ROBUUSTE OPTIMALISATIE VAN RETAIL ASSORTIMENTEN

Hoe kunnen retailers assortimenten selecteren die robuust zijn tegen de onzekerheid in productverkopen? Retailers zien zich geplaatst voor de vraag welke producten ze moeten opnemen in het assortiment van een categorie om de winst te maximaliseren. Een complicerende factor in de optimalisatie is dat de winstbijdrage van elk product onzeker is, aangezien de vraag naar het product niet met 100% zekerheid voorspeld kan worden. In dit artikel bespreken we een methode waarmee retailers assortimenten kunnen selecteren die robuust zijn tegen de onzekerheid in winstbijdrages. Daartoe formuleren we een robuuste variant van het Retail Assortiment Optimalisatieprobleem welke de balans zoekt tussen de verwachte winst van een assortiment en de daarmee gepaard gaande onzekerheid.

Robert Rooderkerk

Het assortiment is een belangrijk element van de retailer's marketing mix. Een belangrijke vraag voor de retailer is welk assortiment hij moet kiezen binnen een productcategorie (bijvoorbeeld tandpasta's) om de categorie winst te maximaliseren en de hoeveelheid beschikbare schapruimte niet te overschrijden. We noemen dit het Retail Assortiment Optimalisatieprobleem (RAO). We nemen aan dat de structurele winstbijdrages van individuele producten onafhankelijk zijn van de aanwezigheid van andere producten. Als gevolg hiervan kunnen we RAO als een lineair knapzakprobleem formuleren (Kellerer, Pferschy en Pisinger 2004). Vaak worden de winstbijdrages van de producten gebaseerd op een model van productverkopen. Zoals in elk model is ook hier typisch onzekerheid in de modelschattingen te verwachten. Dit resulteert in onzekerheid in de input van het RAO-probleem. Door aan te nemen dat de winstbijdrages in een onzekerheidsset U liggen, kunnen we een robuuste variant van het Retail Assortiment Optimalisatieprobleem ($RAO_{Robuust}$) formuleren:

$$
\begin{array}{lllr}
\max\limits_{x} & \min\limits_{p \in U} \sum\limits_{k=1}^{n} p_k x_k & & \\
\text{s.t.} & \sum\limits_{k=1}^{n} w_k x_k \leq c & & (1) \\
& x_k \in \{0,1\} & k=1, \ldots, n. & (2)
\end{array}
$$

Hierin is p_k de winstbijdrage van product k (=1,...,n), w_k de hoeveelheid schapruimte die product k inneemt indien het in het assortiment opgenomen wordt en c de hoeveelheid beschikbare schapruimte voor de categorie. De beslissingvariabelen x_k zijn 1 indien product k in het assortiment opgenomen wordt, 0 anders. Merk op dat het doel van de robuuste variant is om het assortiment te vinden waarvoor de slechts mogelijke winstrealisatie bij de gegeven onzekerheidsset maximaal is. We maximaliseren zeg maar het *worst case* scenario.

Op basis van Ben-Tal en Nemirovski (1998) kunnen we ($RAO_{Robuust}$) in combinatie met een ellipsoïde onzekerheidsset U voor de winstbijdrages herformuleren tot het volgende Robuuste Retail Assortiment Optimalisatieprobleem (RRAO):

$$
\begin{array}{ll}
\max\limits_{x} & \sum\limits_{k=1}^{n} \bar{p}_k x_k - r\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{k'=1}^{n} \theta_{kk'} x_k x_{k'}} \\
\text{s.t.} & (1) \text{ en } (2)
\end{array}
$$

Hierin is $\bar{p}_k$ de verwachte winstbijdrage van product k en representeert $\theta_{kk'}$ de covariantie in de winstbijdrages van product k en k'. De doelstellingsfunctie vertegenwoordigt nu de robuuste winst van een assortiment. Deze robuuste winst balanceert de verwachte (i.e. nominale) winst en de standaarddeviatie van de winst. De parameter r bepaalt nu de penalty op onzekerheid: als de beslissingsnemer meer risicoaversief is dan beboet hij/zij variantie (i.e. onzekerheid) in de winst meer. Maar hoe kiezen we een waarde voor r?

We veronderstellen dat de winstrealisaties een (multivariate) normale verdeling volgen (i.e. $p \sim N(\bar{p}, \Theta)$). Stel dat we de kans, dat de daadwerkelijke winstrealisatie van een assortiment lager is dan de bijbehorende robuuste winst, willen beperken tot α. Hieruit volgt een waarde voor r. Bijvoorbeeld een α van 5% impliceert een waarde voor r van 1.64. Merk op dat de waarde voor r, de penalty op onzekerheid, hoger zal zijn indien de belissingsnemer meer zekerheid wil en dus een lagere waarde voor α eist.

Synthetisch voorbeeld

We contrasteren de nominale en robuuste variant nu met een eenvoudig voorbeeld van een Retail Assortiment Optimalisatieprobleem, beschreven in Tabel 1. In dit geval leggen de drie producten (i.e. items) evenveel beslag op de beschikbare schapruimte maar kunnen er maar maximaal twee producten tegelijk in het assortiment opgenomen worden.

Product 2 en 3 hebben een grote, positieve covariantie, wat het gevolg kan zijn van een vergelijkbare gevoeligheid voor schokken in de vraag. Bijvoorbeeld, als dit kledingartikelen zouden zijn, dan kunnen product 2 en 3 dezelfde kleur hebben (e.g. beide rood), welke in de mode kan zijn (positieve vraagschok) of niet (negatieve vraagschok).

			Winst covariantiematrix (Θ)			
Item (k)	Schapruimte (w_k)	Verwachte winst ($\bar{p}_k$)	Item 1	Item 2	Item 3	Beschikbare schapruimte (c)
1	1	8	1	- 1.5	- 1	2
2	1	9		4	5	
3	1	10			9	

Tabel 1: Voorbeeld van een Retail Assortiment Optimalisatieprobleem

Product 1 heeft een negatieve covariantie met product 2 en 3, wat een indicatie kan zijn van een tegengestelde gevoeligheid voor vraagschokken. Als we het eerdere voorbeeld volgen, dan zou product 1 bijvoorbeeld een andere kleur kunnen hebben (e.g. blauw) dan product 2 en 3 (rood), en rood en blauw zijn om en om in de mode. Voor elk van de toegelaten assortimenten beschrijft Tabel 2 de nominale winst, variantie van de winst en de robuuste winst.

Het blijkt dat de optimale nominale oplossing, {2,3}, niet de optimale oplossing is van het Robuuste Retail Assortiment Optimalisatieprobleem. Dit komt door de hoge variantie die met dit assortiment gepaard gaat. De optimale robuuste oplossing is {1, 2}. Omdat product 1 en 2 een sterke negatieve covariantie hebben (zie Tabel 1), is het opnemen van beide producten een *hedging mechanisme* voor de retailer. Als we de optimale robuuste oplossing, {1, 2}, vergelijken met de optimale nominale oplossing, {1, 3}, dan zien we dat de het robuuste assortiment een veel lagere variantie (2.00) heeft dan de winstrealisatie van het nominale assortiment (23.00). Dit wordt geïllustreerd in Figuur 1, waarin de winstverdeling van het optimale nominale en robuuste assortiment vergeleken worden.

Oplossing	Nominale winst	Variantie ($x^T \Theta x$)	Robuuste winst
{1}	8.00	1.00	6.36
{2}	9.00	4.00	5.72
{3}	10.00	9.00	5.08
{1, 2}	17.00	2.00	14.68
{1, 3}	18.00	8.00	13.36
{2, 3}	19.00	23.00	11.13

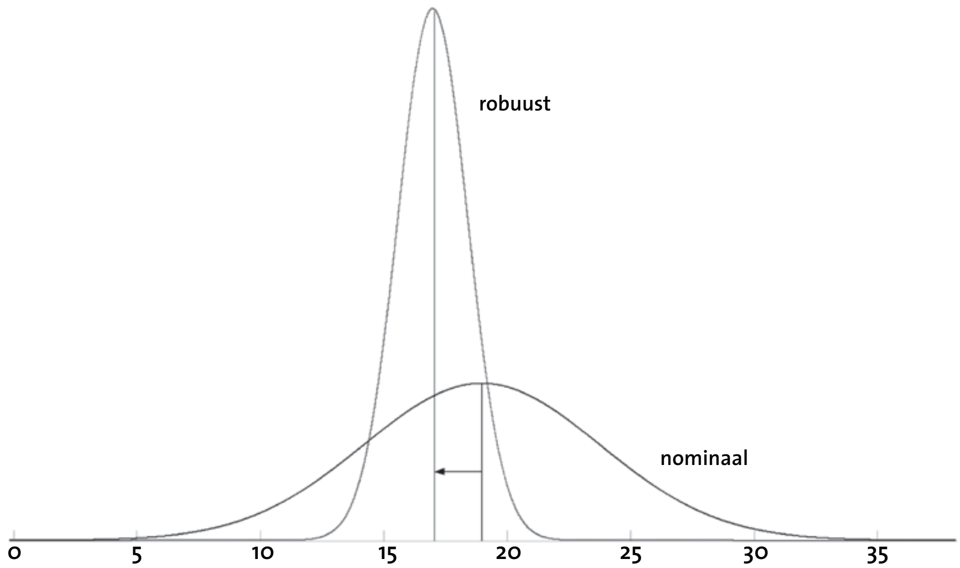
Tabel 2: Toegestane oplossingen voor het Retail Assortiment Optimalisatieprobleem: nominale vs. robuuste winst bij r = 1.64 (α = 5%).

Figuur 1 laat zien dat de hoeveelheid onzekerheid met betrekking tot de winstrealisatie aanzienlijk verminderd kan worden door een assortiment te kiezen dat tot slechts een kleine daling in de verwachte winst leidt. In feite, de verwachte winst van het optimale robuuste assortiment (17.00) is slechts 10.5% minder dan die van het optimale nominale assortiment (19.00), maar de robuuste winst (14.68) is 31.9% meer dan die van het optimale nominale assortiment (11.13).

Dit voorbeeld laat het potentiële voordeel zien van de robuuste optimalisatie om oplossingen voor het Retail Assortiment Optimalisatieprobleem te vinden die een relatief klein verlies in verwachte winst opofferen voor een substantiële reductie in onzekerheid.

Empirische Toepassing

We hebben het potentieel van de robuuste aan-



Figuur 1: Winst Verdeling van het Optimale Nominale en Robuuste Assortiment

pak ook bepaald in een empirische toepassing met betrekking tot de categorie keukenrollen. IRI Frankrijk heeft wekelijkse scanner-data beschikbaar gesteld voor 54 winkels van een grote landelijke Franse retailer voor de periode van september 2002 tot september 2005. In de hele keten worden 21 verschillende producten verkocht, gemiddeld is er per winkel voor 15 producten plaats. De doelstelling is om per winkel het assortiment te optimaliseren zodat de categorie winst gemaximaliseerd wordt. In de afwezigheid van marge-data, veronderstellen we gelijke marges (i.e. 25%). Op basis van de scanner-data hebben we een hiërarchisch Bayesiaans model van wekelijkse productverkopen geschat (Rossi en Allenby, 1993). De verdeling van de winstbijdrages is vervolgens gebaseerd op de posterior verdeling van de wekelijks verkopen. Hierbij is aangenomen dat het een gewone week betreft met reguliere prijzen en zonder promotionele activiteiten.

Door volledige enumeratie hebben we per winkel het optimale nominale en robuuste assortiment bepaald. Om meer inzicht te krijgen in de verschillen tussen deze twee soorten assortimenten vergelijken we ze op basis van de nominale en robuuste winst. Vanzelfsprekend leidt het optimale robuuste assortiment in vergelijking met het optimale nominale assortiment tot minder nominale winst maar tot meer robuuste winst. De vraag is echter hoeveel? Wat zijn de kosten en baten van de robuuste aanpak?

Figuur 2 contrasteert per winkel de relatieve toename in robuuste winst (witte staven) met de relatieve afname in nominale winst (zwarte staven) wanneer men het optimale nominale assortiment vervangt door het optimale robuuste assortiment. De winkels zijn gesorteerd naar relatieve toename in robuuste winst. Allereerst merken we op dat de optimale robuuste en nominale assortimenten voor 24 (van de 54) winkels hetzelfde zijn. Voor een aanzienlijk deel van de overgebleven 30 winkels leidt het optimale robuuste assortiment tot een grote toename in de robuuste winst (grote witte staaf) maar een kleine afname in de nominale winst (kleine zwarte staaf). Dit geldt in het bijzonder voor de winkels aan de uiterste rechterkant. Voor deze winkels kan een substantiële reductie in de onzekerheid gerealiseerd worden tegen relatief lagen kosten (i.e. afname in verwachte winst). Echter het is interessant om te zien dat het tegenovergestelde ook opgaat voor sommige winkels. Hier zijn aanzienlijke offers vereist om een afname in onzekerheid te realiseren. Dit mogelijke nadeel van de robuuste aanpak is tot nu toe nog niet onderstreept in de literatuur.

Tot Slot

In dit artikel zijn de potentiële voor- en nadelen van robuuste optimalisatie in kaart gebracht in het domein van retail assortiment optimalisatie. In het onderzoek waarop dit artikel gebaseerd is, hebben we ook een grid heuristiek ontwikkeld om (bijna) optimale oplossingen te vinden voor het Robuuste Retail Assortiment Optimalisatieprobleem. Deze heuristiek doet er een fractie van de tijd over die volledige enumeratie hiervoor nodig heeft. Bovendien blijken de gevonden oplossingen bij een fijnmazig grid altijd optimaal te zijn.

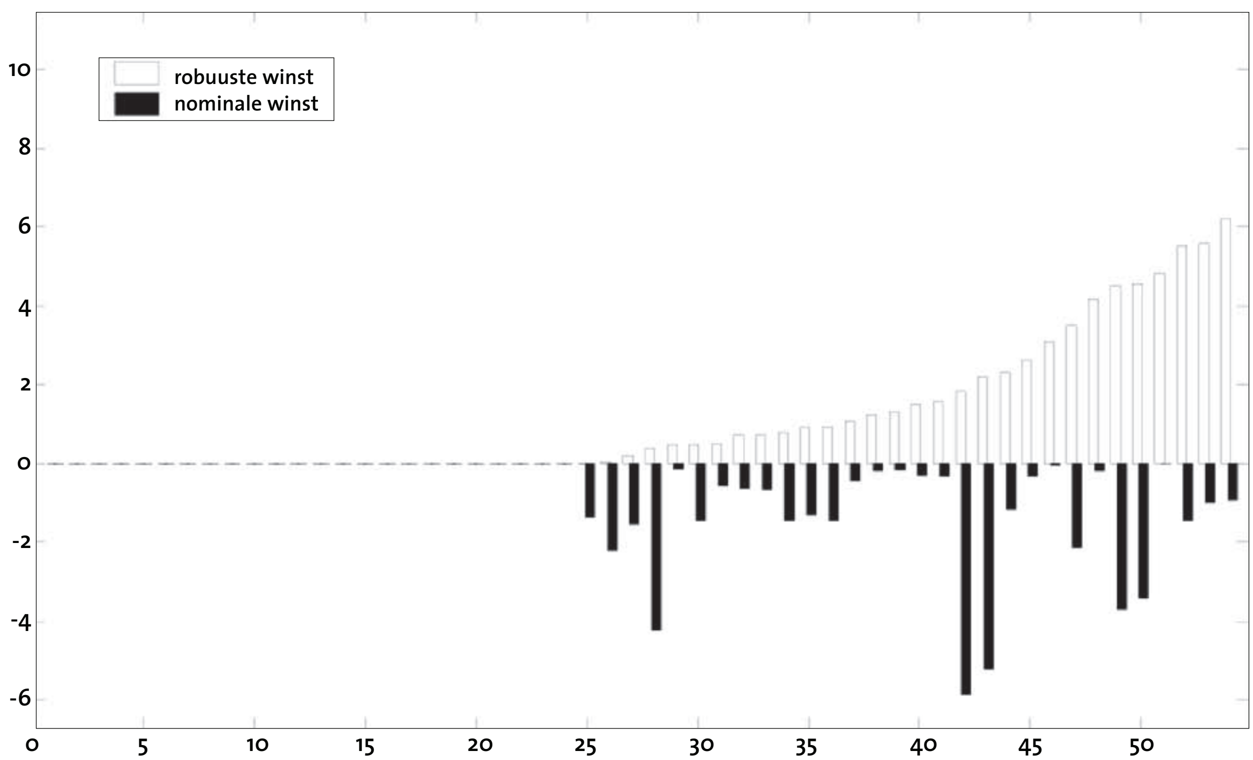
De auteur dankt IRI Frankrijk voor het beschikbaar stellen van de data.

LITERATUUR

Het artikel is gebaseerd op: Rooderkerk, R.P., H.J. van Heerde & Dick den Hertog (2007), *Robust Optimization of Retail Assortments*. Working Paper. Tilburg University.

Ben-Tal, A. en Nemirovski, A. (1998), Robust Convex Optimization, *Mathematics of Operations Research*, Volume 23, Issue 4, pp 769-805.
Kellerer, H., Pferschy, U. en Pisinger, D. (2004), *Knapsack Problems*, Berlin: Springer-Verlag.
Rossi, P.E. en Allenby, G.M. (1993), A Bayesian Approach to Estimating Household Parameters, *Journal of Marketing Research*, Volume 30, Issue 2, pp 171-182.

Robert Rooderkerk is werkzaam als Assistant Professor of Marketing & CentER fellow aan de Universiteit van Tilburg. E-mail: <R.P.Rooderkerk@uvt.nl>.



Figuur 2: Relatieve winstvergelijking van optimale robuuste vs. nominale assortimenten