Article

« Modèle macroéconomique de déséquilibre avec délais d'attente »

G. Ducos

L'Actualité économique, vol. 61, n° 3, 1985, p. 316-329.

L'Actualité Économique, Revue d'analyse économique, vol. 61, no 3, septembre 1985.

MODÈLE MACROÉCONOMIQUE DE DÉSÉQUILIBRE AVEC DÉLAIS D'ATTENTE*

G. DUCOS
Université de Toulouse I
GREMAQ

Le but de cet article est de présenter un modèle macroéconomique de déséquilibre dans lequel des ajustements partiels vers l'équilibre peuvent se produire par l'intermédiaire des délais d'attente. Le modèle comporte trois biens: la monnaie, deux biens de consommation substituables et deux agents: un producteur et un consommateur. Dans un premier temps, la dynamique du modèle est indiquée. Puis le calcul des agents économiques, à l'intérieur de chaque période, est décrit. Enfin, la forme réduite du modèle et les conditions d'unicité d'équilibre sont données.

A macro-disequilibrium model with waiting delays. — The purpose of this paper is to present a macro-disequilibrium model in which some partial adjustments towards equilibrium can happen by means of waiting delays. We consider an economy with three commodities: money, two commodities which are substituable and two agents: a consumer and a producer. At first, the dynamics of this model is given. Then the agents' behaviors are explained. At last, the reduced form of this model and the conditions for uniqueness are provided.

1. INTRODUCTION

Dans les modèles d'économie du déséquilibre traditionnels, lorsqu'un choc survient, au cours d'une période, sur l'offre ou la demande d'un bien, les ajustements se font par les quantités; les prix ne pouvant être modifiés qu'au début de la période suivante. Or, des auteurs tels Malinvaud (1980) ont fait remarquer que l'impact immédiat d'une variation de l'offre ou de la demande devait être notamment recherché dans les délais d'attente; les mouvements de prix relatifs apparaissent plus tard et de façon moins visible.

* Version révisée d'une communication présentée au Colloque de l'AFSE, à Paris, en juin 1983. Je remercie J.J. Laffont pour ses commentaires sur la première version.

L'objectif de cette note est de présenter un modèle dans lequel des ajustements partiels vers l'équilibre peuvent se produire par l'intermédiaire des délais d'attente, lorsque des chocs aléatoires surviennent sur des offres et des demandes, à l'intérieur de périodes où les prix sont fixes.

Le modèle utilisé est un modèle macroéconomique simple comportant trois biens: la monnaie, deux biens de consommation substituables et deux agents: un producteur et un consommateur qui peuvent être considérés comme des agrégats d'un grand nombre d'agents en concurrence, placés dans une situation d'information imparfaite.

La dynamique des prix employée est du type de celle de Green et Laffont (1981). Au début de chaque période, les prix sont fixés aux niveaux qui égalent les espérances mathématiques des offres et demandes anticipées sur tous les marchés. Ensuite, des chocs aléatoires surviennent et un équilibre à prix fixe se réalise.

Une tentative d'introduction de délais d'attente, en tant que variables endogènes, dans un modèle économique, a été faite par Carlton (1980). Le modèle de cet auteur comporte un seul bien, $N+1$ agents: un producteur et N consommateurs, et un seul délai d'attente: le délai de production.

Les délais d'attente que nous avons distingués pour chaque bien de consommation i, sont de deux sortes:

- le délai d'attente nécessaire à l'obtention d'une quantité D_i du bien i (intervalle de temps séparant l'instant où cette quantité est demandée de celui où elle est obtenue);
- le délai d'attente nécessaire pour vendre une quantité O_i du bien i (intervalle de temps séparant l'instant où cette quantité est offerte de celui où elle est vendue).

Une variation du premier type de délai est équivalente pour le consommateur à un changement de la qualité du bien; une augmentation du deuxième, tend pour un producteur placé dans une situation d'offre excédentaire, à accroître le coût de O_i.

La quantité de bien i demandée (ou offerte) par un agent j pouvant être obtenue (ou vendue) en plusieurs fois, nous avons, pour des raisons de commodité, introduit comme variables endogènes, les délais *moyens* d'attente. C'est par leur intermédiaire que sont rendus possibles des ajustements sur les offres et les demandes après que les chocs aléatoires se soient réalisés. Ces ajustements sont supposés partiels; c'est-à-dire que nous admettons que l'influence des délais d'attente sur le comportement des agents n'est suffisamment forte ni pour changer le sens d'un ou plusieurs déséquilibres ni pour engendrer l'équilibre sur un quelconque marché en déséquilibre.

La formalisation des offres et demandes ajustées conduit à un système d'équations, linéaire par morceaux, correspondant aux quatre situations possibles de déséquilibre. Mais cette non-linéarité pose un problème économétrique souligné par Gourieroux, Laffont et Monfort (1980) : les conditions d'existence et d'unicité de la forme réduite doivent être recherchées. L'étude du modèle nécessite donc de déterminer et d'essayer d'interpréter les contraintes que doivent satisfaire les paramètres pour assurer la cohérence.

Le plan de cette note est le suivant. La dynamique du modèle est tout d'abord précisée dans la section 2. Puis le calcul économique qui amène, au cours de chaque période, les agents à ajuster leurs offres et demandes lorsque des chocs surviennent, est décrit dans la section 3. À titre d'exemple, le cas où le consommateur est contraint sur les deux marchés est étudié. Dans la section 4, la forme réduite du modèle est ensuite indiquée et les conditions de cohérence sont énumérées et commentées.

2. La dynamique du modèle

Soit p_t^{i*} les prix fixés au début de chaque période t, qui égalent les espérances mathématiques des offres et demandes anticipées de chacun des deux biens i.

Notons D_t^{ia*} et O_t^{ia*} les demandes et offres anticipées d'équilibre correspondantes.

Lorsque des chocs (ou erreurs), représentés par des variables aléatoires ϵ_t^k se produisent, les offres et demandes des agents s'écartent de leurs valeurs d'équilibre. Désignons par $(O_t^{ia})'$ et $(D_t^{ia})'$ les valeurs des offres et demandes après que les chocs soient survenus. Nous avons :

$$(D_t^{1a})' = D_t^{1a*} + \epsilon_t^1 \qquad [2\text{-}1]$$

$$(D_t^{2a})' = D_t^{2a*} + \epsilon_t^2 \qquad [2\text{-}2]$$

$$(O_t^{1a})' = O_t^{1a*} + \epsilon_t^3 \qquad [2\text{-}3]$$

$$(O_t^{2a})' = O_t^{2a*} + \epsilon_t^4 \qquad [2\text{-}4]$$

Les offres et demandes ainsi obtenues sont annoncées et les délais moyens d'attente correspondants sont *évalués* par chaque agent.

Appelons δ_t^i et τ_t^i les délais moyens d'attente estimés, nécessaires respectivement pour obtenir ou vendre un bien i.

Pour chaque bien, le producteur et le consommateur ajustent alors leurs offres et demandes en tenant compte des contraintes perçues sur le marché de l'autre bien. Les modifications potentielles des offres et demandes annoncées $(O_t^{ia})'$ et $(D_t^{ia})'$, résultent ainsi des effets de la prise en considération, dans le calcul économique de chaque agent, de leurs deux délais moyens d'attente estimés :

- celui relatif au bien i qui entraîne une diminution de la demande (ou de l'offre) annoncée, lorsque δ_t^i (τ_t^i) est supérieur au délai d'équilibre δ_t^{i*} (τ_t^{i*}) ; les offres et demandes anticipées ayant été calculées en supposant les délais moyens d'attente égaux aux délais d'équilibre, considérés comme minimaux.

- celui relatif au bien j qui se traduit, lorsque δ_t^j (τ_t^j) est supérieur au délai d'équilibre δ_t^{j*} (τ_t^{j*}), par un effet de report du marché du bien j sur celui du bien i qui conduit le consommateur à augmenter sa demande de bien i.

Considérant une situation d'information imparfaite, nous autorisons par ailleurs un seul échange d'informations entre les agents. Mais il est possible de montrer[1] que lorsque les échanges d'information sont multipliés, on converge, pour des fonctions d'offres et de demandes données, vers deux points fixes, pour chacun desquels les offres et demandes ajustées sont respectivement égales aux dernières offres et demandes annoncées.

La quantité échangée sur chaque marché, au cours d'une période t, est égale au minimum de l'offre et de la demande ajustées de cette période. Les quantités correspondant aux transactions désirées et non satisfaites en t, ne pourront donc être échangées qu'au cours de la période suivante, aux prix de cette période, si les agents reportent dans leurs offres et demandes de la période $(t + 1)$, les offres et demandes non satisfaites en t.

Dans l'affirmative, l'entrepreneur contraint en t sur un bien produit, inclura dans l'offre de $(t + 1)$ son stock de fin de période t. De même, le consommateur contraint en t, reportera dans sa demande de $(t + 1)$ sa commande non satisfaite en t.

Dans le modèle dynamique que nous proposons où, au cours de chaque période les transactions non satisfaites sont supposées peu importantes par rapport aux transactions réalisées, nous considérons que les agents ont un comportement de ce type, non spéculatif au sens défini ci-après. L'information étant imparfaite, chaque agent se conduit comme si ses demandes ou offres ajustées pouvaient être satisfaites au cours de la période. Ainsi l'entrepreneur agit comme s'il ne cherchait pas à stocker un bien en vue de le vendre au cours d'une période ultérieure ; la quantité produite en t résultant d'un calcul de maximisation de profit, effectuée avec les prix de la période. Le consommateur, quant à lui, ne demande en t que ce qu'il espère obtenir en t. Chaque agent étant considéré comme un agrégat d'un grand nombre d'agents en concurrence, l'hypothèse d'ajustements partiels s'explique par le fait que chaque agent peut espérer ne pas être contraint.

3. Le calcul des agents économiques

3.1. *Les principales hypothèses*

Hormis la monnaie, deux biens i sont distingués :

- le bien 1 de bonne qualité ;
- le bien 2, ordinaire, substitut du bien 1.

1. *Cf.* Ducos (1982)

Au cours de chaque période t, les prix unitaires p_t^i des biens incluent le coût de livraison, sont fixes et tels que

$$p_t^1 > p_t^2 .$$

Le consommateur (agent 1) dispose au début de la période t d'une encaisse monétaire M_{t-1} et il sait qu'il recevra au cours de cette période un revenu $\triangle M_t$. La demande D_t^i de chaque bien i dépend des prix unitaires p_t^i, de la somme $R_t = M_{t-1} + \triangle M_t$ et des délais moyens δ_t^i nécessaires pour obtenir les biens i. Ceci peut s'écrire:

$$D_t^i = g_t^i (p_t^1, p_t^2, R_t, \delta_t^1, \delta_t^2) \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [3\text{-}1]$$

Chaque délai moyen d'attente estimé δ_t^i qui inclut un délai moyen de livraison connu est fonction de la demande excédentaire du bien i:

$$\delta_t^i = \delta_t^i (D_t^i - O_t^i) \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [3\text{-}2]$$

Le délai moyen d'attente δ_t^i est égal à sa valeur minimale δ_t^{i*} lorsque la demande excédentaire est négative ou nulle:

$$\delta_t^i = \delta_t^{i*} > 0 \qquad si\, D_t^i - O_t^i \leq 0 \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [3\text{-}3]$$

et l'on pose que δ_t^i est une fonction linéaire croissante de la demande excédentaire lorsque celle-ci est positive[2]:

$$\left.\begin{array}{l} \delta_t^i = \delta_t^{i*} + a_t^i (D_t^i - O_t^i) \text{ avec } a_t^i > 0 \\ \qquad\qquad si\, D_t^i - O_t^i > 0 \end{array}\right\} \forall\, i = 1,2 \qquad [3\text{-}4]$$

L'utilité U_t que l'agent 1 cherche à maximiser dépend de son encaisse monétaire M_t à la fin de la période, de ses commandes de biens i passées en t et des délais moyens d'attente corespondants δ_t^i. Il cherche donc:

$$\text{Max} \qquad \{ U_t = u_t (M_t, D_t^1, \delta_t^1, D_t^2, \delta_t^2) \} \qquad [3\text{-}5]$$

sous la contrainte budgétaire:

$$p_t^1 D_t^1 + p_t^2 D_t^2 + M_t = R_t \qquad [3\text{-}6]$$

L'entrepreneur (agent 2) peut se procurer les quantités qu'il désire de facteurs de production dont il connaît les prix notés W_t. Il sait calculer le coût total minimum K_t des deux biens i qui dépend des quantités pro-

2. Supposons que le délai moyen minimal d'attente de l'agent 1 en $t+1$ soit le même qu'en t. Nous avons:

$$\delta_{t+1}^{i*} = \delta_t^{i*}$$

Lorsque la demande excédentaire de bien i est positive en t, le délai moyen d'attente correspondant est donc:

$$\delta_t^i = \frac{O_t^i\, \delta_t^{i*} + (D_t^i - O_t^i)(\triangle t + \delta_t^{i*})}{O_t^i + D_t^i - O_t^i} = \delta_t^{i*} + \frac{\triangle t}{D_t^i} (D_t^i - O_t^i)$$

où $\triangle t$ représente l'intervalle de temps de la période. L'expression de la pente est par conséquent:

$$a_t^i = \triangle t / D_t^i$$

duites Y_t^i, des délais moyens d'attente τ_t^i nécessaires pour vendre les quantités offertes et de W_t. Nous avons:

$$K_t = k_t (Y_t^1, Y_t^2, \tau_t^1, \tau_t^2, W_t) \qquad [\,3\text{-}7\,]$$

Et nous supposons vérifiées les propriétés suivantes:

1. $$\frac{\partial^2 k_t}{\partial Y_t^i \, \partial \tau_t^i} > 0 \qquad \forall\, i = 1{,}2 \qquad [\,3\text{-}8\,]$$

Le coût marginal du bien i augmente lorsque le délai moyen d'attente τ_t^i s'accroît.

2. $$\frac{\partial^2 k_t}{\partial Y_t^i \, \partial Y_t^j} > 0 \qquad \forall\, i \neq j \qquad [\,3\text{-}9\,]$$

Le coût marginal du bien i augmente lorsque la production du bien j s'accroît.

3. $$\frac{\partial^2 k_t}{\partial Y_t^i \, \partial \tau_t^j} > 0 \qquad \forall\, i \neq j \qquad [\,3\text{-}10\,]$$

Le coût marginal du bien i augmente lorsque le délai moyen d'attente τ_t^i nécessaire pour vendre le bien j s'accroît.

Lorsque τ_t^j varie, deux effets de natures opposées se répercutent sur Y_t^i:

1. Quand le coût marginal du bien j augmente, l'entrepreneur est amené à réduire sa production de bien j, ce qui, d'après [3-9] diminue le coût marginal du bien i et l'incite donc à accroître sa production de bien i. Pour cette raison, les deux biens i et j peuvent être considérés comme substituables (pour l'entrepreneur). Nous appellerons cet effet, l'effet de substitution.
2. Lorsque τ_t^j augmente, le coût marginal du bien i s'accroît d'après [3-10], ce qui l'incite à diminuer sa production de bien i.

A priori, on ne sait pas quel est l'effet qui va l'emporter. Le signe de $\partial Y_t^i \,/\, \partial \tau_t^j$ peut donc être positif ou négatif.

La production Y_t^i de chaque bien i dépend explicitement des prix unitaires p_t^i, des délais moyens d'attente τ_t^i et des prix W_t des facteurs de production. Nous avons:

$$Y_t^i = h_t^i (p_t^1, p_t^2, \tau_t^1, \tau_t^2, W_t) \qquad \forall\, i = 1{,}2 \qquad [\,3\text{-}11\,]$$

Notons S_{t-1}^i les stocks de biens i de fin de période $t-1$. Les quantités offertes de biens i en t ont pour valeur:

$$O_t^i = S_{t-1}^i + Y_t^i \qquad \forall\, i = 1{,}2 \qquad [\,3\text{-}12\,]$$

Chaque délai moyen d'attente estimé τ_t^i est fonction de l'offre excédentaire du bien i [3]:

3. La production en t dépend donc implicitement des stocks de fin de période $t-1$.

$$\tau_t^i = \tau_t^i (O_t^i - D_t^i) \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}13\,]$$

Le délai moyen d'attente τ_t^i est égal à sa valeur minimale τ_t^{i*} lorsque l'offre excédentaire est négative ou nulle :

$$\tau_t^i = \tau_t^{i*} > 0 \quad si\ O_t^i - D_t^i \leq 0 \quad \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}14\,]$$

et l'on pose que τ_t^i est une fonction linéaire croissante de la demande excédentaire lorsque celle-ci est négative[4]

$$\left.\begin{array}{l} \tau_t^i = \tau_t^{i*} + b_t^i (O_t^i - D_t^i) \text{ avec } b_t^i > 0 \\ \qquad si\ O_t^i - D_t^i > 0 \end{array}\right\} \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}15\,]$$

L'agent 2 maximise son profit relatif à la production de la période t:

$$\Pi_t = \sum_{i=1}^{2} p_t^i Y_t^i - k_t (Y_t^1, Y_t^2, \tau_t^1, \tau_t^2, W_t) \qquad [\,3\text{-}16\,]$$

Pour chaque bien i, la quantité Q_t^i échangée sur le marché t est telle que

$$Q_t^i = \text{Min } (D_t^i, O_t^i) \qquad [\,3\text{-}17\,]$$

3.2. *Exemple d'ajustements. Cas où le consommateur est contraint sur les deux marchés*

Afin de distinguer les différents types d'offres et de demandes ajustées, nous utilisons une notion d'offres et de demandes effectives proche de celle de Benassy-Clower[5], adaptée à la prise en considération des délais moyens d'attente.

Nous appelons demande (offre) effective d'un bien i, la demande ajustée en tenant compte des délais moyens d'attente estimés sur les deux marchés. Une demande (offre) effective est dite contrainte et notée D_t^{ic} (O_t^{ic}) si l'agent est contraint sur l'autre marché. S'il ne l'est pas, deux types de demandes effectives non contraintes peuvent être distinguées. Nous notons ces dernières D_t^{i**} (O_t^{i**}) lorsque les délais moyens d'attente δ_t^i (τ_t^i) sont supérieurs aux délais moyens d'attente minima δ_t^{i*} (τ_t^{i*}) et nous les appelons demandes (offres) walrasiennes que nous notons $D_t^{i\omega}$ ($O_t^{i\omega}$) lorsque ces délais δ_t^i (τ_t^i) sont minima. Selon un principe identique, les délais moyens d'attente correspondants sont non contraints, walrasiens ou non, ou contraints. Nous les notons respectivement:

$$\delta_t^{i\omega} (\tau_t^{i\omega}),\ \delta_t^{i\bar{c}\bar{\omega}} (\tau_t^{i\bar{c}\bar{\omega}}) \text{ et } \delta_t^{ic} (\tau_t^{ic}).$$

4. Si le délai moyen minimal d'attente de l'agent 2 en $t+1$ est le même qu'en t, nous obtenons, de la même manière que pour le consommateur :

$$\tau_t^i = \tau_t^{i*} + \frac{\Delta t}{O_t^i} (O_t^i - D_t^i)$$

L'expression de la pente est par conséquent :

$$b_t^i = \frac{\Delta t}{O_t^i} > 0$$

5. *Cf.* Benassy (1977) et Green (1978).

Lorsque le consommateur est contraint sur les deux marchés, nous avons:

$$(D_t^{ia})' > (O_t^{ia})' \qquad \text{pour } i = 1,2$$

Le calcul du producteur

L'agent 2 n'est contraint ni sur le marché du bien 1, ni sur celui du bien 2. Ses offres effectives de biens 1 et 2 sont donc des offres walrasiennes:

$$O_t^i = (O_t^{ia})' = O_t^{ia*} + \epsilon_t^{i+2} = O_t^{i\omega} = Q_t^i \qquad \forall\, i = 1,2 \quad [\,3\text{-}18\,]$$

Et les productions effectives sont:

$$Y_t^i = O_t^i - S_{t-1}^i = Y_t^{ia*} + \epsilon_t^{i+2} \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}19\,]$$

Les délais moyens d'attente correspondants ont pour valeur:

$$\tau_t^i = \tau_t^i(Q_t^i - D_t^i) = \tau_t^i(0) = \tau_t^{i*} = \tau_t^{i\omega} \quad \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}20\,]$$

D'où le profit:

$$\Pi_t = \sum_{i=1}^{2} p_t^{i*}\, Y_t^i - k_t(Y_t^1, Y_t^2, \tau_t^{1*}, \tau_t^{2*}, W_t) \qquad [\,3\text{-}21\,]$$

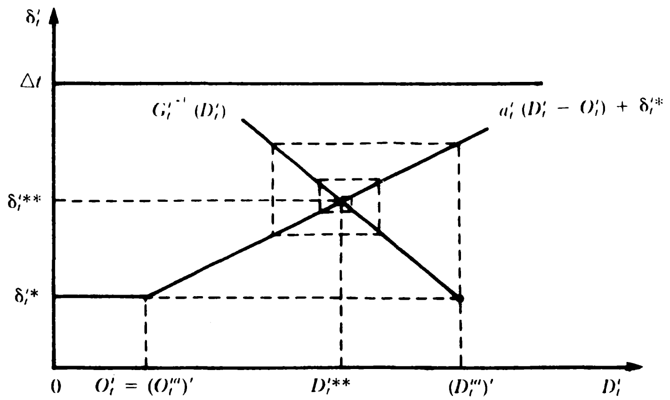
Le calcul du consommateur

L'agent 1 étant contraint sur les deux marchés, ses demandes effectives sont des demandes effectives contraintes. Nous avons:

$$D_t^i = D_t^{ic} \qquad \forall\, i = 1,2 \qquad [\,3\text{-}22\,]$$

Afin de montrer comment les demandes annoncées peuvent s'ajuster partiellement aux offres annoncées, étudions, pour un bien donné i, les variations de δ_t^i en fonction de D_t^i à l'aide de la figure ci-dessous

FIGURE 3.1



$= O_t^{i\omega} = Q_t^i$

$(p_t^{1*}, p_t^{2*}, \delta_t^{j*}$ avec $j \neq i$, R_t fixés)

Pour p_t^1*, p_t^2*, δ_t^j* avec $j \neq i$ et R_t fixés, nous pouvons faire varier D_t^i uniquement en fonction de δ_t^i; ce qui peut s'écrire:

$$D_t^i = g_t^i(p_t^1*, p_t^2*, \delta_t^i, \delta_t^j*, R_t) = G_t^i\,(\delta_t^i) \qquad [\,3\text{-}23\,]$$

et inversement[6]:

$$\delta_t^i = G_t^{i^{-1}}\,(D_t^i) \qquad [\,3\text{-}24\,]$$

Les points (D_t^i, δ_t^i) correspondants, forment un segment de droite qui indique pour les valeurs $p_t^1*, p_t^2*, \delta_t^j*, R_t$ fixées, les délais moyens d'attente que l'agent 1 est prêt à accepter en fonction des quantités D_t^i commandées.

Soit $\widetilde{a}_t^i$ la pente de ce segment de droite. Nous avons:

$$\delta_t^i = G_t^{i^{-1}}\,(D_t^i) = \delta_t^i* + \tilde{a}_t^i\,[D_t^i - (D_t^{ia})'] \qquad [\,3\text{-}25\,]$$

Soit δ_t^i** l'ordonnée de l'intersection des deux segments de droite de pentes a_t^i et $\widetilde{a}_t^i$. Posons:

$$A_t^i = \frac{a_t^i\,\widetilde{a}_t^i}{a_t^i - \widetilde{a}_t^i}$$

Nous avons $A_t^i < 0$ puisque $a_t^i > 0$ et $\widetilde{a}_t^i < 0$

On peut démontrer facilement que l'on a:

$$\delta_t^i** = \delta_t^i* + A_t^i\,[(O_t^{ia})' - (D_t^{ia})']$$

$$=> \delta_t^i** = \delta_t^i* + A_t^i\,[\epsilon_t^{i+2} - \epsilon_t^i] \qquad \forall\, i = 1{,}2 \qquad [\,3\text{-}26\,]$$

Le calcul du consommateur peut être présenté de la manière ci-après.

Pour un délai moyen d'attente δ_t^i*, il est prêt à demander une quantité $(D_t^{ia})' = D_t^{ia}* + \epsilon_t^i$. Mais pour une quantité commandée $(D_t^{ia})'$ son délai moyen d'attente est $(\delta_t^{ia})' = \delta_t^i\,[(D_t^{ia})' - (O_t^{ia})']$. Or, pour $\delta_t^i = (\delta_t^{ia})'$, il est prêt à commander $(D_t^{ia})'' = g_t^i\,[p_t^1*, p_t^2*, (\delta_t^{ia})', \delta_t^j*, R_t]$, quantité pour laquelle le délai moyen d'attente est $(\delta_t^{ia})'' = \delta_t^i\,[(D_t^{ia})'' - (O_t^{ia})']$;...

Ce faisant, il converge[7] vers une solution (D_t^i**, δ_t^i**) qui nous est donnée par le point d'intersection des droites $G_t^{i-1}\,(D_t^i)$ et $a_t^i\,(D_t^i - O_t^i)$. La quantité D_t^i** que l'agent 1 accepte de commander sous la contrainte $\delta_t^i = \delta_t^i\,(D_t^i - O_t^i)$ pour p_t^1*, p_t^2*, R_t et δ_t^j* avec $j \neq i$ fixés, est l'abscisse du point d'intersection; et le délai moyen d'attente correspondant est:

$$\delta_t^i** = \delta_t^i* + A_t^i\,[\epsilon_t^{i+2} - \epsilon_t^i] \qquad [\,3\text{-}26\,]$$

Après l'annonce de l'offre: $(O_t^{ia})' = O_t^{ia}* + \epsilon_t^{i+2}$, le consommateur choisit donc de commander une quantité $D_t^i** < (D_t^{ia})'$ à laquelle est associée, selon son calcul, un délai moyen d'attente δ_t^i** supérieur au délai moyen d'attente anticipé δ_t^i*. Et il en est de même pour le bien $j \neq i$.

6. On suppose que G_t^i est inversible et linéaire.

7. Une condition nécessaire pour que cette convergence ait lieu est:

$$a_t^i < |\,\tilde{a}_t^i\,| \qquad [\,3\text{-}27\,]$$

L'augmentation de δ_t^j (par rapport à son anticipation) équivaut à une diminution de la qualité du bien j qui l'incite à demander davantage de bien i (effet de substitution[8]) et à accroître (par rapport à son anticipation) son encaisse M_t de fin de période.

Si l'on fait l'hypothèse que g_t^i est également linéaire par rapport à δ_t^j, la demande effective contrainte du bien i peut s'écrire:

$$\begin{aligned} D_t^{ic} &= g_t^i\,(p_t^{1*}, p_t^{2*}, \delta_t^{1c}, \delta_t^{2c}, R_t) \\ &= g_t^i\,(X_t^1) + \epsilon_t^i + (\delta_t^{i**} - \delta_t^{i*})\frac{\partial g_t^i}{\partial \delta_t^{i*}}\,(X_t^1) \\ &\qquad + (\delta_t^{j**} - \delta_t^{j*})\,\frac{\partial g_t^i}{\partial \delta_t^{j*}}\,(X_t^1) \end{aligned}$$

en posant $X_t^1 = (p_t^1, p_t^{2*}, \delta_t^{1*}, \delta_t^{2*}, R_t)$

D'où:

$$\begin{aligned} D_t^{ic} &= D_t^{ia*} + \epsilon_t^i + \alpha_t^{ii}\,A_t^i(\epsilon_t^{i+2} - \epsilon_t^i) \\ &\qquad + \alpha_t^{ji}\,A_t^j(\epsilon_t^{j+2} - \epsilon_t^j) \qquad \forall\, i \neq j \end{aligned} \qquad [\,3\text{-}28\,]$$

avec $\alpha_t^{ii} = \dfrac{\partial g_t^i\,(X_t^1)}{\partial \delta_t^{i*}} = \dfrac{1}{\widetilde{a}_t^i} < 0$ et $\alpha_t^{ji} = \dfrac{\partial g_t^i\,(X_t^1)}{\partial \delta_t^{j*}} > 0$

De plus, $M_t = R_t - \sum_{i=1}^{2} p_t^{i*}\,D_t^{ic}$ [3-29]

Les délais moyens d'attente correspondants sont:

$$\delta_t^{ic} = \delta_t^i\,(D_t^{ic} - Q_t^i) = \delta_t^{i*} + a_t^i\,[D_t^{ic} - (O_t^{ia*} + \epsilon_t^{i+2})]$$

$$\delta_t^{ic} = \delta_t^{i*} + a_t^i\,[(1 - \alpha_t^{ii}\,A_t^i)\,(\epsilon_t^i - \epsilon_t^{i+2}) + \alpha_t^{ji}\,A_t^j(\epsilon_t^{j+2} - \epsilon_t^j)] \qquad [\,3\text{-}30\,]$$

D'où: $U_t = u_t\,\{\,M_t, D_t^{1c}, D_t^{2c}, \delta_t^{1c}, \delta_t^{2c}\,\}$ [3-31]

4. FORME RÉDUITE DU MODÈLE ET CONDITIONS D'UNICITÉ D'ÉQUILIBRE

4.1. *Forme réduite du modèle*

Posons:

$$\left.\begin{aligned} &\beta_t^{ii} = \frac{\partial h_t^i\,(X_t^2)}{\partial \tau_t^{i*}} = \frac{1}{\widetilde{b}_t^i} < 0, \qquad \beta_t^{ji} = \frac{\partial h_t^i\,(X_t^2)}{\partial \tau_t^{j*}} \\ &X_t^2 = (p_t^{1*}, p_t^{2*}, \tau_t^{1*}, \tau_t^{2*}, W_t) \end{aligned}\right\} [\,4\text{-}1\,]$$

8. Sous les hypothèses relativement générales, on peut justifier les deux définitions suivantes:

Définition 1 : Deux biens i et j sont dits «substituts» au voisinage d'un équilibre si $(\partial D_t^i / \partial \delta_t^j) > 0$

Définition 2 : Deux biens i et j sont dits «complémentaires» au voisinage d'un équilibre si $(\partial D_t^i / \delta_t^j) < 0$

Cf. Ducos (1982).

$$B_t^i = \frac{b_t^i \, \widetilde{b}_t^i}{b_t^i - \widetilde{b}_t^i} < 0$$

Nous avons les résultats ci-après[9].

Cas 1. $D_t^i > O_t^i = Q_t^i$; $\forall\ i = 1{,}2$

$$\left.\begin{aligned}
O_t^i &= O_t^{ia}{*} + \epsilon_t^{i+2} \\
D_t^i &= D_t^{ia}{*} + (1 - \alpha_t^{ii} A_t^i)\, \epsilon_t^i - \alpha_t^{ji} A_t^j\, \epsilon_t^j + \alpha_t^{ii} A_t^i \epsilon_t^{i+2} + \alpha_t^{ji} A_t^j \epsilon_t^{j+2} \\
\tau_t^i &= \tau_t^{i}{*} \\
\delta_t^i &= \delta_t^{i}{*} + a_t^i (1 - \alpha_t^{ii} A_t^i)\, \epsilon_t^i - a_t^i \alpha_t^{ji} A_t^j \epsilon_t^j - a_t^i (1 - \alpha_t^{ii} A_t^i) \epsilon_t^{i+2} \\
&\qquad + a_t^i \alpha_t^{ij} A_t^j \epsilon_t^{j+2}
\end{aligned}\right\} \quad [\ 4\text{-}2\ ]$$

Cas 2. $O_t^i > D_t^i = Q_t^i$; $\forall\ i = 1{,}2$

$$\left.\begin{aligned}
O_t^i &= O_t^{ia}{*} + \beta_t^{ii} B_t^i \epsilon_t^i + \beta_t^{ji} B_t^j \epsilon_t^j + (1 - \beta_t^{ii} B_t^i)\, \epsilon_t^{i+2} - \beta_t^{ji} B_t^j \epsilon_t^{j+2} \\
D_t^i &= D_t^{ia}{*} + \epsilon_t^i \\
\tau_t^i &= \tau_t^{i}{*} - b_t^i\, (1 - \beta_t^{ii} B_t^i)\, \epsilon_t^i + b_t^i \beta_t^{ji} B_t^j \epsilon_t^j \\
&\qquad + b_t^i\, (1 - \beta_t^{ii} B_t^i) \epsilon_t^{i+2} - b_t^j\, \beta_t^{ji} B_t^j \epsilon_t^{j+2} \\
\delta_t^i &= \delta_t^{i}{*}
\end{aligned}\right\} \quad [\ 4\text{-}3\ ]$$

Cas 3 et 4. $(D_t^{ia}) > (O_t^{ia}) = Q_t^i$ et $(O_t^{ja}) > (D_t^{ja}) = Q_t^j$; $\forall\ i = 1{,}2$ et $i \neq j$

$$\left.\begin{aligned}
O_t^i &= Q_t^i = O_t^{ia}{*} + \beta_t^{ji} B_t^j \epsilon_t^j + \epsilon_t^{i+2} - \beta_t^{ji} B_t^j\, \epsilon_t^{j+2} \\
O_t^j &= O_t^{ja}{*} + \beta_t^{jj} B_t^j \epsilon_t^j + (1 - \beta_t^{jj} B_t^j)\, \epsilon_t^{j+2} \\
D_t^i &= D_t^{ia}{*} + (1 - \alpha_t^{ii} A_t^i)\, \epsilon_t^i + \alpha_t^{ii} A_t^i\, \epsilon_t^{i+2} \\
D_t^j &= Q_t^j = D_t^{ja}{*} - \alpha_t^{ij} A_t^i \epsilon_t^i + \epsilon_t^j + \alpha_t^{ij} A_t^i\, \epsilon_t^{i+2} \\
\tau_t^i &= \tau_t^{i}{*} \\
\tau_t^j &= \tau_t^{j}{*} + B_t^j\, [\, \epsilon_t^j - \epsilon_t^{j+2}\,] \\
\delta_t^i &= \delta_t^{i}{*} + A_t^i\, [\, \epsilon_t^{i+2} - \epsilon_t^i\,] \\
\delta_t^j &= \delta_t^{j}{*}
\end{aligned}\right\} \quad [\ 4\text{-}4\ ]$$

9. *Cf.* Ducos (1982)

4.2. *Les conditions d'unicité d'équilibre*

Soit x_t un vecteur de R^4 de composantes $(D_t^1, O_t^1, D_t^2, O_t^2)$ et quatre cônes C_t^i ainsi définis :

$$\left.\begin{aligned} C_t^1 &= \{ D_t^1 > O_t^1, D_t^2 > O_t^2 \} \\ C_t^2 &= \{ D_t^1 < O_t^1, D_t^2 > O_t^2 \} \\ C_t^3 &= \{ D_t^1 > O_t^1, D_t^2 < O_t^2 \} \\ C_t^4 &= \{ D_t^1 < O_t^1, D_t^2 < O_t^2 \} \end{aligned}\right\} \qquad [\ 4\text{-}5\ ]$$

Sous les hypothèses qui ont été posées, il est possible de trouver une application f de R^4 telle que :

$$\left.\begin{aligned} & x_t \xrightarrow{f} f(x_t) = x_t^{a*} + \epsilon_t \\ & \text{où:} \\ & x_t^{a*} = [D_t^{1a*}\ O_t^{1a*}\ D_t^{2a*}\ O_t^{2a*}]' \\ & \epsilon_t = [\epsilon_t^1\ \epsilon_t^3\ \epsilon_t^2\ \epsilon_t^4]' \\ & \text{et } f(x_t) = \sum_{i=1}^{4} \bar{A}_t^i(x_t)\ \mathbb{1}\ C_t^i(x_t) \\ & \text{avec } \mathbb{1}\ C_t^i(x_t) = 1 \text{ si } x_t \in C_t^i \text{ et} \\ & \qquad \mathbb{1}\ C_t^i(x_t) = 0 \text{ si } x_t \notin C_t^i \end{aligned}\right\} \qquad [\ 4\text{-}6\ ]$$

Deux types de conditions d'unicité doivent être satisfaites[10].

1/ les contraintes qui résultent des frontières existant entre les cônes ;

2/ les conditions qui doivent être vérifiées pour que la fonction f soit bijective si les contraintes trouvées en 1/sont satisfaites.

On peut montrer[11] que ces conditions sont les suivantes :

• $\alpha_t^{ii} A_t^i = \beta_t^{ii} B_t^i \qquad \forall\ i = 1,2$ [4-7]

• les déterminants des matrices $\bar{A}_t^i$ doivent être de même signe [4-8]

La condition [4-7] est équivalente à l'égalité :

$$\tilde{a}_t^i\ /\ a_t^i = \tilde{b}_t^i\ /\ b_t^i \qquad (\forall\ i = 1,2)$$

Elle découle des contraintes qui résultent des frontières existant entre les cônes. Les notes relatives aux expressions [3-4] et [3-15] montrent que sous les hypothèses :

10. *Cf.* Gourieroux, Laffont et Monfort (1980).

11. *Cf.* Ducos (1982).

$$\delta^{i*}_{t+1} = \delta^{i*}_t \text{ et } \tau^{i*}_{t+1} = \tau^{i*}_t$$

l'égalité $D^i_t = O^i_t$ entraîne $a^i_t = b^i_t$

De plus, $\widetilde{a}^i_t = \widetilde{b}^i_t$ indique que les dérivés partielles de la demande excédentaire par rapport au délai moyen d'attente que chacun des agents contraints est prêt à accepter, doivent être égales (dérivées à droite et à gauche du point $D^i_t = O^i_t$). Cette condition apparaît très restrictive dans le cas d'un modèle à deux agents, mais doit pouvoir être assurée plus facilement à partir d'une approche microéconomique avec un grand nombre d'agents de chaque côté du marché. On peut vérifier[12] que la formulation des hypothèses ci-après constitue une condition suffisante mais non nécessaire pour que les déterminants aient le même signe.

1. Le délai moyen d'attente qui influence le plus la demande d'un bien i est le délai moyen d'attente nécessaire à l'obtention de ce bien $(\mid \alpha^{ii}_t \mid > \alpha^{ji}_t)$.
2. Une variation du délai moyen d'attente pour obtenir un bien i entraîne une modification plus grande de la demande du bien i que de celle du bien j $(\mid \alpha^{ii}_t \mid > \alpha^{ij}_t)$.
3. Le délai moyen d'attente qui influence le plus l'offre d'un bien i est le délai moyen d'attente nécessaire à la vente de ce bien $(\mid \beta^{ii}_t \mid > \mid \beta^{ji}_t \mid)$.
4. Une variation du délai moyen d'attente pour vendre un bien i entraîne une plus grande modification de l'offre du bien i que de celle du bien j $(\mid \beta_{ii} \mid > \mid \beta_{ij} \mid)$.

5. Conclusion

L'évaluation des délais moyens d'attente est interprétable comme une tentative d'amélioration de l'information imparfaite que possèdent les agents. L'intégration de ces délais en tant que variables endogènes dans des modèles à prix fixes semble pouvoir aider à décrire et à expliquer le comportement des agents économiques.

Cependant, il serait intéressant de déterminer, par des tests empiriques, l'importance des ajustements dus aux délais d'attente par rapport à ceux qui se font, dans les modèles traditionnels, par les quantités. Enfin, la prise en compte des délais d'attente sous la forme indiquée dans ce modèle entraîne des conditions d'égalité restrictives qui laissent penser que le modèle aura généralement une multiplicité de solutions.

12. *Cf.* Ducos (1982).

BIBLIOGRAPHIE

BENASSY, J.P. (1977), « Effective Demand, Quantity Signals and Decision Theory », *Scandinavian Journal of Economics,* vol. 79, pp. 147-168.

CARLTON, D.W. (1980), *Modeling Price Rigidity or Predicting the Quality of the Good that Clears the Market,* NBER, Working Paper n° 503.

DUCOS, G. (1982), *Modèle de l'économie du déséquilibre avec délais d'attente.* Thèse complémentaire, Université de Toulouse I.

GOURIEROUX, C., LAFFONT, J.J. et MONFORT, A. (1980), « Coherency Conditions in Simultaneous Linear Equations Models with Endogenous Switching Regimes », *Econometrica,* vol. 48, n° 3, pp. 675-695.

GREEN, J. (1978), « On the Theory of Effective Demand », Harvard Institute of Economic Research, Discussion paper 601.

GREEN, J., LAFFONT, J.J. (1981), « Desequilibrium Dynamics with Inventories and Antipatory Price Setting », *European Economic Review,* 16, pp. 199-221.

MALINVAUD, E. (1980), *Réexamen de la théoie du chômage,* Calmann-Lévy, p. 45.