

Una Aplicación de la Teoría de Juegos Cooperativos a la Descomposición de la Pobreza en México

Juan Carlos Chávez Martín del Campo*

Horacio González Sánchez

Héctor Juan Villarreal Páez

Resumen

El presente artículo estima la descomposición de la variación en la pobreza en México aplicando algunos resultados derivados de la teoría de juegos cooperativos. En particular, se utiliza el enfoque del valor Shapley (Shapley 1953) para estimar la contribución del crecimiento, la distribución del ingreso y los precios en la descomposición. La disminución observada en la familia P_α de medidas de pobreza durante el periodo 2000-2008 se asocia principalmente al componente crecimiento. Sin embargo, la distribución del ingreso y la inflación tuvieron un papel preponderante en la dinámica de la pobreza para los subperiodos 2000-2002 y 2006-2008, respectivamente.

Abstract

This paper estimates the decomposition of poverty changes in Mexico using well-known results from cooperative game theory. Specifically, by applying the Shapley value-based approach (Shapley 1953) it estimates the growth, redistribution and poverty line components of changes in measured poverty using Mexico's household surveys. By all the P_α class of measures, poverty decreased between 2000 and 2008, with the growth component overaccounting for the decrease over the whole period. However, both the distributional and the poverty line components had preponderant participation in observed poverty changes for the subperiods 2000-2002 and 2006-2008, respectively.

Palabras Clave: Pobreza; Descomposición; Valores de Shapley.

Clasificación JEL: C71, D31, H22, I32.

*Chávez: Departamento de Economía y Finanzas, Universidad de Guanajuato, e-mail: juancarlos.chavez@ugto.org. González: Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, Cámara de Diputados, horacioedgardo@gmail.com. Villarreal: Escuela de Graduados en Administración Pública y Política Pública, ITESM, hjvp@itesm.mx.

1. Introducción

Uno de los indicadores más importantes en el análisis de la pobreza es su variación entre dos puntos en el tiempo. Sin embargo, dicho indicador no arroja información sobre los elementos que contribuyen a la dinámica de la pobreza durante el periodo de estudio. La identificación de dichos elementos constituye un elemento fundamental tanto para el estudio de la pobreza como para el diseño de políticas públicas para su combate.

Varias metodologías han sido propuestas para estimar la contribución de dichos elementos en el cambio observado en la pobreza. Una de las más utilizadas es la desarrollada por Datt y Ravallion (1992), la cual descompone el cambio en la pobreza entre el efecto crecimiento y el efecto distribución. Székely y Rascón (2005) extienden dicha metodología para incorporar el efecto de la inflación en la descomposición de la pobreza en México.

Un elemento común en este tipo de descomposición es que no es exacta: la suma de las contribuciones de cada uno de los elementos considerados no es igual a la variación observada en la pobreza, por lo que dicha descomposición implica la existencia de un residual. Dicho residual mide el efecto de la interacción de los diferentes elementos en la evolución de la pobreza, y constituye una “caja negra” de interés para los analistas de la pobreza y los tomadores de decisiones.

El objetivo del presente trabajo es estimar la influencia relativa del crecimiento del ingreso per cápita, los cambios en su distribución y los movimientos de precios (reflejados en el valor de las líneas de pobreza) en la variación de la pobreza en México durante el período 2000-2008 utilizando una metodología alternativa que tome en consideración el problema del residual, se adapte a la medición oficial de la pobreza en México y se base en una estructura axiomática clara.

Para lograr este objetivo se aplica una metodología de descomposición de la pobreza derivada de la teoría de juegos cooperativos (Shapley, 1953; Shorrocks, 1999; Kolenikov y Shorrocks, 2005). Esta metodología se describe como el problema clásico de dividir la ganancia de un juego, donde la solución de Shapley para cada jugador es la contribución marginal promedio de todas las posibles coaliciones de los jugadores.

Dicha descomposición tiene varias ventajas sobre otras metodologías. En primer lugar, la descomposición es exacta en el sentido de que la suma de las contribuciones de cada uno de los componentes anteriormente mencionados es igual al cambio observado en la pobreza. En segundo lugar, la descomposición es simétrica ya que el orden en el cual los factores son considerados no afecta el resultado final.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: la segunda sección presenta el marco teórico de la descomposición de la pobreza; la tercera, los resultados para México; finalmente, la cuarta sección presenta las principales conclusiones del presente estudio.

2. Descomposición de la Pobreza Utilizando los Valores de Shapley

La pobreza en el periodo t puede expresarse como una función $P(\mu_t, L_t, z_t)$ del ingreso per cápita μ_t , la curva de Lorenz L_t y la línea de pobreza z_t . Cada uno de estos factores se asocia, respectivamente, a un efecto crecimiento, un efecto distribución y un efecto precio o línea de pobreza. El problema que estamos enfrentando es el de estimar la contribución de cada uno de estos factores en el cambio observado en la pobreza entre dos puntos en el tiempo

Formalmente, y abusando de la notación, definimos $G = \mu_2 - \mu_1$, $I = L_2 - L_1$,

$Z = z_2 - z_1$. El problema consiste en identificar la contribución del efecto crecimiento G , del efecto distribución del ingreso I y del efecto precio Z , en la descomposición de la variación de la pobreza ΔP entre $t = 1$ y $t = 2$:

$$\begin{aligned}\Delta P &= P(\mu_2, L_2, z_2) - P(\mu_1, L_1, z_1) \\ &= P(\mu_1 + G, L_1 + I, z_1 + Z) - P(\mu_1, L_1, z_1)\end{aligned}$$

El enfoque tradicional para efectuar la descomposición en la pobreza es el propuesto por Datt y Ravallion(1992). Dicho enfoque descompone la variación en la pobreza entre dos puntos en el tiempo en tres elementos: efecto crecimiento, efecto distribución y un residual. Formalmente:

$$\begin{aligned}\Delta P &= \underbrace{P(\mu_1 + G, L_1, z_1) - P(\mu_1, L_1, z_1)}_{\text{Crecimiento}} \\ &+ \underbrace{P(\mu_1, L_1 + I, z_1) - P(\mu_1, L_1, z_1)}_{\text{Distribución}} \\ &+ \text{Residual}\end{aligned}$$

Esta metodología puede ser extendida para estimar la contribución de la línea de pobreza (efecto precio) en la contribución (Székely and Rascón 2005).

$$\begin{aligned}\Delta P &= \underbrace{P(\mu_1 + G, L_1, z_1) - P(\mu_1, L_1, z_1)}_{\text{Crecimiento}} \\ &+ \underbrace{P(\mu_1, L_1 + I, z_1) - P(\mu_1, L_1, z_1)}_{\text{Distribución}} \\ &+ \underbrace{P(\mu_1, L_1, z_1 + Z) - P(\mu_1, L_1, z_1)}_{\text{Precio}} \\ &+ \text{Residual}\end{aligned}$$

Este tipo de descomposición implica la existencia de un residual ya que la suma de los elementos considerados no es, en general, igual a la variación observada en la pobreza.

Otro problema con este enfoque, de particular relevancia para México, es que cuando la línea de pobreza utilizada depende del subgrupo de la población bajo consideración¹, la descomposición de Datt y Ravallion (1992) no puede ser aplicada de manera directa.

Para resolver este problema y generar un marco más general para la descomposición, Shorrocks (1999) aplica la teoría de juegos cooperativos al problema de la descomposición en general, en particular el concepto de valor de Shapley (Shapley, 1953; Kolenikov y Shorrocks, 2005). La descomposición de Shapley es derivada de la teoría de juegos cooperativos y se identifica con el problema de dividir las ganancias de un juego, donde la solución de Shapley para cada jugador es la contribución marginal promedio de todas las posibles coaliciones de los jugadores. Sea $K \in \{1, \dots, n\}$ un conjunto finito de jugadores. Para toda coalición $S \subset K$ de jugadores, $\nu(S)$ representa la ganancia esperada total de la cooperación.

Para encontrar la ganancia del jugador k , $k \notin S$, Shapley (1953) propone un valor basado en la contribución marginal del jugador, definido como la contribución marginal promedio del jugador k para todas las posibles coaliciones. Formalmente, la participación atribuible al jugador k viene dada por

$$\phi_k(\nu) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{k\}} \frac{|S|!(n - |S| - 1)!}{n!} (\nu(S \cup \{k\}) - \nu(S)) \quad (1)$$

donde la suma comprende todo los subconjuntos S de N que no contienen al jugador

¹En el caso de México, el Coneval utiliza dos líneas de pobreza: una para sector rural (poblaciones menores a 15000 habitantes) y otra para el sector urbano (poblaciones mayores a 15000 habitantes).

k .

En el contexto de medición de la pobreza, los jugadores podrían ser el efecto crecimiento G , el efecto distribución I y el efecto línea de pobreza Z , de tal manera que la ganancia total del juego vendría dada por el cambio en la pobreza $\Delta P = \nu(G, I, Z)$. En este sentido, la contribución al cambio en la pobreza de los factores crecimiento, distribución del ingreso y línea de pobreza vendría determinada por los valores $\phi_G(\nu)$, $\phi_L(\nu)$ y $\phi_Z(\nu)$, respectivamente.

El valor de Shapley satisface varios axiomas con propiedades deseables para la descomposición de la pobreza: eficiencia, jugador dummy y simetría (Shapley, 1953). En el contexto de descomposición de la pobreza, el primer axioma implica que la suma de los tres efectos considerados (crecimiento, distribución y precio) es igual al cambio observado en la pobreza entre dos puntos en el tiempo. Formalmente:

$$\Delta P = \nu(N) = \phi_G(\nu) + \phi_I(\nu) + \phi_Z(\nu) \quad (2)$$

El segundo axioma, jugador dummy, demanda que el cambio atribuido a un factor en la descomposición sea igual a cero si su contribución marginal es cero para cualquier coalición. Esto es, si $\nu(S \cup \{k\}) - \nu(S) = 0$ para todo $S \subseteq N$ entonces $\phi_k(\nu) = 0$.

Finalmente el tercer axioma, simetría, requiere que si dos de los factores de la descomposición arrojan la misma contribución marginal para cualquier coalición, entonces la contribución de ambos factores a la descomposición de la pobreza es idéntica. Formalmente, si para todo $S \subseteq N \setminus \{i, j\}$, $\nu(S \cup \{i\}) = \nu(S \cup \{j\})$ entonces $\phi_i(\nu) = \phi_j(\nu)$.

3. Resultados

En México, la Ley General de Desarrollo Social indica que corresponde al Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL) establecer los lineamientos y criterios para la definición, identificación y medición de la pobreza (CONEVAL, 2006).²

El Consejo decidió que la metodología más sencilla y transparente era establecer líneas de pobreza monetarias empleando el ingreso neto total per cápita como indicador de bienestar. Además, estableció tres líneas de pobreza: alimentaria, capacidades y de patrimonio (CONEVAL, 2009b). La primera hace referencia a una canasta alimentaria básica; la segunda corresponde a los gastos necesarios para cubrir necesidades de alimentación, salud y educación; finalmente, la línea de pobreza de patrimonio representa el valor de la línea de pobreza de capacidades más gastos en vivienda y transporte considerados como necesarios. Con el propósito de ilustrar la metodología, el presente trabajo aplica el valor de Shapley a la línea de pobreza alimentaria utilizando el ingreso neto per cápita estimado por el CONEVAL.

Sea $F_t(y)$ la función de distribución acumulativa del ingreso y $y_t(p)$ el cuantil p de dicha distribución en el tiempo t . Definimos, además, H como la proporción de individuos con ingresos menores que la línea de pobreza z . La medida de pobreza utilizada es la propuesta por Foster *et al.* (1984):

$$P_\alpha = \int_0^H \left(1 - \frac{\mu}{z} L'(p)\right)^\alpha dp \quad (3)$$

El parámetro α mide el grado de sensibilidad a la intensidad de la pobreza.

En el caso de la clase P_α de medidas de pobreza, la variación de la pobreza viene

²Para mayores detalles sobre la organización y objetivos del CONEVAL véase www.coneval.gob.mx.

dada por:

$$\begin{aligned}\Delta P_\alpha &= P_\alpha(\mu_1 + G, L_1 + I, z_1 + Z) - P_\alpha(\mu_1, L_1, z_1) \\ &= \nu_\alpha(G, I, Z)\end{aligned}$$

El cuadro 1 presenta la incidencia de la pobreza ($\alpha = 0$), la brecha de pobreza ($\alpha = 1$) y la brecha de pobreza al cuadrado ($\alpha = 2$) para los años 2000, 2002, 2004, 2006 y 2008 utilizando la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH). En el caso de la línea de pobreza alimentaria, se observa una disminución en la proporción de individuos con ingresos menores al valor de la línea de pobreza entre los años 2000 y 2006. Esta tendencia se ve revertida en el periodo 2006-2008, en el cual se presentó un incremento de 4.47 por ciento con respecto al año 2006. La misma tendencia se observa en el caso de la brecha de pobreza y de la brecha de pobreza al cuadrado.

Cuadro 1: Pobreza Alimentaria en México 2000-2008

	2000	2002	2004	2006	2008
$\alpha = 0$	24.13	19.97	17.39	13.76	18.28
$\alpha = 1$	8.37	6.19	5.83	4.23	5.78
$\alpha = 2$	4.12	2.79	2.95	1.92	2.71

A continuación se realiza la descomposición de la pobreza con los tres elementos considerados para el periodo 2000-2008, así como para los subperiodos 2000-2002, 2002-2004, 2004-2006 y 2006-2008.

Para encontrar la contribución del efecto crecimiento, tenemos las siguientes coaliciones $\{I, Z\}$, $\{I\}$, $\{Z\}$ y $\{\emptyset\}$, de tal manera que a partir del valor de Shapley la

contribución del efecto crecimiento viene dada por³:

$$\phi_{\alpha G}(\nu) = \frac{1}{6} \{2[\nu_{\alpha}(G, I, Z) - \nu_{\alpha}(I, Z)] + [\nu_{\alpha}(G, I) - \nu_{\alpha}(I)] + [\nu_{\alpha}(G, Z) - \nu_{\alpha}(Z)] + \nu_{\alpha}(G)\}$$

En el caso del efecto distribución, las coaliciones a considerar son $\{G, Z\}$, $\{G\}$, $\{Z\}$ y $\{\emptyset\}$, por lo que el valor de Shapley en este caso es:

$$\phi_{\alpha I}(\nu) = \frac{1}{6} \{2[\nu_{\alpha}(G, I, Z) - \nu_{\alpha}(G, Z)] + [\nu_{\alpha}(G, I) - \nu_{\alpha}(G)] + [\nu_{\alpha}(I, Z) - \nu_{\alpha}(Z)] + \nu_{\alpha}(I)\}$$

Finalmente, en el caso del efecto línea de pobreza se utilizan las coaliciones $\{G, I\}$, $\{G\}$, $\{I\}$ y $\{\emptyset\}$ para la estimación de su contribución:

$$\phi_{\alpha Z}(\nu) = \frac{1}{6} \{2[\nu_{\alpha}(G, I, Z) - \nu_{\alpha}(G, I)] + [\nu_{\alpha}(G, Z) - \nu_{\alpha}(G)] + [\nu_{\alpha}(I, Z) - \nu_{\alpha}(I)] + \nu_{\alpha}(Z)\}$$

En el cuadro 2 se presenta la descomposición del cambio en la pobreza alimentaria, mientras que el cuadro 3 se muestra el peso relativo de cada uno de los factores de la descomposición utilizando la participación del valor absoluto de cada uno de los componentes en la suma de los valores absolutos de los tres factores. En el caso de la incidencia de la pobreza se observa que el efecto precio fue positivo durante el período 2000-2008 (14.4 por ciento). Los efectos crecimiento y desigualdad coadyuvaron a la disminución de la incidencia de la pobreza (-17.0 y -3.3 por ciento, respectivamente). La suma de los tres componentes da como resultado -5.9 por ciento, disminución observada en la proporción de pobres en el período. En el caso de la brecha de pobreza y de la brecha de pobreza al cuadrado se observa una descomposición similar tanto en el signo de cada uno de los tres elementos como en su peso relativo, con el efecto crecimiento

³Notemos que se ha adoptado la convención $\nu(\emptyset) = 0$.

como el más importante, seguido por los efectos línea de pobreza y distribución, en ese orden.

El peso relativo de cada uno de los tres componentes varía para subperiodos más cortos. Para el período 2000-2002, la distribución del ingreso jugó un papel fundamental para la disminución de la pobreza, en particular la intensidad de la misma, siendo el efecto distribución el de mayor importancia en los casos de la brecha de pobreza (43.2 por ciento) y de la brecha de pobreza al cuadrado (47.8 por ciento). Este hecho se explica en gran parte por la ampliación de la red de protección a los grupos más pobres con la expansión de programas sociales (Székely and Rascón 2005)

Para los subperiodos 2002-2004 y 2004-2006, el efecto crecimiento es dominante. Si bien existe una disminución en las tres medidas de pobreza utilizadas en los dos subperiodos, el efecto distribución no tiene el mismo impacto en la disminución de la pobreza que el registrado durante el periodo 2000-2002, presentando incluso un efecto positivo en el caso de la brecha de pobreza y de la brecha de pobreza al cuadrado durante el subperiodo 2002-2004.

Durante el subperiodo 2006-2008, se observó un incremento en las tres medidas de pobreza utilizadas. Los efecto distribución y línea de pobreza, en particular esta última, contribuyeron a su incremento, mientras que el efecto crecimiento no pudo contrarrestar su impacto. Si bien el ingreso per cápita entre 2006 y 2008 creció 10 por ciento en términos nominales y la distribución del ingreso permaneció relativamente constante durante ese período, el incremento en los precios de los alimentos incluidos en la línea de pobreza alimentaria está asociado en aproximadamente el 50 por ciento del incremento en la pobreza. Este resultado es consistente con las conclusiones de Chavez *et al.* (2009) en el sentido de que el alza internacional en el precio de los alimentos registrada en los últimos años ha afectado más que proporcionalmente a los sectores

más marginados de la población.

Cuadro 2: Descomposición del Cambio en la Pobreza Alimentaria

Período		Efecto	Efecto	Efecto	Efecto
		Línea de Pobreza	Crecimiento	Distribución	Total
		$\phi_{\alpha Z}(\nu)$	$\phi_{\alpha G}(\nu)$	$\phi_{\alpha I}(\nu)$	$\nu_{\alpha}(G, I, Z)$
2000-2002	$\alpha = 0$	2.59	-3.50	-3.25	-4.16
	$\alpha = 1$	0.98	-1.37	-1.79	-2.18
	$\alpha = 2$	0.51	-0.72	-1.13	-1.33
2002-2004	$\alpha = 0$	3.44	-4.63	-1.39	-2.58
	$\alpha = 1$	1.25	-1.62	0.00	-0.37
	$\alpha = 2$	0.63	-0.81	0.33	0.16
2004-2006	$\alpha = 0$	2.79	-5.52	-0.90	-3.63
	$\alpha = 1$	0.95	-1.79	-0.76	-1.59
	$\alpha = 2$	0.47	-0.88	-0.62	-1.03
2006-2008	$\alpha = 0$	5.32	-2.83	1.98	4.47
	$\alpha = 1$	1.81	-1.04	0.74	1.50
	$\alpha = 2$	0.88	-0.51	0.35	0.73
2000-2008	$\alpha = 0$	14.43	-17.02	-3.31	-5.90
	$\alpha = 1$	6.07	-6.99	-1.72	-2.64
	$\alpha = 2$	3.33	-3.78	-1.03	-1.47

4. Conclusiones

Varias metodologías han sido propuestas para descomponer la contribución de los elementos bajo análisis en la variación de la pobreza, principalmente las que se desprenden del trabajo de Datt y Ravallión (1992). Sin embargo, este enfoque implica en general la existencia de un residual, además de no contar con una estructura axiomática que coadyuve a una mejor interpretación de los resultados. Para afrontar este problema, el artículo aplicó una metodología de descomposición derivada de la teoría de juegos cooperativos (Shapley, 1953; Shorrocks, 1999; Kolenikov y Shorrocks, 2005), la cual permite identificar la contribución de los factores considerados.

Cuadro 3: Peso Relativo de cada Elemento en la Descomposición

Período		Efecto	Efecto	Efecto
		Línea de Pobreza	Crecimiento	Distribución
2000-2002	$\alpha = 0$	27.7	37.4	34.9
	$\alpha = 1$	23.7	33.1	43.2
	$\alpha = 2$	21.8	30.4	47.8
2002-2004	$\alpha = 0$	36.4	49.0	14.7
	$\alpha = 1$	43.6	56.4	0.0
	$\alpha = 2$	35.7	45.6	18.8
2004-2006	$\alpha = 0$	30.3	60.0	9.7
	$\alpha = 1$	27.2	51.0	21.7
	$\alpha = 2$	23.8	44.9	31.3
2006-2008	$\alpha = 0$	52.5	27.9	19.6
	$\alpha = 1$	50.4	29.1	20.5
	$\alpha = 2$	50.5	29.2	20.2
2000-2008	$\alpha = 0$	41.5	49.0	9.5
	$\alpha = 1$	41.1	47.3	11.6
	$\alpha = 2$	40.9	46.5	12.6

La descomposición de la variación en la pobreza utilizando el valor de Shapley se realizó para el periodo 2000-2008, en particular para los subperiodos 2000-2002, 2002-2004, 2004-2006 y 2006-2008. Si bien durante el periodo 2000-2008 el efecto crecimiento tuvo el mayor peso relativo en la variación de la pobreza, lo cual es consistente con la evidencia empírica encontrada en otros países (Baye 2006), la influencia relativa de cada uno de los tres factores considerados cambia con los subperiodos analizados. Así, por ejemplo, durante el subperiodo 2000-2002, el factor distributivo fue el más importante debido al papel que jugaron los programas sociales (Székely y Rascón 2005). Para los subperiodos 2002-2004 y 2004-2006, el efecto crecimiento cobró especial relevancia, mientras que para el subperiodo 2006-2008, el efecto línea de pobreza fue el preponderante, lo cual es explicado fundamentalmente por el alza internacional en los precios de los alimentos y sus efectos en la población de menores ingresos (Chávez *et al.* 2009).

El análisis de descomposición realizado a partir del valor de Shapley ha permitido

identificar el peso relativo de los diferentes elementos considerados a través del tiempo. Como se puede observar, dicho peso se ve afectado por las condiciones propias del periodo de estudio, ya que si bien el crecimiento económico ha sido el elemento clave asociado a la variación de la pobreza, los otros dos elementos han visto incrementada su importancia, e incluso han llegado a ser el factor más importante, dependiendo de las circunstancias. Por lo anterior, conocer la dinámica de la pobreza constituye un punto clave en el diseño e implementación de políticas públicas para combatir de manera más eficiente y eficaz a la pobreza.

Referencias

- BAYE, F. M. (2006): “Growth, Redistribution and Poverty Changes in Cameroon: A Shapley Decomposition Analysis,” *Journal of African Economies*, 15(4), 543–570.
- CHÁVEZ, J. C., H. VILLAREAL, R. CANTÚ, AND H. GONZÁLEZ (2009): “Efecto del incremento en el precio de los alimentos en la pobreza en México,” *El Trimestre Económico*, 76(303), 775–805.
- CONEVAL (2007): “Nota Técnica sobre la Aplicación de la Metodología para la Medición de la Pobreza por Ingresos y Pruebas de Hipótesis 2006,” Nota Técnica 01/2007. Disponible en: <http://www.coneval.gob.mx/contenido/prensa/993.pdf>.
- (2009a): “Contenido y Evolución de la canasta alimentaria,” Disponible en: http://www.coneval.gob.mx/coneval2/htmls/medicion_pobreza/HomeMedicionPobreza.jsp?categorias=MED_POBREZA,MED_POBREZA-med_pob_ingre.
- (2009b): “Definición de los niveles de pobreza,” Disponible en: http://www.coneval.gob.mx/coneval2/htmls/medicion_pobreza/HomeMedicionPobreza.jsp?categorias=MED_POBREZA,MED_POBREZA-med_pob_ingre.
- (2009c): “Reporta CONEVAL Cifras de Pobreza por Ingresos 2008,” Comunicado de Prensa No. 006/09. Disponible en: http://www.coneval.gob.mx/contenido/med_pobreza/3494.pdf.
- DATT, G., AND M. RAVALLION (1992): “Growth and redistribution components of changes in poverty measures : A decomposition with applications to Brazil and India in the 1980s,” *Journal of Development Economics*, 38(2), 275–295.

- FOSTER, J., J. GREER, AND E. THORBECKE (1984): "A Class of Decomposable Poverty Measures," *Econometrica*, 52(3), 761–66.
- KOLENIKOV, S., AND A. SHORROCKS (2005): "A decomposition analysis of regional poverty in Russia," *Review of Development Economics*, 9(1), 25–46.
- SHAPLEY, L. (1953): "A Value for n-Person Games," in *Contributions to the Theory of Games, Vol. 2*, ed. by H. Kuhn, and A. Tucker. Princeton University Press.
- SHORROCKS, A. (1999): "Decomposition procedures for distributional analysis: a unified framework based on the Shapley value," *University of Essex*.
- SZÉKELY, M., AND E. RASCÓN (2005): "México 2000-2002. Reducción de la pobreza con estabilidad y expansión de programas sociales," *Economía Mexicana NUEVA EPOCA*, 14(2), 217–269.