

**Direction des Études et Synthèses Économiques**

**G 2006 / 13**

**Une réinterprétation de la relation  
entre productivité et inégalités salariales  
dans les entreprises**

**Abdelmalik KOUBI et Sébastien ROUX**

**Document de travail**



**Institut National de la Statistique et des Études Économiques**

# INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

*Série des documents de travail  
de la Direction des Études et Synthèses Économiques*

**G 2006 / 13**

## **Une réinterprétation de la relation entre productivité et inégalités salariales dans les entreprises**

**Abdelmalik KOUBI\* et Sébastien ROUX\*\***

DÉCEMBRE 2006

Les auteurs remercient Didier Blanchet, David Margolis, David Marsden et Muriel Roger pour leurs commentaires sur des versions précédentes de ce travail.

---

\* DARES

\*\* Faisait partie du Département des Études Économiques d'Ensemble - Division « Marchés et Stratégies d'Entreprise » au moment de la rédaction de ce document.

## **Une réinterprétation de la relation entre productivité et inégalités salariales dans les entreprises**

### **Résumé**

L'objet de cet article est de revenir sur l'interprétation de la corrélation empirique positive liant productivité et inégalités salariales dans les entreprises. Une analyse économétrique montre que cette corrélation positive s'observe sur données françaises appariées d'entreprises, y compris en tenant compte des biais d'hétérogénéité fixe et de simultanéité par des variables instrumentales. Ceci est compatible avec l'idée générale des modèles d'incitation selon laquelle l'inégalité salariale serait un moyen de stimuler la productivité des salariés. Mais, dans un tel cadre, l'inégalité salariale est une variable d'optimisation à la discrétion de l'entreprise, ce qui en fait une variable endogène. Or un test indique que ses variations seraient plutôt exogènes, i.e. elles s'imposent à l'entreprise indépendamment des variations des autres déterminants non observables de la productivité.

On adapte donc le modèle d'incitation pour le rendre compatible avec cette propriété d'exogénéité, en s'inspirant de Lazear (1989). Le modèle proposé est un modèle dans lequel le choix du degré d'inégalité salariale est totalement contraint par une caractéristique technique exogène de l'entreprise, i.e. le poids relatif de l'effort collectif et l'effort individuel dans son processus productif. Dans ce cadre, l'inégalité salariale s'interprète comme une mesure indirecte de cette caractéristique technique. On confirme cette interprétation en examinant le lien entre inégalité salariale et caractéristiques organisationnelles de l'entreprise mesurées par l'enquête REPONSE.

**Mots-clés** : Salaires, coût du travail, ressources humaines, syndicats et négociation collective, organisation et comportement d'entreprise

## **A reinterpretation of the relation between firm-specific pay inequalities and productivity**

### **Abstract**

The main objective of this paper is to question the interpretation of the usually-found positive correlation between firm-specific pay inequalities and productivity. We estimate from French employer-employee matched data this correlation and confirm that it is positive, even after accounting for fixed unobserved heterogeneity and simultaneity using instrumental variables. This result is consistent with the idea that wage inequality is one of the tools that are available to stimulate worker's productivity. However, in such a framework, pay inequality is an optimization variable controlled by the firm, and should therefore appear as endogenous. This is not the case: tests show that variations in pay inequality are exogenous, i.e. they are imposed to the firm in a way that is uncorrelated to other unobserved determinants of productivity.

We therefore adapt the standard model of incentive theory to make it compatible with this exogeneity property, along the lines of Lazear (1989). The model that we develop is a model where the choice of a higher or lower degree of pay inequality is fully constrained by an exogenous technical characteristic of the firm, i.e. the varying importance of collective and individual effort in its production function. In such a context, the degree of pay inequality is interpreted as an indirect measure of this technical characteristic. We confirm this interpretation by examining the relationship between pay inequality and organizational characteristics of firms measured by the REPONSE survey.

**Keywords:** Wages, Compensation, and Labor Costs, Labor-Management Relations, Trade Unions, and Collective Bargaining, Firm Objectives, Organization, and Behavior

**Classification JEL** : J3, J5, L2

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Analyse empirique de la corrélation entre dispersion des salaires et productivité</b>	<b>7</b>
1.1 Données . . . . .	7
1.2 Quel indicateur de dispersion des salaires ? . . . . .	7
1.3 Dispersion des salaires et performance . . . . .	8
<b>2 Un modèle théorique d'interactions au sein de l'unité de production</b>	<b>13</b>
2.1 Comportement des travailleurs . . . . .	14
2.2 Technologie de l'entreprise . . . . .	14
2.3 Le contrat proposé en cas d'information parfaite . . . . .	16
2.4 Le contrat proposé en cas d'information asymétrique . . . . .	17
2.5 La résolution du programme de l'entreprise . . . . .	18
2.6 L'effet de la présence syndicale . . . . .	21
<b>3 Construction et interprétation de l'indice d'individualisme</b>	<b>24</b>
3.1 Justification théorique des équations de salaire . . . . .	24
3.2 Production de l'entreprise . . . . .	25
3.3 Estimation de l'indice d'individualisme . . . . .	26
3.4 Variabilité sectorielle et temporelle . . . . .	27
3.5 Une interprétation des indices d'individualisme à partir de l'enquête REPONSE . . . . .	29
<b>4 Interprétation de la relation structurelle liant la productivité à l'indice d'individualisme</b>	<b>32</b>
4.1 Relation entre production et indice d'individualisme . . . . .	32
4.2 Estimation structurelle du modèle théorique . . . . .	33
<b>Conclusion</b>	<b>36</b>
<b>Annexe A : Construction des résidus</b>	<b>38</b>
A.1 Sélection des entreprises . . . . .	38
A.2 Construction des résidus d'équations de salaires . . . . .	38
A.3 Quelle statistique pour refléter la dispersion des résidus de salaire ? . . . . .	40
<b>Annexe B : Cas de l'autosélection</b>	<b>42</b>
<b>Annexe C : Mécanisme avec contrat révélateur simple</b>	<b>46</b>
<b>Annexe D : Preuves</b>	<b>49</b>

## Introduction

La question de l'effet des inégalités salariales sur les performances individuelles a été jusqu'ici économiquement abordée sous deux angles. D'un côté, les théories fondées sur les incitations (telles que les théories de tournoi par exemple) suggèrent que la différenciation des salaires conduit les travailleurs les plus productifs à augmenter leurs efforts et produire plus (cf. Lazear et Rosen [11]). Une augmentation des inégalités est alors associée à une augmentation de la performance économique. D'un autre côté, les théories fondées sur la coopération (Akerlof et Yellen [1] ou Levine [12]) impliquent que des inégalités trop élevées peuvent conduire les travailleurs à ne plus coopérer entre eux et réduire ainsi la capacité productive de l'entreprise. Lazear [10] synthétise les deux points de vue en considérant l'existence de deux types de travailleurs, des "faucons" et des "colombes", les premiers étant non-coopératifs et agressifs, les seconds coopératifs. Dans le cadre d'une théorie d'incitation, Lazear explique les phénomènes mis en avant dans les théories fondées sur la coopération par la coexistence des deux types de travailleurs dans les entreprises. Il en déduit les conséquences de la dispersion des salaires sur les performances des entreprises.

D'un point de vue empirique, des travaux récents ont cherché à examiner l'effet des inégalités salariales sur les performances. Les résultats sont en globalité nuancés. Deux groupes d'études se distinguent : celles mettant en évidence un impact négatif d'une trop forte dispersion des salaires sur les performances (par exemple Cowherd et Levine [4] et plus récemment sur les équipes sportives Frick et al. [6]) et celles mettant en évidence l'effet inverse, en particulier celles de Bingley et Eriksson [3] et Lallemand et al. [9] fondées sur des données individuelles appariées employeurs-employés respectivement au Danemark et en Belgique. Ces dernières études arrivent à la même conclusion : elles mettent en évidence un impact positif des inégalités salariales sur la performance des entreprises (cf. Lallemand et al. [9] pour une présentation synthétique de toutes ces études).

L'objectif de la plupart de ces analyses est de répondre à la question de l'effet d'une hausse des inégalités salariales sur les performances des entreprises. Pour cela, il faut supposer qu'il existe une partie de la distribution des salaires que l'entreprise ne peut pas manipuler, dont l'exogénéité sera donc garantie et dont on pourra identifier l'effet sur la performance des entreprises observées. Parmi les études examinant cette question, la distribution des salaires est instrumentée au niveau de l'entreprise par différentes variables selon les études (écart-type intra-firme de l'impôt sur les salaires sans les primes chez Lallemand et alii [9], valeurs retardées chez Heymann [8], données relatives à l'impôt des personnes physiques chez Bingley et Eriksson [3]).

Notre article reproduit dans un premier temps les analyses de Lallemand et al. sur des données françaises appariées employeurs-employés couvrant la période 1994-2002. Les résultats obtenus confirment ceux des études précitées. Dans tous les secteurs considérés, une hausse exogène de la dispersion des salaires est associée à une augmentation des performances. Toutefois, un examen plus attentif de ces résultats met en évidence un phénomène troublant. Alors que la théorie des incitations, qui fonde théoriquement les résultats obtenus, suppose que les entreprises choisissent le niveau de dispersion des salaires, cet indicateur apparaît comme exogène à la variable de performance retenue.

Ce résultat nous amène à considérer une interprétation alternative de cet indicateur de dispersion salariale et des résultats obtenus jusqu'ici. Selon nous, l'exogénéité de la dispersion des salaires par rapport à la performance s'explique par le fait que celle-ci est liée à une composante structurelle de l'entreprise correspondant à son organisation et/ou à sa technologie, le choix de la politique salariale en dépendant directement. Dans ce cas, les corrélations observées dans les études précédentes ne refléteraient que la variabilité des structures organisationnelles ou technologiques des entreprises concernées et non l'impact direct de la modification de la dispersion des salaires au sein des entreprises. L'objet de cet article est ainsi de comprendre ce que l'on peut inférer de la corrélation entre dispersion salariale et performances des entreprises, notamment en termes d'organisation et d'environnement du marché du travail.

Pour justifier cette représentation, un modèle théorique est construit, se fondant sur la possibilité d'interactions entre les travailleurs au sein des unités de production des entreprises. Chaque salarié a le choix de contribuer à ces interactions, mais les résultats de sa contribution ne peuvent lui être attribués. Elles peuvent correspondre à une forme d'esprit de coopération ou d'absence de coopération dont les effets ne peuvent être mesurés qu'à un niveau agrégé et qui ne peuvent être influencées que par des incitations collectives. Les employeurs sont conscients de l'existence de ces interactions, mais ils les observent imparfaitement. Le choix de leur politique salariale est donc le résultat d'un arbitrage entre deux tendances contradictoires. D'un côté, les entreprises veulent que leurs salariés produisent un effort *collectif* (ce qui dans certains cas revient à ce qu'ils coopèrent entre eux). Cela les conduit à réduire les inégalités (cf. Levine, [12], ou Lazear, [10], pour la formalisation de cette idée). D'un autre côté, les employeurs veulent que leurs salariés produisent un effort individuel le plus élevé possible. Cela les conduit à augmenter les inégalités salariales dans un but d'incitation individuelle.

La prise en compte de ces interactions possibles entre salariés change de façon substantielle les analyses habituelles. Ces interactions sont la source d'externalités qui conduisent les entreprises à ne pas payer leurs salariés à leur productivité marginale observée, parce que celle-ci ne correspond pas à la véritable efficacité du salarié<sup>1</sup>.

Cet article présente un modèle prenant explicitement en compte l'arbitrage entre les externalités induites par les interactions entre travailleurs et les incitations individuelles au niveau de l'entreprise. Il s'éloigne de la littérature existante dans le fait que la variabilité observée des dispersions salariales des entreprises est interprétée par rapport à leurs différences de technologie ou d'organisation. Les entreprises dont la technologie de production ou l'organisation sont le plus sensibles aux externalités entre travailleurs (à travers un effort collectif ou de la coopération) devraient, dans ce cadre, avoir une plus faible dispersion des salaires.

En s'inspirant de Lazear [10], on suppose que les travailleurs peuvent fournir deux formes d'effort, collectif et individuel, et que les individus diffèrent dans leurs propensions à fournir chaque type d'effort. Les "individualistes" (faucons chez Lazear) sont ceux prêts à fournir un effort individuel, sensibles aux incitations individuelles, les "collectifs" (colombes chez Lazear) sont ceux plutôt disposés à fournir un effort de type collectif, dont le résultat ne peut être apprécié qu'à un niveau agrégé.

La dispersion des salaires observée dans l'entreprise est ici supposée être un résultat de sa politique salariale, celle-ci dépendant de sa technologie de production ou de son organisation. On peut alors estimer pour chaque entreprise un paramètre reflétant cette technologie ou organisation, appelé *indice d'individualisme* qui reflète une organisation s'appuyant d'autant plus sur le travail individuel qu'il est élevé. Pour cette raison, on s'attend à observer d'importantes différences fondées sur les secteurs, liées à leurs technologies et organisations spécifiques.

Dans une première section, les analyses usuelles examinant la relation au niveau des entreprises entre leurs dispersions des salaires et leurs performances sont répliquées sur données françaises ; l'exogénéité des dispersions des salaires est alors mise en évidence. Dans une deuxième section, le modèle théorique dont les grandes lignes ont été exposées ci-dessus est présenté, qui conduit à résumer toute l'information sur la technologie de l'entreprise par un *indice d'individualisme*. Dans une troisième partie, l'indice d'individualisme est estimé pour chaque entreprise et sa variabilité est examinée, d'un point de vue temporel et en relation avec des informations externes

---

<sup>1</sup>C'est par exemple ce qui se passe lorsque l'employeur, parce qu'il n'observe pas parfaitement la productivité de ses employés, leur offre un salaire lié à leur rang qui dépend de leur productivité individuelle (Lazear [10], et Lazear et Rosen [11]). Lazear [10] présente un modèle dans lequel les travailleurs peuvent produire un effort positif ou négatif (à travers le sabotage). Il montre alors que, lorsqu'une entreprise choisit une politique salariale fondée sur le rang du salarié dépendant de sa productivité, certains salariés sont incités à saboter le travail des autres pour améliorer leur propre rang. En distinguant deux types de travailleurs ayant des propensions différentes à la coopération (dénommés "faucons" et "colombes"), Lazear prédit une relation entre la performance de l'entreprise et la dispersion de ses salaires, dont le sens et l'ampleur dépend de la part relative de faucons et de colombes dans l'entreprise.

sur l'organisation de l'entreprise. Enfin, une quatrième partie revient sur la corrélation entre dispersion des salaires et performance à travers l'estimation d'une fonction de production en accord avec la théorie, qui conduit à interpréter la corrélation obtenue à l'aune des hypothèses soutenant le modèle théorique.

Cette corrélation est liée à la propension moyenne des travailleurs à fournir des efforts individuel ou collectif et à la taille moyenne de l'équipe de production. Cette taille peut être également considérée comme un paramètre technologique des entreprises : elle reflète les difficultés de l'entreprise à observer au niveau le plus désagrégé les performances de ses équipes. D'après le modèle, la corrélation positive observée peut s'interpréter par le fait que les *individualistes* sont plus nombreux que les *collectifs* et/ou que la taille moyenne des équipes au niveau desquelles ces externalités existent est élevée.

# 1 Analyse empirique de la corrélation entre dispersion des salaires et productivité

Le but de cette partie est de reproduire les analyses effectuées par Winter-Ebmer et Zweimüller [14] sur l'Autriche, Bingley et Eriksson [3] sur le Danemark et Lallemand et al. [9] sur la Belgique sur des données françaises appariées employeurs-employés. L'utilisation de telles données est nécessaire pour examiner la corrélation entre la dispersion des salaires et la productivité ne serait-ce que pour l'estimer le plus précisément possible.

## 1.1 Données

Les données individuelles de salaires utilisées dans cette étude sont les Déclarations Annuelles de Données Sociales (DADS). Ces données administratives sont collectées directement auprès des entreprises. Elles renseignent, pour chaque individu employé dans l'entreprise au cours de l'année, son revenu annuel, le nombre d'heures et de jours rémunérés, quelques caractéristiques sur l'emploi occupé telles que la qualification et le statut temps partiel-temps complet, sur l'individu telles que le sexe et l'âge et sur l'établissement, le secteur et la région d'implantation.

Les données sont exhaustives sur l'ensemble du secteur privé français. A ce titre, elles contiennent plus de 16 millions d'observations par an. Elles sont disponibles de 1994 à 2002. Comme l'objet de ce travail est de considérer des indicateurs de dispersion des salaires, l'étude se limitera par la suite aux entreprises de plus de 20 salariés<sup>2</sup> pour que ces indicateurs ne soient pas trop affectés d'un biais d'échantillonnage. L'intérêt de l'exhaustivité de cet échantillon consiste en les possibilités d'appariement qu'il offre avec d'autres sources, issues d'enquêtes auprès des entreprises notamment. Disposant des salaires individuels par entreprise, on peut alors construire des indicateurs d'inégalité spécifiques aux entreprises.

Les informations sur les performances des entreprises sont recueillies également auprès de données administratives : les déclarations de comptabilité des entreprises soumises au régime du Bénéfice Réel Normal (BRN) auprès des services fiscaux. Il est possible d'apparier ces données avec les précédentes, on sélectionne ainsi par année environ 100 000 entreprises, qui emploient environ 10 millions de salariés. Les BRN donnent une information sur le nombre de salariés employés au 31/12. Celle-ci est comparée à celle obtenue dans les DADS qui fournit une information sur le nombre moyen d'employés de l'entreprise au cours de l'année.

Le mode de sélection est complexe, il s'explique par deux raisons. D'une part, un critère de taille minimale est naturel à introduire dans la mesure où l'estimation d'un indicateur de dispersion des salaires n'est pertinente que si on dispose de suffisamment d'observations. Les entreprises de plus de 20 salariés constituent de plus un groupe relativement homogène en terme d'obligations syndicales. Pour être plus précis, la sélection ne se fait pas sur le seul critère de la taille : il suffit d'avoir eu une taille supérieure à 20 salariés une année entre 1994 et 2001 pour être retenu dans l'échantillon. Ce choix a été adopté pour pouvoir éventuellement étudier l'évolution d'un grand nombre d'entreprises. La lourdeur de l'exploitation des données a imposé de choisir un échantillon le plus large possible d'entreprises pour pouvoir étudier toutes les pistes envisageables (cf. annexe A pour une description plus précise de l'échantillonnage).

## 1.2 Quel indicateur de dispersion des salaires ?

Les salaires dépendent des caractéristiques observables des individus et des entreprises. Si l'information sur ces caractéristiques est parfaite, des mécanismes de concurrence égalisent les

<sup>2</sup>Plus précisément, on conserve dans notre échantillon les entreprises ayant déclaré employer vingt salariés ou plus dans les liasses fiscales une année au cours de la période 1994-2001

taux de rendements de ces caractéristiques si bien qu'on peut distinguer la variabilité des salaires liée à ces caractéristiques observables de celle correspondant à des caractéristiques inobservées. En pratique, cela revient à décomposer le salaire en une composante reflétant les caractéristiques observables des individus et de leur emploi<sup>3</sup> et un résidu correspondant à la partie non observable. Ce résidu peut, à son tour, être décomposé en une composante propre à l'entreprise et une autre propre à l'individu dans l'entreprise. Cette dernière composante est l'objet étudié dans l'ensemble de cette étude. Il s'agit en effet de la seule composante des salaires sur laquelle l'entreprise peut jouer, en supposant que les rendements des différentes caractéristiques sont bien les mêmes d'une entreprise à l'autre. Lazear [10] préconise ainsi d'utiliser les résidus d'équations de salaire pour étudier les liens entre inégalités de rémunération et performances. La plupart des études empiriques (Bingley et Eriksson [3] et Lallemand et al. [9]) adoptent une telle décomposition.

L'étude présentée ici s'intéresse prioritairement aux inégalités de rémunération au sein des entreprises, et donc à la dispersion des résidus de salaires au sein des entreprises. Or, il est rare que cette information soit directement demandée dans les enquêtes auprès des entreprises. C'est pourquoi l'utilisation de données appariées employeurs-employés est essentielle pour ce projet.

Dans la suite de l'étude, l'indicateur de dispersion retenu correspondra au coefficient de variation de l'exponentielle du résidu de l'équation de salaire (pris en logarithme). Ce choix répond à deux considérations : d'une part il est pleinement cohérent avec l'analyse théorique qui va suivre, d'autre part, les résultats présentés dans cette section sont robustes à l'indicateur retenu. La façon dont sont construits les indicateurs de dispersion et les résidus est décrite dans l'annexe A.

### 1.3 Dispersion des salaires et performance

Pour examiner empiriquement cette relation et dans la suite de l'article, l'échantillon est restreint à un panel d'entreprises actives au cours des années 1994, 1995, 2000 et 2001<sup>4</sup>. L'étude est restreinte aux entreprises actives dans le secteur marchand hors activités financières ou immobilières<sup>5</sup> pour lesquelles la valeur ajoutée et le capital productif sont positifs pour les années observées. Cela nous conduit à réduire l'échantillon à 60551 entreprises représentant 5,5 millions de salariés en 1994 et 6,7 millions en 2001.

Le tableau 1 présente les corrélations entre l'indicateur retenu de dispersion des salaires et certaines variables propres aux entreprises telles que l'effectif, le capital productif, la production (en log), et la rentabilité opérationnelle (excédent brut d'exploitation rapporté au capital productif). Pour tous les secteurs, la corrélation entre production et dispersion des salaires est positive. Des régressions descriptives permettent d'affiner ce constat, en contrôlant les caractéristiques observables.

Le tableau 2 présente les régressions de deux indicateurs de performance de l'entreprise sur la variable reflétant la dispersion des salaires. L'équation estimée est alors la suivante :

$$Perf_{jt} = C + a' \ln K_{jt} + b' \hat{X}_{jt} + c' \ln L_{jt} + d' g_{jt} + \nu_{jt} \quad (1)$$

où  $Perf_{jt}$  correspond au logarithme de la valeur ajoutée ou à la rentabilité,  $K_{jt}$  est le capital,  $L_{jt}$  est le travail,  $\hat{X}_{jt}$  correspond aux caractéristiques moyennes des travailleurs de l'entreprise (estimées par entreprise) et  $g_{jt}$  est l'indicateur de dispersion des salaires. Par rapport une fonction de production standard, cette équation introduit, en plus des facteurs capital et travail, les moyennes des caractéristiques des salariés et le coefficient de variation des résidus de salaire.

<sup>3</sup>Les rendements des caractéristiques observables des individus peuvent refléter d'autres phénomènes que ceux relevant du marché. Ainsi, certaines conventions syndicales de branche imposent aux entreprises relevant de ces branches des niveaux de rémunération précis selon certaines caractéristiques des individus, notamment l'âge et l'expérience.

<sup>4</sup>Ces années ont été choisies pour des raisons pratiques, les estimations économétriques portant sur des différences longues entre 1995 et 2001, instrumentées en particulier par les niveaux en 1994.

<sup>5</sup>La raison à cette restriction est que la valeur ajoutée n'a pas la même signification comptable dans ces secteurs.

TAB. 1 – Corrélation entre la dispersion des salaires et l'emploi, le capital productif, la valeur ajoutée et la rentabilité en 2001

	Nombre d'observations	Effectifs (en log)	Valeur ajoutée (en log)	Capital productif (en log)	Rentabilité opérationnelle (en log)
Commerce	15343	-0,002	0,142	-0,049	0,098
		0,812	<,0001	<,0001	<,0001
Construction	7927	0,055	0,134	0,067	0,044
		<,0001	<,0001	<,0001	<,0001
Industrie	20100	0,030	0,126	0,057	0,070
		<,0001	<,0001	<,0001	<,0001
Services	14824	-0,020	0,177	0,076	0,062
		0,017	<,0001	<,0001	<,0001

**Note :** En 2001, pour les 15343 entreprises du secteur du commerce présentes dans l'échantillon (i-e, présentes en 1994, 1995, 2000 et 2001), la corrélation entre l'indicateur de dispersion des salaires et la valeur ajoutée (mesuré en log) est positive et égale à 0,142. Sa significativité est très forte, puisque la probabilité de se tromper en rejetant l'hypothèse de l'égalité de cette corrélation à 0 est inférieure à 0,0001. Sont enlevées de l'analyse les entreprises dont la valeur ajoutée ou la rentabilité sont dans les centiles extrêmes de la distribution.

Les coefficients sont estimés par les Moindres Carrés Ordinaires pour l'année 2001. Dans tous les secteurs, la corrélation entre l'indicateur de dispersion et la productivité est positive (ligne 1 de la table 2). Comme cette corrélation est effectuée en contrôlant l'effectif et le capital de l'entreprise, il faut l'interpréter comme une corrélation avec la productivité globale des facteurs. C'est également le cas pour la rentabilité opérationnelle (ligne 2 de la table 2), sauf pour le secteur des services. En contrôlant la taille, le capital et toutes les autres variables présentes dans la régression, les entreprises les plus productives sont également celles où la dispersion salariale est la plus importante. Cette corrélation n'est pas suffisante pour en conclure qu'un moyen d'augmenter la productivité serait d'augmenter les inégalités salariales. Une première source de biais à examiner consiste en l'hétérogénéité fixe individuelle. Pour contrôler cet effet, on estime l'équation (1) en différences longues. On régresse la différence entre 1995 et 2001 de la variable dépendante, i-e la productivité ou la rentabilité, sur les différences entre 1995 et 2001 des variables explicatives. Là encore, toutes choses égales par ailleurs, quel que soit le secteur considéré, les entreprises dans lesquelles le niveau de dispersion des salaires a augmenté sont également celles pour lesquelles la productivité a le plus augmenté (ligne 3 du tableau 2). En revanche, selon le secteur, les entreprises ayant le plus augmenté la dispersion de leurs salaires ne sont pas nécessairement les plus rentables (ligne 4 du tableau 2). Dans tous les secteurs, à l'exception de la construction, la corrélation entre rentabilité (mesurée par le ratio excédent brut d'exploitation sur capital) et dispersion des salaires est significativement négative.

Les estimations en différences longues prennent certes en compte l'hétérogénéité fixe non observée, mais elles ne tiennent pas compte de l'endogénéité de certaines variables. En effet, les estimations ci-dessus mettent en relation la production observée (en fait la valeur ajoutée) et les différents facteurs de production (capital et travail) permettant de la réaliser. Les entreprises choisissent leurs facteurs de production en fonction d'un objectif de production qu'elles se fixent. On ne peut donc pas considérer les facteurs de production comme des variables exogènes. Les coefficients obtenus ainsi ne peuvent alors plus s'interpréter comme des relations technologiques. On est confronté à un biais de simultanéité (Griliches et Mairesse [7]). Le problème se pose de

TAB. 2 – Coefficient de l'indicateur de dispersion dans les équations de productivité et de valeur ajoutée, par grands secteurs en 2001, correspondant à l'équation (1)

	Commerce	Construction	Industrie	Services
	Coefficient	Coefficient	Coefficient	Coefficient
Niveau				
Valeur ajoutée	0,472 0,047	0,556 0,053	0,407 0,044	0,209 0,046
Rentabilité	0,131 0,040	0,275 0,062	0,075 0,030	-0,038 0,043
Différence 95-01				
Valeur ajoutée	0,072 0,030	0,197 0,044	0,105 0,031	0,150 0,035
Rentabilité	-0,098 0,029	0,041 0,064	-0,052 0,026	-0,072 0,038

**Note :** Chaque case du tableau contient le coefficient de l'indicateur de dispersion  $g_j$  dans une équation contenant comme variable dépendante la valeur ajoutée (en log) ou la rentabilité (mesurée par l'excédent brut d'exploitation  $EBE$  divisée le capital productif brut  $K$ , transformée en  $\log(\frac{EBE}{K} + 1)$  si  $EBE > 0$  et  $-\log(-\frac{EBE}{K})$  sinon. Pour chaque régression effectuée, les valeurs extrêmes des variables dépendantes ont été ôtées de l'échantillon. Les valeurs explicatives rentrant dans chaque régression sont le capital, l'effectif de l'entreprise (en log), la part dans l'entreprise de salariés ayant moins d'un an d'ancienneté, de femmes, de temps partiel, d'intermittents, la structure par qualification et par âge, et des indicatrices de région.

façon identique pour la dispersion des salaires. Dans la mesure où les salaires relèvent, au moins en partie, du choix des entreprises, on peut s'attendre à ce qu'elles les choisissent de façon à maximiser leurs profits, ceci affectant leur capacité de production.

Pour résoudre ce biais de simultanéité, il faut utiliser des méthodes à variables instrumentales. L'approche adoptée ici est la suivante : nous régressons les différences longues des variables dépendantes entre 1995 et 2001 en utilisant comme variables instrumentales les niveaux de 1994. Cette méthode s'inspire directement des méthodes présentées par Arellano et Honore [2], dont l'idée principale est d'utiliser des instruments retardés pour estimer de telles équations. Utiliser les différences longues permet de contrôler l'hétérogénéité inobservable, instrumenter par les niveaux passés permet de traiter le biais de simultanéité. Il convient cependant d'instrumenter toutes les variables explicatives (en différences longues) par leurs niveaux retardés. L'inconvénient de cette approche est qu'il y a autant de variables explicatives que de variables instrumentales, ce qui est préjudiciable à la précision des estimateurs. Par ailleurs, un surcroît de variables instrumentales permet d'effectuer un test de suridentification du modèle grâce à la statistique de Sargan. Ce test vérifie la compatibilité des variables entre elles et, conditionnellement à l'exogénéité de certaines variables, permet de conclure quant au caractère exogène des autres variables, lorsque celui-ci est questionné. Les raisons du rejet d'un tel test peuvent également consister en une mauvaise spécification du modèle. Au final, les instruments retenus sont les niveaux en 1994 des variables explicatives (introduites également en différences longues dans l'équation) et l'évolution de l'indicateur de dispersion des salaires, dont l'hypothèse d'exogénéité se trouve acceptée. Les résultats sont présentés dans la table 3.

Étant dans un cadre descriptif où l'objectif est d'explorer la corrélation entre la dispersion des salaires et les performances de l'entreprise, l'équation de production (1) peut être estimée en remplaçant la valeur ajoutée par la rentabilité, mesurée par le ratio excédent brut d'exploitation divisé par le capital. Les résultats sont donnés dans la table 4.

TAB. 3 – Coefficients de l'indicateur de dispersion, du capital et du travail dans les estimations par GMM des fonctions de production simplifiées (1)

	Industrie	Construction	Commerce	Services
Indice de dispersion	0,67 <i>0,13</i>	0,92 <i>0,33</i>	0,72 <i>0,19</i>	0,19 <i>0,12</i>
Capital	-0,09 <i>0,03</i>	-0,01 <i>0,03</i>	0,07 <i>0,04</i>	0,13 <i>0,04</i>
Effectif	0,52 <i>0,06</i>	0,46 <i>0,10</i>	0,32 <i>0,08</i>	0,60 <i>0,08</i>
Nombre d'observations	20466	8077	15630	15101
Test de Sargan	4,56	7,61	1,45	1,33
Degrés de liberté	3	3	3	1
Significativité	0,21	0,05	0,69	0,25

**Note :** Sont introduits comme contrôle dans chacune des régressions, outre les variables présentées, l'évolution entre 1995 et 2001 de la structure par ancienneté, sexe, type d'emploi (temps partiel-intermittent), qualification, âge, et des indicatrices régionales. Par défaut, les instruments sont les niveaux en 1994 de chaque variable explicative. Pour toutes les régressions, l'évolution de l'indicateur de dispersion est introduit parmi les variables instrumentales (hypothèse d'exogénéité). Pour les secteurs de l'industrie, de la construction et du commerce, deux variables supplémentaires sont rajoutées : la valeur ajoutée et la rentabilité (en log) en 1994. Pour les colonnes 1, 2, 3 et 5, la productivité et la rentabilité en 1994 sont introduites comme variables instrumentales supplémentaires.

Les résultats sont, dans leurs grandes lignes, cohérents avec ceux obtenus pour la production. Dans les secteurs de l'industrie et du commerce, une augmentation de la dispersion des salaires semble augmenter la rentabilité, tandis que cet effet est non significatif dans les deux autres secteurs. Comme pour la production, l'évolution de l'indicateur de dispersion semble dans tous les cas être une variable exogène, le Sargan étant accepté lorsque cette variable est supposée exogène.

La première conclusion que l'on peut tirer de ces résultats est qu'on obtient un effet positif de l'augmentation de la dispersion des salaires sur la productivité dans presque tous les secteurs, cet effet étant le plus important dans le secteur de la construction et non significativement positif dans le secteur des services. Cette absence de significativité dans ce secteur peut également venir du faible nombre d'instruments supplémentaires permettant d'estimer cette équation. Ces résultats confortent les résultats des études précédentes adoptant une méthodologie similaire. La corrélation entre dispersion des salaires et rentabilité est également significativement positive ou non significativement différente de zéro.

La seconde conclusion est peut-être la plus frappante. Pour chacun des secteurs, l'évolution de la dispersion des salaires est exogène. Tous les tests de sur-identification de Sargan sont acceptés dans les régressions pour lesquelles l'évolution entre 1995 et 2001 de la variable de dispersion des salaires est utilisée comme instrument. La première interprétation que l'on pourrait donner à ce résultat est que les entreprises n'utilisent pas cette variable pour jouer sur la productivité. Les évolutions de la dispersion des salaires étant exogènes, on pourrait en conclure qu'elles sont subies par les entreprises qui n'auraient pas de prise sur leurs évolutions. Cela signifierait que le mode de formation individuel des salaires dans les entreprises ne dépendrait pas du tout des entreprises elles-mêmes. Or, selon les théories fondées sur les incitations ou les tournois, les entreprises manipulent au moins en partie la distribution des salaires pour en bénéficier des résultats attendus. Un autre cadre d'interprétation est nécessaire pour comprendre ce résultat. En particulier, il faut

TAB. 4 – Coefficients de l'indicateur de dispersion, du capital et du travail dans les estimations par GMM de la rentabilité

	Industrie	Construction	Commerce	Services
Indice de dispersion	0,40 <i>0,11</i>	-0,62 <i>0,53</i>	0,50 <i>0,20</i>	0,15 <i>0,19</i>
Capital	-0,39 <i>0,03</i>	0,15 <i>0,05</i>	-0,29 <i>0,04</i>	-0,21 <i>0,07</i>
Effectif	-0,05 <i>0,04</i>	0,03 <i>0,12</i>	-0,12 <i>0,06</i>	-0,08 <i>0,10</i>
Nombre d'observations	20445	8061	15610	15076
Test de Sargan	4,98	0,27	5,02	3,95
Degrés de liberté	2	1	2	2
Significativité	0,08	0,60	0,08	0,14

**Note** :Sont introduits comme contrôle dans chacune des régressions, outre les variables présentées, l'évolution entre 1995 et 2001 de la structure par ancienneté, sexe, type d'emploi (temps partiel-intermittent), qualification, âge, et des indicatrices régionales. Par défaut, les instruments sont les niveaux en 1994 de chaque variable explicative. Pour toutes les régressions, l'évolution de l'indicateur de dispersion est introduit parmi les variables instrumentales (hypothèse d'exogénéité). Pour les secteurs de l'industrie, du commerce et des services, une variable instrumentale supplémentaire est rajoutée : la valeur ajoutée (en log) en 1994. Pour les colonnes 1, 2, 3 et 5, la productivité et la rentabilité en 1994 sont introduites comme variables instrumentales supplémentaires.

revenir sur l'interprétation de l'indicateur de dispersion des salaires, qui reflète probablement une composante structurelle de l'entreprise liée à son organisation ou à sa technologie qu'elle ne peut pas aisément modifier.

## 2 Un modèle théorique d'interactions au sein de l'unité de production

Le modèle proposé ici se différencie de la littérature économique existante en ce qu'il prend explicitement en compte les interactions spécifiques à l'entreprise entre les travailleurs en construisant une représentation pertinente de la fonction de production. Plus précisément, ces interactions correspondent à celles existant au sein d'unités de production organisées sous forme d'équipes. Pour exposer le plus simplement les mécanismes en jeu, on considère dans cette section qu'une entreprise est une unité de production. L'extension au cas où de multiples unités de production sont présentes dans l'entreprise sera présentée par la suite. Les entreprises utilisent de façon complémentaire les deux types de travail résultant des deux types d'efforts pouvant être fournis par les salariés. Le premier effort, appelé *individuel*, correspond à la contribution directe à la production de l'entreprise, qui peut être directement observée par l'employeur pour chaque individu.

Le second contribue moins directement à la production de l'entreprise. Il s'agit de la composante non observable des efforts des travailleurs dont les effets ne peuvent être appréhendés qu'à un niveau agrégé, correspondant au collectif de base de l'entreprise (par exemple l'équipe de travail ou l'entreprise). C'est pourquoi cet effort sera qualifié de *collectif*. Par exemple, il peut s'agir d'un comportement qui améliore l'environnement global de travail des individus mais aussi de compétences individuelles non appréciables par les employeurs. L'effort appelé ici *collectif* correspond donc à quelque chose pouvant relever plus de l'atmosphère de travail que de quelque chose de réellement quantifiable. Cependant, comme cet effort contribue plus ou moins à la production globale de l'entreprise, qui dépend également de sa technologie et de son organisation, l'employeur peut connaître son effet global sur la production.

L'hétérogénéité de la politique salariale entre entreprises ne dépend pas seulement des caractéristiques des employés de l'entreprise mais aussi de sa technologie et de son organisation. Cet aspect de l'entreprise sera résumé par un paramètre reflétant à ses yeux l'importance de l'effort *individuel* par rapport à l'effort *collectif* dans sa technologie de production. Ce paramètre sera par la suite appelé *indice d'individualisme*, il est spécifique à chaque entreprise. La dispersion salariale au sein des entreprises n'est alors plus seulement la conséquence de la présence de salariés hétérogènes dans l'entreprise mais aussi un moyen dont elle dispose pour les inciter à fournir l'effort dont elle a besoin. Les entreprises ne peuvent pas directement imposer à leurs salariés de fournir tel ou tel type d'effort à la demande, pour deux raisons. D'abord elles ne connaissent pas les propensions individuelles de leurs salariés à fournir un effort individuel ou collectif. Ensuite elles n'observent pas le niveau d'effort collectif que chacun produit individuellement. La dispersion des salaires induite par les entreprises est la conséquence des contrats qu'elles proposent à leurs employés. Le choix de ces contrats a des conséquences sur la sélection des travailleurs en fonction de leur propension à fournir un effort collectif ou individuel et sur l'incitation qu'ils ont à fournir à l'un ou l'autre. Dans la suite, les contrats proposés aux travailleurs dépendent de leur effort individuel (observable par l'entreprise) et de la moyenne des efforts collectifs (également observable, mais seulement à un niveau agrégé).

Les mécanismes du modèle peuvent être alors résumés de la façon suivante : les employés ont différents goûts ou aptitudes à l'effort collectif ou individuel. L'hétérogénéité individuelle inobservable est ainsi prise en compte, et les propensions aux efforts individuel et collectif sont supposées indépendantes. Cette dernière hypothèse est cohérente avec le fait que l'effort collectif n'est pas observé au niveau de l'individu. Si ces propensions étaient corrélées, l'entreprise pourrait déduire une partie de la propension à l'effort collectif de l'individu à partir de l'observation de l'effort individuel et lui proposer ainsi un contrat prenant en compte cette propension.

Chaque entreprise propose le jeu de contrats maximisant son profit, c'est-à-dire celui qui incite ses employés à fournir l'effort dont elle a besoin. Les employés fournissent les efforts requis en

fonction de leurs propensions propres et du contrat proposé. Puisqu'une entreprise n'observe pas directement l'effort collectif fourni par un individu, elle ne peut que se fonder sur l'effort collectif agrégé.

## 2.1 Comportement des travailleurs

Chaque travailleur a des propensions aux efforts individuel et collectif représentées par les paramètres  $(p, s)$ . Le paramètre  $p$  est supposé refléter l'aptitude à fournir un effort individuel, tandis que  $s$  reflète celle à fournir un effort collectif (capacité à créer une atmosphère agréable, à coopérer, etc ...). On suppose ici que ces propensions ne requièrent pas les mêmes capacités. Avant tout, ces efforts se distinguent en ce que l'un est directement observable, l'effort individuel, et pas l'autre. L'effort collectif ne peut être déduit que de l'impact de la somme de tous les efforts collectifs sur la production au niveau agrégé. Pour simplifier, on suppose que ces deux propensions  $p$  et  $s$  suivent deux lois statistiques indépendantes dont on supposera par la suite qu'elles sont exponentielles.

Un travailleur  $i$  de type  $(p_i, s_i)$  a un comportement qui dépend de la façon dont ses caractéristiques sont prises en compte dans sa fonction d'utilité. On supposera qu'un tel travailleur dont le salaire mensuel est  $w$  a l'utilité suivante :

$$u_i(w, t, m) = w - \frac{t^2}{2p_i} - \frac{m^2}{2s_i}$$

Cette fonction montre que l'effort individuel  $t$  coûte d'autant moins à un travailleur que sa valeur de  $p_i$  est élevée. Fournir un effort collectif  $m$  est d'autant plus facile que sa valeur de  $s_i$  est importante. L'utilité est supposée dépendre linéairement du salaire  $w$ .

On suppose ici qu'il existe un niveau minimal d'utilité  $u_0$  au dessous duquel l'employé préfère démissionner. Ce niveau d'utilité est supposé identique pour tous les travailleurs dans l'économie. Cette utilité peut correspondre par exemple au salaire de marché corrigé des difficultés à trouver un autre emploi, ou encore à une utilité de réserve.

L'entreprise propose un contrat qui va dépendre de l'information à sa disposition. Cette information concerne à la fois le salarié  $i$ , notée  $I_i$  et son environnement, notée  $I_{-i}$

$$w = w(I_i, I_{-i})$$

Étant donné le contrat proposé par l'entreprise, le travailleur  $i$  choisit son niveau d'effort  $(t_i, m_i)$  qui maximise sa fonction d'utilité. Il résout alors le programme suivant, en considérant les efforts fournis par les autres salariés comme donnés :

$$\max_{t_i, m_i} u_i = w(I_i, I_{-i}) - \frac{t_i^2}{2p_i} - \frac{m_i^2}{2s_i}$$

L'objet de la section suivante est de préciser quelle information est à la disposition de l'entreprise et comment elle s'articule avec ses objectifs.

## 2.2 Technologie de l'entreprise

L'unité de production, ici l'entreprise, est supposée avoir une taille  $N$ , correspondant à la taille maximale de l'équipe<sup>6</sup>. Toutes les unités de production d'une même entreprise sont supposées avoir la même technologie de production, caractérisée par le paramètre  $g$ , qui reflète l'importance de l'effort collectif dans la fonction de production. Cette fonction de production dépend à la fois

<sup>6</sup>L'objet de ce travail est d'examiner les effets de la dispersion des salaires dans les entreprises. Pour cette raison, nous supposons que cette taille est fixée exogène.

des sommes de tous les efforts individuels et collectifs. Plus précisément, au niveau de l'unité de production, la production de chaque travailleur est égale à :

$$q_i = z \left( \sum_{j=1}^N m_j \right) t_i = z(M) t_i$$

La production individuelle de chaque salarié au sein de l'unité de production est d'autant plus élevée que l'effort collectif total est important, ce que l'on pourrait interpréter comme le cas d'une coopération plus forte. La somme de toutes les productions individuelles amène la production totale :  $Q = \nu \left( \sum q_i \right) = \nu \left( \sum z(M) t_i \right)$ .

On retient par la suite une spécification de type Cobb-Douglas pour cette fonction de production

$$Q = Q_0 \left[ M^{\frac{1-g}{g}} T \right]^g = Q_0 M^{1-g} T^g \quad (2)$$

avec

$$T = \sum_{i=1}^N t_i$$

$$M = \sum_{i=1}^N m_i$$

Dans cette spécification, le paramètre  $g$  caractérise la technologie (ou l'organisation) de l'entreprise. Il représente son besoin spécifique en travail individuel plutôt qu'en travail collectif. Le mécanisme auquel il fait référence s'applique au niveau de l'unité de production<sup>7</sup>. Par la suite le paramètre  $g$  sera appelé **indice d'individualisme** spécifique à l'entreprise.

En cohérence avec l'existence d'une utilité de réserve, on suppose l'existence de coûts d'ajustement du niveau d'emploi de l'entreprise, correspondant au coût à contacter  $N_0$  travailleurs, qui n'acceptent de rester dans l'entreprise que si l'utilité qui leur est offerte est plus élevée que l'utilité de réserve. Cette condition rend la taille de l'entreprise en partie endogène. Le nombre d'employés présents dans l'entreprise est la somme des travailleurs contactés pour lesquels l'utilité proposée est supérieure à l'utilité de réserve. On a alors

$$N = \sum_{i=1}^{N_0} \mathbf{1}_{u_i \geq u_0}$$

$$T = \sum_{i=1}^{N_0} t_i \mathbf{1}_{u_i \geq u_0}$$

$$M = \sum_{i=1}^{N_0} m_i \mathbf{1}_{u_i \geq u_0}$$

Au total, le profit de l'entreprise est alors égal à :

$$\Pi(w_i(t_1, \dots, t_N, m_1, \dots, m_N)) = \nu(Tz(M)) - W$$

Avec :

$$W = \sum_i^{N_0} w_i \mathbf{1}_{u_i \geq u_0}$$

<sup>7</sup>Dans toute la section présentant le modèle, l'unité de production est confondue avec l'entreprise

L'entreprise cherche à proposer le contrat ou salaire qui va maximiser son profit. On peut alors distinguer deux cas : soit l'entreprise observe et connaît parfaitement ses salariés, auquel cas elle conditionne leur rémunération à la production d'un effort donné, soit elle propose un jeu de contrats incitatifs.

### 2.3 Le contrat proposé en cas d'information parfaite

Pour mettre en évidence la perte d'efficacité induite par le fait de ne pas observer l'effort collectif produit par chaque travailleur, on présente le résultat qui serait obtenu si la firme l'observait directement, de même que les qualités intrinsèques  $p_i$  et  $s_i$ . Dans ce cas, le programme à résoudre est le suivant :

$$\max_{t_1, \dots, t_{N_0}, m_1, \dots, m_{N_0}} Q_0 E_{u_i \geq u_0} (M^{1-g} T^g) - \sum_{i=1}^{N_0} E \left( u_0 + \frac{t_i^2}{2p_i} + \frac{m_i^2}{2s_i} \right) \mathbf{1}_{u_i \geq u_0}$$

En effet, comme, pour chaque individu, le salaire est celui qui égalise l'utilité de l'individu à son utilité de réserve, elle peut les introduire directement comme termes du contrat et les imposer à tous les salariés avec comme seule contrainte le fait que leur utilité doit être supérieure à  $u_0$  pour qu'ils restent dans l'entreprise. Les équations du premier ordre par rapport à chaque composante  $(t_1, \dots, t_{N_0}, m_1, \dots, m_{N_0})$  amènent les résultats suivants pour chaque individu  $i$  :

$$(1-g) Q_0 \left( \frac{M}{T} \right)^{1-g} = \frac{t_i}{p_i}$$

$$g Q_0 \left( \frac{T}{M} \right)^g = \frac{m_i}{s_i}$$

On peut, après quelques calculs, en déduire les équations liant les efforts agrégés à la somme des propensions des travailleurs aux efforts collectifs et individuels  $S$  et  $P$ .

$$T = g Q_0 P \left( \frac{g}{1-g} \frac{P}{S} \right)^{-\frac{1-g}{2}}$$

$$M = (1-g) Q_0 S \left( \frac{g}{1-g} \frac{P}{S} \right)^{\frac{g}{2}}$$

Le profit ex-post s'écrit alors

$$\begin{aligned} \Pi &= Q_0 M^{1-g} T^g - u_0 N_0 - \frac{1}{2} g Q_0 \left( \frac{M}{T} \right)^{1-g} T - \frac{1}{2} (1-g) Q_0 \left( \frac{T}{M} \right)^g M \\ &= \frac{Q_0^2}{2} g^g (1-g)^{1-g} S^{1-g} P^g - u_0 N_0 \end{aligned}$$

A partir de l'espérance de  $p_i$  et de  $s_i$ , l'entreprise détermine le nombre de salariés qu'elle va embaucher. Ici, tous les travailleurs contactés acceptent l'emploi qui leur est proposé si l'utilité qui leur est proposée est supérieure à  $u_0$ . On suppose ici qu'il n'y a pas de processus de sélection à l'œuvre, i-e que la propension aux efforts individuels n'est connue de l'employeur qu'une fois l'individu recruté.

D'un point de vue d'efficacité du processus de production, le niveau de production atteint par l'entreprise est égal à :

$$Q = Q_0^2 g^g (1-g)^{1-g} E S^{1-g} P^g$$

Ce cas simplifié n'est pas celui qui nous intéresse directement. Il va toutefois nous être utile pour comparer le résultat obtenu dans un cadre d'information parfaite à celui obtenu dans un cadre d'information imparfaite.

## 2.4 Le contrat proposé en cas d'information asymétrique

Comme l'entreprise n'observe ni l'effort collectif, ni les propensions aux efforts de ses salariés, elle ne peut pas proposer de contrat conditionné par ces variables. Elle ne peut que se fonder sur l'observation de l'effort individuel et de l'effort collectif au niveau agrégé. Le contrat proposé ne va donc pas seulement dépendre de l'effort spécifique du salarié mais aussi des efforts des autres salariés. Puisque l'effort collectif n'est pas observé pour chaque salarié, son employeur ne peut pas le payer à sa "vraie" productivité marginale, quand bien même il le voudrait. Il peut au mieux rémunérer le salarié à sa productivité marginale *individuelle*, qui correspond à son observation directe. Ne prendre en compte que cette dimension de l'effort du travailleur n'est pas optimal pour l'employeur, puisque l'existence d'une dimension collective du travail crée des externalités inobservées entre travailleurs dans la fonction de production<sup>8</sup>.

Le contrat proposé ne va donc pas dépendre de  $m_i$  mais de leur somme  $M$ , car cette somme a un impact global mesurable sur la production de l'entreprise<sup>9</sup>. Pour simplifier, nous supposons que le salaire est une fonction linéaire de l'effort individuel observé  $t_i$  et de la somme des efforts collectifs  $M$ <sup>10</sup>. Les entreprises rémunèrent la quantité d'effort individuel et collectif en fonction de ce qu'elles observent. Au final, le salaire proposé par l'entreprise est égal à

$$w_i = \alpha t_i + \beta M = \alpha t_i + \beta \sum_i^{N_0} m_i \mathbf{1}_{u_i \geq u_0} \quad (3)$$

Les paramètres  $(\alpha, \beta)$  représentent les rémunérations des efforts proposées par l'entreprise. Le paramètre  $\alpha$  correspond à la valorisation par l'entreprise de l'effort individuel et  $\beta$  correspond à sa valorisation de l'effort collectif. Plus pratiquement, on peut considérer ce dernier paramètre comme une indexation des salaires sur un indicateur de productivité agrégée que l'effort individuel observé ne permet pas d'expliquer. Ainsi, dans le cas de travail à la tâche sans interaction collective, l'effort collectif n'influence pas du tout la production, puisque ce qui est produit est individuel, ainsi  $\beta$  devrait être égal à 0 dans ce cas. Sur la base de ce contrat, il est aisé d'établir la relation entre les niveaux d'effort fournis par les salariés et les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  du contrat, obtenus en résolvant le programme d'un travailleur  $i$  considérant ces paramètres comme donnés.

$$\begin{aligned} t_i &= \alpha p_i \\ m_i &= \beta s_i \end{aligned}$$

et l'utilité optimisée d'un salarié s'écrit alors

$$u_i = \frac{\alpha^2 p_i + \beta^2 s_i}{2} + \beta^2 \sum_{j \neq i} s_j$$

<sup>8</sup>L'objet de ce travail n'est pas de chercher le contrat révélateur optimal avec la structure d'information donnée : il faudrait pour cela chercher un mécanisme de contrat révélateur des propensions cachées des individus, ce qui est un problème à notre connaissance non résolu en cas d'interactions entre travailleurs. L'annexe C présente la résolution d'un tel problème dans le cas plus simple où il n'y a pas d'effort collectif et l'effort individuel n'est pas observé.

<sup>9</sup>Stricto sensu, l'entreprise pourrait proposer des contrats forçant chaque salarié à dévoiler le type de ses collègues en utilisant à travers des menaces de sanctions collectives. Toutefois, de tels mécanismes sont interdits.

<sup>10</sup>Il est possible d'introduire d'autres grandeurs pour conditionner le contrat telles que la somme des efforts individuels ou la production totale. L'introduction de telles variables amène une complexité des calculs très importante et n'apporte rien aux arguments économiques présentés ici. La plus grosse limite de cette représentation est qu'elle repose sur une hypothèse fonctionnelle donnée, et non sur le nombre de variables à introduire.

En fait, un individu considérera le fait de rester ou non dans l'entreprise sans connaître les caractéristiques des autres employés, donc avec la même information que les autres salariés sur l'espérance de productivité. Le critère qu'il va considérer quant au fait de rester ou non dans l'entreprise correspondra donc plutôt à l'espérance de son utilité que son niveau effectivement atteint. Cette espérance s'écrit

$$u_i = \frac{\alpha^2}{2} p_i + \frac{\beta^2}{2} s_i + \beta^2 (N_0 - 1) E_{u \geq u_0} s \quad (4)$$

L'espérance d'utilité d'un salarié ne dépend pas seulement de ses propensions aux efforts individuel et collectif  $(p_i, s_i)$ , mais aussi des caractéristiques des autres employés de l'entreprise. Le contrat proposé par l'entreprise peut ainsi affecter le comportement des salariés de deux façons. D'un côté, il a un effet incitatif, directement à travers le contrat proposé. De l'autre, il existe un effet de sélection, qui résulte de la décision des travailleurs de quitter l'entreprise si l'utilité qu'on leur propose est inférieure à leur utilité de réserve.

À partir de l'information à sa disposition, et sachant comment ses salariés réagissent, l'entreprise propose un contrat maximisant son profit *ex-ante*. Ce profit peut être exprimé dans un cadre probabiliste, à partir de l'expression des espérances de chaque valeur (ce qui simplifie son expression).

$$\Pi = E_{u_i \geq u_0} \nu (Tz(M)) - N_0 E_{u_i \geq u_0} w$$

Si le type de chaque travailleur pris séparément reste inconnu à l'entreprise, celle-ci peut, à partir du fait que les salariés peuvent démissionner, en déduire des informations sur la distribution des propensions des travailleurs restant dans l'entreprise.

## 2.5 La résolution du programme de l'entreprise

Les efforts individuels et collectifs sont choisis par les salariés en fonction de leur propres caractéristiques et du contrat proposé par l'entreprise. Son programme s'écrit alors :

$$\max_{\alpha, \beta, N_0} E_{u_i \geq u_0} \nu (\alpha Pz(\beta S)) - N_0 \alpha^2 E_{u_i \geq u_0} p - N_0^2 \beta^2 E_{u_i \geq u_0} s$$

On peut noter que cette fonction de profit admet un maximum. Pour le montrer, on utilise un argument de compacité. Lorsque les paramètres décrivant la politique salariale de l'entreprise sont très élevés, le profit est proche de zéro.

Ce programme peut être compliqué à résoudre si on veut tenir compte de la sélection. L'annexe B illustre comment cet effet peut être pris en compte. Toutefois, dans la suite du modèle, nous ferons l'hypothèse qu'il ne joue que modérément, et il sera occulté par la suite.

En l'absence d'effet de sélection, le programme que l'entreprise a à résoudre est beaucoup plus simple. Il s'agit pour elle de choisir les paramètres  $(\alpha, \beta)$  qui maximisent son profit. Le nombre de personnes contactées par l'entreprise  $N_0$  correspond effectivement au nombre de salariés dans l'entreprise, la condition  $u_i \geq u_0$  est toujours vérifiée. Le profit de l'entreprise dépend à la fois des caractéristiques de ses salariés et des efforts individuels et collectifs qu'ils produisent. Ainsi, le profit *ex-post* de l'entreprise ayant comme politique de rémunération  $(\alpha, \beta)$  a pour profit :

$$\Pi(\alpha, \beta) = Q_0 T^g M^{1-g} - W$$

qui est une fonction de la somme des efforts individuels  $T$ , de la somme des efforts collectifs  $M$ , de la somme des salaires  $W$  et du nombre d'employés de l'entreprise  $N_0$ . Ces valeurs dépendent

de la stratégie de l'entreprise, résumée par les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} T &= \alpha \sum_i^{N_0} p_i = \alpha P \\ M &= \beta \sum_i^{N_0} s_i = \beta S \\ W &= \sum_i^{N_0} w_i = \alpha T + \beta N_0 M \end{aligned}$$

Cet ensemble d'équation définit le programme que l'entreprise doit résoudre. Les principales valeurs de l'entreprise dépendent des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  qui, *in fine*, déterminent le niveau de profit de l'entreprise. Le programme que l'entreprise doit résoudre ne correspond toutefois pas au profit *ex post* mais au profit *ex ante*, ce qui revient à :

$$\max_{\alpha, \beta} Q_0 \alpha^g \beta^{1-g} E (P^g S^{1-g}) - \alpha^2 EP - N_0 \beta^2 ES \quad (5)$$

**Proposition 1.** Les valeurs  $\alpha^*$  et  $\beta^*$  valeurs maximisant le profit donné par (5) ont les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\alpha^*}{\beta^*} \right)^2 &= \frac{N_0 ES}{EP} \frac{g}{1-g} \\ \alpha^* &= \frac{g Q_0 E (P^g S^{1-g})}{2EP} \left( \frac{EP}{N_0 ES} \frac{1-g}{g} \right)^{\frac{1-g}{2}} \end{aligned}$$

où  $EP$  (resp.  $ES$ ) est l'espérance de la somme des propensions individuel à l'effort individuel (resp. collectif)

Le programme (5) étant résolu, on peut calculer les grandeurs intéressantes de l'entreprise comme fonctions de ses caractéristiques productives initiales. Ainsi, la somme des salaires en espérance s'écrit :

$$\begin{aligned} EW &= \alpha^{*2} EP + N_0 \beta^{*2} ES \\ &= \alpha^{*2} \left( EP + \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^2 N_0 ES \right) \\ &= \alpha^{*2} \frac{EP}{g} \end{aligned}$$

Donc le salaire moyen est égal en espérance à :

$$Ew = \alpha^{*2} \frac{EP}{g}$$

où  $EP$  est l'espérance de  $p_i$ .

Si on considère à présent l'écart-type des salaires dans l'unité de production, on obtient :

$$\sigma(w/j) = \alpha^* \sigma(t_i/j) = \alpha^{*2} \sigma(p)$$

où  $\sigma(p)$  est l'écart-type de  $p_i$ .

Ainsi, le rapport de l'écart-type au salaire moyen, i-e le coefficient de variation, s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\sigma(w)}{Ew} &= \frac{\alpha^{*2}\sigma(p)}{\alpha^{*2}\frac{Ep}{g}} \\ &= g\frac{\sigma(p)}{Ep}\end{aligned}\quad (6)$$

L'intérêt de l'expression (6) est qu'elle distingue le paramètre lié à la technologie (ou organisation) de l'entreprise de ceux liés à la distribution des caractéristiques individuelles dans toute l'économie. Ainsi, la variabilité entre entreprises du coefficient de variation des salaires s'interprète, en l'absence de sélection endogène, comme une variabilité des entreprises vis-à-vis du coefficient d'individualisme  $g$ .

Si  $p$  suit par exemple une loi exponentielle, dont l'écart-type est égal à la moyenne, l'indice d'individualisme (qui correspond au besoin pour les entreprises en effort individuel plutôt qu'en effort collectif) peut directement être estimé à partir de la distribution des salaires des entreprises en estimant le coefficient de variation des salaires spécifique à l'entreprise, qui correspond au rapport de l'écart-type sur la moyenne.

Cette relation théorique nous permet de concentrer nos investigations empiriques sur cet indicateur particulier de la distribution des salaires qu'est le coefficient de variation. Ceci est un résultat en soi, dans la mesure où les études empiriques s'intéressant au lien entre inégalités de rémunération et performances des entreprises peuvent buter sur la difficulté du choix de l'indicateur d'inégalités à prendre en compte. Or, le coefficient de variation des salaires est ici la statistique naturelle à prendre en compte. Elle est proportionnelle à l'indice d'individualisme, en est une mesure directe et reflète ainsi la technologie de l'entreprise.

Avec cette représentation, on peut estimer le niveau de production atteint par l'entreprise.

$$\begin{aligned}EQ &= Q_0\alpha^g\beta^{1-g}E(P^gS^{1-g}) \\ &= Q_0\alpha\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{g-1}E(P^gS^{1-g}) \\ &= Q_0^2\frac{E(P^gS^{1-g})^2g^g(1-g)^{1-g}}{2N_0^{1-g}EP^gES^{1-g}}\end{aligned}\quad (7)$$

Le sens de variation par rapport à  $g$  de cette valeur dépend ainsi de la distribution des propensions  $p$  et  $s$  aux efforts individuels et collectifs, il peut être croissant comme décroissant. Dans ce cadre, le lien entre inégalités de rémunération et production va s'interpréter en référence à ces distributions. Une estimation de la corrélation amène de l'information sur la distribution de  $p$  et  $s$ , pas sur la façon dont les entreprises réagissent à une augmentation "exogène" de leurs inégalités.

On peut comparer ce niveau à celui atteint dans un cadre d'information parfaite :

$$Q_{Parfait} = Q_0^2g^g(1-g)^{1-g}ES^{1-g}P^g$$

Le ratio est alors égal à :

$$\frac{Q}{Q_{Parfait}} = \frac{E(P^gS^{1-g})}{2EP^gES^{1-g}}N_0^{g-1}$$

**Proposition 2.** *Le rapport  $Q/Q_{Parfait}$  est inférieur à  $N_0^{g-1}/2$ , donc inférieur à 1 car  $g < 1$ .*

La perte d'efficacité induite par l'imperfection d'information est ici de deux ordres : il y a un problème d'incitation qui empêche d'arriver à l'optimum et le fait que l'entreprise maximise un profit *ex ante* plutôt qu'un profit *ex post*, alors que les deux notions sont confondues lorsque l'information est complète.

On peut également noter que, même dans le cas où l'entreprise n'accorde pas d'importance aux efforts individuels, i-e  $g = 1$ , la perte d'efficacité productive est importante. Cela est dû au fait que l'entreprise, même dans ce cas, n'observe pas la propension à l'effort, elle n'observe que l'effort individuel. Dans le cas où  $g = 1$ , le contrat proposé n'est pas optimal car il ne s'agit pas d'un mécanisme révélateur de la propension à l'effort individuel<sup>11</sup>.

## 2.6 L'effet de la présence syndicale

Il est difficile, lorsqu'on étudie l'effet des inégalités sur les entreprises, de ne pas évoquer le rôle des négociations collectives. On peut considérer parfois que les objectifs des syndicats sont doubles : ils veulent non seulement augmenter le niveau moyen des salaires et reverser une partie plus importante de la rente aux salariés, mais aussi diminuer le niveau des inégalités salariales. L'introduction d'un syndicat dans l'entreprise peut affecter le mécanisme de formation des salaires présenté ci-dessus, notamment en luttant contre l'individualisation des salaires.

Le modèle construit plus haut est particulièrement adapté pour étudier l'effet de la présence syndicale conjointement sur les inégalités salariales et les performances des entreprises. Pour refléter le fait que les syndicats peuvent avoir deux objectifs distincts, deux scénarii polaires sont étudiés. Dans le premier, l'objectif des syndicats est de maximiser le salaire moyen, dans le second, il est de maximiser le plus bas salaire.

Dans les deux cas présentés, on modélise l'effet d'un syndicat par une fonction objectif  $\Psi(w_1, \dots, w_{N_0})$ , fonction des salaires versés dans l'entreprise, que le syndicat cherche à maximiser. On appelle  $\delta$  le pouvoir de négociation du syndicat. On considère qu'on est en équilibre de Nash : avec probabilité  $\delta$ , le syndicat propose une offre que l'employeur peut refuser, avec probabilité  $1 - \delta$ , c'est l'employeur qui a le pouvoir de proposition. La taille de l'entreprise est supposée exogène fixe : les négociations salariales ne sont pas censées les évoquer. Les situations de réserve sont supposées nulles dans tous les cas, l'entreprise ne produit rien et les salaires ne sont pas versés en cas de grève. Le but de l'entreprise est de maximiser son profit  $\Pi$ . La solution d'un tel équilibre est obtenue en résolvant le programme de Nash :

$$\max_{\alpha, \beta} E\Pi(\alpha, \beta)^{1-\delta} E\Psi(w_i(\alpha, \beta))^\delta \quad (8)$$

### Les négociations portent sur la masse salariale

Dans le cas où les syndicats cherchent à maximiser la masse salariale de l'entreprise, leur critère s'écrit

$$\Psi(w_i) = \sum_i w_i = W = \alpha T + \beta M = \alpha^2 N_0 P + \beta^2 N_0 S$$

**Proposition 3.** *Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  obtenues comme solution des négociations collectives ont, dans le cas où les syndicats ont pour objectif de maximiser la somme des salaires, les valeurs suivantes :*

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \frac{g}{1-g} \frac{N_0 E S}{E P}$$

$$\alpha = Q_0 \frac{g(1+\delta)}{2EP} \left(\frac{1-g}{g} \frac{EP}{N_0 ES}\right)^{\frac{1-g}{2}} E (P^g S^{1-g})$$

<sup>11</sup>La résolution de ce cas particulier est classique : elle est présentée en annexe C.

Le niveau de production atteint est alors égal à

$$EQ = (1 + \delta) \frac{Q_0^2 (1 - g)^{1-g} g^g}{2EP^g (N_0ES)^{1-g}} E (P^g S^{1-g})^2 \quad (9)$$

La proposition 3 établit le résultat obtenu en présence d'un syndicat qui cherche à maximiser les salaires de l'entreprise dans leur ensemble. En comparant ces résultats à ceux établis par la proposition 1 en absence d'un syndicat on peut noter deux résultats :

- Le rapport  $\alpha/\beta$  ne dépend pas du pouvoir de négociation du syndicat  $\delta$ . Cela a pour conséquence que le coefficient de variation des salaires n'en dépend pas non plus : la présence syndicale n'a pas de conséquence sur l'indicateur d'inégalités retenu ici.
- Le rendement de l'effort individuel,  $\alpha$ , est croissant avec  $\delta$ . Du fait que le critère de maximisation retenu ne correspond pas au profit de l'entreprise, celui-ci est plus faible qu'en l'absence de la présence syndicale. Toutefois, le niveau de production est également croissant avec  $\delta$ , selon l'expression donnée par l'équation (9). La présence syndicale accroît ainsi l'efficacité de l'entreprise. Cet effet s'explique par un effet de salaire d'efficience : le niveau des salaires plus élevé en présence de syndicats se traduit par des rendements des efforts plus élevés. Les salariés sont ainsi inciter à produire un effort plus important.

#### Les négociations portent sur le salaire minimum : le critère Rawlsien

Le but des négociations collectives, du point de vue des syndicats, n'est peut-être pas toujours de seulement augmenter le niveau général des salaires mais aussi de diminuer les inégalités au sein des entreprises. Pour modéliser cet aspect de la négociation, l'objectif du syndicat est de maximiser le salaire le plus faible dans l'entreprise. Celui-ci correspond au salaire versé à un individu ayant un effort individuel nul. Il est donc égal à  $\beta M/N_0$ , partie collective du salaire. Le critère des syndicats s'écrit donc :

$$\Psi(w_i) = \min w_i = \beta \frac{M}{N_0} = \beta^2 S$$

**Proposition 4.** Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  obtenues comme solution des négociations collectives ont, dans le cas où les syndicats ont pour objectif de maximiser le salaire minimum, les valeurs suivantes :

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \frac{N_0ES}{EP} \frac{g}{1-g+\delta}$$

$$\alpha = \frac{gQ_0}{2EP} \left(\frac{EP}{N_0ES} \frac{1-g+\delta}{g}\right)^{\frac{1-g}{2}} E (P^g S^{1-g}) \quad (10)$$

Le niveau de production atteint est alors égal à :

$$EQ = \frac{Q_0^2}{2} (1 - g + \delta)^{1-g} g^g \frac{E (P^g S^{1-g})^2}{EP^g (N_0ES)^{1-g}} \quad (11)$$

La proposition précédente montre que la présence d'un syndicat recherchant prioritairement la baisse des inégalités pousse l'entreprise à proposer des salaires moins individualisés. Contrairement au cas précédent, le rapport  $\beta/\alpha$  est croissant avec le pouvoir du syndicat : la présence syndicale affecte donc les inégalités de rémunération au sein des entreprises, telle qu'elle est mesurée ici. En effet, le coefficient de variation des salaires dans une entreprise donnée est alors égal à :

$$\frac{\sigma(w)}{Ew} = \frac{g}{1+\delta} \frac{\sigma(p)}{Ep}$$

qui est une expression très proche de l'équation (6).

Ainsi, contrairement au cas précédent, la présence syndicale a un effet sur la mesure des inégalités adoptée ici. Plus le pouvoir de négociation des syndicats est élevé, moins les inégalités sont importantes, phénomène que l'on retrouve de longue date dans la littérature empirique<sup>12</sup>. Il est à noter que l'introduction des syndicats dans le modèle donne une interprétation nouvelle aux inégalités observées dans les entreprises : une entreprise particulièrement syndicalisée aura un faible niveau d'inégalité et une productivité plus importante qu'une entreprise qui ne l'est pas, à indice d'individualisme  $g$  identique. La productivité plus importante vient du fait que le syndicat, en augmentant la rémunération de l'effort collectif, en incite la production. Deux phénomènes peuvent alors affecter le lien entre inégalités de rémunération et performances : l'existence d'externalités collectives de production et la présence d'un syndicat voulant diminuer les inégalités.

En terme d'efficacité productive, un syndicat cherchant avant tout à valoriser le plus faible salaire améliore la productivité de l'entreprise, cette amélioration décroissant avec l'indice d'individualisme. Ainsi, lorsque  $g = 1$ , la présence du syndicat n'affecte pas l'efficacité productive de l'entreprise, dans la mesure où elle ne change pas la rémunération de l'effort individuel  $\alpha$ . Elle ne fait que redistribuer du profit aux salariés sous forme d'une rémunération fictive d'un effort collectif  $\beta$ , qui n'est pas égal à 0, contrairement aux cas précédents (dans la situation où  $g = 1$ ).

L'analyse théorique présentée dans cette section a permis de mettre en évidence des liens entre inégalités et rémunération des entreprises fondées sur l'existence d'externalités collectives de production et sur la présence syndicale. Avant d'examiner le lien entre inégalités et performances, l'objet de la section suivante est de présenter les données utilisées et de faire le point sur la nature des inégalités de rémunération dans les entreprises.

---

<sup>12</sup>Freeman [5] met notamment en évidence le fait que les salaires de travailleurs dont les caractéristiques observables sont similaires sont moins dispersés dans les entreprises dans lesquelles un syndicat est actif.

### 3 Construction et interprétation de l'indice d'individualisme

Le modèle théorique prédit une relation directe entre la productivité des entreprises et l'indice d'individualisme, en tenant compte du fait que l'entreprise ajuste sa politique salariale à sa technologie. Cette relation dépend directement de la distribution des propensions aux efforts individuels ou collectifs des travailleurs employés dans les entreprises, elle peut aller dans un sens ou un autre.

L'objet de cette section est d'examiner d'un point de vue empirique la signification de ce paramètre, estimé directement à partir de la distribution des salaires propre à chaque entreprise. L'estimation de ce coefficient requiert au préalable d'adapter le modèle théorique à l'existence d'hétérogénéité (au moins) observable des travailleurs et à la possibilité d'autres facteurs de productions que le travail (comme le capital par exemple). Par ailleurs, on adopte une vision de l'entreprise moins monolithique que dans le modèle théorique dans la mesure où on suppose qu'elle est composée d'équipes de travail au niveau desquelles les efforts collectifs peuvent être observés.

La prise en compte des caractéristiques observables des travailleurs est explicitée dans le paragraphe suivant, elle justifie théoriquement les équations de salaire mises en œuvre au début de cet article. Le calcul des résidus de ces équations permet de construire par entreprise l'indice d'individualisme, égal au coefficient de variation par entreprise de l'exponentielle du résidu. Après avoir examiné sa variabilité temporelle et entre entreprises, sa valeur est mise en regard des informations contenues dans l'enquête "REPOSE", qui donne des informations originales sur les modes de gestion et de rémunération des entreprises.

#### 3.1 Justification théorique des équations de salaire

Le modèle théorique a présenté un cadre simple dans lequel n'existe aucune hétérogénéité observable. Au niveau empirique, il s'agit d'incorporer ces différences observables (sexe, âge, occupation dans l'entreprise, ...) qui peuvent affecter les caractéristiques productives des salariés. Pour les prendre en compte, nous supposons que les propensions aux efforts collectifs et individuels dépendent de la même manière des caractéristiques observables  $X_i$ . Plus précisément, ces propensions sont réécrites de la façon suivante :

$$\begin{aligned} p_i &= \exp(X_i \xi) p'_i \\ s_i &= \exp(X_i \xi) s'_i \end{aligned}$$

où  $p'_i$  et  $s'_i$  sont les propensions aux efforts individuel et collectif de l'individu  $i$ , corrigées des variables observables. En cohérence avec le modèle théorique, ces propensions sont supposées être indépendantes entre elles. Comme dans le modèle théorique, on suppose que l'effort individuel peut être observé, tandis que l'effort collectif ne l'est qu'à un niveau agrégé. Ayant défini les propensions aux efforts collectif et individuel, le salaire a l'expression suivante :

$$\begin{aligned} w_i &= \alpha^2 p_i + \beta^2 N_0 E(s_i / X_i) \\ &= \exp(X_i \xi) (\alpha^2 p'_i + \beta^2 N_0 E s'_i) \end{aligned}$$

Le salaire proposé aux salariés doit donc prendre en compte les caractéristiques observables. En prenant le logarithme de l'expression précédente, on arrive au résultat suivant :

$$\begin{aligned} \ln w_i &= X_i \xi + \ln(\alpha^2 p'_i + \beta^2 N_0 E s'_i) \\ &= X_i \xi + C + u_i \end{aligned}$$

La première partie de cette expression peut s'interpréter comme les rendements de chaque caractéristique, tels que des mécanismes de marché les fixeraient. D'autres mécanismes de marché pourraient intervenir, comme des conventions collectives de branche, pouvant affecter le rendement de telle ou telle caractéristique. Cette expression permet de retrouver l'équation de régression estimée dans la section consacrée à l'analyse empirique de la corrélation entre dispersion des salaires et performance des entreprises. Sous les hypothèses retenues, on a bien indépendance entre les variables explicatives  $X_i$  et les propensions résiduelles aux efforts  $p'_i$  et  $s'_i$ . Cette estimation est cohérente avec l'idée selon laquelle les variables explicatives correspondraient à des caractéristiques observables valorisées par le marché, les propensions résiduelles s'interprétant comme des caractéristiques non observables individuelles, et pour cette raison, non corrélées aux variables explicatives. Cela implique que le résidu de l'équation  $u_i$  est également non corrélé aux variables explicatives. Ainsi, les estimations effectuées par les moindres carrés ordinaires amènent des estimations convergentes des paramètres  $\xi$ , à la constante près.

### 3.2 Production de l'entreprise

Pour la production de l'entreprise, ce ne sont pas seulement les propensions individuelles qui seront prises en compte mais les efforts de chaque salarié. Ainsi, l'expression de la somme des efforts individuels s'écrit :

$$\begin{aligned} T &= \sum_i^{N_0} \alpha p_i \\ &= \sum_i^{N_0} \alpha \exp(X_i \xi) p'_i \end{aligned}$$

En prenant l'espérance conditionnelle à l'observation des moyennes des caractéristiques observables par entreprise, on a :

$$\begin{aligned} E(T/\bar{X}_i) &= \sum_i^{N_0} \alpha p'_i E(\exp(X_i \xi) / \bar{X}_i) \\ &= E(\exp(X_i \xi) / \bar{X}_i) \alpha \sum_i^{N_0} p'_i \end{aligned}$$

puisque  $E(\exp(X_i \xi) / \bar{X}_i)$  ne dépend pas des individus  $i$  mais des moyennes pour chaque entreprise des caractéristiques observables de la main d'œuvre. Avec les mêmes raisonnements sur les efforts collectifs, on arrive à :

$$E(M/\bar{X}_i) = E(\exp(X_i \xi) / \bar{X}_i) \beta \sum_i^{N_0} s'_i$$

Les expressions ci-dessus considèrent que l'entreprise forme un tout et que les externalités existent à son niveau. Cette représentation n'est pas réaliste, en particulier pour les grandes firmes. Avec la représentation ci-dessus, l'effort collectif devient très coûteux, plus la taille de l'entreprise est élevée. Pour rendre le modèle un peu plus réaliste, nous considérons par la suite que les entreprises sont constituées de petites équipes, de taille  $N_0$  chacune, qui correspondraient à des unités

de production. C'est au niveau de ces petites équipes que les performances collectives peuvent être observées par les dirigeants de l'entreprise. Cependant, d'un point de vue statistique, on ne peut observer les performances qu'au niveau de l'entreprise. Par la suite, on va considérer que chacune de ces équipes contribue au travail utilisé par l'entreprise selon la fonction de production utilisant séparément effort individuel et collectif. Ainsi, le travail efficace produit par l'ensemble des unités de production de l'entreprise va s'écrire :

$$Trav = \sum_{j=1}^{N_t} T_j^g M_j^{1-g}$$

$N_t$  étant le nombre d'unités de production dans l'entreprise. L'espérance de travail efficace est égale à :

$$E(Trav) = N_t E T^g M^{1-g} = N_t \alpha^g \beta^{1-g} E P^g S^{1-g}$$

en supposant que la taille des équipes est la même et égale à  $N_0$ .

Pour rendre cette représentation encore plus flexible et ainsi pouvoir la confronter aux données, le travail n'est pas considéré comme le seul facteur de production. Très naturellement, il faut faire intervenir l'ensemble des biens productifs ou encore capital comme facteur de production complémentaire. Ces facteurs sont introduits sous la forme d'une fonction de production de type Cobb-Douglas, ce qui amène l'expression suivante :

$$\begin{aligned} E(Q/\bar{X}) &= E(Q_0 K^\zeta Trav^\phi / \bar{X}) \\ &= E\left(Q_0 K^\zeta (N_t \alpha^g \beta^{1-g} E P^g S^{1-g})^\phi / \bar{X}\right) \\ &= Q_0 K^\zeta E\left((N_t \alpha^g \beta^{1-g} E P^g S^{1-g})^\phi / \bar{X}\right) \end{aligned}$$

où  $\phi$  est l'élasticité de la production au travail efficace et  $\zeta$  est l'élasticité de la production au capital. On obtient finalement l'expression suivante pour la production :

$$EQ = Q_0 K^\zeta N_t^\phi E(\exp(X_i \xi) / \bar{X})^\phi \alpha^{g\phi} \beta^{(1-g)\phi} E(P^g S^{1-g}) \quad (12)$$

L'objectif de l'entreprise est alors de choisir la politique salariale  $(\alpha, \beta)$  qui maximise le profit, soit :

$$\begin{aligned} E(Q - W) &= Q_0 K^\zeta N_t^\phi E(\exp(X_i \xi) / \bar{X})^\phi \alpha^{g\phi} \beta^{(1-g)\phi} E(P^g S^{1-g}) \\ &\quad - N_t E(\exp(X_i \xi) / \bar{X}) (\alpha^2 E P' + \beta^2 N_0 E S') \end{aligned}$$

### 3.3 Estimation de l'indice d'individualisme

A partir du programme de maximisation des profits de l'entreprise, il est possible de retrouver les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  explicitant la politique salariale de l'entreprise. La résolution de ce programme amène pour ces paramètres les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2}{\beta^2} &= \frac{g N_0 E S'}{(1-g) E P'} \\ \alpha^2 &= \frac{g \phi E Q}{2 N_0 N_t E P' E(\exp(X_i \xi) / \bar{X})} \end{aligned}$$

où  $N_0$  n'est pas la taille de l'entreprise mais la taille de l'unité de production,  $E S'$  est l'espérance de la propension résiduelle à l'effort collectif pour un individu. La taille de l'entreprise est prise

en compte dans ces expressions à travers le nombre d'équipes dans l'entreprise  $N_i$ . Du fait de l'expression des salaires en fonction des caractéristiques observables et des paramètres du modèle, on obtient les relations suivantes pour l'espérance et la variance des salaires au niveau de l'entreprise :

$$\begin{aligned} E\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right) &= \alpha^2 Ep' + N_0\beta^2 Es' = \frac{\alpha^2 Ep'}{g} \\ V\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right) &= \alpha^4 Vp' \end{aligned}$$

Or, étant donnée l'expression des salaires, ces deux expressions peuvent se réécrire en fonction du résidu et de la constante de l'équation de salaire :

$$\begin{aligned} E\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right) &= E(\exp(C + \hat{u}_i)) = e^C E(\exp \hat{u}_i) \\ V\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right) &= V(\exp(C + \hat{u}_i)) = e^{2C} V(\exp \hat{u}_i) \end{aligned}$$

où  $\hat{u}_i$  est le résidu estimé par l'équation de salaire. Ainsi, le coefficient de variation s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{V\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right)}}{E\left(\frac{w_i}{\exp(X_i\xi)/\bar{X}}\right)} &= \frac{\sqrt{V(\exp \hat{u}_i)}}{E(\exp \hat{u}_i)} \\ &= g \frac{\sqrt{Vp'}}{Ep'} = g \text{coefvar}(p') \end{aligned}$$

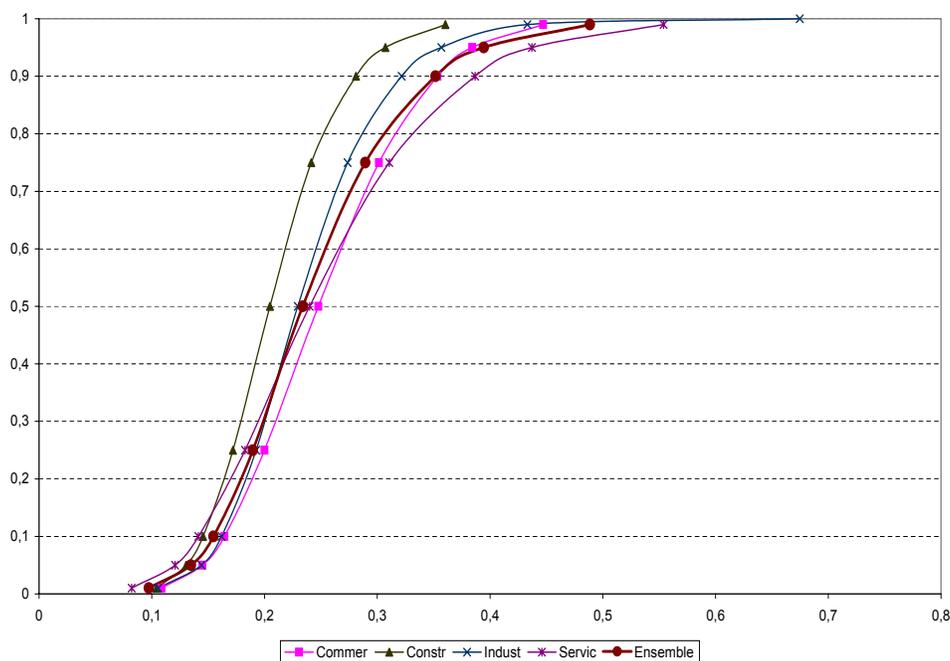
On retrouve l'expression liant  $g$  au coefficient de variation de l'exponentiel du résidu de salaire. Sous l'hypothèse que  $p'$  suit une loi exponentielle, son coefficient de variation est égal à 1<sup>13</sup>. Une mesure convergente presque-sûrement de  $g$  est donc le coefficient de variation de l'exponentielle du résidu obtenu par l'équation de salaire.

### 3.4 Variabilité sectorielle et temporelle

En 2001, la valeur moyenne de l'indice d'individualisme, tel qu'il est défini plus haut, dans l'ensemble de l'économie est égale à 0,25 (cf. tableau A.3). La figure 1 présente la distribution de ces indices entre entreprises pour l'ensemble de l'économie et par grand secteur. Il apparaît que le secteur où les dispersions salariales sont les plus faibles est le secteur de la construction. A contrario, c'est dans le secteur du commerce et des services que ces valeurs sont les plus importantes. Dans l'ensemble de la population et quel que soit le secteur considéré, il existe une forte dispersion de ces indices d'individualisme entre entreprises. Cette dispersion est la plus importante dans le secteur des services. Ces différences sectorielles vont dans le sens d'une interprétation structurelle de l'indice d'individualisme. Ces différences pourraient notamment s'interpréter par un recours au travail collectif plus fréquent dans les secteurs où l'indice d'individualisme est plus faible. Ainsi, la construction et l'industrie requièrent plus que les secteurs du commerce et des services le travail en équipe.

<sup>13</sup>L'hypothèse de loi exponentielle est ici de pure commodité, elle va nous permettre d'obtenir simplement les lois des agrégats dans la fonction de production. Avec une loi quelconque, le résultat reste vérifié à une constante multiplicative près.

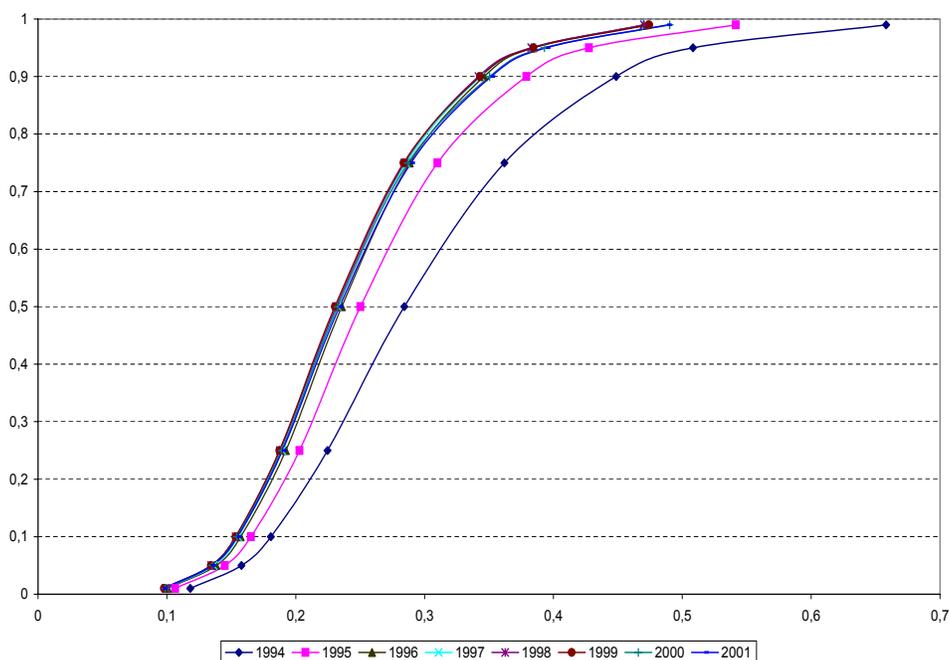
FIG. 1 – Distribution de l'indice d'individualisme entre les entreprises, pour l'ensemble de l'économie et par secteur



Pour vérifier dans quelle mesure on peut donner une interprétation structurelle à ce paramètre, nous examinons sa variabilité temporelle. La figure 2 présente l'évolution des distributions entre entreprises des indices d'individualisme. De 1996 à 2001, ces distributions sont pratiquement superposées les unes sur les autres. Les distributions de 1994 et 1995 dans une certaine mesure s'en différencient. Il est délicat d'attribuer cette différenciation à un véritable changement des entreprises : il est plus probable que ces différences soient attribuables à une modification de la collecte des données intervenue en 1993 et dont les effets ont pu se faire sentir jusqu'en 1995. La quasi-stagnation de la distribution des indices d'individualisme, mesurés par le coefficient de variation des exponentiels de résidus, conforte leur interprétation en tant que paramètre structurel propre à chaque entreprise.

La quasi-stabilité des distributions de l'indice d'individualisme au cours du temps ne signifie pas pour autant que cette variable est fixe dans les entreprises. Pour vérifier cet aspect, on en examine l'évolution au sein des entreprises. La variabilité temporelle de cet indice correspond alors à 32% de la variance totale, ce qui signifie qu'une certaine variabilité de ce coefficient existe au sein des entreprises, sans que cette variabilité ne soit prépondérante. Lorsqu'on examine des indices de mobilité relative telles que la part d'entreprises restant dans le même décile entre 1996 et 2001, on retrouve un constat similaire : plus de 67% des entreprises se retrouvent dans un décile similaire ou proche (moins de deux déciles de différence). Quoiqu'ayant une certaine variabilité temporelle dans les entreprises, l'indice d'individualisme se différencie avant tout entre les entreprises. On

FIG. 2 – Distribution de l'indice d'individualisme entre les entreprises de 1994 à 2001



peut donc considérer qu'il s'agit d'une caractéristique de l'entreprise relativement fixe.

### 3.5 Une interprétation des indices d'individualisme à partir de l'enquête REPONSE

Pour donner une interprétation plus directe au coefficient présenté ici, l'enquête REPONSE a été mobilisée. Cette enquête auprès des entreprises porte sur l'année 1998. Elle interroge à la fois les chefs d'entreprises, les représentants syndicaux et quelques salariés sur les modes de gestion de personnel, salariale et organisationnelle des entreprises. Pour cette raison, elle a été appariée aux données administratives présentées plus haut. Il est ainsi possible de confronter les indices d'individualisme spécifiques aux entreprises, mesurés par les coefficients de variation des exponentielles des résidus, aux variables indiquant les modes de formation des salaires et d'organisation des entreprises appariées (soit 1957 entreprises). Les résultats de cette régression sont présentés dans la table 5.

Cette régression a pour but avant tout d'examiner les corrélations pouvant exister entre l'indice d'individualisme et les variables introduites comme variables explicatives. Le choix de ces variables a été dicté par deux critères : d'une part, il fallait qu'elles soient statistiquement significatives, d'autre part elles doivent être liées au choix mode d'organisation ou de rémunération de l'entreprise.

La taille de l'entreprise n'est pas corrélée à l'indice d'individualisme. Cette absence de corréla-

TAB. 5 – Corrélations du coefficient de variation des salaires avec certaines informations contenues dans REPONSE, estimation par Moindres Carrés Ordinaires

Variable	Estimation	Ecart-type	Significativité
Taille de l'entreprise	-0,0001	0,0007	0,86
Autonomie des salariés	0,018	0,006	<0,01
<b>Existence d'un système formel d'évaluation des emplois</b>			
Convention collective de branche	-0,018	0,004	<0,01
Convention d'entreprise	-0,010	0,005	0,035
Autre mode d'évaluation	0,0006	0,0056	0,91
Pas de système formel d'évaluation	Réf.		
<b>Éléments qualitatifs de la politique salariale</b>			
Pas de revalorisation générale des salaires des non cadres	0,008	0,003	<0,01
Pas d'augmentation individualisée pour les non cadres	-0,011	0,003	<0,01
Absence de primes individuelles pour les non-cadres	-0,007	0,003	0,01
<b>Jugements du chef d'entreprise</b>			
Les incitations salariales ne sont pas un élément de motivation des cadres	-0,008	0,003	<0,01
Répondre à des sollicitations imprévues n'est pas un critère de revalorisation des salaires	0,005	0,003	0,03
L'individualisation des salaires ne crée pas de rivalité nuisible	0,006	0,002	0,01
<b>Secteurs d'activité</b>			
Industries agro-alimentaires	-0,001	0,007	0,89
Biens de consommation	0,011	0,007	0,13
Industrie automobile	-0,021	0,009	0,03
Biens intermédiaires	-0,006	0,006	0,30
Energie	0,004	0,010	0,69
Construction	-0,021	0,007	<0,01
Commerce	0,005	0,006	0,45
Transports	-0,022	0,007	<0,01
Services aux entreprises	0,020	0,007	<0,01
Services aux particuliers	Réf.		.

**Note** : Estimations fondées sur 1956 entreprises, appariement de l'enquête REPONSE avec les BRN et DADS, appartenant au secteur privé marchand (hors financier et immobilier).

tion rassure sur la qualité de cette variable, dans la mesure où il s'agit d'une statistique reconstituée sur une entreprise et donc dépendant a priori du nombre d'observations ayant permis de la construire. En soi, il n'y avait pas de raison théorique liant l'indice d'individualisme à la taille de l'entreprise.

L'autonomie des salariés est mesurée à l'aune de la réponse à la question suivante : "En cas d'incident mineur dans la marche ou la production du service, Encouragez-vous les salariés à régler d'abord leur problème ? Ou bien exigez-vous que les salariés en réfèrent avant tout à la hiérarchie ?" Les entreprises laissant les salariés régler seuls leurs problèmes, donc leur laissant une plus grande autonomie, ont une plus forte dispersion des salaires. Cela est compatible avec l'interprétation donnée à l'indice d'individualisme : une plus grande autonomie dans le travail peut être associée à une individualisation plus importante.

L'existence d'un système formel d'évaluation des emplois est un indice du mode de rémunération de l'entreprise. Il apparaît qu'un tel mode fondé sur une convention collective de branche diminue la variabilité des salaires. Cet effet ne s'interprète pas directement comme une corrélation entre indice d'individualisme  $g$  et existence d'une convention. Il transite plutôt par un effet de la présence syndicale, tel qu'il est mis en évidence par la proposition 4. L'existence d'une convention collective diminue les inégalités salariales, comme cela est prévu par la théorie. Plus cette convention collective est étendue, plus l'impact sur le coefficient de variation des salaires est important.

Les éléments qualitatifs de la politique salariale de l'entreprise sont cohérents avec leurs effets attendus. Les entreprises ne revalorisant pas les salaires de façon générale ne le font pas soit du fait d'un indice d'individualisme plus élevé, c'est à dire mettant en avant le travail de type individuel, soit du fait de l'existence de conventions collectives. Ce dernier point étant déjà pris en compte dans la régression, on peut accepter la première idée. Dans le même sens, l'absence d'augmentations individualisées et de primes individuelles est corrélée à un plus faible indice d'individualisme.

Les jugements du chef d'entreprise renvoient à sa représentation des motivations de ses salariés. Celles-ci peuvent être mises en regard de celles prises en compte dans le modèle théorique. Ainsi, lorsque le chef d'entreprise considère que les incitations financières ne sont pas un élément de motivation des cadres, cela s'interprète dans le modèle par une plus forte valorisation du travail collectif, et donc un indice d'individualisme plus faible, ce qui est corroboré par les résultats obtenus. De même, lorsque le chef d'entreprise considère que l'individualisation des salaires ne crée pas de rivalité nuisible, cela peut s'interpréter par un plus fort rendement du travail individuel et donc un indice d'individualisme plus élevé.

Enfin, les effets sectoriels confirment les éléments obtenus dans la section précédente : le secteur de la construction est celui où les inégalités salariales sont le plus faible (avec la mesure choisie ici), tandis que le secteur des services aux entreprises est celui où elles sont le plus élevées.

## 4 Interprétation de la relation structurelle liant la productivité à l'indice d'individualisme

La section précédente a permis de donner une interprétation directe de l'indice d'individualisme en le confrontant aux données de l'enquête REPONSE. L'objet de section est plutôt d'étudier la relation entre cet indice d'individualisme et la productivité des entreprises en se fondant sur une représentation de la production sur le modèle des études précédentes sur le sujet, et comme cela est fait dans la première partie. Toutefois, nous pouvons maintenant déduire du modèle théorique la relation structurelle liant la production de l'entreprise à l'indice d'individualisme, estimé ici par le coefficient de variation des salaires. Tel est l'objet du début de cette section. Cela nous permet d'interpréter la corrélation entre la mesure de l'indice d'individualisme (à savoir l'indicateur de dispersion des salaires) et la production dans le cadre du modèle théorique.

### 4.1 Relation entre production et indice d'individualisme

L'estimation de la production donnée par l'équation (12) amène la relation entre production et indice d'individualisme, une fois tenu compte du comportement de fixation des salaires des entreprises. En utilisant l'équation (12), on obtient :

$$EQ^{1-\frac{\phi}{2}} = Q_0 K^\xi N_t^{\frac{\phi}{2}} E \left( \exp(X_i \zeta) / \bar{X} \right)^{\frac{\phi}{2}} \left( \frac{g^g (1-g)^{1-g} \phi}{2N_0^{2-g} E p'^g E s'^{1-g}} \right)^{\frac{\phi}{2}} E (P'^g S'^{1-g})^\phi$$

En prenant le logarithme de cette expression, et en utilisant le fait que  $p'$  et  $s'$  sont indépendants l'un de l'autre, on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) \ln EQ &= \ln Q_0 + \xi \ln K + \frac{\phi}{2} \ln N_t + \frac{\phi}{2} \ln E \left( \exp(X_i \zeta) / \bar{X} \right) \\ &+ \frac{\phi}{2} \ln \left( \frac{\phi}{2} \right) + \frac{\phi}{2} \ln \left( g^g (1-g)^{1-g} \right) \\ &- \frac{\phi}{2} (2-g) \ln N_0 - \frac{\phi}{2} g \ln \left( \frac{E p'}{E s'} \right) - \frac{\phi}{2} \ln E s' + \ln E \left( P'^g S'^{(1-g)\phi} \right) \end{aligned}$$

Or  $p'$  et  $s'$  suivent des lois exponentielles de paramètres respectifs  $\lambda$  et  $\psi$ .  $P'$  et  $S'$ , étant les sommes de ces variables au niveau des équipes de productions, suivent donc des lois Gamma, ce qui amène l'expression suivante pour la production :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) \ln EQ &= \ln Q_0 + \xi \ln K + \frac{\phi}{2} \ln E \left( \exp(X_i \zeta) / \bar{X} \right) \\ &+ g \frac{\phi}{2} \ln \frac{\lambda}{\psi} + \frac{\phi}{2} \ln \left( g^g (1-g)^{1-g} \right) \\ &+ \frac{\phi}{2} \left( \ln N_t + \ln \psi + \ln \frac{\phi}{2} \right) \\ &- \frac{\phi}{2} (2-g) \ln N_0 + \ln E \left( \frac{\Gamma(N_0 + g\phi) \Gamma(N_0 + (1-g)\phi)}{\Gamma(N_0)^2 \lambda^g \psi^{(1-g)}} \right) \end{aligned}$$

Pour des valeurs de  $N_0$  suffisamment élevées, l'expression écrite avec les fonctions  $\Gamma$  peut être simplifiée à l'aide de la formule de Stirling dont l'expression est

$$\Gamma(N_0 + g\phi) \approx \sqrt{2\pi} \exp(-N_0 + g\phi) (N_0 + g\phi)^{N_0 + g\phi - \frac{1}{2}}$$

Après quelques calculs, on aboutit à l'expression suivante de la fonction de production.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) \ln EQ &= \ln Q_0 + \xi \ln K + \frac{\phi}{2} \ln E \left( \exp(X_i \zeta) / \bar{X} \right) \\ &+ g \frac{\phi}{2} \ln \left( \frac{\lambda}{\psi} N_0 \right) \\ &+ \frac{\phi}{2} \ln \left( g^g (1-g)^{1-g} + \ln N_t \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$N_t$  est le nombre d'équipes composant l'entreprise et  $N_0$  est leur taille moyenne. On a alors la relation entre le nombre d'équipes et l'effectif de l'entreprise :  $L = N_t * N_0$ . L'équation ci-dessus établit un lien entre la production espérée de l'entreprise (se composant d'équipes qui se ressemblent) et un certain nombre de variables propres à l'entreprise dont  $g$ , l'indice d'individualisme. En se plaçant au niveau de l'entreprise telle qu'on peut l'observer avec les données à notre disposition, on aboutit à l'équation de production suivante :

$$\ln Q_j = C + a \ln K_j + b \hat{X}_j + c(g_j \ln g_j + (1 - g_j) \ln (1 - g_j) + \ln L_j) + dg_j \quad (14)$$

où

$$\begin{aligned} C &= \frac{2 \ln Q_0}{2 - \phi} = \frac{\phi}{2 - \phi} \left( \ln \frac{\phi}{2} - \ln \psi - \ln N_0 \right) \\ a &= \frac{2\xi}{2 - \phi} \\ b &= \frac{2 \exp(\zeta)}{2 - \phi} \\ c &= \frac{\phi}{2 - \phi} \\ d &= \frac{\phi}{2 - \phi} \ln \frac{N_0 \lambda}{\psi} \end{aligned}$$

Les coefficients  $a$  et  $b$  peuvent être vus comme des variables de contrôle dans l'équation de production. Ils ne seront pas commentés par la suite. Le coefficient  $C$  correspond à la constante de la production. L'indice d'individualisme  $g_j$  intervient dans deux coefficients :  $c$  et  $d$ . La variable correspondant au coefficient  $c$  est l'effectif corrigé d'une fonction de l'indice d'individualisme, la correction étant liée au modèle adopté pour l'estimation.

L'équation (14) correspond à l'équation en forme réduite issue du modèle présenté ci-dessus. Sa forme est très proche d'une équation de production habituelle 1, la différence résidant dans l'introduction de l'indice d'individualisme  $g_j$  parmi les variables explicatives et du terme correctif avec l'effectif.

## 4.2 Estimation structurelle du modèle théorique

La première section de l'article a mis en évidence la corrélation positive entre production et dispersion des salaires. Elle a également souligné qu'on pouvait difficilement interpréter cette corrélation comme un effet de la dispersion des salaires sur la production dans la mesure où l'évolution de cette dispersion est exogène. L'interprétation donnée par le modèle théorique, selon laquelle la mesure de la dispersion des salaires à travers le coefficient de variation de l'exponentielle du résidu reflète un paramètre technologique ou d'organisation appelé indice d'individualisme, semble plus cohérente avec les éléments empiriques obtenus. Pour aller plus loin dans l'interprétation des

TAB. 6 – Coefficient de l'indice d'individualisme dans l'équation de production (14), par grands secteurs en 2001

	Commerce	Construction	Industrie	Services
En niveau				
Valeur ajoutée	1,271	1,689	1,220	0,950
	0,052	0,057	0,049	0,050
En évolution				
Valeur ajoutée	0,571	1,022	0,746	0,649
	0,030	0,045	0,032	0,036

**Note :** Chaque case du tableau contient le coefficient de l'indice d'individualisme  $g_j$  dans une équation contenant comme variable dépendante l'évolution de la valeur ajoutée (en log) entre 1995 et 2001. Pour chaque régression effectuée, les valeurs extrêmes des variables dépendantes ont été ôtées de l'échantillon. Les valeurs explicatives rentrant dans chaque régression sont les évolutions du capital, de l'effectif de l'entreprise (en log), de la part dans l'entreprise de salariés ayant moins d'un an d'ancienneté, de femmes, de temps partiel, d'intermittents, de la structure par qualification et par âge et de la structure par région.

résultats, on estime la fonction de production structurelle (14), c'est-à-dire cohérente avec le modèle. La principale différence avec la fonction de production simple (1) réside dans l'introduction d'un terme correctif dans l'effectif. Comme pour les estimations présentées dans la section 1, la production est ici mesurée par la valeur ajoutée de l'entreprise sur l'exercice de l'année considérée.

Comme dans la première partie, des estimations MCO en évolution et niveau de l'équation (14) sont présentées dans la table 6. Même si on sait que ces estimations sont biaisées car ne corrigent pas des biais de simultanéité, la comparaison avec les estimations en forme réduite de la table 2 permettent de mieux comprendre les effets de l'introduction de l'effectif corrigé en remplacement de l'effectif.

L'introduction du terme correctif tend à augmenter la corrélation observée entre dispersion des salaires et valeur ajoutée en niveau. Néanmoins l'interprétation du coefficient est davantage fondée théoriquement. Sa valeur élevée peut signifier plusieurs choses : une taille moyenne des équipes plus élevée ou la plus forte présence *d'individualistes*. Comme pour les régressions en niveau, l'introduction de l'effectif corrigé (en évolution) à la place de l'effectif augmente la corrélation entre valeur ajoutée et dispersion des salaires lorsque les différences longues sont considérées. L'interprétation de cette corrélation est en référence au modèle présenté : elle ne s'interprète pas comme une relation causale.

Les résultats présentés dans la table 6 (comme pour la table 2) correspondent essentiellement à des corrélations sur des niveaux ou des différences longues. Notamment, on ne prend pas en compte la possible endogénéité des facteurs de production que sont le travail et le capital. Pour cela, comme dans la section précédente, nous utilisons la méthode des moments généralisés, en instrumentant les différences longues sur les niveaux passés. Cette fois, l'hypothèse d'exogénéité des niveaux de dispersion des salaires, ou indices d'individualisme, est cohérente avec le modèle théorique. Ainsi, en plus des instruments internes que sont la variable dépendante et les variables explicatives passées en niveau, on rajoute comme instrument la variation de l'indice d'individualisme et la rentabilité opérationnelle. Les résultats sont présentés dans le tableau 7. Ils sont présentés par secteurs, seuls les coefficients du capital et du travail, en plus de l'indice d'individualisme sont présentés.

Quel que soit le secteur considéré, la table 7 illustre la forte valeur du coefficient associé à l'indice d'individualisme. Ce coefficient est le plus élevé dans le secteur de la construction et le plus faible dans le secteur des services.

TAB. 7 – Coefficients de l'indice d'individualisme, du capital et du travail dans les estimations par GMM de l'équation de production (14) prédites par le modèle

	Industrie	Construction	Commerce	Services
Indice d'individualisme	1,184 <i>0,123</i>	1,406 <i>0,313</i>	1,100 <i>0,180</i>	0,680 <i>0,085</i>
Capital	-0,077 <i>0,031</i>	-0,007 <i>0,034</i>	0,048 <i>0,042</i>	0,120 <i>0,036</i>
Effectif corrigé	0,500 <i>0,054</i>	0,412 <i>0,106</i>	0,325 <i>0,075</i>	0,634 <i>0,081</i>
Nombre d'observations	20 411	8 061	15 560	14 998
Test de Sargan	7,605	6,754	2,453	2,165
Degrés de liberté	3	3	3	1
Significativité	0,055	0,080	0,484	0,141

**Note** :Sont introduits comme contrôle dans chacune des régressions, outre les variables présentées, l'évolution entre 1995 et 2001 de la structure par ancienneté, sexe, type d'emploi (temps partiel-intermittent), qualification, âge, et des indicatrices régionales. Par défaut, les instruments sont les niveaux en 1994 de chaque variable explicative. Pour toutes les régressions, l'évolution de l'indice d'individualisme est introduit parmi les variables instrumentales (hypothèse d'exogénéité). Pour les secteurs de l'industrie, de la construction et du commerce, la production et la rentabilité (en logs) en 1994 sont introduites comme variables instrumentales supplémentaires.

Son interprétation dépend de deux grandeurs : la taille moyenne des équipes au niveau desquelles la production est organisée dans le secteur considéré et la propension aux efforts individuels (plutôt que collectifs) des travailleurs du secteur concerné. Ces grandeurs varient dans le sens de la corrélation entre indice d'individualisme et productivité.

L'effet de la taille des équipes sur la corrélation examinée s'interprète par la technologie spécifique au secteur. Par exemple, le secteur de la construction requiert des équipes de taille élevée dans lesquelles il semble difficile de séparer les contributions respectives de chaque travailleur. Dans ce contexte, les entreprises qui, pour des raisons exogènes, ont vu leur indice d'individualisme augmenter, sont également celles qui ont vu leur productivité augmenter, le coût à gérer des équipes de grande taille diminuant relativement. On ne peut pas conclure sur la base de ces régressions que c'est directement l'augmentation de la dispersion des salaires qui a conduit ces entreprises à augmenter leur productivité.

L'autre enseignement de ce tableau consiste en l'acceptation de l'hypothèse d'exogénéité de l'indice d'individualisme, y compris dans le cadre de l'estimation structurelle. Ce résultat est très fort car il confirme en partie l'hypothèse faite selon laquelle ce paramètre serait structurel et aurait donc une évolution non maîtrisée par l'entreprise. Il est obtenu par le test de Sargan : dans tous les cas où le modèle n'est pas rejeté par le test de Sargan, l'évolution de l'indice d'individualisme figure parmi les instruments. Cette absence de rejet est d'autant plus intéressant qu'elle ne repose pas sur une faiblesse éventuelle des instruments : si tel était le cas, aucune variable ne serait significative.

## Conclusion

L'objet de cet article était d'examiner les liens entre les inégalités salariales et les performances des entreprises. A partir des idées exposées par Lazear [10] et des analyses empiriques conduites par Lallemand et al. [9], on a construit un modèle liant les inégalités salariales au sein des entreprises et leur productivité à travers une représentation du travail sous forme d'équipes, ce type d'organisation ayant pour conséquence de rendre la productivité d'un individu dépendante du travail des autres. En associant un mécanisme de rémunération fondé sur ce que l'entreprise est capable d'observer, à savoir l'effort collectif agrégé et l'effort individuel de chaque salarié, on met en évidence une relation très simple entre le paramètre structurel de l'entreprise reflétant son besoin en travail collectif et un indicateur de dispersion des salaires. Après avoir examiné les conséquences de l'introduction d'un syndicat dans des entreprises fonctionnant de cette manière, les indices d'individualisme ont été estimés en tenant compte de toute l'hétérogénéité observable à notre disposition dans les données. On caractérise ainsi la très forte hétérogénéité entre les entreprises dans la dispersion des salaires qu'elles offrent, y compris en tenant compte des caractéristiques observables.

Pour vérifier l'interprétation en terme d'organisation de l'indicateur de dispersion obtenu, l'enquête REPONSE a été utilisée. Les résultats obtenus semblent conforter l'interprétation de cet indice d'individualisme : à savoir qu'il semble être lié à une organisation collective du travail. Par ailleurs, les informations contenues dans REPONSE ont permis de confirmer les prédictions des effets des syndicats sur la dispersion des salaires. En particulier, on a mis en évidence le fait que l'égalité des salaires est en soi un des objectifs des syndicats et non seulement leur niveau moyen.

Enfin, une fonction de production a été estimée pour constater la corrélation entre productivité et indice d'individualisme. Il apparaît que cette corrélation est toujours positive, quels que soient les secteurs et méthodes employées pour la calculer. Toutefois, cette positivité ne signifie pas qu'une hausse des inégalités salariales aurait pour conséquence une augmentation de la productivité. En effet, si tel était le cas, cette variable devrait apparaître comme une variable endogène. Les estimations effectuées semblent plutôt confirmer l'idée que le niveau des inégalités salariales au sein des entreprises reflètent avant tout leur organisation et/ou leur technologie, comme le prédit le modèle théorique.

Toutefois, une question non résolue dans cet article consiste en le choix optimal de technologie ou d'organisation de l'entreprise. L'hypothèse implicite retenue ici est qu'un tel choix n'est pas aisément modifié par l'entreprise qui n'en maîtrise pas complètement les évolutions. Sur une échelle de temps plus longue que celle retenue, on peut penser que l'indice d'individualisme qui est censé refléter l'organisation et/ou la technologie de l'entreprise devrait être endogène. Rien ne nous permet toutefois de confirmer cette hypothèse, faute de données avec suffisamment de recul.

## Références

- [1] G. AKERLOF et J. YELLEN. « The Fair Wage-Effort Hypothesis and Unemployment ». *Quarterly Journal of Economics*, pages 255–283, mai 1990.
- [2] M. ARELLANO et B. HONORE. « *Panel Data Models. Some Recent Developments* », volume 5 de *Handbook of Econometrics*, Chapitre 53. Heckman, J.J. and Leamer, E., 2001.
- [3] P. BINGLEY et T. ERIKSSON. « Pay Spread and Skewness, Employee Effort and Firm Productivity ». *Working Paper*, 2, 2001. Faculty of Business Administration, Aarhus, Denmark.
- [4] D. COWHERD et D. LEVINE. « Product Quality and Pay Equity between Lower-level Employees and Top Management : An Investigation of Distributive Justice Theory ». *Administrative Science Quarterly*, 37 :302–320, 1992.

- [5] R. B. FREEMAN. « Union Wage Practices and Wage Dispersion within Establishments ». *Industrial and Labor Relations Review*, 36 :3–21, 1982.
- [6] B. FRICK, J. PRINZ et K. WINKELMANN. « Pay Inequalities and Team Performance : Empirical Evidence from the North American Major Leagues ». *International Journal of Manpower*, 24 :472–488, 2003.
- [7] Z. GRILICHES et J. MAIRESSE. « Production functions : the search for identification ». *Document de travail du CREST*, 97.30, 1997.
- [8] F. HEYMAN. « Pay Inequality and Firm Performance : Evidence from Matched Employer-Employee Data ». *FIEF Working Paper Series*, 186, 2002.
- [9] T. LALLEMAND, R. PLASMAN et F. RYCX. « Intra-Firm Wage dispersion and Firm Performance : Evidence from Linked Employer-Employee Data ». *Kyklos*, 57.4 :533–558, 2004.
- [10] E.P. LAZEAR. « Pay Equality and industrial politics ». *Journal of Public Economy*, 97 :561–580, 1989.
- [11] E.P. LAZEAR et S. ROSEN. « Rank-order Tournaments as Optimum Labor Contracts ». *Journal of Political Economy*, 89 :841–864, 1981.
- [12] D. LEVINE. « Cohesiveness, Productivity, and Wage Dispersion ». *Journal of Economic Behavior and Organization*, 15 :237–255, 1991.
- [13] B. SALANIÉ. *Théorie des contrats*. Economica, 1997.
- [14] R. WINTER-EBMER et J. ZWEIMULLER. « Intra-firm Wage Dispersion and Firm Performance ». *Kyklos*, 52 :555–572, 1999.

## Annexe A : Construction des résidus

### A.1 Sélection des entreprises

Le tableau A.1 donne le nombre d'entreprises échantillonnées et les effectifs employés entre 1994 et 2002 selon la source utilisée.

TAB. A.1 – Nombre d'entreprises échantillonnées.

An	Dans les BRN de plus de 20 salariés	Dans les DADS	Dans les DADS de plus de 20 salariés
1994	79 971	102 151	74 513
1995	81 240	106 058	76 094
1996	81 479	105 772	75 813
1997	84 429	110 576	78 928
1998	85 952	111 312	80 969
1999	86 446	111 291	81 601
2000	90 506	110 925	84 994
2001	93 271	109 289	87 265

**Note :** Le nombre d'entreprises échantillonnées au total est de 152 424, il s'agit des entreprises présentes au moins une fois dans les BRN et ayant eu entre 1994 et 2002 au moins une fois plus de 20 salariés. En 1994, parmi ces entreprises, 79 971 avaient plus de 20 salariés déclarés dans les BRN, 102 151 étaient également présentes dans les DADS et parmi celles-ci 74 513 avaient plus de 20 salariés déclarés dans les BRN.

### A.2 Construction des résidus d'équations de salaires

Comme précisé dans le corps du texte, l'indicateur d'inégalités de rémunération utilisé doit être estimé sur des résidus d'équations de salaires. En effet, l'entreprise ne peut jouer sur les composantes du salaire non fixées par le marché ou par tout autre mécanisme. Idéalement, il faudrait connaître les caractéristiques observables des individus pour estimer leur salaire espéré et en déduire la marge de négociation des entreprises.

Ne disposant pas de telles informations, nous utilisons les variables à notre disposition dans les données, à savoir quelques informations sur les individus (âge et sexe), les entreprises (localisation et secteur) et les postes occupés (qualification et durée hebdomadaire rémunérée). Le calcul des résidus de salaire s'effectue en régressant chaque année pour chaque secteur (en 36 postes) le logarithme du salaire horaire sur un grand nombre de variables explicatives  $X_{ijkt}$ . L'équation s'écrit :

$$\ln w_{ijkt} = \beta_{kt} X_{ijkt} + \epsilon_{ijkt} \quad (\text{A1})$$

où  $k$  correspond au secteur,  $t$  à l'année d'estimation,  $i$  à l'individu et  $j$  à l'entreprise. Les coefficients estimés  $\beta_{kt}$  dépendent à la fois du secteur et de l'année. Les variables explicatives  $X_{ijkt}$  sont les suivantes :

- le niveau de qualification du poste occupé, en distinguant huit catégories : chefs d'entreprise, cadre, profession intermédiaire, employés qualifiés, employés non qualifiés<sup>14</sup>, ouvrier qualifié, ouvrier non qualifié et stagiaire.
- le fait d'occuper un emploi à temps complet, à temps partiel ou intermittent.
- un indicateur d'ancienneté dans l'entreprise, à savoir si le salarié était présent dans l'établissement l'année précédente.

<sup>14</sup>La distinction employé qualifié et non qualifié s'effectue dans les DADS à partir de la PCS à 2 chiffres, selon la classification Burnod-Chenut

- le sexe du salarié
- l'âge du salarié, en huit tranches : moins de 25 ans, entre 26 et 30, entre 31 et 35, entre 36 et 40, entre 41 et 45, entre 46 et 50, entre 51 et 55, 56 ans et plus.
- la région d'implantation de l'établissement.

Cette méthode est reproduite pour chaque année. La plupart des variables introduites dans ces régressions sont a priori endogènes, en particulier les variables de qualification. Cela peut poser un problème quant à l'interprétation des résidus obtenus. Idéalement, il aurait fallu disposer du niveau d'éducation des individus. Toutefois, l'objet de ce travail n'est pas d'étudier les rendements de telles ou telles caractéristiques sur le marché du travail mais plutôt de construire un indicateur d'inégalités de rémunération correspondant à la marge d'action des entreprises. Or, cette marge d'action est réduite au niveau des postes occupés, dans la mesure où ceux-ci correspondent à des grilles de salaire définies par des conventions collectives. Ce dernier argument milite en faveur d'une introduction de la PCS parmi les variables explicatives, dans le cadre précis de la problématique étudiée ici.

Le résidu de l'équation de salaire est estimé par secteur et par an. Il n'y a pas de composante spécifique à l'entreprise. Il est possible d'isoler un tel effet dans les résidus tels qu'ils sont obtenus :

$$\epsilon_{ijkt} = \nu_{jkt} + \mu_{ijkt}$$

avec

$$\nu_{jkt} = \frac{1}{N_{jkt}} \sum_{i=1}^{N_{jkt}} \epsilon_{ijkt}$$

On décompose un résidu obtenu par des régressions sectorielles en une composante liée à l'entreprise et une composante liée aux salariés dans l'entreprise. Autrement dit, la variance des résidus obtenus par les régressions sectorielles se décompose en une variance inter-entreprise et une variance intra-entreprise. Cette dernière composante est ce qui nous intéresse. Il s'agit dans un premier temps de vérifier si cette variabilité est bien prépondérante. Le tableau A.2 répond à cette question.

TAB. A.2 – Décomposition des variances expliquée et non expliquées

An	Variance totale	% Variance expliquée	% Variance non expliquée	
			Entre entreprise	dans les entreprises
1994	0,31	43,3 %	7,8 %	48,8
1995	0,29	52,9 %	5,9 %	41,1
1996	0,25	57,6 %	6,4 %	36,0
1997	0,24	57,9 %	6,6 %	35,4
1998	0,24	58,1 %	6,4 %	35,5
1999	0,24	58,2 %	6,6 %	35,2
2000	0,24	57,6 %	6,8 %	35,5
2001	0,24	56,7 %	6,5 %	36,8

**Note :** En 1994, la variance totale des salaires (en log) était égale à 0,31. La part expliquée par les variables explicatives introduites dans l'équation A1 correspondait à 43,3% de la variance. La part non expliquée de la variance se décompose en deux parts : la part liée aux différences entre entreprises, qui se montait à 7,8% de la variance totale, et celle à l'intérieur des entreprises, qui se montait à 48,8% de la variance totale.

Quelle que soit l'année concernée, il apparaît que la plus grande part de la variance inexpliquée des salaires est au sein des entreprises. La diminution apparente de cette variance observée au cours des années dans la table A.2 ne reflète peut-être pas la réalité mais une amélioration de la collecte des DADS.

Cette variance reflète-t-elle une stratégie propre des entreprises, ou bien correspond-elle à une hétérogénéité non observée par l'économètre des salariés ? Si tel était le cas, la variance non observée devrait être relativement similaire d'une entreprise à l'autre. Or la table A.3 montre à quel point les inégalités de rémunérations peuvent être différentes d'une entreprise à l'autre.

TAB. A.3 – Indicateurs de dispersions des salaires par entreprise en 2001 pour l'ensemble des secteurs

Obs	Variance de $\epsilon_{ijkt}$	Coefficient de variation de $\epsilon_{ijkt}$	Variance de $\exp(\epsilon_{ijkt})$	Coefficient de variation de $\exp(\epsilon_{ijkt})$
Moyenne	0,060	2,16E+09	0,075	0,245
Variance	0,002	8,45E+22	0,007	0,007
Minimum	0,000	0,000	0,000	0,000
1er centile	0,009	0,441	0,007	0,097
5ème centile	0,018	0,727	0,015	0,135
1er décile	0,023	0,929	0,021	0,155
1er quartile	0,034	1,422	0,033	0,190
médiane	0,051	2,531	0,054	0,234
3ème quartile	0,074	5,430	0,090	0,289
9ème décile	0,105	13,805	0,146	0,352
95ème centile	0,132	27,404	0,202	0,394
99ème centile	0,201	132,610	0,386	0,489
Max	0,804	4,59E+13	2,776	0,952
Ecart interdécile	4,576	14,866	7,089	2,274
Ecart interquartile	2,159	3,819	2,728	1,525

**Note :** En 1994, la moyenne des variances des résidus par entreprise  $j$  était égale à 0,009, la variance était égale à 0,005. L'écart interdécile est le rapport du 9<sup>ème</sup> décile sur le 1<sup>er</sup> décile. L'écart interquartile est le rapport du 3<sup>ème</sup> quartile sur le 1<sup>er</sup> quartile. La valeur moyenne très élevée du coefficient de variation des résidus vient du fait que la moyenne des résidus peut être très proche de zéro dans certaines entreprises.

### A.3 Quelle statistique pour refléter la dispersion des résidus de salaire ?

Plusieurs statistiques peuvent être estimées qui reflètent les inégalités de salaires au niveau des entreprises non interprétables par des caractéristiques observables. Ainsi, la variance des résidus  $\epsilon_{ijkt}$  par entreprise est un candidat possible<sup>15</sup>. Son expression, avec les notations ci-dessus est :

$$\text{var}(\epsilon/j) = E(\epsilon^2/j) - E(\epsilon/j)^2$$

Une autre possibilité consiste à considérer le coefficient de variation intra-firme qui s'écrit :

$$\text{coefvar}(\epsilon/j) = \sqrt{\frac{V(\epsilon/j)}{E(\epsilon/j)^2}}$$

Enfin, au lieu de considérer directement le résidu, on peut en considérer une fonction, comme l'exponentielle du résidu. La distribution de l'exponentielle de variable aléatoire est alors mathématiquement différente. Un indicateur de dispersion dans l'entreprise pourrait être alors la variance des exponentielles de résidus :

$$\text{var}(e^\epsilon/j) = E(e^{2\epsilon}/j) - E(e^\epsilon)^2$$

Toutefois, l'interprétation des trois précédentes statistiques n'est pas évidente, ne disposant pas d'un cadre théorique pertinent. La mesure la plus cohérente avec le modèle présenté dans la section précédente consiste en le coefficient de variation de l'exponentielle du résidu de salaire :

$$V(e^\epsilon/j) = \sqrt{\frac{V(e^\epsilon/j)}{E(e^\epsilon/j)^2}}$$

<sup>15</sup>La variance correspond à prendre celle de  $\mu_{ijkt}$  défini plus haut

En effet, le modèle théorique est construit autour de la fixation d'un salaire **en niveau**, tandis que le modèle économétrique de représentation des salaires est en logarithme.

La table A.3 présente les dispersions de ces deux statistiques entre entreprises. Il apparaît que le message délivré n'est pas le même : la dispersion des variances des résidus par entreprise semble plus importante que celle des coefficients de variation des exponentielles de résidus. Cet indicateur sera retenu par la suite.

## Annexe B : Cas de l'autosélection

La politique de l'entreprise est représenté par les paramètres  $(\alpha, \beta)$ , ce qui peut conduire à l'autosélection des salariés dans l'entreprise. En effet, ceux qui choisissent d'y rester sont ceux dont l'utilité est supérieure à l'utilité de réserve. Or, l'espérance d'utilité dépend directement des paramètres  $(\alpha, \beta)$  à travers la relation 4 établie ci-dessus. Ainsi, un travailleur n'accepte le contrat d'une entreprise que si

$$u_i = \frac{\alpha^2}{2} p_i + \frac{3\beta^2}{2} s_i + \beta^2 (N_0 - 1) E_{u \geq u_0} s \geq u_0$$

Cette inégalité définit un ensemble  $D$  d'individus décrits par leurs propensions  $(p, s)$  qui choisissent de rester dans l'entreprise.

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \{(p, s) \mid u(p, s) \geq u_0\} \\ &= \left\{ (p, s) \mid \frac{1}{2} \alpha^2 p + \frac{3}{2} \beta^2 s + \beta^2 (N_0 - 1) E_{u \geq u_0} s \geq u_0 \right\} \\ &= \{(p, s) \mid Ap + Bs \geq C\} \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} A &= \frac{\alpha^2}{2} \\ B &= \frac{3\beta^2}{2} \\ C &= u_0 - \beta^2 (N_0 - 1) E_{\mathcal{D}} s \end{aligned}$$

L'ensemble  $\mathcal{D}$  peut se représenter géométriquement dans le plan  $(p, s)$ . Il est décrit par une zone délimitée par les axes  $p, s$  et par une droite d'équation  $Ap + Bs = C$ . Cette zone est représentée sur la figure B.1.

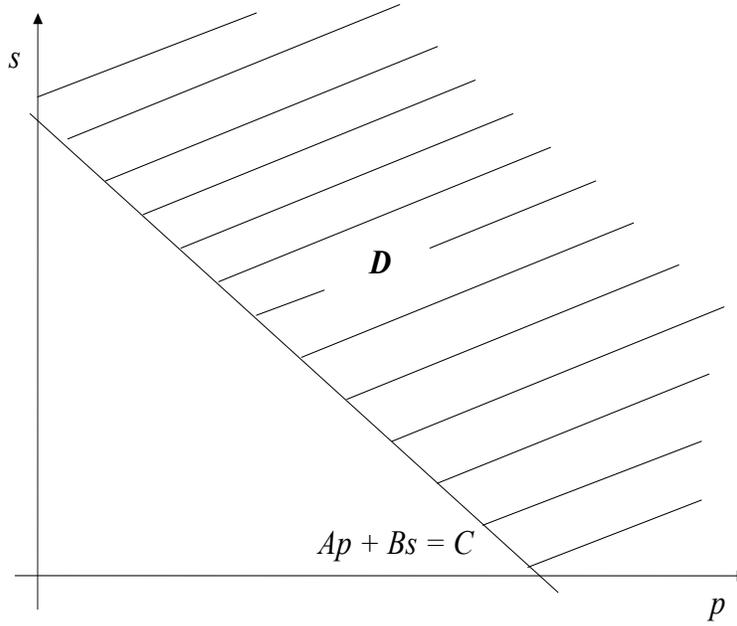
La distribution des propensions aux efforts collectifs et individuels est donc identique au sein des entreprises et dans l'ensemble de l'économie, à l'exception près qu'elle peut être tronquée. Cette troncature est définie par le paramètre  $C$ , qui correspond au minimum d'effort requis par l'entreprise, que cet effort soit individuel ou collectif. Les coefficients  $A$  et  $B$  correspondent au poids accordé par l'entreprise à chaque type d'effort.

Soit  $f_p$  et  $f_s$  les distributions de  $p$  et  $s$  dans l'économie<sup>16</sup>. On suppose que ces deux distributions sont indépendantes. On a :

$$\begin{aligned} E(s, i \in \mathcal{D}) &= E(s, Ap + Bs \geq C) \\ &= \int \int_{\mathcal{D}} s f_p(p) f_s(s) dp ds \\ &= \int \int_{\mathcal{D}} s f_p(p) f_s(s) dp ds \\ &= \int s \left( 1 - F_p\left(\frac{C - Bs}{A}\right) \right) f_s(s) dp ds \\ &= \phi_s(A, B, C \mid f_p, f_s) \end{aligned}$$

<sup>16</sup>On supposera par la suite que ces distributions sont exponentielles

FIG. B.1 – Représentation de  $\mathcal{D}$



où  $F_p$  est la fonction de répartition de  $p$  dans l'ensemble de l'économie. De la même façon, on peut définir

$$\begin{aligned}
 E(i \in \mathcal{D}) &= E(Ap + Bs \geq C) \\
 &= \int \int_{\mathcal{D}} f_p(p) f_s(s) dp ds \\
 &= \int \int_{\mathcal{D}} f_p(p) f_s(s) dp ds \\
 &= \int \left( 1 - F_p \left( \frac{C - Bs}{A} \right) \right) f_s(s) dp ds \\
 &= \phi(A, B, C \| f_p, f_s)
 \end{aligned}$$

Ainsi,  $C$  est la solution de l'équation :

$$C = u_0 - \beta^2 (N_0 - 1) \phi_s(A, B, C \| f_p, f_s) \quad (\text{B1})$$

$C$  est une fonction de  $A$  et  $B$ , donc de  $\alpha$  et  $\beta$ , de même que des distributions sur l'ensemble de l'économie des propensions aux efforts  $s$  et  $p$ .

**Proposition B1.** *Si  $p$  et  $s$  prennent des valeurs strictement positives, l'équation B1 admet une solution dans  $\mathcal{R}$ .*

**Preuve de la proposition B1 :**

Pour prouver cette proposition, il faut dans un premier temps montrer que la fonction  $\phi_s$  a les propriétés

suivantes :

$$\begin{aligned}
\phi_s(A, B, 0 \| f_p, f_s) &> 0 \\
\phi_s(A, B, C \| f_p, f_s) &= \phi_s(A, B, 0) \text{ si } C < 0 \\
\frac{\partial \phi_s(A, B, C \| f_p, f_s)}{\partial C} &< 0 \\
\lim_{C \rightarrow \infty} \phi_s(A, B, C \| f_p, f_s) &= 0
\end{aligned}$$

En partant de la définition de la fonction  $\phi_s$ , on aboutit aisément aux deux premières propriétés énoncées ci-dessus.

$$\begin{aligned}
\phi_s(A, B, 0 \| f_p, f_s) &= E(s, Ap + Bs \geq 0) \\
&= \int \left(1 - F_p\left(\frac{-Bs}{A}\right)\right) s f_s(s) ds \\
&= Es \\
&> 0
\end{aligned}$$

Si  $C < 0$ ,

$$\begin{aligned}
\phi_s(A, B, C \| f_p, f_s) &= E_{Ap+Bs \geq Cs} \\
&= E_{Ap+Bs \geq 0} \\
&= \phi_s(A, B, 0 \| f_p, f_s) = \bar{\phi}_s
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_s(A, B, C \| f_p, f_s)}{\partial C} &= - \int \frac{1}{A} f_p\left(\frac{C - Bs}{A}\right) f_s(s) ds \\
&< 0
\end{aligned}$$

Soit  $\epsilon > 0$ . Dans un premier temps, on considère  $C$  donné. Il existe  $\bar{s}$  tel que

$$\begin{aligned}
\int_{\bar{s}}^{+\infty} \left(1 - F_p\left(\frac{C - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds &< \int_{\bar{s}}^{+\infty} f_s(s) ds \\
&= 1 - F_s(\bar{s}) \\
&< \frac{\epsilon}{2}
\end{aligned}$$

Or  $\int_0^{\bar{s}} \left(1 - F_p\left(\frac{C - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds$  est une fonction décroissante de  $C$ . Donc, il existe  $\bar{C}$  tel que

$$\int_0^{\bar{s}} \left(1 - F_p\left(\frac{\bar{C} - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds < \frac{\epsilon}{2}$$

De même, la fonction  $\int_{\bar{s}}^{+\infty} \left(1 - F_p\left(\frac{C - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds$  est décroissante avec  $C$ , donc

$$\int_{\bar{s}}^{+\infty} \left(1 - F_p\left(\frac{\bar{C} - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds < \frac{\epsilon}{2}$$

Donc, pour  $C$  suffisamment élevé, on a

$$\int_0^{+\infty} \left(1 - F_p\left(\frac{\bar{C} - Bs}{A}\right)\right) f_s(s) ds < \epsilon$$

Du fait que la fonction  $u_0 - (N_0 - 1) \beta^2 \phi_s(A, B, C)$  est bornée entre  $u_0 - \bar{\phi}_s$  et  $u_0$  l'équation B1 admet au moins une solution dans  $\mathcal{R}$ . ■

La proposition B1 assure que les entreprises peuvent toujours choisir des paramètres lui permettant de conserver une part significative de leur force de travail. Lorsque la solution à l'équation B1 est négative, alors

il n'y a pas de sélection, tous les salariés contactés acceptent de rester. L'ensemble des paramètres pour lesquels le profit est bien défini n'est pas vide. Il faut noter que l'on ne prouve pas l'unicité de la solution dans ce cas-là.

La prise en compte de cette sélection soulève néanmoins deux difficultés. La première est que cela rend le calcul des paramètres pour une entreprise plus difficile. Une estimation consistant à résoudre l'équation B1 pour chaque entreprise pour obtenir des valeurs des paramètres structurels de l'économie devient alors très compliquée à mettre en œuvre. La seconde est qu'une auto-sélection dans les entreprises a pour conséquence, d'un point de vue théorique, de modifier la distribution des propensions dans l'ensemble de l'économie. Du fait de l'auto-sélection, seront surreprésentés parmi les chômeurs ceux ayant des propensions aux efforts les plus faibles car ceux ayant des propensions plus élevées auront accepté un emploi. La prise en compte d'un tel effet dépasse de loin le cadre de ce travail. Pour éviter ces problèmes de sélection, nous faisons par la suite l'hypothèse qu'ils sont négligeables. Pour cela, il suffit de supposer que l'utilité de réserve est suffisamment faible. En effet, si  $u_0 = 0$ , une solution naturelle pour  $C$  à l'équation B1 est 0.

## Annexe C : Mécanisme avec contrat révélateur simple

Les notations adoptées dans cette annexe sont les mêmes que celles du corps du texte. La méthode de résolution s'inspire de celle présentée par Salanié [13] L'utilité d'un salarié est égale à :

$$u(w, t, p) = w - \frac{t^2}{p}$$

A l'entrée de l'entreprise, le contrat proposé est un couple  $(w, t)$ , correspondant au salaire versé par l'entreprise en contrepartie de l'effort  $t$  fourni. Or, cet effort dépend de la propension  $p$  à l'effort de l'individu. Ainsi, au moment où le contrat est proposé, le salarié prétend qu'il a une propension  $\bar{p}$  qui, si le contrat est révélateur, devrait se révéler égale à sa vraie propension  $p$ . L'objectif de l'entreprise est donc d'offrir un contrat qui fasse que l'individu reste dans l'entreprise (contrainte de participation) et qui révèle sa caractéristique (contrainte de révélation). L'objectif de l'entreprise est de maximiser l'espérance de revenu amené par l'individu :

$$\max_{w(\cdot), t(\cdot)} \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} (t(p) - w(p)) \mu(p) dp$$

sous la contrainte de participation :

$$u(w(p), t(p), p) \geq 0$$

et la contrainte d'incitation :

$$p = \arg \max_{\bar{p}} u(w(\bar{p}), t(\bar{p}), p)$$

Soit  $V(p, \bar{p}) = u(w(\bar{p}), t(\bar{p}), p)$  Cette contrainte d'incitation se décline en une condition du premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \bar{p}}(p, p) &= w'(p) - \frac{t'(p)t(p)}{p} \\ &= 0 \end{aligned}$$

et une condition du second ordre, qui doit assurer que le résultat obtenu correspond bien à un maximum :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{p}^2}(p, p) &= w''(p) - \frac{t''(p)t(p) + t'^2(p)}{p} \\ &= -\frac{w'(p)}{p} \\ &= -t'(p) \frac{t(p)}{p^2} \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

en utilisant la dérivée de la condition du premier ordre. En considérant que le niveau d'effort atteint doit être croissant avec la propension à l'effort, la condition du second ordre est vérifiée. Plus généralement, cette condition est appelée condition de Spence-Mirrlees, elle assure que le contrat révélateur est optimal pour l'entreprise et qu'elle va donc chercher à l'implémenter.

Soit  $\nu(p) = V(p, p) = u(w(p), t(p), p)$ , l'utilité indirecte du salarié lorsque le contrat proposé est révélateur. La dérivée de  $\nu$  par rapport à  $p$  est égale à :

$$\begin{aligned} \nu'(p) &= \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial V}{\partial p}(p, p) \\ &= \frac{t(p)^2}{2p^2} \end{aligned}$$

Donc

$$\nu(p) - \nu(\underline{p}) = \int_{\underline{p}}^p \frac{t(\tau)^2}{2\tau^2} d\tau$$

Or, la condition de participation implique que  $\nu(\underline{p})$  est au niveau d'utilité minimale, donc nul. L'objectif de l'entreprise est de maximiser pour chaque tirage de  $p$  la différence  $t(p) - w(p)$ . Soit  $\mu(p)$  la distribution de  $p$ , l'objectif de l'entreprise est d'offrir le contrat qui maximise la quantité suivante :

$$\Pi = \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} (t(p) - w(p)) \mu(p) dp$$

Or, l'expression de l'utilité indirecte  $\nu(p)$  amène une relation entre  $t(\cdot)$  et  $w(\cdot)$

$$\nu(p) = \int_{\underline{p}}^p \frac{t(\tau)^2}{2\tau^2} d\tau = w(p) - \frac{t(p)^2}{2p}$$

Donc la fonction objectif de l'entreprise s'écrit

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \left( t(p) - \frac{t(p)^2}{2p} - \int_{\underline{p}}^p \frac{t(\tau)^2}{2\tau^2} d\tau \right) \mu(p) dp \\ &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \left( t(p) - \frac{t(p)^2}{2p} \right) \mu(p) dp - \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \int_{\underline{p}}^p \frac{t(\tau)^2}{2\tau^2} \mu(p) d\tau dp \\ &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \left( t(p) - \frac{t(p)^2}{2p} \right) \mu(p) dp - \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \int_{\tau}^{\bar{p}} \mu(p) dp \frac{t(\tau)^2}{2\tau^2} d\tau \\ &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \left( t(p) - \frac{t(p)^2}{2p} \right) \mu(p) - (1 - M(p)) \frac{t(p)^2}{2p^2} dp \end{aligned}$$

$M(p)$  est la fonction de répartition de  $p$ . La résolution de ce programme, qui inclut les contraintes d'incitation et de participation se fait en maximisant point par point la fonction dans l'intégrale. On en déduit la relation liant l'effort  $t$  à la pension à l'effort  $p$ .

$$t(p) = \frac{p}{1 + \frac{1-M(p)}{p\mu(p)}}$$

A partir de cette expression, on peut en déduire la fonction d'utilité indirecte  $\nu$  :

$$\nu(p) = \frac{1}{2} \int_{\underline{p}}^p \left( \frac{\tau\mu(\tau)}{\tau\mu(\tau) + 1 - M(\tau)} \right)^2 d\tau$$

Le salaire proposé est alors égal à :

$$w(p) = \nu(p) + \frac{t(p)^2}{2p}$$

Du point de vue de la performance de l'entreprise, la productivité est égale à :

$$\begin{aligned} P &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} t(p) dp \\ &= \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \frac{p\mu(p)}{\mu(p) + \frac{1-M(p)}{p}} dp \end{aligned}$$

La dispersion des propensions aux efforts affecte donc simultanément les salaires proposés  $w$  et la productivité par individu  $P$ . Le lien entre productivité et dispersion salariale dépend entièrement de la distribution sous-jacente des propensions aux efforts  $\mu$ . Cependant, ce lien va être le même quel que soit l'entreprise, il dépend naturellement de la distribution des propensions dans l'économie.

**Application** :  $p$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . On a  $\nu(p) = \lambda e^{-\lambda p}$  et  $M(p) = 1 - e^{-\lambda p}$ . Dans ce cas,

$$t(p) = \frac{p}{1 + \frac{1}{p\lambda}} = p \frac{p\lambda}{p\lambda + 1} = p \left( 1 - \frac{1}{1 + p\lambda} \right)$$

L'utilité s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \nu(p) &= \frac{1}{2} \int_0^p \left(1 - \frac{1}{1 + \tau\lambda}\right)^2 d\tau \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^p \left(1 - \frac{2}{1 + \tau\lambda} + \frac{1}{(1 + \tau\lambda)^2}\right) d\tau \\
 &= \frac{1}{2} \left[ p - \frac{2}{\lambda} \ln(1 + \tau\lambda) - \frac{1}{\lambda(1 + \tau\lambda)} \right]_0^p \\
 &= \frac{p}{2} - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) - \frac{1}{2\lambda(1 + p\lambda)} + \frac{1}{2\lambda} \\
 &= \frac{p}{2} - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) + \frac{p}{2(1 + p\lambda)}
 \end{aligned}$$

Le salaire s'écrit :

$$\begin{aligned}
 w(p) &= \nu(p) + \frac{t(p)^2}{2p} \\
 &= \frac{p}{2} - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) + \frac{p}{2(1 + p\lambda)} + \frac{p}{2} \left(1 - \frac{1}{1 + p\lambda}\right)^2 \\
 &= p - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) + \frac{p}{2(1 + p\lambda)} - \frac{p}{1 + p\lambda} + \frac{p}{2(1 + p\lambda)^2} \\
 &= p - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) + \frac{p}{2(1 + p\lambda)} \left(-1 + \frac{1}{1 + p\lambda}\right) \\
 &= p - \frac{1}{\lambda} \ln(1 + p\lambda) - \frac{p^2\lambda}{2(1 + p\lambda)^2}
 \end{aligned}$$

Le mécanisme présenté ici illustre la complexité du contrat proposé, pour une forme générale de la distribution de  $p$ . Le cas présenté ici est très classique, il est unidimensionnel et sans hétérogénéité. Il ne prend pas en compte les interactions entre salariés dont nous cherchons à rendre compte de façon plus simple dans l'article.

## Annexe D : Preuves

### Preuve de la proposition 1 :

Les équations du premier ordre amènent :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} &= gQ_0 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{g-1} E(P^g S^{1-g}) - 2\alpha EP = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} &= (1-g)Q_0 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^g E(P^g S^{1-g}) - 2N_0\beta ES = 0\end{aligned}$$

Ainsi, en faisant le rapport des deux équations précédentes, on obtient la relation suivante :

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \frac{N_0ESg}{EP(1-g)}$$

ce qui amène l'expression de  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{gQ_0E(P^g S^{1-g})}{2EP} \left(\frac{N_0ESg}{EP(1-g)}\right)^{\frac{g-1}{2}}$$

■

### Preuve de la proposition 2 :

Du fait de l'indépendance entre  $p$  et  $s$  au niveau individuel, leurs sommes sont indépendantes. Donc  $E(P^g S^{1-g}) = E(P^g) E(S^{1-g})$  Or, par concavité de la fonction  $x^g$  puisque  $g < 1$ ,

$$E(P^g) \leq (EP)^g$$

Donc

$$E(P^g S^{1-g}) \leq (EP)^g (ES)^{1-g}$$

Ce qui amène l'inégalité

$$\frac{Q}{Q_{Parfait}} \leq \frac{N_0^{g-1}}{2}$$

■

### Preuve de la proposition 3 :

La fonction objectif du programme a l'expression suivante en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\begin{aligned}\ln(E\Pi^{1-\delta}EW^\delta) &= (1-\delta)\ln E\Pi(\alpha, \beta) + \delta\ln EW(\alpha, \beta) \\ &= (1-\delta)\ln(EQ(\alpha, \beta) - EW(\alpha, \beta)) + \delta\ln EW(\alpha, \beta) \\ &= (1-\delta)\ln(Q_0\alpha^g\beta^{1-g}E(P^g S^{1-g}) - \alpha^2EP - N_0\beta^2ES) \\ &\quad + \delta\ln(\alpha^2EP + N_0\beta^2ES)\end{aligned}$$

Les équations du premier ordre s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln (E\Pi^{1-\delta}EW^\delta)}{\partial \alpha} &= \frac{1-\delta}{E\Pi} \frac{\partial E\Pi}{\partial \alpha} + \frac{\delta}{EW} \frac{\partial EW}{\partial \alpha} \\
&= \frac{1-\delta}{E\Pi} \left( gQ_0 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{1-g} E (P^g S^{1-g}) - 2\alpha EP \right) + \frac{2\alpha EP \delta}{EW} \\
&= \frac{1-\delta}{E\Pi} \left( \frac{g}{\alpha} EQ - 2\alpha EP \right) + \frac{2\alpha EP \delta}{EW} \\
&= 0
\end{aligned}$$

Ce qui amène :

$$\begin{aligned}
EW(1-\delta) \left( \frac{g}{\alpha} EQ - 2\alpha EP \right) &= \delta(EQ - EW)2\alpha EP \\
EW(1-\delta) \left( \frac{1-g}{\beta} EQ - 2\beta N_0 ES \right) &= \delta(EQ - EW)2\beta N_0 ES
\end{aligned}$$

D'où, en faisant le rapport des deux équations précédentes :

$$\begin{aligned}
\left( \frac{g}{\alpha} EQ - 2\alpha EP \right) 2\beta N_0 ES &= \left( \frac{1-g}{\beta} EQ - 2\beta N_0 ES \right) 2\alpha EP \\
\left( \frac{g}{\alpha} EQ \right) 2\beta N_0 ES &= \left( \frac{1-g}{\beta} EQ \right) 2\alpha EP
\end{aligned}$$

D'où

$$\left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 = \frac{g}{1-g} \frac{N_0 ES}{EP}$$

On en déduit une expression relativement simple des salaires :

$$\begin{aligned}
EW &= \alpha^2 EP + \beta^2 N_0 ES \\
&= \alpha^2 \left( EP + \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^2 N_0 ES \right) \\
&= \alpha^2 \left( EP + \frac{1-g}{g} \frac{EP}{N_0 ES} N_0 ES \right) \\
&= \alpha^2 \frac{EP}{g}
\end{aligned}$$

et de la production

$$\begin{aligned}
EQ &= Q_0 \alpha^g \beta^{1-g} E (P^g S^{1-g}) \\
&= \alpha Q_0 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{1-g} E (P^g S^{1-g}) \\
&= \alpha Q_0 \left( \frac{1-g}{g} \frac{EP}{N_0 ES} \right)^{\frac{1-g}{2}} E (P^g S^{1-g})
\end{aligned}$$

Enfin, on en déduit la valeurs de  $\alpha$  :

$$\begin{aligned}
0 &= (1-\delta) \left( \frac{g}{\alpha} EQ - 2\alpha EP \right) + E\Pi \frac{2\alpha EP \delta}{EW} \\
&= (1-\delta) \left( g \frac{EQ}{\alpha} - 2\alpha EP \right) + \left( 2\delta g \frac{EQ}{\alpha} - 2\alpha \delta EP \right) \\
&= (1+\delta) g \frac{EQ}{\alpha} - 2\alpha EP
\end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{EQ}{\alpha} \frac{g(1+\delta)}{2EP} \\ &= Q_0 \left( \frac{1-g}{g} \frac{EP}{N_0ES} \right)^{\frac{1-g}{2}} E(P^g S^{1-g}) \frac{g(1+\delta)}{2EP}\end{aligned}$$

■

#### Preuve de la proposition 4 :

La fonction objectif du programme a l'expression suivante en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\begin{aligned}\ln(E\Pi^{1-\delta} \underline{w}^\delta) &= (1-\delta) \ln E\Pi(\alpha, \beta) + \delta \ln \underline{w}(\alpha, \beta) \\ &= (1-\delta) \ln (EQ(\alpha, \beta) - EW(\alpha, \beta)) + \delta \ln \underline{w}(\alpha, \beta) \\ &= (1-\delta) \ln (Q_0 \alpha^g \beta^{1-g} E(P^g S^{1-g}) - \alpha^2 EP - N_0 \beta^2 ES) \\ &\quad + \delta \ln (\beta^2 ES)\end{aligned}$$

Le critère des syndicats ne dépendant pas de  $\alpha$ , l'équation du premier ordre correspondant à la maximisation du critère par rapport à  $\alpha$  est la même que celle permettant de maximiser le profit.

$$gQ_0 \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{g-1} E(P^g S^{1-g}) - 2\alpha EP = 0$$

ce qui conduit à l'égalité  $EQ = 2\alpha^2 EP/g$

L'équation du premier ordre par rapport à  $\beta$  s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln(E\Pi^{1-\delta} \underline{w}^\delta)}{\partial \beta} &= \frac{1-\delta}{E\Pi} \frac{\partial E\Pi}{\partial \beta} + \frac{\delta}{\underline{w}} \frac{\partial \underline{w}}{\partial \beta} \\ &= \frac{1-\delta}{E\Pi} \left( (1-g)Q_0 \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^g E(P^g S^{1-g}) - 2\beta N_0 ES \right) + \frac{2\delta}{\beta} \\ &= \frac{1-\delta}{E\Pi} \left( \frac{1-g}{\beta} EQ - 2\beta N_0 ES \right) + \frac{2\delta}{\beta} \\ &= 0\end{aligned}$$

Ce qui amène :

$$\begin{aligned}(1-\delta) \left( \frac{1-g}{\beta} EQ - 2\beta N_0 ES \right) &= (EW - EQ) \frac{2\delta}{\beta} \\ (1-\delta) \left( \frac{1-g}{\beta} \frac{2\alpha^2 EP}{g} - 2\beta N_0 ES \right) &= \left( \alpha^2 EP + N_0 \beta^2 ES - \frac{2\alpha^2 EP}{g} \right) \frac{2\delta}{\beta} \\ \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 &= \frac{N_0 ES}{EP} \frac{g}{1-g+\delta}\end{aligned}$$

Enfin, on en déduit la valeurs de  $\alpha$  :

$$\begin{aligned}EQ &= \frac{2\alpha^2 EP}{g} \\ &= \alpha Q_0 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{1-g} E(P^g S^{1-g}) \\ \alpha &= \frac{gQ_0}{2EP} \left( \frac{EP}{N_0 ES} \frac{1-g+\delta}{g} \right)^{\frac{1-g}{g}} E(P^g S^{1-g})\end{aligned}$$

Donc

$$EQ = \frac{Q_0^2}{2} (1 - g + \delta)^{1-g} g^g \frac{E (P^g S^{1-g})^2}{EP^g (N_0 ES)^{1-g}}$$

■