

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft  
*The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics*

Heidorn, Thomas; Schmaltz, Christian; Kunze, Wolfgang

Working Paper

# Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen (term facilities and revolver)

Working paper series // Frankfurt School of Finance & Management, No. 93

**Provided in cooperation with:**

Frankfurt School of Finance and Management

Suggested citation: Heidorn, Thomas; Schmaltz, Christian; Kunze, Wolfgang (2008) :  
Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen (term facilities and revolver), Working paper series //  
Frankfurt School of Finance & Management, No. 93, urn:nbn:de:101:1-2008082987 , <http://hdl.handle.net/10419/27859>

**Nutzungsbedingungen:**

Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

**Terms of use:**

*The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at*

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
*By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.*

**Frankfurt School – Working Paper Series**

**No. 93**

**Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)**

Prof. Dr. Thomas Heidorn, Christian Schmaltz, Wolfgang Kunze

März 2008



**Frankfurt School of  
Finance & Management  
Bankakademie | HfB**

Sonnemannstr. 9–11 60314 Frankfurt an Main, Germany

Phone: +49(0)69 1540080 Fax: +49(0)69 154008 728

Internet: [www.frankfurt-school.de](http://www.frankfurt-school.de)

## Abstract

This paper discusses the management of loan commitments (“Kreditzusagen“). First, we elaborate on the necessary steps to efficiently manage liquidity facilities. In particular, the drawdown pattern of single commitments and a portfolio of such commitments have to be modelled. Based on the drawdown model, internal transfer prices for loan commitments can be derived. In the context of an industry project, we describe how to set up and to calibrate drawdown models for several types of commitments in practise. We present several model approaches, discuss their properties and provide a perspective for further enhancements.

Key words: Kreditzusagen, Internes Modell, Liquiditätsrisiko, Banken

JEL classification: G21

ISSN: 14369753

## Contact:

Prof. Dr. Thomas Heidorn  
Frankfurt School of Finance & Management  
Sonnemannstraße 9-11  
60314 Frankfurt  
Tel.: +49-69-154008-721  
t.heidorn@frankfurt-school.de

Christian Schmaltz  
Frankfurt School of Finance & Management  
Sonnemannstraße 9-11  
60314 Frankfurt  
Tel.: +49-69-154008-361  
c.schmaltz@frankfurt-school.de

Wolfgang Kunze  
HSH Nordbank AG  
Schloßgarten 14  
24103 Kiel  
Tel.: +49-431-900-14408  
wolfgang.kunze@hsh-nordbank.com

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	6
2	Grundlagen des Liquiditätsmanagements von Kreditzusagen.....	6
2.1	Ablauf der Refinanzierung von Kreditzusagen .....	8
2.2	Stand der Forschung .....	10
3	Modellierung des Ziehungsverhaltens .....	13
3.1	Modellierung von Term Facilities .....	15
3.2	Modellierung von Revolvern.....	23
4	Diskussion der Modelleigenschaften .....	27
4.1	Charakteristika der Quantile.....	28
4.2	Volumensensitivität der Ergebnisse .....	32
4.3	Vergleich des Modells „Term Fazilitäten“ und „Revolver“.....	35
4.4	Statistische Relevanz der Gruppenbildung.....	36
5	Zusammenfassung und Ausblick.....	37
6	Literatur .....	39

## Abbildungsverzeichnis

<i>Abb. 1:</i>	<i>Zusagen sind durch stochastische Zahlungsströme gekennzeichnet</i>	7
<i>Abb. 2:</i>	<i>Abläufe im Zusagenmanagement</i>	8
<i>Abb. 3:</i>	<i>Fragestellungen im Zusagenmanagement</i>	9
<i>Abb. 4:</i>	<i>Zerlegung des Kredites in drei Phasen</i>	12
<i>Abb. 5:</i>	<i>Typische Ziehungsmuster von Revolvern und Term Facilities</i>	14
<i>Abb. 6:</i>	<i>Einteilung der Zusagen nach Verwendungszweck</i>	15
<i>Abb. 7:</i>	<i>Einteilung der Bauzusagen nach Geschäftsbereichen</i>	16
<i>Abb. 8:</i>	<i>Auszahlungsprofile der vordefinierten Gruppen</i>	17
<i>Abb. 9:</i>	<i>Historische Ziehungen und mittlerer Verlauf für „Bauvorhaben\ Immobilien“</i>	18
<i>Abb. 10:</i>	<i>Lineare Approximation mit Begrenzung der Auszahlungsfunktionen</i>	19
<i>Abb. 11:</i>	<i>Mittlere Inanspruchnahme auf historischen Verläufen und linearisierten Verläufen (Bauvorhaben\ Immobilien)</i>	19
<i>Abb. 12:</i>	<i>Erwartete Inanspruchnahmen und Quantilskurven</i>	22
<i>Abb. 13:</i>	<i>Einteilung der Revolver nach ihrem Verwendungszweck</i>	23
<i>Abb. 14:</i>	<i>Verläufe der Inanspruchnahmen der revolvingen Zusagen</i>	24
<i>Abb. 15:</i>	<i>Zeitabhängige Trends bei Beispielgeschäften</i>	25
<i>Abb. 16:</i>	<i>Vorgehensweise zur Bodensatz- und Quantilsbestimmung</i>	26
<i>Abb. 17:</i>	<i>Portfolio-Inanspruchnahme, Bodensatz und 95%-Quantil</i>	28
<i>Abb. 18:</i>	<i>Quantilsbestimmung</i>	29

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

<i>Abb. 19: Invarianz des Quantils gegenüber verschiedenen Diversifikationsgraden</i>	30
<i>Abb. 20: Paarweise Korrelation der Ziehungszeitreihen (<math>i \neq j</math>)</i>	30
<i>Abb. 21: Lorenzkurve zur Darstellung der Volumenkonzentration Prozente!</i>	32
<i>Abb. 22: Volumengewichtete und nicht volumengewichtete Portfolioinanspruchnahme</i>	33
<i>Abb. 23: Bodensätze und Schwankungen der drei größten Zusagen</i>	34
<i>Abb. 24: Volumengewichtete Inanspruchnahme, Bodensatz und 95%-Quantil</i>	35

## 1 Einleitung

Die interne Liquiditätssteuerung von Banken wird aufmerksam von Aufsichtsbehörden, Ratingagenturen und dem Management überwacht. Dafür müssen sie die Zahlungsströme aller Produkte und Bilanzpositionen erstellen. Kreditzusagen gehören zu den Kernprodukten von Banken. Kreditzusagen sind Liquiditätsoptionen, welche dem Kunden das Recht („Option“) gewähren, zu einem beliebigen Zeitpunkt zwischen Zusagenbeginn und -ende einen Kredit bis zur Zusagenhöhe in Anspruch zu nehmen. Der hohe Freiheitsgrad für den Kreditnehmer führt zu einer hohen Unsicherheit für die entstehenden Zahlungsströme auf Seiten der Bank, so dass Kreditzusagen eine besondere Herausforderung für das Liquiditätsmanagement darstellen.

Dieser Arbeitsbericht diskutiert die Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen. In einem ersten Schritt erarbeiten wir die Fragestellungen, die sich zur Steuerung von Kreditzusagen stellen. Danach wird das Ziehungsverhalten der Zusagen auf der Einzelgeschäfts- und der Portfolioebene modelliert, darauf aufbauend kann der Liquiditäts-Transferpreis bestimmt werden. Anhand von Praxisdaten beschreiben wir die Modellierung. Wir stellen verschiedene Ansätze vor, diskutieren ihre Eigenschaften und geben einen Ausblick für methodische Verfeinerungen.

Die Aktualität einer solchen Modellierung wird durch die Öffnungsklausel der Liquiditätsverordnung unterstrichen, welche nunmehr auch interne Modelle zum aufsichtsrechtlichen Reporting zulässt. Interne Modelle vermeiden nicht nur ein Doppelreporting (internes Reporting vs. aufsichtsrechtliches Reporting), sondern werden auch von Ratingagenturen und Investoren positiv bewertet.

## 2 Grundlagen des Liquiditätsmanagements von Kreditzusagen

In einem ersten Schritt grenzen wir Kreditzusagen gegenüber Standardkrediten ab. Standardkredite haben deterministische Zahlungsströme. Diese können sowohl heute (spot) als auch erst in der Zukunft (forward) beginnen. Bei Krediten stehen Zeitpunkt und Höhe der Auszahlungen bereits bei Vertragsabschluss fest. Die Auszahlung bei Kreditzusagen liegt wie bei Forward-Krediten in der Zukunft, es besteht aber bzgl. den Auszahlungen eine Unsicherheit in Bezug auf den Termin und die Höhe. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 1 dargestellt.

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

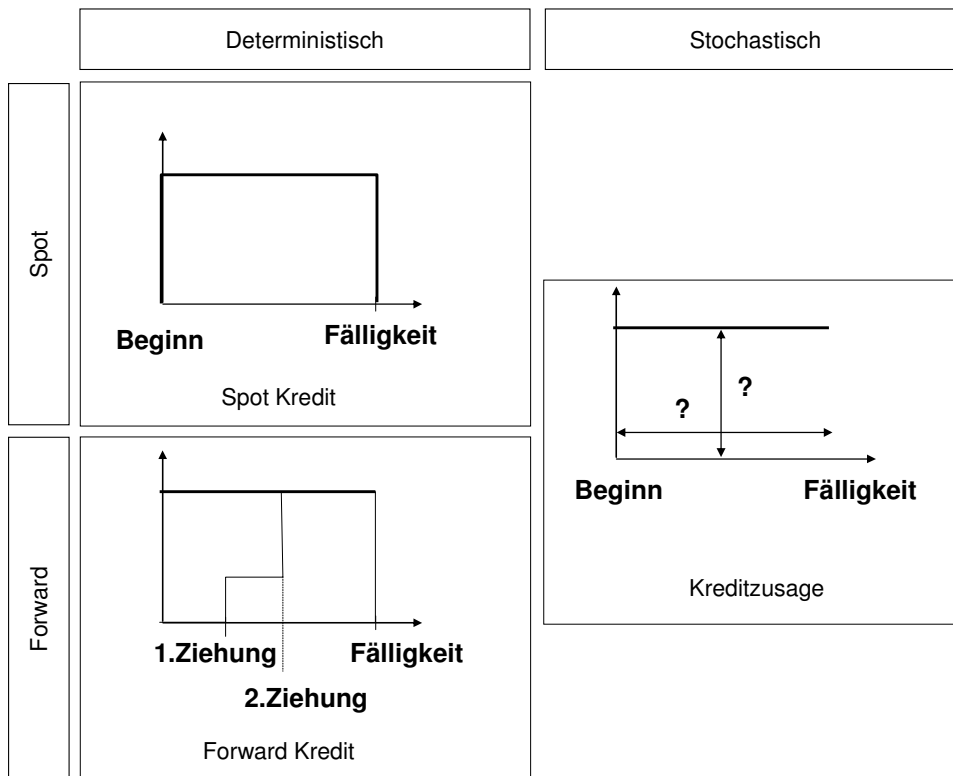


Abb. 1: Zusagen sind durch stochastische Zahlungsströme gekennzeichnet

Folgende Fragestellungen sind für das Liquiditätsmanagement von Kreditzusagen wichtig:

1. Einzelzusage eines Kredites:  
Die Bank muss prognostizieren, wie eine einzelne Zusage abgerufen wird. Insbesondere möchte die Bank die mittlere Inanspruchnahme und mögliche extreme Inanspruchnahme bestimmen. Darauf basiert die Preisstellung für die Liquidität einer einzelnen Zusage.
2. Zusagenportfolio:  
Die Bank legt eine Vielzahl von Zusagen heraus, die zu einem Portfolio zusammengefasst werden. Durch Diversifikation verringert sich bei gleicher mittlerer Inanspruchnahme deren Streuung. Die Bank möchte analysieren, wie das Zusageportfolio refinanziert werden soll, d.h. wie groß mittlere Inanspruchnahme und Streuung sind. Hieraus ergeben sich die Kosten der Refinanzierung aller Zusagen.



## 2.1 Ablauf der Refinanzierung von Kreditzusagen

Die grundsätzliche Struktur im Zusage­management wird im Folgenden auf Basis von Abbildung 2 beschrieben.

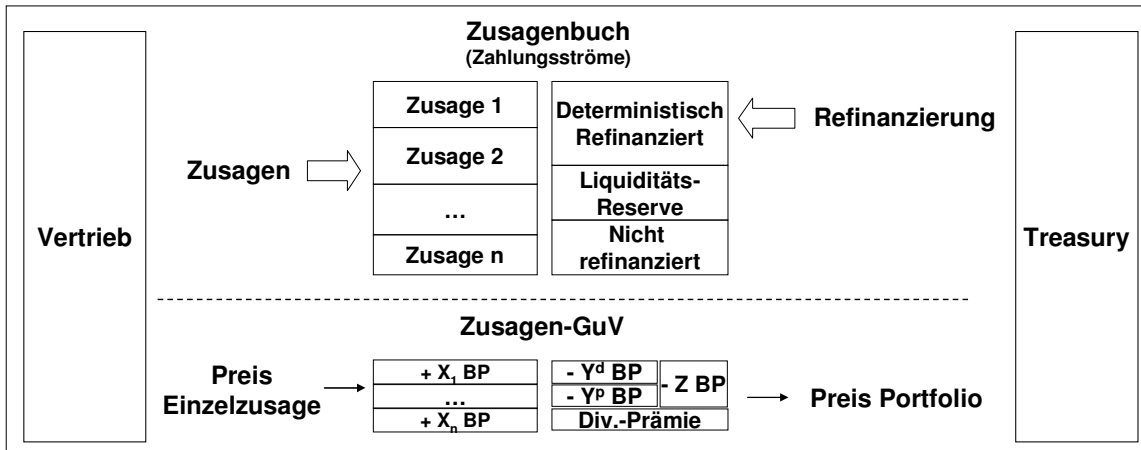


Abb. 2: Abläufe im Zusage­management

Ausgangspunkt sind die Zusagen des Vertriebs. Analog zum Handels- oder Bankbuch hat die Bank zur Steuerung der Zusagen ein Zusage­buch mit den Geschäften  $i = 1, \dots, n$ . Die Zusagen werden vom Vertrieb an das Treasury jeweils zu einem Transferpreis von  $X_i$  BP übertragen. Das Treasury refinanziert die Zusagen auf Portfolioebene. Die Refinanzierung setzt sich im Allgemeinen aus einer deterministischen Refinanzierung und einer Liquiditätsreserve zusammen. Beide Komponenten kosten das Treasury  $Y^d$  BP bzw.  $Y^p$  BP. Bei Diversifikation liegt der Preis auf Portfolioebene ( $Y^d + Y^p$  BP =  $Z$  BP) unter dem Preis auf Einzelgeschäftsebene ( $\sum X_i$  BP). Die Differenz ist die Diversifikationsprämie.

Für die Transferpreise müssen sowohl die Auszahlungsstruktur auf Einzelebene als auch auf Portfolioebene modelliert werden. Diesen Zusammenhang beschreibt Abbildung 3.

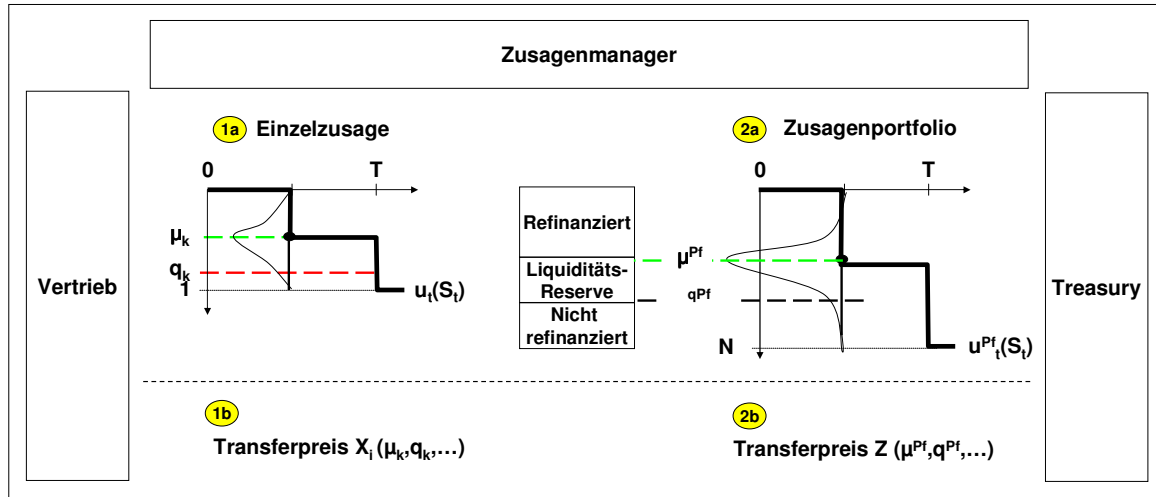


Abb. 3: Fragestellungen im Zusagenmanagement

Zum Pricing der Einzelzusage ist ein Modell zur Beschreibung des Ziehungsverlaufes notwendig. Dies ist ein stochastischer Prozess, dessen Dynamik mittels exogener Zustandsvariablen  $S_t$  beschrieben werden kann. Bei einer einfachen Modellierung genügt es, Erwartungswert ( $\mu_k$ ) und Quantil ( $q_k$ ) auf der Zusagenebene für Zusagenklassen zu bestimmen. Eine Zusagenklasse kann zum Beispiel durch Zusagen mit gleichem Verwendungszweck oder gleicher Vertriebseinheit gebildet werden. Der Erwartungswert wird in der Literatur als Bodensatz bezeichnet. In die Berechnung des Transferpreises fließen als wesentliche Größen der Erwartungswert ( $\mu_k$ ) und das Quantil ( $q_k$ ) der Zusage ein. Weitere Variablen können bei komplexeren Ansätzen berücksichtigt werden.

Auf der Portfolioebene werden ebenfalls die erwartete Auslastung  $\mu^{Pf}$  und ein Quantil  $q^{Pf}$  bestimmt. Dabei ist die erwartete Portfolio-Auslastung die Summe der Einzelauslastungen. Das Portfolioquantil dagegen ist beim Vorliegen von Diversifikation geringer als das Quantil der Einzelzusagen. Aus der erwarteten Portfolioauslastung und dem Quantil leitet sich die Refinanzierungsstruktur ab. Eine mögliche Refinanzierungsregel könnte wie folgt lauten:

1. Die erwartete Auslastung wird sofort refinanziert ( $\mu^{Pf}$ ).
2. Das Quantil ( $q^{Pf}$ , erwartete Abweichungen) werden mit einer Liquiditätsreserve unterlegt.
3. Der Restbetrag wird bewusst nicht refinanziert.

Analog zu den Einzelzusagen ergeben sich die Refinanzierungskosten aus erwarteter Auslastung und Streuung auf Portfolioebene.

Die Datengrundlage zur Schätzung der Parameter sind Zeitreihen der Inanspruchnahmen von Einzelzusagen. Jedoch sind in der Praxis oft nicht ausreichende Informationen vorhanden. In unserer Arbeit zeigen wir daher die Kalibrierung des Ziehungsverhaltens anhand von Daten einer Bank.

## 2.2 Stand der Forschung

Die bisherige Darstellung in der Literatur der Modellierung und Bewertung von Kreditzusagen ist übersichtlich. Als Ausgangspunkt wählen wir das Ziehungsmodell des deutschen Regulators aus der Liquiditätsverordnung.<sup>1</sup> Es handelt sich um ein statisches Modell, welches eine Ziehung von 20% des noch offenen Zusagenbetrages für die nächsten 30 Tage prognostiziert. Diese statische Sichtweise kann auf längere Horizonte wie folgt erweitert werden:

$$u_t = 80\% \cdot u_{t-1}$$
$$cf_t = 20\% \cdot u_t$$

$t$  : Zeit in Monaten  
 $u_t$  : relativer freier Zusagenbetrag  
 $cf_t$  : relative Inanspruchnahme in  $t$

Das Modell beschreibt nur die erwartete Ziehung unter normalen Geschäftsbedingungen (Going Concern-Perspektive), liefert aber kein Risikomaß. Für die Risikomessung fordern die Aufsichtsbehörden Stresstests. Die Pricing-Frage wird nicht thematisiert, weil die effiziente Allokation von Liquidität nur relevant für das Management ist, nicht jedoch für die Aufsichtsbehörden.

Duffy *et al.* (2005) beschreiben einen Monte Carlo-basierten Ansatz, um Ziehungsszenarien von Zusagen zu simulieren, die mehrfach gezogen werden können. Als treibenden Faktor der Ziehungen sehen die Autoren das Rating. Diese Annahme wird motiviert durch die folgenden Beobachtungen:

1. Kreditlinien als Commercial Paper-Backup Lines

Große Firmenkunden schließen Kreditlinien nur für den Fall ab, dass sie über ihre Commercial Paper-Programme keine kurzfristigen Mittel am Geldmarkt aufnehmen können.<sup>2</sup> Für Unternehmen mit einem Rating schlechter als A ist es fast unmöglich, CP-Investoren zu finden. Bei einem Downgrade können Unternehmen deshalb gezwungen sein, auf ihre Backup-Linien zurück zugreifen.

---

1 Bundesgesetzblatt (Jahrgang 2006, Teil I, Nr. 61, S. 3117 ff.).

2 Ratingagenturen knüpfen ein gutes Kurzfrist-Rating an die Existenz von Backup-Linien.

2. Kredite mit Ratingtriggern

Kredite können auf sogenannte Covenants<sup>3</sup> konditioniert werden. Sollten die Covenants ein Mindestrating fordern, kann ein Downgrade zu vorzeitigen Kreditrückzahlungen führen, welche das betroffene Unternehmen durch das Ziehen von Kreditlinien auszugleichen versucht.

3. Der Griff nach dem „Strohalm“

Unternehmen mit Zahlungsschwierigkeiten können kurz vor dem Ausfall versucht sein, jede potentielle Liquiditätsquelle zu aktivieren, um den Default im letzten Moment abzuwenden.<sup>4</sup>

Die Ratingdynamik wird durch bekannte Migrationsmatritzen modelliert. Darüber hinaus werden branchenspezifische und branchenübergreifende Korrelationseffekte berücksichtigt. Schließlich wird das Modell durch Prolongationswahrscheinlichkeiten über die Zusagenfähigkeit hinaus dynamisiert. Die Ratingsensitivität des Ziehungsverhaltens hängt u.E. stark vom betrachteten Kundensegment ab.

Jedes Institut sollte deshalb den Zusammenhang „Ziehungsverhalten-Ratingdynamik“ für das ausgewählte Segment untersuchen.

Sauerbier *et al.* (2008) analysieren den Lebenszyklus von Term Facilities. Wie in Abbildung 4 dargestellt, zerlegen sie den Kredit in drei Phasen: die Ziehungsphase, die tilgungsfreie Phase und die Tilgungsphase.

---

3 Kreditvertragsklauseln, die Auflagen für Kreditnehmer enthalten (e.g. Mindestrating) bei deren Nichteinhaltung der Kredit gekündigt werden kann. Siehe: Krumnow *et al.*, 2002, S. 293

4 Sachgerecht ist es, ausfallbedingte Ziehungen im Bereich „Kreditrisiko“ zu überwachen. Die Idee, dass vom Ausfall gefährdete Kreditnehmer noch ihre Linien ziehen, findet sich auch in Basel II in Form des Exposure-at-Default-Parameters (EAD) wieder.

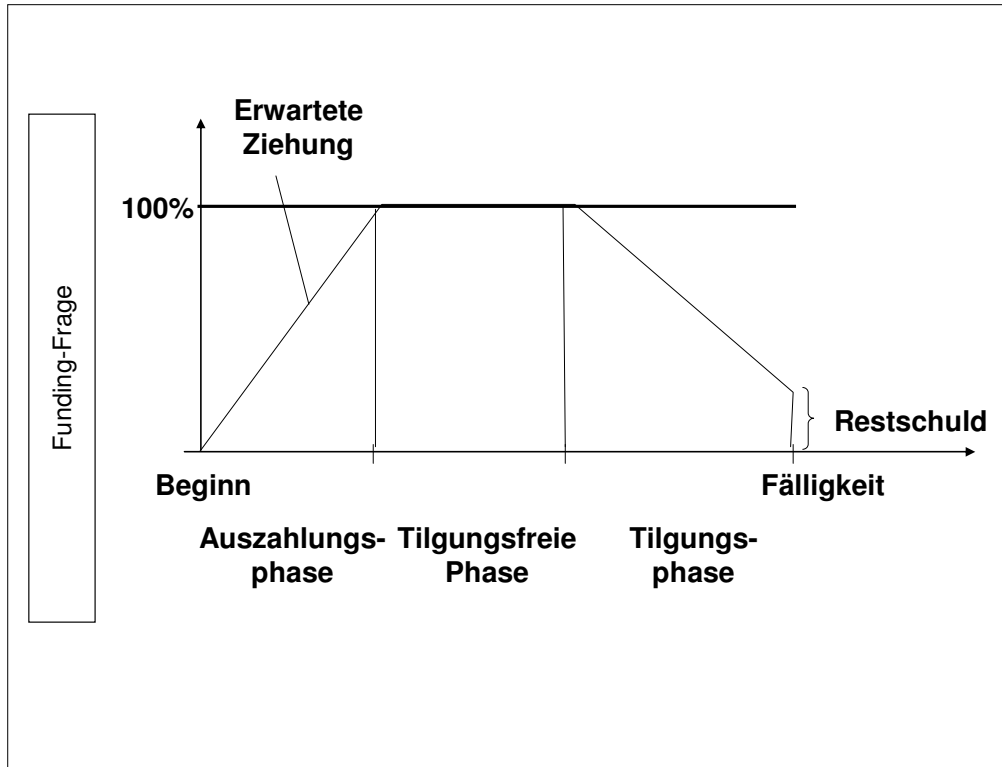


Abb. 4: Zerlegung des Kredites in drei Phasen

(Quelle: Sauerbier et al., 2008)

Die Optionsphase (Ziehungsphase) approximieren sie durch einen linearen Verlauf.

Weitere spezielle Themen werden von anderen Autoren diskutiert. Loukoianova *et al.* (2007) stellen ein Pricing-Modell für Backstop Liquiditätslinien von CP-Programmen vor. Thakor und Udell (1987) untersuchen das Kundenpricing. Die Autoren zeigen, dass bei Kreditzusagen die Zusage und der spätere gezogene Kredit getrennt bewertet werden müssen, um eine optimale Risikoaufteilung zu erreichen. Die Zusage wird mit einer Bereitstellungsprovision, die Inanspruchnahme durch einen Sollzins abgerechnet. Shockley und Thakor (1997) analysieren, warum es ein derart breites Spektrum an Kreditzusagen gibt. Sie argumentieren, dass die Banken durch die unterschiedlichen Ausgestaltungen gläubigerschädigendes Verhalten minimieren können.

Mit diesem Aufsatz wollen wir die Fragestellung des Ziehungsverhaltens analysieren, die bisher in der Literatur nicht diskutiert wurde.

### 3 Modellierung des Ziehungsverhaltens

Grundsätzlich besteht das Problem, dass die Kreditzusagen vom Vertrieb vergeben werden, das Ziehungsverhalten der Zusagen aber von der Treasury modelliert werden muss. Im Regelfall gibt es nur begrenzte Daten zum Ziehungsverhalten aus Kreditzusagen aus der Vergangenheit. Wir wählen daher einen einfachen stochastischen Prozess, der durch die erwartete Inanspruchnahme und die Abweichungen um den Erwartungswert (Quantil) beschrieben werden kann. Diese Parameter können am ehesten durch die Zeitreihen von Zusagen kalibriert werden.

Kreditzusagen lassen sich in revolving und nicht-revolving unterscheiden. Letztere werden meist als „Term Facilities“ bezeichnet, während sich für die erste Gruppe die Bezeichnung „Revolver“ durchgesetzt hat.

Bei Term Facilities können Beträge, welche gezogen und getilgt wurden, kein zweites Mal gezogen werden. Die Auslastung dieser Zusagen ist monoton in der Zeit. Am Anfang werden sie gezogen (monoton steigend), später wird die Inanspruchnahme sukzessive zurückgeführt, ohne dass sie wiederaufleben kann (monoton fallend). Zur Beschreibung des Ziehungsverhaltens brauchen wir daher nur den Zusagebetrag zu analysieren, der noch nicht in Anspruch genommen wurde.

Bei Revolvern dagegen können getilgte Ziehungen erneut gezogen werden. So kann ein voll ausgezahlter Revolver nach einer Tilgung wieder eine Zusage darstellen. Daher muss bei der Modellierung des Ziehungsverhaltens bei Revolver immer der volle Zusagebetrag berücksichtigt werden. Typische Ziehungsverläufe von Revolvern und Term Facilities sind in Abbildung 5 gegenübergestellt.

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

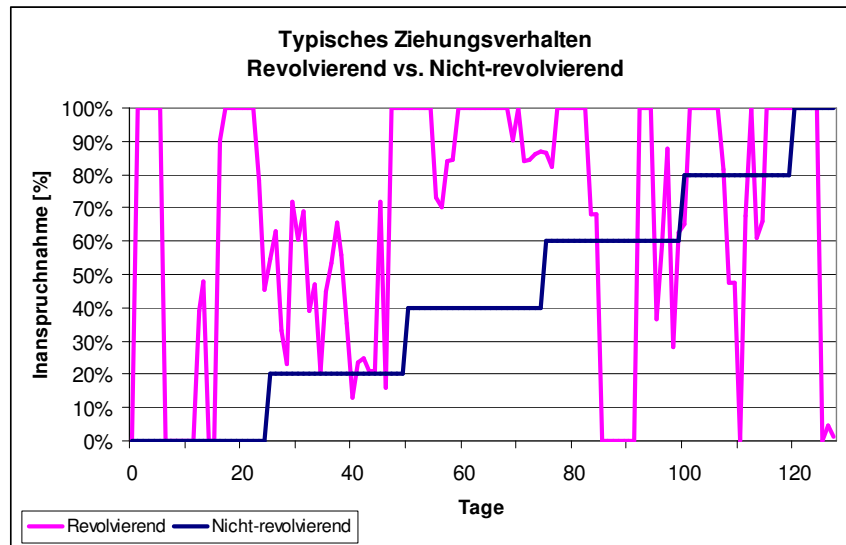


Abb. 5: Typische Ziehungsmuster von Revolvern und Term Facilities

Um die Zusagen betraglich vergleichen zu können, wird die relative Inanspruchnahme berechnet:

$$u^{\text{rel}} = \frac{\text{Inanspruchnahme}}{\text{Zusagenbetrag}}$$

$u^{\text{rel}}$  : relative Inanspruchnahme

Die relative Inanspruchnahme ohne Überziehung liegt also zwischen 0% und 100%.<sup>5</sup> Weil sich Term Facilities und Revolver durch die Zeitmonotonie grundsätzlich unterscheiden, haben wir den Datenbestand in diese beiden Zusagenklassen aufgeteilt und separat analysiert.

Wir beginnen mit der Modellierung der Term Facilities.

---

5 Bei Überziehungen kommt es zu relativen Inanspruchnahmen über 100%.

### 3.1 Modellierung von Term Facilities

Um Term Facilities nicht nur betraglich sondern auch zeitlich vergleichen zu können, wurde die absolute Laufzeit auf das Intervall  $[0,1]$  normiert:

$$t^{rel} = \frac{t_i - t_0}{t_n - t_0}$$

$t_n$  : Zusagenfälligkeit

$t_0$  : Zusagenbeginn

$t_i$  : Beobachtungszeitpunkt

Das Ziel ist es, erwartete Auszahlung und Streuung (Risiko) für Zusagen aus den historischen Daten zu schätzen. Dafür werden die Zusagen im ersten Schritt gruppiert. Es ist zweckmäßig, interne Merkmale wie Vertriebsseinheit, Verwendungszweck der Zusage, o.ä. für die Gruppierung zu verwenden. Die Motivation dafür liegt zuerst in der Vermutung, dass diese Gruppen ähnliche Auszahlungscharakteristika aufweisen. Darüber hinaus sind das auch Merkmale, die bei Abschluss der Zusagen bekannt sind und deshalb zum Pricing verwendet werden können.

Als erstes Gruppierungsmerkmal benutzen wir den Verwendungszweck der Fazilität. Unser Datenbestand fächert sich wie in Abbildung 6 dargestellt in sieben unterschiedlich große Untergruppen auf:

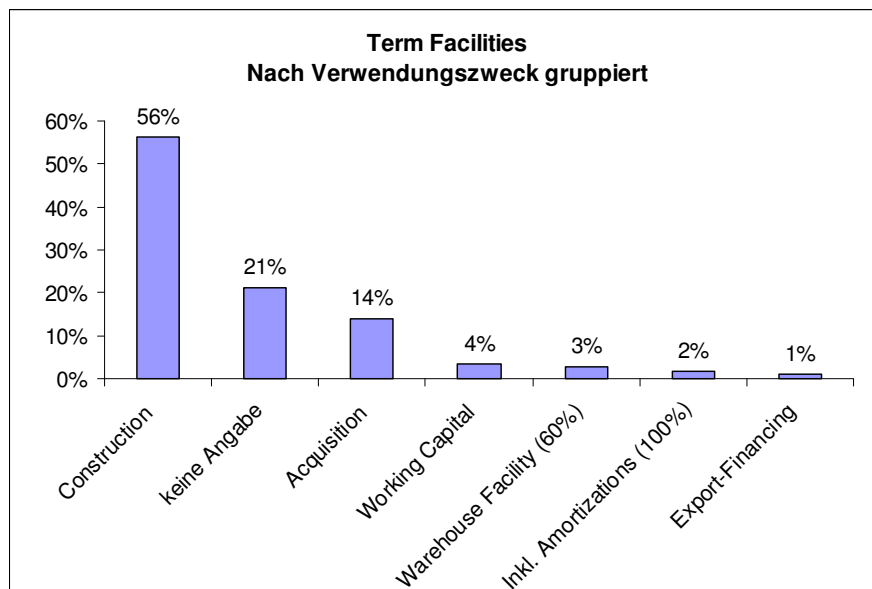


Abb. 6: Einteilung der Zusagen nach Verwendungszweck



Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

Beim unserem Praxisbeispiel können als statistisch auswertbare Gruppen Zusagen für „Bauvorhaben“ („Construction“) und Zusagen für „Akquisitionen“ identifiziert werden. Unter dem Verwendungszweck „keine Angabe“ sind die Zusagen zusammengefasst, zu denen kein Verwendungszweck vorliegt. Da der Vertrieb zukünftig bei der Vergabe einer Zusage den Verwendungszweck erheben kann, haben wir diese Residualgruppe nicht ausgewertet. Alle anderen Verwendungszwecke liegen in statistisch nicht auswertbarer Größenordnung vor. Im Folgenden beschränken wir unsere Analysen deshalb auf die Verwendungszwecke „Bauvorhaben“ und „Akquisitionen“.

Innerhalb der Bauzusagen können folgende Geschäftseinheiten unterschieden werden:

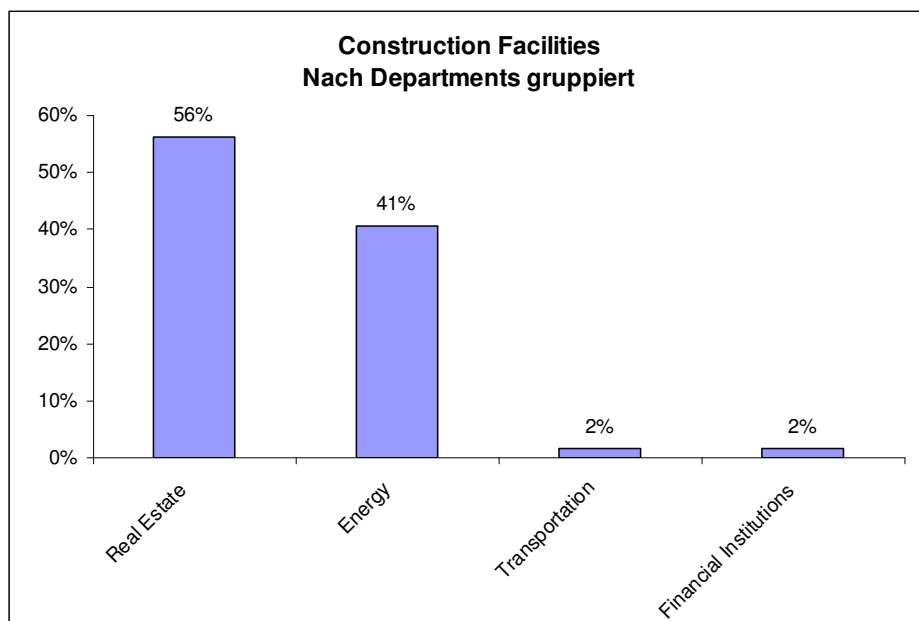


Abb. 7: Einteilung der Bauzusagen nach Geschäftsbereichen

Um die Analysemethode zu implementieren eignen sich aufgrund der Größenordnung die Gruppen Immobilien (56%) und Energie (41%).

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

Die Auszahlungsprofile mit relativer Inanspruchnahme und relativer Zeitskala innerhalb der Gruppen Bauvorhaben\ Immobilien („Real Estate“), Bauvorhaben\ Energie („Energy“) und Akquisitionszusagen sind in der folgenden Abbildung zusammengefasst.

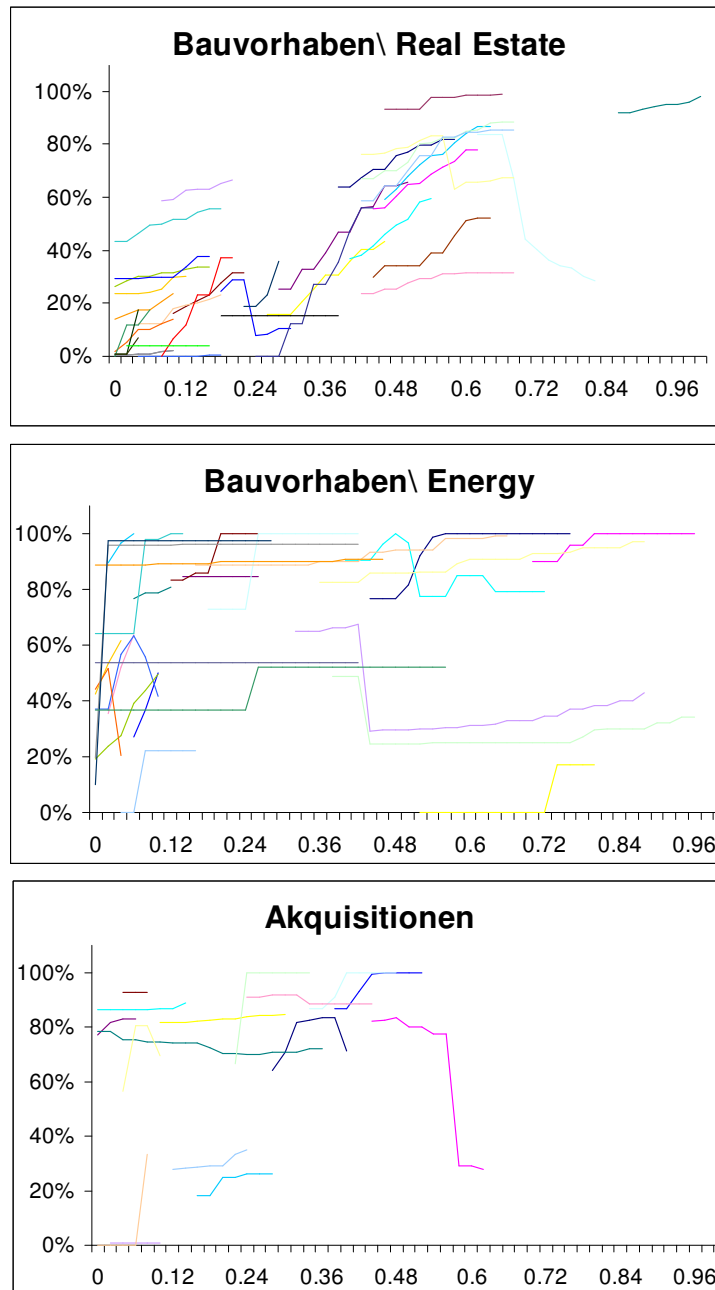


Abb. 8: Auszahlungsprofile der vordefinierten Gruppen

Aus Abbildung 8 ist ersichtlich, dass im Datensatz, wie in der Praxis häufig, nur von wenigen Zusagen vollständige Ziehungshistorien vorliegen. Weiterhin ist erkennbar, dass Bauvorha-

ben\ Immobilien ein weniger steiles Profil aufweisen als „Bauvorhaben\ Energy“ bzw. „Akquisitionen“. Die Unterscheidung nach Verwendungszweck und Department erscheint damit sinnvoll.

Die Methodik der Modellierung wird im Folgenden anhand der Zusagen der Gruppe „Bauvorhaben\ Immobilien“ dargestellt. Als erstes wird die mittlere Inanspruchnahme, welche in Abbildung 9 als hervorgehobene Linie dargestellt ist, berechnet.

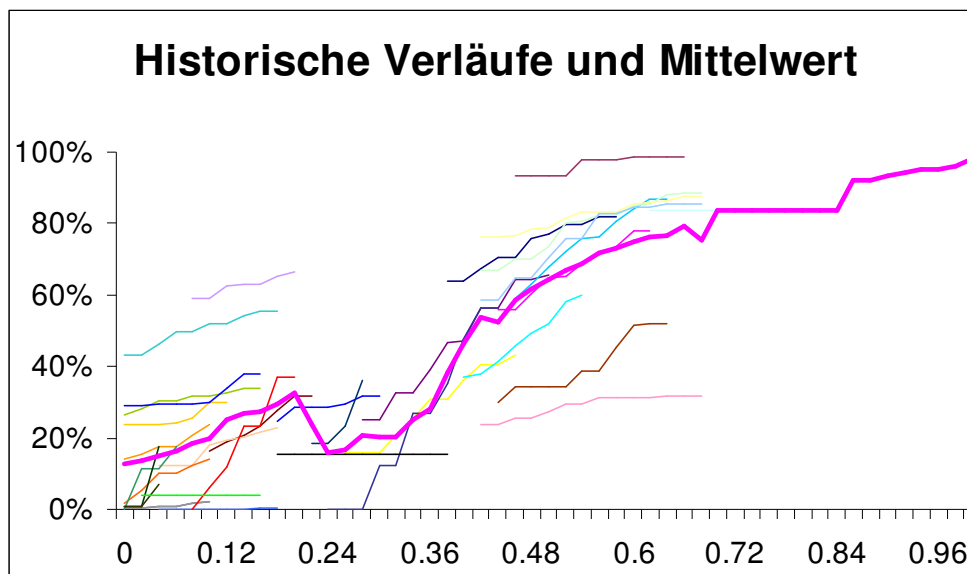


Abb. 9: Historische Ziehungen und mittlerer Verlauf für „Bauvorhaben\ Immobilien“

Bei der direkten Anwendung des Mittelwertes auf den Originaldaten kommt das Problem der unvollständigen Ziehungshistorie voll zum Tragen: das Kurvental zwischen 0,2T und 0,4T entsteht dadurch, dass die Historie der davor liegenden Beobachtungen (von 0T bis 0,2T) noch nicht und die Historie der dahinter liegenden Zusagen (von 0,4T bis 0,7T) nicht mehr bekannt ist.

Um das Problem der Beobachtungsausschnitte zu überwinden, ist es sinnvoll die Verläufe linear zu interpolieren und die Ziehungen auf das Intervall von 0% bis 100% zu beschränken. Diese Interpolation ist beispielhaft in an einem Einzelgeschäft dargestellt.

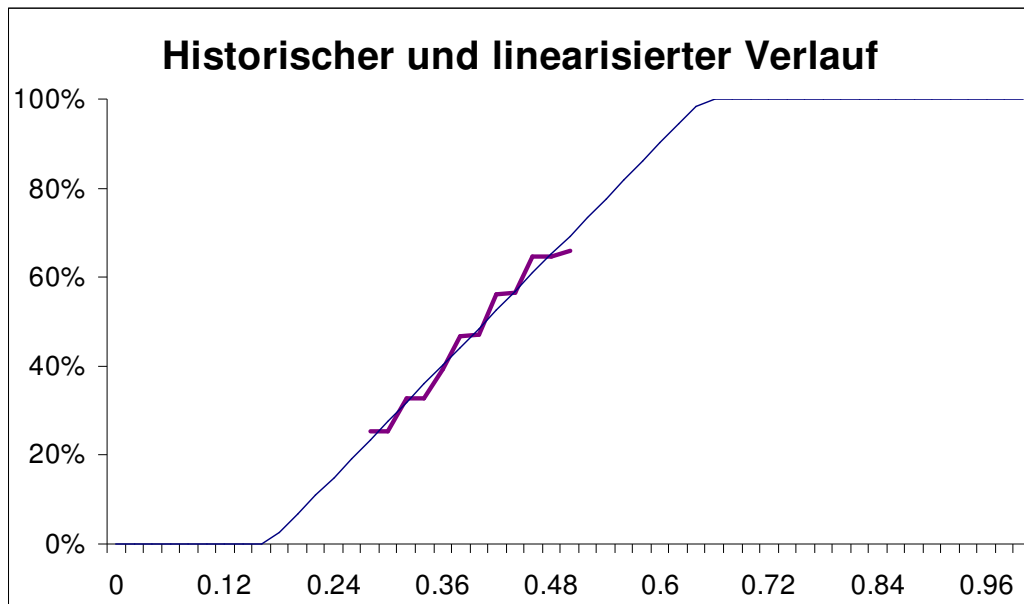


Abb. 10: Lineare Approximation mit Begrenzung der Auszahlungsfunktionen

Im nächsten Schritt berechnen wir die mittlere Inanspruchnahme auf den linearisierten Verläufen. Die mittlere Inanspruchnahme ist in Abbildung 11 dargestellt.

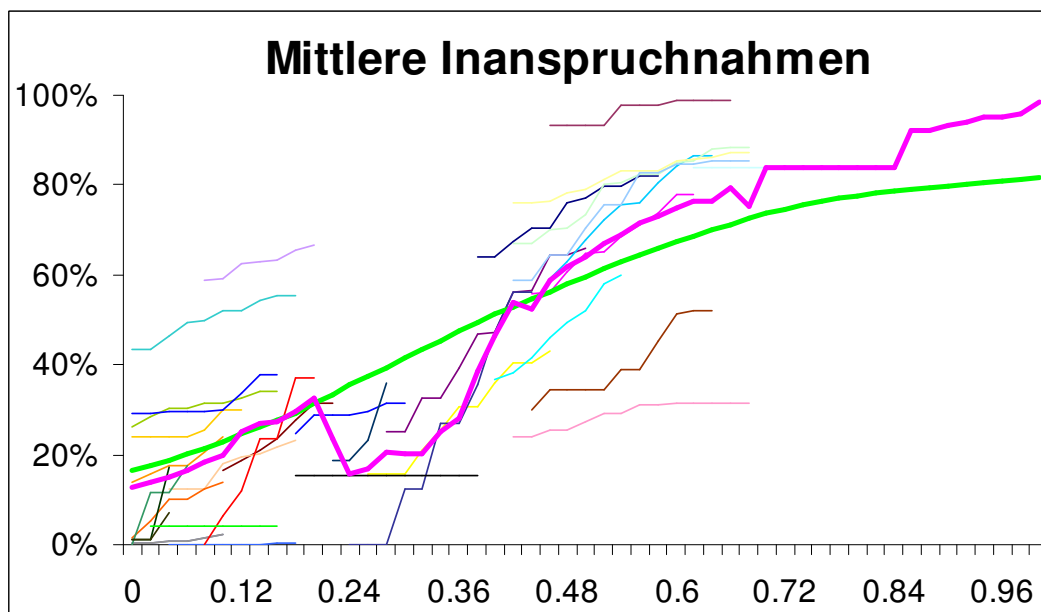


Abb. 11: Mittlere Inanspruchnahme auf historischen Verläufen und linearisierten Verläufen (Bauvorhaben\Immobilien)

Abbildung 11 zeigt deutlich, dass die Extrapolation der Verläufe zur Glättung der mittleren Inanspruchnahme beigetragen hat. Damit kann die Verzerrung des Mittelwertes aufgrund von fehlenden Daten umgangen werden.

Ausgehend von der Kurve der mittleren Inanspruchnahme kann die Quantilskurve zu einem Quantil von  $x\%$  definiert werden. Sie beschreibt eine Aufteilung bei der die Summe der Abstände zu dem Erwartungswert der darunter liegenden Beobachtungen  $x\%$  von der Summe der Abstände aller Beobachtungen beträgt.

Gemäß dem von uns gewählten Ansatz definieren wir die Quantilskurve durch:

$$q_{x\%}(t) = \mu(t) + \Delta \cdot (T - t) + \gamma$$

$q_{x\%}(t)$ :  $x\%$  – Quantil zum Zeitpunkt  $t$

$\mu(t)$ : mittlere Inanspruchnahme in  $t$

$\Delta$ : durch  $(T - t)$  zeitlich gewichteter Risikoaufschlag

$\gamma$ : Sicherheitspuffer

Dabei ist  $\Delta$  zu einem vorgegebenen  $\gamma$  so zu wählen, dass sich das gewünschte Quantil ergibt. Unser Modellansatz genügt der Restriktion, dass er nur einen zu schätzenden Parameter aufweist, welcher mit der Zielwertsuche von gängigen Tabellenkalkulationsprogrammen numerisch bestimmbar ist.

Eine derartige Quantilskurve hat folgende wünschenswerte Eigenschaften:

- Die Kurve basiert auf der mittleren Inanspruchnahme (mit  $\Delta = 0$  ist es eine Parallelverschiebung zur mittleren Inanspruchnahme).
- Der Einfluss des freien Parameters  $\Delta$  sinkt mit der Restlaufzeit. Dieses Verhalten modelliert, dass die Zusagenbeträge zum Zusagenende hin zur mittleren Inanspruchnahme konvergieren. Das Ziehungsverhalten unterscheidet sich primär in der Anfangszeit der Zusagen. Diesen Effekt zeigt Abbildung 11 deutlich, denn das Kurvenbündel ist bei Laufzeitbeginn stärker gefächert als bei Laufzeitende.
- Trotz Konvergenz liegt die Quantilskurve mindestens um  $\gamma$  oberhalb der mittleren Inanspruchnahme.  $\gamma$  wird als Sicherheitspuffer vorgegeben.

Im Folgenden wählen wir beispielhaft das 95%-Quantil.

Für jeden Beobachtungspunkt  $u_{i,t}^{rel}$  (relative Inanspruchnahme der Zusage  $i$  zum normierten Zeitpunkt  $t$ ) wird der Abstand zu  $q_{95\%}(t)$  (initialisiert mit  $\Delta_0$ ) gemessen:

$$d_{i,t}(\Delta_0) = u_{i,t}^{rel} - q_{95\%,\Delta_0}(t)$$

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

Im nächsten Schritt wird die Summe der positiven und die der negativen Abstände ermittelt:

$$D^+(\Delta) = \sum_{i=1}^N \sum_{t_i \in T_i} d_{i,t}^+(\Delta), \quad D^-(\Delta) = \sum_{i=1}^N \sum_{t_i \in T_i} |d_{i,t}^-(\Delta)|$$

$T_i$  : normierte Beobachtungspunkte Zusage  $i$

Abschließend ist folgende Gleichung für den freien Parameter  $\Delta$  numerisch zu lösen:

$$95\% = \frac{D^-(\Delta)}{D^+(\Delta) + D^-(\Delta)}$$

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

Die beschriebene Methodik auf die drei Subsegmente „Bauvorhaben\ Immobilien“, „Bauvorhaben\ Energie“ und „Akquisitionen“ angewandt, ergibt folgende mittlere Auslastungen und Quantilsverläufe:

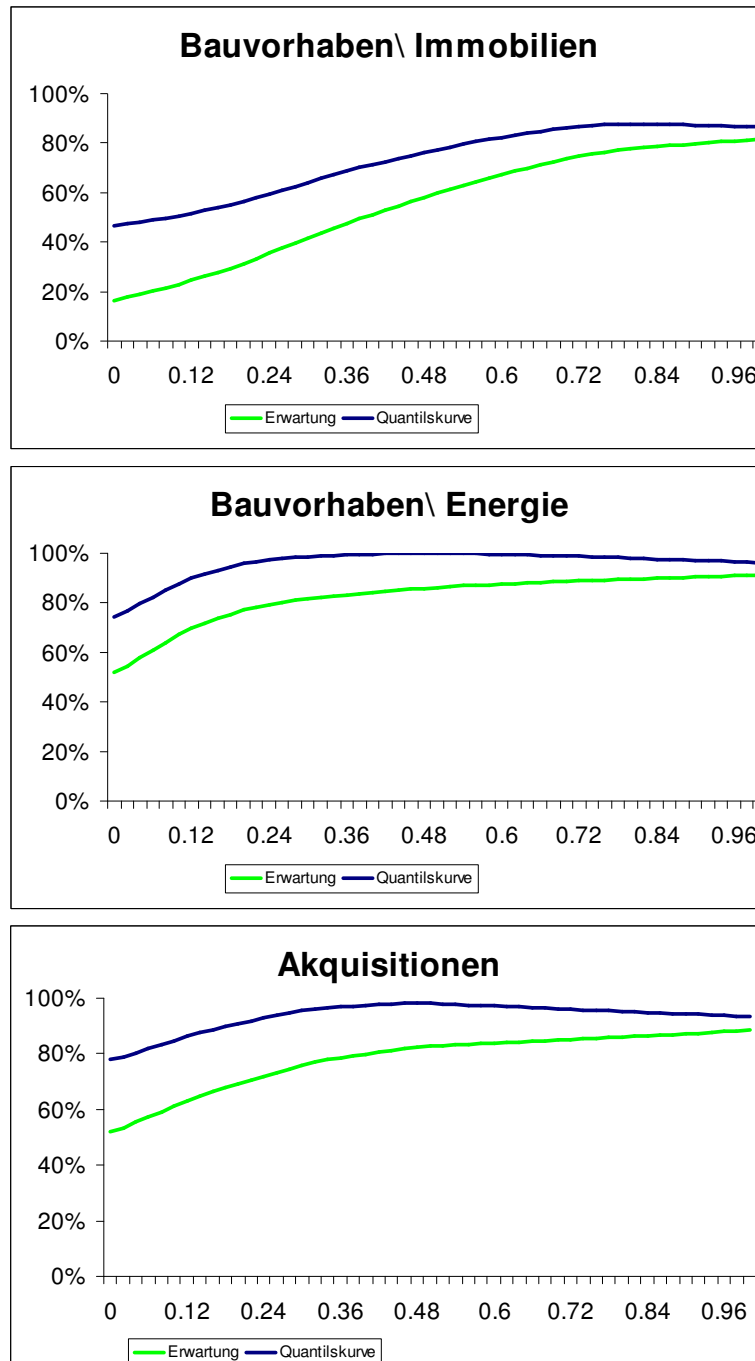


Abb. 12: Erwartete Inanspruchnahmen und Quantilskurven

Aus Abbildung 12 ist ersichtlich, dass Bauvorhaben im Energiebereich und Akquisitionen bereits früh zu relativ hohen Auslastungen führen. Zusagen für Bauvorhaben im Immobiliensektor werden dagegen langsamer gezogen.

Auffällig ist, dass die Quantilskurve nicht wie die Kurve der mittleren Inanspruchnahme monoton steigend ist, sondern gerade zum Zusagenende hin auch fallend sein kann. Berücksichtigend, dass die Quantilskurve das Risiko relativ zur erwarteten Inanspruchnahme darstellen soll und das Ziehungsrisiko zum Zusagenende hin abnimmt, ist ein abnehmender Verlauf plausibel.

Im nächsten Abschnitt stellen wir den Methodenansatz für Revolver vor.

### 3.2 Modellierung von Revolvern

Analog zu den Term Facilities haben wir die Revolver nach ihrem Verwendungszweck segmentiert. Dabei ergab sich die in Abbildung 13 dargestellte Verteilung.

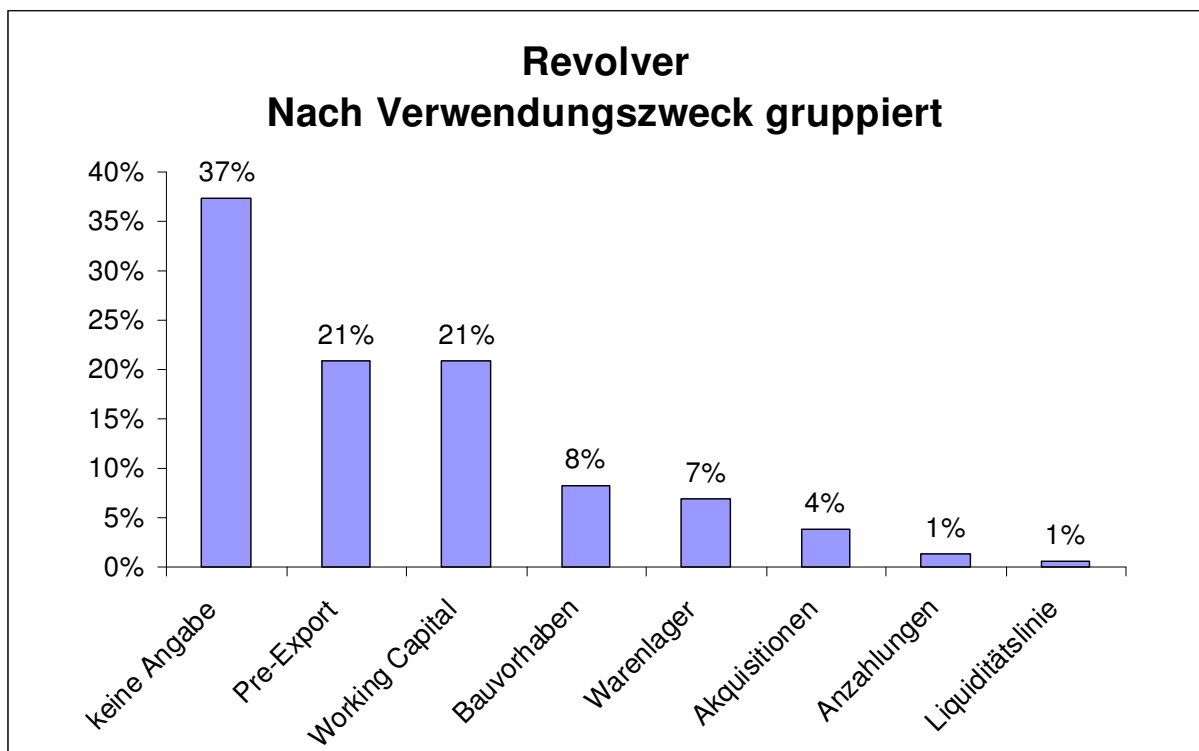


Abb. 13: Einteilung der Revolver nach ihrem Verwendungszweck

Leider lag für ein Drittel der Revolver kein Verwendungszweck vor. In statistisch auswertbarer Größenordnung lagen uns nur Revolver für Exportfinanzierungen und Betriebsmittellinien



Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

(„Working Capital“) vor. Im Folgenden stellen wir die Methodik vor, wie wir bei der Modellierung der Betriebsmittelzusagen vorgegangen sind. Nachstehende Aussagen beziehen sich stets auf dieses Segment. Die Revolver wurden nicht nach Geschäftsbereichen segmentiert.

Die relativen Inanspruchnahmen der revolvingen Zusagen auf absoluter Zeitskala sind in Abbildung 14 dargestellt.

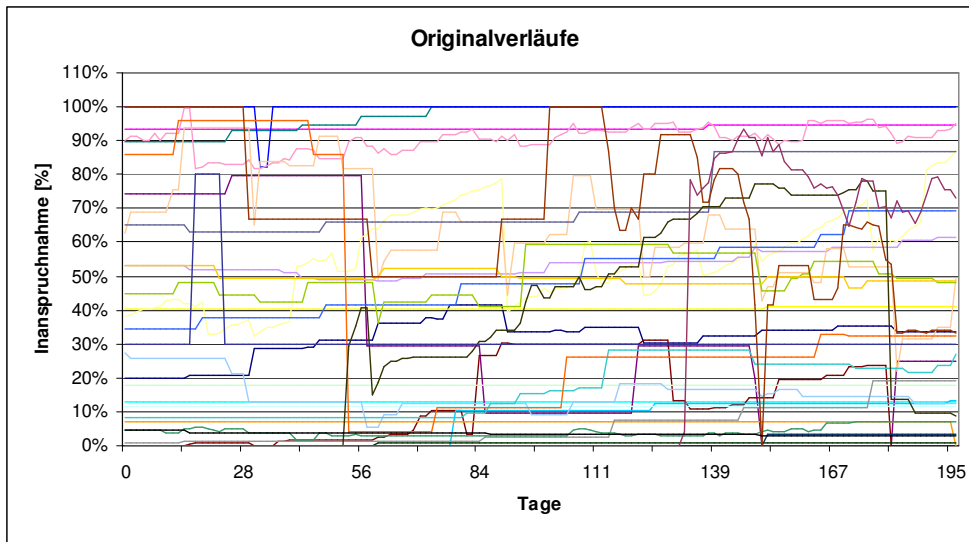


Abb. 14: Verläufe der Inanspruchnahmen der revolvingen Zusagen

Deutlich ist zu erkennen, dass es keine einheitlichen Trends wie bei den Term Facilities gibt. Wir untersuchen im Folgenden, aus welcher gemeinsamen Struktur diese individuellen Verläufe zurückgeführt werden können. Dazu spalten wir jeden Zusageverlauf in einen Trend (deterministische Komponente, Bodensatz) und Schwankungen (stochastische Komponente) um diesen Trend auf. Als Verfahren zur Aufspaltung eignet sich die lineare Regression.

Diese führt bei unserem Datensatz zu zeitabhängigen Bodensätzen, wie Abbildung 15 anhand von vier Beispielverläufen zeigt.

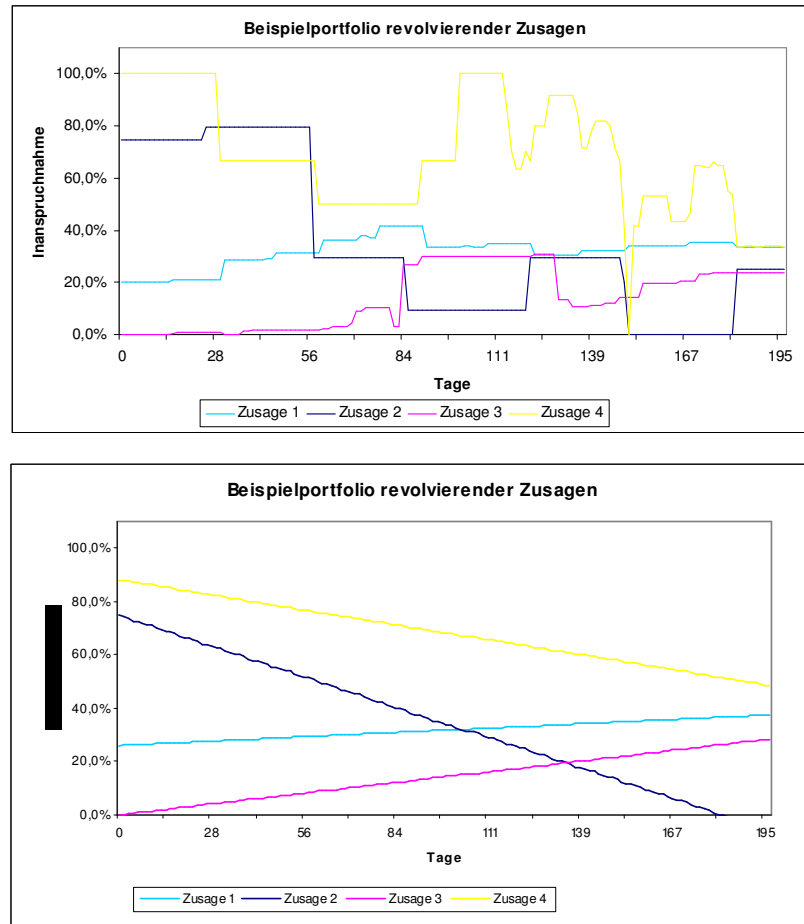


Abb. 15: Zeitabhängige Trends bei Beispielgeschäften

Eine zeitabhängige Modellierung des Bodensatzes ermöglicht eine kostengünstigere Refinanzierung des Zusageportfolios, weil diese nicht über den gesamten Zeitraum in der gleichen Höhe gehalten werden muss.

Zeitabhängige Bodensätze resultieren aus den Schwankungen systematischer Variablen. Eine Modellierung dieser Zeitabhängigkeit ist aber nur sinnvoll, wenn das Beobachtungsfenster mindestens eine volle Periode der exogenen Variablen abdeckt. Auf Grund der in der Praxis verfügbaren Daten, ist es oft nur möglich mit konstanten Bodensätzen zu arbeiten. Bei vielen Vertragsarten lässt auch der ökonomische Zweck (z.B. bei Betriebsmittelkrediten) eine im Durchschnitt konstante Auslastung vermuten. Wir modellieren daher im Folgenden einen zeitunabhängigen Bodensatz.

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

Abbildung 16 stellt die Struktur unserer Vorgehensweise dar: in einem ersten Schritt werden die konstanten Bodensätze pro Zusage durch Mittelwertbildung über die Zeit gebildet. Im zweiten Schritt werden die individuellen Abweichungen als Differenz von Originalzeitreihen und individuellen Bodensätzen ermittelt. Im dritten Schritt werden die individuellen Bodensätze zum Portfoliobodensatz verdichtet. Auf dem von uns analysierten Datenbestand ergibt sich ein Bodensatz von 39,7%. Der vierte Schritt ermittelt aus der Verteilung der Abweichungen das 95%-Quantil. Unser Quantil, welches den Bestand in 95% und 5% der Abweichungen einteilt, beträgt 18,7%.

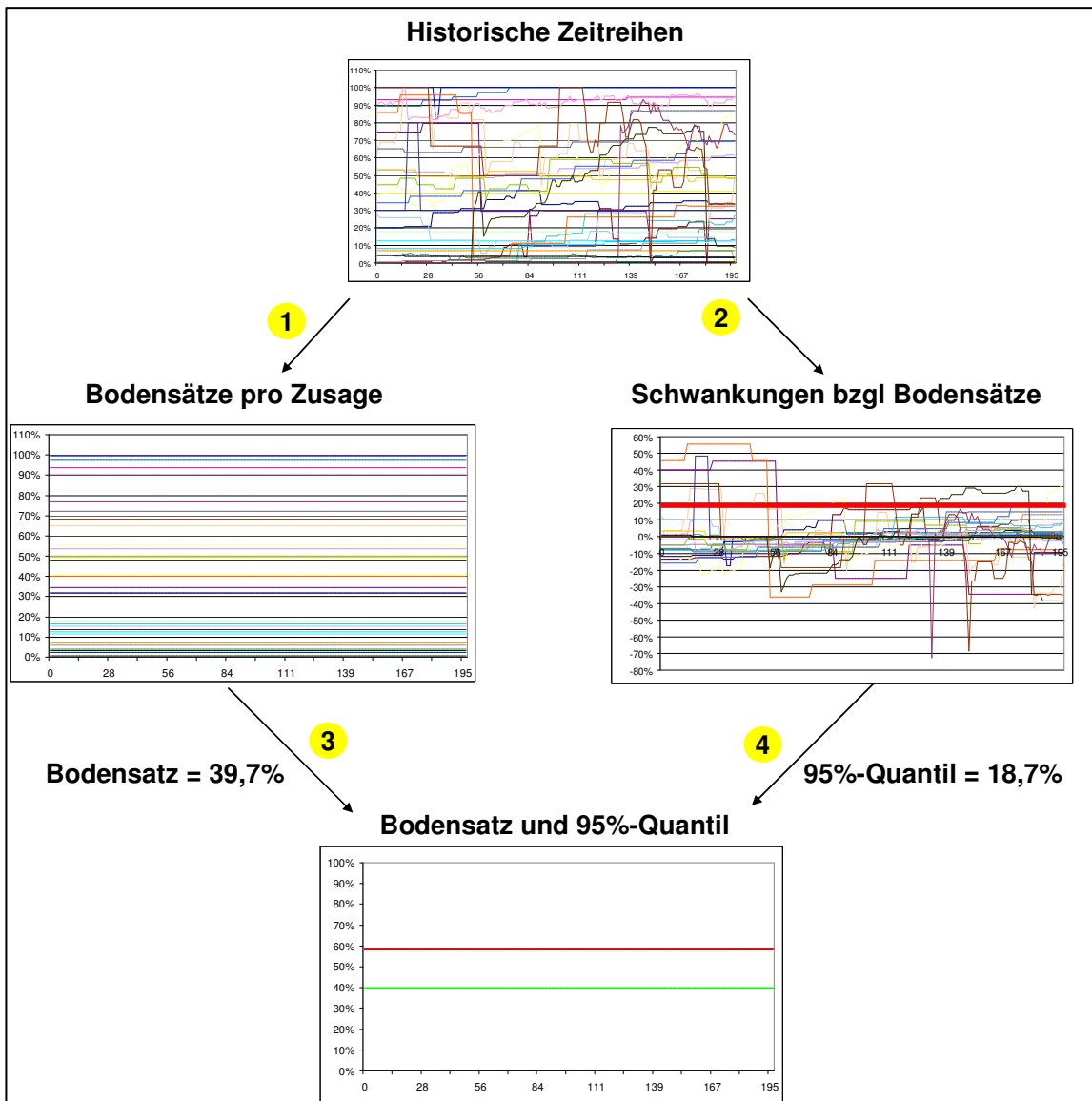


Abb. 16: Vorgehensweise zur Bodensatz- und Quantilsbestimmung

Das so gewonnene Zusagenmodell besagt, dass Zusagen des betrachteten Portfolios im Mittel zu 39,7% gezogen werden und 95% der Ziehungen unter 58,4% (= 39,7% + 18,7%) liegen.

Im Folgenden möchten wir die Eigenschaften unserer Zusagenmodelle diskutieren.

#### **4 Diskussion der Modelleigenschaften**

In diesem Abschnitt möchten wir auf drei Aspekte der Modellierung gesondert eingehen:

1. Charakteristika der Quantile
2. Volumensensitivität der Ergebnisse
3. Vergleich des Modells „Term Fazilitäten“ und „Revolver“
4. Überprüfung der Gruppierungsannahme

Am Beispiel der Revolver diskutieren wir die Quantileigenschaften und die Volumenkonzentration. Wie die statistische Relevanz der Gruppenbildung überprüft werden kann, ist als produktunabhängiger Ausblick formuliert.

## 4.1 Charakteristika der Quantile

Bei den Revolvern haben wir als Bodensatz 39,7% und als 95%-Quantil 18,7% erhalten.

Ein erstes Backtesting der beiden Parameter mit der mittleren Inanspruchnahme ist in Abbildung 17 dargestellt.

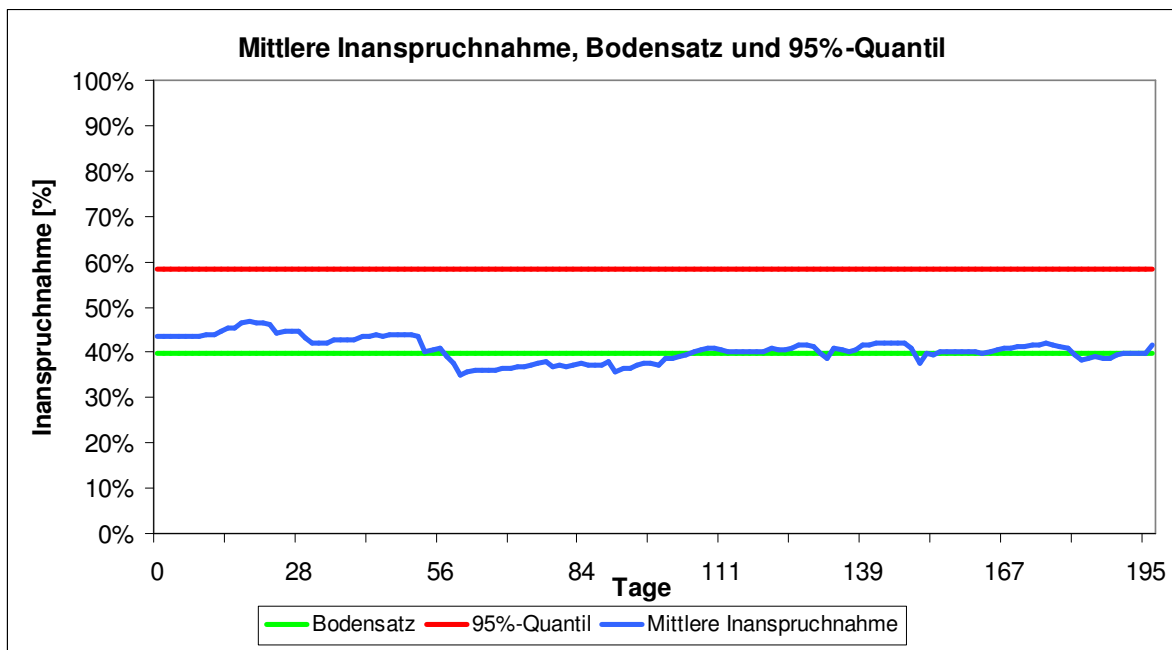


Abb. 17: Portfolio-Inanspruchnahme, Bodensatz und 95%-Quantil

Wie zu erwarten schwankt die tatsächliche mittlere Inanspruchnahme um den Bodensatz. Die geringe Schwankung des tatsächlichen Mittelwertes bestätigt, dass die Annahme eines konstanten Bodensatzes sinnvoll war. Die Inanspruchnahme liegt aber stets weit unterhalb des 95%-Quantils. Diese Beobachtung nehmen wir zum Anlass, die Bestimmung des Quantils und seine Eigenschaften vertiefend zu diskutieren.

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

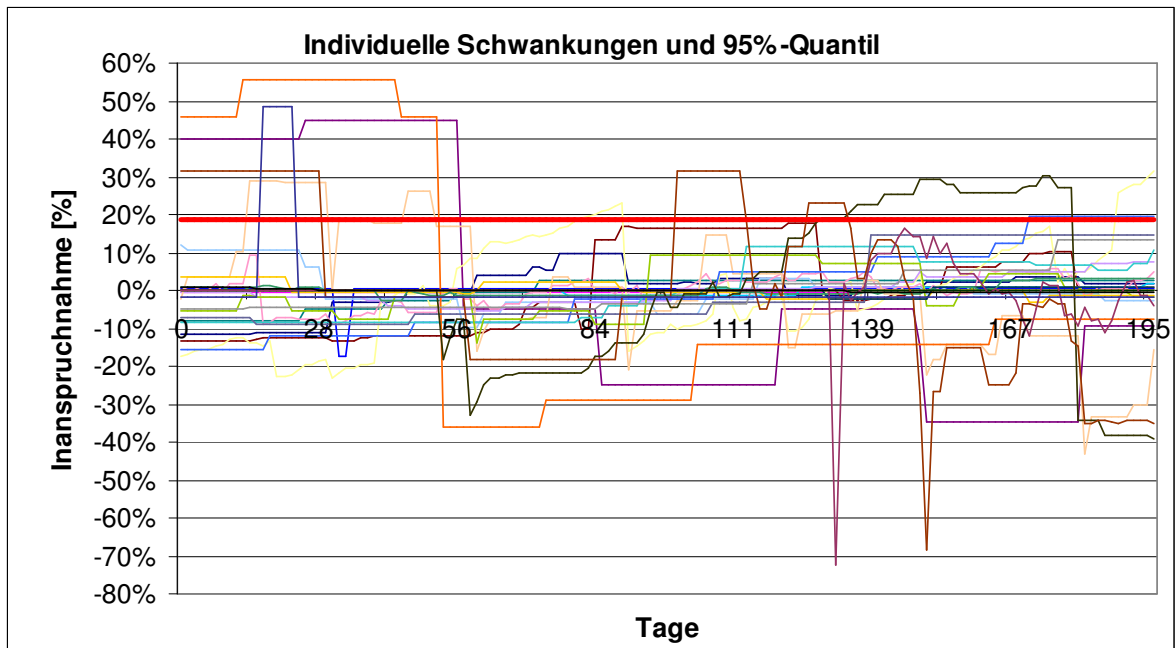


Abb. 18: Quantilsbestimmung

Bisher projiziert unsere Methode alle Schwankungen auf einen Zeitpunkt. Jedoch erstrecken sich diese Schwankungen auf unterschiedliche Zeitfenster. Andere Zusagen werden in diesen Zeitfenstern geringe bzw. sogar negative Abweichungen aufweisen. Die kompensierende Wirkung über Zusagen und Zeit hinweg (Diversifikation) wird nicht berücksichtigt. Das Quantil kann deshalb als nicht-diversifiziertes Quantil bezeichnet werden. Damit ist das Quantil aber auch sehr konservativ.

Um den Effekt der Vernachlässigung der Diversifikation besser einschätzen zu können, werden hypothetisch die Abweichungen vom Bodensatz je Einzelzusage aufsteigend geordnet. In Abbildung 18 ist die somit erhaltene Verteilung der Schwankungen dargestellt. Dies entspricht einem Szenario, in welchem die Inanspruchnahme aller Zusagen am Anfang überschätzt und später unterschätzt wird. Damit erhalten wir ein perfekt korreliertes Portfolio, weil alle Zusagen gleichzeitig über- bzw. gleichzeitig unterschätzt werden. Auch dieses hypothetische Portfolio hat ein Quantil von 18,7%. Damit ist gezeigt, dass unser Quantil das konservative, ‚nicht-diversifizierte‘ Quantil ist.

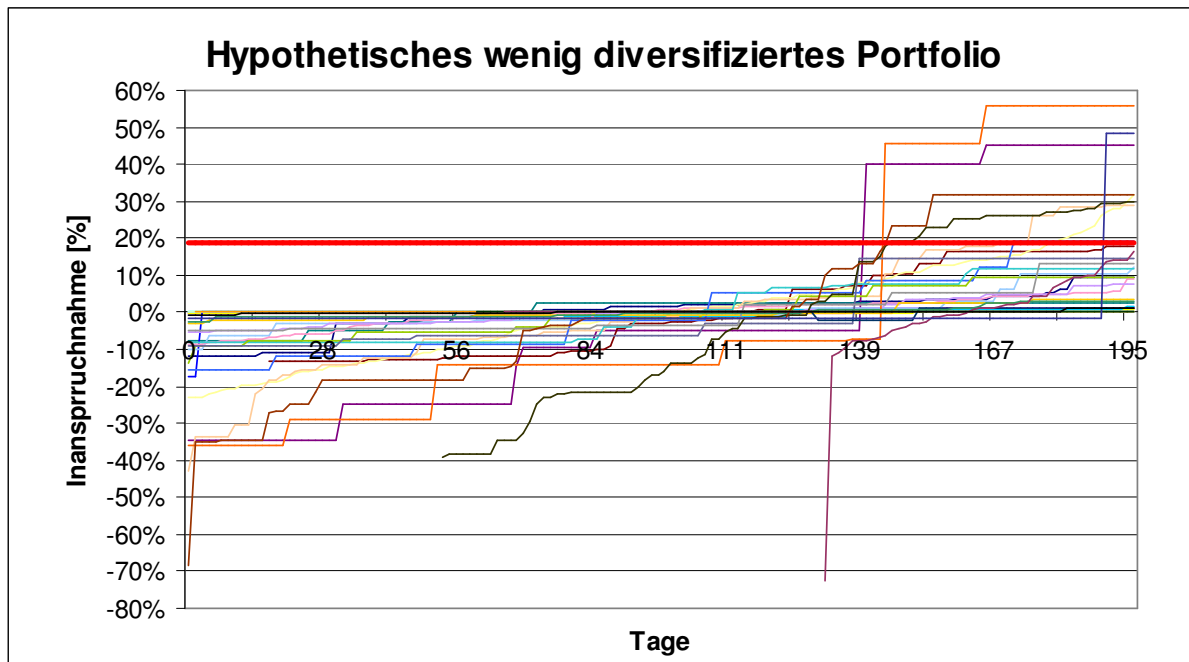


Abb. 19: *Invarianz des Quantils gegenüber verschiedenen Diversifikationsgraden*

Die Analyse der Korrelationen der Zeitreihen in Abbildung 20 zeigt, dass in der Realität die Korrelation zwischen den Ziehungen gering ist.

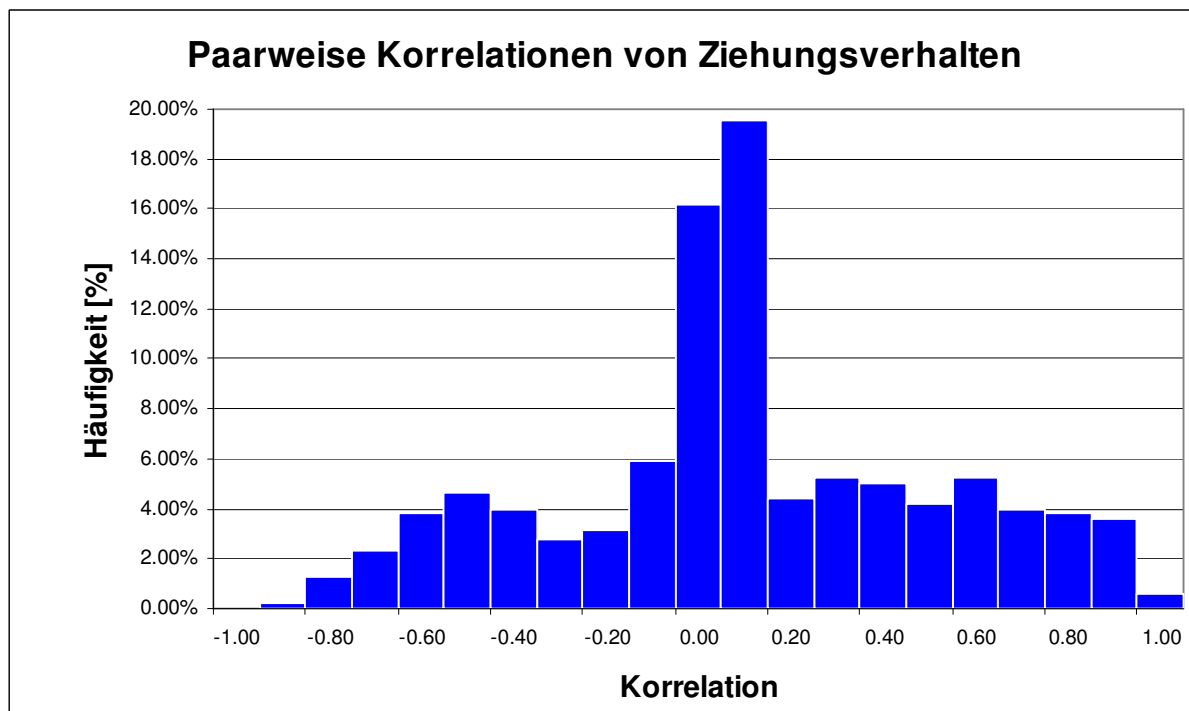


Abb. 20: *Paarweise Korrelation der Ziehungszeitreihen ( $i \neq j$ )*

Keine Diversifikation ist bei einer Korrelation von 1,00 gegeben. Abbildung 20 zeigt deutlich, dass die häufigste Korrelation zwischen -10% und 10% liegt. Hohe Korrelationen (= Ränder der Verteilung) werden selten beobachtet: 0,63% der Zusagen sind mit mehr als 90% korreliert (ganz rechter Balken), 0,21% der Zusagen sind mit mehr als -90% korreliert. Der Großteil der Zeitreihen ist dagegen unkorreliert bzw. leicht positiv/ negativ korreliert.

Daher ist das nicht diversifizierte Quantil deutlich höher als das Quantil der mittleren Auslastung, da bei letzterem die Diversifikation vollständig berücksichtigt wird.

Um das Liquiditätsmanagement zu verbessern, muss versucht werden, das gemeinsame Ziehungsverhalten besser zu analysieren. Grundsätzlich unterstellt der Übergang zu einem diversifizierten Quantil, dass die Diversifikationseffekte stets gelten und dass das Beobachtungsfenster alle möglichen Szenarien abdeckt, d.h. sehr lang ist. Auch wenn die historischen Daten keine Anzeichen von Konzentrationseffekten/ perfekter Korrelation erkennen lassen, sollte die Belastbarkeit der Diversifikationsannahme qualitativ geprüft werden. Dafür könnte das Portfolio beispielsweise gezielt auf Zusageninhaber aus der gleichen Branche bzw. Region mit gegenseitigen Lieferabhängigkeiten, untersucht werden. Diese Prüfung setzt ein gutes Verständnis für die Geschäftsmodelle der Kreditnehmer voraus, so dass algorithmische Filter kaum zum Einsatz kommen können. Stattdessen bietet sich eine expertenbasierte Prüfung an. Bei heterogenen Portfolios könnte der Übergang auf ein diversifiziertes Quantil erwogen werden. Vorstellbar wäre, das Maximum der mittleren Auslastung als Quantil zu wählen.

Auf Grund der in der Praxis meist nur kurzen Zeitreihen, kann die tatsächliche Diversifikation innerhalb des Portfolios kaum ermittelt werden. Daher wird bei der Modellierung der konservative Ansatz gewählt, das nicht diversifizierte Quantil zu verwenden.



## 4.2 Volumensensitivität der Ergebnisse

Zentral ist bei der Modellierung des Ziehungsverhaltens die Volumenkonzentration. Bisher wurde auf Basis relativer Inanspruchnahme argumentiert, welches den Einfluss von Volumenklumpenrisiken auf die Parameter Bodensatz und Quantil vernachlässigt.

In dem Beispielsportfolio lag eine starke Konzentration des Volumens vor: die 9% größten Zusagen vereinten 55% des gesamten Zusagenvolumens auf sich (siehe Abbildung 21). Der ungefähr lineare Verlauf von 91% auf 100% deutet darauf hin, dass die großen Zusagen ein vergleichbares Volumen besitzen.

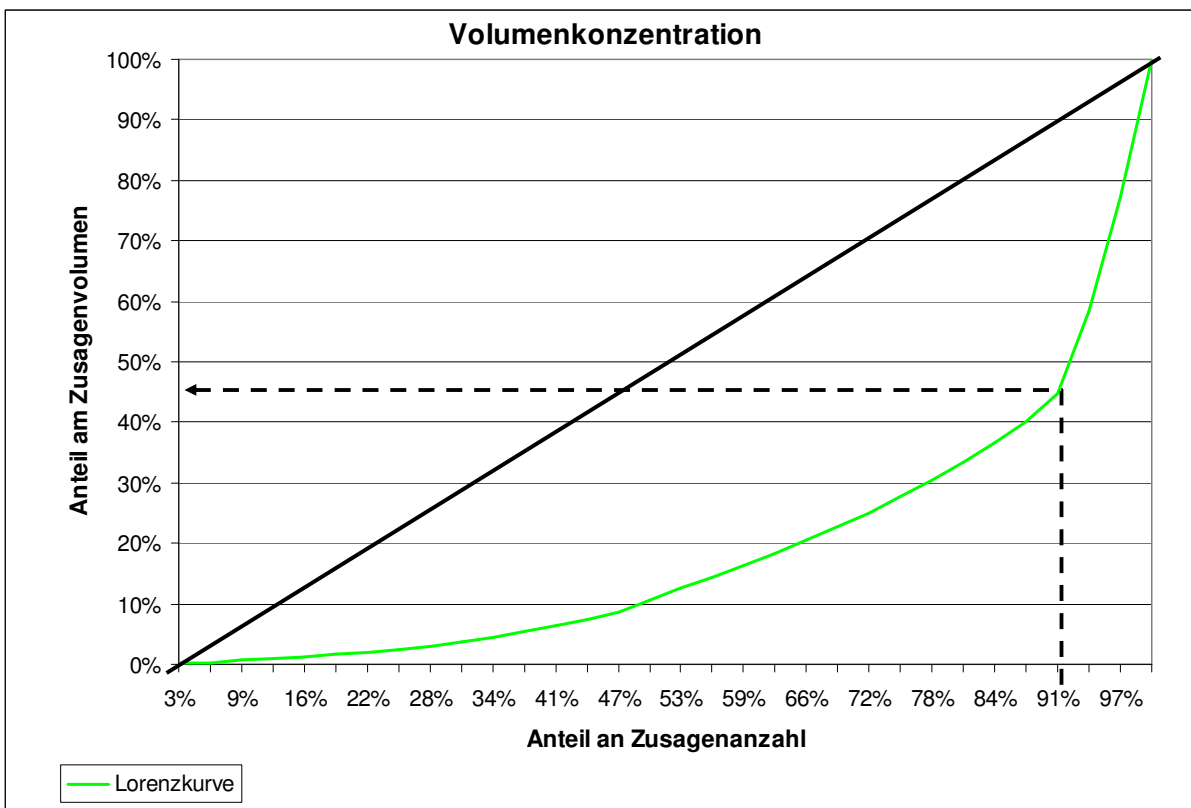


Abb. 21: Lorenzkurve zur Darstellung der Volumenkonzentration Prozente!

Abbildung 22 zeigt, dass die mittlere Inanspruchnahme mit Volumengewichtung über der mittleren Inanspruchnahme ohne Volumengewichtung liegt. Die Struktur beider Kurven sind vergleichbar, die Amplituden nehmen bei der Volumengewichtung leicht zu. Damit ist das tatsächliche Portfolio weniger diversifiziert als das hypothetische Portfolio, welches die Volumeneffekte ausgeblendet hat.

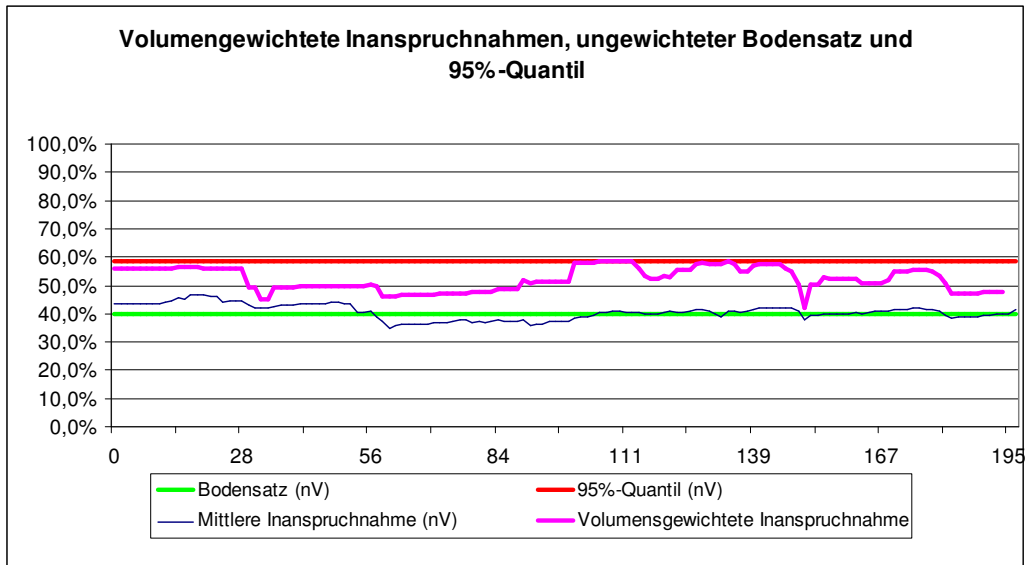


Abb. 22: *Volumengewichtete und nicht volumengewichtete Portfolioinanspruchnahme*

Nachfolgend analysieren wir die Ursachen für diese Effekte anhand der drei größten Zusagen. In Abbildung 23 sind die Bodensätze der drei größten Zusagen sowie die Schwankungen gegen den bisherigen Portfolio-Bodensatz und das 95%-Quantil abgetragen. Es wird deutlich, dass ein volumengewichteter Bodensatz über dem bisherigen liegen muss, da zwei der drei Bodensätze der großen Zusagen über dem bisherigen Portfolio-Bodensatz liegen.

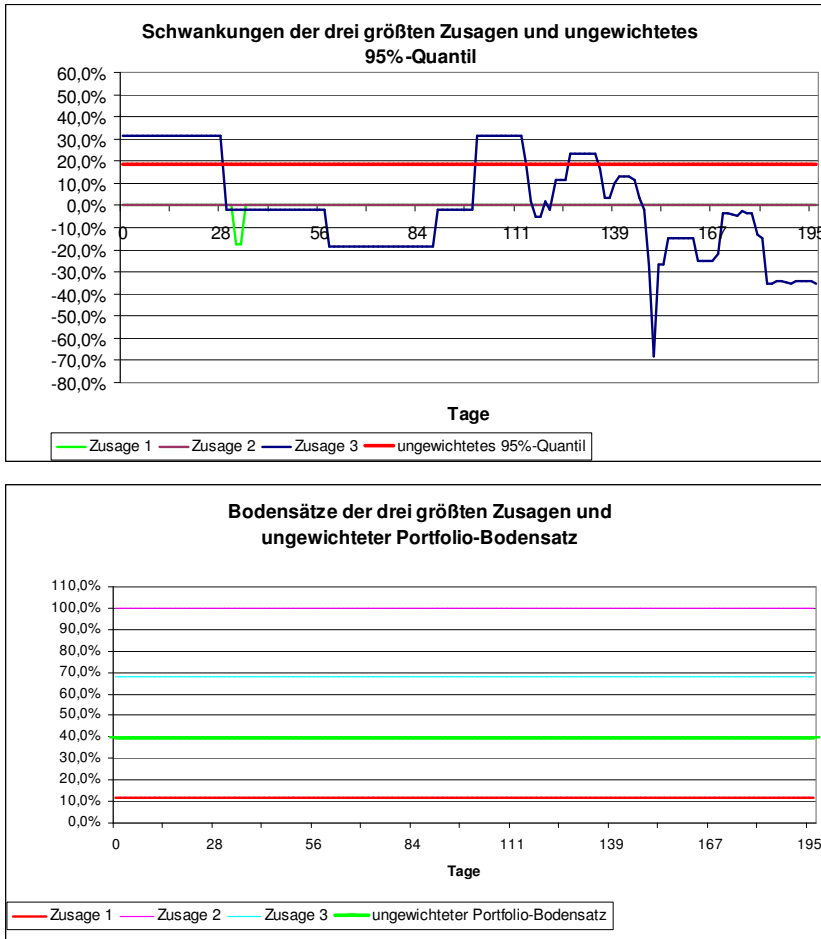


Abb. 23: Bodensätze und Schwankungen der drei größten Zusagen

In Abbildung 23 wird deutlich, dass im Beispielportfolio nur eine einzige große Zusage die Volatilität nachhaltig beeinflusst: die zwei anderen großen Zusagen tragen kaum zur Volatilität bei, da diese vergleichsweise stabil gezogen werden und durch viele kleineren Zusagen diversifiziert wurden.

Wir untersuchen im Folgenden, ob und wie die Abweichungen volumengewichtet werden können.

Eine Analyse der Abweichungen führt zu keinem eindeutigen Ergebnis: große Abweichungen können aus kleinen Zusagen mit großen Schwankungen oder großen Zusagen mit kleinen Schwankungen resultieren. Oft kann also der Diversifikationseffekt nicht überzeugend modelliert werden, so dass das konservative Quantil schwer zu verbessern ist. Wir schlagen daher das konservative nicht-diversifizierte 95%-Quantil vor und berechnen den volumengewichteten Bodensatz. Zusammen mit der volumengewichteten Inanspruchnahme ergeben sich die Verläufe in Abbildung 24.

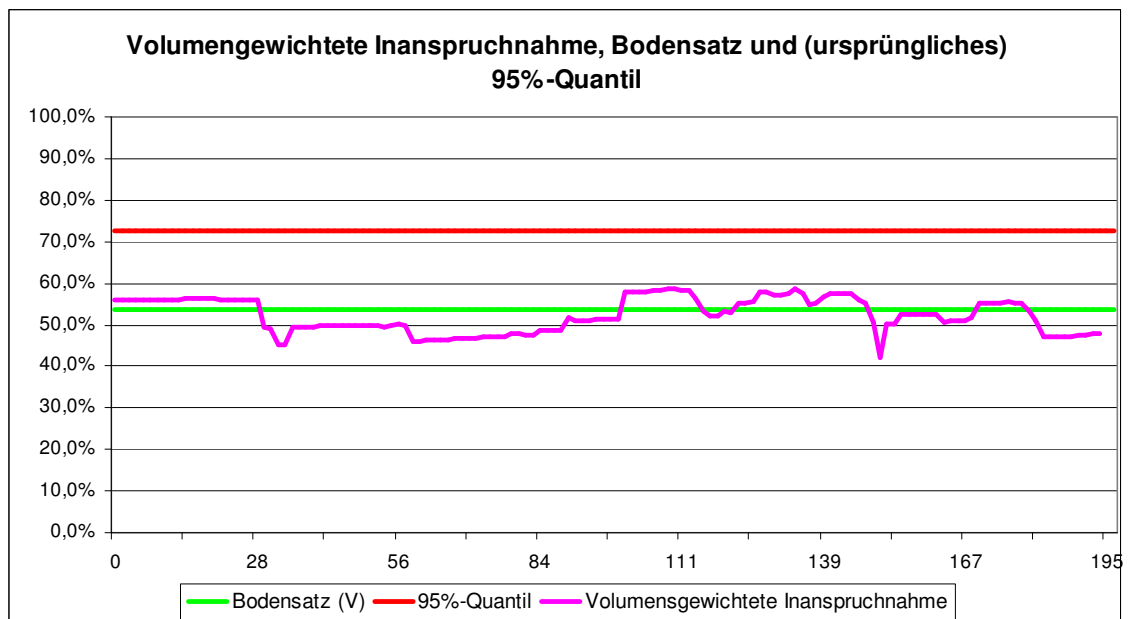


Abb. 24: Volumengewichtete Inanspruchnahme, Bodensatz und 95%-Quantil

### 4.3 Vergleich des Modells „Term Fazilitäten“ und „Revolver“

Bei den Term Fazilitäten und den Revolvern wurden die Erwartungswerte als Mittelwerte über alle Zusagen ermittelt. Im Unterschied zu den monoton steigenden Term Fazilitäten wurde bei den Revolvern aufgrund der kurzen Historie und der „revolving“-Eigenschaft ein zeitkonstanter Mittelwert für die Einzelzusagen angenommen. Der Erwartungswert ist die erwartete mittlere Auslastung jeder einzelnen Zusage. Volumengewichtet erhält man daraus die erwartete Auslastung des Portfolios.

Im Gegensatz zum Erwartungswert, unterscheiden sich die Quantile auf Zusage- und Portfolioebene aufgrund der Diversifikation. Das Quantil auf Zusageebene wird hergeleitet aus einzelnen extremen Beobachtungen von Einzelzusagen. Da unsere Quantile bei den Term Fazilitäten und bei den Revolvern auf Beobachtungen von Einzelzusagen beruhen, sind es „Einzelzusagen“-Quantile. Das impliziert auch, dass sie nicht diversifiziert sind. Portfolio-

quantile ergeben sich aus den Schwankungen der Portfolioauslastung, i.e. des Portfoliomittelwertes, nicht aber aus den Schwankungen einzelner Zusagen.

Obwohl damit beide Quantile als nicht-diversifizierte Quantile auf Einzelzusagenebene identifiziert sind, sind beide nicht nach der gleichen Methodik bestimmt worden: die Quantile der Term Fazilitäten sind definiert als Abweichung der Einzelbeobachtung gegenüber dem Portfoliomittelwert, die der Revolver als Abweichung der Einzelbeobachtung vom individuellen Mittelwert. Das wurde notwendig, weil wir die Zeitskala bei den Term Fazilitäten auf das Intervall  $[0,1]$  normierten, aufgrund der kurzen Datenhistorie für viele Zusagen aber nur Ausschnitte aus ihrem Lebenszyklus vorlagen. So gab es viele Zusagen, die nur Beobachtungen am Anfang ihrer Laufzeit (von  $0T$  bis  $0,2T$ ), in der Mitte ( $0,2T$  bis  $0,6T$ ) oder am Ende ( $0,6T$  bis  $1T$ ) aufwiesen. Die mittleren Abweichungen zum Portfoliomittelwert sind nicht verzerrt, so dass ein kleiner Teil des Mittelwertes in das Quantil transferiert wurde. Je nach Datenlage kann damit das Quantil größer oder kleiner sein als wenn es als Abweichung zu den individuellen Mittelwerten berechnet worden wäre.

#### 4.4 Statistische Relevanz der Gruppenbildung

Es können grundsätzlich zwei Methoden zur Gruppenbildung unterschieden werden: (1) die statistische Gruppenbildung mittels der Clusteranalyse und (2) die Benutzung vordefinierter Gruppen anhand produkt- und kundenspezifischer Merkmale. Ob die vordefinierten Gruppen signifikant unterschiedliche Auszahlungsprofile haben, kann durch die Diskriminanzanalyse untersucht werden.

Die Clusteranalyse<sup>6</sup> verfolgt das Ziel, Gruppen derart zu bilden, dass die Elemente einer Gruppe möglichst homogen sind, die Gruppen selber sich aber möglichst deutlich voneinander unterscheiden. Die Clusteranalyse ermittelt die optimale Gruppenanzahl und die Eigenschaften, welche die Gruppenzugehörigkeit bestimmen. Wir wollen Gruppen von Zeitreihen (der Ziehungsprofile) bestimmen. Bei der praktischen Umsetzung stellt sich das Problem, dass die historischen Zusagen zwar gruppiert werden können, doch soll der Kundenbetreuer zukünftig neue Zusagen den identifizierten Ziehungsgruppen zuordnen. Deshalb müssen die Zusagen durch objektive Produkt- bzw. Kundenmerkmale gruppiert werden und nicht erst durch *ex post* bekannte statistische Eigenschaften wie Streuungsverhalten oder Höhe des Bodsatzes. Im Umkehrschluss ist es für unsere Fragestellung also nur sinnvoll auf vordefinierte Merkmale/ Gruppen zurückzugreifen und nachträglich mit der Diskriminanzanalyse zu überprüfen, ob die Parameter der vordefinierten Gruppen signifikant verschieden sind.

---

6 Eine Einführung in die Verfahren der Clusteranalyse liefert Backhaus *et. al.*, 2003, S. 479 ff.

Aufgrund der kurzen Datenhistorie haben wir auf die nachträgliche Überprüfung der Gruppenbildung verzichtet.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Das Liquiditätsmanagement von Kreditzusagen ist für Banken von zentraler Bedeutung. In einem ersten Schritt wird die Modellierung in „Modellierung des Einzelgeschäfts“ sowie „Modellierung auf Portfolioebene“ getrennt. Mit Hilfe eines Praxisportfolios zeigen wir die Modellierung der Liquidität von Term Facilities und Revolvern.

Auf Basis eines stochastischen Prozesses werden die Inanspruchnahmen dargestellt. Darauf aufbauend werden Erwartungswerte und Quantile bestimmt. Da Term Facilities im Gegensatz zu Revolvern beim Ziehungsverhalten eine Zeitmonotonie haben, wurden die beiden Gruppen getrennt modelliert.

Bei den Term Facilities wurden die Ziehungsverläufe linearisiert und zu einer mittleren Portfolioauslastung aggregiert. Die Portfolioauslastung ist monoton steigend. Basierend auf der Kurve der mittleren Portfolioauslastung ergibt sich die Quantilskurve, die mit 95% Sicherheit nicht überschritten wird. Durch eine Restlaufzeitgewichtung erreichen wir, dass das Quantil zur mittleren Auslastung konvergiert und somit die Schwankungsbreite der Ziehungen mit der Laufzeit abnimmt.

Bei den Revolvern sind zeitabhängige Bodensätze nur sinnvoll, wenn diese Zeitdynamik an exogene Variablen gekoppelt werden kann und von diesen Variablen vollständige Beobachtungen vorliegen. Wie bei uns auch kann aufgrund des häufig zu kurzen Zeitfensters meist nur mit konstanten Bodensätzen gearbeitet werden.

Die Schätzung des Revolvermodells erfolgte in vier Schritten: im ersten Schritt wurden zusammenspezifische Bodensätze ermittelt. Darauf aufbauend konnten in einem zweiten Schritt die individuellen Schwankungen der Zeitreihen extrahiert werden. Im dritten Schritt wurden die individuellen Bodensätze zum Portfoliobodensatz aggregiert. Auf Basis der individuellen Schwankungen wurde im vierten Schritt das 95%-Quantil bestimmt.

Nach der Modellierung haben wir ausgewählte Aspekte der Modellierung diskutiert. Am Beispiel der Revolver analysierten wir die Quantilseigenschaften und die Volumensensitivität unserer Ergebnisse. Beim Revolverquantil handelt sich um ein sehr konservatives Quantil, da keine Diversifikationseffekte berücksichtigt werden. Meist ist die tatsächliche Diversifikation aufgrund der kurzen Zeitreihe nicht bekannt. So liegt der Vorteil beim nicht-diversifizierten Quantil in der Abdeckung eines nicht-beobachteten Krisenfalls. Beim Vorliegen einer längeren Zeitreihe können diversifizierte Quantile durchaus in Betracht gezogen werden. Im Anschluss daran haben wir das Volumenrisiko, welches als natürliches Klumpenrisiko interpretiert werden kann, analysiert. Es stellte sich heraus, dass der Portfolio-Bodensatz bei einer volumengewichteten Analyse durch wenige große Zusagen nach oben verzerrt wird. Bei den

Schwankungen führen Volumeneffekte zu einer geringeren Diversifikation, welche sich durch stärkere Schwankungen der Portfolioauslastung manifestiert. Anschließend stellten wir kurz die Modelle „Term Fazilitäten“ und „Revolver“ gegenüber. Beide Modelle verfolgen die gleiche Methodik, bis auf die Tatsache, dass die Quantilsbestimmung bei den Term Fazilitäten aufgrund der kurzen Datenhistorie zum Portfoliomittelwert und nicht zu den individuellen Mittelwerten erfolgte. Als vierten Aspekt beschrieben wir, wie die Gruppenbildung *ex post* auf statistische Relevanz überprüft werden kann.

Selbstverständlich kann die Modellierung des Ziehungsverhaltens durch Berücksichtigung von exogenen und zusagenspezifischen Variablen verfeinert werden. Die Investition in eine Modellverfeinerung würde zu einer effizienteren und damit kostengünstigeren Refinanzierung führen. Exogene Variablen könnten systematische Schwankungen des Bodensatzes oder des Quantils entlang der Zeit modellieren. Zusagenspezifische Variablen könnten Schwankungen innerhalb der Zusagen zu einem Zeitpunkt erklären (cross-sectional). Jedoch lässt die Datenlage in der Praxis dies selten zu.

Wie bei jeder historischen Simulation, so „leiden“ auch unsere Quantilsbestimmungen unter dem „Beobachtungsbias“: unsere Quantile können maximal so groß sein, wie die beobachteten Quantile. Hypothetische Quantile, wie sie beispielsweise die Extremwerttheorie (vgl. Zerancki, 2005) beschreibt, lassen sich so nicht bestimmen. Als Alternative ist das konservative nicht-diversifizierte Quantil zu wählen, weil damit auch nicht beobachtete Szenarien abgedeckt werden können.

Bezüglich der Diversifikation waren wir ebenfalls konservativ, weil wir nur Diversifikationseffekte innerhalb der Produktgruppe „Kreditzusagen“ betrachtet haben. Banken haben unter anderem Einlagen, welche auch einen Optionscharakter haben. Die Berücksichtigung eines potentiellen produktübergreifenden Diversifikationseffektes zwischen den Kreditzusagen und den Einlagen<sup>7</sup>, wie ihn Kashyap *et al.*, 2002 theoretisch motivieren und Gatev und Strahan, 2006 empirisch für amerikanische Banken belegen, kann die Analyse verfeinern.

Der interne Verrechnungspreis, zu dem das Treasury dem Marktbereich für alle Kredite, die aus der Zusagen gezogen werden, die benötigte Liquidität zu einem festen Spread zur Verfügung stellt, sollte dann auf einem Ansatz beruhen, welcher sowohl die erwartete Inanspruchnahme als auch die Streuung der Inanspruchnahme in Form einer Prämie berücksichtigt.

Es müssen also Bodensatz und Schwankungen separat in die Marge einfließen. Der Bodensatz wird mit Spot- bzw. Forwardsätzen bewertet. Die Risikoprämie muss die Risiken der Geldaufnahme der Bank zu einem höheren Spread- und die Ziehungsunsicherheit widerspiegeln.

---

<sup>7</sup> Die Einlagen steigen just in den Momenten, in welchen Zusagen überproportional stark gezogen werden.

## 6 Literatur

Duffy, Tom, *et al.* "Merrill Lynch Improves Liquidity Risk Management for Revolving Credit Lines". *Interfaces*, Sep/Oct2005, Vol. 35 Issue 5, pp. 353-369.

Gatev, Evan, Philip E. Strahan, "Banks' Advantage in Hedging Liquidity Risk", *Journal of Finance*, Volume 61 (2), 2006, pp. 867 – 892.

Gatev, Evan, Til Schuermann, Philip E. Strahan, "Managing Bank Liquidity Risk: How Deposit-Loan Synergies Vary with Market Conditions", *NBER Working Paper*, <http://papers.nber.org/paper/w122234>, time stamp: 18.08.2006.

Kashyap, Anil. K., Raghuram Rajan, Jeremy C. Stein, "Banks as Liquidity Providers: An Explanation for the Coexistence of Lending and Deposit-Taking", *Journal of Finance*, Vol. 57, No. 1. (Feb., 2002), pp. 33-73.

Krumnow, Jürgen, Ludwig Gramlich, Thomas A Lange, Thomas M. Dewner, *Gabler Bank Lexikon*, 13. Ausgabe, Wiesbaden: Gabler, 2002.

Loukoianova, Elena, Salih Neftci, Sunil Sharma, "Pricing and Hedging of Contingent Credit Lines", *Journal of Derivatives*, 14 (3), Spring 2007, pp. 61-79.

Sauerbier, Peter, Holger Thomae, Carsten Wehn, „Praktische Aspekte der Abbildung von Finanzprodukten im Rahmen des Liquiditätsrisikos“, in: Peter Bartetzky, Walter Gruber, Carsten Wehn (Hrsg.). *Handbuch Liquidität*, Stuttgart: Schaeffer-Poeschel (forthcoming).

Shockley, Richard L., Anjan V. Thakor, "Bank Loan Commitment Contracts: Data, Theory and Tests", *Journal of Money, Credit and Banking*, 1997, 29, pp. 517-534.

Thakor, Anjan, Gregory Udell, "An Economic Rationale for the Pricing Structure of Loan Commitments", *Journal of Banking and Finance* 11, 1987, pp. 271-289.

Zeranski, Stefan, "*Liquidity at Risk*" zur Steuerung des liquiditätsmäßig-finanziellen Bereichs von Kreditinstituten, Chemnitz: Verlag der Gesellschaft für Unternehmensrechnung und Controlling, 2005



Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

**FRANKFURT SCHOOL / HFB – WORKING PAPER SERIES**

No.	Author/Title	Year
92.	Burger, Andreas Produktivität und Effizienz in Banken – Terminologie, Methoden und Status quo	2008
91.	Löchel, Horst / Pecher, Florian The Strategic Value of Investments in Chinese Banks by Foreign Financial Institutions	2008
90.	Schalast, Christoph / Morgenschweis, Bernd / Sprengeter, Hans Otto / Ockens, Klaas / Stachuletz, Rainer / Safran, Robert Der deutsche NPL Markt 2007: Aktuelle Entwicklungen, Verkauf und Bewertung – Berichte und Referate des NPL Forums 2007	2008
89.	Schalast, Christoph / Stralkowski, Ingo 10 Jahre deutsche Buyouts	2008
88.	Bannier, Christina / Hirsch, Christian The Economics of Rating Watchlists: Evidence from Rating Changes	2007
87.	Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas Gold in the Investment Portfolio	2007
86.	Hölscher, Luise / Rosenthal, Johannes Leistungsmessung der Internen Revision	2007
85.	Bannier, Christina / Hänsel, Dennis Determinants of banks' engagement in loan securitization	2007
84.	Bannier, Christina "Smoothing" versus "Timeliness" - Wann sind stabile Ratings optimal und welche Anforderungen sind an optimale Berichtsregeln zu stellen?	2007
83.	Bannier, Christina Heterogeneous Multiple Bank Financing: Does it Reduce Inefficient Credit-Renegotiation Incidences?	2007
82.	Cremers, Heinz / Löhr, Andreas Deskription und Bewertung strukturierter Produkte unter besonderer Berücksichtigung verschiedener Marktszenarien	2007
81.	Demidova-Menzel, Nadeshda / Heidorn, Thomas Commodities in Asset Management	2007
80.	Cremers, Heinz / Walzner, Jens Risikosteuerung mit Kreditderivaten unter besonderer Berücksichtigung von Credit Default Swaps	2007
79.	Cremers, Heinz / Traugber, Patrick Handlungsalternativen einer Genossenschaftsbank im Investmentprozess unter Berücksichtigung der Risikotragfähigkeit	2007
78.	Gerdemeier, Dieter / Roffia, Barbara Monetary Analysis: A VAR Perspective	2007
77.	Heidorn, Thomas / Kaiser, Dieter G. / Muschiol, Andrea Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung	2007
76.	Jobe, Clemens J. / Ockens, Klaas / Safran, Robert / Schalast, Christoph Work-Out und Servicing von notleidenden Krediten – Berichte und Referate des HfB-NPL Servicing Forums 2006	2006
75.	Abrar, Kamyar Fusionskontrolle in dynamischen Netzsektoren am Beispiel des Breitbandkabelsektors	2006
74.	Schalast, Christoph / Schanz, Kai-Michael Wertpapierprospekte: Markteinführungspublizität nach EU-Prospektverordnung und Wertpapierprospektgesetz 2005	– 2006
73.	Dickler, Robert A. / Schalast, Christoph Distressed Debt in Germany: What's Next? Possible Innovative Exit Strategies	2006
72.	Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten How the ECB and the US Fed set interest rates	2006
71.	Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G. Heterogenität von Hedgefondsindizes	2006

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

70.	Baumann, Stefan / Löchel, Horst The Endogeneity Approach of the Theory of Optimum Currency Areas - What does it mean for ASEAN + 3?	2006
69.	Heidorn, Thomas / Trautmann, Alexandra Niederschlagsderivate	2005
68.	Heidorn, Thomas / Hoppe, Christian / Kaiser, Dieter G. Möglichkeiten der Strukturierung von Hedgefondsportfolios	2005
67.	Belke, Ansgar / Polleit, Thorsten (How) Do Stock Market Returns React to Monetary Policy ? An ARDL Cointegration Analysis for Germany	2005
66.	Daynes, Christian / Schalast, Christoph Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktsrechts II: Distressed Debt - Investing in Deutschland	2005
65.	Gerdesmeier, Dieter / Polleit, Thorsten Measures of excess liquidity	2005
64.	Becker, Gernot M. / Harding, Perham / Hölscher, Luise Financing the Embedded Value of Life Insurance Portfolios	2005
63..	Schalast, Christoph Modernisierung der Wasserwirtschaft im Spannungsfeld von Umweltschutz und Wettbewerb – Braucht Deutschland eine Rechtsgrundlage für die Vergabe von Wasserversorgungskonzessionen? –	2005
62.	Bayer, Marcus / Cremers, Heinz / Kluß, Norbert Wertsicherungsstrategien für das Asset Management	2005
61.	Löchel, Horst / Polleit, Thorsten A case for money in the ECB monetary policy strategy	2005
60.	Richard, Jörg / Schalast, Christoph / Schanz, Kay-Michael Unternehmen im Prime Standard - „Staying Public“ oder „Going Private“? - Nutzenanalyse der Börsennotiz -	2004
59.	Heun, Michael / Schlink, Torsten Early Warning Systems of Financial Crises - Implementation of a currency crisis model for Uganda	2004
58.	Heimer, Thomas / Köhler, Thomas Auswirkungen des Basel II Akkords auf österreichische KMU	2004
57.	Heidorn, Thomas / Meyer, Bernd / Pietrowiak, Alexander Performanceeffekte nach Directors Dealings in Deutschland, Italien und den Niederlanden	2004
56.	Gerdesmeier, Dieter / Roffia, Barbara The Relevance of real-time data in estimating reaction functions for the euro area	2004
55.	Barthel, Erich / Gierig, Rauno / Kühn, Ilmhart-Wolfram Unterschiedliche Ansätze zur Messung des Humankapitals	2004
54.	Anders, Dietmar / Binder, Andreas / Hesdahl, Ralf / Schalast, Christoph / Thöne, Thomas Aktuelle Rechtsfragen des Bank- und Kapitalmarktsrechts I : Non-Performing-Loans / Faule Kredite - Handel, Work-Out, Outsourcing und Securitisation	2004
53.	Polleit, Thorsten The Slowdown in German Bank Lending – Revisited	2004
52.	Heidorn, Thomas / Siragusano, Tindaro Die Anwendbarkeit der Behavioral Finance im Devisenmarkt	2004
51.	Schütze, Daniel / Schalast, Christoph (Hrsg.) Wider die Verschleuderung von Unternehmen durch Pfandversteigerung	2004
50.	Gerhold, Mirko / Heidorn, Thomas Investitionen und Emissionen von Convertible Bonds (Wandelanleihen)	2004
49.	Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Krieger, Christian Temperaturderivate zur strategischen Absicherung von Beschaffungs- und Absatzrisiken	2003
48.	Becker, Gernot M. / Seeger, Norbert Internationale Cash Flow-Rechnungen aus Eigner- und Gläubigersicht	2003
47.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Notes on convexity and quanto adjustments for interest rates and related options	2003

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

46.	Hess, Dieter Determinants of the relative price impact of unanticipated Information in U.S. macroeconomic releases	2003
45.	Cremers, Heinz / Kluß, Norbert / König, Markus Incentive Fees. Erfolgsabhängige Vergütungsmodelle deutscher Publikumsfonds	2003
44.	Heidorn, Thomas / König, Lars Investitionen in Collateralized Debt Obligations	2003
43.	Kahlert, Holger / Seeger, Norbert Bilanzierung von Unternehmenszusammenschlüssen nach US-GAAP	2003
42.	Beiträge von Studierenden des Studiengangs BBA 012 unter Begleitung von Prof. Dr. Norbert Seeger Rechnungslegung im Umbruch - HGB-Bilanzierung im Wettbewerb mit den internationalen Standards nach IAS und US-GAAP	2003
41.	Overbeck, Ludger / Schmidt, Wolfgang Modeling Default Dependence with Threshold Models	2003
40.	Balthasar, Daniel / Cremers, Heinz / Schmidt, Michael Portfoliooptimierung mit Hedge Fonds unter besonderer Berücksichtigung der Risikokomponente	2002
39.	Heidorn, Thomas / Kantwill, Jens Eine empirische Analyse der Spreadunterschiede von Festsatzanleihen zu Floatern im Euroraum und deren Zusammenhang zum Preis eines Credit Default Swaps	2002
38.	Böttcher, Henner / Seeger, Norbert Bilanzierung von Finanzderivaten nach HGB, EstG, IAS und US-GAAP	2003
37.	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	2002
36.	Heidorn, Thomas Bewertung von Kreditprodukten und Credit Default Swaps	2001
35.	Heidorn, Thomas / Weier, Sven Einführung in die fundamentale Aktienanalyse	2001
34.	Seeger, Norbert International Accounting Standards (IAS)	2001
33.	Moormann, Jürgen / Stehling, Frank Strategic Positioning of E-Commerce Business Models in the Portfolio of Corporate Banking	2001
32.	Sokolovsky, Zbynek / Strohhecker, Jürgen Fit für den Euro, Simulationsbasierte Euro-Maßnahmenplanung für Dresdner-Bank-Geschäftsstellen	2001
31.	Roßbach, Peter Behavioral Finance - Eine Alternative zur vorherrschenden Kapitalmarkttheorie?	2001
30.	Heidorn, Thomas / Jaster, Oliver / Willeitner, Ulrich Event Risk Covenants	2001
29.	Biswas, Rita / Löchel, Horst Recent Trends in U.S. and German Banking: Convergence or Divergence?	2001
28.	Eberle, Günter Georg / Löchel, Horst Die Auswirkungen des Übergangs zum Kapitaldeckungsverfahren in der Rentenversicherung auf die Kapitalmärkte	2001
27.	Heidorn, Thomas / Klein, Hans-Dieter / Siebrecht, Frank Economic Value Added zur Prognose der Performance europäischer Aktien	2000
26.	Cremers, Heinz Konvergenz der binomialen Optionspreismodelle gegen das Modell von Black/Scholes/Merton	2000
25.	Löchel, Horst Die ökonomischen Dimensionen der ‚New Economy‘	2000
24.	Frank, Axel / Moormann, Jürgen Grenzen des Outsourcing: Eine Exploration am Beispiel von Direktbanken	2000
23.	Heidorn, Thomas / Schmidt, Peter / Seiler, Stefan Neue Möglichkeiten durch die Namensaktie	2000

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

22.	Böger, Andreas / Heidorn, Thomas / Graf Waldstein, Philipp Hybrides Kernkapital für Kreditinstitute	2000
21.	Heidorn, Thomas Entscheidungsorientierte Mindestmargenkalkulation	2000
20.	Wolf, Birgit Die Eigenmittelkonzeption des § 10 KWG	2000
19.	Cremers, Heinz / Robé, Sophie / Thiele, Dirk Beta als Risikomaß - Eine Untersuchung am europäischen Aktienmarkt	2000
18.	Cremers, Heinz Optionspreisbestimmung	1999
17.	Cremers, Heinz Value at Risk-Konzepte für Marktrisiken	1999
16.	Chevalier, Pierre / Heidorn, Thomas / Rütze, Merle Gründung einer deutschen Strombörse für Elektrizitätsderivate	1999
15.	Deister, Daniel / Ehrlicher, Sven / Heidorn, Thomas CatBonds	1999
14.	Jochum, Eduard Hoshin Kanri / Management by Policy (MBP)	1999
13.	Heidorn, Thomas Kreditderivate	1999
12.	Heidorn, Thomas Kreditrisiko (CreditMetrics)	1999
11.	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	1999
10.	Löchel, Horst The EMU and the Theory of Optimum Currency Areas	1998
09.	Löchel, Horst Die Geldpolitik im Währungsraum des Euro	1998
08.	Heidorn, Thomas / Hund, Jürgen Die Umstellung auf die Stückaktie für deutsche Aktiengesellschaften	1998
07.	Moormann, Jürgen Stand und Perspektiven der Informationsverarbeitung in Banken	1998
06.	Heidorn, Thomas / Schmidt, Wolfgang LIBOR in Arrears	1998
05.	Jahresbericht 1997	1998
04.	Ecker, Thomas / Moormann, Jürgen Die Bank als Betreiberin einer elektronischen Shopping-Mall	1997
03.	Jahresbericht 1996	1997
02.	Cremers, Heinz / Schwarz, Willi Interpolation of Discount Factors	1996
01.	Moormann, Jürgen Lean Reporting und Führungsinformationssysteme bei deutschen Finanzdienstleistern	1995

Liquiditätsmodellierung von  
Kreditzusagen  
(Term Facilities and Revolver)

**FRANKFURT SCHOOL / HFB – WORKING PAPER SERIES**  
**CENTRE FOR PRACTICAL QUANTITATIVE FINANCE**

<b>No.</b>	<b>Author/Title</b>	<b>Year</b>
08.	Becker, Christoph / Wystup, Uwe Was kostet eine Garantie? Ein statistischer Vergleich der Rendite von langfristigen Anlagen	2008
07.	Schmidt, Wolfgang Default Swaps and Hedging Credit Baskets	2007
06.	Kilin, Fiodor Accelerating the Calibration of Stochastic Volatility Models	2007
05.	Griebisch, Susanne/ Kühn, Christoph / Wystup, Uwe Instalment Options: A Closed-Form Solution and the Limiting Case	2007
04.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Interest Rate Convexity and the Volatility Smile	2006
03.	Becker, Christoph/ Wystup, Uwe On the Cost of Delayed Currency Fixing	2005
02.	Boenkost, Wolfram / Schmidt, Wolfgang M. Cross currency swap valuation	2004
01.	Wallner, Christian / Wystup, Uwe Efficient Computation of Option Price Sensitivities for Options of American Style	2004

**HFB – SONDERARBEITSBERICHTE DER HFB - BUSINESS SCHOOL OF FINANCE & MANAGEMENT**

<b>No.</b>	<b>Author/Title</b>	<b>Year</b>
01.	Nicole Kahmer / Jürgen Moormann Studie zur Ausrichtung von Banken an Kundenprozessen am Beispiel des Internet (Preis: € 120,-)	2003

Printed edition: € 25.00 + € 2.50 shipping

Download: [http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/Publications/list\\_of\\_publication](http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/Publications/list_of_publication)

**Order address / contact**

Frankfurt School of Finance & Management  
Sonnemannstr. 9–11 ▪ D–60314 Frankfurt/M. ▪ Germany  
Phone: +49 (0) 69 154 008–734 ▪ Fax: +49 (0) 69 154 008–728  
eMail: [m.biemer@frankfurt-school.de](mailto:m.biemer@frankfurt-school.de)

Further information about Frankfurt School of Finance & Management  
may be obtained at: <http://www.frankfurt-school.de>