View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Research Papers in Economics

Stabilité stratégique et pollution-stock transnationale : le cas linéaire[1]

Marc Germain[2] Henry Tulkens[3] Aart de Zeeuw[4]

janvier 1997

[1]Les auteurs souhaitent remercier Claude d'Aspremont, Jean-Pascal van Ypersele, Philippe Toint, Pierre-André Jouvet, Philippe Michel et Xavier Wauthy pour leurs commentaires.

[2]CORE, Université Catholique de Louvain. Adresse : CORE, voie du roman pays 34, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique. Germain remercie le Fonds de Développement Scientifique de l'Université Catholique de Louvain (projet n° 7-29039).

[3]CORE and IRES (Institut de Recherches Economiques et Sociales), Université Catholique de Louvain, et Facultés Universitaires Saint-Louis, Bruxelles. Adresse : CORE, voie du roman pays 34, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique. Email : tulkens@core.ucl.ac.be .

[4]Département d'Economie et CentER, Université de Tilburg. Email : A.J.deZeeuw@kub.nl . Adresse : Department of Economics, Tilburg University, P.O. Box 90153, 5000 LE Tilburg, The Netherlands.

Stabilité stratégique et pollution-stock transnationale : le cas linéaire

Résumé

Parmi les nombreuses contributions qui ont traité des difficultés que pose la coopération en matière de pollution transfrontalière, beaucoup ne traitent que de pollutions qui ne s'accumulent pas. Par ailleurs, nombre d'articles qui prennent en compte la dimension dynamique du problème quand il y a accumulation du polluant laissent de côté la question de la mise en oeuvre volontaire de l'optimum international. La présente contribution vise à dépasser ces deux limites. Recourant à la fois à la théorie des jeux différentiels et à celle des jeux coopératifs, on établit une répartition au fil du temps des coûts de dépollution et des transferts financiers entre pays rendant la coopération internationale plus avantageuse pour chacun d'eux que la non-coopération (définie par un équilibre de Nash). Cette répartition est aussi "stratégiquement stable", au sens où aucune coalition de pays ne peut garantir à ses membres un coût total moindre que ce qu'ils pourraient obtenir à l'optimum international avec transferts financiers. Ce résultat est obtenu sous l'hypothèse que les fonctions de dommage à l'environnement des différents pays sont linéaires, dans un contexte où ceux-ci réévaluent à chaque période l'intérêt de coopérer ou non en fonction du niveau de stock de polluant atteint.

Strategic stability and international stock pollution : the linear case

Summary

Most of the contributions that deal with cooperation issues in transfrontier pollution problems, bear only on pollutants that do not accumulate. Moreover, most articles that deal with the dynamics of the problem (implied by the pollutant's accumulation) leave aside the issue of the voluntary implementation of an international cooperative optimum. The aim of the present contribution is to overtake these two limitations. Using both differential and cooperative game theory, we define at each moment of time a scheme for abatement costs through financial transfers between countries, which makes cooperation better for each of them than non-cooperation (defined as a Nash equilibrium). This sharing scheme is also "strategically stable", in the sense that no coalition is capable to make its members better off than what they would obtain at the optimum with transfers. This result is obtained under the hypothesis that the countries' environmental damage functions are linear, in a framework where countries do reevaluate at each period the advantages to cooperate or not, given the current stock of pollutant.

Introduction

Il est bien connu que le caractère transnational de certains problèmes d'environnement (tel que l'effet de serre, les pluies acides, la pollution de certains fleuves,...) requiert que les pays concernés coopèrent s'ils souhaitent atteindre l'optimum social. Les problèmes que cette coopération est susceptible de poser ont fait l'objet de nombreuses contributions dans la littérature économique, au moyen de concepts empruntés à la théorie des jeux coopératifs (cfr. par exemple Mäler, 1989). La démarche, décrite par Chander et Tulkens [1992], consiste à évaluer le gain susceptible d'être engendré par la coopération à l'optimum international, par rapport à des situations non-coopératives modélisées sous la forme d'équilibres de Nash.

Cependant, la plupart de ces contributions ne traitent que de situations où les polluants ne s'accumulent pas[1]. Quand les dommages à l'environnement proviennent de la présence d'un stock de polluant qui s'accumule (et éventuellement se déprécie) progressivement, le problème comporte une dimension dynamique et intertemporelle qui ne peut être ignorée. Dans ce contexte, la théorie des jeux différentiels est un outil nécessaire pour l'analyse de la coopération, comme l'illustrent par exemple van der Ploeg et de Zeeuw [1992], Kaitala , Pohjola et Tahvonen [1992], Hoel [1992], Tahvonen [1993], Petrosjan et Zaccour [1995].

A l'exception de la dernière, ces contributions laissent toutefois de côté le problème de la mise en oeuvre *volontaire* de l'optimum international. Ceci est particulièrement gênant si aucune autorité supranationale n'est susceptible de l'imposer, dans un contexte où les pays étant différents, leur intérêt à coopérer peut varier fortement de l'un à l'autre. Dans l'optique de garantir cette mise en oeuvre, il a été souvent suggéré que des transferts financiers entre pays concernés pourraient constituer un incitant à la coopération[2]. Cette propriété, comprise au sens de la théorie du noyau d'un jeu coopératif, a en effet été démontrée par Chander et Tulkens [1996]. Ceux-ci proposent un schéma de transferts particulier reflétant les intensités relatives des préférences des différents pays en matière d'environnement. Le résultat de Chander et Tulkens, qui se limite à des polluants-flux, a été étendu à des polluants-stock par Germain, Toint et Tulkens [1996], dans le contexte plus large des jeux différentiels. Malgré son intérêt, cette extension souffre cependant de l'hypothèse selon laquelle les

[1]Selon que le polluant s'accumule ou non, on parlera respectivement de pollution-stock ou de pollution-flux.

[2]Ainsi, dans le cadre d'un modèle à 2 pays, Petrosjan et Zaccour [1995] utilisent des transferts financiers qui leur permettent d'obtenir une solution coopérative sous la forme d'un équilibre de Nash. Toutefois, en se limitant à 2 pays, ils ne peuvent prendre en considération la question de la formation de coalitions, qui est un de nos sujets de préoccupation ici. Par ailleurs, si Kverndokk [1994] envisage à la fois les coalitions et les transferts financiers dans le cadre du problème de l'effet de serre, il ne recourt ni aux jeux différentiels, ni aux jeux coopératifs.

négociations ont lieu une fois pour toutes, les différents joueurs s'engageant au moment où la coopération commence, à respecter les niveaux d'émissions caractérisant l'optimum international jusqu'à l'horizon temporel pris en considération. Cette hypothèse présente en effet deux inconvénients. Outre son manque de réalisme, elle ne conduit pas à une détermination rigoureuse de la répartition au cours du temps des gains liés à la coopération, dans la mesure où les transferts financiers ne sont définis que sous la forme de sommes forfaitaires valables pour l'ensemble de l'horizon considéré. Le but de la présente contribution est précisément de lever cette hypothèse : les accords de coopération pouvant être renégociés à chaque période, les joueurs réévaluent chaque fois l'intérêt de coopérer en fonction du niveau de stock de polluant atteint.

La structure du papier est la suivante. La première section présente le modèle avec stock de polluant et définit l'optimum coopératif d'une part, l'équilibre non-coopératif de Nash avec rétroaction d'autre part. Dans la section 2, on introduit des transferts susceptibles d'induire la coopération internationale en horizon fini. A chaque période, les pays sont placés devant l'alternative de collaborer ou non, sachant qu'il existe des transferts qui garantissent la coopération pour toutes les périodes suivantes. Le principe est d'étendre rétrospectivement à partir de la période finale la séquence de transferts de façon que la coopération soit permanente. A la section 3, on envisage le problème de la coopération en horizon infini. Le raisonnement rétrospectif de la section précédente n'étant plus d'application, on exploite le fait que l'alternative à laquelle sont confrontés les pays (coopérer ou non) se pose en des termes identiques d'une période à l'autre (hormis le stock de polluant qui varie). La section 4 considère (toujours en horizon infini) le cas particulier où les dommages à l'environnement sont des fonctions linéaires du stock. Dans ce contexte, on peut calculer analytiquement les transferts qui garantissent la coopération à chaque période. En outre, en adaptant ces transferts, il est aussi possible de rendre la coopération rationnelle au sens des coalitions, ce qui est fait à la section 5.

1 Le modèle

Le modèle est écrit en temps discret. On considère n régions ou pays indicés $i \in \mathcal{N} = \{1, \cdots, n\}$ sur une certaine période de temps $\mathcal{T} = \{1, \cdots, T\}$, ($T$ entier, positif et éventuellement ∞). L'activité économique de chaque pays s'accompagne d'émissions de polluant : soit $\mathbf{E}_t = (E_{1t}, \cdots, E_{nt})'$ le vecteur de ces émissions au temps t. Celles-ci se répandent à travers les différents pays et contribuent à la formation d'un stock de polluant S régi par l'équation

$$S_t = [1 - \delta]S_{t-1} + \sum_{i=1}^{n} E_{it} \tag{1}$$

où δ est le taux de dépréciation naturelle du stock ($0 < \delta < 1$). Ce stock se traduit pour chaque pays i par des dommages à son environnement : à la période t, ceux-ci se montent en termes monétaires à $D_i(S_t)$, où D_i est supposée croissante et convexe ($D_i' > 0, D_i'' \geq 0$) et où, comme le stipule (1), le stock courant S_t dépend du stock hérité S_{t-1} et des émissions courantes $\mathbf{E}_t$. Le seul moyen de contrôle du stock de polluant dont disposent les pays se situe à la source, c'est-à-dire au niveau de leurs émissions[3]. Plus précisément, on associe au pays i une fonction de dépollution $C_i(E_i)$ décroissante et strictement convexe ($C_i' < 0, C_i'' > 0$), qui exprime le total des coûts encourus pendant une période par ses industries polluantes du fait que le niveau total des émissions y est limité à E_i. Le caractère décroissant de la fonction reflète le phénomène évident de l'accroissement de ces coûts entraîné par toute réduction des émissions[4].

L'équation (1) fait clairement apparaître que les dommages à l'environnement du pays i vont dépendre des émissions de l'ensemble des pays. Dans la présente section, nous envisagerons deux types de comportement des pays. Selon le premier, ceux-ci se comportent de façon *coopérative*, au sens où chacun d'eux tient compte de l'impact de ses émissions sur lui-même et sur les autres. Dans ce cas, à chaque période t, ils choisissent *conjointement* le niveau de leurs émissions t, de façon à minimiser la somme de leurs coûts totaux futurs actualisés; autrement dit de façon à calculer :

$$W(t, S_{t-1}) = \min_{\mathbf{E}_t} \left\{ \sum_{i=1}^{n} [C_i(E_{it}) + D_i(S_t)] + \beta W(t+1, S_t) \right\} \tag{2}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} S_t &= [1-\delta]S_{t-1} + \sum_{i=1}^{n} E_{it};\ S_{t-1} \text{ donné} \\ E_{it} &\geq 0,\ \forall i \in \mathcal{N}. \end{cases}$$

où β est le taux d'actualisation ($0 < \beta \leq 1$). W est la *fonction de valeur* (value function) correspondant à la solution du problème (2) obtenue par application du principe d'optimalité de Bellman. Dans le cas où tous les pays adoptent cette stratégie sur toute la période $\mathcal{T}$, alors la trajectoire des émissions et du stock qui en résulte est appelée *optimum international*. La convexité des fonctions C_i et D_i ($\forall i \in \mathcal{N}$) suffit à garantir que l'optimum est bien un minimum et est unique.

Par ailleurs, les pays peuvent se comporter de façon *non-coopérative*, au sens où chacun d'eux ne tient compte de l'impact de sa pollution que sur lui-même. Dans ce cas, chaque pays i ($i \in \mathcal{N}$) minimise de son côté à chaque période t la somme de ses coûts totaux futurs actualisés; en d'autre termes, il calcule :

[3]En d'autres termes, on n'envisage pas ici la possiblité de nettoyer l'environnement.

[4]L'augmentation du coût de dépollution peut être liée à l'installation d'un filtre par exemple.

$$N_i(t, S_{t-1}) = \min_{E_{it}} \ \{[C_i(E_{it}) + D_i(S_t)] + \beta N_i(t+1, S_t)\} \tag{3}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} S_t & = & [1-\delta]S_{t-1} + \sum_{j=1}^{n} E_{jt}; \quad S_{t-1} \text{ donné} \\ \\ E_{it} & \geq & 0, \ \ E_{jt} \ (j \neq i) \text{ donnés} \end{cases}$$

Dans le cas où tous les pays appliquent cette stratégie sur toute la période $\mathcal{T}$, alors la trajectoire résultante des émissions et du stock correspond à celle d'un *équilibre non-coopératif de Nash avec rétroaction* (feedback Nash equilibrium)[5]. La fonction de valeur N_i caractérise le coût total du pays i à cet équilibre. Le long d'une telle trajectoire, les émissions sont fonctions du stock courant de polluant et l'équilibre possède la propriété de *consistence temporelle forte* (strong time-consistency (cfr. Başar, 1989), ou Markov perfectness (cfr. Maskin et Tirole, 1988), au sens où il demeure un équilibre si l'on redémarre le jeu au départ d'une certaine année t ($t \in \mathcal{T}$) avec n'importe quelle valeur du stock de polluant. La convexité des fonctions C_i et D_i ($\forall i \in \mathcal{N}$) garantit que chacun des problèmes d'optimisation (3) admette un minimum unique et que l'équilibre non-coopératif soit lui-même unique (Başar et Olsder, 1995).

A l'optimum, contrairement à ce qui se passe à l'équilibre de Nash, chaque pays prend en compte l'impact de ses émissions sur les environnements des autres. Il en découle que du point de vue collectif, l'optimum international domine l'équilibre de Nash puisqu'il est caractérisé par un coût global moindre pour l'ensemble des pays. En revanche, les pays étant différents, rien ne garantit qu'il en va de même au niveau individuel. Il est en effet possible qu'à une certaine date t, un pays soit confronté à des coûts totaux actualisés qui soient plus élevés à l'optimum qu'à l'équilibre non-coopératif. Le but de ce papier est d'introduire des transferts financiers entre pays qui incitent ces derniers à coopérer à chaque période, sous l'hypothèse que *si un pays a signé un accord de coopération à la date t, il peut le désavouer en $t+1$*. Autrement dit, tout traité de coopération n'engage les parties signataires que pour une période. Dans un premier temps (section 2), on supposera que l'horizon temporel est fini, ce qui nous permettra de construire une séquence de transferts sur la base d'un raisonnement *rétrospectif* à partir de la période finale. Nous lèverons cette hypothèse par la suite (sections suivantes).

[5] Cfr. Mäler et de Zeeuw [1995] et van der Ploeg et de Zeeuw (1991) pour une application d'un tel équilibre respectivement aux pluies acides et à l'effet de serre.

2 Transferts et coopération en horizon fini

2.1 Calcul des transferts à la date finale

Soit T la dernière période définissant l'horizon. Quel que soit le stock de polluant S hérité du passé, on voudrait au moyen de transferts financiers inciter les pays concernés à coopérer durant cette période. Si les pays coopèrent, alors ils résolvent conjointement le problème (2) avec $t = T$, ce qui donne un coût total par pays égal à

$$W_i(T, S) = C_i(E^*_{iT}) + D_i(S^*_{iT}) \tag{4}$$

où $E^*_{1T}, \cdots, E^*_{nT}$, S^*_T sont les niveaux des émissions et du stock caractéristiques de l'optimum et où

$$S^*_T = [1 - \delta]S + \sum_{i=1} E^*_{iT}. \tag{5}$$

En l'absence de coopération, chaque pays i résoud le problème (3) réduit à une période (c'est-à-dire avec $t = T$). Le coût total du pays i s'écrit alors

$$V_i(T, S) = C_i(E^N_{iT}) + D_i(S^N_T) \tag{6}$$

où $E^N_{1T}, \cdots, E^N_{nT}$, S^N_T sont les niveaux des émissions et du stock caractéristiques de l'équilibre de Nash et où

$$S^N_T = [1 - \delta]S + \sum_{i=1}^{N} E^N_{iT}. \tag{7}$$

Par définition d'un optimum, on vérifie que

$$W(T, S) \stackrel{\triangle}{=} \sum_{i=1}^{N} W_i(T, S) \leq \sum_{i=1}^{N} V_i(T, S) \stackrel{\triangle}{=} V(T, S). \tag{8}$$

La différence entre les deux termes de cette inégalité mesure le surplus écologique que la coopération permet de dégager.

Si $\forall\ i \in \mathcal{N}$, on observe que $W_i(T, S) \leq V_i(T, S)$, alors chaque pays a intérêt à participer à la coopération internationale. Mais si $\exists\ i$ tel que $W_i(T, S) > V_i(T, S)$, le pays i ne voudra pas coopérer sans compensation financière. Le problème du choix des niveaux d'émissions et du stock étant réduit à une période, on peut reprendre la formule des transferts proposée par Chander et Tulkens [1996] dans un cadre statique. Soit

$$\theta_i(T, S) = -[W_i(T, S) - V_i(T, S)] + \mu_i[W(T, S) - V(T, S)] \tag{9}$$

le transfert reçu par le pays i à la date T, où $\mu_i \in [0, 1]$, $\forall\ i \in \mathcal{N}$ et $\sum_i \mu_i = 1$ [6]. Alors transfert compris, le coût total du pays i s'écrit par définition

$$\tilde{W}_i(T, S) = W_i(T, S) + \theta_i(T, S). \tag{10}$$

[6] Ces transferts peuvent prendre par exemple la forme d'une aide à l'investissement en équipements anti-pollution.

Par construction, les transferts définis par (9) sont budgétairement équilibrés (au sens où $\sum_i \theta_i(T,S) = 0$) et vu que

$$\tilde{W}_i(T,S) - V_i(T,S) = \mu_i[W(T,S) - V(T,S)] \leq 0, \ \forall i \in \mathcal{N} \tag{11}$$

chaque pays a intérêt à participer à la coopération internationale au temps T, et ce, *quel que soit le stock de polluant hérité* S.

2.2 Le calcul des transferts en $T-1$

Quel que soit le stock de polluant hérité S, il existe donc une structure de transferts (définie par (9)) qui rend, pour chaque pays à la date T, l'optimum international coopératif préférable à l'équilibre non-coopératif. Bien que l'optimum ne soit pas défini lui-même comme un équilibre, nous supposerons que l'existence des transferts qui l'accompagnent suffit à garantir la coopération. En ce sens, nous dirons que ces transferts rendent la coopération individuellement rationnelle. Nous supposerons en outre que les différents pays anticipent rationnellement en $T-1$ la réalisation de cette coopération en T. Le problème est alors de construire des transferts qui les incitent à coopérer *aussi* en $T-1$.

L'équilibre non-coopératif de référence

Nous commencerons par envisager la situation caractérisée par l'absence de coopération en $T-1$. Dans ce cas, chaque pays i minimise la somme de ses coûts totaux actualisés en $T-1$ et T, sachant qu'en T, il coopèrera et bénéficiera de transferts. Soit

$$V_i(T-1,S) = \min_{E_{i,T-1}} \{C_i(E_{i,T-1}) + D_i(S_{T-1}) + \beta \tilde{W}_i(T, S_{T-1})\} \tag{12}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} S_{T-1} = [1-\delta]S + \sum_{i=1}^n E_{i,T-1} \\ \\ \tilde{W}_i(T,S) \text{ défini par (10)} \\ \\ E_{i,T-1} \geq 0, \ S \text{ et } E_{j,T-1} \ (\forall j \neq i) \text{ donnés.} \end{cases}$$

le coût total minimum actualisé du pays i sur la période $\{T-1, T\}$, le stock hérité du passé $S_{T-2} = S$ et les niveaux des autres pays étant donnés. Si tous les pays procèdent de façon similaire, on obtient un équilibre caractérisé par les niveaux d'émissions $\mathbf{E}_{T-1}^V$, qui conduisent en $T-1$ à un stock égal à S_{T-1}^V, et en T à des émissions et un stock égaux à $\mathbf{E}_T^V$ et S_T^V. Toutes ces quantités sont fonctions de S. Cet équilibre , qui se caractérise par une absence de coopération se limitant à $T-1$ à cause des transferts financiers futurs, sera par la suite qualifié d'*équilibre non-coopératif de référence*.

Au contraire de la période T, la convexité des fonctions C_i et D_i ne suffit plus à garantir que les problèmes (12) admettent un minimum unique, et ce à cause de la présence de $\tilde{W}_i(T, S_{T-1})$. En vertu de (10), cette quantité contient des transferts financiers, dont on sait que la somme sur i vaut 0. Dans ce contexte, on ne peut légitimement espérer que $\tilde{W}_i(T, S_{T-1})$ soit convexe en toute généralité. Cependant, on vérifiera qu'il en est bien ainsi dans le cas où les fonctions de dommages D_i sont linéaires en S, cas sur lequel on reviendra plus longuement aux sections 4 et 5 [7].

L'optimum coopératif

Dans le cas où les pays coopèrent, ils résolvent le problème (2) pour la période $T-1$, avec $S_{T-2} = S$ donné. Les niveaux optimaux des émissions sont alors $\mathbf{E}^*_{T-1}$, ce qui conduit en $T-1$ à un stock égal à S^*_{T-1}, et en T à des émissions et un stock égaux à $\mathbf{E}^*_T$ et S^*_T. Toutes ces quantités sont fonctions de S. Dans ce contexte,

$$W_i(T-1, S) = C_i(E^*_{i,T-1}) + D_i(S^*_{T-1}) + \beta\tilde{W}_i(T, S^*_{T-1}) \tag{13}$$

est la part subie par i du coût total actualisé optimal de l'ensemble des pays, compte tenu des transferts qu'il peut escompter en T.

Comme à la période T (cfr. (8)), on vérifie que

$$W(T-1, S) \stackrel{\triangle}{=} \sum_{i=1}^{n} W_i(T-1, S) \le \sum_{i=1}^{n} V_i(T-1, S) \stackrel{\triangle}{=} V(T-1, S). \tag{14}$$

$W(T-1, S) - V(T-1, S)$ mesure le surplus écologique dégagé par une coopération étendue à $\{T-1, T\}$, par rapport au scénario alternatif où la coopération est limitée à T. Si $\forall\ i$, on observe que $W_i(T-1, S) \le V_i(T-1, S)$, alors la coopération internationale est individuellement rationnelle, au sens où chaque pays a intérêt à y participer. Mais si $\exists\ i$ tel que $W_i(T-1, S) > V_i(T-1, S)$, le pays i ne voudra pas étendre la coopération à la période $T-1$ sans compensation financière. Rien n'interdit de reproduire ici le raisonnement en matière de transferts appliqué à la date T. Si, par définition

$$\theta_i(T-1, S) = -[W_i(T-1, S) - V_i(T-1, S)] + \mu_i[W(T-1, S) - V(T-1, S)] \tag{15}$$

est le transfert reçu par le pays i à la date $T-1$ (avec $\mu_i \in]0, 1[$, $\forall\ i \in \mathcal{N}$, et $\sum_i \mu_i = 1$), alors son coût total actualisé devient

$$\tilde{W}_i(T-1, S) = W_i(T-1, S) + \theta_i(T-1, S). \tag{16}$$

[7] La convexité de $\tilde{W}_i(T, S_{T-1})$ peut aussi être obtenue dans le cas de fonctions de coût quadratiques moyennant certaines restrictions sur leurs paramètres.

Par construction, les transferts définis par (15) sont budgétairement équilibrés, et vu que l'on vérifie à partir de (14), (15) et (16) que $\forall\ i \in \mathcal{N}$, $\tilde{W}_i(T-1, S) \leq V_i(T-1, S)$, ils rendent la coopération individuellement rationnelle au temps $T-1$, et ce quel que soit le stock hérité S.

2.3 Le calcul des transferts pour les dates antérieures

Le raisonnement expliqué précédemment peut être reproduit rétrospectivement de période en période. A chaque période, les pays sont placés devant l'alternative de collaborer ou non, sachant qu'il existe des transferts qui garantissent la coopération à partir de $t+1$. Le principe est chaque fois d'étendre la séquence des transferts de façon que la coopération soit permanente.

Les transferts relatifs à la date t se définissent par la même formule que pour les périodes $T-1$ et T (cfr. (9) et (15)):

$$\theta_i(t, S) = -[W_i(t, S) - V_i(t, S)] + \mu_i[W(t, S) - V(t, S)] \tag{17}$$

$V_i(t, S), W_i(t, S)(i \in \mathcal{N}), V(t, S)$ et $W(t, S)$ se définissent respectivement d'une façon similaire à (12), (13) et (14), et l'inégalité (14) reste d'application entre $W(t, S)$ et $V(t, S)$. De ce fait, on vérifie que

$$\tilde{W}_i(t, S) \stackrel{\triangle}{=} W_i(t, S) + \theta_i(t, S) \leq V_i(t, S). \tag{18}$$

Autrement dit, les transferts définis par (17) rendent la coopération individuellement rationnelle au temps t, quel que soit le stock de polluant hérité du passé S.

3 Transferts et coopération en horizon infini

En horizon infini, le raisonnement rétrospectif exposé à la section précédente n'est plus d'application. Dans ce cas cependant, on peut exploiter le fait que les fonctions de coûts ne dépendent pas explicitement du temps. Les problèmes décrivant les comportements du pays, que ce soit en l'absence ou en présence de coopération, se répètent alors de façon identique de période en période. Les fonctions solutions de ces problèmes sont donc constantes, et il n'y a que la valeur S où elles sont calculées qui varie avec le temps.

Ainsi, dans le cas où $T = \infty$, le coût optimal total solution du problème (2) ne dépend plus explicitement du temps et peut s'écrire

$$W(S) = \min_{\mathbf{E}} \{\sum_{i=1}^{n}[C_i(E_i) + D_i(\bar{S})] + \beta W(\bar{S})\} \tag{19}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} \bar{S} = [1-\delta]S + \sum_i E_i, \ S \text{ donné} \\ \\ E_i \geq 0, \ \forall i \in \mathcal{N} \end{cases}$$

Les conditions du premier ordre conduisent à des niveaux d'émissions et de stock optimaux $\mathbf{E}^*$ et S^* fonctions de S obéissant à

$$C_i'(E_i^*) + \sum_{j=1}^{n} D_j'(S^*) + \beta W'(S^*) = 0, \ i \in \mathcal{N} \tag{20}$$

$$S^* = [1-\delta]S + \sum_{i=1}^{n} E_i^* \tag{21}$$

$$W(S) = \sum_{i=1}^{n}[C_i(E_i^*) + D_i(S^*)] + \beta W(S^*) \tag{22}$$

Le problème est d'identifier la fonction de valeur W tel que les relations (20) à (22) soient vérifiées. Celles-ci peuvent être considérées comme un système d'équations fonctionnelles dont les inconnues sont les *fonctions* W, S^* et E_i^* $(i \in \mathcal{N})$. Ce système permet d'identifier ces inconnues à condition de connaître les fonctions C_i et D_i $(i \in \mathcal{N})$.

Le même raisonnement peut être appliqué pour les fonctions de coût par pays V_i et $\tilde{W}_i$. En horizon infini, par similitude avec (9), (10) et (12), le coût total du pays i en l'absence de coopération aujourd'hui sachant que l'on coopèrera dans le futur s'écrit

$$V_i(S) = \min_{E_i} \{C_i(E_i) + D_i(\bar{S}) + \beta[V_i(\bar{S}) + \mu_i[W(\bar{S}) - V(\bar{S})]]\} \tag{23}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} \bar{S} = [1-\delta]S + \sum_j E_j, \ S \text{ donné} \\ \\ E_i \geq 0, \ E_j \ (j \neq i) \text{ donnés} \end{cases}$$

A l'équilibre non-coopératif de référence, on obtient des niveaux d'émissions et de stock $\mathbf{E}^V$ et S^V fonctions de S obéissant à

$$C_i'(E_i^V) + D_i'(S^V) + \beta \left[V_i'(S^V) + \mu_i \left[W'(S^V) - V'(S^V)\right]\right] = 0, \ i \in \mathcal{N} \tag{24}$$

$$S^V = [1-\delta]S + \sum_{j=1}^{n} E_j^V \tag{25}$$

$$V_i(S) = C_i(E_i^V) + D_i(S^V) + \beta[V_i(S^V) + \mu_i[W(S^V) - V(S^V)]],\ i \in \mathcal{N} \quad (26)$$

Le problème est d'identifier les fonctions de valeur V_i tel que les relations (24) à (26) soient vérifiées. W étant connu, celles-ci constituent (avec le fait que $V \triangleq \sum_i V_i$) un système d'équations fonctionnelles dont les inconnues sont les fonctions V_i, V, S^V et E_i^V $(i \in \mathcal{N})$.

Si $\forall i \in \mathcal{N}$, on observe que

$$W_i(S) = C_i(E_i^*) + D_i(S^*) + \beta\tilde{W}_i(S^*) \leq V_i(S) \quad (27)$$

c'est-à-dire que le coût induit au pays i par la stratégie optimale est inférieure au coût qu'il obtiendrait en l'absence de coopération, alors celle-ci est individuellement rationnelle au sens où chaque pays à intérêt à y participer. Dans le cas contraire, on peut appliquer un raisonnement tout-à-fait similaire à celui de la section précédente, et proposer la structure des transferts suivante :

$$\theta_i(S) = -[W_i(S) - V_i(S)] + \mu_i[W(S) - V(S)] \quad (28)$$

où $\mu_i \in]0, 1[$, $\forall\ i \in \mathcal{N}$, et $\sum_i \mu_i = 1$. Par construction, ces transferts sont budgétairement équilibrés ($\sum_i \theta_i(S) = 0$). En outre, si le pays i reçoit $\theta_i(S)$ en cas de coopération, il apparaît que

$$\tilde{W}_i(S) = W_i(S) + \theta_i(S) = V_i(S) + \mu_i[W(S) - V(S)] \leq V_i(S) \quad (29)$$

et donc que la coopération est individuellement rationnelle quel que soit le stock de polluant hérité S.

4 Le cas des dommages linéaires

En général, il n'est pas possible de déterminer une solution analytique des problèmes (20) à (22) et (24) à (26). Cependant, dans le cas où les fonctions de dommages sont linéaires[8], autrement dit si on suppose que

$$D_i(S) = \pi_i S,\ 0 \leq S,\ i \in \mathcal{N} \quad (30)$$

où les paramètres π_i $(i \in \mathcal{N})$ sont positifs, il est aisé d'obtenir des solutions explicites aux systèmes précédents. La linéarité des fonctions de dommage présente une autre intérêt : moyennant adaptation des transferts (28), cette hypothèse nous permettra à la section suivante de rendre la coopération rationnelle au sens des coalitions.

[8] Et toujours sous l'hypothèse que les fonctions C_i sont monotones décroissantes et strictement convexes.

4.1 Calcul des transferts

Considérons d'abord le système (20) à (22) et proposons pour W la forme $W(S) = A + BS$ où A et B sont 2 constantes à déterminer[9]. Dans ce cas, le système peut se réécrire

$$C_i'(E_i^*) + \pi + \beta B = 0, \ i \in \mathcal{N} \tag{31}$$

$$S^* = [1-\delta]S + E^* \tag{32}$$

$$A + BS = \sum_{i=1}^{n} [C_i(E_i^*) + \pi_i S^*] + \beta[A + BS^*] \tag{33}$$

où par définition $\pi = \sum_i \pi_i$ et $E^* = \sum_i E_i^*$.

Vu les hypothèses sur les fonctions C_i ($i \in \mathcal{N}$), (31) détermine univoquement E_i^*. Cette grandeur ne dépend pas de S. En substituant (32) dans (33), on obtient de part et d'autre de (33) deux polynômes du 1er degré en S. Afin que ces polynômes soient égaux $\forall\ S$, il faut et il suffit que leurs coefficients respectifs multipliant une même puissance soient égaux. Ceci conduit à l'identification des paramètres A et B, ce qui donne

$$W(S) = A + BS = \frac{1}{1-\beta}\left[C^* + \frac{\pi E^*}{1-\beta[1-\delta]}\right] + \frac{\pi[1-\delta]}{1-\beta[1-\delta]} S \tag{34}$$

où pour alléger les écritures, on a posé $C^* = \sum_i C_i^* = \sum_i C_i(E_i^*)$.

En ce qui concerne le système (24) à (26) décrivant l'équilibre non-coopératif de référence, on proposera pour les fonctions V_i la forme $V_i(S) = p_i + q_i S$, où p_i et q_i sont 2 constantes à déterminer ($i \in \mathcal{N}$). Dans ce cas, les équations (24) à (26) se réduisent à

$$C_i'(E_i^V) + \pi_i + \beta[q_i + \mu_i[B - Q]] = 0, \ i \in \mathcal{N} \tag{35}$$

$$S^V = [1-\delta]S + E^V \tag{36}$$

$$p_i + q_i S = C_i(E_i^V) + \pi_i S^V + \beta[p_i + q_i S^V + \mu_i[A - P + [B-Q]S^V]], \ i \in \mathcal{N} \tag{37}$$

où par définition, $E^V = \sum_i E_i^V$, $P = \sum_i p_i$ et $Q = \sum_i q_i$. A et B sont connus via (34). Vu les hypothèses sur les fonctions C_i ($i \in \mathcal{N}$), (35) détermine uniquement E_i^V, qui ne dépend pas de S.

[9] En réponse à une question soulevée au point 2.2, on notera que la spécification linéaire de W (ainsi que celles des autres fonctions de valeur ci-dessous) suffit à garantir, avec la convexité des C_i et D_i, que les différents programmes d'optimisation posés dans le cadre du présent modèle sont bien convexes. Par ailleurs, le système (20) à (22) correspond au cas où l'horizon est infini. Le cas où l'horizon est fini se résout selon un raisonnement similaire, la différence essentielle résidant dans le fait que l'identification des paramètres des fonctions de valeur suppose la résolution d'un système d'équations aux différences, et non plus celle d'un système d'équations algébriques.

En sommant sur i les relations (37), et en utilisant le fait que $\sum_i \mu_i = 1$, on obtient

$$P + QS = C^V + \pi S^V + \beta[A + BS^V] \tag{38}$$

où par définition, $C^V = \sum_i (C_i^V)$. En substituant S^V dans cette équation au moyen de (36), on obtient 2 polynômes du 1er degré de part et d'autre de l'égalité. Ceux-ci étant égaux $\forall\ S$, il en découle que

$$P = C^V + \frac{\pi E^V}{1-\beta[1-\delta]} + \frac{\beta}{1-\beta}\left[C^* + \frac{\pi E^*}{1-\beta[1-\delta]}\right] \tag{39}$$

$$Q = \frac{\pi[1-\delta]}{1-\beta[1-\delta]} = B. \tag{40}$$

Revenant au système (35) à (37), on peut alors identifier les paramètres p_i et q_i $(i \in \mathcal{N})$, ce qui conduit finalement à

$$V_i(S) = p_i + q_i S = \frac{1}{1-\beta}\left[C_i^V + \frac{\pi_i E^V}{1-\beta[1-\delta]} + \beta\mu_i[A-P]\right] + \frac{\pi_i[1-\delta]}{1-\beta[1-\delta]} S \tag{41}$$

$(i \in \mathcal{N})$, où par définition, $C_i^V = C_i\ (E_i^V)$.

Les paramètres q_i et π_i étant positifs, on a $q_i \leq Q$ et $\pi_i \leq \pi$ $(\forall\ i \in \mathcal{N})$. Etant donné la convexité des C_i, on déduit de la comparaison de (31) et (35) (avec $B = Q$) que $E_i^* \leq E_i^V$. *Les émissions à l'optimum sont inférieures à celles caractérisant l'équilibre non-coopératif de référence pour tous les pays.* Par ailleurs, par définition d'un optimum, l'inégalité suivante s'impose quel que soit S :

$$W(S) \leq V(S) \stackrel{\triangle}{=} \sum_i V_i(S) \tag{42}$$

De (34) et (41), il apparaît que W et V ont la même pente. (42) se traduit par conséquent par le fait que $A \leq P$ ou encore, étant donné (34), (39) et (41), par

$$C^* + \frac{\pi E^*}{1-\beta[1-\delta]} - \left[C^V + \frac{\pi E^V}{1-\beta[1-\delta]}\right] \leq 0 \tag{43}$$

Le membre de gauche mesure la différence entre les coûts totaux actualisés à l'optimum et à l'équilibre non-coopératif de référence (c'est-à-dire le surplus de la période en cours), différence qui est indépendante de S.

On peut maintenant calculer les transferts. Compte tenu de (27), (28) et de ce qui précède,on obtient

$$\begin{aligned}\theta_i(S) = \quad & -\left[C_i^* + \tfrac{\pi_i E^*}{1-\beta[1-\delta]} - C_i^V - \tfrac{\pi_i E^V}{1-\beta[1-\delta]}\right] \\ & +\mu_i\left[C^* + \tfrac{\pi E^*}{1-\beta[1-\delta]} - C^V - \tfrac{\pi E^V}{1-\beta[1-\delta]}\right]\end{aligned} \tag{44}$$

On observe donc que les transferts ne dépendent pas de S. Cette propriété découle notamment du fait que le surplus dégagé par l'extension de la coopération à la période courante, et qui est la source de financement des transferts, ne dépend pas lui-même de S (cfr. (43)).

4.2 Equilibre de Nash et équilibre de référence

Il peut être intéressant de comparer les solutions précédentes (optimum et équilibre non-coopératif de référence) avec l'équilibre non-coopératif de Nash (cfr. section 1). En répétant un raisonnement similaire à ce qui précède, cet équilibre résulte du calcul simultané des n fonctions de valeur suivantes ($i \in \mathcal{N}$) :

$$N_i(S) = \min_{E_{it}} \{C_i(E_i) + D_i(\bar{S}) + \beta N_i(\bar{S})\} \tag{45}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} \bar{S} = [1-\delta]S + \sum_j E_j, \ S \text{ donné} \\ \\ E_i \geq 0; \ E_j \ (j \neq i) \text{ donnés} \end{cases}$$

Les conditions du premier ordre conduisent à des niveaux d'émissions et de stock $\mathbf{E}^N$ et S^N fonctions de S obéissant à

$$C_i'(E_i^N) + D_i'(S^N) + \beta N_i'(S^N) = 0, \ i \in \mathcal{N} \tag{46}$$

$$S^N = [1-\delta]S + \sum_{i=1}^{n} E_i^N \tag{47}$$

$$N_i(S) = C_i(E_i^N) + D_i(S^N) + \beta N_i(S^N), \ i \in \mathcal{N} \tag{48}$$

Dans le cas où les fonctions de dommage sont linéaires, on peut proposer pour les fonctions N_i les formes suivantes $N_i(S) = g_i + h_i S$, où les paramètres g_i et h_i sont à identifier ($i \in \mathcal{N}$). Dans ce cas, le système (46) à (48) se réduit à

$$C_i'(E_i^N) + \pi_i + \beta g_i = 0 \tag{49}$$

$$S^N = [1-\delta]S + E^N \tag{50}$$

$$g_i + h_i S = C_i(E_i^N) + \pi_i S^N + \beta[g_i + h_i S^N] \tag{51}$$

où par définition $E^N = \sum_j E_j^N$. La résolution de ce système conduit à

$$N_i(S) = g_i + h_i S = \frac{1}{1-\beta}\left[C_i^N + \frac{\pi_i E^N}{1-\beta[1-\delta]}\right] + \frac{\pi_i[1-\delta]}{1-\beta[1-\delta]} S, \ i \in \mathcal{N} \tag{52}$$

La comparaison de (41) et (52) montre que $g_i = q_i$ ($\forall\ i \in \mathcal{N}$), c'est-à-dire que $N_i(S)$ et $V_i(S)$ ont la même pente et ne diffèrent que par un terme constant. On observe alors via (35) (où $B = Q$) et (49) que $E_i^V = E_i^N$ ($\forall\ i \in \mathcal{N}$). Autrement dit, *si les dommages sont linéaires, les émissions à l'équilibre de Nash et à* *l'équilibre non-coopératif de référence sont identiques pour la période courante.* Par après bien entendu, les émissions caractéristiques de ce dernier coïncident avec les émissions optimales puisqu'il y a coopération et qu'elles ne dépendent pas du stock hérité en fin de première période.

L'expression (49) montre que les émissions à l'équilibre de Nash ne dépendent pas du stock. En conséquence, comme le souligne Tahvonen [1993], équilibres de Nash en boucle ouverte et fermée se confondent. Les résultats qui précèdent, en particulier en matière de transferts, sont ainsi identiques à ceux de Germain, Toint et Tulkens [1996] obtenus en boucle ouverte. Chez ces auteurs, au moyen de transferts définis de façon *forfaitaire*, les pays sont supposés s'engager à coopérer une fois pour toutes, sans pouvoir (comme ici) revoir leur décision à chaque période. On peut vérifier facilement que ces transferts forfaitaires sont en fait égaux à la somme actualisée des transferts par période définis ici en boucle fermée. Il importe cependant de souligner que cette propriété ne se vérifie que dans un contexte où les fonctions de dommages sont linéaires.

5 Transferts et rationalité au sens des coalitions

Le fait que les paramètres μ_i apparaissant dans (28) doivent être compris entre 0 et 1 et sommer à 1 ne suffit pas à rendre leur choix univoque. Le but de la présente section est d'utiliser les degrés de liberté ainsi laissés pour obtenir certaines propriétés de "rationalité au sens des coalitions" suggérées par la théorie des jeux coopératifs. Pour ce faire, nous adapterons au contexte intertemporel qui nous concerne ici l'approche en termes de jeux dits "globaux" proposée par Chander et Tulkens ([1995] pour un modèle du type traité ici, [1996] pour un modèle plus général) dans un cadre statique[10].

Sous la forme d'une fonction caractéristique (et avec utilité transférable), un jeu coopératif peut être défini par la paire $[\mathcal{N}, w(\cdot; S)]$, où $\mathcal{N} = \{1, \cdots, n\}$ est l'ensemble des joueurs (c'est-à-dire les n pays) et w est la fonction caractéristique. L'espace des stratégies des joueurs, sur lequel est définie cette dernière, est spécifié comme suit: pour chaque pays i, cet espace est constitué par l'intervalle de ses niveaux d'émission possibles, à savoir $[0, \infty[$. Pour toute coalition $U \subseteq \mathcal{N}$, il est le produit sur les membres de U de ces intervalles.

La fonction caractéristique du jeu peut alors être définie en utilisant le concept *d'équilibre de Nash partiel par rapport à une coalition* proposé par Chander et Tulkens [1996] dans un contexte statique, pour autant qu'il soit adapté à notre propos. Dans le cadre du présent modèle, ce concept spécifie comme suit

[10] Par soucis de simplicité, nous raisonnerons dans la présente section en horizon infini. Le raisonnement en horizon fini est très similaire.

le vecteur $\mathbf{E}^U$ des stratégies adoptées par tous les joueurs lorsque se forme une coalition $U \subseteq \mathcal{N}$ quelconque :

(i) Pour les membres de la coalition, les émissions sont décrites par les composantes du vecteur $(E_i^U)_{i\in U}$ solution de

$$\min_{(E_i)_{i\in U}} \sum_{i\in U} [C_i(E_i) + D_i(\bar{S}) + \beta\tilde{W}_i(\bar{S})] \tag{53}$$

sous réserve que $\bar{S} = (1-\delta)S + \sum_i E_i$
et où $\forall\ j \in \mathcal{N} \setminus U$, $E_j = E_j^U$ tel que défini par (ii);

(ii) Pour les pays hors-coalition, les émissions E_j^U, $j \in \mathcal{N} \setminus U$, sont solutions de la résolution simultanée des programmes

$$\min_{E_j}\ C_j(E_j) + D_j(\bar{S}) + \beta\tilde{W}_j(\bar{S}) \tag{54}$$

sous réserve que $\bar{S} = (1-\delta)S + \sum_i E_i$
et où $\forall\ i \in U$, $E_i = E_i^U$ tel que défini par (i).

On suppose donc que si la coalition se forme, ses membres minimisent ensemble la somme de leurs coûts totaux actualisés, tandis que chacune des régions hors de la coalition réagit en minimisant de son côté son coût total actualisé individuel. A cause de l'hypothèse de ce dernier comportement, on qualifiera l'équilibre décrit par (53) et (54) d'*équilibre partiel de référence par rapport à la coalition* U.

Sur cette base, la fonction caractéristique[11] s'écrit

$$w(U;S) = \sum_{i\in U} [C_i(E_i^U) + D_i(S^U) + \beta\tilde{W}_i(S^U)] \tag{55}$$

où $S^U = [1-\delta]S + \sum_{i=1}^n E_i^U$. En vertu de (54), on remarquera que $w(\mathcal{N};S)$ est égal à $W(S)$ défini par (19), autrement dit au coût total optimal pour l'ensemble des pays. Pour le jeu $[\mathcal{N}, w(\cdot;S)]$, on appelle *imputation* tout vecteur de coût par pays dont la somme des composantes est égale à $w(\mathcal{N};S)$. Une imputation peut donc s'interpréter comme un partage du coût total optimal entre les différents joueurs.

Le vecteur $(W_1(S), \cdots, W_n(S))$, où $W_i(S)$ est défini par (27) constitue un exemple d'une telle imputation, dans laquelle chaque pays supporte lui-même ses coûts de dépollution et de dommages courants induits par la stratégie optimale $\{\mathbf{E}_t^*\}$. Mais la possibilité de transferts financiers entre pays implique qu'il

[11] Qualifiée sous cette forme de “fonction caractéristique γ” par Chander et Tulkens [1996]. D'autres spécifications sont concevables et discutées par ces auteurs.

existe (une infinité) d'autres imputations associées à la même stratégie. En effet, tout vecteur $(\tilde{W}_1(S), \cdots, \tilde{W}_n(S)$ défini par (29) tel que $\sum_i \theta_i(S) = 0$ soit vérifié est une imputation.

On appelle *solution* du jeu toute imputation qui vérifie certaines propriétés. Parmi les imputations que l'on vient de définir au moyen des transferts $\theta_i(S)$, celles qui vérifient la condition

$$\sum_{i \in U} \tilde{W}_i(S) \leq w(U; S), \quad \forall\ U \subseteq \mathcal{N}, \forall\ S > 0 \tag{56}$$

sont dites appartenir au *noyau* du jeu. Le noyau est donc l'ensemble des imputations ayant la propriété de faire supporter à toute coalition une partie du coût agrégé $W(S)$ inférieure ou égale au coût le plus faible, $w(U; S)$ que cette coalition pourrait atteindre par elle-même.

Nous appellerons “rationnelle au sens des coalitions” toute imputation qui appartient au noyau du jeu décrit ci-dessus : avec un tel partage en effet, aucune coalition n'a jamais intérêt à se former puisque l'ensemble de ses membres subirait un coût total plus élevé que celui qui lui est proposé.

Théorème 1 *Soient $\mathbf{E}_t^*$ et S^* le vecteur des émissions et le stock optimaux solution du problème (19), et $\mathbf{E}_t^V$ et S^V le vecteur des émissions et le stock caractéristiques de l'équilibre non-coopératif de référence solution du problème (23). Soient $(W_1(S), \cdots, W_n(S))$ et $(V_1(S), \cdots, V_n(S))$ les vecteurs de coûts totaux actualisés par pays relatifs respectivement à l'optimum et à l'équilibre non-coopératif de référence (cfr. (27) et (24)). Soient $W(S)$ et $V(S)$ les sommes des composantes de ces 2 vecteurs. Sous l'hypothèse de linéarité des fonctions de dommages (cfr. (30)), l'imputation $(\tilde{W}_1(S), \cdots, \tilde{W}_n(S))$ définie par*

$$\tilde{W}_i(S) = W_i(S) + \tilde{\theta}_i(S) \tag{57}$$

tel que

$$\tilde{\theta}_i(S) = -[W_i(S) - V_i(S)] + \frac{\pi_i}{\pi}[W(S) - V(S)] \tag{58}$$

appartient au noyau du jeu $[\mathcal{N}, w(\cdot; S)]$.

Démonstration: cfr. annexe.

Etant donné que les coefficients π_i/π apparaissant dans (58) somment à 1 (puisque $\pi = \sum_i \pi_i$), les transferts financiers $\tilde{\theta}_i(S)(i \in \mathcal{N})$ sont budgétairement équilibrés. Par analogie à la rationalité individuelle établie à la section 4, nous dirons que la coopération internationale mettant en oeuvre les transferts (58) est stratégiquement stable ou rationnelle au sens des coalitions. Cette propriété est satisfaite quel que soit le stock S.

Conclusion

Dans le cadre d'un modèle de pollution-stock transnational, nous avons, sur la base de la théorie du noyau des jeux coopératifs, construit une répartition des coûts de dépollution entre pays rendant la coopération internationale rationnelle au sens des coalitions. Cette répartition est "stratégiquement stable" au sens où aucune coalition de pays ne peut garantir à ses membres un coût total moindre que ce qu'ils pourraient obtenir à l'optimum international avec transferts financiers. Ce résultat a été obtenu sous l'hypothèse que les fonctions de dommage à l'environnement des différents pays étaient linéaires, dans un contexte où les accords de coopération sont susceptibles d'être renégociés à chaque période, les pays réévaluant chaque fois l'intérêt de coopérer en fonction du niveau de stock de polluant atteint.

L'hypothèse de linéarité des fonctions de dommages permet de calculer analytiquement les trajectoires des émissions et du stock de polluant, ainsi que celles des transferts permettant la coopération. Le calcul de ces derniers reposent sur la définition d'un équilibre non-coopératif de référence, caractérisé par l'absence de coopération pendant la période en cours et par la coopération dans le futur. Les émissions relatives à cet équilibre sont, pour la période en cours, égales à celles qui caractérisent l'équilibre non-coopératif de Nash, où les pays ne coopèrent jamais. Par la suite, elles s'identifient aux émissions optimales. En horizon infini, émissions et transferts sont constants. Les émissions sont aussi toujours plus faibles à l'optimum qu'à l'équilibre non-coopératif de Nash. On constate aussi que la somme actualisée des transferts s'identifie aux transferts forfaitaires définis par Germain , Toint et Tulkens [1996] dans un contexte où les négociations auraient lieu une fois pour toutes.

Les résultats qui précèdent souffrent de deux restrictions. La première concerne la linéarité des fonctions de dommages, tandis que la seconde provient du fait que l'optimum coopératif n'est pas lui-même défini comme un concept d'équilibre. L'extension des résultats à un contexte de fonctions de dommage convexes fait l'objet de travaux en cours de la part des auteurs. Par ailleurs, la notion de *ratio-equilibrium* utilisée par Chander et Tulkens (1996, section 5) dans un contexte statique pourrait être une piste intéressante pour l'obtention de l'optimum international sous la forme d'un équilibre.

Bibliographie

Başar T. [1989], "Time consistency and robustness of equilibria in non-cooperative dynamic games". In F. van der Ploeg et A. de Zeeuw (eds.) : *Dynamic policy games in economics*. North-Holland, Amsterdam.

Başar T. et G. Olsder [1995], *Dynamic non-cooperative game theory*. Academic Press, Londres, 2ème édition.

Chander P. et H. Tulkens [1992], "Aspects stratégiques des négociations internationales sur les pollutions transfrontières et du partage des coûts de l'épuration", *Revue Economique*, 43, 755-768.

Chander P. et H. Tulkens [1995], "A core-theoretic solution for the design of cooperative agreements on transfrontier pollution", *International Tax and Public Finance*, 2, 279-293.

Chander P. et H. Tulkens [1996], "The core of an economy with multilateral environmental externalities", CORE discussion paper n° 9550 (révisé en mars 1996), à paraître dans *International Journal of Game Theory*.

Germain M., Toint Ph. et H. Tulkens [1996]. "Transferts financiers et optimum coopératif international en matière de pollutions stocks", rapport 96/7 du Département de Mathématique, Facultés Notre-Dame de la Paix, Namur.

Hoel, M. [1992]. "Emission taxes in a dynamic international game of CO_2 emissions". In R. Pethig (ed.), *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. Microeconomic Studies, Springer Verlag.

Kaitala V., Pohjola M. et D. Tahvonen [1992]. "Transboundary air pollution and soil acidification: A dynamic analysis of an acid rain game between Finland and the USSR". *Environmental and Resource Economics*, 2, 161–181.

Kverndokk S. [1994], "Coalitions and side payments in international CO_2 treaties". In Van Ierland (ed.) : *International environmental economics, theories, models and application to climate change, international trade and acidification*, Developments in Environmental Economics, vol. 4, Elsevier, Amsterdam.

Mäler, K. [1989]. "The acid rain game". In H. Folmer and E. van Ierland (eds.), *Valuation Methods and Policy Making in Environmental Economics*. Amsterdam, Elsevier.

Mäler, K. et A. de Zeeuw [1995]. "Critical loads in games of transboundary pollution control". Nota di lavoro 7.95, Fondazione Eni Enrico Mattei, Milan.

Maskin E. et J. Tirole [1988] : "A theory of dynamic oligopoly, I : Overview and quantity competition with fixed wage costs", *Econometrica*, 56(3), 549-569.

Petrosjan L. et G. Zaccour [1995]. "A multistage supergame of downstream pollution", G-95-14, GERAD, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Université de Montréal.

Tahvonen, O. [1993]. "Carbon dioxyde abatement as a differential game". Discussion Paper in Economics n^o 4, University of Oulu (Finlande).

van der Ploeg et A. de Zeeuw [1992]. "International aspects of pollution control". *Environmental and Resource Economics*, 2, 117-139.

Annexe : Démonstration du théorème

La démonstration s'inspire de Chander et Tulkens [1996] et découle des deux lemmes suivants.

Lemme 1 *Soient* $\mathbf{E}^U$ *et* S^U *le vecteur des émissions et le stock caractéristiques de l'équilibre de référence relatif à la coalition* $U \subset \mathcal{N}$ *(cfr. (53) et (54)). Soient* $\mathbf{E}^V$ *et* S^V *le vecteur des émissions et le stock caractéristiques de l'équilibre non-coopératif de référence (cfr. 23). Sous l'hypothèse de linéarité des fonctions* D_i*, on observe que*

$$E_i^V \leq E_i^U, \ \forall\ i \in \mathcal{N}, \forall\ S > 0. \tag{A.1}$$

Démonstration: En appliquant un raisonnement semblable à celui de la section 4, il résulte que l'équilibre de référence par rapport à la coalition U se caractérise par les conditions suivantes (on suppose que les solutions sont intérieures) :

$$C_i'(E_i^U) + \beta \frac{\pi_U}{1-\beta[1-\delta]} = 0, \qquad i \in U \tag{A.2}$$

$$C_i'(E_i^U) + \beta \frac{\pi_i}{1-\beta[1-\delta]} = 0, \quad j \in \mathcal{N} \setminus U \tag{A.3}$$

où par définition $\pi_U = \sum_{i \in U} \pi_i$. Ces conditions généralisent (31) et (35) dans les cas particuliers où $U = \mathcal{N}$ (optimum coopératif) et $U = \{i\}$ (équilibre non-coopératif de référence). Comme $\forall\ i \in U$, $\pi_i \leq \pi_U$, (A.1) découle immédiatement de la convexité des C_i $(i \in \mathcal{N})$ et de (A.2) et (A.3). CQFD

Lemme 2 *Si pour une certaine coalition U, (56) est faux, alors l'équilibre non-coopératif relatif à U permet de construire une imputation $(W_1^U(S), \cdots, W_n^U(S))$ définie par*

$$W_i^U(S) = W_i(S^U) + \theta_i^U(S) \tag{A.4}$$

tel que

$$\theta_i^U(S) = -[W_i(S) - w_i(U;S)] + \frac{\pi_i}{\pi}[W(S) - \sum_{j=1}^n w_j(U;S)] \tag{A.5}$$

où par définition

$$w_i(U;S) = C_i(E_i^U) + \pi_i S^U + \beta[V_i(S^U) + \frac{\pi_i}{\pi}[W(S) - V(S)]] \tag{A.6}$$

est le coût total actualisé du pays i induit par la stratégie jointe $\mathbf{E}^U$, imputation qui domine $(\tilde{W}_1(S), \cdots, \tilde{W}(S))$ définie par (29) au sens où

$$(i\ )\qquad \textstyle\sum_{i\in U} W_i^U(S) < \sum_{i\in U} \tilde{W}_i(S) \tag{A.7}$$

$$(ii)\qquad W_i^U(S) \leq \tilde{W}_i(S), \forall\ i \in \mathcal{N} \setminus U. \tag{A.8}$$

Démonstration: (i) (A.4) et (A.5) impliquent

$$\begin{aligned} W_i^U(S) &= w_i(U;S) + \frac{\pi_i}{\pi}\left[W(S) - \sum_{j=1}^n w_j(U;S)\right] \\ &\leq W_i(U;S) \end{aligned} \tag{A.9}$$

en vertu du fait que $W(S)$ caractérise l'optimum coopératif. La relation (A.7) de la thèse découle alors de (A.9) et de la supposition que (56) est violée. En effet :

$$\sum_{i\in U} W_i^U(S) \leq w(U;S) \triangleq \sum_{i\in U} w_i(U;S) < \sum_{i\in U} \tilde{W}_i(S). \tag{A.10}$$

(ii) Montrer (A.8) revient à montrer que $\theta_i^U(S) \leq \tilde{\theta}_i(S)$, $\forall\ i \in \mathcal{N} \setminus U$. De (44) avec $\mu_i = \pi_i/\pi$, il découle que

$$\tilde{\theta}_i(S) = -[C_i^* - C_i^V] + \frac{\pi_i}{\pi}[C^* - C^V] \tag{A.11}$$

avec les mêmes conventions de notation qu'à la section 4. Par analogie, on peut montrer que

$$\theta_i^U(S) = -[C_i^* - C_i^U] + \frac{\pi_i}{\pi}[C^* - C^U]. \tag{A.12}$$

Montrer que $\theta_i^U(S) \leq \tilde{\theta}_i(S)$ $(i \in \mathcal{N} \setminus S)$ suppose alors que

$$C_i^U - C_i^V < \frac{\pi_i}{\pi}[C^U - C^V], \qquad i \in \mathcal{N} \setminus S. \tag{A.13}$$

Or pour $i \in \mathcal{N} \setminus S$, $E_i^U = E_i^V$ en vertu de (A.3) et donc le membre de gauche de l'inégalité est nul. En outre, $C^U = \sum_{i \in \mathcal{N}} C_i(E_i^U) > \sum_{i \in \mathcal{N}} C_i(E_i^V) = C^V$ en vertu de (A.1) et de la décroissance monotone des C_i. CQFD

La démonstration du théorème découle immédiatement du lemme 2. En effet, de (29), (A.4), (A.7) et (A.8), on a

$$\sum_{i=1}^{n} \theta_i^U(S) < \sum_{i=1}^{n} \tilde{\theta}_i(S). \tag{A.14}$$

Or ceci est impossible car il est aisé de voir à partir de (58) et de (A.5) que les vecteurs $(\tilde{\theta}_1(S), \cdots, \tilde{\theta}_n(S))$ et $(\theta_1^U(S), \cdots, \theta_n^U(S))$ sont budgétairement équilibrés. Donc la condition (56) est vraie et le théorème est démontré.

Mots clés

Pollution internationale, externalités, jeux différentiels, jeux coopératifs, transferts financiers.

Classification JEL

C71, C73, D62, Q29.