Vizja - 1 - Wspolczesna ekonomia.qxd 07-05-22 20:48 Page 87

Paweł Mielcarz
Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania
im. Leona Koźmińskiego w Warszawie

Metodologiczne i aplikacyjne problemy wyceny opcji realnych za pomocą algorytmów wyceny opcji finansowych

Streszczenie

Prezentowany artykuł omawia problem zastosowania teorii wyceny opcji finansowych do procesów wyceny opcji realnych. Pierwsza cześć artykułu przedstawia metodologiczne założenia wyceny opcji finansowych. Daje ona podstawę do identyfikacji problemów związanych z aplikacją metodologii wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych, a także zwraca uwagę na główne ograniczenie wynikające z braku instrumentu wycenianego przez rynek, który mógłby posłużyć do stworzenia portfela replikującego przepływy z wycenianej opcji realnej. W drugiej części artykułu przedstawiono dorobek praktyki i teorii w zakresie rozwiązania problemów metodologicznych związanych z brakiem w procesie wyceny opcji realnych instrumentów wycenianych przez rynek i mogących posłużyć do budowy portfela replikującego przepływy z opcji. Analiza dorobku w tym zakresie wskazuje, że metodologia zaprzeczenia aktywa rynkowego (Market Asset Declaimer) rozwiązuje część problemów, na jakie natrafia w tym zakresie praktyka. Ostatnia część artykułu omawia zagadnienia aplikacji różnych narzędzi wyceny opcji finansowych do procesów wyceny opcji realnych. Przeprowadzona analiza wskazuje, że metodologia drzew dwumodalnych jest od innych narzędzi lepiej dostosowana do wdrażania koncepcji opcji realnych do procesów decyzyjnych przedsiębiorstw.

Wprowadzenie

Metodologia wyceny opcji realnych, wzorowana na narzędziach wyceny opcji finansowych, stanowi uzupełnienie standardowej analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych. L. Trigeorgis, przedstawiając dorobek literatury przedmiotu w zakresie wykorzystania metodologii wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych wskazuje, że rozwój tej koncepcji był możliwy dzięki pracom Blacka, Scholesa i Mertona, którzy w 1973 r. jako pierwsi stworzyli modele szacowania wartości opcji finansowych, a także artykułom Coxa i Rossa z 1976 r. oraz Coxa, Rossa i Rubinsteina z 1979 r. przedstawiającym metodologię wyceny opcji finansowych na bazie drzew dwumianowych oraz prawdopodobieństw w warunkach neutralności wobec ryzyka (Trigeorgis, 1995: 18). Opracowanie fundamentów koncepcyjnych oraz narzędziowych wyceny opcji finansowych dało podstawy do prób adaptacji tych rozwiązań do szacowania wartości opcji realnych. Sam proces opracowywania rozwiązań aplikacyjnych został poprzedzony szeregiem artykułów tworzących ramy koncepcyjne wykorzystania rachunku wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych. Nurt ten zainicjowali swymi pracami S. Myers oraz W. Kester (Myers, 1977: 147–175; Kester, 1984: 153–160). Od tego czasu w literaturze przedmiotu pojawiają się artykuły ukazujące zastosowania rachunku wyceny opcji finansowych do szacowania wartości różnego rodzaju opcji realnych zawartych w projektach inwestycyjnych, a także prace o charakterze teoretycznym, rozwijające narzędzia wyliczeniowe i dostosowujące je do specyfiki opcji realnych. Całościowe podsumowanie dorobku literatury przedmiotu w tym zakresie można znaleźć m.in. w pracach L. Trigeorgis (Trigeorgis, 1995: 17–26; Trigeorgis, 2000: 14–21).

Pomimo tak dynamicznego rozwoju literatury przedmiotu, zastosowanie narzędzi wyceny opcji finansowych w szacowaniu wartości opcji realnych napotyka na wiele trudności, zarówno o charakterze metodologicznym, jak i aplikacyjnym. Niniejszy artykuł stanowi podsumowanie tych problemów wraz z próbą wskazania rozwiązań ułatwiających aplikację teorii wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych, a tym samym również do rzeczywistych procesów decyzyjnych.

Artykuł podzielono na trzy części merytoryczne oraz podsumowanie. W części pierwszej przedstawiono klasyfikację oraz założenia modeli wyceny opcji finansowych. Na tym tle, w części drugiej, omówiono ograniczenia narzędzi wyceny opcji finansowych do procesu wyceny opcji realnych, a także stosowane w praktyce rozwiązania tych problemów. Część trzecia dotyka zagadnienia aplikacji przedstawionych wcześniej narzędzi do procesów decyzyjnych przedsiębiorstw.

Prezentowana praca stanowi wstęp do cyklu artykułów, który oprócz prezentowanej tu podstawy teoretycznej wyceny opcji realnych za pomocą narzędzi wyceny opcji finansowych, będzie przedstawiał również przykłady i studia przypadków wyceny opcji realny zawartych w rzeczywistych projektach inwestycyjnych.

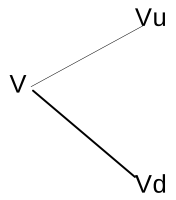
1. Metodologiczne założenia algorytmów wyceny opcji finansowych

Teoria finansów wypracowała szeroki wachlarz metod wyceny opcji finansowych. M. Arman i N. Kalitulake dzielą je na trzy główne grupy: (1) metody z grupy narzędzi programowania dynamicznego (*dynamic programming*), do których zaliczają drzewa dwu i wielomianowe, (2) metody wykorzystujące cząstkowe równania różniczkowe (*partial differential equations*), dla których autorzy jako najbardziej znany przykład przywołują model Blacka–Scholesa oraz (3) modele symulacyjne, z reguły używające techniki Monte Carlo (Amram, Kalitulake, 1999: 108–111). W literaturze przedmiotu nie ma zgodności co do nazewnictwa i klasyfikacji poszczególnych metod. Przykładowo J. Mun formułę Blacka–Scholesa oraz jej modyfikacje zalicza do grupy zamkniętych równań (*closed – form equations*), wyróżniając przy tym oddzielną grupę metod zwanych cząstkowymi równaniami różniczkowymi. Metody drzew dwu i wielomianowych, zgodnie z klasyfikacją M. Arman i N. Kalitulake wchodzące w skład grupy metod programowania dynamicznego, autor ten traktuje jako samodzielną grupę (Mun, 2002: 139). L. Trigeorgis z kolei dzieli metody wyceny na dwie grupy technik numerycznych: metody pozwalają na przybliżenie procesów stochastycznych instrumentów bazowych bezpośrednio oraz grupa metod przybliżających cząstkowe równanie różniczkowe wynikające z procesu stochastycznego (Trigeorgis, 2000: 306).

Biorąc pod uwagę stopień rozpowszechnienia opracowania M. Amram oraz N. Kalitulake w dalszym rozumowaniu przyjęto klasyfikację zaprezentowaną przez tych autorów.

W rozważaniach nad **uwarunkowaniami metodologicznymi wyceny opcji finansowych, które wiążą się bezpośrednio z możliwościami użycia tych narzędzi do wyceny opcji realnych**, posłużono się koncepcją wyceny na bazie drzew dwumianowych, czyli metodą wchodzące w skład grupy metod programowania dynamicznego. Zaprezentowana logika w zakresie tworzenia portfeli wolnych od ryzyka jest również wykorzystywana we wzorze Blacka–Scholesa i narzędziach wywodzących się z tej formuły (Pennings, Lint, 1997: 84) . Metodologicznym fundamentem koncepcji Blacka–Scholesa oraz drzew dwumianowych jest założenie o możliwości użycia wycenianego przez rynek instrumentu bazowego w procesie szacowania wartości opcji. Tego typu instrument bazowy charakteryzuje wartość bieżąca, a także historycznie obserwowalna zmienność tej wartości (*volatility*). Oba te parametry stanowią dane wejściowe niezbędne do przeprowadzenia wyceny opcji. Pozwalają one oszacować wartości instrumentu bazowego w dniu wykonania opcji, a to z kolei, poprzez stworzenie na bazie tego instrumentu portfela replikującego przepływy z opcji lub portfela wolnego od ryzyka, umożliwia zastosowanie prawa jednej ceny w procesie wyceny bieżącej wartości opcji. Z założenia, takie uwarunkowania mają uniemożliwiać przeprowadzenie transakcji arbitrażowych (Capiński, 2004: 9), ponieważ w warunkach efektywności rynku zmiany wartości portfela wiązałby się z automatyczną i identyczną zmianą wartości opcji.

Wycena opcji przeprowadzona na podstawie drzew dwumianowych może odbywać się poprzez wykorzystanie techniki **portfela replikującego wypłaty z opcji** (*replicating portfolio*) lub prawdopodobieństw **w warunkach powszechnej neutralności wobec ryzyka** (*risk neutral probability approach*). Etapem wspólnym szacowania wartości opcji za pomocą tych technik jest wyznaczenie wartości instrumentu bazowego oraz opcji w momencie jej wygaśnięcia. W tym celu wykorzystuje się koncepcję dwumianowych drzew zdarzeń. W wycenie opcji finansowych przyjmuje się, że drzewo służy do modelowania wartości instrumentu bazowego, którym jest instrument finansowy. Poniżej przedstawiono kształt drzewa zmian wartości instrumentu bazowego (V) przy założeniu, że istnieje tylko jeden okres pomiędzy momentem wyceny oraz terminem wykonania opcji.



Źródło: opracowanie własne na podstawie: J. Mun, 2003: 75.

Rys. 1. Zmiany wartości instrumentu bazowego zgodnie z ideą konstrukcji drzew dwumianowych przy założeniu, że pomiędzy momentami wyceny i wygaśnięcia opcji mija jeden okres

Oszacowanie wartości instrumentu bazowego na dzień wygaśnięcia opcji pozwala na wyznaczenie na ten moment jej wartości. W przypadku opcji typu *call* (C_u), przy założeniu wzrostu wartości instrumentu bazowego w stosunku do bieżącego poziomu, wartość tę można zapisać w następujący sposób:

$$Cu = Max\ (Vu – X;\ 0), \qquad [1]$$

gdzie: X oznacza cenę wykonania opcji.

Wartość opcji typu put w dniu jej wygaśnięcia, przy scenariuszu wzrostu wartości instrumentu bazowego można zapisać:

$$Cu = Max\ (X – Vu;\ 0). \qquad [2]$$

Zastosowanie metody portfela replikującego przepływy z opcji oznacza budowę portfela złożonego z instrumentów wolnych od ryzyka oraz określonej liczby instrumentów bazowych, których wartość oszacowano na moment wykonania opcji.[1] Z założenia, tak zbudowany portfel ma generować dokładnie taki sam

[1] Przedstawione w niniejszym artykule wzory oraz tok rozumowania stanowi opracowanie autora przygotowane na podstawie kilkunastu źródeł literaturowych tłumaczących logikę konstrukcji portfela replikującego przepływy z opcji oraz wyceny prowadzonej w warunkach neutralności wobec ryzyka. Do najważniejszych źródeł literaturowych wykorzystanych w trakcie opracowania tego rozdziału można zaliczyć: H.S. Hertah, C.S. Park, (1999), s. 6–10; T. Copeland, V. Antikarov (2001), s. 94–142; N. Lewis, D. Enke, D. Spurlock, (2004), s. 28–40; T. Copeland., T. Koller, J. Murrin (2000), s. 408–413; J. Hull (1999), s. 271–286. Dla zachowania zgod-

strumień pieniężny, co wyceniana opcja w każdym scenariuszu rozwoju sytuacji (zgodnie z założeniami modelu drzew dwumianowych możliwe scenariusze rozwoju sytuacji dla drzewa jednookresowego ograniczają się do wzrostu lub spadku wartości instrumentu bazowego). Portfel ten w literaturze przedmiotu jest nazywany portfelem replikującym przepływy z opcji (Patena, Urbański, 2004: 10–15). Kalkulacje wskaźników zmiany wartości początkowej instrumentu bazowego (u i d) z reguły przeprowadzone są na bazie wzorów (3) oraz (4).

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \qquad [3]$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = \frac{1}{u} \qquad [4]$$

gdzie: σ – obliczane na bazie rocznych pomiarów odchylenie standardowe stopy zwrotu z instrumentu bazowego (Mun, 2002: 144), δt – wyrażony w latach czas, który upływa pomiędzy poszczególnymi etapami modelowanymi za pomocą drzew zdarzeń.

Zaprezentowane wzory (3) oraz (4) stanowią najbardziej rozpowszechniony sposób kalkulacji wartości wskaźników zmiany wartości instrumentu na drzewie zdarzeń, ale w literaturze przedmiotu można odnaleźć również inne formuły służące do tego celu (Hull, 1999: 285).

Warunki konstrukcji portfela replikującego można zapisać w następujący sposób:

$$mVu + B(1 + r_f) = C_u \qquad [5]$$

$$mVd + B(1 + r_f) = C_d \qquad [6]$$

gdzie: m – liczba instrumentów bazowych tworzących portfel replikujący przepływy z opcji, B – wartość instrumentów wolnych od ryzyka tworzących portfel replikujący przepływy z opcji, r_f – stopa wolna od ryzyka, C_u – wartość opcji w dniu jej wygaśnięcia przy założeniu wzrostu wartości instrumentu bazowego, C_d – wartość opcji w dniu jej wygaśnięcia przy założeniu spadku wartości instrumentu bazowego.

ności z praktyką tworzenia analiz finansowych projektów oraz zgodnie z metodologią przedstawioną przez T. Copelanda i V. Antikarova, we wszystkich wzorach przyjęto aktualizację na bazie dyskontowania składanego, co jest rozbieżne z oryginalnymi wzorami J.C. Coxa, S.A. Rossa, S. Rubinsteina, gdzie stosuje się aktualizację na bazie oprocentowania ciągłego.

Na podstawie przekształceń powyższych zależności można ustalić liczby instrumentów bazowych niezbędnych do stworzenia portfela replikującego przepływy z opcji:

$$m = \frac{C_u - C_d}{V_u - V_d} \tag{7}$$

Ustalenie liczby instrumentów bazowych niezbędnych do stworzenia portfela replikującego przepływy z opcji pozwala na wyznaczenie wzoru na wartość instrumentów wolnych od ryzyka niezbędnych do stworzenia takiego portfela:

$$B = \frac{C_u - mVu}{\left(1 + r_f\right)} \tag{8}$$

lub

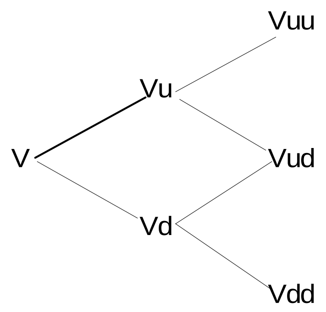
$$B = \frac{C_d - mVd}{\left(1 + r_f\right)} \tag{9}$$

Oszacowanie wartości parametrów *m* i *B* umożliwia kalkulację dzisiejszej wartości portfela doskonale replikującego przepływy z opcji i zastosowanie prawa jednej ceny w procesie jej wyceny. Jeśli bowiem przyszłe przepływy z opcji i portfela replikującego są identyczne a stopy dyskontowe równe (stopy powinny być równe, biorąc pod uwagę takie same ryzyko przepływów), to opcję i portfel charakteryzuje ta sama wartość bieżąca. W związku z tym na podstawie analizy bieżącej wartości portfela replikującego można również ustalić wartość opcji.

$$C = mV + B \tag{10}$$

Zgodnie z założeniami leżącymi u podstaw narzędzi wyceny opcji finansowych pełna efektywność rynku nie pozwala na przeprowadzenie transakcji arbitrażowych, a więc wartości portfela oraz opcji w takich warunkach muszą być równe (Capiński, 2004: 9).

Przeprowadzenie wyliczeń zgodnie z przedstawionymi wzorami pozwala na wyznaczenie wartości opcji dla sytuacji, w której pomiędzy wyceną a momentem wygaśnięcia opcji mija jeden okres. Na rysunku 2 przedstawiono schemat kalkulacji wartości instrumentu bazowego przy założeniu, że pomiędzy okresem wyceny opcji, a jej wygaśnięciem mijają dwa okresy, a ponadto nie są w tym okresie wypłacane przez instrument finansowy przepływy pieniężne.



Źródło: opracowanie własne na podstawie: J. Mun, 2003: 75.

Rys. 2. Zmiany wartości instrumentu bazowego zgodnie z założeniami konstrukcji drzew dwumianowych przy założeniu, że pomiędzy momentami wyceny i wygaśnięcia opcji mijają dwa okresy

W przypadku wystąpienia większej liczby okresów, wyliczenia bieżącej wartości opcji typu europejskiego, rozpoczynałby się od oszacowania wartości instrumentu bazowego w dniu jej wygaśnięcia. W kolejnym kroku wyznaczana jest na ten moment wartość opcji w sposób zapewniający zachowanie warunków zdefiniowanych we wzorach (1) i (2). Następnie, na podstawie wzorów (5)–(9) kalkulowane są wartości opcji na koniec okresu wcześniejszego, przy czym w wyliczeniach, zgodnie ze wzorem (10) wykorzystywane są planowane wartości instrumentu bazowego na okres, dla którego prowadzone są wyliczenia. Uzyskane w ten sposób wartości opcji stanowią podstawę do prowadzenia wyceny opcji na okres wcześniejszy, zgodnie ze wzorami (5)–(10).

Również w przypadku metody **prawdopodobieństw w warunkach powszechnej neutralności wobec ryzyka** w pierwszej kolejności konieczne jest wyznaczenie szacowanej wartości instrumentu bazowego oraz opcji w dniu jej wykonania. Następnie, na podstawie oszacowanych wcześniej przyszłych wartości tych parametrów, **budowany jest portfel złożony z jednej opcji występującej w pozycji krótkiej oraz określonej liczby instrumentów bazowych** (Tarczyński, Zwolański, 1999: 160). Niektórzy autorzy wskazują również, że portfel może składać się z jednego instrumentu bazowego i określonej liczby wycenianej opcji w pozycji krótkiej (Copeland, Antikarov, 2001: 95). W założeniach **portfel ten ma być wolny od ryzyka, a więc bez względu na przewidywane zmiany wartości instrumentu bazowego, wartość końcowa całego portfela musi pozostać na stałym poziomie.** Sytuacja taka zaistnieje, jeżeli liczba instrumentów bazowych zostanie wyznaczona w taki sposób, aby wartość portfela w dniu wygaśnięcia opcji była taka sama dla obu alternatywnych wartości instrumentu bazowego (Hull, 1999: 272). Przedstawione założenie pozwala na zapisanie następującego wzoru:

$$mVu - C_u = mVd - C_d \qquad [11]$$

Wyznaczenie współczynnika *m* pozwala określić, ile instrumentów bazowych powinno znajdować się w portfelu, aby w efekcie skokowych zmian jego wartości wartość całego portfela pozostała na niezmienionym poziomie:

$$m = \frac{C_u - C_d}{Vu - Vd} \quad [12]$$

Po wyliczeniu liczby instrumentów bazowych na podstawie wzoru (12), portfel złożony z *m* instrumentów bazowych oraz opcji w pozycji krótkiej jest wolny od ryzyka. W związku z tym, stopa zwrotu z tego portfela musi być równa stopie wolnej od ryzyka (Dixit, Pindyck, 1993: 31). Dlatego też kalkulacja wartości początkowej portfela powinna opierać się na stopie wolnej od ryzyka, jako parametrowi adekwatnemu do aktualizacji na moment zero wartości tego portfela. Przeprowadzenie takich obliczeń oznacza w praktyce wyznaczenie wartości bieżącej elementów tworzących portfel. W związku z tym możliwe jest zapisanie następującego wzoru:

$$mV - C = \frac{mVu - C_u}{(1 + r_f)} \quad [13]$$

W powyższym wzorze jedyną niewiadomą pozostaje wartość bieżąca opcji (*C*). Podstawiając do wzoru (13) za *m* formułę wyliczania tego parametru (12) i dokonując odpowiednich przekształceń, otrzymamy wzór pozwalający kalkulować wartość bieżącą opcji:

$$C = \frac{\left[C_u\left(\frac{(1 + r_f) - d}{u - d}\right) + C_d\left(\frac{u - (1 + r_f)}{u - d}\right)\right]}{(1 + r_f)} \quad [14]$$

Przeprowadzenie dalszych przekształceń wzoru (14) ułatwia jego interpretację.

Wartość bieżącą instrumentu bazowego można zapisać jako sumę zdyskontowanych stopą wolną od ryzyka nieobarczonych ryzykiem przyszłych wartości instrumentu bazowego (*certainty equivalent values*) (Trigeorgis, 1995: 11). Wyznaczenie nieobarczonych ryzykiem przyszłych wartości instrumentu bazowego jest możliwe poprzez przemnożenie przyszłych, obarczonych ryzykiem wartości tego instrumentu, oszacowanych za pomocą współczynników wyliczanych na podstawie wzorów (3) i (4) przez prawdopodobieństwa właściwego dla warunków powszechnej neutralności wobec ryzyka (*risk neutral probabilities*). Sposób przeprowadzenia tej operacji opisuje następujący wzór:

$$V = \frac{Vuq + Vd(1-q)}{(1+r_f)} \qquad [15]$$

gdzie: q – prawdopodobieństwo osiągnięcia danej wartości instrumentu bazowego w warunkach powszechnej neutralności wobec ryzyka.

Wzór (15) wskazuje, że wartość bieżącą instrumentu bazowego określają jego przyszłe, obarczone ryzykiem wartości (będące efektem przyszłych, obarczonych ryzykiem przepływów pieniężnych) zważone **prawdopodobieństwami w warunkach powszechnej neutralności wobec ryzyka** i zdyskontowane przy stopie wolnej od ryzyka. Aktualizacja przy stopie wolnej od ryzyka jest konsekwencją przeliczenia przyszłych wartości instrumentu bazowego obarczonych ryzykiem na wartości nieobarczone ryzykiem. Przekształcając powyższy wzór względem q uzyskuje się następujące równania:

$$q = \frac{(1+r_f) - d}{u-d} \qquad [16]$$

$$1-q = \frac{u-(1+r_f)}{u-d} \qquad [17]$$

Powyższe formuły na wyznaczenie wartości prawdopodobieństw w warunkach neutralności wobec ryzyka, podstawione do wzoru (14), pozwalają na uzyskanie następującego algorytmu wyznaczenia bieżącej wartości opcji:

$$C = \frac{(qC_u + (1-q)C_d)}{(1+r_f)} \qquad [18]$$

Wzór (18) mówi, że przemnożenie wartości opcji w momencie jej wygaśnięcia przez prawdopodobieństwa w warunkach neutralności wobec ryzyka pozwala na wyznaczenie przyszłej, wolnej od ryzyka wartości opcji, która, po zdyskontowaniu stopą wolną od ryzyka, daje jej bieżącą wartość.

Podobnie jak w przypadku opisywanej wcześniej metody replikacji przepływów z opcji, przeprowadzony tok rozumowania oraz przedstawione wzory pozwalają na oszacowanie bieżącej wartości opcji przy założeniu, że pomiędzy momentem wyceny, a momentem wygaśnięcia opcji upływa jeden okres. Zwiększenie liczby okresów analizy oznacza rozbudowę drzewa zmian wartości instrumentu bazowego (drzewa zdarzeń), czego konsekwencją jest również większa liczba występujących wartości instrumentów bazowych oraz opcji w momencie ich wygaśnięcia. W celu wyznaczenia wartości bieżącej opcji w takich warunkach, dla każdej pary sąsiadujących ze sobą na drzewie zdarzeń wartości opcji oraz instrumentów bazowych prowadzone są wyliczenia wartości opcji na okres wcześniejszy, zgodnie ze wzorem (18), aż do uzyskania wartości bieżącej.

Przedstawiona logika wykorzystania koncepcji portfela wolnego od ryzyka oraz wykluczenie możliwości arbitrażu, leżąca u podstaw koncepcji drzew dwumianowych, jest również fundamentem formuły Blacka–Scholesa (Hull, 1999: 298). Jak wskazują W. Tarczyński i M. Zwolański (1999: 171), „najważniejszą różnicą między modelem dwumianowym i modelem Blacka–Scholesa jest fakt, że w modelu Blacka–Scholesa zmiany cen instrumentu podstawowego (instrumentu bazowego – przyp. autora) są ciągłe, natomiast w modelu dwumianowym zmiany cen akcji zachodzą w sposób skokowy.” W efekcie wyniki uzyskane przy wykorzystaniu tych metod różnią się, jednak badania wskazują, że przy zwiększaniu liczby węzłów w modelu dwumianowym wzrasta zgodność otrzymanych rezultatów. J. Mun (2002: 140) podaje, że przy zastosowaniu około 1000 okresów, dla których symulowane będą wartości na drzewach dwumianowych przeprowadzone wyliczenia dadzą bardzo zbliżone wyniki do rezultatów uzyskanych za pomocą formuły Blacka–Scholesa.

2. Główne problemy metodologiczne związane z wykorzystaniem algorytmów wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych

Wprawdzie od ponad dwudziestu lat w literaturze przedmiotu widoczny jest dynamiczny rozwój bazy narzędziowej próbującej adaptować rachunek wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych, jednak wyniki dotychczasowych prac nie pozwalają na bezkrytyczne używanie tego typu narzędzi w praktyce. Ich stosowanie wiąże się bowiem z koniecznością przyjęcia kilku restrykcyjnych założeń, które w dużej mierze stawiają pod znakiem zapytania metodologiczną poprawność przeprowadzonych kalkulacji. Jedno z głównych zastrzeżeń w tym zakresie dotyczy instrumentu bazowego wykorzystywanego w procesie wyceny opcji realnych.

Założeniem klasycznych modeli wyceny opcji finansowych jest dostępność informacji o bieżącej wartości instrumentu bazowego oraz o historycznej zmienności tej wartości. Wartość opcji jest szczególnie wrażliwa na poziom zmienności ceny instrumentu bazowego (Pennings, Lint, 1997: 84). Parametr ten determinuje szacowaną wartość instrumentu bazowego w dniu wykonania opcji i w ten sposób wpływa na jej bieżącą wartość. W przypadku opcji realnych za instrument bazowy przyjmuje się bieżącą wartość projektu inwestycyjnego brutto (bez nakładów inwestycyjnych). W praktyce tego typu projekty nie podlegają wycenie rynkowej, co uniemożliwia ustalenie niekwestionowanych wartości parametrów instrumentów służących do budowy portfela replikującego, a w konsekwencji przekreśla możliwość zastosowania klasycznego prawa jednej ceny w procesie szacowania wartości opcji realnych zawartych w projekcie. Fakt ten oznacza również brak możliwości oszacowania zmienności instrumentu bazowego na podstawie historycznej zmienności projektu. Ograniczenia te są przyczyną zgłaszania przez część badaczy zastrzeżeń co do możliwości poprawnego wykorzystania tradycyjnego rachunku opcyjnego do wyceny opcji realnych (Teisberg, 1995: 42). W anglojęzycznej literaturze przedmiotu można zaobserwować jednak rozwój nurtu aplikacyjnego, którego celem jest znalezienie odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób zastosować metodologicznie poprawnie rachunek wyceny opcji finansowych do wyceny opcji elastycznego reagowania zawartych w projektach inwestycyjnych.

We wczesnych próbach aplikacji narzędzi wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych wskazywano na możliwość wykorzystania jako instrumentu mogącego zastąpić wyceniany przez rynek instrument bazowy notowanego aktywa, którego przepływy (a tym samym wartość bieżąca) byłaby doskonale skorelowana z wartością projektu w każdym możliwym scenariuszu rozwoju sytuacji. Jest to tzw. **metoda waloru bliźniaczego** (*twin security*) (Copeland, Antikarov, 2001: 94). Za instrument taki przyjmowano wyceniane przez rynek i uzyskiwane dzięki realizacji danego projektu surowce naturalne, w przypadku projektów eksploracyjnych (np. ceny ropy naftowej dla projektów wiertniczych, czy ceny złota lub węgla dla projektów górniczych), lub akcje podmiotów prowadzących podobną działalność do tej, która miała być realizowana w efekcie przeprowadzenia projektu (Bernnan, Schwartz, 1985: 135–157). Na podstawie takiego założenia, a także na bazie historycznych zmienności aktywa bliźniaczego, szacowano również zmienność instrumentu bazowego w procesie wyceny opcji realnych.

Zastosowanie tego rozwiązania nie pozwala jednak na rozwikłanie problemów metodologicznych wynikających z wykorzystania modeli wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych. W praktyce bardzo rzadko występuje sytuacja, w której wartość instrumentu podlegającego wycenie rynkowej może być potraktowana jako doskonale skorelowana z wartością brutto rzeczywistego projektu inwestycyjnego. Przykładowo, do wyceny projektu polegającego na opracowaniu nowego leku na określoną chorobę konieczne byłoby znalezienie notowanej akcji przedsiębiorstwa, które zajmuje się wyłącznie opracowywaniem takiej samej technologii, działającego na tym samym rynku, będącego na tym samym etapie prac badawczych, a także charakteryzującego się dźwignią finansową oraz operacyjną zbliżoną do dźwigni dającej się przypisać do wycenianego projektu. Brak zachowania powyższych warunków uniemożliwia przyjęcie bezkrytycznego założenia, że wartość akcji jest doskonale skorelowana z wartością projektu. Nawet, jeśli dla danego projektu byłoby możliwe odnalezienie spółki opracowującej podobną technologię, to pozostaje problem oddzielenia wpływu tego projektu od innych czynników kształtujących wartość akcji (np. pozostałe prowadzone przez firmę projekty badawcze, przepływy finansowe realizowane aktualnie i przewidywane przez rynek w przyszłości). W praktyce jednak większość przedsięwzięć ma charakter niepowtarzalny, co przekreśla możliwości odnalezienia odpowiednika waloru bazowego na rynku giełdowym. Wykorzystanie cen notowanych surowców naturalnych w wycenie projektów, których efektem ma być ich wydobycie także budzi wątpliwości. Często bowiem wartość samego zasobu naturalnego nie stanowi głównego składnika wolnych przepływów pieniężnych generowanych przez projekt. T. Copeland i V. Antikarov wskazują na ograniczenia tej koncepcji przytaczając ich zdaniem przykład błędnej wyceny opcji odroczenia otwarcia kopalni złota, w przypadku której za instrument bazowy przyjęto wartość złota (Copeland, Antikarov, 2001: 94). Autorzy podkreślają, że zmienność cen złota nie jest tym samym co zmienność wartości kopalni.

Biorąc pod uwagę ograniczenia koncepcji aktywa bliźniaczego, część badaczy poszukuje innego, metodologicznie spójnego uzasadnienia zastosowania metodologii wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych. Syntetyczne podsumowanie dorobku literatury w tym zakresie prezentują W. Patena i A. Urbański (2004). Autorzy ci zwracają uwagę na argument L. Trigeorgisa, którego zdaniem sam fakt istnienia gdzieś na rynku bliżej nieokreślonego instrumentu, doskonale skorelowanego z instrumentem bazowym opcji realnych, pozwala na ich wycenę za pomocą algorytmów wyceny opcji finansowych (Patena, Urbański, 2004: 10–15). Zgodnie ze słowami wspomnianych autorów taki punkt widzenia potwierdzają T. Luehrman, S. Howella, F. Boer oraz D. Kellog (Patena, Urbański, 2004: 14). Wprawdzie przyjęcie takiej argumentacji upoważnia do stosowania algorytmów wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych, ale nie rozwiązuje problemu wyznaczenia parametrów niezbędnych do przeprowadzenia wyliczeń, czyli wartości bieżącej instrumentu bazowego oraz jego zmienności. Dlatego też, zdaniem autorów, wyznaczenie tych parametrów sprowadza się często do subiektywnych decyzji podjętych na podstawie analizy przepływów pieniężnych, które mają generować projekt lub na bazie mniej lub bardziej uzasadnionych metodologicznie technik wspierających proces szacowania zmienności projektu.

W zakresie szacowania zmienności projektu, T. Mun podsumowując dorobek teorii i praktyki, wyróżnia metodą symulacji wpływu zmiennych bazowych na odchylenie standardowe stopy zwrotu z projektu, metody szacowania zmienności na podstawie przewidywanych wolnych środków pieniężnych, założeń eksperckich, zmienności cen instrumentu notowanego (w zależności od projektu akcji lub surowca naturalnego) i charakteryzującego się tym samym ryzykiem, co rozpatrywany projekt (*twin security approach*) oraz w oparciu o metodę GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*) (Mun, 2002: 197–202). M. Perlitz, T. Peske i R. Schrank dodają do tej listy przybliżenia wyznaczone na podstawie danych o historycznej zmienności podobnych projektów, a także metodę stosowaną przez firmę farmaceutyczną „Merck", która w celu oszacowania zmienności wykorzystywanej w wycenie opcji realnych w prowadzonych projektach badawczo – rozwojowych, używa zmienności indeksu firm biotechnologicznych notowanych na NASDAQ (Perlitz, Peske, Schrank, 1999: 260). Niemniej jednak rozwiązania te, ze względu na brak możliwości zweryfikowania przyjętego założenia o zgodności uzyskanych wyników z rzeczywistą, a nie szacowaną zmiennością projektu, prowadzą do wyznaczenia mniej lub bardziej uzasadnionych przybliżeń, co oznacza, że jakość wyceny opcji jest w dużej mierze zależna od trafności przyjętych założeń (Patena, Urbański, 2004: 14).

Na początku bieżącego dziesięciolecia, T. Copeland i V. Antikarov (2001: 94) zaprezentowali koncepcję oraz techniki kalkulacyjne, które na bazie zaprezentowanej wcześniej opinii L. Trigeorgisa, pozwalają na oszacowanie wartości i zmienności instrumentu bazowego. Metodologia ta nosi nazwę **zaprzeczenia aktywa rynkowego** (*Market Asset Disclaimer MAD*) i bazuje na założeniu, że rolę instrumentu bazowego może pełnić wartość projektu brutto wyliczona bez uwzględnienia wpływu elastyczności działania, czyli bez wyceny opcji realnych. W ten sposób przyjmowane jest założenie, że tak wyznaczona wartość projektu odzwierciedla w pełni jego wartość rynkową. Autorzy ci twierdzą, że nie ma lepiej skorelowanego z wartością projektu instrumentu niż sam projekt, kwestionując w ten sposób sensowność poszukiwań notowanego instrumentu bliźniaczego. Tak wyznaczona wartość stanowi podstawę do oszacowania zmienności projektu za pomocą programów do prowadzenia symulacji typu Monte Carlo.

Należy podkreślić, że koncepcja zaproponowana przez Copelanda i Antikarova nie rozwiązuje problemu braku wyceny rynkowej aktywa, który ma pełnić rolę instrumentu bazowego, w związku z czym, w tym przypadku również nie ma możliwości weryfikacji wartości przyjętych dla parametrów instrumentu bazowego. Niemniej jednak przy akceptacji założenia, że projekt bez elastyczności działania może pełnić rolę instrumentu bazowego, rozwiązanie to tworzy dość przekonywujące metodologicznie i spójne technicznie narzędzie, które pozwala na przeprowadzenie procesu wyceny opcji przy jednoczesnym ograniczeniu subiektywizmu w doborze założeń o zmienności instrumentu bazowego. W tym przypadku zmienność instrumentu bazowego, czyli projektu brutto bez elastyczności działania, jest szacowana za pomocą symulacji typu Monte Carlo, na bazie założeń o rozkładach prawdopodobieństw poszczególnych zmiennych bazowych. Fakt ten wymusza analityczne spojrzenie na istotę ryzyka oraz czynniki kształtujące zmienność projektu. Akceptacja omawianego założenia otwiera nowe możliwości wyceny opcji realnych zawartych w projektach badawczo – rozwojowych. Choć w literaturze przedmiotu odnaleźć można również głosy stanowczych krytyków tej koncepcji (Capiński, Patena, 2003: 109–112), nie zmienia to jednak faktu, że z perspektywy dotychczasowych osiągnięć w zakresie poszukiwania rozwiązań problemu braku wyceny instrumentu bazowego w przypadku opcji realnych, a także sposobu szacowania zmienności tego instrumentu, pomysł Copelanda i Antikarova wydaje się być najbardziej spójny.

Problem z wyznaczeniem wartości instrumentu bazowego oraz jego zmienności nie wyczerpuje trudności metodologicznych w zastosowaniu rachunku wyceny opcji finansowych do szacowania rachunku opcji realnych. M. Capiński (2004: 9) zwraca uwagę, że w przypadku wyceny opcji realnych nie ma możliwości zajęcia pozycji krótkiej w odniesieniu do instrumentu bazowego, co, jego zdaniem, wyklucza możliwość zachowania zasady braku arbitrażu, leżącej u podstaw techniki replikacji portfela.

M. Perlitz, T. Peske i R. Schrank (1999: 260) podkreślają problem ujęcia w wycenie niepewności związanej z techniczną stroną projektu, która ich zdaniem, wpływa w przeciwieństwie do ryzyka rynkowego, na zmniejszenie wartości opcji realnych. Autorzy ci poruszają również kwestie innych niedogodności metodologicznych powstających w toku stosowania modeli wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych. Są one związane z różnicami dzielącymi te instrumenty (np. brak w przypadku opcji realnych pewnej ceny wykonania, możliwość wpływania posiadacza opcji na jej wartość, długi czas niezbędny do wykonania opcji realnych).

3. Problemy aplikacyjne wykorzystania algorytmów wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych

Przeprowadzenie wyceny opcji realnych na bazie narzędzi szacowania wartości opcji finansowych wiąże się z koniecznością wyboru jednej z wielu przedstawianych w literaturze przedmiotu technik obliczeniowych. Dobór algorytmu kalkulacyjnego jest zadaniem bardzo istotnym, ponieważ pociąga za sobą konsekwencje natury metodologicznej oraz może determinować sukces procesu implementacji do procedur decyzyjnych przedsiębiorstw samej koncepcji wyceny opcji realnych zawartych w projektach badawczo – rozwojowych.

Analiza literatury przedmiotu obejmującej zagadnienia wykorzystania narzędzi wyceny opcji finansowych do szacowania wartości opcji realnych zawartych w projektach inwestycyjnych jednoznacznie wskazuje, że do tego typu zastosowań wykorzystywane są głównie narzędzia zaliczane przez M. Amram i N. Kalitulake (1999: 108–111) do grupy metod programowania dynamicznego oraz cząstkowych równań różniczkowych. W zdecydowanej większości prezentowanych w bibliografii źródeł literaturowych poruszających zagadnienie wyceny opcji realnych, wzory Blacka–Scholesa oraz ich modyfikacje, a także drzewa dwumianowe, czyli przedstawiciele głównych grup metod wyceny opcji finansowych, prezentowane są jako podstawowe narzędzia wyceny. Problematykę stosowania symulacji typu Monte Carlo jako samodzielnego narzędzia wyceny opcji realnych porusza stosunkowo niewielu autorów, podkreślając jednocześnie jej nieadekwatność do wyceny opcji realnych o charakterystyce odpowiadającej opcji typu amerykańskiego (niemożność oszacowania wartości instrumentu bazowego przed momentem jego wygaśnięcia) oraz opcji złożonych (Amram, Kalitulake, 1999: 111). Opcje realne mają natomiast często charakter opcji złożonych. Brak możliwości oszacowania wartości opcji przed jej wygaśnięciem nie pozwala również na modelowanie optymalnych decyzji w czasie życia opcji, co jest możliwe przy zastosowaniu technik z grupy programowania dynamicznego (Trigeorgis, 2000: 311). Dodatkowym argumentem przemawiającym przeciwko prowadzeniu wyceny opcji realnych za pomocą symulacji typu Monte Carlo jest również ich niska znajomość w środowiskach biznesowych. Pośrednim potwierdzeniem tej opinii są nieobecność lub bardzo ograniczone charakterystyki takiego wykorzystania symulacji typu Monte Carlo w podręcznikach obejmujących zagadnienia wyceny instrumentów pochodnych. Znacznie częściej symulacja typu Monte Carlo wskazywana jest w publikacjach dotyczących wyceny opcji realnych jako narzędzie szacowania zmienności projektu, czyli parametru wykorzystywanego w wycenie prowadzonej metodami głównymi.[2]

Rozpatrując problem przydatności metod wchodzących w skład dwóch głównych grup narzędzi wyceny opcji na instrumenty finansowe do szacowania wartości opcji realnych, należy pamiętać, że takie zastosowanie tych metod wymaga przyjęcia założeń przedstawionych w niniejszym rozdziale. Upoważnia to do stwierdzenia, że nie istnieją metody wyceny opcji finansowych, których zastosowanie do wyceny opcji realnych byłoby z metodologicznego punktu widzenia bezwzględnie poprawne.

Duża część opcji realnych ma charakter opcji złożonych (sekwencyjnych, symultanicznych lub symultaniczno – sekwencyjnych) oraz niepowtarzalny. Szacowanie wartości tego typu instrumentów jest więc procesem znacznie bardziej skomplikowanym niż wycena opcji na instrumenty finansowe, co przemawia przeciw korzystaniu z zamkniętych modeli wyceny opcji, dostosowanych do wyceny instrumentów o ściśle określonym parametrach. Taki właśnie charakter mają dobrze rozpoznane w literaturze przedmiotu i przyjęte przez świat praktyki algorytmy wyceny wykorzystujące cząstkowe równania różniczkowe. Warunki uwzględnione w założeniach, np. standardowego modelu Blacka–Scholesa, ograniczają w praktyce jego zastosowanie do wyceny prostych, europejskich opcji *put* i *call*, nieuwzględniających wypłaty dywidend z instrumentu bazowego, co jest poważnym problemem w przypadku wyceny opcji realnych, których specyfika polega na wypłacie wolnych przepływów pieniężnych przed wygaśnięciem opcji (Perlitz, Peske, Schrank, 1999: 264). Model ten w swej bazowej postaci nie pozwala również na wycenę opcji typu amerykańskiego, a przecież analiza specyfiki projektów badawczo-rozwojowych wskazuje, że w wielu przypadkach, ze względu na planowane wypłaty pieniężne lub działania konkurencji, optymalny moment wykonania opcji przypada przed jej wygaśnięciem. Argumentem przemawiającym przeciwko stosowaniu do wyceny opcji realnych modelu Blacka––Scholesa oraz wywodzących się z tej formuły innych modeli zakładających ciągłą zmienność wartości instrumentu bazowego jest również to, że zmiany wartości tego typu projektów mają charakter dyskretny i zachodzą najczęściej tylko kilka razy w trakcie jego trwania (Pennings, Lint, 1997: 85). Fakt ten stoi w sprzeczności z założeniami tego typu narzędzi. W literaturze przedmiotu istnieją rozwiązania ukierunkowane na przebudowę modelu Blacka–Scholesa, w taki sposób, aby uwzględniał on tę specyficzną cechę projektów badawczo-rozwojowych (Pennings, Lint, 1997: 85), niemniej jednak należy stwierdzić, że naj-

[2] Przykłady takiego wykorzystania symulacji typu Monte Carlo zostaną przedstawione w kolejnych publikacjach autora, zamieszczanych w kolejnych numerach „Współczesnej Ekonomii”. W literaturze przedmiotu takie rozwiązania prezentują między innymi J. Mun (2002: 148) oraz T. Copeland i V. Antikarov (2001: 250).

bardziej rozpowszechniona i rozpoznawalna formuła nie pozwala na jej bezkrytyczne zastosowanie do wyceny elastyczności działania zawartej w projektach badawczo-rozwojowych.

Pomimo niedostosowania modelu Blacka–Scholesa do wyceny opcji realnych przedstawicielem orędowników wykorzystania tego narzędzia do szacowania wartości elastycznego reagowania jest A. Damodaran. Autor ten twierdzi, że w celu wyceny opcji złożonych zawartych w projektach badawczo-wdrożeniowych można zastosować model Blacka–Scholesa przeznaczony do szacowania opcji prostych, czyniąc w ten sposób założenie, że w ramach danego projektu występuje tylko jedna opcja podjęcia określonego działania. W ten sposób problem wyceny opcji złożonej jest upraszczany do zagadnienia wyceny europejskiej opcji *call* lub *put*. Takie działanie generalnie zmniejsza wartość opcji zawartych w projekcie i dlatego też autor sugeruje, że uzyskana w ten sposób wartość powinna stanowić tylko bazę wyceny. Z drugiej jednak strony, A. Damodaran zauważa, że podejście to znacznie ułatwia proces definiowania zmiennych bazowych oraz zmniejsza poziom komplikacji niezbędnych wyliczeń, co może mieć zasadnicze znaczenie dla odbiorców analizy. Autor ten stoi również na stanowisku, że poprzez odjęcie od bieżącej wartości instrumentu bazowego (wartość bieżąca projektu bez elastyczności działania) wartości bieżącej planowanych wypłat wolnych przepływów pieniężnych do dnia wygaśnięcia opcji, można przybliżyć wartość opcji realnej przy założeniu wypłat z opcji i w ten sposób rozwiązać problem niedostosowania modelu Blacka–Scholesa do wyceny opcji na instrumenty wypłacające dywidendę (Damodaran, 2001: 365). Według tego autora można również zastosować zmodyfikowany wzór Blacka–Scholesa, który uwzględnia wypłaty dywidend w wysokości stanowiącej stały procent, uzyskiwany poprzez podzielenie wartości dywidendy i bieżącej wartości projektu (Damodaran, 2001: 368). W przypadku opcji *call* może tu być wykorzystana modyfikacja formuły podstawowej opracowana przez Mertona (model Mertona) (Tarczyński, Zwolański, 1999: 174).

A. Damodaran przedstawia również dwa sposoby uwzględnienia w wycenie możliwości wcześniejszego wykonania opcji, na co nie pozwala standardowy model Blacka–Scholesa. Prostszy z nich polega na przyjęciu założenia, że wartość europejskiej opcji wyliczona na bazie tego modelu będzie stanowić bazę lub konserwatywne przybliżenie wartości opcji amerykańskiej. Zasadność takiego założenia ma wynikać z faktu, że opcja amerykańska w każdym możliwym przypadku powinna być warta co najmniej tyle, co opcja europejska. Taki punkt widzenia znajduje zwolenników. W literaturze przedmiotu podobne rozwiązanie sugeruje m.in. T. Luehrman, przy czym zwraca on uwagę na zasadność dokonania dodatkowych obliczeń, które przybliżałyby wartość opcji amerykańskiej (Luehrman, 1998: 14). Druga metoda sprowadza się do wyliczenia wartości opcji na każdy możliwy dzień wypłaty dywidendy i wybranie wartości maksymalnej. Autor nie przedstawia praktycznego przykładu zastosowania tego rozwiązania.

Pogląd o zasadności wykorzystania modelu Blacka–Scholesa do wyceny opcji realnych potwierdza również T. Luehrman (1998). Jego zdaniem, choć użycie tego narzędzia wymusza akceptację wielu trudnych do spełnienia założeń, to jednak pozwala również na jakościową poprawę analizy projektów inwestycyjnych. Autor zwraca jednak uwagę, że takie podejście wymaga zachowania ostrożności w interpretacji uzyskanych wyników (Luehrman, 1998: 14).

Zupełnie inny pogląd w sprawie wykorzystania modeli wyceny opcji na instrumenty finansowe do szacowania wartości opcji realnych prezentują T. Copeland i V. Antikarov (2001: 213–216). W ich opinii rozbieżność pomiędzy wynikami uzyskanymi wskutek przeprowadzenia wyliczeń na bazie modelu dwumianowego oraz modelu Blacka–Scholesa, przy zastosowaniu odpowiednio dużej ilości węzłów, jest stosunkowo niewielka. Z drugiej strony, technika dwumianowa jest znacznie bardziej elastyczna i pozwala wyceniać nawet opcje wielokrotnie złożone, niepowtarzalne, o charakterze opcji amerykańskich, w przypadku których nie istnieją opracowane i rozpowszechnione algorytmy wywodzące się z grupy metod cząstkowych równań różniczkowych pozwalające na uwzględnienie ich specyfiki. Zastosowanie tej metody pozwala również na wyznaczenie optymalnego momentu wykonania opcji amerykańskiej (Copeland, Howe, 2002: 8–11).

Argumentem przemawiającym za zastosowaniem modelu dwumianowego jest również jego bardziej intuicyjny charakter niż standardowych formuł z grupy metod cząstkowych równań różniczkowych (Antikarov, 2005). Szacowanie wartości opcji realnej za pomocą zamkniętych modeli wyceny opcji finansowych, funkcjonujących w postaci skomplikowanych i nieczytelnych dla wielu decydentów wzorów, jest często procesem trudnym do wytłumaczenia osobom nieposiadającym wiedzy z zakresu teorii opcyjnej. Może to okazać się koronnym argumentem przemawiającym za użyciem w procesie wyceny opcji realnych zdecydowanie bardziej przejrzystego narzędzia, jakim są drzewa dwumianowe. Zgodnie z opinią m.in. J. Muna (2002: 195), wycena bazująca na technice drzew dwumianowych pozwala przedstawić proces analizy w sposób bardziej zrozumiały dla osób bez gruntownego przygotowania teoretycznego, co jest szczególnie istotne, gdy wyceniający nie jest jednocześnie decydentem. Autor ten twierdzi również, że ze względu na fakt, że drzewa dwumianowe są stosunkowo łatwiejsze do wytłumaczenia kadrze zarządzającej oraz zaakceptowania przez nią niż inne techniki, rozwiązanie to stało się najczęściej wykorzystywanym przez przedsiębiorstwa narzędziem wyceny opcji realnych wywodzącym się z algorytmów wyceny opcji finansowych (Mun, 2002: 100).

Zaletą drzew dwumianowych jest również naturalne powiązanie tej metody z tradycyjną analizą zdyskontowanych przepływów pieniężnych (Antikarov, 2005). Przyjmując rozwiązania zaproponowane przez T. Copelanda i V. Antikarova, kalkulacja NPV projektu jest etapem wyceny opcji w nim zawartych, a sama konstrukcja dwumianowych drzew zdarzeń w sposób naturalny korzysta z informacji uzyskanych w drodze standardowej analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych netto. Tak jasnego powiązania wyceny elastyczności działania z wyceną projektu przy założeniu braku elastyczności działania nie można uzyskać poprzez zastosowanie narzędzi z grupy cząstkowych równań różniczkowych.

Za zastosowaniem techniki drzew dwumianowych do wyceny projektów badawczo – rozwojowych przemawia jeszcze jeden bardzo istotny argument. Standardowe algorytmy szacowania wartości instrumentów opcyjnych nie pozwalają na precyzyjne uwzględnienie w wycenie opcji spadku wartości instrumentu bazowego będącego skutkiem, np. wypłat przepływów generowanych przez instrument bazowy, planowanych działań konkurencji lub zmian technologicznych. Każde z wymienionych zdarzeń będzie wpływało na spadek wartości opcji typu *call* oraz zwiększenie wartości opcji typu *put*. Zgodnie z teorią wyceny opcji finansowych działaniem nieoptymalnym jest wykonanie opcji typu *call* na instrument niewypłacający dywidend przed momentem jej wygaśnięcia (Teisberg, 1995: 39). Dlatego też użycie standardowego modelu Blacka–Scholesa do wyceny opcji realnych oznacza również akceptację założenia, że instrument bazowy (projekt) nie będzie wypłacał dywidend do dnia wykonania opcji. Jak już podkreślono, w rozpowszechnionych wersjach algorytmów zamkniętych, wywodzących się z formuły Blacka–Scholesa, sposób uwzględnienia możliwości wypłaty wolnych przepływów pieniężnych z instrumentu bazowego nie odpowiada specyfice wypłat generowanych przez projekty inwestycyjne. Akceptując punkt widzenia Copelanda i Antikarova, że za instrument bazowy może służyć wartość projektu bez elastyczności działania, metoda wyceny opcji na bazie drzew dwumianowych pozwala na rozwiązanie tego problemu. Stosowne rozwiązania analityczne, bazujące na dwumianowym algorytmie wyceny opcji wypłacających wolne przepływy pieniężne, przedstawiono w rozdziale w następnej części niniejszego opracowania. W tym przypadku, na etapie tworzenia drzew zdarzeń zakłada się spadek wartości projektu bez elastyczności działania po wypłacie kolejnych przepływów pieniężnych, które są zależne od wyliczonych na każdym etapie analizy współczynników wypłaty wolnych środków pieniężnych. Współczynniki wypłaty są natomiast zdeterminowane wartością planowanych, wolnych przepływów pieniężnych uzyskanych wskutek konwencjonalnej analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych, która przecież może i powinna uwzględniać planowany spadek wartości przepływów pieniężnych wywołany przewidywanymi działaniami konkurencji. Taki sposób prowadzenia wyliczeń urealnia kalkulację wartości opcji realnych, a także pozwala na identyfikację optymalnego momentu wykonania opcji, jeśli analiza dotyczy opcji typu amerykańskiego.[3] Podejście to jest również zgodne z metodologią wyceny opcji na akcje wypłacające dywidendę za pomocą drzew dwumianowych i na bazie rachunku wyceny opcji na instrumenty finansowe (Hull, 1999: 411–414). Przyjęcie takich rozwiązań, zdaniem autora, w znaczny sposób urealnia proces wyceny opcji elastycznego reagowania w projektach, które przed wygaśnięciem opcji będą wypłacać nadwyżki finansowe.

[3] Sposób ustalenia optymalnego momentu wykonania opcji decyzyjnych na bazie koncepcji drzew dwumianowych zostanie przedstawiony w następnych publikacjach autora, zamieszczanych w kolejnych numerach „Współczesnej Ekonomii", w których zaprezentowane będą kompleksowe przypadki wyceny opcji realnych.

Ciekawe wnioski w zakresie wyceny złożonych opcji realnych przedstawiają M. Perlitz, T. Peske i R. Schrank, którzy prezentują kompleksową analizę porównawczą modelu Blacka–Scholesa, drzew dwumianowych oraz modelu Geske'a (*Geske model*) w kontekście przydatności tych narzędzi do wyceny opcji złożonych zawartych w projektach badawczo-rozwojowych (Perlitz, Peske, Schrank, 1999: 264). Uzyskane wnioski wskazują na model drzew dwumianowych, jako narzędzie pozwalające precyzyjnie uwzględnić największą liczbę cech charakteryzujących opcje realne. Autorzy podkreślają jednocześnie, że użycie w praktyce tego narzędzia wymusza założenie o dyskretnych zmianach wartości instrumentów bazowych, czyli wartości bieżącej projektów, co ich zdaniem znacznie utrudnia proces prowadzenia wyliczeń (Perlitz, Peske, Schrank, 1999: 264). Fakt ten, zdaniem wspomnianych autorów przemawia za stosowaniem zamkniętego modelu Geske'a, który nie wymaga tworzenia skomplikowanych drzew zdarzeń. Argument ten można uznać za zasadny, jeśli przyjmie się, że wyliczenie wartości początkowej opcji realnej oszacowanej na podstawie drzewa zdarzeń składającego się z kilkudziesięciu okresów. W praktyce jednak modelowanie wartości opcji realnych można i powinno się ograniczać do kilku lub kilkunastu okresów. W takiej sytuacji wyliczenia przeprowadzone na bazie prostego programu stworzonego w arkuszu kalkulacyjnym, nie stanowią poważnego problemu. Warto dodać, że M. Perlitz, T. Peske oraz R. Schrank zdecydowanie odrzucają możliwość zastosowania w przypadku opcji złożonych modelu Blacka–Scholesa.

Podsumowanie

Dorobek literatury przedmiotu wskazuje, że metodologiczne problemy wyceny opcji realnych ciągle nie znalazły satysfakcjonujących rozwiązań. Brak wyceny instrumentu bazowego oraz trudna do oszacowania zmienność tego instrumentu stawiają przed badaczami szerokie pole do dalszego rozwijania teorii w tym zakresie. Nie mniej jednak należy podkreślić, że pojawiające się w ostatnich latach rozwiązania w znacznym stopniu ułatwiają aplikację narzędzi wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych. Wydaje się, że w tym zakresie na szczególną uwagę zasługuje metodologia zaprzeczenia aktywa rynkowego, choć zdaniem wielu autorytetów, rozwiązanie to nie spełnia kryteriów formalnych i powinno być raczej traktowane jako narzędzie eksperckie, a nie metodologia spełniająca kryteria naukowe.

Sam wybór techniki wyliczeniowej stanowi również poważny problem wyliczeniowy. Biorąc pod uwagę przedstawione argumenty można przychylić się do opinii wymienionych wcześniej autorytetów, że uwarunkowania aplikacyjne wskazują na drzewa dwumianowe jako najbardziej odpowiednie narzędzie do wyceny opcji zawartych w projektach typu badawczo-rozwojowego, z grupy algorytmów szacowania wartości opcji finansowych.

Bibliografia

Publikacje książkowe:

Amram M., Kalitulake N., *Real Options, Managing Strategic Investment in an Uncertain Word*, Harvard Business School Press, Boston 1999.

Copeland T., Antikarov V., *Real Options a Practitioner's Guide*, Texere, New York 2001.

Copeland T., Koller T., Murrin J. 2000. *Valuation. Measuring and the Value of Companies,* Third Edition, John Willey and Sons, New York 2000.

Damodaran A., *The Dark Side of Valuation*, Prentice Hall, London 2001.

Dixit, A., Pindyck, R.1993. *Investment Under Uncertainty*, Princeton: Princeton University Press.

Hull J., *Kontrakty terminowe i opcje – wprowadzenie*, WIG-PRESS, Warszawa 1999.

Mun J., *Real Options Analysis. Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, Hoboken 2002.

Tarczyński W., Zwolański M., *Inżynieria finansowa*, Placet, Warszawa 1999.

Trigeorgis L., *Real Options*, The MIT Press, London 1999.

Trigeorgis L., *Real Options. Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, The MIT Press, London 2000.

Rozdziały w publikacjach zbiorowych:

Trigeorgis L., *Real Options – an overview*, w: Trigeorgis L. (red.), *Real Options in Capital Investment. Models, Strategies, and Applications*, Praeger, London 1995.

Teisberg E.O., *Methods for Evaluating Capital Investment Decisions under Uncertainty*, w: Trigeorgis L. (red.), *Real Options in Capital Investment. Models, Strategies, and Applications*, Praeger, London 1995.

Artykuły:

Bernnan M.J., Schwartz E.S., *Evaluating Natural Resource Investments*, „Journal of Business" 1985, nr 1 (58).

Capiński M., *Definicja i wycena opcji realnych*, „Rynek Terminowy" 2004, nr 3 (25).

Capiński M., Patena W., *Model wyceny opcji realnych*, „Rynek Terminowy" 2003, nr 4 (26).

Copeland T., Howe K.M., *Real Options and Strategic Decisions*, „Strategic Finance" 2002, nr 80.

Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., *Option Pricing: a Simplified Approach*, „Journal of Financial Economics" 1979, nr 7.

Hertah H.S., Park C.S., *Economic Analysis of R&D Projects: an Options Approach*, „The Engineering Economist" 1999, nr 1 (44).

Kester W.C., *Today's Option for Tomorrow's Growth*, „Harvard Business Review", March–April 1984.

Lewis N., Enke D., Spurlock D., *Valuation for the Strategic Management of Research and Development Projects: The Differal Option*, „Engineering Management Journal" 2004, nr 4 (16).

Luehrman, T.A., *Strategy as a Portfolio of Real Options*, „Harvard Business Review" 1998, nr 5 (77).

Luehrman T.A., *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, „Harvard Business Review" 1998, nr 4 (76).

Myers S.C., *Determinants of Corporate Borrowing*, „Journal of Financial Economics" 1977, nr 5.

Patena W., Urbański A., *Wycena opcji realnych – metody, wyzwania*, „Rynek Terminowy" 2004, nr 3 (25).

Pennings E., Lint O., *The Option Value in Advanced R & D*, „European Journal of Operational Research" 1997, nr 103.

Perlitz M., Peske T., Schrank R., *Real Options Valuation: the New Frontier in R&D Project Evaluation*, „R&D Management" 1999, nr 3 (29).

Materiały źródłowe z Internetu:
Antikarov V., *Getting Real*, www.monitorgroup.com, 2005

Methodological and Practical Problems of Real Option Valuations

Summary

The article deals with the problem of application the financial options valuation theory into the real options valuation. It consists three parts. The first one presents the methodology background of the financial option valuation models. This part gives the general outlook on the problems which occurs in the process of adopting the methodology to solve the capital budgeting problems. The main problem concerns the lack of market valuated instrument which could be used to compose the replicating portfolio for payouts from real options. In the second part, there are presented attempts to solve the problem of the replicating portfolio of the real options which appeared in the financial literature. There is presented the Market Asset Declaimer as a one of the most appealing solution from the practical perspective. The last part of the article discusses the application issues of different analytical tools. The conclusions indicate that binominal trees methodology is more suitable to implement the real options methodology in decision processes than other tools.