

Les externalités de diffusion du savoir-faire permettent-elles de rattraper le retard dans les courses à l'innovation ?

Christine Halmenschlager*
*ERMES (CNRS), Université Panthéon-Assas Paris II***

1 Introduction

Les courses à l'innovation constituent une forme essentielle de la compétition technologique. Dans ces courses, les entreprises se concurrencent en Recherche-Développement (R&D) et la première à réussir l'innovation s'en octroie tous les gains, par la protection du brevet venant la récompenser : elle est la gagnante de la course.

Dans cet article, nous nous demandons si les externalités de diffusion du savoir-faire, courantes en R&D, peuvent aider, ou au contraire, décourager une entreprise retardataire, dans ses possibilités de rattrapage du leader de la course à l'innovation.

La littérature théorique s'est organisée autour de deux lignes de travaux : les modèles de course au brevet « sans mémoire » et les modèles « avec mémoire ». Nous étudions une course au brevet en temps discret¹, avec effet de mémoire, suivant ainsi la réalité du processus d'innovation industriel : certaines entreprises sont devant, d'autres sont en retard, elles n'ont pas le même état d'avancement dans leurs travaux de recherche, sans

* Je remercie les professeurs Rabah Amir, David Encaoua et les deux rapporteurs anonymes de la revue pour leurs commentaires et suggestions.

** ERMES, Université Panthéon-Assas Paris II, 12 Place du Panthéon, 75230 Paris Cedex 05, France. E-Mail : chalmenschlager@u-paris2.fr. Tél. : +33(1)44-41-89-73.

¹ Les courses « sans mémoire » (à la Loury (1979) ou à la Løe et Wilde (1980)), en temps continu, où l'innovation suit un processus de Poisson, manquent de réalisme, malgré l'usage étendu qui en a été fait par leur facilité d'utilisation. En effet, dans ces modèles, les efforts passés en R&D n'améliorent pas la probabilité de découverte ultérieure : le processus d'innovation est sans mémoire. De plus, les résultats auxquels ils ont abouti, concurrence intense jusqu'à la découverte ou préemption, sont des cas extrêmes.

pour autant que le leader de la course soit aussi assuré d'en être le vainqueur. À titre d'illustration, considérons deux exemples parmi les plus connus de la course aux gènes, la course aux gènes de prédisposition au cancer du sein et la course au génome humain :

- en 1994, la start-up de génomique américaine Myriad Genetics dépose un brevet sur le gène de prédisposition au cancer du sein (BRCA1). Pour la contrer, et empêcher ainsi la formation d'un monopole industriel et commercial sur la génétique du cancer du sein, un organisme britannique à but non lucratif, the Cancer Research Campaign, dépose à son tour un brevet sur le deuxième gène de prédisposition au cancer du sein, le BRCA2, et le cède aussitôt au concurrent direct de Myriad, OncorMed. La bataille fait rage ensuite entre les deux firmes dans le développement des tests pour le cancer du sein. Mais Myriad, première engagée dans le domaine du cancer du sein, bénéficie d'une connaissance plus importante et OncorMed, en mai 1998, abandonne la course et cède ses droits sur le BRCA2 à son rival.
- le coup d'envoi de la course au génome a été donné aux États-Unis en 1990, avec le lancement du Human Genome Project, un consortium académique international chargé de séquencer entièrement le génome humain, à l'horizon 2005. En 1998, le généticien américain Craig Venter fonde la société Celera Genomics, dont l'ambition est la séquence complète du génome humain avant le HGP. Avec l'arrivée de Celera, le HGP accélère ses travaux. La concurrence est très vive entre Celera et le HGP, jusqu'en février 2001, où, par arrangement politique, les deux opposants publient simultanément leurs travaux.

Ces deux exemples récents montrent comment, dans une course à l'innovation, les entreprises adaptent leur comportement à l'évolution de leur position relative dans la compétition qui les oppose. Dans les modèles de course au brevet avec mémoire, la probabilité de gagner dépend des connaissances accumulées. Fudenberg, Gilbert, Stiglitz et Tirole (1983), FGST dans la suite de l'article, Harris et Vickers (1985, 1987), Grossman et Shapiro (1987), Aoki (1991), Choi (1991) ont analysé de tels phénomènes d'apprentissage et de savoir-faire où l'expérience apparaît comme une variable stratégique. Plus récemment, Hörner (2001) a modélisé une course sans fin entre des firmes engagées de manière répétée dans une activité d'innovation, où leur chance de succès dépend de leur effort présent et de leur position dans la course.

C'est dans ce cadre réaliste des courses à l'innovation avec mémoire que FGST introduisent la possibilité pour un retardataire de rattraper le leader. Ils utilisent une technologie de R&D qui nécessite l'accumulation d'un stock critique de connaissance. Pour reprendre l'exemple de Myriad, la start-up n'a pu déposer son brevet sur le gène BRCA1 qu'après avoir pu décrire la séquence complète du gène. Dans une telle course avec ligne d'arrivée fixe, la firme à qui il reste le moins de connaissance à accumuler est le leader. Mais la structure d'information proposée par FGST est telle que

chaque entreprise ne peut observer l'avancement des travaux de recherche de son rival qu'avec retard. Par ailleurs, les coûts sont tels qu'il est plus intéressant pour une entreprise isolée de suivre un rythme de R&D modéré. Sous ces hypothèses, la firme distancée a donc la possibilité de rattraper (catch-up) voire dépasser (leapfrog) le leader de la course. Ici encore, tentons un rapprochement avec la course au génome dans laquelle Celera, pourtant partie après le HGP, a su rattraper son retard et terminer sur la même ligne que son concurrent.

Ces notions de "leapfrogging" et de "catching-up", introduites par FGST, constituent bien une dimension essentielle de la compétition technologique et dépassent le cadre même des courses au brevet qui les ont fait naître. Encaoua et Ulph (2000), par exemple, afin d'analyser les liens entre la rivalité sur le marché du produit, l'innovation et la croissance, développent un modèle de duopole qui utilise à la fois le "catching-up" et le "leapfrogging". La firme retardataire, lorsqu'elle innove, rattrape le leader avec une certaine probabilité, ou le dépasse avec la probabilité complémentaire. Ils dynamisent ainsi une industrie oscillant entre deux entreprises accédant à la même technologie ou à des technologies décalées avec un leader et un follower.

Mais l'activité de R&D possède cependant une caractéristique supplémentaire, liée à la nature de bien public de la connaissance scientifique : chèrement acquise, divulguée facilement. Pour mémoire, rappelons ici l'opposition en octobre 2001 de l'Institut Curie au brevet déposé par Myriad pour défaut d'activité inventive. L'Institut accuse en effet Myriad d'avoir bénéficié des informations très fines fournies par le consortium public international qui, entre 1990 et 1994, avait déjà localisé, sans le séquencer, le gène BRCA1. De la même manière, Venter a pu profiter des travaux réalisés dans les organismes publics qui partagent leurs données. De manière générale, les efforts de R&D consentis par les entreprises peuvent bénéficier en partie à leurs rivales par le jeu d'effets externes, de fuites, de diffusion de la connaissance et du savoir-faire, couramment appelés « spillovers »² dans la littérature anglo-saxonne. Dans leur acceptation générale, ces spillovers permettent à une firme, sans coût supplémentaire, d'améliorer ses chances de succès grâce à l'activité de R&D de ses concurrents. On en trouve chez Cohen et Levinthal (1989) une forme alternative selon laquelle la connaissance des rivaux permet une baisse des coûts de R&D. Mais cette présence de fuites signifie aussi une plus faible appropriabilité des progrès issus de l'activité de R&D, et par là même, une moins grande incitation des entreprises à investir en R&D. L'impact total des externalités sur les efforts de R&D semblent donc, a priori, ambigu.

² Ces externalités positives d'un centre de décision à l'autre peuvent se réaliser par de multiples mécanismes de fuites. Citons, par exemple, les mouvements de personnels, les réseaux de communication informels, l'information reçue des fournisseurs, ou encore les réunions professionnelles. Dans une étude empirique, Mansfield (1985) a mesuré qu'il fallait moins d'une année pour que se propagent les informations concernant la nature et la mise en œuvre d'un *produit* ou d'un *processus nouveau*.

Les externalités de diffusion ont largement été analysées dans la littérature économique de l'innovation. Dans le modèle de duopole à deux étapes, R&D/marché du produit, de d'Aspremont et Jacquemin (1988, 1990) et Kamien, Muller, et Zang (1992), les externalités sont bilatérales : chaque firme fait bénéficier sa rivale d'une fraction constante de son activité de R&D³. Chez Amir et Wooders (1999, 2000), toujours dans un duopole à deux étapes, les spillovers sont unilatéraux. Seule l'entreprise la plus active en R&D peut faire profiter sa rivale de ses efforts en R&D. Selon une probabilité donnée, la fuite est complète. Avec la probabilité complémentaire, la firme la moins active ne reçoit rien. De Fraja (1993) introduit des spillovers stratégiques dans une course au brevet sans mémoire : la fraction de connaissance qui fuit d'une entreprise à l'autre n'est plus une donnée, mais devient une variable stratégique déterminée par le comportement optimisateur des concurrents.

Notre article enrichit la littérature existante en introduisant dans une course au brevet avec mémoire à la FGST des externalités de diffusion bilatérales dans l'activité de R&D. Nos spillovers sont tels qu'à chaque étape de la course, une part du savoir-faire acquis par chaque entreprise revient à sa rivale, diminuant ainsi, sans effort, son écart à la cible. Dans un premier scénario, nous considérons un taux de spillover décroissant avec l'activité de R&D. Dans un second scénario, nous supposons qu'une part proportionnelle de la connaissance acquise par chaque entreprise bénéficie à sa rivale. La présence des externalités de diffusion de la connaissance renforce-t-elle la capacité d'une entreprise en retard à rattraper le leader de la course à l'innovation ? Ou au contraire, exclut-elle cette possibilité de rattrapage ? Selon l'acceptation générale, les spillovers seraient plutôt une opportunité pour le poursuivant, ils lui permettraient ainsi de réduire son écart sur la firme en avance jusqu'à la rattraper. Mais, cela ne tient pas toujours⁴.

Dans notre premier scénario, nous étudions comment ces spillovers modifient la dynamique de la course au brevet en accentuant les écarts préexistants entre les concurrents et interdisent à l'entreprise initialement en retard de rattraper le leader. À l'inverse, dans notre second scénario, nous analysons comment la possibilité de rattrapage, même réduite par les externalités de diffusion, peut tout de même être conservée. Nous remarquons alors que la manière de modéliser les spillovers a son importance et a une influence sur les résultats. Dans la classe des spillovers bilatéraux, une modélisation différente a une incidence sur la possibilité de rattrapage du retardataire. Intuitivement, même si un des effets des spillovers est bien entendu de permettre au poursuivant de rattraper en partie le leader, le leader réagira à cet effet et peut être plus agressif comme dans le premier

³ Amir (2000) montre que les deux manières apparemment identiques de modéliser les spillovers sont en fait très différentes et amènent à des conclusions de politiques économiques différentes.

⁴ Dans un sens, nous rejoignons l'idée d'Amir et Wooders (1999, pp. 236-237) : le leader préfère un certain montant d'externalité plutôt qu'aucun. Le follower, par les externalités, se repose alors sur ses lauriers, et le leader ferait ainsi face à un poursuivant plus faible.

scénario. Les spillovers peuvent aussi agir pour décourager le poursuivant et limiter l'ardeur du retardataire insuffisamment proche du leader.

Par ailleurs, il est admis, en général, que dans les industries marquées par des externalités de diffusion du savoir-faire, les entreprises y effectuent moins de R&D et le rythme d'innovation est plus lent. Nous montrons que l'introduction de spillovers dans un contexte de course dynamique peut conduire à des résultats contraires à cette intuition. Nous trouvons au moins que des entreprises caractérisées par des niveaux d'expérience identiques maintiennent leur niveau d'effort de R&D en présence de spillovers, permettant ainsi à l'innovation d'arriver plus vite. Quand les entreprises n'ont pas le même niveau d'expérience, nous trouvons des cas où le leader, s'engageant initialement dans une R&D plus agressive pour se défaire de son poursuivant plus facilement, du fait des spillovers, peut permettre à la course de se terminer plus vite.

Cette accélération du développement technologique par les spillovers peut s'interpréter d'une autre manière : la présence de brevet pour les étapes intermédiaires retarderait le rythme d'innovation.

L'article s'organise de la manière suivante : la section 2 présente le modèle de course au brevet avec externalités et en analyse les mécanismes principaux. La section 3 donne les résultats lorsqu'il n'y a pas d'externalités. La section 4 examine les équilibres du modèle avec effets externes et les compare à ceux des entreprises dans la course sans externalités, elle insiste en particulier sur la disparition des possibilités de rattrapage. La section 5 apporte une modélisation différente des externalités et un autre éclairage de l'effet des spillovers sur la capacité du retardataire à rattraper le leader. Les conclusions sont rassemblées en section 6.

2 Le modèle

Nous reprenons le modèle de course au brevet avec expérience développé par FGST mais nous considérons une appropriabilité imparfaite de la R&D.

Deux entreprises, notées 1 et 2, sont en compétition technologique pour l'obtention d'un brevet. Le jeu se déroule en temps discret. À chaque période t , les entreprises choisissent simultanément un taux d'accumulation des connaissances, ou effort de R&D, $x_i(t)$, parmi trois variantes, pas de R&D, un peu de R&D, beaucoup de R&D, ce qui, pour simplifier, devient 0, 1 ou 2 :

$$x_i(t) = 0, 1, 2, \text{ pour tout } i = 1, 2.$$

Les coûts de ces trois niveaux d'apprentissage $c_i(x_i(t))$ sont définis de la façon suivante :

$$c_i(0) = 0, c_i(1) = c_1, c_i(2) = c_2 > 2c_1, \text{ pour tout } i = 1, 2.$$

Toutes choses égales par ailleurs, investir au rythme unitaire apparaît donc comme l'action la plus efficace.

Nous incorporons des externalités de diffusion du savoir-faire : chaque firme bénéficie directement des efforts de recherche de sa rivale.

Nous modélisons des effets externes décroissants avec l'activité de R&D : quand la firme i est active ($x_i = 1$ ou 2), sa rivale bénéficie d'un accroissement de son propre stock de connaissance d'une unité. Ce mécanisme de spillovers est connu de chacune des concurrentes. Toutefois, comme les décisions sont prises simultanément, chaque firme n'observe l'effet externe dont elle bénéficie qu'à l'issue de l'étape.

L'intuition économique sous-jacente à cette hypothèse repose sur les capacités d'absorption bornées des entreprises. Chaque entreprise peut récupérer la totalité des efforts de sa rivale quand ceux-ci sont faibles. Lorsque les efforts de R&D adverses dépassent une certaine limite, l'entreprise ne peut en absorber qu'une partie. Cette caractéristique peut s'inscrire dans un cadre où les entreprises suivent des approches de R&D différentes.

Avec ces spillovers, choisir un effort signifie aussi choisir une externalité plus ou moins gênante. Quand une entreprise investit au rythme le plus faible, l'externalité est maximale. Quand elle opte pour l'effort maximal, l'externalité est réduite puisqu'elle ne fait bénéficier sa concurrente que de la moitié du savoir acquis.

L'expérience en t , w_i^t , d'une entreprise i est définie par la somme des connaissances accumulées par elle-même jusqu'en t et celles acquises par le biais des effets externes. À l'étape $t = 0$ du jeu, chaque entreprise i est dotée d'un certain niveau d'expérience w_i^0 , $w_i^0 \geq 0$. On a :

$$w_i^t = \sum_{\tau=0}^{t-1} (x_i(\tau) + \phi(x_j(\tau))) + w_i^0 \quad (1)$$

où

$$\phi(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j = 1 \text{ ou } 2 \\ 0 & \text{si } x_j = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Le brevet, de valeur Y , est obtenu par l'entreprise qui acquiert la première un niveau d'expérience, N , donné. Si ce niveau est atteint, ou dépassé, en même temps par les deux entreprises, le brevet est gagné par celle qui possède la plus grande expérience; enfin, si leur expérience est la même, elles se partagent en parts égales la valeur du brevet⁵.

Un état du jeu à la période t est alors décrit par le couple (k_1^t, k_2^t) , où k_i^t représente le niveau d'expérience restant à acquérir par l'entreprise i pour atteindre la ligne d'arrivée : $k_i^t = N - w_i^t$. Lorsque $k_1^t - k_2^t > 0$, nous dirons que la firme 2 est en avance sur la firme 1. Si $k_1^t - k_2^t = 0$, les entreprises

⁵ FGST supposent, quand les firmes sont à égalité, que chacune d'elles a 50% de chance de gagner la course. Dans ce cas, le gain des entreprises est un gain espéré.

sont à égalité. L'état du jeu à chaque période constitue une connaissance commune : avant de choisir $x_i(t)$, chaque entreprise observe l'état du jeu. Le passage d'un état à l'autre est décrit par :

$$(k_1^{t+1}, k_2^{t+1}) = (k_1^t - x_1(t) - \phi(x_2(t)), k_2^t - x_2(t) - \phi(x_1(t))) \quad (3)$$

Étant donné la « ligne d'arrivée fixe » de la course au brevet, on en déduit :

Si $\forall i, k_i^t > 0$, le jeu continue en $t + 1$

Si $\exists i, \exists t/k_i^{t-1} > 0$ et $k_i^t \leq 0$, le jeu s'arrête en t .

Les entreprises fondent leur choix sur les montants de connaissance qu'il leur reste à accumuler. Les stratégies markoviennes des firmes spécifient leur effort de R&D comme fonction de l'état courant de la course :

$$\chi_i : (k_i, k_j) \in \{1, \dots, N\}^2 \rightarrow \chi_i(k_i, k_j) = x_i$$

où $x_i = 0, 1, 2$ pour tout $i = 1, 2$. L'extension aux stratégies mixtes est immédiate.

Le déroulement du jeu étant ainsi décrit, le profit d'étape, π_i , (profit en un coup) d'une entreprise i est calculé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \pi_i(k_1, k_2; x_1, x_2) = & Y - c_i(x_i) & \text{si } k_i - x_i - \phi(x_j) < k_j - x_j - \phi(x_i) \\ & & \text{et } k_i - x_i - \phi(x_j) \leq 0 \\ & Y/2 - c_i(x_i) & \text{si } k_i - x_i - \phi(x_j) = k_j - x_j - \phi(x_i) \\ & & \text{et } k_i - x_i - \phi(x_j) \leq 0 \\ & -c_i(x_i) & \text{si } k_i - x_i - \phi(x_j) > 0 \\ & & \text{ou } k_i - x_i - \phi(x_j) \leq 0 \\ & & \text{et } k_i - x_i - \phi(x_j) > k_j - x_j - \phi(x_i) \\ & & \text{pour } i = 1, 2; i \neq j. \end{aligned} \quad (4)$$

Comme FGST l'avaient indiqué, malgré la nature temporelle du problème, l'introduction explicite d'un taux de préférence pour le temps est inutile. Nous supposons, comme ces auteurs, que les entreprises préfèrent gagner la même somme maintenant plutôt qu'à une période ultérieure, ce qui revient à poser un taux de préférence pour le temps arbitrairement petit, ou encore à utiliser un préordre lexicographique entre les sommes monétaires et le temps.

Comme FGST, nous supposons qu'il est profitable à une entreprise de choisir une fois l'effort maximal et d'être à égalité avec sa concurrente pour l'obtention du brevet :

$$Y/2 - c_2 > 0 \quad (5)$$

Nous définissons des entreprises *suffisamment expérimentées* ou encore des entreprises *pas trop éloignées de l'arrivée* lorsqu'elles peuvent se concurrencer au rythme maximal jusqu'à la ligne d'arrivée et obtenir la moitié de la valeur du brevet sans faire de perte. Afin de limiter l'étude au nombre de cas suffisants pour explorer tous les comportements d'équilibre des entreprises, nous poserons⁶ :

$$Y/2 - 2c_2 < 0 \quad (6)$$

Sous cette hypothèse, les entreprises suffisamment expérimentées n'auront à fournir qu'une fois l'effort maximal. Quand la contrainte (6) devient restrictive, les entreprises sont trop loin de l'arrivée et investir deux fois au rythme maximal les conduit toutes les deux à des pertes.

La forme des stratégies en un état donné dépendra de la nature des firmes associées à cet état : « expérimentées » ou « peu expérimentées ».

Enfin, nous supposons qu'investir au rythme minimal à chaque période pour gagner le brevet est profitable : $Y > Nc_1$.

3 Les équilibres du jeu sans externalités

Nous retrouvons le modèle de FGST en remplaçant $\phi(x_i)$ par 0. Nous recherchons des équilibres de Nash en stratégies markoviennes et donc parfaits en sous-jeu. En d'autres termes, pour un état donné, les stratégies d'équilibre en cet état supposent que toutes les stratégies futures constituent aussi des stratégies d'équilibre. La recherche de l'équilibre suit donc une procédure de récurrence vers l'amont telle qu'en chaque état soit trouvé un équilibre de Nash. Cette récurrence vers l'amont commence au tout dernier état possible de la course, c'est-à-dire à l'état $(k_1, k_2) = (1, 1)$. Une fois les stratégies et profits d'équilibre calculés en cet état, on passe aux différents états dont $(1, 1)$ a pu être issu : $(1, 2)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$ et $(3, 3)$. L'étude de ces cas, dans le jeu sans externalités, nous permet d'examiner toutes les situations pertinentes, sans perte de généralité.

Les résultats de FGST, dans ce modèle illustratif de course au brevet avec expérience et sans externalités, sont retrouvés dans leur ensemble⁷. Nous résumons les résultats ici, qui illustrent la proposition 3 de FGST :

- pour autant que les entreprises soient à égalité ($k_1 = k_2$) et pas trop éloignées de l'arrivée, elles s'engagent dans une compétition intense en accumulant l'expérience au taux maximal ($x_i = 2$). Toutes choses égales

⁶ L'hypothèse $Y/2 - c_2 > 0 > Y/2 - 2c_2$ sur la structure des gains et des coûts revient à poser que le seuil de FGST est égal à 2 dans la course sans externalités. Avec les effets externes, le seuil se modifie et devient un multiple de 3. Ici, il serait égal à 3.

⁷ Se reporter à Halmenschlagler (2003) pour le détail des calculs. Pour une preuve formelle, on renvoie à FGST.

par ailleurs, il serait efficient pour chacune de choisir l'effort unitaire. Mais si l'une d'elle sélectionne cet effort unitaire, l'autre adoptera l'effort maximal, pour la dépasser et gagner la valeur totale du brevet;

- entre des entreprises suffisamment expérimentées mais séparées d'une unité, ($|k_i - k_j| = 1$), la compétition peut avoir lieu, malgré le retard d'une des deux firmes. Pour éviter de se faire rattraper, le leader, par précaution, devrait investir au rythme maximal avec certitude, mais il ne se résout pas à le faire car, face à son effort maximal, son poursuivant serait inactif. Le leader aurait alors effectué une dépense trop élevée puisqu'une R&D modérée aurait suffi pour accroître son avance. À l'équilibre, le leader adopte finalement une stratégie mixte entre l'effort unitaire et l'effort maximal tandis que le second est indifférent entre rester inactif et investir au taux élevé. Avec ces stratégies mixtes, à l'équilibre, l'entreprise distancée a donc la possibilité de combler son retard;
- mais si l'avance du leader est d'au moins deux unités, ($|k_i - k_j| \geq 2$), son poursuivant abandonnera la course, la possibilité de rattrapage ne lui étant plus offerte. Le leader peut donc alors choisir le rythme efficient unitaire;
- quand la contrainte (6) commence à être restrictive, les comportements des entreprises se modifient. Le poursuivant, même avec seulement une unité de retard, abandonne et le leader peut avancer au rythme unitaire. À égalité les stratégies des firmes sont plus complexes, il n'y a plus d'équilibre en stratégies pures.

4 Impact des externalités de diffusion

Avec l'introduction des effets externes, ce n'est qu'à partir de quatre unités lui restant à accumuler qu'une entreprise peut être amenée à adopter deux fois l'effort maximal. Pour étudier des situations dans lesquelles l'effort maximal ne permet pas de gagner en un coup, nous examinons aussi les états (1, 4), (2, 4), (3, 4) et (4, 4) dans la course avec externalités.

On définit par $V_i(k_1, k_2)$ la valeur que l'entreprise i peut atteindre à partir de l'état (k_1, k_2) quand les entreprises suivent leurs stratégies optimales (χ_1^*, χ_2^*) .

Avec externalités, pour l'entreprise 1, la valeur est⁸ :

$$V_1(k_1, k_2) = \max_{\chi_1} \{ \pi_1(k_1, k_2; \chi_1, \chi_2^*(k_1, k_2)) + V_1(k_1 - \chi_1 - \phi(\chi_2^*(k_1, k_2)), k_2 - \chi_2^*(k_1, k_2) - \phi(\chi_1)) \} \quad (8)$$

avec $V_1(k_1 - \chi_1 - \phi(\chi_2^*(k_1, k_2)), k_2 - \chi_2^*(k_1, k_2) - \phi(\chi_1)) = 0$ pour $k_1 - \chi_1 - \phi(\chi_2^*(k_1, k_2))$ ou $k_2 - \chi_2^*(k_1, k_2) - \phi(\chi_1) \leq 0$.

⁸ L'expression est analogue pour l'entreprise 2.

Le rattrapage est-il accentué, ou au contraire estompé par les externalités ? Dans le modèle précédent, le rattrapage apparaît avec une certaine probabilité, dès lors que les entreprises sont suffisamment expérimentées. Nous nous attacherons donc particulièrement aux situations dans lesquelles les entreprises ne sont pas très éloignées de l'arrivée.

Les équilibres sont calculés dans l'annexe, pour $N = 4$ et $Y/2 - 2c_2 < 0$. Une extension à un N supérieur et une relation entre $Y/2$ et c_2 moins restrictive n'apportent pas de comportement économique nouveau mais imposent des calculs plus longs. Ceci nous conduit aux résultats suivants, pour des entreprises pas trop éloignées de l'arrivée, c'est-à-dire pour lesquelles il est profitable d'accumuler les connaissances au rythme le plus élevé pour gagner $Y/2$:

Proposition 1 *Sous l'hypothèse $Y/2 - c_2 > 0$ et pour des firmes pas trop éloignées de l'arrivée, alors :*

- a) *si les firmes sont à égalité ($k_1 = k_2$), elles choisissent l'effort maximal⁹ ;*
- b) *si les firmes sont séparées d'une unité ($|k_i - k_j| = 1$), le leader choisit l'effort maximal et son poursuivant abandonne ;*
- c) *si les firmes sont séparées d'au moins deux unités ($|k_i - k_j| \geq 2$), le leader choisit l'effort minimal et son poursuivant abandonne.*

Comme le cas *b*) révèle des comportements nouveaux, il serait utile d'argumenter le choix des entreprises séparées d'une seule unité ($|k_i - k_j| = 1$). Elles restent proches l'une de l'autre, l'avantage du leader est égal au taux minimal d'accumulation des connaissances. Par les externalités, l'effort minimal ne permet pas au leader d'accroître son avance. Face à un poursuivant qui ne fait pas de R&D, le leader devra donc, à un moment ou à un autre, effectuer l'effort maximal pour creuser l'écart : soit il choisit cet effort maximal tout de suite, pour avancer ensuite au rythme unitaire jusqu'à la fin de la course, soit il choisit d'abord l'effort minimal, sachant qu'il devra opter pour l'effort maximal dans le futur. Pour lui, les deux comportements sont équivalents¹⁰. En revanche, la réaction du poursuivant n'est pas identique : face à 1, il choisit l'effort maximal pour rattraper le leader, face à 2, il abandonne. Nous mettons ainsi en évidence que l'équilibre est caractérisé par un effort maximal du leader et l'abandon de l'entreprise distancée¹¹.

Une fois décrits les comportements d'équilibre des entreprises dans la course sans externalités, et dans celle avec externalités, il est intéressant de

⁹ Le comportement d'équilibre change quand les entreprises sont assez loin de l'arrivée. Pour $N = 4$ et dans le cas où la contrainte (6) commence à être restrictive, chez les entreprises à égalité, deux équilibres symétriques en stratégies pures coexistent : l'une abandonne tandis que sa rivale investit selon le rythme le plus élevé pour éviter l'externalité maximale et devenir leader.

¹⁰ En (2, 3), il préfère cependant jouer 2 tout de suite et gagner.

¹¹ Notons que l'état (1, 2) est particulier. Face à un poursuivant inactif, le leader peut remporter la course en un coup avec l'effort minimal. On retrouve alors la même situation que dans la course sans externalités et l'équilibre en stratégies mixtes.

les comparer et mettre ainsi en lumière les effets des externalités sur les choix d'investissement en R&D.

4.1 Comparaison avec et sans externalités

La présence d'externalités en R&D n'a pas d'incidence sur les stratégies :

- quand les deux participants, suffisamment expérimentés, sont à égalité;
- quand le leader devance son poursuivant d'au moins deux unités d'expérience.

Il semble normal que les externalités n'aient pas d'effet, à l'équilibre, dans l'une et l'autre de ces situations. À égalité, les entreprises, par leur activité de R&D, bénéficient mutuellement des effets externes. Et si elles sont très éloignées l'une de l'autre, le leader ne sera pas gêné d'enrichir la connaissance de son poursuivant par la totalité de son effort, puisque dans cette situation, il n'a pas besoin d'augmenter son avance.

Dans la troisième situation, malgré son avance d'une unité, l'entreprise en tête reste trop proche de son poursuivant. Face à un rival inactif, avec la présence d'effets externes, le leader ne rejette plus avec certitude l'effort maximal, du fait de l'externalité réduite qui lui est attachée. Seul ce choix lui permet de distancer ce rival inactif, alors que sans effets externes, l'effort unitaire lui suffisait pour creuser l'écart. En revanche, les réactions du second restent les mêmes : face à l'effort unitaire du leader, il investit le plus possible, et face à un investissement en R&D élevé du leader, il abandonne.

Finalement, avec les externalités, les comportements d'équilibre d'entreprises auxquelles il ne reste pas un trop grand nombre d'étapes à parcourir sont définis d'une manière unique, en stratégies pures, dès l'instant où la course ne commence pas en (1, 2) ou (2, 1), puisque cet état ne sera jamais atteint à l'équilibre à partir d'un autre état. Les entreprises à égalité restent à égalité jusqu'à la fin, et la situation dans laquelle le leader possède une seule unité d'expérience d'avance n'est que transitoire et conduit, à l'équilibre, à une situation où l'écart se creuse et se maintient ensuite. Ainsi, l'introduction des effets externes élimine la possibilité de rattrapage d'une entreprise peu distancée.

Au vu de l'ensemble de nos résultats, avec cette modélisation des externalités, nous mettons en évidence qu'un leader disposant d'une faible avance entreprend une R&D plus agressive, et empêche son poursuivant de le rattraper.

4.2 Impact des externalités sur la vitesse de la course

Il est connu que l'industrie, face à des externalités, se développe moins vite. Partant des modèles de d'Aspremont et Jacquemin (1988, 1990), de Kamien, Muller et Zang (1992), Amir (2000) montre dans sa proposition

3.1 que chaque firme effectue moins de R&D en présence de spillovers et que, chez Kamien, Muller et Zang, la R&D effective (avec externalités) est moindre dans l'industrie. En général, c'est cette deuxième conclusion qui est entendue. Dans notre contexte dynamique, nous mesurons la vitesse de la course par le nombre d'étapes nécessaires pour finir la course.

Quand les entreprises sont à égalité, nous avons vu qu'à l'équilibre, la présence de spillovers et du bénéfice attendu de la R&D adverse ne diminue d'aucune manière leur effort : elles adoptent toujours le rythme d'investissement maximal. Par les externalités de diffusion, chaque entreprise apprend donc plus vite, le nombre d'étapes nécessaires à l'obtention du brevet diminue et l'innovation arrive plus vite dans l'industrie¹². Notre résultat s'oppose donc à l'idée couramment admise que les externalités de diffusion entraînent une baisse de la vitesse de l'innovation.

Quand la compétition technologique est à un état où le leader et le poursuivant sont proches, l'impact des externalités sur la vitesse de la course est directement lié au rattrapage du leader, rendu possible par les stratégies mixtes à l'équilibre du modèle sans externalités. Pour une des réalisations possibles de la combinaison de stratégies mixtes dans la course sans externalités, le leader, rendu plus agressif initialement pour s'éloigner de son poursuivant, en présence de spillovers, permet à l'innovation d'arriver plus vite¹³.

Nous avons mis en évidence deux cas de figure dans lesquels les externalités accélèrent la course au brevet. Une course entre des entreprises à égalité se termine plus rapidement. Une course entre un leader et un poursuivant proche de lui peut aussi s'accélérer par les externalités, dès lors que la réalisation des stratégies mixtes n'a pas permis le rattrapage sans externalités.

En supposant le fait souvent accepté que la présence des spillovers caractérise l'absence de brevet pour les étapes de recherche intermédiaires, nous pouvons conclure, pour les cas de figure ci-dessus, que des brevets intermédiaires auraient donc retardé la course, nous ramenant à la situation de FGST.¹⁴

¹² Plus précisément, on trouve un comportement un peu différent dans les derniers états de la course. En (1, 1), (2, 2) et (4, 4), le nombre d'étapes est le même, avec ou sans externalités, mais avec un montant total de R&D plus important avec externalités. En (3, 3) et à partir de (5, 5), le nombre d'étapes est toujours moindre avec les externalités, pour des entreprises suffisamment expérimentées (on lève l'hypothèse $Y/2 - 2c_2 < 0$).

¹³ Avec externalités, nous savons que le leader choisit d'abord l'effort maximal, pour avancer ensuite au rythme unitaire jusqu'à la ligne d'arrivée. Son poursuivant abandonne. S'il reste k unités d'expérience à accumuler, il faut donc $k - 1$ étapes au leader pour déposer le brevet.

Sans externalités, les stratégies d'équilibre des entreprises sont mixtes, entre 1 et 2 pour le leader, et 0 et 2 pour le second. À l'état ($k, k + 1$), si l'effort réalisé du leader est 1 alors que son poursuivant abandonne, le leader pourra continuer d'investir au rythme unitaire jusqu'à la fin : k étapes seront alors nécessaires, comparées aux $k - 1$ étapes de la course avec externalités, qui s'avère donc un peu plus rapide, par l'agressivité initiale du leader.

¹⁴ Pour une formalisation assez systématique des liens entre le niveau de protection d'un brevet et les spillovers, voir Amir et Wooders (1999, pp. 229-230).

5 Modification des externalités

Les externalités que nous avons considérées jusqu'ici étaient décroissantes avec l'effort de R&D. Leur introduction a éliminé la possibilité de rattrapage. Ce résultat se modifie-t-il avec l'introduction d'externalités proportionnelles avec l'activité de R&D ? Pour répondre à cette question, considérons que 50% du savoir-faire revient à l'entreprise concurrente, quel que soit le niveau d'effort entrepris.

Pour conserver des états à valeur entière, nous modifions légèrement le modèle de base¹⁵. Les trois variantes d'effort, pas de R&D, un peu de R&D, beaucoup de R&D deviennent 0, 2 ou 4 :

$$x_i = 0, 2, 4 \text{ pour tout } i = 1, 2.$$

Les coûts associés sont :

$$c_i(0) = 0, c_i(2) = c_2, c_i(4) = c_4 > 2c_2, \text{ pour tout } i = 1, 2.$$

Les externalités sont modélisées de la manière suivante :

- quand la firme i choisit un niveau d'investissement de 2, le stock de connaissance de sa rivale augmente d'une unité;
- quand elle choisit un niveau d'investissement de 4, le stock de connaissance de sa rivale s'accroît de deux unités.

La règle de passage d'un état à l'autre reste identique, à ceci près que :

$$\phi(x_i) = \begin{cases} 2 & \text{si } x_i = 4 \\ 1 & \text{si } x_i = 2 \\ 0 & \text{si } x_i = 0 \end{cases}$$

Cette modification des externalités n'a pas d'incidence sur l'expression des valeurs.

Nous focalisons notre attention sur les comportements d'équilibre des entreprises pas trop éloignées de la ligne d'arrivée, puisque nous avons vu que le rattrapage n'est pas possible, quand les firmes n'ont pas assez d'expérience. La recherche des équilibres de Nash parfaits en sous-jeu de ce modèle est similaire à celle suivie jusqu'ici. Cependant, les entreprises accumulent l'expérience à un rythme beaucoup plus élevé. De plus, l'ensemble des états du jeu se partitionne en trois sous-ensembles, les états de chaque sous-ensemble ayant la particularité de ne pas pouvoir être successeur potentiel d'un état appartenant à un autre sous-ensemble. Par exemple, une course commençant en (10, 10) ne passe pas par les mêmes états qu'une course commençant en (9, 9) ou en (8, 8).

¹⁵ Notons que cette modification ne changera pas les matrices de paiements et n'aura donc pas d'incidence sur les calculs et la recherche de l'équilibre.

Ces raisons nous ont conduit, afin d'étudier toutes les situations possibles, à effectuer la recherche des comportements d'équilibre pour $N = 12$, sous les hypothèses :

$$Y/2 - 2c_4 > 0 \quad (9)$$

$$Y/2 - 3c_4 < 0 \quad (10)$$

Proposition 2¹⁶ *Sous l'hypothèse $Y/2 - 2c_4 > 0$ et pour des firmes pas trop éloignées de l'arrivée (condition (10) non restrictive), alors :*

- a) *si les firmes sont à égalité ($k_1 = k_2$) elles choisissent l'effort maximal;*
- b) *si les firmes sont très proches l'une de l'autre, c'est à dire si l'avantage du leader est moindre que l'effort minimal ($|k_i - k_j| = 1$), le leader opte pour une stratégie mixte entre l'effort minimal et maximal et son poursuivant suit une stratégie mixte entre l'abandon et l'effort maximal;*
- c) *si les firmes sont proches l'une de l'autre, autrement dit, si l'avantage du leader correspond à l'effort en R&D minimal ($|k_i - k_j| = 2$), le leader choisit l'effort minimal et le poursuivant abandonne;*
- d) *si l'écart entre les firmes est plus élevé, le leader choisit aussi l'effort minimal, et son poursuivant abandonne.*

Ainsi, si les firmes sont très proches l'une de l'autre ($|k_i - k_j| = 1$), le rattrapage est possible par les stratégies mixtes. Par contre, si l'écart est faible et égal à l'effort en R&D minimal ($|k_i - k_j| = 2$), le rattrapage n'est plus réalisable, le leader peut choisir d'investir au rythme modéré sans crainte d'être rattrapé. Du fait de l'externalité, son poursuivant n'a pas la possibilité de combler la totalité de son retard en un seul coup. Face au leader optant pour l'effort minimal, le second ne peut que réduire son retard. Ce n'est qu'à l'étape suivante qu'il aura la possibilité de le rattraper, par le jeu des stratégies mixtes décrites plus haut, mais pour un gain nul, alors qu'il lui faudrait engager une dépense importante au départ. Le poursuivant, dans cette situation, préfère abandonner, même face à un leader peu agressif.

Par ailleurs, il est facile de montrer que des spillovers décroissants avec l'effort de R&D ne permettrait pas à un retardataire *très proche* du leader de le rattraper. Pour distancer son poursuivant, le leader adopterait l'effort maximal. Nous voyons ainsi que le passage d'une externalité décroissante à une externalité proportionnelle avec l'activité de R&D modifie les possibilités de rattrapage de l'entrepreneur retardataire. Les capacités de rattrapage dépendent du type de spillovers et non de la structure du modèle. Avec les externalités décroissantes, ces possibilités de rattrapage sont exclues. Avec une externalité proportionnelle, le rattrapage réapparaît à l'équilibre quand les firmes sont vraiment très proches l'une de l'autre.

Ce second scénario modifie aussi l'effet des spillovers sur la vitesse de la course à l'innovation. Un leader proche de son poursuivant investit ici

¹⁶ Sur demande, les démonstrations sont disponibles auprès de l'auteur.

au rythme minimal, c'est-à-dire moins que dans les deux autres modèles de courses au brevet considérés ici. Le rythme de l'activité de R&D y est donc le plus faible. En revanche, la vitesse de la course entre des entreprises de même expérience est identique à celle du premier modèle avec externalités.

6 Conclusion

L'objectif de cet article a été d'examiner l'incidence des externalités de diffusion sur la capacité de rattrapage d'une firme retardataire dans une course à l'innovation.

Nous sommes partis du cadre général dressé par FGST. Nous introduisons des externalités positives entre les efforts en R&D des entreprises. La prise en compte des effets externes élargit la dimension stratégique des décisions de R&D des firmes, et c'est par là que leur choix est amené à se modifier dans la compétition.

Sans externalités, du fait des retards d'information, un leader disposant d'un avantage technologique faible sur son poursuivant, met en balance le risque de se faire rattraper et l'intérêt d'effectuer une R&D à un taux modéré et peu coûteux. Cette structure d'information donne au poursuivant la capacité de rattraper un retard faible.

La prise en compte des externalités de diffusion et de savoir-faire influence les possibilités de rattrapage :

- sous l'hypothèse d'externalités décroissantes avec l'effort, quand les entreprises sont proches l'une de l'autre, le leader, à l'équilibre, est poussé à accélérer sa R&D, pour éviter l'externalité maximale et creuser l'écart sur son poursuivant. L'entreprise la moins bien placée n'a alors plus la possibilité de rattraper le leader, malgré le retard d'information de l'entreprise de tête. Le second abandonne, et le leader devient monopole en R&D. L'introduction des externalités accentue donc l'avantage de la firme la plus expérimentée. Mais la préemption du brevet par le leader n'est plus ici un résultat automatique, comme il peut l'être, par exemple, dans les modèles d'enchère (Dasgupta (1986));
- sous l'hypothèse d'externalités proportionnelles, le rattrapage n'est pas non plus permis pour le poursuivant faiblement distancé : il abandonne et le leader avance au rythme modéré. En revanche, quand l'avantage du leader est très faible, la firme en retard conserve une possibilité de rattrapage.

Cet article montre que, dans un cas, les externalités excluent les possibilités de rattrapage d'une firme distancée dans une course à l'innovation avec accumulation de la connaissance et dans un autre, elles le permettent, mais uniquement quand l'avantage du leader est très faible.

Cet article montre aussi comment les externalités entraînent la course à s'accélérer entre des entreprises de même expérience, voire, dans certains cas, entre un leader et un poursuivant assez proche l'un de l'autre.

Dans la classe des spillovers bilatéraux, nous avons considéré deux modélisations différentes de spillovers. Ces deux manières nous donnent des résultats différents quant au catching-up. En ce sens, cet article avance des arguments qui justifient l'importance de la question de la nature des spillovers et de leur modélisation.

Idéalement, il resterait à poursuivre l'analyse par le développement d'un modèle suffisamment général pour permettre d'intégrer nos deux formes d'externalités.

Annexe. Course au brevet avec externalités

Nous montrons la proposition 1 à partir d'un nombre suffisant de cas pour saisir toutes les situations possibles.

Entreprises à égalité, à une unité de la fin : $(k_1, k_2) = (1, 1)$

La forme normale associée à ce sous jeu est représentée par la matrice des gains suivante, où les gains associés aux meilleures réponses sont soulignés :

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$x_1 = 0$	$V_1(1, 1)$	$Y/2$	0
$x_1 = 1$	$V_2(1, 1)$	$Y/2 - c_1$	$-c_1$
$x_1 = 2$	$Y - c_2$	$Y - c_2$	$Y/2 - c_2$

Dans chacune des cases de la matrice, les gains du premier joueur sont situés en haut à gauche et ceux du deuxième, en bas à droite.

À l'équilibre, les deux firmes choisissent l'effort 2, $V_1(1, 1)$ et $V_2(1, 1) = Y/2 - c_2$. L'externalité est réciproque, elle n'a pas d'effet sur les stratégies d'équilibre. Si une firme choisissait l'effort unitaire, sa rivale choisirait l'effort maximal pour gagner la course. Si une firme n'avait aucune activité de R&D, il serait dans l'intérêt de sa concurrente de faire de la R&D pour gagner plutôt que de ne rien faire non plus.

Leader d'une unité, à une unité de la fin : $(k_1, k_2) = (1, 2)$

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$x_1 = 0$	$V_1(1, 2)$ $V_2(1, 2)$	\underline{Y} $-c_1$	$Y/2$ $Y/2 - c_2$
$x_1 = 1$	$Y - c_1$ 0	$Y - c_1$ $-c_1$	$Y/2 - c_1$ $Y/2 - c_2$
$x_1 = 2$	$Y - c_2$ 0	$Y - c_2$ $-c_1$	$Y - c_2$ $-c_2$

À l'équilibre : le leader (firme 1) opte pour une stratégie mixte entre 1 et 2, son poursuivant pour une mixte entre 0 et 2. $V_1(1, 2) = Y - c_2$ et $V_2(1, 2) = 0$. Face à $x_2 = 0$, le leader préfère supporter l'externalité maximale et choisir $x_1 = 1$. Bien que ce choix fasse bénéficier son rival de la totalité de son effort, il lui suffit pour gagner la valeur entière du brevet. En cet état très particulier, les externalités n'ont pas d'effet à l'équilibre. Il n'y a pas d'équilibre en stratégies pures. Si le leader choisit $x_1 = 1$, le second joue $x_2 = 2$, dans ce cas, le premier a intérêt à faire $x_1 = 2$, alors le second abandonne, $x_2 = 0$, et face à cela le leader jouerait $x_1 = 1$. En effet, il préfère gagner tout de suite plutôt que ne pas faire de R&D et attendre le tour suivant.

Leader de deux unités, à une unité de la fin : $(k_1, k_2) = (1, 3)$

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$x_1 = 0$	$V_1(1, 3)$ $V_2(1, 3)$	\underline{Y} $-c_1$	\underline{Y} $-c_2$
$x_1 = 1$	$Y - c_1$ 0	$Y - c_1$ $-c_1$	$Y - c_1$ $-c_2$
$x_1 = 2$	$Y - c_2$ 0	$Y - c_2$ $-c_1$	$Y - c_2$ $-c_2$

À l'équilibre : le leader joue 1 et le second 0 : $V_1(1, 3) = Y - c_1$, $V_2(1, 3) = 0$. L'externalité maximale liée à $x_1 = 1$ ne gêne pas le leader puisque l'avantage donné au second n'est pas suffisant pour l'inquiéter. Et face à 0, le leader préfère jouer l'effort modéré pour gagner tout de suite plutôt que d'attendre. Quant au second, jouer $x_2 = 1$ ferait gagner le leader, sans coût.

De même, en $(k_1, k_2) = (1, 4)$ et $(k_1, k_2) = (2, 4)$, à l'équilibre : le leader joue 1 et le second 0. Et $V(1, 4) = Y - c_1$, $V(2, 4) = Y - 2c_1$, $V(4, 1) = V(4, 2) = 0$.

Entreprises à égalité, à deux unités de la fin : $(k_1, k_2) = (2, 2)$

$x_2 = 0$	$V_1(2,2)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	0	$Y - c_2$
$x_2 = 1$	$V_2(2,2)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2 - c_1$	$Y/2 - c_1$	$Y/2 - c_2$
$x_2 = 2$	$V_1(2,2)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2 - c_1$	$Y/2 - c_2$	$Y - c_2$

À l'équilibre, les deux firmes choisissent l'effort 2, $V_1(2,2)$ et $V_2(2,2) = Y/2 - c_2$.

Leader d'une unité, à deux unités de la fin : $(k_1, k_2) = (2, 3)$

$x_2 = 0$	$V_1(2,3)$	$Y - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y - c_2$
$x_2 = 1$	$V_2(2,3)$	$Y - c_2$	$Y/2 - c_2 - c_1$	$Y/2 - c_1$	$Y - c_2 - c_1$
$x_2 = 2$	$V_1(2,3)$	$Y - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y - c_2$

Face à $x_2 = 0$, le leader choisit $x_1 = 2$. À l'équilibre : le leader choisit l'effort maximal 2 et le second abandonne, $V_1(2,3) = Y - c_2$ et $V_2(2,3) = 0$. $Y/2 - 2c_2 > 0$ ou > 0 n'a pas d'incidence sur l'équilibre.

Entreprises à égalité, à trois unités de la fin : $(k_1, k_2) = (3, 3)$

$x_2 = 0$	$V_1(3,3)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	0	$Y - 2c_2$
$x_2 = 1$	$V_2(3,3)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2 - c_1$	$Y/2 - c_2 - c_1$	$Y/2 - c_2$
$x_2 = 2$	$V_1(3,3)$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y/2 - c_2$	$Y - 2c_2$

À l'équilibre, comme dans les états $(1, 1)$ et $(2, 2)$, les entreprises jouent 2 et $V_1(3,3) = V_2(3,3) = Y/2 - c_2$.

Leader d'une unité, à trois unités de la fin : $(k_1, k_2) = (3, 4)$

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$x_1 = 0$	$V_1(3, 4)$ $V_2(3, 4)$	$\frac{Y - c_2}{-c_1}$	$\frac{Y/2 - c_2}{Y/2 - 2c_2}$
$x_1 = 1$	$\frac{Y - c_2 - c_1}{\underline{0}}$	$Y - c_2 - c_1$ $-c_1$	$\frac{Y/2 - c_2 - c_1}{Y/2 - 2c_2}$
$x_1 = 2$	$\frac{Y - c_2 - c_1}{\underline{0}}$	$\frac{Y - c_2}{-c_1}$	$\frac{Y - c_2}{-c_2}$

Avec $Y/2 - 2c_2 < 0$, même si le leader choisit $x_1 = 0$, le second abandonne, trop loin de la ligne d'arrivée : $x_2 = 0$. Quant au leader, si $x_2 = 0$, il est indifférent entre $x_1 = 1$ et $x_1 = 2$. Il existe donc deux équilibres équivalents en stratégies pures : dans le premier équilibre, le leader choisit $x_1 = 1$ et le second abandonne, dans le second équilibre, le leader joue $x_1 = 2$ et le second abandonne. Les valeurs sont identiques : $V_1(3, 4) = Y - c_2 - c_1$ et $V_2(3, 4) = 0$.

Si nous prenons une hypothèse entre $Y/2$ et c_2 moins restrictive, $Y/2 - 2c_2 > 0$ (et $Y/2 - 3c_2 < 0$ par exemple, ce qui n'a pas de d'incidence ici) c'est-à-dire si nous supposons qu'investir deux fois au rythme maximal et gagner $Y/2$ est profitable, autrement dit si nous supposons que les firmes ont une expérience suffisante pour que l'accumulation au taux d'effort élevé leur soit profitable à toutes les deux, nous retrouverons la même situation qu'en l'état $(k_1, k_2) = (2, 3)$: face à $x_1 = 1$, le second choisit $x_2 = 2$. Il n'y a qu'un équilibre en stratégies pures $x_1 = 2$ et $x_2 = 0$, avec $V_1(3, 4) = Y - c_2 - c_1$ et $V_2(3, 4) = 0$.

Entreprises à égalité, à quatre unités de la fin : $(k_1, k_2) = (4, 4)$

	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$x_1 = 0$	$V_1(4, 4)$ $V_2(4, 4)$	$\frac{Y/2 - c_2}{Y/2 - c_2 - c_1}$	$\frac{\underline{0}}{Y - 2c_2}$
$x_1 = 1$	$\frac{Y/2 - c_2 - c_1}{Y/2 - c_2}$	$Y/2 - c_2 - c_1$ $Y/2 - c_2 - c_1$	$\frac{-c_1}{Y - 2c_2}$
$x_1 = 2$	$\frac{Y - 2c_2}{\underline{0}}$	$\frac{Y - 2c_2}{-c_1}$	$\frac{Y/2 - 2c_2}{Y/2 - 2c_2}$

Pour $Y/2 - 2c_2 < 0$, les entreprises ne peuvent pas choisir ensemble $x_i = 2$. Cependant, face à $x_i = 0$, le joueur j , $j \neq i$, choisit $x_j = 2$, pour éviter l'externalité maximale. En stratégies pures, deux équilibres opposés apparaissent : la firme 1 choisit 2 et la firme 2 joue 0, la firme 1 abandonne, alors que son adversaire opte pour l'effort maximal, aux valeurs symétriques : $V_1(4, 4) = Y - 2c_2$ et $V_2(4, 4) = 0$, ou $V_1(4, 4) = 0$ et $V_2(4, 4) = Y - 2c_2$.

Pour $Y/2 - 2c_2 > 0$, comme dans les états (1, 1), (2, 2) et (3, 3), les entreprises jouent 2 et $V_i(4, 4) = Y/2 - 2c_2$.

References

- Amir, R. (2000), "Modelling Imperfectly Appropriable R&D via Spillovers", *International Journal of Industrial Organization*, 18, pp. 1013-1032.
- Amir, R. et J. Wooders (1999), "Effects of One-Way Spillovers on Market Shares, Industry Price, Welfare, and R&D Cooperation", *Journal of Economics and Management Strategy*, 8, pp. 223-249.
- Amir, R. et J. Wooders (2000), "One-Way Spillovers, Endogenous Innovator/Imitator Roles, and Research Joint Ventures", *Games and Economic Behavior*, 31, pp. 1-25.
- Aoki, R. (1991), "Market Structure and the Emergence of New Technologies. R&D Competition for Product Innovation: An Endless Race", *American Economic Review*, Papers and Proceedings, 81, pp. 252-270.
- Choi, J. (1991), "Dynamic R&D Competition under 'Hazard Rate' Uncertainty", *Rand Journal of Economics*, 22, pp. 596-610.
- Cohen, W. et D. Levinthal (1989), "Innovation and Learning: the Two Faces of R&D", *Economic Journal*, 99, pp. 569-596.
- Dasgupta, P. (1986), "The Theory of Technological Competition", in *Economic Organization as Games*, Edited by Ken Binmore and Partha Dasgupta, Blackwell eds.
- D'Aspremont, C. et A. Jacquemin (1988-1990), "Cooperative and Noncooperative R&D in Duopoly with Spillovers", *American Economic Review*, 78, 1133-1197. « Erratum », 80, pp. 641-642.
- De Fraja, G. (1993), "Strategic Spillovers in Patent Races", *International Journal of Industrial Organization*, 11, pp. 139-146.
- Encaoua, D. et D. Ulph (2000), "Catching-up or Leapfrogging? The Effects of Competition on Innovation and Growth", *Les cahiers de l'innovation*, 17, Université de Paris I.
- Fudenberg, D., R. Gilbert, J. Stiglitz, et J. Tirole (1983), "Preemption, Leapfrogging and Competition in Patent Races", *European Economic Review*, 22, pp. 3-31.
- Grossman, G. et C. Shapiro (1987), "Dynamic R&D Competition", *Economic Journal*, 97, pp. 372-387.
- Halmenschlager, C. (2003), « Les externalités de diffusion du savoir-faire permettent-elles de rattraper le retard dans les courses à l'innovation ? », *Document ERMES*, 03-04, Université Panthéon-Assas Paris II.
- Harris, C. et J. Vickers (1985), "Perfect Equilibrium in a Model of a Race", *Review of Economic Studies*, 52, pp. 193-209.

- Harris, C. et J. Vickers (1987), "Racing with Uncertainty", *Review of Economic Studies*, 54, pp. 1-21.
- Hörner, J. (2001), "A Perpetual Race to Stay Ahead", *mimeo*, Northwestern University.
- Kamien, M., E. Muller, et I. Zang (1992), "Research Joint Ventures and R&D Cartels", *American Economic Review*, 82, pp. 1293-1306.
- Lee, T. et L. Wilde (1980), "Market Structure and Innovation : A Reformulation", *Quarterly Journal of Economics*, 94, pp. 429-436.
- Loury, G. (1979), "Market Structure and Innovation", *Quarterly Journal of Economics*, 93, pp. 395-410.
- Mansfield, E. (1985), "How Rapidly does Industrial Technology Leak out ?" , *Journal of Industrial Economics*, 34, pp. 217-223.
- Spence, M. (1984), "Cost reduction, Competition and Industry Performance", *Econometrica*, 52, pp. 101-112.

