ISSN 2011-6292

MERCADOS CLÁSICOS: UNA APLICACIÓN EN ESTRUCTURA DE CONJUNTOS Y LÓGICA DIFUSA

Oscar Andrés Espinosa A. & Juan Fernando García B [1,2]

RESUMEN: Esta investigación tiene por finalidad una aplicación de la teoría microeconómica a los conceptos fundamentales del economista clásico Richard Cantillon, explicando cómo los mercados pueden hacer converger o divergir los precios a sus niveles naturales, dependiendo esto, de los procesos de aprendizaje evolutivos que tengan sus agentes (productores y consumidores) a través del tiempo. Se utilizarán conceptos de teoría de conjuntos y lógica difusa para formalizar algunos temas relacionados con funciones cognitivas y relaciones de preferencia.

Palabras Claves: Cantillon, Microeconomía, Aprendizaje Evolutivo, Teoría de Conjuntos, Lógica Difusa.
JEL: C02, D21, D40.

ABSTRACT: This research aims at an application of microeconomic theory to the fundamental concepts of Richard Cantillon, explaining how markets can converge make prices or diverge to their natural levels, which depends on the evolutionary learning process of agents (producers and consumers) over time. We use concepts of set theory and fuzzy logic to formalize some issues related to cognitive functions and preference relations.

Keywords: Cantillon, Microeconomics, Evolutionary Learning, Set Theory, Fuzzy Logic.
JEL: C02, D21, D40.

---

[1] Estudiantes de Economía, Integrantes del Grupo MEYM (Grupo de Investigación en Modelos Económicos y Matemáticos) Universidad Nacional de Colombia.
[2] Agradecemos al profesor Nikolaos Georgantzís (Coordinador General del Ph.D. Programme in Empirical Economics. Departamento de Teoría Económica. Universidad de Granada;Fundador y Director del Laboratori d'Economia Experimental, Universitat Jaume I, Castellón-España, georgant@eco.uji.es) por sus revisiones y consejos valiosos para la corrección final del documento.

La serie Econografos considera para publicación manuscritos originales de estudiantes de pregrado de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia, que hayan sido propuestos, programados, producidos y evaluados en una asignatura, en un grupo de estudio o en otra instancia académica.

Econografos
Escuela de Economía
ISSN 2011-6292

La serie Documentos FCE puede ser consultada en el portal virtual: http://www.fce.unal.edu.co/publicaciones/

Coordinador Centro Editorial
Álvaro Zerda Sarmiento
Profesor Asociado - FCE

Equipo Centro Editorial
Sergio Perez
David Alejandro Bautista Cabrera
Juan Carlos García Sáenz

Correo electrónico:
publicac_fcebog@unal.edu.co

"Todo el mundo debe vivir"
Richard Cantillon

INTRODUCCIÓN

Este trabajo investigativo se centra en analizar las perspectivas y formalizar algunos de los conceptos básicos escritos por la economía política clásica, en especial, a uno de sus primeros autores, Richard Cantillon, que en su obra principal *Ensayo sobre la naturaleza del comercio en general* (1978) dio principios para la sistematización general de una economía como ciencia compleja.

A través de estas páginas se determinarán nuevos conceptos como la función de beneficios Cantillon, Precio Z, Equilibrio bajo condiciones de Cantillon, entre otros, utilizando instrumentos matemáticos poco comunes en la teoría económica dominante como lo es la lógica difusa y la teoría de conjuntos para explicar las relaciones de preferencia de los agentes económicos.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

William Stanley Jevons (predecesor de la teoría marginalista Carl Menger) en 1881 llamó la atención sobre Richard Cantillon, haciendo referencia a su obra *Ensayo del comercio en general*, teniéndolo como precursor de la economía política.

Su obra notable *Ensayo sobre la naturaleza del comercio en general (1730 aprox.),* se dividía en tres partes:

1) Agrupaciones humanas, los salarios, la teoría del valor y el uso de los metales preciosos como moneda.
2) Teoría monetaria.
3) Comercio exterior y los intermediarios financieros.

Este autor clásico tan nombrado como fuente bibliográfica en la obra maestra de Adam Smith, analizó la economía en conjunto como una ciencia compleja, tratando de explicar desde un punto de vista lógico-argumentativo las vicisitudes de los mercados y su posterior desarrollo, Cantillon es un iniciador del *tableau economique* de Quesnay, si se prescinde de la forma gráfica del tableau de Quesnay, no es otra cosa que un desarrollo más detallado del esquema del autor clásico (López y Pascuzzo, 1999), aportando al entendimiento de los efectos de los diferentes agentes en la economía y su influencia en el progreso de la sociedad.

Cantillon es uno de los primeros, sino el primero, en realizar un análisis sistemático de la sociedad económica, escritor olvidado y no recordado por la teoría a través de los siglos en la historia del pensamiento económico. Se tratará de incluir sus valiosos aportes a la ciencia económica, formalizando matemáticamente sus teorías de manera que veamos un comportamiento de las múltiples variables que afectan en el que hacer de la sociedad, y el desenvolvimiento de los individuos en su interacción dinámica.

DESARROLLO TEÓRICO

Aproximación a la construcción de una función de beneficios Cantillon

La expansión que se realizará sobre la función de producción general, debe ser considerada como una herramienta comprensiva sobre la magnitud que los impactos negativos intra-firma que tienen los planes productivos, es decir, como una evidencia matemática sobre la existencia de los mismos.

Existencia de perturbaciones en la función de producción desagregada

I. *La función de producción limpia*

Una forma de reducción general de los procesos productivos de las firmas puede desarrollarse sin provocar ninguna distorsión en el resultado encontrado por el investigador en las economías reales. Luego, al ser el periodo de interés un instante del tiempo, la posibilidad de reducir todos los procesos productivos a una función de producción lineal aparece en el horizonte. No es necesario para este análisis, estudiar la naturaleza de los rendimientos crecientes o decrecientes a escala.

Si se considerara por un momento el caso en el que las firmas consumieron bienes juntos y en proporciones fijas, sería posible construir un patrón de conducta de elección en lo concerniente a insumos. Como una unidad producida por la firma tratada puede descomponerse en las cantidades de factores necesarios a_i, puede inferirse que la posibilidad de producción es susceptible a resumir en una regla i-dimensional de complementos perfectos:

$$\min\{a_i^* W_i\}$$

Donde a_i^* representa una constante especial de ajuste igual a $1/a_i$ y a_i la cantidad necesaria del bien W_i. En ausencia de desperdicio, es claro que el plan de producción eficiente estará situado en una coordenada $\Omega(a_i)$ (donde por suficientes razones Ω debe ser un número natural mayor o igual a cero).

Si una cantidad de dinero M está disponible para iniciar el proceso de producción, una regla simple será aplicada para encontrar el nivel eficiente. Si P_i es el precio del factor i, entonces la división entera (despreciando el residuo) del siguiente cociente arrojará la solución:

$$M / \sum_i^n a_i . P_i = \Omega$$

Si el dominio de W_i es definido como transformaciones de tipo $\Omega(a_i)$, la función de producción lineal eficiente se resumirá como:

$$H(W_i)$$

Que llamaremos una *función de producción limpia*.

II. *Coeficientes de eficiencia*

Si una firma productora lleva algún tiempo en el mercado, es de esperar que conozca la capacidad máxima de rendimiento por cada factor de producción, que en nuestros términos se traduce en la posibilidad de conocer la función de producción $H(a_i)$ y cualquiera de sus extensiones $H(W_i)$. Esta función $H(W_i)$ se considerará una función eficiente y será necesario calcularla. Si una firma produce conociendo su potencial $H(W_i)$, existe (lamentablemente para todos los empresarios), la posibilidad de que, al terminar el proceso productivo, encuentre un margen negativo en su predicción inicial de transformación. Algunos producidos potenciales no se llevaran a cabo. Esta situación que denotaremos $H(K_i)$ (observe que la función de producción no ha cambiado y esto es porque la forma lineal se mantiene), puede visualizarse mejor de la siguiente forma:

$$H(K_i) \leq H(W_i)$$

Recordando que H son funciones limpias, ¿qué sucedió entonces? Si la desigualdad es estricta, entonces Ω_2 (asociado a $H(K_i)$) es menor a Ω_1 (asociado a $H(W_i)$), lo que da una señal clara: existieron factores de perturbación que disminuyeron la capacidad máxima productiva. Si W_i es la cantidad inicial planeada y K_i son unidades efectivamente transformadas, entonces una es función de la otra:

$$K_i = W_i\ (1 - \mu_i)$$
$$0 \leq \mu_i \leq 1 \qquad \mu_i \in \mathrm{R}$$

Un investigador sincero, reconocerá que μ_i es una perturbación intra-firma producida por diversas razones. Problemas con los insumos, relación principal-agente, problemas de sindicatos y muchas más posibilidades. De manera que la labor de los buenos administradores, está en mantener estas μ_i tan cercanas a cero como sea posible. El valor de μ_i puede hallarse usando datos contables.

Si se definen los beneficios de una firma que usa toda su capacidad, es decir que trabaja sobre la función de producción limpia, se podría inferir que, si la función de costos representa el gasto inicial que realiza la firma es $C(W_i, p_i^m)$, entonces los máximos beneficios estarán representados por:

$$\pi^h = p^m H(W_i) - C(W_i, p_i^m)$$

Donde p^m representa el precio de mercado del bien transformado y p_i^m el precio de mercado de cada uno de los factores de producción empleados en el proceso. Por otra parte, los beneficios potencialmente recaudados antes de llevar la producción al mercado y terminada la producción son:

$$\pi' = p^m H(K_i) - C(W_i, p_i^m)$$

Obsérvese que la función de costos se ha mantenido intacta en los dos tipos de beneficio. La explicación es sencilla. El productor incurre en los mismos costos al adquirir los factores antes de iniciar la producción, y esto es independiente a la eficiencia derivada con que se usen. Se puede identificar la primera situación de incertidumbre a la que se enfrenta el receptor de beneficios, unidad económica que ha sido previamente definida siguiendo el arbitrio de cualquier economía política.

Si se opera π'/π^h se obtendrá un coeficiente identificado como el coeficiente de eficiencia ex ante:

$$\pi'/\pi^h = e_{ex\ ante}$$

El segundo problema que afrontan las firmas está en lo que Karl Marx denominó *salto mortal*. El encuentro entre productores y mercado puede ser tan bueno como catastrófico. La capacidad de entendimiento por demanda social y movilización de producción para satisfacerla por parte de los productores, también pueden ser medida. Si los datos contables registran ingresos de la firma por un monto de M', este valor será considerado como el pago social por la actividad productiva, que depende de la cantidad que la sociedad ha considerado conveniente adquirir. Una forma de obtener un índice de eficiencia, corresponde en valorar el trabajo total de la empresa, permitiendo calcular la remuneración económica a toda la producción realizada, sin incurrir en el error catastrófico de vaciar la producción usando precios de mercado, que no reflejarían el fenómeno que nos ocupa.

Definición: El Precio Z, es el precio ajustado que valora toda la producción, sin importar el hecho de haber sido o no entregada al consumidor:

$$P_z = M\,' \,/\, H(K_i)$$

Lo que permite construir una función de beneficios ex post que recoja el verdadero impacto soportado por el productor:

$$\pi'' = P_z H(K_i) - C(W_i, p_i^m)$$

Si se opera π''/π^h, se obtendrá un coeficiente identificado como el coeficiente de eficiencia *ex post:*

$$\pi''/\pi^h = e_{ex\ post}$$

Este básicamente recoge la capacidad que tiene un empresario de llevar a cabo el proceso productivo y entender la necesidad económica de una sociedad. También se podría operar una función diferente obteniendo valiosa información:

$$\pi''/\pi' = e_{ex\ post'}$$

En donde la eficiencia solo tomaría como referencia la capacidad de distribuir el producto en la sociedad *(salto mortal)*. Los dos coeficientes iniciales están ligados de la siguiente manera:

$$e_{ex\ post} = e_{ex\ ante}\,(1 - \varepsilon)$$

Luego, $\qquad e_{ex\ post} \leq e_{ex\ ante} \qquad 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad \varepsilon \in \mathrm{R}$

Donde ε el impacto negativo sufrido por una mala compresión, encontrando la segunda causa importante de incertidumbre: el comportamiento agregado de los consumidores.

Cómo se ha visto, los procesos productivos y distributivos tienen en su interior problemas derivados de impactos, ya sea por el uso ineficiente de los factores o por el comportamiento de la demanda. A manera de resumen global, luego de enfrentar la incertidumbre, el empresario observará, que a pesar de sus esfuerzos de planeación, la realidad juzgará de forma global su acción como un registro *ex post*:

$$H^*(K_{i\ ex\ post}\ W_i\,[\boldsymbol{\varepsilon}, \mu_i])$$

Donde H^* representa la función de producción adoptada por el empresario, que se construye eliminando la incertidumbre aleatoria (esto es posible ya que el análisis ex post contiene todos los impactos cuantificados). Finalmente los beneficios son registrados como:

$$\pi''^* = p^m H^*\left(K_{i\ ex\ post}\{W_i\,[\varepsilon, \mu_i]\} - C(W_i, p_i^m)\right)$$

Que es la verdadera función de beneficios que un empresario registra, ya que incluye los impactos generados por la incertidumbre. Aquí se ha eliminado el Precio Z, obteniendo una perspectiva diferente. Observe que:

$$\pi^{''*} = \pi^{''}$$

De este modo, cualquiera de las siguientes funciones es tan buena como la otra para ilustrar un proceso de transmisión de beneficios:

$$\pi^{''} = P_z H(K_i) - C(W_i, p_i^m)$$

$$\pi^{''*} = p^m H^* \left(K_{i\ ex\ post}\{W_i\,[\varepsilon, \mu_i]\} - C(W_i, p_i^m\,)\right)$$

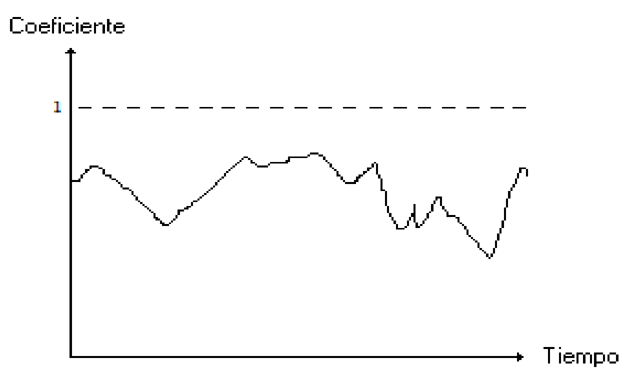
Donde $[\boldsymbol{\varepsilon}, \mu_i]$ ilustra la presencia de impactos generales, asociados a la incertidumbre natural de los diferentes mercados, dada la incapacidad de los agentes de realizar su estimación puntual *ex ante*. Estas variables se encuentran gobernadas por procesos autorregresivos (realización de un proceso estocástico) de p grados, donde:

$$\varepsilon_t^{\sim} = \Phi_1 \varepsilon_{t-1}^{\sim} + \Phi_2 \varepsilon_{t-2}^{\sim} + \cdots + \Phi_{\mathrm{p}} \varepsilon_{t-p}^{\sim} + a_t \quad ,$$
$$donde\ \varepsilon_t^{\sim} = \varepsilon_t - \frac{C}{1-\Phi}\ \text{(Polinomio de retraso, corregido por la media)}$$

Y de igual manera sigue este proceso para μ

$$\mu_t^{\sim} = \Phi_1 \mu_{t-1}^{\sim} + \Phi_2 \mu_{t-2}^{\sim} + \cdots + \Phi_{\mathrm{p}} \mu_{t-p}^{\sim} + a_t \quad ,$$
$$donde\ \mu_t^{\sim} = \mu_t - \frac{C}{1-\Phi}\ \text{(Polinomio de retraso, corregido por la media)}$$

La observación gráfica del comportamiento de $\boldsymbol{\varepsilon}$ **y** μ_i en el tiempo, así como de $e_{ex\ post}$ y $e_{ex\ ante}$, evidencia los esfuerzos de aprendizaje y corrección de problemas productivos – distributivos, ya sea el famoso problema del principal y el agente, o la incomprensión de las necesidades económicas de una comunidad.



Fuente: Elaboración propia.

FIGURA 1. Ejemplo de posible desempeño de un coeficiente a través del tiempo.

Para los coeficientes de eficiencia se esperaría que la firma los mantuviera tan cerca de uno como fuera posible en una situación de buena salud, sin embargo las perturbaciones deberían situarse tan cercanas a cero impidiendo la disminución del capital efectivamente transformado. Los costos intrínsecos también pueden ser graficados y se esperaría estuvieran tan cerca a cero como sea posible, dependiendo igualmente de la fortaleza de la empresa.

Análisis evolucionista

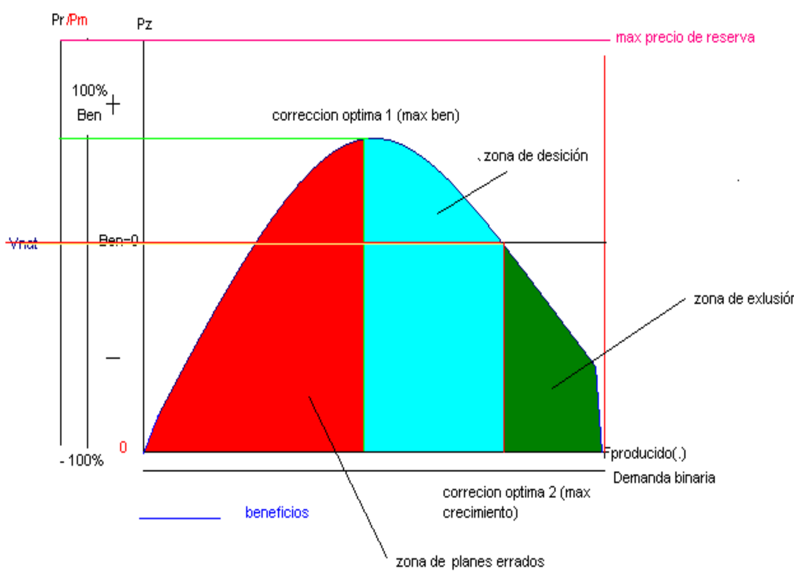
Supondremos que los agentes expuestos en el presente trabajo atenderán a la información relevante que les llegue en cada momento de mercado, para que en el periodo siguiente, conociendo la información pasada, puedan corregir sus funciones de producción y consumo presentes. Este comportamiento de base y creación social, fundamentado en juicios económicos heterogéneos, aporta una convergencia de precios de reserva a medida que suceden los mercados de manera dinámica.

En este trabajo los "individuos-agentes" desarrollan sus actividades de manera que se puede asumir la evolución como un proceso diferenciado y no automático; se sabe que el aprendizaje y por ende el nuevo conocimiento que la economía genera, es una construcción netamente social, lo cual indica que éste se deriva a partir de la interacción entre individuos y de las capacidades que estos poseen para asimilar y utilizar la información de manera adecuada cuando acuden al mercado.

Así como lo argumenta Knight (idea tan comentada por Cantillon), en su obra *Risk, Uncertainty and Profit* (1921), la presencia de la incertidumbre en los diversos sectores de la actividad económica, reestructura totalmente el andamiaje sobre el cual se ha edificado la teoría que otorga sustento a la susodicha. La incertidumbre conduce a que los productores deban asumir la responsabilidad de pronosticar las necesidades de los consumidores, y que finalmente a través de repetidas iteraciones se podría llegar a un equilibrio de beneficio social.

Tipos de mercado (Teoría de conjuntos)

I. *El Monopolio y la línea de gravitación clásica*



Fuente: Elaboración propia.

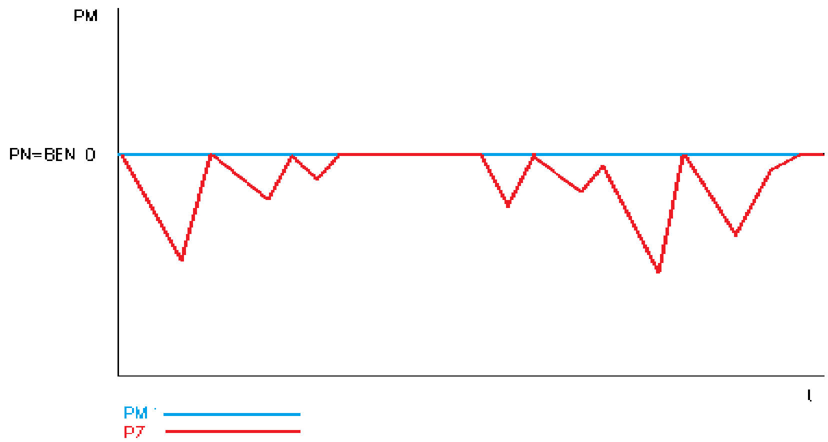
FIGURA 2. Los productores se enfrentan a decisiones bajo incertidumbre. Sin embargo, cuando conocen las propiedades de la demanda, pueden tomar decisiones de regateo sobre precios y cantidades, de tal forma que obtengan el mayor crecimiento empresarial, el máximo nivel de beneficios o un nivel intermedio entre ambos.

Línea de gravitación:

$$F(.) = n,\ \ F(.) función\ R^n \to R^1\ \ y\ \ C(.)\ función\ R^n \to R^1 la\ función\ de\ costos\ asociada,$$
$$si\ P_n F(.) - C(.) = 0;\ entonces\ P_n\ será\ el\ precio\ natural\ asociado\ a\ \{F(.), C(.)\}$$

Si se supone que P_n (precio natural) permanece constante en el tiempo, entonces, si la función "lineal de gravitación fija" $LG(P_n) = P_n$, un contraste gráfico con el precio de sanción de mercado por iteraciones, graficará la relación entre línea de gravitación y precio de mercado. Si, además, el precio natural obedece a valores intrínsecos de trabajo necesarios, la línea de gravitación será clásica, así como el esquema propuesto.

Si por el contrario, el precio natural no permanece constante en el tiempo, sea $F_t(.) = n_t,\ F_t(.)\ función\ R^n{}_t \to R^1{}_t\ y\ C_t(.)\ función\ R^n{}_t \to R^1{}_t$, la función "línea de gravitación variable", $LG(P_{n_t}) = P_{n_t}$, contrastada con el precio de mercado (P_m) de cada iteración $(Función\ PM(P_{m_t}) = P_{m_t})$, graficará la relación entre la línea de gravitación y el precio de mercado.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Las sanciones de mercado bajo precios de equilibrio clásico no son suficientes. Debido a la posibilidad de no vaciamiento, el precio z puede fluctuar indefinidamente en el precio natural, aunque este último equivalga al precio de mercado. Las situaciones de equilibrio requieren una doble convergencia precio z y precio de mercado, en el nivel natural. Por otra parte, el precio Z puede representar un valor natural, y la demanda puede ser totalmente satisfecha teniéndose sin embargo, no vaciamiento de mercado, pero lográndose, virtualmente, los resultados más importantes de un equilibrio clásico estándar, a saber, beneficios cero y demanda satisfecha.

II. *El Mercado competitivo y la línea de gravitación clásica bajo precio aceptación del productor*

Mercados con interacción

Se tiene un conjunto de funciones de producción y *j* productores:

$$F_j(.) = a$$

$F_j(.) = \ a, asociado\ con\ la\ función\ de\ precios\ del\ productor\ P_j(.), donde\ j\ es\ el\ productor, tal\ que\ j = 1,2,3, \dots J, y\ también\ a = Valor\ que\ toma\ la\ función\ de\ producción\ de\ el\ productor\ j.$

Tenemos por otro lado *c* consumidores de demanda unitaria (se consume o no se consume la canasta de bienes básicos, se toma una decisión binaria) con precios de reserva asociados (precios dispuestos a pagar por el consumidor):

$F_c(.) = 1$ $asociado\ a\ P^{reserva},\ donde\ c\ es\ el\ consumidor, tal\ que\ c = 1,2,3, \dots C.$ Sea el precio negociado por dos agentes "$consumidor\ c$" y "$productor\ j$" $P^{potencial}(c,j)_{tk}\ donde\ t = iteración\ de\ mercado\ y\ k = microtiempo,$ entendido este último como una fracción de una iteración económica en el mercado.

Sea $F^{cognición\ al\ negociar}(c,j)_{tk}, (P^{reserva}(c,j, ingreso\ disponible)_{tk},$ información disponible hasta tk , esta función poseería el riesgo de no comprar. La función de negociación del consumidor c con el agente j en la iteración t con microtiempo k,

Sea $(j,c)_{tk},\ (P^{venta}(precio\ extanjero, costo\ de\ producción, precio\ z)_{tk}),$ información disponible hasta tk (incluyendo los precios del extranjero y riesgo de no venta), la función de negociación del productor j con el consumidor c en la iteración t con micro tiempo k, entonces una función que genere el precio potencial de transacción entre c y j en el tiempo t microtiempo k sería:

$$P^{potencial}(c,j)_{tk} = Función\ de\ F_c(.)\ y\ F_j(.) =\ Precio\ Negociado$$

Derivado de este precio potencial de transacción, agregado a la información disponible tanto para el productor (que estima una posible curva de precios de reserva) como el consumidor (que tantea el mercado), el consumidor tiene la posibilidad de:

- Revisar otros mercados sin comprar manteniendo su utilidad insatisfecha $(u = 0)$ en el micro tiempo $k + 1$ (asumiendo el riesgo de perder la compra).

- Revisar algún mercado elegido para comprar si su precio de reserva es favorable manteniendo por el momento $u = 0$, en el micro tiempo $k + 1$ (asumiendo el riesgo de perder la compra).

- Abandonar el mercado, consolidar $u = 0$ en el micro tiempo k.

- Comprar (solo si $P^{reserva}$ mayor o igual al precio de negociación) en el micro tiempo k.

- En caso que el consumidor no encuentre en algún micro tiempo un bien para negociar, quedara excluido naturalmente del mercado, rompiendo así mismo el equilibro de Cantillon en cualquiera de sus formas (posteriormente explicadas en el documento).

III. *Supermercado varios productores y consumidores*

A continuación formalizaremos la situación de supermercado donde el agente económico tiene la opción de comprar *l* mercancías, dependiendo de la disponibilidad que los oferentes tengan para producirla y de la demanda efectiva por otros agentes en el momento anterior a su compra.

Agente Consumidor c, $\quad donde\ c =\ 1,2, \dots, C$
t_k=Iteración *t,* microtiempo k, $\quad donde\ k = 1,2, \dots, K$
Agente Productor *j, l, ñ*

$$donde\ j = 1,2, \dots, J\ (N^{o}Productor\ )$$
$$l = 1,2, \dots, L\ \ (Tipo\ de\ Mercancía)$$
$$ñ = 1,2, \dots\ , Ñ\ (Número\ de\ mercancías\ de\ tipo\ l\ por\ cada\ productor\ j)$$

Entonces:

$$
\begin{array}{c}
Agente_{\ c1} \xrightarrow{compra\ al} Productor_{\ j,l,ñ} \xrightarrow{en\ el\ tiempo} t_k \\
Agente_{\ c2} \xrightarrow{compra\ al} Productor_{\ j,l,ñ-1} \xrightarrow{en\ el\ tiempo} t_{k+1} \\
Agente_{\ C} \xrightarrow{compra\ al} Productor_{\ j,l,ñ-(ñ-1)} \rightarrow Productor_{\ j,l,1} \xrightarrow{en\ el\ tiempo} t_K
\end{array}
$$

Así se vaciará cada mercado, siempre y cuando el precio de reserva alcance el valor arbitrario dado por el productor j.

Para definir la posibilidad de no totalidad de vaciamiento para cualquier productor, se tendrá que ver después del periodo t_K, y sabiendo que todo agente consumidor adquirió sus bienes básicos, si algún productor en su inventario tiene:

$$P_{j,ñ,\propto}\ , \qquad donde \quad \propto\ \geq 1, y \ \propto\ \in N$$

Se concreta que no existe vaciamiento de mercado.

Clasificación de los equilibrios en general bajo condiciones Cantillon

Ahora se establecerá unos órdenes bajo los cuales, atendiendo unas circunstancias especiales, todo ser humano debe consumir su canasta básica de subsistencia, retomando el interés por la calidad de vida en la sociedad según Richard Cantillón.

Equilibrio de primer grado

Productor: Cuando la función de beneficios (precio de mercado multiplicado por la función cantidades menos la función costos de producción) de cada mercancía de cada oferente es igual a 0, si el productor no produce esa mercancía tomará igualmente el valor de cero la función respectiva de beneficios. Generalizamos para L mercancías (P_m → Precio de Mercado)

$$P_{m_{l,j}} \rightarrow \quad l\ = (1,2,3,\dots,L) \ \ Tipo\ de\ mercancía \qquad j = (1,2,3,\dots,J) \ \ N^o Productores$$

$$
\begin{array}{ccccc}
P_{m_{(1,1)}} f(.) - C_{m_{(1,1)}}(.) = 0 & P_{m_{(1,2)}} f(.) - C_{m_{(1,2)}}(.) = 0 & \cdots & P_{m_{(1,J-1)}} f(.) - C_{m_{(1,J-1)}}(.) = 0 & P_{m_{(1,J)}} f(.) - C_{m_{(1,J)}}(.) = 0 \\
P_{m_{(2,1)}} f(.) - C_{m_{(2,1)}}(.) = 0 & P_{m_{(2,2)}} f(.) - C_{m_{(2,2)}}(.) = 0 & \cdots & P_{m_{(2,J-1)}} f(.) - C_{m_{(2,J-1)}}(.) = 0 & P_{m_{(2,J)}} f(.) - C_{m_{(2,J)}}(.) = 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
P_{m_{(L-1,1)}} f(.) - C_{m_{(L-1,1)}}(.) = 0 & P_{m_{(L-1,2)}} f(.) - C_{m_{(L-1,2)}}(.) = 0 & \cdots & P_{m_{(L-1,J-1)}} f(.) - C_{m_{(L-1,J-1)}}(.) = 0 & P_{m_{(L-1,J)}} f(.) - C_{m_{(L-1,J)}}(.) = 0 \\
P_{m_{(L,1)}} f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) = 0 & P_{m_{(L,2)}} f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) = 0 & \cdots & P_{m_{(L,J-1)}} f(.) - C_{m_{(L,J-1)}}(.) = 0 & P_{m_{(L,J)}} f(.) - C_{m_{(L,J)}}(.) = 0
\end{array}
$$

Entonces,

$$\sum_{l=1}^{L} \left[\sum_{j=1}^{J} \{ P_{j,l} f(.) - C_{j,l}(.) \} \right] = 0 \quad (\vartheta)$$

Consumidor: Se definirá una utilidad binaria como aquella que toma valores de 1 si el individuo consume la canasta básica de bienes y 0 si no la obtiene. Luego si hay η individuos en la sociedad se dice que utilidad agregada del consumidor es la suma de utilidades binarias de los diferentes individuos en la sociedad; y si esta es igual a η significa que todos los individuos pueden consumir su canasta de bienes básicos.

$$\sum U_c = \eta \rightarrow \quad (\varphi) \qquad ó \qquad \sum U_c < \eta \rightarrow \quad (\theta)$$

Suma de beneficios de cada productor igual a 0, por lo tanto beneficio agregado de los productores 0, utilidad cumplida para los individuos con bienes básicos $((\varphi)\ y\ (\vartheta))$, se concluye equilibrio general bajo condiciones de Cantillon.

Equilibrio fuerte de segundo grado

Productor: Cuando la función de beneficios de cada mercancía de cada oferente es igual o mayor a 0, si el productor no produce esa mercancía tomara el valor de cero la función respectiva de beneficios.
Generalizamos para L mercancías ($P_m \rightarrow$ Precio de Mercado)

$$P_{m_{l,j}} \rightarrow \quad l = (1,2,3,\dots,L) \quad Tipo\ de\ mercancía \qquad j = (1,2,3,\dots,J) \quad N^o\,Productores$$

$$\begin{array}{ccccc}
P_{m_{(1,1)}}f(.) - C_{m_{(1,1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(1,2)}}f(.) - C_{m_{(1,2)}}(.) \geq 0 & \cdots & P_{m_{(1,J-1)}}f(.) - C_{m_{(1,J-1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(1,J)}}f(.) - C_{m_{(1,J)}}(.) \geq 0 \\
P_{m_{(2,1)}}f(.) - C_{m_{(2,1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(2,2)}}f(.) - C_{m_{(2,2)}}(.) \geq 0 & \cdots & P_{m_{(2,J-1)}}f(.) - C_{m_{(2,J-1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(2,J)}}f(.) - C_{m_{(2,J)}}(.) \geq 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
P_{m_{(L-1,1)}}f(.) - C_{m_{(L-1,1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(L-1,2)}}f(.) - C_{m_{(L-1,2)}}(.) \geq 0 & \cdots & P_{m_{(L-1,J-1)}}f(.) - C_{m_{(L-1,J-1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(L-1,J)}}f(.) - C_{m_{(L-1,J)}}(.) \geq 0 \\
P_{m_{(L,1)}}f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(L,2)}}f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) \geq 0 & \cdots & P_{m_{(L,J-1)}}f(.) - C_{m_{(L,J-1)}}(.) \geq 0 & P_{m_{(L,J)}}f(.) - C_{m_{(L,J)}}(.) \geq 0
\end{array}$$

Entonces,

$$\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{j=1}^{J}\{P_{j,l}f(.) - C_{j,l}(.)\}\right] \geq 0 \quad (\tau)$$

Ahora, la utilidad agregada del c*onsumidor*

$$\sum U_c = \eta \rightarrow \quad (\varphi) \qquad ó \qquad \sum U_c < \eta \rightarrow \quad (\theta)$$

Suma de beneficios de cada productor igual o mayor a 0, por lo tanto beneficio agregado de los productores $\geq$ 0, utilidad cumplida para los individuos con bienes básicos $((\varphi)\ y\ (\tau))$, se concluye equilibrio fuerte de segundo grado bajo condiciones de Cantillon.

Equilibrio débil de segundo grado

Productor: Beneficio de la oferta agregada puede ser menor, mayor o igual que 0. Al menos una suma de beneficios de un productor mayor o igual 0, como condición de estabilidad, esto se hace con el argumento del posible contraejemplo (perdida general del sistema): si en la iteración nº 1 existen un número determinado de productores e igual número de consumidores y si se realiza una compra relación uno a uno (cada productor le compra a un productor diferente), por debajo del precio de venta (precio de reserva < precio de venta), en la siguiente iteración nº 2 no existiría ningún productor ya que en la función de beneficios todos obtuvieron perdidas.

Generalizamos para L mercancías ($P_m \rightarrow$ Precio de Mercado)

$$P_{m_{l,j}} \rightarrow \quad l = (1,2,3,\dots,L) \quad Tipo\ de\ mercancía \qquad j = (1,2,3,\dots,J) \quad N^o\,Productores$$

$$\begin{array}{ccccc} P_{m_{(1,1)}}f(.) - C_{m_{(1,1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(1,2)}}f(.) - C_{m_{(1,2)}}(.) <\geq 0 & \cdots & P_{m_{(1,J-1)}}f(.) - C_{m_{(1,J-1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(1,J)}}f(.) - C_{m_{(1,J)}}(.) <\geq 0 \\ P_{m_{(2,1)}}f(.) - C_{m_{(2,1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(2,2)}}f(.) - C_{m_{(2,2)}}(.) <\geq 0 & \cdots & P_{m_{(2,J-1)}}f(.) - C_{m_{(2,J-1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(2,J)}}f(.) - C_{m_{(2,J)}}(.) <\geq 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ P_{m_{(L-1,1)}}f(.) - C_{m_{(L-1,1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(L-1,2)}}f(.) - C_{m_{(L-1,2)}}(.) <\geq 0 & \cdots & P_{m_{(L-1,J-1)}}f(.) - C_{m_{(L-1,J-1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(L-1,J)}}f(.) - C_{m_{(L-1,J)}}(.) <\geq 0 \\ P_{m_{(L,1)}}f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(L,2)}}f(.) - C_{m_{(L,1)}}(.) <\geq 0 & \cdots & P_{m_{(L,J-1)}}f(.) - C_{m_{(L,J-1)}}(.) <\geq 0 & P_{m_{(L,J)}}f(.) - C_{m_{(L,J)}}(.) <\geq 0 \end{array}$$

Entonces,

$$\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{j=1}^{J}\{P_{j,l}f(.) - C_{j,l}(.)\}\right] \geq 0 \quad (\omega)$$

Ahora, utilidad agregada c*onsumidor*

$$\sum U_c = \eta \rightarrow \quad (\varphi) \qquad ó \qquad \sum U_c < \eta \rightarrow \quad (\theta)$$

Suma de beneficios de cada productor mayor, menor o igual a 0, por la condición de estabilidad, el beneficio agregado de los productores $\geq$ 0, utilidad cumplida para los individuos con bienes básicos $((\varphi)\ y\ (\omega))$, se concluye equilibrio débil de segundo grado bajo condiciones de Cantillon.

Relaciones de preferencia para canastas básicas de bienes y servicios en una estructura difusa

Realizamos este estudio a partir de preferencias difusas con el fin de formalizar la indecisión de los individuos respecto a las canastas básicas que deban poseer para su satisfacción y así promulgar un equilibrio bajo condiciones de Cantillon. Se estudiará los conceptos fundamentales[3] de estructura difusa para después dar paso a una explicación relacionada con la teoría de la presente investigación.

Sea X el conjunto de estados del mundo concebibles, se denota S como un subconjunto de X, llamado el conjunto de estados coherentes y alcanzables. Sea un subconjunto de Я , SxS.
Función Característica Я

$\mu Я: SxS \rightarrow [0,1]$, con los valores que toma esta función característica se crea la matriz que representa el grado de relación entre los elementos del conjunto S.

Se llamara relación de preferencia binaria difusa a un conjunto definido

$$Я = \left\{[(x,y), \mu_{Я}(x,y)] \;\middle|\; (x,y) \in SxS\right\}$$
$$Я = \left\{(x,y) \in SxS \;\middle|\; \text{“x es al menos tan bueno como y”}\right\}$$

$Я_i$, donde $i = 1,2,..\text{n}$, representa la relación binaria de preferencia difusa para el individuo i, y Я representa la relación binaria de preferencia difusa social.

Al igual que la microeconomía común basada en relaciones de lógica clásica (dual) donde el individuo se supone que tiene perfecta información y decide un estado del mundo de manera absoluta (puede tomar el valor de 1 o 0 la representación de la preferencia para este caso) rechazando automáticamente todos los demás, a continuación se darán las definiciones que debe cumplir una preferencia difusa según la teoría económica:

[3] Notación tomada de Pecha - Villamil (2002). Para una mayor profundidad del tema remitirse a este artículo.

<u>Transitividad:</u> (Utilizaremos el criterio max-min, existiendo mas definiciones de transitividad)

$$\forall x, y, z \in S: \mu Я(\mathrm{x}, \mathrm{z}) \geq \min\left[\mu Я(\mathrm{x}, \mathrm{y}), \mu Я(\mathrm{y}, \mathrm{z})\right]$$

<u>Reflexividad</u>: Refleja si todo elemento de A está relacionado consigo mismo mediante la relación Я.

$$\forall x \in S: \mu Я(\mathrm{x}, \mathrm{x}) = 1$$

<u>Completitud</u>: Se garantiza que se puede hablar de preferencia o indiferencia, implicando que todos los posibles estados del mundo son susceptibles de compararse entre ellos.

$$\forall x, y \in S: \mu Я(\mathrm{x}, \mathrm{y}) + \mu Я(\mathrm{y}, \mathrm{x}) \geq 1$$

<u>No Completitud</u>: Se define para subrayar su distinción con la indiferencia, porque no es posible ser indiferente entre dos estados del mundo de los cuales no se tiene la suficiente información para ser decisivo entre los dos. Mientras que si se garantiza completitud puede hablarse de preferencia o indiferencia.

$$\exists x, y \in S: \mu Я(\mathrm{x}, \mathrm{y}) + \mu Я(\mathrm{y}, \mathrm{x}) < 1$$

Al trabajar con preferencias difusas se admiten imperfecciones en la información. Luego el individuo i podrá tener incertidumbres en sus preferencias, es decir, habrá casos en los que el individuo i no está tan seguro qué preferir o qué creer que es mejor para su subsistencia, y podrá manifestar una aceptación algo mayor por una alternativa que por otra sin necesidad de trazar una división radical entre una total aceptación y un total rechazo (Pecha A. y Villamil J., 2002).

Al estar en un ambiente de aprendizaje evolutivo los agentes en cada microtiempo del mercado aprenderán información respecto a las canastas y sus opciones potenciales, hasta poder saber con seguridad los bienes básicos para su subsistencia, sabiendo que en cada iteración económica se tiene una canasta de bienes optima (dada de manera histórico-cultural por las relaciones pertenecientes a cada sociedad). Las matrices de preferencias individuales se actualizarían en cada microtiempo por funciones cognitivas de la misma manera que lo expresa el profesor Hernández:

> *"Tal como una función matemática los datos o fenómenos observados los llamamos el dominio cognitivo. El rango cognitivo son las categorizaciones o formas mentales de pensamiento que surgen a partir de la observación de fenómenos (por ejemplo: percepción, interpretación y evaluación), que constituye el repertorio cognitivo. Y la función cognitiva es la manera como cada individuo proyecta, de forma particular y única, la realidad observada en su rango cognitivo respectivo" (Hernández 2008, pág. 80).*

Luego ya estando establecidas las preferencias individuales y sociales por la canasta de necesidades básicas, se podrá definir si la comunidad cumple las condiciones para pertenecer a algún tipo de equilibrio bajo condiciones de Cantillon.

Modelo sencillo de regateo con relaciones de preferencias difusas

Existen tres productores, donde cada uno produce canastas de bienes básicos diferentes.
Productor X: Canastas de bienes llamada x
Productor Y: Canastas de bienes llamada y

Existen tres consumidores con preferencias difusas, se representan por matrices de preferencias individuales (Q), de dimensión 3x3, donde en la fila 1 y en la columna 1 se expresa el tipo de canasta de bienes, y en la entrada Q (2,1) se hace referencia al valor que toma la preferencia hacia la canasta Y, al igual que la entrada Q(1,2) hace referencia al valor de la preferencia hacia la canasta X, en las diagonales habrá 1, ya que lógicamente es la comparación de un bien sobre el mismo.

Regateo de 1 Iteración, 4 Microtiempos **K=4**

Precio de Reserva (Pr en unidades monetarias)
Precio de Venta (Pv en unidades monetarias).

Costo de producción:
Productor X = 3.3 unidades monetarias
Productor Y = 3.35 unidades monetarias

Primer Microtiempo $_{K=1}$,

Consumidor 1 (Pr = 3.8)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.7)
X	1	.68
Y	0.23	1

Consumidor 2 (Pr=3.7)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.7)
X	1	.06
Y	0.94	1

Consumidor 3 (Pr=4.2)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.7)
X	1	.22
Y	0.42	1

El consumidor 1 y 3 tienen su preferencia a favor de la canasta producida por el productor X y Y respectivamente, pero es incompleta ya que $\mu Я(x, y) + \mu Я(y, x) \leq 1$. En el caso de consumidor 1 es 0.91 y en el consumidor 3 es 0.64. El consumidor 2 tiene mayor preferencia hacia la canasta Y, su relación de preferencia si es completa.

Estos seguirán revisando el mercado para observar el precio de cada canasta básica y su precio de reserva para interactuar en el mercado, se supone que cuando los individuos escogen una canasta su preferencia es completa y toma el valor de uno con relación a la canasta escogida.

Segundo Microtiempo $_{K=2}$

Consumidor 1 (Pr = 3.8)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.6)
X	1	.70
Y	0.16	1

Consumidor 2 (Pr=3.7)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.6)
X	1	0
Y	1	1

Consumidor 3 (Pr=4.2)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.6)
X	1	.35
Y	0.6	1

Las preferencias para los consumidores han cambiado, se han inclinado más por la canasta favorita en el microtiempo 1; de otra parte el consumidor 2 ya decidió comprar la canasta del productor Y, de acuerdo a que su función de riesgo e incertidumbre de no conseguir una canasta básica acorde con su precio de reserva en el microtiempo K>2 es visible, luego su relación de preferencia toma valor de 1 para la canasta básica del productor Y. El productor Y baja el precio de su canasta con el fin de llamar más demanda de parte de los compradores faltantes de bienes básicos.

Tercer Microtiempo $_{K=3}$,

Consumidor 1 (Pr = 3.8)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	.9
Y	0.08	1

Consumidor 2(Pr=3.7)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	0
Y	1	1

Consumidor 3 (Pr=4.2)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	.28
Y	0.72	1

El aprendizaje de los individuos ejerce una influencia más trascendental en el tercer microtiempo donde los agentes redefinen los valores de preferencia para cada canasta de bienes y servicios; por otra parte, el productor Y sigue bajando su precio de venta para poder suplir su oferta lo más pronto posible, ya que observó que uno de los consumidores (nº 3) aumentó su preferencia hacia él a partir de su bajada de precio, que aunque no siendo igual al precio de venta del productor X, puede que sea un gusto de moda para la preferencia del consumidor 3.

Cuarto Microtiempo $_{K=4}$,

Consumidor 1 (Pr = 3.8)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	1
Y	0	1

Consumidor 2 (Pr=3.7)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	0
Y	1	1

Consumidor 3 (Pr=4.2)

	X (Pv=3.4)	Y (Pv=3.5)
X	1	0
Y	1	1

Finalmente, todos los consumidores se han se han decidido por su canasta básica de bienes y servicios, el consumidor 1 escogió al productor X, y los consumidores 2 y 3 escogieron al productor Y. Al tener ya realizada la primera iteración de mercado podemos definir los tipos de equilibrio conceptualizados anteriormente ya que:

- Suma de funciones de beneficio de los productores:

  Productor X: 3.4*1 – 3.3*2 = - 3.2< 0
  Productor Y: (3.5*1) + (3.6*1) – (3.35*2) = 0.4>0

- Al menos existe un productor con beneficios mayores o iguales a cero (conociendo que en el comportamiento agregado existieron perdidas), por los cual se cumple condición ω.

- Por el lado de los consumidores, como todos los individuos consumen la canasta básica de bienes y servicios, se cumple satisfactoriamente la regla de utilidad agregada del consumidor denotada como φ.

Entonces, se puede definir que en este mercado existe un *"equilibrio débil de segundo grado bajo condiciones de Cantillon* $(\omega\ y\ \varphi)$*"*.

CONCLUSIONES

- Cantillon como autor clásico ha sido olvidado por la ciencia económica en el pasar de los años, sabiendo que realizó grandes aportes analíticos al estudio de aspectos económicos y comerciales retomados posteriormente en escritores como Adam Smith.
- La importancia de la incertidumbre en los negocios y constante evolución de las sociedades no permite una adaptación convergente del empresario en su toma de decisiones para la maximización del beneficio en su firma, teniendo siempre el factor de sorpresa delante de cualquier decisión que haya de tomar.
- Un equilibrio llamado en este trabajo "bajo condiciones Cantillon", refleja la idea primordial, de defender la condición de satisfacción de necesidades básicas para toda la población.
- A mayor producto natural en una economía nacional, muchas más personas se podrán mantener, pues el hombre y su familia viven del consumo de bienes básicos, y no del valor creado en el trabajo. De aquí la teoría social implícita en Cantillon: no importa si una Nación es moderadamente rica, siempre y cuando todos sus habitantes tengan su canasta básica de bienes; mientras que una comunidad supremamente rica donde la opulencia sobresalga a la vista, pero un porcentaje de la población no consuma bienes básicos, se tendrá por ineficiente en el uso de su producción económica nacional. Luego es posible, clasificar sin problema, las economías del mundo como "socialmente eficientes o no" en el sentido Cantillon.
- Avanzar en las investigaciones del área de la microeconomía utilizando otras disciplinas matemáticas como lo son la teoría de conjuntos y la lógica difusa que permiten un manejo adecuado de los conceptos económicos, a la vez que son consistentes desde su formalización, y explican un poco mejor la dinámica de un sistema tan complejo como lo es el mercado, queriendo con esto no dejar de lado el cálculo diferencial e integral, sino trabajar conjuntamente con diferentes herramientas que son complementarias y no mutuamente excluyentes entre sí.
- El pronto desarrollo de una fortaleza política y económica nacional donde se logre una creciente eficacia en la manipulación creadora de su medio ambiente natural, tecnológico, cultural y social, así como sus relaciones con otras unidades políticas, dando como referencia un concepto concebido como un proceso de cambio social, un proceso deliberado que persiga como finalidad última la igualación de las oportunidades sociales, políticas y económicas, donde todos puedan y tengan el derecho a vivir dignamente como lo promulgaba el economista Richard Cantillon.

BIBLIOGRAFÍA

Benítez Rochel José J. y Robles Teigeiro, Luis. (1985). "Tres ensayos sobre Cantillon". *Cuadernos de Ciencias económicas y Empresariales*. Imprenta de la Universidad de Málaga. Papeles de trabajo, ISSN 1132-2640, Nº. 1.

Cantillon, R. (1978). *Ensayo sobre la naturaleza del comercio, en general*. Mexico: Fondo de Cultura Económica

Fernández, Manuel y Pascuzzo, Carlos. (1999). *Cantillon's tableau*. Buenos Aires: Asociación Argentina de Economía Política.

Jevons, Stanley. (1881). *Richard Cantillon y la nacionalidad de la economía política.* México: Fondo de Cultura Económica.

Higgs, Henry. (1892). "Cantillon's Place In Economics". *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 6, No. 4 (Jul., 1892), pp. 436-456. The MIT Press.

Hone, Joseph. (1944). "Richard Cantillon, Economist-biographical Note". *The Economic Journal*, Vol. 54, No. 213 (Apr., 1944), pp. 96-100. Blackwell Publishing for the Royal Economic Society.

Hernández, Iván. (2008). *Empresa, innovación y desarrollo*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Knight, Frank H. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston: Schaffner & Marx; Houghton Mifflin Co.

Pareto, Wilfredo. (1980). "Formas y equilibrios sociales"*Revista de Occidente*, 1966 y 1967, , 336 pp. Selección e introducción de Giorgio Braga. Traducción de J. López Pacheco.

Pecha A. y Villamil J. (2002). "Relaciones de preferencia y elección social en una estructura difusa". *Cuadernos de Economía*, Vol. XXI, nº37, Bogotá D.C.

Sen, Amartya K. (1970). *Elección Colectiva y Bienestar Social*. Madrid: Alianza Editorial

Shumpeter, J. A. (1982). *Historia del Análisis Económico*,. Barcelona: Ariel, .

Tarascio, Vincent. (1985). "Cantillon's Essai: a current perspective". *The Journal of Libertarian Studies*. Vol. VII, No. 2. 1985.