

## **О моделировании распределения дохода в обществе**

*В работе моделируется распределение дохода между экономическими субъектами в замкнутой экономической системе. Вычислена равновесная функция распределения дохода в обществе, показано ее соответствие имеющимся статистическим данным. Проанализирована динамика распределения дохода в России. Показано, что коэффициент Джини в отсутствие контроля государства стремится достигнуть своего теоретического значения 0,5. Сделан вывод о высокой устойчивости функции распределения дохода в обществе.*

### **1. Постановка задачи**

**П**роблема неравенства в распределении доходов населения России привлекает пристальное внимание как общества и государства, так и многих профессиональных экономистов. Исследования по проблеме анализа и моделирования распределения населения по величине среднедушевого дохода имеют богатую историю. Обычно отмечают работы Дж. Кейнса [Кейнс (1978)], Дж. Дьюзенберри [Duesenberry (1949)], М. Фридмана [Fridman (1957)], С. Кузнецца [Kuznets (1956)] и других исследователей. Помимо официальных статистических данных опубликованы результаты экспертных оценок и обследований. Причем, как правило, эксперты отмечают расхождение их расчетов с официальными данными Росстата [Росстат (2006)]. По-видимому, это объясняется тем, что в статистических данных Росстата отсутствуют сведения о доходах представителей «наиболее богатых» и «наиболее бедных» слоев населения.

В работах [Айвазян (1997)], [Кислицына (2003)] использованы данные Российского мониторинга экономического состояния и здоровья населения — РМЭЗ (RLMS — Russian Longitudinal Monitoring Survey, раунды, проведенные в 1992, 1994, 1996, 1998, 2000 годах). Единицей наблюдения в исследовании выступает домохозяйство. Наблюдаемым признаком является денежный доход домохозяйства, полученный из всех источников в течение 30 дней, предшествующих опросу.

В указанных работах отмечены феномен присутствия значительной доли скрытых доходов и практическая невозможность получения представительных и достоверных исходных статистических данных, что обуславливает необходимость экспертно-статистического подхода и целесообразность рассмотрения пятикомпонентной модели смеси логарифмически-нормальных законов для описания реального распределения населения Российской Федерации по доходу. Сделан ряд выводов о причинах интенсивного роста неравенства доходов в России в переходный период. Так, основной вклад в процесс поляризации доходов внесли следующие факторы:

- существенная дифференциация в оплате труда;
- изменения в композиции семейного дохода: сокращение доли заработной платы в общем доходе населения и увеличение размера доходов от индивидуальной деятельности;
- практика неплатежей.

Однако в этих работах приведены некоторые весьма интересные данные РМЭЗ, требующие более тщательного обсуждения и объяснения.

1. В работе Кислицыной отмечено *наличие нулевых доходов*, количество которых существенно менялось от обследования к обследованию: 2,1% в 1992 году, 3,2% в 1994-м, 13,9% в 1996-м, 9,2% в 1998-м и 3,3% в 2000 году. При этом сказано, что данное явление практически неизвестно ни промышленно развитым, ни другим постсоциалистическим странам. Последнее утверждение представляется сомнительным, так как в любой стране мира присутствуют социальные группы, не имеющие постоянного жилья и источника дохода либо существующие исключительно за счет поддержки государства.

2. При обследовании выяснилось, что *расходы семей более чем в 1,5 раза превышают те их доходы, о которых они сочли возможным сообщить*. Причем наиболее значительные расхождения между доходами и расходами характерны для наименее обеспеченных семей.

Индекс концентрации доходов определяется, как известно, с помощью коэффициента Джини ( $J$ ). Когда  $J$  равен нулю, доходы распределены абсолютно равномерно, когда единице, это означает абсолютное неравенство в распределении доходов — все доходы достаются очень немногочисленной самой богатой группе населения. Максимальный коэффициент Джини по доходам был отмечен в 1996 году и составил 0,563. Он превысил коэффициент Джини по расходам, который в том же 1996 году составил 0,457. Иными словами, где-то в «тени» происходит перераспределение доходов, вследствие которого дифференциация расходов оказывается меньше дифференциации сообщаемых населением доходов.

Автору этой работы представляется очень важным обсудить уровень, который достигла величина неравенства в России. Если признать коэффициент Джини по расходам более достоверным, то его значение в самые кризисные годы не превысило 0,5. Более того, отмечено, что хотя после финансового кризиса августа 1998 года средний доход всего населения снизился, в то же время снизилась и общая величина неравенства, т. е. последствия кризиса существенно ухудшили положение богатых слоев населения, высокооплачиваемых наемных работников и мелких предпринимателей.

За все исследуемые годы, независимо от изменений в структуре доходов населения, значение коэффициента Джини, как по официальным данным, так и по экспертным оценкам, находилось в пределах 0,42–0,5. В последние годы различные публикации содержат утверждения, что поляризация доходов населения растет. Однако, по данным экспертных оценок<sup>1</sup>, в 2002 и 2003 годы коэффициент Джини составил 0,479 и 0,485, т. е. по-прежнему был меньше 0,5. В связи с этим следует отметить, что существуют страны, например Уганда, Боливия, Бразилия, где коэффициент Джини в различные годы достигал 0,59–0,72, т. е. значение 0,5 не является предельной величиной поляризации доходов. Можно только порадоваться, что у нас разрыв между богатыми и бедными не принимает столь уродливых форм, но наличие олигархической структуры в экономике при одновременном отсутствии серьезной государственной социальной политики наводит на мысль, что такой разрыв был вполне возможен. Соответственно, представляется необходимым выяснить, почему мы избежали этой крайней ситуации.

<sup>1</sup> Березин И.С. Распределение доходов населения России — 2001, 2002, 2003 [<http://www.marketologi.ru/publ.html>].

3. В проведенных исследованиях отмечено *отсутствие видимой универсальной связи между неравенством и тенденциями экономического роста*. Однако эти факты не подтверждают теорию С. Кузнецца, что экономическое развитие вначале ведет к увеличению неравенства, а затем к его уменьшению. Эта зависимость получила название кривой Кузнецца, или обратной *U*-кривой. Отмечено, что за последние 40 лет предпринимались многочисленные попытки подтвердить эту зависимость. Тем не менее она остается неясной, так как разные исследования демонстрируют прямо противоположные результаты. В настоящее время возникли большие сомнения в существовании взаимосвязи между экономическим ростом и неравенством в виде обратной *U*-кривой, предложенной Кузнецом. Более того, многие ученые склонны предполагать, что более важна обратная связь: неравенство затрудняет экономическое развитие. Однако споры вокруг этой проблемы еще не завершены. Если же исходить из официально опубликованных данных Росстата, то при сравнении динамик ВВП и доходов населения с динамикой распределения этих доходов (номинарированных в долларах США) бросается в глаза чудовищное несоответствие между ними [Царев (2006)]. Динамика как ВВП, так и доходов населения отличается огромной волатильностью (изменчивостью). Если верить Росстату, мы уже несколько раз пережили удвоение ВВП (номинарированного в долларах США): в 1993 году по сравнению с 1992-м, в 1995-м по сравнению с 1993-м, в 2002-м по сравнению с 1999-м. Дважды пережили резкое, более чем в 2 раза, снижение этого показателя: в 1991–1992 и 1998–1999. В отличие от изменчивых показателей ВВП и доходов населения распределение общего объема денежных доходов населения весьма устойчиво.

Перечисленные факты, а именно наличие домохозяйств с нулевым доходом, высокая устойчивость коэффициента концентрации доходов (коэффициента Джини) около значения 0,5 независимо от динамики изменения доходов населения и ВВП, а также отсутствие значимой взаимосвязи между неравенством и экономическим развитием, находят свое объяснение, если принять на вооружение *равновесную (теоретическую) функцию распределения дохода*, полученную автором в предыдущих исследованиях [Царев (2005)].

## **2. Равновесная функция распределения дохода**

Для вывода равновесной функции распределения доходов необходимо задать модель пространства экономической системы, в котором происходит взаимодействие экономических субъектов.

Экономическое пространство принимается замкнутым. В естественных науках к замкнутым относят системы, которые не взаимодействуют с внешней средой, т. е. не обмениваются с ней ни веществом, ни энергией. В данном случае система понимается замкнутой в том смысле, что не обменивается с внешней средой величинами, аналогичными веществу и энергии. Под «веществом» экономической системы понимается *количество экономических субъектов без их функционального и прочего деления*, а под «энергией» — *величина общей выручки, или дохода TR (total revenue) в экономической системе, записываемая в виде*

$$TR = \sum_i p_i \dot{q}_i, \tag{1}$$

где  $p_i$  — цены всех активов в системе;

$\dot{q}_i$  — скорости производства активов в системе.

Таким образом, количество экономических субъектов и величина общей выручки в системе принимаются постоянными.

В результате мы рассматриваем экономическую систему с постоянным количеством экономических субъектов, которые все вместе получают постоянную величину дохода за определенный период времени. Наша задача состоит в том, чтобы определить, как эта величина дохода распределяется среди экономических субъектов. При этом мы полагаем, что есть некоторое равновесное распределение дохода, обусловленное только взаимодействием экономических субъектов (например, различными видами конкуренции).

Следует пояснить, что как количество экономических субъектов, так и величина совокупного дохода в системе на самом деле могут изменяться со временем, но мы считаем, что скорость изменения этих величин значительно меньше, чем скорость установления равновесия в системе. Следовательно, распределение дохода между субъектами (т. е. установление равновесия) происходит значительно быстрее, чем общий рост или спад производства, которые зависят от количества экономических субъектов и величины совокупного дохода.

Следует также пояснить роль государства в рассматриваемой модели. Государство может принудительно перераспределять доход экономических субъектов и тем самым являться фактором, который влияет на распределение дохода между субъектами. Влияние государства не обусловлено взаимодействием экономических субъектов, и в нашей модели мы будем полагать его равным нулю. Таким образом, мы ищем распределение дохода между субъектами в отсутствие налоговой политики, которая предусматривает принудительное изъятие части дохода, и социальной политики, которая предусматривает адресное распределение части изъятых дохода. Если мы сможем получить функцию равновесного распределения без учета указанного воздействия со стороны государства, то в дальнейшем сможем определить, как это воздействие должно влиять на смещение равновесия.

Мы рассмотрели в качестве «энергии» экономической системы величину общей выручки, или дохода  $TR$  в системе. В этом случае для вычисления функции распределения дохода имеет смысл использовать подход, который применяется в статистической физике [Ландау, Лифшиц (1976)], [Гиббс (1946)] для вычисления функции распределения состояний системы по величине энергии. В результате мы должны получить для общей выручки распределение, аналогичное так называемому каноническому распределению Гиббса по величине энергии.

Рассмотрим систему, состоящую из достаточно большого числа элементов или частиц (в данном случае экономических субъектов). Выделим мысленно из системы некоторую часть, весьма малую по сравнению с системой в целом. Будем считать, что вся система и ее часть (подсистема) находятся в *состоянии статистического равновесия*, т. е. в состоянии, в котором средние значения всех величин, характеризующих это состояние, не зависят от времени либо эта зависимость является слабой. Если мы рассмотрим теперь взаимодействие подсистемы со всей системой, то сможем сказать, что они слабо взаимодействуют. В этом смысле можно говорить о *состоянии статистической независимости отдельной подсистемы*, т. е. состояние подсистемы практически не влияет на состояние других подсистем и системы в целом. Следовательно, функции распределения подсистем не зависят друг от друга, и функция распределения всей системы является произведением функций распределения составных систем:

$$\rho = \rho_1 \cdots \rho_N.$$

В то же время функция общей выручки экономической системы (как и энергия физической системы) является аддитивной, т. е. значение этой функции для всей системы равно сумме значений для отдельных подсистем:

$$TR = TR_1 + \dots + TR_N. \quad (2)$$

Кроме того, функции распределения  $\rho(TR)$  для отдельных частей системы должны обладать одинаковой природой, т. е. одинаково выражаться через функцию общей выручки. Таким образом, мы приходим к распределению, представленному выражением

$$\ln \rho = \frac{\psi - TR}{\theta}, \text{ или } \rho(TR) = e^{\frac{\psi - TR}{\theta}}, \quad (3)$$

где  $\theta$  и  $\psi$  — постоянные. Благодаря наличию делителя  $\theta$  распределение становится независимым от применяемых единиц.

Распределение (3) является экспоненциальным и может быть записано в виде

$$\rho(TR) = \frac{e^{-\frac{TR}{\theta}}}{\theta}, \quad (4)$$

что позволяет вычислить среднее распределение дохода

$$\langle TR \rangle = \int_0^{\infty} TR \rho(TR) dTR = \int_0^{\infty} TR \frac{e^{-\frac{TR}{\theta}}}{\theta} dTR = \theta, \quad (5)$$

которое оказывается равным делителю  $\theta$ .

В результате получаем распределение дохода в экономической системе

$$\rho(TR) = \frac{e^{-\frac{TR}{\langle TR \rangle}}}{\langle TR \rangle}. \quad (6)$$

Вероятность  $P$  того, что значение дохода при измерении попадет в интервал от нуля до некоторой величины  $TR$ , определяется следующим уравнением:

$$P = \int_0^{TR} \frac{e^{-\frac{TR}{\langle TR \rangle}}}{\langle TR \rangle} dTR = 1 - e^{-\frac{TR}{\langle TR \rangle}}. \quad (7)$$

Откуда получаем

$$TR = -\langle TR \rangle \ln(1 - P). \quad (8)$$

Доля дохода, входящего в этот интервал, соответственно равна

$$D = \frac{1}{\langle TR \rangle} \int_0^{TR} TR \frac{e^{-\frac{TR}{\langle TR \rangle}}}{\langle TR \rangle} dTR = 1 - \left( \frac{TR}{\langle TR \rangle} + 1 \right) e^{-\frac{TR}{\langle TR \rangle}} = P + (1 - P) \ln(1 - P). \quad (9)$$

Вероятность  $P$  равна доле граждан, располагающих соответствующей долей дохода  $D$ . Полученная зависимость  $D = P + (1 - P) \ln(1 - P)$  при построении дает так называемую «кривую Лоренца», которая демонстрирует *неравенство в распределении доходов*.

Равновесный коэффициент Джини, определяющий степень неравенства, вычисляется по формуле

$$J = \frac{1/2 - \int_0^1 D(P)dP}{1/2} = 0,5. \quad (10)$$

Зависимость (9) в принципе находится в соответствии с известным эмпирическим законом Парето, полученным на основании обширного статистического материала и имеющим степенную зависимость. Парето пришел к выводу, что параметры этого распределения примерно одинаковы и не различаются принципиально в разных странах и в разное время. «Кривая распределения доходов отличается замечательной устойчивостью, она меняется незначительно, хотя сильно преобразуются обстоятельства времени и места, при которых ее наблюдают», — писал Парето в «Социалистических системах». Парето считал, что форма этой кривой зависит от биологически заданного распределения психологических особенностей людей.

Приведенные здесь рассуждения показывают, что полученная закономерность никакого отношения к психологии не имеет, а зависит от общих статистических закономерностей, характерных, например, для газов и жидкостей. Независимо от психологии человеческих взаимоотношений индивид — всего лишь песчинка в игре законов больших чисел.

При рассмотрении полученных зависимостей, во-первых, нетрудно заметить, что имеет место ненулевая плотность вероятности при нулевом доходе. Это было отмечено в работе Кислицыной, но не следует из модели логнормального распределения дохода. Во-вторых, теоретическое (или равновесное) распределение означает, что оно зависит только от взаимодействия отдельных экономических субъектов и не зависит от экономического роста в отличие от модели, предложенной Кузнецом.

Если государство использует власть для перераспределения доходов в пользу богатой части населения, как, например, в Уганде, Боливии или Гондурасе ( $J = 0,6 \div 0,7$ ), либо, наоборот, в пользу малоимущих слоев населения, как это происходит в европейских странах ( $J = 0,2 \div 0,3$ ), то распределение может смещаться в ту или иную сторону. Однако система всегда пытается вернуться к равновесию ( $J = 0,5$ ), которое устанавливается при отсутствии значимой государственной социальной политики, как, например, в Малайзии, России, Перу и Киргизской Республике (см. [Кислицына (2003)]). Данное распределение дохода в обществе является равновесным. Любое отклонение от этого равновесия может быть только искусственно вызванным и приводит к некоторому замедлению экономического развития, так как перераспределение доходов сопровождается чистыми потерями общества. Однако прямая зависимость между неравенством и экономическим развитием при этом отсутствует. Промежуток времени, в течение которого происходит переход к статистическому равновесию при отсутствии государственной социальной и налоговой политики, называется *временем релаксации*.

### 3. Динамика распределения дохода в России

Для доказательства выводов, полученных в конце предыдущего раздела, остановимся подробнее на динамике распределения доходов в России. В табл. 1 представлены данные официальной статистики Росстата за 34 года и данные теоретического распределения —  $D$ .

**Распределение общего объема доходов населения по группам**

Год	Группа					J
	I	II	III	IV	V	
1970	7,8	14,8	18,0	22,6	36,8	0,305
1975	9,5	14,8	18,6	23,3	33,8	0,272
1980	10,1	14,8	18,6	23,1	33,4	0,264
1985	10,0	14,6	18,3	23,1	34,0	0,270
1990	9,8	14,9	18,8	23,8	32,7	0,263
1991	11,9	15,8	18,8	22,8	30,7	0,225
1992	6,0	11,6	17,6	26,5	38,3	0,357
1993	5,8	11,1	16,7	24,8	41,6	0,378
1994	5,3	10,2	15,2	23,0	46,3	0,414
1995	5,5	10,2	15,0	22,4	46,9	0,415
1996	6,2	10,7	15,1	21,6	46,4	0,401
1997	5,9	10,2	14,8	21,6	47,5	0,414
1998	6,0	10,4	14,8	21,2	47,6	0,411
1999	6,1	10,4	14,7	20,9	47,9	0,412
2000	6,0	10,4	14,8	21,2	47,6	0,411
2001	5,6	10,4	15,4	22,8	45,8	0,407
2002	5,6	10,4	15,4	22,8	45,8	0,407
2003	5,5	10,3	15,3	22,7	46,2	0,411
2004	5,5	10,2	15,2	22,7	46,4	0,412
D	2,1	7,2	14,0	24,5	52,2	0,500

Все домохозяйства, распределенные в соответствии с их годовым доходом, разделены на пять групп (квантилей) и для каждой группы рассчитана доля совокупного дохода. Первая группа — с наименьшими доходами, пятая — с наибольшими. Значения коэффициента Джини за указанный период представлены графически на рис. 1.

Снижение *J* в течение 1970–1990 годов отражает, по-видимому, тот факт, что борьба за сближение города и деревни, рабочих и интеллигенции приводила к элементарной уравниловке в заработной плате. После 19 августа 1991 года произошла смена способа производства и наступил период «дикого капитализма». Система распределения доходов населения вышла из-под жесткого контроля государства, и коэффициент Джини устремился к своему теоретическому значению.

Процесс установления равновесия, приведенный на рис. 1, описывается кинетическим уравнением

$$J = J_0 [1 - \exp(-t/\tau)], \quad (11)$$

где  $J_0 = 0,418$ ,  $\tau = 1$  год,  $t$  — время в годах, отсчитываемое от 1990 года (за начало отсчета берется  $t = 0$ ).

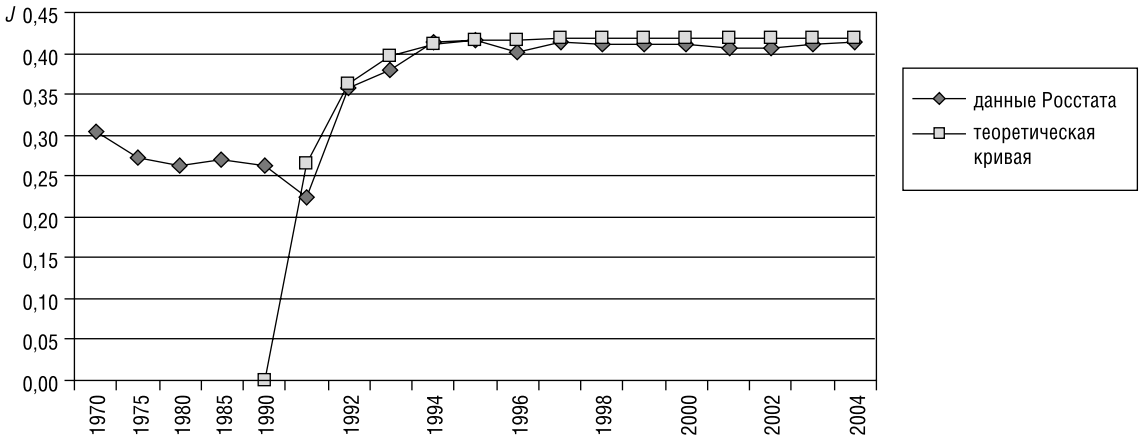


Рис. 1. Динамика изменения коэффициента Джини

Значения  $J_0$  и  $\tau$  были рассчитаны методом наименьших квадратов для нелинейной регрессии.

Тангенс угла наклона прямой равен  $-\frac{1}{\tau} = -1$  (рис. 2).

О моделировании распределения дохода в обществе

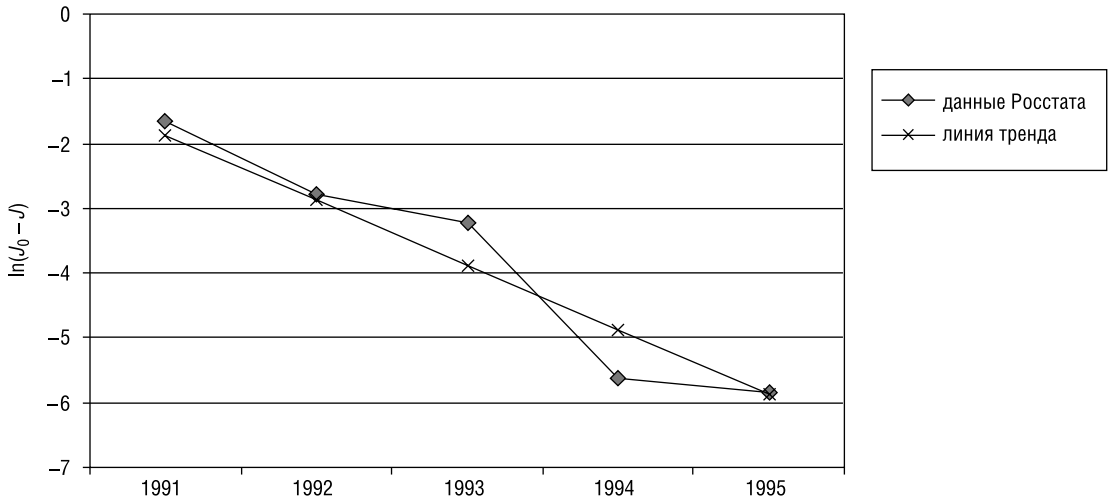


Рис. 2. Линия уравнения кинетики в логарифмическом виде:  $\ln(J_0 - J) = \ln J_0 - \frac{t}{\tau}$

За время релаксации порядка  $3\tau$ , т. е. приблизительно за 3 года, система пришла в равновесие. Примерно в то же время можно было подводить первые итоги приватизации.

Мы можем сделать вывод, что предложенная модель распределения дохода в обществе не противоречит имеющимся статистическим данным и экспертным оценкам, позволяет интерпретировать выявленные закономерности распределения дохода, которые ранее не находили удовлетворительного объяснения, а также дает возможность по-новому взглянуть на роль социальной политики государства в обществе.



#### **4. Заключение**

Мы получили, что в экономической системе существует *равновесное распределение дохода*, определяемое уравнением  $D = P + (1 - P) \ln(1 - P)$ , где  $D$  — доля дохода, которым обладает доля населения  $P$ , начиная с беднейших слоев. При достижении экономической системой равновесного распределения дохода коэффициент Джини будет равен 0,5. Если вывести систему из равновесия с помощью целенаправленной государственной политики, то характерное время установления равновесия (время полупревращения) для такой страны, как Россия, равно 1 году.

#### **Список литературы**

- Айвазян С. А. Модель формирования распределения населения России по величине среднедушевого дохода (Экспертно-статистический подход) // *ЭиММ*. Т. 33. Вып. 4. 1997. С. 74–86.
- Гиббс Дж. В. Основные принципы статистической механики: пер. с англ. М.; Л.: ОГИЗ; Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1946.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1 (Серия: «Теоретическая физика», т. V). М.: Наука. Физматлит, 1976.
- Кейнс Дж. Общая теория занятости, процента, денег: пер. с англ. М.: Прогресс, 1978.
- Кислицына О. А. Неравенство доходов в России в переходный период: чем оно объясняется? М.: EERC, 2003.
- Россия в цифрах. 2005: Крат. стат. сб. / Росстат. М., 2005.
- Российский статистический ежегодник: Стат. сб. / Госкомстат России. М., 2001.
- Российский статистический ежегодник. 2006: Стат. сб. / Росстат. М., 2006.
- Царев И. Г. Физико-математические аналогии в экономике. М.: ФГУП ЦПП, 2005.
- Царев И. Г. Функции экономической системы // *АиФА*. 2006. № 4. С. 90–106.
- Aivazian S. A., Kolenikov S. O. Poverty and expenditure differentiation of Russian population. М.: EERC, 1999.
- Duesenberry J. S. *Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour*. Cambridge, 1949.
- Fridman M. A. *Theory of the Consumption Function*. Princeton, 1957.
- Kuznets S. *Quantitative Aspects of the Economic Growth of National // Economic Development and Cultural Change*. 1956. Vol. V.