Прикладной эконометрический анализ
в статистическом пакете Stata

Станислав Колеников
E-mail: skolenikov@cefir.ru

Российская Экономическая Школа, 2000–2003

In theory, theory and practice are the same. In practice, they are not.

Теоретически, теория и практика — это одно и то же, но на практике так не получается.

(Подмечено на стене в Лаборатории математического моделирования в экологии и медицине ВЦ РАН п/р В.В.Шакина.)

Оглавление

Глава 1

Введение

Данный текст — это материалы к семинарам по прикладной эконометрике, проведенным весной 2000 г. на экономических факультетах Воронежского Государственного Университета и Уральского Государственного Университета (Екатеринбург) в рамках программы повышения квалификации преподавателей экономических вузов на базе Центра дополнительного профессионального образования Российской Экономической Школы (http://www.nes.ru/english/outreach/outreach.htm). Эти семинары проводились на базе 6-й версии Stata — именно эта версия легла в основу текста. Далее были добавлены отдельные темы для проведения семинара по анализу рынков труда в Дальневосточной Экономической Летней Школе (ДВГУ, Владивосток), июль 2003 г. К тому времени вышли очередные версии Stata 7 и Stata 8. Кроме того, появилась специальная реализация пакета Special Edition, позволяющая обрабатывать массивы данных большего размера. Возможности новых версий частично упомянуты по ходу текста, где это необходимо.

Основной акцент изложения сделан на прикладных аспектах эконометрического анализа. В частности, освещаются такие проблемы, как выбор спецификации эконометрической модели, нарушения предположений классической модели множественной линейной регрессии, методы диагностики регрессий, а также приводятся дополнительные сведения о наиболее часто используемых в литературе методах анализа экономических зависимостей. Никаких теорем не доказывается, хотя ссылки на теоретическую литературу в нужных местах приводятся. Нестрогость изложения не должна вводить в заблуждение: корректное применение даже достаточно простых эконометрических методов невозможно без достаточного знания теории, поэтому данная книга не может служить полноценным и самодостаточным введением в эконометрику [1].

Практическая реализация обсуждаемых методов выполнена в пакете Stata (StataCorp.

[1] В качестве подобного введения автор может порекомендовать Магнус, Катышев, Пересецкий (1997); более продвинутое изложение можно найти в Айвазян, Мхитарян (1998).

1999, 2001, Kolenikov 2001). Параллельно с изложением теоретических результатов и подходов приводятся ссылки на соответствующие команды пакета. Этот пакет популярен среди прикладных экономистов как в России, так и за рубежом, благодаря его открытости и обширному набору средств эконометрического анализа. На практических занятиях, а также в экзаменационных работах использовались данные Мониторинга здоровья и экономического положения домохозяйств России (RLMS). Основные сведения, необходимые для работы с этой базой данных, также приводятся в этой книге. Эти данные ценны тем, что они являются практически единственным открытым источником микроэкономических данных по России (веб-сайт проекта: http://www.cpc.unc.edu/rlms/).

Stata Врезки, в которых будут указываться и описываться необходимые команды Stata, будут оформлены так, как этот абзац. Как правило, описание будет весьма кратким, на уровне простого информирования о том, как называется команда, выполняющая описываемое в основном тексте книги действие. Более подробную информацию о любой команде Stata можно получить через встроенную систему помощи. Для этого надо войти в меню Help/Search или Help/Command или набрать на клавиатуре `whelp` *имя команды*, например, `whelp regress`. Идеалом, безусловно, является обращение к первоисточникам — руководствам пользователя. Ссылки на руководства по пакету Stata приводятся в формате, принятом в самих этих руководствах (см. раздел 3.1).

Анализ данных — это скорее искусство (или по меньшей мере ремесло), нежели точная наука, и автор надеется, что рекомендации, даваемые в этой книге, не будут возведены в ранг абсолютной истины. Практика показывает, что данные могут вести себя как угодно, и тесты, хорошо работающие в одних условиях, будут совершенно бесполезны в других, и разные тесты, пытающиеся уловить один и тот же эффект (и такой сравнительно простой, как гетероскедастичность, и более сложные, такие, как эндогенность регрессоров), могут давать совершенно противоположные результаты.

Книга построена следующим образом. В главе 2 приводятся основные понятия и результаты вводных курсов эконометрики, связанные с концепцией линейной регрессии и метода наименьших квадратов, рассматриваются возможные варианты развития и дополнения этой базовой концепции. В главе 3 приводятся основные команды пакета Stata и пользовательские приемы, упрощающие работу с пакетом. Далее в главе 4 дается краткое введение в базу данных RLMS — ее основные характеристики и базовые ориентиры для работы. Небольшое заключение в главе 5 подводит основные итоги книги. И, наконец, в главе 6 приводятся домашние задания, выдававшиеся участникам семинара. Читатель может использовать их для самоконтроля.

Возможны разные варианты прочтения этой книги. Читатель, пользующийся другим эконометрическим или статистическим пакетом, вряд ли нуждается в гл. 3, но, возможно, захочет просмотреть описание основных эконометрических методов. Наиболее

концентрированная информация — основные методы диагностики регрессий в параграфах 2.3–2.4, сведенные в удобную табличку тестов на стр. 47, с которой пользователи, возможно, будут консультироваться весьма часто. Наиболее любопытные читатели доберутся до параграфов 2.6–2.8, посвященных эконометрическим моделям, выходящим достаточно далеко за рамки модели линейной регрессии. В частности, в этих разделах дается краткое введение в модели с дискретными и урезанными зависимыми переменными, в анализ панельных данных, и пр. Этот материал содержит минимальную информацию как о сути упоминаемых методов, так и об их реализации в пакете Stata.

Напротив, читатель, перед которым стоит задача как можно быстрее разобраться, "как же работает эта чертова программа", сосредоточит свое внимание на главе 3. Она дает общее представление о том, что и как надо делать, чтобы ввести данные, преобразовать их к нужному виду, оценить свою статистическую модель и перенести результаты в любимый редактор для подготовки публикации. Совершенно необходим для дальнейшего чтения вводный раздел обозначений 3.1. Следующий по важности и общности материал — как вообще выглядят команды Stata (параграфы 3.3–3.6). Далее команды и элементы синтаксиса Stata сгруппированы по основным видам (работа с файлами, преобразование данных, вывод результатов, средства программирования, графика). Список команд (примерно на полторы страницы), соответствующих основным эконометрическим моделям, приводится в разделе 3.9 (с. 96). В разделе 3.20 предложены средства самообучения и начала работы в пакете Stata.

Исследователям-практикам, а также преподавателям, придумывающим задачи и курсовые работы для студентов, будет полезна глава, посвященная RLMS — основному источнику экономических микроданных по домохозяйствам России.

При чтении книги может создаться впечатление, что она перегружена отдельными деталями, при том, что многие концепции и методы упомянуты лишь вскользь. Автор намеренно шел на это: учитывая низкую насыщенность рынка эконометрической литературы на русском языке, я счел полезным предоставить хотя бы минимальную информацию о моделях и методах, вообще не упоминаемых в начальных курсах теоретической эконометрики, но встречающихся достаточно часто в прикладной работе и научных публикациях, в надежде, что исследователь, пользующийся этой книгой, сможет по приведенным ссылкам найти о них более подробную информацию и применить в своей работе метод, адекватный задаче.

Автор выражает благодарность всем тем, без кого эта книга не появилась бы, появилась бы позже или в значительно худшем виде: Сергею Гуриеву, проректору РЭШ, ранее руководителю Центра дополнительного профессионального образования РЭШ, за идею по проведению этого курса и написания книги, а также за помощь в подготовке текста; Сергею Артемьевичу Айвазяну, моему научному руководителю в аспирантуре

Центрального экономико-математического института, за ценные замечания и научную поддержку; Эрику Берглофу, директору Российско-Европейского центра по экономической политике, за поддержку в ходе работы над семинарами и книгой; Анне Хмелевской, Ирине Щепиной, Инне Мальцевой и Александру Абрамову за организацию семинаров в Воронеже, Екатеринбурге и Владивостоке; Сергею Голованю за неоценимую помощь с LaTeXом; всем читателям этой книги и слушателям семинаров за их вопросы и замечания; компании Stata Corporation за замечательный пакет; Университету Северной Каролины, компании Paragon и Институту социологии РАН за проведение и публикацию данных Мониторинга здоровья и экономического положения домохозяйств России. Работа была профинансирована в рамках проекта поддержки кафедр программы "Высшее образование" Мегапроекта "Развитие образования в России" Института Открытое Общество, гранты N НВС 807, 808.
Станислав Колеников, РЭШ, ЦЭМИ, РЕЦЭП, ЦЭФИР, Университет Северной Каролины (Чапел Хилл), 1999-2003.
E-mail: skolenik@cefir.ru, skolenik@unc.edu

Глава 2

Регрессионные модели

2.1 Применение статистических методов в экономических исследованиях

В настоящее время в России все большее признание находит подход к анализу экономических явлений, опирающийся на аналитические системы теоретической экономики и использующий математический аппарат как для построения теоретических моделей, так и для анализа данных.

Прикладные экономические исследования обязательно включают в себя обработку статистических данных — макроэкономических временных рядов, бюджетов домохозяйств, характеристик экономической деятельности предприятий и т. д. Статистика и эконометрика, понимаемые как научные методы обработки данных, могут при этом служить различным целям[1]:

1. *Исследование данных, разведочный анализ и диагностика*. При данном подходе к анализу данных исследователь позволяет данным направлять исследование (data-driven research). Отталкиваясь от данных (и пользуясь аппаратом мат. статистики и эконометрики) при самых минимальных модельных допущениях, исследователь делает вывод о наличии статистических соотношений (корреляций) между рядами экономических показателей, о наличии единичных корней в финансовых временных рядах, о группировании данных в кластеры и т. д. — о наличии в данных внутренней структуры.

2. Достаточно близко к этому примыкают методы обработки данных, возникшие в

[1] Очень хорошее введение в проблематику статистического анализа зависимостей в эконометрике можно найти в Айвазян, Мхитарян (1998, гл. 10.)

1990-х гг. и объединяемые названием *data mining* (что можно перевести на русский как "обогащение данных", по аналогии с процессами обогащения руды в горном деле). Эта область находится на стыке информационных технологий и статистики и, как правило, имеет дело с объемами данных, исчисляемыми мега- и гигабайтами. Разрабатываемые в ее рамках алгоритмы направлены на поиск в данных повторяющихся фрагментов и шаблонов (patterns). В эконометрической практике эти методы пока что еще не встречаются. Data mining не ставит задачи оценки статистической достоверности получаемых результатов, что в определенной мере снижает их ценность для научных исследований.

3. *Верификация теоретических моделей*. Здесь во главу угла ставится теоретическая модель, которую экономист хочет проверить на практике. Она должна быть представима в виде, допускающем эконометрическую проверку — например, сформулированы результаты сравнительной статики, временной ряд разложен в соответствии с предполагаемой лаговой структурой, производственная функция или функция полезности потребителя представлены в удобном аналитическом виде, и т. п. Иногда в качестве подтверждения теоретической модели исследователи довольствуются корреляциями (частными корреляциями, свободными от (линейного) вклада прочих переменных, в многомерных задачах), т. е. знаками коэффициентов регрессионной модели.

   В подавляющем большинстве случаев приходится довольствоваться ретроспективными (т. е. уже наблюденными) данными, а не планировать и проводить эксперимент, как это возможно в естественнонаучных отраслях; при этом данные, которыми располагает исследователь, могут не вполне точно соответствовать переменным теоретической модели, а некоторые переменные могут и вовсе быть ненаблюдаемы, и исследователю приходится изобретать те или иные приближения (proxy) к нужным параметрам (например, квалификация работника сама по себе может не быть наблюдаема, однако в качестве апроксимации квалификации могут выступать уровень образования — среднее, высшее, техникум, и т.п. — или общая продолжительность обучения, плюс опыт работы). Модель теоретическая, таким образом, достаточно жестко обуславливает модель эконометрическую, предписывая определенные спецификации, включающие в себя требуемые переменные.

   После того, как все необходимые предварительные действия проведены — построена теоретическая модель, сформулирована эконометрическая спецификация, выработаны проверяемые гипотезы исследования, собраны и подготовлены данные — исследователь с помощью эконометрических и статистических методов принимает или отвергает гипотезы о наличии и виде зависимости между экономическими

переменными, о значениях определенных параметров модели, и т.п.

4. *Построение и идентификация моделей*. Часто возникают ситуации, когда перед исследователем стоит задача выбора какой-то одной модели из ряда имеющихся. Например, на основную исследуемую переменную может влиять много факторов, и исследователь хочет выделить наиболее существенные. Так, цена на жилье определяется в первую очередь его размером — количеством комнат, общей площадью, однако есть дополнительные факторы: наличие телефона, лифта, совмещенный или раздельный санузел, этаж дома, тип дома, недавний ремонт, престижный район и т.п. Другим примером выбора модели из нескольких возможных может служить выбор автокорреляционной структуры временного ряда (ARMA модель). В таких задачах исследователь оценивает (идентифицирует) каждую из моделей и по определенным критериям сравнивает полученные модели.

   Следует иметь в виду, что теоретические свойства оценок коэффициентов в выбираемых таким образом моделях отличаются от свойств оценок, известных для заранее фиксированных моделей, в силу потери степеней свободы на перебор моделей.

   С выбором "лучших" вариантов связано явление publication bias (смещенность публикуемых результатов), которое заключается в том, что для публикации в научном журнале скорее будет выбрана работа, в которой показаны статистически значимые результаты, чем работа, в которой эксперимент не привел к значимым результатам. Эти и подобные эффекты исследуется в рамках *мета-анализа* — дисциплины, исследующей связь различных публикаций и возможности извлечения информации за счет объединения статистических результатов, полученных в разных исследованиях на одну и ту же тему.

5. *Построение прогнозов*. Для построения хороших прогнозов нужно иметь (вычислительно) хорошую модель прогнозируемых процессов, и для решения данной задачи естественно привлекать лучшее из вышеупомянутых подходов. Далеко не всякая теоретическая модель хорошо описывает реальные данные; более того, для достаточно сложных процессов реального мира теоретических моделей может вообще не существовать. Поэтому для построения прогнозов (и, соответственно, для выбора прогнозирующих моделей) используются меры и критерии, связанные с качеством подгонки под данные (goodness of fit), зачастую без явного выдвижения статисических гипотез или анализа взаимосвязей между факторами (переменными), подразумеваемых выбранной прогностической моделью, и даже без формирования параметрической модели (т.е. непараметрическими методами, среди которых можно упомянуть ядерные оценки плотностей и линий регрессии или

модели нейронных сетей).

Эта задача в определенной мере перекликается с предыдущей — в частности, если в качестве критериев отбора моделей используются критерии goodness of fit или перекрестной проверки (cross-validation).

Каждый из этих подходов имеет свои критерии "качества" конструируемых ими моделей. При разведочном анализе критерии обычно достаточно субъективны: обнаружены убедительные связи в данных или нет. Data mining в основном оперирует понятиями типа частот правильной классификации. Выбор и идентификация моделей обычно базируются на информационных критериях или мерах качества подгонки, основанных на остаточных суммах квадратов. Прогнозные модели должны обеспечивать хорошее качество приближения при прогнозировании вне выборки (out of sample prediction).

Математически наиболее обоснованными являются статистические процедуры, опирающихся на результаты математической статистики, т.е. область анализа данных, названная выше "верификацией теоретических моделей". Конечным результатом таких процедур обычно является мера достоверности статистических выводов — *уровень значимости*, или *доверительная вероятность*. В классических курсах статистики обычно проводится проверка строго сформулированных нулевых гипотез при уровне значимости 10%, 5% или 1%. Более интересная и более универсальная формулировка приводится в классической книге по математической статистике Кендалла и Стюарта (Кендалл, Стьюарт 1973): "Любой критерий с уровнем значимости вплоть до [указанная цифра] отвергнет данную нулевую гипотезу".

Современная трактовка понятия доверительной вероятности (p-value) в эконометрической литературе — это (условная) вероятность получить такие (или еще хуже, в контексте нулевой гипотезы) наблюдения в реальном эксперименте, если верна нулевая гипотеза. Для нулевой гипотезы эта вероятность должна быть вычислима аналитически, и именно поэтому в качестве нулевой гипотезы H_0 в подавляющем большинстве случаев выступает простая гипотеза, порождающая известные распределения выборочных статистик.

Одним из удобных и в то же время достаточно простых, а потому интенсивно используемых в прикладных эконометрических исследованиях, способов описания статистических зависимостей между (количественными) экономическими переменными является линейная регрессия.

2.2 Классическая модель линейной регрессии

2.2.1 Обозначения и формулировки

По определению, *регрессия* — это зависимость среднего значения случайной величины от некоторой другой величины или нескольких величин, или условное математическое ожидание (Мат. энциклопедия 1984):

$$\mathsf{E}[y|x] = f(x). \tag{2.1}$$

Таким образом, модель регрессии описывает вероятностное соотношение между *объясняющими переменными (регрессорами, независимыми переменными)* и *зависимой (результирующей) переменной*. Естественным первым приближением для функции регрессии является ее линеаризация, и соответствующая модель носит название *модель линейной регрессии*. Предлагается следующее функциональное соотношение между реализовавшимся значением зависимой переменной и регрессорами:

$$y_i = x_i^T \beta + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \tag{2.2}$$

где y_i — зависимая переменная, x_i — вектор объясняющих переменных, $x_i \in \mathbb{R}^p$, β — вектор параметров соответствующей размерности, ε_i — ошибка, i — номер наблюдения и n — общее количество наблюдений. Если объединить в столбцы данные по всем наблюдениям, то модель (2.2) может быть записана в матричном виде следующим образом:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^T \beta + \varepsilon, \tag{2.3}$$

где $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)^T$, и матрица плана $\mathbf{X}$ представляет собой матрицу, в которой по строкам записаны наблюдения x_i, $i = 1, \dots, n$, а по столбцам — объясняющие переменные X_j, $j = 1, \dots, p$:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{наблюдение}_1 \\ \text{наблюдение}_2 \\ \vdots \\ \text{наблюдение}_n \end{pmatrix} \\ &= (X_1, X_2, \dots, X_p) \end{aligned} \tag{2.4}$$

Чаще всего полагается, что $x_{i1} = 1$, тогда коэффициент β_1 — это константа, или свободный член регрессионной модели.

В классической модели линейной регрессии, помимо функционального соотношения (2.2) (или (2.3)), накладываются дополнительные (и весьма жесткие) предположения о стохастической структуре модели:

$$\begin{aligned} \mathsf{E}\varepsilon_i &= 0 && (2.5)\\ \mathsf{E}\varepsilon_i^2 &= \sigma^2 && (2.6)\\ \mathsf{E}\varepsilon_i\varepsilon_j &= 0\ \forall i \neq j && (2.7)\\ \operatorname{rk}\mathbf{X} &= p < n && (2.8)\\ X_j &\quad \text{детерминированы}. && (2.9) \end{aligned}$$

Часто бывает полезным явное предположение о форме ошибок:

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \tag{2.10}$$

2.2.2 Метод наименьших квадратов

При подобных предположениях основным (и, как будет упомянуто ниже, наиболее качественным, в определенном смысле) способом оценки параметров модели β является метод наименьших квадратов:

$$\hat{\beta}_{\text{МНК}} = \arg\min_{\beta} \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - x_i^T\beta\right)^2 \tag{2.11}$$

Решением данной минимизационной задачи является *оценка наименьших квадратов* (англ. OLS, ordinary least squares), записываемая в матричном виде как

$$\hat{\beta}_{\text{МНК}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y} \tag{2.12}$$

По результатам оценивания регрессионной модели можно построить *прогнозные значения* (fitted values) $\hat{y}_i = x_i^T\hat{\beta}$ и *остатки* (residuals) $e_i = y_i - \hat{y}_i$, $i = 1, \ldots, n$.

Stata Команда пакета Stata, производящая оценку по методу наименьших квадратов, носит естественное название `regress`. После команды `regress` можно получить достаточно большое количество диагностических статистик (см. ниже в разделе 2.4.3), а также создать переменные, содержащие прогнозные значения, остатки и т. п., отдав команду `predict "новая переменная", опция` , где `опция` — это вид статистики, которую надо построить: `predict ... , residuals` для получения остатков, `predict, ... xb` — для получения прогнозных значений $\hat{y}$ и т. д. Более подробное описание возможностей команды `regress` и связанных с ней команд можно получить во встроенном мини-уроке `tutorial regress` .

Теоретическим обоснованием метода наименьших квадратов служит теорема Гаусса-Маркова:

Теорема 2.1 (Гаусс, Марков) *МНК-оценки являются несмещенными линейными оценками с минимальной дисперсией при выполнении условий (2.2)–(2.9), имеющими нормальное распределение при дополнительном предположении (2.10).*

Иными словами, в классе несмещенных линейных оценок МНК-оценки имеют наименьшую ковариационную матрицу[2], которая равна

$$\operatorname{Var} \hat{\beta}_{\text{МНК}} = \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \tag{2.13}$$

Естественная оценка этой матрицы получается подставлением естественной оценки σ^2:

$$s^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^{n} e_i^2, \tag{2.14}$$

$$\widehat{\operatorname{Var}}\, \hat{\beta}_{\text{МНК}} = s^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \tag{2.15}$$

Несмещенность и эффективность (минимальная дисперсия в классе несмещенных линейных оценок[3] — вполне приятные свойства, и именно поэтому МНК заслужил большую популярность в прикладной статистике. Заметим также, что МНК-оценки являются оценками максимального правдоподобия, если сделать дополнительное предположение о нормальности ошибок (2.10).

Прочие свойства оценок МНК, прогнозных значений и остатков можно найти в любой вводной книге по эконометрике.

2.2.3 Проверка статистических гипотез

Почти всегда в прикладных исследованиях следующим шагом после оценивания регрессии является проверка тех или иных гипотез. Наиболее явно эта задача ставится при верификации теоретических моделей, хотя и в других задачах статистического анализа данных результаты проверки определенных гипотез могут служить дополнительным доводом в пользу рассматриваемой модели.

Наиболее часто проверяются линейные гипотезы относительно коэффициентов, т.е. гипотезы вида

$$H_0 : C\beta = r \quad vs. \quad H_a : C\beta \neq r, \tag{2.16}$$

[2] На множестве положительно определенных матриц отношение частичного порядка вводится следующим образом: $A > B$, если матрица $(A - B)$ положительно определена.

[3] Который, вообще-то, не является очень богатым классом ...

где C — матрица $q \times p$ полного ранга по строкам ($\operatorname{rk} C = q < p$), а r — вектор $q \times 1$. Иными словами, гипотеза H_0 накладывает на коэффициенты q ограничений. Примером такой гипотезы может служить $H_0 : \beta_2 = \ldots = \beta_p = 0$, или проверка того, что регрессионная модель в целом значима (т.е. описывает данные лучше, чем фраза "В среднем, $y = \bar{y}$"). Для такой гипотезы $C = I_{p-1}$, $r = \mathbf{0}$, $q = p - 1$.

Статистикой для проверки гипотез такого вида является F-статистика:

$$F = \frac{(SSE_R - SSE_U)/q}{SSE_U/(n-p)} = \frac{(C\beta - r)^T (C(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}C^T)^{-1}(C\beta - r)/q}{SSE_U/(n-p)}, \tag{2.17}$$

где SSE_R =sum of squared errors of the restricted model — сумма квадратов остатков модели с ограничениями (т.е. модели, оцененной при H_0), SSE_U =sum of squared errors of the unrestricted model — сумма квадратов остатков в модели без ограничений. При нулевой гипотезе F-статистика имеет (центральное) распределение Фишера $F(q, n-p)$.

В частных случаях проверки гипотезы о значении одного из коэффициентов $H_0 : \beta_k = \beta_k^{(0)}$ *vs.* $H_a : \beta_k \neq \beta_k^{(0)}$ используется t-статистика[4]

$$t_{\beta_k} = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k^{(0)}}{\widehat{\operatorname{Var}}(\hat{\beta}_k)^{1/2}} \sim t(n-p)|_{H_0}, \tag{2.18}$$

имеющая при H_0 распределение Стьюдента с $n - p$ степенями свободы, где оценка дисперсии $\widehat{\operatorname{Var}}(\hat{\beta}_k)$ — соответствующий диагональный элемент матрицы (2.15).

В классическом подходе к проверке гипотез, гипотеза H_0 должна быть отвергнута, если F- или t-статистика превосходит соответствующий квантиль заранее зафиксированного критического уровня. Более современный вариант с использованием доверительных вероятностей предлагает считать статистической мерой достоверности получаемых результатов условную вероятность наблюдать такой же или худший исход при условии H_0. Например, если в качестве нулевой выступает гипотеза о независимости от определенного фактора (наиболее часто проверяемая гипотеза, которая обычно встраивается в результаты оценивания регрессии статистическими пакетами):

$$H_0 : \beta_k = 0 \quad \text{vs. } H_a : \beta_k \neq 0, \tag{2.19}$$

то (эмпирическим) уровнем значимости (в англоязычной литературе — observed significance, или p-value) будет условная вероятность

$$\mathsf{P}\left[|\hat{\beta}_k| > |\hat{\beta}_k \text{ наблюденное}| \,\middle|\, H_0 \right]. \tag{2.20}$$

Большие значения (скажем, больше 10%) считаются свидетельством того, что не так уж маловероятно было бы наблюдать подобный исход, если бы данные действительно были

[4] t-статистика аналогична F-статистике в том смысле, что $t^2(n-p) = F(1, n-p)$

порождены распределением, заданным нулевой гипотезой, и поэтому H_0 не должна быть отвергнута. Напротив, значения ниже 1% говорят о том, что данные, скорее всего, несовместимы с нулевой гипотезой.

Stata Проверка линейных гипотез в пакете Stata выполняется командой `test`, отдаваемой после оценивания модели (командой `regress` или любой другой командой оценивания; см. раздел 3.9).

2.3 Нарушения предположений классической модели

Приведенная выше классическая модель достаточно проста и допускает достаточно простое решение (оценку параметров модели) по методу наименьших квадратов. Однако, в то же время, она достаточно хрупка по отношению к нарушениям базовых предположений, которые сводят на нет полезные свойства МНК-оценок, устанавливаемые теоремой Гаусса-Маркова.

Рассмотрим, к чему приводят нарушения отдельных условий теоремы 2.1.

2.3.1 Нецентральность

Условие (2.5), вообще говоря, не является существенным ограничением, если смещение постоянно, одинаково для всех наблюдений, а в число регрессоров входит (может входить) константа (столбец единиц в матричной записи). В этом случае смещение математического ожидания ошибки может быть поглощено свободным членом регрессионной модели. Если же смещение индивидуально для каждого отдельного наблюдения, то проблема нецентральности сродни проблемы пропущенных переменных (см. разедл 2.4.1) и приводит к смещению оценок коэффициентов.

2.3.2 Стохастичность регрессоров

Условие детерминированности регрессоров (2.9) существенно упрощает анализ и верно, вообще говоря, только в случае запланированных экспериментов, в которых исследователь полностью контролирует входные параметры (независимые переменные). В том случае, если регрессоры стохастические, т.е. являются случайными величинами, условия на моменты (2.5)–(2.7) заменяются условными матожиданиями при условии x. При этом сама задача должна быть переформулирована в терминах случайной выборки, и

необходимость в условии (2.7) отпадает [5]. Необходимо также переформулировать ранговое условие (2.8) в терминах невырожденного предела по вероятности для матрицы $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$:

$$\operatorname*{plim}_{n\to\infty}\frac{1}{n}\mathbf{X}^T\mathbf{X} = M > \mathbf{0}_{p\times p} \tag{2.21}$$

Наиболее вероятное дальнейшее нарушение преположений модели — коррелированность регрессоров и ошибки, когда

$$\mathsf{E}[\varepsilon|x] \neq 0 \tag{2.22}$$

Основные эконометрические примеры, в которых ошибки и регрессоры могут быть коррелированы — это *модели с ошибками измерения* (measurement error models), рассматриваемые ниже в этом параграфе, и *одновременные уравнения* (simultaneous equations, см. парагаф 2.8.1).

Можно показать, что в случае (2.22) МНК-оценки оказываются смещенными и несостоятельными (т. е. смещение не стремится к нулю в асимптотике). Чтобы избавиться от смещения, используется техника *инструментальных переменных* (англ. IV, instrumental variables): регрессоры проецируются в подпространство некоторых других переменных (инструментов), про которые известно, что они не коррелированы с ошибкой ε, но хорошо отражают регрессоры X (имеют с ними тесную корреляцию). Данная процедура является вариантом *двухшагового метода наименьших квадратов* (англ. 2SLS, two-stage least squares). IV-оценки являются состоятельными, однако по эффективности они существенно уступают МНК. Обобщенный метод моментов (generalized method of moments — GMM, (Greene 1997, Matyas 1999), развивающий идеи оценки минимума χ^2 (Neyman, Pearson 1928)) позволяет получить оценки, эффективные в классе IV-оценок, использующих данный фиксированный набор инструментов.

Выбор инструментов можно производить только из априорных предположений о том, какие переменные, *скорее всего*, некоррелированы с ошибкой, а какие — *неизбежно* коррелированы. Проверка на необходимость применения инструментальных переменных проводится с помощью теста Хаусмана (Hausman 1978). При нулевой гипотезе о некоррелированности ошибок и регрессоров и МНК-оценка, и IV-оценка являются несмещенными, при этом первая эффективна, а вторая — нет, однако предел по вероятности их разности равен нулю. При альтернативе (ошибки и регрессоры коррелированы) МНК-оценка, в отличие от IV-оценки, несостоятельна, и предел по вероятности

[5] Естественно, происхождение данных должно допускать подобную переформулировку. Классом задач, в которых такая переформулировка невозможна (или, во всяком случае, требует довольно заметных усилий), является анализ временных рядов, для которого имеются свои собственные методы. См. Айвазян, Мхитарян (1998, гл. 16). Кроме того, условие независимости данных нарушается и для стратифицированных выборок, о которых будет рассказано ниже (см. раздел 2.3.5)

нулю не равен. Тогда при нулевой гипотезе квадратичная форма специального вида от разности оценок коэффициентов будет иметь (центральное) распределение χ^2 с числом степеней свободы, равным количеству сравниваемых коэффициентов / налагаемых линейных ограничений.

Тест Хаусмана является общим тестом на корректность спецификации модели. Так, он применяется для проверки корректности модели случайного эффекта против модели фиксированного эффекта для панельных данных (см. раздел 2.7.3).

Stata Команда пакета Stata, выполняющая регрессию с инструментальными переменными, называется `ivreg`. Тест Хаусмана выполняется командой `hausman`, для которой необходимо оценить менее эффективную, но заведомо состоятельную модель, сохранить результаты (`hausman, save`), затем оценить модель более эффективную, но несостоятельную при нарушении нулевой гипотезы, и оценить разницу коэффициентов (`hausman` без параметров). Stata 8 дает возможность записывать в память результаты оценивания статистических моделей, и версия команды `hausman` для этой версии обращается к именам сохраненных моделей.

Возможен другой вариант отказа от детерминированности регрессоров. Регрессоры сами по себе могут быть детерминированы, но измеряться с ошибкой, и тогда модель приобретает вид:

$$y_i = x_i^{*T} + \varepsilon_i \tag{2.23}$$

$$x_i = x_i^* + \delta_i \tag{2.24}$$

где измеряемыми величинами являются x_i, однако данные (y_i) порождаются ненаблюдаемыми x_i^*. Это приводит к коррелированности регрессоров и ошибок, что вызывает смещение оценок. Как и в предыдущем случае, для получения несмещенных оценок используется метод инструментальных переменных, причем инструменты должны выбираться некоррелированными с ошибками δ_i.

2.3.3 Гетероскедастичность остатков

Нарушение условий на вторые моменты (2.6) (*гомоскедастичность*, в отличие от *гомоскедастичности*— постоянства дисперсии) и (2.7) (*независимость*) приводит к тому, что МНК-оценки перестают быть эффективными в своем классе. Еще хуже, однако, что "наивная" МНК-оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов оказывается смещенной и несостоятельной, из-за чего тесты на значения коэффициентов будут показывать неверный уровень значимости. Как правило, оценки дисперсии оценок коэффициентов занижаются, т.е. наивные оценки оказываются слишком "оптимистическими".

Оказывается, что можно найти линейное преобразование переменных, сводящее задачу к МНК. Если ввести ковариационную матрицу ошибок регрессии

$$\Omega = \operatorname{Var} \varepsilon \tag{2.25}$$

то можно построить оценки *обобщенного МНК* (англ. GLS, generalized least squares) следующего вида:

$$\hat{\beta}_{\text{ОМНК}} = (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{y} \tag{2.26}$$

Аналогом теоремы Гаусса-Маркова в случае нарушений условий на вторые моменты является теорема Айткена.

Теорема 2.2 (Айткен (Aitken)) *Если в классической модели линейной регрессии нарушены предположения (2.6)–(2.7), то оценка ОМНК является наиболее эффективной в классе линейных несмещенных оценок.*

При этом дисперсия этой оценки равна

$$\operatorname{Var} \hat{\beta}_{\text{ОМНК}} = (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X})^{-1}, \tag{2.27}$$

а дисперсия "наивной" оценки МНК —

$$\operatorname{Var}(\hat{\beta}_{\text{МНК}}) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X}) (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X}) > (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X})^{-1} \tag{2.28}$$

Идентификация нарушения условий на вторые моменты ошибок не так уж тривиальна. Есть, однако, ряд задач, в которых эти условия можно считать априорно нарушенными. В первую очередь, это задачи анализа временных рядов, а также анализ стратифицированных и панельных обследований, о чем будет рассказано в разделах 2.3.4, 2.3.5 и 2.7.

Что касается гетероскедастичности, при которой сохраняется независимость наблюдений (2.7) (но нарушается постоянство дисперсий ошибок (2.6)), то ее можно обнаружить, дополнительно сделав предположение об определенной функциональной форме этой зависимости. Так, тест Гольдфельда-Куандта (Goldfeld-Quandt) предполагает зависимость дисперсии ошибок от одной из переменных, а тест Бройша-Пагана (Breusch-Pagan) — линейную зависимость дисперсии от некоторых дополнительных переменных Магнус, Катышев, Пересецкий (1997).

Stata В пакете Stata реализована следующая версия теста на гетероскедастичность (Кука-Вайсберга, Cook-Weisberg) которая вызывается командой `hettest`, отдаваемой после `regress`:

$$\begin{cases} \ln e_i^2 = z^T \gamma + \text{ошибка}_i \\ H_0 : \gamma = \mathbf{0} \end{cases}$$

где z может быть прогнозными значениями зависимой переменной или матрицей заданных переменных. В 8-й версии Stata ест Уайта на гетероскедастичность общего вида выполнена через команду `imtest`.

В общем случае гетероскедастичность без дополнительных предположений выявить, учесть и побороть невозможно: ковариационная матрица ошибок содержит $\frac{N(N-1)}{2}$ неизвестных, оценить которые по N наблюдениям невозможно. Поэтому для оценивания ковариационной матрицы ошибок Ω делаются разнообразные предположения о параметрической зависимости Ω от некоторого малого числа параметров θ известного вида: $\Omega = \Omega(\theta)$, где вектор параметров θ должен быть (состоятельно) оценен по выборочным данным. В силу этого, оценивание с помощью *доступного обобщенного МНК* (feasible generalized least squares) состоит из (как минимум) двух этапов: состоятельного оценивания θ (например, при помощи обычного МНК, являющегося состоятельным даже при нарушении условий на вторые моменты), а затем, с использованием состоятельной оценки $\hat{\theta}$ (и, соответственно, состоятельной оценки $\widehat{\Omega(\theta)}$), самой регрессионной модели. Для уточнения оценок процедуру "оценивание $\theta \to$ оценивание регрессионной модели с ковариационной матрицей $\Omega(\hat{\theta})$" можно повторять до достижения сходимости; при определенных условиях получаемые в пределе оценки будут эквивалентны оценкам МНК.

Альтернативный способ борьбы с гетероскедастичностью — оценивать ковариационную матрицу оценок коэффициентов из условий второго порядка минимума суммы квадратов остатков, пользуясь разложением Тейлора. Такие поправки известны в эконометрической практике как оценка ковариационной матрицы в форме Уайта (White):

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i x_i^T\right)^{-1} \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^2 x_i x_i^T\right) \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i x_i^T\right)^{-1} \tag{2.29}$$

Вид этой оценки ковариационной матрицы оценок параметров провоцирует назвать ее "сэндвич-оценкой" (sandwich estimator), и это название также встречается в статистической литературе. За пределами эконометрической литературы эта оценка известна больше как оценка Хьюбера (Huber), который независимо предложил эту оценку в конце 1960-х. В случае независимости наблюдений эта матрица является состоятельной оценкой искомой ковариационной матрицы; обобщения на случай зависимых данных даны в следующих разделах.

Stata В пакете Stata оценка этой матрицы вызывается не слишком, на мой взгляд, удачно названной опцией `robust` команды `regress`. Кроме того, в пакете Stata имеется возможность оценивания регрессии с весами (в данном случае, веса должны быть обратно пропорциональны стандартному отклонению для данного наблюдения) — `regress`

`[weight=exp]` , где квадратные скобки для указания весов *обязательны*. Stata различает несколько типов весов (см. `help weights`); в данном случае необходимо указать `aweight` — аналитические веса. Наконец, есть специальная команда для оценивания с весами, учитывающими дисперсию отдельных наблюдений — `vwls`.

2.3.4 Автокоррелированность ошибок

Вопрос об автокоррелированности остатков имеет смысл ставить тогда, когда данные упорядочены во времени (и отстоят друг от друга на равные промежутки). В этом случае можно применять средства анализа временных рядов.

Stata Пакет Stata версии 6 и выше имеет достаточно большое количество встроенных команд для анализа временных рядов (команды с префиксом `ts`), в т.ч. операторы лага (сдвига назад по оси времени на единицу) `L.`, разности `D.`, сглаживания сезонных колебаний `S.`. Общая справка по этим командам находится по ключевому слову `time`.

В контексте анализа временных рядов тестом на простейшую автокорреляцию (первого порядка) ошибок является тест Дарбина-Уотсона (Durbin-Watson), статистикой которого является

$$D = \frac{\sum_{i=2}^{N}(e_i e_{i-1})}{\sum_{i=1}^{N} e_i^2} \tag{2.30}$$

Если ошибки некоррелированы, статистика Дарбина-Уотсона должна принимать значения, близкие к 2. Значения, близкие к 0 или 4, должны служить тревожным сигналом. К сожалению, распределение этой статистики зависит от распределения ошибок, поэтому процентные точки для теста на автокоррелированность ошибок получаются исключительно вычислительным экспериментом. Таблицы критических значений статистики Дарбина-Уотсона приводятся в Айвазян, Мхитарян (1998). Для выявления лаговой структуры более высокого порядка необходимо по полной программе привлекать средства анализа временных рядов.

Stata В пакете Stata статистика Дарбина-Уотсона выводится командой `dwstat`, отдаваемой после `regress`.

Как и в случае с гетероскедастичностью, можно сформулировать поправки к матрице ковариации оценок коэффициентов, чтобы та была состоятельна при автокоррелированности остатков. Один из вариантов такой поправки был предложен Ньюи и Вестом

(Newey, West 1987):

$$\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}) = \\ = \sum_{l=-k}^{k} \left(1 - \frac{|l|}{k+1}\right) \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{i-l}x_i^T\right)^{-1} \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i e_{i-l} x_{i-l}x_i^T\right) \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i x_{i-l}^T\right)^{-1}, \quad (2.31)$$

Напомним, что x_i обозначает столбец, соответствующий i-му наблюдению. Такая оценка ковариационной матрицы состоятельна при автокорреляции ошибок с числом лагов, не превышающим k. Убывающие веса при более отдаленных лагах использованы для того, чтобы гарантировать положительную определенность получаемой матрицы. При $k = 0$ оценка Ньюи-Веста сводится к оценке Уайта (2.29).

Stata В пакете Stata регрессия с поправками к ковариационной матрице в форме Ньюи-Веста вызывается командой `newey`. Для того, чтобы корректно использовать временную структуру данных, необходимо предварительно отдать команду `tsset`, либо указать в опции `newey, t()`, какая переменная соответствует времени.

2.3.5 Стратифицированные и многоуровневые выборки

Зависимость между наблюдениями возникает в панельных обследованиях, о которых будет подробнее рассказано ниже (см. параграф 2.7), а также в стратифицированных выборках, к которым относится большинство крупномасштабных экономических исследований (в т.ч. цитируемое далее обследование RLMS, гл. 4). Выборка для таких исследований разрабатывается следующим образом. Выбираются однородные (по социальным, экономическим, географическим, демографическим показателям, если речь идет о населении; по объему выпуска и занятости, по отраслевой принадлежности, если речь идет о предприятиях) группы объектов — *страты* (так, в RLMS стратой является административный район; область была сочтена разработчиками слишком крупным объектом). Из набора этих страт, полностью покрывающих интересующую исследователя совокупность, выбираются случайным образом (чаще всего — с вероятностями, пропорциональными размеру страт, probability proportional to size, PPS sampling), некоторое малое число первичных единиц выборки (primary sampling units — PSU). Затем в пределах этих PSU процедура случайного выбора повторяется с использованием более мелких группировок (в RLMS — участки переписи населения, избирательные участки, почтовые отделения), и так далее, пока единицей случайного выбора не будут сами объекты — домохозяйства, предприятия и т.п. Процедура случайного отбора может быть модифицирована, с тем, чтобы в выборку не попали “слишком близкие” объекты (например, соседи по лестничной площадке).

Ввиду подобной структуры выборки, отдельные наблюдения, в отличие от истинно случайной выборки, не являются независимыми. Действительно, если в выборке присутствует объект из некоторого PSU данной страты, то условная вероятность (при указанном выше условии включения элемента в выборку) того, что другие элементы этого же PSU попадут в выборку, больше, чем условная вероятность того, что в выборку попадут элементы из других PSU этой страты. Индивиды, относящиеся к одной структурной единице выборки, могут находиться под воздействием специфических для данной единицы ошибок, что требует включения дополнительных членов в уравнение регрессии:

$$y_{it} = x_{it}^T \beta + \nu_{PSU} + \ldots + u_i + \varepsilon_{it} \tag{2.32}$$

Подобная зависимость наблюдений будет сказываться на всех оценках и статистических выводах, которые делаются на основе результатов анализа подобной стратифицированной выборки. В частности, наивные оценки вторых моментов (дисперсий) будут сильно занижены, поскольку основной вклад в дисперсию будет связан с самым первым уровнем стратифицкации. "Правильные" оценки дисперсии будут иметь "сэндвичный" вид подобно (2.29). В литературе по анализу выборочных данных такие оценки называются оценками линеаризации (linearization estimator), что связано с тем, как эти оценки выводятся — путем разложения оценивающих уравнений в ряд Тейлора вблизи истинного значения параметра с последующим применением варианта дельта-метода.

Stata Пакет Stata обладает весьма обширным набором средств, позволяющих учитывать стратификационный характер выборок — это около двух десятков комманд с префиксом `svy`. Для использования этих команд необходимо указать, какие переменные несут в себе информацию о структуре выборке (`svyset` и `svydes`). Для уточнения оценок параметров и вторых моментов регрессионных моделей можно использовать веса (см. `help weights`), связанные с вероятностью включения в выборку отдельных наблюдений (т.е. веса, учитывающие стратификационное происхождение выборки) — `pweight` (сокр. от probability weights) — если такие веса входят в базы данных обследований. Внутри команды `svy`-команд работает механизм опции `, cluster()`, которую можно использовать с большинством команд Stata, оценивающих параметрические модели, в т.ч. с командой `regress`. Основное отличие заключается в статистически более корректном использовании весов.

2.3.6 Мультиколлинеарность

Нарушение условия (2.8) носит название *мультиколлинеарность*, т.е. множественная совместная линейность. Точная коллинеарность означает, что регрессоры не является линейно независимыми. В этом случае линейно зависимые коэффициенты оценить

невозможно, хотя можно оценить те линейные комбинации, которые друг от друга линейно не зависят.

Очевидно, на практике встретиться с точной мультиколлинеарностью вряд ли возможно [6] (за исключением досадных оплошностей типа включения в набор регрессоров всех 0/1-переменных, порождаемых одним и тем же фактором, например, индикаторов *и* мужского, *и* женского пола).

Stata

К счастью (или к несчастью), Stata умеет автоматически обрабатывать подобные ситуации и выбрасывать, на свое усмотрение, переменные, которые она сочтет коллинеарными. К счастью — потому что процесс выполнения задания не будет прерван, а к несчастью — потому что контролировать, какие переменные будут выброшены, нельзя (а вообще-то исследователь должен был предусмотреть это на этапе выбора спецификации модели). Для корректной работы с категорийными переменными у пакета Stata есть собственное средство создания бинарных переменных — команда `xi`. Наконец, можно задать регрессию с "поглощением" одного качественного фактора — `areg`, где префикс `a` означает absorb, т.е. "поглотить". Для поглощаемого фактора будет выведена F-статистика. Возможно, для моделей со сложными категорийными структурами удобнее использовать средства дисперсионного анализа — команду `anova` (см. также `help anova`, `tutorial anova`), позволяющую задавать количественные факторы с помощью опции `anova ... , continuous`.

Однако и неполная мультиколлинеарность способна доставить немало хлопот. Из-за близости матрицы $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ к вырожденной дисперсии оценок коэффициентов убегают к бесконечности. Типичные признаки подобной ситуации — незначимость отдельных коэффициентов при значимости регрессии в целом, значительное изменение оценок коэффициентов (например, изменение знаков) при изменении состава регрессоров.

Мультиколлинеарность можно выявить и напрямую — например, визуально проанализировав матрицу выборочных корреляций на наличие больших корреляций между переменными, или, что более корректно в статистическом смысле, проведя анализ главных компонент или сингулярное разложение матрицы регрессоров $\mathbf{X}$.

Stata

В 8-й версии Stata анализ главных компонент производится командой `pca`. Анализ главных компонент является, в некотором смысле, частным случаем факторного анализа, поэтому соответствующая команда Stata в более ранних версиях носила название `factor ... , pc`, где опция `pc` показывает, что нас интересуют главные компоненты (principal components). Сингулярное разложение производится командой `matrix svd`, от англ. singular value decomposition.

На языке вычислительных методов линейной алгебры проблема мультиколлинеарно-

[6] Хотя именно такая постановка задач характерна для задач дисперсионного анализа.

сти связана с понятием "плохая обусловленность". Критерием плохой обусловленности является высокая величина отношения $\lambda_{max}/\lambda_{min}$ — максимального и минимального собственных чисел матрицы $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$, — называемого *показателем обусловленности* (condition number). Это соотношение также позволяет судить о степени серьезности проблем мультиколлинеарности: показатель обусловленности в пределах от 10 до 100 свидетельствует об умеренной коллинеарности, свыше 1000 (бывает и такое) — об очень серьезной коллинеарности.

Наиболее детальным показателем наличия проблем, связанных с мультиколлинеарностью, является *коэффициент увеличения дисперсии* (англ. variance inflation factor, VIF; см. Fox (1997), Smith and Young (2001)), определяемый для каждой переменной как

$$\mathrm{VIF}(\beta_j) = \frac{1}{1 - R_j^2}, \tag{2.33}$$

где R_j^2 — коэффициент множественной детерминации в регрессии X_j на прочие X (здесь X_j обозначает j-ю переменную, т.е. j-й столбец матрицы $\mathbf{X}$). Этот коэффициент фигурирует в выражении для дисперсии выборочной оценки коэффициентов линейной регрессии:

$$\mathrm{Var}\,\beta_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \frac{\sigma^2}{(n-1)\,\mathrm{Var}\,X_j^2} \tag{2.34}$$

и показывает, во сколько раз дисперсия оценки больше "идеальной", если бы мультиколлинеарности не было[7]. Поводом для беспокойства следует считать значения VIF от 4 и выше, что соответствует $R_j^2 \simeq 0.75$.

Stata Значения коэффициентов увеличения дисперсии выводятся командой `vif`, отдаваемой после `regress`.

Мультиколлинеарность возникает напрямую, если в регрессию включен набор 0/1-переменных, порождаемых одним качественным фактором с несколькими категория-

[7] Стандартная ошибка оценки, очевидно, увеличивается в $\sqrt{\mathrm{VIF}}$ раз. Эта величина имеет смысл диагностический, а не практический: нельзя делить на VIF для того, чтобы получить "правильную" дисперсию!

ми[8]: сумма таких бинарных переменных будет чаще всего давать единицу [9], и поэтому эти переменные коллинеарны друг с другом, и в совокупности коллинеарны с константой. В реальных задачах при количестве объясняющих переменных более десяти, мультиколлинеарность возникает с очень большой вероятностью.

Наконец, если какая-либо переменная принимает такие значения, что ее стандартное отклонение много меньше, чем абсолютное значение среднего (например, среднее равно 70, а стандартное отклонение — 5, так что переменная в основном принимает значения от 60 до 80), то такая переменная будет также коллинеарна с константой. Другими словами, вариабельность переменной недостаточна, чтобы точно оценить соответствующий коэффициент: член $\mathrm{Var}\, X_j^2$ в выражении (2.34) мал, и поэтому дисперсия оценки коэффициента велика. В этом случае простым и естественным способом борьбы с высокой дисперсией оценки коэффициента будет отцентрировать соответствующую переменную, т.е. от переменной X_j перейти к переменной $X_j^* = X_j - \bar{X}_j$.

В более общем случае есть несколько способов ослабить эффекты мультиколлинеарности, но они, естественно, связаны с определенными потерями (по сравнению с хорошими свойствами МНК-оценок). Один из возможных путей — исключение некоторых из коллинеарных регрессоров (что означает невозможность оценить коэффициенты при выкидываемых регрессорах, т. е. определенную потерю информации; процедуры выбора переменных будут рассмотрены в параграфе 2.4.1) или переход к главным компонентам исходных переменных (что затрудняет интерпретацию получаемых коэффициентов, а также анализ значимости отдельных переменных).

Другой подход к решению проблемы мультиколлинеарности заключается в *смещенном* оценивании параметров. Идея этого подхода состоит в том, чтобы попытаться найти оценку, минимизирующую среднеквадратическое отклонение, или среднеквадратический риск оценки:

$$\hat{\beta} = \arg\min_{\beta \in \mathcal{B}} \mathsf{E}(\hat{\beta} - \beta)^2 = (\text{смещение } \hat{\beta})^2 + \mathrm{Var}(\hat{\beta}) \tag{2.35}$$

где класс оценок $\mathcal{B}$ — более широкий, чем рассматриваемые обычно несмещенные линейные по $\mathbf{y}$ оценки.

[8] В свете этого заявления, которые делаются при пояснении результатов регрессии, вроде: “Наблюдается значимый эффект энергетической отрасли, а металлургия и химия незначимы”, выглядят несколько наивно. Во-первых, фактор “отрасль” имеет смысл рассматривать как единое целое. Во-вторых, оценки коэффициентов в конкретной регрессионной модели зависят от того, какая категория была выбрана в качестве базовой, поэтому более корректным было бы утверждение “от базовой отрасли (машиностроение) значимо отличается энергетика”. В-третьих, из-за мультиколлинеарности t-статистики отдельных коэффициентов говорят не так уж много.

[9] Если доля наблюдений, попадающих в базовую категорию, меньше $1/2$.

В рамках такого подхода матрицу $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ можно *регуляризовать*, или сделать "более обратимой" путем добавления заведомо регулярной матрицы — например, вида νI_p, где I_p — единичная матрица размера p. Тогда оценка будет иметь вид:

$$\hat{\beta}_{ridge} = \left(\mathbf{X}^T\mathbf{X} + \nu I_p\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y} \tag{2.36}$$

Эти оценки называются *ридж-оценками* (от англ. ridge — гребень; в русской литературе встречается также вариант "гребневая регрессия". Происхождение этого термина, по всей видимости, связано с тем, что функция правдоподобия в случае мультиколлинеарности представляет собой не пик, а нечто вроде гребня; см. Демиденко (1981)). В английской литературе встречается также вариант shrinkage estimator, показывающий, что ридж-регрессия "стягивает" оценки коэффициентов к нулю. При этом с ростом ν дисперсия оценок уменьшается, хотя увеличивается их смещение. Можно показать, что существует ν такое, что среднеквадратическая ошибка из (2.35) смещенной оценки ниже, чем у несмещенной оценки МНК, т.е. можно подобрать ν таким образом, чтобы достигнуть компромисса между смещением и дисперсией.

Stata Ридж-регрессия реализована командой `rxridge`, имеющейся в официальных дополнениях к Stata, STB-28. Эта команда была изначально написана для весьма древней версии Stata, и у меня были проблемы с этой командой в 6-й версии Stata. Корректная версия находится на сайте компании, и ее можно найти командой `webseek rxridge`.

2.3.7 Робастность оценок

Наконец, одним из самых сложных случаев для анализа чувствительности оценок является нарушение предположения о том, что мы имеем дело с "хорошим" распределением ошибок (например, нормальным, как в (2.10)). Иными словами, как меняются результаты анализа, если стохастические компоненты (в случае регрессии — ошибки ε) ведут себя не так, как нам бы хотелось их промоделировать?

Может оказаться, что отклонение от модельных допущений о стохастической природе ошибок меняет не только интерпретацию результатов, но и требует применения принципиально иной методологии анализа данных. Так, при сильной асимметричности распределений интерпретация обычной линейной регрессии затрудняется: среднее, в отличие от симметричных распределений, не является хорошим показателем того, где в основном лежат значения наблюдаемой величины. Асимметрия часто присуща данным, в которых наблюдения отличаются друг от друга масштабом — например, в финансовых данных по однородным предприятиям, характеризуемых размером — числом занятых, объемом производства, капиталом, и т.п. Весьма странные распределения

имеют доли (например, доля аутсайдеров среди владельцев акций, или доля расходов на питание в бюджете домохозяйства) и отношения экономических величин вообще. Для анализа таких данных стоит использовать методы, свободные от распределения — такие, как знаковые и ранговые тесты Уилкоксона-Манна-Уитни на равенство медиан (`signrank` и `ranksum`) вместо t-теста на равенство средних.

Некоторые из вопросов такого рода находятся в ведении *робастной статистики* Хьюбер (1984), главной задачей которой является выяснение влияния отклонений формы распределений стохастических компонент от предполагаемой (заданной) на результаты статистического анализа и построение статистических процедур (оценок, тестов, критериев), которые как можно слабее зависели бы предположений о распределениях. В этом жанре оценки параметров регрессионной модели рассматриваются как функционалы от распределений ошибок, и одной из характеристик робастности является кривая влияния (англ. influence function или influence curve) — производная этого функционала в заданной точке пространства регрессоров на заданном распределении. Значение этой производной определяет, насколько может измениться значение оценки при изменении (возможно, бесконечном) наблюдаемого значения зависимой переменной при фиксированных значениях остальных наблюденных значений.

Точный анализ показывает, что оценка МНК не является робастной. На качественном уровне, при появлении в выборке выбросов, обусловленных тяжелыми хвостами распределений ошибок, метод наименьших квадратов стремится провести поверхность отклика через крайние точки, а не через основную массу точек. Это и не удивительно, учитывая линейность МНК-оценок по y: если в каком-то i-м наблюдении $y_i \to \infty$, то и $\hat{\beta}_{\text{МНК}} \to \infty$.

Более удачными, с точки зрения робастности, являются М-оценки, получаемые как решения экстремальной задачи

$$\sum_{i=1}^{N} \rho(z_i; \beta) \to \min_{\beta}, \tag{2.37}$$

где функция $\rho(\cdot)$ асимптотически растет по первому аргументу медленнее, чем z^2 и тем самым придает меньшие веса далеко отстоящим наблюдениям [10]. Примером функции, обеспечивающей робастность оценок, является $\rho(z, \beta) = |z|$. Получаемая при этом регрессия называется *медианной*, поскольку получаемая линия соответствует условной медиане.

Еще одна частно используемая спецификация — функция Хьюбера (Huber)

$$\rho_c^{Huber}(z) = \begin{cases} z^2/2, & |z| < c \\ c|z| - c^2/2, & |z| \geq c \end{cases} \tag{2.38}$$

[10] z в данном случае соответствуют остаткам регрессии: $z = y - x^T\beta$.

Параметр $c > 0$ играет роль настроечного параметра, отвечающего за робастность: если $c \to \infty$, то мы получаем метод наименьших квадратов; если, напротив, $c \to 0$, то мы получаем робастную медианную регрессию.

Другая спецификация функции $\rho(\cdot)$, которая практически игнорирует слишком далекие выбросы — бивесовая функция Тьюки (Tukey):

$$\rho_c^{biweight}(z) = \begin{cases} \frac{c^2}{6}\left[1 - \left(1 - \left(\frac{z}{c}\right)^2\right)^3\right], & |z| < c \\ \frac{c^2}{6}, & |z| \geq c \end{cases} \tag{2.39}$$

Здесь c — также параметр робастности. При $c \to \infty$ бивесовая функция вырождается в обычную параболу метода наименьших квадратов.

Stata Похожий алгоритм реализован в команде `rreg` — робастная регрессия — в пакете Stata. В нем на начальных стадиях алгоритма используется функция Хьюбера, а затем — функция Тьюки.

Естественно, что, приобретая робастность оценки, мы должны в чем-то потерять. Можно показать, что компромисс происходит за счет эффективности: если ошибки действительно имеют нормальное распределение, то робастные оценки теряют в эффективности несколько процентов при $H_0 : \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Эти оценки, впрочем, превосходят по эффективности МНК даже при долях загрязнения нормального распределения распределением с тяжелыми хвостами на уровне малых процентов.

Тема идентификации выбросов, связанная с проблемами робастности, будет еще раз поднята в разделе 2.4.3.

2.3.8 Преобразование к нормальности и линейности

Иногда отклонение от нормальности можно компенсировать за счет преобразования зависимых и/или объясняющих переменных. Наиболее популярным классом преобразований является однопараметрическое *преобразование Бокса-Кокса* (Box-Cox):

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda \dot{y}^{\lambda-1}}, & \lambda \neq 0 \\ \dot{y} \ln y, & \lambda = 0 \end{cases} \tag{2.40}$$

где $\dot{y} = \left(\prod_{i=1}^n y_i\right)^{1/n}$ — среднее геометрическое y_i. Оценку необходимой степени преобразования λ можно произвести методом максимального правдоподобия [11]. Оказывается, что преобразование Бокса-Кокса не только позволяет прийти к нормальности, но и, в

[11] Нормировка на $\dot{y}$ делается именно для того, чтобы получать корректные отношения правдоподобия.

ряде случаев, стабилизировать дисперсию ошибок, а также избавиться от нелинейности (см. также раздел 2.4.2)

Самым типичным случаем является логарифмическое преобразование, применяемое тогда, когда ошибки имеют *мультипликативный* характер (приводящий к логарифмически нормальному распределению), а не аддитивный (приводящий к обычному нормальному распределению). Эти данные являются частным случаем данных с постоянным коэффициентом вариации $CV = (\mathrm{Var}\, X)^{\frac{1}{2}}/EX$. Очень многие экономические данные имеют распределение, близкое к логнормальному (доходы населения, объем производства, занятость, капитал промышленных предприятий, параметры бюджетов разных стран или регионов, и т. п.). Еще одним аргументом в пользу логарифмирования в экономических задачах можно считать то, что логарифмическое преобразование производственной функции Кобба-Дугласа приводит ее к линейному виду.

Следует, впрочем, иметь в виду, что при использовании преобразования Бокса-Кокса (как и любого другого преобразования) могут возникнуть сложности с интерпретацией регрессионной модели, ее ошибок или коэффициентов. В случае с логарифмическим преобразованием коэффициенты имеют вполне понятную экономисту интерпретацию эластичностей зависимой переменной по объясняющей.

Stata

Преобразование Бокса-Кокса выполняется командой `boxcox`. Опция `boxcox ... , graph` позволяет вывести график итераций процедуры максимального правдоподобия. Преобразованные значения можно получить командой `predict ... , tyhat` или опцией `boxcox ... , generate`. Задав, помимо преобразуемой переменной, список регрессоров, можно получить оценку регрессии

$$y^{(\lambda)} = \mathbf{X}^T\beta + \text{ошибки}, \tag{2.41}$$

результаты которой можно востребовать командой `regress` без параметров. Более мощный вариант преобразования Бокса-Кокса дается командой `boxcox2`, доступной в официальном дополнении STB-54.

2.4 Прочие отклонения от модели

Помимо отклонений от допущений (2.5)–(2.9), в реальной жизни нарушается и условие (2.2) на сам вид модели, что также необходимо уметь диагностировать и исправлять.

2.4.1 Спецификация модели: выбор нужных переменных

В регрессию, анализируемую исследователем, могут быть как включены переменные, не связанные с зависимой, так и пропущены переменные, существенные для ее объяснения. В первом случае точность оценивания, вообще говоря, снижается: оценки "зашумляются", хотя и остаются несмещенными. Кроме того, включение дополнительных переменных несет риск возникновения или усиления мультиколлинеарности, что также сопряжено с относительным увеличением дисперсии. Во втором случае оценки коэффициентов могут быть смещенными, если пропущенные переменные коррелированы со включенными, а в силу недостаточной точности модели остатки будут слишком велики (т. е. оценка дисперсии ошибок будет смещена вверх).

К сожалению, однозначных рецептов выбора переменных, которые надо оставить в регрессии, не существует. Традиционно в эконометрике считается, что предпочтительнее изначально включать в регрессию как можно больше переменных, так как увеличение дисперсии все-таки не так плохо, как смещение оценок, хотя более традиционный статистический подход, пожалуй, должен состоять в анализе среднеквадратической ошибки оценок коэффициентов.

Если же необходимо, из тех или иных соображений, ограничить размерность модели, то обычно используемые процедуры включают в себя методы пошагового отбора или удаления переменных, основанные на тестах отношения правдоподобия или информационных критериях, в которых одни члены учитывают точность приближения, а другие штрафуют за излишне большое число подгоночных параметров.

Stata

Решение задачи выбора регрессоров в пакете Stata выполняется метакомандой `sw` (англ. stepwise). Полный синтакс процедуры выбора регрессоров в линейной модели будет иметь вид `sw regress depvar varlist, опции` , где `опции` описывают параметры включения в модель и исключения из нее объясняющих переменных из списка `varlist`. Критерием, на основе которого делается решение о включении или исключении переменной из списка регрессоров, является статистика отношения правдоподобия.

Популярной мерой, характеризующей качество приближения модели (goodness of fit), является доля объясненной дисперсии R^2: чем выше, т.е. ближе к 1, статистика R^2, тем лучше. Эта статистика настолько популярна, что для целого ряда моделей были придуманы квази-R^2, принимающие значение 0, если модель не имеет никакой объясняющей силы, и 1, если данные объяснены полностью. Следует, однако иметь в виду, что:

- статистика R^2 возрастает с добавлением новых регрессоров, а при количестве регрессоров, равному количеству наблюдений, гарантированно достигает единицы

(что, однако, не означает, что данные хорошо и полностью описаны: дисперсия прогнозных значений будет равна бесконечности).

- статистика R^2 не робастна: при наличии выбросов $R^2 \to 1$.
- квази-R^2 могут в действительности иметь максимальное значение намного меньше 1, и в силу этого их ценность не очень невелика.
- статистика R^2 характеризует только прогностические возможности модели (goodness of fit). Анализ причинных связей — задача гораздо более тяжелая и требующая применения весьма мощных вероятностных концепций (причинность по Грэнжеру, Granger causality test (Handbook 1983, 1984, 1986, 1994)).

Модификацией R^2, учитывающей первый из указанных эффектов, является статистика R^2_{adj}, в которой более тонко учитывается число степеней свободы модели:

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\mathbf{e}^T\mathbf{e}/n - p}{\mathbf{y}^T\mathbf{y}/n - 1}, \tag{2.42}$$

где e — вектор регрессионных остатков, а y — (центрированный) вектор значений зависимой переменной.

Более удачны, в статистическом смысле, *информационные критерии*, соотносящие информацию, предоставляемую моделью, и информацию, имеющуюся в данных. Их идея состоит в том, что "качество модели" достигается как баланс качества приближения к реальным данным и статистической сложности модели, связанной со слишком большим числом параметров (overparametrization), поэтому статистика критерия состоит из штрафа за недостаточную подгонку и штрафа за излишнее число параметров [12]. Исторически первым и до сих наиболее популярным информационным критерием является *критерий Акайке* (AIC, Akaike information criteria):

$$\mathrm{AIC} = -2\ln L(\hat{\theta}) + 2p, \tag{2.43}$$

где $L(\hat{\theta})$ — значение функции правдоподобия (ее логарифм сводится к остаточной сумме квадратов в нормальном случае), а p — количество регрессоров. "Оптимальная" в смысле данного критерия регрессия будет доставлять минимум критерию AIC. Другой

[12] Формально, информационные критерии являются более точными оценками ожидаемой информации модели, или математического ожидания функции правдоподобия, чем само максимальное значение функии правдоподобия, полученное в ходе оценивания по методу максимального правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия оказываются ближе к данным, чем к истинной модели. См., напр., Konishi and Kitagawa (1996).

вариант, байесовский критерий Шварца (Schwarz Bayesian information criterion, SBIC, BIC), использует в качестве штрафа за параметры $p \ln n$, где n — число наблюдений:

$$\text{SBIC} = -2 \ln L(\hat{\theta}) + p \ln n, \tag{2.44}$$

Поскольку критерий Шварца сильнее штрафует за лишние параметры, он выбирает модели меньшей размерности.

Stata К сожалению, в пакете Stata нет встроенных команд, посвященных информационным критериям. Есть, однако, программа `fittest`, находящаяся в архиве SSC-IDEAS (`http://ideas.uqam.ca`), которая выдает также значения R^2, R^2_{adj}, информационных критериев Акайке и Шварца, а также ряд статистик, относящихся в основном к логистическим регрессиям. Другая программа, вычисляющая критерии Акайке, Шварца, а также критерий информационной сложности Бозтогана, находится на web-страничке автора и называется `icomp`[13].

2.4.2 Нелинейность

Другим возможным нарушением классической модели регрессии может быть случай, когда функция регрессии $\mathsf{E}[y|x]$ нелинейна. Игнорирование нелинейности может представлять определенную проблему, поскольку неучтенная нелинейность отзовется изменением свойств остатков. Они оказываются смещенными, у них возникает корреляционная структура, а значит, смещаются и ковариационные матрицы оценок коэффициентов и, в конечном итоге, t- и F-статистики. Эта проблема может быть сформулирована в терминах пропущенных переменных (можно считать, что в регрессии пропущены необходимые нелинейные члены), и один из вариантов теста на неучтенную нелинейность был предложен в 1960-х гг. Рамсеем. В этом тесте рассматривается полиномиальная регрессия вида

$$e_i = \sum_{k=1}^{K} \gamma_k \hat{y}_i^k + \text{ошибка}_i, \tag{2.45}$$

где $\hat{y}_i$ — прогнозные значения из обычной линейной МНК-регрессии, а e_i — ее остатки, и проверяется гипотеза $H_0 : \gamma = \mathbf{0}$.

[13] К сожалению, эти программы дают разные результаты; могу только сказать в свое оправдание, что я пользовался именно приведенными выше формулами, которые, в свою очередь, выведены из первых принципов. В статистической и эконометрической литературе гуляют и другие определения индексов AIC и SBIC — например, через остаточные суммы квадратов, к которым эти критерии сводятся в нормальном случае при неизвестной дисперсии. Вследствие этого нет однозначности и в публикуемых статьях, в которых авторы выбирают с помощью информационных критериев ту или иную модель. Опасайтесь подделок!

Stata Тест Рамсея осуществляется в пакете Stata командой `ovtest`. Stata использует первые четыре степени ($K = 4$) регрессоров или предсказанных значений независимой переменной.

Нелинейность может заключаться в том, что функция регрессии связана с известными нелинейными функциями регрессоров (например, в моделях вида $y = a + bx^2 + \varepsilon, y = a \sin x + \varepsilon, y = ax^b e^\varepsilon$, где ε — "хорошие" (центрированные, независимые, с конечной дисперсией) ошибки. В подобных случаях преобразованием переменных задачу можно свести к классической модели линейной регрессии, где линейность понимается как линейность относительно *параметров*.

В более серьезных случаях нелинейность является существенной, т.е. не сводимой к линейной модели. Функция регрессии имеет общий вид

$$y_i = f(x_i, \beta) + \varepsilon_i, \tag{2.46}$$

где $f(\cdot)$ — известная функция достаточно общего вида ($y = a \sin(bx + c) + \varepsilon, y = ax^b + \varepsilon$). Оказывается, что *нелинейный метод наименьших квадратов* (англ. NLS, non-linear least squares) обеспечивает наиболее эффективные, в определенном классе максимизационных задач, оценки искомых параметров.

Stata Пакет Stata позволяет оценивать и такие нелинейные регрессии с помощью команды `nl`. Чтобы воспользоваться этой командой, необходимо написать небольшую программу с достаточно жестко зафиксированным синтаксисом, которая будет вычислять значение функции регресии $f(\cdot)$ и передавать на оптимизацию `nl`.

2.4.3 Идентификация резко выделяющихся наблюдений

В связи с тем, что МНК-оценки неробастны, возникает естественный вопрос: не получится ли так, что малое число выделяющихся наблюдений будет задавать такую поверхность регрессии, которая будет иметь мало общего с поверхностью, проходящей через большинство точек? Например, в случае парной регрессии — может ли случиться, что прямая регрессии пройдет через одну точку и центр масс остальных? Увы, ответ положительный: наличие выделяющихся наблюдений (influential observations), или выбросов (outliers) — явление скорее типичное, нежели редкое, в прикладном анализе. Иногда это связано с тем, что отдельные наблюдения действительно сильно отличаются от остальных (например, Москва практически всегда выделяется при анализе данных по регионам России), а иногда может быть вызвано ошибкой во вводе данных — неправильно поставленная десятичная запятая, пропуск цифры при вводе данных или запись величины в миллионах рублей вместо тысяч (в результате деноминации 1997 г.),

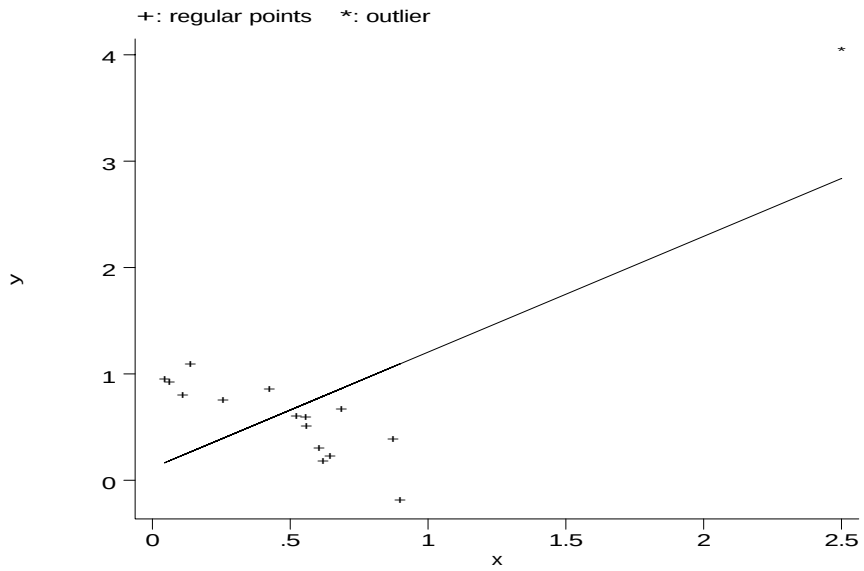


Рис. 2.1: Линия регрессии оттянута на себя выбросом. Истинная линия регрессии: $y = 1 - x + \varepsilon$

и т. п. Наконец, далеко отстоящие (в терминах стандартных отклонений) от основной массы данных точки могут появляться в асимметричных распределениях (логнормальное, гамма) или в распределениях с тяжелыми хвостами (распределение Стьюдента).

Чрезмерно высокое влияние отдельных наблюдений может быть связано с тем, что данное наблюдение отстоит далеко от остальных наблюдений в пространстве регрессоров (и, соответственно, обладает большим *плечом* (англ. leverage) в воздействии на данные), а может быть связано с большой ошибкой ε_i в данном наблюдении. Может быть, что оба фактора накладываются друг на друга, что может как усугубить (рис. 2.4.3), так и облегчить ситуацию.

Выявлять выделяющиеся наблюдения можно следующим образом [14]. Рассмотрим

[14] Данная тема, пожалуй, не очень общепринята для стандартных курсов по эконометрике, хотя статистикам она известна не первый и даже не второй десяток лет. Заинтересованный читатель может найти развитие темы в Draper, Smith (1998), Fox (1997), Smith and Young (2001).

прогнозные значения зависимой переменной:

$$\hat{y} = \mathbf{X}\hat{\beta} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T y \equiv Hy \tag{2.47}$$

Элементы матрицы H несут информацию о конфигурации точек в пространстве регрессоров $\mathbf{X}$ и в то же время непосредственно задают влияние каждой точки y_i на все прогнозные значения $\hat{y}$. Можно показать, что $h_{ii} = \sum_{j=1}^{n} h_{ij}^2$, и поэтому мерой влияния i-точки можно положить $h_i \equiv h_{ii}$ (англ. hat value, имеет смысл условной корреляции наблюденного и прогнозного значений при фиксированной остальной выборке). Далее, $1/n \leq h_i \leq 1$, причем среднее значение равняется p/n, и поэтому потенциально выделяющиеся наблюдения можно идентифицировать по высокому значению h_i — например, больше $3p/n$.

Помимо идентификации "опасных" точек в пространстве регрессоров, влияние на оценки МНК будут оказывать, как упоминалось выше, большие ошибки. Остатки регрессии как таковые, по всей видимости, не обязательно будут достаточно информативны, поскольку в совокупности они не являются независимыми, и, более того, МНК стремится провести поверхность регрессии поближе к далеко отстоящим данным. Для получения независимых остатков необходимо исключить данное i-е наблюдение, прогнать регрессию заново и получить *стьюдентизированные остатки*[15]:

$$e_i^* = \frac{e_i}{s_e^{(i)}\sqrt{1-h_i}}, \tag{2.48}$$

где $s_e^{(i)}$ — оценка стандартного отклонения остатков при исключении i-го наблюдения, а появление коэффициента $\sqrt{1-h_i}$ связано с тем, что $\operatorname{Var} e_i | H_0 = (1-h_i)\sigma^2$. При нулевой гипотезе нормального распределения ошибок величина e_i^* имеет распределение Стьюдента с $N-p-1$ степенями свободы. Полностью аналогичной величиной будет t-статистика для коэффициента γ в регрессии $y = \mathbf{X}^T\beta + \gamma D_i + \varepsilon_i$, где D_i — бинарная переменная, равная единице в i-й точке и нулю в остальных.

Сочетание "большого плеча" и большого остатка выявляется при помощи D-статистики Кука (англ. Cook's distance):

$$D_i = \frac{e_i^2}{p}\frac{h_i}{1-h_i} \tag{2.49}$$

Самые высокие значения D-статистики свидетельствуют о том, что данное наблюдение достаточно заметно изменяет МНК-оценки коэффициентов. Эмпирическое значение порога "тревожности" — $D_i > \frac{4}{N-p}$.

[15] Называемые также остатками по методу складного ножа, jack-knife, называемого также методом расщепления выборки. Его идея как раз и заключается в исключении отдельных наблюдений, оценивания статистической модели с исключенным наблюдением и сопоставления полученных оценок с оценками, полученными по полной выборке (Эфрон 1988).

Непосредственное влияние отдельных наблюдений на оценку коэффициента $\hat{\beta}_k$ дается статистикой $DFBETAS_{k,i}$:

$$DFBETAS_{k,i} = \frac{\hat{\beta}_k - \hat{\beta}_k^{(i)}}{(\widehat{\mathrm{Var}}\beta_k^{(i)})^{1/2}}, \tag{2.50}$$

где верхний индекс (i) показывает, что из расчетов исключено i-е наблюдение. Иными словами, мы получаем оценки коэффициентов и оценку их ковариационной матрицы по методу складного ножа и строим что-то вроде t-статистики, показывающей отклонение коэффициента при исключении данного наблюдения. В соответствии с этой интерпретацией, следует обращать внимание на наблюдения с $|DFBETA_{k,i}| > 2/\sqrt{n-p}$.

Еще одна статистика диагностики влияния наблюдений показывает, насколько сильно данное наблюдение оттягивает на себя линию регрессии:

$$DFFITS_i = e_i^* \sqrt{\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}} \tag{2.51}$$

Здесь h_{ii} в числителе учитывает, насколько далеко данная точка отстоит от основного массива, а $1 - h_{ii}$ дает поправку на дисперсию остатков. Как и расстояние Кука, эта статистика учитывает и величину остатка, и его плечо в воздействии на линию регрессии. Если абсолютная величина статистики $DFFITS_i$ в i-м наблюдении свыше $2\sqrt{p/n}$, то, возможно, это наблюдение заметно смещает всю линию регрессии.

Stata hat-values можно получить командой `predict ... , hat`, отдаваемой после команды `regress`. Стьюдентизированные остатки можно получить командой `predict ... , rstudent` после команды `regress`. D-статистика Кука вычисляется командой `predict ... , cooksd`, статистики $DFBETA$ — `predict ... , dfbeta(`*имя переменной*`)` или отдельной командой `dfbeta`, статистики $DFFITS$ — командой `predict ... , dfits`.

2.4.4 Визуальный анализ

Визуальный анализ часто является хорошим подспорьем в диагностике регрессий не очень больших размерностей и зачастую может помочь выявить большинство упомянутых выше нарушений классических предположений. Перечислим основные виды графиков, которые можно использовать для анализа "адекватности" регрессии.

Stata Вплоть до 8-й версии Stata вся графика строилась на команде `graph`, у которой имелось добрая сотня разнообразных опций на разнообразные случаи жизни. Наиболее часто используемые графики реализованы в виде отдельных команд. См. раздел 3.14.

- Перед началом анализа, еще до стадии оценивания регрессии, можно проанализировать распределение зависимой и независимых переменных. Сильная асимметрия может свидетельствовать о необходимости применения преобразований к нормальности, многомодальность — о наличии структуры групп наблюдений (которую можно учесть, введя бинарные переменные), и т. д.

Stata Общая сводка описательных статистик по одной или нескольким переменным выводится командой `summarize`. Графическое представление распределения отдельной переменной, т. е. гистограмму, можно получить командой `graph "имя переменной"` или `hist "имя переменной"`. Более продвинутые варианты анализа включают в себя использование ядерных оценок плотности (`kdensity`), график квантилей нормального распределения (`qnorm`), а также прочие диагностические графики (описание которых можно найти по ключевому слову `diagplots`) и более совершенные средства создания гистограмм (программа `histplot`, загружаемая с архива программных компонентов SSE-IDEAS, находящегося в Бостонском Колледже: `http://ideas.uqam.ca`). Наконец, относительно простым тестом на нормальность является тест по третьему и четвертому моментам (которые, при соответствующей нормировке, равны нулю у нормального распределения, и совместное выборочное распределение которых является нормальным) — `sktest`, от англ. skewness-kurthosis test.

- Аналогичную процедуру можно выполнить в отношении регрессионных остатков ... [16]

Stata ... которые можно получить командой `predict ... , residuals` после `regress`.

- Связь отдельных регрессоров с зависимой переменной можно проследить на диаграммах рассеяния. При помощи этих графиков уже можно выявить определенные недостатки регрессии. Так, если на диаграмме рассеяния большая часть данных группируется возле нуля, и есть несколько точек в оставшемся поле, то, скорее всего, данные необходимо трансформировать, чтобы снизить влияние удаленных точек.

  Пример диаграммы рассеяния двух асимметричных распределений приводится на рис. 2.2.

[16] Следует, впрочем, иметь в виду, что большие *ошибки* (приводящие к регрессионным выбросам) не обязательно приводят к большим *остаткам*. Кроме того, остатки в совокупности не являются независимыми (так, их сумма равна нулю).

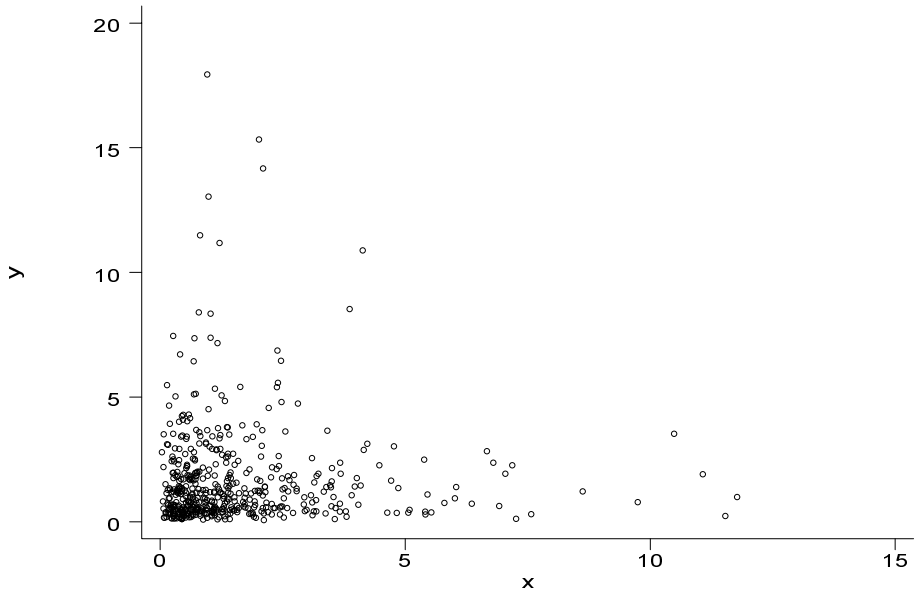


Рис. 2.2: Частные распределения обеих переменных асимметричны; график заполнен в основном около нуля и возле осей; необходимо преобразование к нормальности?

Более содержательным, в регрессионном контексте, графиком будет (частная) диаграмма рассеяния, очищенная от линейного вклада остальных переменных, т. е. диаграмма рассеяния остатков регрессий

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^{(-k)T}\beta^{(-k)} + \varepsilon^{(-k)} \tag{2.52}$$

и

$$X_k = \mathbf{X}^{(-k)T}\gamma^{(-k)} + \delta^{(-k)}, \tag{2.53}$$

где верхний индекс $(-k)$ означает отутствие в составе регрессоров k-й переменной. Такой график называется *графиком добавленной переменной* (англ. added variable plot) или *графиком частной регрессии* (англ. partial regression plot). С его помощью можно выявлять гетероскедастичность (вида роста дисперсии ошибок с ростом какой-либо из переменных), нелинейность, а также находить возможные выбросы.

Stata

График частной регрессии выводится командой `avplot`. К этой команде, как и к другим командам диагностики, выводящим двумерные графики, приложимы большинство опций диаграмм рассеяния.

- Общую скрытую нелинейность и/или гетероскедастичность можно обнаружить и на графике остатков в зависимости от прогнозных значений (т. е. по горизонтальной оси откладываются $\hat{y}$, а по вертикальной — e). По построению, эти переменные некоррелированы, поэтому в общем и целом график должен лежать вокруг оси абсцисс.

Stata Соответствующая команда носит название `rvfplot` — англ. residual versus fitted. Аналитическими дополнениями являются диагностические тесты `hettest` и `ovtest`.

- Альтернативой графику частной регрессии (в особенности для диагностики нелинейности) может быть график *частных остатков*:

$$e^{(k)} = e + \beta_k X_k \tag{2.54}$$

Stata Соответсвующие команды Stata — `cprplot` и `acprplot` (англ. component plus residual).

Возможно, какие-то из этих графиков можно включать в публикуемые материалы исследования — как свидетельство основательного анализа данных и адекватности статистических результатов.

2.4.5 Множественная проверка гипотез

Одним из простейших случаев проверки нескольких гипотез одновременно является F-тест на несколько линейных ограничений на параметры вида (2.16). Более тонким случаем является проверка гипотезы о значении (знаке) одного и того же коэффициента в нескольких регрессиях. Тонкостью, обычно игнорируемой, однако чрезвычайно важной, является корректная интерпретация получаемого совокупного уровня значимости. Действительно, если событие A_k состоит в том, что в k-й регрессии нулевая гипотеза не отвергнута (и, соответственно, $\bar{A}_k$ — что отвергнута), то, очевидно,

$$\mathsf{P}\left(\cup_k \bar{A}_k\right) \leq \sum_k \mathsf{P}\left(\bar{A}_k\right) \tag{2.55}$$

а следовательно,

$$\mathsf{P}\left(\cap_k A_k\right) \geq 1 - \sum_k \mathsf{P}\left(\bar{A}_k\right) \tag{2.56}$$

В левой части (2.56) фигурирует вероятность принять нулевую гипотезу *во всех* регрессиях. Соответственно, если требуется, чтобы *совокупный* уровень значимости составлял

α, то самым простым способом гарантировать этот уровень значимости будет потребовать, чтобы правая часть (2.55) превосходила $1-\alpha$. В свою очередь, простейший способ добиться этого — потребовать, чтобы уровень значимости в каждом из тестов $\mathsf{P}(\bar{A}_k)$ не превосходил α/K, где K — общее количество тестов. Описанная выше процедура называется *процедурой Бонферрони* (Bonferroni adjustment) и является одним из примеров поправок на проверку множественных гипотез. Другие известные процедуры, зачастую более точные и менее консервативные — процедуры Шеффе (Sheffé), Тьюки (Tukey) и Воркинга-Хотеллинга (Working-Hotelling) (Шеффе 1980, Smith and Young 2001).

Поправка на множественность — процедура методологическая, поэтому явно выраженной команды Stata для нее нет. Если исследователь собирается применять процедуру Бонферрони и ему заранее известно количество моделей, которые он будет оценивать, то можно задать уровень значимости для построения доверительных интервалов после оценивания моделей командой `set level ...` . По умолчанию устанавливается уровень значимости 95 (процентов). Текущее состояние можно выяснить командой `query` — см. раздел 3.15.

2.4.6 Данные с пропусками

Данные с пропусками — это проклятие исследований, в которых используются результы выборочных обследований: зачастую, увы, невозможно гарантировать, что все респонденты дадут полную и точную информацию. Эта тема привлекла и привлекает значительное внимание в общественных науках, однако в эконометрике, как ни странно, эта тема известна только в рамках довольно узких моделей тобит-регрессии и выборочного отбора (sample selection — модель Хекмана). Данный раздел в значительной мере следует Little and Rubin (1987).

Терминология

Возможность использования методов анализа разной степени сложности связана с тем, насколько простым или сложным является механизм, согласно которому данные оказываются пропущенными. Полезная терминология была введена в Rubin (1976). Говорится, что пропуски в данных *полностью случайны* (data are missing completely at random — MCAR), если $\mathsf{P}(X_j$ пропущено|прочие X) не зависит ни от X_j, ни от прочих X (то есть эта вероятность постоянна для всех наблюдений, и наблюдаемые X_j являются случайной подвыборкой тех X_j, которые должны были получиться в эксперименте). Пропуски в данных *случайны* (missing at random — MAR), если $\mathsf{P}(X_j$ пропущено|прочие X) не зависит от X_j (но могут зависеть от других X). Оказывается, что в этих случаях механизм пропусков *несущественнен* (ignorable), и к данным применимы вариации метода

максимального правдоподобия. Наконец, если $\mathsf{P}(X_j$ пропущено|прочие X) зависит от самого X_j, то механизм пропусков является *существенным* (non-ignorable, not missing at random — NMAR), и для корректного анализа данных необходимо знать этот механизм. Введенные выше понятия относятся к отдельным переменным, и в пределах одной и той же базы данных можно наблюдать все эти варианты. Можно построить тесты, отличающие MAR от MCAR, однако по данным невозможно отличить, являются ли они MAR или NMAR.

В качестве пояснения чаще всего приводится пример ответов на вопросы, связанные с доходом респондентов. Если вероятность сообщить свой доход постоянна для всех респондентов (например, 15%), то данные следуют MCAR. Если эта вероятность связана с другими переменными (скажем, люди с более низким образованием реже указывают свой доход), то данные следуют MAR. Наконец, если более богатые люди менее охотно указывают свой доход, то механизм пропусков является существенным, и это, увы, наиболее правдоподобный вариант.

Перейдем теперь к рассмотрению методов анализа, используемых на практике.

Анализ имеющихся данных

Наиболее естественным способом анализа данных с пропусками кажется анализ по всем имеющимся данным, т.е. с использованием тех наблюдений, по которым наблюдаются все интересующие исследователя переменные (complete case analysis). В свете вышесказанного очевидно, что он дает несмещенные оценки только тогда, когда данные следуют MCAR. Иногда можно использовать для отдельных фрагментов анализа разные наблюдения на основании доступности тех или иных данных — например, для расчета корреляций использовать не только наблюдения, в которых наблюдаются *все* переменные, корреляции которых необходимо посчитать ...

Stata ... как это делает команда `correlate` ...

а и те наблюдения, по которым имеются наблюдения конкретной пары переменных

Stata ... как это делает `pwcorr`.

Такой метод можно назвать методом доступных случаев (available case analysis). Очевидный его недостаток — полученная таким образом корреляционная матрица может не быть положительно определенной. Естественно, оговорка относительно MCAR относится и к этому случаю.

Еще одним популярным способом скорректировать выборку при наличии пропусков является использование весов. Типичным примером являются пост-стратификационные веса в стратифицированных выборочных обследованиях. Эти веса соотносят количество

запланированных наблюдений, которые должны были быть получены в данной страте, и количество реально наблюдавшихся выборочных единиц.

"Пополнение" данных

Следующим по популярности подходом к анализу неполных данных является метод "вписывания", или "пополнения" данных (imputation): на основании тех или иных соображений сам исследователь или его программа вписывает на место пропущенных данных какие-то осмысленные, на взгляд исследователя или программы, цифры. В какой-то степени похожей задачей являются задачи интерполяции и экстраполяции, когда по известным значениям функции в нескольких точках необходимо построить значения функции в других точках.

Stata Стандартный метод, предоставляемый пакетом Stata — детерминистическое пополнение данных на основе линейной регрессии. А именно: команда `impute` для каждого наблюдения (точнее, для каждой группы наблюдений с одинаковой структурой пропусков) оценивает линейную регрессию по имеющимся переменным в качестве регрессоров и пропущенными переменными в качестве зависимой переменной (дополнительно используя, естественно, все случаи, для которых эта переменная доступна наряду с остальными имеющимися переменными) и строит прогнозное значение по этой регрессии.

Метод пополнения данных по линейной модели вполне работоспособен тогда, когда данные следуют MAR, и когда линейная модель действительно адекватно описывает данные.

В стратифицированных обследованиях популярен другой метод, называемый методом "горячей колоды" (hot deck imputation). Он, как, впрочем, и восстановление по линеной модели, обыгрывает идею восстановления данных по условному распределению: если условием является категорийная переменная (возможно, многомерная), то пропущенные данные можно подставить из числа наблюденных в той же группе (или, в некотором более общем виде, подставить значение, наблюденное в "похожем" по прочим признакам наблюдении). В простейшем виде этот метод восстанавливает пропуски, пользуясь наблюдениями в той же страте. Теоретические свойства этой процедуры не вполне ясны.

Stata Имеется пользовательская команда `hotdeck`, выполняющая пополнение данных по этому методу (Mander and Clayton 1999).

Наконец, "венцом творения" в области восстановления пропущенных данных на данный момент является метод множественного восстановления (multiple imputation),

предложенный в конце 70-х Дональдом Рубином Rubin (1978). Его идея состоит в том, чтобы восстановить данные не один, а несколько раз, оценить требуемые модели с помощью стандартных методов анализа полных данных, а затем подходящим образом обобщить результаты оценивания. Обычно обобщение сводится к усреднению точечных оценок и вычислению дисперсии полученной оценки как взвешенной суммы оценок дисперсий отдельных точечных оценок (within variance) и разброса между отдельными вычислительными экспериментами (between variance). В качестве модели происхождения данных используется многомерное нормальное распределение; число повторов обычно невелико (три–пять, редко семь). Ограничением данной модели является предположение о том, что данные следуют MAR.

Stata Автору неизвестны программные модули Stata, которые выполняли бы множественное пополнение данных, хотя пользователи пакета неоднократно высказывали свои пожелания о том, что такие процедуры необходимо иметь.

Методы на основе ММП

Принципиально иным подходом к анализу пропущенных данных является оценивание моделей на основе метода максимального правдоподобия, скорректированного на пропуски. Пусть данные, которыми располагает исследователь, имеют вид $Y = (Y_{miss}, Y_{obs})$, где Y_{obs} — это реально наблюденные величины, а Y_{miss} — пропущенные, которые исследователь мог бы наблюдать, если бы данные были полными.

Для стандартных моделей функция правдоподобия относительно полных данных, в т.ч. ненаблюдаемых, может быть сравнительно легко записана в виде $L(\theta|Y) = f(Y|\theta)$. Величина, к которой необходимо свести задачу — $L(\theta|Y_{obs})$. Сделав определенные предположения о механизме, согласно которому данные оказываются пропущенными $R_{ij} = I(y_{ij}$ наблюдается) со своей функцией распределения $g(R|Y, \psi)$ [17], можно получить общую функцию правдоподобия в виде

$$L(\theta, \psi|Y_{obs}, R) = \int f(Y_{obs}, Y_{miss}|\theta) g(R|Y_{obs}, Y_{miss}, \psi) dY_{miss} \tag{2.57}$$

При определенных условиях интегрирование в правой части можно провести в явном виде, либо факторизовать задачу, разложив функцию правдоподобия на последовательно интегрирующиеся сомножители.

Элегантным решением многих задач с пропущенными данными является EM-алгоритм, в простейшей (стандартной) своей версии итеративно чередующий подстановку

[17] Очевидно, R наблюдается всегда.

оценок вместо пропущенных данных (по определенной параметрической модели) и получение новых оценок параметров по пополненной таким образом выборке. Классической работой на эту тему, в которой доказаны теоретические свойства EM-алгоритма (сходимость алгоритма, сходимость к критической точке функции правдоподобия, скорость сходимости в зависимости от количества доступных данных), является Dempster et. al. (1977), однако Little and Rubin (1987) упоминают, что самые ранние аналоги EM-алгоритма были предложены еще в 1920-е гг. Оказывается, что довольно большое число задач может быть переформулировано в терминах EM-алгоритма за счет введения дополнительных переменных — например, в задаче кластерного анализа такой переменной является функция принадлежности, т.е. номер кластера, к которому принадлежит наблюдение.

Название "EM-алгоритм" связано с двумя его шагами, отрабатываемыми на каждой итерации. Шаг "E" (expectation) — это вычисление условного ожидания "пропусков" при условии наблюдающихся данных и текущих значений параметров. Во многих задачах (в частности, при анализе данных из экспоненциального семейства, включающего в себя такие распределения, как нормальное, биномиальное, Пуассона и Бернулли, возможно, в сочетаниях) этот шаг напрямую не выполняется, поскольку функция правдоподобия зависит от данных только через достаточные статистики, и поэтому на шаге E можно посчитать условные ожидания этих достаточных статистик. Шаг "M" (maximization) представляет собой максимизацию функции правдоподобия (в соответствии с методами анализа для полных данных), в которую подставлены оценки пропущенных данных (или достаточных статистик), полученные на шаге E. Обобщенные EM-алгоритмы ограничиваются тем, что просто увеличивают значение функции правдоподобия на каждом шаге. Итерации прекращаются, когда приращение функции правдоподобия на очередном шаге меньше заданного уровня (скажем, 10^{-6}).

2.5 Диагностика регрессий

Как можно обнаружить, что с регрессией "что-то не в порядке"? Выше были упомянуты тесты на нарушение предположений классической модели — гетероскедастичность, нелинейность и т. п., а также соответствующие им команды пакета Stata. Ниже будет приведена сводка этих диагностических тестов, а сейчас рассмотрим более подробно, как находить *выделяющиеся наблюдения*, которые могут существенно искажать оценки коэффициентов.

Stata В пакете Stata имеется достаточно обширный спектр средств диагностики регрессий, некоторые из которых уже упомянуты выше, а некоторые будут рассмотрены ниже. Справку по этим средствам можно найти по ключевым словам `regdiag` и `diagplots`.

2.5.1 Сводка методов диагностики

Сведем вышеперечисленные методы диагностики регрессий в единую таблицу.

Stata После оценивания регрессии Stata сохраняет информацию об оцененной модели до следующей процедуры оценивания параметров (или до целенаправленного сброса результатов оценивания), поэтому можно, отдав один раз команду `regress`, после этого последовательно отдавать диагностические команды, проводить тесты на коэффициенты или получать прогнозные значения, не прогоняя регрессию заново. Все это объяснено в `tutorial regress` и авторском `tutorial aboutreg`.

Таблица 2.1: Диагностика регрессий

Название теста	Принцип	"Плохие" признаки	Команды Stata
Коррелированность ошибок			
Тест Дарбина–Уотсона	$H_0 : \mathsf{E}\varepsilon_t\varepsilon_{t-1} = 0$	Статистика DW ближе к 0 или к 4, чем к 2	`regress` → `dwstat`
Гетероскедастичность: дисперсия не постоянна			
Тест Кука–Вайсберга	$H_0 : \ln\sigma_i = \gamma^T z_i$	Значимость доп. регрессии: $F, \chi^2 \to \infty$	`regress` → `hettest`
Визуальный анализ	Графики частных регрессий и остатков-прогнозов	Четко выраженное увеличение разброса	`regress` → `avplot`; `rvfplot`
Мультиколлинеарность			
Главные компоненты	Выявление осей, возле которых группируются данные	Высокое отношение собственных значений корр. м-цы $\lambda_{max}/\lambda_{min} \gg 1$	`factor, pc`
VIF	Оценка увеличения дисперсии оценок коэффициентов из-за мультиколлинеарности	Индивидуальные значения VIF>4 ($\sqrt{\text{VIF}} > 2$)	`regress` → `vif`

Название теста	Принцип	"Плохие" признаки	Команды Stata
Нелинейность			
RESET-тест Рамсея	Регрессия зависимой переменной на степени объясняющих переменных или прогнозных значений	$F, \chi^2 \to \infty$	`regress` → `ovtest`
Визуальный анализ	Графики частных регрессий, остатков-прогнозов	Наличие четко выраженных кривых вместо случайного разброса точек	`regress` → `avplot`; `rvfplot`; `cprplot`
Робастность, выбросы			
Форма распределений	Информация о характеристиках распределения (асимметрия, тяжелые хвосты)	Значимо отличные от 0 значения коэффициентов асимметрии и эксцесса остатков, наличие тяжелых хвостов; несовпадение с прямой на нормальной бумаге	`summarize`; `sktest`; `graph переменная, norm`; `kdensity`; `qnorm`
D-статистика Кука, $DFFITS$, $DFBETA$	Идентификация выделяющихся наблюдений	Точки с высоким значением статистик влияния	`regress` → `predict, cooksd`; `predict, dfit`; `predict, dfbeta`
Визуальный анализ	Графики частных регрессий и остатков-прогнозов	Отдельно отстоящие точки	`avplot`; `rvfplot`
Стохастичность регрессоров			
Тест Хаусмана	Сравнение эффективной (при H_0), но несостоятельной (при H_a) модели с состоятельной (при обеих гипотезах), но менее эффективной (при H_0)	$\chi^2 \to \infty$	`hausman`

2.5.2 Пример анализа регрессии

В этом подразделе мы приведем пример "разбора полетов" с применением описанных выше средств диагностики[18].

В нашем примере будет использована регрессия 1 из обучающей программы `tutorial aboutreg`. В этом уроке, конечно, есть гораздо больше, чем эта регрессия, но для получения приводимой ниже таблицы результатов и ее обсуждения в Stata можно отдать команды:

```
. use auto, clear
. regress price mpg foreign weight
```

Stata выводит следующую таблицу результатов регрессии:

Таблица 2.2: Пример распечатки регрессии в пакете Stata

```
  Source |       SS       df       MS              Number of obs =      74
---------+------------------------------           F(  3,    70) =   23.29
   Model |   317252881     3   105750960           Prob > F      =  0.0000
Residual |   317812515    70  4540178.78           R-squared     =  0.4996
---------+------------------------------           Adj R-squared =  0.4781
   Total |   635065396    73  8699525.97           Root MSE      =  2130.8

------------------------------------------------------------------------------
   price |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
     mpg |    21.8536   74.22114      0.294   0.769      -126.1758     169.883
  weight |   3.464706    .630749      5.493   0.000       2.206717    4.722695
 foreign |    3673.06   683.9783      5.370   0.000       2308.909    5037.212
   _cons |  -5853.696   3376.987     -1.733   0.087      -12588.88    881.4931
------------------------------------------------------------------------------
```

Здесь в левом верхнем углу — таблица дисперсионного анализа (с указанием суммы квадратов и доли дисперсии y, объясненных моделью, суммы квадратов остатков и их дисперсии, общая сумма квадратов и дисперсия y), справа вверху — прочая информация, связанная с регрессией (количество наблюдений, общая F-статистика для гипотезы H_0: все коэффициенты равны нулю, кроме константы; статистики R^2 и R^2_{adj} и оценка

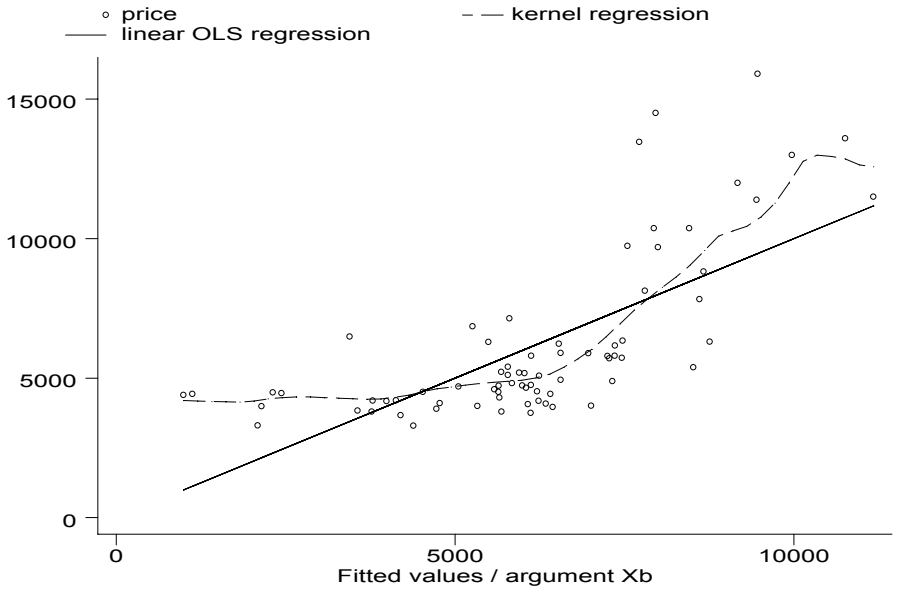
[18] Пример подготовлен в 7-й версии Stata. В последующих версиях некоторые опции приведенных здесь графических команд могли поменяться. Для совместимости с предыдущими версиями достаточно отдать команду `version 7`.

стандартного отклонения остатков). Наконец, в нижней части таблицы приведены оценки коэффициентов и их стандартных ошибок, t-статистики для гипотез $H_0 : \beta_k = 0$ и доверительные интервалы.

Результаты аналитических тестов (таких, как `ovtest`, `hettest` и прочих) оставляются на научное любопытство читателя, а ниже будут приведены основные результаты визуального анализа.

Начнем с графика, представляющего проекцию облака точек на ось прогнозных значений (fitted values). На рис. 2.3 представлены, помимо самих точек, линейный прогноз (биссектриса графика) и непараметрическая ядерная оценка (`kernreg`, см. ниже раздел 2.8.3). На этом графике видно, что линейная апроксимация функции регрессии не является адекватной, что и подтверждается тестом Рамсея на нелинейность (2.45).

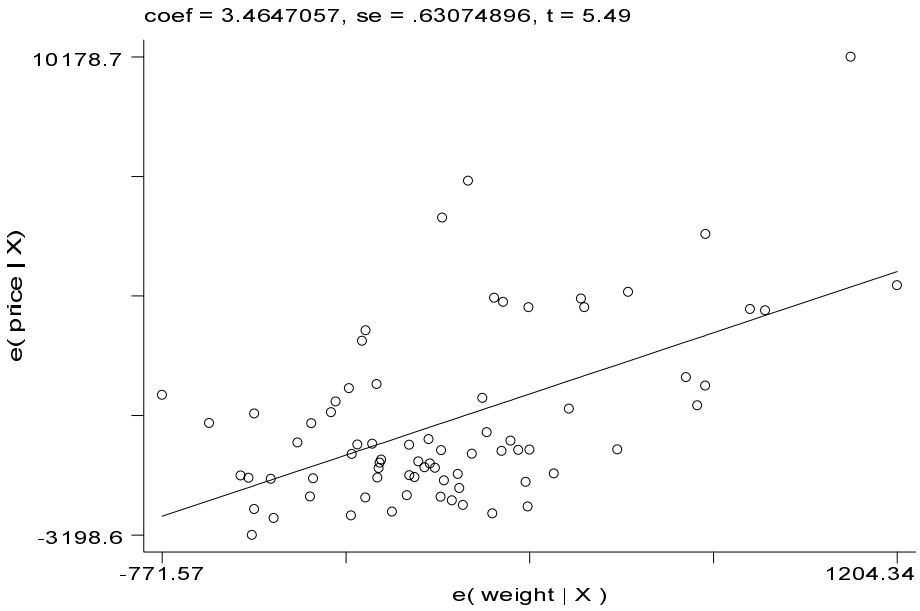
Рис. 2.3: Регрессия в пространстве прогнозных значений: прямая, полученная по МНК, и непараметрическая оценка кривой регрессии. Видно значительное расхождение.



Иногда нелинейность, а также гетероскедастичность, относительно отдельных переменных можно выявить с помощью графика частной регрессии (см. стр. 2.53). В данном случае (рис. 2.4), впрочем, ничего особенного не наблюдается.

Одним из наиболее важных и информативных графиков является график, связывающий регрессионные остатки и прогнозные значения. В случае приведенной выше регрессии этот график, к счастью для пояснительных целей и к несчастью для научных, показывает едва ли не все дефекты данной регрессии из числа рассматриваемых в этой книге.

Рис. 2.4: График частной регрессии для переменной weight (`avplot weight`).



В простейшем представлении (рис. 2.5) мы видим, что остатки почти линейно связаны с прогнозными значениями в первых двух третях графика, после чего их дисперсия заметно возрастает, они смещаются вверх, и за счет этого их сумма равна нулю. Такое поведение, естественно, неудовлетворительно, поскольку в идеале мы рассчитываем увидеть "белый шум", т.е. график без каких-либо очевидных зависимостей.

Более того, если приложить определенные усилия (см. подпись к рис. 2.6 по поводу использованного синтаксиса команды `rvfplot`), то можно построить красивый график, демонстрирующий нелинейность соотношения между прогнозными значениями и остатками.

Влияние отдельных наблюдений исследуется при помощи статистик, получаемых командой `predict` с такими опциями, как `rstudent` , `dfbeta` , `dffits` , `cooksd` и `hat` [19]. На рис. 2.7 приведен график, связывающий относительное влияние каждого наблюдения (leverage) и величину стьюдентизированного остатка. Произведение этих величин составляет расстояние Кука D. Более подробное объяснение см. в разделе 2.4.3. Наблюдения, которые могут оказывать существенное влияние на коэффициенты, промаркированы названиями соответствующих автомобилей. Чтобы представить себе, насколько существенно могут сместиться оценки коэффициентов при воздействии выбросов, найдите в выборке наблюдение с максимальным значением D и проведите оценку пара-

[19] Подчеркивания показывают минимально возможные сокращения; см. раздел 3.1

Рис. 2.5: Диаграмма рассеяния остатков (`rvfplot, yline(0)`).

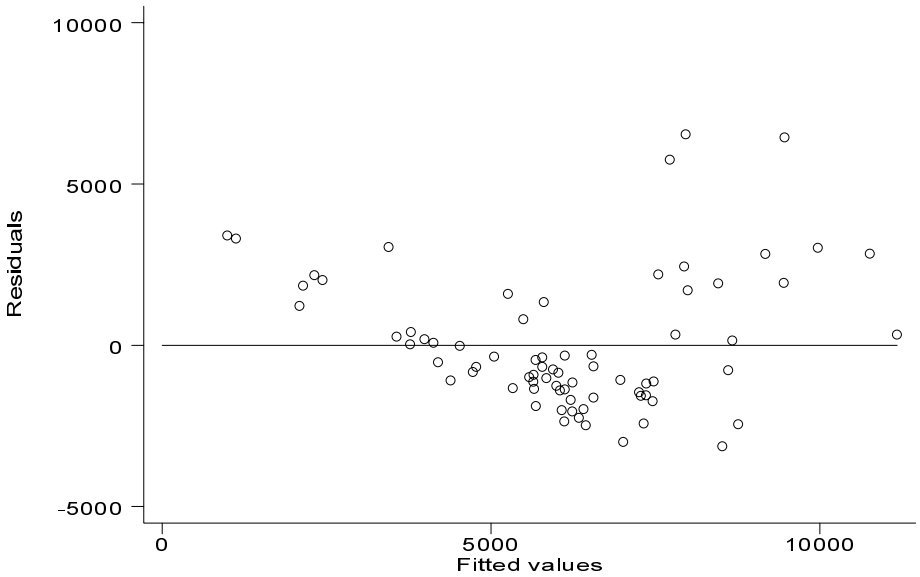
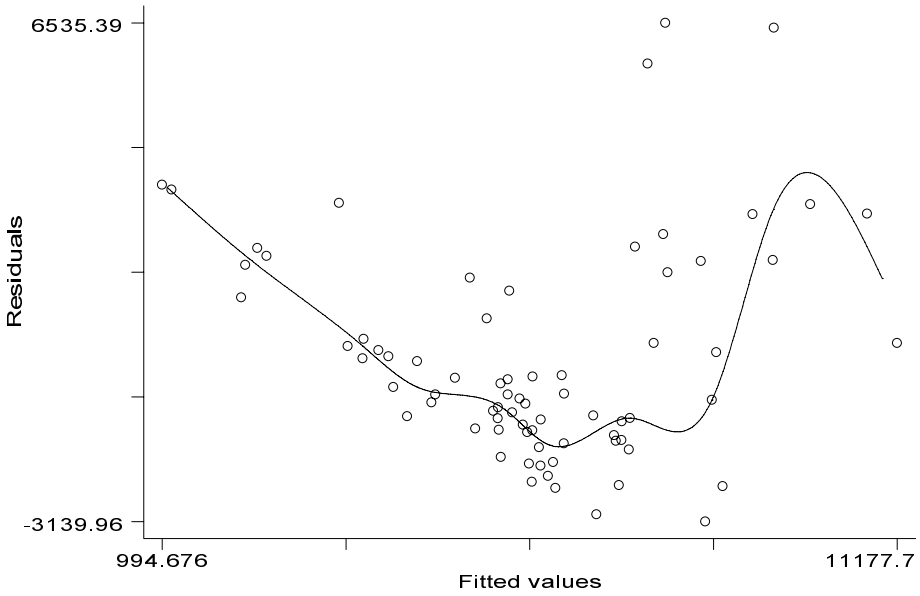
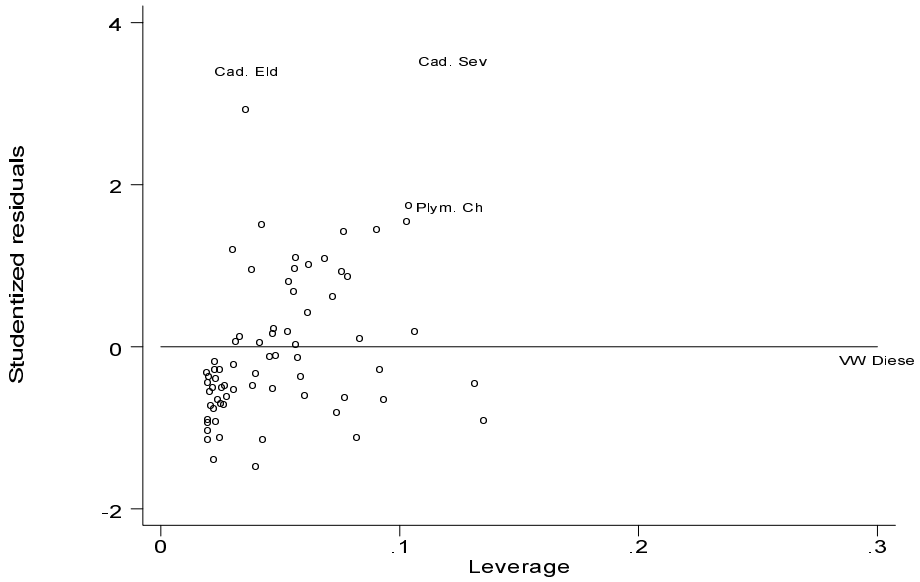


Рис. 2.6: Диаграмма рассеяния остатков (`rvfplot, c(s) bands(10) d(50)`).



метров регрессионной модели без этого наблюдения (подсказка: `predict ... , cooksd` и `regress ... , if ... < ...` , где вместо `...` вы подставите что-нибудь более осмысленное).

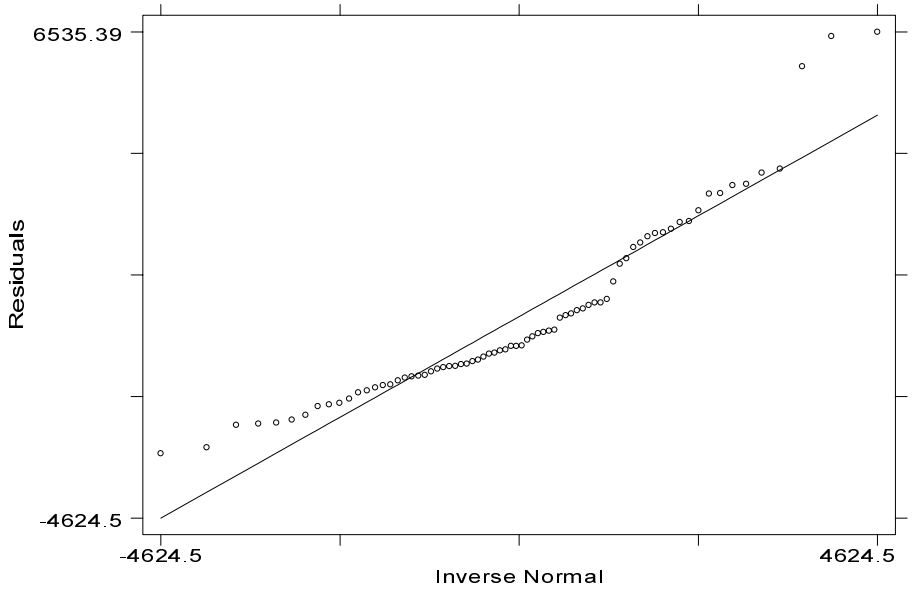
Рис. 2.7: Статистики, характеризующие влияние отдельных наблюдений.



Дополнительным подтверждением тому, что регрессионные остатки в данной модели не обладают хорошими статистическими свойствами, может служить график для диагностики отклонений распределения остатков от нормального. На рис. 2.8 отложены квантили распределения остатков и нормального распределения с аналогичным средним и дисперсией. Точки не лежат на хорошей и аккуратной прямой, а три точки в правой части графика означают тяжелые хвосты остатков: наблюдаемые квантили больше, чем соответствующие процентные точки нормального распределения.

На этом, безусловно, графические средства анализа данных в пакете Stata не исчерпываются. Автор призывает читателя углубить свои знания и закрепить практические навыки, изучив обучающие программы `tutorial regress`, `tutorial aboutreg` и `tutorial graphics`.

Рис. 2.8: График квантилей нормального распределения для остатков регрессии (1) (`qnorm ...`).



2.6 Модели с дискретными и другими ограниченными зависимыми переменными

В экономике часто возникает потребность в анализе моделей, в которых в качестве зависимой переменной фигурируют величины, не являющиеся непрерывными, например, участие или неучастие в профсоюзе; наличие работы, ее отсутствие или отказ от участия в рынке труда; выбор объема образования (низкое – среднее – высшее). Величины, принимающие только два значения, обычно кодируются как 0/1 и называются на статистическом жаргоне "успех-неуспех". Примерами качественных переменных, принимающих более широкий спектр значений, являются разнообразные субъективные оценки — например, степень удовлетворенности работой по шкале "совсем не удовлетворен", "частично не удовлетворен", "удовлетворен" и "полностью доволен" (а также "затрудняюсь ответить"). Это — пример *порядковой* (ordered) качественной переменной: между различными категориями такой переменной имеется определенная ранжировка, одни значения в том или ином смысле "выше" других. Наконец, качественная переменная может принимать значения, не связанные друг с другом монотонными отношениями — например, выбор профессии, или выбор вида транспорта для поездок на работу, и т.п.

В этом случае говорят о *мультиномиальных* (multinomial, polytomous[20]) данных.

Кроме того, в ряде задач подобные дискретные переменные стоят в правой части уравнения регрессии, но являются эндогенными. Типичный пример — оценка экономической отдачи от высшего образования (или, в общем случае, прочих добровольных программ повышения квалификации). Решение получать высшее образование является эндогенным; скорее всего, человек, получивший высшее образование, является более способным, и его доход может быть выше только в силу более высоких его способностей. Поэтому при "наивном" оценивании модели, в которой высшее образование входит в правую часть в виде индикаторной переменной (0, если нет высшего образования, 1, если есть), коэффициент при этой переменной будет завышен.

Все эти случаи требуют разработки и применения специальных моделей.

2.6.1 Бинарные зависимые переменные

В этом параграфе будет рассмотрен простейший случай зависимой переменной, принимающий значения 0 или 1.

Что, если мы применим изученную выше модель линейной регрессии к подобным данным[21]? Метод наименьших квадратов, применяемый напрямую, будет как минимум страдать от гетероскедастичности. Ошибки должны иметь двухточечное распределение и быть устроены так, чтобы в результате получилось значение 0 или 1; дисперсия ошибок, согласно общим сведениям о биномиальном распределении, будет равняться $p_i(1-p_i)$, где $p_i = \mathsf{P}[y_i = 1|x_i]$. Возможно, что для каких-то наблюдений прогнозное значение $x_i\hat{\beta}$ окажется вне диапазона $[0,1]$, и тогда и в случае успеха, и в случае неуспеха ошибка должна быть отрицательной (или положительной), т. е. будет нарушаться и предположение об (условной) центральности ошибок.

Для разрешения подобных трудностей моделируется непосредственно вероятность успеха (т. е. регистрации 1 в принятой кодировке исходов):

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(y=1|x) &= F(\mathbf{x}) \\ \mathsf{P}(y=0|x) &= 1-F(\mathbf{x}) \end{aligned} \tag{2.58}$$

где $F(\cdot)$ — функция, принимающая значения в интервале $[0,1]$.

Подобно тому, как самое простое предположение о структуре функции регрессии — это линейная функция, приводящая к модели (2.2), простейшее предположение о виде

[20] Встречающийся в англоязычной литературе термин polychotomous является этимологически неверным. Оба слова происходят от dichotomy (ср. с русским "дихотомия"), однако правильным термином, обозначающим классификацию на несколько категорий, является polytomy: греческий корень "два" — это $\delta\iota\chi\omega$.

[21] Данный подход называется *линейной моделью вероятности*, linear probabilty model.

функции F заключается в том, что это функция одного аргумента, который, в свою очередь, является линейной комбинацией регрессоров (с неизвестными параметрами). Такая линейная комбинация часто называется *индексной функцией* (index function). Переобозначая F,

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(y=1|x) &= F(x^T\beta) \\ \mathsf{P}(y=0|x) &= 1-F(x^T\beta) \end{aligned} \tag{2.59}$$

Чаще всего в качестве функции F используется та или иная функция распределения, т.е. дополнительно предполагается монотонность функции относительно своего аргумента[22].

Экономическое обоснование индексной модели обычно заключается в предположении о том, что экономический агент выбирает действие 1, если получаемая от этого полезность достаточно велика, и действие 0 в противном случае. Иными словами, имеется ненаблюдаемая случайная полезность

$$y_i^* = x_i^T\beta + \epsilon_i \tag{2.60}$$

(предположения о структуре ошибок ϵ_i будут сделаны ниже — даже центральность предполагается далеко не всегда; дисперсия ϵ, однако, должна быть определена заранее для идентификации, т. к. в противном случае коэффициенты β определены с точностью до сомножителя), на основании которой принимается решение, а эконометрист в результате наблюдает исход

$$y_i = \begin{cases} 1, & y_i^* \geq 0 \\ 0, & y_i^* < 0 \end{cases} \tag{2.61}$$

Тогда

$$\mathsf{P}(y_i^* > 0) = \mathsf{P}(x_i^T\beta + \epsilon_i > 0) = \mathsf{P}(\epsilon_i > -x_i^T\beta) \tag{2.62}$$

что для симметричных распределений эквивалентно $\mathsf{P}(\epsilon_i < x_i^T\beta)$.

В подавляющем большинстве работ в качестве $F(\cdot)$ используется одна из двух функций распределения — стандартной нормальной величины $\Phi(\cdot)$ или логистического распределения:

$$\Lambda(z) = \frac{1}{1+\exp(-z)} \tag{2.63}$$

[22] При необходимости это требование можно обойти, вводя нелинейные члены в уравнение регрессии.

Соответствующие модели носят название *пробит-* и *логит*-моделей; для второй еще используется название *логистическая регрессия*. Существенных оснований предпочитать в общем случае одну модель другой, видимо, нет, во всяком случае, пока мы не перейдем к панельным данным в разделе 2.7. Обе функции распределения симметричны, а различия между ними не так велики: $sup_{x\in(-\infty,+\infty)}|F_{logit}(x) - F_{N(0,1)}(x)| < 0.02$, но у логистического распределения более тяжелые хвосты. Пробит-модель привлекательна тем, что в ней используется самое типичное распределение в мире — нормальное, и поэтому она удобна для анализа моделей с многомерным нормальным распределением ошибок, если зависимых переменных несколько. В качестве примера можно привести модель Хекмана регрессии с внешним выбором наблюдений (Heckman sample selection model), которая будет рассмотрена в параграфе 2.6.3. С другой стороны, логит-модель имеет явную форму функции распределения и допускает более широкий спектр средств анализа качества приближения (goodness of fit).

Из-за разницы дисперсий (т. е. наклона функции $F(\cdot)$ вблизи центра распределения) оценки коэффициентов в этих моделях будут отличаться: оценки логит-модели будут примерно в $\pi/\sqrt{3} \approx 1.6$ раз больше, чем оценки пробит-модели, если нет большой разницы на хвостах индексных функций.

Иногда используется также асимметричная функция дополнительных логарифмов, называемая также функцией Гомперца (Gomperz, соответственно, гомпит/gompit-модель):

$$F(z) = 1 - \exp[-\exp(z)] \tag{2.64}$$

Stata Соответствующие регрессии в пакете Stata вызываются командами `probit`, `logit` и `cloglog`.

Оценивание коэффициентов в данных моделях производится по методу максимального правдоподобия. Функция правдоподобия для отдельных наблюдений имеет вид:

$$L(y_i, x_i, \beta, F) = \begin{cases} F(x_i^T\beta), & y_i = 1 \\ 1 - F(x_i^T\beta), & y_i = 0 \end{cases} \tag{2.65}$$

что может быть очень удачно переписано как

$$L(y_i, x_i, \beta, F) = F(x_i^T\beta)^{y_i}(1 - F(x_i^T\beta))^{1-y_i} \tag{2.66}$$

Тогда в предположении о независимости отдельных наблюдений (вообще говоря, нарушающееся для панельных данных и данных кластерных или многоуровневых выборок) общая функция правдоподобия имеет вид:

$$\ln L(y, \mathbf{X}, \beta, F) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i \ln F(x_i^T\beta) + (1 - y_i) \ln(1 - F(x_i^T\beta)) \right\} \tag{2.67}$$

Задача максимизации этой функции по β решается численными методами.

Stata

Одним из очень существенных достоинств пакета Stata является доступ программистов к алгоритму численного решения задач максимизации функции правдоподобия, задаваемой пользователем[23]. Оценивание по методу максимального правдоподобия осуществляется командами набора `ml`. Максимизационная процедура, реализованная в пакете Stata, при помощи численных методов находит (локальный) максимум логарифмической функции правдоподобия, проводя диагностику выпуклости логарифмической функции правдоподобия и предупреждая пользователя, если сходимость не была достигнута, или была достигнута в области, где функция не является выпуклой; выводит оценки коэффициентов и оценивает их ковариационную матрицу через матрицу вторых производных функции правдоподобия, а также выполняет ряд прочих действий, необходимых для Stata. Можно получить скорректированные хьюберовские оценки стандартных ошибок (см. обсуждение на с. 21), используя опцию `, robust`, если можно в явном виде выписать необходимые градиенты. Полный (и весьма впечатляющий) список возможностей команды `ml` можно найти в `[R] ml` или (Gould, Sribney 1999).

К оценкам коэффициентов пробит- и логит-регрессий относятся все комментарии о методе максимального правдоподобия (Кендалл, Стьюарт 1973). В определенном классе оценок оценки максимального правдоподобия являются асимптотически эффективными, однако они очень чувствительны к нарушениям формы распределения, т. е. неробастны. Тесты на значения коэффицентов или их линейных комбинаций (в т.ч. на значимость регрессии в целом) осуществляются с помощью статистики отношения правдоподобия, сравнивающей достигнутые максимумы функции правдоподобия при наличии и при отсутствии ограничений, или ее асимптотических аналогов — теста Вальда (Wald test), для которого достаточно оценить модель без ограничений и проверить, насколько далеко от полученного максимума находится нулевая гипотеза, и множителей Лагранжа (LM test, Lagrange multiplier test, score test), для которого, напротив, достаточно оценить модель с ограничениями (что обычно проще в силу меньшего числа параметров, а иногда и более простой спецификации модели) и проверить, достаточно ли близок к нулю градиент функции правдоподобия (который связан с множителями Лагранжа в задаче условной максимизации). Все эти тесты имеют асимптотическое распределение χ^2 с числом степеней свободы, равном числу накладываемых ограничений (Айвазян, Мхитарян 1998, Greene 1997).

В отличие от модели линейной регрессии, для которой легко определить меру общей

[23] Функции правдоподобия и их необходимые производные для всех упоминаемых в этом разделе моделей приводятся в Maddala (1983), однако все эти модели достаточно стандартны, а посему давно реализованы в виде команд Stata.

близости модели к данным R^2, аналогичные меры для логит- и пробит-моделей не столь очевидны. Конечно, можно определить

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{p}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \tag{2.68}$$

где $\hat{p}_i = F(x_i^T\beta)$ — предсказанные вероятности, однако она не достигает 1, кроме как в тривиальном случае идеального предсказания. К тому же нет уверенности в том, что, эта статистика будет положительна. Более популярен вариант псевдо- R^2, определяемый через отношение максимумов правдоподобия в полной модели L_Ω и модели, включающей только константу, L_ω. Тогда по аналогии с регрессионным R^2,

$$R^2 = 1 - \left(\frac{L_\omega}{L_\Omega}\right)^{\frac{2}{n}} \tag{2.69}$$

Эта мера, впрочем, также "не без греха": ее верхняя граница составляет $1 - L_\omega^{2/n}$, а не 1. Соответственно, еще один вариант псевдо- R^2, отнормированный на эту границу —

$$R^2 = \frac{1 - \left(\frac{L_\omega}{L_\Omega}\right)^{\frac{2}{n}}}{1 - L_\omega^{2/n}} \tag{2.70}$$

Весьма своеобразной вычислительной проблемой моделей логит и пробит являются задача, в которой нули и единицы идеально отделены друг от друга. Допустим, у нас есть 20 наблюдений и две переменных, определенных следующим образом:

```
> clear
> set obs 200
> set seed 98081
> g x = uniform()
> g y = x<0.5
```

Граница между нулями и единицами — очень четкая (0.5 индексной переменной x). Как ни странно, максимизационные методы, которыми решается задача оценивания моделей логит и пробит, испытывают огромные трудности в подобных задачах:

```
. logit y x

outcome = x <= .4998181 predicts data perfectly
r(2000);
```

Stata просто отказалась оценивать данную модель, не выдала никаких оценок, а значит, нельзя провести проверку гипотез. Усложним задачу — введем один выброс:

```
> replace y = 1 - y in 1
```

Тогда оценивание модели дает следующие результаты:

```
. logit y x

Iteration 0:   log likelihood = -138.46939
Iteration 1:   log likelihood = -55.986442
Iteration 2:   log likelihood = -36.905004
Iteration 3:   log likelihood = -27.303153
Iteration 4:   log likelihood = -22.072819
Iteration 5:   log likelihood = -19.721858
Iteration 6:   log likelihood = -19.134351
Iteration 7:   log likelihood = -19.088901
Iteration 8:   log likelihood = -19.088548

Logit estimates                                   Number of obs   =        200
                                                  LR chi2(1)      =     238.76
                                                  Prob > chi2     =     0.0000
Log likelihood = -19.088548                       Pseudo R2       =     0.8621

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |  -41.79944   9.568822    -4.37   0.000    -60.55399   -23.04489
       _cons |   20.59037   4.741358     4.34   0.000     11.29748    29.88326
------------------------------------------------------------------------------

note: 11 failures and 10 successes completely determined.
```

Несмотря на то, что модель достаточно проста, Stata потратила 8 итераций на то, чтобы найти максимум[24]. При этом в 21 наблюдении предсказанные вероятности совпали с 0 или 1 с точностью машинного нуля (для типа данных double это 10^{-16}). Обратите

[24]Для таких сравнительно простых моделей, как пробит и логит, доказано, что у функции имеется единственный локальный максимум, который, соответственно, будет и единственным глобальным максимумом. Безусловно, в общем случае стоит попробовать несколько начальных значений, чтобы убедиться в единственности максимума. В пакете Stata можно как явно задавать начальные значения, так и просто перезапускать процедуру максимизации, поскольку на начальных этапах Stata берет несколько случайных точек в качестве начальных значений, и выбирает для численной оптимизации наиболее удачную.

также внимание на оценку модели — она, безусловно, показывает, что порогом, разделяющим нули и единицы, является приблизительно 1/2 (или, точнее, 0.493), но при этом наклон функции $F(\cdot)$ в окрестности этой точки составляет примерно 40!

В совокупности все эти признаки показывают, что модель близка к идеальному предсказанию 0 и 1 на этих данных. При более подробном формальном анализе можно увидеть, что это означает, что функция правдоподобия уходит на бесконечность (что наблюдалось бы и в модели линейной регрессии, если бы дисперсия ошибок σ_ϵ^2 равнялась нулю). Однако в то время как для модели линейной регресии можно найти явное выражение для оценок коэффициентов (2.12), для моделей пробит и логит надо решать задачу максимизации; если же максимизируемая функция уходит на бесконечность (или имеет острый и узкий пик, как в данном случае), численные методы будут испытывать сложности с подобными данными. Этот пик будет тем труднее найти, чем выше размерность анализируемого пространства (т. е. количество объясняющих переменных, используемых в регрессии).

Обратимся теперь к диагностике выбросов. Методы их диагностики для моделей с дискретными зависимыми переменными развиты существенно хуже, чем для линейной регрессиии — в основном в силу того, что для таких моделей тяжело определить понятие регрессионного остатка. Различные способы обобщения определения регрессионного остатка в модели линейной регрессии (разность между действительным и прогнозным значениям, производная логарифмической функции правдоподобия, т. е. вклад (score), и т. п.) приведут к различным определениям остатков в силу нелинейности модели.

Stata

Команды `probit` или `logit` не предоставляют возможности получать остатки командой `predict`, как это делается для команды `regress`. Однако в Stata есть обходной путь — посредством команд оценивания обобщенных линейных моделей (Nelder, McCullagh 1989, Hardin, Hilbe 2001) `glm`. Так, пробит-модель эквивалентна `glm ... , f(b) l(p)`, а логит — `glm ... , f(b) l(l)`. Пользователю необходимо посмотреть расшифровку опций в онлайновом руководстве или руководстве пользователя `[R]` **glm**.

С помощью этих команды можно провести диагностику указанной выше модели регрессии. В качестве остатков возьмем остатки невязок (deviance residuals):

```
. glm y x , f(b) l(l)

Iteration 0:   log likelihood = -48.623085
Iteration 1:   log likelihood = -19.440911
Iteration 2:   log likelihood = -19.128412
Iteration 3:   log likelihood = -19.088587
Iteration 4:   log likelihood = -19.088548
```

```
Iteration 5:   log likelihood = -19.088548

Generalized linear models                         No. of obs      =       200
Optimization     : ML: Newton-Raphson             Residual df     =       198
                                                  Scale parameter =         1
Deviance         =  38.17709647                   (1/df) Deviance =  .1928136
Pearson          =  10118.00926                   (1/df) Pearson  =  51.10106

Variance function: V(u) = u*(1-u)                 [Bernoulli]
Link function    : g(u) = ln(u/(1-u))             [Logit]
Standard errors  : OIM

Log likelihood   = -19.08854823                   AIC             =  .2108855
BIC              = -1010.889742

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |  -41.79945   9.569472    -4.37   0.000    -60.55527   -23.04363
       _cons |   20.59037   4.741676     4.34   0.000     11.29686    29.88389
------------------------------------------------------------------------------

. predict devres, dev
```

Обратите внимание на то, что оценки модели совпали с приведенными выше оценками, полученными командой `logit`, однако `glm` выдает существенно больше сведений.

График квантилей нормального распределения `qnorm` для переменной `devres` приводится на рис. 2.6.1. Очевидно, ни о какой нормальности не может быть и речи. Во-первых, очевиден выброс на нижнем хвосте распределения. Наблюдение с самым большим (по модулю) остатком, -4.29 — это наблюдение номер один, то самое наблюдение, которое мы поменяли для того, чтобы модель можно было оценить!

Во-вторых, порядка половины точек сгруппированы около нуля. Вспомним, что для примерно 10% данных прогноз, сделанный пакетом Stata, с машинной точностью совпал с наблюдаемыми данными. Очевидно, для значительной доли данных предсказанная вероятность также была близка к 0 или 1, которые и были наблюдены.

Подобный эффект — концентрация остатков возле нуля — достаточно типичен для обобщенных линейных моделей и носит название избыточной дисперсии (overdispersion). Чаще всего он является артефактом того, что в этих моделях дисперсия является функцией среднего ($\operatorname{Var} y = p(1-p) = \mu(1-\mu)$ для биномиальных величин, $\operatorname{Var} y = \lambda = \mu$ для пуассоновских величин с параметром λ; $\mu = \mathsf{E}y$). Для борьбы с этим эффектом иногда вводят дополнительный член в функцию правдоподобия, описывающий вероятность

в нуле и “адсорбирующий” пик в этой точке.

Рис. 2.6.1 воспроизводит остатки, превышающие по абсолютному значению 0.01. Согласие с нормальным распределением несколько лучше.

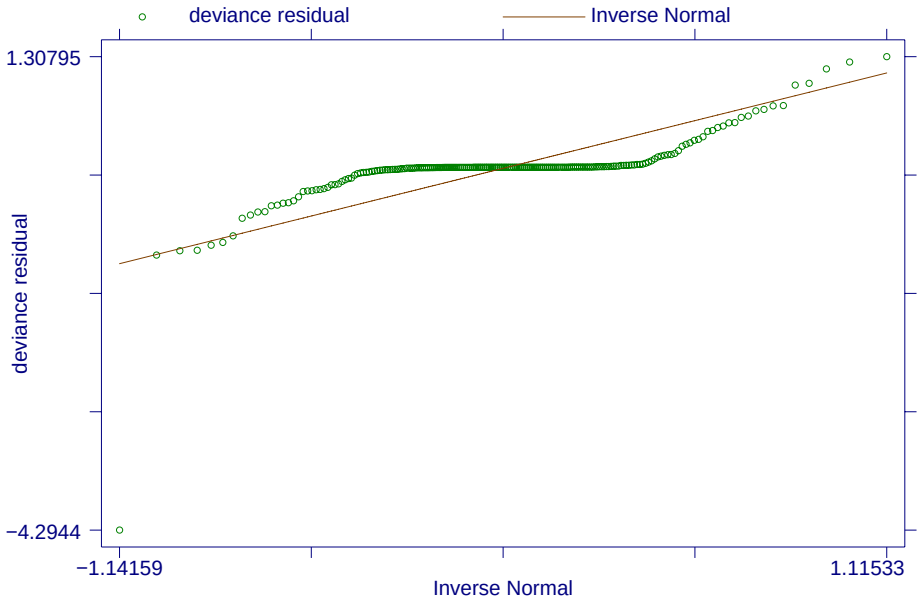


Рис. 2.9: График остатков для логит-модели: избыточная дисперсия, выброс.

Еще один важный аспект эконометрического моделирования — это оценивание предельных эффектов, т. е. того, насколько изменяется зависимая переменная при единичном изменении объясняющих. Определенное неудобство логит- и пробит-моделей (как, впрочем, и всех нелинейных моделей) заключается в том, что оценки коэффициентов, в отличие от линейной регрессии, не могут быть интепретированы как предельные эффекты (т.е. изменения зависимой переменной при измененении независимой, в том числе бинарной, на единицу), поскольку предельные эффекты в нелинейных моделях зависят от точки, в которой берется такое приращение. Для того, чтобы получить хоть какое-то представление о предельных эффектах, можно рассчитать предельные эффекты для выборочного среднего по всем независимым переменным, или рассчитать предельные эффекты во всех точках и усреднить.

Stata В шестой версии функцию расчета предельных эффектов для пробит-модели выполняет команда `dprobit`, которая оценивает пробит-модель точно так же, как `probit`, но вместо коэффициентов выводит предельные эффекты для выборочных средних

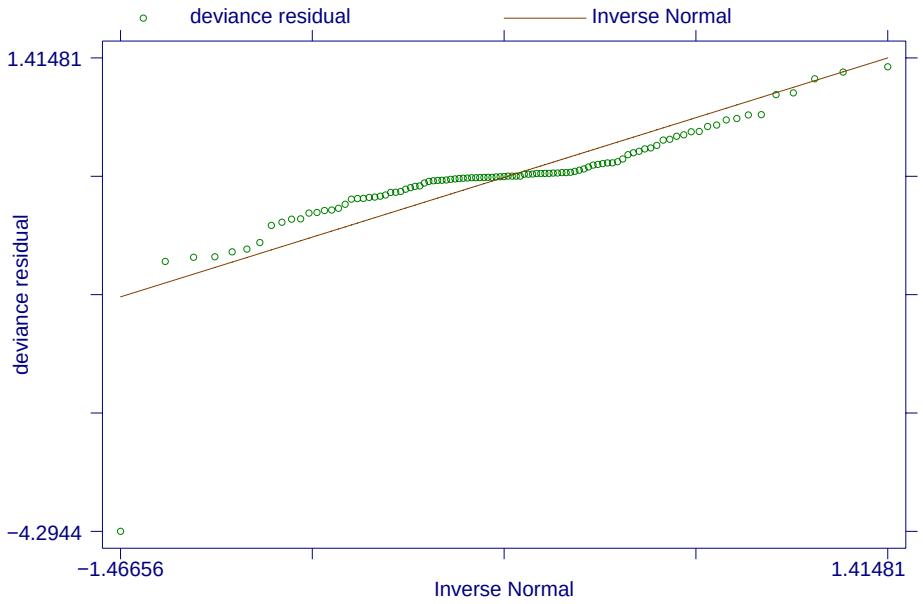


Рис. 2.10: График остатков для логит-модели: выброс.

всех регрессоров. В седьмой версии пакета Stata появилась очень удобная команда `mfx`, которая рассчитывает эти самые предельные эффекты для произвольной оцененной модели.

2.6.2 Зависимые переменные с несколькими категориями

Рассмотрим теперь случай, когда дискретная переменная принимает несколько (неупорядоченных) значений $j = 1, \dots, m$. По аналогии с моделями типа (2.59), модель будет описывать вероятности попадания в эти категории:

$$p_{ij} = \mathsf{P}(y_i = j|x_i) \sim G(x_i^T \beta_j), \quad j = 1, \dots, m-1, \tag{2.71}$$

$$p_{ij} = \mathsf{P}(y_i = j|x_i) = \frac{G(x_i^T \beta_j)}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} G(x_i^T \beta_k)}, \tag{2.72}$$

$$p_{im} = \mathsf{P}(y_i = m|x_i) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} G(x_i^T \beta_k)} \tag{2.73}$$

Тогда если $y_{ij} = I$(в i-м наблюдении зафиксирована j-я категория), то в предположении о независимости наблюдений

$$L(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \beta) = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{m} p_{ij}^{y_{ij}} \tag{2.74}$$

Мультиномиальная логит-модель получается, если положить $G(z) = \exp(z)$, т.е.,

$$p_{ij} = \mathsf{P}(y_i = j|x_i) = \frac{\exp(x_i^T \beta_j)}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \exp(x_i^T \beta_k)}, \tag{2.75}$$

$$p_{im} = \mathsf{P}(y_i = m|x_i) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \exp(x_i^T \beta_k)} \tag{2.76}$$

что совпадает с обычной логит-моделью, когда категорий всего две. Мультиномиальную логит-модель можно также вывести из соображений случайных полезностей, если предположить (достаточно искусственно), что ошибки имеют распределение экстремальных значений I рода / распределение Гомперца.

Stata Команда Stata, оценивающая мультиномиальную модель — `mlogit`. Она позволяет при необходимости наложить ограничения на коэффициенты, если это диктуется экономической теорией (например, независимость от несущественных альтернатив).

Приведенная выше модель учитывает только индивидуальные характеристики x_i, но допускает различия в коэффициентах β_j, с которыми разные варианты могут входить в полезность индивида / решающую индексную функцию. Другой вариант был предложен Д. Макфадденом в исследованиях средств передвижения (McFadden 1974): считать, что коэффициенты одинаковы, однако различать, насколько данный индивид оценивает характеристики разных альтернатив. Таким образом, исходными данными должны быть наблюдения x_{ijk} — как индивид i оценивает альтернативу j по характеристике k. Эта модель была названа условной логистической моделью (conditional logit model)[25]:

$$\mathsf{P}(y_i = j|\mathbf{x}, \beta) = \frac{\exp(x_{ij}^T \beta)}{\sum_{l=1}^{m} \exp(x_{il}^T \beta)} \tag{2.77}$$

Stata Соответствующая команда Stata — `clogit`. Для ее использования данные должны быть представлены в “длинном” формате, см. команду `reshape`, с. 93.

[25] За разработку этой модели Д. МакФаддену была присуждена Нобелевская премия по экономике 2000 г.

Эта модель также может быть интерпретирована как логистическая модель с фиксированными эффектами — см. ниже обсуждение панельных методов.

Следующий вариант рассмотрения модели со многими альтернативами выбора — вложенная логистическая модель (nested logit model), предназначенная для тех случаев, когда решение принимается экономическим агентом в несколько этапов, например,

1. Приобретать машину — не приобретать машину;
2. В случае приобретения: приобретать новую машину — приобретать подержанную машину.

Stata Оценивание вложенных логистических моделей производится командой `nlogit`. Для этой команды необходимо представить данные в некотором специальном виде, описанном в руководстве пользователя `[R]` **nlogit**.

Наконец, если между категориями имеется однозначно определенный порядок (образование ниже среднего – ПТУ – среднее – техникум – высшее – научная степень), то вероятности попадания в категорию j можно определить с помощью уже знакомых индексных функций $F(x^T\beta)$, дополненных несколькими пороговыми точками $\alpha_1 < \ldots < \alpha_{m-1}$ (для полноты обозначений можно ввести также $\alpha_0 = -\infty$ и $\alpha_m = \infty$). Тогда если ненаблюдаемая индексная переменная

$$y_i^* = x_i^T\beta + \epsilon_i \tag{2.78}$$

принимает значения $\alpha_{j-1} < y_i^* < \alpha_j$, то наблюдается j-я категория величины y_i. Соответственно, функцию правдоподобия можно записывать через вероятности $\mathsf{P}(y_i = j|x_i)$, однако, видимо, более полно информация о монотонности категорий будет использована, если функция правдоподобия записана через вероятности $\mathsf{P}(y_i \le j|x_i)$.

Stata Если предполагается, что ϵ имеют стандартное нормальное распределение, то эта порядковая пробит-модель оценивается командой `oprobit`, а если предполагается логистическое распределение — порядковая логит-модель, `ologit`.

2.6.3 Модели с урезанными значениями

Традиционно модели с урезанием и цензурированием относятся к теме уравнений с ограниченными зависимыми переменными, хотя по проблемам и задачам они скорее стоят ближе к задачам анализа данных с пропусками (см. раздел 2.4.6). В терминологии

теории данных с пропусками решаемые ниже задачи относятся к модели неслучайных пропусков, NMAR.

Распределение с *урезанием* (truncation) — это распределение, полученное из некоторого базового распределения при условии, что все наблюдения меньше некоторого заданного порога (например, выборка населения с доходами ниже прожиточного минимума). Если нормальное распределение $N(\mu, \sigma)$ урезано сверху по уровню c, то плотность такого распределения будет

$$\phi_c(y) = \phi(y|y < c) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma}\phi\Big(\frac{y-\mu}{\sigma}\Big)\Big/\Phi\Big(\frac{c-\mu}{\sigma}\Big), & y < c \\ 0, & y \geq c \end{cases} \tag{2.79}$$

где $\phi(\cdot)$ — это плотность стандартного нормального распределения, а $\Phi(\cdot)$ — его функция распределения.

В ситуации с *цензурированием* (censoring) часть данных наблюдается полностью, а про оставшиеся данные известно лишь, что они больше (или меньше) известного порога. Два типичных примера цензурированных данных — данные о доходах (когда для высоких доходов указывается лишь, что доход превышает, скажем, \$1000 в месяц) и данные о длительности (survival time data — про время перехода объекта в другое состояние известно только, что оно больше времени, в течение которого объект наблюдается, поскольку перехода в новое состояние еще не было зарегистрировано).

Цензурированное нормальное распределение будет иметь вид

$$y^* \sim N(\mu, \sigma) \tag{2.80}$$

$$y = \begin{cases} y^*, & y^* < c \\ c, & y^* \geq c \end{cases}, \tag{2.81}$$

и функция правдоподобия для выборки независимых одинаково распределенных наблюдений из этого распределения записывается как

$$L(\mu, \sigma^2|y) = \prod_{y_i<c} \frac{1}{\sigma}\,\phi\Big(\frac{y_i-\mu}{\sigma}\Big) \prod_{y_i=c}\Big(1 - \Phi\Big(\frac{c-\mu}{\sigma}\Big)\Big) \tag{2.82}$$

Максимизация этого выражения по парамерам μ и σ даст традиционные оценки максимального правдоподобия.

Следующий шаг в развитии модели цензурированных данных — это допустить, что среднее может меняться от наблюдения к наблюдению, т. е. предположить вместо μ в (2.80) наличие регрессии

$$y^* = x^T\beta + \epsilon_i \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \tag{2.83}$$

$$y = \begin{cases} y^*, & y^* < c \\ c, & y^* \geq c \end{cases} \tag{2.84}$$

Подобная модель была предложена Дж. Тобином в конце 1950-х гг. и носит в его честь название *тобит-модели* (Tobit). Чаще всего в качестве границы усечения выступает $c = 0$ — например, в контекстах анализа расходов на покупки, если домохозяйство не приобретает предметов анализируемой категории (которые для него слишком дороги или просто не нужны).

Stata Соответствующая команда Stata носит естественное название `tobit`. Дополнительные опции `ll` и `ul` этой команды позволяют задавать точки отсечения, отличные от принимаемых по умолчанию минимума и максимума наблюдаемых данных.

Оценивание модели регрессии только по данным с ненулевым y_i приводит к смещенным оценкам, поскольку "пропущенные" (или, точнее, нулевые) y_i являются пропущенными неслучайно (NMAR). Действительно,

$$\mathsf{E}(y|y > 0) = x^T\beta + \sigma\frac{\phi\big(x^T\beta/\sigma\big)}{\Phi\big(x^T\beta/\sigma\big)} \tag{2.85}$$

Оценки МНК будут страдать от эффекта пропущенной переменной, т. е. будут смещены. Если есть возможность состоятельно оценить второй член в (2.85), (он носит название обратного отношения Миллса (inverse Mills ratio)) — например, оценив пробит-модель, в которой в правой части стоит индикатор $I(y_i > 0)$ — и ввести его в уравнение регрессии, то от смещения можно избавиться. Именно такие подходы превалировали в 1960-1970-х гг. до появления достаточно мощных компьютеров (и возможности оценивать модель целиком при помощи методов правдоподобия с использованием полной информации).

Еще одно достоинство, связанное с использованием полной информации — это возможность моделировать гетероскедастичность, т. е. ввести дисперсию σ_i^2, которая может меняться от наблюдения к наблюдению известным параметрическим образом. Как правило, введение гетероскедастичности заметно утяжеляет модель и ухудшает сходимость.

В самом начале раздела об ограниченных зависимых переменных было упомянуто, что важным классом задач являются задачи с эндогенными дискретными переменными, или проблемы самоотбора (self-selection), называемые так потому, что они связаны с выбором экономическим агентом одного из нескольких режимов, описываемых различными регрессионными уравнениями — например, занятость и соответствующая зарплата в разных отраслях экономики; получение дополнительного образования и отдача от этого образования; участие в рынке труда при условии получения зарплаты не ниже резервной (reservation wage). Во всех этих случаях наблюдается только один из возможных вариантов, поэтому невозможно ни напрямую оценить эффект переключения из

одного режима в другой, ни получить несмещенные оценки отдачи от индивидуальных характеристик (поскольку агент использует эти характеристики наиболее эффективно в том режиме, который был выбран, и поэтому оценки отдачи будут смещены вверх).

Модели подобного рода появились в начале 1970-х гг. в работах Р. Гронау, Ф. Нельсона и Дж. Хекмана, а в 2000 г. Джеймс Хекман (совместно с Дэниэлом Макфадденом) получил за вклад в разработку этих моделей Нобелевскую премию. Основная идея моделей с выборочным отбором (sample selection, self-selection), берущих свое начало в моделях предложения труда на уровне домохозяйства, состоит в том, что индивид, принимающий решение об участии на рынке труда, сравнивает рыночную зарплату w_1, зависящую от его рыночных характеристик $\mathbf{x_1}$ (образование, опыт работы и т. п.) и резервную зарплату w_2, которая зависит от характеристик x_2 домохозяйства — таких, как зарплата супруга, количество детей, и прочие параметры, влияющие на бюджет домохозяйства в целом. Решение о выходе на рынок принимается, если рыночная зарплата достаточно высока, и в этом случае наблюдаемая величина y — это действительная рыночная оплата труда:

$$w_1 = x_1^T \beta_1 + \epsilon_1, \tag{2.86}$$

$$w_2 = x_2^T \beta_2 + \epsilon_2, \tag{2.87}$$

$$y = \begin{cases} w_1, & w_1 \geq w_2, \\ 0, & w_1 < w_2 \end{cases} \tag{2.88}$$

Другой вариант записи этой модели, после соответствующих алгебраических манипуляций — в виде

$$w_1 = x_1^T \beta_1 + \epsilon_1, \tag{2.89}$$

$$y_2 = I(x^T \beta_2 + \nu_2 > 0), \tag{2.90}$$

$$y = \begin{cases} w_1, & y_2 = 1, \\ \text{не наблюдается}, & y_2 = 0 \end{cases} \tag{2.91}$$

Для оценивания этой модели с помощью метода максимального правдоподобия делается предположение о совместной нормальности ошибок. Для идентификации модели в записи (2.86)–(2.88) требуется также, либо чтобы ошибки ϵ_1 и ϵ_2 были некоррелированы, либо чтобы среди регрессоров x_1 был хотя бы один, не входящий в x_2. Можно также оценивать эту систему уравнений двухшаговым методом, когда на первом шаге оценивается *уравнение отбора* (2.90); затем из него вычисляется обратное отношение Миллса

$$\lambda = \phi(x^T \beta_2) / \Phi(x^T \beta_2) \tag{2.92}$$

и подставляется в качестве еще одного регрессора в регрессионное уравнение (2.89). Именно этот член отвечает за устранение смещения, вызванного самоотбором. Двухшаговый метод проще с вычислительной точки зрения и дает состоятельные оценки, однако он, естественно, проигрывает методу максимального правдподобия для системы в целом.

Мерами связи между уравнениями отбора и регрессии, а значит, и степени серьезности проблемы самоотбора, служат значимость коэффициента при λ и корреляция между ошибками — все эти статистики (и стандартные ошибки для большинства из них) выводятся при оценивании модели Хекмана.

Stata Соответствующая команда оценивания называется `heckman`. Stata считает, что пропущенные значения переменной, указываемой в качестве зависимой, соответствуют $y_2 = 0$. Уравнение отбора указывается в обязательной опции `heckman ... , select( ... )`. По умолчанию метод оценивания — метод максимального правдоподобия с полной информацией; можно также указать опцию оценивания модели двухшаговым методом.

К модели Хекмана концептуально близко примыкает модель оценки эффекта программ / вмешательства (treatment regression; название, пожалуй, несколько неудачное в свете похожей терминологии в дисперсионном анализе):

$$y = x_1^T \beta_1 + z\gamma + \epsilon_1, \tag{2.93}$$

$$z = I(x_2^T \beta_2 + \epsilon_2 > 0), \tag{2.94}$$

В этой модели оценивается влияние эндогенного вмешательства (такого, как прохождение программы повышения квалификации, или получение дополнительной ступени образования) на непрерывную переменную y, зависящую от экзогенных переменных x_1. Решение об участии в программе / о вмешательстве принимается на основе экзогенных переменных x_2.

Stata Команда пакета Stata, оценивающая модель (2.93)–(2.94), называется `treatreg`. Обязательная опция, задающая уравнение отбора — `treatreg ... , treat( ... )`.

2.7 Анализ панельных данных

Панельные (panel, longitudinal, т. е. продолжающиеся, длительные, повторяющиеся) обследования — это класс задач, становящихся все более популярными в силу все большей доступности больших массивов повторно наблюденных данных. Эти данные порождаются обследованиями, в которых одни и те же индивидуумы (домохозяйства, фирмы

и т. п.) опрашиваются последовательно через определенные интервалы времени (как правило, раз в год или в квартал). Типичная структура таких данных — малое количество наблюдений T по времени (единицы, редко малые десятки) и большое количество объектов n (сотни, тысячи, десятки тысяч). Такие данные ценны для экономистов тем, что при правильном их анализе можно избавиться от влияния индивидуальных особенностей объектов (individual heterogeneity), которая, как правило, является одной из серьезнейших проблем анализа однократных данных.

Панельные данные насчитывают три измерения : переменные – объекты (исследуемые единицы) – время. Для них разработаны специальные методы анализа (Maddala 1993, Baltagi 1995). Как правило, индивидуальные эффекты выделяются в виде аддитивной составляющей, т. е. добавки к константе:

$$y_{it} = x_{it}^T \beta + u_i + \varepsilon_{it} \tag{2.95}$$

где u_i — индивидуальные эффекты, общие для всей панели под номером i, а ε_{it} — ошибки отдельных наблюдений, независимые от u_i. Для идентификации модели может быть необходимо наложить дополнительные условия типа $\sum_i u_i = 0$.

Stata Команды пакета Stata для анализа панельных данных имеют префикс `xt`, обозначающий наличие как структурной стохастики `x`, так и временно́й компоненты `t`. Панельные регрессии вызываются командой `xtreg`: с фиксированными эффектами — с опцией `xtreg ... , fe`, со случайными эффектами — с опцией `xtreg ... , re`, по методу максимального правдоподобия — `xtreg ... , mle`. Для использования этих команд данные должны быть приведены в "длинную" форму — см. `reshape`, с. 93.

Рассмотрим основные панельные модели и способы диагностики оцененных моделей.

2.7.1 Модель фиксированных эффектов

В этой модели u_i интерпретируется как мешающий параметр, и оценивание направлено на то, чтобы исключить u_i. Наиболее простой способ — взять отклонения от среднего по панели:

$$y_{it} - y_{i\cdot} = (x_{it} - x_{i\cdot})^T \beta + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i\cdot} \tag{2.96}$$

Обозначение $z_{i\cdot}$ обозначает усреднение внутри панели: $z_{i\cdot} = 1/n_i \sum_t z_{it}$. Эта оценка называется оценкой внутри панели (within estimator). От u_i удалось избавиться, но в результате ошибки перестали быть независимы. Кроме того, было потеряно одно наблюдение в панели, или n наблюдений по выборке в целом.

Другой вариант (также приводящий к коррелированным ошибкам регрессии) — взять первую разность наблюдений:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = (x_{it} - x_{i,t-1})^T \beta + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1} \tag{2.97}$$

При этом, опять же, теряется одно наблюдение в панели, а именно первое. Кроме того, если панель нерегулярна, т. е. если объект не наблюдался в каждом периоде обследования, или сами периоды были неравномерны по времени, то структура временных зависимостей в ошибках становится весьма хаотической, что заметно усложняет эффективное оценивание.

Наконец, еще одна интерпретация модели с фиксированными эффектами заключается в том, что u_i интерпретируются как коэффициенты при бинарных переменных – индикаторах i-й панели. Тогда можно оценить модель в целом, сохранив все наблюдения, но потеряв n степеней свободы на оценивание мешающих параметров. Реальное оценивание внутри статистических пакетов (в т. ч. Stata) производится при помощи формул матричной алгебры, приводящих к модели вида (2.96), в которой нет необходимости оценивать лишних n параметров (что при n порядка сотен или тысяч страшно замедлит матричные вычисления).

Необходимо отметить, что серьезным недостатком модели фиксированных эффектов является то, что она не позволяет оценить влияние факторов, не меняющихся в пределах панели — например, отдачу на образование при оценивании функции дохода индивида. Действительно, среднее по панели совпадает с каждым из наблюдений по данной переменной, и при вычитании среднего переменная обнуляется. Это достаточно серьезный недостаток данного метода оценивания.

2.7.2 Модель случайных эффектов

В этой модели предполагается, что u_i — достаточно удобная случайная величина. Если ограничиться тем, что предположить конечность дисперсии этой величины, то можно построить оценки ОМНК (или доступного ОМНК, если дисперсии ошибок неизвестны, но могут быть состоятельно оценены), а если дополнительно предположить, что известно распределение ошибок u_i и ε_{it} (обычно предполагается гауссовское), то можно построить оценки максимального правдоподобия.

Предполагая, что дисперсии ошибок обоих уровней конечны, $\operatorname{Var} u_i = \sigma_u^2$, $\operatorname{Var} \varepsilon_{it} = \sigma_\varepsilon^2$, можно вывести, что ковариационная матрица $\operatorname{Var} \nu$ ошибок в регрессии

$$y_{it} = x_{it}^T \beta + \nu_{it} \tag{2.98}$$

имеет блочно-диагональную структуру, причем каждый блок представляет собой $\sigma_\varepsilon^2 I_{n_i} + \sigma_u^2 J_{n_i}$, т. е. $\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2$ на диагонали и σ_u^2 вне диагонали. Обратная к этой матрице имеет по-

хожую структуру. Таким образом, можно "загнать" эту матрицу (которая имеет размер nT, что в современных панельных исследованиях, скорее всего, будет иметь порядок 10^3–10^5) в методы ОМНК или ММП и хотя бы формально иметь возможность получить требуемые оценки.

Существуют, однако, некоторые приемы, позволяющие избежать необходимости работать с матрицами столь большого размера. Можно показать, что оценка ОМНК представляет собой выпуклую линейную комбинацию оценки внутри панели, упомянутой в предыдущем разделе, и оценки между панелями (between estimator)

$$y_{i\cdot} = x_{i\cdot}^T \beta + u_i + \varepsilon_{i\cdot} \tag{2.99}$$

Необходимые формулы можно найти, например, в Baltagi (1995). Оценка максимального правдоподобия также может быть выведена в явном виде через матричные формулы[26]. Оценки дисперсий u_i и ε_{it}, необходимые для построения оценок ОМНК или ММП коэффициентов регрессии, могут быть получены из регрессий внутри ($\hat{\sigma}_\varepsilon^2$) и между панелями ($\hat{\sigma}_1^2$, которая оценивает величину $\sigma_1^2 = \sigma_\varepsilon^2/T + \sigma_u^2$). Если оценка дисперсии $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ при этом может быть получена напрямую, то оценка $\hat{\sigma}_u^2$ неизбежно получается как разность дисперсий из регрессии внутри панелей и регрессии между панелями:

$$\hat{\sigma}_u^2 = \hat{\sigma}_1^2 - \hat{\sigma}_\varepsilon^2/T \tag{2.100}$$

В конечных выборках эта величина может принимать отрицательные значения. Иногда это трактуется как нарушение спецификации модели, хотя при значениях σ_u^2, близких к нулю (по сравнению с σ_ε^2/T), выборочные значения этой случайной величины вполне могут быть отрицательны. Stata в подобных случаях заменяет оценку $\hat{\sigma}_u^2$ нулем, что вполне осмысленно, во всяком случае, в контексте построения оценок максимального правдоподобия (носитель плотности $\hat{\sigma}_u^2$ — неотрицательная полуось).

"Слабым местом" модели случайных эффектов является чувствительность к коррелированности регрессоров и ошибок, что и будет рассмотрено в следующем разделе.

2.7.3 Тесты спецификации

Первый тест, относящийся к панельным данным — это тест, проверяющий, нужно ли вообще использовать панельные методы. Нулевая гипотеза такого теста — что в данных панельная структура отсутствует, и оценивание по МНК является адекватным (и эффективным) методом. Самым простым тестом такого рода является тест тест Бройша-Пагана на гетероскедастичность, изначально предложенный для проверки нарушения

[26] В пакете Stata, естественно, это все уже реализовано, поэтому детальные формулы не приводятся.

предположений модели МНК. Это — тест множителей Лагранжа (см. с. 58), для которого требуется оценить модель при нулевой гипотезе и проверить, является ли градиент функции правдоподобия значимо отличным от нуля. Градиент в данном случае берется в направлении σ_u^2 при $\sigma_u^2 = 0$.

Stata Тест Бройша-Пагана (множителей Лагранжа) осуществляется командой `xttest0`. Высокие значения статистики теста (низкая эмпирическая доверительная вероятность, p-value) свидетельствуют о том, что нулевая гипотеза о возможности игнорировать индивидуальные эффекты и объединить данные должна быть отвергнута в пользу модели случайных эффектов.

Следующим важным моментом проверки спецификации модели является тест Хаусмана на коррелированность регрессоров и ошибок [27]. Если регрессоры интерпретируются как случайные величины, то в основе модели случайных эффектов неявно лежит предположение о том, что

$$\mathsf{E}\left[uX\right] = 0 \tag{2.101}$$

Если это предположение не выполняется, то оценки ОМНК / ММП будут смещены. Тем не менее, модель с фиксированными эффектами по-прежнему будет состоятельной, и при помощи теста Хаусмана можно проверить, значимо ли различаются оценки методов случайных и фиксированных эффектов. В случае значимого различия модель случайных эффектов отвергается (или должна быть поправлена с учетом вышеуказанной корреляции). Вместо модели случайных эффектов можно воспользоваться или оценками модели фиксированных эффектов, или оценками с использованием инструментов.

Stata Тест Хаусмана в панельном контексте вызывается командой `xthausman`. 8-я версия пакета считает эту команду устаревшей, однако она продолжает работать. Разработчики предлагают пользоваться командой общего назначения `hausman`. Оценивание с использованием инструментальных переменных производится командой `xtivreg`.

Считается, что модель случайных эффектов применима тогда, когда объекты в выборке действительно являются случайной выборкой из генеральной совокупности, что обычно верно для хорошо спланированных выборочных обследований. Модель же фиксированных эффектов больше подходит для случая, когда в распоряжении исследователя имеется неслучайный набор объектов — например, все 89 регионов России, или несколько десятков стран мира. Их, по всей видимости, сложно считать выборкой из

[27] См. обсуждение общих принципов построения этого теста в обсуждении оценок инструментальных переменных для линейной регрессии, с. 18.

какого-либо распределения (во всяком случае, без того, чтобы принимать модель метараспределения характеристик стран или регионов, т. е. считать, что наблюденные значения — только одна реализация из всех возможных значений, которые данные характеристики могли принимать в данное время в данном месте), а индивидуальные особенности могут быть достаточно сильны, чтобы оказывать влияние на результаты оценивания. В реальности, как правило, тест Хаусмана отвергает модель случайных эффектов из-за коррелированности ошибок и регрессоров [28], однако потеря эффективности при оценивании модели фиксированных эффектов может свести на нет все полезные свойства последней.

В самом печальном случае исследователь может обнаружить себя в ловушке: каждый из вышеприведенных тестов будет отвергаться в пользу альтернативы. Тест множителей Лагранжа утверждает, что модель без индивидуальных эффектов неверна, и следует оценивать модель с учетом панельной структуры. Проводимый далее тест Хаусмана показывает, что оценка в модели случайных эффектов смещена, а при оценивании фиксированных эффектов гипотеза о том, что дисперсия индивидуальных эффектов равна нулю, не может быть отвергнута. Такой замкнутый круг, скорее всего, свидетельствует о том, что спецификация модели не слишком удачна, и требуется включить еще какие-то переменные для того, чтобы лучше объяснить индивидуальные эффекты (которые, возможно, невелики по сравнению с ошибками отдельных наблюдений, но в совокупности, с учетом многотысячного размера выборки, заметно влияют на результаты оценивания), либо допустить, что коэффициенты модели могут варьироваться между панелями, т. е. перейти к оцениванию модели случайных коэффицентов.

2.7.4 Ограниченные зависимые переменные

Вспомним, что оценивание моделей с ограниченными зависимыми переменными (дискретными или урезанными) производится только посредством метода максимального правдоподобия. Наличие в данных панельной структуры заметно усложняет оценивание, поскольку отдельные наблюдения уже не являются независимыми, и функция правдоподобия уже не представима в виде произведения плотностей для отдельных наблюдений. Для линейной модели это не было большим недостатком, поскольку отдельные члены входили аддитивно, и по-прежнему функцию правдоподобия можно было выписать в явном виде. Для нелинейных же моделей, к которым относятся модели с дискретными зависимыми переменными, разделить ошибки u_i и ε_{it} невозможно.

[28] Это — одно из проявлений т. н. проклятия больших выборок, согласно которому в выборках больших размеров, к которым обычно относятся панельные выборки, практически любые нулевые гипотезы будут отвергаться.

Для моделей фиксированных эффектов малая длина выборки по времени T не позволяет строить состоятельные оценки u_i, а в силу нелинейности оказывается, что оценки β не являются асимптотически независимыми от u_i (как в линейном случае) и поэтому также оказываются несостоятельными. Определенные аналитические решения можно получить только в условном смысле, т. е. вместо выводов, получаемых на основе предельных распределений, получаются выводы, условные при u_i. В модели фиксированных эффектов для этого необходимо найти достаточные статистики для u_i. В логит-модели такой статистикой является $\sum_t y_{it}$, и получаемая модель представляет собой аналог условной логит-модель Макфаддена (2.77), возможно, с несколько иными обозначениями и несколькими возможными единичными значениями зависимой переменной. Панели, в которых все y_{it} одинаковы, в оценивании не используются. В пробит-модели такой достаточной статистики найти не удается, поэтому пробит-модель с фиксированными эффектами не оцениваема.

В моделях со случайными эффектами u_i не наблюдается, и поэтому функцию правдоподобия необходимо по ним проинтегрировать:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} \ln \int \prod_{i=1}^{T} F(x_{it}^T \beta + u)^{y_{it}} (1 - F(x_{it}^T \beta + u)^{1-y_{it}} \, dG(u) \tag{2.102}$$

где $G(\cdot)$ — функция распределения u_i, а $F(\cdot)$ — функция, моделирующая вероятность единицы. Для решения задачи максимизации правдоподобия напрямую будет необходимо интегрировать многомерные совместные плотности. После ряда выкладок (и предположений о нормальности ошибок u) многомерное интегрирование можно свести к одномерному, а при дополнительном предположении о нормальности ε_{it} можно получить аналитические выражения для функции правдоподобия, не требующие численного интегрирования, что составляет заметное преимущество пробит-модели для случайных эффектов.

Stata Команды Stata для оценивания панельных моделей с бинарными зависимыми переменными — это `xtlogit` (допускающая как случайные, так и фиксированные эффекты) и `xtprobit` (только случайные эффекты). Stata умеет также оценивать панельную версию модели тобит, etxttobit. В качестве “дешевой” альтернативы можно также попробовать модели для дискретной зависимой переменной с уточненной ковариационной матрицей оценок коэффициентов: вместо `xtprobit ... , i(id)` — `probit ... , cluster(id)`.

2.7.5 Прочие замечания

Первое замечание касается нарушений условий на вторые моменты — гетероскедастичность (как индивидуальных ошибок u_i, так и ошибок отдельных наблюдений ε_{it}) и автокорреляцию ошибок ε_{it}. Естественно, и тот, и другой эффект ведут к определенной потери эффективности оценок и, что существенно страшнее, к неверным оценкам ковариационной матрицы оценок коэффициентов, т. е. к неверным стандартным ошибкам, t-статистикам и прочим тестам на значимость.

Stata

Для оценивания моделей, предполагающих сложную ковариационную структуру ошибок ε_{it} можно воспользоваться командой `xtgls`, а в седьмой версии пакета — командой `xtregar`. Поправки на гетероскедастичность делаются опциями `xtgls ... , p(h)` (сокращение от `panels(heteroskedastic)`; предполагается $\operatorname{Var} u_i = 0$, т. е. нет индивидуальных эффектов, и $\operatorname{Var} \varepsilon_{it} = \sigma_i^2$) или `xtgls ... , p(c)` (сокращение от `panels(correlated)`, предположение об отсутствии индивидуальных эффектов ослаблено). Поправки на автокорреляцию можно произвести опциями `corr(ar1)`, если коэффициент корреляции одинаков для всех панелей, или `corr(psar1)`, если корреляции различны. Кроме того, сложные структуры корреляции можно задавать командой `xtgee` (generalized estimating equations — обобщенные уравнения оценивания, являющиеся гибридом обобщенных линейных уравнений и панельной структуры ошибок). В частности, через эту команду можно задавать нестандартные структуры ошибок для моделей с дискретными зависимыми переменными.

Второе общее замечание касается проблемы пропусков в данных. В панельных обследованиях, как правило, актуально, чтобы данные были репрезентативны, или представительны, не только на данный момент времени, в который проводится обследование (чего достаточно для одноразовых, неповторяющихся обследований), но и чтобы подвыборка индивидов, наблюдающихся с самого начала обследования, была репрезентативна для соответствующей части населения. Как правило, сохранить всех индивидов в выборке является труднореализуемой задачей: в высококачественных обследованиях доля индивидов, сохраняющихся в выборке на период порядка 10 лет, составляет в районе 50%. Обследование RLMS (глава 4) вполне удовлетворяет этому стандарту, в основном из-за счет низкой мобильности населения, за исключением столичных страт Москвы и Санкт-Петербурга, для которых были предприняты специальные меры возобновления выборки.

2.7.6 Модели со случайными коэффициентами и смешанные модели

Можно не останавливаться на том, чтобы допускать, что все различия между регрессионными моделями для каждого отдельного объекта сводятся к случайному или фиксированному эффекту в константе. Во-первых, таких эффектов может быть несколько (если речь идет о многоуровневой структуре выборки — область, город, предприятие, работник); во-вторых, случайные эффекты могут затрагивать и коэффициенты регрессии. Подобные модели называются *смешанными* (mixed models), поскольку в наблюдаемой величине y имеются как фиксированные, так и случайные компоненты:

$$y = x^T\beta + u^T z \tag{2.103}$$

где x и β— фиксированные эффекты и соответствующие им коэффициенты, u — случайные эффекты (разных уровней), z — элементы матрицы плана, как правило, показывающие, какие эффекты действуют на данное наблюдение, и поэтому равные 1. Так, в обычной модели регрессии размерность u равна 1, а в панельной модели случайного эффекта — 2. Если использовать в качестве элементов z объясняющие переменные, то можно получить модель со случайными коэффициентами. Такие модели популярны в социологии, где они называются *моделями роста*, поскольку, как правило, относятся к обследованиям детей и подростков.

Stata

Очень мощная (правда, и весьма тяжеловесная) команда Stata, позволяющая оценивать смешаные модели — пользовательское дополнение `gllamm` (Rabe-Hesketh et. al. 2002). Она оценивает смешанные модели с помощью численного интегрирования (адаптивных квадратур) случайных эффектов в функции правдоподобия. Применение этой процедуры требует определенного представления как об обобщенных линейных моделях, так и о многоуровневых выборках. Кроме того, в ней используются некоторые недокументированные (точнее, устаревшие) команды Stata. Тем не менее, именно посредством этой команды можно оценить такие экзотические модели, как порядковые логит-модели для панельных данных, не представленные в спектре панельных команд Stata. Задание стохастической структуры многоуровневых случайных эффектов делается посредством опции `gllamm ... , i( ... ) ...` . Семейство распределений задается опцией `gllamm ... , family( ... ) ...` , например, `family(gaussian)` для линейной регрессии, `family(binomial)` для моделей логит, пробит, мультиномиальная и порядковая логит-модель, порядковая пробит-модель. Семейство функций связи задается опцией `gllamm ... , link( ... ) ...` , напримре, `link(id)` для линейной регрессии, `link(logit)` , `link(probit)` , `link(mlogit)` , `link(ologit)` , `link(oprobit)` для соответствующих моделей с дискретной зависимой переменной.

2.8 Прочие виды регрессионных моделей

Выше упоминались такие модели, как временные ряды, робастные регрессии, ридж-оценки, модели с ограниченными зависимыми переменными, панельные модели. Расскажем еще о нескольких видах регрессионных моделей, встречающихся в литературе.

2.8.1 Системы одновременных уравнений

Подобные модели описывают явления, в которых несколько переменных определяется одновременно, как некоторое равновесие экономической системы. Типичным примером СОУ является равновесие рыночных спроса и предложения.

Проблема одновременности тесно связана с уже упоминавшейся проблемой стохастичности регрессоров. Дело в том, что эндогенные переменные (т. е. переменные, определяемые в равновесии; сопутствующее понятие — экзогенные, или заданные извне, переменные) коррелированы с ошибками, и поэтому оценивание по методу наименьших квадратов приводит к смещенным и несостоятельным оценкам. В зависимости от структуры уравнений, коэффициенты при эндогенных переменных могут быть, а могут и не быть идентифицируемы.

Для разрешения проблемы эндогенности используются двух- и трехшаговый метод наименьших квадратов (3SLS).

Stata И соответствующая команда называется `reg3`.

2.8.2 Квантильные регрессии

Иногда предметом интереса исследователя могут быть не средние значения зависимой переменной при фиксированных объясняющих, а определенные квантили распределения:

$$\mathsf{P}[y < m|x] = p \tag{2.104}$$

В исследованиях финансового риска интерес могут представлять, к примеру, 5% или 10% точки ($p = 0.05$ или 0.1). Кроме того, знание набора (условных) квантилей позволит понять, меняется ли форма распределения в зависимости от объясняющих переменных. Примером квантильной регрессии является упоминавшаяся ранее в контексте проблем робастности *условная медиана* при $p = 0.5$.

Stata Квантильные регрессии реализованы в пакете Stata командой `qreg`. Опция `qreg ... , quantile()` этой команды позволяет явно указать, квантиль какого уровня p следует исследовать.

Можно показать, что медианная регрессия является решением задачи минимизации суммы абсолютных отклонений (ср. (2.11)):

$$\sum_{i=1}^{N} |y_i - x_i\beta| \to \min \tag{2.105}$$

Данная задача решается симплекс-методом или другими методами линейного программирования.

2.8.3 Непараметрические регрессии

Методы непараметрической регрессии являются формализацией интуитивного понятия сглаживания "на глаз". Если мы будем проводить на глаз кривую на двумерном графике рассеяния, чтобы описать примерный вид зависимости $E[y|x]$, мы будем учитывать, где лежат наблюденные значения y вблизи интересующей нас точки x, повторяя характерные пики и впадины кривой регрессии (см., например, рис. 2.3).

Непараметрическая оценка кривой регрессии имеет вид:

$$\hat{m}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(x) y_i, \tag{2.106}$$

где W_{ni} — веса сглаживания, которые зависят от конкретной точки x и убывают по мере удаления от нее. В такой постановке задачу сглаживания можно интерпретировать как задачу нахождения оценки локально взвешенных наименьших квадратов:

$$n^{-1} \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(x)(y_i - m(x_i))^2 \to \min_{m(x)} \tag{2.107}$$

Stata Один из методов, явно использующий многократно прогоняемые регрессии для локального сглаживания — lowess (locally weighted smoothing) (Fox 1997, Хардле 1993). Его реализация в пакете Stata 8 осуществлена командой `lowess` (в предыдущих версиях — `ksm` с опцией `ksm ... , lowess`).

В эконометрической литературе варианты непараметрической регрессии известны под названиями локальной регрессии (local regression) и "скользящей" регрессии (rolling regression). В них используется та же самая идея локального взвешивания.

Формализация близости заключается во введении "ядра сглаживания" с определенной "шириной окна". Точки, не попадающие в ядро, будут иметь нулевой вес; таким образом, внимание процедуры сглаживания будет сосредоточено вблизи требуемой точки.

Понятие ядра и его применение в непараметрической регрессии формализуется следующим образом (Хардле 1993):

$$W_{ni}(x) = K_{h_n}(x - x_i)/\hat{f}_{h_n}(x) \tag{2.108}$$

$$\hat{f}_{h_n}(x) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} K_{h_n}(x - x_i) \tag{2.109}$$

$$K_{h_n}(u) = h_n^{-1}K(u/h_n) \tag{2.110}$$

$$\int K(u)du = 1 \tag{2.111}$$

Здесь (2.109) — непараметрическая (ядерная) оценка плотности в данной точке (называемая также *оценкой Розенблата-Парзена*), (2.110) — ядро масштаба h_n (ширина которого может зависить от числа наблюдений). Нормализация (2.109) гарантирует, что сумма весов равна единице. Полученная таким образом *ядерная оценка* функции регрессии носит название *оценки Надарая-Ватсона.*

Есть ряд наиболее популярных ядерных функций:

$$\text{ядро Епанечникова: } K(u) = 0.75(1 - u^2)I(|u| \leq 1) \tag{2.112}$$

$$\text{квартическое ядро: } K(u) = \frac{15}{16}(1 - u^2)^2 I(|u| \leq 1) \tag{2.113}$$

$$\text{равномерное ядро: } K(u) = \frac{1}{2}I(|u| \leq 1) \tag{2.114}$$

$$\text{треугольное ядро: } K(u) = (1 - |u|)I(|u| \leq 1) \tag{2.115}$$

$$\text{нормальное (гауссово) квазиядро: } K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-u^2/2] \tag{2.116}$$

Здесь I(условие) — индикаторная функция, принимающая значение 1, если условие выполняется, и 0, в противном случае.

Если по отношению к параметрическим моделям всегда могут возникнуть вопросы: “Почему именно такая спецификация модели? Почему именно такая форма ошибок?”, то естественные вопросы к непараметрическим моделям — “Почему именно такая форма ядра? Почему именно такая ширина окна?”. Есть результаты, показывающие, что ядерная оценка будет состоятельна независимо от выбора ядра, однако ядро Епанечникова обладает определенными оптимальными свойствами в смысле среднеквадратической ошибки. Что же касается выбора ширины окна h_n, то выбор слишком малого значения будет означать, что оценка кривой регрессии пройдет через все точки выборки, тогда как слишком большое значение сгладит истинную кривую слишком сильно (при $h \to \infty$, $f(x) \to \bar{y}$). Со статистической точки зрения, задача заключается в том, чтобы соблюсти компромисс между дисперсией точечной оценки и ее смещением. Асимптотически

максимальная скорость сходимости среднеквадратической ошибки прогноза составляет в одномерном случае $n^{-4/9}$ (т. е. медленнее, чем в параметрических задачах), а ширина окна при этом пропорциональна $n^{-1/9}$.

Stata Непараметрическая регрессия выполняется командой `kernreg`, входящей в состав дополнения STB-30. Данная команда позволяет указать тип ядра (Епанечникова по умолчанию, равномерное, нормальное, квартическое, триквартическое, треугольное, косинусоидальное), ширину окна, а также точки, в которых будет произведена оценка. Непараметрическая оценка плотности осуществляется встроенной командой `kdensity`, которая изначально существовала как команда STB, а потом стала частью официального дистрибутива Stata.

Наиболее существенным недостатком непараметрической регрессии является ее одномерность. Обобщение на случай многомерного вектора объясняющих переменных, безусловно, возможно — достаточно использовать многомерные плотности, или произведения одномерных ядер — однако число соседей убывает с ростом размерности очень быстро (эффект, известный под названием "проклятие высокой размерности", dimensionality curse), и окно приходится распространять чуть ли не на всю выборку. Кроме того, в многомерных задачах меняется и скорость сходимости, причем, конечно же, в сторону ухудшения.

Stata Во всяком случае, упомянутая выше реализация алгоритма непараметрической регрессии рассчитана на единственный регрессор.

Я бы порекомендовал дополнять параметрические оценки регрессии непараметрическими в целях проверки точности подгонки. Сведенные на одном графике диаграмма рассеяния, предсказанные значения и непараметрическая оценка позволят выявить основные дефекты регрессии: неучтенную нелинейность, гетероскедастичность и т. п., как это сделано на рис. 2.3.

Глава 3

Краткое описание пакета Stata

[0]

Программа Stata (StataCorp. 1999, 2001)— это универсальный пакет для решения статистических задач в самых разных прикладных областях: экономике, медицине, биологии, социологии. Впервые пакет вышел на рынок под этим названием в начале 80-х гг. В январе 1999 г. была выпущена шестая версия, в декабре 2000 г. — седьмая [1], в 2002 г. появился вариант поставки Stata Special Edition, единственное отличие которой состоит в возможности обрабатывать массивы данных больших размеров. В 2003 г. вышла восьмая версия Stata, в которой полностью переделана графика, повышена производительность в целом и сделан ряд других новшеств.

Основными достоинствами Stata являются:

- большой спектр реализованных статистических методов (хотя и есть методы, не реализованные практически никак, например, дискриминантный анализ, обобщенный метод моментов, и ряд других);

[0] Данная глава находится в перманентной переработке. Основной материал был подготовлен для версии Stata 6. С тех пор вышло две новых версии пакета, весьма отличающиеся в сторону расширения возможностей.

[1] Эта версия сохраняет совместимость с предыдущими версиями через команду `version`, однако содержит и много новых и приятных особенностей. На том уровне изложения, который был в целом принят в этой брошюре, самые заметные отличия — поддержка более длинных имен переменных и программ (до 32 символов), улучшенные средства поиска в Интернет; объединение функций окна подсказки и вывода результатов ("кликабельность"окна результатов) при помощи внутреннего языка SMCL (Stata Markup and Control Language), родственного с другими языками разметки (HTML, SGML); улучшенная (наконец-то) графика, в т.ч. разные стили линий (пунктирные и т.п.); новые средства кластерного анализа; дальнейшее усиление средств анализа панельных данных; наконец, общее ускорение работы за счет использования новых компиляторов. Описание новых возможностей имеется на корпоративном сайте по адресу http://www.stata.com/stata7 .

- возможности гибкой пакетной обработки данных (т. е. программирования всей последовательности команд, начиная от загрузки данных в память и вплоть до всех деталей анализа). Возможности интерактивного режима работы полностью идентичны возможностям пакетной обработки;
- относительная простота написания собственных программных модулей, и, вместе с тем, весьма серьезный спектр средств программирования;
- мощная поддержка как со стороны производителя, так и со стороны других пользователей Stata (через интернетовский список рассылки); огромный архив пользовательских программ в открытом доступе;
- возможность максимизации функций правдоподобия, задаваемых пользователем;
- наличие совместимых по функциональным возможностям и форматам данных реализаций для большинства популярных платформ (Windows, Macintosh, UNIX).

По поводу графических средств мнения пользователей разнятся: с одной стороны, они вполне достаточны для текущего графического анализа данных и подготовки научных публикаций (все рисунки в этой книге выполнены в Stata и импортированы в LaTeX), с другой, несравнимы с графическими возможностями специализированных пакетов типа Harvard Graphics или презентационных программ типа PowerPoint.

Ниже будет приведена сводка наиболее важных команд пакета. Эта сводка вряд ли сможет заменить изучение этих (и, естественно, других) команд по руководствам пользователя или хотя бы по встроенной подсказке Stata (например, не все детали синтаксиса и не все опции могут быть упомянуты в данном кратком введении). Скорее, она поможет найти, какими командами и для чего следует воспользоваться; более полное и точное описание этих команд можно найти во встроенной помощи Stata и в руководствах. Многие команды будут упомянуты лишь на уровне названия (что, впрочем, достаточно для поиска по встроенной подсказке Stata). *Читателю настоятельно советуется овладеть и пользоваться встроенной помощью Stata по командам и деталям внутреннего устройства пакета.*

3.1 Договориться: обозначения

Мы будем пользоваться следующими обозначениями, выдержанными в стиле руководств Stata. Так, `command` — команда, которую можно набирать целиком, а можно сократить до первых трех букв (например, `regress` можно написать как `reg`, а можно как `regress`). `[в квадратных скобках]` будут указаны необязательные фрагменты

команды — необязательные опции, списки переменных и т. п. *Курсивом* мы будем обозначать то, что пользователь подставляет по своему разумению — названия переменных, численные значения параметров программ и т. п. Через вертикальную черту будут перечисляться возможные варианты: [*вариант 1*|*вариант 2*]. Таким образом, запись describe [*переменные* | using *имя файла*] может разворачиваться в следующие варианты:

```
d
describe
describe x1 x2 x3
d using source
desc using source.dta
```

Эта команда выдает краткое описание файла данных в памяти Stata или на диске.

Ссылки на руководства также оформляются в стиле Stata: [R] **команда** означает, что эту команду можно найти в четырехтомном справочнике команд (Reference); [U] **3 A brief description of Stata** — это ссылка на Руководство пользователя, а именно на главу 3 в книге User's Guide (для Stata 6) — описание Stata в руководстве пользователя (то, что можно почитать о Stata вместо этого параграфа); [G] **twoway** — описание двумерных графиков в руководстве по графике.

3.2 Открыть: установка и запуск Stata

Обычно Stata устанавливается в каталог c:/stata, если при установке не было явно указано иное. Исполняемый файл называется wstata.exe (Intercooled Stata for Windows) или wstatase.exe (Special Edition — вариант, отличающийся возможностями обработки файдов и программ большого размера).

Команда verinst проверяет корректность установки пакета.

Сам этот исполняемый модуль выполняет сравнительно небольшое число (около 200) базовых процедур. Подавляющее большинство собственно статистических задач выполняется внешними программами с расширением .ado, находящимися в каталоге c:/stata/ado и его подкаталогах. Эти ado-файлы с некоторой степенью условности можно разделить на *базовые* (около 900), отлаженные разработчиком и входящие в комплект поставки Stata, (хотя и в них иногда находят ошибки, и тогда Stata делает официальные обновления ado-файлов); *официально распространяемые*, входящие в состав официальных дополнений к Stata — Stata Technical Bulletin, сокращенно STB, которые рассылаются подписчикам и распространяются бесплатно через Internet; и, наконец, *пользовательские*.

При запуске Stata устанавливает ряд внутренних параметров, таких, как объем выделяемой памяти, и некоторые другие (о них можно узнать в `[R]` **limits** или в подсказке `help limits`). Практически наверняка вам придется менять следующие установки:

`set memory` *объем памяти*[k|m]

Объем памяти, выделяемой операционной системой для Stata. Чтобы отвести 10 мегабайт, надо напечатать: `set memory 10m`. Можно выделить память при запуске параметром командной строки: `wstata /k 10240`. Количество переменных ограничено 2047 (32767 в Stata SE), максимальное количество наблюдений составляет около $2 \cdot 10^9$ и по сути ограничено только возможностью выделения памяти операционной системой. При выделении количества памяти, приближающейся к физическому объему ОЗУ (или тем более превышающего этот объем), Stata начинает пользоваться виртуальной памятью (постоянно перезагружаемой с жесткого диска), и работа может замедляться в сотни раз.

`set matsize` *число*

Максимальный размер матрицы, которую Stata сможет обработать. По умолчанию устанавливается 10. Максимальный размер — 800. Этот параметр влияет на размерность статистических моделей, которые Stata будет в состоянии оценить.

Stata может быть запущена в *пакетном* режиме, в котором она обрабатывает заданную в качестве входного параметра программу [2], а по завершении выполнения этой программы — передает управление операционной системе (или, попросту говоря, самоликвидируется). Такой вариант запуска задается (в Windows) как `wstata /b do` *имя файла с программой*.

Выход из Stata осуществляется командой `exit` . Если при этом данные не были сохранены, Stata об этом напомнит.

См. также: `[U]` **5 Starting and stopping Stata**, `[U]` **6 Troubleshooting starting and stopping Stata**

3.3 Придти, увидеть, посчитать: интерфейс Stata

Внешний вид Stata (рис. 3.3) несколько отличен от того, что обычно можно увидеть в других статистических пакетах. Внешний аскетизм интерфейса унаследован от идеологии командной строки UNIX, и пользователю Windows требуется некоторое привыкание. В Stata 8 возможности управления пакетом при помощи исключительно "мышки" заметно расширены: появилась структура меню для получения основных статистик, графиков и результатов анализа. Мне кажется, впрочем, что для полноценного освоения пакета, а в особенности — для работы с do-файлоами неоходимо начать с рботы на

[2] О программах см. ниже параграф 3.13.

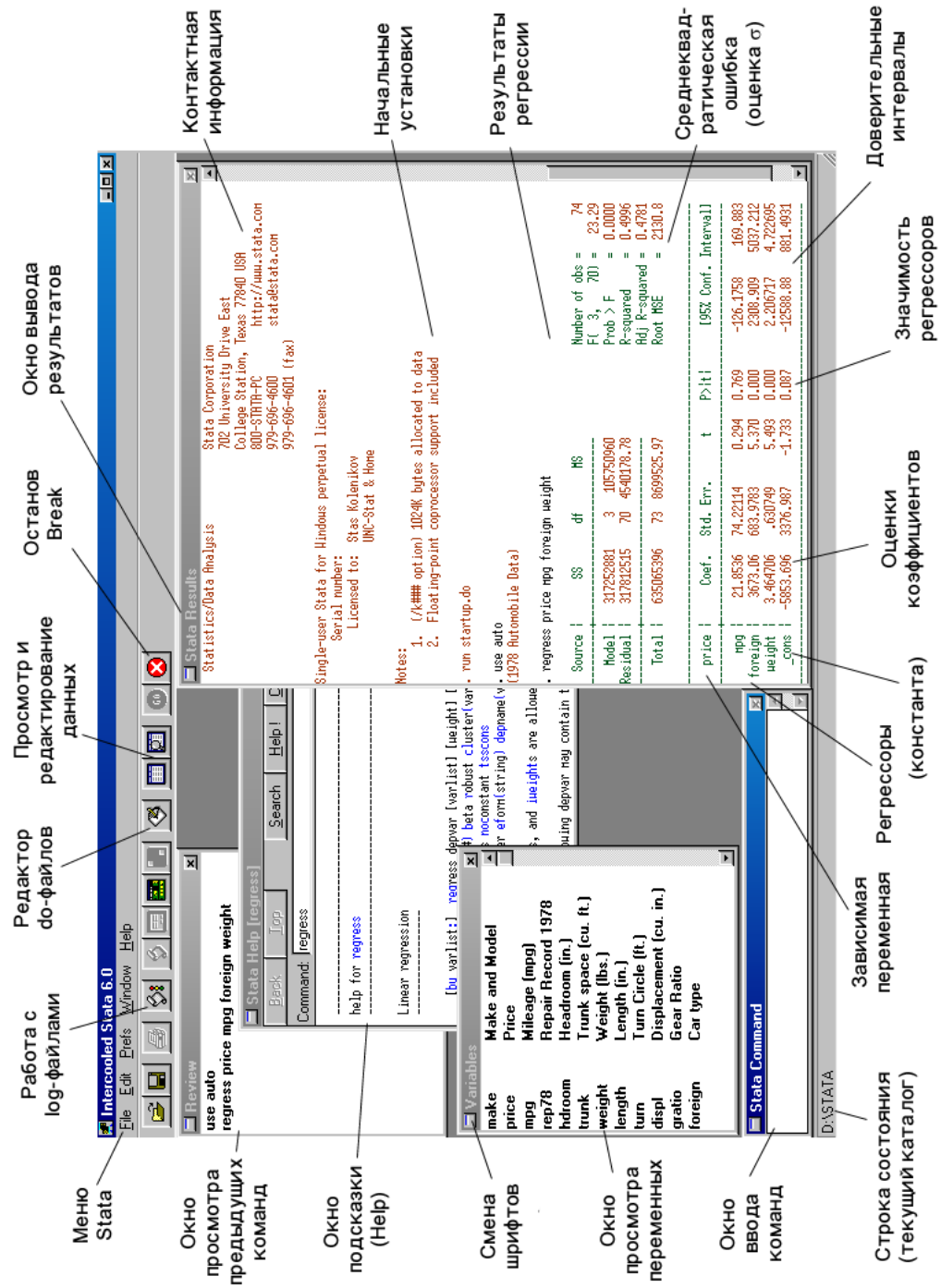


Рис. 3.1: Интерфейс Stata.

клавиатуре.

Stata использует в работе несколько окон: окно ввода команд (Stata Command), окно вывода результатов (Stata Results), окно истории, или предыдущих команд (Review), окно переменных (Variables), окно поиска и помощи (Help), графический экран (Graph), окно файла-протокола, или log-файла (Log; в 7-й версии его функцию выполняет окно Viewer). Можно также вызвать окна просмотра данных (Stata Browser) или редактирования данных (Stata Editor), а также редактор программ (Stata Do-file Editor). Переключаться между окнами можно, тыкаясь мышкой в любое место на нужном окне, либо через меню Windows.

При вводе команд в окне Stata Command можно пользоваться стандартными средствами редактирования в Windows (выделения, стирания, вставки в буфер и из буфера). Можно вызывать предыдущие команды, нажимая PgUp и PgDn, и редактировать их (что очень полезно, если при вводе команды были допущены мелкие опечатки, или если надо добавить какие-то опции или условия к предыдущей команде). Можно менять кое-какие установки Stata в меню Prefs, например, сохранить текущие установки окон (размеры, положение, шрифты).

См. также: `[GSW]` , т.е. руководство Getting Started for Windows.

3.4 Обобщить: как выглядят команды Stata

Команды Stata, как правило, имеют следующий вид:
`команда` [*список переменных*] `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]` `[using` *имя файла*`]` `[[`*веса*`]], [`*опции*`]`

Список переменных может состоять из одной переменной (например, если нужно получить сводные статистики или построить гистограмму), из двух (расчет корреляций или построение диаграммы рассеяния) и более (регрессии, графики со многими переменными). Условия `if` и `in` выделяют те наблюдения, для которых необходимо провести анализ (см. ниже параграф 3.6). Если команда предполагает работу с файлами (чтение, объединение и т.п.), то имя файла, с которым необходимо провести указанные действия, передается в конструкции `using`. Если разным наблюдениям необходимо придать разные веса, то для этого используется конструкция типа `[weight=`*выражение*`]` (см. `help weights`; квадратные скобки являются элементами синтаксиса и обязательны). Наконец, дополнительные модификаторы и параметры, влияющие на выполнение команд Stata или вывод результатов, а также все, что не поместилось в упомянутые рамки синтаксиса, записываются в опции.

Есть несколько исключений из вышеупомянутого синтаксиса, в т.ч. команды, выполняющие повторные действия — см. ниже параграф 3.11.

См. также: [U] **14 Language syntax**

3.5 Узнать: помощь

В Windows-верии Stata для поиска нужной информации проще всего воспользоваться меню Help, в котором имеются подменю Search (поиск по ключевым словам, например, Durbin Watson statistic) и Stata Command (файл помощи по конкретной команде Stata). Впрочем, практически все то же самое можно сделать с клавиатуры командами `search`, `help` и `whelp`. Содержимое встроенной подсказки полностью дублируется в открытом доступе на сайте Stata: http://www.stata.com/info/capabilities/ . В Stata 8 сделана команда `findit`, объединяющая под единым началом все возможности поиска Stata (в файлах помощи и в Интернете).

Встроенная помощь Stata устроена гипертекстовым образом: если подвести мышку к фрагменту текста, выделенному зеленым цветом, то курсор превратится в ладошку, а если нажать при этом на левую кнопку мыши[3], то будет выведен соответствующий фрагмент подсказки Stata. Если зеленым цветом помечена ссылка в Internet, то Stata запустит внешний браузер (MS Internet Explorer, Netscape Navigator). В Stata 7 эти действия можно выполнять и с результатами, выводимыми в окно Results.

Полный список стандартных команд, входящих в состав начальной установки Stata, можно найти в меню Help/Contents (или по команде `help contents`). Эти команды сгруппированы по тематическим разделам: общее представление о пакете, синтаксис команд, работа с данными, графика, статистические средства, матричные команды, программирование, особенности работы в среде Windows.

Все файлы помощи представляют собой специальным образом отформатированные текстовые файлы с расширением .hlp[4].

В Stata имеются собственные обучающие средства — мини-уроки (являющиеся, с технической точки зрения, специальным видом программ), доступ к которым обеспечивается командой `tutorial`. Они дают краткое введение в пакет, в графические и табличные средства Stata, знакомят с данными, поставляемыми вместе со Stata, и способами перевода текстовых файлов в формат Stata, а также освещают ряд основных статистических команд. К сожалению, в Stata 8 разработчики решили отказаться (без объяснения причин) от такого механизма.

[3] Для левшей эта кнопка, возможно, будет правой — имеется в виду та кнопка, на которой лежит указательный палец.

[4] В ОС Windows также имеется формат гипертекстовой помощи, несовместимый с форматом Stata, поэтому кликание на файлах помощи Stata из Проводника (Explorer) Windows ни к чему не приведет.

См. также: `[U] 8 Stata's on-line help and search facilities`, `[U] 9 Stata's on-line tutorials and sample datasets`.

3.6 Ограничить: условные модификаторы

Многие команды Stata позволяют ограничить свое действие на определенные наблюдения. Делается это с помощью *условных модификаторов* `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`. Условие, задаемое под `if` — это логическое выражение, в котором могут использоваться операторы отношений > ("больше"), < ("меньше"), >= ("больше или равно"), <= ("меньше или равно"), == ("равно", двойной знак использован для того, чтобы не спутать с операцией присвоения), != или ~= ("не равно"); логические операции `&` ("и"), | ("или"), ! или ~ ("не"), указание на текущее наблюдение `_n` и на последнее `_N`, обычные операции и функции, а также скобки для указания приоритета. `in` указывает диапазон наблюдений вида *начало/конец*, где в качестве конца диапазона может быть использовано последнее наблюдение, обозначаемое латинской "эл"(`l`) или как -1.

В Stata 8 имеется ряд специальных обозначений для пропущенных значений (missing values): любое число < `.` < `.a` < ... < `.z` (т. е. пропущенные значения могут иметь разные значения, обозначая разный смысл, который вкладывается в это понятие, или разные причины пропуска). Любое из пропущенных значений равняется плюс бесконечности по сравнению с другими числами. Все операции с пропущенным значением будут давать пропущенное значение (кроме логических операций сравнения). `count if x<.` или `count if !mi(x)` выдаст количество наблюдений, для которых известно значение переменной x.

3.7 Загрузить, сохранить, объединить: работа с файлами

Естественно, для того, чтобы данные анализировать, их надо как минимум загрузить в память. Stata обладает достаточно гибкими средствами ввода данных из текстовых файлов (команды `infile`; `infix`; `insheet`; см. также `help dictionary` и `[U] 24 Commands to input data`), однако файлы других форматов (Excel, SAS, SPSS, Statistica и т.п.) необходимо предварительно сохранить в виде текста (с разделением данных запятыми, табуляциями, или в фиксированном формате), либо воспользоваться внешними средствами для конвертации данных. В комплект поставки Professional Stata входит чрезвычайно полезная Windows-утилита StatTransfer (http://www.stattransfer.com), позволяющая преобразовывать данные между двумя десятками различных форматов.

Другая похожая по функциональным возможностям программа — DBMS/COPY. К сожалению, в текстовых форматах довольно непросто передать метки и примечания, поэтому, естественно, предпочтительнее пользоваться указанными пакетами для перевода данных из одного формата в другой.

Работу с уже имеющимися файлами данных формата Stata можно осуществлять из меню File, а можно и с клавиатуры.

`use` *имя файла* `, [clear]`

Загрузить в память указанный файл. Опция `use ... , clear` показывает, что при этом нужно уничтожить все данные, находящиеся в памяти. Если размер оперативной памяти (точнее, размер свободной памяти, остающейся после Windows и прочих приложений) не позволяет втиснуть в нее необходимый файл, то можно воспользоваться вариантом `use` *переменные* `using` *имя файла* `[if` *условие*`] [in` *диапазон*`]`, выбрав модификаторами только те переменные и/или только те наблюдения, которые нужны для работы. С помощью этого трюка можно проводить "черновой" анализ для задач большого объема, т.е. отработать последовательность команд на некоторой подвыборке, сохранить алгоритм работы с данными в виде do-файла (см. параграф 3.13), а потом оставить компьютер на выходные считать все то же самое по полной выборке.

`save` *имя файла* `, [replace old]`

Сохранить данные из памяти на диск под указанным именем. Опция `replace` указывает, что файл надо переписать, если он существует. Если нет — не беда, он будет создан. Опция `old` нужна для сохранения данных из-под Stata 6 в формате Stata 4-5 (т.е. для обмена данными с обладателями Stata более ранних версий). В Stata 7 опция `old` позволяет записать данные в формате Stata 6. В Stata 8 для сохранения данных в формате Stata 7 надо отдать команду `saveold`.

`merge` *список ключевых переменных* `using` *имя файла* `, [nokeep ]`

Добавить данные из указанного файла к данным, находящимся в памяти. Необходима для пополнения данных "вширь", т. е. для добавления *переменных*. Необходимо, чтобы в обоих файлах (которые на жаргоне Stata называются master data и using data) имелись *ключевые переменные*, т. е. переменные, однозначно идентифицирующие наблюдения, а также чтобы файлы были отсортированы по этим переменным, см. `[R]` **sort** и ниже команду `sort`. Некоторые из этих ограничений преодолеваются командой `mmerge` (Wessie 1999), которую необходимо устанавливать дополнительно (см. раздел 3.17). Опция `nokeep` указывает, что не надо добавлять наблюдения, которые встречаются только в using data.

`append using` *имя файла*

Добавить данные из указанного файла *в длину*, т. е. добавить новые наблюдения.

См. также: `[U]` **25 Commands for combining data**

3.8 Добавить, выбросить, переименовать: работа с данными

В Stata имеется несколько типов данных. Первый уровень разделения — это данные строковые и числовые. Числовые делятся в свою очередь на целые (byte, int и long, в порядке возрастания емкости формата) и действительные (float и double), а внутри каждого класса есть различия в точности представления; см. `[U]` **data types**, `help datatypes`. Пользователь, скорее всего, будет в какой-то момент неприятно удивлен, открыв что-нибудь вроде

```
. g xx = sqrt(2)

. di xx*xx
1.9999999
```

Подобная недостаточная точность происходит от использования данных типа float, используемого по умолчанию. Возможно, имеет больший смысл использовать по умолчанию формат double (что можно установить командой `set type double`).

`generate` `[`*тип*`]` *имя переменной* `=` *выражение* `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`

Создать новую переменную, возможно, указанного типа, и присвоить ей значение выражения. Имя переменной в шестой версии Stata может быть длиной до восьми символов, а в седьмой — 32, включать в себя буквы (верхний и нижний регистр различаются), цифры или знак подчеркивания, и должно начинаться с буквы. В *выражение* могут входить числа, переменные, фигурировать арифметические операции, функции (математические, статистические, строковые и пр.), логические условия (которые вычисляются как 1 — истина и 0 — ложь) и пропущенные значения. Об условиях и диапазонах говорится ниже, в разделе 3.6. Команда `g byte nonmissx=x<.` создаст новую переменную *nonmiss* типа byte (т.е. наименьшего возможного размера), которая будет равна 1, если переменная x имеет конечное значение, и 0, если x не определена. Команда `g r = invnorm(uniform())` создаст вектор случайных величин, независимо и одинаково распределенных по $N(0,1)$. См. также `[U]` **14 Language syntax**, `[U]` **15 Data**, `[16]` **Functions and expressions**.

`egen [` *тип*`]` *имя переменной* `=` *egen-функция*`(`*выражение*`)` `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`],` `[by(`*идентификатор группы*`)]`

Более мощная функция для создания новых переменных, позволяющая рассчитывать средние, медианы, минимумы, максимумы, суммы значений и т. п. по всей выборке или по группам, задаваемым переменными-идентификторами. Подробный список поддерживаемых функций и статистик имеется в `[R]` **egen** или `help egen`.

`xi` *специальные выражения*

`xi:` *команда Stata со специальными выражениями*

Позволяет создать набор бинарных (0/1) переменных из категорийной, или выполнить указанную команду, включив в список переменных создаваемый на ходу набор бинарных переменных. Одна из категорий берется как базовая, и для нее бинарная переменная не создается, т.е. корректно отрабатывается проблема статистической связи между получаемыми бинарными переменными. Специальные выражения имеют вид `i.`*категорийная переменная*, `i.`*категорийная переменная* `*i.`*категорийная переменная* или `i.`*категорийная переменная* `*`*непрерывная переменная*.

`recode`

Изменяет значения переменной. Актуально для перекодировки значений категорийной переменной или для соединения нескольких категорий в одну.

`replace` *имя переменной*`=`*выражение* `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`

Заменить значения уже существующей переменной.

`rename` *имя переменной новое имя*

Переименовать переменную.

`drop if` *условие* `| in` *диапазон*

Удалить наблюдения, удовлетворяющие указанным условиям.

`drop` *переменные*

Удалить указанные переменные.

`list` `[`*переменные*`]` `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`

Вывести значения указанных переменных (если не указано ничего, то всех) для наблюдений, удовлетворяющих указанным условиям (если никаких условий не указано, то вывести все наблюдения).

`edit` `[`*переменные*`]` `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`

Вручную редактировать указанные переменные для указанных наблюдений. Stata предоставляет для этой цели что-то вроде примитивных электронных таблиц. Использовать подобный режим для внесения изменений в данные не рекомендуется в целях обеспечения воспроизводимости результатов.

`browse [` *переменные*`]` `[if` *условие*`]` `[in` *диапазон*`]`

Просмотреть значения указанных переменных для указанных наблюдений. То же, что и `edit`, только изменять ничего нельзя.

`aorder`

Отсортировать переменные по алфавиту.

`sort` *переменные*

`gsort +|-`*переменная* `...`

Отсортировать данные по указанным переменным.

`compress [` переменные`]`

Привести переменные (если не указано, какие, то все) к минимально возможному типу без потери точности, снижая тем самым объем памяти, необходимый для их хранения.

`reshape`

Достаточно продвинутая команда, необходимая для изменения представления груп-

пированных данных — например, панельных. Она переводит данные между “длинным” (long) форматом, в котором на каждый объект панели имеется несколько наблюдений, соответствующих разным моментам времени (много наблюдений, откладываемых “в длину”— мало переменных, откладываемых “в ширину”), и в “широким” форматом (мало наблюдений — много переменных), в котором наблюдения соответствуют объектам, а данные записаны в виде переменных, называния которых заканчиваются на “дату”. Так, файл с переменными *income96, income97, income98* — это данные в “широком” формате, а файл с переменными *income, year*, где *year* принимает значения 96, 97, 98 — это данные в “длинном” формате. Панельные команды Stata, имеющие префикс `xt`, а также команда `clogit` работают с данными в “длинном” формате.

`describe [` *переменные* `| using` *имя файла*`], [short]`

Вывести описание данных и переменных: формат, метки и т. п. Эта команда показывает также количество наблюдений и переменных, изменялись ли данные с момента последнего сохранения, по каким переменным отсортированы наблюдения. Можно указать файл, находящийся на жестком диске.

`label`

Приписать метки к данным или переменным. `label variable` *имя переменной "текст"* создает метку переменной, которая выводится командой `describe` и видна в окне переменных. Можно также задать метку для файла данных `label data` (информация о файле данных хранится в сопровождающем его объекте `_dta`). Эта метка будет выводиться при исполнении `use` и `describe`. Можно также задать метки для отдельных значений дискретной переменной через `label define` и `label values`. Признаком хорошего стиля работы с данными является придание меток создаваемым переменным: после любой команды `generate` или `egen` должно идти `label variable`.

`notes [_dta |` *переменная*`] : "` *текст*`"`

Еще один вариант создания примечаний о файле или переменных. Если командой `label` всем данным в целом или отдельной переменной можно приписать только одну метку ограниченной длины, то `notes` позволяет приписать к каждой переменной или к `_dta` произвольное число меток произвольной длины. Примечания удобны для внесения комментариев типа: “Разобраться с этой переменной”; “Данные за 1994 г. сверены”; “Файл получен программой households.do” и т.п.

`lookfor` *текст*

Ищет указанный текст в названиях и метках переменных.

`clear`

Очистить память, выгрузив все данные, метки, программы, макросы.

3.9 Оценить: основные статистические средства

summarize *переменные* [if *условие*] [in *диапазон*], [detail]

Сводка описательных статистик, таких, как количество наблюдений, среднее, стандартное отклонение, максимум, минимум. Опция `detail` позволяет вывести также характерные квантили, несколько самых больших и самых маленьких значений и коэффициенты асимметрии и эксцесса. Прочие команды, описывающие данные в компактном виде — `lv`; `codebook` и `inspect`. Для дискретных переменных, принимающих небольшое число значений, будут полезны команды табуляции `tabulate` или `table` — см. ниже.

correlate *переменные* [if *условие*] [in *диапазон*], [covariance]

Выводит матрицу корреляций между переменными в указанном диапазоне. Опция `covariance` указывает, что надо вывести ковариационную матрицу. Матрицы вычисляются по тем наблюдениям, для которых имеются значения *всех* указанных переменных. Для того, чтобы сохранить полученную матрицу, надо воспользоваться командой `mat accum` с некоторыми допонительными манипуляциями.

pwcorr *переменные* [if *условие*] [in *диапазон*], sig obs

Выводит матрицу *попарных* корреляций, т. е. корреляций, рассчитанных по наблюдениям, в которых значения соответствующих переменных попарно не пропущены. Опция `sig` выводит уровень значимости корреляции (в предположении совместной нормальности), а `obs` — количество наблюдений.

tabulate *переменные* и table *переменные*

Построение различных таблиц, содержащих агрегированную информацию по переменным. Поддерживаются метки переменных и отдельных значений. Введение в эти команды дается уроком `tutorial tables`. См. также `[U]` **28 Commands for dealing with categorical variables**

regress *зависимая переменная объясняющие переменные* [if *условие*] [in *диапазон*], robust noconst cluster(*групповая переменная*)

Оценивание линейной регрессии зависимой переменной на объясняющие. Выводятся основные результаты оценивания: количество наблюдений, таблица дисперсионного анализа, статистики F, R^2, R^2_{adj}, а также таблица оценок коэффициентов, стандартных отклонений оценок, t-статистик для гипотезы $\beta_k = 0$ и доверительных интервалов (см. с. 49 с примером регрессии). Опция `robust` задает оценку ковариационной матрицы оценок коэффициентов в форме Уайта (2.29), учитывающей гетероскедастичность. Опция `cluster` указывает, что ковариационная матрица должна учитывать группировку наблюдений (как в кластерных выборочных обследованиях). Опция `noconst` указывает, что в модель, оценивамую Stata, не следует включать константу (как это делается по умолчанию). После команды `regress` можно получать прогнозные значе-

ния, остатки и строить диагностические переменные командой `predict` или проводить диагностику регрессии, не прогоняя регрессию заново. Введение в эту команду предоставляется уроком `tutorial regress`.

Команды оценивания статистических моделей в Stata имеют много общего. В частности, после всех таких команд можно отдавать команду `predict`, которая будет строить значения тех или иных выражений, связанных с результатами оценивания; получать матрицы самих оценок параметров (матрица-столбец `e(b)`) и их ковариационную матрицу (`e(V)`); строить тесты на линейные (`test`) и нелинейные (`testnl`, с использованием дельта-метода для получения ковариационной матрицы нелинейных функций оценок) комбинации параметров, и т.д. Можно вывести результаты оценивания, не показанные в основном блоке вывода, командой `estimates list` (в Stata 8 — `ereturn list`). Отдельные коэффициенты можно получать в виде `_b[`*имя переменной*`]`, а их стандартные ошибки — `_se[`*имя переменной*`]`. Специфика команд, оценивающих параметрические модели, описана в разделах `help est` и `help postest` встроенной подсказки Stata.

В пакете Stata имеется широчайший спектр статистических команд, важных для эконометрического анализа[5]:

- регрессия с инструментальными переменными `ivreg`, робастная регрессия `rreg`, одновременные уравнения `reg3`, нелинейный МНК `nl`;
- модели временных рядов (`help time`): модели авторегрессии со скользящим средним `arima`; автокорреляции `ac` и частные автокорреляции `pac`; модели с условной гетероскедастичностью `arch`; регрессия с ковариационной матрицей Ньюи-Веста (2.31) `newey`; проверка гипотез о единичных корнях временного ряда `dfuller`; `pperron`;
- обобщенные линейные модели (`glm`);
- средства дисперсионного анализа (`anova`; `oneway`; `loneway`),
- средства факторного анализа и анализа главных компонент (`pca`; `factor`);
- средства анализа таблиц сопряженности (более подробные опции команд `table`; `tabulate`; `epitab`);
- средства анализа панельных моделей (команды с префиксом `xt`, например, `xtreg, re` и `xtreg, fe` — регрессии со случайными и фиксированными панельными эффектами; `xtgls` — регрессии с коррелированными остатками; `xtlogit` и `xtprobit` — панельные регрессии с бинарной зависимой переменной. Подробности см. раздел 2.7; `help xt`, а также `[U]` **29.13 Panel-data models**);

[5] Подробности см. `help` *название команды*.

- средства анализа данных типа длительностей, или времени жизни, или времени отказа (survival time; команды с префиксом `st`; см. `help st`, а также `[U]` **29.14 Survival-time (failure time) models**);
- средства анализа стратифицированных обследований (survey; команды с префиксом `svy`; см. `help svy`, а также `[U]` **30 Overview of survey estimation**);
- средства анализа моделей с бинарной зависимой переменной (`logit`; `logistic`; `lfit`; `probit`; `dprobit` — предельные эффекты в пробит-модели);
- тесты на равенство средних (`ttest`), дисперсий (`sdtest`) и медиан (ранговые и знаковые тесты `signrank`; `signtest`; `ranksum`; `kwallis`);
- ранговые корреляции (`spearman`; `ktau`);
- возможность максимизации функций правдоподобия, запрограммированных пользователем (`ml`);
- в Stata 7 — исчерпывающий набор средств кластерного анализа `cluster`;
- и многое, многое другое.

Полная стандартная поставка пакета Stata насчитывает около 500 команд для конечного пользователя (плюс большое число внутренних или программистских модулей). Примерно столько же содержится в официальных дополнениях (STB), и еще около полутысячи команд (по состоянию на конец 2000 г.) находится в интернетовском архиве SSC-IDEAS (см. раздел 3.16).

3.10 Посчитать: функции

В пакете Stata реализовано довольно большое число различных функций: математических (логарифмы, тригонометрические функции, модуль, корень и т. п.); статистические (плотности и функции распределения, генератор псевдослучайных чисел от 0 до 1 `uniform()` по методу KISS (с периодом $\approx 2^{126}$, 2^{32} различными значениями и с возможностью инициализации пользователем для воспроизводимости вычислительных экспериментов), строковые функции, функции для работ с датами, функции от матриц (определитель, обратная), константа π (обозначается `_pi`) и ряд других. Полный список можно получить через `help functions` или `[U]` **16.3 Functions**, `[R]` **functions**. О возможностях написания пользовательских функций см. раздел 3.17.

3.11 Повторить: макросы и циклы

Макросы

Наиболее близким к понятию макросов Stata является, пожалуй, понятие локальной переменной в программировании. Макросы — это строки, имеющие содержанием другие строки (в т.ч. числовые значения, записанные в экспоненциальном формате). С их помощью в программах Stata можно устраивать циклы, получать передаваемые подпрограмме значения, и т.п. Макросы делятся на локальные, которые будут забыты по окончании того процесса, который их создал [6], и глобальные, доступные всем программам Stata. Среди глобальных макросов есть ряд зарезервированных, описывающих состояние Stata (версия, дата, время, режим работы, пути для поиска ado-файлов и т.п.). Ссылки на глобальные макросы Stata начинаются со знака доллара ($). Так, уровень значимости, по умолчанию используемый для построения доверительных интервалов, обозначается как `$S_level` и равен по умолчанию 95 (в процентах).

Локальные макросы создаются командой `local` и вызываются через открывающие и закрывающие единичные кавычки ‘ и ’. Глобальные макросы создаются командой `global` и вызываются через знак доллара `$`. Примеры:

```
. local a sqrt(2)

. local b = ‘a’

. di ‘a’ _n ‘b’ _n "‘a’ = ‘b’"
1.4142136
1.4142136
sqrt(2) = 1.414213562373095

. local i = 345

. local k = 1

. local i1 = 678

. di ‘i’‘k’
3451

. di ‘i‘k’’
678
```

[6] Собственно, эти макросы и являются аналогами локальных переменных.

С помощью макросов можно также получить тип или метку переменной; количество слов, разделенных пробелами, в заданной строке; названия строк и столбцов матрицы; узнать, по каким переменным отсортированы данные, из какого каталога была запущена Stata; и т. п. Всё это делается с помощью т. н. расширенных функций для макросов.

Ряд команд Stata неявно создают локальные макросы. К таким командам относится чрезвычайно важная программистская функция `syntax` и команды циклов, рассматриваемые в следующем подразделе.

См. также: `[U]` **21.3 Macros**

Циклы

Stata обладает довольно своеобразными средствами повтора тех или иных команд для разных групп наблюдений, разных переменных и прочих случаев. Обычно этих средств хватает для выполнения требуемых задач, но иногда приходится прибегать к более изощренным трюкам.

`by` *идентификатор(ы) групп* `:` *команда Stata*

Эта команда повторяет указанную *команду Stata* отдельно для каждого набора наблюдений с одинаковыми значениями групповых переменных. Иными словами, Stata разбивает все данные на отдельные группы согласно групповым переменным (идентификаторам), и выполняет указанную команду для каждой из групп по отдельности. При этом указатель последнего наблюдения `_N` указывает на последнее наблюдение *в группе*. Необходимо, чтобы данные были отсортированы по этим групповым переменным, в противном случае Stata выдаст сообщение об ошибке.

`bysort` *идентификатор(ы) групп* `(` *сортировка внутри групп* `)` `:` *команда Stata*

То же, что и `by`, но в пределах каждой группы наблюдения будут отсортированы по переменным, указанных в скобках.

`for` *тип списка список* `[: for` *тип списка список* `... ]:` *команда Stata с символом* `X [Y] [` `\` *команда Stata с символом* `X [Y] ... ]`

Поддерживаемые типы списков: список чисел (`numlist`), список переменных (`varlist`), произвольный список (`anylist`).

Числа от 1 до 10 можно задать следующими способами: `1(1)10`, или `1 2 to 10`, или `1/10`.

В списке переменных можно использовать переменные, стоящие друг за другом, через тире. Можно использовать `*` как заменитель любого символа: `u*` означает все переменные, начинающиеся на "u".

Подробнее о списках: `[U]` **14 Language syntax**, `help numlist`, `help varlist`.

Команда `for` осуществляет цикл в обычном алгоритмическом понимании этого слова. Она перебирает элементы списка и подставляет их вместо `X` в исполняемой команде (командах). Если задано больше одного `for` через двоеточие, то Stata выполнит

указанные команды для всех сочетаний `X` из первого списка × `Y` из второго, и т.д.

Stata честно пытается информировать пользователя о каждом отдельном значении групповых переменных `by` или параметра `for`, для которого выполняется очередное действие, и если список составляет несколько сотен, то весь процесс может оказаться несколько утомителен, да и вывод на экран иногда является самым медленным элементом вычислительного конвейера Stata. Чтобы команды ничего не выводили на экран, перед `for` и `by` можно задать, как и перед любой из команд Stata, префикс `quietly` , например: `qui for var x1-x5: g lX=log(X) \ lab var lX "log of X"`

В седьмой версии пакета возможности циклов несколько расширены командами `forvalues` и `foreach`.

`forvalues` *имя диапазон* {
    команды Stata
}
`foreach` *имя* `of local | global | varlist | newlist | numlist` *список* {
    команды Stata
}
`foreach` *имя* `in` *список* {
    команды Stata
}

Команды `forvalues` и `foreach` пользуются локальным макросом *'имя'* в качестве переменной цикла. В теле цикла, обозначенного как *команды Stata*, можно обратиться к этой локальной переменной, но ни в коем случае нельзя ее переопределять.

Пример:

```
foreach x in sqrt log exp {
  forvalues k = 1/3 {
    qui g `x'`k' = `x'(`k')
  }
}
```

Результат:

```
. sum sqrt1 - exp3

    Variable |       Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+--------------------------------------------------------
       sqrt1 |         1           1           .          1          1
       sqrt2 |         1    1.414214           .   1.414214   1.414214
       sqrt3 |         1    1.732051           .   1.732051   1.732051
        log1 |         1           0           .          0          0
        log2 |         1    .6931472           .   .6931472   .6931472
```

```
-------------+--------------------------------------------------------
        log3 |         1    1.098612           .   1.098612   1.098612
        exp1 |         1    2.718282           .   2.718282   2.718282
        exp2 |         1    7.389056           .   7.389056   7.389056
        exp3 |         1    20.08554           .   20.08554   20.08554
```

3.12 Запомнить: результаты работы

Естественно, результаты работы по статистическому анализу данных не должны погибать вместе с концом сеанса Stata. Можно копировать эти результаты непосредственно из окна результатов Stata и через буфер обмена переносить в прочие приложения, однако есть более естественный способ.

`log using` *имя файла*`, [ append | replace ]`
`log on | off | close`

Эта команда записывает все, что Stata выводит в окно результатов, в указанный файл (добавляя либо перезаписывая этот файл, в соответствии с опциями `append` либо `replace`, если такой файл существует). `log off` временно прекращает запись в файл, `log on` возобновляет запись в файл, `log close` прекращает запись и закрывает файл. Команды, связанные с log-файлом, продублированы на панели инструментов Stata кнопочкой со светофором. Log-файлы лучше всего печатать непосредственно из Stata, поскольку Stata умеет автоматически приукрашивать текст (выделяя полужирным шрифтом команды, проставляя даты и т.п.).

В Stata 7 есть два вида log-файлов: командный (в который пишутся только команды, отдаваемые пользователем, что дает возможность быстро конвертировать результаты работы в программу) и полный (в который пишутся как команды, так и результаты их исполнения). Запись команд в командный log-файл задается конструкцией `cmdlog using` *имя файла*. Есть также недокументированные способы записи log-файлов в форматах HTML и texman — `log html` *имя файла* и `log texman` *имя файла*.

Есть еще один вариант сохранения статистических результатов исследований — прекрасная пользовательская команда `outreg` (Gallup 2001), которая записывает результаты регрессий в отдельный текстовый файл в соответствии с принятыми в статистической и эконометрической литературе обозначениями: столбцы коэффициентов со стандартными ошибками в скобках, число наблюдений, статистика R^2 и прочие статистики. Этот модуль требует, впрочем, отдельной установки, см. `[R] stb`, `help stb`. Самую свежую версию можно найти на сайте архива SSC-IDEAS, см. параграф 3.16.

Наконец, список нескольких последних команд можно получить командой `#review` [*количество команд*] .

См. также: `[U]` **Printing and preserving output**.

3.13 Запустить: do-файлы

Произвольную последовательность команд Stata можно записать в отдельный файл — не более одной команды в строке — и выполнить всю последовательность одной командой. Традиционно файлы, в которых записаны подготовленные таким образом программы, носят расширение `.do`, а команда, выполняющая эти do-файлы, так и называется: `do` *имя файла аргументы* `, [nostop ]`

Stata прекращает исполнение do-файла, когда натыкается на ошибку. Можно этого избежать, установив опцию `nostop`.

Если не требуется вывод на экран, то вместо `do` можно запустить программу командой `run`. Впрочем, в случае аварийного останова Stata все равно выдаст сообщение об ошибке, вполне справедливо полагая, что пользователь должен об этом знать.

В текст do-файла можно вставлять комментарии, оформляемые в стиле языка программирования C, т. е. `/*` открывает комментарий, а `*/` — закрывает. Кроме того, строка, начинающаяся со звездочки `*`, также считается комментарием и полностью игнорируется. Эта строка, тем не менее, является командой, в том смысле, что Stata выводит ее в окно вывода и в log-файл. Можно таким образом вводить комментарии и при интерактивной работе.

Когда возможностей `for` не хватает, можно попробовать написать отдельный do-файл для выполнения требуемых действий и передавать ему `X` (или каким-то образом преобразованное выражение с `X`) в качестве одного из аргументов.

Можно дать несколько советов по созданию do-файлов [7].

- Для того, чтобы гарантировать воспроизводимость всех результатов, необходимо оформлять все полезные действия, вплоть до изменения значения одной переменной в одном наблюдении, как строки do-файла. Автору этих строк неоднократно приходилось выяснять вместе с коллегами, почему у них получаются разные результаты при использовании вроде бы одних и тех же методов обработки и анализа и вроде бы одних и тех же файлов данных, и именно для исключения подобных ситуаций и разработаны эти советы.

- На каждый отдельный исследовательский проект надо заводить отводить отдельный каталог, а исходные данные сохранять неизменными и соответствующими исходным статистическим первоисточникам (справочникам, известным базам данных и т.п.), вынося все необходимые поправки и изменения в do-файлы.

[7] С разрешения Stata Corp., по материалам Net Course 151 по программированию в пакете Stata.

- После существенных изменений в данных (таких, как команды `reshape`, `merge` или создания большого количества новых переменных — не забывайте придавать им метки!) стоит сохранить полученные (промежуточные) результаты. Название файла данных должно отражать его происхождение или содержание, либо же должно содержать признаки того, что данные вторичны (например, можно начинать названия несущественных файлов с тильды или подчеркивания). Более подробную информацию о происхождении файлов данных можно записывать в эти файлы командами `label data` и `notes`.

- Do-файлы, создающие данные, и do-файлы, их анализирующие, стоит разделять. Названия do-файлов также должны быть достаточно информативны. Например, если вы работаете с файлом данных, носящим название `RegData00`, то do-файл, создающий эти данные, можно назвать `cr-RegData00.do` (сокр. от create), а do-файл, их анализирующий — `an-RegData00.do`.

- Стоит каждый do-файл начинать "с нуля", а log-файл, отслеживающий происходящее, должен открываться в том же do-файле. Отслеживать результаты работы будет проще всего, если имя log-файла совпадает с именем do-файла (или, если do-файл должен использовать какие-то параметры, эти параметры также должны фигурировать в названии log-файла, благо Stata поддерживает длинные имена Windows). В начале файла также надо ставить команду `version` для совместимости с более поздними версиями, в которых функции или опции некоторых команд могут измениться.

Примерная "рыба" типичного do-файла будет такова:

```
clear
version 6
set memory 10m
log using income98, replace
use income98
* еще какие-то действия
...
log close
exit
```

Stata Corporation предлагает превосходные Internet-курсы по программированию в пакете Stata. Автор этого пособия участвовал в таких курсах и считает, что они заметно помогли ему в освоении возможностей пакета.

См. также: `[U]` **19 Do-files**

3.14 Нарисовать: графика [8]

Мир графических средств пакета Stata начинается командой `graph`, у которой имеется добрая сотня разнообразных опций на разнообразные случаи жизни. Наиболее часто используемые графики реализованы в виде отдельных команд.

`graph` *переменные* `, [`*опции*`]`

Команда `graph` одна, но вариантов воплощения у нее очень много. Краткий рассказ об этих возможностях дается уроком `tutorial graphics`.

Если команда `graph` содержит одну переменную, то эта команда интерпретируется как задание построить гистограмму. По умолчанию Stata разбивает диапазон изменения переменной на пять интервалов (bins), что, как правило, недостаточно информативно, поэтому имеет смысл увеличить число интервалов опцией `graph ... , bin(50)`. Можно наложить поверх гистограммы плотность нормального распределения с аналогичным средним и дисперсией для визуального контроля нормальности с помощью опции `graph ... , norm`. Еще несколько разновидностей графиков, описывающих одну переменную, даются опциями `graph ... , box` (график box-whisker, отражающий основные квантили распределения[9]) `| star` (роза ветров) `| bar` (столбцовая диаграмма) `| pie` (круговая диаграмма). Более подробную помощь можно найти по ключевым словам `grhist` и `graph`.

Диаграмма рассеяния выводится командой `graph`, но с двумя аргументами: `graph` "`ось y`" "`ось x`". Из основных опций (перечисляемых через запятую в командной строке), которые имеет смысл указывать для диаграммы рассеяния, стоит упомянуть:

- `symbol` — символ, которым будет помечаться выводимое наблюдение; `symbol(.)` выведет маленькую точку, `symbol(o)` — маленький кружок, `symbol([переменная])` — значение указанной переменной; `symbol([_n])` — номер наблюдения.

- `connect` — соединение точек; `connect(.)` означает, что точки соединять *не* надо, `connect(l)` — что точки надо соединить тонкой линией; `connect(s)` — провести сплайн через соседние точки. Сплайн является одним из видов *непараметрической регрессии* (см. параграф 2.8.3). В седьмой версии пакета можно задать стили линий, указывая их в квадратных скобках после символа, задающего соединение

[8] Данный раздел написан для графики Stata 7; в Stata 8 все было существенно переработано, см. `[G]` — руководство по графике. Можно "понизить" версию пакета, отдав команду `version 7`, тогда все описанные здесь графические возможности будут работать.

[9] На таком графике ящик (box) ограничен верхним и нижним квартилями, средняя линия ящика проводится на уровне медианы, а усы (whiskers) – это удвоенные разности между медианой и квартилями.

точек: `connect(l[-])` — пунктирная линия, `connect(l[_])` — длинная пукнтирная линия, `connect(l[.])` — короткая пунктирная линия. Эти стили можно сочетать — `connect(l[-.])` выдаст штрих-пунктирную линию.

- `sort` — перед соединением точек, задаваемой опцией `connect`, отсортировать наблюдения по переменной на оси x (во избежание заполнения экрана паутинообразной ломаной).
- `bands` — количество соседних точек, используемых для вычисления сплайна. Чем ниже число, задаваемое этой опцией, тем более гладкой будет кривая непараметрической регрессии.
- `density` — количество точек на графике сплайна. Чем больше это число, тем более гладким будет *изображение* сплайна. Гладкость самого сплайна регулируется опцией `bands`.
- `xlab` и `ylab` — числовые метки на осях.
- `xtick` и `ytick` — "зарубки" на осях.
- `xline` и `yline` — вертикальные и горизонтальные линии на графике.
- `xscale` и `yscale` — диапазон осей.
- `title` — заглавие графика. В данном контексте Stata не понимает русский текст.

Эти и другие опции описываются в подсказке `grtwoway`.

Если в команде `graph` указать более двух переменных, то Stata построит графики зависимости всех переменных от последней, т.е. список переменных интерпретируется как $y_1, \ldots, y_{n-1}, x$. Матрица попарных диаграмм рассеяния выводится с помощью опции `graph, matrix`.

Графики Stata можно сохранять в собственном формате .gph, указывая после любой графической команды опцию `graph ... , saving(`*имя файла*`)`. Эти сохраненные графики можно потом просмотреть заново командой `graph using` *имя файла(ов)*. Stata позволяет сочетать на одном рисунке несколько графиков – см. подсказку по команде `help grother`. Кроме того, через меню File можно сохранять графику и в виде, понятном Windows-приложениям (в виде растровой графики .bmp или векторной .wmf), или переносить в другие приложения через буфер Windows.

Для встраивания графики Stata 6 в LaTeX надо сохранить рисунки в формате Encapsulated PostScript (.eps) или PDF и экспортировать в LaTeX средствами пакета `graphicx`.

Для этого, начиная с 7-й версии пакета, имеется команда `translate`, которая конвертирует графику в форматы PostScript и Encapsulated PostScript, а форматированные SMCL-файлы — в текстовые.

См. также: `[G]`

3.15 Уточнить: команды для удовлетворения любопытства

В данном разделе будет рассказано о командах, показывающих определенные параметры состояния Stata, и о случаях, когда бывает полезна представляемая ими информация.

`query`

Выводит установки текущих параметров (в т. ч. размер матрицы, см. выше `set matsize`, уровень значимости по умолчанию статистических тестов `level`, в %, имя текущего log-файла, и т. п.), и прочие установки, осуществляемые командой `set` (см. раздел 3.2).

`about`

Выводит основные паметры Stata и компьютера, на котором работает пакет: версия программы, дата создания exe-файла, общий и доступный объем памяти.

`memory`

Выводит информацию о том, сколько памяти отведено для Stata и как она используется. Рекомендуется иметь памяти по меньшей мере на 15–20 % больше, чем требуется для данных, поскольку очень многие команды создают временные переменные, временные матрицы или используют память иным образом.

`adopath`

Выводит информацию о том, в каких каталогах Stata ищет ado-файлы с новыми программами (см. с. 85 об ado-файлах). Необходимо для установки новых компонент Stata (например, STB-дополнений при их ручном скачивании из Internet, см. параграф 3.17), а также при написании собственных программ в виде ado-файлов.

`which` *название команды*

Выводит информацию о том, в каком файле и в каком каталоге найден ado-файл, выполняющий требуемую команду, а также информацию о версии команды. Может оказаться полезным, если программа дорабатывается автором и необходимо отслеживать наличие последних версий, а также при появлении сообщений об ошибках для обращений в службу технической поддержки Stata или к автору программы.

3.16 Законнектиться: Internet-возможности Stata

Адрес Stata в Интернете — http://www.stata.com/. На этом корпоративном сайте размещаются новости (выход обновлений и новых версий, дополнений к Stata — STB, встреч пользовательских групп, объявления об Интернет-курсах по программированию и использованию пакета). Еще один очень полезный адрес — http://ideas.uqam.ca/. Здесь располагается поисковая система архива RePEc (Research Papers in Economics), умение пользоваться которой само по себе полезно для всякого экономиста. Одной из составных частей RePEc является архив программ SSC-IDEAS (Statistical Software Components), написанных пользователями Stata. В этом архиве содержится несколько сотен различных программных модулей, что вполне сопоставимо с количеством команд в минимальном варианте установки. Из прочих ресурсов стоит упомянуть лист поддержки — statalist@hsphsun2.harvard.edu[10], на котором можно получить квалифицированную помощь как от других пользователей Stata, так и от самих разработчиков, вплоть до президента корпорации Уильяма Гулда (William Gould). По его словам, оперативная и персональная поддержка пользователей — это один из важнейших приоритетов компании. От себя добавлю — это еще и одно из самых больших ее достоинств, особенно по сравнению с огромными монстрами типа SAS.

Начиная с шестой версии, Stata обладает рядом полезных возможностей, реализуемых через всемирную сеть Интернет. Это — обновление пакета, а также доступ к пользовательским программам.

`update`

Позволяет загрузить официальные обновления Stata через Интернет. Запрос `update query` показывает, что нужно обновить (статистические компоненты, находящиеся в ado-файлах, или исполняемый файл wstata.exe). Затем можно обновить необходимые фрагменты с помощью `update ado`, `update executable` или `update all`.

`net [from` *URL*`]`

Установка программ Stata через Internet. Эта команда ищет по указываемым Интернет-адресам (URL) — или, по умолчанию, на вышеуказанном сайте Stata — описания пакетов, которые может установить пользователь, скачивает необходимые файлы и устанавливает их на вашем компьютере.

`webseek` *ключевые слова*

Осуществляет поиск в Internet команд Stata, соответствующих указанным ключевым словами. `webseek` обращается на сервер Stata, на котором содержится информация о программах STB и других архивах программ Stata, по которым и осуществляется

[10] Чтобы подписаться на этот лист, надо послать письмо на адрес majordomo@hsphsun2.harvard.edu с текстом `subscribe statalist`.

рекурсивный поиск. В седьмой версии команда `webseek` заменена на `net search`, а в восьмой — объединена с возможностями поиска по встроенной подсказке в команду `findit`.

Помимо этих команд, работающих через Internet, Stata может выполнять многие действия, связанные с файлами, используя URL файлов вместо их имен. Так, вполне осмысленная команда

```
use http://www.stata.com/users/vwiggins/auto.dta
```

загрузит ценный файл auto.dta, на тот случай, если вы случайно стерли оригинал, поставляющийся вместе с пакетом. Можно получать через Интернет текстовые файлы с данными и конвертировать их в файлы Stata командами `infile, infix, insheet`, и т.п., и даже запускать do-файлы, что особенно полезно в преподавательской работе.

Для корректной работы через прокси-сервер необходимо установить его параметры в меню Prefs/General Preferences/Internet Prefs.

См. также: `[U]` **32 Using Internet to keep up to date**.

3.17 Надстроить: расширение возможностей Stata

Stata — динамичный и открытый пакет. От одного до трех раз в месяц Stata выпускает обновления на уровне ado-файлов, доступные по команде `update`, и примерно раз в квартал выходят обновления исполняемого файла. Однако основная динамика происходит на листе statalist и на архиве программ SSC-IDEAS, где за день может появиться с десяток новых команд (написанных пользователями Stata для решения своих исследовательских задач, либо в качестве ответа на вопросы, задаваемые на statalist).

Корпорация Stata публикует журнал Stata Journal, в котором публикуются статьи как разработчиков пакета, так и его пользователей, поясняющих отдельные темы прикладной статистики и примеры обработки данных с примерами реализации в Stata. Ранее официальные дополнения к пакету выходили под названием Stata Technical Bulletin (или, сокращенно, STB). Для того, чтобы установить у себя программы из этих источников, надо отдать команды

```
net
net cd stb
```

или обратиться к меню Help/STB and User-written Programs для доступа к ado- и hlp-файлам на сервере Stata.

В предыдущих версиях Stata всех этих возможностей работы через Интернет не было, поэтому для установки дополнений или программ из архива SSC-IDEAS было необходимо скачивать их вручную с Интернета, а потом либо копировать в каталог,

зарегистрированный в `adopath` (см. с. 106), либо устанавливать средствами Stata — командой `install`. Пользователи 6-й или 7-й версии, у которых нет постоянного или хотя бы модемного соединения с Интернетом, будут вынуждены ходить с дискетами к знакомым, у которых доступ есть, скачивать необходимые команды на дискету, а потом устанавливать их командой `install from a:`.

Есть еще один технический момент, связанный с представлением текстовых файлов в Windows и UNIX. В этих двух операционных системах концы строк представляются по-разному, причем UNIX понимает тексты Windows, но не наоборот. В архиве SSC-IDEAS находятся программы, написанные в обоих форматах. При копировании командой `net` Stata корректно обрабатывает концы строк, однако при описанном выше "ручном" копировании возможны проблемы у пользователей, работающих в Windows. Симптомом того, что у вас возникла проблема, связанная с концами строк, является неработоспособность свежеустановленных файлов — Stata возвращает ошибку с кодом 199 (unrecognized command: xyz not defined by xyz.ado — команда не распознана; программа xyz не определена в файле xyz.ado); при этом Stata находит файл помощи на новую команду, но в нем все оказывается перепутано. Эту проблему можно решить, открыв оба файла (.ado и .hlp) в текстовом редакторе и сохранив их обратно — есть вероятность, что концы строк при этом будут расставлены заново корректным образом.

На определенном уровне владения пакетом оказывается удобным писать по разным случаям свои собственные программы (ado-файлы). Их можно публиковать их в Интернете для всеобщего доступа. Например, страничка автора этой книги, посвященная Stata, размещается по адресу: http://www.komkon.org/~tacik/stata. На ней находятся программы, уроки (tutorials) и PDF-файл с этой книгой.

Частным случаем пользовательских программ являются функции для команды `egen`. Они позволяют в какой-то степени обойти невозможность написания функций пользователя, применимых наравне со встроенными. Файлы, в которых содержатся такие функции, имеют префикс `_g` и должны быть написаны в соответствии с определенными требованиями на обработку входных аргументов.

3.18 Научиться на опыте: сообщения об ошибках

В соответствии с общепринятыми программистскими соглашениями, каждая команда и программа должна уметь сообщать о результатах своей работы. Чаще всего это делается в виде целочисленного кода завершения программы. Нулевое значение этого кода свидетельствует об отсутствии каких-либо ошибок и проблем при выполнении задания;

ненулевое, как правило, обозначает те или иные ошибки. Помимо кода завершения, многие программы Stata сохраняют те или иные результаты своей работы, которые можно получить, в зависимости от выполненной команды, через `estimates list` (вспомним обсуждение команды `regress` на с. 96) или `results list` . См. `help estimates` и `help results`.

В окне вывода Stata текст подсвечивается одним из пяти цветов: белым, желтым, зеленым, голубым или красным. Белым цветом показываются команды, отданные пользователем или прочитанные из do-файла, а также некоторые специфические сообщения; голубым — гипертекстовые ссылки на файлы подсказки или на страницы в Интернет, а также запрос на продолжение вывода `--more--` (пауза в процессе обработки данных; для получения следующей строки вывода надо нажать `Enter`, следующей страницы — клавишу "пробел", как в программе `more` ОС UNIX); зеленым — информационный (постоянный) текст; желтым — рассчитываемые числовые значения (переменный текст); красным — сообщения об ошибках. Сообщения об ошибках сопровождаются кодом ошибки, по которым можно найти более подробную информацию в `[R]` **error messages** или через меню Help/Search/`rc` *код ошибки*. Чаще всего ошибки вызваны неправильным синтаксисом вводимых пользователем команд (использованием одинарного `=` в условиях `if`, ссылкой на несуществующую переменную из-за опечатки в названии переменной, ссылкой на несуществующую команду при опечатке в названии команды, попыткой создать вновь уже существующую переменную, и т.п.). Иногда, впрочем, ситуации могут быть более серьезными и свидетельствовать о статистических или вычислительных проблемах — например, когда не достигается сходимость итерационных процессов или не хватает наблюдений для оценивания модели — или проблемах компьютерных — нехватке памяти (сообщение `no room to add more variables`, см. выше `set memory`).

В пакете Stata 7 функции голубого цвета несколько изменены: он означает ссылку на файл встроенной подсказки, на URL в Интернете или просто на команду Stata. Можно навести мышку на фрагмент, показанный голубым цветом, и по нажатию левой кнопки мыши Stata покажет необходимый файл помощи, запустит браузер или выполнит необходимую команду. В частности, коды ошибок показываются голубым цветом, и при кликании на коде ошибки показывается файл подсказки, поясняющий, почему возникла данная ошибка.

См. также: `[U]` **11 Error messages and return codes**

3.19 Разобраться: прочее

В этом разделе приведены сведения, которые пригодятся уже при достаточно серьезном уровне владения пакетом и достаточно серьезных запросах к сложности программ.

Матрицы

Пакет Stata не является матричным, как, например, GAUSS. В нем, однако, реализовано большинство популярных матричных задач и алгоритмов: основные алгебраические действия, обращение, разложение Холецкого, решение задачи на собственные значения, сингулярное разложение. Столбцы и строки матриц можно "называть по именам" (что вполне естественно, например, для ковариационных матриц, возникающих при оценивании параметров статистических моделей). Знакомство с матричными средствами Stata можно начать с `help matrix`.

См. также: `[U]` **17 Matrix expressions**

Русификация

К сожалению российских пользователей, пакет Stata не русифицирован в том смысле, что у него отсутствуют русские описания. Теоретически и технически, русификация выводимых результатов и встроенной подсказки возможна, но объем работы измеряется, как мне кажется, несколькими человеко-годами, так что всерьез на это рассчитывать пока что не приходится.

Тем не менее, Stata может оперировать нелатинскими символами в качестве строк. Русские буквы можно использовать в качестве содержимого строковых переменных, для примечаний, меток переменных и данных, однако нельзя использовать в названиях переменных. Чтобы эти буквы отображались, надо в соответствующем окне (в первую очередь, в окне результатов) установить русские шрифты. Для этого надо ткнуться мышкой в пиктограмму окна в левом верхнем углу нужного окна (см. рис. 3.3) и установить какой-нибудь из русских шрифтов.

Программирование

Одна из ценнейших возможностей Stata — возможность создавать весьма гибкие программы для выполнения повторяемых действий. Возможностям программирования посвящен отдельный том в руководствах пользователя `[P]` . Работа с программами осуществляется командой `program`. Наиболее часто используемый ее вариант — конструкция `program define` , открывающая программу (закрывает ее команда `end`). Возмож-

но, следующий по частоте использования вариант — `program drop _all` для сброса всех программ в памяти при разработке и отладке программ. После команды `program define` обычно следуют команды контроля версии `version` и грамматического разбора (парсинга) `syntax`, разбивающая вызов создаваемой команды на отдельные локальные макросы. См. `[P] syntax`.

Место, в котором была допущена ошибка в программе, легче всего найти, отдав команду `set trace on`. В зависимости от установок трассировщика, можно получать более или менее результаты работы интерпретатора и парсера Stata.

Написанные команды и программы можно опубликовать в сети Интернет, так что они станут доступны другим пользователям Stata. Для этого необходимо создать специальные индексные файлы, описывающие предлагаемые программы. См. `[w]help usersite`, `[R] net`.

3.20 С чего начать?

Самое трудное — начать работу с пакетом в первые минуты, и это верно для любого программного средства. Один из важнейших навыков, которым необходимо овладеть с самого начала — это умение пользоваться встроенной подсказкой (см. раздел 3.5, а также подсказки по ключевым словам help, winhelp).

Другой хороший вариант самообучения и начала эффективной работы — воспользоваться встроенными мини-уроками tutorials. Достаточно набрать `tutorial` в командной строке Stata — и дальше Stata сама расскажет, какие мини-уроки у нее есть и как их вызвать. Первый мини-урок вызывается командой `tutorial intro`, и именно с него мы начинали наши практические занятия с пакетом Stata. Цель этих мини-уроков — не решить какую бы то ни было статистическую задачу, а показать, как работают те или иные команды в практической работе, поэтому при просмотре этих уроков надо обращать внимание не на то, что *выводит* Stata, а того, что в нее **вводится**.

Для данного курса прикладной эконометрики автором этого пособия была написана обучающая программа, демонстрирующая основные средства диагностики регрессий. Эта программа доступна со страницы `http://www.komkon.org/~tacik/stata` или, пользуясь интернет-возможностями Stata (см. раздел 3.16), из самого пакета:

```
. net from http://www.komkon.org/~tacik/stata
. net get aboutreg
```

Темпы обучения, безусловно, индивидуальны, однако обычно уже нескольких часов достаточно для того, чтобы начать самому вводить команды и понимать, что они означают. Для профессионального овладения пакетом нужны, наверно, недели и месяцы постоянной работы с разными задачами и разными данными, отлаживание собствен-

ных программ и попытки разобраться в чужих, участие в интернет-курсах по пакету, предлагаемых разработчиками Stata Corp., участие в листе рассылки. Никакая книжка не может заменить самостоятельного активного освоения!

Глава 4

Мониторинг экономического положения и здоровья населения России

В этой главе будет кратко описана имеющаяся в открытом доступе (и потому популярная среди исследователей-экономистов) база данных RLMS (Russia Longitudinal Monitoring Survey, Мониторинг экономического положения и здоровья населения России; см. Mroz *et. al* (1999), Swafford (1996)). Это — панельное обследование, проводимое совместно Университетом Северной Каролины (Чапел-Хилл), компанией "Парагон", Институтом Социологии РАН, Институтом Питания РАН и, на отдельных этапах, другими организациями. В мае 2001 г. были опубликованы данные девятого раунда. Первые четыре раунда проводились в 1992–1993 гг., и на настоящий момент признаются организаторами обследования неудачными. В 1994 г. выборка была создана заново, и с тех пор обследования проводятся регулярно в конце осени (за исключением 1997 г., когда проект не был профинансирован). Файлы данных [1] выложены на ftp-сервер университета, координаты которого (как и многое другое о RLMS) можно найти по адресу http://www.cpc.unc.edu/rlms/.

RLMS является панельным обследованием, т.е. интервьюерами посещаются одни и те же семьи. Выборка RLMS изначально является выборкой домохозяйств, и поэтому результаты RLMS должны в первую очередь относиться к генеральной совокупности домохозяйств. Впрочем, представительность выборки индивидуумов, как показывает сравнение ее основных социальных и демографических характеристик с результатами переписи 1989 г., также вполне удовлетворительна. Данные о выборке и участии домо-

[1] в формате SAS Transport files. Для конвертации в другие форматы можно воспользоваться программой StatTransfer, входящей в комплект поставки Professional Stata.

Таблица 4.1: Выборка RLMS

Параметры выборки	Проект	Реализация			
		Раунд 5	Раунд 6	Раунд 7	Раунд 8
Объем выборки					
домохозяйств	4718	3973	3781	3750	3831
индивидуумов		11284	10648	10465	10677
Кол-во страт	38				

хозяйств в обследовании приводятся в таблице 4.1.

Выборка домохозяйств RLMS была сделана по схеме многоступенчатой стратификации[2], т.е. последовательного случайного выбора. В выборку были включены саморепрезентативные страты, т.е. страты, выбираемые с вероятностью 1 в силу своей уникальности — Москва, Московская область, С.-Петербург. В качестве первичных единиц выборки (PSU) были использованы административные районы областей или крупных городов. Ряд местностей был исключен из-за труднодоступности, низкой плотности населения или ведения боевых действий; общая численность населения исключенных местностей составляет порядка 4.4% населения РФ. Из каждой страты выбирался один район (PSU)[3]. Вторичной единицей выборки (SSU, secondary sampling unit) являются участки переписи, избирательные участки или почтовые отделения (в порядке предпочтения)[4]. Наконец, на третьем уровне выбираются сами домохозяйства.

В силу описанной структуры выборки, RLMS нельзя использовать для анализа региональных данных. Точнее, RLMS не является представительным обследованием на региональном уровне. Так, из 89 субъектов Федерации, обследование затрагивает чуть более трех десятков, при этом в одних субъектах опрашивается только городское население, в других — только сельское. Безусловно, при наличии внешних данных о состоянии региона — таких, как темпы инфляции или уровень безработицы — их вполне можно включать в регрессии в качестве экзогенных переменных. Корректность использования данных является в некотором смысле направленной: использовать хорошие региональные данные в RLMS можно, а данные RLMS в региональных исследованиях — нельзя.

[2] См. также с. 23.

[3] Обычно в практике стратифицированных выборочных обследований из каждой страты выбирается несколько PSU. В данном случае, по всей видимости, разработчики были вынуждены ограничиться одним PSU из финансовых соображений. Формально такая структура выборки не позволяет оценивать дисперсию каких бы то ни было выборочных статистик. На практике при работе с RLMS это соображение обычно игнорируется.

[4] У саморепрезентативных страт эти единицы являются *первичными*, что необходимо учитывать при расчете поправок на стратифицированную структуру выборки.

Интервьюерами заполняются три типа анкет: семейная, индивидуальная для взрослых и индивидуальная для детей. Семейную анкету заполняет член семьи, наиболее сведующий в ее ресурсных и финансовых потоках. Детские анкеты заполняются родителями. Кроме того, создается также файл данных, содержащих сведения об инфраструктуре поселения и ценах местной торговой сети (местные данные, community data). Эти данные распространяются отдельно от индивидуальных и семейных данных, и для их использования необходимо заполнить специальное соглашение с университетом о распространении данных.

Данные, полученные из заполненных анкет, представлены в Интернете. Кроме того, разработчики RLMS проводят минимальную чистку и сверку этих данных, результаты которой также имеются в открытом доступе. Файлам данных даются следующие имена:

- `r#hh*` — исходные данные семейных анкет;
- `r#he*` — переработанные данные семейных анкет;
- `r#in*` — исходные индивидуальные данные;
- `r#*` — прочие вторичные данные (потребление алкоголя, табака, калорийность питания и т.п.)

Здесь `#` обозначает номер раунда (в десятом раунде на этом месте стоит буква `j`), а `*` — произвольное окончание. Так, файл с исходными данными о доходах домохозяйств за седьмой раунд будет носить название `r7hhincm`. Всего таких файлов — около двух десятков за каждый раунд. Кроме самих данных, в Интернете имеются и pdf-файлы с бланками всех анкет (на английском языке).

Во всех файлах данных имеются идентификаторы семей и/или индивидуумов, которые можно использовать в команде `merge`. В пределах одного раунда такими идентификаторами являются переменные `site#` (номер местности), `censusd#` (номер участка — участка всеобщей переписи, избирательного участка или зоны охвата почтового отделения в городах, деревни в сельской местности), `family#` (идентификационный номер семьи) и `person#` (номер индивида в пределах домохозяйства — в индивидуальных данных), где `#` — по-прежнему номер раунда. Возможны, впрочем, мелкие отклонения; так, в данных 6-го раунда вместо переменных `site6, censusd6, family6, person6` имеются переменные `site, census, family, person`, что создает определенные неудобства при попытках написать программы, универсальные для всех периодов. Для совмещения данных за разные раунды[5] следует пользоваться переменными `aid`, `bid`, `cid` и `did`,

[5]При работе с домохозяйствами, участвовавших во всех раундах обследования, следует иметь в виду, что подобная панель может иметь представительность хуже, чем исходная выборка, если вы-

представляющими собой уникальные идентификаторы домохозяйств или индивидуумов за соответствующие раунды. К сожалению, и для индивидуумов, и для домохозяйств используются переменные с одним и тем же названием; переменные для домохозяйств при этом на две цифры короче.

Для определенных задач (например, анализа с учетом стратификации командами `svy*` или бутстрепа) могут потребоваться идентификаторы страт (и, соответственно, первичных единиц выборки). Эта информация содержится в переменных `psu` или `psu#`, которые можно найти в файлах местных данных.

Основными темами обследования RLMS являются здоровье и экономические характеристики населения. Наряду с указанными домохозяйствами номинальными экономическими показателями, во вторичных файлах RLMS приводятся также "реальные" (дефлированные) показатели[6].

Все переменные во всех файлах имеют описания (во всяком случае, в исходных файлах, размещенных в Интернете). При конвертации программой StatTransfer эти описания сохраняются.

Начиная работать с данными RLMS (как и любой другой базы данных), помните о правилах "хорошего стиля":

1. Необходимо хранить исходные файлы в сохранности, модифицируя их do-файлами и сохраняя, при необходимости, в виде отдельных новых файлов. Это полезно не только для восстановления ценных исходных файлов данных и результатов собственных исследований в случае сбоя, но и для возможности, хотя бы теоретической, воспроизведения ваших результатов другими исследователями.

2. Из числа прочих правил работы с данными, упоминаемыми в разных частях главы 3, стоит напомнить о необходимости описания данных (`label data`) и переменных (`label variable`) непосредственно после их создания, а также о возможностях внесения комментариев в файлы данных (`notes`). Эти функции пакета Stata начинают особенно цениться при обращении к файлам, созданным несколько недель (и тем более месяцев) тому назад...

бывание домохозяйств из обследования не случайно (а, например, коррелировано с их доходом или составом; см.Айвазян, Колеников (2000)). Авторы RLMS стараются отслеживать домохозяйства, переезжающие на новое место, для того, чтобы RLMS сохраняла представительность не только текущую (т.е., скажем, выборка девятого раунда за 2000 г. представительна для населения России за этот год), но и продольную (т.е. домохозяйства, представленные во всех раундах, формируют представительную выборку), что, конечно, гораздо сложнее.

[6]Для построения дефляторов используются данные "Обзора экономики России" (Russian Economic Trends); базовым периодом выступает 1992 г.

В заключение упомянем, что, по данным Университета Северной Каролины, базой данных RLMS пользуются около трехсот научно-исследовательских организаций по всему миру.

Глава 5

Заключение

В данном пособии были рассмотрены основные аспекты прикладного эконометрического анализа. Безусловно, приведенный материал страдает схематичностью и неполнотой: практически каждая из рассмотренных проблем вполне может послужить темой для отдельной монографии. Автор скорее ставил целью не изложить детально всевозможные аспекты регрессионного анализа, а подсказать читателю, какие методы анализа данных вообще существуют и как можно выяснить, следует ли применять эти методы в данном конкретном случае, а также познакомить читателя с эконометрическими методами, встречающимися в современной литературе.

Для дальнейшего чтения могут быть порекомендованы, в первую очередь, книги Айвазян, Мхитарян (1998) и Greene (1997). Некоторые из более узких тем освещены в специальной литературе, а также в справочниках по эконометрике и статистике, ссылки на которые также приводится в списке литературы. Число источников на русском языке, к сожалению, достаточно ограниченно, в особенности в отношении пособий и монографий по эконометрике, с которой российские исследователи и студенты стали знакомиться только в последние годы.

Тем не менее, автор надеется, что это пособие поможет в прикладной работе экономистам-исследователям в анализе реальных данных и студентам в освоении предмета эконометрики.

Глава 6

Домашние задания

Неотъемлемой частью любого учебного курса являются домашние задания. Данный курс является сугубо практическим и прикладным, и домашние задания выстроены соответствующим образом.

Перед семинаром предлагается нулевое домашнее задание, предназначенное в основном для отбора слушателей для семинара. Оно предназначено для того, чтобы потенциальные слушатели могли реально соотнести свои возможности с уровнем сложности материала курса. Представление о том, как решать такие и подобные задачи, является отправной точкой для усвоения материала курса.

Для выполнения нулевого домашнего задания я настоятельно рекомендую ознакомиться с книжкой по эконометрике Катышева и Пересецкого (хотя бы в объеме первых трех глав — Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс. М., Дело, 1997) или с соответствующими главами книжки Айвазяна и Мхитаряна (Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., ЮНИТИ, 1999), посвященными регрессионным моделям и методу наименьших квадратов.

Если вам кажется, что утверждение задачи некорректно или ошибочно, укажите, почему.

1. (Магнус, Катышев, Пересецкий, 1997) Что произойдет с МНК-оценками, если к одному из регрессоров добавить константу? Если к зависимой переменной добавить константу? Если заменить регрессоры и зависимую переменную на отклонения от средних значений? Исследуйте, как изменятся оценки (если изменятся) и как изменится значимость регрессоров (если изменится).

2. В модели множественной регрессии наряду с регрессором x не имеет смысла использовать его степени $x^2, x^3, \ldots$, так как эти степени являются зависимыми от

регрессора x и, следовательно, не дают никакой дополнительной информации. Обоснуйте или опровергните.

3. У всякой регрессии сумма остатков равна нулю. Обоснуйте или приведите контрпример.

Дальнейшие задачи связаны с пакетом Stata, занятиями курса или материалом пособия.

1. Сколько параметров должно быть у команды `regress` пакета Stata?

2. Как по распечатке регрессии понять, какие переменные статистически значимы, и значима ли вся регрессия в целом?

3. Известно, что мультиколлинеарность и гетероскедастичность увеличивают ошибки МНК-оценок коэффицентов. Если оба этих эффекта действуют одновременно, можно ли за счет борьбы с одним из них ослабить эффект другого?

4. Какие значения статистики R^2 вы бы сочли хорошими, и почему: 0.7315, 0.0082, 0.1041, 0.9989, 0.9305, 0.5000?

5. Воспроизведите на данных `auto.dta` графики на рис. 2.3–2.8.

6. Рассчитайте по данным RLMS среднедушевые доходы и расходы домохозяйств. Совпадают ли эти цифры? Должны ли они совпадать?

По окончании курса слушателям предлагается выполнить небольшое исследование по мотивам RLMS с использованием пакета Stata, заключающееся в подборе данных, выборе и обосновании спецификаций регрессии, формулировке и проверке статистических гипотез, а также в диагностике полученных результатов.

Задание. *По данным одного из раундов RLMS рассчитайте, как связаны между собой уровень образования и доходы. Что необходимо учитывать, если объединять данные за несколько раундов? Можно ли на основе полученных результатов утверждать, что наличие высшего образования повышает или понижает зарплату на столько-то рублей / столько-то процентов?*

Срок выполнения задания — две недели.

Задание, безусловно, представлено в максимально общем виде, в целях приближения обстановки к “боевой”: в условиях реального исследования будет необходимо точно так же выбирать переменные для анализа, вычищать данные, выбирать спецификацию модели, проводить диагностику регрессии и т.п.

Литература

Айвазян С. А., И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. Прикладная статистика. Исследование зависимостей. М., “ФиС”, 1983.

Айвазян С. А., С. О. Колеников. Бедность и дифференциация по расходам в России. Заключительный отчет для Российской программы экономических исследований, 2000.

Айвазян С. А., В. С. Мхитарян. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., ЮНИТИ, 1998.

Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессия. М., “ФиС”, 1981.

Кендалл М. Дж., А. Стюарт. Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973.

Магнус Я., П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. Эконометрика. Начальный курс. М., “Дело”, 1997.

Математическая энциклопедия. М., “Советская энциклопедия”, 1984.

Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. М., “Мир”, 1980.

Справочник по прикладной статистике. П/р Э. Ллойда и У. Ледермана. Пер. с англ. п/р Ю. Н. Тюрина. М., “ФиС”, 1989.

Тюрин, Ю. Н., А. А. Макаров. Статистический анализ данных на компьютере. М., Инфра-М, 1998.

Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. М., “Мир”, 1993.

Хьюбер П. Робастность в статистике. М., “Мир”, 1984.

Шеффе Г. Дисперсионный анализ. М., Наука, 1980.

Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. М., "ФиС", 1988.

Handbook of statistics. Volume 11. Econometrics. G.S. Maddala, C.R. Rao, H.D. Vinod (eds.). North-Holland, 1993.

Handbook of econometrics, vol. 1 (ed. Z. Griliches, M. Intrilligator, 1983), 2 (ed. Z. Griliches, M. Intrilligator, 1984), 3 (ed. Z. Griliches, M. Intrilligator, 1986), 4 (ed. R. Engle, D. McFadden, 1994). Elsevier.

Baltagi, B. H. Econometric Analysis of Panel Data. John Wiley & Sons, 1995.

Dempster, A. P., M. M. Laird, and D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm (with discussion). *J. Royal Statist. Society*, **B39**, 1–38 (1977).

Draper, N., H. Smith. Applied regression analysis. 3rd edition. Wiley, 1998 (имеется русские переводы 1-го и 2-го изданий: Н. Дрейпер, Х. Смит. Прикладной регрессионный анализ.).

Efron, B. Bootstrap methods: Another look at the jacknife. *Ann. Stat.*, **7**, 1–26, 1979.

Fox, J. Applied regression analysis, linear models, and related methods. SAGE, 1997.

Gallup, J. outreg — Formatting regression output. *Stata Technical Bulletin*, **46** (1998), **48** (1999), **58** (2000), **59** (2001).

Gould, W., W. Sribney. Maximum Likelihood Estimation with Stata. Stata Press, 1999.

Greene, W. H. *Econometric Analysis*. 3rd edition. Prentice Hall, 1997.

Hardin, J., Hilbe, J. *Generalized Linear Models and Extensions* . Stata Press, 2001.

Hausman, J. Specification Tests in Econometrics. *Econometrica*, **46**, 1251–1271, 1978.

Kolenikov, S. Review of Stata 7. *J. of Applied Econometrics*, **16** (5), 637–646, 2001.

Konishi, S., and G. Kitagawa. Generalized information criteria in model selection. *Biometrika*, **83** (4), 875–890, 1996.

Little, R. J. A., and D. B. Rubin. Statistical Analysis with Missing Data. Wiley (1987).

Maddala, G. *Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics* . Cambridge Univ. Press, 1983.

Maddala, G. *The Econometrics of Panel Data*. Brookfield, 1993.

Mander, A., and D. Clayton. Hotdeck imputation. *Stata Technical Bulletin*, **51** (1999), **54** (2000).

Matyas, L., ed. *Generalized method of moments estimation*. Cambridge University Press, 1999.

McFadden, D. The Measurement of Urban Travel Demand, *J. of Public Economics*, **3**, 303–328, 1974.

Nelder, J.A., McCullagh, P. *Generalized Linear Models*. CRC Press, 1989.

Mroz, T., D. Mancini, B. Popkin. Monitoring Economic Conditions in the Russian Federation. The Russia Longitudinal Monitoring Survey 1992–98. Report submitted to the USAID. Carolina Population Center, University of North Carolina at Chapel Hill, 1999.

Newey, W. K., K. D. West. A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, **55**, 703–708, 1987.

Neyman, J., and E. S. Pearson. On the use and interpretation of certain test criteria for purposes of statistical inference. *Biometrika*, **20-A**: 175–247, 264–299 (1928).

Rabe-Hesketh, S., Skrondal, A., Pickles, A. Reliable estimation of generalized linear mixed models using adaptive quadrature. *Stata Journal*, **2** (1), 1–21, 2002.

Rubin, D. B. Inference and missing data. *Biometrika*, **63**, 581–592 (1976).

Rubin, D. B. Multiple imputations in sample surveys — a phenomenological Bayesian approach to nonresponse. *Imputation and Editing of Faulty or Missing Survey Data*. U.S. Department of Commerce, pp. 1–23 (1978).

Smith, R., and K. Young. Linear Regression. Oxford University Press (2001).

StataCorp. Stata Statistical Software. Release 6 (1999). Release 7 (2001).

Swafford, M. Sample of the Russian Federation. Rounds V and VI of the Russian Longitudinal Monitoring Survey. Technical Report. Paragon Research International, 1996.

Wessie, J. mmerge — Safe and easy matched merging. *Stata Technical Bulletin*, **53** (1999).