Tijdschrift voor Economie en Management
Vol. XXXVII, 4, 1992

Veilingen waarbij iedereen betaalt en toch iets wint.

door J. BOUCKAERT*, H. DEGRYSE* en C.G. DE VRIES**

Over Rechters en Ambtlieden.

Ook zult gij geen geschenk nemen: want het geschenk verblindt de ogen der wijzen, en verdraait de woorden der rechtvaardigen.
(Deuteronomium 1:17).

Velen smeken het aangezicht van de prins;
en een ieder is een vriend voor hem, die giften geeft.
(Spreuken 19:7).

I. INLEIDING

België kent een hoog aantal politieke benoemingen in het ambtelijk apparaat en de staatsbedrijven. Deze politieke patronage biedt politici de mogelijkheid om kiezers aan zich te binden. Door dit "dienstbetoon" verplichten kiezers zich aan een politicus, en anderzijds dwingt het principe van openlijke uitsluiting (Rasmusen, e.a. (1991)) de politicus wel om gunsten uit te delen, daar de anderen het ook doen. Hoe gaat dit mechanisme van wederzijdse binding in zijn werk? Vooraleer een politieke benoeming plaats vindt, leveren de druk-

* Centrum voor Economische Studiën, K.U.Leuven.
** Erasmus Universiteit Rotterdam en Centrum voor Economische Studiën, K.U.Leuven.
De auteurs zijn dank verschuldigd aan een anonieme referent en de hoofdredacteur voor hun suggesties en danken Koen Straetmans voor zijn medewerking bij het verzamelen en het verwerken van de gegevens. De derde auteur heeft geprofiteerd van de jarenlange samenwerking met Michael Baye en Dan Kovenock op het gebied van het veilingonderzoek. Dit onderzoek werd gesteund door een politieke gunst van de Belgische overheid in het kader van het IUAP 26 project.

kingsgroepen (vakbonden, ondernemersverbonden, milieugroepen) of individuele belanghebbenden een bijdrage die de positie van politicus versterkt.

Dit gebeurt bijvoorbeeld door middel van een bijdrage aan het verkiezingsfonds, het schenken van een commissariaat, of door medewerking te verlenen aan het kabinet van een minister. Een mooi voorbeeld vormen de notarisbenoemingen die tegenwoordig zijn gepolitiseerd. Kandidaat notarissen werden in de afgelopen verkiezingen opgemerkt als ijverige medewerkers aan verkiezingscampagnes.

Op een gegeven moment beloont de politicus deze ondersteuning door het toekennen van een politieke gunst. Dit kan variëren van een opdracht voor een bedrijf, een gunstig belastingregime of subsidieregeling voor een bepaalde groepering, dan wel een politieke benoeming bij één van de vele staatsbedrijven of ambten zoals het notariaat. Voor iedere politieke gunst of benoeming zijn er meestal wel meerdere kandidaten. Dit zorgt voor concurrentie tussen de kandidaten die om het hardst trachten hun politicus tevreden te stellen. In feite loont het voor kandidaat notarissen meer om een politicus te masseren, dan om zich in het notariaat te bekwamen. Dit leidt tot verspilling en een suboptimale aanwending van de produktiemiddelen (zie bijvoorbeeld Tullock (1980) of Bhagwati (1982)). Schattingen van deze kosten zijn onder meer te vinden in Krueger (1974) en Laband en Sophocleus (1992). Evident is tevens dat op deze wijze niet noodzakelijk de meest competente kandidaten worden benoemd. Uiteindelijk zal de politicus de positie toekennen aan degenen die de beste ondersteuning c.q. de meeste inspanning leverden.

In dit artikel willen we deze enigszins heimelijke markt voor politieke gunsten nader onderzoeken aan de hand van een nogal ongewone veiling waarbij iedereen zijn bod betaalt, maar alleen de winnaar de prijs in de wacht sleept. Hoe kan een veiling nu van pas komen bij de analyse van de politiek ? Om dit duidelijk te maken veronderstellen we eerst dat de politieke gunsten in het openbaar verhandeld kunnen worden op een markt, net als andere zaken zoals auto's, eieren en antiek. Hoe zou een dergelijke politieke markt in zijn werk gaan ? Het zal duidelijk zijn dat indien de politicus inderdaad openlijk politieke gunsten zou kunnen verkopen, een simpele veiling zoals gebruikelijk is in de markt van antiek, volstaat. Door opbod verkrijgt de meest biedende de gewenste benoeming. In vroeger tijden werden op deze wijze inderdaad wel bepaalde ambten toegekend (Coppens (1990)), die de verkoop van ambten in de Zuidelijke Nederlanden bespreekt. Heden ten dage laat het huidig rechtssysteem deze openlijke marktvorming niet toe. Maar zoals het vaak gaat in de economie, neem bijvoorbeeld het ontstaan van zwarte markten, heeft men hier iets op gevonden. Dit is de geheel legale institutie van het lobbyen. Lobbyisten kunnen de politicus niet direct betalen, vanwege ons rechtssysteem, maar doen dit op indirecte wijze door ondersteuning van de politicus (zie boven). Bovendien moeten deze "impliciete" betalingen vooraf plaats hebben en worden de inzetten van de verliezers niet gerestitueerd. Bij restitutie zou het direct duidelijk zijn dat de politicus een gunst heeft "verkocht" aan de meest biedende, hetgeen deontologisch niet is toegelaten. Deze gang van zaken komt formeel overeen met het houden van een veiling waarbij iedereen zijn bod in gesloten omslag stopt, de hoogste bieder het onderwerp van veiling verkrijgt, en iedereen zijn bod verliest.

Nu zou men zich kunnen afvragen hoe relevant deze typische veiling is. Want voor zover bekend wordt deze veiling niet gebruikt voor het veilen van goederen. Naast de politieke markt zijn er echter nog een aantal impliciete toepassingen van deze veiling. Een ietwat vrolijker stemmend voorbeeld is misschien de huwelijksmarkt. Het is bekend dat de collegebank niet alleen dient waar zij voor staat, maar tevens functioneert als huwelijksbank. Stel U voor dat twee studenten dingen naar de hand van een zeer knappe licentiate. Onze studentin zou op haar beurt graag de intelligentste van de twee jongelingen trouwen, maar hoe komt zij erachter wie dat is ? Hiertoe besluit zij haar hand te geven aan de student die de hoogste onderscheiding behaalt bij de komende licentiaatsexamens. Bovendien stipuleert onze slimme licentiate het lot te laten beslissen indien beiden eindigen met dezelfde punten. Na enig gemor en beroep op hun mannelijke eer nemen de beide studenten dit geestelijk duel aan, en werpen zich op de studie. Tijdens het zwoegen over de boeken vragen de beide kandidaten zich af hoeveel moeite ze in deze strijd moeten steken. Beiden weten van elkaar dat ze even knap zijn en dus bij dezelfde inzet evenveel zullen scoren. Ook zijn de twee heren van nature lui, en het komt er dus alleen op aan om net iets meer te doen dan de ander. Behalve als de tegenstander zijn maximale capaciteit inzet, want dan kan men ten beste op gelijke hoogte eindigen en mist één van beide het huwelijksbootje. Dus in het geval dat de ander zich kapot werkt, is het best om zelf te slabakken. Hoe tussen deze klippen te laveren ? In de volgende paragraaf zullen we afleiden welke strategieën de beide studenten open staan. Ook tonen we aan dat onze studentin nagenoeg precies krijgt wat zij waard is. De analogie met de veiling onder gesloten omslag waarbij iedereen betaalt is gemakkelijk in te zien. Beide studenten weten niet van elkaar hoeveel de ander studeert, en beiden betalen hun inzet. Omdat de studentin nagenoeg precies evenveel verwacht te verkrijgen als wat zij in de ogen van haar medestudenten waard is, is het door haar gekozen veilingsmechanisme efficiënt. Misschien dat dit verklaart waarom tegenwoordig deze vorm van huwelijksmarkt wordt geprefereerd boven het archaïsch mechanisme van uithuwelijken door de ouders[1].

Wat ieders definitie van knapheid ook moge zijn, het speelt in ieder geval een belangrijke rol in de markt voor onderzoeksstipendia, academische prijzen en patent races. Bekijken we bijvoorbeeld de manier waarop onderzoeksgelden worden gealloceerd door middel van de Inter-Universitaire Attractie Polen (kortweg IUAP). Om deze onderzoeksgelden binnen te rijven dienen onderzoekers van verschillende universiteiten op een zelfde domein een uitgebreid onderzoeksvoorstel in te dienen. Dit vergt de nodige coördinatie, overleg en voorbereidend onderzoek tussen de onderzoekers om tot een origineel voorstel te komen. Een dergelijk voorstel wordt dan door een commissie van wijzen afgewogen tegen de voorstellen die door andere concurrerende onderzoeksgroepen zijn ingediend. Veel onderzoekers hebben een broertje dood aan het indienen van deftige voorstellen, daar er nodeloos veel tijd heengaat met administratieve rompslomp. Bovendien is het ook nog eens zo dat indien het voorstel wordt aanvaard men niet altijd uitvoert wat staat beschreven, maar het onderzoek een andere wending neemt. Het zal duidelijk zijn dat iedere groep die een voorstel indient dus de nodige kosten maakt (in termen van verloren onderzoekstijd), en dat maar enkelen voor hun moeite worden beloond. Een dergelijke situatie is ook gekend in de architecten wereld. Vaak worden er voor architecten prijsvragen uitgeschreven waarbij men een ontwerpvoorstel kan indienen. Dat behelst het bedenken van een origineel ontwerp, het vervaardigen van voorlopige bouwtekeningen met de bijbehorende berekeningen, en het vervaardigen van een maquette. Uiteindelijk wordt één van de ontwerpen verkozen, en hebben alle architecten, winnaar of niet, flinke kosten gemaakt ten behoeve van hun ontwerp (soms wordt aan iedere deelnemer van de prijsvraag een schamele vergoeding betaald). Een laatste voorbeeld betreft de R&D die door bedrijven gedaan wordt om een patent te verkrijgen. Indien meerdere bedrijven in de slag zijn voor een bepaalde vinding, dan kan slechts één bedrijf succesvol zijn.

Het eerste bedrijf dat de vinding doet verkrijgt het patent, terwijl alle bedrijven de kosten van hun onderzoek dragen. Deze races in slimheid en orginaliteit hebben weer veel weg van de reeds genoemde veiling waarbij de hoogste bieder de prijs wint, maar iedereen, de verliezers incluis, zijn bod betaalt.

De winnaar behoeft niet noodzakelijkerwijs de hoogste bieder te zijn, maar kan ook de laagste bieder betreffen zoals het volgende voorbeeld uit de marketing literatuur duidelijk maakt. Stel U voor een tweetal concurrenten op de transatlantische luchtvaartroutes, bijvoorbeeld KLM en Sabena. Bij het bespreken van een vliegtuigkaartje zullen een aantal passagiers de voorkeur geven aan zeg hun "nationale" trots en altijd voor KLM of Sabena kiezen. Maar er zijn ook een aantal Europeanen die hier niets om geven en louter op de prijs afgaan. KLM en Sabena kunnen elkaar deze zwevers afsnoepen door een korting respectievelijk afslag te geven. De vliegmaatschappij met de laagste prijs vult meer stoelen omdat de prijsbewuste klanten voor deze maatschappij kiezen. De extra vraag is de beloning voor de lage ticketprijs, maar vormt natuurlijk tevens een kost omdat de nationalisten ook van deze lage prijs profiteren (en bereid zijn meer te betalen). In Baye, Kovenock en De Vries (1992) wordt de relatie tussen de veiling waarbij iedereen betaalt, en dit koopjes voorbeeld nader uitgewerkt.

In de volgende paragraaf analyseren we de veiling, waarvan het politieke en economische belang nu hopelijk duidelijk is, in detail voor het geval waarbij er twee concurrenten zijn en men veelvouden van de kleinste geldeenheid (zeg franken) kan bieden. We zullen aantonen dat rationele spelers in gemiddelde termen iets verdienen door deelname aan dit soort veiling, vandaar de titel van dit stuk. Voor de analyse van het oneindige spel (continue strategieruimte) verwijzen we naar het artikel van Baye, Kovenock en De Vries (1990); in dit geval speelt iedereen gemiddeld quitte. De technisch niet geïnteresseerde of geschoolde lezer kan deze sectie overslaan en direct verder gaan met sectie III waar een kort resumé van sectie II wordt gegeven.

II. ANALYSE

De structuur van de veiling is als volgt. De beide spelers 1 en 2 doen een bod, respectievelijk x en y, om de prijs Q te verkrijgen. (Indien er onzekerheid over de hoogte van de prijs Q bestaat zou gewerkt kunnen worden met de verwachte waarde EQ.) Laat de kleinste monetaire eenheid 1 zijn zodat de (eindige) strategie ruimte voor beide spelers een deelverzameling van $\mathbb{N}$ is, en $Q \varepsilon \mathbb{N}^+$. In plaats van de ruimte $\mathbb{N}$ te gebruiken zou de gehele analyse ook in het eenheidsinterval plaats kunnen hebben indien $1/Q$ als kleinste monetaire eenheid wordt gebruikt. Door $Q \rightarrow \infty$ te drijven verkrijgt men dan het analogon van het discrete spel in de continue (oneindige) strategieruimte. Dit laatste is uitvoerig geanalyseerd door Baye, Kovenock en De Vries (1990), en zij laten zien dat er in het twee spelersgeval een uniek en symmetrisch evenwicht bestaat. Tevens wordt aangetoond dat in het geval van meer dan twee spelers er een continuum van evenwichten bestaat. We zullen nu laten zien dat in het discrete geval voor twee spelers er zelfs meerdere evenwichten bestaan, maar ook dat alle symmetrische evenwichtsoplossingen convergeren naar de unieke oplossing als $Q \rightarrow \infty$. Beide spelers doen hun bod zonder het bod van de ander te kennen. Conditioneel op een specifiek bod y van agent 2 is de opbrengst $U_1(x \mid y)$ van een bod x voor agent 1:

$$(1)\ U_1\ (x \mid y) \ = \begin{cases} Q & -\ x \text{ als } x > y \\ \frac{Q}{2} & -\ x \text{ als } x = y, \\ & -\ x \text{ als } x < y \end{cases}$$

en vice versa voor agent 2. We nemen aan dat indien beide agenten hetzelfde bod afgeven, dat de prijs wordt gedeeld of verloot.

Laat p_x de kans zijn dat speler 1 het bod x kiest, terwijl q_y de kans is dat speler 2 y biedt. Er van uitgaande dat de spelers risico neutraal zijn, is de te verwachten opbrengst van een bepaalde bieding x voor speler 1

$$(2)\ EU(x) \ = \ Q \sum_{y=0}^{x-1} q_y \ + \ \frac{Q}{2}\, q_{y=x} \ - \ x.$$

Voor de vraag of er überhaupt Nash evenwichten bestaan voor deze veiling, kunnen we gebruik maken van de volgende stellingen.

Stelling 1 (Nash (1951)). Elk eindig spel heeft een oplossing in gemengde strategieën (mogelijkerwijs puur). □

Stelling 2 (Dasgupta en Maskin (1986)). Elke eindig symmetrisch spel heeft een symmetrische oplossing. □

We kunnen er dus van uitgaan dat een Nash evenwicht voor onze veiling bestaat en dat er tenminste één symmetrische oplossing moet zijn. Er kunnen echter meerdere, mogelijk asymmetrische oplossingen bestaan. Om de evenwichten te karakteriseren is het handig om de volgende stelling te gebruiken. Laat v en w de verwachte opbrengst EU(.) in evenwicht zijn voor respectievelijk spelers 1 en 2.

Stelling 3. (i) $EU(x) \leq v$, (ii) $EU(x) = v$ indien $p_x > 0$, terwijl (iii) $p_x = 0$ als $EU(x) < v$. □

Een bewijs van deze stelling is te vinden in Vorob'ev (1977, Hfdst 3).

Om de veiling nader te karakteriseren is het nuttig om vergelijking (2) voor de verschillende mogelijke waarden van x in matrix vorm te schrijven. Het zal direct duidelijk zijn dat niemand meer dan Q biedt, maar ook Q zelf wordt in een symmetrisch evenwicht nooit geboden daar $EU(Q) \leq 0$ en $EU(Q) < 0$ indien $p_Q = q_Q > 0$. Gebruik makend van resultaat (i) uit de derde stelling verkrijgen we de volgende matrix ongelijkheid voor speler 1[2]:

$$(3) \quad \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 & 0 & & 0 \\ 1 & 1 & 1/2 & 0 & & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1/2 & & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_{Q-1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \frac{v}{Q} \\ \frac{v+1}{Q} \\ \frac{v+2}{Q} \\ \frac{v+3}{Q} \\ \vdots \\ \frac{v+Q-1}{Q} \end{bmatrix}$$

Bovendien moet gelden dat $\sum_{y=0}^{Q-1} q_y = 1$, en $q_y \geq 0$. Een zelfde vergelijking geldt voor speler 2. Er is sprake van een Nash evenwicht indien de strategieën van beide spelers voldoen aan de (zwakke) eis dat gegeven de strategie van de één, de ander geen prikkel heeft om zijn strategie te wijzigen. Aan deze eis is voldaan indien de (zwakke) matrixongelijkheid (3) geldt en tevens de restricties op de kansen niet wordt geschonden. Het is nu dus gemakkelijk om aan de hand van (3) te verifiëren of we te maken hebben met een Nash evenwicht.

We beschouwen nu een drietal speciale gevallen: $Q = 1$, $Q = 2$ en $Q = 3$.

(1) Q = 1

Beide spelers hebben een unieke (pure) strategie: ze bieden beiden nul. Bijgevolg verkrijgen we dat $v = w = \frac{1}{2}$.

(2) Q = 2

Verschillende evenwichten in pure strategieën zijn mogelijk: (i) beide spelers bieden 0 en $v = w = 1$; (ii) speler één biedt 0 en de andere biedt 1 waarbij $v = 0$ en $w = 1$ en vice versa; (iii) beide spelers bieden 1 en $v = w = 0$. Naast deze oplossingen in zuiver pure strategieën bestaan er ook nog oplossingen in gemengde strategieën waarbij de spelers hun pure strategieën op toevallige wijze kiezen.

(3) Q = 3

Het unieke symmetrische evenwicht wordt gekarakteriseerd door $(p_0, p_1, p_2) = (q_0, q_1, q_2) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ en $v = w = \frac{1}{2}$.

Vanwege de blok diagonaal structuur van de matrix in (3) is het voor het geval ($Q > 2$) waarbij alle $q_y > 0$ en $p_x > 0$ gemakkelijk om één van de symmetrische evenwichten te bepalen. Het is direct in te zien dat de gemengde strategie voor alle $x, y \in \{0, 1, ..., Q\text{-}1\}$, $p_x = q_y = 1/Q$ een evenwicht is. Daar voor alle x, y geldt dat $p_x = q_y = 1/Q$ is voldaan aan de eisen $\Sigma p_x = \Sigma q_y = 1$ en $p_x \geq 0$, $q_y \geq 0$. Omdat in dit geval alle kansen positief zijn, volgt uit stelling 3 dat de matrixongelijkheid (3) nu een gelijkheid is. Aan de matrixgelijkheid is dan voldaan indien $v = w = 1/2$. Dit is gemakkelijk na te gaan doordat het systeem blokdiagonaal is. De gemengde strategieën $p_x = q_y = 1/Q$ zijn dus Nash evenwichtsstrategieën. In sectie 3 wordt kort toegelicht waarom voor $Q > 2$ een vaste (pure) strategie geen evenwichtsstrategie kan zijn[3].

Er bestaan echter nog andere symmetrische oplossingen indien Q even is. Twee voorbeelden zijn: $p_0 = q_0 = p_2 = q_2 = ... = 2/Q$, $p_1 = q_1 = p_3 = q_3 = ... = 0$, en $v = w = 1$; en $p_0 = q_0 = p_2 = q_2 = ... = 0$, $p_1 = q_1 = p_3 = q_3 = ... = 2/Q$, en $v = w = 0$. We zullen nu trachten alle symmetrische evenwichten te karakteriseren. We concentreren ons op de symmetrische oplossingen. Deze impliceren dat beide spelers dezelfde evenwichtsstrategie verkiezen. Aangezien de twee spelers identiek zijn lijken symmetrische oplossingen zinvol[4]. Allereerst karakteriseren we de evenwichten aan de hand van de te verwachten opbrengsten v en w. We tonen aan dat maximaal de kleinste monetaire eenheid valt te verdienen.

Bewering 1. Voor elk symmetrisch Nash evenwicht en $Q > 2$ geldt $0 \leq v = w \leq 1$.

Bewijs. Stel eerst dat $p_0 = q_0 > 0$. Dan impliceren stelling 3 en equatie

(3) dat $q_0 = 2v/Q$. Bovendien weten we via (3) dat $q_0 + \frac{1}{2} q_1 \leq \frac{v+1}{Q}$.
Tezamen betekent dit dat

$$0 \leq q_1 \leq 2 \frac{1-v}{Q},$$

zodat $v \leq 1$. Bovendien impliceert $\frac{2v}{Q} = q_0 \geq 0$, dat $v \geq 0$.

Indien $p_0 = q_0 = 0$, laat dan $t = x = y$ het kleinste positieve bod zijn waarvoor geldt dat $p_t = q_t > 0$. Stelling 3 impliceert dan weer dat $q_t = 2(v+t)/Q$. En voor het bod $t+1$ geldt dan dat $q_t + \frac{1}{2} q_{t+1} \leq (v+t+1)/Q$. Substitutie geeft dan

$$0 \leq q_{t+1} \leq \frac{2}{Q} (1-v-t).$$

Vermits men altijd $v \geq 0$ kan realiseren door nul te bieden volgt noodzakelijkerwijs dat $t = 1$ en $v = 0$. □

Dit resultaat verklaart de titel van ons stuk : alhoewel iedere speler zijn inzet betaalt mag hij toch verwachten een kleine doch positieve winst te genereren door deelname aan de veiling. De verwachte winst is positief en maximaal gelijk aan de kleinste monetaire eenheid, een grotere winst wordt direct weggeconcurreerd (terwijl de kleinste monetaire eenheid het onmogelijk maakt om kleinere winst weg te concurreren). Bijgevolg is dit een veiling waarbij iedereen betaalt en toch iets wint.

Met behulp van deze bewering kunnen we nu iets zeggen over de (Pareto) efficiëntie van het gebruikte veilingsmechanisme. Het is gemakkelijk in te zien via vergelijking (2) dat

$$2v = Q \sum_{x=0}^{Q-1} p_x \sum_{y=0}^{Q-1} q_y - \sum_{x=0}^{Q-1} p_x x - \sum_{y=0}^{Q-1} q_y y.$$

Definieer de gemiddelde biedingen als

$\bar{x} = \Sigma p_x x$ en $\bar{y} = \Sigma p_y y$. Omdat $\Sigma p_x = \Sigma q_y = 1$, vinden we dat

(4) $\bar{x} + \bar{y} = Q - 2v$.

Bijgevolg is

$$\frac{\bar{x}+\bar{y}}{Q} = 1 - \frac{v+w}{Q} \geq \frac{Q-2}{Q}; \qquad \frac{\bar{x}+\bar{y}}{Q}$$

waarbij de ongelijkheid volgt uit bewering 1. De verhouding $\frac{\bar{x}+\bar{y}}{Q}$ wordt de dissipatiegraad genoemd. Zij geeft aan hoeveel de gemiddelde inzet bedraagt als percentage van de opbrengst. Een dissipatiegraad gelijk aan 1 impliceert dat de som van de verwachte biedingen gelijk is aan de waarde van de geveilde prijs. Hier is de verhouding kleiner dan 1 zodat de verkoper iets minder ontvangt van de spelers dan hij uitreikt. Voor grote Q, echter, is de som van de verwachte biedingen nagenoeg gelijk aan de uit te betalen prijs. Naar het voorbeeld van de studentin toe zien we dat zij inderdaad nagenoeg precies krijgt wat ze waard is.

We kunnen nog wat meer in detail treden wat betreft de karakterisering van de symmetrische evenwichten.

Bewering 2. De verzameling van symmetrische evenwichten voor $Q > 2$ wordt uitputtend beschreven door

(5) $p_0 = p_2 = \ldots = \frac{2v}{Q}$,

(6) $p_1 = p_3 = \ldots = \frac{2(1-v)}{Q}$,

(7) $p_i = q_i$, $i = 0, 1, \ldots, Q-1$

en

(8) $0 \leq v \leq 1$.

Het bewijs van bewering 2 zal als volgt verlopen. Via een hulpstelling zal eerst aangetoond worden dat indien alle biedingen strikt positieve massa hebben, we de evenwichten van Bewering 2 terugvinden met $0 < v < 1$. Vervolgens tonen we aan dat voor $v = 0$ en $v = 1$ de vergelijkingen (5) en (6) wederom de evenwichten beschrijven. Tenslotte tonen we aan dat als van (5) en (6) wordt afgeweken, er een contradictie optreedt. Bijgevolg levert bewering 2 een uitputtende beschrijving op van de symmetrische evenwichten.

Hulpstelling. Als $p_i > 0$ voor alle i en $Q > 2$, dan zien de symmetrische evenwichten er als volgt uit:

$p_0 = p_2 = \ldots = \frac{2v}{Q}$,

$p_1 = p_3 = \ldots = \frac{2(1-v)}{Q}$

$p_i = q_i$, $i = 0, 1, \ldots, Q-1$

en

$0 < v < 1$.

Bewijs hulpstelling. Als $p_i > 0$ voor alle i dan impliceert stelling 3 $EU(x) = v$ voor alle x. Bijgevolg gaat (3) met gelijkheid op. De determinant van de benedendriehoeksmatrix in (3) is dan gelijk aan $(\frac{1}{2})^Q > 0$. Bijgevolg, gegeven v, weerspiegelt (3) een stelsel van Q vergelijkingen in Q onbekenden, namelijk $q_0, \ldots, q_{Q-1}$ zodat de oplossing van $q_0, \ldots, q_{Q-1}$ als functie van v uniek is. De oplossing is eenvoudig te bepalen door het stelsel van boven naar beneden recursief op te lossen. Dit levert bovenstaande vergelijkingen op. □

Via bewering 1 en de veronderstelling dat $p_i > 0$ voor alle i vinden we bovendien dat $0 < v < 1$.

Bewijs bewering 2. De ongelijkheid (8) werd afgeleid in Bewering 1. Uit de hulpstelling weten we dat als p_i, $q_i > 0$ voor alle i, de verzameling van symmetrische evenwichten voor $0 < v < 1$ er uit ziet zoals weergegeven in (5) en (6). Analyseren we nu de gevallen $v = 0$ en $v = 1$. Stel dat (3) met gelijkheid opgaat. Door (3) van boven naar beneden op te lossen bekomen we vergelijkingen (5) en (6) voor respectievelijk $v = 0$ en $v = 1$. Samen met de evenwichten uit de hulpstelling levert dit alle evenwichten op zoals weergegeven in Bewering 2. Om Bewering 2 te bewijzen volstaat het aan te tonen dat geen andere symmetrische evenwichten kunnen bestaan. Dit bewijzen we door aan te tonen dat als van de gelijkheden (5) en (6) wordt afgeweken er een contradictie optreedt.

Laat $(p_0,\ldots,p_{i-1};p_i,\ldots,p_{Q-1})$ een willekeurige partitie zijn van de p-vector. Stel dat alle $p_0,\ldots,p_{i-1}$ voldoen aan (5) en (6) terwijl p_i niet voldoet aan (5) of (6). We zullen dan aantonen dat p_i niet van (5) of (6) kan afwijken zonder contradictie. Aangezien dit voor iedere partitie geldt volgt dat de enige symmetrische evenwichten deze zijn die in bewering 2 worden weergegeven. Deze stap wordt opgesplitst in twee delen, namelijk deel a) voor i even en deel b) voor i oneven. Het bewijs voor i oneven is volledig analoog met i even en is terug te vinden in de appendix.

Het bewijs voor i even verloopt als volgt: we nemen een partitie $(p_0,\ldots,p_{i-1};p_i,\ldots,p_{Q-1})$ van de p-vector waarbij alle $p_0,\ldots,p_{i-1}$ voldoen aan (5) en (6) en p_i niet voldoet aan (5). Telkens als p_i niet voldoet aan (5) hebben we een contradictie met ofwel de niet-negativiteitsrestrictie van de kansen ofwel de optelvoorwaarde van de kansen.

a) i even.

Op regel $i+1$ van (3) hebben we dan[5]
$\binom{i}{2}\frac{2v}{Q} + \binom{i}{2}\frac{2(1-v)}{Q} + \frac{1}{2}q_i \leq \frac{v+i}{Q}$ ofwel $q_i \leq \frac{2v}{Q}$.

Stel $q_i \neq \frac{2v}{Q}$ dan $q_i = 0$ via stelling 3. Merk op dat als $v = 0$ dan $q_i = 0$, zodat dit geen partitie vormt waarbij q_i niet voldoet aan (5). Bijgevolg kan $v = 0$ nooit aanleiding geven tot een partitie waarbij q_i niet voldoet aan (5). Stel verder dat tot op regel $i+j$ (met $i+j$

$\leq Q-2$, daar we twee regels nodig hebben vooraleer we op een contradictie stuiten) alle $q_z = 0$ met $z \varepsilon \{i,\ldots, i+j-1\}$ en $j \varepsilon \{1,\ldots, Q-2-i\}$.

Dan vinden we voor regel $i+j+1$ van (3)

$(\frac{i}{2}) \frac{2v}{Q} + (\frac{i}{2}) \frac{2(1-v)}{Q} + \frac{1}{2} q_{i+j} \leq \frac{v+i+j}{Q}$ ofwel $q_{i+j} \leq \frac{2(v+j)}{Q}$.

Stel dat $q_{i+j} \neq 0$, dan $q_{i+j} = \frac{2(v+j)}{Q}$. Maar dan geeft regel $i+j+2$ van (3)

$(\frac{i}{2}) \frac{2v}{Q} + (\frac{i}{2}) \frac{2(1-v)}{Q} + \frac{2(v+j)}{Q} + \frac{1}{2} q_{i+j+1} \leq \frac{v+i+j+1}{Q}$,

zodat $q_{i+j+1} \leq \frac{2(1-j-v)}{Q} \leq 0$ daar $0 \leq v \leq 1$ en $j \geq 1$.

Bijgevolg volgt uit $q_i \neq \frac{2v}{Q}$ en $q_{i+j} \neq 0$ dat $q_{i+j+1} \leq 0$, wat een contradictie vormt met $q_{i+j+1} > 0$. Dit geldt voor alle partities met uitzondering van de partities waarbij $i+j \geq Q-1$.

De enige mogelijkheid die dus nog overblijft is dat alle $q_z = 0$, met $z \geq i$, behalve q_{Q-1} daar anders niet meer voldaan kan worden aan de voorwaarde dat de kansen optellen tot 1. Doch uit (3) hebben we voor q_{Q-1}:

$(\frac{i}{2}) \frac{2v}{Q} + (\frac{i}{2}) \frac{2(1-v)}{Q} + \frac{1}{2} q_{Q-1} \leq \frac{v+Q-1}{Q}$ ofwel $q_{Q-1} \leq 2 \frac{(v+Q-1-i)}{Q}$.

Als $q_{Q-1} \neq 0$ dan $q_{Q-1} = 2 \frac{(v+Q-1-i)}{Q}$, maar dan voldoet de som van de kansen niet aan de optelvoorwaarde daar

$(\frac{i}{2}) \frac{2v}{Q} + (\frac{i}{2}) \frac{2(1-v)}{Q} + \frac{2(v+Q-1-i)}{Q} = \frac{2v+2Q-2-i}{Q} > 1$, vanwege het feit dat $v \geq 0$, $i \leq Q-1$ en $Q > 2$.

b) i oneven.

Op aanvraag te verkrijgen bij de auteurs. □

Bewering 4. Als Q *even* is wordt de klasse van symmetrische evenwichten uitputtend beschreven door de vergelijkingen in bewering 3, met $\frac{1}{2}$ als waarde voor v elk element in [0,1]. Is Q *oneven,* dan is $v = \frac{1}{2}$. Het bijbehorende uniek symmetrisch evenwicht ziet er als volgt uit:

$p_0 = p_1 = p_2 = \ldots = \frac{1}{Q}$,
$p_i = q_i$, $i = 0,1,\ldots,Q-1$.

Bewijs. Uit Bewering 2 weten we dat de klasse van symmetrische evenwichten er als volgt uit ziet:

$p_0 = p_2 = \ldots = \frac{2v}{Q}$,

$p_1 = p_3 = \ldots = \frac{2(1-v)}{Q}$

en

$p_i = q_i$, $i = 0,1,\ldots,Q-1$.

Daarenboven moet de som van de kansen voldoen aan de optelvoorwaarde. Aan deze optelvoorwaarde is voldaan voor Q *oneven* dan en slechts dan als

$(\frac{Q+1}{2})\frac{2v}{Q} + (\frac{Q-1}{2})\frac{2(1-v)}{Q} = 1$ zodat $v = \frac{1}{2}$ en $p_0 = p_1 = ... = \frac{1}{Q}$.

Vanwege symmetrie geldt hetzelfde voor de q_i.

Als Q *even* is impliceert de optelvoorwaarde voor de kansen dat $(\frac{Q}{2})(\frac{2v}{Q}) + (\frac{Q}{2})\frac{2(1-v)}{Q} = 1$. Deze optelvoorwaarde is onafhankelijk van v, zodat er voor elke $v \in [0,1]$ een symmetrisch evenwicht bestaat. □

Aan de hand van de vergelijkingen (5) en (6) valt nu ook eenvoudig in te zien dat er voor het spel in continue strategieruimte een uniek symmetrisch evenwicht bestaat. Laat daartoe voor gegeven v en Q, de kleinste monetaire eenheid, zeg Q/T, steeds kleiner worden door T te vergroten. Hierdoor krijgen uiteindelijk oneindig veel punten, die dicht liggen in het interval [0,Q], een positieve kansmassa. Bovendien wordt het verschil $\sum_{i=0}^{n} p_i - n/T$ voor iedere $n \leq T$ uniform kleiner. Hieruit volgt dat de discrete verdelingsfuncties convergeren naar de continue uniforme verdeling.

III. EXPERIMENTEN

De voorgaande technische analyse kunnen we als volgt samenvatten. Laat de kleinste monetaire eenheid één zijn, zodat de mogelijke biedingen noodzakelijkerwijs een geheel getal 0, 1, 2,..., $Q-1$ zijn. Voor $Q > 2$ bestaat er altijd een symmetrisch evenwicht (noodzakelijkerwijs) in gemengde strategieën zodanig dat alle mogelijke biedingen die kleiner zijn dan Q met gelijke kans, dus 1/Q, gespeeld worden. De reden dat een vaste (pure) strategie niet kan werken is gemakkelijk in te zien. Stel dat één van de spelers de vaste strategie Y, met $0 < Y < Q$, heeft. De andere speler kan deze strategie dan makkelijk uitbuiten door $Y+1$ te bieden, waardoor hij het bedrag $Q-Y-1$ wint terwijl de ander Y verliest. Door nu een bepaald bod maar met een zekere kans (zeg 1/Q) af te geven, wordt het onmogelijk voor de tegenspeler om dit gedrag uit te buiten (hetgeen neerkomt op de definitie van een Nash evenwicht).

We zullen in deze sectie aan de hand van een aantal experimentele veilingen die onder studenten van de K.U.Leuven zijn gehouden, na-gaan hoe relevant de geboden theoretische oplossingen zijn. Er werden drie experimenten uitgevoerd, waarbij telkens geboden werd voor een andere prijs. De proefpersonen, twintig in aantal, waren allen studenten eerste licentie in de economische wetenschappen. Bij elk experiment werden ze op toevallige wijze in groepen van twee verdeeld. Enkel de veilingmeester weet wie tegen wie speelt. Elk experiment omvat vier veilingen per proefpersoon waarbij zijn tegenspeler telkens verandert.

De bovenstaande theorie is opgezet er van uitgaande dat de spelers risiconeutraal zijn. Omdat uiteraard niet bekend is of proefpersonen hieraan voldoen hebben we hiervoor gecontroleerd door gebruik te maken van het schema van Roth en Malouf (1979). In het eerste en derde experiment is niet gespeeld met geld, maar met punten. Iedere speler begon met een aantal basispunten die hij of zij kon gebruiken om mee te bieden. De prijs van de veiling was ook een bepaald aantal punten. Het totaal aantal punten dat een speler verzamelde tijdens de veilingen gaf vervolgens een kans op een monetaire prijs in een loterij, waarbij de kans op het winnende lot lineair toenam met het aantal verzamelde punten. Op deze wijze bereikt men dat de spelers het aantal punten tracht te maximeren onafhankelijk van hun specifieke waardering voor het winnende lot, en men zodoende uit mag gaan van lineaire nutsfuncties (risiconeutraliteit).

In een eerste experiment werd voor 100 punten gespeeld. Twintig proefpersonen namen telkens viermaal deel, hetgeen in totaal tachtig observaties betekent. Een tweede experiment werd uitgevoerd waarbij nu geboden werd voor een prijs van 100 Belgische Frank. Hieraan namen twaalf proefpersonen telkens viermaal deel, hetgeen achtenveertig observaties oplevert. Tenslotte werd in een derde experiment door twintig proefpersonen telkens viermaal voor 50 punten geboden. Dit genereerde bijgevolg tachtig observaties. Om ons theoretisch model te toetsen onderwerpen we allereerst ieder experiment aan een uniformiteitstoets. Noteer dat in onze drie experimenten telkens een even prijs werd geveild. Uit de theorie weten we dat voor een even prijs de symmetrische evenwichten volledig gekarakteriseerd worden zoals in Bewering 2 : de kansmassa die elke speler legt op elke bieding is afhankelijk van de te verwachten opbrengst. Om de experimenten toch te kunnen onderwerpen aan een uniformiteitstoets werd de volgende procedure toegepast : aangezien de som van de kansmassa's op een even en een oneven bieding onafhankelijk is van de te verwachten opbrengst werden de klassen gekozen zoals weergegeven in Tabel 1.

Het verwachte aantal observaties in elke klasse is dan onafhankelijk van de te verwachten opbrengst.

Het eerste experiment voor 100 punten leverde tachtig observaties op (zie Tabel 1). We construeerden elf klassen waarbij voldaan werd aan de voorwaarde dat het verwachte aantal observaties onafhankelijk is van de te verwachten opbrengst. Tabel 1 leert ons dat elf keer honderd of meer (klasse x $\geq$ 100) werd geboden bij de veiling van 100 punten. Deze biedingen zijn groter of gelijk aan de geveilde prijs en kunnen onmogelijk een winst opleveren voor deze spelers, gezien het feit dat iedereen zijn inzet kwijt is. Dit gedrag kunnen we op twee manieren interpreteren : ofwel moeten we onze theorie volledig verwerpen daar we verwachten dat niemand dit gedrag zal vertonen, ofwel hebben een aantal spelers getracht andere doelstellingen na te streven dan die strict weergegeven worden door het spel[6]. In het laatste geval kunnen we de observaties van honderd of meer (klasse x $\geq$

TABEL 1

Uniformiteitstoets voor de drie experimenten

aantal per klasse	100 punten veiling	100 Bef veiling	50 punten veiling
klassen			
0 $\leq$ x < 10	9	6	3
10 $\leq$ x < 20	4	5	4
20 $\leq$ x < 30	4	10	1
30 $\leq$ x < 40	4	1	5
40 $\leq$ x < 50	1	7	61
50 $\leq$ x < 60	5	7	6
60 $\leq$ x < 70	1	2	
70 $\leq$ x < 80	3	8	
80 $\leq$ x < 90	18	1	
90 $\geq$ x < 100	20	0	
x $\geq$ 100	11	1	
Totaal	80	48	80
Relevante observaties	80 − 11 = 69	48 − 1 = 47	80 − 6 = 74
Verwacht aantal per klasse	6,9	4,7	14,8
Chi-kwadraat	59,84	23,00	180,86
Kritische Chi-kwadraat waarde	16,92	16,92	9,49
H_0	verworpen	verworpen	verworpen
Aantal proefpersonen	20	12	20

100) uit onze steekproef elimineren.Derhalve blijven nog negenenzestig observaties over die voor bespreking vatbaar zijn. Op basis van de uniformiteitshypothese verwachten we dan 6,9 personen per klasse. Een chi-kwadraat toets werd uitgevoerd om de uniformiteitshypothese te toetsen, maar deze moest verworpen worden. Voor het tweede experiment met 100 Belgische Frank als prijs werden analoge klassen uitgekozen. Het aantal observaties bedraagt hier achtenveertig. Eén observatie bevindt zich in de klasse $x \geq 100$. Dit impliceert opnieuw dat ofwel onze theorie moet verworpen worden, ofwel deze spelers andere doelstellingen nastreefden. De uniformiteitstoets uitgevoerd op de resterende 47 observaties levert een verwerping van de uniformiteitshypothese op. Het derde experiment waarbij 50 punten werd geveild leverde 80 observaties op. De geobserveerde biedingen werden opgesplitst in zes klassen, waarvan zes in de klasse $x \geq 50$. Ook hier gelden de twee bovenstaande interpretaties. Voor de tweede interpretatie resten er dus nog 74 bruikbare observaties. Opnieuw bespeuren we een significante afwijking tussen de geobserveerde en verwachte verdeling op basis van de chi-kwadraat toets.

Onze theorie stelt dat de verkoper nagenoeg evenveel ontvangt als de prijs die hij uitreikt. De verwachte dissipatiegraad is bijgevolg nagenoeg 1. In Tabel 2 illustreren we de gemiddelde dissipatiegraad van de verschillende experimenten met en zonder de klasse $x \geq 100$ respectievelijk $x \geq 50$. In de experimenten met 100 en 50 punten wordt de verwachte dissipatiegraad overstegen. De verkoper ontvangt gemiddeld gezien meer van de spelers dan hij uitreikt aan de spelers. De som van de biedingen is groter dan de geveilde prijs. Onder de hypothese dat de gemiddelde dissipatiegraad normaal verdeeld is, is deze niet statistisch significant verschillend van 1 op het 5% niveau. Het experiment met 100 Belgische Frank vertoont een dissipatiegraad

TABEL 2

Gemiddelde dissipatiegraad

	Alle observaties	observaties zonder klasse $x \geq 100$ of $x \geq 50$
100 punten	1.336	1.272
	(0.437)	(0.459)
100 BEF	0.770	0.742
	(0.299)	(0.274)
50 punten	1.609	1.592
	(0.322)	(0.309)

Standaarddeviatie tussen haakjes

kleiner dan 1. De verkoper ontvangt gemiddeld gezien 77 Belgische frank voor elke 100 Belgische frank die hij uitreikt. De gemiddelde dissipatiegraad is echter statistisch niet significant verschillend van 1 zodat dit aspect van de theorie op basis van de uitgevoerde experimenten niet verworpen kan worden. De lagere dissipatiegraad in het tweede experiment valt mogelijkerwijs te verklaren door risicoavert gedrag van de spelers zodra het om geld gaat (zie Hillman en Samet (1987)).

IV. BESLUIT

Bij het lobbyen voor een politieke gunst door concurrerende drukkingsgroepen verliest iedere groep haar inzet en verkrijgt slechts één groep de politieke gunst. In de race voor een nieuw octrooi getroost iedere onderzoeksgroep zich de moeite, maar alleen de eerste uitvinder verkrijgt het patent.We modelleerden deze zeer verschillende verschijnselen door middel van een veiling waarbij iedereen zijn inzet moet betalen. De verkoper veilt een vooraf gekende prijs die uitgereikt wordt aan de hoogste bieder terwijl iedereen zijn inzet afdraagt. In dit artikel behandelden we op een formeel analytische wijze het strategisch gedrag van twee rationele spelers in een soortgelijke situatie. Vanuit het standpunt van de bieders levert de veiling waarbij iedereen zijn inzet betaalt een positieve verwachte winst op. Onmiddellijk moeten we er aan toevoegen dat deze winst klein is en wel zo dat deze beperkt is tot maximaal de kleinste monetaire eenheid. Wanneer twee met elkaar concurrerende drukkingsgroepen lobbyen voor een grote politieke gunst, dan zal geen van beiden in verwachte termen significante winsten kunnen creëren. Elke lobbyist moet er immers rekening mee houden dat zijn tegenstrever meer lobbywerk kan verrichten dan hijzelf. Dit heeft tot gevolg dat zijn eigen lobbyactiviteiten geen zoden aan de dijk brengen. Dit leidt tot de volgende paradox. Omdat het lobbyen toch bijna niets oplevert, zou één van beide partijen kunnen besluiten te stoppen. Dit geeft aan de andere partij de mogelijkheid om op wel zeer goedkope wijze de politieke gunst binnen te rijven, zodat men beter meedoet. De lobbystrategie is dan om zo nu en dan eens hoog in te zetten en dan weer weinig activiteit aan de dag te leggen. Alleen op deze wijze kan de tegenpartij de eigen lobbystrategie niet uitbuiten. Maar juist een dergelijke strategie leidt tot bijna perfecte mededinging, waarbij de kosten van het lobbyen nagenoeg gelijk zijn aan de opbrengsten. Onze analyse leert tevens dat het veilingmechanisme waarbij iedereen zijn inzet betaalt vanuit het standpunt van de verkoper efficiënt is. De dissipatiegraad is nagenoeg 1. Dit impliceert dat de verkoper bijna evenveel ontvangt als wat hij aan de winnaar uitreikt. Dat dit veilingmechanisme efficiënt mag genoemd worden impliceert daarom niet dat de allocatie van de productiemiddelen op een efficiënte wijze gebeurt: diegene die de politieke gunst verkrijgt door intensiever lobbywerk te verrichten is niet noodzakelijk diegene die de politieke gunst efficiënter zal benutten.

Technisch gezien hebben we de symmetrische evenwichten op uitputtende wijze kunnen beschrijven voor de discrete vorm van de veiling. Afhankelijk van de even of oneven waarde van de geveilde prijs zijn deze evenwichten respectievelijk op uitputtende wijze of als uniek te definiëren. Uit de experimenten bleek echter dat de hypothese dat de proefpersonen deze evenwichten speelden moet worden verworpen. De gemiddelde dissipatiegraad bevond zich echter wel op significante wijze rond 1. Dit is een enigszins ontluisterend resultaat na al het theoretisch werk in Sectie II en de uitgebreide motivatie in Sectie I. Toch valt er wel iets meer te zeggen. Ten eerste waren de omstandigheden waaronder de experimenten werden uitgevoerd verre van ideaal. Wegens het beperkte budget beschikten we niet over een goed uitgerust laboratorium, zodat er nogal wat storende factoren waren (onderlinge communicatie tussen de participanten was niet geheel uit te sluiten). Ten tweede is bekend uit andere experimenten dat de speltheoretische oplossingen sommige aspecten van het menselijk gedrag negeren[7]. De speltheoretische uitkomsten vormen dus een eerste maar niet perfecte beschrijving van het menselijk gedrag. Ten derde geeft de theoretische analyse een bepaalde kijk op het lobbygedrag, zoals de bijna volledige dissipatie, waardoor we bij de empirische analyse beter weten waarop gelet moet worden. Andersom dienen de waarnemingen natuurlijk ook weer gebruikt te worden voor verbetering van de theorie.

NOTEN

1. Een enigszins gerelateerd voorbeeld is de volgende wervingsstrategie op de arbeidsmarkt. Het is bekend dat bedrijven en banken pas afgestudeerde licentiaten in grotere getale aanstellen dan werkelijk benodigd zijn, en hen veelal belonen beneden hun marginale arbeidsproduktiviteit.Na een inwerkperiode van bijvoorbeeld een jaar wordt dan beslist op grond van de geleverde prestaties wie een fikse loonsverhoging kan verwachten en wie niet (zie Lazear and Rosen (1981)). De laatsten zullen dan meestal ander en beter betaald werk gaan zoeken.
2. Strikt genomen kan het zijn dat er een asymmetrisch evenwicht bestaat waarbij $q_0 + \dots + q_{Q-1} = 1$ zodat in (3) ook de $(Q+1)-$de ongelijkheid opgenomen moet worden

3. Over hoe we ons moeten voorstellen dat agenten gemengde strategieën toepassen is een apart hoofdstuk waarop we hier niet al te diep willen ingaan. In werkelijkheid zijn gemengde strategieën wel eens direct waarneembaar. In het voetbal, bijvoorbeeld, 'kiest' de doelwachter zijn hoek wanneer een strafschop genomen wordt. Een vaste strategie bestaat niet voor de doelwachter daar de strafschopnemer dan telkens de bal in de andere hoek zou trappen. Maar meestal zijn de strategieën niet direct waarneembaar en is de oplossing een alsof constructie vergelijkbaar met het concept van de nutsfunctie. In de speltheoretische literatuur is meer te vinden over de interpretatie van gemengde strategieën onder de rubriek 'purification'.
4. Overigens zijn voor de asymmetrische evenwichten analoge resultaten als voor de symmetrische evenwichten af te leiden. Maar het zou de bondigheid van de presentatie niet ten goede komen ook deze resultaten hier te presenteren.
5. Merk op dat regel $i+1$ in (3) verwijst naar een bod van i monetaire eenheden.
6. Er is gesuggereerd dat de studenten op deze wijze bij de docent een wit voetje wilden halen.
7. Güth en Tietz (1986) analyseren het strategisch gedrag van proefpersonen in een eenvoudige onderhandelingssituatie.Hun experimenten tonen aan dat tegen het speltheoretisch concept 'subgame perfect evenwicht' wordt gezondigd.

REFERENTIES

Baye, M.R., Kovenock, D. and de Vries, C.G., 1990, The All-Pay Auction with Complete Information, CentER Discussion paper 9051.

Baye, M.R., Kovenock, D. and de Vries, C.G., 1992, It Takes Two to Tango: Equilibria in a Model of Sales, *Games and Economic Behavior* 3, 493-510.

Bhagwati, J.N., 1982, Directly Unproductive Profit-seeking (DUP) Activities, *Journal of Political Economy* 90, 988-1002.

Coppens, H., 1990, De Financiën van de Centrale Regering van de Zuidelijke Nederlanden aan het Einde van het Spaans en Oostenrijks Bewind (ca. 1680-1788), Doctoraal Proefschrift K.U.Leuven.

Dasgupta, P. and Maskin, E., 1986, The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games, I: Theory, *Review of Economic Studies* 53, 1-26.

Güth, W. and Tietz, R., 1986, Auctioning Ultimatum Bargaining Positions, in Scholz, R.W., ed., Current Issues in West German Decision Research, (P. Lang Publisher, Frankfurt Bern New York)

Hillman, A.L. and Samet, D., 1987, Dissipation of Rents and Revenues in Small Number Contests, *Public Choice*, 63-82.

Krueger, A., 1974, The Political Economy of the Rent-Seeking Society, *American Economic Review* 64, 291-303.

Laband, D.N. and Sophocleus, J.P., 1992, An Estimate of Resource Expenditures on Transfer Activity in the United States, *Quarterly Journal of Economics* 101, 959-983.

Lazear, E.P. and Rosen, S., 1981, Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts, *Journal of Political Economy* 89, 341-364.

Nash, J.F., 1951, Non-Cooperative Games, *Annals of Mathematics* 54, 286-295.

Rasmusen, E.B., Ramseyer, J.M. and Wiley,Jr,J.S. 1991, Naked Exclusion, *American Economic Review* 81, 1137-1145.

Roth, A.E. and Malouf, M.W.K., 1979, Game-Theoretic Models and the Role of Information in Bargaining, *Psychological Review* 86, 574-594.

Tullock, G., 1980, Efficient Rent Seeking, in J. Buchanan et al., eds., Toward a Theory of the Rent Seeking Society, (College Station, Texas A&M University Press), 97-112.

Vorob'ev, N.N., 1977, Game Theory, Lectures for Economists and Systems Scientists, (Springer Verlag, New York).