Introdução à Teoria do Consumidor

Pedro Cosme Costa Vieira

Open Access International Journals Publisher

Meta-informação

Template-Type: ReDIF-Book 1.0

Title: Introdução à Teoria do Consumidor

Author-Name: Pedro Cosme Costa Vieira

Author-Email: pcosme@fep.up.pt

Author-Workplace-Name: Faculdade de Economia do Porto

Editor-Name: Pedro Cosme Costa Vieira

Provider-Name: Open Access International Journals

Abstract: Este livro é um guia de apoio a Microeconomia contendo dois pontos programáticos. No 1.º capítulo, apresento o mercado desagregado em três Leis da Natureza: i) que as pretensões dos vendedores se agregam na função de oferta; ii) que as pretensões dos compradores se agregam na função de procura; e iii) que o mercado equilibra as pretensões dos compradores com as dos vendedores. No 2.0 capítulo apresento a função de procura com o resultado de consumidores que maximizam uma função de utilidade sob restrição do rendimento que têm disponível e dos preços de mercado.

ISBN: 978-989-97212-1-0

Classification-JEL: A22, D11

Keywords: Curva de indiferença, Restrição orçamental, Maximização da utilidade

Edition: 1

Year: 2009

Month: July

File-URL: http://www.fep.up.pt/repec/por/temoli/files/pcosme_tcons_2009.pdf

File-Format: Application/pdf

Handle: RePEc:por:temoli:001

Sobre o autor

Pedro Cosme da Costa Viera é licenciado em Engenharia de Minas pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, FEUP, 1988, mestre em Economia – Ramo Economia da Empresa, 1997, doutorado em Economia, 2001 e Agregado em Economia – Microeconomia, 2007, pela Faculdade de Economia da Universidade do Porto, FEP.

Leccionou 3 anos na FEUP várias disciplinas e, nos últimos 20 anos, tem leccionado na FEP disciplinas relacionadas com Informática, Matemática, Microeconomia, Métodos Quantitativos e Matemática Financeira.

Tem diversos trabalhos publicados em revistas internacionais de referência na área de Economia.

Agradecimentos

Agradeço às colegas que ao longo dos anos leccionaram comigo Microeconomia em particular às professoras Cristina Barbot, Margarida Ruivo e Rosa Forte. Os alunos com as suas dúvidas, questões e chamadas de atenção também contribuíram positivamente para o afinar do curso.

Qualquer erro ou falha é de minha responsabilidade.

Este livro é uma republicação de Vieira, PCC (2009), *Introdução à Teoria do Consumidor*, MPRA, 14248, pp. 1-87. http://ideas.repec.org/p/pra/mprapa/14248.html

ÍNDICE

I – Modelo Empírico do Mercado

Sumário: Neste capítulo é apresentado um modelo do mercado que resulta muito directamente do que se observa diariamente nos mercados (quanto à evolução dos preços e das quantidades transaccionadas quando ocorrem em variáveis exógenas). O modelo empírico contempla três Leis da Natureza: i) os compradores agregam-se na Curva de Procura, ii) os vendedores agregam-se na Curva de Oferta, e iii) a transacção de mercado acontece no ponto de intersecção destas duas curvas (ponto de Equilíbrio Walrassiano). Considerando o preço e a quantidade como as variáveis endógenas do modelo empírico de mercado, apresento o efeito no mercado das alterações na procura e na oferta (*i.e.*, deslocamentos das curvas) e nas políticas do governo (controlo de preços e impostos/subsídios). Neste capítulo não pretendo racionalizar as Leis da Natureza apresentadas (*i.e.*, qual a justificação teórica profunda para a existência das curvas de oferta, de procura e do equilíbrio de mercado).

Objectivos pedagógicos: Primeiro, pretendo que o aluno compreenda sucintamente como os mercados, através do mecanismo dos preços relativos e das quantidades transaccionadas, permitem que se as decisões dos agentes económicos se ajustem quando ocorrem alterações no ambiente económico (*e.g.*, alterações da tecnologia, dos gostos ou das políticas do Governo). Segundo, pretendo que o modelo empírico seja uma motivação e o critério de avaliação para a Teoria do Consumidor apresentada no capítulo 2 (que é baseada em pressupostos não validáveis directamente a partir da evidência empírica).

1.1. Conceitos introdutórios

Objecto. A Microeconomia trata das decisões dos agentes económicos de pequena dimensão (etimologicamente, micro que dizer pequeno). O estudo microeconómico pode ser feito à escala do indivíduo ou a um nível mais agregado como, por exemplo, à escala da família, da empresa ou da indústria. Os bens ou serviços poderão ser perfeitamente homogéneos (*e.g.*, Maça Golden calibre 40/45) ou ter um certo grau de agregação (e heterogeneidade), por exemplo, ao nível de Maçãs, Fruta ou Produtos Vegetais Frescos.

À escala micro, sendo fixa a quantidade de recursos (bens e serviços), a decisão dos indivíduos quanto à sua afectação tem como principal variável o preço relativo dos diversos bens ou serviços. Neste sentido, a Microeconomia também a pode ser entendida como a "teoria dos preços relativos".

Por oposição, a Macroeconomia trata das grandezas agregadas ao nível do país (por exemplo, o Produto que traduz o total de bens e serviços produzido no país) não havendo atenção no estudo do efeito da alteração dos preços relativos dos diversos bens ou serviços. Chama-se à atenção que, por dissemelhança com a Microeconomia, na Macroeconomia é a taxa de juro que equilibra o mercado de bens e serviços (ver o ponto 2.4.3.).

Limitações da micro-teoria. É sabido que dois indivíduos aparentemente iguais não tomam necessariamente a mesma decisão. Em termos epistemológicos não podemos distinguir se é o modelo que erra (por falta de informação) ou se é o comportamento individual que tem uma parcela de "erro" (por exemplo, 30% do comportamento é racionalizado e os restantes 70% é aleatório). Em termos de falta de informação, podemos conjecturar que, apesar de parecerem idênticos, os indivíduos têm diferenças que não conseguimos vislumbrar. Apenas se as diferenças fossem controladas é que seria possível a previsão sem erro. Em termos de racionalidade humana limitada, podemos conjecturar que a capacidade de cálculo do cérebro humano não permite resolver problemas com muito elevada complexidade pelo que o comportamento é aproximado ao que deveria ser, podendo mesmo acontecer que o pensamento humano tenha uma componente aleatória: sendo o cérebro formado por células, é necessária a divisão dos problemas em pequenas partes que serão processadas parcelarmente podendo haver faltas ou repetições de parcelas, (semelhante ao Método de Monte Carlo).

Motivado pelo erro de previsão dos modelos, os resultados microeconómicos devem ser interpretado como uma fundamentação para as tendências (*e.g.*, de aumento, diminuição ou manutenção) e não devem ser olhados no pormenor da magnitude estimada pelo modelo.

Apesar da Microeconomia ser uma simplificação grosseira da realidade, o seu estudo é fundamental porque permite compreender a economia em novas situações, por exemplo, quando forem aplicadas políticas nunca antes experimentadas. Além disso, por estar a um escala próxima da empresa (ao nível dos preços e das quantidades) permite que os gestores compreendam a evolução dos mercados em resposta à alteração das suas acções e racionalizem como os outros agentes económicos vão responder.

Economia positiva ou Economia normativa (do bem-estar)

Positivismo: Para que haja progresso do conhecimento terá que ser continuamente acrescentado conhecimento novo.

Para que possa haver um continuo acrescentar de conhecimento, o conhecimento antigo tem que poder ser retomado, criticado e aumentado por qualquer outro homem sem necessidade de o refazer. Para que isso seja possível, terá que ser utilizado um método objectivo de criação de conhecimento: o método científico. Por objectivo quer-se dizer que é universal e, tanto quanto possível, não pessoal.

Considera-se que o método científico é positivo no sentido de que **i)** o investigador não emite opinião moral sobre o fenómeno (*i.e.*, se a Natureza está bem ou mal); **ii)** o conhecimento é um modelo (matemático) da realidade (e não a realidade); **iii)** resultam dos modelos predições que podem ser testadas empiricamente e; **iv)** apenas as hipóteses explicativas que estão positivamente em acordo com a realidade é que podem ser aceites como válidas (não basta não poder provar que são falsas). Por exemplo, eu não saber o que são os OVNIs (exactamente Objectos Voadores Não Identificados) e não poder afirmar que não são construídos por extraterrestre, não me permite concluir que existem extraterrestres.

O conhecimento científico serão hipóteses sobre a realidade que vão sendo progressivamente reforçadas e aceites por uma percentagem cada vez maior de pessoas, ou enfraquecidas e aceites por uma percentagem cada vez menor de pessoas. Por exemplo, a teoria de evolução das espécies de Darwin (1859)[*] é uma hipótese para explicar a existência, extinção e aparecimento das espécies vivas que se tem tornado cada vez mais forte (*i.e.*, mais apoiada na evidência empírica) e aceite por maior percentagem de pessoas, apesar de haver muitas pessoas que não a aceitam.

Conhecimento normativo: Além de haver muito conhecimento que não pode ser objectivo (*e.g.*, o conhecimento estético, religioso ou filosófico), o fim último do conhecimento é a

[*] Darwin, Charles (1859), *On the Origin of Species*, Londres

tomada de decisão (*i.e.*, a acção). Mas a tomada de decisão obriga a classificar as situações como boas ou más e o sentido da alteração que melhora as situações. Por exemplo, eu dizer que a pobreza tem que ser combatida pressupõe que é uma coisa má. Então, estou a adoptar uma perspectiva normativa: o que fazer para transformar a realidade no sentido que eu penso ser bom.

Ex1.1: Que analises têm subjacente uma perspectiva positiva ou normativa?
A) Se a EU liberalizar a politica de vistos para os indivíduos de elevada escolaridade, os países africanos ficam sem médicos; B) Quando a temperatura desce, o preço das verduras aumenta; C) Os subsídios agrícolas da EU são prejudiciais às economias dos países africanos; D) O investimento das autarquias deve ser canalizado para os espaços públicos (*e.g.*, jardins, vias de comunicação e estacionamento público) em desfavor dos espaços privados (*e.g.*, habitação e estacionamento privado).
R: A) e B) Perspectiva positiva; C) e D) Perspectiva normativa.

Factos estilizados. A Natureza é demasiado complexa para as nossas capacidades de observação e raciocínio pelo que se torna necessário que decomponhamos (*i.e.*, analisemos) a realidade em algumas variáveis assumidas como independentes e que nos concentremos apenas nas tendências gerais dessas variáveis de estudo. Por exemplo, o salário de uma pessoa depende de muitos factores e condicionantes (*e.g.*, se é homem ou mulher, a sua experiência profissional, a escolaridade, o competência natural, a idade, a altura, o peso ou se se relaciona bem com os colegas). No entanto, se nos concentrarmos nas "mais importantes", comparando milhares de indivíduos, podemos ver que, em média, existe uma tendência positiva entre o nível de escolaridade e o salário. Denominam-se factos estilizados exactamente às "grandes tendência" das variáveis e dos seus relacionamentos.

1.2. Quantidade transaccionada e preço de mercado.

Por haver diversidade de clima, de recursos naturais ou especialização na produção, os indivíduos têm uns bens e serviços em grande quantidade e outros em pequena quantidade. É obvio ser muito mais dispendioso produzir bananas, ananás e café em Portugal do que produzi-los no Brasil ou em Angola.

Os indivíduos, por apreciarem o consumo diversificado de bens e serviços, podem melhorar globalmente o seu bem-estar se trocarem os bens que têm em grande quantidade pelos que têm em pequena quantidade. Por exemplo, as pessoas que vivem à beira-mar têm muito peixe e pouco cereal enquanto que as que vivem mais no interior têm muito cereal e pouco peixe. Então, todas as pessoas melhoram se houver a possibilidade de trocar peixe por cereal.

Sendo que a troca implica a troca de determinadas quantidades de bens ou serviços, vamos procurar construir um modelo que explique a decisão de troca em termos de quantidade transaccionada e do preço. Havendo outras variáveis importantes (*e.g.*, as facilidades de pagamento), vou assumir o preço da transacção como o factor mais importante na determinação da quantidade trocada.

O preço traduz a razão de troca entre cada par de bens, *e.g.*, eu poder trocar três quilogramas de cereal por cada quilograma de peixe. Como vivemos numa sociedade com moeda (que funciona como unidade de valor), cada bem terá o seu preço monetário. Então, posso imaginar, em vez da troca directa entre bens ou serviços, a transacção de cada bem ou serviço contra uma quantidade de moeda (*i.e.*, o seu preço).

Vou considerar um modelo do mercado de um bem ou serviço em que existe, por um lado, o preço nominal e a quantidade transaccionada (que serão **variáveis endógenas** do modelo**)** e, por outro lado, múltiplos parâmetros (que serão **variáveis exógenas** ao modelo**)**.

A quantidade transaccionada num mercado é, geralmente, um fluxo, *e.g.*, 100kg de maçãs por hora (mercado contínuo no tempo). Existem também mercados que funcionam apenas pontualmente no tempo (mercado por chamada). Assim sendo, tanto podemos representar a quantidade transaccionada como "unidades de quantidade/unidades de tempo" como apenas por "unidades de quantidade". No caso do preço unitário, mesmo que as quantidades sejam em "unidades/hora", será sempre em unidades monetárias por unidade de quantidade do bem ou serviço, por exemplo, "€/kg".

Se não houvesse alteração das variáveis exógenas, o mercado ficaria sempre no mesmo ponto, *i.e.*, o preço de mercado e a quantidade transaccionada seriam invariantes no tempo. Por exemplo, o preço das maçãs seria sempre de 1.00€/kg e vender-se-iam sempre 10000kg/hora de maçãs. No entanto, as múltiplas variáveis exógenas ao mercado estão continuamente a alterar de valor pelo que o mercado (*i.e.*, o preço e a quantidade transaccionada) evolui ao longo do tempo. Em termos empíricos, apresento na Fig. 1 a evolução diária de um mercado de maçãs onde várias vendedoras competem pelos compradores que aparecem (dados simulados com cada ponto a representar, *e.g.*, um quarto de hora). Desta figura não é possível descobrir qualquer regularidade que possa ser aproveitada na explicação da evolução das variáveis endógenas (da quantidade transaccionada e do preço) quando ocorrem alterações exógenas (e.g., da temperatura).

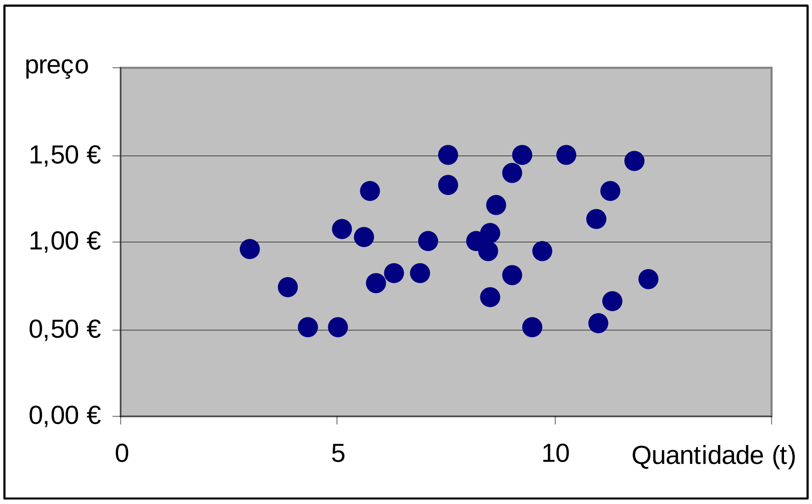


Fig.1.1 – Quantidade transaccionada e preço de mercado (de maçãs).

No sentido de descobrir as Leis da Natureza (*i.e.*, regularidades empíricas aproveitáveis) que caracterizam o mercado, teremos que analisar os efeitos dos acontecimentos de forma isolada, *i.e.*, fazer uma análise (de equilíbrio) parcial do mercado. A análise parcial consiste no estudo do mercado de um bem ou serviço específico assumindo-o independente dos mercados onde se transaccionam os outros bens ou serviços. Esta análise é levada a cabo pela inclusão dos preços dos outros bens ou serviços como variáveis exógenas ao mercado em análise. Em economia a análise parcial é explicitada pela expressão latina *ceteris paribus* (*ceteris*: as outras coisas; *paribus*: iguais).

Alteração no padrão da procura. Já referi que, se "tudo se mantivesse constante", os preços e as quantidades transaccionadas ficavam invariantes no tempo. No entanto, estão sempre a ocorrer alterações em variáveis (*e.g.*, do estado do tempo ou da tecnologia) que influenciam o preço de mercado e a quantidade transaccionada. A título ilustrativo consideremos exemplo hipotético do milho que, nos últimos anos, além do habitual consumo na alimentação animal e humana começou a ser usado na produção de biocombustíveis. Apresento na Fig.1.2 a evolução do preço médio e das quantidades transaccionadas a cada ano (dados simulados para servirem de ilustração). Neste exemplo, contrariamente ao da Fig.1.1, transparece uma regularidade na evolução (as variáveis preço e quantidade estão positivamente correlacionadas) que se acentua se representarmos num gráfico o preço de transacção com as quantidades transaccionadas (ver, Fig.1.3): nos pontos em que o preço de mercado (em €/tonelada) é maior, a quantidade transaccionada (em toneladas) também é maior.

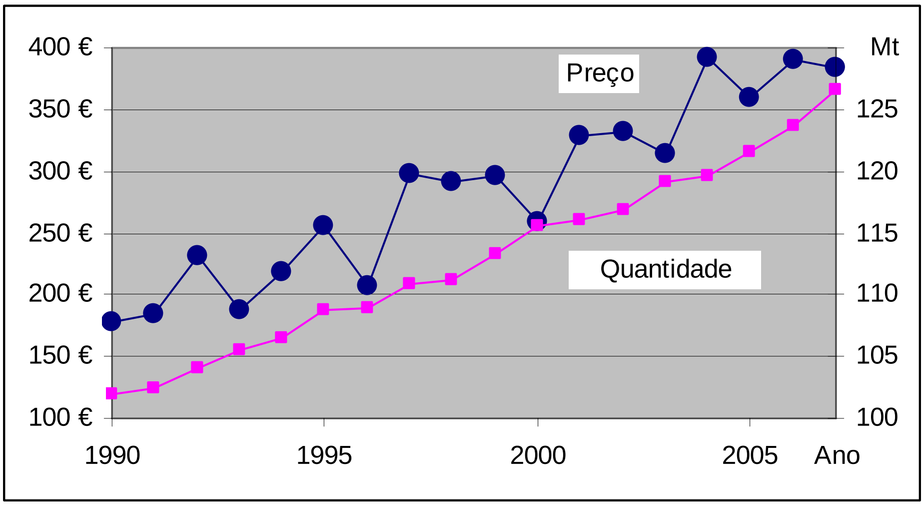


Fig.1.2 – Quantidade transaccionada e preço de mercado.

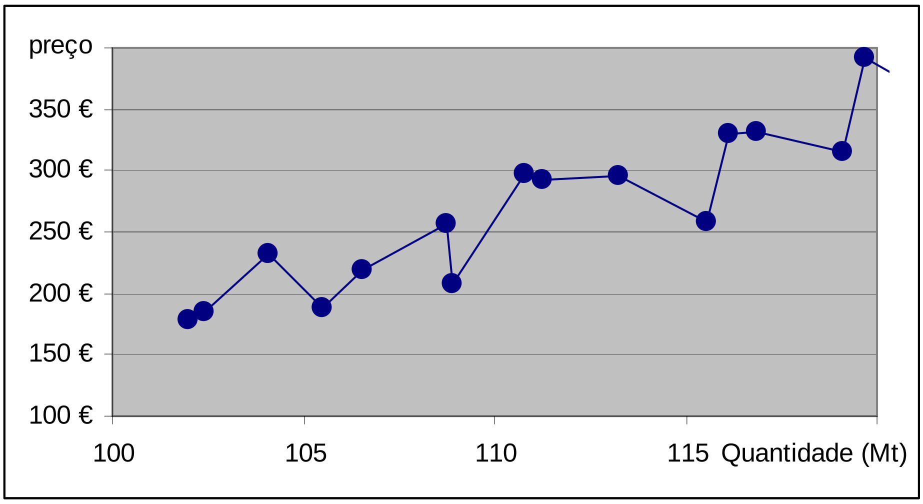


Fig.1.3 – Quantidade transaccionada e preço de mercado (milho).

Vejamos outro exemplo que permite visualizar o mesmo tipo de relação entre preço e quantidade transaccionada. Relativamente às verduras cruas, os consumidores apreciam-nas mais no Verão que no Inverno (e supondo que não há diferenças na produção). Desta forma, o mercado tem dois períodos distintos, o Verão e o Inverno, induzidos por alterações do padrão de consumo. Na fig.1.4 apresento a evolução do mercado (quantidades e preços) dos últimos 15 anos (dados simulados com cada ponto a representa um semestre).

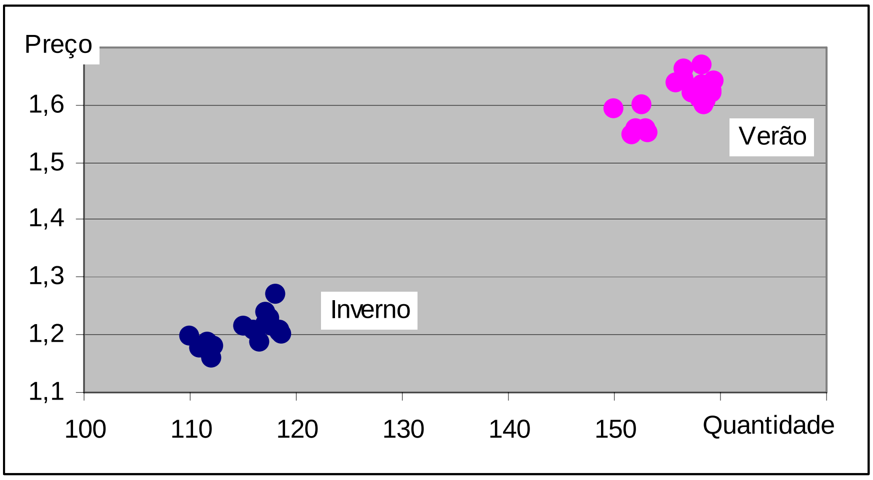


Fig.1.4 – Quantidade transaccionada e preço de mercado (verdura).

Nas Fig.1.3 e Fig.1.4 observa-se que, em termos estilizados, existe uma associação entre a quantidade transaccionada e o preço: a **um preço mais elevado está associada uma quantidade transaccionada maior**. Vamos denominar esta correlação positiva por **Curva A**.

Alterações no padrão da oferta. Mas existem outros exemplos que parecem contrariar a Lei da Natureza que denominei por Curva A. Por exemplo, a produção de leite está muito condicionada pelas condições meteorológicas: Quando o Inverno é seco, a produção enfraquece e vice-versa. No entanto, o consumo não se altera significativamente (com a pluviosidade durante o Inverno). Apresento na Fig.1.5 a evolução do mercado quanto as quantidades transaccionadas e preços do leite ao longo dos últimos 16 anos (dados simulados).

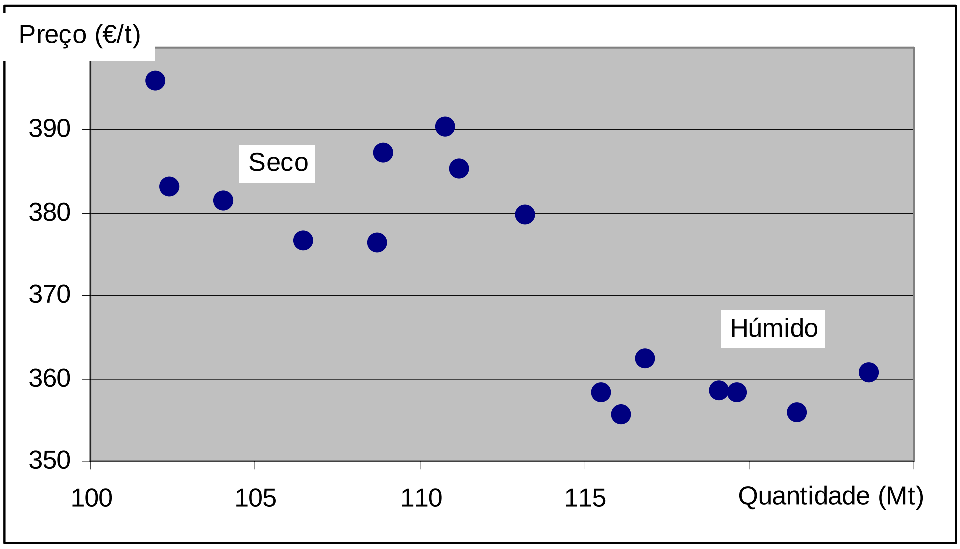


Fig.1.5 – Quantidade transaccionada e preço de mercado (leite).

Tal como nas Fig.1.3 e Fig.1.4, na Fig.1.5 também se observa, em termos estilizados, uma associação entre a quantidade transaccionada e o preço mas de sentido contrário: **um preço mais elevado está associado com uma quantidade transaccionada menor.** Vamos denominar esta correlação negativa por **Curva B**.

O que podemos observar nas fig.1.3, fig.1.4 e fig.1.5? Aparentemente, não conseguimos relacionar as quantidades transaccionadas com os preços, havendo duas possibilidades, a relação ser positiva (a curva A) ou negativa (a curva B). (Há ainda a possibilidade de não se observar qualquer regularidade, Fig.1.1)

1.3. Curvas de oferta, de procura e equilíbrio de mercado*

Curva da Oferta: Na curva A, (fig.1.3 e fig.1.4), o que observamos no mercado é o efeito isolado de uma alteração no padrão da procura (mantivemos as condições de oferta). Assim, resulta do reforço da procura (por exemplo, induzido pelo aumento do rendimento do compradores) um aumento da quantidade transaccionada e do preço de mercado (e vice-versa quando há um enfraquecimento da procura). Apesar de parecer estranho, quando há uma alteração no padrão da procura e mantendo o resto constante (*ceteris paribus*), o que é revelado pelo mercado é o comportamento dos vendedores: ficamos a saber que os vendedores estarão disponíveis para vender uma maior quantidade se o preço for maior

* A sistematização do mercado nestas três Leis da Natureza data-se na primeira metade do Sec. XIX e é uma síntese dos trabalhos de Walras (1834-1910), Cournot (1801-77) e Marshall (1842-1924).

(maior quantidade disponível implica maior preço).

Curva da Procura: Na Curva B, (fig.1.5), o que observamos no mercado é o efeito isolado de uma alteração nas condições da oferta (mantivemos o padrão de procura). Resultou que um reforço da oferta (por exemplo, pela ocorrência de uma inovação tecnológica) induz um aumento da quantidade transaccionada e uma diminuição do preço de mercado (e vice-versa quando há um enfraquecimento da oferta). Assim, quando há uma alteração no padrão da oferta e se mantém o resto constante (*ceteris paribus*), o que é revelado pelo mercado é o comportamento dos compradores: ficamos a saber que os compradores estarão disponíveis para adquirir uma maior quantidade se o preço de mercado diminuir (maior quantidade implica menor preço).

Equilíbrio Walrassiano de Mercado: Sendo que no mercado se encontram as intenções dos compradores e dos vendedores, então, a quantidade transaccionada e o preço de mercado resultam do equilíbrio entre as vontades destes agentes económicos: o mercado vai transaccionar no ponto onde a vontade dos compradores (*i.e.*, a curva de procura) iguala (*i.e.*, está em equilíbrio) a vontade dos vendedores (*i.e.*, a curva da oferta). Representamos na fig.1.6 as curvas da procura e da oferta e o equilíbrio de mercado.

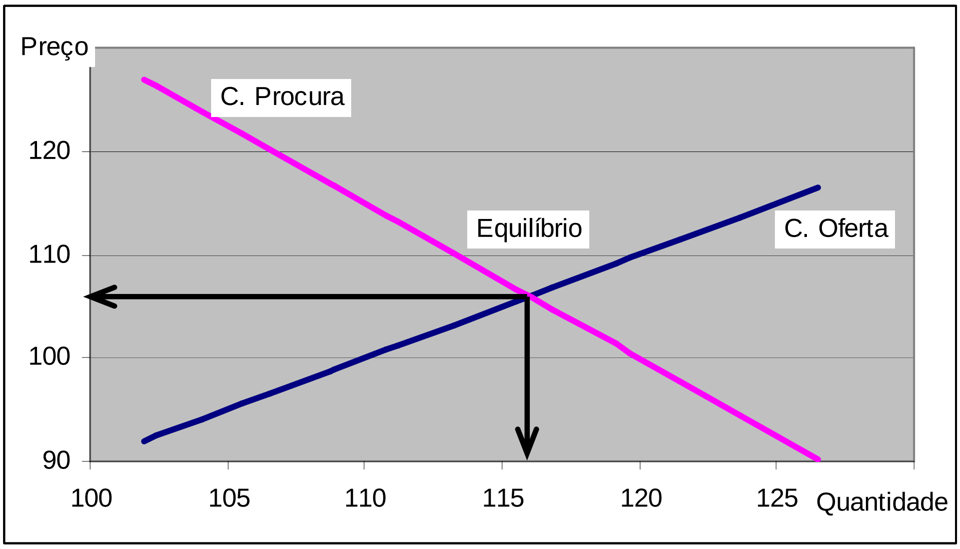


Fig.1.6 – Curvas da procura e da oferta e equilíbrio de mercado.

Non-tâtonnement de Walras: No mercado apenas existem as transacções do ponto de equilíbrio (*tâtonnement*: tentativa e erro): Enquanto o mercado está fechado, os agentes calculam o ponto de equilíbrio e, quando o mercado abre, realizam-se as transacções. Não nos vamos preocupar agora sobre uma teoria profunda para o equilíbrio de mercado. Aqui é apenas uma Lei da Natureza a utilizar sem por em causa. Recordo que o conceito de equilíbrio de Nash[*] (em que nenhum agente económico tem incentivos para alterar a sua acção) apenas surge em 1951.

Nota: A quantidade transaccionada no mercado não é "a curva da procura" nem a "curva da oferta" mas apenas um ponto destas duas curvas que coincide nas duas (a intersecção). Assim, falamos de "quantidade procurada" e "quantidade oferecida" como as quantidades que de facto são concretizadas no mercado.

Ex1.2: Supondo que a curva de oferta de mercado é dada por $S(p) = 50 + 0.25p$ e a curva de procura de mercado é dada por $D(p) = 100 - 0.75\,p$, qual será a quantidade transaccionada no mercado e a que preço?

R: O equilíbrio será nas quantidades: $S = D \Leftrightarrow 50 + 0.25p = 100 - 0.75p \Leftrightarrow p = 50$ e $Q = 62.5$. Se as curvas forem dadas explicitadas em ordem aos preços, $p_S = 4Q - 200$ e $p_D = -1.33Q + 133$, o equilíbrio também é nos preços: $p_S = p_D \Rightarrow 4Q - 200 = -1.33Q + 133$.

1.4. Alterações nas curvas de oferta e de procura.

Quando falei em "alteração do padrão" da procura ou da oferta estava-me a referir a deslocamentos das curvas (também denominadas por funções) no espaço preço/quantidade.

Deslocamento da curva de oferta. Quando acontecem alterações nos valores das variáveis exógenas (qualquer variável menos o preço do bem ou serviço em estudo) que influenciam a quantidade que os vendedores oferecem para cada preço, dizemos que acontece um deslocamento da curva de oferta como um todo. Existe um **enfraquecimento da oferta** quando, para cada preço, diminui a quantidade que os vendedores disponibilizam para venda (para cada preço). Por exemplo, quando o vento forte destrói as estufas da nossa

[*] Nash, John (1951), "Non-Cooperative Games", *The Annals of Mathematics*, 54(2), pp. 286-295.

região, a curva de oferta de legumes desloca-se no sentido do enfraquecimento. Em termos gráficos, traduz-se um **enfraquecimento** da oferta pelo **deslocar para a esquerda e para cima** da curva de oferta (ver fig. 1.7).

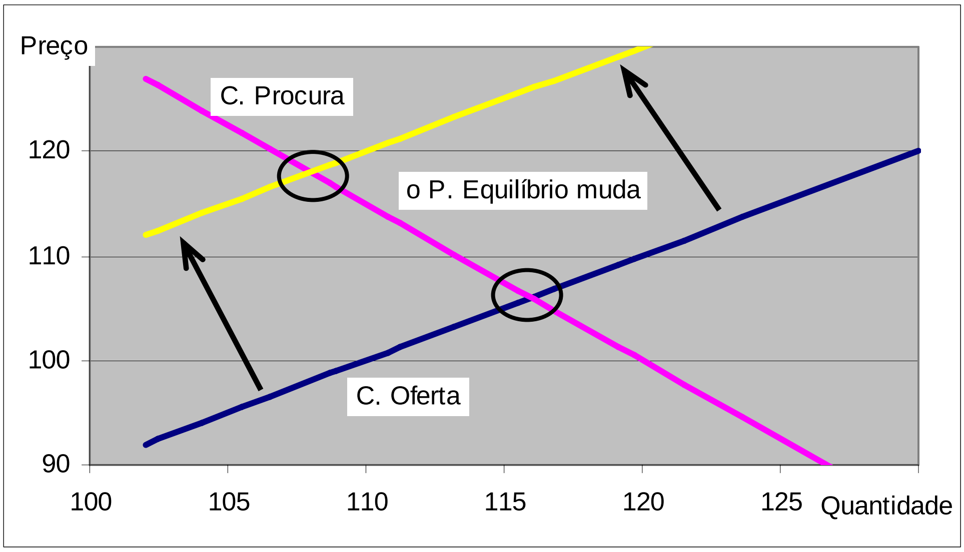


Fig.1.7 – Efeito no ponto de equilíbrio de mercado de um enfraquecimento da oferta.

Existe um **fortalecimento da oferta** quando, para cada preço, aumenta a quantidade que os vendedores estão disponíveis para vender. Por exemplo, o acordo que permitiu ao chineses vender camisas na União Europeia fez com que a curva de oferta de camisas se deslocasse no sentido do fortalecimento. Em termos gráficos, um fortalecimento da oferta implica que a curva de oferta se **desloca para a direita e para baixo** (ver fig.1.8).

A expressão latina *ceteris paribus*, como já referi, traduz a condição de que tudo o resto (neste caso, a curva da procura) se mantém inalterado. É a condição imposta para se poder levar a cabo a análise parcial (e o equilíbrio parcial) que estamos a apresentar. Na análise parcial apenas temos em atenção metade de um mercado enquanto que no equilíbrio parcial apenas temos em atenção o equilíbrio do mercado de um bem ou serviço (e assumimos tudo o resto exógeno e constante). Em termos matemáticos consiste numa "análise de derivadas parciais".

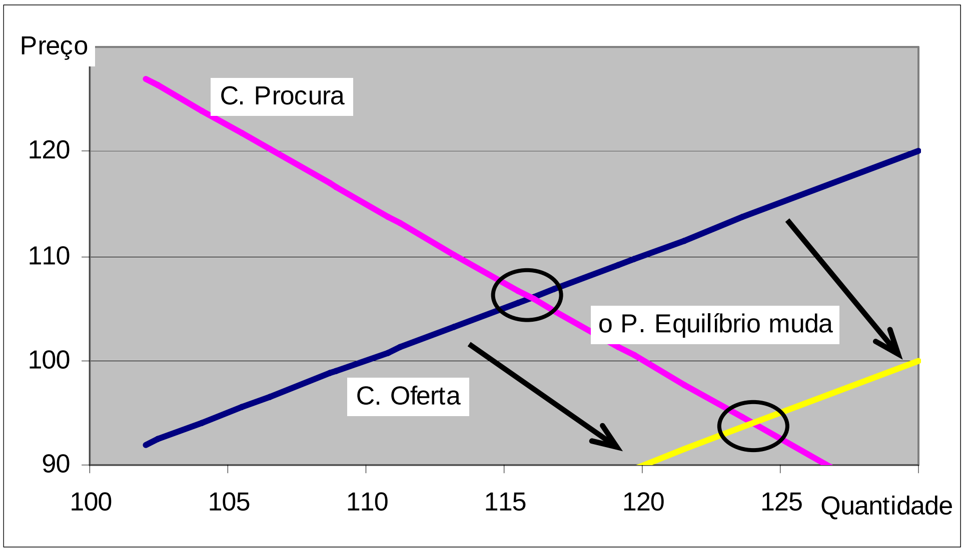


Fig.1.8 – Efeito no ponto de equilíbrio de mercado de um reforço da procura.

Podemos confirmar visualmente nas Fig.1.7 e Fig.1.8 que quando há alterações na curva de oferta, *ceteris paribus*, o equilíbrio de mercado torna visíveis pontos ao longo da curva de procura. Associado a deslocações da curva de oferta está o aumento das quantidades transaccionadas e a diminuição do preço de mercado (e vice-versa): do enfraquecimento resulta um aumento do preço e diminuição da quantidade transaccionada e do fortalecimento resulta uma diminuição do preço e um aumento da quantidade transaccionada.

Ex1.3: Referente a cada ano, a curva de oferta de leite (*Mt*) é positivamente influenciada pela pluviosidade (*mm*), $S(p) = 50 + 0.50p + 0.10h$, enquanto que a curva de procura não, $D(p) = 150 - 0.75\ p$. De que forma o preço (€/*l*) e a quantidade transaccionada no mercado se alteram se num ano a pluviosidade for maior em 1*mm*?

R: O equilíbrio de mercado será onde $S = D \Leftrightarrow 50 + 0.50p + 0.01h = 150 - 0.75p \Leftrightarrow 1.25p = 100 - 0.01h \Leftrightarrow p = 80 - 0.008h$ e $Q = 90 + 0.006h$. Um aumento da pluviosidade de 1*mm*, *ceteris paribus*, induz um aumento da quantidade transaccionada de 0.006*Mt* = $[90 + 0.006(h+1) - (90 + 0.006h)]$ e uma diminuição do preço de 0.008€/*l* = $[80 - 0.008(h+1) - (80 - 0.008h)]$.

Deslocamento da curva de procura. Quando acontecem alterações nos valores das variáveis exógenas que influenciam a procura, dizemos que se observa um deslocamento na curva de procura como um todo. Existe um **enfraquecimento** da procura quando, para cada preço, diminui a quantidade que os compradores se disponibilizam a comprar. Por exemplo, no Inverno existe um enfraquecimento da procura de gelados. Em termos gráficos, o enfraquecimento faz com que a curva de procura se desloque para a esquerda e para baixo (ver fig.1.9).

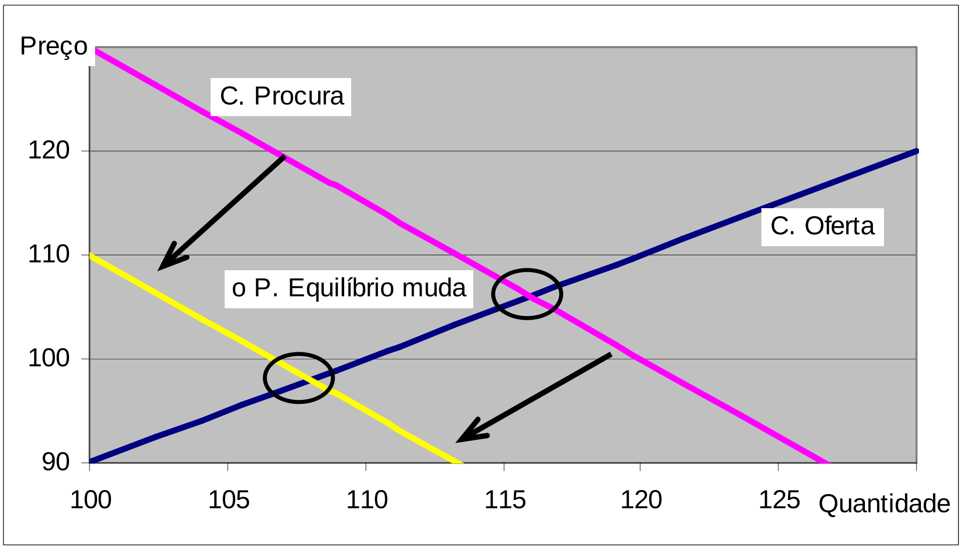


Fig.1.9 – Efeito no ponto de equilíbrio de mercado de um enfraquecimento da procura.

Existe um **fortalecimento da procura** quando, para cada preço, aumenta a quantidade que os compradores se disponibilizam a adquirir. Por exemplo, quando chove, existe um fortalecimento da procura de guarda-chuvas. Em termos gráficos, a curva de procura **desloca-se para a direita e para cima** (ver Fig.1.10).

Podemos visualizar nas Fig.1.9 e Fig.1.10 que quando há alterações na curva de procura, *ceteris paribus*, o equilíbrio de mercado torna visíveis pontos ao longo da curva de oferta. Associado a alterações na curva de procura está o aumento (ou diminuição) das quantidades transaccionadas e do preço de mercado: do enfraquecimento resulta uma diminuição do preço e da quantidade transaccionada e no fortalecimento resulta um aumento do preço e da quantidade transaccionada.

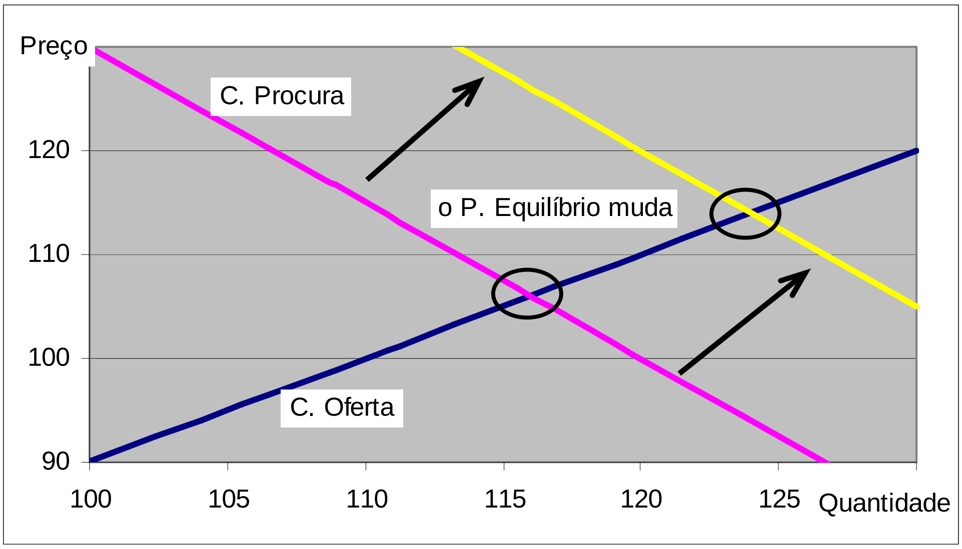


Fig.1.10 – Efeito no ponto de equilíbrio de mercado de um fortalecimento da procura.

Ex1.4: Numa região, onde normalmente se consumem 100t/dia de pão a um preço unitário de 0.15€, têm-se ultimamente consumido 150t/dia de pão a um preço unitário de 0.18€. Será que esta alteração é induzida por um padeiro estar doente?

R: Não. Um padeiro doente induziria um enfraquecimento na oferta pelo que seria de acontecer uma diminuição da quantidade transaccionada acompanhada por um aumento do preço. No entanto, observa-se um aumento do preço em simultâneo com o aumento da quantidade transaccionada o que indicia um reforço da procura.

Curvas agregadas e curvas individuais. As curvas que se observam no mercado resultam da soma das curvas dos agentes económicos individuais que estão presentes no mercado. Se por exemplo, ao preço de 0.50€/kg o João quer adquirir 3kg de maçãs e a Maria 5kg de maçãs, então, no agregado, ao preço de 0.50€/kg, querem adquirir 8kg de maçãs. No caso de termos as curvas individuais como funções explicitadas em ordem às quantidades, bastará somá-las. Se o Joaquim se caracteriza por $s_J(p) = 5 - 0.1p$ e a Mariana por $s_M(p) = 10 - 0.2p$, a curva de mercado será $S(p) = s_J(p) + s_M(p) = 55 - 0.3p$. Agregam-se de forma idêntica as curvas de oferta. Ao somarmos simplesmente as curvas individuais estamos a assumir que os agentes económicos se assumem atómicos (i.e., que não têm qualquer influência no mercado) o que não acontece principalmente quando há no mercado poucos vendedores (os casos do Monopólio e do Oligopólio) ou poucos compradores (os casos do Monopsónio e do Oligopsónio).

Ex1.5: Numa mercado existem 1000 compradores idênticos cujas curvas de procura individual são $d(p) = 1 - 0.01p$ e 50 vendedores idênticos cujas curvas de oferta são $s(p) = -1 + 0.1p$, quantidades em kg/hora e preço em cêntimos./kg. Qual será a quantidade adquirida por cada comprador e a que preço?

R: Primeiro, somamos para cada preço as quantidades. Com compradores idênticos temos $D(p) = 1000d(p) = 1000.(1 - 0.01p) = 1000 - 10p$. Com vendedores idênticos temos $S(p) = 50s(p) = 50.(-1 + 0.1p) = -50 + 5p$. **Segundo,** o equilíbrio de mercado será em $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 1000 - 10p = -50 + 5p \Leftrightarrow 15p = 1050 \Leftrightarrow p = 70$ cent./kg e $Q = 300$ kg/hora. **Terceiro**, o preço será o de mercado, $p = 70$ cent./kg, enquanto que a quantidade individual se obtém dividindo o total transaccionado pelos 1000 compradores, $q = 0.300$ kg/hora/indivíduo.

Devemos notar que a soma das curvas individuais se faz sempre nas quantidades e nunca nos preços. Supondo que temos a representação gráfica de dois grupos de consumidores (grupo 1 e 2), em termos gráficos, como o preço está representado no eixo vertical, a soma será feita na horizontal (ver Fig. 1.11).

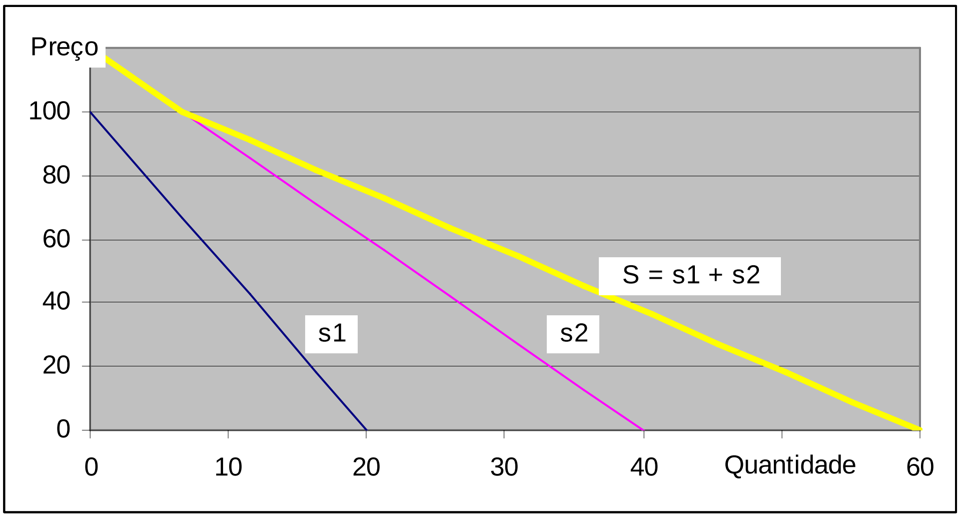


Fig.1.11 – Curva de procura como soma horizontal de duas curvas de procura individuais.

Ex1.6: Num mercado de produtos higiénicos, a curva de procura é linear e passa por dois pontos conhecidos, para mulheres e homens (ver tabela abaixo). Existindo 1000 mulheres e 1500 homens e sendo a curva de oferta $S(p) = -2500 + 2000p$, qual o género (homem ou mulher) que adquire mais deste produto?

Consumo	Mulheres	Homens
1 u./mês	1€	0.5€
2 u./mês	0.5€	0.25€

R: 1) a curva de procura de cada mulher será $d_m(p) = a + b.p \Rightarrow \{1 = a + b \wedge 2 = a + 0.5b\} \Leftrightarrow \{a = 3 \wedge b = -2\} \Rightarrow d_m(p) = 3 - 2p$, $p < 3/2$ e de cada homem será $d_h(p) = c + d.p \Rightarrow \{1 = c + 0.5d \wedge 2 = c + 0.25d\} \Leftrightarrow \{c = 5 \wedge d = -4\} \Rightarrow d_h(p) = 5 - 4p$, $p < 3/4$; **2)** a curva de procura de mercado vai ter uma quebra no preço 0.75€/u. porque os homens saem do mercado: $D = \begin{cases} 1500dh + 1000dm, & p \leq 3/4 \\ 1000dm, & 3/4 < p \leq 3/2 \end{cases} = \begin{cases} 7500 - 8000p, & p \leq 3/4 \\ 3000 - 2000p, & 3/4 < p \leq 3/2 \end{cases}$ **3)** o equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 7500 - 8000p = -2500 + 2000p \Leftrightarrow 10000 = 10000p \Leftrightarrow p = 1$€ e $d_m(1) = 1$u. e $d_h(1) = -1$u.; **4)** Não estamos no domínio aceitável para o preço. Teremos que usar a "outra" parte da curva da procura $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 3000 - 2000p = -2500 + 2000p \Leftrightarrow 5500 = 4000p \Leftrightarrow p = 1.375$€/u. e $d_m(1.375) = 0.25$u. e $d_h(1.375) = 0$u.

No mercado a quantidade transaccionada será 250u. ao preço unitário de 1.375€/u. São as mulheres que adquirem mais (os homens não compram).

Variações relativas, Elasticidade. Para tornarmos compatíveis análises empíricos em que se utilizam realidades económicas muito diferentes, a evolução em termos relativos das variáveis económicas é mais relevante que a sua variação absoluta. Por exemplo, quando comparamos os países pobres com os países ricos, a taxa de crescimento anual (em percentagem) é mais comparável que o crescimento absoluto (em euros). Então, pode ter importância definir as curvas de procura e de oferta (na vizinhança do ponto de equilíbrio) em termos relativos. Por exemplo, dizer que, quando o preço aumenta 1%, a quantidade procurada aumenta 0.75%. Esta grandeza que relaciona variações relativas não tem dimensões e denomina-se por elasticidade (no exemplo será 0.75).

Elasticidade arco. A determinação da elasticidade arco (ou média) é feita quando se conhecem dois pontos da curva e obtém-se dividindo a variação relativa da quantidade pela variação relativa do preço. Por exemplo, conhecemos os pontos $S(5) = 90$ e $S(7) = 110$. Então, em torno do ponto médio, existe uma variação relativa da quantidade oferecida de

(90 – 110)/100 = 20% e uma variação relativa do preço de (7–5)/6 = 33.3% pelo que a elasticidade preço da oferta será 20%/33% = 0.6.

Em termos de expressão matemática temos:

$$\varepsilon_{p,Q} = \frac{\dfrac{Q_2 - Q_1}{\overline{Q}}}{\dfrac{p_2 - p_1}{\overline{p}}} = \frac{\dfrac{Q_2 - Q_1}{0.5(Q_2 + Q_1)}}{\dfrac{p_2 - p_1}{0.5(p_2 + p_1)}}$$

Também poderíamos utilizar logaritmos (*i.e.*, ajustar um função isoelástica). Partindo de dois pontos, (y_1, x_1) e (y_2, x_2) determinamos ε ajustando Q = A.x^{ε}:

$$\begin{cases} Q_1 = A.x_1^{\ \varepsilon} \\ Q_2 = A.x_2^{\ \varepsilon} \end{cases} \Rightarrow Q_1 / Q_2 = (x_1 / x2)^{\varepsilon} \Leftrightarrow \varepsilon_{p,Q} = \frac{\ln(Q_1) - \ln(Q_2)}{\ln(x_1) - \ln(x_2)} = \frac{\ln(90) - \ln(110)}{\ln(5) - \ln(7)} = 0.596$$

Elasticidade ponto. A determinação da elasticidade ponto é feita com recurso ao cálculo matemático. Assim, é o limite da elasticidade arco quando a diferença dos preços se aproxima de zero. Tem em consideração o valor da derivada da função e os valores da quantidade e do preço no ponto. Para ficar mais claro, vou usar a definição de derivada na elasticidade preço da procura:

$$\varepsilon = \lim_{p2 \to p1} \frac{\dfrac{D_2 - D_1}{\overline{D}}}{\dfrac{p_2 - p_1}{\overline{p}}} = \lim_{h \to 0} \frac{\dfrac{D(p+h) - D(p)}{D(p)}}{\dfrac{h}{p}} = \lim_{h \to 0} \left[\frac{D(p+h) - D(p)}{h} \right] \frac{p}{D(p)} = \frac{dD}{dp} \frac{p}{D}$$

Podemos agora confirmar que a elasticidade ponto de y = A.x^e é e em qualquer abcissa:

$$y'(x) \frac{x}{y} = A.e.x^{e-1} \frac{x}{A.x_e} = e$$

Procura elástica ou inelástica: Se a elasticidade da função de procura for menor que um, diz-se que a procura é inelástica enquanto que se for superior a um diz-se que a procura é elástica. No caso fronteira, a procura é de elasticidade unitária.

Ex1.7: Sendo a curva de procura $D(p)$ = 100 – p e a curva de oferta $S(p)$ = –10 + 10p, relativamente ao ponto de equilíbrio, qual será a variação relativa da quantidade procurada se o preço aumentar 1%?

R: O equilíbrio é $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 100 - p = -10 + 10p \Leftrightarrow p$ = 10€/u. e Q = 90u. A elasticidade no ponto é $D'(p).p/Q$ = –1x10/ 90 = –0.11. Então, se o preço aumentar 1%, a quantidade procurada diminui 0.11%.

Outro exemplo: Para a função de procura $D(p)$ = 100 – 3p, determine a elasticidade preço da procura. Determine o ponto em que a essa elasticidade vale –0.5.

R: Para um ponto genérico, temos $\frac{dD}{dp}\frac{p}{D} = -3\frac{p}{100-3p} = \frac{-3p}{100-3p}$.

O ponto em que $\varepsilon_{p,D}$ = –0.5 resolve $\frac{-3p}{100-3p} = -0.5 \Leftrightarrow -3p = -50 + 1.5p \Leftrightarrow p = 11.11€/u.$,

D(11.11) = 66.67u.

Meio de transporte e utilização	Elasticidade preço da procura
Viagem de avião, passeio	–1.52
Viagem de comboio, passeio	–1.40
Viagem de avião, negócios	–1.15
Viagem de comboio, negócios	–0.70

Tab. 1.1 – Estimativa da elasticidade preço da procura ($e_{p,d}$)
(Fonte: Besanko, 2ªed, Table 2.2)

Ex1.8: Sendo que a curva de procura se fortalece com o rendimento disponível, $D(p)$ = 100 – p + 0.25R, e a curvas de oferta é $S(p)$ = –10 + 5p, para um rendimento de 1000€ qual será a variação relativa da quantidade procurada induzida por um aumento do rendimento em 1% (denomina-se por elasticidade rendimento da procura)?

R: O equilíbrio será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow$ 100 – p + 0.25R = –10 + 5p $\Leftrightarrow$ 360 = 6p $\Leftrightarrow$ p = 60€/u. e Q = 290u. A elasticidade no ponto será relativamente ao rendimento será dada por $D'_R(p).R/Q$ = 0.25x1000/290 = 0.862. Então, o aumento de 1% no rendimento induz um aumento de 0.862% na quantidade procurada.

Alimento	Elasticidade rendimento da procura
Natas	1.72
Maças	1.32
Ervilhas frescas	1.05
Cebolas	0.58
Manteiga	0.37
Margarina	–0.20

Tab. 1.2 – Estimativa da elasticidade rendimento da procura ($e_{r,d}$)
(Fonte: Besanko, 2ªed, Table 2.4)

1.5. Aplicações: intervenções do governo.

O governo, por vezes, julga que o mercado não está a funcionar de forma conveniente para o bem da sociedade e decide intervir politicamente no sentido de alterar os preços e a quantidade transaccionadas na direcção politicamente considerada como a mais conveniente*. Vamos considerar, havendo outras, as politicas de imposição de um preço máximo ou mínimo e a cobrança de um imposto (que se soma ao preço do vendedor) ou atribuição de um subsídio (que se subtrai ao preço do vendedor).

Imposição de um preço máximo. Por vezes, os governos intervêm no mercado impondo um preço máximo. Por exemplo, as condicionantes do mercado apontam para que o preço do pão suba de 0.15€/u. para 0.20€/u. mas o governo, pensando acalmar o descontentamento dos consumidores, impõe que o preço não possa ultrapassar os 16€/u. **Apenas existem efeitos no mercado da imposição de um preço máximo se o preço imposto for inferior ao preço de equilíbrio de mercado****. É óbvio que se o governo impusesse que o preço do pão não podia ultrapassar 1.00€/u., a política não teria qualquer efeito. Já a imposição de um preço máximo de 0.16€/u. terá efeitos no mercado.

A imposição de um preço máximo inferior ao preço de equilíbrio (walrassiano) induz uma diminuição da quantidade transaccionada e do preço de mercado (ver Fig.1.12 onde o preço de equilíbrio seria 2.00€/u. e o governo obriga a que, no máximo, seja 1.60€/u.).

Ao preço máximo obrigatório, os consumidores estariam disponíveis para consumir maior quantidade mas os vendedores não estão disponíveis para colocar à venda tanta quantidade. Observa-se que deixa de haver mercadoria disponível: no caso dos bens, as prateleiras ficam vazias e, no caso dos serviços, aumenta o tempo de espera para o atendimento. Pode ainda verificar-se uma degradação da qualidade do bem ou serviço e surgir um mercado paralelo em que as transacções acontecem a um preço maior que o valor máximo imposto pelo governo.

---

* Na Economia Pública estudam-se situações em que os governantes não procura o bem-estar da sociedade mas o seu próprio bem-estar. Por exemplo, as alterações das políticas económicas no decorrer do ciclo eleitoral.

** Enquanto que no equilíbrio walrassiano o mercado está fora do equilíbrio porque, àquele preço, os compradores querem adquirir maior quantidade que os vendedores querem vender, no sentido de equilíbrio de Nash, o mercado está em equilíbrio porque os compradores conformam-se com a imposição (que é conhecimento público e perfeito) não havendo incentivos para que tentem adquirir maior quantidade.

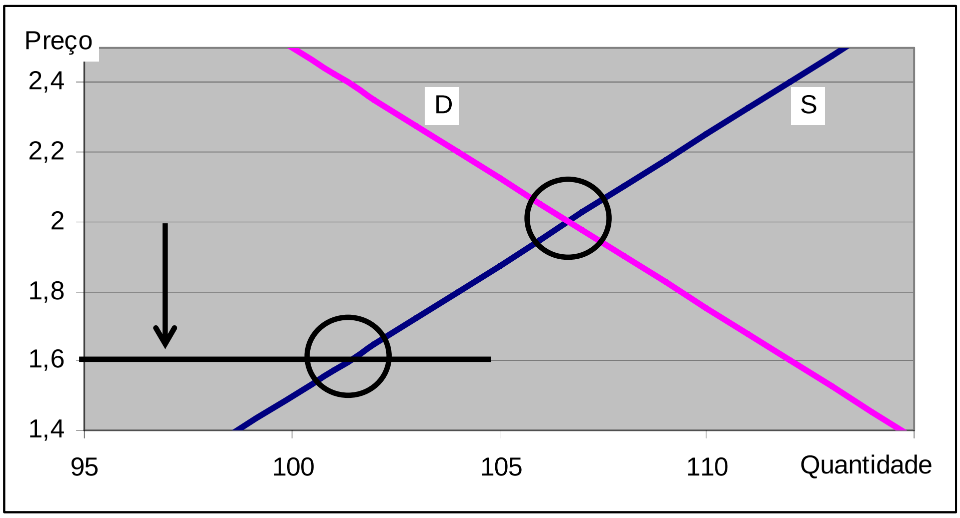


Fig.1.12 – Imposição de um preço máximo menor que o preço de equilíbrio.

Nas situações de imposição de um preço máximo efectivo, o mercado vai ficar fora do ponto do equilíbrio walrassiano e sobre a curva da oferta.

Ex1.9: Num mercado de pão, a curva de procura é $D(p) = 280 - 6p$ e a curva de oferta é $S(p) = 80 + 4p$ (preço em cent./u. e quantidade em milhares de unidades). **i)** Qual o equilíbrio de mercado e **ii)** que alterações induz o governo ao impor 16cent./u. como preço máximo?

R: i) O equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 280 - 6p = 80 + 4p \Rightarrow 200 = 10p \Leftrightarrow p = 20$ e $Q = 160$. **ii)** Se for imposto como preço máximo 16cent./u., então haverá uma diminuição do preço de transacção ($16 < 20$) acompanhada por uma diminuição da quantidade transaccionada: Q = menor{D; S} = menor{280 – 6p; 80 + 4p} = menor{184; 144} = 144u. O mercado vai ficar sobre a curva de oferta.

Preço mínimo. Os governos também podem intervir no mercado pela imposição de um preço mínimo. Por exemplo, o mercado aponta para que o preço da carne de vaca diminua de 5.00€/kg para 3.50€/kg mas o governo, pensando tal ser pernicioso para os agricultores, decreta que o preço não pode ser inferior a 4.00€/kg.

Apenas existirão efeitos desta política se o preço mínimo for superior ao preço de equilíbrio. Se, no exemplo, o governo impusesse que o preço da carne não podia ser menor que 1.00€/kg não haveria qualquer alteração no mercado. Pelo contrário, a imposição de

4.0€/kg como preço mínimo já terá efeitos no mercado.

A imposição de um preço mínimo superior ao preço de equilíbrio induz uma diminuição da quantidade transaccionada e um aumento do preço de mercado (ver Fig.1.13).

Ao preço mínimo obrigatório (mais elevado que o de equilíbrio walrassiano), os vendedores estariam disponíveis para vender maior quantidade mas os compradores não estão disponíveis para adquirir tanta quantidade. Observa-se que começa haver excesso de mercadoria disponível: no caso dos bens, as prateleiras ficam cheias e, no caso dos serviços, não existem clientes. Como os vendedores têm muitos stocks, surge um mercado paralelo em que as transacções acontecem a um preço de saldo (preço menor que o obrigatório).

Nas situações de imposição de um preço mínimo efectivo, o mercado vai ficar fora do normal ponto do equilíbrio e apenas sobre a curva da procura.

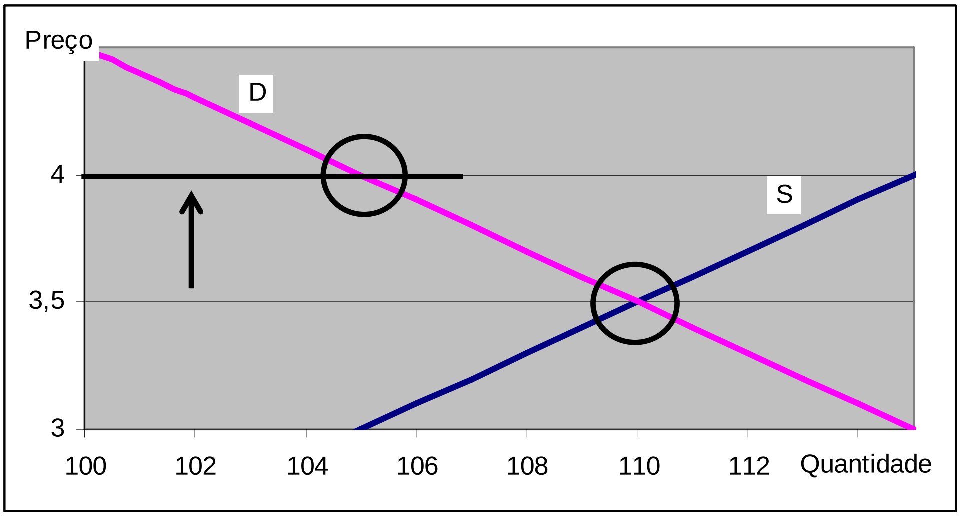


Fig.1.13 – Imposição de um preço mínimo superior ao preço de equilíbrio.

Ex1.10: No mercado de carne, a curva de procura é $D(p) = 430 - 60p$ e a curva de oferta é $S(p) = 80 + 40p$ (preço em €/kg e quantidade em milhares de kg). Qual o equilíbrio de mercado e que alterações induz o governo ao impor 4€/kg como preço mínimo?

R: 1) O equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 430 - 60p = 80 + 40p \Rightarrow 350 = 100p \Leftrightarrow p =$ 3.5€ e $Q = 220t$. Se for imposto 4€/kg como preço mínimo, então haverá um aumento do preço de transacção (4 < 3.5) acompanhada por uma diminuição da quantidade transaccionada: Q = menor{$430 - 60p$; $80 + 40p$} = menor{190; 240} = 190. O mercado vai ficar sobre a curva de procura.

Resumindo, a imposição pelo governo de um preço efectivo diferente do de normal equilíbrio, induz sempre uma diminuição da quantidade transaccionada. Se for imposto um preço máximo inferior ao de normal equilíbrio, os vendedores não querem vender tanto como os compradores querem comprar. Se for imposto um preço mínimo superior ao de normal equilíbrio, os compradores não querem comprar tanto como os vendedores querem vender.

Ex1.11: Num hipotético mercado, as curvas de procura *D* e de oferta *S* são dadas na tabela ao lado. Qual será o preço e a quantidade transaccionada em equilíbrio de mercado? Qual será a quantidade transaccionada se o governo impuser 4€/kg como preço máximo? E 10€/kg como preço mínimo?

p	*D*	*S*
2€/kg	150kg	25kg
4€/kg	140kg	80kg
6€/kg	130kg	130kg
8€/kg	120kg	137kg
10€/kg	110kg	140kg
12€/kg	100kg	155kg

R: Em equilíbrio a quantidade transaccionada será 130kg ao preço de 6€/*kg*. A quantidade transaccionada a 4€/kg será 80kg (lado da oferta). A quantidade transaccionada a 10€/kg será 110kg (lado da procura).

Cobrança de um imposto. Os governos também podem intervir no mercado cobrando um imposto sobre o preço, tipo IVA (imposto sobre o valor acrescentado). O principal objectivo do governo, além de controlar o mercado, é obter rendimentos para cobrir os custos do seu funcionamento (e para poder atribuir subsídios noutros mercado).
A cobrança de um imposto faz com que o preço que os compradores pagam seja superior (no valor do imposto) ao preço que os vendedores recebem. Assim, o imposto aumenta o preço que os consumidores pagam e diminui o preço que os vendedores recebem de forma que diminui a quantidade transaccionada. Na Fig.1.14, inicialmente no mercado são transaccionadas 110u. ao preço de 3.5€/u. e a introdução de um imposto de 1€/u. faz diminuir a quantidade transaccionada para 105u., aumentar o preço que os compradores pagam para 4€/u. e diminuir o preço que os vendedores recebem para 3€/u.

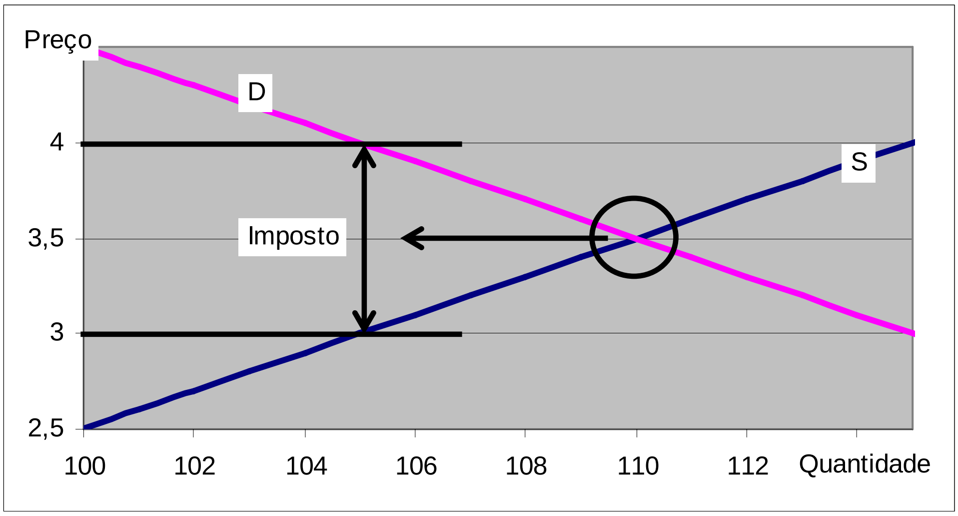


Fig.13 – Efeito no mercado da cobrança de um imposto sobre o preço de transacção

Ex1.12: No mercado de bacalhau, a curva de procura é $D(p) = 1500 - 50p$ e a curva de oferta é $S(p) = 950 + 5p$ (preço em €/kg e quantidade em toneladas). Qual o equilíbrio de mercado e que alterações induz a imposição de 3€/kg de imposto?

R: 1) O equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 1500 - 50p = 950 + 5p \Rightarrow 550 = 55p \Leftrightarrow p = 10$€/kg e $Q = 1000t$. **2.1)** Se for cobrado o imposto de 3€/kg, o cálculo do novo ponto de equilíbrio de mercado pode ser feito ao preço dos vendedores (o preço dos compradores será maior que o preço dos vendedores, ver Fig.1.14). $p_c = p_v + 3 \Rightarrow D(p_v + 3) = S(p_v) \Leftrightarrow 1500 - 50(p_v+3) = 950 + 5p_v \Rightarrow 400 = 55p_v \Leftrightarrow p_v = 7.27$€/kg, $p_c = 10.27$€/kg e $Q = 986.4t$.

O preço dos vendedores diminui de 10€/kg para 7.27€/kg, o preço dos compradores aumenta de 10€/kg para 10.27€/kg e a quantidade transaccionada diminui de 1000t. para 986.4t.

2.2) De forma equivalente, podemos calcular o novo equilíbrio de mercado ao "preço dos compradores": $D(p_c) = S(p_c - 3) \Leftrightarrow 1500 - 50p_c = 950 + 5(p_c - 3\ ) \Rightarrow 565 = 55p_c \Leftrightarrow p_c = 10.27$€/kg, $p_v = 7.27$€/kg e $Q = 990.9t$.

A resolução do mercado "ao preço do vendedor" torna equivalente a introdução de um imposto sobre o preço a um enfraquecimento da oferta (ver. Fig.1.14).

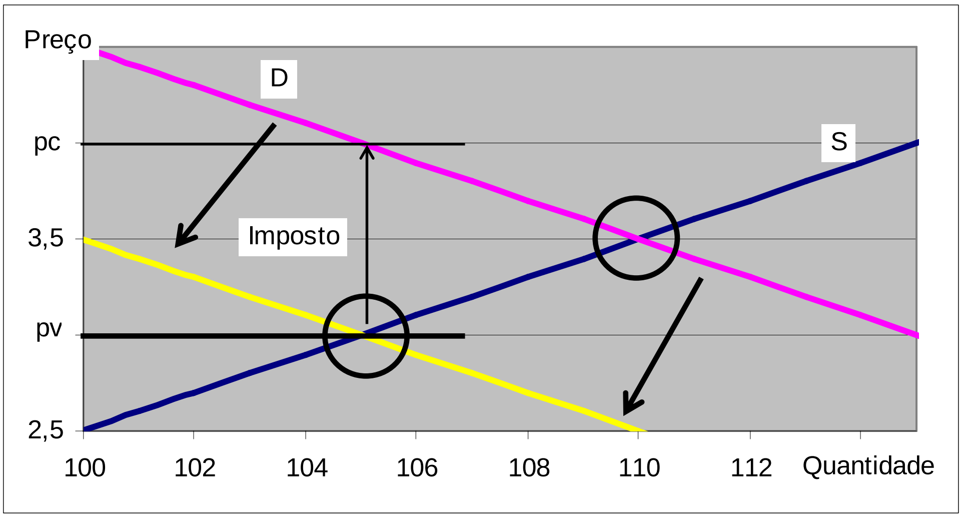


Fig.1.14 – Determinação do equilíbrio de mercado ao "preço do vendedor"

Repartição do imposto entre vendedores e compradores. Já mostrei que o imposto, I, induz um aumento do preço que os compradores pagam, p_c, e uma diminuição do preço que os vendedores recebem, p_v, de tal forma que $p_c - p_v = I$. O que pretendo calcular neste ponto é, em termos percentuais relativos, a distribuição do efeito do imposto no preço dos compradores e dos vendedores. Retomando o Ex.1.12, em termos absolutos, o imposto de 3€/kg repartiu-se 0.27€/kg para os compradores e 2.73€/kg para os vendedores. Então, em termos relativos, 9% do imposto (0.27/9) será suportado pelos compradores e 91% do imposto (2.73/3) será suportado pelos vendedores. Como regra, quanto mais sensível for a curva ao preço, menor será a percentagem do imposto suportada.

Ex1.13: Num mercado de seguros, a curva de procura é $D(p) = 3000 - 10p$ e a curva de oferta é $S(p) = -750 + 5p$ (preço em €/seguro e quantidade em seguros). **i)** Qual o equilíbrio de mercado, **ii)** que alterações induz a imposição de 30€/s de imposto e **iii)** como é distribuído o imposto?

R: i) O equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 3000 - 10p = -750 + 5p \Rightarrow 3750 = 15p \Leftrightarrow p = 250$€/s e $Q = 500$s. **ii)** Se for cobrado o imposto de 30€/s, o cálculo do novo ponto de equilíbrio de mercado ao preço dos vendedores será $p_c = p_v + 30 \Rightarrow D(p_v + 30) = S(p_v) \Leftrightarrow 3000 - 10(p_v+30) = -750 + 5p_v \Rightarrow 3450 = 15p_v \Leftrightarrow p_v = 230$€/s, $p_c = 260$€/s e $Q = 400$s. iii) Os compradores suportam (260–250)/30 = 1/3 e os vendedores (250–230)/30=2/3 do imposto.

Atribuição de um subsídio. Em termos algébricos, um subsídio corresponde a um imposto de sinal negativo. Assim sendo, a atribuição de um subsídio faz com que o preço que os compradores pagam seja inferior (no valor do subsídio) ao preço que os vendedores recebem. Assim, o imposto diminui o preço que os consumidores pagam e aumenta o preço que os vendedores recebem de forma que aumenta a quantidade transaccionada. Na Fig.1.15, inicialmente no mercado são transaccionadas 110u. ao preço de 3.5€/u.. e a atribuição de um subsídio de 1€/u. faz aumentar a quantidade transaccionada para 115u., baixa o preço que os compradores pagam para 3€/u. e aumenta o preço que os vendedores recebem para 4€/u.

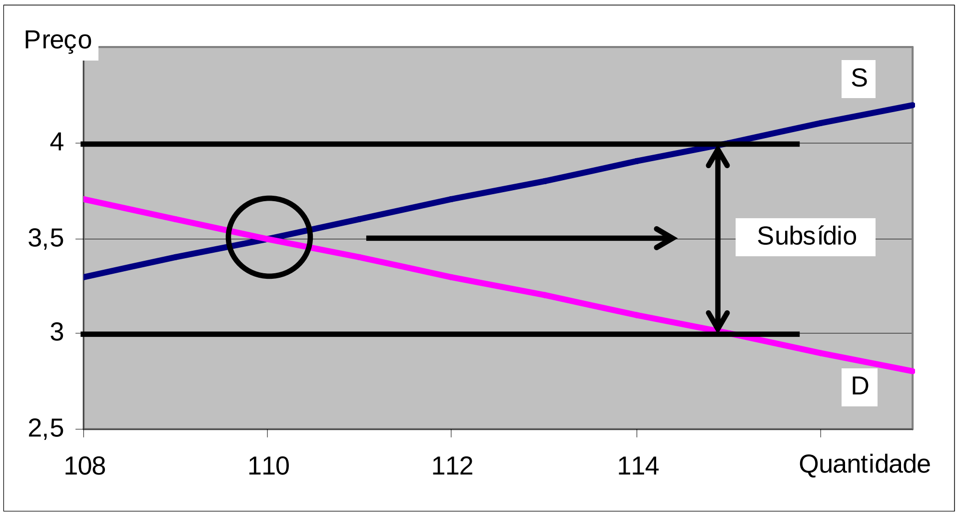


Fig.1.15 – Efeito no mercado da atribuição de um subsídio (ao preço)

Ex1.14: No mercado de bacalhau, a curva de procura é $D(p) = 1500 - 50p$ e a curva de oferta é $S(p) = 950 + 5p$ (preço em €/kg e quantidade em toneladas). Qual o equilíbrio de mercado e que alterações induz a atribuição de 3€/kg de subsídio?

R: 1) O equilíbrio de mercado inicial é (ver Ex1.12) p = 10€/kg e $Q = 1000t$. **2.1)** Com o subsídio de 3€/kg, o novo ponto de equilíbrio de mercado feito ao preço dos vendedores será $p_c = p_v - 3 \Rightarrow D(p_v - 3) = S(p_v) \Leftrightarrow 1500 - 50(p_v - 3) = 950 + 5p_v \Rightarrow 700 = 55p_v \Leftrightarrow p_v =$ 12.73€/kg, p_c = 9.73€/kg e $Q = 1013.6t$.

Repartição do subsídio entre vendedores e compradores. O subsídio, S, é um imposto de sinal negativo pelo que virá o preço que os compradores pagam, p_c, menor que o preço que os vendedores recebem, p_v, de tal forma que $p_v - p_c = S$. O que pretendemos calcular neste ponto é, em termos percentuais, a distribuição do efeito relativo do subsídio no preço dos compradores e dos vendedores. Retomando o Ex.1.13, em termos absolutos, o subsídio de 3€/kg repartiu-se 0.27€/kg para os compradores e 2.73€/kg para os vendedores. Então, em termos relativos, 9% do subsídio vai para os compradores e 91% do subsídio vai para os vendedores. Quanto mais sensível for a curva ao preço, menor será a percentagem do subsídio com que ficam beneficiados.

Ex1.15: Num mercado de "tomar conta de crianças ao fim de semana", a curva de procura é $D(p) = 500 - 25p$ e a curva de oferta é $S(p) = -250 + 50p$ (preço em €/criança e quantidade em crianças). **i)** Qual o equilíbrio de mercado, **ii)** que alterações induz a atribuição pelo governo de um subsídio de 5€/c. e **iii)** como é distribuído o subsídio?
R: i) O equilíbrio de mercado será $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 500 - 25p = -250 + 50p \Rightarrow 750 = 75p \Leftrightarrow p = 10$€/c e $Q = 250$c. **ii)** Se for atribuído 30€/s de subsídio, o cálculo do novo ponto de equilíbrio de mercado ao preço dos compradores será $p_c + 5 = p_v \Rightarrow D(p_c) = S(p_c + 5) \Leftrightarrow 500 - 25p_c = -250 + 50(p_c + 5) \Rightarrow 500 = 75p_c \Leftrightarrow p_c = 6.67$€/c, $p_v = 11.67$€/c e $Q = 333$c. iii) Os compradores beneficiam (10–6.67)/5 = 2/3 e os vendedores (11.67–10)/5=1/3 do subsídio.

O preço do dinheiro e sua evolução. O valor do dinheiro não é intrínseco (excepto para os coleccionadores de notas e moedas) mas resulta de ter poder aquisitivo. Assim, o valor de uma soma de dinheiro é consequência de, com ela, se poder comprar bens e serviços que têm valor (apesar de dependente da valoração que cada pessoa faz). O preço unitário de um bem ou serviço é a quantidade de dinheiro necessária para adquirir uma unidade desse bem ou serviço. Então, o preço unitário do dinheiro será uma unidade monetária (*e.g.*, como para comprar um euro é necessário pagar um euro, então o preço de um euro será um euro) parecendo que esta discussão não faz sentido económico. A questão ganha sentido quando retiramos à moeda a sua função de unidade de valor e a atribuirmos a outro activo: *e.g.*, custando o milho 0.50€/kg e o frango 1.75€/kg, passando o milho a ser a unidade de valor, então o preço do frango passará a ser 3.5kg de milho/kg e o preço do dinheiro a ser 2kg de milho/euro. Considerando um bem compósito que agrega os bens e serviços que se transaccionam numa zona monetária e assumindo uma unidade desse bem compósito como unidade de valor, então o preço do dinheiro serão as unidades de bem compósito necessárias para adquirir uma unidade de dinheiro (ou as unidades de bem composto que se obtêm pela venda de uma unidade de dinheiro).

Efeito de uma variação da quantidade de moeda. Em função do preço do dinheiro, por um lado, os vendedores de dinheiro (*i.e.*, quem tem dinheiro e não tem bens e serviços) vão pretender vender uma determinada quantidade de dinheiro e, por outro lado, os compradores de dinheiro (*i.e.*, quem não tem dinheiro e tem bens e serviços) vão pretender comprar uma determinada quantidade de dinheiro. Então, podemos imaginar um mercado de dinheiro com curvas de oferta, de procura e equilíbrio em que o preço do dinheiro são kg do bem compósito por € e a quantidade transaccionada são € por dia (a quantidade transaccionada como um fluxo):

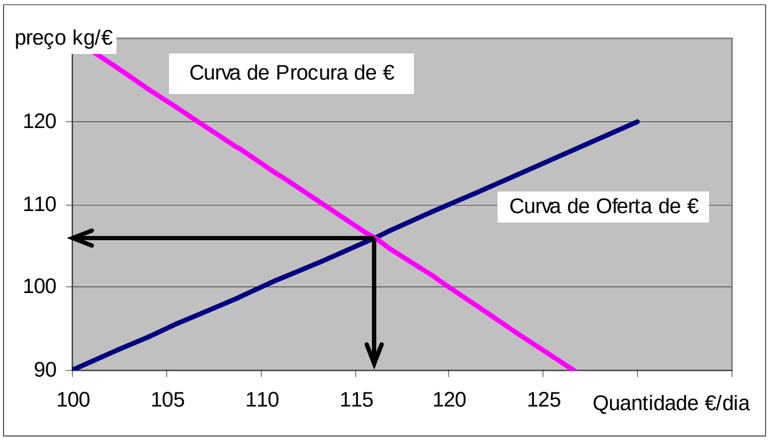


Fig.1.16 – O mercado de dinheiro

Em termos verbais, definimos que o preço do dinheiro é o inverso do preço médio dos bens e serviços transaccionados na zona monetária (e não a taxa de juro que é o preço do crédito).

Quando há um reforço da oferta de dinheiro (*e.g.*, por o banco central emitir mais moeda) a curva da oferta de dinheiro desloca-se para a direita pelo que diminui o preço do dinheiro (*i.e.*, o dinheiro desvaloriza: aumenta a inflação) e aumenta a quantidade de dinheiro em circulação (em termos nominais). Quando há um reforço da procura de dinheiro (*e.g.*, as pessoas aumentam o seu rendimento, *i.e.*, a quantidade de bens e serviços que têm) a curva da procura de dinheiro desloca-se para a direita pelo que aumenta o preço do dinheiro (*i.e.*, o dinheiro valoriza: existe deflação) e aumenta a quantidade de dinheiro em circulação (em termos nominais).

O mesmo raciocínio pode ser aplicado ao preço de uma moeda em termos de unidades monetárias de outra moeda (*i.e.*, à taxa de cambio). Vamos supor o Brasil (Reais) e a Europa (Euros). Se o preço unitário do Euro diminuir de 3 Reais/Euro para 2 Reais/Euro (o Euro fica mais barato) então aumenta a quantidade procurada e diminui a quantidade oferecida de Euros.

Exercícios de recapitulação

Ex1.16: No mercado das "Viagens à Terra Santa", sabemos que em condições normais são vendidas por ano 6000 viagens a 1500€ cada uma. Nos anos de intifada, há enfraquecimento da procura de forma que são vendidas 1200 viagens a 1000€ cada uma. Sabemos ainda que, quando o preço aumenta 1%, a quantidade procurada diminui em 0.5% e que o IVA é de 20%. Determine o efeito no mercado de uma diminuição do IVA de 20% para 5% e como se distribui o efeito sobre o preço.

R. Primeiro, determinamos a curva da oferta e a curva da procura. Como é dada a elasticidade da procura (–0.5) e um ponto (1500; 6000), vou estimar o modelo isoelástico:

A) $D(p) = K.p^{-0.5} \Rightarrow 6000 = K.1500^{-0.5} \Rightarrow K = 232379 \Rightarrow D(p) = 232379.p^{-0.5}$

B) Como há alterações na procura, os pontos (1500; 6000) e (1000, 1200) são da curva de oferta. Para usar o preço dos vendedores, temos que retirar o IVA (de 20%) do preço dos compradores de forma que 1500€→1250€ e 1000€→833.3€. Podemos estimar uma recta:

$$S(p) = A + B.p \Rightarrow \begin{cases} 6000 = A + 1250B \\ 1200 = A + 833.3B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4800 = 416.7B \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 11.52 \\ A = -8400 \end{cases}$$

$\Rightarrow S(p) = -8400 + 11.52p$

Segundo, determinamos o equilíbrio de mercado com a nova taxa de IVA (ao preço dos compradores, podendo também ser calculado ao preço dos vendedores).

$D(p) = S(p/1.05)$

$232379.p^{-0.5} = -8400 + 11.52p/1.05$

Apenas conseguimos resolver esta equação no Excel

B2: = 232379+8400*A2^0,5-10.97^A2^1,5

	A	B
1	p	Erro
2	1343,48	-9,1E-05

Atingir objectivo: definir célula B2 para o valor 0 por alteração da célula A2.

O preço de mercado das viagens diminuirá de 1500€ para 1343.48€ e a quantidade transaccionada aumentará de 6000 viagens para 6340 viagens. A diminuição do IVA induz uma diminuição do preço dos compradores em 156.52€ e um aumento do preço dos vendedores em 29.50€.

Ex1.17: Num mercado de alimentos, em termos de kg por mês, a curva de procura do indivíduo i cujo rendimento é r_i vem dada por $d(p) = 1.75p^{-0.5}r_i^{0.5}$. A curva de oferta de cada vendedor vem dada por $s(p) = 20p^{0.25}.(2h - h^2)$ onde h mede a pluviosidade anual. Existe um total de 50 vendedores e 300 consumidores (200 com 400€/mês e 100 com 900€/mês). **i)** Determine o equilíbrio de mercado num ano em que chova 1m. **ii)** Determine quanto adquiriu cada consumidor. **iii)** Quantifique o efeito do governo, para ajudar os consumidores, impor como preço máximo 20€/kg. **iv)** Quantifique o efeito do governo, para ajudar os vendedores, impor como preço mínimo 20€/kg.

R. Obtém-se a curva de procura de mercado somando as curvas individuais dos 300 consumidores, repartidas em duas classes de rendimento:

$$D(p) = 200(1.75p^{-0.5}400^{0.5}) + 100(1.75p^{-0.5}900^{0.5}) = 7000p^{-0.5} + 5250p^{-0.5} = 12250p^{-0.5}$$

A curva de oferta obtém-se multiplicando a curva individual por 50: $S(p) = 1000p^{0.25}$.

No equilíbrio a quantidade procurada é igual à quantidade oferecida:

$$D(p) = S(p) \Leftrightarrow 12250p^{-0.5} = 1000p^{0.25} \Leftrightarrow 12.250 = p^{0.75} \Leftrightarrow p = 28.239€; Q = 2305kg$$

ii) Os mais pobres consomem $D(p) = 1.75(28.239)^{-0.5}400^{0.5} = 6.586kg$ por mês e os mais ricos consomem $D(p) = 1.75(28.239)^{-0.5}900^{0.5} = 9.880kg$ por mês.

iii) A quantidade transaccionada será o mínimo entre a quantidade que uns querem comprar e a que outros querem vender.

$$menor\{D(p); S(p)\} \Leftrightarrow menor\{12250 \times 20^{-0.5}; 1000 \times 20^{0.25}\} = menor\{2739.2;\ 2114.7\} = 2114.7$$

A quantidade transaccionada no mercado diminui porque os vendedores diminuem a quantidade oferecida.

iv) Como o preço de mercado é superior ao preço mínimo imposto, não tem qualquer efeito.

Ex1.18: Segundo um estudo de um hipermercado, os 700 pescadores de sardinha de Matosinhos estão disponíveis para vender 100t/dia se o preço for de 1€/kg, 200t/dia se o preço for de 2€/kg e 200t/dia se o preço for de 3€/kg. Supondo que a curva de procura dos clientes do hipermercado é $D(p) = 500 - 10p$ e que o hipermercado tem 0.5€/kg de margem de comercialização (para cobrir os custos de transporte, exposição, refrigeração, etc.). **i)** Qual o preço contratado com os pescadores? **ii)** Qual o efeito de o governo cobrir os custos de comercialização e quanto custa por cada pescador esta política?

R. Com os três pontos podemos estimar uma curva de oferta do segundo grau.

$$S(p) = A + Bp + Cp^2 \Rightarrow \begin{cases} 100 = A + B + C \\ 200 = A + 2B + 4C \\ 400 = A + 3B + 9C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100 - B - C = A \\ 100 - 3C = B \\ 300 = 2B + 8C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 100 \\ B = -50 \\ C = 50 \end{cases}$$

i) O preço pago aos pescadores é o de equilíbrio de mercado em que o preço dos compradores é maior em 0.5€/kg (a margem é como se fosse um imposto): $S(p) = D(p + 0.5)$

$$\Leftrightarrow 100 - 50p + 50p^2 = 435 - 10(p + 0.5) \Leftrightarrow 50p^2 - 40p - 330 = 0 \Rightarrow p = 3€/kg.$$

ii) Esta política ajuda mais os consumidores que os pescadores já que o preço pago aos pescadores aumenta 0.02€/kg e o preço pago pelos consumidores diminui 0.03€/kg.

$$S(p) = D(p) \Leftrightarrow 100 - 50p + 50p^2 = 435 - 10p \Leftrightarrow 50p^2 - 40p - 335 = 0 \Rightarrow p = 3.02€/kg$$

Como serão comercializadas 404.808t/dia, a política custará 20240€/dia que, a dividir por 700, dá 28.91€/dia/pescador.

Ex1.19: No mercado de Camarão há 1000 compradores idênticos com curva de procura $d(p) = 0.6 - 0.05p$ e 40 vendedores idênticos com curva de oferta $s(p) = -1.5 + 1.5p$.

i) Determine o equilíbrio de mercado. o preço e a quantidade transaccionada no equilíbrio.

ii) Se o governo quiser que as capturas diminuam em 20%, que imposto terá que impor?

iii) Se o preço mínimo fosse 8€/kg, qual a quantidade transaccionada?

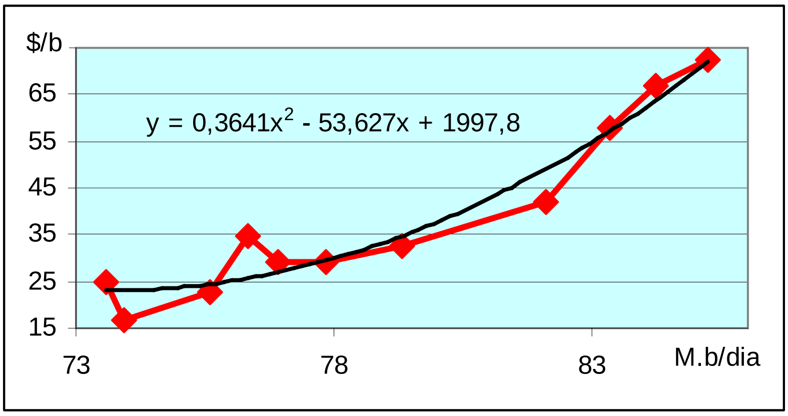
R. **i)** $D(p) = S(p) \Leftrightarrow 1000(0.6 - 0.05p) = 40(-1.5 + 1.5p) \Leftrightarrow p = 6.00$€/kg; Q = 300kg.

ii) $D(p_v + I) = S(p_v) \Leftrightarrow 1000(0.6 - 0.05(p_v + I)) = 40(-1.5 + 1.5p_v) \Leftrightarrow p_v = 6 - 0.(45)$. Resolvendo $S(p_v) = 240$ vem $-60 + 60(6 - 0.(45)I) = 240 \Leftrightarrow I = 2.2$€/kg.

iii) menor{$S(8)$; $D(8)$} = menor{420; 200} = 200kg. Os compradores não querem adquirir maior quantidade.

Ex1.20: Na última década assistimos a um aumento extraordinário do preço do petróleo.

Represento na figura seguinte a evolução do preço (dólares americanos por barril) e quantidade transaccionada (milhões de barris por dia) médias ao longo de cada ano civil:



i) O que representará a recta de ajustamento $y = 0.3641x^2 - 53.627x + 1997.8$?

ii) Será que podemos afirmar que a responsabilidade para o aumento dos preços foi a guerra do Iraque (*i.e.*, um enfraquecimento da oferta)?

iii) Sendo que em 2007 a quantidade consumida foi de 85.220 Milhões.barris/dia ao preço médio de 72.4$/b, se em 2008 essa quantidade diminuir 5%, para quanto se prevê que evolua o preço médio do barril de petróleo?

R. **i)** A recta ajustada é uma estimativa para a função de oferta inversa $p(S)$ pois no eixo vertical está o preço e no horizontal as quantidades transaccionadas. Se quiséssemos a função procura teríamos que utilizar a fórmula resolvente da equação do 2º grau:

$$p = 0.3641S^2 - 53.627S + 1997.8 \Rightarrow S(p) = \frac{53.627 + \sqrt{53.627^2 - 4 \times 0.3641 \times (1997.8 - p)}}{2 \times 0.3641}$$

ii) Como aconteceu em simultâneo um aumento do preço e da quantidade transaccionada, é o resultado dum reforço da procura. Se fosse um enfraquecimento da oferta, observava-se um aumento do preço associado a uma diminuição da quantidade transaccionada.

iii) Usando p(S) obtemos $p = 0.3641 \times (0.95 \times 85)^2 - 53.627 \times (0.95 \times 85) + 1997.8 = 41.6\$/b$.

Desce para 41.6€/barril

II – Teoria do Consumidor

Sumário: Apresento a curva de procura do agente económico partindo da maximização de uma função utilidade (não observável) sujeita à restrição orçamental e aos preços de mercado. Detalho a explicação do que é uma curva de indiferença, a função de utilidade, a recta orçamental e apresento a condição de primeira ordem da maximização (igualdade de Jevon). Finalmente, explico o que é o efeito substituição e efeito rendimento de uma alteração dos preços e apresento aplicações que fazem uma ligação com a macroeconomia nova clássica (ver http://en.wikipedia.org/wiki/New_classical_economics) de que Barro (1984) é um manual pioneiro.

Objectivos pedagógicos: O aluno compreender como podemos obter a curva de procura partindo de axiomas gerais quanto à motivação dos agentes económicos. A teoria contempla três axiomas (não observáveis): **i)** que os gostos e preferências dos consumidores se condensam na função de utilidade, **ii)** que os consumidores têm um rendimento disponível e **iii)** que escolhem o cabaz de bens ou serviços que maximiza a sua utilidade sob restrição do rendimento disponível e dos preços de mercado (é assumido serem *price takers*). O aluno deve entender que a Teoria do Consumidor se aplicar a todo o comportamento humano e que serve de fundamento para os modelos macroeconómicos e de análise social. Este ponto é conseguido pela apresentação de algumas aplicações, *i.e.*, políticas de combate à exclusão, função oferta de trabalho, função poupança, a modelização do risco e a teoria do bem-estar.

2.0 Introdução

O núcleo conceptual da Teoria do Consumidor é o princípio de que a decisão dos agentes económicos resulta de uma comparação entre o benefício da sua acção (*i.e.*, o ganho de bem-estar que origina) com o custo de a implementar (*i.e.*, o dispêndio de recursos escassos disponíveis): ”La Nature a placé l’Humanité sous le gouvernement de deux souverains maîtres, la douleur e le plaisir [...]. Par principe d’utilité, on entend ce principe qui approuve

ou désapprouve chaque action, quelle qu'elle soit, en fonction de la tendance qu'elle paraît avoir à augmenter ou diminuer le bonheur de la partie dont l'intérêt est en cause." Jeremy Bentham (1789), *Uma Introdução aos Princípios da Moral e da Legislação*. O filósofo Bentham (1748-1832), seguido por John Stuart Mill (1806-73) e James Mill (1773-1836), teorizou e difundiu o utilitarismo como o fundo ético do Homem que responde a todas as questões acerca do que fazer, do que admirar e de como viver, em termos da maximização da felicidade individual sob restrição do permitido pela sociedade. Assim, insere-se num movimento filosófico de libertação do Homem da esfera do sagrado (*i.e.*, da moral cristã).
O princípio da optimização resulta directamente da teoria da Selecção Natural de Charles Darwin (1859): os indivíduos mais optimizadores têm maior probabilidade de sobreviver, de ter filhos e de transmitir essa ética aos seus filhos (e concidadãos).

2.1. Preferências e gostos dos consumidores

Na teoria do consumidor que vamos expor, considero que o problema económico do indivíduo é a escolha de um cabaz formados por quantidades variáveis de dois bens ou serviços (ocasionalmente, mais bens ou serviços) sujeita ao rendimento disponível. Vou assumir que os indivíduos possuem informação e raciocínio perfeitos (o que é informação pública e perfeita).

2.1.1 Curva de indiferença

Princípio da Utilidade (dos bens ou serviços): Cada indivíduo tem necessidades que, quando satisfeitas, lhe permitem viver numa situação de maior conforto, de maior bem-estar. Em termos económicos, as necessidades humanas são satisfeitas com a apropriação e fruição de bens e serviços. O valor económico dos bens e serviços resulta directamente da sua capacidade em satisfazer essas necessidades humanas. Se um objecto não satisfaz nenhuma necessidade humana, então não tem valor económico. De entre as coisas com valor económico, a afectação das que estão disponíveis em quantidades ilimitadas não são um problema porque o indivíduo consegue sempre apropriar a quantidade suficiente para satisfazer as suas necessidades. Assim, a Economia concentra-se nos bens ou serviços úteis e que são escassos. Também têm relevância económica as coisas que sendo prejudiciais ao bem-estar, a sua destruição ou armazenamento obriga a despender recursos escassos,

como por exemplo, o lixo e a poluição.
O valor das coisas (*i.e.*, a sua utilidade) é subjectiva pois depende dos gostos e preferências da pessoa que as vai consumir ou fruir.
A aceitação do utilitarismo como princípio moral que rege a vida do indivíduo inviabiliza a existência de uma economia centralizada eficiente. Isto porque, ao nível de um país, o agente central não tem conhecimento sobre os gostos dos indivíduos.

Princípio da Comparabilidade (entre cabazes de bens e serviços): Se considerarmos um cabaz *A* formado pelas quantidades a_1 e a_2 de dois bens ou serviços abstractos, $A = (a_1, a_2)$, o ser humano é capaz de o comparar com outro qualquer cabaz $B = (b_1, b_2)$ formado por quantidade diferentes dos mesmos bens ou serviços. O indivíduo pode considerar que o cabaz *B* é pior, análogo, ou melhor, que o cabaz *A*. Esta comparação permite que o indivíduo prefira o cabaz *A* ao *B*, esteja indiferente entre *A* e *B* ou prefira o cabaz *B* ao *A*, exclusivamente.

Princípio da Transitividade da Comparação: A transitividade das comparações traduz que as escolhas do consumidor são consistentes. Se, por exemplo, *A* é melhor que *B* e *B* é melhor que *C*, então *A* é melhor que *C*. Vamos codificar "melhor que" como >; "análogo a" como =; e "pior que" como <;

Exercício 2.1. Considere os cabazes, A, B, C e D. Se A = B, B > C e C = D como se compara A com D? Se A = B e B = C como se compara A com C? Se A ≤ B, B ≤ C e C = D como se compara A com D? Se A ≤ B, B = C e C ≥ D como se compara A com D?
R: A > D; A = C; A ≤ D; Não se sabe.

Princípio da Insaciabilidade: O ser humano prefere sempre apropriar uma maior quantidade/qualidade de bens ou serviços. Sendo que, em termos de quantidade, isso não é uma verdade incontestável, se pensarmos em termos de qualidade já se torna perfeitamente aceitável este princípio teórico. Por exemplo, apesar de não querermos consumir maior quantidade de comida, preferíamos comida mais saborosa (*i.e.*, de maior qualidade). A insaciabilidade é importante na definição teórica das escolhas do indivíduo. Sendo o cabaz

$A = (a_1, a_2)$ e o cabaz $B = (b_1, b_2)$, pela insaciabilidade termos que (ver fig. 2.1) :

B é pior que *A* se $a_1 > b_1$ e $a_2 \geq b_2$; ou se $a_1 \geq b_1$ e $a_2 > b_2$.

B é melhor que *A* se $a_1 \leq b_1$ e $a_2 < b_2$; ou se $a_1 < b_1$ e $a_2 \leq b_2$.

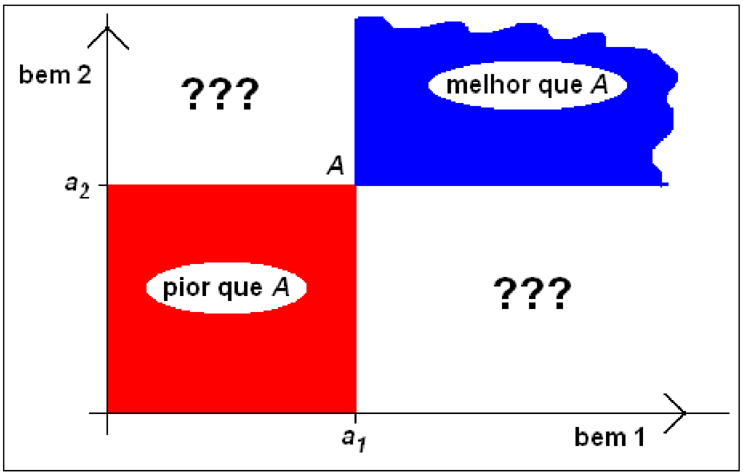


Fig.2.1 – Aplicação da insaciabilidade na comparação de cabazes

Taxa marginal de substituição: Sendo o cabaz $A = (a_1, a_2)$, existe uma proporção *k* que faz o cabaz $B = (a_1 + \delta; a_2 + \delta.k)$ análogo a *A* (em que δ é uma quantidade infinitesimal e *k* uma constante de valor negativo). Isto traduz que se eu substituir a quantidade infinitesimal δ do bem 1 pela quantidade $\delta.k$ do bem 2, o indivíduo fica indiferente entre os dois cabazes. Este princípio permite-me começar a preencher as zonas "incomparáveis" da fig. 2.1. A proporção *k* denomina-se por taxa marginal de substituição de a_1 por a_2 e traduz a inclinação da linha de fronteira que separa a zona dos cabazes melhores que *A* da zona dos cabazes piores que *A*. O principio da insaciabilidade obriga a que a proporção *k* seja negativa: quando aumenta a quantidade de um bem, para eu ficar com um cabaz equivalente, tenho que diminuir a quantidade do outro bem ou serviço (ver, fig.2.2). A insaciabilidade diz que o aumento de quantidade de ambos os bens transforma o cabaz noutro melhor e vice-versa.

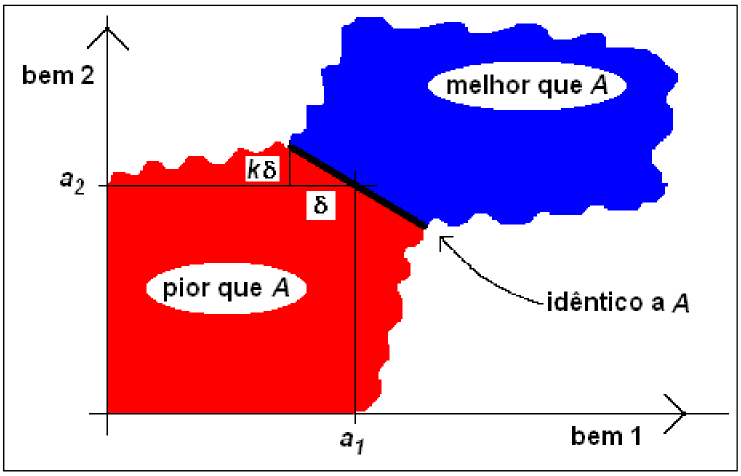


Fig.2.2 – Aplicação da substituibilidade na comparação de cabazes

Curva de indiferença: Se eu continuar a aplicar a "substituição" de um pouco do bem 1 por um pouco do bem 2 (e vice-versa), vou traçando uma linha que contêm todos os cabazes análogos ao cabaz *A*. Como o indivíduo é indiferente entre os cabazes que formam essa linha, esta denomina-se por **curva de indiferença** e separa a zona dos capazes melhores que *A* da zona dos cabazes piores que *A*. A taxa marginal de substituição entre o bem 1 e o bem 2 indica a inclinação da curva de indiferença em cada ponto, *i.e.*, a derivada da curva de indiferença (ver fig. 2.3).

Evolução da taxa marginal de substituição com a quantidade: Para termos uma "teoria bem comportada" (i.e., de que resultem curvas de procura contínuas e decrescentes) é necessário que qualquer linha que una dois cabazes da curva de indiferença passe apenas pela zona dos cabazes melhores que *A*, o que, em termos matemáticos, traduz que a CI é convexa. Esta característica obriga a que a taxa marginal de substituição (a inclinação da CI) diminua da esquerda para a direita. Esta característica é aceitável em termos económicos já que traduz que se eu tiver uma pequena quantidade do bem 1, apenas trocarei uma unidade desse bem por uma quantidade grande do bem 2 (*k* será grande em grandeza). Se, pelo contrário, eu tiver uma grande quantidade do bem 1, então estarei disponível para trocar uma unidade desse bem por uma quantidade mais pequena do bem 2 (*k* será pequeno em grandeza): Em termos relativos, quanto mais escasso for um bem ou serviço, maior será o seu valor unitário.

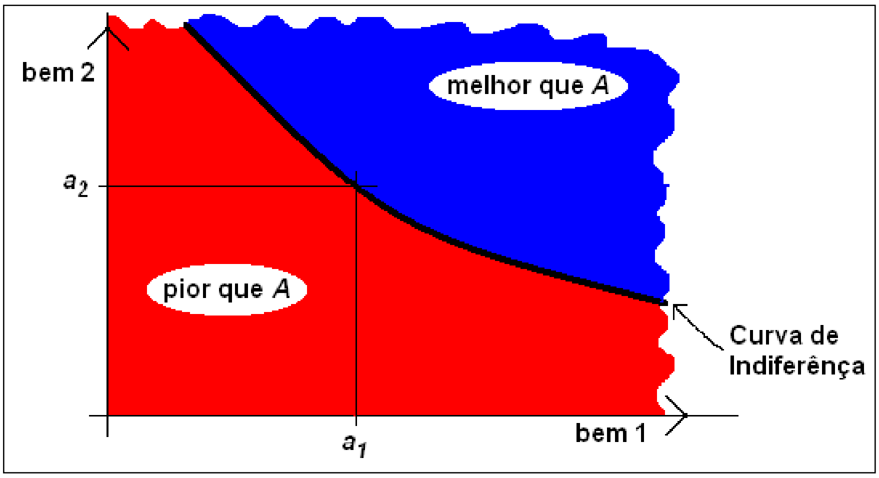


Fig.2.3 – Curva de indiferença

Exercício 2.2. Um indivíduo tem como curva de indiferença $y = 100/x$. Qual é, em $A = (x, y) = (5, 20)$, a taxa marginal de substituição do bem X pelo bem Y? E no cabaz $B = (20, 5)$?

R: $TMSxy = y' = -100/x^2 \Rightarrow TMS_A = -4$: quando tenho 5 unidades do bem X, para compensar a perda de uma unidade do bem X, necessito de adquirir 4 unidades do bem Y; $TMS_B = -0.25$: quando tenho 20 unidades do bem X, para compensar a perda de uma unidade do bem X, apenas necessito de adquirir 0.25 unidades do bem Y.

Posso caracterizar as preferências do indivíduo por um conjunto de curvas de indiferença. Comparando duas curvas de indiferença, pelo princípio da insaciabilidade, as que estão à direita e acima contêm cabazes que são preferíveis aos que se encontram nas curvas de indiferenças à esquerda e abaixo (ver, fig.2.4).

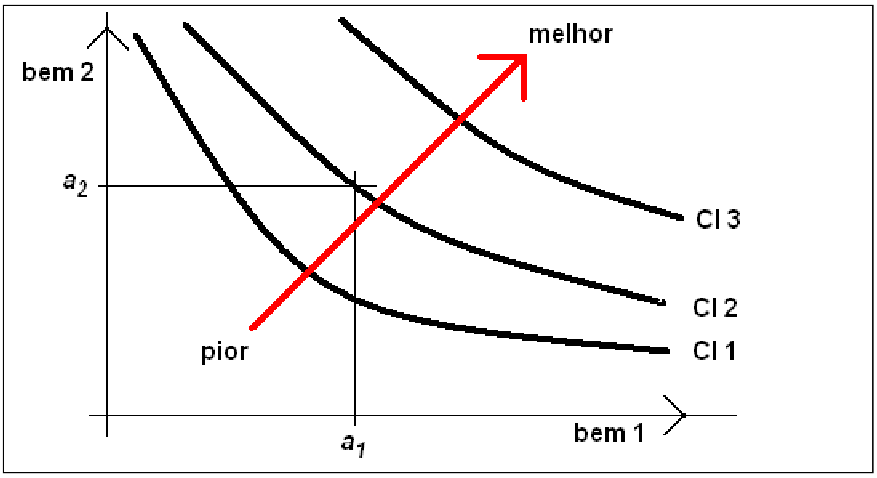
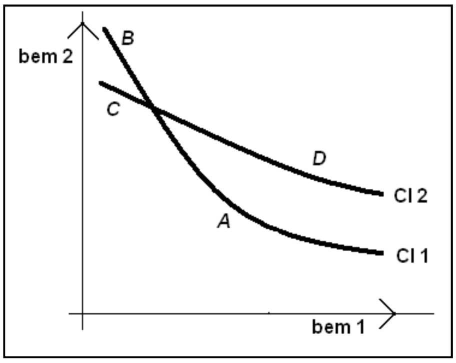


Fig.2.4 – Curvas de indiferença “melhores”

As curvas de indiferença nunca se intersectam. Por redução ao absurdo, observando a figura ao lado e atendendo à insaciabilidade, o cabaz *D* é preferível ao cabaz *A* porque contém mais do bem 1 e do bem 2. Mas, o cabaz *B* que é análogo ao cabaz *A* (está sobre a mesma C.I.) é preferível ao cabaz *C* que é análogo ao cabaz *D*, resultando ser o cabaz *A* preferível ao cabaz *D*.



Exercício 2.3. Conhecem-se duas curvas de indiferença de um indivíduo, CI_1: $a_2 = 100/a_1^2$ e CI_2: $a_2 = 10/a_1^2$. **i)** Verifique que estas duas curvas não se intersectam. **ii)** Qual das duas curvas contêm cabazes preferíveis? **iii)** Calcule e interprete a taxa marginal de substituição em *A* = (5, 4) e em *B* = (2.5, 1.6) e verifique se estão de acordo com a teoria.

R: i) Teria que haver um ponto em que as curvas coincidissem: $a_2 = 100/a_1^2$ e $a_2 = 10/a_1^2 \Leftrightarrow 100/a_1^2 = 10/a_1^2 \Leftrightarrow 100\ a_1^2 = 10\ a_1^2 \Leftrightarrow a_1 = 0$ e $a_2 = +\infty$, mas este ponto não faz parte de IR^2. **ii)** Pegando num cabaz de CI_1, *A* = (10, 1), existe em CI_2 o cabaz *B* = (10, 0.1) que é pior que *A* pelo que os cabazes da CI_1 são preferíveis aos cabazes da CI_2. **iii)** Em *A* pertence à CI_1: $TMS_A = -200/a_1^3 = -1.6$, preciso de 1.6 unidades do bem 2 para compensar a perda de uma unidade do bem 1. *B* pertence à CI_2: $TMS_A = -20/a_1^3 = -1.28$, preciso de 1.28 unidades do bem 2 para compensar a perda de uma unidade do bem 1. Apesar de eu ter menor quantidade do bem 1, como estou em curvas de indiferença diferentes, não se verifica necessariamente o princípio de que a TMS diminui da esquerda para a direita (quando a quantidade do bem 1 aumenta).

2.1.2. Função de utilidade

Poderíamos avançar com uma análise das escolhas do consumidor usando apenas a representação gráfica das curvas de indiferença. No entanto, para modelizar de forma matemática a Teoria do Consumidor, torna-se necessário atribuir um número a cada curva de indiferença de tal forma que uma curva de indiferença com cabazes preferíveis terá que ter associado um número superior. A esse número chama-se nível de utilidade e com ele constrói-se uma Função de Utilidade que dá as curvas de indiferença de forma implícita.

Podemos obter a taxa marginal de substituição num determinado cabaz sem explicitar a forma funcional da curva de indiferença que lá passa. Para isso usa-se o teorema da derivação da função implícita (não nos vamos concentrar na apresentação deste teorema porque não tem importância económica e o tema será tratado em Matemática I).

Sendo $y(x)$ dada implicitamente por $U(x,y)=q \Rightarrow TMSxy=\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}}$.

Função ordinal: A função de utilidade denomina-se por ordinal porque a magnitude da utilidade apenas é considerada em termos relativos (de ordenação). Se, por exemplo, o cabaz *A* for melhor que o cabaz *B*, então basta que *U*(*A*) seja maior que *U*(*B*), não interessando a magnitude da diferença (ver Ex2.4). No caso de a magnitude ser importante, denomina-se a função por cardinal (*e.g.*, no modelo do risco).

Ex2.4. Os gostos e preferências de um agente económico condensam-se na função de utilidade $U(a_1,a_2) = a_1.a_2$. **i)** Determine a curva de indiferença que passa pelo cabaz A = (5,10). **ii)** Verifique que as funções $V(a_1,a_2) = \ln(a_1) + \ln(a_2)$ e $Z(a_1,a_2) = a_1^4.\ a_2^4$ condensam as mesmas preferências que $U(a_1,a_2)$. **iii)** Calcule directamente de $U(a_1,a_2)$ e de $Z(a_1,a_2)$ e interprete a taxa marginal de substituição em *A* = (10, 10).

R: i) $U(5, 10) = 50 \Rightarrow a_2 = 50/a_1$.

ii) $V(5, 10) = \ln(5) + \ln(10) = 3{,}912 \Leftrightarrow \ln(a_2) = 3{,}912 - \ln(a_1) \Leftrightarrow a_2 = 50/a_1$; $Z(5, 10) = 6.25E6 \Leftrightarrow a_2^4 = 6.25E6/a_1^4 \Leftrightarrow a_2 = 50/a_1$

iii) $TMS = - U'a_1/U'a_2 = - a_2/a_1 = -10/5 = -2$; $TMS = - Z'a_1/Z'a_2 = - a_1^2\ a_2^3/a_1^3\ a_2^2 = a_2/a_1 = -10/5 = -2$, em *A*, preciso de 2u. do bem 2 para compensar a perda de 1u. do bem 1.

2.2. Restrição orçamental

É sabido que, em termos genéricos, o estudo da Economia está dependente da circunstância de a quantidade disponível de bens e serviços ser limitada e inferior às necessidades. Em termos individuais, o consumidor tem um rendimento nominal (*i.e.*, em euros) que aplica na aquisição de bens ou serviços cujos preços de mercado são dados (o agente é *price taker*). O rendimento disponível das famílias tem origem principalmente nos salários (ver, Tab. 2.1), sendo também importantes os rendimentos do capital (*e.g.*, dividendos) e as transferências do estado (*e.g.*, rendimento de inserção social). É normal usar a família como a célula individual de decisão económica porque as decisões dos seus membros estão interligadas (em média, metade dos seus membros não tem rendimento).

Sector de actividade principal	**Portugal**	**Norte**	**Centro**	**Lisboa**	**Alentejo**	**Algarve**	**Açores**	**Madeira**
Todos os sectores	**736**	684	648	899	685	687	637	693
Agricultura, silvicultura e pesca	507	446	502	646	567	456	512	522
Indústria, construção, energia e água	662	619	591	883	676	656	551	635
Serviços	787	749	696	905	710	708	687	721

Tab. 2.1 - Salário médio mensal líquido 2007, trabalhadores por conta de outrem (€/mês, 14 meses por ano. www.ine.pt)

Ex2.5: Um determinado aluno tem 600 € /mês de rendimento que pode gastar em alimentação cujo preço é 5€/u., vestuário cujo preço é 10€/u. e habitação cujo preço é 100€/u.. Qual será o cabaz que o aluno pode consumir em cada mês?

R: Qualquer cabaz X = (a, v, h) que custe menos que o rendimento, $5a + 10v + 100h \leq 600$.

Tal como consideramos para as curvas de indiferença (*e.g.*, fig.2.4), tomemos o exemplo de um cabaz genérico com dois bens ou serviços, $A = (a_1, a_2)$. Neste caso, a restrição orçamental vem dada por $p_1.a_1 + p_2.a_2 \leq r$, podendo ser representada graficamente (ver, Fig.2.5).

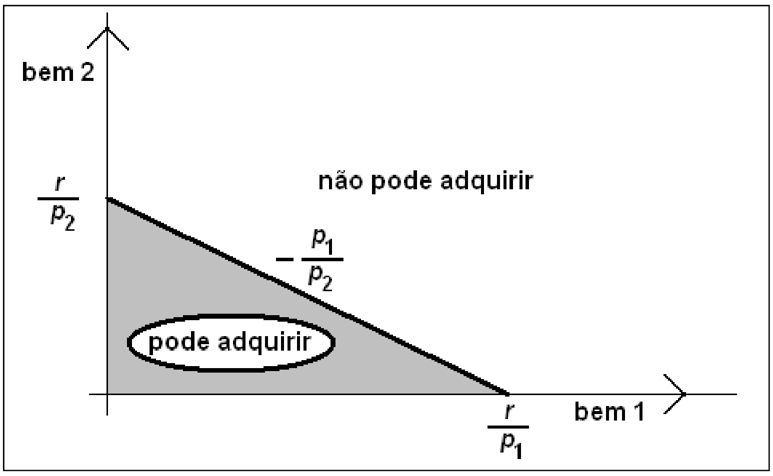


Fig.2.5 – Restrição orçamental

Recta orçamental: Denomina-se a linha fronteira entre a zona dos cabazes que o indivíduo pode adquirir da zona de cabazes que o indivíduo não pode adquirir por recta orçamental, RO. O indivíduo ao adquirir um cabaz sobre a RO esgota o rendimento, $p_1.a_1 + p_2.a_2 = r$. Podemos explicitar a RO, $\boldsymbol{a_2 = r/p_2 - a_1.p_1/p_2}$ e verificar que na intersecção com o eixo vertical (*i.e.*, $a_1 = 0$) a RO vale r/p_2, na intersecção com o eixo horizontal (*i.e.*, $a_2 = 0$) a RO vale r/p_1, e que a inclinação da RO vale $-\,p_1/p_2$. A intersecção com o eixo vertical traduz o máximo que o indivíduo pode comprar do bem 2 enquanto que a intersecção com o eixo horizontal traduz o máximo que pode comprar do bem 1. A inclinação da RO traduz que para comprar mais uma unidade do bem 1 eu tenho que abdicar de comprar $-\,p_1/p_2$ unidades do bem 2: é idêntico à TMS mas aqui pretendo manter a despesa constante (e igual ao rendimento), enquanto na TMS pretendo manter o nível de utilidade constante. Esta inclinação denomina-se por Custo de Oportunidade (que é um conceito muito importante mas que não desenvolvo aqui por estar mais associado à Teoria do Produtor).

Ex2.6: Um indivíduo tem de rendimento disponível 1000€/mês que gasta em alimentação e habitação, (a, h), cujos preços unitários são 2.5€/u. e 5€/u., respectivamente. **i)** Qual a quantidade máxima de alimentação e de habitação que o individuo pode adquirir? **ii)** Sobre a RO, quantas unidade de alimentação tem que abdicar para adquirir mais uma unidade de habitação? **iii)** Verifique se o indivíduo pode adquirir o cabaz (a, h) = (200, 150).
R: i) amax = 1000/2.5 = 400u.; hmax = 1000/5=200u. **ii)** Para manter a despesa sobre a RO, tem que abdicar de 2 unidades de a por cada unidade a mais de h: $-ph/pa = -5/2.5 = -2$. **iii)** Não pode adquirir pois a despesa, 200*2.5+150*5 = 1250€, seria maior que os 1000€ de rendimento disponível.

Bens privados e bens públicos. No exemplo anterior os bens são privados no sentido de que o indivíduo para os consumir tem que gastar na sua aquisição parte do rendimento que tem disponíveis (**principio da exclusão**: quem não paga, não tem) e, por outro lado, os outros indivíduos deixam de o poder consumir (**princípio da rivalidade**: se eu consumo, mais ninguém consome). No entanto, existem bens ou serviços que não têm estas características: os Bens Públicos: *e.g.*, eu posso usufruir da iluminação de uma rua que não prejudico o consumo de outros bens (é-me gratuito pois é paga pela Câmara Municipal) e o meu consumo em nada diminui as possibilidades dos outros indivíduos usufruírem da iluminação. Normalmente, o custo marginal de produzir (ou usufruir) um bem público é próximo de zero e muito menor que o custo fixo (conceitos a desenvolver no capítulo da teoria do produtor). Há ainda os bens comuns (não-exclusão e rivalidade) e os bens de clube (exclusão e não-rivalidade).

Efeito na RO da alteração do rendimento: Quando o rendimento aumenta (e os preços se mantêm), o indivíduo pode consumir cabazes mais recheados. Em termos gráficos, este acontecimento traduz-se por um deslocamento da RO para a direita e para cima (ver Fig.2.6). Quando o rendimento diminui, passa-se exactamente o contrário: deslocando-se a RO para a esquerda e para baixo. Como o declive traduz o rácio entre os preços (dado por – p_1/p_2), o deslocamento da RO induzido pela alteração do rendimento dá origem a uma nova RO paralela à inicial.

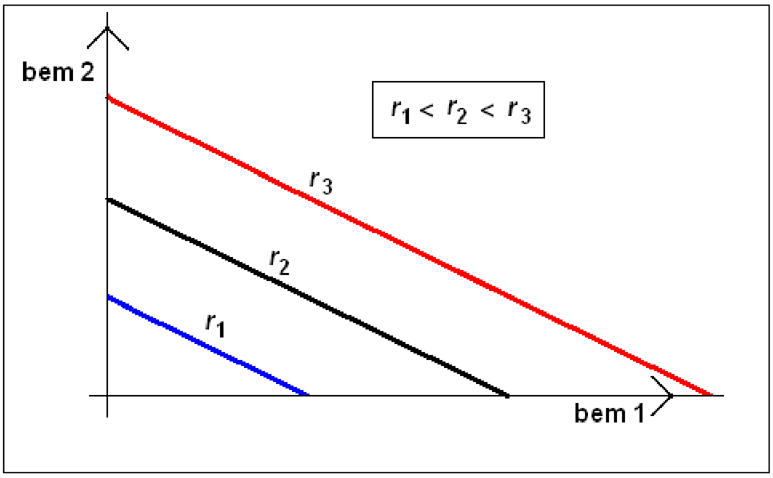
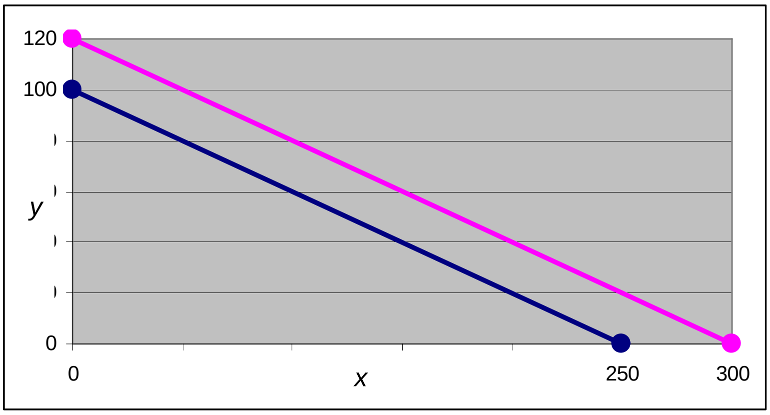


Fig.2.6 – Efeito da alteração do rendimento na RO

Ex2.6: Sendo que um indivíduo tem de rendimento disponível 500€/mês que gasta em dois bens, (x, y), cujos preços unitários são 2€/u. e 5€/u., respectivamente. **i)** Represente graficamente a RO **ii)** Represente graficamente um aumento no rendimento de 100€/mês.

R: i) $2x + 5y = 500 \Leftrightarrow y = 100 - 0.4x \Rightarrow$ posso localizar os pontos extremos (0;100) e (250;0) e uni-los por uma recta (linha azul) ; **ii)** $2x + 5y = 600 \Leftrightarrow y = 120 - 0.4x \Rightarrow$ posso localizar os pontos extremos (0;120) e (300,0) e uni-los por uma recta (linha rosa).



Efeito na RO da alteração dos preços: Quando um preço se altera, a intersecção com o eixo que representa o bem ou serviço respectivo também se altera mas em sentido contrário. Esse facto resulta de o ponto de intersecção ser a quantidade que eu posso comprar e por isso inversamente proporcional ao preço, r/p: Quanto mais barato for o bem ou serviço, maior quantidade posso comprar. Na Fig. 2.7, represento uma alteração da RO quando o preço do bem representado no eixo dos *yy* diminui (mantendo-se o rendimento e o preço do bem representado no eixo dos *xx*).

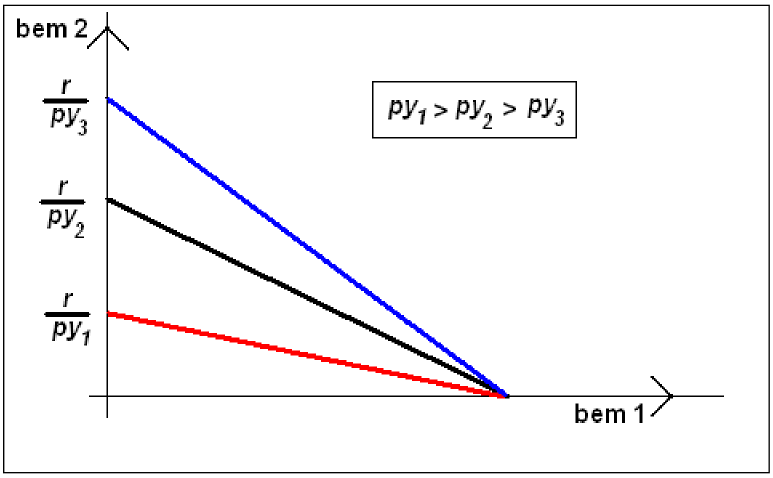


Fig.2.7 – Efeito da diminuição do preço do bem 2 na RO

A RO altera-se de forma análoga, *mutatis mutandis*, quando acontece uma diminuição do preço do bem representado no eixo dos *xx*, situação que represento na Fig 2.8 (mantendo-se o rendimento e o preço do bem representado no eixo dos *yy*).

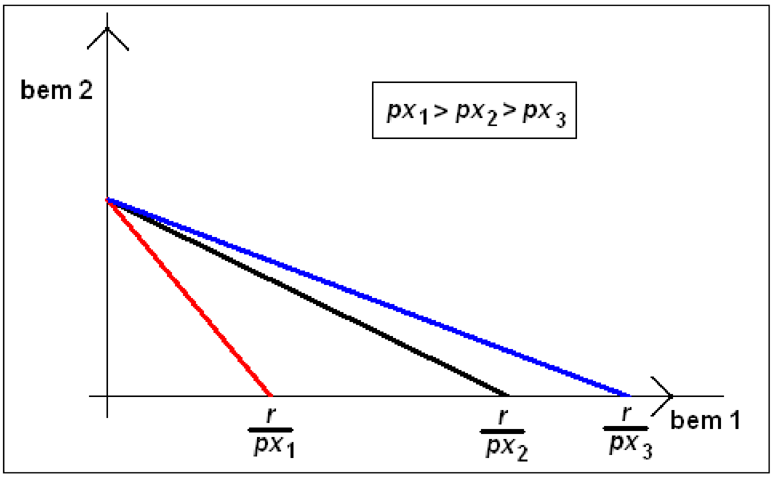
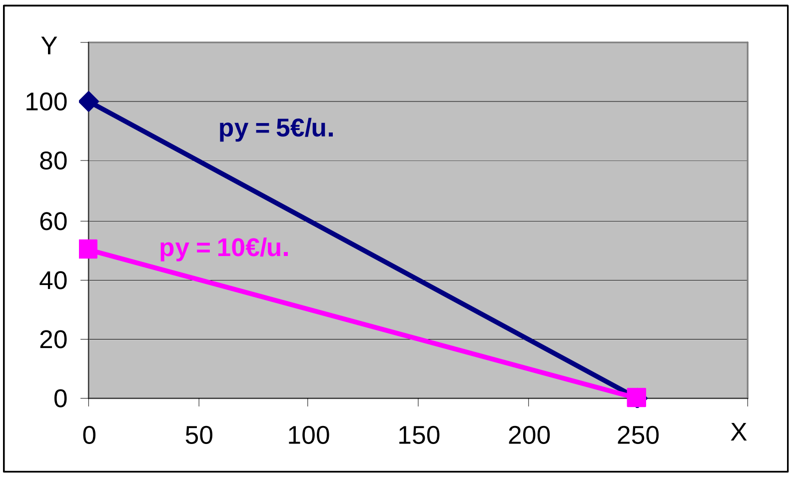


Fig.2.8 – Efeito da diminuição do preço do bem 1 na RO

mutatis mutandis: Expressão latina que traduz "mudando o que tem que ser mudado". É aplicado na comparação de situações que são diferentes mas entre as quais existe alguma analogia. *e.g.*, o ser humano, *mutatis mutandis*, é anatomicamente igual ao rato.

Ex2.7: Sendo que um indivíduo tem de rendimento disponível 500€/mês que gasta em dois bens, (*x*, *y*), cujos preços unitários são 2€/u. e 5€/u., respectivamente. **i)** Represente graficamente a RO e **ii)** o efeito na RO de o preço do bem *y* passar a ser 10€.

R: i) inicialmente, $2x + 5y = 500 \Leftrightarrow y = 100 - 0.4x \Rightarrow$ pontos extremos (0; 100) e (250; 0); depois, **ii)** $2x + 10y = 500 \Leftrightarrow y = 50 - 0.2x \Rightarrow$ pontos extremos (0; 50) e (250, 0).



Pela comparação das Fig.2.6, Fig.2.7 e Fig.2.8, vemos que uma alteração do rendimento é equivalente a uma alteração proporcional e de sinal contrário de ambos os preços. Por exemplo, o aumento do rendimento em 1% é equivalente à descida de ambos os preços em

1%. Isto traduz, e veremos com mais pormenor em ponto posterior, que uma alteração da RO pode ser decomposta numa alteração dos preços relativos (a rotação da RO) e numa alteração do rendimento (o deslocamento da RO).

2.3. Decisão do consumidor – Escolha do cabaz.

Agora que já introduzi os conceitos de Curva de Indiferença e de Restrição Orçamental, posso avançar para a decisão do consumidor que, sob **o princípio de que o consumidor é optimizador**, será a escolha do melhor cabaz possível (e que resulta da insaciabilidade) dada a restrição orçamental (que contem o rendimento e os preços de mercado como um dado).

Em termos gráficos, vamos reunir um exemplo de uma restrição orçamental com uma curva de indiferença de nível de utilidade U_1 (Fig.2.9). No caso representado, devido ao princípio da insaciabilidade, qualquer cabaz à direita da CI e abaixo da RO é ainda possível de adquirir e existem nessa área cabaz melhores que os que se localizam em U_1, (os contidos na zona azul).

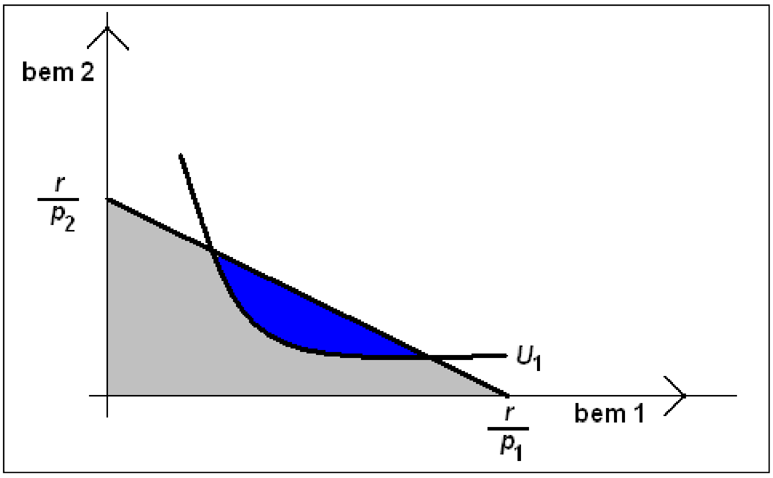


Fig.2.9 – Escolha do consumidor (1)

Então, o cabaz óptimo obriga a considerar outra CI mais à direita e acima, por exemplo a CI de nível de utilidade $U_2 > U_1$. No entanto, ainda é possível a aquisição de cabazes melhores que os da curva U_2 (a zona vermelha da Fig.2.10).

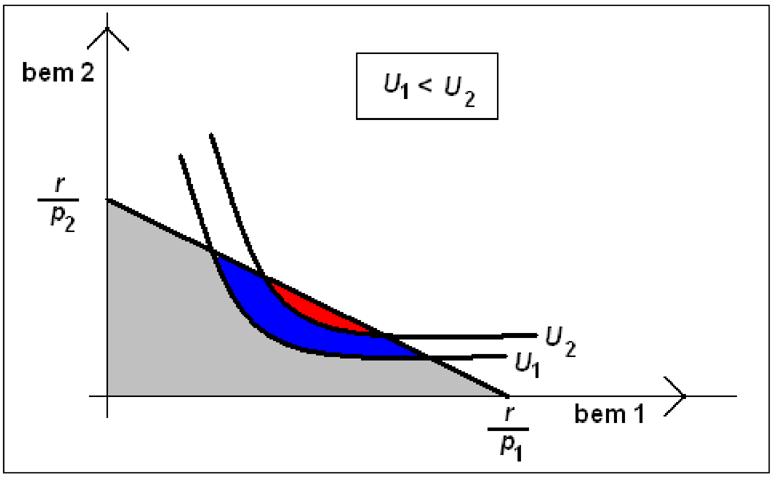


Fig.2.10 – Escolha do consumidor (2)

Na melhor das hipóteses, o consumidor pode escolher um cabaz sobre a CI cujo nível de utilidade é $U_3 > U_2 > U_1$ (ver Fig.2.11). Neste caso limite, a CI é tangente à RO e o cabaz óptimo encontra-se exactamente no ponto de tangencia. Em termos matemáticos, no cabaz óptimo teremos que a taxa marginal de substituição (a inclinação da Curva de Indiferença) é igual ao custo de oportunidade (a inclinação da Recta Orçamental): $-U'_x/U'_y = -p_x/p_y$.

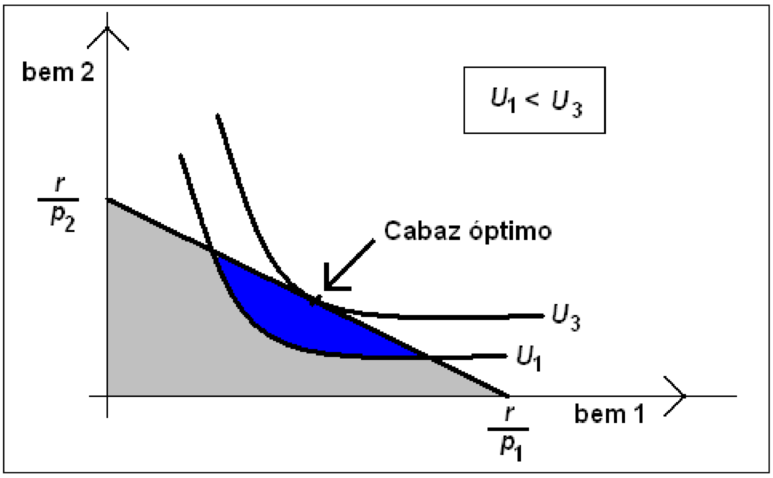


Fig.2.11 – Escolha do consumidor (3)

Ex2.8: Sendo que um indivíduo tem de rendimento disponível 500€/mês que gasta em dois bens, (x, y), cujos preços unitários são 2€/u. e 5€/u. respectivamente, e os seus gostos se podem condensam-se na função de utilidade $U(x,y) = x.y$. **i)** Determine o cabaz óptimo. **ii)** verifique que o cabaz óptimo não se altera se a utilidade se condensar em $V(x,y) = x^4.y^4$.

R: A inclinação da RO é –2/5 = –0.4. **i)** A *TMSxy* genérica é $- U'x / U'y = -y/x$. Então no cabaz óptimo (y/x = 0.4 e $2x + 5y = 500$) $\Rightarrow$ ($y = 0.4x$ e $2x + 2x = 500$) $\Rightarrow$ $(x, y) = (125, 50)$; **ii)** A *TMSxy* mantém-se, $-U'x / U'y = -(3x^2.y^3)/(3x^3.y^3) = -y^3/x^3 = -y/x$, pelo que o cabaz óptimo também se mantém.

Generalização a cabazes em IR^n: Podemos facilmente generalizar a primeira condição de optimização a cabazes com *n* bens ou serviços (havendo necessidade ainda de que se verifique a restrição orçamental). Esta forma é muito mais simples de memorizar.

$$Em\ IR^2, -\frac{U'_1}{U'_2} = -\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{U'_1}{p_1} = \frac{U'_2}{p_2} \quad \Rightarrow \quad Em\ IR^n \Rightarrow \forall i, \frac{U'_i}{p_i} = k$$

Esta condição também garante que, apesar de a função de utilidade ser diferente de consumidor para consumidor, é possível que todos os consumidores igualem o mesmo preço de mercado à sua utilidade marginal. Apesar da função de utilidade ser diferente de pessoa para pessoa, utilidade marginal será igual para todos (a menos de um factor de escala).

Ex2.9: Um determinado aluno tem 600 € /mês de rendimento que pode gastar em alimentação (5€/u.), vestuário (10€/u) e habitação (100€/u.). Sendo que os seus gostos se podem condensar na função de utilidade U(a, v, h) = $a.v.h$, determine o cabaz óptimo do aluno.

R: (a, v, h) = (40, 20, 2). Como temos três bens, temos que ter um sistema com três equações:

$$\left\{ \frac{U'_a}{p_a} = \frac{U'_v}{p_v}; \quad \frac{U'_v}{p_v} = \frac{U'_h}{p_h}; \quad a.p_a + v.p_v + h.p_h = 600 \right\}$$ Resolvendo, vem

$$\left\{ \frac{v.h}{5} = \frac{a.h}{10}; \frac{a.h}{10} = \frac{a.v}{100}; - \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} 10v = 5a \\ 100h = 10v \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2v \\ h = 0.1v \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ 10v + 10v + 10v = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ h = 2 \\ v = 20 \end{cases}$$

Formalização matemática do problema de optimização: A escolha do cabaz óptimo obriga a utilizar a (primeira) condição de optimização que foi obtida de forma gráfica. No entanto, podemos formalizar o problema de optimização do consumidor em termos matemáticos e resolvê-lo:

$\{(x,y): V = Max U(x,y),\ sa\ x.p_x + y.p_y = r\}$

Este modelo de extremos com uma equação de ligação pode ser tratado genericamente utilizando a equação *Lagrangeana* (tema tratado aprofundadamente em Matemática I).

$$L = U(x,y) + \lambda.(x.p_x + y.p_y - r) \Rightarrow \begin{cases} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_x + \lambda.p_x = 0 \\ U_y + \lambda.p_y = 0 \\ x.p_x + y.p_y = r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{U_x}{p_x} = \dfrac{U_y}{p_y} \\ x.p_x + y.p_y = r \end{cases}$$

A lagrangeana, por ser um método geral, permite introduzir várias restrições (com um multiplicadores por restrição), contrariamente ao uso da igualdade de Jevon que apenas é complementada pela restrição orçamental.

Também podemos resolver este problema de optimização por incorporação da equação de ligação na função a optimizar. Desta forma determina-se a quantidade de um dos bens, *e.g.*, *x*:

$\{x: V = Max U(x, r/p_y - x.p_x/p_y)\}$

E, substituindo a solução na equação de ligação, obtemos a quantidade do outro bem.

Ex2.10: Um indivíduo tem 1000 €/mês de rendimento que pode gastar em alimentação (5€/u.) ou habitação (10€/u.) e os seus gostos condensam-se na função U(*a*, *h*) = *a* + 2*h* + *a*.*h*. Determine **i)** o seu cabaz óptimo; e **ii)** a elasticidade preço da procura de alimentos e a elasticidade preço-cruzado da procura de habitação.

R: i) (*a*, *h*) = (100, 50). O problema é $\{(a,h): V = Max[a + 2h + a.h],\ sa\ 5a + 10h = 1000\}$

$$\Rightarrow V = Max[(200-2h) + 2h + (200-2h).h] \Rightarrow V = Max[200 + 200h - 2h^2] \Rightarrow 200 - 4h = 0$$
$$\Rightarrow h = 50\ e\ a = 100\,.$$

ii) Vou aumentar o preço de *a* em 1%: $\{(a,h): V = Max[a + 2h + a.h],\ sa\ 5.05a + 10h = 1000\}$

$$\Rightarrow V = Max[(198.02 - 1.98h) + 2h + (198.02 - 1.98h).h] \Leftrightarrow V = Max[198.02 + 198.04h - 1.98h^2]$$
$$\Rightarrow 198.04 - 3.96h \Leftrightarrow h = 50.005\ e\ a = 99$$

$$ea_{pa} = \left(\frac{99-100}{99.5}\right)/1\% = -1.005; \quad eh_{pa} = \left(\frac{50.005-50}{50.0025}\right)/1\% = 0.010\,.$$

Também se poderia calcular a elasticidade com a resolução para um preço genérico e o cálculo analítica da elasticidade

$$\{(x,y): V = Max[a+2h+a.h],\ sa\ p_a.a+10h=1000\}$$

$$\begin{cases}\dfrac{1+h}{p_a}=\dfrac{2+a}{10}\\ p_a.a+10h=1000\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_a.a=10+10h-2p_a\\ p_a.a+10h=1000\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\\ 10+10h-2p_a+10h=1000\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{505}{p_a}-1\\ h=49.5+0.1p_a\end{cases}$$

$$ea_{pa}=\frac{da}{dp_a}.\frac{p_a}{a}=-\frac{505}{p_a^{\,2}}\frac{p_a}{505/p_a}=-1;\quad eh_{pa}=\frac{dh}{dp_a}.\frac{p_a}{h}=\frac{0.1}{49.5/p_a+0.1}=\frac{0.1}{9.9+0.1}=0.01$$

Carne\preço	P. Vaca	P. Porco	P. Frango
C. Vaca	–0.65	0.01	0.20
C. Porco	0.25	–0.45	0.16
C. Frango	0.12	0.20	–0.65

Tab. 2.2 – Estimativa da elasticidade preço-cruzado da procurada ($e_{qx,py}$)
(Fonte: Besanko, 2ªed, Table 2.5)

Efeito de uma alteração do preço: Quando se altera o preço de um bem ou serviço, resulta uma alteração em sentido contrário na quantidade consumida do bem ou serviço respectivo mas também é possível que ocorra uma alteração na quantidade consumida dos outros bens. Do aumento do preço resulta sempre numa diminuição da quantidade consumida do bem correspondente. Na Fig.2.12 representa-se uma diminuição do preço do bem 1.

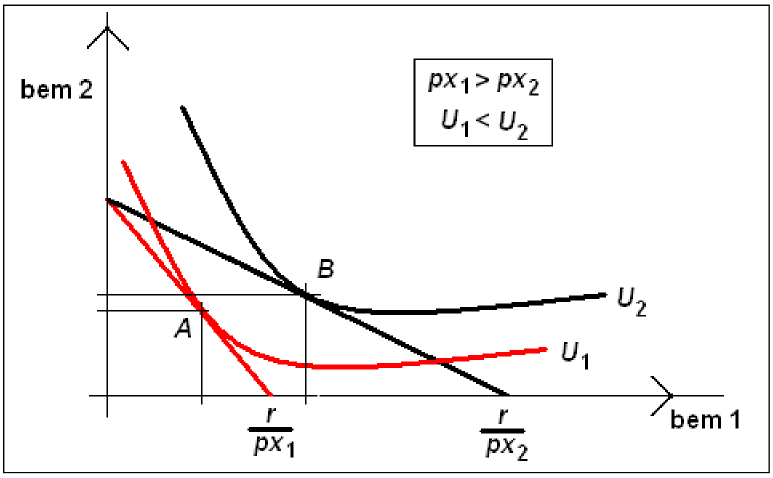


Fig.2.12 – Efeito de uma alteração do preço

Na Fig.2.12, quando o preço do bem 1 é px_1, o cabaz óptimo a adquirir é o representado pelo ponto *A*. Quando ocorre uma diminuição do preço do bem 1, a recta orçamental roda para a esquerda (no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio) pelo que o indivíduo pode passar para uma curva de indiferença mais à direita (melhor) da inicial. Desta forma passa a adquirir o cabaz representado pelo ponto B que tem maior quantidade do bem 1 (e do bem 2). Podemos ver o que acontece com o aumento do preço revertendo a análise (passar de px_2 para px_1).

Bens substitutos, complementares e independentes: Quando o preço de um bem varia, a quantidade adquirida dos outros bens também varia. Quando acontece um aumento do preço do bem X, se a quantidade procurada do bem *Y* aumenta, então Y é um **bem substituto** do bem X. Se a quantidade procurada do bem *Y* diminui, então Y é um **bem complementar** do bem X. Se a quantidade procurada do bem *Y* se mantém, então Y é um **bem independente** do bem X. Notar que estas definições têm subjacente que existe um preço concreto para o outro bem e que estamos na condição de *ceteris paribus*.

Apesar de parecer que é suficiente termos uma TMS decrescente para que os bens sejam substitutos, tal não é verdade. Por exemplo, no caso da função de utilidade isoelástica, $u = xy$, a $TMS = -y/x$ vai diminuindo em grandeza mas veremos que os bens *x* e *y* são independentes, $y(p_y, p_x) = 0.5r/p_y$ e $x(p_x, p_y) = 0.5r/p_x$. Quando praticar os exercícios sobre a determinação das curvas de procura, o aluno irá compreender melhor como se obtêm estas duas funções de procura.

Efeito de uma alteração do rendimento: Quando o rendimento disponível aumenta, acontece um deslocamento da recta orçamental para a direita (e para cima) pelo que a situação do indivíduo melhora. O aumento do rendimento, em termos gerais, induz um aumento das quantidades adquiridas dos bens ou serviços considerados no cabaz (ver Fig.2.13). No entanto, também pode acontecer que a quantidade procurada de um (ou de alguns) dos bens ou serviços (mas nunca de todos devido ao princípio da insaciabilidade) diminua.

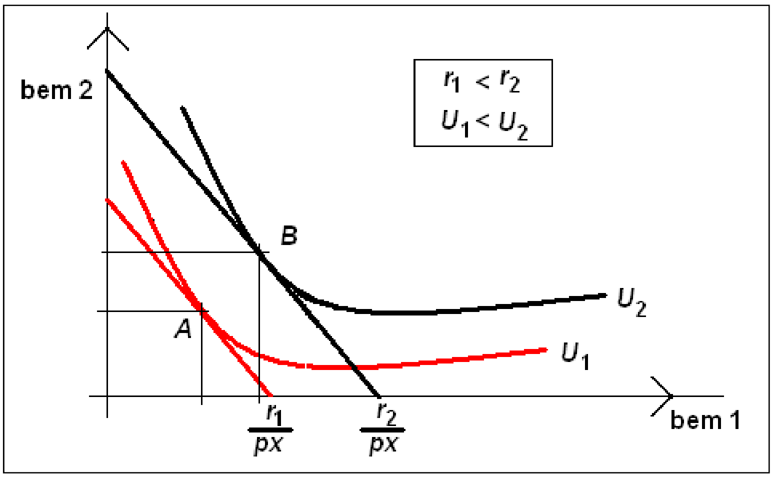


Fig.2.13 – Efeito de um aumento do rendimento

Bens inferiores e bens normais (de primeira necessidade e de luxo): Se, quando o rendimento aumenta, a quantidade consumida aumentar, temos um **bem ou serviço normal**. De entre os bens normais, se a quantidade adquirida aumentar pouco (se a elasticidade da quantidade relativamente ao rendimento for menor que 1), temos um **bem ou serviço de primeira necessidade**; se a quantidade adquirida aumentar muito (se a elasticidade da quantidade relativamente ao rendimento for maior que 1), temos um **bem ou serviço de luxo.** Se, pelo contrário, a quantidade consumida diminuir, temos um **bem inferior**. Um exemplo de bem ou serviço inferior é a estadia em parques de campismo (em relação com a estadia em hotéis).

Para um gestor de um produto interessa saber que tipo de bem coloca no mercado pois, por exemplo, se o seu produto for de primeira necessidade, as suas vendas vão evoluir de forma menos positiva que a economia no geral, passando-se o contrário em períodos de crise.

Efeito substituição e efeito rendimento: Quando se verifica uma alteração de um preço, por um lado, a recta orçamental roda e, por outro lado, desloca-se. **O efeito substituição** (também se pode considera como o **efeito da alteração dos preços relativos**) quantifica a alteração do cabaz que resulta da rotação da recta orçamental mas **compensado o rendimento** de forma que o indivíduo fica sobre a mesma curva de indiferença. **O efeito rendimento** (também se pode considerar como o **efeito da alteração do rendimento real**, rever p. 52) quantifica a alteração do cabaz que resulta do deslocamento da recta orçamental (depois de introduzido o efeito substituição) e traduz passar-se de uma curva de indiferença para outra. Estes conceitos são importantes porque estão por detrás do cálculo da taxa de inflação (*i.e.*, na escolha dos ponderadores utilizados no cálculo do índice de preço) e no cálculo do rendimento real (*i.e.*, a preços constantes) dos consumidores. Esta decomposição, apesar de se dever ao trabalho de Hicks e Allen[*] e ser ligeiramente diferente do considerado no trabalho original de Slutsky[**], por ser este último ser o trabalho pioneiro, é normal denominar esta divisão do efeito da alteração dos preços como decomposição de Slutsky.

A função que relaciona a quantidade procurada com o preço, compensando o rendimento de forma a manter o mesmo nível de utilidade, denomina-se de Procura Hicksiana (ou procura rendimento compensado).

Na Fig.2.14, inicialmente estamos na recta orçamental (e na CI) azul de que resulta o cabaz óptimo representado pelo ponto *A* = (a_1, a_2). Posteriormente, acontece um aumento do preço do bem 1 para o dobro, passando o cabaz óptimo a ser o representado pelo ponto *B*. Indo para a Fig.2.15, vemos que o efeito substituição se traduz pela alteração do cabaz do ponto *A* para o ponto *A'* = (a_1+ ESx, a_2 + ESy) em que os preços são os novos mas o rendimento do indivíduo é compensado de forma a manter o mesmo nível de utilidade (RO cor de laranja). O efeito rendimento traduz-se pela passagem do cabaz do ponto *A'* para o cabaz do ponto *B* = (a_1+ ESx + ERx, a_2 + ESy + ERy) e mede quanto o indivíduo piora pela não compensação do rendimento.

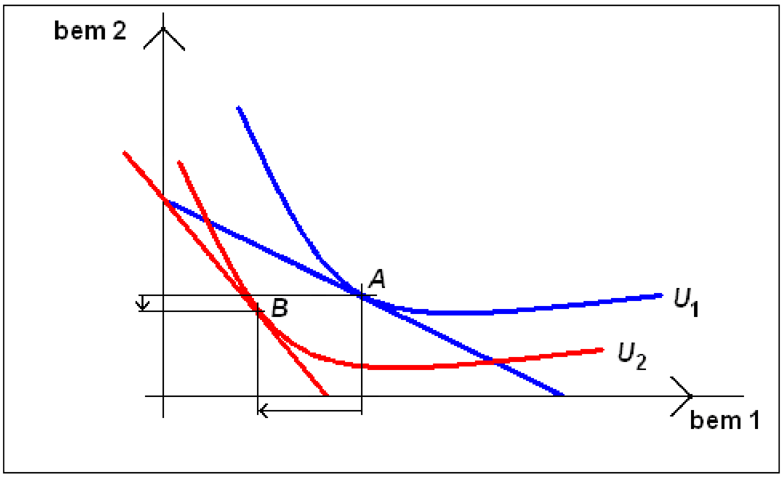


Fig.2.14 – Efeito substituição e efeito rendimento (1)

[*] Hicks, J. e Allen (1934), “A reconsideration of the theory of Value”, *Economica*, 1, pp. 54-76 e 196-219

[**] Slutsky, Yevgeni (1915), “Sulla teoria del bilancio del consumatore”. *Giornale degli Economisti*, 51: 1–26.

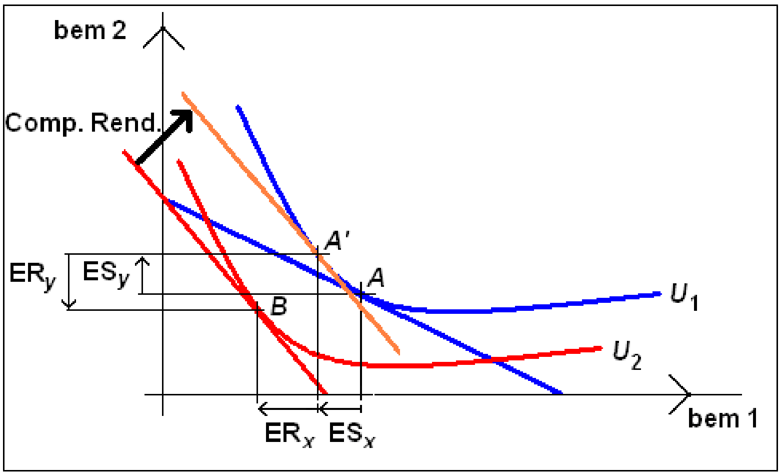


Fig.2.15 – Efeito substituição e efeito rendimento (2)

Reparar que o aumento do preço de um bem ou serviço tem como efeito substituição a diminuição da quantidade procurada do bem cujo preço aumenta (na Fig.2.15, $ESx < 0$) e o aumento da quantidade procurada de todos os outros bens ou serviços, (na Fig.2.15, $ESy > 0$) e vice-versa.

Em termos infinitesimais podemos partir do ponto inicial A e somar a alteração do cabaz mudando os preços e mantendo a utilidade fixa (Fig. 2.16, vector As–A) à alteração do cabaz mudando o rendimento e mantendo os preços fixos (Fig. 2.16, vector Ar–A):

$$\frac{dx}{dp} = \left.\frac{\partial x}{\partial p}\right|_{U*} dp + \left.\frac{\partial x}{d_R}\right|_{p*} dR$$

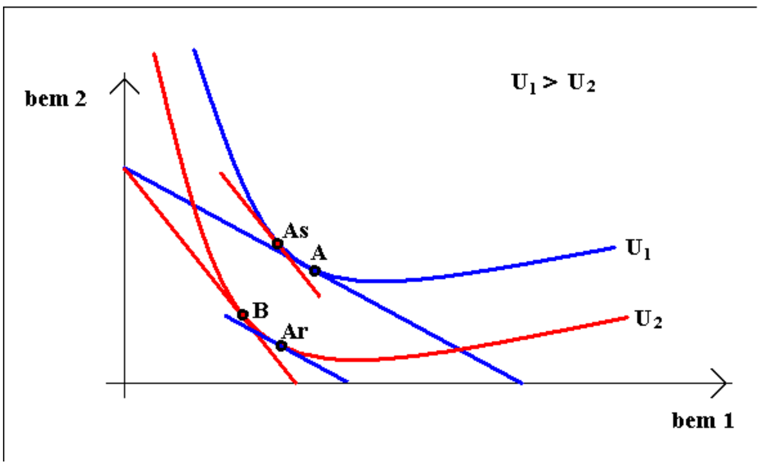


Fig.2.16 – Efeito substituição e efeito rendimento (3)

Também podíamos decompor o efeito total determinando primeiro o efeito rendimento (mantendo os preços iniciais e deslocando a RO para a nova CI) e depois determinando o efeito substituição (rodando a RO sempre tangente à nova CI). Os resultados não são necessariamente iguais mas serão idênticos (Fig. 2.15, As–A ≈ B–Ar e Ar–A ≈ B–As).

Apesar de não haver uma alteração do rendimento (nominal), existe "efeito rendimento" porque, em termos económicos, um aumento dos preços (*e.g.*, para o dobro) é equivalente a uma diminuição do rendimento (para metade), ver p. 52.

Os preços evoluem ao longo do tempo e, no fim de cada período (*e.g.*, cada ano), nas negociações salariais o trabalhador procura retornar, em termos de utilidade, pelo menos à situação de partida, *i.e.*, voltar do ponto *B* para o ponto *A'*. Sendo que nessa negociação é tido em conta a evolução dos preços (*i.e.*, a taxa de inflação), então, a compensação do rendimento necessária para voltar à situação inicial, em termos percentuais, será a exacta medida dessa taxa de inflação.

EX2.11. Um indivíduo tem de rendimento disponível 500€/mês que gasta na aquisição de dois bens, (*x*, *y*), cujos preços unitários são 5€/u. e 10€/u., respectivamente, e os seus gostos podem-se condensar na função de utilidade *U*(*x*,*y*) = *x* + 2y + *x*.*y*. **i)** Quantifique o efeito substituição e o efeito rendimento nos bens *x* e *y* de um aumento do preço de *x* para 10€. **ii)** Determine a taxa de inflação.

R: $\begin{cases} \frac{1+y}{5} = \frac{2+x}{10} \\ 5x + 10y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(1+y) = 5(2+x) \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = x \\ 10y + 10y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 25 \\ U = 1350 \end{cases}$

Vou determinar o cabaz que, com os novos preços, mantém o nível de utilidade *U* = 1350:

$$\begin{cases} \frac{1+y}{10} = \frac{2+x}{10} \\ x + 2y + x.y = 1350 \\ 10x + 10y = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(1+y) = 10(2+x) \\ - \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x + 2x + 2 + x^2 + x = 1350 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 1348 = 0 \\ - \\ - \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 34{,}77u. \\ y = 35{,}77u. \\ R = 705{,}40€ \end{cases}$$

O efeito substituição em *x* é 34.77–50 = –15.23u. e em *y* é 35.77–25 = +10.77u.

O efeito rendimento é a diferença para o novo cabaz óptimo:

O efeito rendimento em x é 24.5 – 34.77 = –10.27u. e em y é 25.5–35.77 = – 10.17u.

ii) Para manter o nível de utilidade seria necessário (para adquirir x =34.77u. e y = 35.77u.), aumentar o rendimento para 705.40€, logo, a inflação foi de 705.40/500–1 = 41.1%.

Dificuldade empírica de determinação do rendimento compensado: Como a função de utilidade não é observável, não é empiricamente possível determinar qual a compensação do rendimento necessário para que o individuo volte ao mesmo nível de utilidade. Então, não é possível determinar a "verdadeira" taxa de inflação. Como, em termos empíricos, apenas é conhecido o perfil de consumo do indivíduo (*i.e.*, o cabaz *A* e o cabaz *B*) e os preços de mercado, teremos que os usar para obter uma estimativa da taxa de inflação.

Existem duas alternativas. Na primeira, denominada de **índice de *Laspeyres*** (ver Fig.2.17), compara-se a despesa inicial, $p_{x,0}x_0 + p_{y,0}y_0$, com a despesa "final" $p_{x,1}x_0 + p_{y,1}y_0$ que seria necessária para voltar a adquirir, aos novos preços ($p_{x,1}$; $p_{y,1}$), o cabaz de bens adquirido inicialmente, *i.e.*, o cabaz A = (x_0; y_0),:

$I_L = \left(p_{x,1}x_0 + p_{y,1}y_0\right)/\left(p_{x,0}x_0 + p_{y,0}y_0\right)$.

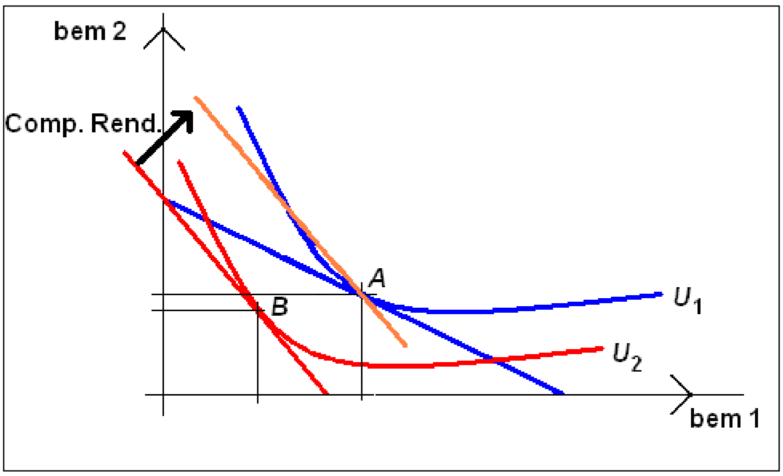


Fig.2.17 – Compensação do rendimento com o índice de *Laspeyres*

Fica claro na figura 2.17 que, se o rendimento for actualizado com a medida da taxa de inflação de *Laspeyres*, quando a inflação é positiva, o consumidor fica numa situação melhor que a do início do período (pois, com a RO cor de laranja, pode atingir uma curva de indiferença superior à inicial).

Na segunda alternativa, denominada de **Índice de *Paasche*** (ver Fig.2.18), compara-se a despesa final, $p_{x,1}x_1 + p_{y,1}y_1$, com a despesa "inicial" $p_{x,0}x_1 + p_{y,0}y_1$ que seria necessária para adquirir, aos preços antigos ($p_{x,0}$; $p_{y,0}$), o cabaz de bens adquirido actualmente, *i.e.*, o cabaz $B = (x_1; y_1)$:

$$I_L = \left(p_{x,1}x_1 + p_{y,1}y_1\right)/\left(p_{x,0}x_1 + p_{y,0}y_1\right).$$

Com inflação positiva, como a situação no fim do período (cabaz *B*), é pior que a prevista pela RO cor de laranja (pois esta permitiria adquirir um cabaz melhor que B), se o rendimento for actualizado com a medida da taxa de inflação de *Paasche*, o consumidor fica numa situação pior (pois, com a RO cor de laranja, poderia atingir uma curva de indiferença superior à actual: quantifica-se na Fig.2.18 a perda de rendimento a verde).

As diferenças entre os índices dão uma medida do erro da estimativa da inflação. Para alterações pequenas dos preços relativos, as diferenças entre os índices são pouco expressivas.

Sendo que, normalmente, o Índice de Preços aos Consumidor é um índice de *Laspeyres*, o índice de preços implícito no PIB é um índice de *Paasche* (o PIB a preços constantes obtém-se multiplicando as quantidades de bens e serviços produzidas no anos 1 pelos preços de mercado do anos 0, *i.e.*, do ano base, enquanto que o PIB a preços correntes obtém-se multiplicando as quantidades de bens e serviços produzidas no anos 1 pelos preços de mercado do anos 1).

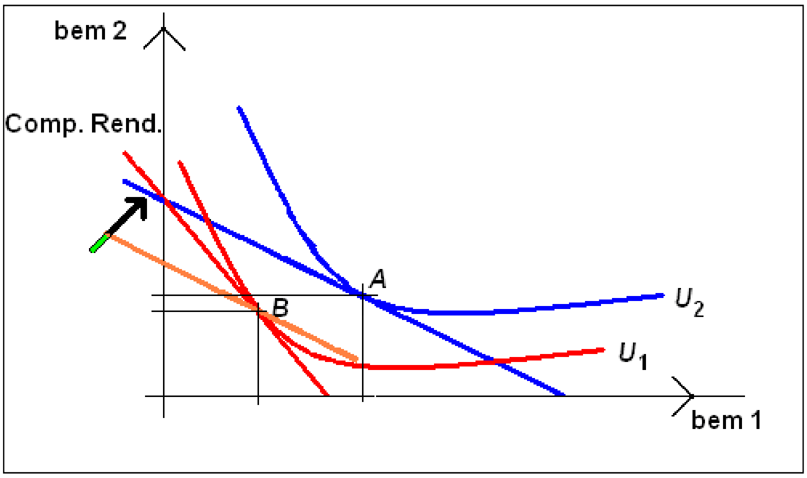


Fig.2.18 – Compensação do rendimento com o índice de *Paasche*

Voltando ao EX2.11: **iv)** Determine a taxa de inflação segundo *Laspeyres* e *Passche*.

R: iv) – Inicialmente o rendimento era 500€/mês e o cabaz óptimo era x = 50 e y = 25. Segundo o Índice de *Laspeyres*, torna-se necessário o rendimento de 750€/mês (50x10 + 25x10) para comprar o cabaz inicial aos novos preços pelo que a estimativa para a taxa de inflação é de 50% (superior à "verdadeira" que é 41.1%). Segundo o Índice de *Passche*, seria suficiente o rendimento de 377.50€/mês (24.5x5+25.5x10) para comprar o cabaz actual aos preços anteriores pelo que a estimativa para a taxa de inflação é 500/377.5 – 1 = 32.5% (inferior à "verdadeira" que é 41.1%). Sobre o cabaz de *Laspeyres* anda-se para esquerda (i = 750/500 – 1) enquanto que sobre o cabaz de passche anda-se para a direita (i = 500/377.5 – 1).

Apenas consideramos uma alteração dos preços (entre dois períodos). Se considerarmos mais períodos (ver, tab. 2.3), o índice de *Paasche* vai ser calculado com um "cabaz variável" (o de cada período), enquanto que o índice de *Laspeyres* vai ser calculado com um "cabaz fixo" (o do período base).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*t*	*x*	*px*	*y*	*py*	*A*	*B*	***Paasche***	*C*	***Laspeyres***
2	0	12	5,00 €	10	10,00 €	160,00 €	160,00 €	**1,00**	160,00 €	**1,00**
3	1	8	7,00 €	14	12,00 €	224,00 €	180,00 €	**1,24**	204,00 €	**1,28**
4	2	6	8,00 €	13	14,00 €	230,00 €	160,00 €	**1,44**	236,00 €	**1,48**

Tabela 2.3 – Comparação do índice de *Paasche* com o índice de *Laspeyres*

F2: =B2*C2+D2*E2 G2: =B2*$C$2+D2*$E$2 H2: =F2/G2

I2: =$B$2*C2+$D$2*E2 J2: =I2/$I$2

Por ser mais fácil de construir e favorecer os consumidores, o índice de preços ao consumidor usa o método de *Laspeyres*, actualizado o cabaz a intervalos de tempo espaçados. Em Portugal, o Índice de preços no Consumidor é um índice de *Laspeyres* calculado com base em 2002 usando os seguintes ponderadores das classes de consumo (dados: INE, *IPC - base 2002 - Nota Metodológica*, 2003):

Classe	**Ponderação**
Alimentação e bebidas não alcoólicas	20,081%
Bebidas alcoólicas e tabaco	3,017%
Vestuário e calçado	6,965%
Habitação, água, gás e outros combustíveis	10,029%

Acessórios para o lar, equipamento doméstico e manutenção corrente da habitação	8,055%
Saúde	5,642%
Transportes	19,130%
Comunicações	3,439%
Lazer, recreação e cultura	5,009%
Educação	1,502%
Restaurantes e hotéis	10,790%
Bens e serviços diversos	6,341%

Tab. 2.4 – Ponderadores do IPC - Portugal, 2002 como ano base (dados: www.ine.pt)

Determinação da curva de procura individual: Quando, no capítulo 1, falamos do mercado, referi que a curva de procura de mercado (que não é directamente observável) resulta da soma das curvas de procura individuais dos agentes económicos. Então, se conseguirmos obter uma teoria de que resultem curvas de procura individuais com propriedades adequadas (serem decrescente com o preço), então fica justificado teoricamente a existência da curva de procura de mercado (e a conjectura de que é decrescente com o preço). A obtenção de uma curva de procura particular vai estar dependente dos gostos e preferências do indivíduo e do seu rendimento disponível.

Vamos obter as funções de procura walrassiana (cujas variáveis são os preços dos bens e o rendimento) resolvendo o problema de maximização da utilidade considerando o preço do bem *x* como variável e o preço do bem *y* e o rendimento disponível como parâmetros (variáveis exógenas). Já mostrei (ver p. 54) que, sendo o indivíduo optimizador, então resolve, para preços e rendimento genéricos, o sistema e equações:

$$x(p_x, p_y, r), y(p_x, p_y, r): \begin{cases} \dfrac{U_x}{p_x} = \dfrac{U_y}{p_y} \\ x.p_x + y.p_y = r \end{cases}$$

A título de curiosidade, recordo que a curva da procura que consideramos no primeiro capítulo tem como variável apenas o preço do bem ou serviço em consideração e, é aceitável denomina-la por função procura marshaliana (que, em rigor, também engloba os preços dos outros bens e serviços como variáveis).

Ex2.12: Sendo que um indivíduo tem de rendimento disponível 500€ que gasta em dois bens, *A* = (*x*, *y*), cujos preços unitários são p_x e 2€/u., respectivamente, e os seus gostos se condensam na função de utilidade $U(x,y) = x.y$, determine a curva de procura individual $x(p_x)$.

R: A curva de procura será $\begin{cases} \dfrac{y}{p_x} = \dfrac{x}{2} \\ x.p_x + 2y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = x.p_x \\ x.p_x + x.p_x = 500 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{250}{p_x}$ que é decrescente com o preço do bem *x*.

Ex2.13: Um indivíduo tem de rendimento *R* que gasta no cabaz, *A* = (*x*, *y*), cujo preço unitário é *P* = (p_x, p_y), e os seus gostos condensam-se na função de utilidade U(*x*, *y*) = $x^2.y$. Classifique os bens que fazem parte do cabaz.

$$\begin{cases} \dfrac{U'_x}{p_x} = \dfrac{U'_y}{p_y} \\ RO \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x.y}{p_x} = \dfrac{x^2}{p_y} \\ x.p_x + y.p_y = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x.y.p_y = x^2 p_x \\ x.p_x + y.p_y = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x.\dfrac{p_x}{2p_y} \\ x.p_x + x.\dfrac{p_x}{2p_y}.p_y = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{R}{3p_y} \\ x = \dfrac{2R}{3p_x} \end{cases}$$

$$er_{r,y} = y'_R.\frac{R}{y} = \frac{1}{3p_y}.R.\frac{3p_y}{R} = 1; \quad e_{r,x} = x'_R.\frac{R}{y} = \frac{2}{3p_y}.R.\frac{3p_y}{2R} = 1; \quad e_{py,x} = 0; \quad e_{px,y} = 0$$

Os bens *x* e *y* são bens normais com elasticidade da procura relativamente ao rendimento unitária e são bens independentes entre si.

Função de utilidade indirecta: O cabaz que o indivíduo vai adquirir está dependente do seu rendimento (e dos preços). Então, matematicamente, eu posso calcular a função de utilidade indirecta como o nível de utilidade que o indivíduo atinge para cada rendimento (sob a suposição de que escolhe o cabaz óptimo). Esta função é crescente com o rendimento (o que resulta da insaciabilidade).

$V(r) = Max\{U(x_1, x_2),\ s.a.\ p_1.x_1 + p_2x_2 = r\}, \quad V'(r) > 0$

Em termos algébricos, determino as funções procura (com o rendimento como variável) e substituo na função de utilidade. Esta função será posteriormente utilizada, por exemplo, no estudo do comportamento sob risco e na Teoria do Produtor.

Função despesa: Esta função retorna a despesa mínima para atingir um determinado nível de utilidade. Assim, é a inversa da função de utilidade inversa: *R*(*u*). Não tem grande importância. Em termos algébricos, determino as funções procura (com o nível de utilidade como variável) e substituo na função despesa (*i.e.*, na restrição orçamental).

Curva de Engel: A função que relaciona a quantidade adquirida com o rendimento denomina-se por Curva de Engel. Na **Macroeconomia** esta curva (agregando todos os bens e serviços) é denominada por **Curva de Consumo** e é assumida positiva e crescente com o rendimento, tendo, sem perda de generalidade, forma funcional $C = C_0 + k.R$, em que C_0 é o consumo autónomo e k é a propensão marginal ao consumo ($0 < k < 1$ se o rendimento estiver nas mesmas unidades que a quantidade consumida).

Ex2.14: Sendo que um indivíduo tem de rendimento disponível r que gasta em dois bens, $A = (x, y)$, cujos preços unitários são p_x. e p_y, respectivamente, e os seus gostos se podem condensam-se na função de utilidade $U(x,y) = x.(1 + y)$.

i) Determine a curva de procura individual $x(p_x)$ e $y(p_y)$. **ii)** determine a elasticidade preço da procura, a elasticidade preço cruzado da procura e a elasticidade rendimento da procura do bem x quando r = 1000€/mês, p_x = 10€/u. e p_y = 10€/u.; **iii)** determine a função de utilidade indirecta. **iv)** determine a função despesa.

R: i) Como temos 2 bens, temos que resolver um sistema com duas equações:

$$\begin{cases} \dfrac{1+y}{p_x} = \dfrac{x}{p_y} \\ x.p_x + y.p_y = r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1+y).p_y = x.p_x \\ (1+y).p_y + y.p_y = r \end{cases} \Leftrightarrow y(p_y) = \frac{r - p_y}{2p_y};\ x(p_x) = 1 + \frac{r - p_y}{2p_x}$$

ii) $ex(p_x) = x'(p_x)\dfrac{p_x}{x} = -\dfrac{r - p_y}{2p_x^{\ 2}}\, p_x \dfrac{2p_x}{2p_x + r - p_y} = -\dfrac{r - p_y}{2p_x + r - p_y} = -\dfrac{990}{1010} < 0.$

$ex(p_y) = x'(p_y)\dfrac{p_y}{x} = -\dfrac{1}{2p_x}\, p_y \dfrac{2p_x}{2P_x + r - p_y} = -\dfrac{p_y}{2P_x + r - p_y} = -\dfrac{10}{1010} < 0$ (complementares).

$ex(r) = x'(r)\dfrac{r}{x} = \dfrac{1}{2p_x} r \dfrac{2p_x}{2px + r - p_y} = \dfrac{r}{2px + r - p_y} = \dfrac{1000}{1010}$ que é >0 e <1 (primeira necessidade).

iii) $V(r) = x.(1\ +\ y) = \left(1 + \dfrac{r - p_y}{2p_x}\right)\left(1 + \dfrac{r - p_y}{2p_y}\right) = \dfrac{(2P_x + r - p_y)(r + p_y)}{4p_x.p_y}$

iv) $\begin{cases} \dfrac{1+y}{p_x} = \dfrac{x}{p_y} \\ x.(1+y) = u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u/x.p_y = x.p_x \\ 1+y = u/x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \cdot p_y / p_x = x^2. \\ y = u/x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(u) = (u \cdot p_y / p_x)^{0.5} \\ y(u) = (u \cdot p_x / p_y)^{0.5} - 1 \end{cases}$

$$R(u) = x(u)P_x + y(u)P_y = (u \cdot p_y / p_x)^{0.5} P_x + (u \cdot p_x / p_y)^{0.5} P_y - P_y$$

Excedente do consumidor: Como a função de procura resulta do problema de maximização da utilidade do indivíduo, então existe uma relação entre esta função e a função de utilidade (que é uma escala do bem-estar do indivíduo) que não é observável. Da igualdade de Jevon,

$$\frac{U'_x}{p_x} = \frac{U'_y}{p_y} \Leftrightarrow U'_x = \frac{U'_y}{p_y} p_x \Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial x} = k.p_x$$

Sendo que U é uma função, então nesta expressão p_x deixa de ser um valor para ser a função de procura explicitada em ordem ao preço (função de procura inversa). Se, *e.g.*, a função de procura fosse dada por $x(p) = A + B.p$, a função inversa viria dada em por $p(x) = (x - A)/B$ e teríamos $U'_x = (x - A)/B$. Como existe esta relação entre o preço e a derivada da função de utilidade, podemos algebricamente calcular o ganho de bem-estar invertendo a operação de derivação:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = k.p_x \Leftrightarrow \partial U = k.p_x.\partial x \Rightarrow U(x) = U(0) + k.\int_0^x p_x.\partial x$$

A partir da observação do mercado, não conseguimos estimar $U(0)$ nem k. No entanto, como a função de utilidade é ordinal, podemos construir uma função utilidade equivalente à que desconhecemos partindo apenas da curva de procura: $Ec(x) = \left[U(x) - U(0)\right]/k = \int_0^x p_x.\partial x$. Em termos gráficos, esta função, que é a utilidade em unidades monetárias, corresponde à área abaixo da curva de procura.

Se à utilidade que o agente económico obtém pela aquisição dos bens ou serviços descontarmos a despesa que incorre (área a amarelo da Fig.2.19), então obtemos o aumento líquido de utilidade que se denomina por **Excedente do Consumidor**. É uma medida de quando o indivíduo aumenta o seu bem-estar por poder comprar a quantidade x do bem ou serviço ao preço p e vem dada em unidades monetárias (*i.e.*, euros). Em termos gráficos, o excedente do consumidor vem dado pela área que fica abaixo da curva de procura e acima do preço de transacção (ver, Fig.2.19).

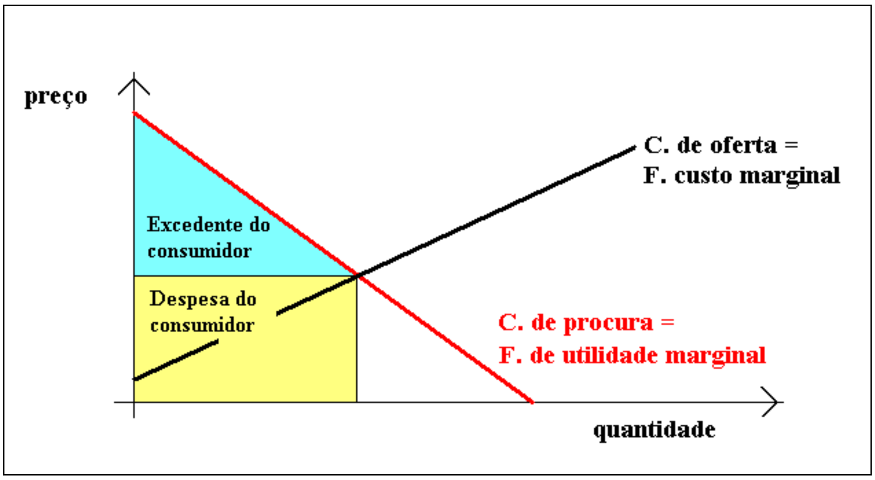


Fig.2.19 – Excedente do Consumidor

Em termos matemáticos, como a integração é a operação inversa da derivação, se *g*(*x*) = *f*(*x*)', então *f*(*x*) = *C* + ∫*g*(*x*). A integração é um ponto programático a tratar aprofundadamente em Matemática II. Se, por exemplo, a curva de procura é *q* = 100 – *5.p*, se o preço de mercado for *P* = 10€/u. (e *Q* = 50u.), o excedente do consumidor será (comparar com a área do triângulo):

$$q = 100 - 5p \Rightarrow p = 20 - 0.2q \Rightarrow E.c(q) = \int_0^{50} (20 - 0.2q).\partial q - despesa$$

$$= 20Q - \frac{0.2}{2}.Q^2 - p.q = 1000 - 250 - 500 = 250€$$

Se, relativamente ao equilíbrio, o preço de transacção aumentar, então o excedente do consumidor diminui (ver, Fig.2.19). Se diminuir, inicialmente o excedente aumenta mas depois diminui (não haverá quem queira vender).

2.4. Aplicações

Neste ponto aplicamos a teoria do consumidor a alguns exemplos de políticas do governo. Estas políticas, por actuarem ao nível dos preços e das quantidades transaccionadas de determinados bens ou serviços, denominam-se por microeconómicas (por oposição às políticas macroeconómicas de, *e.g.*, estabilização da inflação). Pretende-se ainda neste ponto que o aluno compreenda o que é a taxa de juro e como actua na estabilização da economia (é uma ligação à macroeconomia).

2.4.1. Combate à exclusão: Subsídio em dinheiro ou em espécie. Desconto no preço.

Uma economia para progredir tem que criar incentivos para que os agentes económicos revelem as suas capacidades, arrisquem novas soluções e criem novos bens ou serviços de maior valor. Estes incentivos têm como efeito acessório o surgir de assimetrias no rendimento: o motor do progresso tem a exclusão como dano colateral.

Não se pode pôr em causa o benefício que resulta da existência de liberdade económica (*i.e.*, o modelo capitalista) porque tem esta falha. Até porque o modelo económico alternativo (a economia planificada) não funciona. Devemos antes imaginar mecanismos que, dentro da economia de mercado, ultrapassem as suas (relativamente pequenas) falhas.

Por exemplo, vamos supor que existem dois polícias em que um deles corre muito mais rápido que o outro (mas o "chefe" não sabe qual). Numa economia igualitária, como ambos ganham o mesmo salário, então o que corre mais rápido vai esconder essa capacidade (para não se cansar tanto). Numa economia de mercado, como será dado um salário maior ao polícia que capturar mais fugitivos, então o que corre mais vai revelar a sua capacidade (correndo a toda a velocidade atrás deles).

Sendo que a falta de recursos é a principal causa de exclusão, as políticas dos governos de combate à exclusão passam pela atribuição de subsídios (em dinheiro ou em espécie). Em Portugal no ano de 2009, a principal política de combate à exclusão social é o Rendimento Social de Inserção que é atribuído a cerca de 3.5% da população e consiste num **subsídio em dinheiro** até 187.18€/mês para os adultos e metade para as crianças. A atribuição de **subsídios em espécie** traduzem-se na oferta de bens ou serviços de primeira necessidade (alimentação, habitação, assistência médica, cabeleireiro, *etc.*), mas, pelas razões que vamos explicar usando a Teoria do Consumidor, apenas se justifica a pessoas com uma desarticulação social de especial gravidade (*e.g.*, toxicodependentes, sem abrigo, dementes, crianças e idosos abandonados). Acrescenta-se que, em Portugal, o Serviço Nacional de Saúde e o Sistema Público de Ensino têm cobertura universal e são praticamente gratuitos (e.g., uma consulta médica obriga ao pagamento de 2.20€).

Subsídio em dinheiro: Na Teoria do Consumidor, a atribuição de um subsídio em dinheiro induz um aumento do rendimento. Sendo que o indivíduo acrescenta o subsídio *s* ao rendimento *r* e gasta ambos na aquisição dos bens X e Y, então passará a ter como recta orçamental $x.p_x + y.p_y = r + s$. Esta nova recta orçamental ficará localizada à direita da RO sem subsídio pelo que o nível de consumo (e consequente bem-estar) do indivíduo aumenta (ver, Fig.2.20).

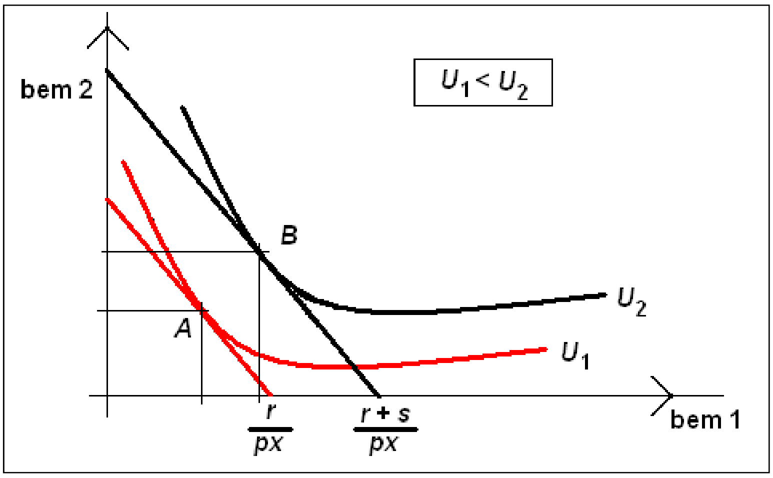


Fig.2.20 – Efeito da atribuição de um subsídio em dinheiro

Ex2.15: Uma família, formada por dois adultos e três crianças, tem como único rendimento um salário líquido de 400€/mês que gasta em vestuário e alimentação cujos preços são 5€/u. e 2.5€/u., respectivamente. Os gostos e preferências da família podem ser condensados na função de utilidade U(v, a) = $a^2.v^{0.5}$. Se lhes for atribuído 300€/mês de RSI, calcule em quanto aumentará o consumo da família.

R: Vamos introduzir no sistema de equações o subsídio em dinheiro como o parâmetro *s*:

$$\begin{cases} \dfrac{2.a.v^{0.5}}{2.5} = \dfrac{0.5.a^2.v^{-0.5}}{5} \\ 2.5a + 5v = 400 + s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8v = a \\ 20v + 5v = 400 + s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 128 + 0.32s \\ v = 16 + 0.04s \end{cases}$$

. Substituindo *s* por 300, resultam mais 96 unidades de alimentação e mais 12 unidades de roupa (por mês).

Subsídio em espécie: Neste caso, também vai existir um deslocamento da recta orçamental para a direita mas não se desloca a totalidade da recta (supondo que o indivíduo não vende os bens que recebe). Na Fig.2.21 podemos ver que o deslocamento da recta orçamental induzido pela oferta da quantidade *s* do bem 1 causa uma quebra na RO. No exemplo apresentado da Fig.2.21, a atribuição do subsídio em espécie é equivalente à atribuição do subsídio em dinheiro (pois a CI atingida é a mesma).

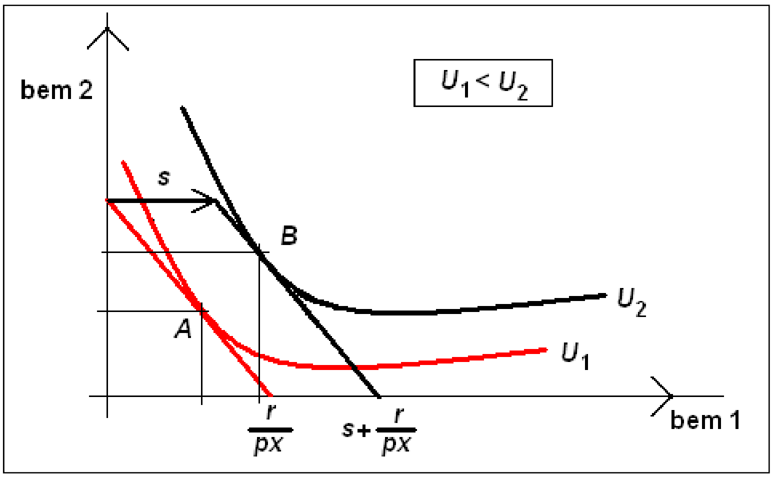


Fig.2.21 – Efeito da atribuição de um subsídio em espécie (1)

No exemplo apresentado na Fig.2.22 já podemos ver que, a atribuição do subsídio em espécie é menos favorável (para o indivíduo) que o correspondente subsídio em dinheiro (pois a CI atingida é inferior). Se fosse atribuído um subsídio em dinheiro, o indivíduo podia adquirir o cabaz representado no ponto *C* e atingir a CI de nível U_3. O subsídio em espécie (a quantidade s do bem 1) permite adquirir o cabaz *B* e atingir a CI de nível U_2 que é menor que U_3.

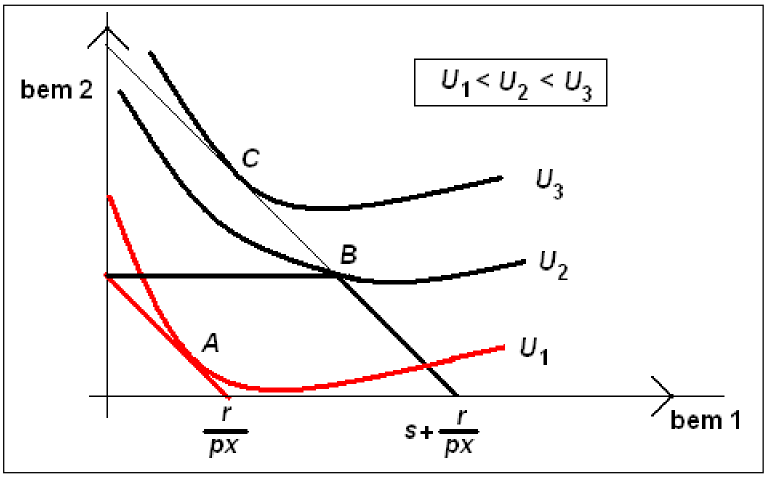


Fig.2.22 – Efeito da atribuição de um subsídio em espécie (2)

Em termos algébricos, resolve-se o modelo de optimização acrescentando o subsídio em espécie como se fosse em dinheiro. Se a solução cair fora da zona possível, a solução será exactamente a quantidade do subsídio. Por exemplo, se o subsídio for a dadiva da quantidade *s* do bem 1, a solução estará fora da restrição se $a_1 < s$, sendo que neste caso o cabaz será $a_1 = s$ e $a_2 = r/p_2$.

Ex2.16: Uma família, formada por dois adultos e três crianças, tem como único rendimento um salário líquido de 400€/mês que gastam em vinho e alimentação cujos preços são 5€/u. e 2.5€/u., respectivamente. Os gostos e preferências da família podem ser condensados na função de utilidade U(v, a) = $a.v^{10}$. Se lhes for atribuído um subsídio de 120u. de alimentação (cujo valor pecuniário é 300€/mês), calcule em quanto aumentará o consumo da família.

R: Vou introduzir no sistema de equações o subsídio em dinheiro como o parâmetro *s*. Coloco *s* no membro direito da equação (a diminuir a quantidade que compro) mas podia colocá-lo no membro direito como rendimento (2.5s).

$$\begin{cases} \dfrac{0.5.a^{-0.5}.v^{10}}{2.5} = \dfrac{10.a^{0.5}.v^{9}}{5} \\ 2.5(a-s)+5v = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0.1v \\ 0.25v + 5v = 400 + 2.5s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7.62 + 5.71 \\ v = 76.19 + 57.14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13.33 \\ v = 133.33 \end{cases}$$

Como a solução algébrica não verifica a condição $a \geq s$, o cabaz consumido será a = 120u. (aumenta 102.38u.) e v = 400/5 = 80u. (aumenta 3.81u.). Se o subsídio fosse em dinheiro, a maior parte iria para vinho (aumentava 57.14u.).

Desconto no preço: Será uma situação intermédia entre a atribuição de um subsídio em dinheiro e um subsídio em espécie, havendo um reforço maior do bem cujo preço tem um desconto. Em termos gráficos, vai induzir uma rotação da recta orçamental no sentido da expansão das possibilidades de consumo.

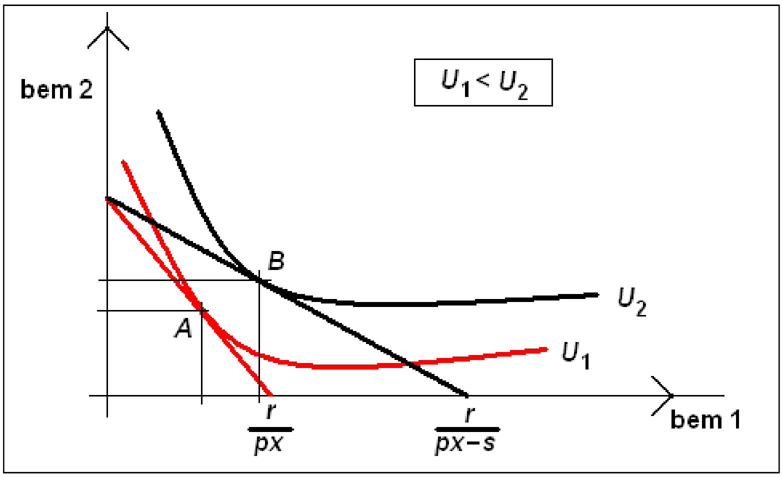


Fig.2.23 – Efeito da atribuição de um desconto no preço

Ex2.17: Supondo a mesma família formada por dois adultos e três crianças, tem como rendimento um salário líquido de 400€/mês que gastam em vinho e alimentação cujos preços são 5€/u. e 2.5€/u., respectivamente. Os gostos e preferências da família podem ser condensados na função de utilidade U(*v*, *a*) = *a*.v^{10}. Se lhes for atribuído um desconto no preço da alimentação de 2.35€ calcule o aumento do consumo da família e o rendimento equivalente.

R: $\begin{cases} \dfrac{0.5.a^{-0.5}.v^{10}}{2.5-2.35} = \dfrac{10.a^{0.5}.v^{9}}{5} \\ (2.5-2.35)a + 5v = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0.6a \\ 0.15a + 3a = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 126.98 \\ v = 76.19 \end{cases}$

$RE: 2.5a + 5v = 698.41€/mês$

Notar que, como se pretendia, a quantidade adquirida de alimentação aumentou sem aumentar a quantidade adquirida de vinho. Assim, a atribuição de um desconto no preço também é eficaz na condução do consumo na direcção pretendida (mas não aplicável, por exemplo, aos dementes ou às crianças abandonadas).

A atribuição de um desconto no preço (do bem que se quer ver o consumo aumentado) tem a vantagem de poder ser auxiliado pela imposição de um imposto no preço (do bem que se quer ver o consumo diminuído) e assim tornar nula a despesa pública da política de alteração do padrão de consumo. Exemplo desta combinação de políticas é a tributação dos combustíveis e a atribuição de subsídios aos transportes públicos colectivos.

A atribuição de um subsídio em dinheiro permite que o subsidiado atinja um nível de bem-estar (dado pela sua função de utilidade) superior a um desconto no preço ou a um subsídio em espécie. Nos ex2.15 a 2.17, Udinh = 4.35E21 > Udesc = 1.07E21 > Uesp = 0.84E21. No entanto, quando os gostos e preferências do indivíduo estão de tal maneira danificados (*e.g.*, toxicodependentes) que socialmente as suas opções são contrários ao "seu" bem-estar, a atribuição de desconto no preço ou de um subsídio em espécie são políticas mais eficazes na condução do consumo na direcção socialmente considerada mais conveniente.

2.4.2. Função de oferta de trabalho.

Podemos imaginar a economia como dois agentes económicos, as empresas e as famílias, em que as famílias procuram (e consomem) bens e serviços e oferecem trabalho e as empresas procuram trabalho e oferecem bens e serviços (ver Fig.2.24).

Para as famílias, o aumento do consumo tem um efeito positivo no seu nível de bem-estar enquanto que o aumento das horas de trabalho tem um efeito negativo no bem-estar.

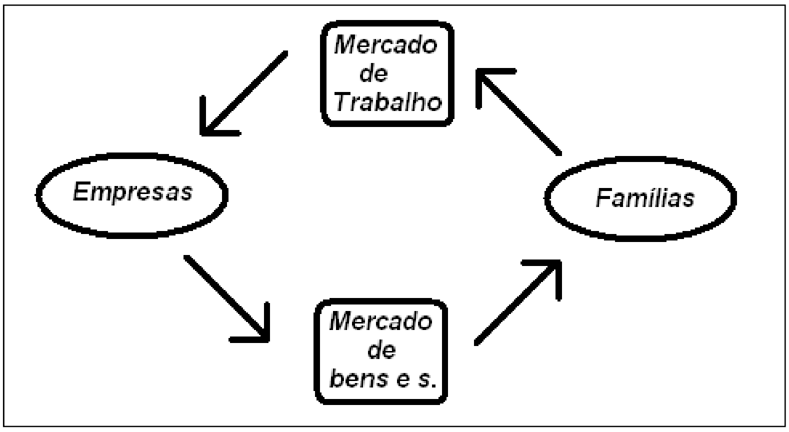


Fig.2.24 – O circuito económico com Famílias e Empresas

Considerando que **i)** podemos agregar todos os bens e serviços numa mercadoria compósita, X, cujo preço unitário é 1 (é o numerário), **ii)** que o indivíduo nasce com uma quantidade de tempo disponível, L_0, que pode consumir como lazer, L, ou vender como trabalho, $T = L_0 - L$, cujo preço unitário é w (o salário real unitário por fazer o preço do bem igual a 1), então podemos facilmente aplicar a Teoria do Consumidor na determinação da função de oferta de trabalho do indivíduo.

$$\{(X, L) : V = MaxU(X, L),\ sa\ X = (L_0 - L).w\}$$

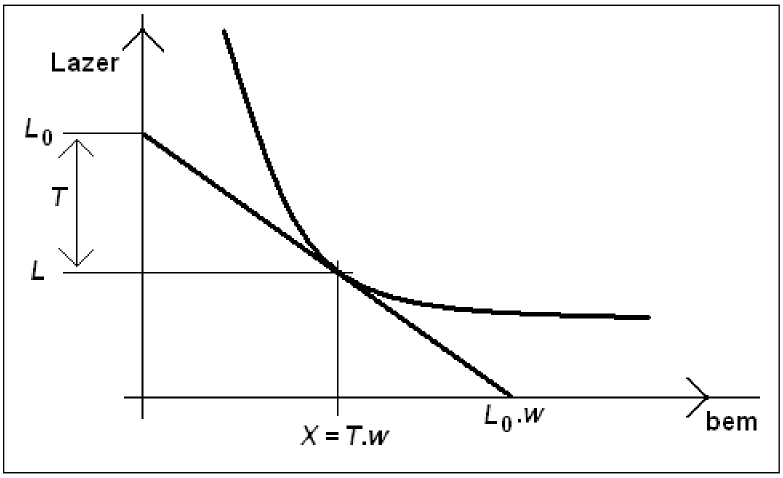


Fig.2.25 – Oferta de trabalho (1)

Precisamos formalizar a função de utilidade para podermos determinar uma forma funcional para $L(w)$ e, consequentemente, uma curva de oferta de trabalho, $T(w) = L_0 - L(w)$ A recta orçamental vem dada por $X = (L_0 - L).w$ (é gasto todo o salário na aquisição do bem X ao preço unitário) e tem a forma explícita $L = L_0 - X/w$ (a RO intersecta o eixo do lazer em L_0 e o eixo dos bens e serviços em $L_0.w$ (ver Fig.2.25).

Ex2.18: Supondo L_0 = 100 horas/semana e que os gostos e preferências da família podem ser condensados na função de utilidade U(X, L) = 2L + $X.L$. Determine a função oferta de trabalho da família.

R: $\begin{cases} \dfrac{U'_x}{P_x} = \dfrac{U'_L}{P_L} \\ X = (100 - L)w \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{L}{1} = \dfrac{2+X}{w} \\ X = (100 - L)w \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = Lw - 2 \\ Lw - 2 = (100 - L)w \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L = 50 + 1/w \\ X = 50w - 1 \end{cases}.$

$\Rightarrow T(w) = L_0 - L = 50 - 1/w$

É importante notar que uma alteração do salário unitário não altera o ponto de intersecção da RO com o eixo do lazer porque esse ponto vale sempre L_0. Assim, um aumento do salário é equivalente a uma diminuição do preço dos bens e serviços e vice-versa pelo que não tem como efeito, obrigatoriamente, um aumento da quantidade oferecida de trabalho (ver Fig.2.26 onde se representa uma situação em que o aumento do salário unitário induz uma diminuição da quantidade oferecida de trabalho).

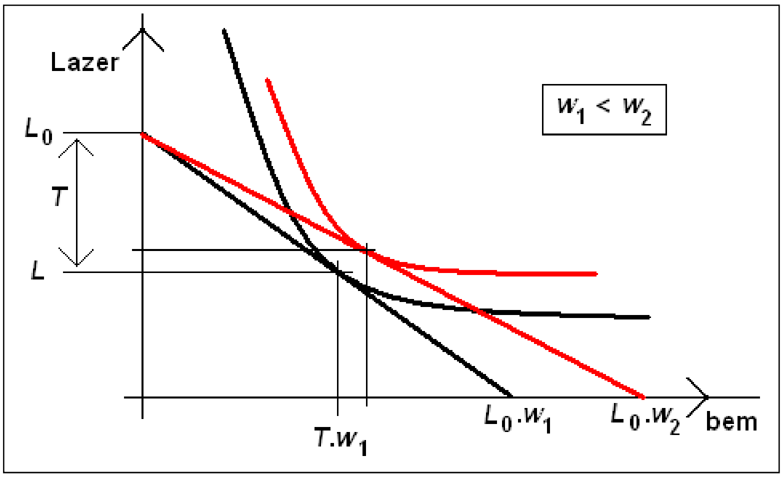


Fig.2.26 – Oferta de trabalho (2)

A evidência empírica é no sentido de corroborar que, nos países onde o salário unitário é relativamente elevado, a curva de oferta de trabalho é decrescente (ver Fig.2.27, dados da curva de oferta individual de trabalho dos USA retirados de Burda and Wyplosz, 2005, tabela

4.1, p. 76, transformados assumindo que cada ano tem 52 semanas, *T* em horas por semana e *w* é um índice do salário real normalizado a $w_{1870} = 1$).

A teoria macroeconómica (*e.g.*, Barro) distingue uma alteração do salário temporário (*i.e.*, na semana do carnaval, os salários do Rio de Janeiro aumentam) em que prevalece o efeito substituição (haverá um aumento da quantidade oferecida de trabalho – diminuição do lazer) de um aumento definitivo em que prevalece o efeito riqueza (haverá uma diminuição da quantidade oferecida de trabalho – aumento do lazer).

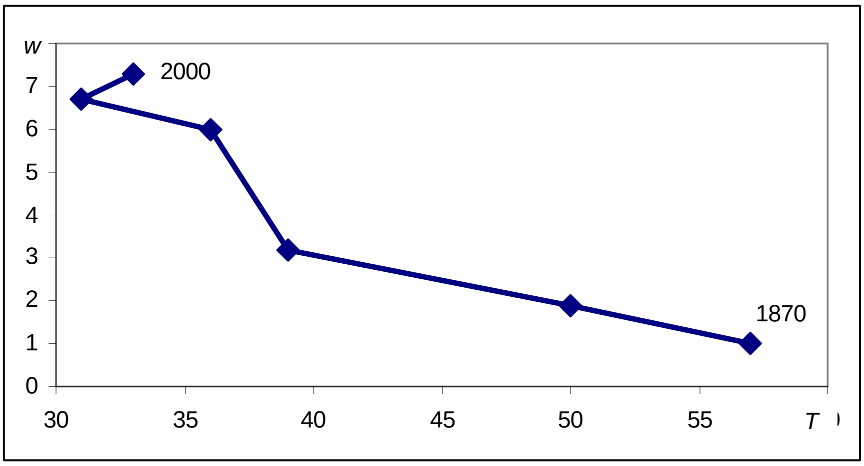


Fig.2.27 – Curva de oferta de trabalho, USA, 1870-2000

2.4.3. Taxa de juro, consumo e poupança.

O princípio da insaciabilidade parece excluir que a Teoria do Consumidor possa explicar a existência de poupança. No entanto, esse resultado depende de termos considerado até agora que a decisão do agente não tem em atenção o futuro (o modelo também é válido sob o pressuposto de que o indivíduo tem vida infinita e que os valores assumidos pelas variáveis se mantêm constantes para sempre). No sentido de estudarmos a influência da taxa de juro no consumo e na poupança, vamos agora explorar uma situação que se desenvolve ao longo do tempo.

Em termos de modelação, vamos considerar períodos de tempo distintos, começamos a análise pelo último período de vida e andamos para trás no tempo. Está metodologia denomina-se por ***Backward Induction***.

Último período: Assumindo que o indivíduo i) vive o seu último período, ii) no início do qual recebe o activo *S*, iii) e durante o qual obtém o rendimento r_0. O princípio da insaciabilidade garante que o indivíduo gastará $S + r_0$ na aquisição do bem ou serviço compósito X_0 ao preço p_0. O índice zero traduz que já não lhe resta mais nenhum período de vida (o índice diminuir é standard na Economia Dinâmica , Stokey, Lucas e Prescott, 1989)*.

$$X_0 = (S + r_0).p_0$$

Penúltimo período: Vamos agora assumir que o indivíduo i) vive o seu penúltimo período, ii) no início do qual recebe a riqueza h_1 (que também poderíamos denominas por S_1), iii) e durante o qual obtém o rendimento r_1. O indivíduo tem como rendimento $h_1 + r_1$ podendo gastar parte na aquisição de bens ou serviços (X_1 ao preço p_1) e poupar a parte *S* que transitará para o período futuro (mais o juro). Sendo que condensamos os gostos e preferências do indivíduo na função de utilidade $U(x_1, x_2) = u(x_1) + u(x_0)$ e que a poupança é remunerada à taxa de juro *R* por período, então a recta orçamental será $x_1.p_1 + x_0.p_0 = h_1 + r_1 + S.R + r_0$ onde $S = (h_1 + r_1 - x_1.p_1)$ quantifica a poupança do período presente.

Apesar de o modelo incorporar o que se vai passar no período futuro (o período de índice zero), a decisão quanto ao consumo e à poupança é tomada no período presente (o período de índice um). Esta questão é importante se pensarmos que o rendimento e o preço do último período são previsões (o modelo é aplicável no estudo da informação imperfeita: com incerteza e expectativas).

Rearranjando a RO na forma "descontada" e na forma explícita em relação ao presente (sem inflação, *i.e.*, $p = p_1 = p_0$): $x_1.p + x_0.\dfrac{p}{1+R} = h_1 + r_1 + \dfrac{r_0}{1+R}$;

$$x_1. = \left(h_1 + r_1 + \frac{r_0}{1+R} \right) / \, p - x_0.\frac{1}{1+R}$$

Quando há um aumento da taxa de juro (de R_a para R_b, ver Fig.2.28), A RO roda em torno do ponto (r_0/p_0, r_1/p_1) no sentido do bem futuro (porque o seu preço "diminui", $p_0/(1 + R)$, e desloca-se para baixo porque o "rendimento" futuro, $r_0/(1 + R)$, também diminui).

* Stokey, NL, RE Lucas e EC Prescott (1989), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press

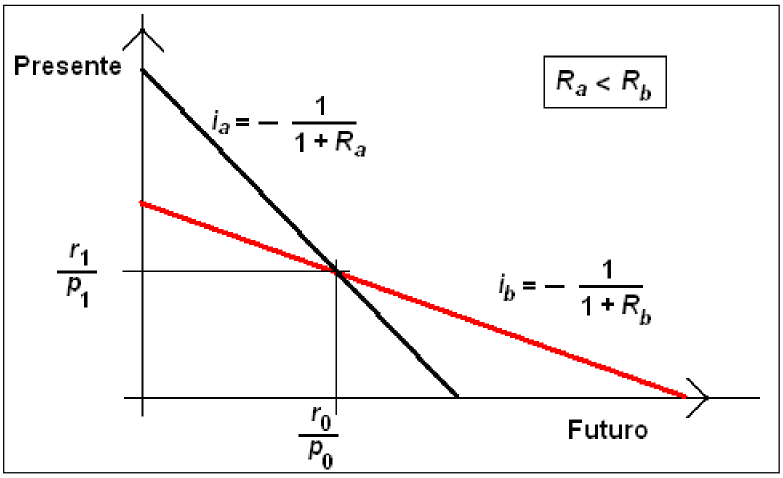


Fig.2.28 – Efeito na Recta Orçamental de um aumento da taxa de juro

No caso de o indivíduo apenas ter rendimento no período presente (porque no futuro está reformado), a alteração da RO apenas sofre o efeito da "diminuição" do preço futuro. No caso de o indivíduo apenas ter rendimento no período futuro (crianças que andam a estudar), a alteração da RO sofre o efeito do "aumento" do preço presente. Apesar de na realidade não haver alterações dos preços ou dos rendimentos, a taxa de juro faz diminuir o consumo (no período presente) e, consequentemente, aumentar a poupança e o consumo planeado para o período futuro (ver Fig.2.29). Notar estar neste modelo a fundamentação teórica para, nos modelos macroeconómicos, ser a taxa de juro que equilibra o mercado de bens e serviços. Por outro lado, este modelo justifica os Bancos Centrais aumentarem a taxa de desconto quando há pressões inflacionistas: Sendo que se pretende manter um nível de preços estáveis e, no presente, há um excesso de consumo que pressiona uma subida de preços (*i.e.*, inflação), a forma de diminuir o consumo (e controlar a inflação) é através de uma subida da taxa de juro (neste caso, inicialmente o indivíduo pretendia endividar-se mas o aumento da taxa de juro faz com que equilibre o orçamento: o cabaz caminha no sentido do ponto de rotação).

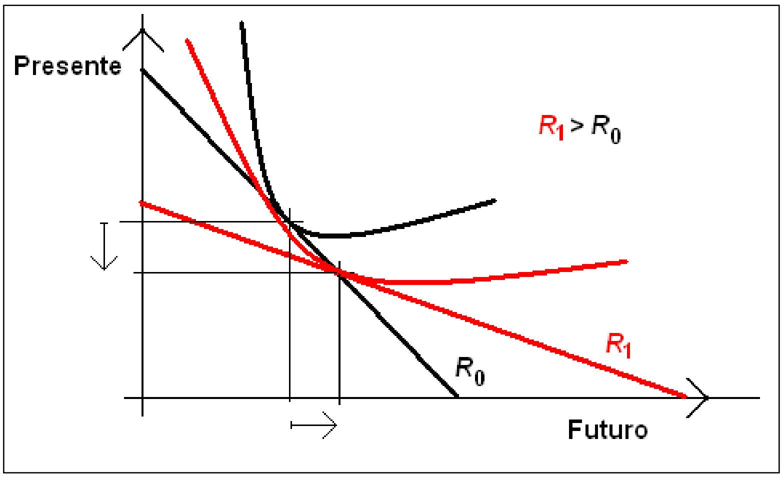


Fig.2.29 – Efeito no consumo de um aumento da taxa de juro (de R_0 para R_1)

Ex2.19: Supondo indivíduo cujo um rendimento é de r = 100€/mês, que vive este e mais outro mês, que consome um bem ou serviço compósito X cujo preço é 5€/u., que os gostos e preferências podem ser condensados na função de utilidade $U(x_1, x_0) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_0}$. Determine a função de poupança.

R:; $\begin{cases} \dfrac{0.5/\sqrt{x_1}}{5} = \dfrac{0.5/\sqrt{x_0}}{5/(1+R)} \\ 5x_1 + x_0.\dfrac{5}{1+R} = 100 + \dfrac{100}{1+R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = (1+R)^2 x_1 \\ x_1(2+R) = 20\dfrac{2+R}{1+R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 20(1+R) \\ x_1 = \dfrac{20}{1+R} \end{cases} \Rightarrow s(R) = \dfrac{100R}{1+R}$

O modelo pode ser estendido a vários períodos, começando a análise sempre no último.

2.4.4. Risco.

O risco surge de o indivíduo não ter conhecimento perfeito do que vai acontecer no período futuro. Assim, os modelos que o incorporam traduzem a relaxação de que existe conhecimento público e perfeito. Existem autores quem distinguem o risco da incerteza mas, aqui, não tem relevância.

Vamos considerar um modelo de uma lotaria simples. No entanto, este modelo é de aplicação mais genérica.

A aplicação da teoria do consumidor ao estudo do risco obriga a que a função de utilidade seja semi-cardinal. Quer isto dizer que não basta que a função de utilidade atribua um número maior aos cabazes melhores mas tem que dar uma medida da proporção relativa da utilidade retirada dos cabazes (*e.g.*, terá que dizer que o cabaz A é 3 vezes melhor que o cabaz *B*).

Lotaria: O indivíduo pretende escolher entre a quantia *r* certa (sem risco) e uma lotaria *P* da qual pode ganhar o valor P_0 com a probabilidade *q* ou P_1 com a probabilidade $(1 - q)$*. A decisão vai ser em termos de valor esperado. Sendo *V*(*r*) o nível máximo de utilidade que o indivíduo atinge com o rendimento *r*, $V(r) = Max\, U(x, y),\, sa\; x.p_x + y.p_y = r$, o indivíduo vai comparar *V*(*r*) com a utilidade esperada da lotaria e escolher a opção a que corresponder maior valor: $\{se\, V(r) < V(P_0).q + V(P_1).(1-q) \Rightarrow Lotaria; senão \Rightarrow r\}$

Ex2.20: Um indivíduo ganha actualmente 600€/mês que gasta em vestuário e alimentação cujos preços são 5€/u. e 2.5€/u., respectivamente e os seus gostos e preferências podem-se condensar na função de utilidade *U*(*a*, *v*) = $a^{0.5}.v^{0.5}$. Se se despedir, tem 40% de probabilidade se arranjar um novo emprego cujo salário é 1000€/mês mas pode não o arranjar e ficar reduzido a ganhar apenas 400€/mês. Será de se despedir?

R: Primeiro, determinamos a função utilidade indirecta *V*(*r*):

$$\begin{cases} \dfrac{0.5.a^{-0.5}.v^{0.5}}{2.5} = \dfrac{0.5.a^{0.5}.v^{-0.5}}{5} \\ 2.5a + 5v = r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2v \\ 5v + 5v = r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0.2r \\ v = 0.1r \end{cases} \Rightarrow V(r) = 0.02^{0.5} r$$

Segundo, comparamos o certo com o valor esperado: $\{V(600) ?? 0.4V(1000) + 0.6V(400)\}$

$$\Leftrightarrow \{0.02^{0.5} \times 600 ?? 0.4 \times 0.02^{0.5} \times 1000 + 0.60 \times 0.02^{0.5} \times 400\} \Rightarrow \{84.85 < 90.51\}$$

Conclui-se que se deve despedir e tentar a sua sorte.

Aversão / neutralidade / atracção pelo risco: Vamos supor a situação em que o rendimento fixo (sem risco) é igual ao rendimento esperado (médio) da lotaria (com risco). Neste caso, se o indivíduo preferir o rendimento fixo, é **avesso ao risco** (*risk averse*); se estiver indiferentes, é **neutro ao risco** (*risk neutral*), se preferir a lotaria, é **atraído pelo risco** (*risk lover*).

No Ex2.20, o indivíduo é neutro ao risco: se a lotaria fosse ganhar 900€/mês com 40% de probabilidade ou 600€/mês com 60% de probabilidade, o valor esperado (médio) seria

* P tem distribuição binomial com valor médio $P_0 q + P_1(1-q)$ e variância $(P_1-P_0)^2 q(1-q)$.

exactamente o que ganha agora, *i.e.*, 600€/mês e teríamos uma igualdade nas utilidades:

$$\left\{0.02^{0.5} \times 600??0.4 \times 0.02^{0.5} \times 900 + 0.60 \times 0.02^{0.5} \times 400\right\} \Rightarrow \left\{84.85 = 84.85\right\}$$

2.4.5. Capital humano e crescimento económico endógeno.

A evidência empírica mostra que o aumento da escolaridade é o principal factor[*] que justifica a tendência secular do crescimento económico *per capita*. Em termos estáticos, a capacidade de um indivíduo criar riqueza é crescente com a sua escolaridade e, em termos dinâmicos, os pais transmitem aos filhos um nível de escolaridade crescente com o seu próprio nível de escolaridade. Como a escolarização dos filhos implica que os pais diminuam o rendimento disponível para consumo, para racionalizarmos este comportamento teremos que assumir que os pais incorporam na sua função de utilidade o bem-estar futuro dos filhos, *i.e.*, os pais são altruístas, assumindo a escolarização dos filhos como um investimento.

Vamos assumir, sem perda de generalidade, que **i)** o rendimento é linearmente crescente com a escolaridade, *R* = *k.E*, e que **ii)** quem não tem filhos maximiza o bem-estar consumindo os bens x e y cujos preços são unitários. **iii)** Sendo a função de utilidade U(x, y) = x.y, teremos como função utilidade indirecta:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} \\ x + y = kE \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0.5kE \\ y = 0.5kE \end{cases} \Rightarrow V(k.E) = 0.25k^2E^2$$

Vamos ainda supor que **iv)** quem tem filhos, gasta parte do rendimento na sua escolarização e **v)** inclui na sua utilidade, a utilidade dos filhos. **vi)** Escolarizar os filhos tem um preço unitário *p*. Sendo o nível de escolaridade dos pais E_0, para os pais altruístas com *n* filhos, a função de utilidade indirecta será, sem perda de generalidade:

$$V_P(k.E_0) = V(k.E_0 - n.p.E).V(k.E)^n$$

Então, os pais altruístas vão determinar o nível de escolaridade dos filhos que maximiza esta nova medida de bem-estar:

[*] Os outros serão o capital *per capita* e mobilidade dos factores de produção (*i.e.*, o comércio).

$$V_P(k.E_0) = V(k.E_0 - n.E.p).V(k.E)^n$$
$$V_P(k.E_0) = 0.25(k.E_0 - n.E.p)^2.0.25^n k^{2n}.E^{2n}$$
$$\frac{dV_P}{dE} = 0.5(k.E_0 - E.p)(-n.p).0.25^n k^{2n}.E^{2n} + 0.25(k.E_0 - n.E.p)^2.0.25^n k^{2n}.2nE^{2n-1} = 0$$
$$E = \frac{k}{(1+n).p} E_0$$

Se usar uma curva de rendimento do tipo $R = R_0 + kE^\alpha$ (mais de acordo com a evidência empírica), a manipulação algébrica será mais difícil mas, em termos de estática comparada, os resultados serão idênticos.

Análise de estática comparada. Podemos agora estudar como evolui a escolaridade de geração para geração com as diversas variáveis exógenas do modelo (o número de filhos, o preço da escolaridade e a "produtividade" da escolaridade). Verifica-se do modelo que haverá progresso (*i.e.*, aumento da escolaridade a cada geração) se os pais tiverem poucos filhos (*n* pequeno), se o aumento do rendimento com a escolaridade for elevada (*k* elevado) e se o preço da escolarização for baixo (*p* pequeno):

$$E > E_0 \quad sse \quad \frac{k}{(1+n).p} > 1 \Leftrightarrow p < \frac{k}{1+n}$$

Estes resultados estão de acordo com a evidência empírica: em média, os filhos de pais com baixa escolaridade (e baixo rendimento), também têm baixa escolaridade (e baixo rendimento) e os filhos de famílias numerosas têm baixa escolaridade. Também poderíamos incluir no modelo que os pais antecipam que o bem-estar dos filhos vai depender da escolaridade dos netos para modelizarmos um processo dinâmico de progresso económico.

2.4.6. Contabilidade do bem-estar.

Como os gostos e preferências dos indivíduos são codificados em funções de utilidade ordinais, então não podemos comparar os indivíduos pelo nível de utilidade. Em particular, não podemos calcular o efeito social de uma política pela simples soma das utilidades dos indivíduos afectados. O caminho certo é determinar o saldo (em termos monetários) das compensações dos rendimentos (mais os impostos cobrados) que permitem retornar à situação de bem-estar inicial de todos os indivíduos.

Ex2.21: Existem dois indivíduos, I_1 e I_2, que gastam o seu rendimento em alimentação, *a*, e em vinho, *v*. Actualmente, um tem 500€/mês de rendimento e os seus gostos condensam-se na função de utilidade $U(a, v) = 10.a^{0.3}.v^{0.7}$ e outro tem 1000€/mês de rendimento e seus gostos condensam-se na função de utilidade $U(a, v) = a^{0.7}.v^{0.3}$. Os preços da alimentação e do vinho são 2€/kg e 5€/*l*, respectivamente. Supondo que a diminuição do consumo de vinho em 1% aumenta o rendimento em 0.1%, deverá o governo cobrar um imposto de 1€/l de vinho?

R: Primeiro, determinamos o nível de bem-estar inicial:

$$I_1: \begin{cases} \dfrac{3.a^{0.3}.v^{0.7}}{2a} = \dfrac{7.a^{0.3}.v^{0.7}}{5v} \\ 2a+5v=500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0.933a \\ 2a+4.667a=500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=70 \\ a=75 \end{cases} \Rightarrow U_1 = 714.640$$

$$I_2: \begin{cases} \dfrac{0.7.a^{0.7}.v^{0.3}}{2a} = \dfrac{0.3.a^{0.7}.v^{0.3}}{5v} \\ 2a+5v=1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0.171a \\ 2a+0.857a=1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=60 \\ a=350 \end{cases} \Rightarrow U_2 = 206.202$$

Depois, determinamos a nova situação para um rendimento genérico:

$$I_1: \begin{cases} \dfrac{3.a^{0.3}.v^{0.7}}{2a} = \dfrac{7.a^{0.3}.v^{0.7}}{6v} \\ 2a+5v=r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0.777a \\ 2a+4.667a=r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=0.117r \\ a=0.150r \end{cases} \Rightarrow V_1(r) = 1.258r$$

$$I_2: \begin{cases} \dfrac{0.7.a^{0.7}.v^{0.3}}{2a} = \dfrac{0.3.a^{0.7}.v^{0.3}}{6v} \\ 2a+5v=r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0.143a \\ 2a+0.857a=r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=0.05r \\ a=0.35r \end{cases} \Rightarrow V_2(r) = 0.195r$$

Compensamos o rendimento para voltarem a uma situação idêntica à inicial:

$r_1 : V_1(r) = 714.640 \Rightarrow r_1 = 714.640/1.258 = 568.06€ \Rightarrow v_1 = 66.274$ (diminui 5.3%)

$r_2 : V_2(r) = 206.202 \Rightarrow r_2 = 206.202/0.195 = 1056.22€ \Rightarrow v_2 = 52.811$ (diminui 12.0%)

E determinamos o saldo da política somando os efeitos sobre os dois indivíduos:

Δi=(Rnecessário – salário + imposto)

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = (568.06 - 500\times 1.0053 + 66.27) + (1056.22 - 1000\times 1.012 + 52.81) = 9{,}44€$$

Como o saldo é positivo, o governo deverá implementar esta política.

Exercício de recapitulação

Ex2.22: Um homem que ganha 600€/mês está a pensar casar-se com uma mulher que ganha 1500€/mês. Agora é ele que decide o que comprar com o seu rendimento mas, depois de casar será a mulher a gerir o lar. O dinheiro pode ser gasto em habitação (4€/m^2/mês), alimentação (3€/kg) ou diversões (10€/u.). Os gostos do homem condensam-se na função de utilidade *Uh*(*h*, *a*, *d*) = $10h^{0.1}a^{0.3}d^{0.6}$; e os da mulher na função *Um*(*h*, *a*, *d*) = $10h^{0.5}a^{0.3}d^{0.1}$.

i) Sendo que quando casados, a habitação é desfrutada plenamente por ambos, a alimentação é dividida por 2 e as diversões por 1.1, *e.g.*, *Um*(*h*, *a*, *d*) = $10h^{0.5}(a/2)^{0.3}(d/1.1)^{0.1}$, devem casar?

ii) E se fosse o homem a decidir o que comprar?

R. Enquanto solteiros, o nível de bem-estar do homem é 448.1 e o da mulher 1761.9:

$$\begin{cases} \dfrac{h^{0.1}a^{0.3}d^{0.6}}{4h} = \dfrac{3h^{0.1}a^{0.3}d^{0.6}}{3a} \\ \dfrac{h^{0.1}a^{0.3}d^{0.6}}{4h} = \dfrac{6h^{0.1}a^{0.3}d^{0.6}}{10d} \\ 4h + 3a + 10d = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4h \\ d = 2.4h \\ 4h + 12h + 24h = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 15m^2 \\ a = 60kg \Rightarrow u = 448.1 \\ d = 36u. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{6h^{0.6}a^{0.3}d^{0.1}}{4h} = \dfrac{3h^{0.6}a^{0.3}d^{0.1}}{3a} \\ \dfrac{6h^{0.6}a^{0.3}d^{0.1}}{4h} = \dfrac{h^{0.5}a^{0.6}d^{0.1}}{10d} \\ 4h + 3a + 10d = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0.667h \\ d = 0.067h \\ 4h + 3h + 0.667h = 2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 260.9m^2 \\ a = 173.9kg \\ d = 17.4u. \end{cases}$$

Depois de casados, a mulher adquirirá:

$$\begin{cases} \dfrac{6h^{0.6}(a/2)^{0.3}(d/1.1)^{0.1}}{4h} = \dfrac{3h^{0.6}(a/2)^{0.3}(d/1.1)^{0.1}}{3a} \\ \dfrac{6h^{0.6}(a/2)^{0.3}(d/1.1)^{0.1}}{4h} = \dfrac{h^{0.5}a^{0.6}(d/1.1)^{0.1}}{10d} \\ 4h + 3a + 10d = 2600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0.667h \\ d = 0.067h \\ 4h + 3h + 0.667h = 2600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 339.13m^2 \\ a = 226.09kg \\ d = 22.61u. \end{cases}$$

Devem casar pois os níveis de bem-estar do homem e da mulher subirão (para 453.7 e 1786.5, respectivamente) por causa de partilharem despesas (habitação e diversões).