

## Article

---

« Le débat Samuelson-Lerner et les régimes de retraite publics »

Louis Ascah

*L'Actualité économique*, vol. 54, n° 4, 1978, p. 521-530.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/800794ar>

DOI: 10.7202/800794ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

---

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <http://www.erudit.org/apropos/utilisation.html>

---

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : [erudit@umontreal.ca](mailto:erudit@umontreal.ca)

## LE DÉBAT SAMUELSON-LERNER ET LES RÉGIMES DE RETRAITE PUBLICS \*

Il existe un intérêt croissant pour l'étude des régimes de retraite publics. De plus, la comparaison entre le taux de rendement réel et le taux de croissance réel de la masse salariale est utilisée comme critère de choix entre les modes de financement possibles de ces régimes<sup>1</sup>. Avant d'accorder trop d'importance à ce critère, il est utile de rappeler l'origine et le débat entourant l'usage approprié de ces taux dans la détermination de politiques de retraite.

Samuelson a soutenu que dans un monde de consommation (un monde dans lequel on peut seulement produire un bien de consommation qui ne se garde pas) un régime de retraite public (où les travailleurs partagent leur revenu avec ceux qui ne peuvent plus travailler) devrait fixer les taxes de retraite et les prestations sur la base d'un taux d'intérêt égal au taux de croissance de la population. Il a démontré qu'un tel régime serait à l'avantage de tous s'il était continué indéfiniment (i.e. un monde de progression stable et continue ou *steady state*)<sup>2</sup>.

En particulier Samuelson a soutenu qu'un « taux d'intérêt biologique » égal au taux de croissance de la population maximiserait l'utilité ordinale à vie d'une personne représentative<sup>3</sup>. Ainsi, avec un régime de retraite public à répartition, les prestations devraient être calculées comme si les contributions précédentes étaient accumulées à ce taux d'intérêt biologique même si les contributions ont été consommées immédiatement par les retraités.

Lerner a noté que la démonstration par Samuelson de l'optimalité de ce taux d'intérêt biologique (et par implication les extensions de cette démonstration) était basée sur le principe de la chaîne de lettre<sup>4</sup>. Il faut noter que la discussion ne porte pas sur la question à savoir, si un régime

---

\* L'auteur remercie les professeurs A. Asimakopulos, S. Ingerman et J.C. Weldon pour leurs commentaires. Évidemment, l'auteur demeure seul responsable des erreurs pouvant apparaître dans le texte.

1. Voir entre autres, l'usage de ce critère dans l'article récent publié dans cette revue par Faille, Lévesque et Rousseau (1978).

2. Voir Samuelson (1958).

3. *Ibid.*, p. 472.

4. Voir Lerner (1959b), p. 523 et (1959a), pp. 512-518.

de retraite public à répartition est basé sur le principe de la chaîne de lettres mais plutôt sur la question du niveau approprié de prestations.

1) *Le taux de rendement fictif sur les contributions à un régime de retraite public à répartition dans un monde de progression stable et continue*

Si une économie a toujours été et sera toujours dans une situation de progression stable et continue (i.e. la main-d'œuvre et la productivité croissent à un taux constant) on peut facilement démontrer que des pensions versées sur la base d'un régime à répartition auront un taux de rendement fictif égal au taux de croissance de l'économie. En d'autres mots, si l'économie est en croissance, la pension de chaque personne sera plus grande que les taxes payées par la même personne pour verser les pensions dans le passé. Ce résultat n'est pas surprenant puisqu'une population croissante implique qu'il y a toujours plus de travailleurs pour soutenir les retraités et une productivité croissante implique que les retraités sont soutenus par des travailleurs plus productifs.

Un exemple simple peut illustrer les points en jeu <sup>5</sup>. Supposons un modèle de cycle de vie à deux périodes où l'individu travaille pendant une période et prend sa retraite la période suivante. Pour une période donnée :

$L_1$	= nombre de travailleurs
$L_2$	= nombre de retraités
$C_1$	= consommation per capita des travailleurs
$C_2$	= consommation per capita des retraités
$AP_1$	= output par travailleur
$AP_2$	= output par travailleur de la période précédente
$t$	= taux constant de taxe utilisé pour financer un régime de retraite public à répartition
$L_1 AP_1$	= output total
$C_1 L_1 + C_2 L_2$	= consommation totale

Puisque la consommation totale doit égaler l'output total nous obtenons après simplification :

$$C_2 = (AP_1 - C_1) L_1 / L_2 \text{ ou } C_2 = (tAP_1) L_1 / L_2$$

Pour un taux de taxe donné la consommation per capita des retraités est une fonction directe du ratio des travailleurs par rapport aux retraités.

Dans un monde en progression stable et continue où le nombre de travailleurs croît au taux  $m$  par période et l'output par travailleur croît au taux  $f$  par période, on peut calculer le ratio de la pension reçue à la

5. Pour une démonstration plus générale, voir Aaron (1966).

taxe payée par chaque individu <sup>6</sup>. Les retraités de cette période ont payé des taxes de ( $tAP_2$ ) dans la période précédente et ainsi le ratio de la pension reçue à la taxe payée pour chaque individu est :

$$\frac{C_2}{tAP_2} = \frac{(tAP_1) L_1}{tAP_2 L_2} = \frac{t(1+f) AP_2 (1+m) L_2}{tAP_2 L_2} = (1+f) (1+m)$$

Le ratio de la pension reçue à la taxe payée est donc égal au taux de croissance de l'économie. En d'autres mots, c'est comme si les contributions (taxes) au régime de retraite rapportaient un taux d'intérêt fictif égal au taux de croissance de l'économie. Pour faire une paraphrase de Lerner : la vraie raison de cette merveille c'est qu'à chaque période il y a  $(1+m)$  travailleurs qui sont  $(1+f)$  plus productifs pour soutenir chaque retraité. Nous appelons le taux d'intérêt, un taux d'intérêt fictif car dans chaque période les taxes payées sont utilisées pour soutenir les retraités de la même période et sont donc consommées. Il n'y a pas d'investissement, ni de fonds utilisés de façon productive. Il n'y a pas de transferts à travers le temps mais seulement des transferts dans chaque période.

## 2) *Le niveau de pension approprié*

Le débat Samuelson-Lerner avait lieu dans le contexte d'un monde produisant seulement un bien de consommation qui ne se garde pas. Ainsi, tout l'output doit être consommé dans la période où il est produit. Puisqu'il n'est pas possible de faire des investissements dans un tel monde, le seul régime de retraite public possible est un régime à répartition. Le problème est de déterminer le niveau de pension approprié.

Pour résumer l'argumentation qui sera illustrée par un exemple simple plus loin, Samuelson a soutenu que puisque dans un monde de progression stable et continue les contributions (taxes) à un régime de retraite public peuvent rapporter ce qu'il appelait un taux d'intérêt biologique, le niveau approprié des contributions et des pensions devrait être déterminé en référant à l'utilité d'un homme représentatif qui maximise son utilité sur les différentes périodes de sa vie comme s'il pouvait obtenir ce taux d'intérêt fictif <sup>7</sup>. Lerner a répliqué que cette approche était incorrecte puisqu'elle était basée sur l'hypothèse d'un monde en progression stable et continue (i.e. l'approche est basée sur la prolon-

6. Le modèle présenté est basé sur un taux de croissance de productivité donné, sur un taux de croissance de la main-d'œuvre donné, et dans le contexte d'une situation donnée de cycle de vie. Ainsi, il n'y a pas de discussion des implications d'un régime de retraite public sur le taux de croissance ou sur l'âge de la retraite, etc.

7. Samuelson examinait une situation avec une population croissante sans augmentation de l'output par homme. Son taux d'intérêt biologique est donc égal à ce que nous avons nommé le taux d'intérêt fictif pour une situation où seule la population est croissante.

gation illimitée du taux de croissance de la main-d'œuvre). En d'autres mots, l'approche est basée sur le principe de la chaîne de lettres puisqu'il faut avoir plus de travailleurs pour payer les pensions dans chaque période subséquente.

Un exemple simple peut illustrer les principes en jeu. Supposons un modèle de cycle de vie à deux périodes tel que vu plus haut sans croissance dans l'output par homme et un taux de croissance de 100% dans le nombre de travailleurs par période. Ainsi, il y aura toujours deux travailleurs pour chaque retraité et les pensions reçues seront toujours deux fois plus grandes que les contributions (taxes). C'est comme si les contributions gagnaient un taux d'intérêt fictif de 100%<sup>8</sup>.

Supposons que l'output par homme est égal à un et que la contribution individuelle (taxe) est égale à une demie de l'output par homme. L'évolution de l'économie pour quelques périodes est illustrée dans le tableau 1 sous le titre de « plan de Samuelson ». Chaque individu contribue une demi-unité d'output pour soutenir les retraités pendant qu'il travaille et il reçoit une unité d'output en pension.

On obtiendrait un résultat similaire pour d'autres taux de taxes (i.e. si le taux de taxe était 1/3, la pension serait 2/3, etc. Voir le plan Lerner). La question importante est de déterminer quel taux de taxe devrait être choisi ou de déterminer le niveau optimal de pensions. Samuelson soutient que le niveau de pensions devrait être déterminé par la maximisation de l'utilité d'un homme représentatif sur les deux périodes de sa vie comme si on pouvait obtenir ce taux d'intérêt fictif sur les contributions (taxes)<sup>9</sup>.

Si la fonction d'utilité de l'homme représentatif est  $U = \text{Log } C_1 + \text{Log } C_2$  et la contrainte de budget est  $C_2 = (1 - C_1) 2$  (basée sur le taux d'intérêt fictif) l'individu maximiserait son utilité en consommant  $C_1 = 1/2$  et  $C_2 = 1$ . Ce résultat est le plan Samuelson illustré dans le tableau. Avec le plan Samuelson, chaque travailleur produit une (1) unité et consomme une et demie ( $1\frac{1}{2}$ ) unité d'output durant sa vie. Comment est-ce possible? Comme Lerner le souligne, ce résultat est possible par un moyen analogue à la chaîne de lettres. Chaque participant verse une demie et s'attend à recevoir une demie de deux autres qui versent la demie car ils s'attendent eux aussi à recevoir chacun une demie de deux autres de la même façon. Cette situation serait optimale si et

8. En termes du taux d'intérêt fictif vu plus haut, nous avons  $f = 0$  et  $m = 1$ . Ainsi, le rapport pension sur taxe est égal à deux. En termes de la distribution de l'output total puisque  $C_2 = (tAP_1) L_1/L_2$  et puisque  $(L_1/L_2 = 2)$  la pension est deux fois plus grande que la taxe.

9. Dans l'exemple utilisé, l'individu représentatif maximiserait son utilité sujet à la contrainte de son budget  $C_2 = (1 - C_1) (1 + m)$  où  $m = 1$ . Cette contrainte est identique à la contrainte macro-économique que la consommation doit égaler l'output pour une période donnée dans la situation à laquelle on fait référence.

TABLEAU 1

EXEMPLES DE RÉGIMES DE RETRAITE À RÉPARTITION  
DANS UN MODÈLE DE CYCLE DE VIE DE DEUX PÉRIODES  
AVEC UN TAUX DE CROISSANCE DE 100% DE LA MAIN-D'ŒUVRE

Période	Main-d'œuvre	Retraités	Output total	Contribution par travailleur au régime de retraite	Contributions totales	Consommation par retraité	Consommation par travailleur
PLAN LERNER							
$n$	2	1	2	1/3	2/3	2/3	2/3
$n + 1$	4	2	4	1/3	4/3	2/3	2/3
$n + 2$	8	4	8	1/3	8/3	2/3	2/3
$n + 3$	16	8	16	1/3	16/3	2/3	2/3
PLAN SAMUELSON							
$n$	2	1	2	1/2	1	1	1/2
$n + 1$	4	2	4	1/2	2	1	1/2
$n + 2$	8	4	8	1/2	4	1	1/2
$n + 3$	16	8	16	1/2	8	1	1/2

seulement si la chaîne de lettre pouvait continuer à l'infini. Mais il est clair que l'on ne peut pas s'attendre à voir une telle situation continuer indéfiniment dans le monde réel. Lerner écrit à ce sujet :

*But the Samuelson plan has the same flaw as the chain letter. It is bound to break down, and then all who have been consuming less than their fair share in the hope of getting it back, with interest, from the next generation will be left holding the bag.*<sup>10</sup>

Lerner souligne que le plan Samuelson pourrait opérer pendant des millions d'années mais que si, à n'importe quel moment, le plan venait à se terminer, la génération finale aurait été victime d'une escroquerie et ces effets sur la génération finale ne sont pas négligeables. Dans une situation où le nombre de travailleurs double à chaque période, la génération finale de travailleurs est aussi nombreuse que toutes les générations précédentes. De fait, on peut démontrer, comme l'a fait Samuelson dans sa réponse, que la perte d'utilité par la génération finale est plus grande que le gain en utilité de toutes les générations précédentes<sup>11</sup>. Ce résultat est dû au fait que le taux d'intérêt fictif a induit toutes les générations à redistribuer la consommation de leur période active à leur période de retraite.

Ainsi, un régime de retraite public qui détermine le niveau des pensions en se référant à l'utilité d'un individu représentatif sur les différentes périodes de sa vie et basé sur un taux d'intérêt fictif égal au taux de croissance de l'économie est fondé sur le principe de la chaîne de lettres. Cette manière d'aborder le problème est appropriée seulement si le taux de croissance est constant à l'infini. Puisque ce résultat est peu probable dans un univers fini, cette méthode pour déterminer le niveau des pensions ne s'applique pas au monde réel.

En plus de cette critique du plan Samuelson, Lerner a proposé son propre plan pour déterminer le niveau des pensions. Il faut souligner le fait que la critique de Lerner n'implique pas que des régimes de retraite à répartition sont basés sur le principe de la chaîne de lettres ou que ces régimes sont non appropriés. En fait, le plan Lerner est aussi un régime à répartition (comme il se doit dans un monde dans lequel on peut seulement produire un bien de consommation qui ne se garde pas). Le plan Lerner détermine le niveau des pensions en maximisant l'utilité de la société à chaque période. Ainsi, sa fonction d'utilité sociale tient compte de l'utilité de tous les individus qui vivent dans une période donnée avec le poids relatif accordé à la consommation des travailleurs et des retraités, déterminé par l'attitude de l'homme représentatif à la consommation sur les deux périodes de sa vie<sup>12</sup>. Le plan Lerner maximise l'utilité à

10. Lerner (1959b), p. 524.

11. Samuelson (1959), p. 522.

12. Voir Asimakopulos (1967), p. 185.

chaque période d'une façon consistante et ainsi ne dépend pas d'un monde de progression stable et continue à l'infini. Les résultats du plan Lerner, pour le cas particulier dont on discute, sont illustrés dans le tableau 1<sup>13</sup>. Dans le plan Lerner, les individus ont une plus grande consommation ( $1\frac{1}{3}$ ) pendant leur vie que leur output (1) tant que le ratio travailleurs-retraités est de deux. Mais il n'y a pas larcin dans le plan Lerner ; la pension « supplémentaire » provient de l'excédent courant de travailleurs par rapport aux retraités et s'applique seulement pendant que ce ratio demeure constant. Si ce ratio changeait, la pension changerait aussi. Ainsi, le plan Lerner n'hypothèque pas l'avenir. Si le monde venait à finir, la génération finale de travailleurs aurait payé des contributions sans recevoir de pensions comme dans le plan Samuelson. Mais avec le plan Lerner, il n'y aura pas eu une redistribution excessive de consommation de la période active à la période de retraite en vue de profiter du taux d'intérêt fictif comme c'est le cas avec le plan Samuelson. Dans sa réponse, Samuelson a admis le fait que si le monde de progression stable et continue venait à cesser ou si le monde éventuellement venait à finir le plan Lerner serait optimal<sup>14</sup>.

### 3) *Extensions et implications du débat Samuelson-Lerner*

Le débat Samuelson-Lerner référerait à un monde dans lequel on pouvait produire seulement un bien de consommation qui ne se garde pas avec croissance de la population et sans croissance de la productivité. Aaron a étendu cette analyse à un monde où non seulement les biens peuvent se conserver mais où l'investissement est possible. Aaron a soutenu qu'un régime d'assurance sociale peut augmenter le bien-être de chaque personne si la somme des taux de croissance de la population et du salaire réel est plus grande que le taux d'intérêt<sup>15</sup>. Aaron a donné le nom de paradoxe de l'assurance sociale à ce théorème. Dans une analyse plus récente, Feldstein a utilisé cette approche dans un examen des modes de financement des régimes publics<sup>16</sup>. Brièvement, la conclusion de ces auteurs est que dans un monde de progression stable et continue, un régime public à répartition donne un plus grand bien-être qu'un régime capitalisé quand le taux ( $g$ ) de croissance (i.e. la somme des taux de croissance de la main-d'œuvre et de l'output par homme) est plus grand que le taux ( $i$ ) de rendement et vice versa<sup>17</sup>.

13. Puisqu'il y a deux fois plus de travailleurs que de retraités, la fonction d'utilité sociale de Lerner à maximiser est  $2 \log C_1 + \log C_2$  (i.e. on additionne les utilités de chacun) sujet à la même contrainte  $C_2 = (1 - C_1) 2$ . La solution est  $C_1 = 2/3$  et  $C_2 = 2/3$ .

14. Samuelson (1959), p. 522.

15. Voir Aaron (1966), p. 372.

16. Voir Feldstein (1974).

17. *Ibid.*, p. 11-12.



Ce raisonnement est seulement une extension du plan Samuelson. Il est bien évident que les individus préfèrent obtenir le taux de rendement (fictif ou autre) le plus élevé possible sur leurs contributions à un régime de retraite. Cependant, ce raisonnement a la même faille que le plan Samuelson puisque tous les individus ne peuvent pas obtenir le taux de rendement fictif à moins que la chaîne ne continue à l'infini.

Par conséquent, la conclusion ( $g-i$ ) tient seulement pour un monde de progression stable et continue où le taux de croissance se poursuivrait à l'infini. Ainsi, Weldon fait le commentaire suivant : « *Aaron (1966) ingeniously goes on from Samuelson to provide the often cited « social insurance paradox ». But what use is there with even a paradox about a totally artificial world* »<sup>18</sup>.

Même s'il était possible d'en arriver à un monde de progression stable et continue, il ne faut pas oublier les problèmes de transition dans le passage d'un type de régime de retraite à un autre. Pour illustrer ce problème, supposons une situation avec une population stationnaire et sans croissance de la productivité mais avec un taux élevé de rendement sur l'investissement. Supposons de plus que le niveau d'output par homme est tel qu'une distribution égalitaire per capita de l'output permet seulement un revenu de subsistance et qu'un régime de retraite à répartition donne une telle distribution. Les travailleurs pourraient changer pour un régime à capitalisation en vue de bénéficier du taux de rendement sur l'investissement seulement au prix du sacrifice de la génération présente de retraités. Dans le cas plus général, le changement d'un régime à répartition en faveur d'un régime capitalisé impliquerait soit des pensions plus petites pour la génération présente de retraités soit des contributions par les travailleurs au nouveau régime en plus de contributions pour soutenir la génération présente de retraités ou une combinaison de ces deux possibilités. En bref, le résultat du monde de progression stable et continue ne s'applique pas au groupe de transition et on doit en tenir compte<sup>19</sup>.

La complexité des problèmes à résoudre pour déterminer le niveau approprié de pensions et le mode de financement peut être illustrée même pour un monde où l'on fait l'hypothèse irréaliste de certitude (i.e. l'avenir est connu). Supposons, par exemple, qu'il y aurait un certain taux de croissance de base de l'output par homme indépendamment du niveau d'investissement, supposons que l'output par homme aurait un taux plus

18. Voir Weldon (1976), p. 573.

19. Feldstein est conscient de ce problème puisqu'il écrit dans une note en bas de page : « *When a program with pay-as-you-go financing begins, the generation that is then retired receives the taxes of the working generation. With investment method financing these taxes are invested and those retirees receive nothing. The added welfare of those retirees under pay-as-you-go finance must be balanced against the increase in welfare of all subsequent generations under investment method financing* ». Feldstein (1974), p. 13.

élevé de croissance s'il y avait de l'investissement (ce qui permet un taux de rendement positif à l'investissement) et supposons finalement que le taux de croissance de la main-d'œuvre serait initialement plus élevé que le taux de rendement et qu'éventuellement il serait plus bas. Il est clair que le plan Samuelson ne serait pas optimal pour les raisons données précédemment. Il est clair aussi que les décisions ne peuvent pas être prises sur la base de la relation initiale entre le taux de croissance et le taux de rendement puisque cette relation ne continuera pas. Il est concevable qu'un régime Lerner à répartition pourrait être jugé acceptable car même si les générations futures ne pourront pas obtenir le même taux de rendement fictif sur leurs contributions que les générations précédentes, on peut juger que le niveau plus élevé d'output par homme à ce moment, sera suffisamment grand pour permettre un niveau raisonnable de revenu. Autrement, le régime peut être modifié pour permettre une capitalisation partielle. Les résultats dépendraient non seulement de la relation entre le taux de croissance et le taux de rendement mais aussi du niveau absolu du taux de croissance de base (indépendant de l'investissement additionnel dû à la capitalisation possible) car ceci influencera la délimitation d'un fardeau acceptable pour les générations futures, etc. En bref, même dans un monde où l'on suppose la certitude, la détermination du régime de retraite est un problème complexe.

En réalité, l'avenir n'est pas connu avec certitude et l'élaboration de régimes de retraite doit tenir compte de ce fait. Ainsi, même si un régime de retraite public était pleinement capitalisé avec une formule pour déterminer le niveau des pensions, il n'est pas certain que cette formule s'appliquera ou même devrait s'appliquer dans l'avenir. S'il y a une guerre mondiale en l'an 2000, est-ce que les pensions promises seront versées ? Par contre, supposons une invention fabuleuse qui augmente la productivité de façon phénoménale en l'an 2000, est-ce que les pensions devraient être limitées au montant prescrit par la formule déterminée avant de connaître cette invention ? L'analyse des pensions et la détermination d'une politique de retraite ne doivent pas être basées sur des mondes artificiels (Samuelson-Aaron) qui ne peuvent pas exister. Un régime de retraite doit tenir compte d'événements qui auront lieu pendant de longues périodes et « *ignorance and uncertainty about events over such intervals cannot be abstracted from, or brushed aside : in the main we only guess or hope and do not pretend to know* »<sup>20</sup>.

Louis ASCAH,  
Université de Sherbrooke.

---

20. Weldon (1976), p. 361.

## BIBLIOGRAPHIE

- (1) AARON, H., « The Social Insurance Paradox », *Canadian Journal of Economics and Political Science*, août 1966, pp. 371-374.
- (2) ASIMAKOPULOS, A., « The Biological Interest Rate and the Social Utility Function », *American Economic Review*, 1967, 185-190.
- (3) FELDSTEIN, M., « *The Optimal Financing of Social Security* », Discussion Paper Number 388, Harvard Institute of Economic Research, novembre 1974.
- (4) FAILLE, J., LÉVESQUE, R. et ROUSSEAU, H.P., « Le financement du régime de rentes du Québec », *L'Actualité Économique*, avril-juin 1978, 249-262.
- (5) LERNER, A.P., « Consumption-Loan Interest and Money », *Journal of Political Economy*, 1959a, pp. 512-518.
- (6) LERNER, A.P., « Rejoinder », *Journal of Political Economy*, 1959b, 522-525.
- (7) SAMUELSON, P.A., « An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money », *Journal of Political Economy*, 1958, 467-482.
- (8) SAMUELSON, P.A., « Reply », *Journal of Political Economy*, 1959, 518-522.
- (9) WELDON, J.C., « On the Theory of Intergenerational Transfers », *Canadian Journal of Economics*, 1976, 559-579.