Tutorial para Pruebas de Raíces Unitarias: Dickey-Fuller Aumentado y Phillips-Perron en EasyReg

Julio César Alonso C.

No. 25

Diciembre de 2010

APUNTES DE ECONOMÍA

ISSN 1794-029X

No. 25, Diciembre de 2010

Editor

Julio César Alonso C.

jcalonso@icesi.edu.co

Luis Eduardo Jaramillo

Vanessa Ospina López

Asistente de Edición

Gestión Editorial

Departamento de Economía - Universidad Icesi

Apuntes de Economía es una publicación del Departamento de Economía de la Universidad Icesi, cuya finalidad es divulgar las notas de clase de los docentes y brindar material didáctico para la instrucción en el área económica a diferentes niveles. El contenido de esta publicación es responsabilidad absoluta del autor.

www.icesi.edu.co

Tel: 5552334 ext: 8398. Fax: 5551441

Calle 18 # 122-135 Cali, Valle del Cauca, Colombia

TUTORIAL PARA PRUEBAS DE RAÍCES UNITARIAS: DICKEY-FULLER AUMENTADO Y PHILLIPS-PERRON EN EASYREG.

Julio Cesar Alonso C[1].

Diciembre de 2010

Resumen

Este documento, de carácter pedagógico, discute las pruebas de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentada y Phillips y Perron. Además muestra paso a paso como efectuar dichas pruebas empleando el paquete estadístico EasyReg International. Este documento está diseñado para estudiantes de un curso introductorio al análisis de series de tiempo. Por su simplicidad, puede ser útil para economistas que estén trabajando con series de tiempo y quieran empezar el estudio de las pruebas de raíces unitarias. Se supone un conocimiento previo de los conceptos básicos de series de tiempo.

Palabras Clave: EasyReg, Prueba de raíces unitarias, Prueba de Dickey-Fuller Aumentada, Prueba de Phillips y Perron.

Abstract

This tutorial presents a brief introduction to the Dickey-Fuller and Phillips-Perron unit root tests using the statistical package EasyReg International. This document is designed for students in an introductory course on time series analysis. Thanks to its simplicity, the tutorial can be useful for economists who are working with time series and want to begin the study of the unit root tests. This tutorial assumes a prior knowledge of the basic concepts of time series.

Keywords: EasyReg, unit root test, Augmented Dickey-Fuller test, Phillips and Perron test.

[1] Profesor del Departamento de Economía y Director del Centro de Investigación en Economía y Finanzas (CIENFI) de la Universidad Icesi, jcalonso@icesi.edu.co.

Al terminar este tutorial usted estará en capacidad de:

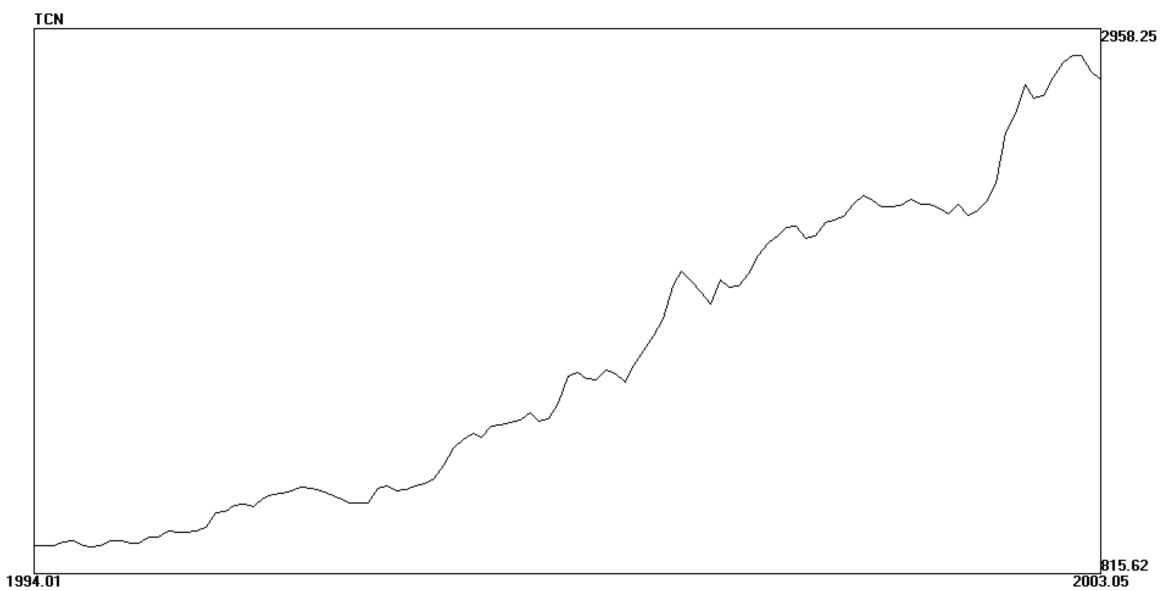
- Realizar las pruebas de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) y Phillips-Perron (PP).

Para este tutorial emplearemos datos mensuales de la tasa de cambio nominal en Colombia para el período 1994:Ene- 2003:May. Los datos para este ejercicio se pueden encontrar en la página Web del curso. Antes de iniciar, cargue los datos en EasyReg International.

1 Análisis preliminar.

Como lo habíamos mencionado anteriormente, el primer paso en el estudio de las características de una serie de tiempo es graficar la serie contra el tiempo. Como se puede observar en el Gráfico 1-1, la serie tiende a crecer en el tiempo. Esto, puede ser fruto de un proceso generador de los datos (PGD) con una raíz unitaria y una constante o un proceso estacionario alrededor de una tendencia.

Gráfico 1-1. Tasa de Cambio Nominal (1994:Ene- 2003:May) ($/$US)



Así, siguiendo el algoritmo sugerido por Elder y Kennedy (2001), una estrategia eficiente para probar la existencia de una raíz unitaria es probar la hipótesis nula de un proceso con raíz unitaria y una constante (*drift*) versus un proceso estacionario alrededor de una tendencia. Es decir, probar la $H_0 : Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t$ versus $H_A : Y_t = \delta + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$. En la siguiente sección veremos cómo probar ésta hipótesis por medio del test de Dickey Fuller Aumentado (ADF) y en la última sección, probaremos esta misma hipótesis por medio del test de Phillips-Perron (PP).

2 Prueba de Raíces Unitarias de Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Para probar la hipótesis nula de un proceso con raíz unitaria y constante $\left(H_0 : Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$ versus la hipótesis alterna de que el proceso generador de los datos es un proceso estacionario alrededor de una tendencia, $\left(H_A : Y_t = \delta + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$ se puede estimar el siguiente modelo:

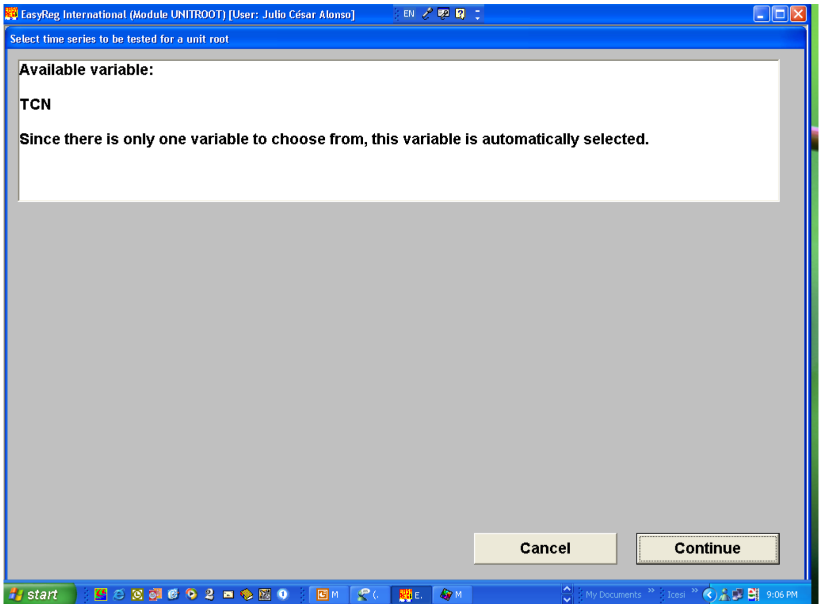
$$\Delta Y_t = \delta + \gamma Y_{t-1} + \beta_1 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

y probar la hipótesis nula que $\gamma = 0$, empleando el estadístico t convencional, pero, comparándolo con los valores críticos especiales para este problema y no empleando la distribución t.

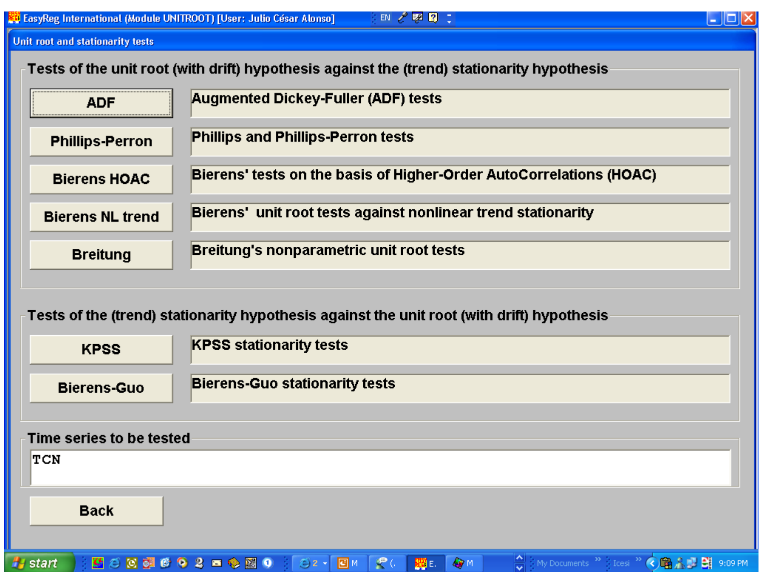
Un problema práctico que se presenta al momento de realizar esta prueba es determinar el número de rezagos (p). Para determinar el número óptimo de rezagos es mejor emplear un criterio como el AIC o el SB. Afortunadamente, EasyReg facilita mucho la labor de búsqueda del mejor modelo, como lo veremos a continuación.

Así, una vez establecidos el tipo de hipótesis nula y alterna que se van a considerar, debemos determinar el número optimo de rezagos con el cual se va a trabajar y finalmente, si se evalúa la validez de la hipótesis nula de que $\gamma = 0$.

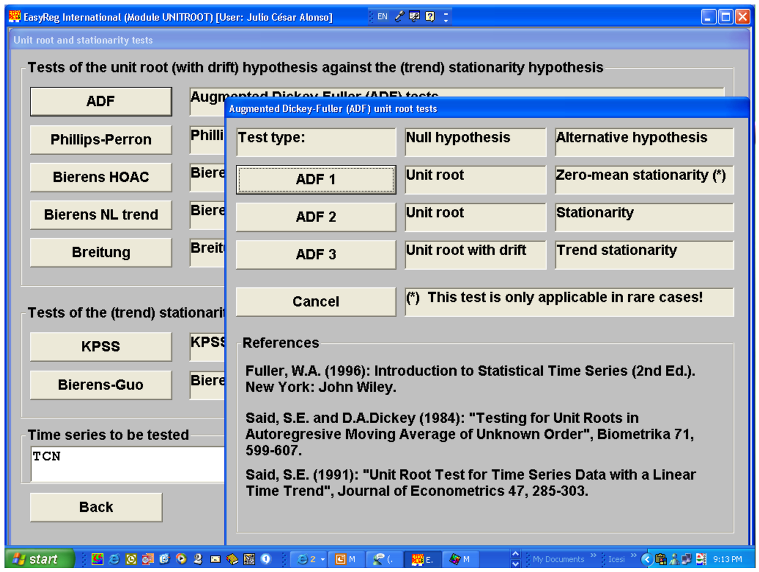
Para efectuar la prueba de ADF haga clic en "*Menu/Data Analysis/ Unit root tests (root 1)*". Verá la siguiente ventana.



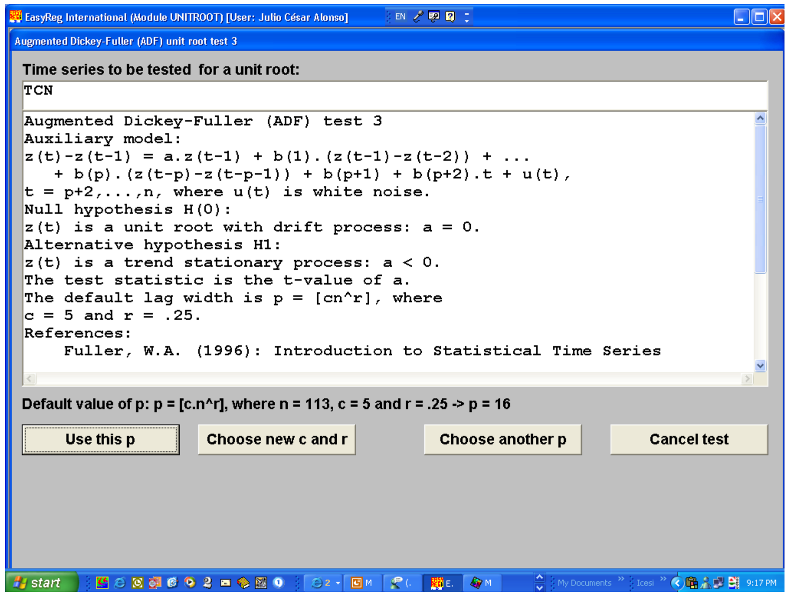
Dado que solamente contamos con una serie (TCN) en nuestra base de datos, ésta aparece preseleccionada. Haga clic en "*Continue*". En la siguiente ventana usted tiene la opción de escoger una submuestra para aplicarle la prueba, pero, en este caso emplearemos toda la muestra. Por tanto, haga clic en "*No*" y posteriormente en "*Continue*". Observará la siguiente ventana.



En esta ventana usted puede escoger el tipo de prueba de raíces unitaria que desee efectuar. Haga clic en el botón "*ADF*". Observará inmediatamente el siguiente menú.



En esta ventana usted tiene la opción de escoger el tipo de hipótesis nula que va a evaluar. Recuerde que en este caso queremos probar la hipótesis nula de un proceso con raíz unitaria y constante $\left(H_0 : Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$ versus la hipótesis alterna de que el proceso generador de los datos es un proceso estacionario alrededor de una tendencia $\left(H_A : Y_t = \delta + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$. Esta hipótesis corresponde al caso "*ADF 3*" de EasyReg. Haga clic en el botón "*ADF 3*". Observará la siguiente ventana.



En esta ventana usted puede escoger el número de rezagos a considerar (p). Es importante recordar que primero determinaremos el número óptimo de rezagos y luego sí efectuaremos el ADF. EasyReg tiene preprogramado un número de rezagos igual a $5T^{.25}$, donde T es el número de observaciones. En este caso en particular, lo anterior implica un total de 16 rezagos. Este número es lo suficientemente grande como para iniciar nuestra búsqueda por el número óptimo de rezagos. Haga clic en "*Use this p*" y luego en "*Conduct Test*". En la siguiente ventana observará el cálculo del ADF para 16 rezagos (Ver Tabla 2-1).

En este momento no estamos interesados en el estadístico ADF sino en determinar el número de rezagos óptimo. Note que los últimos resultados reportados (Ver Tabla 2-1) nos ayudarán a determinar el valor óptimo de los rezagos: "***Selection of p under the null hypothesis by the Akaike (AC), Hannan-Quinn (HQ), and Schwarz (SC) information criteria***". Estos resultados corresponden a los AIC, y el criterio de Hannan-Quinn[2] para cada uno de los modelos con rezagos menores a 16 (el número de rezagos originalmente escogido). Note que en la última línea EasyReg reporta el número de rezagos que minimiza cada uno de los criterios anteriores. En este caso, los tres criterios nos llevan a concluir que el número de rezagos óptimo es 1.

---

[2] Aquí no tendremos en cuenta este criterio.

Tabla 2-1. Resultados del ADF con 16 Rezagos para la TCN

Augmented Dickey-Fuller (ADF) test 3

Auxiliary model:

z(t)-z(t-1) = a.z(t-1) + b(1).(z(t-1)-z(t-2)) + ...

+ b(p).(z(t-p)-z(t-p-1)) + b(p+1) + b(p+2).t + u(t),

t = p+2,...,n, where u(t) is white noise.

Null hypothesis H(0):

z(t) is a unit root with drift process: a = 0.

Alternative hypothesis H1:

z(t) is a trend stationary process: a < 0.

The test statistic is the t-value of a.

The default lag width is p = [cn^r], where

c = 5 and r = .25.

References:

Fuller, W.A. (1996): Introduction to Statistical Time Series

(2nd Ed.). New York: John Wiley

Said, S.E. and D.A.Dickey (1984): Testing for Unit Roots in

Autoregresive Moving Average of Unknown Order. Biometrika 71, 599-607

Said, S.E. (1991): Unit Root Test for Time Series Data with a

Linear Time Trend. Journal of Econometrics 47, 285-303

p = 16 = [c.n^r], where c=5, r=.25, n=113

Variable to be tested:

z(t) = TCN

H0: Unit root with drift; H1: Linear trend stationarity

ADF model for z(t)-z(t-1):

OLS estimate t-value Asymptotic critical

```
regions:
z(t-1)            -0.0904      -1.9089 < -3.40  (5%)
< -3.13 (10%)
                                          p-value        =
0.65000
z(t-1)-z(t-2)       0.3678      3.1986
z(t-2)-z(t-3)       0.1547      1.2486
z(t-3)-z(t-4)      -0.1932     -1.5522
z(t-4)-z(t-5)       0.0588      0.4728
z(t-5)-z(t-6)       0.1307      1.0489
z(t-6)-z(t-7)      -0.2423     -1.9190
z(t-7)-z(t-8)       0.1182      0.9193
z(t-8)-z(t-9)       0.0474      0.3597
z(t-9)-z(t-10)     -0.2650     -1.9498
z(t-10)-z(t-11)     0.0534      0.3837
z(t-11)-z(t-12)     0.1138      0.7761
z(t-12)-z(t-13)     0.0197      0.1345
z(t-13)-z(t-14)    -0.2038     -1.3965
z(t-14)-z(t-15)    -0.2298     -1.5644
z(t-15)-z(t-16)     0.0410      0.2703
z(t-16)-z(t-17)     0.0529      0.3616
1                  40.0747      2.2470
t                   2.0752      2.1233
Residual s.e.:     41.42976E+000
R-square:           0.36938
n:                 96



Test result:
H0 is not rejected at the 10% significance level

Wald test that the lag width can be reduced from 16 to q:
   q   Chi-square test d.f.   5% crit. value 10% crit. value
p-value
```

15	0.131	1	3.841	2.705	0.71763
14	0.288	2	5.991	4.605	0.86603
13	2.619	3	7.815	6.251	0.45414
12	6.881	4	9.488	7.780	0.14234
11	7.115	5	11.071	9.237	0.21222
10	8.347	6	12.591	10.645	0.21380
9	9.920	7	14.067	12.017	0.19314
8	15.203	8	15.507	13.361	0.05532 (*)
7	15.226	9	16.919	14.683	0.08490 (*)
6	18.045	10	18.307	15.987	0.05421 (*)
5	21.143	11	19.675	17.275	0.03191 (**)
4	21.336	12	21.026	18.549	0.04567 (**)
3	21.820	13	22.362	19.812	0.05821 (*)
2	22.354	14	23.684	21.064	0.07164 (*)
1	22.384	15	24.995	22.307	0.09812 (*)
0	38.405	16	26.296	23.541	0.00132 (**)

(*) -> significant at the 10% level

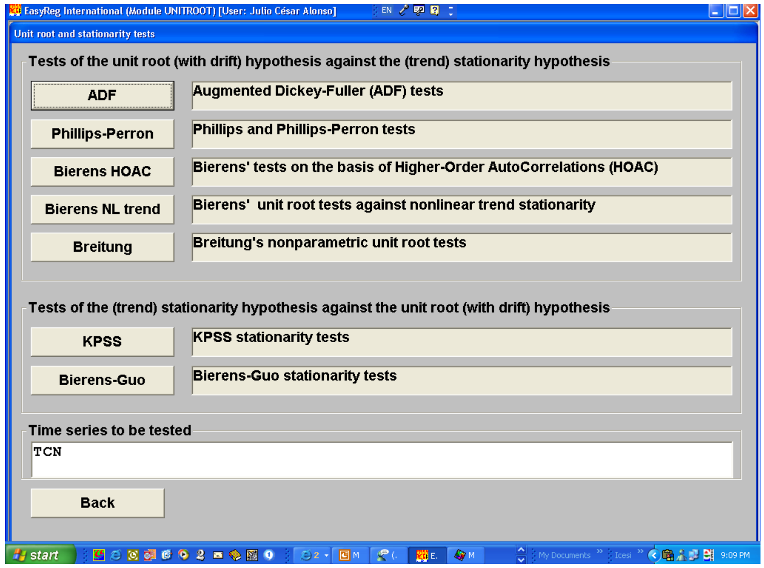
(**) -> significant at the 5% level

Tabla 2-1. Resultados del ADF con 16 Rezagos para la TCN(Cont.)

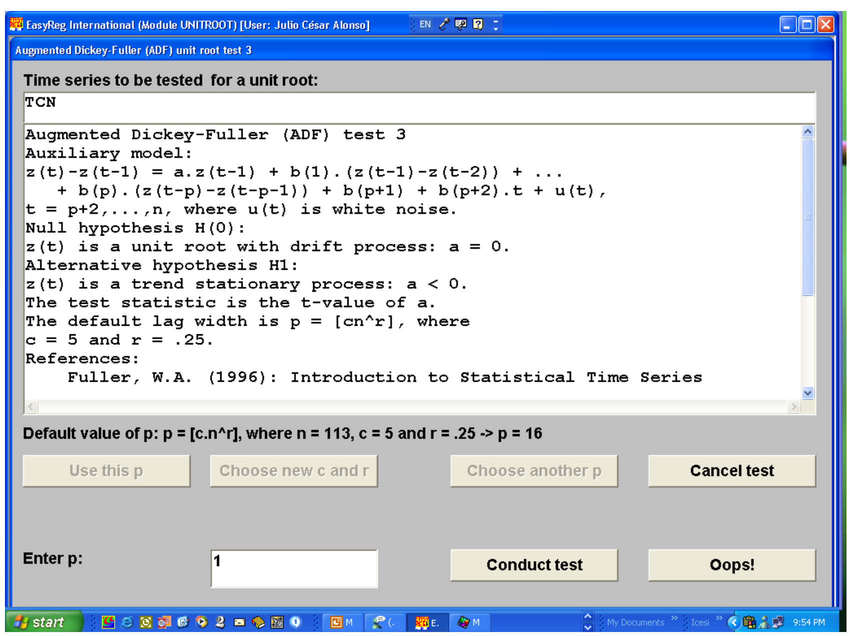
Selection of p under the null hypothesis by
the Akaike (AC), Hannan-Quinn (HQ), and Schwarz (SC)
information criteria

p	AC	HQ	SC
1	7.50846	7.52826	7.64214
2	7.54224	7.57212	7.74409
3	7.56396	7.60402	7.83489
4	7.60009	7.65044	7.94103
5	7.63171	7.69247	8.04362
6	7.62800	7.69928	8.11185
7	7.64746	7.72940	8.20426
8	7.68845	7.78116	8.31921
9	7.66223	7.76584	8.36801
10	7.68285	7.79748	8.46471
11	7.71307	7.83885	8.57211
12	7.75328	7.89035	8.69062
13	7.74349	7.89197	8.76029
14	7.76932	7.92936	8.86676
15	7.80430	7.97603	8.98359
16	7.84490	8.02845	9.10727
Optimal p:	1	1	1

Ahora que ya determinamos el número óptimo de rezagos, debemos correr el test ADF de nuevo, pero, con el número de rezagos óptimo. Haga clic en "*Done*" y posteriormente haga clic en "*No*". Regresará a la siguiente ventana.



Haga clic en el botón "*ADF*". En la siguiente ventana haga clic en el botón "*ADF 3*". A continuación, seleccione la opción "*Choose another p*" para poder emplear el número óptimo de rezagos que encontramos anteriormente, v.g., $p = 1$.Observará la siguiente ventana.



Introduzca el número óptimo de rezagos ($p = 1$) en la ventanita blanca en la parte inferior izquierda y haga clic en "*Conduct the Test*". Observará los siguientes resultados[3].

Tabla 2-2. Resultados del ADF con 1 Rezago para la TCN

```
Augmented Dickey-Fuller (ADF) test 3
Auxiliary model:
z(t)-z(t-1) = a.z(t-1) + b(1).(z(t-1)-z(t-2)) + ...
   + b(p).(z(t-p)-z(t-p-1)) + b(p+1) + b(p+2).t + u(t),
t = p+2,...,n, where u(t) is white noise.
Null hypothesis H(0):
z(t) is a unit root with drift process: a = 0.
Alternative hypothesis H1:
z(t) is a trend stationary process: a < 0.
The test statistic is the t-value of a.
The default lag width is p = [cn^r], where
c = 5 and r = .25.
References:
   Fuller, W.A. (1996): Introduction to Statistical Time Series
(2nd Ed.). New York: John Wiley
   Said, S.E. and D.A.Dickey (1984): Testing for Unit Roots in
Autoregresive Moving Average of Unknown Order. Biometrika 71, 599-607
   Said, S.E. (1991): Unit Root Test for Time Series Data with a
Linear Time Trend. Journal of Econometrics 47, 285-303
p =1

Variable to be tested:
z(t) = TCN
H0: Unit root with drift; H1: Linear trend stationarity
ADF model for z(t)-z(t-1):
                 OLS estimate      t-value Asymptotic critical regions:
z(t-1)                -0.0753      -2.7453 < -3.40  (5%)
< -3.13 (10%)
```

[3] Parte de los resultados han sido omitidos porque no son pertinentes para el resto de nuestro análisis.

```
   p-value = 0.22000
z(t-1)-z(t-2)          0.3477        3.8594
1                    40.5414        2.6662
t                     1.6107        2.9045
Residual s.e.:      40.72526E+000
R-square:              0.17756
n:                       111


Test result:
H0 is not rejected at the 10% significance level
```

El modelo estimado es

$$\Delta Y_t = 40.5414 - .0753 Y_{t-1} + 1.6107t + 0.34 \Delta Y_{t-1}$$

Note que dado que el estadístico para probar la $H_0 : \gamma \geq 0$ corresponde a -2.7453, el cual es mayor que los valores críticos al 5% y 10% (-3.40 y -3.13, respectivamente), no se puede rechazar la hipótesis nula de que el proceso generador contiene una raíz unitaria y una constante. Haga clic en el botón "*No*" y retomará a la ventana donde puede escoger otra prueba de raíces unitarias

Ahora que encontramos una raíz unitaria, es importante constatar que no existan más. Así que ahora debemos verificar que la serie en diferencias no tenga una raíz unitaria adicional. Genere la serie de primeras diferencia de la tasa de cambio nominal. Esta serie se reporta en el Gráfico 2-1.Note que esta serie no crece en el tiempo, por lo tanto, podemos emplear el caso ADF 2 para probar la hipótesis nula de la presencia de una raíz unitaria. Repita los respectivos pasos y encontrará que el número óptimo de rezagos difiere cuando se emplean los criterios AIC y SBC. En particular, cuando se emplea el criterio AIC encontramos que el número óptimo de rezagos es 6; mientras que por medio del SBC se llega a la conclusión que el número óptimo de rezagos es 1. Los resultados de las pruebas indican que en ambos casos se rechaza la hipótesis nula de un proceso con raíces unitarias (Ver Tabla 2-3). Así, podemos concluir que la tasa de cambio nominal es una serie I (1).

Gráfico 2-1. Primeras diferencias de la TCN.

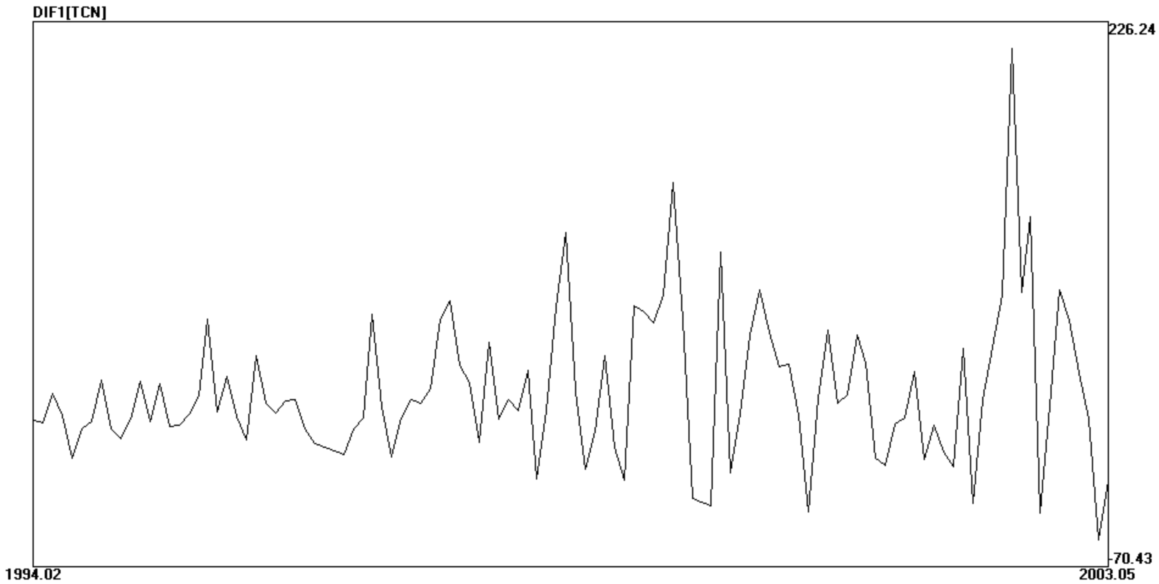


Tabla 2-3. Prueba de ADF para la TCN

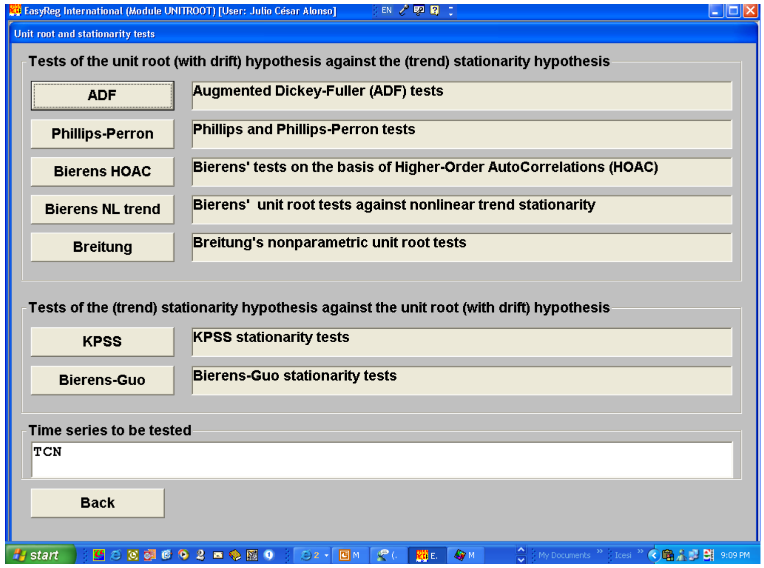
	Prueba de Raices unitarias: ***TCN*** $_t$ Estadísticos t entre paréntesis		
	ADF Niveles	ADF Primeras Diferencias	ADF Primeras Diferencias
constante	40.5414 (2.67) ***	15.7369 (2.69) ***	12.8692 (2.81) ***
Y_{t-1}	-0.0753 (-2.75)	-0.8155 (-3.84) †††	-0.6993 (-6.15) †††
t	1.6107 (2.90) ***	-	-
p # de Obs.	1 111	6 110	1 105

(†) Rechaza la Ho de un proceso con raíz unitaria a un nivel de significancia del 10%.
(††) Rechaza la Ho de un proceso con raíz unitaria a un nivel de significancia: 5%
(†††) Rechaza la Ho de un proceso con raíz unitaria a un nivel de significancia: 1%
(*) nivel de significancia: 10%
(**) nivel de significancia: 5%
(***) nivel de significancia: 1%

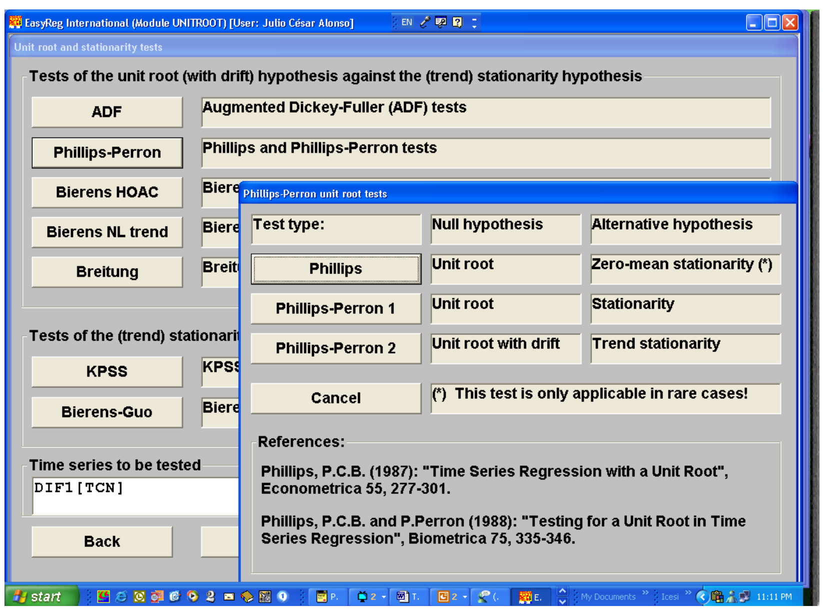
3 Prueba de Raíces Unitarias de Phillips-Perron (PP).

Para la prueba de PP no es necesario determinar un número de rezagos para el componente autoregresivo, pero, si es necesario determinar el número de rezagos de truncamiento. Dado que explicar a qué corresponde este número está fuera del alcance de este escrito, no se explicará qué significa este parámetro. Para efectos de nuestros cálculos, podemos emplear el número de rezagos de truncamiento que viene predeterminado por EasyReg.

Note que ya hemos determinado cuál es el la hipótesis nula y alterna que queremos probar (Caso 3 que corresponde a “*Phillips-Perron 2*”). Entonces, para efectuar la prueba PP a los niveles de la serie, vaya a la siguiente ventana (usted ya sabe cómo llegar hasta aquí)

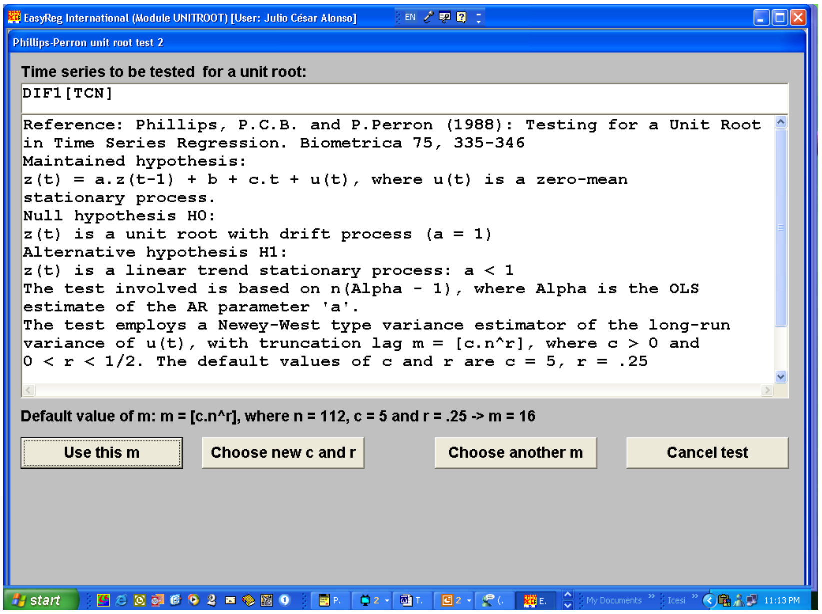


En esta ventana usted puede escoger el tipo de prueba de raíces unitaria que desee efectuar. Haga clic en el botón "*Phillips-Perron*". Observará inmediatamente el siguiente menú.



En esta venta usted tiene la opción de escoger el tipo de hipótesis nula que va a evaluar. Recuerde que en este caso queremos probar la hipótesis nula de un proceso con raíz unitaria y constante $\left(H_0 : Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$ versus la hipótesis alterna de que el proceso generador de los datos es un proceso estacionario alrededor de una tendencia

$\left(H_A : Y_t = \delta + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t\right)$. Esta hipótesis corresponde al caso "*Phillips-Perron2*" de EasyReg. Haga clic en el botón "*Phillips-Perron2*". Observará la siguiente ventana.



Como lo mencionamos anteriormente, emplearemos el número de rezagos de truncamiento predeterminado por EasyReg. Por tanto, haga clic en el botón "*Use this m*" y posteriormente haga clic en el botón "*Conduct Test*": En la siguiente ventana observará los resultados de la prueba PP. (Ver Tabla 3-1). Note que el correspondiente estadístico t es -6.25, el cual es mucho mayor que los correspondientes valores críticos y por tanto, no podemos rechazar la hipótesis nula $\left(\phi_1 \geq 1\right)$. Luego, con la prueba de PP también podemos concluir que la tasa de cambio nominal es al menos una serie I (1).

Tabla 3-1 Resultados de la Prueba PP para la TCN

Reference: Phillips, P.C.B. and P.Perron (1988): Testing for a Unit Root in Time Series Regression. Biometrica 75, 335-346 Maintained hypothesis: z(t) = a.z(t-1) + b + c.t + u(t), where u(t) is a zero-mean stationary process. Null hypothesis H0:

```
z(t) is a unit root with drift process (a = 1)
Alternative hypothesis H1:
z(t) is a linear trend stationary process: a < 1
The test involved is based on n(Alpha - 1), where Alpha
is the OLS
estimate of the AR parameter 'a'.
The test employs a Newey-West type variance estimator
of the long-run
variance of u(t), with truncation lag m = [c.n^r], where c >
0 and
0 < r < 1/2. The default values of c and r are c = 5, r =
.25

m = 16 = [c.n^r], where c=5, r=.25, n=113
Variable to be tested:
z(t) = TCN
H0: Unit root with drift; H1: Linear trend stationarity
Alpha =              0.9382
Test statistic:       -6.25
p-value =            0.73000
5%  Critical region: < -21.78
10% Critical region: < -18.42

Test result:
H0 is not rejected at the 10% significance level
```

Usted también debe constatar que las primeras diferencias no posean una raíz unitaria más por medio de esta prueba. Los resultados se reportan en la

Tabla 3-2. Con este test también rechazamos la hipótesis nula de una segunda raíz unitaria en la serie de tasa de cambio nominal. Por tanto concluimos que la serie es I (1).

Tabla 3-2. Prueba de PP para la TCN

	Prueba de Raices unitarias: TCN_t Estadísticos t entre paréntesis	
	PP Niveles	PP Primeras Diferencias
TCN_{t-1}	0,9382 (-6,25)	0,3359 (-51,98) †††
# de Obs.	106	105

(†), (††) y (†††) Se rechaza la Ho de un proceso con raíz unitaria a un nivel de significancia del 10%, 5% o 1%, respectivamente

4 Bibliografía

- Bierens, H. J. (2011), "EasyReg International", Department of Economics, Pennsylvania State University (http://econ.la.psu.edu/~hbierens/EASYREG.HTM)

- Elder, John and Peter E. Kennedy. 2001. "Testing for Unit Roots: What Should Students Be Tought?" *Journal of EconomicEducation*, 32:2, pp. 137-46.