

TENDÊNCIA E CICLO NA ECONOMIA BRASILEIRA PÓS-REAL

INTRODUÇÃO

Na literatura sobre modelos vetoriais auto-regressivos estruturais (SVAR), é comum analisar-se a importância relativa dos choques estruturais na explicação das flutuações em variáveis econômicas em um determinado período de tempo. O impacto de medidas de política econômica, mudanças de preferências e inovações tecnológicas são alguns exemplos destes choques. Quando se analisam flutuações em variáveis macroeconômicas, a metodologia utilizada é a dos modelos de ciclos de negócios, a qual consiste na investigação das flutuações de curto prazo em torno das suas tendências de longo prazo.

Muitas séries de tempo macroeconômicas caracterizam-se por apresentar tendências estocásticas (Beveridge e Nelson, 1981, e Nelson e Plosser, 1982). A adoção do modelo de Tendências e Ciclos Comuns pode indicar como as restrições de cointegração e cofatores são usadas para estimar um sistema VAR, sujeito à mudanças permanentes e transitórias na trajetória das variáveis endógenas. E ainda, como é possível investigar as respostas do sistema a choques permanentes ou à inovações nas tendências.

A importância de caracterizar corretamente as propriedades das séries macroeconômicas, além do interesse meramente estatístico - como o de obter estimativas mais eficientes dos parâmetros do modelo sob um conjunto de restrições - remete a considerações de ordem prática, tal como a eficácia de políticas anticíclicas vis-à-vis políticas de crescimento.

Os objetivos do presente trabalho, portanto, compreendem a aplicação do modelo de Tendências e Ciclos Comuns para analisar o produto, a taxa de câmbio real e o saldo da balança comercial do Brasil, no período a partir da implementação do Plano Real até 2002; a identificação e estimação das respostas de longo prazo das mencionadas variáveis a choques permanentes (inovações das tendências estocásticas); e a caracterização da forma de reação das variáveis endógenas a choques permanentes e transitórios, investigando a importância relativa destes choques em suas trajetórias.

A escolha do período de análise deveu-se, sobretudo, ao fato de que o Plano Real marca o início de uma efetiva estabilização da economia brasileira, depois de várias décadas caracterizadas por desequilíbrios estruturais e acentuado processo inflacionário. Trata-se, portanto, de estudo baseado em um período de tempo limitado relativamente ao de outros trabalhos cujas trajetórias de longo prazo das séries macroeconômicas são bem mais elásticas (Engle e Issler, 1993).

Adotam-se, ainda, procedimentos descritivos auxiliares no exame das séries de tempo. Mais especificamente, usam-se o filtro de Hodrick-Prescott e a decomposição univariada tendência-ciclo de Beveridge e Nelson.

O restante deste artigo está organizado em três seções. A seção 1 descreve a metodologia do processo de estimação e identificação do modelo; a seção 2 apresenta a análise dos dados, a estimação do modelo, as funções impulso-resposta e a decomposição da variância dos erros de previsão das variáveis. Por fim, na última seção, apresentam-se as conclusões.

1. O MODELO DE TENDÊNCIAS COMUNS

Modelos de séries de tempo lineares são geralmente especificados em termos de variáveis que podem ser observadas, de um erro serialmente não correlacionado e uma tendência puramente determinística, podendo, desse modo, ser estimados com técnicas padrões. O modelo de Tendências Comuns, no entanto, consiste de um vetor de tendências e um vetor de variáveis estacionárias, onde nenhum componente pode ser observado isoladamente. De acordo com Beveridge e Nelson (1981), pode-se tomar $\{x_t\}$ como sendo um vetor de séries de tempo, decomposto da seguinte forma

$$x_t = x_t^p + x_t^s \quad (1)$$

onde, x_t^p representa um vetor de tendências, componente permanente de x_t , enquanto x_t^s , componente transitório, é um resíduo estacionário.

King, Plosser, Stock e Watson (KPSW) (1987 e 1991) e Stock e Watson (1988) mostram que há uma dualidade entre os conceitos de cointegração e tendências comuns. Em particular, as restrições cointegrantes determinam o número de tendências independentes e a forma de relacionamento de um vetor de variáveis observadas com todas as tendências independentes. Isto é, se α é um vetor cointegrante, então $\alpha'x_t^p = 0$, para que $\alpha'x_t = \alpha'x_t^s$ seja estacionária. Estas restrições, portanto, nem especificam nem sugerem que uma certa tendência esteja relacionada a, por exemplo, choques tecnológicos ou de política econômica. Para que se possa fazer tais interpretações, torna-se necessário considerar hipóteses adicionais de identificação do modelo.

Para definir o modelo de Tendências Comuns, seja $\{x_t\}$ um vetor n -dimensional de séries de tempo o qual é direcionado por $k \leq n$ tendências estocásticas comuns. Especificamente, o modelo de Tendências Comuns na forma estrutural é descrito por

$$x_t = x_0 + \Upsilon \tau_t + \phi(L)v_t, \quad (2)$$

onde L denota o operador de defasagem. A seqüência n -dimensional $\{v_t\}$ é considerada como um ruído branco com $E[v_t] = 0$ e $E[v_t v_t'] = I_n$, sendo esta uma matriz identidade de ordem $n \times n$. Além do mais, o polinômio matricial de ordem $n \times n$, $\phi(\lambda) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j \lambda^j$ é finito para toda raiz característica λ sobre e dentro do círculo unitário e, sem perda de generalidade, assume-se que x_0 é estacionário.

As tendências de x_t são descritas por $\Upsilon \tau_t$, onde a matriz de coeficientes Υ é de dimensão $n \times k$ com posto k . Se as tendências são linearmente determinísticas então $\tau_t = \mu t$; isto é, $\tau_t - \tau_{t-1} = \mu$, onde μ é um vetor k -dimensional de constantes. A idéia de tendências linearmente estocásticas, por outro lado, pode ser operacionalizada modelando τ_t como um vetor de passeios aleatórios com intercepto; isto é

$$\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \varphi_t. \quad (3)$$

Portanto, τ_t é um vetor k -dimensional de passeios aleatórios com intercepto μ e inovação φ_t . Assume-se que a seqüência de distúrbios da tendência $\{\varphi_t\}$ é um ruído branco com $E[\varphi_t] = 0$ e $E[\varphi_t \varphi_t'] = I_k$. Resolvendo (2) com respeito a (3) obtém-se

$$x_t = x_0 + \Upsilon[\tau_0 + \mu t + \sum_{j=1}^t \varphi_j] + \phi(L)v_t. \quad (4)$$

Em relação a decomposição em (1), encontra-se que o modelo de Tendências Comuns em (4) especifica que,

$$x_t^s = x_0 + \phi(L)v_t \text{ e } x_t^p = \Upsilon[\tau_0 + \mu t + \sum_{j=1}^t \varphi_j]. \quad (5)$$

Além do mais, quando o número de tendências comuns, k , for menor que o número de variáveis, n , haverá exatamente $r = n - k$ vetores linearmente independentes que são ortogonais às colunas da matriz de coeficientes Υ . Em outras palavras, existe uma matriz α de ordem $n \times r$, tal que $\alpha' \Upsilon = 0$.

O modelo de Tendências Comuns em (4), tem algumas propriedades importantes. Primeiro, as tendências incluem um elemento estocástico que é consistente com a noção de que alguns choques são persistentes; isto é, o choque φ_t tem efeitos permanentes sobre as variáveis do vetor $\{x_t\}$ do modelo. Segundo, o número de tendências deve ser inferior ao das variáveis do modelo, nos estados estacionários, para que haja formas de relacionamentos entre estas últimas. De acordo com esta formulação, esses estados estacionários são descritos pela matriz α . Além do mais, se φ_t e v_t são correlacionados, é possível que os distúrbios da tendência influenciem não somente o crescimento mas, também, as flutuações em torno das tendências. De fato, a abordagem adotada aqui implica que os primeiros k elementos de v_t são dados por φ_t e os r elementos restantes são compostos pelo vetor r -dimensional $\{\psi_t\}$, onde ψ_t é o choque temporário; isto é, ψ_t é assumido como tendo apenas efeitos temporários sobre o vetor $\{x_t\}$. Então tem-se que $v_t' = [\varphi_t \quad \psi_t]$.

Os choques permanente (φ_t) e transitório (ψ_t) são identificados, respectivamente, pelos relacionamentos descritos abaixo.

$$\varphi_t = (\gamma'_{\perp} \Sigma \gamma_{\perp})^{-1/2} \gamma'_{\perp} \varepsilon_t \quad (6)$$

e

$$\psi_t = \left(\sqrt{\gamma' \Sigma^{-1} \gamma} \right) \gamma' \Sigma^{-1} \varepsilon_t \quad (7)$$

onde γ é um vetor $n \times r$ conhecido como matriz dos parâmetros de ajustamentos de curto prazo, Σ é a matriz de variâncias e covariâncias e ε_t são os resíduos, todos estes obtidos no modelo de correção de erros (VCE). Como é mostrado no Apêndice, somente duas restrições são necessárias para identificar estes choques. São elas, as relações cointegrantes entre as variáveis, determinadas pelo procedimento de Johansen e representadas pela matriz α de ordem $n \times r$, e a restrição de que os choques são ortogonais.

Além da existência de tendências comuns entre as variáveis de (1) podem existir, concomitantemente, ciclos comuns entre elas. Estas duas comunalidades podem ser melhor entendidas considerando-se a decomposição de Wold descrita no Apêndice, com $\delta = 0$ pra simplificar; ou seja,

$$\Delta x_t = C(L) \varepsilon_t. \quad (8)$$

A qual pode ser reescrita como

$$\Delta x_t = C(1) \varepsilon_t + \Delta C^*(L) \varepsilon_t. \quad (9)$$

Integrando ambos os lados, tem-se

$$x_t = C(1) \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_{t-s} + C^*(L) \varepsilon_t. \quad (10)$$

A qual representa a decomposição multivariada de Beveridge e Nelson, onde o primeiro termo da direita é a tendência e o segundo elemento é o ciclo.

As variáveis em x_t possuem tendências comuns, ou cointegram, se existem r vetores linearmente independentes, com $r < n$, arranjados em uma matriz α' , de ordem $r \times n$, de modo que

$$\alpha' C(1) = 0. \quad (11)$$

Por outro lado as variáveis em x_t possuem ciclos comuns se existem s vetores linearmente independentes, com $s \leq n - r$, arranjados em uma matriz $\tilde{\alpha}'$, de ordem $s \times n$, tal que

$$\tilde{\alpha}' C^*(L) = 0. \quad (12)$$

Tanto a existência de ciclos como de tendências comuns traduzem-se em restrições sobre os parâmetros do VAR, tornando a estimação mais eficiente.

Testes de cointegração tornaram-se matéria corrente na literatura de séries temporais e não há a necessidade de explicá-los. Discute-se, no entanto, a intuição de um teste para a existência de ciclos comuns, o qual é ainda pouco usado em trabalhos dessa natureza.

Um teste para a existência de ciclos comuns é equivalente a encontrar uma combinação linear das variáveis em Δx_t que não possua correlação com seu passado. Como Δx_t é representado por um mecanismo de correção de erros, o seu passado, obviamente, é formado por seus valores defasados e pela correção de erros propriamente dita (Vahid e Engle, 1993). Então, determinada a ordem das defasagens mencionadas acima, o teste consiste em verificar se as correlações canônicas entre Δx_t e seu passado são nulas.

2. ANÁLISE DAS SÉRIES DE TEMPO DO MODELO

Nesta seção, analisam-se as propriedades estocásticas univariada e multivariada dos dados. Como o modelo de Tendências Comuns é sensível à presença de tendências determinísticas, torna-se indispensável o exame da não-estacionaridade das variáveis bem como a verificação da presença de relações cointegrantes entre elas. Na análise univariada, utiliza-se o teste de raiz unitária para se detectar a ocorrência de estacionaridade de cada série de tempo. Quanto à análise multivariada, adota-se o procedimento de Johansen para determinar quantas relações cointegrantes há entre as variáveis do modelo.

O modelo consiste de três variáveis: o logaritmo do produto interno bruto (LOGPIB), a taxa de câmbio real (TCR)¹, e o saldo da balança comercial (SBC). Portanto, o vetor x'_t toma a forma [LOGPIB TCR SBC].

Os dados são mensais e deflacionados pelo Índice Geral de Preços- Disponibilidade Interna (IGP-DI), originalmente sem ajustes sazonais, relativos ao período de agosto de 1994 a dezembro de 2002, abrangendo, assim, uma amostra composta de cento e uma observações para cada variável, tendo como fonte de referência o IPEADATA².

2.1 Teste de Dickey-Fuller Aumentado para a Ocorrência de Raiz Unitária

Os resultados do teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) estão apresentados na Tabela 1. Eles indicam que não se rejeita a presença de uma raiz unitária para qualquer uma das variáveis consideradas, isto é, as variáveis do modelo não são estacionárias.

O teste ADF para a variável logaritmo do produto (LOGPIB) indica que a hipótese nula da presença de uma raiz unitária na série é significativa com o número de defasagens igual a três, de acordo com os critérios de Akaike e Schwarz, e incluindo um intercepto e uma tendência. As variáveis taxa de câmbio real (TCR) e saldo da balança comercial (SBC) também resultaram não-estacionárias, com a mesma estrutura de defasagens e usando-se no teste uma tendência e um intercepto.

TABELA 1 – TESTE DE RAIZ UNITÁRIA DICKEY-FULLER AUMENTADO (ADF)

Variáveis	Nível		1a. Diferença	
	$t(\mu)$	$t(t)$	$t(\mu)$	$t(t)$
LOGPIB	-2,8317	-2,6052	-8,7751	-8,9951
TCR	0,0287	-2,4316	-4,7652	-4,9313
SBC	-0,9022	-1,8461	-5,6062	-5,6970
Valores Críticos				
1%	-3,4986	-4,0550	-3,4993	-4,0560
5%	-2,8912	-3,4561	-2,8915	-3,4566
10%	-2,5824	-3,1536	-2,5826	-3,1539

Notas: As estatísticas $t(\mu)$ e $t(t)$ referem-se aos modelos com termo constante e com termo constante e tendência respectivamente. Utilizou-se uma estrutura de defasagem igual a três. Os valores críticos foram obtidos em McKinnon (1991).

Dado que todas as variáveis do modelo resultaram não-estacionárias, passa-se, então, à definição da ordem de integração de cada variável. Para isso, aplica-se o teste ADF na série em primeira diferença. Nesse caso, se a hipótese nula for rejeitada então a variável é integrada de ordem um, $x_t \sim I(1)$. Caso contrário, diferencia-se novamente e aplica-se o teste até que a hipótese nula seja rejeitada. O resultado do teste, apresentado na Tabela 1, mostra que as três variáveis descritas são $I(1)$.

2.2 Análise de Cointegração Multivariada

Examina-se agora se as variáveis são cointegradas. Com esse propósito, adota-se o procedimento de máxima verossimilhança de Johansen (1988, 1991), com vistas à determinação da dimensão de relações cointegrantes entre as três variáveis do modelo, permitindo, então, a definição do número de tendências comuns existente entre elas.

Na operacionalização do teste, adotou-se um intercepto e considerou-se os efeitos de duas variáveis *dummy*. Uma para capturar a sazonalidade a cada doze meses, tendo em vista que os dados são mensais, e outra relativa à quebra estrutural identificada na taxa de câmbio no mês de janeiro de 1999.

¹ Refere-se à taxa de câmbio comercial para compra (média), real(R\$)/dólar americano(US\$) deflacionada pelo IGP-DI e pelo IPC americano.

² <http://www.ipeadata.gov.br/>. Acesso em 07 de maio de 2003.

TABELA 2 – TESTE DE JOHANSEN PARA COINTEGRAÇÃO

Amostra	Estatística do Traço	
	Valor Observado	Valor Crítico 95%
1994:8 - 2002:12		
$r = 0$	68,70	34,91
$r \leq 1$	22,44	19,96
$r \leq 2$	5,61	9,24

Notas: Os testes incluíram uma *dummy* sazonal para o mês doze e uma *dummy* estrutural para a taxa de câmbio na data 1999.1.

Os testes foram realizados considerando a presença de um intercepto.

O teste LR indica a existência de no máximo duas equações cointegrantes no nível de significância de 5%.

O resultado do teste é mostrado na Tabela 2. A estatística do traço indica a existência de dois vetores cointegrantes a um nível de significância de 5%. Admitindo-se, pois, a existência de duas relações cointegrantes no sistema, pode-se concluir que há uma tendência estocástica comum ($k = n - r = 3 - 2 = 1$).

O procedimento de Johansen permite ainda a identificação dos vetores cointegrantes para os quais adota-se uma normalização arbitrária de forma a permitir suas identificações. Considerou-se aqui uma normalização tal que as primeiras r séries no vetor x_t são normalizadas por uma matriz identidade. Então, de acordo com os resultados do teste, a matriz de vetores cointegrantes ($\alpha_{n \times r}$) normalizada apresenta a seguinte configuração,

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -0.000756 & -0.155770 \end{bmatrix}$$

2.3 O Teste de Ciclos Comuns

Como foi mencionado acima o teste da existência de ciclos comuns consiste em verificar se as correlações canônicas entre Δx_t e seu passado são nulas. Para tanto, é necessário seguir as etapas abaixo (Issler e Vahid, 2001).

- Determinar p , a ordem de defasagens do modelo vetorial de correção de erros.
- Extrair as correlações canônicas entre Δx_t e $\Delta x_{t-1}, \Delta x_{t-2}, \dots, \Delta x_{t-p}$, CE (correção de erros defasada).
- Testar se as primeiras s menores correlações canônicas, λ_i , são zero através da estatística

$$\chi = -T \sum_{i=1}^s \log(1 - \lambda_i).$$

A qual tem distribuição assintótica χ^2 , com $s(np+r) - s(n-s)$ graus de liberdade.

Os resultados do teste são mostrados na tabela abaixo.

TABELA 3 - TESTE DE CICLOS COMUNS

Hipótese Nula	χ	Valor Crítico	Graus de liberdade
$s > 0$	0.0455	3.841	3
$s > 1$	0.1054	7.815	4
$s > 2$	0.3026	24.996	15

Observações: Teste realizado com nível de significância de 5%.

Pelo critério de Schwarz p é igual a um.

Como pode ser visto na Tabela 3 aceita-se a hipótese nula de ausência de correlações canônicas significativas entre a diferença das variáveis e a estrutura de informações passadas, incluindo o mecanismo de correção de erros. Por conseguinte, não existem ciclos comuns entre as variáveis.

Uma justificativa para a ausência de ciclos comuns é que o saldo da balança comercial e a taxa de câmbio possuem ciclos assimétricos, e o teste procura combinações lineares dos ciclos que se anulem. Já o ciclo do produto não tem muita relação com os dois outros.

2.4 Identificação das Tendências de Longo Prazo Utilizando o Filtro de Hodrick-Prescott

O filtro de Hodrick e Prescott (1997) é um método de alisamento amplamente usado entre macroeconomistas com vistas à obtenção da estimativa do componente de tendência de longo prazo de uma série.

As Figuras 1, 2 e 3 mostram as tendências de longo prazo das séries logaritmo do PIB (LOGPIB), da taxa de câmbio real (TCR) e do saldo da balança comercial (SBC). Destaca-se, em especial, a tendência de longo prazo da variável LOGPIB que apresenta uma trajetória côncava com uma dinâmica decrescente iniciada em fins de 1998 e que se mantém pelo restante do período de observação. Embora a tendência tenha sido crescente do início do Plano Real até dezembro 1998, a partir de então ocorre uma firme reversão a qual não evidencia qualquer sinal de mudança favorável na tendência declinante.

A Figura 2 mostra que o comportamento da tendência de longo prazo da taxa de câmbio real é predominantemente orientado por um processo ascendente com algumas peculiaridades. De agosto de 1994 a outubro de 1997, há uma inequívoca estabilidade da taxa de câmbio real, passando esta, a partir de então, a apresentar uma firme tendência ascendente que se mantém numa mesma inclinação até o período final de observação independentemente das mudanças bruscas verificadas no câmbio por volta de janeiro de 1999.

FIGURA 1: TENDÊNCIA DE LONGO PRAZO DO LOGPIB

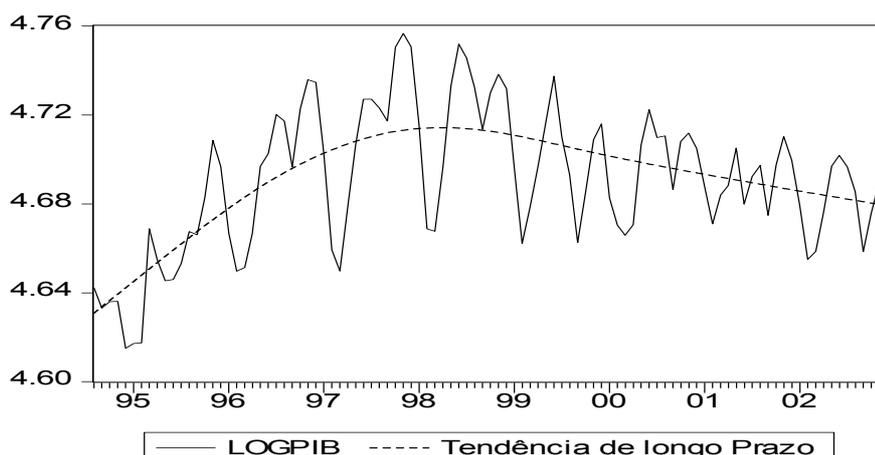


FIGURA 2: TENDÊNCIA DE LONGO PRAZO DA TCR

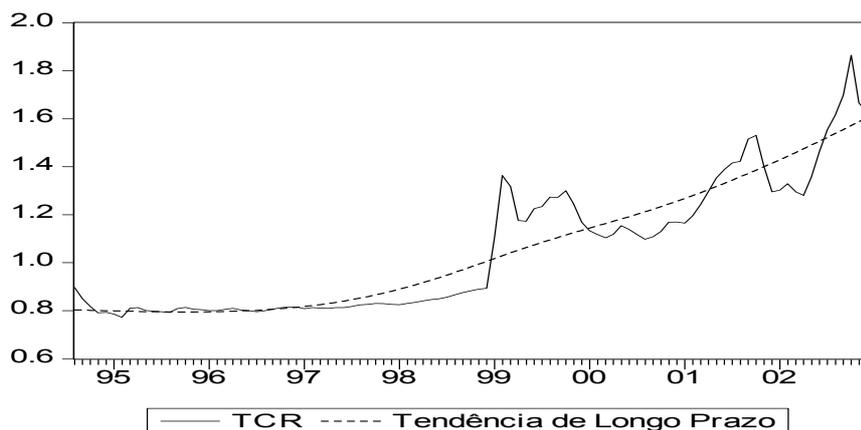
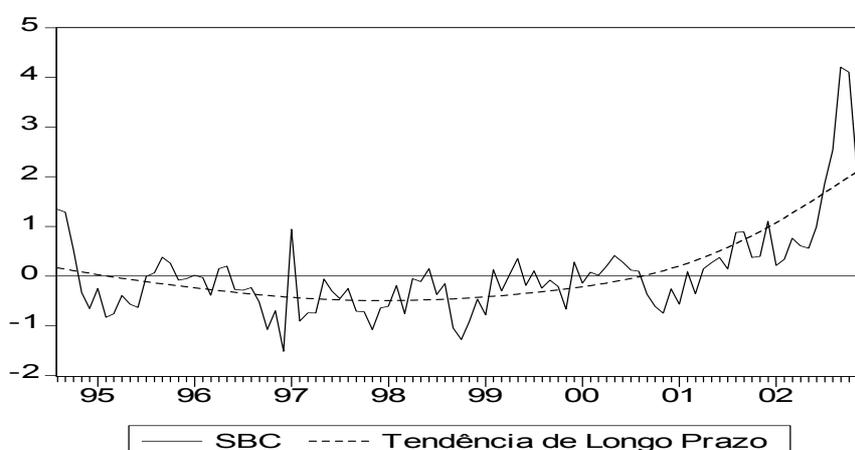


FIGURA 3: TENDÊNCIA DE LONGO PRAZO DO SBC



Quanto ao comportamento do saldo da balança comercial, apresentado na Figura 3, observa-se uma tendência de déficits crescentes iniciada por volta de janeiro de 1995, alcançando o máximo em janeiro de 1999, quando se constata uma reversão no sentido de uma atenuação crescente dos déficits. Somente a partir de meados do ano de 2000 é que a tendência de superávits crescentes passa a se consolidar definitivamente. Pode-se concluir que esses resultados estão em consonância com as condições de Marshall-Lerner.

2.5 Decomposição Univariada Tendência - Ciclo de Beveridge-Nelson

A decomposição de uma série em ciclo e tendência estocástica, sugerida por Beveridge e Nelson (BV) (1981), também constitui um método largamente empregado nos estudos sobre ciclos de negócios. Esse procedimento parte do princípio de que uma série na classe diferença-estacionária pode ser decomposta na forma da equação (1).

A diferença da componente tendencial é, portanto, aproximada por um modelo ARMA (p, q), expressando x_t^p como uma média ponderada de valores correntes e passados de x_t . Já o componente cíclico é obtido por diferença entre x_t e x_t^p (Newbold, 1990). Os resultados da decomposição³ estão apresentados através das Figuras 4, 5 e 6.

Duas observações podem ser feitas de início. Em primeiro lugar, das três séries analisadas, apenas no caso do LOGPIB a tendência estocástica descola-se claramente do comportamento da variável ao longo do tempo, enquanto que para a TCR e o SBC suas tendências estocásticas seguem muito

³ Nas decomposições de Beveridge-Nelson das séries de tempo do modelo, utilizou-se o algoritmo desenvolvido por Newbold (1990). 7

próximas dos valores observados das variáveis. A segunda observação é a de que os ciclos da série LOGPIB possuem uma amplitude maior e são mais sistemáticos que nos casos da TCR e do SBC. Os ciclos da TCR apresentam dois claros comportamentos: de baixa flutuação, que compreende o período de setembro de 1994 a janeiro de 1999, e flutuação mais ampla apresentando alguns picos a partir de então. No caso do SBC, as flutuações, em geral, são menos intensas e, como no caso da TCR, com alguns picos em algumas datas.

FIGURA 4: DECOMPOSIÇÃO DA TENDÊNCIA E CICLO DO LOGPIB

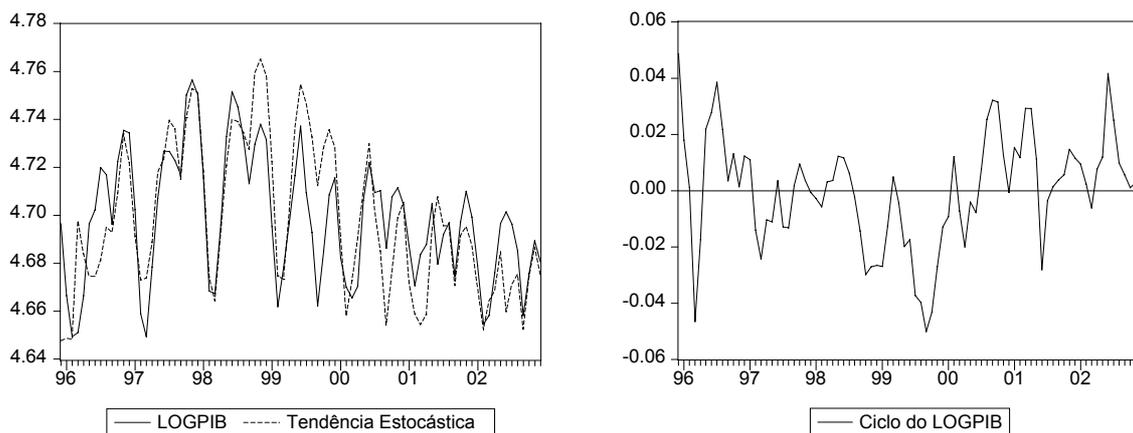


FIGURA 5: DECOMPOSIÇÃO DA TENDÊNCIA E CICLO DA TCR

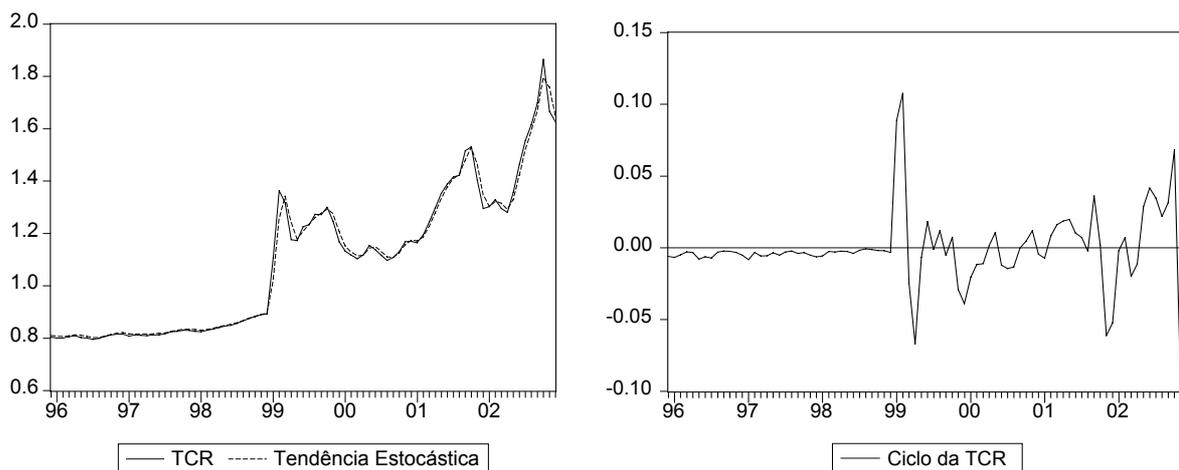
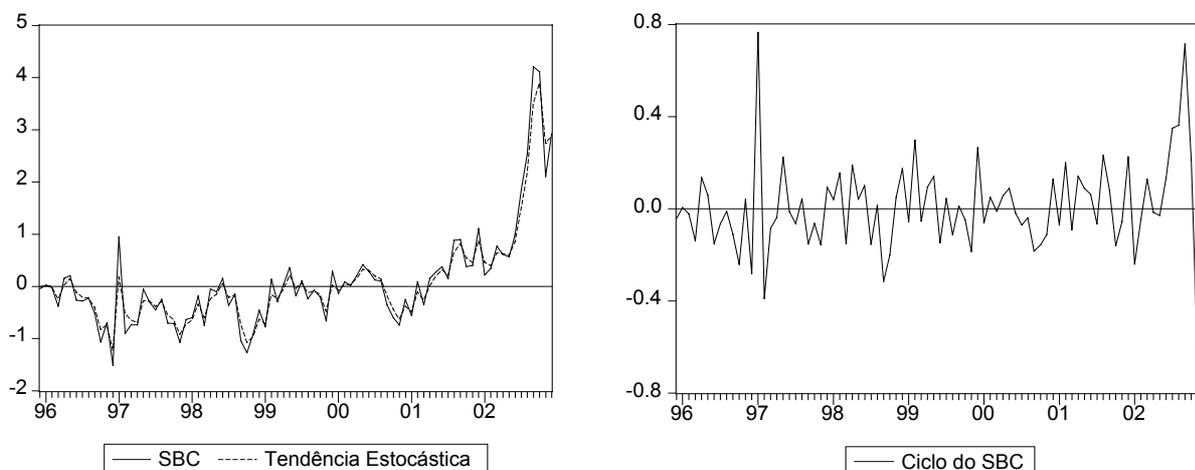


FIGURA 6: DECOMPOSIÇÃO DA TENDÊNCIA E CICLO DO SBC



3. ESTIMAÇÃO DO MODELO DE TENDÊNCIAS COMUNS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Matriz de Tendência Comum Estimada

De acordo com a identificação dos choques permanentes e transitórios descrita na primeira seção, os k primeiros elementos do vetor n -dimensional v_t são compostos pelos choques permanentes (φ_t), e os r elementos restantes são compostos pelos choques transitórios (ψ_t)⁴. Dessa forma, identifica-se a presença de um choque permanente (uma tendência estocástica comum ($k = 1$)) e de dois choques transitórios ($r = 2$).

A tendência estocástica comum encontrada no vetor de variáveis (x_t) é identificada com uma tendência real doméstica (τ_{Rt}). A tendência real pode ser caracterizada como um choque de oferta doméstico, permanente, podendo constituir-se tanto de um choque tecnológico como de um choque de produtividade (Kumah e Ibrahim, 1996).

No caso dos dois choques transitórios pode-se identificá-los como decorrentes de alterações na demanda agregada, choques de demanda, que afetam o comportamento cíclico das variáveis macroeconômicas, mas não suas trajetórias de longo prazo (Jacobson *et al.*, 1999). Exemplos de choques de demanda são os que produzem alterações nas políticas fiscal e monetária.

Deve-se observar, contudo, que nem todo choque de oferta tem efeito permanente, assim como nem todo choque de demanda tem efeito temporário. Uma quebra de safra agrícola, por exemplo, pode ser interpretada como um choque de oferta, podendo ter efeitos apenas temporários no PIB real. Por outro lado, alterações na política fiscal podem afetar a taxa de poupança da economia e, conseqüentemente, o estoque de capital e a produção no longo prazo (Caiado *et al.*, 1993).

A exata identificação e estimação da tendência comum requer em certas circunstâncias, restrições sobre a matriz dos coeficientes (Υ). As condições $\alpha'\Upsilon = 0$ e $\Upsilon\Upsilon' = C(1)\Sigma C(1)'$ (veja-se o Apêndice) fornecem respectivamente $rk = 2$ e $k(k+1)/2 = 1$ restrições usadas para determinar os $nk = 3$ parâmetros da matriz Υ . Portanto como o número de restrições é igual ao número de parâmetros a ser

⁴ Deve-se observar que $k = n - r$, onde k é o número de tendências comuns, n é o número de variáveis no modelo e r é o número de relações cointegrantes entre as variáveis.

estimado, não há a necessidade de impor nenhuma restrição a mais sobre Υ , já que esta matriz tem identificação exata.

As restrições usadas na identificação da tendência comum não possibilitam identificar a natureza dos choques permanentes. No entanto, dado o confronto entre o comportamento das tendências de longo prazo com as previsões fornecidas pela teoria econômica e com outros trabalhos empíricos algumas explicações podem ser buscadas. Assim, os coeficientes estimados do modelo de Tendências Comuns, são dados por,⁵

$$\begin{bmatrix} LOGPIB \\ TCR \\ SBC \end{bmatrix} = x_0 + \begin{bmatrix} 0.0003 \\ (0.0001) \\ 0.0644 \\ (0.0207) \\ 0.4132 \\ (0.1332) \end{bmatrix} \tau_{Rt} + C^*(L)\varepsilon_t \quad (13)$$

Os coeficientes estimados da matriz Υ medem os efeitos de longo prazo da respectiva tendência estocástica (τ_{Rt}) sobre os elementos correspondentes do vetor x_t ⁶. De acordo com os valores estimados da matriz Υ , referentes ao período posterior à implantação do Plano Real, verifica-se que a tendência real doméstica tem um efeito de longo prazo positivo sobre todas as variáveis do modelo.

Observa-se, portanto, que o efeito permanente identificado no produto, que muitos estudos associam a choques tecnológicos domésticos e de produtividade, resultando, por seu turno, no deslocamento da curva de oferta de longo prazo, é insignificante para poder produzir uma tendência de valorização cambial no longo prazo, como era de se esperar que acontecesse com ganhos sustentados de produtividade (Balassa (1964) e Samuelson (1964)). Esses resultados são também consistentes com aqueles apresentados pela identificação da tendência de longo prazo, usando-se o filtro de Hodrick-Prescott, e pela decomposição tendência-ciclo de Beveridge-Nelson. Desse modo, outros fatores, que não os choques de oferta antes mencionados, devem ter real significado na explicação do movimento conjunto das variáveis do modelo, especialmente do produto interno bruto. Neste aspecto, observa-se que a decomposição de Beveridge e Nelson mostra uma dominância da flutuação cíclica do produto relativamente à tendência estocástica da série, podendo este fato indicar um significativo efeito da política econômica adotada no período e não a choques na tendência permanente.

A propósito, Kumah (1996) afirma que os efeitos de longo prazo dos choques de produtividade doméstica sobre o saldo da balança comercial são significativamente negativos, resultado este geralmente consistente com a predição teórica que explica a combinação da apreciação cambial associada ao aumento da produtividade, e de produto, como fator determinante na deterioração da balança comercial. No caso do Brasil, no entanto, o impacto é positivo, o que corrobora os resultados encontrados no presente estudo sobre o comportamento combinado do saldo da balança comercial e das variações na taxa de câmbio real.

Os resultados encontrados neste trabalho seguem, em linhas gerais, os encontrados em estudos empíricos utilizando o mesmo modelo, e como o de Kumah e Ibrahim (1996), que encontraram os mesmos efeitos sobre o produto, mas efeito contrário sobre o saldo da balança comercial e a taxa de câmbio para a Alemanha, Japão e Suécia. Abdallah e Rajhi (2000) também identificaram os mesmos efeitos apresentados em Kumah e Ibrahim (1996) para os casos da Coreia e Indonésia. Em relação ao Brasil, os coeficientes obtidos neste estudo apresentam efeitos positivos tanto para a taxa de câmbio como

⁵ Os erros padrões dos coeficientes estimados, mostrados entre parênteses na equação (9), são baseados no Teorema 3 de Warne (1993).

⁶ O processo de estimação dos coeficientes do modelo de Tendências Comuns na sua forma reduzida (Eq.9) encontra-se no Apêndice, sendo as estimativas geradas pelo algoritmo escrito por Maximo Camacho em linguagem GAUSS 3.X, que traduziu para essa linguagem o algoritmo escrito por Anders Warner em linguagem RATS 4.0. As duas versões podem ser obtidas nos sítios desses autores.

para o saldo da balança comercial, evidenciando, assim, consistência com a explicação teórica de similaridade de comportamento dessas variáveis no longo prazo.

O efeito positivo sobre a taxa de câmbio real indica que, no longo prazo, a tendência real doméstica depreciou o real em relação ao dólar. Esse resultado é similar ao apresentado em Abdallah e Rajhi (2000) no qual o México, com características econômicas semelhantes ao Brasil, apresenta o mesmo efeito sobre a taxa de câmbio. Por outro lado, Kumah e Ibrahim (1996) destacam que países desenvolvidos como o Japão, a Alemanha e a Suécia têm apresentado efeito negativo em relação à tendência real doméstica da taxa de câmbio; ou seja, constata-se um efeito de longo prazo no sentido da valorização das moedas dos respectivos países em relação ao dólar.

No caso específico do Brasil, Agenór *et al.* (2001) mostram que as variações na taxa de câmbio real sugerem que os movimentos no horizonte de previsão de curto prazo estão mais associados com suas próprias inovações históricas. Em horizontes de tempo mais longo os choques no fluxos de capital externo explicam cerca de 10% da variação da taxa de câmbio real. De outra parte, o estudo não corrobora a visão de que os fluxos de capitais estrangeiro são conduzidos por fatores externos, acrescentando, ainda, que, no caso do Brasil como de vários outros países, a deterioração na competitividade acarreta efeitos indesejáveis sobre a credibilidade e a sustentabilidade do regime da taxa de câmbio, conduzindo possivelmente a choques e pressões no mercado de câmbio, sendo, portanto, choques de origem predominantemente doméstica.

3.2 Análise das Funções Impulso - Resposta

As funções impulso-resposta são instrumentos ilustrativos de como as variáveis do modelo de Tendências Comuns reagem ao longo do tempo a uma mudança nos choques permanente e transitório. As Figuras 7 e 8 mostram as respostas das variáveis em nível (linhas contínuas) durante vinte e quatro meses, com intervalos de 95% de confiança⁷ a um impulso de uma unidade de desvio padrão no choque permanente (φ_t), Figura 7, e dos dois choques transitórios, (ψ_t), Figura 8, determinados no modelo de Tendências Comuns.

De acordo com a Figura 7, verifica-se que um impulso no choque permanente, correspondente a uma unidade de desvio padrão, tem um efeito positivo, mas insignificante, sobre o logaritmo do produto durante praticamente todo o período de observação. Este resultado é confirmado pela decomposição da variância do erro de estimação (Figura 9), mostrando que as flutuações no logaritmo do produto, no período analisado, são exclusivamente explicadas pelos choques transitórios. Este fato pode estar estritamente ligado à condução da política econômica e, portanto, a choques de demanda agregada.

Em relação à taxa de câmbio real, verifica-se que o efeito do choque permanente é positivo e apresenta constância em todos os meses analisados. Já o saldo da balança comercial, tem resposta também positiva durante todo o período, apresentando uma suave tendência crescente a partir do segundo mês. O impacto inicial verificado sobre o saldo da balança comercial traduz-se em uma queda que posteriormente é revertida em uma tendência de crescimento. Esse resultado é consistente com as condições de Marshall-Lerner e com a curva J (Shirvani e Wilbratte, 1997).

De acordo com as respostas das variáveis do modelo a um impulso nos choques transitórios, Figura 8, verifica-se que o logaritmo do PIB não responde ao choque transitório 1 e responde de forma crescente ao choque transitório 2 durante os doze primeiros meses após o impulso. Quanto à taxa de câmbio, há uma resposta positiva e crescente no primeiro mês e a partir de então esta resposta se reverte em uma leve tendência decrescente, diluindo seu efeito em torno do vigésimo mês. Este comportamento é observado nos dois choques transitórios. Relativamente ao saldo da balança comercial, constata-se que os dois choques transitórios atuam de forma simétrica às respostas verificadas na taxa de câmbio.

⁷ Os intervalos de confiança são calculados a partir dos erros padrões das funções impulso-resposta (veja-se o apêndice em Mellander *et al.* (1992) ou o Teorema 3 em Warne (1993)).

FIGURA 7: FUNÇÕES IMPULSO-RESPOSTA EM NÍVEL (COM INTERVALOS DE 95% DE CONFIANÇA) DE UM CHOQUE DE UMA UNIDADE DE DESVIO PADRÃO NA INOVAÇÃO PERMANENTE.

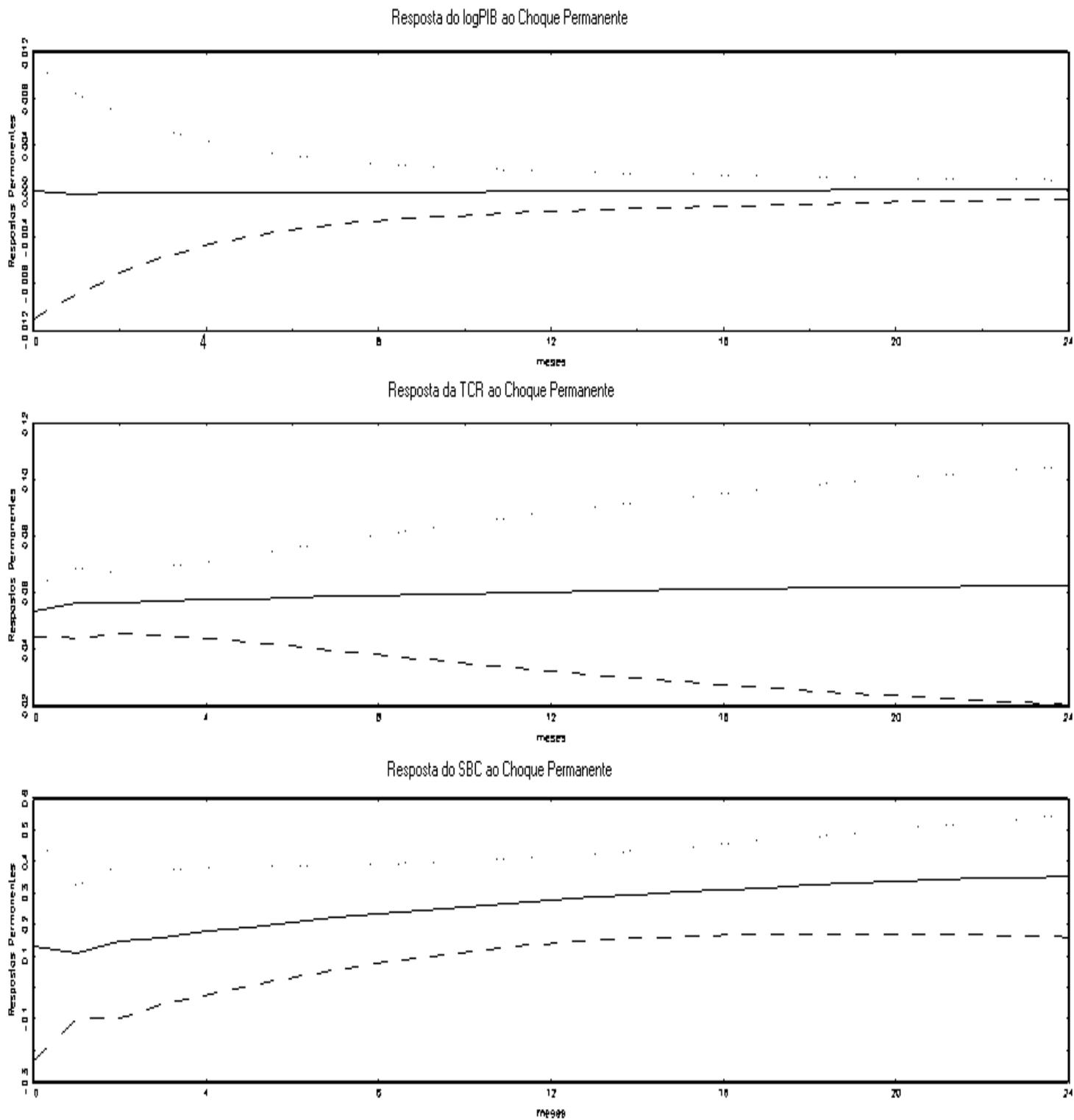
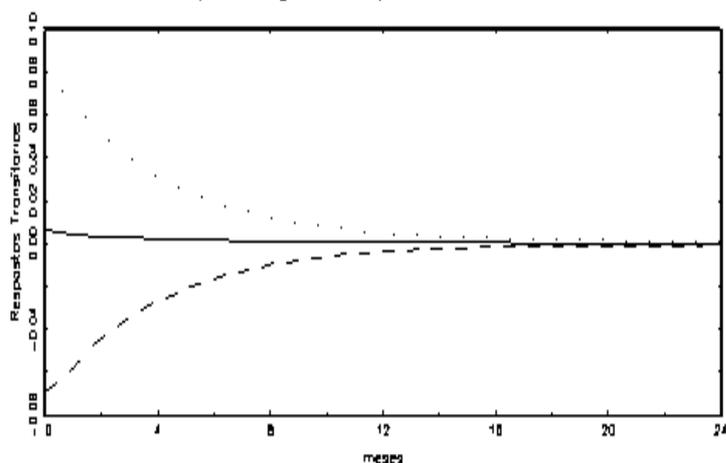
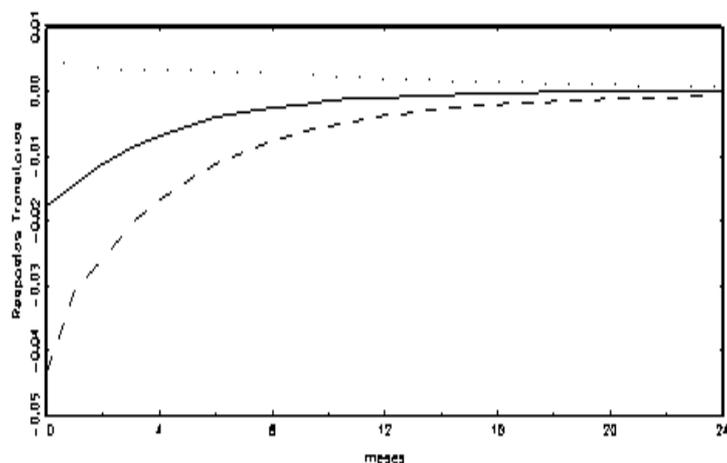


FIGURA 8: FUNÇÕES IMPULSO-RESPOSTA EM NÍVEL (COM INTERVALOS DE 95% DE CONFIANÇA) DE UM CHOQUE DE UMA UNIDADE DE DESVIO PADRÃO NAS INOVAÇÕES TRANSITÓRIAS.

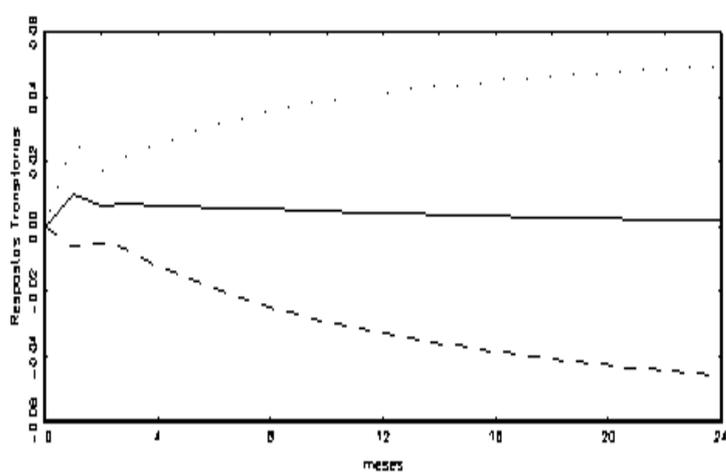
Resposta do logPIB ao Choque Transitório 1



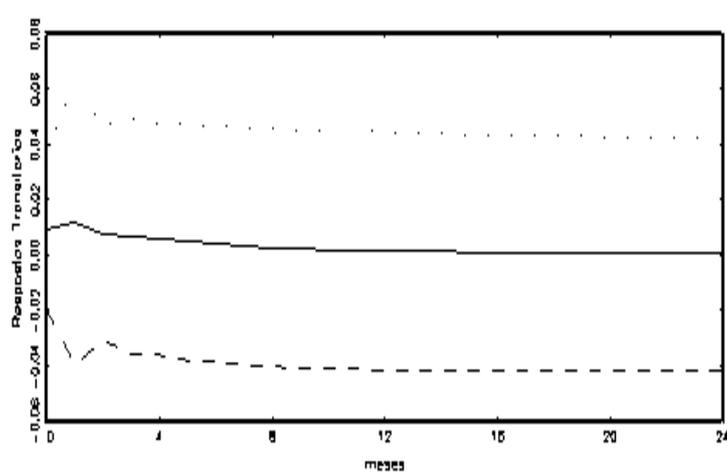
Resposta do logPIB ao Choque Transitório 2



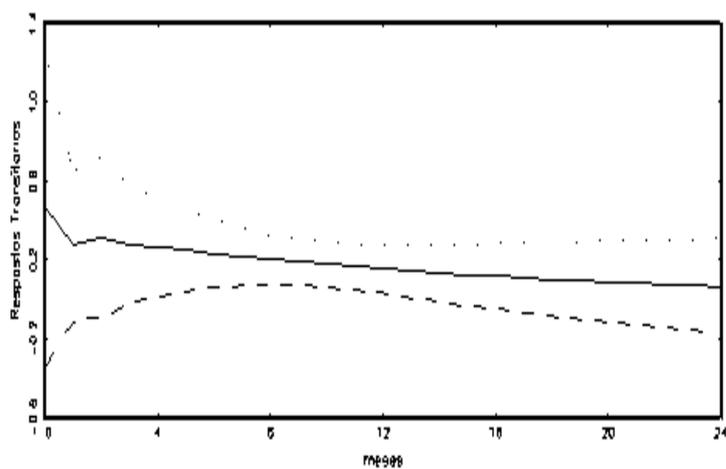
Resposta da TCR ao Choque Transitório 1



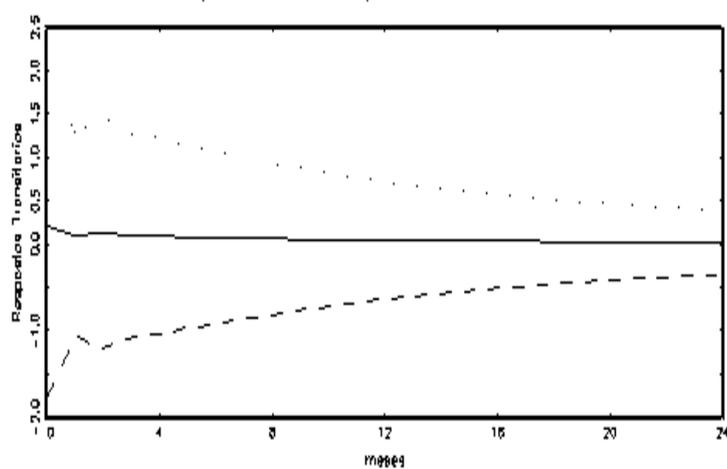
Resposta da TCR ao Choque Transitório 2



Resposta do SBC ao Choque Transitório 1



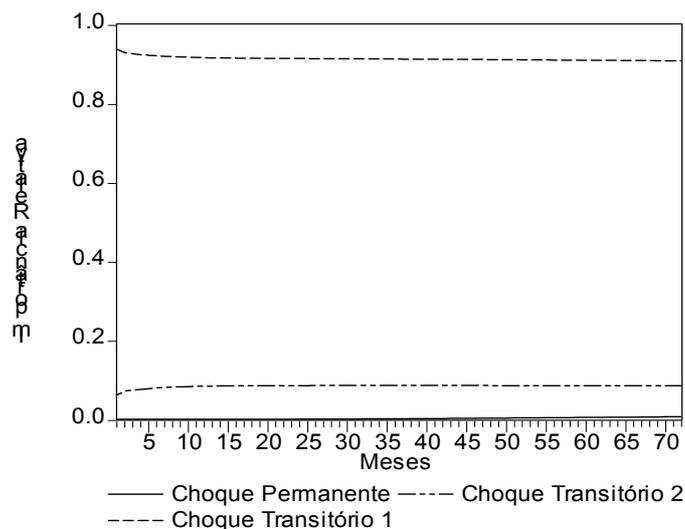
Resposta do SBC ao Choque Transitório 2



3.3 Decomposição das Variâncias dos Erros de Previsão das Séries de Tempo do Modelo

A decomposição da variância do erro de previsão fornece informação a respeito da importância relativa dos choques permanente e transitório nas flutuações das variáveis do modelo de Tendências Comuns. As Figuras 9, 10 e 11 mostram a importância relativa do choque permanente e dos dois choques transitórios, pelo período de setenta e dois meses, nas flutuações das variáveis logaritmo do PIB, taxa de câmbio real e saldo da balança comercial, respectivamente. Deve-se observar que a soma dos três choques em cada mês analisado totaliza uma unidade.

FIGURA 9: DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA DO ERRO DE PREVISÃO DO LOGPIB (EM NÍVEL)



Analisando a Figura 9, verifica-se que as flutuações no logaritmo do produto (LOGPIB) são dominadas exclusivamente pelos dois choques transitórios, tendo o choque permanente uma importância relativa insignificante mesmo no longo prazo. Esse resultado reafirma a constatação da decomposição tendência-ciclo de Beveridge-Nelson, a qual evidencia uma forte volatilidade do produto no curto prazo. Na análise do filtro de Hodrick-Prescott, constata-se ainda uma tendência de longo prazo com comportamento dividido entre uma primeira fase de crescimento, de agosto de 1994 a maio de 1998, e uma fase final, de tendência inequivocamente decrescente, a partir de maio de 1998. Na primeira fase, a estabilidade dos preços favoreceu o crescimento do produto real, embora em ritmo modesto, e na segunda fase a tendência de queda manifesta-se fundamentalmente em função do desequilíbrio externo, o qual resultou na substituição da âncora cambial pela política monetária fortemente restritiva, tendo a taxa de juros como o mecanismo básico de controle da demanda agregada.

Pode-se concluir, portanto, que os choques de oferta domésticos são pouco expressivos, predominando sobre o comportamento do produto forte influência dos choques de demanda agregada, notadamente quando se passa a adotar o instrumento de metas de inflação, caracterizado pelo estabelecimento de taxa de juros real elevada, como forma de manter os preços internos estáveis.

Analisando a Figura 10, constata-se que o choque permanente predomina sobre a taxa de câmbio e seus efeitos se mantêm num horizonte de tempo mais longo. Esse fato, contudo, não permite a afirmação de que as flutuações na taxa de câmbio real, no período analisado, sejam explicadas por choques de produtividade.

A rápida aceleração na valorização da moeda nacional frente ao dólar, tanto em termos nominais como reais, observada no início do Plano Real, acarretou uma rápida deterioração dos saldos da balança comercial. Após a crise do peso mexicano o Banco Central implementa, no início de março de 1995, o regime de bandas cambiais que é mantido até a eclosão da crise cambial em janeiro de 1999 quando, então, passa a vigorar o regime de câmbio flutuante. A partir da adoção do regime de bandas, observa-se

uma tendência de longo prazo da taxa de câmbio que se caracteriza por um permanente crescimento; ou seja, de desvalorização em termos reais relativamente ao dólar.

FIGURA 10: DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA DO ERRO DE PREVISÃO DA TCR (EM NÍVEL)

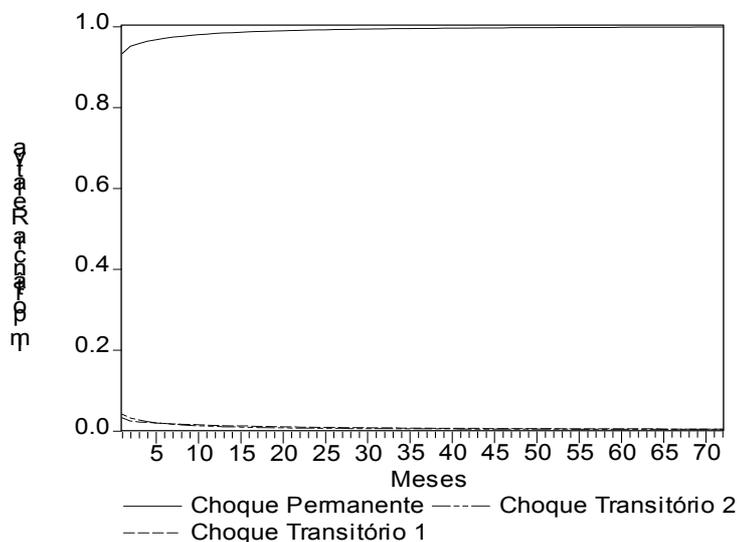
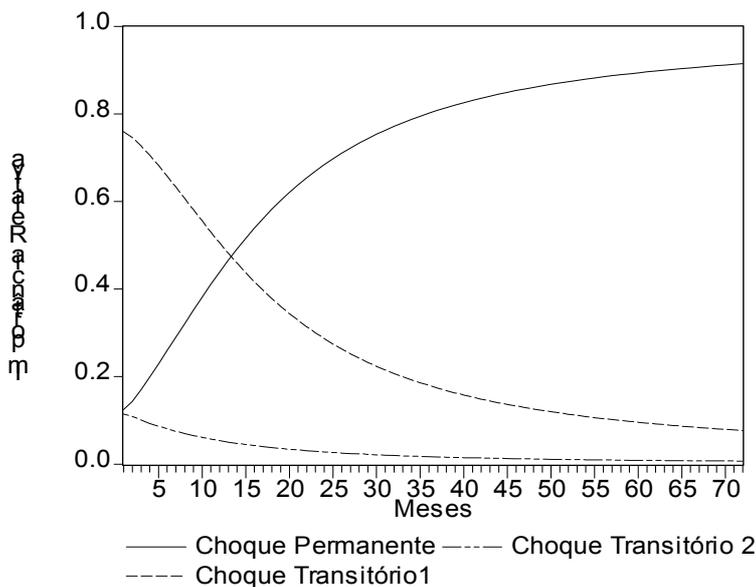


FIGURA 11: DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA DO ERRO DE PREVISÃO DO SBC (EM NÍVEL)



Com respeito ao saldo da balança comercial, Figura 11, verifica-se que o efeito dos choques transitórios predomina nos primeiros quinze meses e vão se dissipando ao longo do tempo. A partir aproximadamente do vigésimo mês a importância relativa do choque permanente passa a prevalecer sobre os choques transitórios na explicação das flutuações do SBC. Esse resultado constitui um reflexo do comportamento da tendência de longo prazo identificada na análise do filtro HP, Figura 3, que, a partir do ano de 2000 passa a configurar um comportamento crescente.

Pode-se atribuir esse processo aos movimentos observados na taxa de câmbio real, os quais se caracterizaram inicialmente por fortes valorizações em termos reais e, após a adoção do regime de bandas, passam a apresentar uma tendência de crescimento que se consolida no início de 1997, mantendo-se inalterada a partir de então. As desvalorizações reais ascendentes propiciaram um forte incentivo às

exportações e, ao mesmo tempo, um desestímulo às importações cujos efeitos combinados resultaram numa reversão da tendência de acumulação de déficits a partir de 1998. As defasagens verificadas entre o comportamento da taxa de câmbio real e os resultados da balança comercial decorrem do efeito Marshall-Lerner.

CONCLUSÃO

O propósito deste trabalho foi o de usar o modelo de Tendências e Ciclos Comuns para analisar o comportamento do produto, da taxa de câmbio real e do saldo da balança comercial do Brasil, no período de 1994 a 2002. Buscou-se ainda estimar as respostas de longo prazo das variáveis do modelo aos choques permanentes e transitórios, caracterizando, através da decomposição da variância do erro de previsão, a importância relativa de ambos os choques na conformação de suas trajetórias.

O modelo foi estimado utilizando dados mensais. As funções impulso-resposta e as decomposições das variâncias mostraram que o produto foi predominantemente influenciado por choques transitórios, tanto no curto como no longo prazo, contrariando a expectativa inicial de que os choques permanentes teriam um impacto significativo, notadamente no longo prazo, o que explicaria mudanças devidas a ganhos de produtividade. As flutuações na taxa de câmbio e no saldo da balança comercial, por outro lado, estão mais associadas a choques permanentes do que a choques transitórios e as trajetórias dessas duas séries de tempo têm seu comportamento estritamente interligados. Observou-se que há uma defasagem do efeito da taxa de câmbio real sobre o saldo da balança comercial, confirmando a teoria acerca da combinação entre as elasticidades preço e renda das exportações e importações.

Depreende-se da análise que a política econômica no Brasil tem suas conseqüências claramente ilustradas pelo modelo econométrico. A primeira fase do Plano Real, caracterizada sobretudo pela ancoragem numa taxa de câmbio sobrevalorizada, produziu uma trajetória do produto ligeiramente ascendente e um saldo da balança comercial em deterioração. A leve tendência de crescimento do produto, nesse período, decorreu essencialmente da estabilização da economia brasileira, depois de décadas de um persistente processo inflacionário.

Na fase pós 1998, com a explosão da taxa de câmbio, seguida por um regime de maior flutuação - passando a política econômica então a guiar-se por metas de inflação e elevadas taxas de juros real - o produto assume uma trajetória declinante. Já a desvalorização real do câmbio, produzida por uma vulnerabilidade nas contas externas do País, vai favorecer uma tendência uniforme de alta na balança comercial.

O direcionamento errático da política econômica no período de análise, notadamente no que se relaciona à associação do câmbio e da taxa de juros, fez com que os efeitos permanentes perdessem força vis-à-vis os efeitos transitórios. Há, contudo, que se ter certo cuidado na interpretação desses resultados pois a utilização de dados mensais a partir de meados de 1994 pode estar prejudicando a força de longo prazo e privilegiando o elemento transitório. Certamente é por essa razão que Engle e Issler (1993) e Cribari-Neto (1993) encontram um fator permanente mais forte para dados anuais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDALLAH, M.B.; RAJHI, T. Stochastic trends and balance crises. *Working Paper N° 2000:68*, University of Paris 1, France, 2000.
- AGÉNOR, Pierre-Richard; HOFFMAISTER, A. W.; MEDEIROS, C. Cyclical fluctuations in Brazil's real exchange rate: the role of domestic and external factors, 1988-1995. <http://www.worldbank.org/wbiep/macro-program/>. Acesso em 02 de abril de 2003.
- BALASSA, B. The purchasing power parity doctrine: a reappraisal. *Journal of Political Economy*, v. 72, p. 584-596, 1964.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the business cycle. *Journal of Monetary Economics*, v. 7, p. 655-673, 1981.
- BLANCHARD, O. J.; QUAH, D. The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. *American Economic Review*, v. 79, p. 655-673, 1989.
- CAIADO, E. R. L.; MIGON, H. S.; LOPES, H. F. Efeitos dinâmicos dos choques de oferta e demanda agregadas sobre o nível de atividade do Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, v. 47, n. 2, p. 177-204, 1993.
- CAMPBELL, J. Y.; SHILLER, R. J. Interpreting cointegrated models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 12, p. 505-522, 1988.
- CRIBARI-NETO, F. The cyclical component in Brazilian GDP. *Revista de Econometria*, n.1, p.1-22, 1993.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W.A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the Statistical Association*, v. 74, p. 1057-1072, 1979.
- ENDERS, W. *Applied econometric time series*. New York, John Wiley & Sons, Inc, 1995.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Cointegration and error correction: representation, estimation and testing. *Econometrica*, 55, p. 251-276, 1987.
- ENGLE, R.F.; ISSLER, J.V. Common trends and common cycles in Latin America. *Revista Brasileira de Economia*, v. 47, n. 2, p. 149-76, 1993.
- HAMILTON, J. D. *Time series analysis*. Princeton, Princeton University Press, Inc, 1994.
- HJELM, G. Assigning economic policy and business cycle shocks to democrats and republicans: a common trends approach. *working paper N° 2001:22*, Lund University, Sweden, 2001.
- HODRICK, R. J.; PRESCOTT, E. C. Postwar US business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, v. 29, n. 1, p. 1-16, 1997.
- ISSLER, J. V.; VAHID, F. Common cycles and the importance of transitory shocks to macroeconomic aggregates. *Journal of Monetary Economics*, v.47, p.449-475, 2001.
- JACOBSON, T.; JANSSON, P.; VREDIN, A.; WARNE, A. A VAR model for monetary policy analysis in small open economy. *Working Paper N° 77*, Sveriges Riksbank (Central Bank of Sweden), 1999.
- JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 12, p. 231-254, 1988.
- _____. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, v. 59, p. 1.551-1.580, 1991.
- KING, R. G.; PLOSSER, C. I.; STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Stochastic trends and economic fluctuations. *American Economic Review*, v. 81, p. 819-840, 1987.
- KUMAH, F. Y. Common stochastic trends in the current account. *Working Paper N° 9684*, Tilburg University, The Netherlands, 1996.
- KUMAH, F. Y.; IBRAHIM, S. B. Stochastic trends and fluctuations in the interest rate, exchange rate and current account balance: an empirical investigation. *Economic Modelling*, v. 13, p. 383-406, 1996.
- MELLANDER, E.; VREDIN, A.; WARNE, A. Stochastic trends and economic fluctuations in a small open economy. *Journal of Applied Econometrics*, v. 7, p. 369-394, 1992.

- MELLO, L.R.J.; CARNEIRO, F.G. The long-run behavior of exchange rates in Brazil, Chile and Argentina: a cointegration analysis. *International Review of Economics and Finance*, v. 6, n. 1, p. 37-48, 1997.
- NELSON, C. R.; PLOSSER, C. I. Trends and random walks in economic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, v. 10, p. 139-162, 1982.
- NEWBOLD, P. Precise and efficient computation of the Beveridge-Nelson decomposition of economic time series. *Journal of Monetary Economics*, v. 26, p. 453-457, 1990.
- SAMUELSON, P. Theoretical notes on trade problems. *Review of Economic and Statistics*, v. 46, p. 145-154, 1964.
- SHAPIRO, M. D.; WATSON, M. W. Sources of bussiness cycle fluctuations. *NBER Working Paper N° 2589*, 1988.
- SHIRVANI, H.; WILBRATTE B. The relationship between the real exchange rate and the trade balance: an empirical reassessment. *International Economic Journal*, v.11, n.1, p.39-50, 1997.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Testing for common trends. *Journal of the American Statistical Association*, v. 83, p. 1097-1107, 1988.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Variable trends in economic time series. *Journal of Economic Perspectives*, v. 3, n. 2, p. 147-174, 1988.
- TROMPIERI, N. Modelo de tendências comuns aplicado ao produto, à taxa de câmbio e ao saldo da balança comercial: o caso do Brasil. *Tese de Mestrado*, CAEN – UFC, 2002.
- VAHID, F.; ENGLE, R. F. Common trends and common cycles. *Journal of Applied Econometrics*, V.8, p.341–360, 1993.
- WARNE, A. A common trends model: identification estimation and inference. *Seminar Paper N°555*, IIES, University of Stockolm, Sweden, 1993.

APÊNDICE: IDENTIFICAÇÃO E ESTIMAÇÃO DO MODELO DE TENDÊNCIAS COMUNS

Neste apêndice é apresentado de forma resumida o processo de identificação e estimação do modelo de Tendências Comuns seguindo a metodologia apresentada em Warne (1993).

Relacionamento entre o Modelo Estrutural e o Modelo na Forma Reduzida

Para determinar como estimar o modelo de Tendências Comuns, assume-se que o vetor de variáveis $\{x_t\}$ é gerado por um VAR irrestrito de ordem p

$$A(L)x_t = \rho + \varepsilon_t . \quad (\text{A.1})$$

O termo $\{\varepsilon_t\}$ é uma seqüência n -dimensional de distúrbios com $E[\varepsilon_t] = 0$ e $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma$, uma matriz positiva definida. O polinômio matricial de ordem $n \times n$, $A(\lambda) = I_n - \sum_{j=1}^p A_j \lambda^j$, onde λ denota uma raiz característica, satisfaz $\det[A(\lambda)] = 0$ se e somente se para toda raiz característica de $A(L)$ tiver $|\lambda| > 1$ ou $\lambda = 1$ para que o processo $\{x_t\}$ não seja explosivo. Além do mais, a única forma de não estacionaridade que é possível, é devida a existência de raízes unitárias.

Considerando (A.1) cointegrado com $d = 1$ e $b = 1$ (isto é, $x_t \sim CI(1,1)$) com posto cointegrante igual a r . Então, pelo Teorema da Representação de Granger (TRG)⁸,

$$(i) \text{posto}[A(1)] = r .$$

$$(ii) A(1) = \gamma \alpha' .$$

As matrizes γ e α são de dimensões $n \times r$ e as colunas de α são chamadas de vetores de cointegração. Sob a hipótese de cointegração segue-se pelo TRG que pode-se reescrever um modelo VAR como um modelo de correção de erros (VCE):

$$A^*(L)\Delta x_t = \rho - \gamma z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.2})$$

⁸ Para a definição formal e a prova do Teorema da Representação de Granger veja Engle e Granger (1987).

onde $\Delta = 1 - L$ é o operador de primeira diferença e o polinômio matricial $A^*(\lambda) = I_n - \sum_{i=1}^{p-1} A_i^* \lambda^i$ é relacionado a $A(\lambda)$ por $A_i^* = -\sum_{j=i+1}^p A_j$ para $i = 1, \dots, p-1$. O termo γz_{t-1} ($= \gamma \alpha' x_{t-1}$), representa a correção da mudança em x_t devido ao desvio do equilíbrio dos períodos passados, e a matriz γ é composta pelos coeficientes de ajustamento dessa correção. Desde que Δx_t é estacionário existe uma decomposição de Wold da forma

$$\Delta x_t = \delta + C(L)\varepsilon_t, \quad (\text{A.3})$$

onde $C(\lambda) = I_n + \sum_{j=1}^{\infty} C_j \lambda^j$, se $C(1) \neq 0$ segue-se que $\{x_t\}$ é não estacionário. Se $\{x_t\}$ é cointegrado de ordem (1,1), então $C(1)$ tem posto $n - r$ e $\alpha' C(1) = 0$ (Engle e Granger (1987)).

Pode-se decompor $C(\lambda)$ como

$$C(\lambda) = C(1) + (1 - \lambda)C^*(\lambda), \quad (\text{A.4})$$

onde $C^*(\lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i^* \lambda^i$ é absolutamente somável⁹ e $C_i^* = -\sum_{j=i+1}^{\infty} C_j$ para $i \geq 0$ (Stock (1987)). Substituindo recursivamente para x_{t-1}, \dots, x_1 , e fazendo $\varepsilon_s = 0$, para $s = 0$, a equação (A.4) em (A.3), obtém-se:

$$x_t = x_0 + C(1)\xi_t + C^*(L)\varepsilon_t, \quad (\text{A.5})$$

onde $\xi_t = \rho + \xi_{t-1} + \varepsilon_t$ e $\delta = C(1)\rho$.

O modelo de Tendências Comuns na sua forma reduzida (equação (A.5)) representa uma versão multivariada da representação tendência-ciclo de Beveridge e Nelson (Beveridge e Nelson (1981)). As séries de tempo do vetor x_t são representadas como um vetor de tendências (x_t^p) mais um vetor de resíduos estacionários (x_t^s), os quais o que em termos da equação (1) resulta em

$$x_t^s = x_0 + C^*(L)\varepsilon_t, \quad (\text{A.6})$$

$$x_t^p = C(1)[\xi_0 + \rho t + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j].$$

Do relacionamento do modelo de Tendências Comuns na forma estrutural com a forma reduzida encontra-se que a igualdade dos componentes de tendências da equação (5) com a equação (A.6) implica em

$$\Upsilon \varphi_t = C(1)\varepsilon_t, \quad \Upsilon \Upsilon' = C(1)\Sigma C(1)', \quad \Upsilon \mu = C(1)\rho. \quad (\text{A.7})$$

O VAR Restrito e a Identificação dos Choques Estruturais

Para estimar a matriz de coeficientes Υ , do modelo de Tendências Comuns em (2), fica clara a necessidade de informações sobre os parâmetros de $C(1)$ e Σ . Enquanto Σ pode ser estimada diretamente de (A.1) ou (A.2), para obter uma estimativa de $C(1)$ deve-se inverter a representação VCE (Stock e Watson (1988)), ou inverter o modelo VAR restrito (RVAR) (Campbell e Shiller (1988)) e (Warne (1993)). Segue-se aqui o processo de inversão do modelo RVAR para n variáveis. Ou seja,

$$B(L)y_t = \theta + \eta_t, \quad (\text{A.8})$$

onde $y_t = D_{\perp}(L)Mx_t$ ¹⁰ e $B(L) = M[A^*(L)M^{-1}D(L) + \gamma^*L]$ ¹¹. Das estimativas do sistema RVAR em (A.8), encontram-se as seguintes relações

⁹ Uma seqüência de números $\{\phi_j\}_{j=0}^{\infty}$ satisfazendo $\sum_{j=0}^{\infty} |\phi_j| < \infty$, é dita ser absolutamente somável.

$$C(1) = M^{-1}D(1)B(1)^{-1}M \quad (\text{A.9})$$

$$\Sigma = M^{-1}E[\eta_t \eta_t'](M')^{-1}$$

Para identificar os choques permanentes, φ_t , e transitórios, ψ_t , contidos no vetor de inovações estruturais, ν_t , utiliza-se uma matriz Γ para identificar os choques do modelo na forma estrutural em função das inovações do modelo na forma reduzida; isto é,

$$\nu_t = \begin{bmatrix} \varphi_t \\ \psi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_k \\ \Gamma_r \end{bmatrix} \varepsilon_t = \Gamma \varepsilon_t \quad (\text{A.10})$$

onde Γ_k e Γ_r identificam os choques permanente e transitório, respectivamente. Da expressão $Y\varphi_t = C(1)\varepsilon_t$ em (A.7), identifica-se o choque permanente como

$$\varphi_t = (Y'Y)^{-1}Y'C(1)\varepsilon_t = \Gamma_k \varepsilon_t. \quad (\text{A.11})$$

De acordo com Hjelm (2001), pode-se reescrever o choque permanente em (A.11) como

$$\varphi_t = (\gamma'_\perp \Sigma \gamma_\perp)^{-1/2} \gamma'_\perp \varepsilon_t. \quad (\text{A.12})$$

Além da restrição de cointegração, assume-se que os choques são não correlacionados. Usando (A.12), isto implica em: $E[\varphi_t \psi_t'] = (\gamma'_\perp \Sigma \gamma_\perp)^{-1/2} \gamma'_\perp \Sigma \Gamma_r' = 0$, onde $\Gamma_r = \gamma' \Sigma^{-1}$. Utilizando esta definição para Γ_r , verifica-se que a variância do choque transitório é dada por $E[\Gamma_r \varepsilon_t \varepsilon_t' \Gamma_r'] = \gamma' \Sigma^{-1} \gamma$, a qual é diferente da unidade. Para permitir a unicidade da variância multiplica-se Γ_r por $\sqrt{\gamma' \Sigma^{-1} \gamma}$, de modo que o choque transitório será dado por

$$\psi_t = \left(\sqrt{\gamma' \Sigma^{-1} \gamma} \right) \gamma' \Sigma^{-1} \varepsilon_t. \quad (\text{A.13})$$

¹⁰ $D_\perp(L) = \begin{bmatrix} (1-L)I_k & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} S'_k & \alpha \end{bmatrix}$ e $S'_k = \begin{bmatrix} I_k & 0 \end{bmatrix}$. Onde k é o número de tendência comuns existentes nas n variáveis do sistema e r é o número de relações cointegrantes.

¹¹ $B(0) = I_n$ $D(L) = \begin{bmatrix} I_k & 0 \\ 0 & (1-L)I_r \end{bmatrix}$, e $\gamma^* = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \end{bmatrix}$ uma matriz de ordem $n \times n$.