Enchères anglaises inversées avec bonus de qualité dans les procédures d'E-procurement

Michel Mougeot

Florence Naegelen

*CRESE, Université de Besançon**

1 Introduction

Le développement du e-commerce a conduit à l'apparition d'un grand nombre de procédures d'acquisition de biens par le biais d'enchères électroniques inversées. En France, le décret n°2002 – 692 du 30 avril 2002 a rendu opérationnel le recours à de tels mécanismes pour des achats publics tel qu'il était prévu par le décret n°2001 – 846 du 18 septembre 2001. La directive 2004/18/CE du Parlement Européen et du Conseil du 31 mars 2004 prévoit explicitement le recours à l'enchère électronique considérée comme « un processus itératif selon un dispositif électronique de présentation de nouveaux prix, revus à la baisse, et/ou de nouvelles valeurs portant sur certains éléments des offres, qui intervient après une première évaluation complète des offres, permettant que leur classement puisse être effectué sur la base d'un traitement automatique ». Ces procédures d'E-procurement reposent en général sur des enchères anglaises : la meilleure stratégie d'un fournisseur est de rester actif dans l'enchère tant que le prix annoncé est supérieur à son coût et d'abandonner dès que le prix courant devient inférieur. Ainsi, le vainqueur est l'entreprise qui a le coût le plus faible, ce qui assure l'efficacité allocative.

Lorsque l'acheteur prend en compte la qualité des produits dans sa décision, le choix de la procédure la meilleure est plus complexe. Le critère du « mieux disant » ou de « l'offre économiquement la plus avantageuse » s'applique aux biens pour lesquels les caractéristiques esthétiques, fonction-

* CRESE, Université de Besançon, 25030 BESANCON Cedex, France. (e-mail : florence.naegelen@univ-fcomte.fr)

nelles ou techniques sont prises en compte, ainsi que les coûts d'entretien ou de maintenance. Dans ce contexte, si la détermination d'une enchère optimale peut s'effectuer de manière standard en généralisant l'approche retenue dans le cas monodimensionnel, la concrétisation de ce mécanisme par des règles simples adaptant l'enchère anglaise au critère de l'offre économiquement la plus avantageuse ne peut s'obtenir que sous des hypothèses spécifiques. Deux approches sont concevables selon que l'on considère le niveau de qualité comme une variable exogène ou endogène. Si la qualité est monodimensionnelle et si les entreprises peuvent fournir n'importe quel niveau de qualité, la qualité offerte par le vainqueur est déterminée de façon endogène par la procédure. Dasgupta et Spulber (1990) et Che (1993) ont caractérisé le mécanisme optimal dans ce contexte. Che (1993) a montré qu'il pouvait être mis en œuvre par des appels d'offres au premier ou au second score dans lesquels l'acheteur introduit une distorsion à la baisse dans l'évaluation de la qualité de manière à limiter la rente informationnelle associée à des offres de « surqualité ». Tous les fournisseurs ayant la même stratégie d'offre de qualité, l'acheteur doit sous-évaluer la qualité dans la règle annoncée par rapport à sa vraie valeur. En réalité, il est cependant rare que les entreprises puissent modifier aisément la partie qualitative de leur offre. La qualité peut alors être considérée comme exogène à court terme. C'est dans un tel contexte que Naegelen (2002) a caractérisé les règles de mise en œuvre de la procédure optimale lorsque les qualités des différents fournisseurs sont connaissance commune. Le mécanisme optimal doit alors être discriminatoire pour empêcher les offreurs de biens de qualité élevée de profiter de leur avantage. Cependant, les procédures concrètisant cette enchère optimale sont complexes et prennent la forme d'appels d'offres discriminatoires au premier score, d'enchères au second score modifié ou d'une procédure en deux étapes dans laquelle une phase de négociation suit une phase d'enchère au second score.

De nombreuses procédures courantes de e-procurement par enchères concernent des biens différenciés. Pour permettre la mise en œuvre de ces enchères "on line", les acheteurs publics, d'une part, les économistes, d'autre part, ont cherché à transposer le fonctionnement de l'enchère anglaise au cas où les fournisseurs transmettent des prix et des niveaux de qualité faisant l'objet d'une notation. Concrètement, les procédures usuelles d'E-procurement reposent presque toutes sur une enchère anglaise inversée et sur l'attribution du marché en fonction d'une note de qualité et d'une note de prix[1]. Deux familles d'enchères anglaises sont utilisées dans la pratique :

- d'une part, les procédures fondées sur un critère additif consistant à ajouter (ou à soustraire) une évaluation de la qualité (sous forme d'une note ou d'un bonus) à la note de prix (ou au prix annoncé)

[1] Y. Richelle, J. Robert et R. Guerin-Lajoie (2000) ont suggéré de recourir à une enchère cadencée au second score avec une règle d'évaluation $S(q_i, p_i) = M.(f(q_i)/p_i)$ où q_i est la qualité, M une constante positive, $f(q_i)$ une fonction continue non décroissante d'évaluation monétaire de la qualité et p_i le prix.

– d'autre part, les procédures fondées sur un critère multiplicatif consistant à multiplier le prix annoncé dans une enchère anglaise par un coefficient dépendant de la qualité proposée.

Ces deux types d'enchère anglaise correspondent à deux façons d'évaluer l'offre économiquement la plus avantageuse. Dans la première procédure, qui est, par exemple, retenue par le gouvernement québecois qui attribue les marchés en fonction d'une somme de deux notes, l'objectif de l'acheteur prend la forme d'une fonction quasi-linéaire $V(q) - t$ où $V(q)$ représente l'évaluation de l'achat d'un bien de qualité q et t le paiement. Dans la seconde, qui est retenue, par exemple, en France par SynerDeal, la règle d'évaluation prend la forme d'un rapport qualité-prix $V(q)/t$.

Ces procédures usuelles permettent-elles de concrétiser le mécanisme optimal ? Dans cet article, nous tenterons de répondre à cette question dans le cas où la qualité est exogène et connaissance commune. Pour rester cohérents avec la littérature théorique, nous nous limiterons au cas quasi-linéaire. Si les enchères électroniques ont donné lieu à un grand nombre d'articles récents (cf. Bajari P. et A. Hortacsu (2004) pour un survey), la seule étude théorique de ces procédures dans le cas de biens différenciés a été proposée par Shachat and Swarthout (2002) qui analysent une « *enchère anglaise avec bonus de qualité* » (EBQ) reposant sur l'addition d'une note de qualité au prix. Cette procédure envisagée pour les achats d'IBM ambitionne de refléter les *pratiques communes de l'approvisionnement par Internet.* Après avoir observé la qualité de chaque bien offert, l'acheteur propose à chaque offreur un bonus de qualité puis met en concurrence les entreprises dans une enchère anglaise inversée. Le vainqueur reçoit un prix égal au prix de l'enchère augmenté de son bonus de qualité. D'après Shachat and Swarthout, cette procédure est meilleure que la procédure « au mieux offrant », est aisée à mettre en œuvre et telle que les offreurs adoptent des stratégies faiblement dominantes. Leurs conclusions sont toutefois obtenues à partir d'exemples numériques et d'expérimentations et ne reposent pas sur une analyse théorique complète. Ils retiennent, par ailleurs, des hypothèses tres restrictives telles que l'indépendance entre le coût et la qualité, un critère d'évaluation linéaire en qualité et en prix et une distribution uniforme.

Nous nous proposons ici d'évaluer la procédure d'EBQ (et l'ensemble des procédures reposant sur un critère additif) dans un *contexte plus général.* Nous supposons que les coûts de production sont croissants avec la qualité et nous considérons une fonction d'évaluation concave en qualité et linéaire en prix. Après avoir analysé la procédure optimale, nous déterminons la forme des bonus optimaux dans la procédure d'EBQ. Nous comparons ensuite les espérances de surplus net de l'acheteur dans les deux mécanismes. Nous montrons alors que la procédure d'EBQ ne permet pas, en général, de mettre en œuvre la procédure optimale, mais que cette procédure peut être améliorée par l'introduction d'un plafonnement des prix dans l'enchère anglaise permettant de restaurer l'optimalité dans le cas uniforme.

L'article s'organise de la façon suivante. Le mécanisme optimal est étudié dans la section 2. La section 3 détermine les bonus optimaux dans l'EBQ. La concrétisation du mécanisme optimal par une enchère inversée avec bonus de qualité est considérée dans la section 4. La section 5 conclut l'article.

2 Mécanisme optimal d'acquisition de biens différenciés

Nous recherchons une procédure d'enchère optimale pour l'acquisition de biens différenciés. Les aspects qualitatifs des offres peuvent être évalués par une note q_i, $q_i \in [\underline{q}, \overline{q}]$, qui est connaissance commune. Le coût de la qualité q_i par l'entreprise i est $c(a_i, q_i) = a_i q_i$. Le paramètre d'efficacité a_i est une information privée de chaque entreprise et il est connaissance commune que chaque caractéristique a_i est distribuée de façon indépendante et identique selon une loi de fonction de répartition $F(.)$ définie sur $[\underline{a}, \overline{a}]$, de densité correspondante $f(.)$ continûment différentiable et telle que $\frac{F(.)}{f(.)}$ soit non décroissant. Quand l'entreprise i est sélectionnée et est payée t_i pour assurer la prestation demandée, le surplus net pour l'acheteur est $W(q_i, t_i) = V(q_i) - t_i$, avec $V'(.) > 0$ et $V''(.) \leqslant 0$.

2.1 Cas général

En vertu du principe de révélation, on peut se restreindre à l'étude des mécanismes directs et révélateurs caractérisés par les fonctions $g_i(a, q)$ et $t_i(a, q)$, où $g_i(a, q)$ est la probabilité de gagner de l'entreprise i et $t_i(a, q)$ est le paiement moyen à i lorsque $a = (a_1, ..., a_n)$ est le vecteur des caractéristiques annoncées et lorsque le vecteur exogène des qualités est $q = (q_1, ..., q_n)$. L'acheteur doit donc déterminer les fonctions $g_i(a, q)$ et $t_i(a, q)$ qui maximisent son espérance de surplus net (1) sous les contraintes incitatives (2), les contraintes de participation (3) et les contraintes de possibilité (4). Il s'agit alors de résoudre le problème suivant :

$$\max_{(g_i(a,q), t_i(a,q)), i=1,...,n} EW = \underset{a}{E}\left[\sum_i (g_i(a, q)V(q_i) - t_i(a, q))\right] \tag{1}$$

sous :

$$U_i(a_i, q) = \underset{a_{-i}}{E}\left[t_i(a, q) - g_i(a, q)a_i q_i\right] \geqslant$$

$$U_i(\hat{a}_i, a_i, q) = \underset{a_{-i}}{E}\left[t_i(\hat{a}_i, a_{-i}, q) - g_i(\hat{a}_i, a_{-i}, q)a_i q_i\right] \quad \forall a_i, \forall \hat{a}_i, \forall i \tag{2}$$

$$U_i(a_i, q) \geqslant 0 \qquad \forall a_i, \forall i \tag{3}$$

$$\sum_i g_i(a,q) \leqslant 1 \text{ et } g_i(a,q) \geqslant 0 \qquad \forall i \tag{4}$$

Après les transformations usuelles, on peut réécrire la fonction objectif :

$$EW = \underset{a}{E}\left[\sum_i g_i(a,q)\left(V(q_i) - J(a_i,q_i)\right)\right] - \sum_i U_i(\overline{a},q) \tag{1'}$$

avec $J(a_i,q_i) = a_i q_i + q_i \frac{F(a_i)}{f(a_i)}$ strictement croissant en a_i. EW est maximisé par $U_i(\overline{a},q) = 0 \ \forall i$ et par le choix de l'entreprise dont l'offre maximise $V(q_i) - J(a_i,q_i)$. On obtient la proposition suivante :

Proposition 1 *Dans le mécanisme optimal, la règle d'attribution vérifie*[2] *:*

$$\begin{gathered} g_i(a,q) = 1 \ si \ V(q_i) - J(a_i,q_i) > 0 \\ et \ V(q_i) - J(a_i,q_i) > V(q_j) - J(a_j,q_j) \ \forall j \neq i \\ g_i(a,q) = 0 \ sinon \end{gathered} \tag{5}$$

On peut définir $J(a_i,q_i)$ comme le coût ajusté compte tenu de l'asymétrie d'information. Le contrat est attribué à l'entreprise dont la valeur sociale ajustée est la plus élevée, sauf si le différentiel de coût excède le différentiel de qualité[3]. Il en résulte que le mécanisme optimal peut ne pas être efficace ex-post dans la mesure où il se peut que le contrat ne soit pas attribué à l'entreprise qui maximise $V(q_i) - a_i q_i$. Cela résulte d'un arbitrage : en favorisant les fournisseurs de qualité plus faible, l'acheteur contraint l'entreprise offrant le bien de qualité la plus élevée à proposer un prix plus bas qu'en l'absence de discrimination, ce qui augmente son espérance de surplus net.

Dans le cas général, la règle d'attribution (5) peut s'écrire :

$$g_i(a,q) = 1 \text{ si } a_i q_i < a_j q_j + \Delta V + q_j \frac{F(a_j)}{f(a_j)} - q_i \frac{F(a_i)}{f(a_i)}, \forall j \neq i$$

avec $\Delta V = V(q_i) - V(q_j)$. Comme les deux derniers termes de la partie droite de cette inégalité varient avec la valeur inconnue *a priori* des caractéristiques a_i, l'allocation optimale ne consiste pas à ajouter au coût de production un terme indépendant des informations privées des agents. En conséquence, une concrétisation du mécanisme optimal par une règle faisant intervenir un bonus indépendant des informations des agents ne peut être envisagée avec une distribution quelconque.

2 Si $V(q_i) - J(\overline{a},q_i) > 0 \ \forall i$, le marché est toujours attribué

3 Ce résultat est une application standard de l'approche des mécanismes optimaux de Myerson (1981). Voir Laffont, Oustry, Simioni and Vuong (1997) pour une analyse en vue d'une application économétrique et Naegelen (2002) pour une analyse de la mise en œuvre de la procédure optimale.

2.2 Distribution uniforme

Pour analyser les propriétés de ce mécanisme (et ensuite de l'EBQ), on peut se restreintre, sans perte de généralité, au cas des deux offreurs, $i = 1, 2$ ayant les scores les plus élevés $V(q_i) - J(a_i, q_i)$. Dans le cas d'une loi uniforme, la règle d'allocation (5) est équivalente à *la comparaison du coût de la qualité des deux entreprises ajusté par la prise en compte d'un bonus constant k^* attribué aux offreurs en fonction de la qualité proposée.* Supposons les paramètres de coût distribués de façon uniforme sur $[1, 2]$. Alors, $J(a_i, q_i) = q_i(2a_i - 1)$. Sans perte de généralité, posons $q_1 > q_2$. On a $\Delta V \equiv V(q_1) - V(q_2)$. Dans la procédure optimale, 1 gagne si $a_1 q_1 < a_2 q_2 + k^*$ avec $k^* = \frac{\Delta V + q_1 - q_2}{2}$. Remarquons que k^* peut s'interpréter comme un *bonus de qualité attribué au fournisseur 1.*

Sous ces hypothèses, la règle d'attribution s'écrit :

$$g_1(a, q) = 1 \text{ si } a_1 < \frac{\Delta V + q_2(2a_2 - 1) + q_1}{2q_1}$$

Si l'on exclut les cas où le contrat est toujours attribué à 1, on retient $q_1 - q_2 < \Delta V < 3q_1 - q_2$. On obtient deux cas selon la valeur de ΔV.

i) Quand $q_1 - q_2 < \Delta V < 3(q_1 - q_2)$:

- $g_1(a, q) = 1$ si $a_1 \in \left[1, A = \frac{\Delta V + q_2 + q_1}{2q_1}\right]$, $\forall a_2 \in [1, 2]$
- $g_1(a, q) = 1$ si $a_1 \in \left[A, B = \frac{\Delta V + 3q_2 + q_1}{2q_1}\right]$ et $a_2 > C = \frac{q_1(2a_1 - 1) + q_2 - \Delta V}{2q_2}$
- $g_1(a, q) = 0$ si $a_1 \in [B, 2]$, $\forall a_2 \in [1, 2]$

ii) Quand $3(q_1 - q_2) < \Delta V \leqslant 3q_1 - q_2$,

- $g_1(a, q) = 1$ si $a_1 \in [1, A]$, $\forall a_2 \in [1, 2]$
- $g_1(a, q) = 1$ si $a_1 \in [A, 2]$ et $a_2 > \frac{q_1(2a_1 - 1) + q_2 - \Delta V}{2q_2}$.

Quand l'entreprise i remporte l'enchère, son paiement est égal à son coût calculé avec la plus haute valeur de son annonce de a_i lui permettant de gagner. Par conséquent, $t_1(a, q) = Min[2q_1, a_2 q_2 + k^*]$ quand 1 gagne et $t_2(a, q) = Min[2q_2, -k^* + a_1 q_1]$ quand 2 gagne. On peut alors écrire l'espérance de surplus net de l'acheteur EW^* dans le mécanisme optimal. D'après (1') ou (1), on obtient (cf. annexe 1) :

i) Si $\Delta V < 3(q_1 - q_2)$,

$$EW_i^* = \frac{1}{12q_1}\left[3q_1^2 + 13q_2^2 - 36q_1q_2 - 6q_1(V(q_1) - 3V(q_2)) + 12q_2\Delta V + 3\Delta V^2\right]$$

ii) Si $\Delta V > 3(q_1 - q_2)$,

$$EW_{ii}^* = \frac{1}{24q_1q_2}\left[27q_1^3 - 75q_1^2q_2 + 9q_1(q_2^2 - \Delta V^2) - (q_2 - 2\Delta V)(q_2 + \Delta V)^2\right.$$

$$-3V(q_1)(9q_1^2 + (q_2 + \Delta V)^2 - 2q_1(7q_2 + 3\Delta V)) + 3V(q_2)(-3q_1 + q_2 + \Delta V)$$

3 Enchère anglaise inversée avec bonus de qualité

Le mécanisme optimal peut se concrétiser par une enchère discriminatoire au premier score, par une enchère modifiée au second score ou par une procédure d'enchère au second score suivie d'une phase de négociation (cf. Naegelen (2002)). L'enchère anglaise inversée avec bonus de qualité est une autre procédure qui correspond à la pratique commune de l'approvisionnement par Internet et dont il convient d'analyser les propriétés. Elle comporte deux étapes :

- dans un premier temps, l'acheteur attribue à chaque offreur un bonus de qualité b_i en fonction de sa note de qualité.
- dans un second temps, les offreurs, dotés de leur bonus de qualité, participent à une enchère anglaise inversée et le vainqueur reçoit un transfert monétaire égal au prix de l'enchère augmenté de son bonus de qualité.

Il est immédiat que chaque entreprise a une stratégie faiblement dominante consistant à rester active dans l'enchère tant que le prix courant est supérieur à son coût diminué de son bonus de qualité. L'acheteur peut donc déterminer les bonus de qualité optimaux par récurrence vers l'amont, en maximisant son espérance de surplus, compte tenu de cette stratégie optimale à la seconde étape[4]. Dans la section suivante, nous comparerons ces bonus avec ceux qui sont associés au mécanisme optimal. Considérons d'abord le cas général avant d'envisager celui d'une distribution uniforme.

3.1 Cas général

Notons $k = b_1 - b_2 > 0$[5]. Quand l'entreprise 1 gagne la seconde étape, son paiement est $t_1(a,q) = a_2q_2 + k$ tandis que le paiement de l'entreprise 2 lorsqu'elle gagne la seconde étape est $t_2(a,q) = a_1q_1 - k$. On peut définir les probabilités de victoire $p_i(a,q)$ des entreprises et l'espérance de surplus net de l'acheteur en fonction de k. Le graphique suivant indique les différents cas à distinguer :

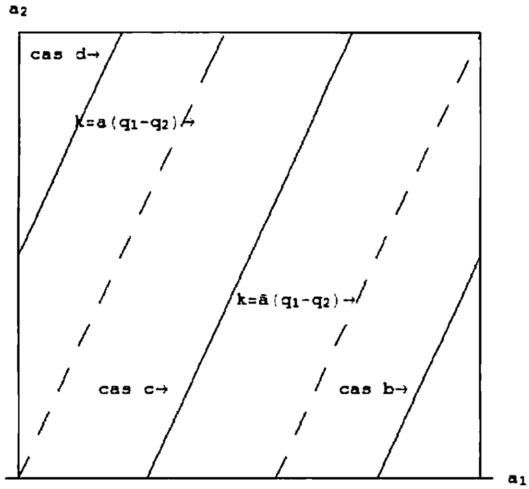
a) Si $k > \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2$, $p_1(a,q) = 1\ \forall a_1 \in [\underline{a},\overline{a}]$, $\forall a_2 \in [\underline{a},\overline{a}]$.

b) Si $k \in [\overline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$, $p_1(a,q) = 1$ si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}], \forall a_2 \in [\underline{a},\overline{a}]$. Si $a_1 \in [\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, $p_1(a,q) = 1$ si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et $p_2(a,q) = 1$ si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$.

c) Si $k \in [\underline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}(q_1 - q_2)]$, $p_1(a,q) = 1$ si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}], \forall a_2 \in [\underline{a},\overline{a}]$. Si $a_1 \in [\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}, \frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}]$, $p_1(a,q) = 1$ si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et $p_2(a,q) = 1$ si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$. Si $a_1 \in [\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, $p_2(a,q) = 1\ \forall a_2 \in [\underline{a},\overline{a}]$.

[4] Cf. l'analyse de Shachat and Swarthout (2002) dans le cas particulier d'une évaluation linéaire de la qualité et de l'indépendance du coût et de la qualité.

[5] On peut aisément montrer que l'acheteur n'a jamais intérêt à fixer $k < 0$.



Graphique 1

d) Si $k \in [\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \underline{a}(q_1 - q_2)]$, si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}]$, $p_1(a,q) = 1$ si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et $p_2(a,q) = 1$ si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$. Si $a_1 \in [\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, $p_2(a,q) = 1$ $\forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$.

e) Si $k < \underline{a}q_1 - \overline{a}q_2$, $p_1(a,q) = 0$ $\forall a_1 \in [\underline{a}, \overline{a}], \forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$[6].

Compte tenu de ces probabilités d'obtention du marché, il est possible d'écrire l'espérance mathématique du surplus $EW(k)$, dont la maximisation par rapport à k permet de déterminer le différentiel de bonus de qualité optimal. On obtient la Proposition 2 (cf. annexe 2 pour la preuve) :

Proposition 2 *Le différentiel optimal de bonus de qualité $\overline{k}$ dans l'enchère anglaise avec bonus de qualité est indépendant des informations privées des agents. Il est solution de*

$$M_1 = -1 + 2F\left(\frac{\overline{a}q_1 - \overline{k}}{q_2}\right) + \int_{\frac{\underline{a}q_2 - \overline{k}}{q_1}}^{\overline{a}} f\left(\frac{a_1q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2} f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2} F(a_1)\right] da_1 = 0$$

ou

$$M_2 = 1 + \int_{\frac{\underline{a}q_2 + \overline{k}}{q_1}}^{\frac{\overline{a}q_2 + k}{q_1}} f\left(\frac{a_1q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2} f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2} F(a_1)\right] da_1 = 0$$

ou

$$M_3 = 1 + \int_{\underline{a}}^{\frac{\overline{a}q_2 + k}{q_1}} f\left(\frac{a_1q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2} f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2} F(a_1)\right] da_1 = 0$$

6 Le cas e) apparaît lorsque $\underline{a}q_1 > \overline{a}q_2$. Lorsque $\underline{a}q_1 < \overline{a}q_2$, il n'y a que quatre cas et $k \in [0, \underline{a}(q_1 - q_2)]$ dans le cas d).

selon les valeurs exogènes des niveaux de qualité et selon le différentiel d'évaluation ΔV.

D'après cette proposition, $\overline{k}$ ne dépend pas des caractéristiques des agents, les équations $M_1 = 0$, $M_2 = 0$ et $M_3 = 0$ ne dépendant que des variables exogènes connues de l'acheteur qui peut ainsi annoncer les bonus b_1 et b_2 correspondant à $\overline{k}$ et mettre en œuvre une enchère inversée à laquelle participent les offreurs dotés de leur bonus de qualité. Dans le cas général, $\overline{k}$ ne peut être déterminé que de manière implicite. Considérons donc le cas d'une distribution uniforme pour spécifier cette valeur.

3.2 Distribution uniforme

Dans le cas de la loi uniforme retenue dans la section 2, la valeur du différentiel de bonus de qualité est déterminée par la proposition 3

Proposition 3 *Le différentiel de bonus de qualité optimal dans l'enchère anglaise avec bonus de qualité est*[7] *:*

i) $\overline{k}_i = \frac{\Delta V + 3(q_1 - q_2)}{3} > 0$ *si* $\Delta V \leqslant 3(q_1 - q_2)$

ii) $\overline{k}_{ii} = \frac{\Delta V + 3(2q_1 - q_2) - \sqrt{\Delta V^2 + (2q_1 + q_2)^2 - 2\Delta V(2q_1 - q_2)}}{4} > 0$ *si* $\Delta V > 3(q_1 - q_2)$

La proposition 3 implique une règle *discriminatoire.* Pour $\Delta V > \frac{3}{2}(q_1 - q_2)$, $\overline{k}_i < \Delta V$: l'acheteur attribue à l'entreprise ayant la qualité la plus élevée un différentiel de bonus inférieur au différentiel d'évaluation de la qualité. *L'acheteur défavorise l'entreprise offrant la qualité la plus élevée lorsque le différentiel d'évaluation de la qualité est grand.* Pour $\Delta V = \frac{3}{2}(q_1 - q_2)$, la règle de détermination des bonus de qualité est non discriminatoire ($\overline{k}_i = \Delta V$) : le fournisseur de bien de qualité élevée reçoit un bonus égal au différentiel de scores. *Lorsque le différentiel d'évaluation de la qualité est faible, i. e.* $\Delta V < \frac{3}{2}(q_1 - q_2)$*, l'acheteur discrimine contre le fournisseur de la qualité basse.* L'acheteur a donc intérêt à augmenter la compétitivité de l'entreprise à qualité faible quand ΔV est « grand », conformément à la discrimination optimale. En revanche, lorsque ΔV est « faible », le fournisseur de qualité faible peut avoir un avantage de coût et l'acheteur peut avoir intérêt à augmenter la compétitivité de l'entreprise proposant la qualité élevée.

---

[7] $\overline{k}_i \in [q_1 - q_2; 2(q_1 - q_2)]$ alors que $\overline{k}_{ii} \in [2(q_1 - q_2), 2q_1 - q_2]$.

4 L'enchère anglaise inversée avec bonus de qualité concrètise-t-elle le mécanisme optimal ?

Pour apprécier l'optimalité des procédures courantes d'enchère anglaise inversée avec bonus de qualité, il importe de comparer celles-ci avec le mécanisme optimal du point de vue de la règle d'allocation et de paiement.

4.1 Cas général

D'après (5), l'allocation optimale implique que le fournisseur 1 obtient le marché si

$$a_1 q_1 < a_2 q_2 + \Delta V + q_2 \frac{F(a_2)}{f(a_2)} - q_1 \frac{F(a_1)}{f(a_1)} \tag{6}$$

Si l'acheteur retient une enchère inversée avec un bonus de qualité optimal $\overline{k}(q_1, q_2, \Delta V)$, le fournisseur 1 obtient le marché si

$$a_1 q_1 < a_2 q_2 + \overline{k}(q_1, q_2, \Delta V) \tag{6}$$

Il est immédiat que la règle d'allocation optimale (6) ne peut se mettre sous la forme (7) que dans des cas particuliers. Il faut en effet que $q_i \frac{F(a_i)}{f(a_i)}$ puisse se mettre sous la forme d'une expression linéaire en $a_i q_i$ pour que l'allocation soit définie par un bonus constant $\overline{k}$. D'où la proposition 4 :

Proposition 4 *Pour qu'une enchère inversée avec bonus de qualité concrétise le mécanisme optimal, la distribution des paramètres de coût de production doit être telle que* $q_i \frac{F(a_i)}{f(a_i)} = \alpha(a_i q_i + c_i)$ $\forall i$, *α et c_i étant des constantes.*

La distribution uniforme retenue par Shachat and Swarthout (2002) satisfait cette condition. Avec nos hypothèses, nous avons montré dans la section 2 que le mécanisme optimal implique, dans le cas uniforme, la comparaison de $a_1 q_1$ avec $a_2 q_2 + k^*$ où $k^* = \frac{\Delta V + q_1 - q_2}{2}$ est un bonus de qualité constant attribué au fournisseur 1 indépendamment de son paramètre de coût et de celui du coût du fournisseur 2. Cependant, pour que l'EBQ concrétise le mécanisme optimal, la distribution uniforme des caractéristiques n'est pas une condition suffisante. D'après le théorème d'équivalence du revenu, il faut aussi que la règle de paiement assure une utilité équivalente ex-ante à l'agent ayant la caractéristique $\overline{a}$. Considérons donc spécifiquement le cas de la distribution uniforme.

4.2 Distribution uniforme

La comparaison des bonus de qualité dans les deux mécanismes permet d'obtenir un premier résultat immédiat. En effet, les deux règles d'allocation ne coïncident que si $\overline{k} = k^*$, soit si $\Delta V = 3(q_1 - q_2) = 3\Delta q$. Dans ce cas particulier, l'espérance de surplus net EW^{EBC} de l'acheteur qui utilise l'EBC est égale à l'espérance de surplus net EW^* de l'acheteur dans le mécanisme optimal. Lorsque le différentiel d'évaluation de la qualité est différent de $3\Delta q$, la procédure EBQ donne une espérance mathématique de surplus inférieure à celle de la procédure optimale. Du point de vue de l'efficacité allocative[8], on a en effet

$$\Delta EW = EW^* - EW^{EBC} = \frac{(\Delta V - 3\Delta q)^2}{12q_1} > 0$$

Ainsi, même si la distribution des paramètres de coût est uniforme, en dehors du cas particulier où $\Delta V = 3\Delta q$, la procédure EBQ ne permet pas de mettre en œuvre le mécanisme optimal. Ceci s'explique par les modalités différentes de discrimination impliquées par les deux procédures. Quand $\Delta V < 3\Delta q$ (resp. $>$), *la discrimination optimale est inférieure (resp. $>$) à la discrimination associée à l'EBQ.* Lorsque $\Delta V = 3\Delta q$, la fonction de préférence de l'acheteur implique qu'il est indifférent entre deux entreprises offrant des qualités différentes et ayant la même caractéristique $\overline{a} = 2$. Lorsque $\Delta V < 3\Delta q$, la discrimination de l'EBQ n'est pas suffisante pour obtenir l'allocation optimale. Lorsque $\Delta V > 3\Delta q$, l'attribution des bonus de qualité entraîne une trop forte discrimination.

Toutefois, dans la mesure où la procédure optimale et l'EBQ ont des règles d'attribution et de paiement de la même forme, on peut montrer qu'il est possible de restaurer l'optimalité de l'EBQ en introduisant un *plafonnement des prix* dans l'enchère anglaise analogue à celui de la procédure optimale. Les deux étapes de l'EBQ restent identiques. Seuls les paiements sont modifiés à l'étape 2 et s'écrivent $t_1(a,q) = Min[a_2q_2 + k, \overline{a}q_1]$ et $t_2(a,q) = Min[a_1q_1 - k, \overline{a}q_2]$. Cela implique que $t_1(a,q) = a_2q_2 + k$ si $a_2 < \frac{\overline{a}q_1 - k}{q_2}$ et $t_1(a,q) = \overline{a}q_1$ si $a_2 > \frac{\overline{a}q_1 - k}{q_2}$. De même, $t_2(a,q) = a_1q_1 - k$ si $a_1 < \frac{\overline{a}q_2 + k}{q_1}$ et $t_2(a,q) = \overline{a}q_2$ si $a_1 > \frac{\overline{a}q_2 + k}{q_1}$. La maximisation de l'espérance mathématique de surplus à l'étape 1 permet d'obtenir la proposition 5 (cf annexe 3) :

Proposition 5 *Dans le cas d'une distribution uniforme, lorsque l'acheteur recourt à une enchère anglaise avec bonus de qualité et prix plafonnés, les bonus de qualité optimaux sont tels que* $\overline{k} = \frac{\Delta V + \Delta q}{2} > 0$

Il est immédiat que $\overline{k}$ est égal au bonus de qualité k^* du mécanisme optimal. On peut donc énoncer le corollaire suivant :

Corollaire 6 *Dans le cas d'une distribution uniforme, l'enchère anglaise inversée avec bonus de qualité et prix plafonnés permet de mettre en œuvre la procédure optimale.*

[8] Shachat and Swarthout ne se préoccupent pas de ce critère. Ils comparent leur procédure avec un appel d'offres au mieux disant en simulant chaque enchère dix millions de fois et en faisant des expérimentations.

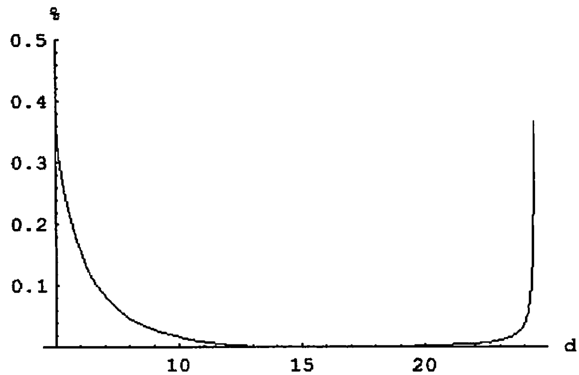
La définition optimale des bonus de qualité dans l'EBQ avec prix plafonnés correspond à la discrimination optimale. *L'acheteur attribue à l'entreprise offrant la qualité élevée un bonus de qualité inférieur au différentiel de qualité et augmente la compétitivité de l'entreprise offrant une qualité faible comme dans la procédure optimale.*

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons analysé la procédure d'enchère anglaise inversée avec bonus de qualité utilisée pour l'approvisionnement par Internet. Nous avons montré qu'en général cette procédure courante ne permettait pas de mettre en œuvre le mécanisme optimal mais qu'on pouvait définir des cas particuliers dans lesquels elle conduisait à l'allocation optimale. Ainsi, nous avons montré qu'un plafonnement des prix (conforme à la règle de paiement du mécanisme optimal) permettait de restaurer l'optimalité de l'EBQ dans le cas d'une loi uniforme.

Ces résultats mettent en évidence les *limites des mécanismes retenus dans la pratique des enchères électroniques pour des biens différenciés.* Le développement des achats en ligne montre que de nombreuses entreprises et de nombreux acheteurs publics recherchent des procédures attrayantes pour eux et pour les offreurs. De ce point de vue, l'EBQ avec prix plafonnés est relativement simple à mettre en œuvre (même si elle repose sur la connaissance des distributions des caractéristiques) et ne souffre pas des problèmes de crédibilité impliqués par des règles d'attribution discriminatoires (comme le soulignent Shachat and Swarthout (2002)). La simplicité des stratégies réduit, par ailleurs, pour les entreprises, le besoin d'acquérir des informations sur leurs concurrents. Or tous ces arguments doivent être considérés par un acheteur lorsqu'il choisit une procédure. L'enchère anglaise avec bonus de qualité et prix plafond proposée dans cet article constitue donc une procédure attractive pour mettre en œuvre le critère du mieux disant sur les places de marché électroniques. Elle ne possède cependant pas, dans le cas général de distributions quelconques, les propriétés d'optimalité que l'on pourrait attendre de mécanismes mis en œuvre par l'État pour ses achats. La question de l'importance relative de la perte de surplus résultant de l'usage d'une procédure non optimale se pose alors[9]. Elle ne peut être résolue sans connaissance de la loi F(.). A titre d'exemple, le graphique suivant montre, dans le cas d'une loi uniforme, que la perte résultant d'une enchère anglaise avec bonus de qualité mais sans plafonnement est limitée dans le voisinage de $\Delta V = 3\Delta q$ mais qu'elle peut être importante pour des fonctions de préférences très différentes. Ce graphique indique le pourcentage

[9] Dans un domaine proche, Koh (2003) a ainsi étudié, dans le cas d'une loi uniforme, les pertes de bien-être résultant d'une règle de préférence linaire au lieu de la règle discriminatoire optimale.



Graphique 2

d'espérance de perte de l'acheteur employant une EBQ sans plafond de prix lorsque $V(q_i) = d\sqrt{q_i}$ avec $q_1 = 9$ et $q_2 = 4$

D'autres questions se posent à propos de ces procédures. Dans la mesure où elles ont une nature discriminatoire, leur compatibilité avec le droit de la concurrence peut être mise en doute. Il s'agit là d'une question d'ordre général qui dépasse le cadre de cet article. Dans de nombreux domaines, les modalités optimales d'intervention de l'État l'amènent à se comporter en monopole discriminant au second degré pour limiter les pertes de bien-être social. Cela apparait, en particulier, dès que les prélèvements fiscaux ont un coût social. Une autre question ouverte reste celle des procédures alternatives concrètes utilisables sur Internet. L'arbitrage entre efficacité et simplicité est en effet un élément crucial du choix des procédures d'approvisionnement sur Internet. Les procédures cadencées envisagées par Richelle, Robert et Guérin-Lajoie (2000) ne permettent pas non plus de maximiser l'espérance de surplus en raison de leur caractère non discriminatoire[10]. Quant aux procédures définies par Naegelen (2002), si elles permettent de s'affranchir de la connaissance des distribution des paramètres de coût, elles ne sont pas conçues selon les modalités séquentielles des enchères électroniques.

10 Cependant, les auteurs estiment que les pertes sont limitées sans toutefois les calculer.

Annexe A - Surplus dans le mécanisme optimal

i) Si $\Delta V < 3(q_1 - q_2)$,

$$EW_i^* = \int_1^A \int_1^2 (V(q_1) - q_1(2a_1 - 1))da_2da_1 + \int_A^B \int_C^2 (V(q_1) - q_1(2a_1 - 1))da_2da_1$$

$$+ \int_A^B \int_1^C (V(q_2) - q_2(2a_2 - 1))da_2da_1 + \int_B^2 \int_1^2 (V(q_2) - q_2(2a_2 - 1))da_2da_1$$

$$= \int_1^A \int_1^2 (V(q_1) - (a_2q_2 + k^*))da_2da_1 + \int_A^B \int_{\frac{-k^*+a_1q_1}{q_2}}^2 (V(q_1) - (a_2q_2 + k^*))da_2da_1$$

$$+ \int_A^B \int_1^{\frac{-k^*+a_1q_1}{q_2}} (V(q_2) - (a_1q_1 - k^*))da_2da_1 + \int_B^2 \int_1^2 (V(q_2) - 2q_2)da_2da_1$$

$$= \frac{1}{12q_1}\left[3q_1^2 + 13q_2^2 - 36q_1q_2 - 6q_1(V(q_1) - 3V(q_2) + 12q_2\Delta V + 3\Delta V^2\right]$$

ii) Si $\Delta V > 3(q_1 - q_2)$,

$$EW_{ii}^* = \int_1^A \int_1^{\frac{2q_1-k}{q_2}} (V(q_1) - (a_2q_2 + k^*))da_2da_1 + \int_1^A \int_{\frac{2q_1-k}{q_2}}^2 (V(q_1) - 2q_1)da_2da_1$$

$$\int_A^2 \int_{\frac{-k^*+a_1q_1}{q_2}}^{\frac{2q_1-k}{q_2}} (V(q_1) - (a_2q_2 + k^*))da_2da_1 + \int_A^2 \int_{\frac{2q_1-k}{q_2}}^2 (V(q_1) - 2q_1)da_2da_1$$

$$+ \int_A^2 \int_1^{\frac{-k^*+a_1q_1}{q_2}} (V(q_2) - (a_1q_1 - k^*))da_2da_1$$

$$= \frac{1}{24q_1q_2}\left[27q_1^3 - 75q_1^2q_2 + 9q_1(q_2^2 - \Delta V^2) - (q_2 - 2\Delta V)(q_2 + \Delta V)^2\right.$$
$$\left. - 3V(q_1)(9q_1^2 + (q_2 + \Delta V)^2 - 2q_1(7q_2 + 3\Delta V)) + 3V(q_2)(-3q_1 + q_2 + \Delta V)\right.$$

Annexe B - Espérance mathématique de surplus dans l'EBQ

a) Si $k > \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2$, 1 gagne $\forall a_1 \in [\underline{a}, \overline{a}], \forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$ et $EW(k) = V(q_1) - \underline{a}q_2 - k$

b) Si $k \in [\overline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$, 1 gagne si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}], \forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$. Si $a_1 \in [\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, 1 gagne si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et 2 gagne si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$.

L'espérance de surplus net de l'acheteur s'écrit :

$$\begin{aligned}EW(k) = &\int_{\underline{a}}^{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (V(q_1) - a_2q_2 - k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}}^{\overline{a}} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{\overline{a}} (V(q_1) - a_2q_2 - k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}}^{\overline{a}} \int_{\underline{a}}^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V(q_2) - a_1q_1 + k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1\end{aligned}$$

c) Si $k \in [\underline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}(q_1 - q_2)]$, 1 gagne si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}], \forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$. Si $a_1 \in [\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}, \frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}]$, 1 gagne si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et 2 gagne si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$. Si $a_1 \in [\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, 2 gagne $\forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$. On obtient

$$\begin{aligned}EW(k) = &\int_{\underline{a}}^{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (V(q_1) - a_2q_2 - k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{\overline{a}} (V(q_1) - a_2q_2 - k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\underline{a}q_2+k}{q_1}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\underline{a}}^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V(q_2) - a_1q_1 + k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}}^{\overline{a}} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (V(q_2) - a_1q_1 + k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1\end{aligned}$$

d) Si $k \in [\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \underline{a}(q_1 - q_2)]$, si $a_1 \in [\underline{a}, \frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}]$, 1 gagne si $a_2 > \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$ et 2 gagne si $a_2 < \frac{-k+a_1q_1}{q_2}$. Si $a_1 \in [\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}, \overline{a}]$, 2 gagne $\forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$. On obtient alors

$$\begin{aligned}EW(k) = &\int_{\underline{a}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{\overline{a}} (V(q_1) - a_2q_2 - k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\underline{a}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} \int_{\underline{a}}^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V(q_2) - a_1q_1 + k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1 \\ &+ \int_{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}}^{\overline{a}} \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (V(q_2) - a_1q_1 + k)f(a_2)da_2f(a_1)da_1\end{aligned}$$

e) Si $k < \underline{a}q_1 - \overline{a}q_2$, 2 gagne $\forall a_1 \in [\underline{a}, \overline{a}], \forall a_2 \in [\underline{a}, \overline{a}]$ et $EW(k) = V(q_2) - \underline{a}q_1 + k$.

On recherche ensuite la valeur $\overline{k}$ qui maximise l'espérance mathématique de surplus. Comme le surplus est décroissant en k pour $k \geqslant \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2$

et croissant en k pour $k \leqslant \underline{a}q_1 - \overline{a}q_2$, la solution optimale appartient à $[\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$, que l'on peut décomposer en trois intervalles correspondant aux cas b, c et d.

Si $\overline{k} \in [\overline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$ (cas b), on a $\frac{\partial EW(k)}{\partial k} > 0$ pour $k \in [\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \overline{a}(q_1 - q_2)]$ et $\frac{\partial EW(k)}{\partial k}|_{k=\overline{k}} = 0$, soit

$$-1+2F\left(\frac{\overline{a}q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)+\int_{\frac{\underline{a}q_2+\overline{k}}{q_1}}^{\overline{a}} f\left(\frac{a_1 q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2}f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2}F(a_1)\right] da_1 = 0$$

Si $\overline{k} \in [\underline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}(q_1 - q_2)]$ (cas c), on a $\frac{\partial EW(k)}{\partial k} > 0$ pour $k \in [\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \underline{a}(q_1 - q_2)]$, $\frac{\partial EW(k)}{\partial k} < 0$ pour $k \in [\overline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$ et $\frac{\partial EW(k)}{\partial k}|_{k=\overline{k}} = 0$, soit

$$1+\int_{\frac{\underline{a}q_2+\overline{k}}{q_1}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} f\left(\frac{a_1 q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2}f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2}F(a_1)\right] da_1 = 0$$

Si $\overline{k} \in [\underline{a}q_1 - \overline{a}q_2, \underline{a}(q_1 - q_2)]$ (cas d), on a $\frac{\partial EW(k)}{\partial k} < 0$ pour $k \in [\underline{a}(q_1 - q_2), \overline{a}q_1 - \underline{a}q_2]$ et $\frac{\partial EW(k)}{\partial k}|_{k=\overline{k}} = 0$, soit

$$1+\int_{\underline{a}}^{\frac{\overline{a}q_2+k}{q_1}} f\left(\frac{a_1 q_1 - \overline{k}}{q_2}\right)\left[\frac{\Delta V - \overline{k}}{q_2}f(a_1) - \frac{2q_1}{q_2}F(a_1)\right] da_1 = 0$$

Annexe C - Espérance mathématique de surplus dans l'EBQ avec prix plafonnés

En fonction de la valeur de k, on obtient les espérances de surplus net modifiées suivantes :

b) Si $k \in [2(q_1 - q_2), 2q_1 - q_2]$,

$$\begin{aligned} EW(k) = & \int_1^{\frac{q_2+k}{q_1}} \int_1^{\frac{2q_1-k}{q_2}} (V_1 - a_2 q_2 - k) da_2 da_1 + \int_1^{\frac{q_2+k}{q_1}} \int_{\frac{2q_1-k}{q_2}}^{2} (V_1 - 2q_1) da_2 da_1 \\ & + \int_{\frac{q_2+k}{q_1}}^{2} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{\frac{2q_1-k}{q_2}} (V_1 - a_2 q_2 - k) da_2 da_1 + \int_{\frac{q_2+k}{q_1}}^{2} \int_{\frac{2q_1-k}{q_2}}^{2} (V_1 - 2q_1) da_2 da_1 \\ & + \int_{\frac{q_2+k}{q_1}}^{2} \int_1^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V_2 - a_1 q_1 + k) da_2 da_1 \qquad (8) \end{aligned}$$

c) Si $k \in [q_1 - q_2, 2(q_1 - q_2)]$,

$$\begin{aligned}
EW(k) = & \int_1^{\frac{q_2+k}{q_1}} \int_1^2 (V_1 - a_2q_2 - k)da_2da_1 \\
& + \int_{\frac{q_2+k}{q_1}}^{\frac{2q_2+k}{q_1}} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{2} (V_1 - a_2q_2 - k)da_2da_1 \\
& + \int_{\frac{q_2+k}{q_1}}^{\frac{2q_2+k}{q_1}} \int_1^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V_2 - a_1q_1 + k)da_2da_1 \\
& + \int_{\frac{2q_2+k}{q_1}}^{2} \int_1^2 (V_2 - 2q_2)da_2da_1 \qquad (9)
\end{aligned}$$

d) Si $k \in [q_1 - 2q_2, q_1 - q_2]$,

$$\begin{aligned}
EW(k) = & \int_1^{\frac{2q_2+k}{q_1}} \int_{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}}^{2} (V_1 - a_2q_2 - k)da_2da_1 \\
& + \int_1^{\frac{2q_2+k}{q_1}} \int_1^{\frac{-k+a_1q_1}{q_2}} (V_2 - a_1q_1 + k)da_2da_1 \qquad (10) \\
& + \int_{\frac{2q_2+k}{q_1}}^{2} \int_1^2 (V_2 - 2q_2)da_2da_1
\end{aligned}$$

La maximisation de $EW(k)$ dans (8), (9), (10) par rapport à k permet d'obtenir la proposition 3.

References

Bajari P. et A. Hortacsu (2004), "Economic insights from internet auctions", *Journal of Economic Literature*, vol XLII, pp. 457-486.

Che Y.K. (1993), "Design competition through multidimensional auctions", *Rand Journal of Economics*, 24 (4), pp. 668-680.

Dasgupta S. et Spulber D. (1990), "Managing procurement auctions", *Information Economics and Policy*, 4, pp. 5-29.

Koh W.T.H. (2003), *Discriminatory procurement and linear price-preference auctions*, d.p. Singapore Management University.

Laffont J.-J., A. Oustry, N. Simioni et Q. Vuong (1997), "Econometrics of optimal procurement auctions", Document de Travail, 64, IDEI, Toulouse.

Myerson R.B. (1981), "Optimal auction design", *Mathematics of Operation Research*, 6 (1), pp. 58-73.

Naegelen F. (2002), "Implementing optimal procurement auctions with exogenous quality", *Review of Economic Design*, 7, pp. 135-153.

Richelle Y., J. Robert et R. Guerin-Lajoie, (2000), *Appels d'offres et enchères ouvertes : enjeux de design et propositions*, Cirano, Montréal, septembre.

Shachat J. et J.T. Swarthout (2002), "Procurement auctions with differentiated goods", IBM Research Report, october 7, 2002.