efecto negativo, pero es positivo para los países asiáticos.  |
| Barro (1989)               | 72 países en el periodo de 1960-85     | $GC$ , $GI$ , el gasto en educación, defensa y social. Metodología utilizada es panel de datos. | El tamaño del consumo público esta correlacionado de manera negativa con el crecimiento económico, mientras que la inversión pública lo está positivamente.  |
| Barro (1991)               | 98 países en los años 1960-85.         | $GC$ y utiliza Cross section  | $GC$ tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico. Además, el PIB está relacionado positivamente con el capital humano y relacionado negativamente con el nivel de PIB per cápita real. |
| Carlstrom y Gokhale (1991) | EEUU                                   | Desarrollo de simulaciones  | El gasto permanente del gasto público genera una reducción en el producto de largo plazo.  |
| Engen y Skinner (1992)     | 107 países para el periodo de 1970-85. | $G$ e impuestos y el PIB. Utilizando paneles de datos.  | Encuentran que el incremento en el gasto público en el presupuesto balanceado y los impuestos pronostican un efecto negativo en el producto.   |

|                           |   |   |   |
|---------------------------|---|---|---|
| Devarajan (1993)          | 14 países de la OECD en los años 1970-90.           | $G$ de acuerdo a su respectiva división (salud, educación, transporte, entre otros).  | El gasto en salud e infraestructura tiene un efecto positivo en el crecimiento económico; el gasto en educación y defensa nacional tiene un efecto negativo.  |
| Easterly y Rebelo (1993)  | 100 ADC y LDC en los años 1970-88.                  | $G$ , $GC$ , $GI$ y otro tipo de variables de $G$ así como los impuestos y recursos de capital humano. Metodología Cross Section            | $GI$ y $GC$ tienen un efecto negativo, pero $GC$ , como gasto en infraestructura, tiene un efecto positivo en la inversión privada.   |
| Hanson y Henrekson (1994) | 14 países de la OECD en los años 1970-90.           | $G$ , $GC$ , $GI$ , gasto en educación y transferencias del gobierno.   | Transferencias y $G$ tienen un efecto negativo, el efecto de la educación es positivo, $GI$ no tiene un efecto significativo en el crecimiento económico.   |
| Lin (1994)                | 62 países ADC y LDC en los años 1960-85.            | $I$ , $G$   | En los países ADC, $G$ no tiene un efecto significativo; en los países LDC si tiene un efecto positivo.   |
| Scully (1994)             | Estados Unidos con periodo entre 1925 - 89          | $G$ y nivel de impuestos como proporción del PIB. Series de tiempo  | El excesivo tamaño que ha adquirido el gobierno ha sido acompañado con niveles excesivos de impuestos, los cuales conllevan a un declive del nivel de vida de las familias y un menor nivel de Producto en promedio. Nivel óptimo: 21.5% y 22.9% del PIB. |
| Ghura (1995)              | Africa Sub Sahara/ 33 países entre 1970-95.         | $GC$ y se realiza un estudio de Cross-Section.  | Relación negativa entre $GC$ y el crecimiento económico.  |
| Lee (1995)                | Países en desarrollo 1960-85                        | $GC$ y $I$ como tasa de inversión de crecimiento, variables relacionadas con el capital humano y el nivel inicial de ingreso. Cross-section | Encuentra que el $GC$ está relacionado con un menor crecimiento económico.  |
| Devarajan (1996)          | 43 países LDC en los años 1970-90.                  | $GC$ , $GI$ y $G$ de acuerdo a su división funcional. Metodología panel de datos  | El efecto de $GC$ es positivo, mientras que $GI$ es negativo.   |
| Guseh (1997)              | 59 países en desarrollo con nivel de ingreso medio. | $G$ , $GI$ y $GC$ .   | El crecimiento del tamaño del gobierno tiene efectos negativos en el crecimiento económico, pero el efecto negativo es tres veces mayor en sistemas no democráticos socialistas que en los sistemas democráticos de mercado.                              |
| Kelly (1997)              | 73 países en los años 1970-89.                      | $GC$ y $GI$ utilizando un panel de datos  | El artículo destaca la contribución que la inversión pública y gasto social puede contribuir al crecimiento.  |
| Keller (1998)             | 22 países en los                                    | $GI$ y $GC$   | $GI$ consolida el crecimiento, $GC$ tiene   |

|                              |  |   |   |
|------------------------------|--|---|---|
|                              | años 1970-95.  |   | un efecto negativo.   |
| Batchelor (1999)             | Sur África en los años 1964-95.                              | Gasto militar.  | Gasto militar tiene un efecto negativo  |
| Burton (1999)                | Países de la OECD para el periodo de 1970-99.                | $G$ y tasa de desempleo.  | Los gastos del gobierno como porcentaje del PIB juegan un papel significativo en el aumento de la tasa de desempleo.  |
| Knoop (1999)                 | Para EEUU en el periodo 1970-95.                             | Usa el método de OLS para series de tiempo, con la variable $G$ .   | Encuentra que una reducción en el tamaño del gobierno puede tener un efecto adverso en el crecimiento económico y el bienestar.   |
| Dunne y Nikolaidou (1999)    | Grecia en los años 1960-96.                                  | Gasto militar y defensa nacional, $GC$ .  | El gasto militar y defensa nacional tiene un efecto negativo, $GC$ no afecta al crecimiento económico.  |
| Tannien (1999)               | 52 países en los años 1970-92.                               | $I$ , categorías de $G$   | $GC$ tiene un efecto negativo. El gasto en bienes públicos frenan el crecimiento cuando $G$ es excesivo, la seguridad nacional tiene un efecto positivo.                                  |
| Fölster y Henrekson (2001)   | 23 países de la OECD en los años 1970-95.                    | Realizan un estudio de panel con $G$ como variable explicativa.   | $G$ tiene un efecto significativo negativo en el crecimiento económico. Se reporta una tendencia hacia una relación negativa más robusta en la medida que aumenta el tamaño del gobierno. |
| Heiteger (2001)              | 21 países de la OECD en los años 1960-2000.                  | $G$ , $I$ e introducen recursos de capital humano y el nivel de ingreso per cápita inicial.   | $G$ tiene un efecto significativo en el crecimiento económico, exceptuando las inversiones públicas y las transferencias.   |
| Dar y AmirKhalkhali (2002)   | 19 países de la OECD en los años 1971-99.                    | $G$ , $GC$ e impuestos como porcentajes del PIB, también miran el impacto sobre las exportaciones e $I$ .   | $G$ tiene un efecto significativo negativo, para países cuyo tamaño del gobierno supera cierto umbral determinado.  |
| Bose, Hanque y Osborn (2003) | 30 países en vías de desarrollo para periodo entre 1970-1990 | $G$ , $GI$ , $GC$ y otras variables asociadas a la política monetaria y el comercio internacional. La metodología panel de datos y regresiones aparentemente no relacionada (SUR) | Se encontró una asociación positiva y significativa del gasto en educación y la inversión con el crecimiento económico, y las demás variables resultaron ser no significativas.           |
| Sjöberg (2003)               | Suecia en el periodo de 1960-2001.                           | $G$ , $GC$ , $GI$ , $I$ y consumo privado por el método de MCO  | El $G$ tiene un efecto significativo y negativo en el crecimiento económico cuando el tamaño del sector público excede el nivel óptimo.   |
| Pecvin (2004)                | 12 países de la OECDE en los años 1950-96.                   | $G$ como porcentaje del PIB metodología panel de datos  | $G$ tiene un efecto significativo negativo para aquellos países con un enorme tamaño del gobierno, además   |

|                          |  |   |   |
|--------------------------|--|---|---|
|                          |  |   | corroboran la fuerte existencia de la curva de Armey para estos países.   |
| Alvarez y Pascual (2006) | 15 países de la Unión Europea en un periodo de 1980 - 2002   | $G$ como proporción del PIB y metodología de datos de panel   | El gasto público esta positivamente relacionado con el crecimiento económico  |
| Lizardo y Mollick (2006) | 23 países de Latinoamérica en el periodo 1974 – 2003   | $G$ , $GC$ , $GI$ e introducen variables asociadas a la política monetaria y nivel de apertura entre otras, como porcentaje del PIB. Metodología de panel de datos. | Coincide con otros estudios concernientes la relación negativa entre el gasto público y el crecimiento económico y además una relación positiva entre la inversión y la tasa de crecimiento. Nivel óptimo; 13.7% del PIB en promedio.   |
| Alexiou (2007)           | Grecia, para el periodo 1970-2001.   | Método OLS con series de tiempo   | Los resultados afirman que existe una asociación positiva entre el crecimiento del gasto público y el crecimiento del PIB.  |
| Heller y Roman (2008)    | 15 países de la EU para los años 1996-2005.  | $G$ como porcentaje del PIB.  | Un incremento de $G$ en los países de la EU reduce sus respectivas tasas de crecimiento económico. Incluso ya el fenómeno no obedece a una curva de $U$ invertida sino que ya es cercana a una relación lineal negativa, lo que significa que el tamaño óptimo de gasto se ha pasado.                             |
| Alexiou (2009)           | 7 países del sur de Europa con economías consideradas en transición para el periodo de 1995 – 2005 | $G$ , $GC$ , $GI$ y variables asociada al nivel de gasto por asistencia para el desarrollo y tamaño el nivel de comercio. Metodología de panel de datos.            | Sólo el gasto público en formación de capital, asistencia para el desarrollo, el comercio tiene un efecto positivo y en el crecimiento económico.   |
| Mutasco y Milos (2009)   | Los países miembros viejos (15) y nuevos (12) de la Unión Europea en el periodo de 1999 – 2008.    | $G$ Metodología de panel de datos.  | Se encontró una relación negativa entre el gasto público y el crecimiento económico más allá del nivel óptimo. Nivel promedio óptimo; EU-15 30.42% del PIB y EU-12 27.46% del PIB.  |
| Shanaka (2009)           | Sri-Lanka en el periodo 1959-2003.   | Metodología de series de tiempo para las variables $G$ , $I$ y consumo como participación del PIB, y el grado de apertura de la economía.                           | Existe la relación no lineal entre el gasto público y el crecimiento económico. Los resultados son generalmente consistentes con los hallazgos anteriores: el gasto público y el crecimiento económico están correlacionados positivamente, los gastos excesivos se correlacionó negativamente con el crecimiento |

|                              |  |   |   |
|------------------------------|--|---|---|
|                              |  |   | <p>económico, hay una relación positiva entre la inversión y el crecimiento económico y economía abierta promueve el crecimiento.</p>   |
| <p>Witte y Moesen (2009)</p> | <p>23 países de la OCDE periodo de 1960 – 2003</p> | <p><math>G</math>, y variables asociadas al tamaño de las familias, nivel de apertura de la economía, preferencias de la población, densidad de la población, tamaño y urbanización. Método no paramétricos en un análisis envolvente de datos (DEA).</p> | <p>Como estima el nivel de gasto público óptimo para cada país de manera diferente y por tanto en algunos casos de un efecto positivo del gasto público en el crecimiento económico. Pero confirma la relación negativa entre el tamaño del gobierno cuando excede óptimo con el crecimiento. Nivel promedio óptimo: 42.1% y 42.1% del PIB.</p> |

### Anexo C. Revisión de literatura internacional estimación de la elasticidad de sustitución intertemporal

$\sigma$  : Elasticidad de sustitución intertemporal (EIS).

$\theta$  : Inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal o grado de aversión al riesgo.

| Autores y artículo   | $\sigma$  | $\theta$       | Metodología usada para estimar y objetivo de la estimación  |
|--|---|----------------|---|
| <b>Harashima (2005)</b> “An Estimate of the Elasticity of Intertemporal Substitution in a Production Economy”  | En términos macro se estimó el valor tan bajo como 0.09. También estiman la EIS=0.087 | 11.11 y 11.494 | La EIS es sensible a la elección de la tasa de interés para su estimación, pero en este trabajo se muestra que no es necesario usarla, pero se requiere modelos de crecimiento endógeno que sean libres de efectos de escala y una fuerte influencia en las tasas de crecimiento de la población. Se estima la ecuación de Euler del consumo sin la tasa de interés en estado estacionario. La metodología usada es calibración para la economía norteamericana, usando los siguientes datos y relaciones: $\alpha = 0.7$<br><br>(participación del factor trabajo), $\frac{y_t}{k_t} = 0.33$ , $\frac{\dot{c}_t}{c_t} = 0.02$ , $n = 0.01$ y $\delta = 0.05$ . |
| <b>Arrow (1971)</b> “Essays in the Theory of Risk-Bearing,” North Holland, Amsterdam. y <b>Hansen and Singleton (1982,1984)</b> “Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models,” Econometrica, Vol. 50, No. 5, pp. 1269-1286. y Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models,” Econometrica, Vol. 52, pp. 267-68. respectivamente. |   |                | Estos autores argumentan que $\theta$ no puede ser mayor a un dígito, y que la EIS es mucho mayor.  |
| <b>Mehra and Prescott (1985)</b> “The Equity Premium: A Puzzle,” Journal of Monetary Economics, Vol. 15, pp. 145-161.; <b>Hall (1988)</b> “Intertemporal Substitution in Consumption,” The Journal of Political Economy, Vol. 96, No. 2, pp. 339-357.; <b>Campbell and Mankiw (1989)</b>   | 0.1   | 10             | Todos estos autores argumentan que el parámetro $\theta$ no siempre tiene que ser de un dígito, esto sucede cuando no se incorpora en el modelo las tasas de interés de largo plazo y activos. Es decir que las decisiones de portafolio cuando se modelan con estas variables dan un menor valor del parámetro. Por lo tanto, para ellos es plausible que se den valores tan grandes para $\theta$ . La EIS entonces en un escenario de crecimiento endógeno donde no se introduzca la tasa de interés siempre dará cerca de cero.   |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| <p>“Consumption, Income, and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence,” in NBER Macroeconomics Annual, edited by Olivier Jean Blanchard and Stanley Fischer, pp. 185-216. Cambridge, MA, MIT Press.; <b>Kandel and Stambaugh (1991)</b> “Asset returns and intertemporal preferences,” Journal of Monetary Economics, Vol. 27, pp. 39-71.; <b>Cochrane and Hansen (1992)</b> “Asset Pricing Explorations for Macroeconomics,” in NBER Macroeconomics Annual, edited by Olivier Jean Blanchard and Stanley Fischer, pp. 115-169. Cambridge, MA, MIT Press. Y finalmente <b>Obstfeld (1994)</b> “Risk-Taking, Global Diversification, and Growth,” The American Economic Review, Vol. 84, No. 5, pp. 1310-1329.</p> |   |  |  |
| <p><b>Epstein and Zin (1991)</b> “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis”, The Journal of Political Economy, Vol. 99, No. 2, pp. 263-286.</p>  | <p>La EIS se encuentra en un rango generalmente de 0.05 a 1</p> | <p>Por lo tanto, el grado de aversión al riesgo se encuentra entre 1 y 20.</p> | <p>Usan una función de utilidad recursiva. Estiman mediante GMM y variables instrumentales la EIS para bienes durables y no durables. Estiman la ecuación de Euler de consumo para cada tipo de consumo.</p> |
| <p><b>Jorion and Giovannini (1993)</b> “Time-series tests of a non-expected-utility model of asset pricing,” European Economic Review, Vol. 37, pp. 1083-1100.</p>   | <p>La EIS está en un rango de 0.084-0.185.</p>                  | <p>Argumentan que está en un rango de 5.4-11.9</p>                             | <p>Estiman la ecuación de Euler mediante máxima verosimilitud, los segundos momentos lo realizan con un modelo ARCH basados en estimaciones de métodos de los momentos.</p>                                  |



|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| <p><b>Reinhart, Ogaki y Ostry (1996)</b> “Saving Behavior in Low- and Middle-Income Developing Countries: A Comparison”</p>                 | <p>Para una tasa de interés del 3%, con una tasa subjetiva de descuento de un 1% se estima una EIS 0.559 para Colombia.</p>   | <p>1.79</p>   | <p>Se estima un cross-section para países dividiéndolo por nivel de ingresos, estiman los parámetros en un contexto de un modelo simple de crecimiento endógeno (AK). Se verifica fuertemente a nivel empírico que la tasa de ahorro y su sensibilidad a la tasa de interés es una función creciente del nivel de ingresos.</p>  |
| <p><b>Liu and Sercu (2008)</b> “Estimating the Intertemporal Substitution Elasticity”</p>   | <p>Para toda la muestra se tiene una EIS mediante el método Proxy (es una calibración, pero reemplazando parámetros de las economías en la ecuación a estimar) de 0.174, para Europa 0.261 y para los países emergentes 0.284. Con estimación con GMM se obtuvo 0.107, 0.120 y 0.223. Finalmente con TSLS (mínimos cuadrados en dos etapas) se obtuvo 0.144, 0.180 y 0.320.</p> | <p>Así se tiene respectivamente 5.747, 3.831 y 3.521, para el método Proxy que se debe aclarar es poco fiable. Con metodología GMM se obtuvo 9.346, 8.333 y 4.484 y finalmente con TSLS 6.944, 5.556 y 3.125.</p> | <p>De acuerdo a la especificación de la ecuación de Euler y la forma en que se incorpora la riqueza en ella, las EIS que se estiman son parecidas a otros trabajos de la literatura. La estimación de la EIS se realiza mediante GMM pues proxy medio de una proxy con inflación esperada no es tan satisfactoria. Se realiza para 24 países, la estimación para un solo país es imprecisa.</p>  |
| <p><b>Güvenen (2005)</b> Reconciling Conflicting Evidence on the Elasticity of Intertemporal Substitution: A Macroeconomic Perspective.</p> |   |   | <p>En este trabajo se pretende conciliar los dos puntos de vista empíricos con respecto a la estimación de la EIS. Estudios empíricos que usan el consumo agregado encuentran que la EIS es cercana a cero (Hall, 1988), mientras que los trabajos de calibración que se usan frecuentemente para crecimiento y fluctuaciones típicamente la EIS es cercana a uno (Lucas, 1990). Esta aparente contradicción se soluciona por medio de dos heterogeneidades admitidas: 1) La mayoría de individuos o familias no participan en los mercados de activos; 2) la evidencia empírica indica que la EIS se incrementa con la riqueza. En este trabajo se pretende limitar la participación en la riqueza para crear substancialmente riqueza desigual como en los datos reales de la economía norteamericana. Consecuentemente las propiedades de agregación están vinculadas directamente a la riqueza (por ejemplo, la inversión y el producto) están determinadas por los accionistas (mayor-EIS). Al mismo tiempo, desde que el consumo se mucho más distribuido en la población, la estimación para el consumo agregado descubre un nivel más bajo de EIS para la mayoría (por ejemplo, los pobres</p> |

## Borradores del CIE

| No. | Título   | Autor(es)  | Fecha              |
|-----|--|--|--------------------|
| 01  | Organismos reguladores del sistema de salud colombiano: conformación, funcionamiento y responsabilidades.                                  | Durfari Velandia Naranjo<br>Jairo Restrepo Zea<br>Sandra Rodríguez Acosta  | Agosto de 2002     |
| 02  | Economía y relaciones sexuales: un modelo económico, su verificación empírica y posibles recomendaciones para disminuir los casos de sida. | Marcela Montoya Múnera<br>Danny García Callejas  | Noviembre de 2002  |
| 03  | Un modelo RSDAIDS para las importaciones de madera de Estados Unidos y sus implicaciones para Colombia                                     | Mauricio Alviar Ramírez<br>Medardo Restrepo Patiño<br>Santiago Gallón Gómez  | Noviembre de 2002  |
| 04  | Determinantes de la deserción estudiantil en la Universidad de Antioquia   | Johana Vásquez Velásquez<br>Elkin Castaño Vélez<br>Santiago Gallón Gómez<br>Karoll Gómez Portilla  | Julio de 2003      |
| 05  | Producción académica en Economía de la Salud en Colombia, 1980-2002  | Karem Espinosa Echavarría<br>Jairo Humberto Restrepo Zea<br>Sandra Rodríguez Acosta  | Agosto de 2003     |
| 06  | Las relaciones del desarrollo económico con la geografía y el territorio: una revisión.  | Jorge Lotero Contreras   | Septiembre de 2003 |
| 07  | La ética de los estudiantes frente a los exámenes académicos: un problema relacionado con beneficios económicos y probabilidades           | Danny García Callejas  | Noviembre de 2003  |
| 08  | Impactos monetarios e institucionales de la deuda pública en Colombia 1840-1890  | Angela Milena Rojas R.   | Febrero de 2004    |
| 09  | Institucionalidad e incentivos en la educación básica y media en Colombia  | David Fernando Tobón<br>Germán Darío Valencia<br>Danny García<br>Guillermo Pérez<br>Gustavo Adolfo Castillo                                    | Febrero de 2004    |
| 10  | Selección adversa en el régimen contributivo de salud: el caso de la EPS de Susalud  | Johana Vásquez Velásquez<br>Karoll Gómez Portilla  | Marzo de 2004      |
| 11  | Diseño y experiencia de la regulación en salud en Colombia   | Jairo Humberto Restrepo Zea<br>Sandra Rodríguez Acosta   | Marzo de 2004      |
| 12  | Economic Growth, Consumption and Oil Scarcity in Colombia:<br>A Ramsey model, time series and panel data approach                          | Danny García Callejas  | Marzo de 2005      |
| 13  | La competitividad: aproximación conceptual desde la teoría del crecimiento y la geografía económica  | Jorge Lotero Contreras<br>Ana Isabel Moreno Monroy<br>Mauricio Giovanni Valencia Amaya   | Mayo de 2005       |
| 14  | La curva Ambiental de Kuznets para la calidad del agua: un análisis de su validez mediante raíces unitarias y cointegración                | Mauricio Alviar Ramírez<br>Catalina Granda Carvajal<br>Luis Guillermo Pérez Puerta<br>Juan Carlos Muñoz Mora<br>Diana Constanza Restrepo Ochoa | Mayo de 2006       |
| 15  | Integración vertical en el sistema de salud colombiano:<br>Aproximaciones empíricas y análisis de doble marginalización                    | Jairo Humberto Restrepo Zea<br>John Fernando Lopera Sierra<br>Sandra Rodríguez Acosta  | Mayo de 2006       |
| 16  | Cliometrics: a market account of a scientific community (1957-2005)  | Angela Milena Rojas  | Septiembre de 2006 |
| 17  | Regulación ambiental sobre la contaminación vehicular en Colombia: ¿hacia dónde vamos?   | David Tobón Orozco<br>Andrés Felipe Sánchez Gandur<br>Maria Victoria Cárdenas Londoño  | Septiembre de 2006 |

|  |   |   |                    |
|--|---|---|--------------------|
| 18   | Biology and Economics: Metaphors that Economists usually take from Biology  | Danny García Callejas   | Septiembre de 2006 |
| 19   | Perspectiva Económica sobre la demanda de combustibles en Antioquia   | Elizeth Ramos Oyola<br>Maria Victoria Cárdenas Londoño<br>David Tobón Orozco  | Septiembre de 2006 |
| 20   | Caracterización económica del deporte en Antioquia y Colombia: 1998-2001  | Ramón Javier Mesa Callejas<br>Rodrigo Arboleda Sierra<br>Ana Milena Olarte Cadavid<br>Carlos Mario Londoño Toro<br>Juan David Gómez<br>Gonzalo Valderrama                             | Octubre de 2006    |
| 21   | Impacto Económico de los Juegos Deportivos Departamentales 2004: el caso de Santa Fe De Antioquia                                 | Ramón Javier Mesa Callejas<br>Ana Milena Olarte Cadavid<br>Nini Johana Marín Rodríguez<br>Mauricio A. Hernández Monsalve<br>Rodrigo Arboleda Sierra                                   | Octubre de 2006    |
| 22   | Diagnóstico del sector deporte, la recreación y la educación física en Antioquia  | Ramón Javier Mesa Callejas<br>Rodrigo Arboleda Sierra<br>Juan Francisco Gutiérrez Betancur<br>Mauricio López González<br>Nini Johana Marín Rodríguez<br>Nelson Alveiro Gaviria García | Octubre de 2006    |
| 23   | Formulación de una política pública para el sector del deporte, la recreación y la educación física en Antioquia                  | Ramón Javier Mesa Callejas<br>Rodrigo Arboleda Sierra<br>Juan Francisco Gutiérrez Betancur<br>Mauricio López González<br>Nini Johana Marín Rodríguez<br>Nelson Alveiro Gaviria García | Octubre de 2006    |
| 24   | El efecto de las intervenciones cambiarias: la experiencia colombiana 2004-2006   | Mauricio A. Hernández Monsalve<br>Ramón Javier Mesa Callejas  | Octubre de 2006    |
| 25   | Economic policy and institutional change: a context-specific model for explaining the economic reforms failure in 1970's Colombia | Angela Milena Rojas   | Noviembre de 2006  |
| 26   | Definición teórica y medición del Comercio Intraindustrial  | Ana Isabel Moreno M.<br>Héctor Mauricio Posada D  | Noviembre de 2006  |
| <b>Borradores Departamento de Economía</b> |   |   |                    |
| 27   | Aportes teóricos al debate de la agricultura desde la economía  | Marleny Cardona Acevedo<br>Yady Marcela Barrero Amortegui<br>Carlos Felipe Gaviria Garcés<br>Ever Humberto Álvarez Sánchez<br>Juan Carlos Muñoz Mora                                  | Septiembre de 2007 |
| 28   | Competitiveness of Colombian Departments observed from an Economic geography Perspective  | Jorge Lotero Contreras<br>Héctor Mauricio Posada Duque<br>Daniel Valderrama   | Abril de 2009      |
| 29   | La Curva de Engel de los Servicios de Salud En Colombia. Una Aproximación Semiparamétrica   | Jorge Barrientos Marín<br>Juan Miguel Gallego<br>Juan Pablo Saldarriaga   | Julio de 2009      |
| 30   | La función reguladora del Estado: ¿qué regular y por qué?: Conceptualización y el caso de Colombia                                | Jorge Hernán Flórez Acosta  | Julio de 2009      |
| 31   | Evolución y determinantes de las exportaciones industriales regionales: evidencia empírica para Colombia, 1977-2002               | Jorge Barrientos Marín<br>Jorge Lotero Contreras  | Septiembre de 2009 |
| 32   | La política ambiental en Colombia: Tasas retributivas y Equilibrios de Nash   | Medardo Restrepo Patiño   | Octubre de 2009    |
| 33   | Restricción vehicular y regulación ambiental: el programa "Pico y Placa" en Medellín  | David Tobón Orozco<br>Carlos Vasco Correa<br>Blanca Gómez Olivo   | Mayo de 2010       |

|    |   |   |                    |
|----|---|---|--------------------|
| 34 | Corruption, Economic Freedom and Political Freedom in South America: In Pursuit of the missing Link     | Danny García Callejas   | Agosto de 2010     |
| 35 | Karl Marx: dinero, capital y crisis   | Ghislain Deleplace  | Octubre de 2010    |
| 36 | Democracy and Environmental Quality in Latin America: A Panel System of Equations Approach, 1995-2008   | Danny García Callejas   | Noviembre de 2010  |
| 37 | Political competition in dual economies: clientelism in Latin America                                   | Angela M.Rojas Rivera   | Febrero de 2011    |
| 38 | Implicaciones de Forward y Futuros para el Sector Eléctrico Colombiano                                  | Duvan Fernando Torres Gómez<br>Astrid Carolina Arroyave Tangarife | Marzo de 2011      |
| 39 | Per Capita GDP Convergence in South America, 1960-2007  | Danny García Callejas   | Mayo de 2011       |
| 40 | Efectos del salario mínimo sobre el estatus laboral de los jóvenes en Colombia                          | Yenny Catalina Aguirre Botero                                     | Agosto de 2011     |
| 41 | Determinantes del margen de intermediación en el sector bancario colombiano para el periodo 2000 – 2010 | Perla Escobar<br>Julián Gómez                                     | Septiembre de 2011 |
| 42 | Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno   | Camilo Alvis<br>Cristian Castrillón                               | Septiembre de 2011 |