

# **Direction des Études et Synthèses Économiques**

**G 2006 / 05**

**Indicateurs d'engagements implicites  
des systèmes de retraite :  
chiffrages, propriétés analytiques  
et réactions à des chocs démographiques types**

**Didier BLANCHET et Jean-François OUVARD**

**Document de travail**



**Institut National de la Statistique et des Études Économiques**

# INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

*Série des documents de travail  
de la Direction des Études et Synthèses Économiques*

**G 2006 / 05**

**Indicateurs d'engagements implicites  
des systèmes de retraite :  
chiffrages, propriétés analytiques  
et réactions à des chocs démographiques types**

**Didier BLANCHET\* et Jean-François OUVRARD\*\***

JUIN 2006

Une partie de ce dossier reprend le dossier « Évaluer les engagements implicites du système de retraite » publié dans *l'Économie française*, édition 2006-2007.

Une version antérieure a fait l'objet d'une présentation au séminaire du Département des Etudes Economiques d'Ensemble du 30 janvier 2006. Les auteurs remercient les participants à ce séminaire pour leurs remarques, et plus particulièrement son discutant, L. Vernière.  
Ce texte n'engage ni l'INSEE ni la DGTPE.

---

\* Département des Etudes Economiques d'Ensemble - Timbre G201 - 15, bd Gabriel Péri - BP 100 - 92244 MALAKOFF CEDEX

\*\* Direction Générale du Trésor et de la Politique Economique, Ministère de l'Economie, des Finances et de l'Industrie

## **Indicateurs d'engagements implicites des systèmes de retraite: chiffrages, propriétés analytiques et réactions à des chocs démographiques types**

### **Résumé**

La notion d'engagements implicites des systèmes de retraite peut se décliner de plusieurs manières. Deux approches sont centrées sur les stocks de droits déjà accumulés et restant à servir aux retraités ou cotisants actuels : il s'agit des approches dites « en droits acquis » ou « en système fermé ». Une troisième approche prend également en compte les droits et cotisations des générations de cotisants à venir : il s'agit de l'approche en système ouvert. Ce document propose des chiffrages indicatifs issus de ces différentes approches. Il propose également quelques résultats analytiques relatifs aux deux premières approches en régime permanent équilibré. Il compare enfin les propriétés des trois approches face à des scénarios démographiques types, à savoir un baby-boom et/ou un accroissement de l'espérance de vie. Ces simulations confirment que l'approche en système ouvert est plus informative et plus adaptée lorsque la question qu'on se pose est celle de la soutenabilité du système à long terme, et non pas une question de provisionnement des engagements courants.

**Mots-clés** : retraites, engagements implicites, finances publiques

---

## **Measures of implicit liabilities for pension systems: quantification, analytical properties and reactions to typical demographic shocks**

### **Abstract**

The notion of implicit liabilities for pension systems can be interpreted in several ways. Two approaches are centered on benefits due to current pensioners or to be paid to current contributors: these two approaches are the method of accrued-to-date liabilities and the closed-group method. A third approach also includes prospective benefits and contributions for future cohorts of contributors: this approach is generally referred to as the method of open-system liabilities. This paper presents some indicative quantifications of these three approaches for French pensions. It also gives some analytical results concerning the steady state level of liabilities computed according to the first two approaches. We finally compare the behaviour of these three approaches under situations of stylized demographic change, i.e. a baby-boom and/or a continuous increase in life expectancy. These simulations confirm that the open system approach is more informative and more convenient when the question we are interested in is the question of long run sustainability, and not the question of prefunding of current entitlements.

**Keywords**: pensions, implicit debt, public finance

**Classification JEL** : H55, H63

## Sommaire

<b>I - Dette implicite au sens des droits acquis et du système fermé : un essai de chiffrage .....</b>	<b>7</b>
<i>I.1 Les différentes méthodes de chiffrage : rappels</i>	<i>7</i>
<i>I.2 L'approche en système fermé</i>	<i>10</i>
<i>I.3 Quelques autres évaluations</i>	<i>12</i>
<b>II - La dette implicite en régime permanent : résultats analytiques .....</b>	<b>15</b>
<i>II.1 Notations</i>	<i>15</i>
<i>II.2 Evaluation de la dette implicite par la méthode du système fermé</i>	<i>16</i>
<i>II.3 Evaluation par la méthode des droits acquis</i>	<i>19</i>
<b>III - L'approche en système ouvert .....</b>	<b>21</b>
<i>III.1 Trois indicateurs pour décrire une même information</i>	<i>21</i>
<i>III.2 La dette implicite ex ante</i>	<i>22</i>
<i>III.3 La dette explicite ex post</i>	<i>24</i>
<i>III.4 L'écart de financement actualisé ou tax gap</i>	<i>24</i>
<i>III.5 Les avantages relatifs du tax gap</i>	<i>26</i>
<b>IV - Une comparaison des trois approches : réactions à trois types de chocs démographiques .....</b>	<b>29</b>
<b>V - Conclusion .....</b>	<b>35</b>
<b>Références .....</b>	<b>38</b>
<b>Annexe : Evaluation analytique de la sensibilité au taux d'intérêt : le cas de l'indicateur en système fermé.....</b>	<b>40</b>



La prospective des retraites s'appuie d'ordinaire sur des projections de déficits annuels des régimes ou des taux de cotisations requis à chaque période pour assurer l'équilibre comptable des systèmes. Mais il arrive que ces travaux fassent référence à d'autres indicateurs dits d'« engagements implicites » ou de « dette implicite » des systèmes de retraite.

Dans leur interprétation la plus stricte, ces indicateurs chiffrent l'ensemble des engagements pris et restant à honorer vis-à-vis des retraités et personnes ayant déjà commencé à cotiser, avec deux grandes variantes concernant le traitement des cotisants actuels : l'une est de bloquer leurs droits au niveau atteint à la date courante, l'autre est de laisser s'accumuler ces droits jusqu'au départ en retraite, en tenant simultanément compte des rentrées de cotisations correspondantes. Ces deux méthodes sont respectivement qualifiées de méthode « des droits acquis » et de méthode « du système fermé ». La première méthode revient à chiffrer les réserves dont devrait disposer le système pour honorer ses engagements s'il était amené à fermer instantanément. La seconde méthode simule les réserves requises dans une variante de fermeture graduelle dans laquelle le système continue de fonctionner sans changement pour les personnes qui y sont déjà présentes, mais en restant en revanche fermé à toute nouvelle entrée.

Le recours à de tels indicateurs est usuel pour les régimes d'entreprise. Pour de tels régimes, la justification de tels calculs est assez simple. Mesurer leurs engagements est en effet indispensable si l'on veut vérifier qu'ils sont correctement provisionnés, et ce provisionnement est effectivement nécessaire dès lors que le risque de fermeture du système ne peut-être exclu, ce qui est le cas pour des régimes facultatifs ou à base étroite.

L'opportunité de transposer ces indicateurs à des systèmes collectifs fonctionnant en répartition fait en revanche débat. Dans le cas de régimes obligatoires, le provisionnement ne s'impose pas car le risque de fermeture est en principe écarté. Si ces régimes fonctionnent en répartition c'est parce qu'on fait l'hypothèse qu'ils garderont toujours une capacité à prélever des ressources auprès de cotisants futurs, même s'il existe une incertitude quantitative sur cette capacité contributive future.

Ceci conduit en général à préconiser une troisième approche, dite « en système ouvert », qui prend également en compte les flux de cotisations et prestations relatifs à ces cotisants futurs. L'esprit de cette méthode est en fait très différent de celui des deux premières. Les deux premières sont centrées sur un stock de droits accumulés. Ce stock est nécessairement positif et en général d'un montant considérable, même pour un système parfaitement équilibré. La méthode du système ouvert se centre en revanche sur les déséquilibres à venir. La dette implicite estimée au sens du système ouvert est nulle pour un système ayant atteint son régime permanent. Elle n'est positive que si les recettes prévues sont inférieures aux dépenses futures. Alors que les deux premiers indicateurs renvoient plutôt à une problématique de provisionnement, la troisième approche s'inscrit plutôt dans une problématique de soutenabilité. C'est à ce titre qu'elle a été privilégiée dans le rapport Pébereau (Pébereau, 2005). C'est également à ce titre qu'elle a été mise en avant dans le cadre de la rénovation du Pacte de Stabilité et de Croissance.

L'idée d'évaluer les engagements implicites des systèmes par répartition par l'une ou l'autre des deux premières méthodes n'en reste pas moins présente. Elle se pose notamment dans le cadre de la refonte du système de Comptes Nationaux (Lequiller, 2006). La préférence de certains comptables nationaux pour cette démarche s'explique notamment par l'esprit général des méthodes comptables, qui, par nature, sont plutôt portées vers la comptabilisation de droits constatés à la date courante, que vers du chiffrage prospectif.

Mieux comprendre ce que représentent ces indicateurs reste donc nécessaire et le présent document vise à contribuer à cette réflexion.

Il s'articulera en quatre parties. Après un bref retour sur les définitions, on proposera d'abord un exemple de chiffrage des évaluations en droits acquis et en système fermé pour l'ensemble du système de retraite français, qui confirmera que ces deux méthodes conduisent à des montants considérables, de l'ordre de 4 années de PIB ou plus. La deuxième partie justifiera ces ordres de grandeur en les confrontant aux ordres de grandeur théoriques calculables analytiquement pour le régime permanent. En régime permanent, la dette implicite au sens des droits acquis ou du système fermé doit à peu près représenter de l'ordre de 30 années de cotisations ou de prestations. Pour un système de retraite qui pèse ou serait appelé à peser de 12% à 15% du PIB, un montant global d'engagements supérieur ou égal à 4 années de PIB est donc normal. Ces montants très élevés, en eux-mêmes, ne sont pas des signaux de déséquilibre.

La troisième partie examinera des chiffrages relatifs à divers indicateurs en système ouvert. Le principe de cette approche est de synthétiser la chronique des déficits futurs du système, mais ceci peut se faire à nouveau de plusieurs manières : on comparera les trois indicateurs que sont le bilan de financement actualisé, les projections de dette explicite et l'écart de financement ou *tax gap*.

S'agissant de l'approche en système ouvert, l'approche analytique en régime permanent de la partie II est sans objet. Le régime permanent est équilibré, la chronique de déficits prévisionnels y est donc nulle et tous les indicateurs qu'on en dérive le sont donc aussi. C'est la raison pour laquelle la partie IV passe directement à la question du comportement de l'ensemble des indicateurs en dehors de l'équilibre. On le fera en analysant leurs réponses à des scénarios démographiques types, à savoir un scénario de baby-boom, un scénario d'allongement de la durée de vie, et la superposition de ces deux scénarios élémentaires. Cette analyse confirmera les intuitions qu'on pouvait avoir. Centrés sur les stocks de droits déjà accumulés, les indicateurs en droits acquis ou en système ouvert donnent un message sur les déséquilibres à venir qui reste assez brouillé et peu informatif. Ceci ne leur retire pas tout intérêt, mais relativise leur apport au débat sur l'avenir des retraites. L'approche en système ouvert est plus informative, même si elle n'est pas non plus exempte de problèmes.

## I - Dette implicite au sens des droits acquis et du système fermé : un essai de chiffrage

### I.1 Les différentes méthodes de chiffrage : rappels

Commençons par préciser les trois approches qui vont être comparées dans cette étude. En suivant Vernière (2002), on peut en résumer l'esprit de la façon suivante. On se place à une date  $t_0$  et on s'intéresse aux flux futurs de prestations et cotisations pour les dates  $t > t_0$ . On isole les catégories de flux suivantes (en sommes actualisées).

- *DAR*, les droits acquis des individus déjà à la retraite.
- *DAC*, les droits déjà acquis par les cotisants actuels (sur la base de leurs cotisations passées)
- *DFC*, les droits futurs des cotisants actuels, i.e. les droits qu'il leur reste à acquérir, nets des cotisations qu'ils verseront jusqu'à la fin de leurs vies actives.
- *DNE*, les droits des nouveaux entrants, i.e. les droits futurs des individus des générations courantes ou à venir qui n'ont pas encore commencé à cotiser, nets des cotisations qu'ils seront amenés à verser sur l'ensemble de leur vie active.

Toutes ces grandeurs s'entendent à législation donnée, en somme actualisée à un taux donné  $r$ .

Sur cette base, les trois indicateurs d'engagements peuvent être caractérisés de la manière suivante:

- La méthode des droits acquis mesure la somme *DAR+DAC* qui résume le niveau brut des engagements déjà constitués.
- La méthode du système fermé consiste à calculer la somme *DAR+DAC+DFC* qui résume les engagements nets vis-à-vis de l'ensemble des individus qui sont dans le système.
- La méthode du système ouvert consiste enfin à calculer la somme *DAR+DAC+DFC+DNE*. Cette somme correspond à la somme actualisée des besoins de financement futurs du système. Elle résume l'ensemble des engagements nets à long terme, y compris vis-à-vis des générations futures qui n'y sont pas encore entrées.

On va s'intéresser dans un premier temps à la méthode des droits acquis.

Le profil typique de ces droits acquis selon l'âge est un profil en cloche. Il est très bas aux âges jeunes, à la fois parce que des individus qui sont en début de carrière ont accumulé très peu de droits et parce que le versement des retraites correspondantes n'interviendra qu'à un horizon très éloigné et se trouve donc réduit par le jeu du coefficient d'actualisation. Puis il croît avec l'âge au fur et à mesure que les droits accumulés augmentent et que se rapproche l'horizon de la retraite. Il est maximal pour les individus qui sont à la veille de prendre leur retraite puis il redescend continûment avec l'âge, dans la mesure où la durée de la retraite restant à vivre aux retraités décroît avec l'âge.

La masse des droits acquis à un instant donné est la somme de ces droits acquis par âge. Les principaux éléments qu'elle fait intervenir sont les informations sur les carrières passées des actifs présents dans le système et les droits correspondants,



ainsi que des hypothèses de mortalité prospective, aussi bien pour les actifs que pour les retraités.

Pourquoi ce type d'évaluation ? Notons tout d'abord qu'elle a un intérêt du point de vue des ménages. Dans ce cas de figure, on parle aussi d'équivalent patrimonial des droits à retraite. La richesse implicite que constituent les droits à retraite peut par exemple être utilisée comme facteur explicatif des comportements d'épargne, selon la thèse avancée par Feldstein (1974) et qui a fait depuis l'objet d'une abondante littérature (pour un survey, voir par exemple Caussat, 1992). Calculée individu par individu, elle peut aussi être prise en compte dans les comparaisons de patrimoine. Une partie des inégalités de patrimoines effectifs compense en effet l'inégalité des patrimoines-retraite, comme l'illustre le cas des travailleurs indépendants (voir pour la France Accardo, 1996 et 1997).

Vu du côté du débiteur, c'est-à-dire du système de retraite, ce type de chiffrage s'impose également lorsque ce système est facultatif ou à base étroite, comme c'est le cas pour des régimes d'entreprise. Dans un tel cas de figure, le risque de fermeture brutale ne peut en effet être écarté, par exemple en cas de faillite de l'entreprise concernée. Même si ce risque de faillite était exclu, il semble naturel de retrancher la masse de ces droits acquis de la valeur comptable de l'entreprise : un reprenneur de l'entreprise reprend en effet non seulement ses actifs et ses dettes explicites, il reprend aussi à sa charge ces engagements de retraite vis-à-vis des employés ou anciens employés de la firme et l'équivalent actuariel de ces engagements doit être pris en compte dans le prix de rachat de l'entreprise. C'est pour ces raisons que cette comptabilisation est prévue par la norme comptable internationale dite « IAS19 » mise au point par l'*International Accounting Standard Board* (IASB). Cette norme remonte à 1998. Elle a été adoptée par la Commission européenne depuis 2003 et s'applique à l'ensemble des entreprises faisant appel public à l'épargne (Gautron, 2006).

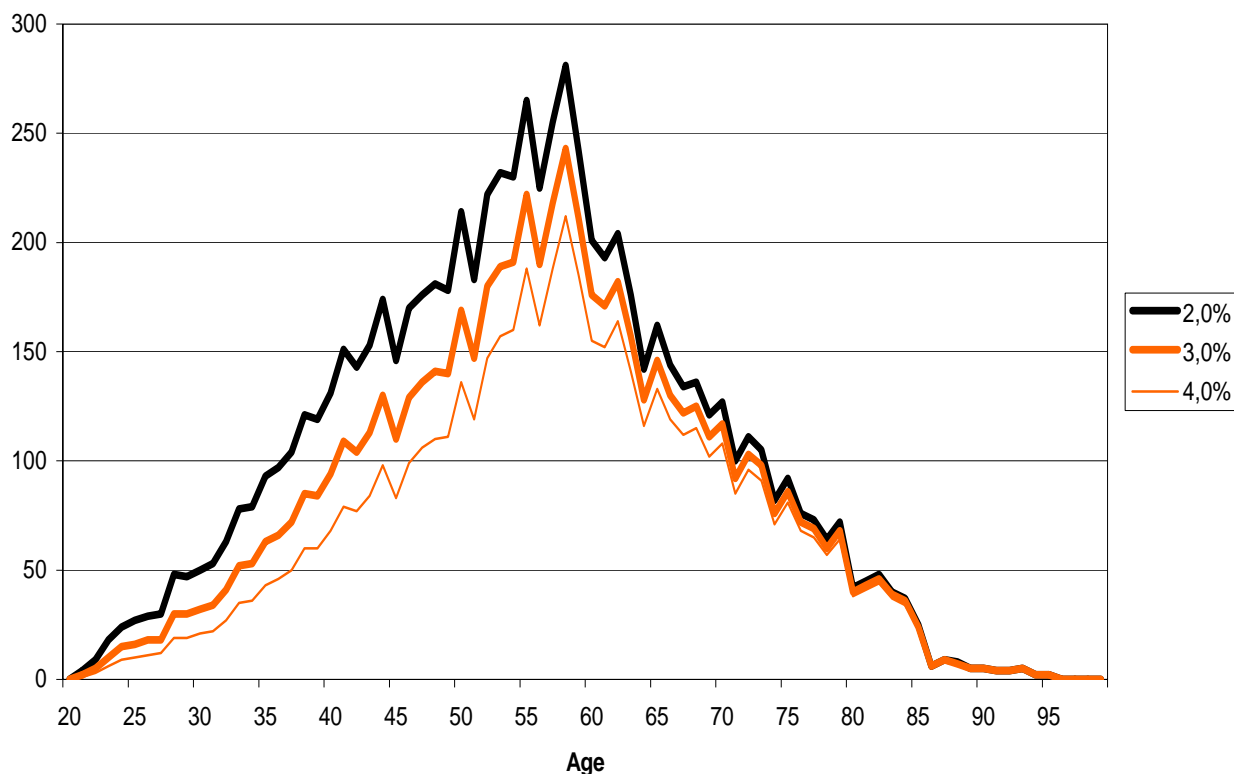
Qu'en est-il de l'extension d'une telle méthodologie à tout ou partie des systèmes de retraite obligatoires ? On va d'abord se poser la question de l'ordre de grandeur du montant auquel on pourrait arriver. Le but n'est pas de proposer une évaluation rigoureuse, mais simplement de donner une illustration chiffrée des propriétés de cet indicateur.

Commençons par indiquer les difficultés de sa construction. Les exercices de prévision des retraites en France sont particulièrement difficiles pour deux raisons : l'éclatement du système de retraite en un grand nombre de régimes dont l'harmonisation reste assez partielle, et la complexité des règles qui prévalent au sein de chacun des régimes. La méthode des droits acquis nous épargne une des difficultés de ces exercices qui est la prévision des ressources des différents régimes. Mais cette simplification s'accompagne d'un surcroît de complications sur l'autre versant, celui du calcul des prestations. La complexité des règles crée en effet une incertitude sur l'interprétation de la notion de droits acquis par les individus qui sont encore en activité. La progression de ces droits en fonction du nombre d'années de cotisation n'est pas forcément régulière et ces droits peuvent être fortement affectés par les choix d'âge de départ en retraite.

Pour donner un ordre de grandeur, on s'est néanmoins livré à un calcul sous l'hypothèse sommaire d'une progression linéaire des droits en fonction de l'âge, à partir de 2005, suivant les règles applicables après la réforme de 2003. On considère que les droits accumulés à un âge  $x$  sont les droits complets corrigés d'un facteur  $(x-a)/(b-a)$  où  $a$  et  $b$  sont respectivement les âges de début et de fin de carrière (supposés égaux en moyenne à 20 et 60 ans). La base du calcul est fournie par une projection du modèle de microsimulation dynamique Destinie (Bardaji, Sédillot et Walraët, 2003), qui simule les retraites du régime général et des régimes complémentaires ainsi que les retraites d'un champ « assimilé fonction publique ». Ce modèle procédant à un certain nombre de simplifications (par exemple le fait de ne considérer que des monopensionnés), il débouche sur des projections de droits qui peuvent s'écarter des projections établies par d'autres instruments, et notamment les

projections du Conseil d'Orientation des Retraites (COR). Les résultats présentés ici s'appuient donc sur des données détaillées du modèle Destinie recalées sur les évolutions agrégées du scénario de référence du COR (COR, 2006), scénario qui sera également réutilisé plus loin pour les évaluations en système ouvert.

**Figure 1 : Evaluation des droits acquis en 2005 selon l'âge atteint à cette date (montants en milliards d'euros de 2005).**



Source : Modèle Destinie, calculs des auteurs.

Lecture : l'ensemble des individus âgés de 58 ans en 2005 totalisaient, à cette date, 281 milliards d'euros courants de droits à retraite (pour un taux d'actualisation de 2 %).

**Tableau 1 : Evaluation des engagements implicites de l'ensemble des régimes de retraite français, selon la méthode des droits acquis**

	Taux d'actualisation		
	2 %	3 %	4 %
<b>En Mds d'Euros 2005</b>	7847	6458	5419
<b>En années de prestations 2005</b>	36,4	30,0	25,2
<b>En années de PIB 2005</b>	4,7	3,9	3,2

Source : Modèle Destinie, calculs des auteurs

L'évaluation a été faite sous un éventail assez large de taux d'actualisation, allant de 2 à 4%, le premier correspondant à un taux un peu supérieur au taux de croissance économique global qui est envisagé à long terme. La figure 1 donne les profils de droits acquis par âge qui sont conformes aux attentes, croissant de manière régulière<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Les irrégularités des courbes correspondent uniquement à des fluctuations d'échantillonnage. Le modèle Destinie simule des droits individuels pour une population totale d'environ 40000 personnes. Les données

jusque vers 60 ans puis décroissant ensuite avec la diminution du nombre d'individus concernés et le raccourcissement progressif de leur durée de vie restante. Une actualisation à taux plus élevé se traduit par une courbe plus basse à tous les âges (les réserves qu'aurait à détenir le système par capitalisation équivalent sont en effet d'autant plus faibles que le taux d'intérêt sur ses provisions est élevé). Les engagements totaux du système correspondent à la surface totale sous chacune des trois courbes, et les valeurs résultantes sont données sur le tableau 1, à la fois en milliards d'euros 2005, en années de prestations de 2005 et en pourcentage du PIB de 2005. Le montant obtenu varie entre 36 et 25 années de masse des prestations courantes, soit encore entre 4,7 et 3,2 années de PIB.

Ceci étant, le tableau montre que le résultat est très sensible au choix du taux d'actualisation. Une variation d'un point seulement du taux d'actualisation fait chuter le montant des engagements d'à peu près 17%, soit 0,7 ou 0,8 années de PIB.

## ***1.2 L'approche en système fermé***

La variante de cette approche correspondant à la méthode du système fermé est un scénario de fermeture progressive du régime : les individus qui y sont déjà entrés y poursuivent leur carrière jusqu'à leur terme, mais le système est fermé aux nouveaux entrants.

S'agissant des individus déjà à la retraite, le calcul est exactement le même que par la méthode des droits acquis : on effectue la somme actualisée des droits restant à courir pour ces individus jusqu'à leur décès. C'est pour les individus en activité que la méthode diffère. Au lieu de supposer qu'on fige leurs droits à la date courante, on suppose qu'on laisse ces droits s'accumuler selon les règles en vigueur jusqu'à leur départ en retraite. Ces droits sont ensuite servis jusqu'au décès de ces individus et on en fait la somme actualisée. Mais il serait illogique d'imaginer qu'on laisse ces individus accumuler de nouveaux droits sans tenir compte des cotisations constitutives de ces droits. On déduit donc, en somme actualisée, les flux de cotisations versés par ces individus jusqu'à leur départ en retraite. On le fait en général sous l'hypothèse conventionnelle d'une fixité des taux de cotisations à leur niveau courant.

Par rapport à la méthode précédente, ce calcul nécessite un ingrédient supplémentaire, qui est la projection des fins de carrière des individus déjà présents. Cette projection ne soulève pas de difficultés techniques majeures. En revanche, la méthode nous dispense toujours d'une projection complète de flux de nouveaux cotisants.

Faut-il s'attendre à des résultats très différents de ceux obtenus par la première méthode ? Il existe un cas où les deux méthodes sont équivalentes. Il s'agit du cas d'un régime permanent avec une accumulation de droits parfaitement contributive et une évaluation des engagements selon un taux d'actualisation égal au taux de rendement actuariel du système de retraite. Ce rendement actuariel est le taux auquel devraient être placées ses cotisations pour parvenir à servir la même rente. En régime permanent, ce taux de rendement actuariel du système de retraite est égal au taux de croissance économique global.

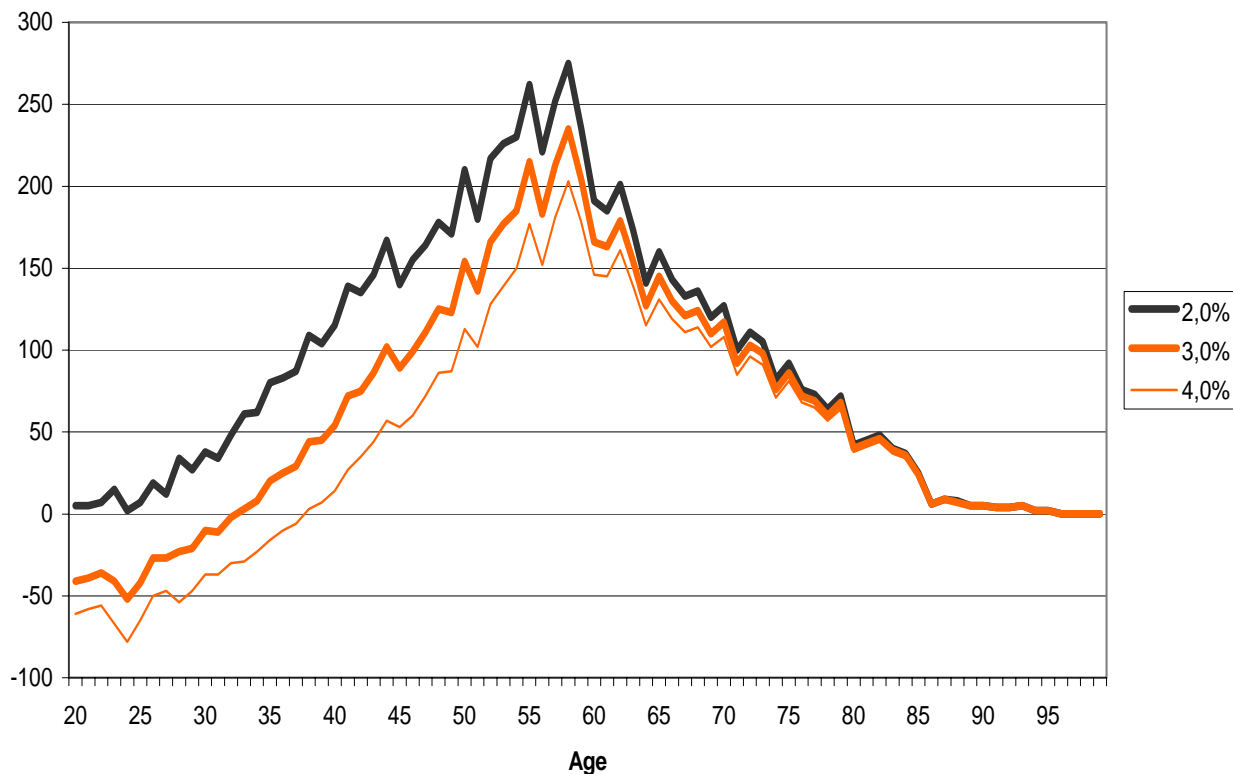
La figure 2, qui est le pendant de la figure 1 pour l'approche en système fermé suggère que ce rendement actuariel serait de l'ordre de 2% pour la génération qui vient d'entrer dans le système. On voit en effet que ce taux garantit à peu près l'équilibre entre l'ensemble de ses cotisations et de ses prestations futures. Ce taux

---

par âge simple correspondent donc à des effectifs très limités de quelques centaines de personnes. Ces fluctuations d'échantillonnage sont neutralisées lorsqu'on repasse aux agrégats.

est effectivement comparable au taux de croissance économique de long terme, même s'il lui est légèrement supérieur : ceci provient de l'hypothèse que la génération entrante restera toute sa vie soumise au taux de cotisation actuel sans que ceci ne remette en cause ses droits, ce qui correspond donc à des conditions plus favorables que l'équilibre de long terme. Quoiqu'il en soit, ce taux débouche bien sur un montant total d'engagements très proche de celui calculé par la méthode des droits acquis : 4,5 contre 4,7 années de PIB courant.

**Figure 2 : Evaluation des droits par âge en 2005, selon la méthode du système fermé (montants en milliards d'euros de 2005).**



Source : Modèle Destinie, calculs des auteurs.

**Tableau 2 : Evaluation des engagements implicites de l'ensemble des régimes de retraite français, selon la méthode du système fermé**

	Taux d'actualisation		
	2 %	3 %	4 %
<b>En Mds d'euros 2005</b>	7429	5143	3631
<b>En années de prestations 2005</b>	34,5	23,9	16,8
<b>En années de PIB 2005</b>	4,5	3,1	2,1

Source : Modèle Destinie, calculs des auteurs

En revanche, les deux méthodes donnent des résultats assez différents sitôt que l'on s'écarte de cette valeur du taux d'actualisation. Les bilans actualisés sur le restant du cycle de vie convergent certes au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'âge de la retraite et deviennent complètement identiques passé cet âge, par construction. Mais les bilans actualisés à de tels taux sont mécaniquement négatifs pour les individus les plus jeunes. Les engagements calculés en système fermé sont donc à la fois plus bas

et plus sensibles au taux d'actualisation que ne le sont les bilans calculés par la méthode des droits acquis : pour les taux d'actualisation de 3 et 4%, on débouche sur des masses d'engagements implicites de respectivement 3,1 et 2,1 années de PIB, contre 3,9 et 3,2 années par la méthode précédente.

### ***1.3 Quelques autres évaluations***

Les chiffrages proposés ci-dessus ne sont qu'indicatifs. On peut les compléter par une revue partielle des autres chiffrages existants, tant pour la France que pour des pays étrangers. Sauf exceptions qui seront précisées, ces évaluations sont généralement effectuées selon la méthode des droits acquis.

On rencontre trois types d'applications à des régimes autres que les régimes facultatifs. Un premier groupe d'applications concerne les régimes d'employeurs publics. Il existe en effet un mouvement de transposition de la norme IAS19 aux régimes d'employeurs publics qui est soutenu par l'*International Public Sector Accounting Standard Board* (IPSAS) dont l'objectif est de promouvoir la transparence et la comparabilité des comptes publics des différents pays. En France, cette application est faite depuis quelque temps pour le régime des pensions civiles et militaires (Pellé, 2006), sur la base du modèle de simulation ARIANE de la direction du Budget. Depuis 2003 cette évaluation est présentée dans le Compte Général de l'Administration des Finances. Ces calculs conduisent à une évaluation haute des engagements de retraite de l'Etat en droits acquis de 790 à 1000 milliards d'euros, représentant entre 17 et 22 années de masse des pensions civiles et militaires, soit encore entre 0,5 et 0,6 année de PIB.

Il existe aussi quelques cas de pays qui procèdent à des applications plus larges aux régimes couvrant l'essentiel de leur population. Vernière (2002) recensait par exemple les cas de la Finlande (montant évalué à deux années de PIB), du Japon (1,5 année de PIB) ou du Canada (1,5 année de PIB), ainsi que de la Suède. Le cas de la Suède mérite un développement particulier. Cette comptabilité y est très liée au système de comptes notionnels issu de la réforme de 1999. Dans ce système de comptes notionnels, chaque individu bénéficie d'un décompte individuel de ses droits acquis<sup>2</sup>

**Tableau 3 : Engagements implicites des systèmes de retraite de divers pays selon trois études, en % du PIB.**

	Van der Noord et Herd (1993)	Chand et Jaeger (1996)	Kune (1996)	
			Forte indexation	Faible indexation
Belgique			101	75
Canada	121	94		
Danemark			117	87
France	216	265	112	83
Grèce			245	185
Irlande			78	55
Italie	242	357	207	157
Japon	162	166		
Luxembourg			219	156
Pays Bas			144	103
Portugal			128	93
Espagne			129	93
Suède		131		
Royaume-Uni	156	117	92	68
Etats-Unis	113	106		
Allemagne (de l'Ouest)	157	221	186	138

Source : Holzmann et al. (2004)

<sup>2</sup> Il reçoit même chaque année un décompte de ces droits (« enveloppe orange » adressée annuellement à chaque affilié).

et il est donc à la fois naturel et facile d'additionner à chaque date l'ensemble de ces droits, pondérés par les durées pendant lesquelles ces droits sont appelés à être versés. En 2004, ce calcul débouchait sur des engagements chiffrés à 2,5 années de PIB (*Swedish Social Insurance Agency*, 2005).

Il existe enfin des évaluations plus exploratoires issues de travaux de recherche. Dans le cas de la France, de telles évaluations avaient été produites dès les années 1970 : Bourgeois-Pichat avait proposé en 1978 un calcul stylisé qui faisait apparaître une dette implicite représentant entre 4,8 et 9,9 années de PIB, selon qu'on retenait un taux d'intérêt de 5 % ou de 0 % (Bourgeois-Pichat, 1978 ; Bourgeois-Pichat et Chapron, 1979). L'ordre de grandeur assez élevé résultait d'une hypothèse un peu forte sur les niveaux de taux de remplacement. Kessler, Masson et Strauss-Kahn (1980) proposaient vers la même époque un montant de 5103 milliards de francs de 1980, pour un taux d'actualisation égal au taux de croissance majoré de 4 %, soit 1,8 année du PIB de l'époque. Vernière (1992) avait procédé à des évaluations couvrant la période 1970-1985, en utilisant la méthode du système fermé, et trouvait un niveau moyen d'environ 2,8 années de PIB, pour un taux d'actualisation égal au taux de croissance majoré de 2 %, ce qui est assez cohérent avec le chiffrage du tableau 2.

D'autres travaux de recherche ont directement cherché à produire des chiffres comparables pour différents pays. Le tableau 3 reprend une synthèse de quatre études proposées par Holzmann et al. (2004)<sup>3</sup>. On constate une grande variabilité des estimations, non seulement entre pays -ce qui n'est pas anormal en soi- mais aussi pour un même pays, ce qui est plus embarrassant et tend à relativiser les vertus comparatives de ces indicateurs.

---

<sup>3</sup> On pourra trouver d'autres éléments de synthèse des travaux existants dans Franco, Marino et Zotteri (2004).



## II - La dette implicite en régime permanent : résultats analytiques

Quelle que soit la variabilité des résultats obtenus par les différentes études, on reste frappé par l'ampleur des engagements implicites chiffrés par ces méthodes. Ces ordres de grandeur élevés sont parfois interprétés comme signaux du caractère très déséquilibrés de nos systèmes de retraite. Ce serait le cas si la norme de fonctionnement des systèmes de retraite publique devait être le préfinancement intégral des engagements, comme pour des systèmes facultatifs. Dans ce cas, ces indicateurs nous indiqueraient le montant des réserves dont ces systèmes devraient idéalement disposer.

Mais une autre lecture de ces indicateurs est de dire que ces montants très élevés sont une caractéristique normale de régimes par répartition parvenus à maturité. En régime permanent, de tels régimes ont nécessairement des montants d'engagements implicites très élevés, contrepartie des cotisations versées dans le passé par les actifs et retraités du moment, et gagés sur les contributions que ces systèmes devraient continuer à percevoir dans le futur.

Une question intéressante est donc celle du niveau « normal » de ces engagements. Par niveau « normal » on entendra ce que serait ce niveau dans un système à maturité fonctionnant de manière équilibrée sous une hypothèse de croissance démographique et économique régulière, i.e. avec une mortalité constante, une fécondité stabilisée (que ce soit au-dessus ou en dessous du seuil de remplacement des générations) et des progrès de productivité se faisant également à rythme constant. Ce calcul théorique a en principe deux intérêts : il doit servir à confirmer la validité des ordres de grandeur moyens obtenus à la section précédente et il pourra fournir un étalon par rapport auquel juger si un pays ou un système de retraite ont des engagements anormalement hauts ou anormalement bas.

On peut effectivement procéder à ce type de calcul théorique sous des hypothèses assez générales. Ces calculs ne sont pas nouveaux. On en trouvera un exemple ancien dans l'étude précitée de Bourgeois-Pichat (1978) : c'est ce calcul analytique qui lui avait servi à calculer l'ordre de grandeur de 4,8 à 9,9 années de PIB que nous avons cité plus haut.

On va reprendre ici ce calcul en l'appliquant d'abord à l'approche en système fermé, pour laquelle il est le plus facile de donner un résultat très général. On s'intéressera ensuite à la même évaluation mais sous la logique des droits acquis. Il devient cette fois impossible de donner des résultats généraux, mais on exhibera une condition sur les règles d'accumulation des droits qui conduit aux mêmes résultats que la méthode du système fermé.

Le même formalisme peut-être mobilisé pour rendre compte de la forte sensibilité de ces indicateurs à l'hypothèse de taux d'actualisation. Ce calcul est présenté en annexe.

### II.1 Notations

On raisonnera en temps continu. On s'intéresse à la valeur des engagements du système de retraite en régime de croissance stable, caractérisé par un taux de croissance  $n$  pour la population et un taux de croissance  $g$  pour la productivité et le salaire réel. L'âge est noté  $a$  et il est compté à partir de l'entrée en activité. On note  $s(a)$  la fonction de survie et  $\omega$  l'âge limite au-delà duquel  $s(a)$  est nul. On suppose donc la mortalité stabilisée. La fécondité est également supposée stabilisée et conduire à un taux de croissance démographique constant  $n$ . Cette fécondité est supérieure ou inférieure au seuil de remplacement des générations selon qu'on considère un  $n$  positif ou négatif.



Sous ces hypothèses, l'effectif d'âge  $a$  à la date  $t$  est de la forme (à un terme de normalisation générale près qu'on pourra ignorer) :

$$N(a, t) = s(a)e^{n(t-a)}$$

et le pouvoir d'achat du salaire et de la retraite par période et par âge sont de la forme :

$$w(a, t) = w(a)e^{gt} \quad \text{et} \quad p(a, t) = p(a)e^{gt}$$

On notera que cette formalisation englobe tous les cas possibles d'indexation des pensions. Le cas de pensions indexées sur l'inflation correspond à un profil  $p(a)$  exponentiel décroissant au taux  $g$  avec l'âge. La pension d'un retraité d'âge  $a$  est dans ce cas de la forme :

$$p(a, t) = pe^{g(t-a)}$$

Elle ne dépend que de sa génération et pas de son âge. A l'inverse, le cas de retraites indexées sur la productivité correspond à un profil  $p(a)$  indépendant de l'âge. Dans ce cas, tous les retraités de la date  $t$  touchent le même montant de retraite quel que soit leur âge et ce montant s'écrit :

$$p(a, t) = pe^{gt}$$

On mentionnera que ces notations dispensent de préciser la frontière entre la période de retraite et la période d'activité. Les périodes de retraite pure seront celles où  $w(a)$  est nul et  $p(a)$  positif. Les périodes d'activité pure seront celles à  $w(a)$  positif et  $p(a)$  nul, mais on peut très bien avoir recouvrement partiel des deux périodes.

On va enfin noter  $\tau$  le taux de cotisation au système de répartition et on notera  $x(a, t)$  le solde entre prestations courantes et cotisations courantes pour le groupe d'âge  $a$  à la date  $t$ , soit :

$$x(a, t) = p(a, t) - \tau w(a, t) = e^{gt}[p(a) - \tau w(a)] = e^{gt} x(a)$$

L'équilibre instantané du système impose (après élimination des termes en  $e^{gt}$ ) :

$$\int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a)[p(a) - \tau w(a)] da = \int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a) x(a) da = 0 \quad (1)$$

## ***II.2 Evaluation de la dette implicite par la méthode du système fermé***

La méthode du système fermé consiste à évaluer, pour chaque individu présent dans le système à la date  $t$ , le solde entre les prestations et les cotisations restant à courir jusqu'à son décès. On supposera que l'évaluation est faite à la date 0, et on suppose un taux d'actualisation égal à  $r$ . A cette date 0, les individus d'âge  $a$  sont en nombre  $s(a)e^{-na}$ . Pour ces individus, le solde total actualisé des prestations et des cotisations à courir est :

$$D(a) = s(a)e^{-na} \int_{u=a}^{\omega} e^{-r(u-a)} \frac{s(u)}{s(a)} x(u, u-a) du = e^{-na} \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)(u-a)} s(u) x(u) du$$

soit :

$$D(a) = e^{(r-g-n)a} \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u)x(u)du$$

Il vient donc :

$$D_{tot} = \int_{a=0}^{\omega} e^{(r-g-n)a} \left[ \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u)x(u)du \right] da \quad (2)$$

Cette expression s'intègre par parties. Il vient :

$$D_{tot} = \left\{ \frac{e^{(r-g-n)a}}{r-g-n} \left[ \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u)x(u)du \right] \right\}_{a=0}^{a=\omega} + \int_{a=0}^{\omega} \frac{e^{(r-g-n)a}}{r-g-n} e^{-(r-g)a} s(a)x(a)da$$

soit :

$$D_{tot} = -\frac{1}{r-g-n} \left[ \int_{a=0}^{\omega} e^{-(r-g)a} s(a)x(a)da \right] + \frac{1}{r-g-n} \left[ \int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a)x(a)da \right]$$

Or la seconde intégrale est nulle, en raison de la condition d'équilibre instantané (1). Il reste donc :

$$D_{tot} = -\frac{1}{r-g-n} \left[ \int_{a=0}^{\omega} e^{-(r-g)a} s(a)x(a)da \right] \quad (3)$$

Dans le cas général, la somme des engagements actualisés au sens du système fermé correspond ainsi au bilan prestations-cotisations instantané actualisé au taux  $r-g$ , divisé par l'écart entre taux d'intérêt et taux de croissance global. On peut vérifier que cette expression est toujours positive : si  $r$  est supérieur à  $g+n$ , l'intégrale du dénominateur est négative. En effet, on a dans ce cas  $r-g > n$ , et l'actualisation qui figure dans cette intégrale pondère plus fortement les âges jeunes que ne le fait l'intégrale actualisée au taux  $n$  de la condition (1). Or ces âges sont ceux où  $x(a)$  est négatif. Cette intégrale sera donc négative, d'où la positivité de  $D_{tot}$  et inversement dans le cas où  $r$  serait inférieure à  $g+n$ .

L'expression (3) ne donne cependant aucune intuition de ce que peut-être l'ordre de grandeur des engagements implicites du système de retraite. On débouche sur une expression plus interprétable si on s'intéresse au cas particulier  $r=g+n$  pour lequel l'expression (3) se trouve être indéfinie, et pour lequel il faut reprendre le calcul à la base.

Revenant à la définition (2), on voit que celle-ci devient :

$$D_{tot} = \int_{a=0}^{\omega} \left[ \int_{u=a}^{\omega} e^{-nu} s(u)x(u)du \right] da$$

L'intégration par parties conduit cette fois à :

$$D_{tot} = \left\{ a \left[ \int_{u=a}^{\omega} e^{-nu} s(u) x(u) du \right] \right\}_{a=0}^{a=\omega} + \int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) x(a) da$$

soit :

$$D_{tot} = \int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) x(a) da \quad (4)$$

Contrairement à l'expression (3), cette nouvelle expression est d'interprétation très facile. On peut la comprendre en considérant la dette actualisée comme une somme d'éléments de bilan prestations/cotisations par âge  $e^{-na} s(a) x(a)$ . L'élément correspondant à la tranche d'âge  $a$  intervient dans ce bilan autant de fois qu'il y a de générations qui n'ont pas encore atteint cet âge  $a$ , d'où la pondération par  $a$ .

Cette expression débouche également sur une expression parlante du ratio engagements/masse salariale. En remplaçant  $x(a)$  par son expression en fonction de  $w(a)$ ,  $p(a)$  et  $\tau$ , et en divisant par la masse salariale brute de la date 0, il vient en effet :

$$\frac{D_{tot}}{M_{tot}} = \frac{\int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) p(a) da - \tau \int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) w(a) da}{\int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a) w(a) da}$$

Compte tenu de la contrainte d'équilibre (1) cette expression peut encore se réécrire :

$$\frac{D_{tot}}{M_{tot}} = \frac{\tau \int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) p(a) da}{\int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a) p(a) da} - \frac{\tau \int_{a=0}^{\omega} a e^{-na} s(a) w(a) da}{\int_{a=0}^{\omega} e^{-na} s(a) w(a) da} = \tau (A_p - A_w) \quad (5)$$

où les grandeurs  $A_p$  et  $A_w$  correspondent respectivement à l'âge moyen de perception de la pension et l'âge moyen de versement des cotisations.

Cette fois-ci, l'expression (5) est très facilement interprétable. L'engagement actualisé en proportion de la masse salariale correspond à la part du salaire brut que chaque salarié verse à chaque date, multipliée par le délai moyen qui va courir entre le moment où cette cotisation est versée et le moment où la pension correspondante sera touchée.

Ceci permet effectivement de conforter le chiffrage donné à la section précédente. Si cet écart d'âge est de l'ordre de 30 ans (70-40), il est normal qu'un système qui pèserait à terme environ 15 à 16% du PIB ait un volume d'engagements d'environ 4,5 à 4,8 années de PIB.

On mentionnera que la gestion du système suédois, déjà évoquée plus haut, fait jouer un rôle intéressant à cette relation analytique qui lie engagements d'équilibre, masse

des transferts annuels et écart entre l'âge moyen à la cotisation et l'âge moyen à la perception de la pension. Le produit du taux de cotisation par l'écart entre âge moyen à la cotisation et âge moyen de réception des prestations est réinterprété dans ce système comme actif implicite issu des flux de cotisation (*contribution asset*). Des mécanismes de rééquilibrage automatique sont mis en œuvre dès lors que la somme de cet actif implicite et des réserves du système diverge de la dette implicite courante estimée par la méthode des droits acquis. On pourra se référer sur ce sujet au rapport annuel sur le système suédois de retraite (*Swedish Social Insurance Agency, 2004*) ainsi qu'à Settergren (2005).

### II.3 Evaluation par la méthode des droits acquis

Dans le cas de l'approche par les droits acquis, les flux de cotisations futures n'interviennent plus. Il faut faire la somme des droits restant à honorer aux individus déjà retraités, et des droits partiels qui seront versés aux actifs du moment lors de leur passage à la retraite, sur la base de leurs droits déjà accumulés à la date courante, mais sans aucune nouvelle accumulation de droits après cette date.

On va cette fois faire intervenir explicitement l'âge de la retraite qu'on notera  $R$ , et on introduit la quantité  $z(a)$  indiquant quelle fraction de ses droits futurs un individu a déjà accumulé à l'âge  $a$ . Par définition,  $z(a)$  est égal à un pour  $a > R$ .

Le montant de droits acquis restant à verser à un individu d'âge  $a$  est alors :

$$\bar{D}(a) = e^{-na} s(a) \int_{u=a}^{\omega} e^{-r(u-a)} \frac{s(u)}{s(a)} z(a) p(u, u-a) du = e^{-na} z(a) \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)(u-a)} s(u) p(u) du$$

d'où :

$$\bar{D}_{tot} = \int_{a=0}^{\omega} e^{(r-g-n)a} z(a) \left[ \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) p(u) du \right] da \quad (6)$$

L'intégration par parties est cette fois impossible en l'absence d'une spécification plus précise de  $z(a)$ . On va donc plutôt raisonner en sens inverse, et se demander quelle doit être la forme de  $z(a)$  pour que  $\bar{D}_{tot}$  soit équivalent à  $D_{tot}$ . La comparaison de (2) et de (6) donne directement le profil qui va être requis pour  $z(a)$ . Il faut avoir :

$$z(a) = \frac{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) x(u) du}{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) p(u) du} = 1 - \tau \frac{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) w(u) du}{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) p(u) du}$$

soit encore, en remplaçant  $\tau$  par sa valeur d'équilibre :

$$z(a) = 1 - \frac{\int_{u=0}^{\omega} e^{-nu} s(u) p(u) du}{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) p(u) du} \cdot \frac{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) w(u) du}{\int_{u=0}^{\omega} e^{-nu} s(u) w(u) du} \quad (7)$$

Cette formule ressemble à une formule d'accumulation de droits en proportion des salaires perçus mais n'y est pas exactement comparable. En particulier, si on a bien  $z(a)=1$  pour  $a \geq R$ , on n'a pas nécessairement  $z(0)=0$ . La formule d'accumulation des droits à envisager est donc une formule qui combinerait une part de droits forfaitaires et une part de droits proportionnés aux cotisations versées. Cette part forfaitaire disparaît cependant si on se place à nouveau dans le cas  $r=n+g$ . Dans ce cas, pour  $a < R$ , on a en effet :

$$\frac{\int_{u=0}^{\omega} e^{-nu} s(u) p(u) du}{\int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u) p(u) du} = 1$$

et donc :

$$z(a) = 1 - \frac{\int_{u=a}^{\omega} e^{-nu} s(u) w(u) du}{\int_{u=0}^{\omega} e^{-nu} s(u) w(u) du} = \frac{\int_{u=0}^a e^{-nu} s(u) w(u) du}{\int_{u=0}^{\omega} e^{-nu} s(u) w(u) du}$$

En résumé, pour ce profil d'accumulation de droits avec l'âge et sous l'hypothèse  $r=n+g$  la méthode des droits acquis donne le même résultat que la méthode du système fermé. C'est à peu près ce qu'on constatait avec les évaluations de la section précédente. En revanche, on a constaté une divergence plus marquée entre les deux méthodes en dehors de cette hypothèse, mais le calcul analytique ne permet plus d'en rendre compte.

### III - L'approche en système ouvert

Les approches « droits acquis » ou « système fermé » présentées dans les deux parties précédentes renvoient à une même logique de fermeture immédiate ou progressive des systèmes de retraite. Pour les régimes nationaux, ce calcul n'a de sens que dans la perspective d'une réforme radicale du type « fermeture du système par répartition et basculement vers un système par capitalisation ». Cette hypothèse est extrêmement formelle et il semble donc souhaitable de privilégier une autre classe d'indicateurs s'appuyant sur des projections de prestations et de cotisations, avec des hypothèses plus réalistes sur les flux futurs d'entrée et de sortie du système. On verra que ces indicateurs gardent également un certain caractère artificiel car ils continuent à renvoyer à des scénarios extrêmes de politique économique : soit un scénario de provisionnement intégral des déficits futurs, soit une politique de laisser-faire consistant à laisser totalement filer les déficits sociaux, soit enfin un ajustement immédiat des dépenses ou des recettes visant à restaurer une fois pour tout l'équilibre de long terme. Mais ces indicateurs restent néanmoins plus facilement interprétables que les indicateurs précédents.

#### III.1 Trois indicateurs pour décrire une même information

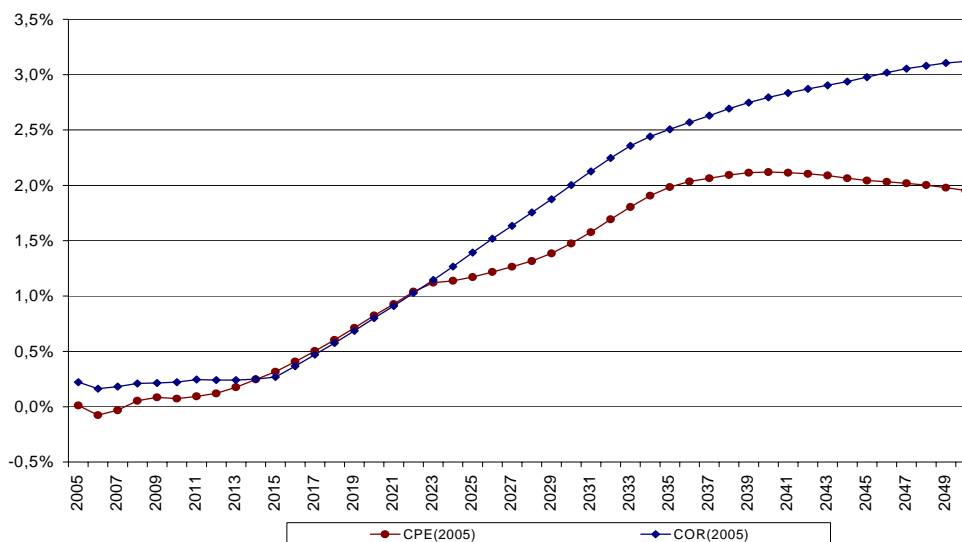
A législation inchangée, un ensemble d'hypothèses démographiques (flux de sortants et d'entrants dans le système) et macroéconomiques (croissance, taux de chômage, évolution des salaires, etc.) permettent de projeter l'évolution future des prestations et des cotisations et ainsi une chronique de déficits futurs. Il s'agit alors de résumer cette information en un indicateur unique et on retient généralement trois manières de la synthétiser :

- la « dette implicite *ex ante* » mesure la masse d'argent qu'il faudrait placer aujourd'hui à un certain taux d'intérêt pour couvrir les besoins de financement futurs ; on peut aussi parler de somme des besoins de financement actualisés ;
- la « dette explicite *ex post* » montre l'évolution future de la dette publique à législation inchangée lorsque les besoins de financement projetés sont réalisés et financés par endettement ;
- « l'écart de financement actualisé » ou *tax gap* traduit le montant en points de PIB du surcroît de recettes ou d'économies en dépenses qu'il faudrait effectuer durablement pour couvrir les besoins de financement futurs liés aux systèmes sociaux, à politique inchangée.

Ces différents indicateurs peuvent être calculés à partir de chroniques de besoins de financement fondées sur deux sources (figure 3) : d'une part la projection centrale du COR sur laquelle s'était calée la section précédente, et d'autre part des projections fournies à la Commission européenne, dans le cadre des travaux du Comité de politique économique (CPE) de l'Union européenne sur le vieillissement. En France, ces projections destinées au CPE sont réalisées par la Direction de la Recherche, des Etudes, de l'Evaluation et des Statistiques (DREES), du Ministère de la Santé et des Solidarités. En fait ces deux chroniques de déficits futurs ont une même origine puisque la base des projections réalisées pour le CPE est fournie par les projections du COR, mais avec des hypothèses démographiques et macroéconomiques différentes. D'une part, l'espérance de vie est plus courte dans le scénario du CPE ce qui joue à la baisse sur la population âgée : la population des plus de 65 ans dans le scénario central du COR est supérieure de plus de 1,3 million d'individus à celle du CPE en 2050. D'autre part, les taux de participation des seniors sont sensiblement plus élevés dans le scénario du CPE ce qui joue là encore à la baisse sur le ratio entre retraités et actifs. Au total les besoins de financement sont moindres dans les scénarios du CPE (2,0 points de PIB en 2050 dans le scénario central du CPE contre

3,1 points de PIB dans le scénario central du COR). L'utilisation des deux scénarios montrera la sensibilité aux hypothèses de projection retenues.

**Figure 3 : Besoins de financement de l'ensemble des régimes de retraite (points de PIB)**



Source : Scénario central du COR (2005) et scénario central du CPE (2006)

Les trois indicateurs diffèrent uniquement dans la façon de résumer l'information donnée par cette chronique de besoins de financement futurs. Les problèmes d'estimation (fragilité des projections de besoins de financement en lien avec l'horizon de projection, choix du facteur d'actualisation) sont communs aux trois indicateurs. On va examiner ces trois indicateurs tour à tour, avec un jeu d'estimations illustrant l'incertitude qui entoure les calculs.

### III.2 La dette implicite ex ante

La dette implicite *ex ante* mesure la masse d'argent qu'il faudrait placer aujourd'hui à un certain taux d'intérêt pour couvrir les besoins de financement futurs appréciés à partir de scénarios économiques de référence. Cette notion de « provisionnement » doit être nettement différenciée de la notion de provisionnement sous-jacente aux indicateurs « droits acquis » et « système fermé ». Dans ces deux derniers cas, il s'agissait des réserves nécessaires pour solder le système. Ces réserves étaient toujours positives même en régime équilibré. Elles combinaient un élément de stock et des éléments très partiels de prospective du système (essentiellement la prospective des taux de survie des individus présents dans le système). On se concentre maintenant sur la composante prospective : la dette implicite *ex ante* correspond aux réserves nécessaires pour compenser les déficits futurs du système. Ce nouvel indicateur est donc plus pur. Il serait égal à zéro si le système était en régime permanent équilibré. Il ne diffère de zéro que dans la mesure où les perspectives en matière de hausse des dépenses futures excèdent les recettes attendues. C'est ce concept que la commission Pébereau avait par exemple choisi de privilégier pour le cas particulier des retraites des fonctionnaires d'Etat, conduisant à la dette implicite de 430 milliards d'euros (Pébereau, 2005).

Deux paramètres s'avèrent cruciaux pour l'évaluation de cette dette implicite. Le premier a déjà été rencontré à propos des deux premières méthodes. Il s'agit du taux

d'actualisation. Plus ce taux est élevé, plus la « dette implicite *ex ante* » est faible : pour faire face dans le futur à un même besoin de financement, on a besoin de placer aujourd'hui moins d'argent si les rendements futurs sont plus élevés. Dans les calculs qui suivront, les taux d'intérêt sont exprimés en écart au taux de croissance du PIB pour assurer une certaine cohérence avec le scénario macroéconomique sous-jacent.

L'autre est l'horizon de calcul. Le problème du choix de l'horizon ne se posait pas pour les deux méthodes précédentes. Cet horizon découlait des méthodes adoptées : il correspondait à la date maximale au décès des plus jeunes des participants actuels au système. Avec la méthode du système ouvert, cet horizon devient conventionnel. En pratique, on est tributaire des projections de prestations et de cotisations. Elles reposent sur des modèles complexes et des hypothèses d'autant plus fragiles que l'horizon est éloigné, ce qui conduit à se limiter à des horizons qui varient entre 40 et 75 ans. L'horizon actuellement pratiqué en France est l'horizon 2050. L'évaluation du rapport Pébereau se limitait à cet horizon. Aux Etats-Unis, les engagements implicites par la méthode du système ouvert sont l'un des indicateurs phares de la gestion du Fonds couvrant à la fois le risque vieillesse et le risque invalidité des non-fonctionnaires, l'*OASDI trust fund*, et ils sont recalculés chaque année sur un horizon glissant de 75 ans. Le montant de ces engagements était évalué en 2005 à 32,5 % du PIB courant, net des réserves actuellement détenues par ce fonds.

De tels horizons peuvent être jugés déjà bien éloignés, mais le fait de se borner à un horizon fini reste cependant conventionnel : c'est faire comme si les problèmes de retraite ne se posaient pas au-delà de cet horizon. Or on sait bien que les difficultés attendues des systèmes de retraite ne se réduisent pas à gérer une déformation temporaire de la structure démographique qui se résorberait spontanément à long terme. Il s'agit plutôt de s'adapter à la structure démographique durablement moins favorable qui doit résulter à la fois de la hausse de l'espérance de vie et de la fin de la parenthèse du baby-boom. Dès lors, il est plutôt plus pertinent de pousser le calcul en horizon infini. On peut par exemple le faire en figeant les ratios cotisations/PIB et prestations sur PIB au-delà de l'horizon où les projections sont disponibles. Dans ce cas, on débouche logiquement sur des ordres de grandeur beaucoup plus importants. Dans le cas précédemment mentionné de l'OASDI américain, on passe d'une dette implicite de 32,5 % à une dette implicite de 89,8 % du PIB (Vernière, 2005).

Les conséquences de ces différentes hypothèses techniques pour le cas de la France sont illustrées par le tableau 4. Le choix de tronquer le calcul à 2050 ou de le prolonger à l'infini double ou triple le niveau de réserves qu'il faudrait constituer aujourd'hui. En outre, on voit que le choix du taux d'intérêt est crucial, d'autant plus que l'horizon retenu est lointain : 0,5 point de taux en plus conduit à 20 ou 30 points de PIB de dette implicite en moins et 0,5 point de taux en moins à 30 ou 50 points de PIB de dette implicite en plus.

**Tableau 4 : Dette implicite *ex ante* (en points de PIB)**

Taux d'intérêt	Calcul tronqué à l'horizon 2050		Calcul complet	
	COR <sup>4</sup>	CPE	COR	CPE
Croissance du PIB + 1,5 %	48	36	154	102
Croissance du PIB + 2,0 %	41	31	105	71
Croissance du PIB + 2,5 %	36	27	77	53

Source : Calculs DGTPÉ

<sup>4</sup> Les scénarios du COR fournissent une décomposition des besoins de financement par régimes. Dans les calculs présentés ici, le régime CNAVTS contribue pour environ 40 % du total de la dette implicite, les régimes de fonctionnaires de l'Etat pour environ 45 % et les régimes des fonctionnaires des Collectivités locales et des Hôpitaux pour un peu plus de 10 %. Le montant de 430 Md€ pour la fonction publique d'Etat présenté dans le rapport Pébereau, soit environ 25 % du PIB 2005, est obtenu avec un taux d'actualisation plus faible que dans la présente étude.



### III.3 La dette explicite ex post

La dette explicite *ex post* est facilement interprétable : c'est le niveau de dette qui serait atteint à un horizon donné en l'absence d'ajustement. On suppose ainsi que les besoins de financement projetés se réalisent et sont financés par l'endettement. Ceci pèse ultérieurement sur la charge d'intérêt et donc sur la dette (effet « boule de neige » de l'endettement). L'évaluation se fait à partir de l'équation d'accumulation de la dette : la dette projetée à une date donnée est la somme de la dette précédente, de la charge d'intérêt que celle-ci a générée pour l'exercice courant et du déficit du système de retraite pour l'année. Pour avoir un tableau d'ensemble de la soutenabilité des finances publiques, il conviendrait de disposer de projections pour l'ensemble des postes contribuant au solde primaire et pas seulement les retraites. La dette explicite due aux retraites devrait ensuite être cumulée à une projection de l'ensemble de la dette publique.

Tableau 5 : Dette explicite *ex post* liée aux retraites (en points de PIB)

Taux d'intérêt		En 2030	En 2040	En 2050	En 2070, avec des besoins de financement constants en points de PIB après 2050
Croissance du PIB + 1,5 %	COR	22	52	93	197
	CPE	19	41	70	139
Croissance du PIB + 2,0 %	COR	23	55	100	225
	CPE	18	44	76	160
Croissance du PIB + 2,5 %	COR	24	59	108	257
	CPE	19	46	82	184

Source : Calculs DGTPE

NB : La dette initiale (en 2005) liée aux retraites est supposée nulle.

Par nature, la dette explicite *ex post* est attachée à la date à laquelle on l'évalue et le cumul des intérêts lui donne un caractère explosif avec le temps (tableau 5). L'évaluation est là encore sensible au taux d'intérêt. Dans le cas présent, cette sensibilité devient véritablement significative au-delà de 2050.

### III.4 L'écart de financement actualisé ou tax gap

L'écart de financement actualisé ou *tax gap* traduit le montant en points de PIB du surcroît de recettes ou d'économies en dépenses qu'il faudrait effectuer durablement pour assurer la soutenabilité des finances publiques. Différentes notions de soutenabilité des finances publiques peuvent être mobilisées, conduisant à définir différents indicateurs. L'objectif peut être d'atteindre un certain ratio de dette publique à un horizon donné (60 points de PIB en 2050 par exemple). Ceci nécessite alors d'avoir une vue de l'évolution future de l'ensemble des finances publiques et pas seulement des retraites et cet indicateur ne peut donc être calculé ici. On entendra plutôt par *tax gap* l'accroissement immédiat des recettes ou symétriquement une réduction durable des dépenses qui, maintenus au cours du temps, permettraient de couvrir les besoins de financement futurs liés aux systèmes sociaux, à législation inchangée.

**Encadré : Définition et calcul des trois indicateurs en système ouvert**

Soient respectivement  $P_t$ ,  $C_t$  et  $Y_t$  les flux de prestations, les flux de cotisation et le PIB en fonction de la date  $t$ . On suppose qu'on mène l'évaluation à la date 0 pour un horizon  $T$ . Cet horizon peut-être fini ou infini. Si  $T$  est infini, toutes les grandeurs sont supposées croître à un taux  $n+g$  constant au-delà d'une certaine date,  $n$  étant le taux de croissance démographique et  $g$  le rythme des progrès de productivité. On note  $r$  le taux d'actualisation.

La dette implicite à l'horizon  $T$  s'écrit :

$$D_{\text{ex ante}} = \sum_{t=0, T} (P_t - C_t) / (1+r)^t$$

La dette *ex post* projetée au même horizon  $T$  s'écrit pour sa part :

$$D_{\text{ex post}} = \sum_{t=0, T} (P_t - C_t) \cdot (1+r)^{T-t}$$

Elle diffère donc de la première d'un facteur  $(1+r)^T$ . Les ordres de grandeur sont donc supérieurs à ceux de l'indicateur  $D_{\text{ex ante}}$  et sont croissants au lieu d'être décroissants en fonction du taux  $r$ .

Le *tax gap* à l'horizon  $T$  est pour sa part le taux de prélèvements additionnels sur le PIB à maintenir constant entre les dates 0 et  $T$  pour couvrir l'ensemble des besoins de financement de la période. Il doit donc vérifier :

$$T_g \cdot \sum_{t=0, T} Y_t / (1+r)^t + \sum_{t=0, T} C_t / (1+r)^t = \sum_{t=0, T} P_t / (1+r)^t$$

Avec un PIB croissant au taux  $n+g$ , il vient :

$$T_g \cdot Y_0 \sum_{t=0, T} (1+n+g)^t / (1+r)^t = D_{\text{ex ante}}$$

D'où, si on se place à horizon infini :

$$T_g \approx (r-n-g) \cdot D_{\text{ex ante}} / Y_0$$

**Tableau 6 : *tax gap*, sous l'hypothèse de besoins de financement constants en points de PIB après 2050 (en points de PIB)**

Taux d'intérêt	Calcul tronqué à l'horizon 2050		Calcul complet	
	COR	CPE	COR	CPE
Croissance du PIB + 1,5 %	0,7	0,5	2,3	1,5
Croissance du PIB + 2,0 %	0,8	0,6	2,1	1,4
Croissance du PIB + 2,5 %	0,9	0,7	1,9	1,3

Le *tax gap* ne contient pas en soi de recommandation de politique économique. Il renvoie à des mesures très conventionnelles (hausse immédiate des recettes ou baisse du poids de la dépense publique). Celles-ci sont toutefois plus proches de politiques susceptibles d'être réellement mises en œuvre que le provisionnement intégral suggéré par la dette implicite. Il est directement relié à la « dette implicite *ex ante* » par la relation approximative (voir encadré) :

$$Tax\ gap \approx (Dette\ implicite\ ex\ ante / PIB) * (taux\ d'intérêt - taux\ de\ croissance\ du\ PIB)$$

Les questions méthodologiques sont les mêmes que celles posées par le calcul de la dette implicite *ex ante*, avec les deux questions du choix du taux d'actualisation et de l'horizon sur lequel est mené le calcul.

Le calcul peut-être effectué en horizon fini (2050) ou en horizon infini, moyennant prolongation après 2050 du besoin de financement prévu à cette date. Comme pour la dette implicite *ex ante*, ce choix de l'horizon est crucial et double ou triple l'évaluation du *tax gap* (tableau 6). La troncation à 2050 a l'inconvénient très net de donner une

image très partielle de l'ampleur de l'ajustement nécessaire en régime permanent ce qui pose problème. Considérons par exemple les hypothèses du COR et le taux d'actualisation supérieur de deux points au taux de croissance. Le *tax gap* calculé à l'horizon 2050 de 0,8 point de PIB signifie qu'une hausse immédiate du prélèvement retraite de ce montant maintenue jusqu'en 2050 équilibrerait les comptes actualisés à cet horizon. Mais dès l'année suivante, le déficit prévu est de l'ordre de 3 points de PIB (*graphique 3*) et le maintien de l'équilibre instantané supposerait donc de faire passer ce surcroît de contributions de 0,8 à environ 3 points de PIB à cette date. Une telle discontinuité a peu de sens, et l'intérêt du calcul en horizon infini est de donner un chiffre un peu plus proche de l'ajustement qui serait *in fine* requis si on reste en répartition pure.

On note qu'il y a aussi un effet du taux d'intérêt sur le niveau du *tax gap*, mais il n'est pas univoque. Un taux d'intérêt plus élevé réduit la dette implicite *ex ante* de sorte qu'une moindre hausse de recettes (ou baisse des dépenses) est nécessaire aujourd'hui pour « provisionner » des dépenses futures. Dans le même temps, la charge d'intérêts qui suivra le passage dans la dette explicite des besoins de financement futurs est d'autant plus élevée que les taux d'intérêt sont élevés. Cette charge d'intérêts future plus importante doit être gagée aujourd'hui par une hausse plus importante des recettes (ou une baisse des dépenses). Dans nos calculs, l'un ou l'autre effet l'emporte en fonction des hypothèses sur les besoins de financement après 2050 (tableau 6). Au final, le *tax gap*, cumulant les effets de taux propres à la dette implicite *ex ante* et à la dette explicite *ex post* semble *in fine* être l'indicateur le moins sensible à l'hypothèse sur le facteur d'actualisation.

### **III.5 Les avantages relatifs du tax gap**

Partant d'un unique jeu de projections de besoins de financement futurs pour les retraites, les paragraphes précédents ont montré la diversité des indicateurs qui peuvent découler de l'approche « en système ouvert ». Outre les chroniques de déficits elles-mêmes, les hypothèses de projection aux horizons lointains et le taux d'intérêt sont les deux paramètres qui conditionnent les évaluations.

Pour la dette implicite *ex ante* et le *tax gap*, il s'avère nécessaire de formuler des hypothèses de construction des besoins de financement aux dates éloignées. Entre la moitié et les deux tiers du *tax gap* ou de la dette implicite *ex ante* non tronqués proviennent uniquement des années au-delà de 2050. Ou encore, ne considérer que les besoins de financement jusqu'en 2050 pourrait conduire à minorer la dette implicite de 50 à 70 %. On ne dispose cependant que de méthodes très frustes pour projeter des besoins de financement pour les années postérieures à 2050.

S'agissant de la dette explicite, le problème posé par l'horizon choisi est un problème de présentation : pour décrire une même réalité, on doit arbitrairement choisir de présenter des niveaux d'endettement aussi différents que 20 points de PIB en 2030 ou environ 200 points de PIB en 2070. Pour rendre compte plus justement de la réalité, il conviendrait de présenter l'ensemble de la série de dette explicite *ex post*. Malheureusement, il ne s'agirait plus alors d'un indicateur synthétique des besoins de financement futurs mais simplement d'une reformulation de ceux-ci.

S'agissant de l'impact des taux d'actualisation, il est relativement faible dans les calculs de dette explicite *ex post* à des horizons inférieurs à 2050. Pour la dette implicite *ex ante*, le taux d'intérêt joue un rôle crucial lorsqu'on prend en compte les besoins de financement non nuls en 2050. Une variation d'un demi-point de taux d'intérêt conduit à décrire un intervalle d'environ 1/3 en moins ou en plus autour de l'estimation de dette implicite, ce qui est considérable. Le *tax gap* présente l'avantage d'être beaucoup moins sensible au taux d'actualisation.

En définitive, parce que la dette implicite *ex ante* dépend très largement du taux d'intérêt utilisé et parce que le choix d'une date biaise le message tiré de la dette explicite *ex post*, c'est le *tax gap* qui apparaît le plus satisfaisant parmi les trois indicateurs en système ouvert. La dépendance à la construction des projections aux horizons éloignés reste toutefois forte pour cet indicateur. La comparaison entre les projections du CPE et du COR montre aussi la sensibilité forte aux chroniques de déficits pour les années avant 2050.



#### IV - Une comparaison des trois approches : réactions à trois types de chocs démographiques

Les trois parties précédentes ont montré qu'on dispose finalement d'une assez grande variété d'indicateurs. Les formules analytiques établies à la section II suggèrent que les indicateurs en droits acquis ou au sens du système fermé doivent d'abord être interprétés comme des indicateurs de la taille du système. En régime non permanent, on peut toutefois arguer qu'ils sont des indicateurs avancés de cette taille. A ce titre, ils pourraient donc jouer un rôle dans le diagnostic sur l'avenir des retraites, au même titre que les indicateurs en système ouvert. Le but de cette dernière section est d'examiner cette question, en confrontant leur comportement en régime non permanent à l'indicateur en système ouvert qui nous est apparu le plus pertinent, à savoir le *tax gap*. On ne simulera pas le calcul détaillé des indicateurs sur données historiques ou prospectives réelles. Dans la mesure où il s'agit d'un test de sensibilité, il est tout aussi informatif et bien plus facile de travailler sur des données stylisées. Plus précisément, on va s'intéresser au comportement de ces indicateurs face à trois « chocs » démographiques-types.

Le premier choc démographique que l'on va considérer est un choc sur l'espérance de vie. On suppose une population initialement stationnaire, dans laquelle on néglige la mortalité avant 60 ans et où la survie est supposée décroître linéairement de un à zéro entre les âges de 60 et de 90 ans. L'âge médian au décès y est donc de 75 ans. On suppose que cette mortalité se met à baisser à partir de la génération née en 1900. Cette baisse de la mortalité prend la forme d'une translation régulière vers la droite de la fonction de survie, à raison d'un trimestre par génération. Le processus s'interrompt à partir de la génération 1940, avec un âge médian au décès stabilisé à 85 ans. Ce mouvement conduit à une phase de vieillissement progressif qui s'étale entre l'année 1960 et l'année 2040.

Le second type de choc démographique est un choc de type baby-boom, à mortalité constante. A compter de l'année 1946, on fait l'hypothèse que le nombre annuel de naissances augmente de 33%, puis reste indéfiniment sur ce nouveau plateau. On simule ainsi une montée brutale de l'indice de fécondité, son maintien à un plateau élevé pendant une vingtaine d'années puis sa redescente progressive jusqu'au seuil de remplacement des générations. En revanche, on néglige le fait que la baisse de la fécondité se soit prolongée légèrement en deçà du seuil de remplacement des générations : on sait que ce phénomène ne contribue que secondairement au vieillissement de la population française à l'horizon 2040.

Le troisième type de choc démographique est la résultante des deux chocs précédents.

Dans les trois cas, la question qu'on se pose est celle de la façon dont les trois indicateurs anticipent les conséquences de ces évolutions démographiques et la façon dont ils évoluent au moment où ces changements démographiques se produisent. On imagine donc ce que donnerait leur calcul, année après année, sur la base de l'état courant du système de retraite et des prévisions démographiques de l'année. Par exemple, on calcule la dette implicite telle qu'elle aurait pu être évaluée en 1980 et on se demande quelle image elle aurait donné à cette date des déséquilibres à venir du système de retraite.

On le fait en supposant que les évaluations qui sont menées à chaque date le sont sur la base de prévisions parfaites des développements démographiques ultérieurs. Cette hypothèse est évidemment très favorable. Même si l'inertie des phénomènes démographiques rend la projection à long terme un peu moins incertaine que dans d'autres domaines, il est excessif d'imaginer une prévision parfaite sur des horizons aussi long que ceux de l'exercice présenté ici. On se permet cette hypothèse parce que le présent exercice est surtout indicatif et son objectif est uniquement de comparer les capacités prédictives *relatives* des indicateurs, non pas d'évaluer leurs

capacités prédictives absolues. Or il n'y a pas lieu de penser que l'hypothèse de prévision parfaite avantage tel type d'indicateur plutôt que tel autre. C'est la raison pour laquelle on s'accommode de cette hypothèse, au moins dans un premier temps.

Les deux indicateurs de dette implicite ainsi calculés seront confrontés d'une part à l'évolution de la part des retraites dans le PIB, d'autre part à l'évolution d'un autre indicateur prospectif évalué lui aussi en prévision parfaite, dérivé de l'approche en système ouvert mais qui n'est pas le bilan actualisé des déficits futurs. Il s'agira du *tax gap*, qui chiffre la hausse instantanée et définitive du taux de contribution qui serait nécessaire à la date  $t$  pour que soit respectée la contrainte budgétaire intertemporelle du régime de retraite en horizon infini. Par rapport à l'indicateur du besoin de financement actualisé, l'intérêt de cet indicateur est de se montrer moins sensible au choix du taux d'intérêt. Ce *tax gap* sera évalué en écart au taux de prélèvement assurant l'équilibre courant : à chaque date, il mesurera l'effort restant à accomplir pour faire face aux déséquilibres *ultérieurs*, en supposant que les efforts nécessaires à corriger les déséquilibres passés ont déjà été accomplis.

Pour centrer l'analyse sur l'effet pur des chocs démographiques, on ne prend pas en compte la croissance du produit par tête ni les modifications de l'âge de la retraite. On suppose que la période d'activité s'étend de 20 à 60 ans, et on suppose une productivité par tête unitaire entre ces deux âges. On s'intéresse à un système de retraite offrant de manière constante une pension par retraité égale à 30% de la productivité par actif. Le taux d'intérêt est égal à 2%. A chaque date la dette implicite au sens des droits acquis et évaluée en considérant qu'un individu actif d'âge  $a$  compris entre 20 et 60 ans a accumulé des droits au prorata de sa durée d'activité passée (i.e. selon une fraction égale à  $(a-20)/40$ ). La dette implicite au sens du système fermé est évaluée en figeant le taux de cotisation à sa valeur d'équilibre du moment, jusqu'à la fin de carrière du dernier actif présent dans le système à la date  $t$ .

En résumé, dans ce calcul :

- L'indicateur en droits acquis mesure ce qui a été promis aux actifs et retraités du moment, projeté sur la base de leurs effectifs actuels et de la prévision de leur mortalité future, prévision qu'on suppose parfaite.
- L'indicateur en système fermé rajoute à cet indicateur le solde entre ce que les générations encore cotisantes ont encore à payer et le supplément de droits qui y sera associé, projetés sur la base des taux de cotisations courants et des prévisions de la mortalité future.
- Le *tax gap* mesure l'ajustement immédiat du taux de cotisation requis à chaque date pour assurer l'équilibre budgétaire intertemporel à long terme, sur la base des projections démographiques disponibles à cette date, ici encore supposées parfaites.

Les évolutions de ces trois indicateurs en fonction de la date à laquelle ils sont évalués seront confrontées aux évolutions de la part des retraites dans le PIB. Ce qu'on leur demande est d'anticiper le plus en avance possible les évolutions de ce poids des retraites.

Les résultats des simulations sont donnés sur les figures 3 à 5.

Commentons d'abord les évolutions du poids des retraites dans le PIB. La part des retraites dans le PIB est d'environ 12% dans les conditions initiales. Le choc de mortalité fait monter progressivement cette part jusque vers 19%<sup>5</sup> : la hausse s'étale

---

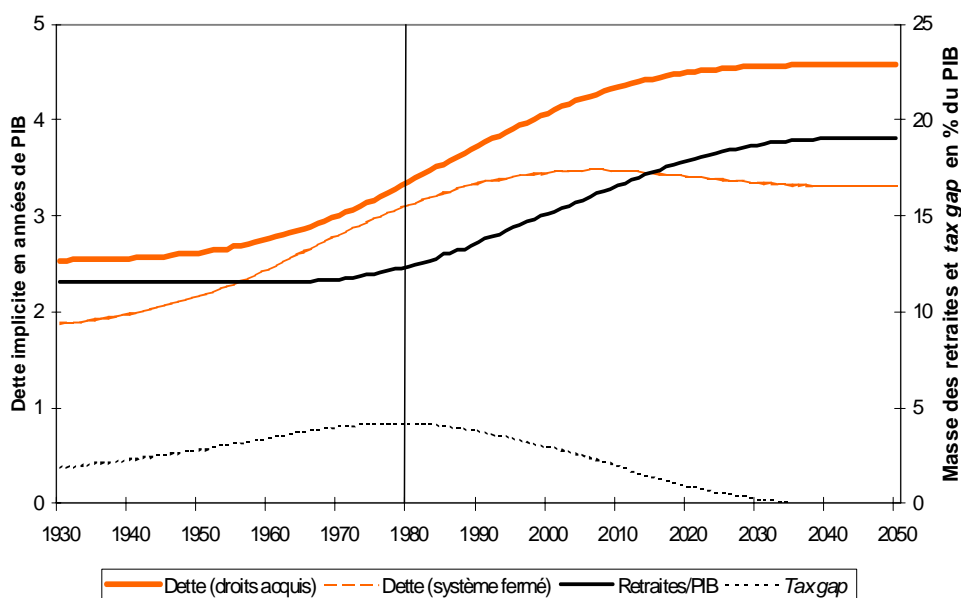
<sup>5</sup> Cet ordre de grandeur est plus élevé que pour les projections usuelles du ratio retraites/PIB (voir notamment la figure 3 plus haut), mais c'est dans la mesure où se centre ici sur les effets du choc démographique pur, alors que les projections du COR ou du CPE intègrent les modifications du pouvoir

entre 1970 et 2040 (figure 4). Le choc de type baby-boom (figure 5) fait à l'inverse chuter cette part entre 1965 et 2005, c'est-à-dire durant toute la période où les baby-boomers sont en activité, mais cette situation favorable n'est que transitoire : la part des retraites dans le PIB recommence à monter lorsque les premiers baby-boomers arrivent à la retraite et on est revenu aux conditions initiales autour de 2030.

La conjonction des deux chocs (figure 6) reproduit à peu près le contexte démographique français. La période 1965-2005 est une période où les évolutions démographiques laissent à peu près inchangé le ratio retraites/PIB parce qu'il y a compensation entre les effets de l'augmentation de la durée de vie et du baby-boom. A partir de 2005 et jusqu'en 2045, le baby-boom cesse de neutraliser l'allongement de la durée de vie et il vient plutôt en renforcer les effets. Le vieillissement se fait à rythme accéléré de sorte à reconverger en 35-40 ans vers le ratio retraites/PIB du premier scénario.

De quelle manière les trois indicateurs examinés ici réagissent-ils à ces changements ? La question est de savoir quelle information ils nous apportent à chaque date  $t$  sur les besoins d'ajustement à venir du système de retraite. Dans les conditions initiales, la dette au sens des droits acquis représente à peu près 2,5 années de PIB. Dans le premier scénario, elle est multipliée par à peu près 1,8 à long terme : la hausse est un peu supérieure à celle du ratio retraite/PIB puisqu'elle combine deux effets : l'alourdissement du poids des retraites dans le PIB et l'accroissement de l'écart d'âge moyen entre le cotisant et le retraité. Si l'on s'intéresse au profil temporel de la transition entre ces deux niveaux stationnaires, on constate qu'il anticipe bien sur la hausse du taux de cotisation d'équilibre, mais l'anticipation n'est que partielle. Par exemple, au moment où le taux de cotisation d'équilibre commence à augmenter, à la fin des années 1960, la dette implicite n'a commencé à croître que de 20%, soit bien moins que la hausse finale du ratio retraite/PIB.

**Figure 4 : Réponse des trois indicateurs à un même choc sur l'espérance de vie**

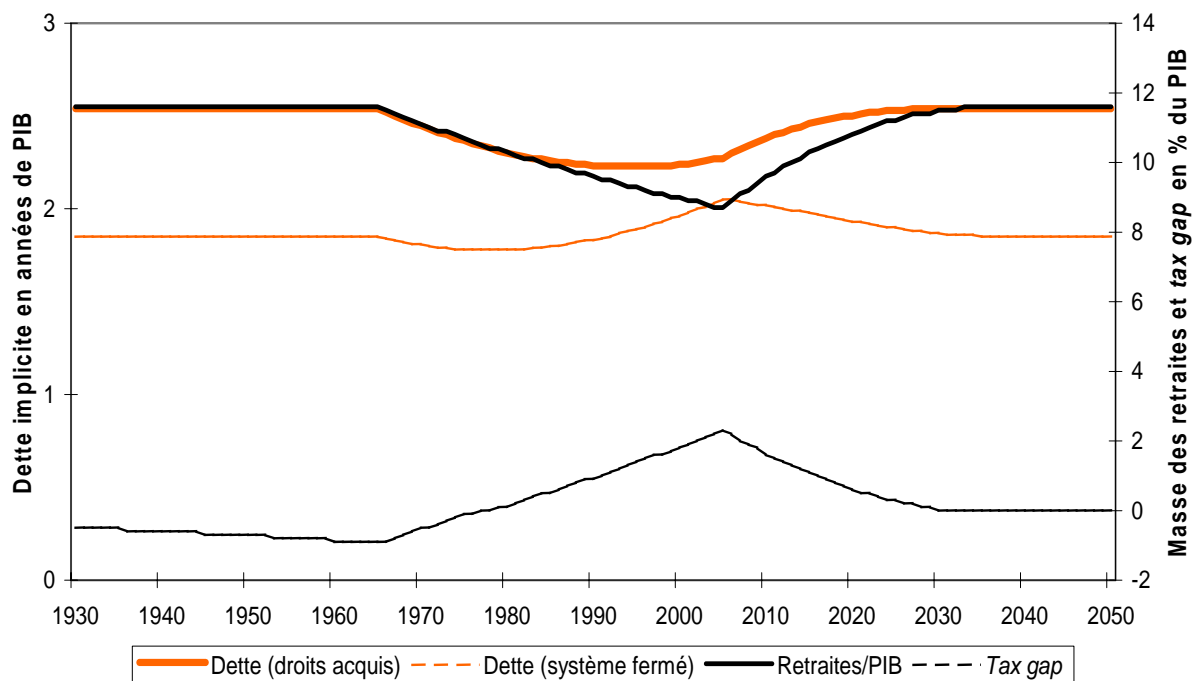


Source : Calcul des auteurs.

Lecture : Sous le scénario retenu, le ratio retraite/PIB d'équilibre à long terme est de 19%. En 1980, le même ratio aurait été de 12,4%, le tax gap s'établissant à 4,1% du PIB. A cette même date, les engagements implicites du système de retraite auraient été évalués à 3,35 années de PIB par la méthode des droits acquis et à 3,12 années de PIB par la méthode du système fermé.

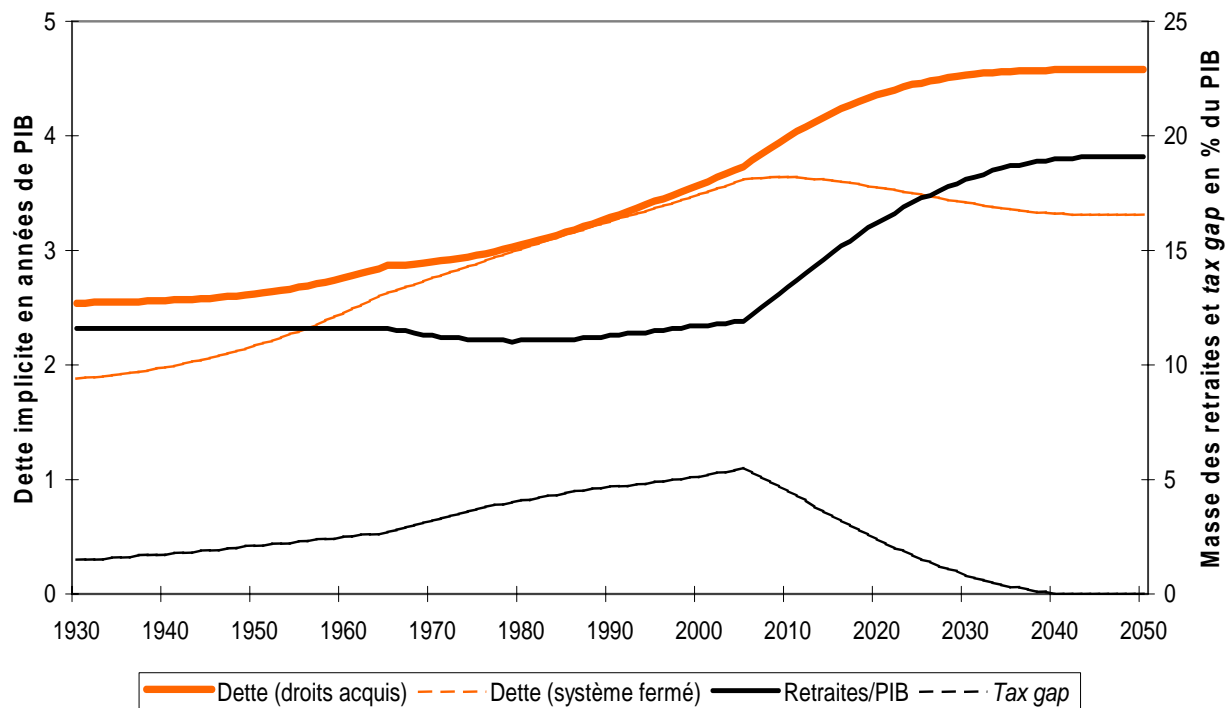


Figure 5 : Réponse des trois indicateurs à un même choc de type baby-boom



Source : Calculs de l'auteur.

Figure 6 : Réponse des trois indicateurs à la combinaison des deux chocs précédents



Source : Calculs des auteurs.

Les raisons de cette inertie peuvent être expliquées intuitivement. A cette date de 1960, la dette implicite prend certes en compte des éléments prospectifs qui vont jusqu'à l'horizon 2030, date du décès des derniers représentants des générations qui entrent en activité en 1960, mais ces éléments sont très faiblement pondérés, pour deux raisons : d'une part en fonction du coefficient d'actualisation, et d'autre part parce que les droits correspondants sont des droits proratisés sur une durée de carrière très courte. En fait, de manière générale, la dette implicite au sens des droits acquis est surtout représentative des droits que vont toucher les générations qui approchent de l'âge de la retraite. Elle n'anticipe donc que d'une vingtaine d'années les mouvements du ratio retraites/PIB.

La capacité d'anticipation est encore plus réduite et même quasiment nulle dans le cas du scénario 2. Dans ce scénario, tant que les premiers baby-boomers ne sont pas encore en activité, la dette implicite ne connaît aucun mouvement, par construction. Lorsqu'ils arrivent en activité, la dette implicite doit commencer à croître légèrement en volume, puisque le système commence à créer des droits pour un nombre croissant d'actifs. Mais l'effet est au démarrage très faible, toujours en raison de la proratisation et de l'actualisation. Cet effet se trouve donc totalement dominé par l'effet dénominateur, i.e. le fait que la dette implicite est rapportée à une production totale qui, dans notre scénario, évolue parallèlement à la population active. Le ratio droits acquis/PIB délivre donc plutôt un message d'amélioration de la situation du système de retraite, ce qui n'est vrai qu'à court et moyen-terme. Cet effet dénominateur est exactement le même que celui qui affecte le ratio retraites courantes/PIB, d'où la similitude des évolutions des deux indicateurs qui ressort sur la figure 5. Le seul apport de l'indicateur de dette implicite est qu'il saisit un peu mieux le fait que la baisse de la charge des retraites n'est que transitoire. Il recommence à augmenter dès le milieu des années 1990, soit environ 10 ans avant le retournement à la hausse du ratio retraites/PIB. Mais on ne peut pas vraiment considérer qu'il apporte une information plus pertinente que la simple prévision du ratio retraites/PIB.

Ce qu'on observe sur la figure 5 résulte de ce que montraient les deux premiers scénarios : le ratio droits acquis/PIB devance bien la hausse du taux de cotisation d'équilibre, mais l'information résumée dans cet indicateur à la date  $t$  ne donne qu'une image partielle du besoin d'ajustement à long terme.

Qu'en est-il de l'indicateur de dette calculé selon le principe du système fermé ? L'indicateur semble doté de meilleures capacités d'anticipation, mais au prix de certaines difficultés d'interprétation. Sa réponse à l'allongement de la durée de vie est beaucoup plus précoce que pour l'indicateur des droits acquis. La raison est que cet indicateur prend en compte l'ensemble des droits futurs des générations dès leur entrée en activité, et non pas des droits proratisés. Face à ces droits croissants, il n'y a aucune hausse compensatrice de l'effort contributif puisque la projection fige le taux de cotisation à sa valeur courante : l'effet de l'allongement de la durée de vie est donc complètement répercuté sur l'indicateur de dette.

Lorsque le taux de cotisation courant commence à augmenter, il y a compensation de deux mouvements : les droits futurs continuent à croître, mais l'effort contributif évalué sur la durée d'activité restante commence à croître lui aussi. Le premier effet continue à dominer dans un premier temps, puis il disparaît et laisse entièrement la place au deuxième. C'est ainsi que l'indicateur redécroît après 2020, mais d'une manière qui est modérée et le laisse au final à un niveau nettement supérieur à son niveau initial.

Dans le cas du choc de type baby-boom, on assiste à une évolution qui est presque symétrique de celle qui était enregistrée pour l'indicateur des droits acquis. Lorsque les premiers baby-boomers entrent en activité, l'indicateur évalué selon la méthode du système fermé enregistre tout de suite le fait qu'il va y avoir à la fois plus de rentrées de cotisations et plus de droits générés en contrepartie : ceci explique sa relative stabilité à court-terme. Mais le premier effet se trouve rapidement compensé par le fait que la période est mise à profit pour baisser le taux de cotisation d'équilibre. Ce qui est gagné en effectif de cotisants est donc perdu en termes de montant des

cotisations. Du coup, c'est l'effet d'augmentation des droits futurs qui devient rapidement prédominant et le ratio dette implicite/PIB augmente au lieu de baisser. Cette augmentation ne s'arrête que lorsque le ratio droits acquis/PIB repart à la hausse, c'est-à-dire lorsque les premiers baby-boomers entrent à la retraite. A ce stade, le volume de droits commence en effet à se stabiliser, et la hausse du taux de cotisation d'équilibre conduit à réévaluer ce que sera l'effort contributif des individus encore en activité. C'est de cette manière qu'on revient progressivement aux conditions stationnaires d'avant le choc démographique. Résumé de manière simple, on dira que cet indicateur voit plus rapidement que l'indicateur droits acquis/PIB que la hausse du nombre de cotisants va se traduire plus tard par une hausse des droits à honorer. Il est donc logique qu'il anticipe également mieux l'effet combiné du choc de mortalité et de natalité, comme le montre la figure 5, mais on a pu voir que les raisons de cette performance n'ont rien d'intuitif.

Au demeurant, cette capacité d'anticipation reste plus faible que celle du *tax gap*. Dans le cas du choc sur la mortalité, c'est dès le début de la simulation que ce *tax gap* anticipe que le système est en déficit à long terme, de manière il est vrai un peu factice puisque que ceci résulte de l'hypothèse de prévision parfaite de la mortalité. Sa décroissance après 1990 s'explique par le fait que, à cette date, le taux de prélèvement courant a commencé à monter. Or le *tax gap* mesure l'effort résiduel qui reste à faire par rapport à ce niveau de prélèvement courant. Il est donc tout à fait normal qu'il redécroisse quand ce niveau de cotisation courant s'accroît. Il retend logiquement vers zéro lorsqu'on rejoint le nouveau régime stationnaire, i.e. après 2040.

En cas d'un choc de type baby-boom, le *tax gap* présente également des propriétés assez naturelles. Le *tax gap* est légèrement négatif en début de projection : contrairement aux autres indicateurs, il anticipe que la période de baby-boom va alléger la charge des retraites au cours des décennies suivantes, mais, sitôt les premiers baby-boomers en activité, il prend immédiatement en compte le fait que cet allègement ne va être que temporaire et que le nouveau taux de cotisation d'équilibre instantané n'est pas soutenable à long terme. Il repasse donc au-dessus de zéro, avant de redécroître au fur et à mesure qu'on revient vers le régime stationnaire équilibré.

Les propriétés du *tax gap* dans le cadre du troisième scénario reflètent les bonnes propriétés observées pour les deux scénarios élémentaires. Le *tax gap* est fortement positif durant toute la phase de latence durant laquelle le vieillissement par allongement de la durée de vie est contrebalancé par la présence en activité des baby-boomers. Il culmine à la veille du basculement des premiers baby-boomers à la retraite, et il retend vers zéro au fur et à mesure que le taux de prélèvement courant est forcé de s'aligner sur son taux d'équilibre de long terme. Ces bonnes propriétés du *tax gap* ne sont pas surprenantes. Elles viennent simplement de ce qu'il constitue une façon naturelle de résumer les évolutions à venir du taux de prélèvement.

## V - Conclusion

Que nous montrent tous ces essais de chiffrage ? Un premier message est qu'il n'est pas anormal que ces indicateurs en droits acquis ou en système fermé aient des valeurs très élevées, très au-dessus de l'ordre de grandeur des ratios dette/PIB usuels. Des valeurs élevées ne sont pas en elles-mêmes un signe de déséquilibre : un système de retraite par répartition a toujours une dette implicite élevée même si on est dans un régime permanent parfaitement équilibré.

Cette valeur élevée n'est un motif suffisant d'inquiétude que s'il y a un risque réel de fermeture du système, que cette fermeture prenne la forme d'une fermeture immédiate ou d'une fermeture limitée aux nouveaux entrants. On a vu qu'un tel risque légitime l'application de cette norme comptable pour les régimes d'entreprise et implique ou devrait impliquer que l'ensemble de leurs engagements soient provisionnés. Dans ce contexte, l'évaluation des engagements implicites donne l'étalon par rapport auquel apprécier le taux de provisionnement effectif de ces régimes et le niveau de garantie qu'ils offrent à leurs affiliés.

Mais ce risque de fermeture contrainte est *a priori* écarté pour les régimes publics, y compris les régimes d'employeur assez particuliers que sont les régimes de fonctionnaires. Etant assis sur des prélèvements obligatoires, ils ont une assurance minimale de pouvoir compter dans le futur sur un flux continu de ressources. Il y a bien sûr une incertitude sur l'ampleur exacte des ressources, qui dépendent de l'emploi et de la croissance futurs et qui pourraient être éventuellement affectées à la baisse par des phénomènes d'évasion fiscale. Il y a surtout incertitude sur notre capacité à dégager des ressources *additionnelles* pour faire face au vieillissement démographique. Mais aucune de ces deux incertitudes ne peut justifier le provisionnement intégral des droits acquis par les individus actuellement présents dans le système.

Il apparaît donc préférable de cantonner ces chiffres à un rôle d'indicateurs, qu'on pourrait par exemple utiliser pour synthétiser l'effet d'une réforme, ou pour procéder à des comparaisons d'état des systèmes de retraite dans le temps ou dans l'espace. Mais sont-ils réellement mieux adaptés à ces objectifs alternatifs ?

Qu'en est-il pour des comparaisons temporelles ? Supposons que la question soit de savoir en quoi le vieillissement vient progressivement alourdir les engagements du système. Ici encore, l'apport de cet indicateur n'est que très partiel. D'une part, il faudrait construire des chroniques d'évolution de cet indicateur au cours du temps, ce qui n'est pas simple. En second lieu, les simulations de la section IV ont montré que cet indicateur lisse considérablement l'impact des changements démographiques, dans la mesure où il est une moyenne de droits prospectifs versés à des dates très différentes (entre aujourd'hui et dans 80 à 85 ans).

La façon dont l'indicateur saisit l'incidence de ces changements démographiques peut aussi s'avérer non intuitive. Sa réaction à l'allongement de la durée de vie reste certes assez conforme aux attentes : l'allongement de la durée de vie augmente le montant des engagements implicites, mais il ne le fait que de manière progressive sans apporter d'information originale par rapport aux projections usuelles de besoin de financement ou de taux de cotisation d'équilibre. La situation est plus problématique dans le cas de chocs sur la fécondité. Par exemple, une chute de la fécondité à une date donnée n'a aucune incidence sur l'indicateur durant une vingtaine d'années puisqu'elle ne change ni le nombre d'actifs, ni le nombre de retraités, ni les droits des uns et des autres. Le ratio droits acquis/PIB est donc totalement myope quant aux conséquences de ce type de choc. Il ne commence à évoluer que lorsque les premières générations creuses entrent en activité, et il ne le fait qu'en raison d'un effet dénominateur, à savoir le fait que des engagements implicites presque inchangés sont rapportés à un PIB qui freine ou se contracte. On peut aussi assister à des

divergences importantes d'évolution entre engagements calculés par la méthode des droits acquis et par la méthode du système fermé.

Ces critiques valent autant pour la comparaison internationale. A nouveau, l'indicateur ne fera aucune différence entre deux pays à systèmes de retraite comparables et à même structure par âge au-delà de 20 ans mais dont l'un aurait une pyramide des âges totalement rétrécie à la base et l'autre aurait maintenu une pyramide relativement large à cette base : or c'est bien ce type de différence que l'on observe actuellement entre les pays où la fécondité a très fortement chuté au cours des 20 dernières années et les pays où elle est restée relativement stable<sup>6</sup>.

L'indicateur peut également délivrer des messages comparatifs paradoxaux en régime permanent. Soient deux pays ayant le même âge de la retraite mais des espérances de vie différentes, le différentiel d'espérance de vie étant compensé par un différentiel de niveaux des retraites tel que la part des retraites dans le PIB soit la même dans les deux cas. La dette implicite apparaîtra plus élevée dans les pays à espérance de vie plus élevée, alors même que les deux pays ont des régimes parfaitement équilibrés et le même poids de leurs retraites par rapport à leurs PIB.

Qu'en est-il enfin en matière d'évaluation des réformes ? Il peut tout d'abord y avoir des difficultés techniques ou conceptuelles. La méthode des droits acquis qui tronque les carrières à la durée atteinte à la date courante se prête assez mal à l'analyse des réformes lorsque leur incidence dépend d'une manière complexe du profil d'activité et de salaire sur l'ensemble de la vie adulte comme c'est le cas dans le système français. Par exemple, avant la réforme 2003, le régime général français incitait fortement à attendre 65 ans pour les individus ayant moins de 40 années de contribution. Quelle hypothèse de comportement fallait-il associer au scénario conventionnel de « fermeture » instantanée du système ? Considérer un départ à 65 ans pour toutes les générations dont les chroniques de cotisations sont brutalement interrompues ? Dans ce cas, qu'attendre d'un indicateur qui, avant même toute réforme, conduit à imaginer un âge au départ si différent de l'âge au départ effectif ?

Même si de tels problèmes ne se posaient pas, ces indicateurs de type droits acquis sont a priori peu susceptibles de réagir fortement aux réformes, même lorsqu'elles sont de grande ampleur. On dispose de peu d'études qui le confirment explicitement, mais on peut par exemple citer Werding (2006), dans le cas de l'Allemagne, qui compare des évaluations des droits acquis dans le système allemand en 2005 dans les conditions résultant des réformes menées de 1992 à 2004, et dans les conditions qui auraient prévalu si on en était resté aux règles d'avant 1992 : selon son évaluation, l'ensemble des réformes intervenues de 1992 à 2004 n'aurait fait baisser les engagements implicites de 2005 que de moins de 20 %, les faisant passer de 2,9 années de PIB à 2,4 années de PIB.

Une première raison de cette faible sensibilité est que les réformes s'attaquent en général moins fortement aux droits des générations à la retraite ou proches de la retraite, qui pèsent le plus lourd dans le calcul de l'indicateur. Mais cette remarque vaut surtout pour la méthode des droits acquis. L'autre raison découle simplement du fait que ces indicateurs sont avant tout des indicateurs de la taille globale du système et ne font jouer qu'un rôle plus secondaire à leurs déséquilibres futurs. Or l'objectif des réformes n'est en général pas de réduire significativement la taille des systèmes par rapport à leur taille courante, il est uniquement de limiter leurs déséquilibres futurs. Les réformes ne mordent donc que sur une part secondaire de ce que ces indicateurs calculent. En fait les seules politiques qui feraient significativement baisser la dette implicite des systèmes de retraite seraient des politiques de basculement

---

<sup>6</sup> On peut d'ailleurs adresser la même critique aux indicateurs de dette explicite. La soutenabilité d'un régime budgétaire donné est plus ou moins forte selon que la croissance potentielle est plus ou moins élevée. Dans la mesure où la croissance potentielle est liée à la croissance démographique, il n'est donc pas équivalent d'avoir un ratio dette/PIB de 60 % dans des pays où la croissance à venir de la population active est de 1,0 ou -1 % par an.

massif vers la capitalisation. Or ce type de politique n'est en général pas envisagé. Au demeurant, lorsqu'elle l'est, elle impose en général de prévoir une période transitoire où on finit d'honorer les droits déjà accumulés en répartition. Sauf à prévoir une double cotisation, cela passe par l'émission d'une dette additionnelle : il y a donc conversion de la dette implicite en dette explicite, plutôt qu'une réduction réelle des engagements totaux.

Ces arguments n'empêchent pas ces calculs de se montrer intéressants à d'autres titres : on a cité leur utilisation pour tester les effets de substitution entre droits à retraite et patrimoine, ou, à un niveau micro-économique pour des comparaisons de patrimoine qui combinent patrimoine effectif et patrimoine virtuel correspondant à ces droits à retraite. En revanche, leur utilisation pour le diagnostic prospectif sur les systèmes de retraite s'avère problématique : leur mise en œuvre est complexe, ils ne renvoient à aucun scénario de politique économique crédible, dans la mesure où la « fermeture » du système de retraite n'est ni probable ni désirée, qu'elle soit immédiate ou limitée aux nouveaux entrants, et leur interprétation est délicate, tant en évolution temporelle qu'en comparaison internationale ou en matière d'analyse des effets des réformes.

## Références

Accardo, J. (1996) « Mesure de l'équivalent patrimonial des droits à la retraite en 1992 », Synthèses n° 5, pages 109-124.

Accardo, J. (1997) « L'évaluation d'équivalents patrimoniaux des droits à la retraite », in *Comptabilité Nationale, développements récents*, Actes du sixième colloque de l'ACN, E. Archambault et M. Boëda., Eds, Economica.

Bardaji J., Sédillot B. et Walraët E. (2003), « Un outil de prospective des retraites : le modèle de microsimulation Destinie », *Economie et Prévision*, n° 160-161, pp. 193-214.

Blanchet, D. et Ouvrard, J.F. (2006) « Evaluer les engagements implicites des systèmes de retraite ? », in *l'Economie française, édition 2006-2007*, INSEE, collection Références.

Bourgeois-Pichat, J. (1978) « Le financement des retraites par capitalisation », *Population*, n°6, pp 1115-1136.

Bourgeois-Pichat, J. E. Chapron (1979) « Répartition du revenu national entre capital et travail : Application des systèmes de retraite », *Population*, n° 1, p. 43-63

Caussat, L. (1992) « Retraite et Epargne : historique d'un débat dans la littérature américaine », *Revue d'Economie Financière*, n°23, pp. 159-182.

Conseil d'Orientation des Retraites (2001) *Retraites: renouveler le contrat social entre les générations*, Premier rapport, La Documentation française.

Conseil d'Orientation des Retraites (2004) *Retraites : les réformes en France et à l'étranger ; le droit à l'information*, Deuxième Rapport, La Documentation française.

Conseil d'Orientation des Retraites (2006) *Retraites : perspectives 2020 et 2050*, Troisième Rapport, La Documentation française.

Feldstein, M. (1974) « Social security, induced retirement and aggregate capital accumulation », *Journal of Political Economy*, vol 82, pp. 905-26.

Franco, D., Mariono, M.-R. et Zotteri, S. (2004) « Pension expenditures projections, pension liabilities and European union fiscal rules », *International Workshop on the Balance Sheet of Social Security Pensions*, Hitotsubashi University, Tokyo.

Gautron, N. (2006) « La mise en place dans les entreprises de la norme IAS 19 sur l'évaluation des dettes de retraite », 11eme colloque de Comptabilité Nationale, Paris.

Holzmann, R., Palacios, R. et Zviniene, A. (2004) "Implicit pension debt: issues, measurement and scope in international perspective", *Social Protection Discussion Papers Series*, n° 0403, The World Bank.

Kessler, D., Masson, A. et Strauss-Kahn, D. (1980) *Systèmes de retraite et accumulation du capital*, Rapport pour le Commissariat Général du Plan.

Kune, J. (1996) "The hidden liabilities: meaning and consequences", CBP seminar series, La Haye.

Lequiller, F. (2006) "L'enregistrement des systèmes de retraite dans les comptes nationaux : le point sur les révisions du SCN", Communication au 11eme colloque de l'Association de Comptabilité Nationale, 18-20 janvier.

Pellé, T. (2006) "Prise en compte des dépenses de pensions et évaluation des engagements de l'état en matière de retraite", Communication au 11eme colloque de l'Association de Comptabilité Nationale, 18-20 janvier.

Pébereau, M. (2005) *Rompre avec la facilité de la dette publique : pour des finances publiques au service de notre croissance économique et de notre cohésion sociale*. Rapport de la Commission présidée par M. Pébereau, La documentation française

Settergren, O. et Mikula, B.D. (2005) « The rate of return of pay-as-you-go pension systems: a more exact consumption-loan model of interest », *Journal of Pension Economics and Finance*, 4(2), 115-138, World Bank.

Swedish Social Insurance Agency (2005) *The Swedish Pension System Annual Report 2004*, Stockholm.

Van der Noord, P. et Herd, R. (1993) « Pension liabilities in the seven major economies », Working paper n° 142 :1-64, Oecd Economic Department, Paris.

Vernière, L. (1992) « Une évaluation de l'équivalent patrimonial des droits à la retraite détenus par les ménages », *Economie et Prévision*, n° 105.

Vernière, L. (2002) « Fonds de réserves pour les retraites et engagements des régimes de retraite par répartition », *Questions Retraite*, n° 02-54.

Vernière, L. (2005) « *Unfunded obligations* : les mesures des engagements et de la solvabilité de la *Social Security* aux Etats-Unis », Miméo.

Werding, M. (2006) « Implicit pension debt and the role of public pensions for human capital accumulation: an assessment for Germany », Working Paper, Ifo Institute for Economic Research.

\*\*\*, (2004) Rapport Economique Social et Financier : perspectives économiques 2004-2005 et évolution des finances publiques



### Annexe : Evaluation analytique de la sensibilité au taux d'intérêt : le cas de l'indicateur en système fermé

Cette annexe prolonge le calcul analytique de la section 2 en proposant une formule pour la sensibilité de l'indicateur  $D_{tot}$  au taux d'actualisation  $r$ , toujours autour de la valeur  $r=n+g$ . On examine uniquement le cas de l'approche en système fermé. On repart à nouveau de l'expression (2) du texte. On introduit transitoirement les deux notations suivantes :

$$f(r, a) = e^{(r-g-n)a}$$

et

$$h(r, u) = e^{-(r-g)u} s(u)x(u)$$

L'expression (2) est donc de la forme :

$$D_{tot} = \int_{a=0}^{\omega} f(r, a) \left[ \int_{u=a}^{\omega} h(r, u) du \right] da$$

et sa dérivée par rapport à  $r$  s'écrit donc :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = \int_{a=0}^{\omega} \left[ f'_r(r, a) \left( \int_{u=a}^{\omega} h(r, u) du \right) + f(r, a) \left( \int_{u=a}^{\omega} h'_r(r, u) du \right) \right] da$$

En redéveloppant, il vient :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = \int_{a=0}^{\omega} \left[ a e^{(r-g-n)a} \left( \int_{u=a}^{\omega} e^{-(r-g)u} s(u)x(u) du \right) - e^{(r-g-n)a} \left( \int_{u=a}^{\omega} u e^{-(r-g)u} s(u)x(u) du \right) \right] da$$

Au point  $r=n+g$ , cette dérivée s'écrit :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = \int_{a=0}^{\omega} \left[ a \left( \int_{u=a}^{\omega} e^{-nu} s(u)x(u) du \right) - \int_{u=a}^{\omega} u e^{-nu} s(u)x(u) du \right] da$$

On intègre par parties les deux membres du terme de droite. Le premier s'écrit :

$$\left[ \frac{a^2}{2} \int_{u=a}^{\omega} e^{-nu} s(u)x(u) du \right]_{a=0}^{\omega} + \int_{a=0}^{\omega} \frac{a^2}{2} e^{-na} s(a)x(a) da$$

et le second s'écrit :

$$-\left[ a \int_{u=a}^{\omega} u e^{-nu} s(u) x(u) du \right]_{a=0}^{\omega} - \int_{a=0}^{\omega} a^2 e^{-na} s(a) x(a) da$$

La somme de ces deux termes se simplifie en :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = - \int_{u=a}^{\omega} \frac{a^2}{2} e^{-na} s(a) x(a) da$$

En séparant les composantes « pension » et « contributions » de la fonction  $x(a)$ , il vient :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = \tau \int_{u=a}^{\omega} \frac{a^2}{2} e^{-na} s(a) w(a) da - \int_{u=a}^{\omega} \frac{a^2}{2} e^{-na} s(a) p(a) da$$

Qui peut se réécrire finalement comme :

$$\frac{d(D_{tot})}{dr} = \frac{M}{2} (V_w + A_w^2 - V_p - A_p^2)$$

où  $M$ ,  $A_w$  et  $A_p$  sont comme précédemment la masse des pensions et les âges moyens à la cotisation et à la perception de pension, et où  $V_w$  et  $V_p$  sont les variances de ces mêmes âges. En utilisant le fait que  $D_{tot}/M=(A_p-A_w)$ , cette dernière expression peut encore se réécrire:

$$\frac{d \ln(D_{tot})}{dr} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_w - V_p}{A_p - A_w} - A_w - A_p \right)$$

On peut évaluer l'ordre de grandeur de cette dérivée en supposant un âge d'entrée en activité de 20 ans, un âge de sortie de 60 ans et un décès à 80 ans. En recomptant l'âge à partir de l'entrée en activité, comme on l'a supposé dans l'ensemble du calcul, ceci donne  $A_w=20$  et  $A_p=50$ . Les variances correspondantes sont respectivement de 140 et 36. Ceci donne une semi-élasticité de  $D_{tot}$  par rapport à  $r$  de  $0,5(104/30-70) \approx -33$ . Faire passer  $r$  de la valeur  $n+g$  à la valeur  $n+g+1\%$  devrait donc se traduire par une diminution de la masse des engagements implicites de 33%. C'est à peu près ce qu'on observait sur le tableau 2 : faire passer  $r$  de 2 à 3% faisait passer la masse des engagements implicites de 7429 Mds d'Euros à 5143 Mds d'Euros, soit une chute de 31%.

