



**Avaliando Três Especificações
para o Fator de Desconto
Estocástico através da Fronteira
de Volatilidade de Hansen e
Jagannathan: Um Estudo
Empirico para o Brasil**

Eurilton Araújo



Copyright Insper. Todos os direitos reservados.

É proibida a reprodução parcial ou integral do conteúdo deste documento por qualquer meio de distribuição, digital ou impresso, sem a expressa autorização do Insper ou de seu autor.

A reprodução para fins didáticos é permitida observando-se a citação completa do documento

Avaliando Três Especificações para o Fator de Desconto Estocástico através da Fronteira de Volatilidade de Hansen e Jagannathan: Um Estudo Empírico para o Brasil

Eurilton Araújo

Ibmec São Paulo
Rua Maestro Cardim 1170
São Paulo, SP 01323-001
e-mail: euriltona@ibmec.br
Fone: 11-3175-2300

Resumo

Este trabalho estima três modelos de apreçamento de ativos baseados em consumo através do método generalizado dos momentos. Em seguida, a plausibilidade do fator de desconto estocástico gerado por cada um desses modelos é avaliada através da fronteira de volatilidade proposta por Hansen e Jagannathan (1991). Os modelos estudados envolvem um agente representativo, o qual decide seu perfil de consumo ao longo do tempo, bem como a alocação de sua riqueza entre um ativo arriscado e outro sem risco. Desse modo, o fator de desconto estocástico dos modelos está associado à taxa marginal de substituição intertemporal, advinda da especificação da função utilidade para o referido agente. Neste trabalho, avaliamos três especificações, já clássicas na literatura, para a função utilidade: a função com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, a formação de hábito e a especificação proposta por Epstein e Zin (1991). Os testes baseados na fronteira não conseguem discriminar qual desses fatores de descontos descreve melhor os dados e corroboram as evidências já existentes, as quais apontam para a inexistência de um “Equity Premium Puzzle” no Brasil.

Palavras-chave: fronteira de volatilidade, fator de desconto estocástico, apreçamento de ativos

Abstract

This paper estimates three consumption-based Asset Pricing models by GMM (generalized method of moments). The stochastic discount factors generated by the models are evaluated according to its ability to satisfy the Hansen and Jagannathan (1991) volatility bounds. In this article, three models based upon a representative agent, which chooses her consumption path over time as well as the allocation of her wealth by purchasing a risky and a risk free asset, are compared. In this context, the stochastic discount factor is related to the inter-temporal marginal rate of substitution that depends on the utility function specified for the representative agent. Three classic specifications are considered: a constant relative risk aversion utility function, habit persistence and the preference representation proposed by Epstein and Zin (1991). The econometric procedures based upon the volatility bounds are unable to identify the stochastic discount factor capable of describing the data more accurately. In addition, the findings reported here are consistent with empirical evidences pointing out to the inexistence of an Equity Premium Puzzle in Brazil.

Keywords: volatility bounds, stochastic discount factor and asset pricing

JEL Classification: C52, G12

1. Introdução

O presente artigo procura comparar três especificações para o fator de desconto estocástico num modelo de formação de preços de ativos baseado em consumo. O modelo considerado consiste numa Economia, sem produção, habitada por um agente representativo. Esse agente decide seu perfil de consumo ao longo do tempo e aloca sua riqueza entre um ativo arriscado e outro sem risco. Neste contexto, o fator de desconto estocástico depende da taxa marginal de substituição intertemporal associada à especificação da função utilidade para o agente representativo.

Neste artigo, três especificações para a função utilidade são consideradas: a função com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, a formação de hábito e a utilidade proposta por Epstein e Zin (1991). O modelo básico de apreçamento de ativo é estimado, para cada tipo de função utilidade considerada, via método generalizado dos momentos. Além disso, cada especificação é avaliada através de Testes de Sobre-Identificação. Em seguida, os fatores de desconto estocásticos associados às utilidades estudadas são comparados e avaliados de acordo com a capacidade de cada um deles em satisfazer as restrições impostas pela fronteira de volatilidade derivada por Hansen e Jagannathan (1991).

Este ensaio complementa a contribuição de Soriano (2002), o qual se dedica apenas ao estudo do fator de desconto estocástico associado à utilidade que apresenta coeficiente de aversão relativa ao risco constante. Em Soriano (2002), como aqui, as

estatísticas de teste de Burnside (1994) são empregadas para a avaliação da referida especificação para a função utilidade.

Um outro trabalho relacionado a este artigo é Issler e Piqueira (2000). Estes autores estudam as mesmas classes de preferências analisadas no presente artigo. Todavia, se restringem a avaliar a validade das diferentes especificações, testando sobre-identificação, num contexto de estimação via método generalizado dos momentos (MGM).

A novidade do trabalho, no contexto brasileiro, é abordar outras classes de preferências além daquela caracterizada pela utilidade com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, olhando não somente para o resultado do teste de sobre-identificação para as diferentes especificações, mas também para o fato de que um legítimo candidato a fator de desconto estocástico deve satisfazer a condição imposta pela fronteira de volatilidade de Hansen e Jagannathan.

O presente trabalho é uma extensão tanto de Soriano (2002) quanto de Issler e Piqueira (2000). A extensão relativamente a Soriano (2002) é a análise das preferências tipo Kreps-Porteus e Hábito Externo. Relativamente a Issler e Piqueira (2002), a extensão é o uso dos testes baseados na fronteira de Volatilidade de Hansen e Jagannathan. Desse modo, é possível avaliar se a não rejeição de quaisquer das especificações supracitadas, resultado encontrado por Issler e Piqueira (2002), é uma conclusão robusta ao tipo de metodologia econométrica empregada para testar o fator de desconto estocástico.

Apesar da relação estreita deste trabalho com os dois artigos mencionados acima, a comparação dos resultados não pode ser efetuada diretamente, de vez que a base

de dados, especificamente a construção da série de crescimento do consumo, é feita, neste artigo, de modo distinto aos trabalhos anteriores. Todavia, levando em conta tal limitação, sempre que possível, os resultados obtidos neste artigo serão comparados com os existentes previamente para o Brasil.

O presente trabalho mostra que é difícil discriminar entre as diferentes especificações para o fator de desconto estocástico com o auxílio do teste de sobre-identificação, associado ao MGM, e com a ajuda de testes baseados na fronteira de volatilidade de Hansen e Jagannathan. Todavia, um dos testes de fronteira considerados apontou alguma evidência em favor do fator de desconto estocástico associado à Formação de Hábito como sendo aquele mais adequado para representar o conjunto de dados em estudo.

No mais, o trabalho está estruturado em cinco seções adicionais. Na segunda seção, a fronteira de volatilidade é apresentada e sua relação com o “Equity Premium Puzzle” é discutida. Na terceira seção, a base de dados empregada é descrita e as diferentes especificações para a função utilidade são discutidas. A quarta seção aborda a estimação das equações de Euler, associadas às diferentes especificações, usando método generalizado dos momentos. Procura-se comparar a aderência dos fatores estocásticos estimados aos dados via Testes de Sobre-Identificação. A quinta seção emprega os procedimentos de teste descritos em Burnside (1994) e avalia os candidatos a fator de desconto estocástico em termos da habilidade de cada um deles em satisfazer a restrição imposta pela fronteira de volatilidade. Por fim, a última seção apresenta as conclusões do artigo.

2. A Fronteira de Volatilidade e o “Equity Premium Puzzle”

A fronteira de volatilidade pode ser derivada a partir da equação fundamental para o apreçamento de ativos num modelo com um agente representativo, a qual é dada por:

$$1 = E[M_t(t + R_t)] \quad (1)$$

M_t é o fator de desconto estocástico, R_t é o vetor de retorno dos ativos em t e 1 é o vetor onde cada elemento é 1 e cuja dimensão é igual ao número de ativos considerados. Por fim, E denota o operador valor esperado, dado o conjunto de informação em $t - 1$.

Hansen e Jagannathan tratam a média não condicional do fator de desconto estocástico, denotada por \bar{M} , como um parâmetro desconhecido e propõem um candidato para fator de desconto estocástico que independe do modelo considerado. Esse candidato, o qual é formado a partir de uma combinação linear de retornos para os ativos em questão, é dado por:

$$M_t^*(\bar{M}) = \bar{M} + (R_t - E(R_t)) \cdot \beta$$

A expressão para β é : $\beta = \Omega^{-1}(1 - \bar{M}E(t + R_t))$. Ω denota a matriz de variância e covariância para o conjunto de retornos considerado.

A variância de $M_t^*(\bar{M})$ é dada por:

$$Var(M_t^*(\bar{M})) = (1 - \bar{M}E(t + R_t)) \cdot \Omega^{-1} (1 - \bar{M}E(t + R_t))$$

Hansen e Jagannathan mostram que qualquer fator de desconto estocástico $M_t(\bar{M})$ satisfazendo (1) deve respeitar a seguinte relação:

$$Var(M_t(\bar{M})) \geq Var(M_t^*(\bar{M})) \quad (2)$$

O lado direito da equação acima constitui um limite inferior para qualquer candidato a fator de desconto estocástico com média \bar{M} . O gráfico de $Var(M_t^*(\bar{M}))$, como função de \bar{M} , descreve uma fronteira para a volatilidade de qualquer candidato a fator de desconto estocástico.

Para uma exposição mais completa, as referências são Hansen e Jagannathan (1991) e Campbell, Lo e Mackinley (1997), o qual oferece um tratamento de livro texto ao assunto.

Utilizando (2), é possível avaliar candidatos alternativos a fator de desconto estocástico. Com efeito, o candidato é rejeitado caso não consiga satisfazer (2). Além disso, caso $M_t(\bar{M})$ possa ser escrito em função de certos parâmetros, os quais possuem um significado econômico, é possível definir uma região no espaço de parâmetros onde o modelo em questão é capaz de gerar um fator de desconto estocástico que obedeça (2). Assim, é possível avaliar a plausibilidade econômica para os valores dos parâmetros e decidir se um modelo é efetivamente capaz de produzir um fator de desconto estocástico legítimo sob condições empiricamente plausíveis em termos de parametrização.

A restrição (2) é o ponto de partida para a construção de testes estatísticos, os quais devem levar em conta a variabilidade amostral. Cecchetti et al.(1994) e Burnside (1994) discutem testes estatísticos para avaliar se a restrição (2) é respeitada por um candidato a fator de desconto estocástico. Este trabalho emprega procedimentos de teste descritos em Burnside (1994) e que serão discutidos com mais detalhes na quarta seção do texto.

A fronteira de volatilidade acima descrita está intimamente relacionada com a literatura sobre “Equity Premium Puzzle”. Mehra e Prescott (1985) identificaram um

prêmio de risco entre ações e títulos de renda fixa do governo americano de cerca de 6%, o qual era inconsistente com um modelo de formação de preços de ativos que utilizasse função de utilidade com aversão relativa ao risco constante (ARRC) para valores considerados razoáveis para o coeficiente de aversão relativa ao risco. A tentativa de reconciliar dados com a teoria impulsionou uma literatura, cujas principais contribuições se encontram sumarizada em Kocherlakota (1996) e Mehra (2003). Essa literatura possui duas vertentes. A primeira se relaciona com a busca de especificações alternativas para a função utilidade, capaz de separar os efeitos da aversão ao risco dos advindos de uma maior ou menor elasticidade intertemporal do consumo. A segunda vertente rompe com as hipóteses de mercados completos e de ausência de fricções relativas a transação de ativos. Conforme Kocherlakota (1996), ambas as vertentes não conseguiram uma resposta satisfatória pois as classes de preferências alternativas estudadas ainda demandam uma aversão ao risco bastante elevada e o impacto quantitativo de ausência de mercados completos e a inclusão de custos de transação contribuíram pouco para que modelos com essas características gerassem um prêmio de risco de mesma magnitude do observado nos dados americanos.

A literatura acima resumida está relacionada às fronteiras de volatilidade, pois fatores de descontos estocásticos advindos de modelos que demandam um grau moderado de aversão ao risco, em geral, não conseguem satisfazer a restrição imposta pela fronteira de Hansen e Jagannathan (1991). Desse modo, a fronteira foi empregada, primeiramente como instrumento gráfico para mostrar que fatores de desconto estocásticos só seriam capazes de satisfazer as restrições impostas pela fronteira quando a aversão ao risco fosse elevada. Num segundo estágio, a partir da fronteira foram

elaborados testes econométricos, os quais complementam a abordagem tradicional de se usar Testes de Sobre-Identificação nas estimativas que empregam as equações de Euler para o agente representativo.

No Brasil, a evidência aponta para a inexistência de “Equity Premium Puzzle”, conforme Sampaio (2002), Issler e Piqueira (2000) e Soriano (2002). Todas essas evidências contra o “Equity Premium Puzzle” para o Brasil foram encontradas de modo independente e simultâneo (entre 1999 e 2000). Mais recentemente Catalão e Yoshino (2003) apresentam novas evidências que também concluem pela inexistência do “Equity Premium Puzzle” no Brasil.

No contexto do debate acerca do “Equity Premium Puzzle”, o presente trabalho fornece evidências adicionais a esse respeito ao estudar classes de preferências que ainda não foram testadas para o Brasil via procedimentos construídos a partir da fronteira de Hansen e Jagannathan (1991). Assim, os resultados aqui apresentados tornam mais fortes as evidências contra um “Equity Premium Puzzle” para o Brasil.

3. Dados e Modelos

3.1. Dados

Os dados empregados foram coletados no Ipeadata e na Bovespa. No Ipeadata, as séries coletadas foram o índice de preços IGP-DI, a população anual, a taxa Over-Selic e o consumo das famílias. Na Bovespa, coletamos o índice Ibovespa.

As séries do Ibovespa e da taxa Over-Selic são mensais e foram acumuladas de modo a se ter dados trimestrais. Todos os dados, com exceção do consumo das famílias,

foram compatibilizados de modo que a base de dados construída possui observações trimestrais de 1974(primeiro trimestre) a 1999(quarto trimestre).

Os dados do Ipeadata sobre consumo das famílias, coletados trimestralmente, só existem a partir de 1991. Desse modo, é imperativo construir “proxies” para o consumo das famílias de 1974 até 1990. A seguir, descreveremos a metodologia econométrica empregada para estimar essas observações trimestrais ausentes na amostra inicial.

Primeiramente, a série trimestral de 1991 até 1999 foi deflacionada pelo IGP-DI. Dados acerca do consumo das famílias, com periodicidade anual, existem desde 1947. A série anual também foi deflacionada pelo IGP-DI.

A idéia a ser explorada para a construção de “proxies” para valores trimestrais ausentes na amostra original é justamente a de usar a informação disponível na série anual para tentar obter estimativas para os valores trimestrais não observados de 1974 até 1990. A estimação desses valores é feita via Filtro de Kalman. A metodologia, proposta inicialmente por Harvey e Pierse (1984) e adaptada por Cuche e Hess (2000), será apresentada a seguir.

Considere a seguinte representação em espaço de estados:

$$s_{t+1} = F s_t + C' x_{t+1} + v_{t+1}$$

$$y_t^+ = h' s_t$$

A primeira equação descreve a dinâmica para o vetor de estados, dado por:

$$s_t = [y_t \quad y_{t-1} \quad y_{t-2} \quad y_{t-3}]'$$

A variável y_t denota a série de consumo real trimestral, tanto a parte observável (de 1991 até 1999) quanto a parte não observável. A variável x_t denota qualquer vetor

com séries de tempo relacionadas à série de consumo real trimestral e que sejam potencialmente capazes de melhorar a estimação da parte não observável da série de consumo real. Por fim, y_t^+ denota a série observável de consumo. Isto é, de 1974 a 1990, as componentes de y_t^+ , são formadas a partir da série de consumo real anual. De 1991 até 1999, y_t^+ é constituído a partir dos valores já observados para o consumo real trimestral. Assim, h' é definido do seguinte modo:

$$h' = [1 \ 1 \ 1 \ 1] , \text{ de 1974 até 1990, e } h' = [1 \ 0 \ 0 \ 0] , \text{ de 1991 até 1999}$$

A definição acima é capaz de levar em conta a restrição de agregação existente entre dados anuais e trimestrais. A partir de 1991, não há necessidade de se considerar a restrição de agregação, de vez que os dados trimestrais para consumo real são valores observáveis.

O arcabouço econométrico descrito acima, cujo objetivo é gerar “proxies” para o consumo real de 1974 até 1990, foi operacionalizado de dois modos. No primeiro, impomos uma estrutura AR(1) para y_t . No segundo, usamos duas séries potencialmente relacionadas ao consumo real, enquanto componentes de x_t , além da estrutura AR(1) imposta anteriormente. As séries empregadas foram: o consumo residencial de energia e o índice de produção industrial para o setor de bens de consumo.

As duas alternativas descritas acima forneceram séries qualitativamente equivalentes. Ademais, os três primeiros trimestres estimados foram descartados e a série de consumo real foi finalmente dessazonalizada via método X-12 do “Bureau” de Censo Americano.

Procedimentos alternativos para a construção da série de consumo real foram considerados. Por exemplo, empregamos o INPC como deflator e usamos variáveis “dummy” para dessazonalizar a série final obtida para o consumo real. As séries resultantes são bastante similares, diferindo pouco qualitativamente do consumo real obtido via procedimento descrito nos parágrafos anteriores. No mais, a série de consumo real foi transformada para valores *per capita*, através do uso da série anual interpolada para população.

Por fim, a base de dados empregada vai de 1975 até 1999 e é constituída por uma série de crescimento de consumo, denotada por C_g , além da taxa Over-Selic, denota por R_f e do Ibovespa, denotado por R_{ibo} .

A tabela abaixo exhibe algumas estatísticas descritivas relacionadas às séries descritas acima. As figuras 1, 2 e 3 mostram os gráficos das séries temporais C_g , R_f e R_{ibo} .

Tabela 1a. Estatísticas Descritivas

Variável	Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
C_g	0,999251	0,030518	-0,01369	3,447963
R_f	1,013707	0,083953	-1,595800	10,47141
R_{ibo}	1,047722	0,257595	0,587581	3,725827

Tabela 1.b. Matriz de Variância e Co-Variância

Variável	C_g	R_f	R_{ibo}
C_g	0.000922	0.000385	0.000731
R_f	0.000385	0.006977	0.000507
R_{ibo}	0.000731	0.000507	0.065691

Figura 1 - Crescimento do Consumo

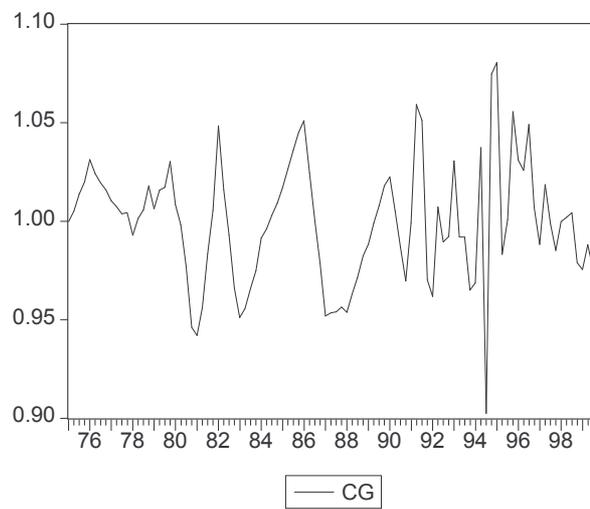


Figura 2 - Taxa Over-Selic

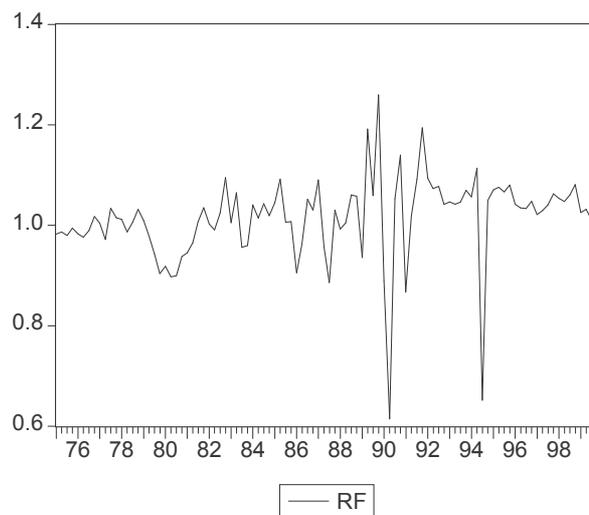
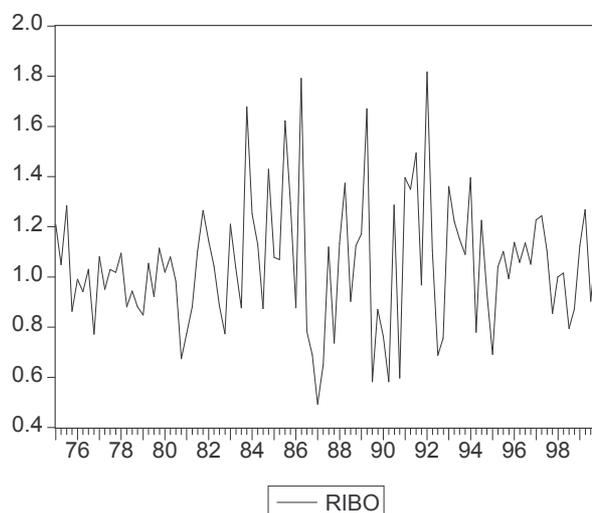


Figura 3 – Ibovespa



3.2. Modelos

Os modelos para fator de desconto estocástico são derivados a partir do problema de escolha inter-temporal de um agente representativo, o qual maximiza o valor descontado de sua utilidade esperada dado por: $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t)$. A restrição

$$\text{orçamentária é : } c_t + \sum_{a=1}^A p_{kt} s_{kt} \leq \sum_{a=1}^A (p_{at} + d_{at}) s_{at} .$$

O agente representativo possui s_{at} unidades do ativo a no começo do período t , d_{at} é o dividendo pago pelo ativo a , cujo preço na data t é p_{at} em unidades de consumo.

Particularmente, este artigo considera o caso em que $A = 2$. Temos dois ativos a considerar: um ativo arriscado, correspondente ao retorno do Ibovespa e um ativo sem risco associado ao retorno advindo da taxa Over-Selic.

Consideramos os três tipos de função utilidade estudados por Issler e Piqueira(2000). A notação empregada segue de perto aquela usada pelos autores acima mencionados.

A função utilidade, com coeficiente de aversão relativa ao risco, denotado por γ , constante, é dada pela expressão : $U(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ e gera o fator de desconto estocástico

$$\text{dado por: } M_{t+1}^{ARRC} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}.$$

A especificação para a formação de hábito é: $U(c_t) = \frac{\left(\frac{c_t}{\bar{c}_{t-1}^k} \right)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$. As variáveis c_t e \bar{c}_{t-1} denotam respectivamente o consumo do agente representativo e o consumo agregado defasado de um período. Ou seja, a utilidade do agente também depende do nível agregado de consumo alcançado no passado, além do seu consumo presente. O parâmetro k , suposto positivo, controla o grau de não separabilidade da função utilidade ao longo do tempo. O fator de desconto estocástico associado a esta especificação é:

$$M_{t+1}^{FH} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{c_t}{c_{t-1}} \right)^{k(\gamma-1)}.$$

Por fim, temos a função utilidade proposta por Epstein e Zin(1991), a qual é caracterizada pela equação: $U(c_t) = [(1-\beta)c_t^\rho + \beta(E_t U_{t+1}^\alpha)^{\frac{\rho}{\alpha}}]^\frac{1}{\rho}$, para $0 \neq \rho < 1$. Esta especificação permite a separação entre a aversão ao risco e taxa marginal de substituição intertemporal para o consumo.

O parâmetro de aversão ao risco, dado por $\gamma = 1 - \alpha$, determina de que modo o agente representativo aloca sua riqueza entre os ativos em sua carteira num dado

momento de tempo. O parâmetro de substituição intertemporal, dado pela expressão

$\psi = \frac{1}{1-\rho}$, governa a escolha entre consumo presente e consumo futuro.

O fator de desconto estocástico é: $M_{t+1}^{EZ} = \beta^\eta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{\eta(\rho-1)} \tilde{B}_{t+1}$.

A variável \tilde{B}_{t+1} denota o retorno agregado da carteira do agente representativo.

A variável η é definida pela equação $\eta = \frac{\alpha}{\rho}$. Note que se $\alpha = \rho$, a especificação de

Epstein-Zin coincide com a utilidade caracterizada por um coeficiente de aversão relativa ao risco constante.

4. Avaliando as Especificações usando Equações de Euler

4.1. Procedimentos e Estatísticas de Teste

A metodologia de estimação segue de perto os procedimentos descritos em Issler e Piqueira (2000). Como os autores supracitados já exploraram esta metodologia de avaliação, a discussão será breve. Contudo, apresentaremos de modo completo os resultados das estimações para que a comparação entre os resultados desta seção e a avaliação via fronteiras de volatilidade possa ser feita de modo auto-contido.

A estimação dos parâmetros pertinentes a cada especificação foi feita via método generalizado dos momentos, a partir da condição de momento (2) para cada fator de desconto estocástico considerado.

Os instrumentos usados estão listados nas tabelas 2.a, 2.b e 2.c. As variáveis C_g , R_f e R_{ibo} denotam respectivamente o crescimento real do consumo e os retornos reais associados à taxa over-Selic e ao Ibovespa. As defasagens para cada variável em

cada conjunto de instrumentos utilizados são denotadas por um número negativo entre parênteses.

Tabela 2.a. Instrumentos para Preferências do Tipo ARRC

Conjunto I	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-2)]$
Conjunto II	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-3)]$
Conjunto III	$[const R_{ibo}(-1) R_{ibo}(-2) C_g(-2)]$
Conjunto IV	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-2) C_g(-3)]$

Tabela 2.b. Instrumentos para Preferência do Tipo FH

Conjunto I	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-1)]$
Conjunto II	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-1) C_g(-2)]$
Conjunto III	$[const R_{ibo}(-1) C_g(-1) C_g(-3)]$
Conjunto IV	$[const C_g(-1) C_g(-2) C_g(-3) R_{ibo}(-1) R_f(-3)]$

Tabela 2.c. Instrumentos para Preferências do Tipo EZ

Conjunto I	$[const C_g(-1) C_g(-2) C_g(-3) R_f(-1) R_{ibo}(-1)]$
Conjunto II	$[const C_g(-1) C_g(-3) R_f(-1) R_{ibo}(-1) R_{ibo}(-3)]$
Conjunto III	$[const C_g(-1) C_g(-3) R_f(-1) R_{ibo}(-2) R_f(-3)]$
Conjunto IV	$[const C_g(-1) C_g(-2) C_g(-3) R_f(-1) R_{ibo}(-1) R_f(-3)]$

Para cada modelo estimado, o teste de sobre-identificação, baseado na estatística $T \times J$, foi usado para avaliar se a especificação em questão era capaz de descrever adequadamente os dados.

4.2. Resultados

Os resultados das estimações encontram-se resumidos nas tabelas 3.a até 5.e. As tabelas 3.a. até 3.e se referem à especificação relacionada ao caso da função utilidade com coeficiente de aversão relativa ao risco constante. As tabelas de 4.a até 4.e se referem ao modelo de formação de hábito enquanto que as tabelas 5.a até 5.e estão associadas à especificação tipo Epstein-Zin.

Tabela 3.a. Preferência do Tipo ARRC- Conjunto I de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9771	0,9759	0,9780	0,9770	0,9768	0,9779
estat. t	84,4395	90,7583	86,8982	86,2703	81,8523	88,2817
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	2,2125	2,1265	2,0275	2,1937	2,2478	2,1041
estat. t	2,5341	2,4005	2,4740	2,8388	2,5972	2,6886
p-valor	0,0121	0,0173	0,0142	0,0050	0,0101	0,0078
$T \times J$	1,76566	1,7266	2,3313	1,7056	1,6441	2,0606
p-valor	0,622436	0,6310	0,5065	0,6356	0,6494	0,5599

Tabela 3.b. Preferência do Tipo ARRC- Conjunto II de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9760	0,9751	0,9772	0,9767	0,9748	0,9783
estat. t	84,7758	104,6260	80,6319	78,6229	83,6666	77,0677
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	2,0420	1,5958	2,0077	2,1788	2,0805	2,1416
estat. t	2,4656	1,9993	2,6172	2,9008	2,4725	2,8682
p-valor	0,0146	0,0470	0,0096	0,0042	0,0143	0,0046
$T \times J$	2,7797	3,2075	3,1144	2,5346	2,8288	2,7924
p-valor	0,4268	0,3607	0,3743	0,4690	0,4187	0,4247

Tabela 3.c. Preferência do Tipo ARRC- Conjunto III de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9788	0,9766	0,9784	0,9782	0,9772	0,9784
estat. t	98,7476	106,7874	104,9583	106,7754	100,0253	115,7422
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	1,8116	1,7249	1,7249	1,8312	1,7509	1,7341
estat. t	2,6843	2,7361	2,7361	3,1531	2,8886	3,0410
p-valor	0,0079	0,0068	0,0068	0,0019	0,0043	0,0027
$T \times J$	2,5302	2,8410	2,8410	2,5665	2,5965	2,8667
p-valor	0,7719	0,7830	0,7244	0,7664	0,7620	0,7205

Tabela 3.d. Preferência do Tipo ARRC- Conjunto IV de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9677	0,9691	0,9671	0,9645	0,9644	0,9655
estat. t	83,4857	93,8560	88,5438	83,4311	82,2235	89,0731
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	2,6290	2,2040	2,6655	3,0505	3,0341	2,9517
estat. t	3,2667	2,7090	3,9689	5,1473	4,8137	5,1025
p-valor	0,0013	0,0074	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
$T \times J$	3,7621	4,3605	3,5459	3,3381	3,3913	3,3711
p-valor	0,5840	0,4983	0,6163	0,6478	0,6396	0,6429

Tabela 3.e. Preferência do Tipo ARRC- Sumário das Estimativas

Parâmetro	Média	Mediana	Valor Máximo	Valor Mínimo
β	0,9744	0,9767	0,9788	0,9644
γ	2,1705	2,1153	3,0505	1,5958

Tabela 4.a. Preferência do Tipo FH- Conjunto I de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9781	0,9774	0,9795	0,9777	0,9770	0,9792
estat. t	91,606	89,8325	90,8337	92,4951	92,5698	95,8238
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	2,9776	2,8829	2,9448	2,9894	2,7750	2,9485
estat. t	2,0822	1,9352	1,9904	2,1538	2,1128	2,0256
p-valor	0,0386	0,0544	0,0479	0,0325	0,0359	0,0442
k	0,7301	0,7309	0,7765	0,7273	0,7447	0,7646
estat. t	2,0822	2,5427	2,9374	3,1587	2,6455	3,0878
p-valor	0,0043	0,0118	0,0037	0,0018	0,0088	0,0023
$T \times J$	1,5365	1,4442	1,8521	1,5462	1,4977	1,7046
p-valor	0,6738	0,6952	0,6036	0,6716	0,6827	0,6359

Tabela 4.b. Preferência do Tipo FH- Conjunto II de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9848	0,9828	0,9854	0,9853	0,9836	0,9858
estat. t	127,1687	115,4782	123,2274	135,2894	127,8920	137,5768
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	2,2841	2,5035	2,2135	2,1503	2,2779	2,0877
estat. t	2,0017	1,8707	1,9152	2,0516	1,9971	1,9177
p-valor	0,0467	0,0629	0,0569	0,0416	0,0472	0,0566
k	0,9588	0,8085	1,008	1,0631	0,9300	1,1195
estat. t	2,1840	2,1802	2,1491	2,2754	2,0564	2,0348
p-valor	0,0302	0,0305	0,0329	0,0240	0,0411	0,0432
$T \times J$	2,4453	2,2477	2,4534	2,4896	2,3814	2,4912
p-valor	0,7847	0,8139	0,7834	0,7780	0,7942	0,7778

Tabela 4.c. Preferência do Tipo FH- Conjunto III de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,973092	0,9767	0,9697	0,9696	0,9739	0,9622
estat. t	90,3274	99,7213	75,009	86,7324	93,6013	67,7147
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	3,2183	2,3475	4,6026	3,8587	2,6806	6,2572
estat. t	2,0718	1,8086	2,2993	2,2378	1,9942	2,6436
p-valor	0,0396	0,0721	0,0226	0,0264	0,0476	0,0089
k	0,7564	0,8740	0,7211	0,7079	0,8204	0,7135
estat. t	3,1748	1,9709	4,9259	4,1547	2,4215	6,7867
p-valor	0,0017	0,0502	0,0000	0,0000	0,0164	0,0000
$T \times J$	2,5470	2,6380	2,3799	2,4713	2,8135	2,2036
p-valor	0,7693	0,7555	0,7944	0,7808	0,7287	0,8203

Tabela 4.d. Preferência do Tipo FH- Conjunto IV de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9785	0,9780	0,9774	0,9765	0,9782	0,9802
estat. t	119,5324	138,1810	107,6584	114,6760	125,9548	145,3653
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
γ	3,3826	1,6827	4,1485	4,1778	2,9076	3,4008
estat. t	2,8566	1,7472	3,4907	5,5236	2,4336	6,0948
p-valor	0,0047	0,0822	0,0006	0,0000	0,0159	0,0000
k	0,9005	1,1690	0,8280	0,8589	0,9390	0,9684
estat. t	4,0314	1,1946	5,5052	5,6662	3,0568	5,4180
p-valor	0,0001	0,2337	0,0000	0,0000	0,0026	0,0000
$T \times J$	4,5170	5,4564	3,9752	4,3239	5,6306	4,6238
p-valor	0,8742	0,7928	0,9130	0,8888	0,7762	0,8657

Tabela 4.e. Preferência do Tipo FH- Sumário das Estimativas

Parâmetro	Média	Mediana	Valor Máximo	Valor Mínimo
β	0,9779	0,9780	0,9858	0,9622
γ	3,0708	2,9262	6,2572	1,6827
k	0,8591	0,8242	1,1690	0,7079

Tabela 5a. Preferência do Tipo EZ- Conjunto I de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9685	0,9672	0,9720	0,9685	0,9692	0,9705
estat. t	132,8522	122,4928	149,6431	147,3041	134,0299	186,8988
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
η	0,7612	0,6901	0,7861	0,7829	0,7617	0,7727
estat. t	7,0919	5,2898	9,9252	8,7224	6,0881	10,9362
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ρ	0,8471	0,8258	0,9347	0,8622	0,9038	0,8832
estat. t	2,6630	2,1460	3,5252	3,1273	2,6966	3,7784
p-valor	0,0084	0,0331	0,0005	0,0020	0,0076	0,0002
$T \times J$	9,2586	10,1298	7,2910	9,8014	10,6946	9,1529
p-valor	0,4137	0,3400	0,6068	0,3668	0,2972	0,4232

Tabela 5.b. Preferência do Tipo EZ- Conjunto II de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9671	0,9686	0,9700	0,9663	0,9680	0,9687
estat. t	147,7554	159,5886	159,5039	152,0899	166,3077	171,5286
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
η	0,8579	0,8866	0,8660	0,8530	0,9439	0,8554
estat. t	6,5187	4,8881	7,4333	7,7238	5,7347	8,1847
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ρ	0,6417	0,6328	0,7290	0,5997	0,6702	0,6233
estat. t	1,8286	1,7566	2,3910	2,0097	2,0084	2,4129
p-valor	0,0690	0,0806	0,0178	0,0459	0,0460	0,0168
$T \times J$	8,1847	7,5212	6,8424	9,7955	7,4814	9,6071
p-valor	0,5156	0,5830	0,6535	0,3672	0,5871	0,3832

Tabela 5.c. Preferência do Tipo EZ- Conjunto III de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9735	0,9744	0,9737	0,9737	0,9718	0,9750
estat. t	134,3424	146,2180	177,1435	142,8663	140,3036	192,1585
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
η	0,9822	1,0281	0,9569	0,9816	1,0139	0,9771
estat. t	5,7231	4,9486	6,5551	6,4448	5,8321	7,0538
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ρ	0,9316	0,9480	1,0212	0,9445	0,9329	1,0273
estat. t	2,5731	2,4292	3,6410	3,1080	2,5392	4,3786
p-valor	0,0108	0,0161	0,0003	0,0022	0,0119	0,0000
$T \times J$	8,0818	8,4485	6,3686	7,9647	8,8003	7,4220
p-valor	0,5259	0,4864	0,7025	0,5377	0,4559	0,5932

Tabela 5.d. Preferência do Tipo FH- Conjunto IV de instrumentos

Kernel	Bartlett	Bartlett	Bartlett	Quadrático	Quadrático	Quadrático
Bandwith	NWF	ADW	NWV	NWF	ADW	NWV
β	0,9685	0,9661	0,9712	0,9686	0,9682	0,9704
estat. t	132,0820	123,7759	163,6064	154,3164	132,0653	188,2750
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
η	0,7521	0,6989	0,7718	0,7669	0,7507	0,7510
estat. t	7,2159	5,6013	10,3561	8,8267	6,5371	11,5896
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ρ	0,8777	0,9083	0,8971	0,8113	0,9501	0,7707
estat. t	2,8599	2,5262	3,7170	3,0955	2,9500	4,2162
p-valor	0,0047	0,0123	0,0003	0,0023	0,0036	0,0000
$T \times J$	10,4406	12,1218	7,7385	10,5136	12,4516	9,9750
p-valor	0,4912	0,3545	0,7365	0,4848	0,3307	0,5326

Tabela 5.e. Preferência do Tipo FH- Sumário das Estimativas

Parâmetro	Média	Mediana	Valor Máximo	Valor Mínimo
β	0,9701	0,9689	0,9750	0,9661
η	0,8437	0,8195	1,0281	0,6901
ρ	0,8406	0,8805	1,0273	0,5997

Baseado nos testes de sobre-identificação, a conclusão a que se pode chegar é que todos os fatores de desconto estudados são capazes de descrever o conjunto de dados considerado. Dito de outro modo, a seleção de uma especificação capaz de descrever os dados em questão e possibilitar o apreçamento de ativos não pode ser feita exclusivamente via critério de sobre-identificação, pois este critério não consegue discriminar os diferentes modelos.

No que se refere ao teste de sobre-identificação, Issler e Piqueira também não são capazes de rejeitar a utilidade com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, bem como o modelo de formação de hábito. A preferência do tipo Epstein-Zin é rejeitada apenas uma vez ao nível de 5% e três vezes ao nível de 10% num total de 13 estimativas, empregando dados trimestrais com ajuste sazonal.

Em suma, no trabalho de Issler e Piqueira, assim como neste artigo, o teste de sobre-identificação é incapaz de discriminar entre as três classes de preferências consideradas.

5. Avaliando as Especificações usando Fronteiras de Volatilidade

5.1. Procedimentos e Estatísticas de Teste

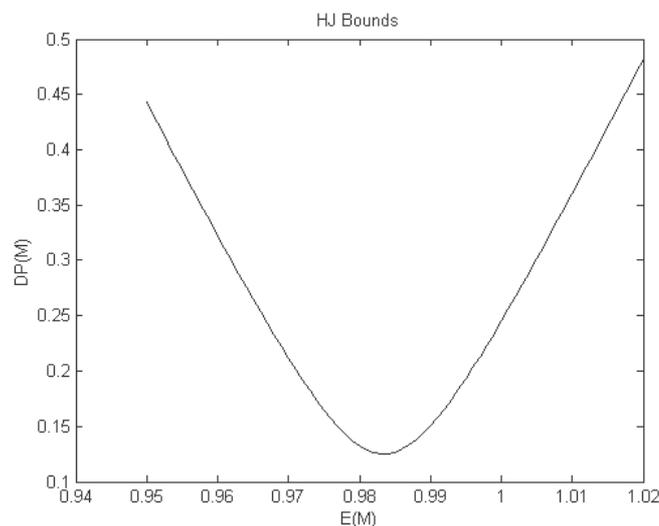
Dado que o teste de sobre-identificação não foi capaz de discriminar as diferentes especificações consideradas, esta seção tem por objetivo avaliar se os modelos, descritos neste artigo, para as preferências do agente representativo, são consistentes com as restrições advindas da fronteira de volatilidade proposta por Hansen e Jagannathan.

Um modo intuitivo de avaliar modelos de formação de preços de ativos baseado em consumo é a comparação visual do desvio padrão do fator de desconto estocástico associado a um modelo dado e a fronteira de volatilidade, a qual independe de modelos particulares, sendo função apenas de observáveis. Todavia, tal comparação ignora a variabilidade amostral associada ao fato de que tanto os retornos dos ativos considerados quanto o crescimento do consumo real são variáveis aleatórias.

Com efeito, um teste estatístico formal se faz necessário, uma vez que a volatilidade da fronteira precisa ser estimada com base nos dados sobre retornos de ativos. Adicionalmente, a média e o desvio padrão associados ao fator de desconto estocástico em questão também precisam ser estimados e dependem do processo estocástico para o crescimento do consumo real.

Assim, os elementos envolvidos na restrição imposta pela fronteira de volatilidade são estimadores, logo variáveis aleatórias. Desse modo, os testes propostos procuram avaliar se a distância entre duas variáveis aleatórias é nula contra a alternativa da distância ser negativa. É bom lembrar que a restrição imposta pela fronteira, descrita pela equação (2), implica uma distância nula ou positiva entre a variância do candidato a fator de desconto estocástico e a variância associada à fronteira para um dado \bar{M} . A restrição dada pela equação (2) está representada graficamente na figura 4.

Figura 4 – Fronteira de Hansen&Jagannathan



Os testes a serem empregados são discutidos em Soriano (2002) e em Burnside (1994). A seguir, apresenta-se uma descrição sucinta das estatísticas e procedimentos de teste.

O primeiro teste, denotado por T_1 , está baseado na distância vertical entre o desvio padrão do fator de desconto estocástico, denotado por σ_m , e o desvio padrão associado à fronteira de volatilidade. Em termos populacionais, essa distância é dada pela expressão :

$$d = \sigma_m - [(t - E(M)E(t + R_t))' \Omega^{-1} (t - E(M)E(t + R_t))]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Em termos de notação, M_t denota o fator de desconto estocástico considerado, R_t é a matriz de retorno dos ativos e a letra E denota o operador valor esperado.

O análogo amostral para (3) é uma função que depende fundamentalmente de estimativas para os primeiro e segundo momentos centrados tanto para o fator de desconto estocástico quanto para cada ativo considerado na matriz R_t . A estimativa desses momentos pode ser feita via método generalizado dos momentos. De posse dessas estimativas, a hipótese nula $d = 0$ é equivalente a uma restrição envolvendo primeiro e segundo momentos para M_t e R_t . Tal restrição pode ser testada via Teste de Wald, de

acordo com a estatística de teste $\sqrt{T} \frac{\hat{d}}{\hat{\sigma}_d}$, cuja distribuição assintótica é uma Normal

Padrão. A letra T denota o tamanho da amostra.

O segundo teste, denotado por T_2 , tem por medida a distância vertical entre o segundo momento não centrado associado ao fator de desconto estocástico e aquele

associado à fronteira. O valor da estatística de teste é obtido como resultado da estimação do sistema de equações baseado nas seguintes condições de momento:

$$E\left[\begin{pmatrix} M_t \\ 1 \end{pmatrix} - (R_t R_t') \theta\right] = 0$$

$$E[M_t^2 - (M_t 1') \theta - \zeta] = 0$$

A estatística de teste em questão é $\sqrt{T} \frac{\hat{\zeta}}{\hat{\sigma}_\zeta}$, cuja distribuição assintótica é uma

Normal Padrão.

O terceiro teste, denotado por T_3 , não mede a distância vertical mas sim a distância ótima entre o ponto $(E(M_t) E(M_t^2))$, localizado abaixo da fronteira de volatilidade, e a própria fronteira. Em primeiro lugar, calcula-se a matriz de segundos momentos não centrados dos retornos dos ativos, simbolizada por M_R . Na sequência, escolhe-se o parâmetro ν , o qual satisfaz as seguintes condições de momento:

$$E[M_t - \nu] = 0$$

$$E\left[M_t^2 - (\nu' \ 1') M_R^{-1} \begin{pmatrix} \nu \\ 1 \end{pmatrix}\right] = 0$$

A estatística de teste considerada, denotada por C_1 , é definida como segue:
 $C_1 = 0$ caso $\hat{\zeta}$, estatística computada em T_2 , seja um número não negativo ou
 $C_1 = T \times J_T(\nu)$ se $\hat{\zeta}$ for um número negativo. A variável $J_T(\nu)$ denota a forma quadrática minimizada pelo método generalizado dos momentos, após a escolha apropriada da matriz de pesos. Sob a hipótese nula de que o fator de desconto estocástico

avaliado encontra-se na fronteira, a estatística de teste é distribuída assintoticamente segundo uma $\chi(1)$ com probabilidade $\frac{1}{2}$.

Por fim, o teste T_4 , último teste proposto por Burnside(1994) com base na fronteira de Hansen e Jagannathan, procura incorporar a restrição de não negatividade, que deve ser respeitada por qualquer candidato a fator de desconto estocástico.

As condições de momento relevantes são:

$$E\left[\begin{pmatrix} M_t \\ t \end{pmatrix} - R_t(R_t'\phi)^+\right] = 0$$

$$E[M_t^2 - [(R_t'\phi)^+]^2 - \xi] = 0$$

Por definição, temos: $(R_t'\phi)^+ = \text{Max}\{R_t'\phi', 0\}$. A estatística de teste empregada quando levamos em conta a não negatividade do fator de desconto estocástico é dada por $\sqrt{T} \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}_\xi}$, cuja distribuição assintótica é uma Normal Padrão.

5.2. Resultados

A estratégia para discriminar as diferentes especificações consiste primeiramente em determinar regiões de confiança a 95%, procurando caracterizar a região factível de parâmetros em termos da região onde os testes T_1 , T_2 , T_3 e T_4 não rejeitam a hipótese nula de que a restrição dada pela fronteira de Hansen e Jagannathan é satisfeita ao nível de significância usual de 5%. Em seguida, avalia-se quais das parametrizações baseadas nas estimativas de MGM, apresentadas nas tabelas 3, 4 e 5, encontram-se na interseção entre as regiões factíveis definidas pelos testes T_1 a T_4 . Para tanto, os resultados dos testes T_1 a T_4 são computados para um “grid” específico a cada uma das preferências

consideradas. No caso da preferência ARRC, o “grid” escolhido tem dimensão 100×100 e encontra-se definido na seguinte região do espaço de parâmetros associados a β e γ : $[0,95 \quad 1,15] \times [0,05 \quad 15]$. Para as preferências caracterizadas por Formação de Hábito e para a especificação Epstein-Zin, para cada valor de β , tal que $\beta \in \{0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99\}$, a região de confiança a 95% é baseada num “grid” 100×100 para os demais parâmetros remanescentes.

As regiões de confiança estão representadas pela área não-hachurada nas figuras 5 a 10.

Figura 5- Regiões de Confiança a 95% para Preferência ARRC

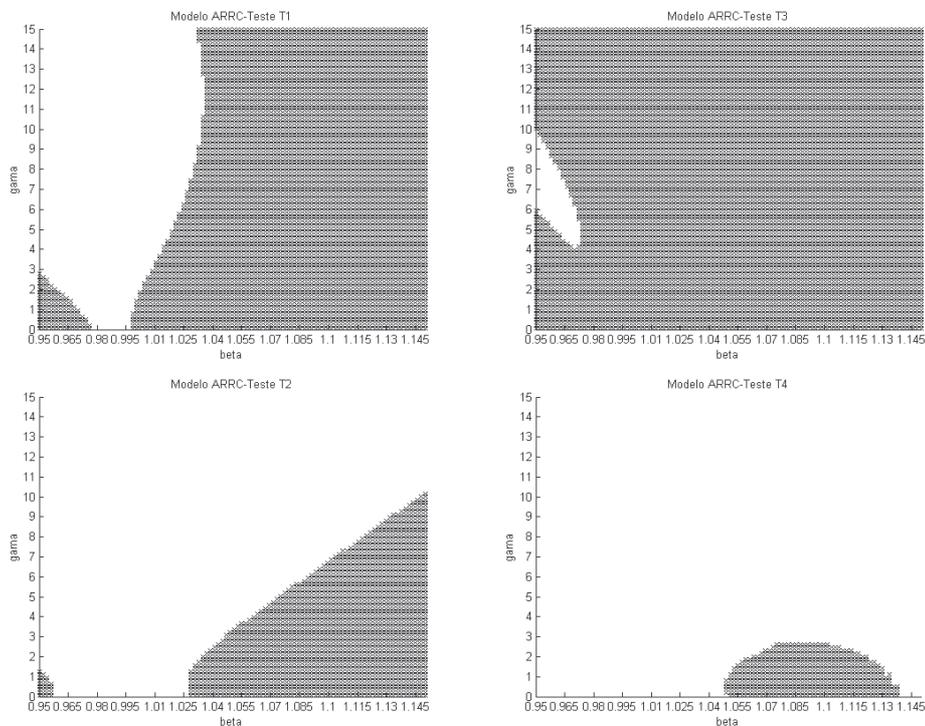


Figura 6- Regiões de Confiança a 95% para Preferências: Formação de Hábito e Epstein-Zin

$$\beta = 0.95$$

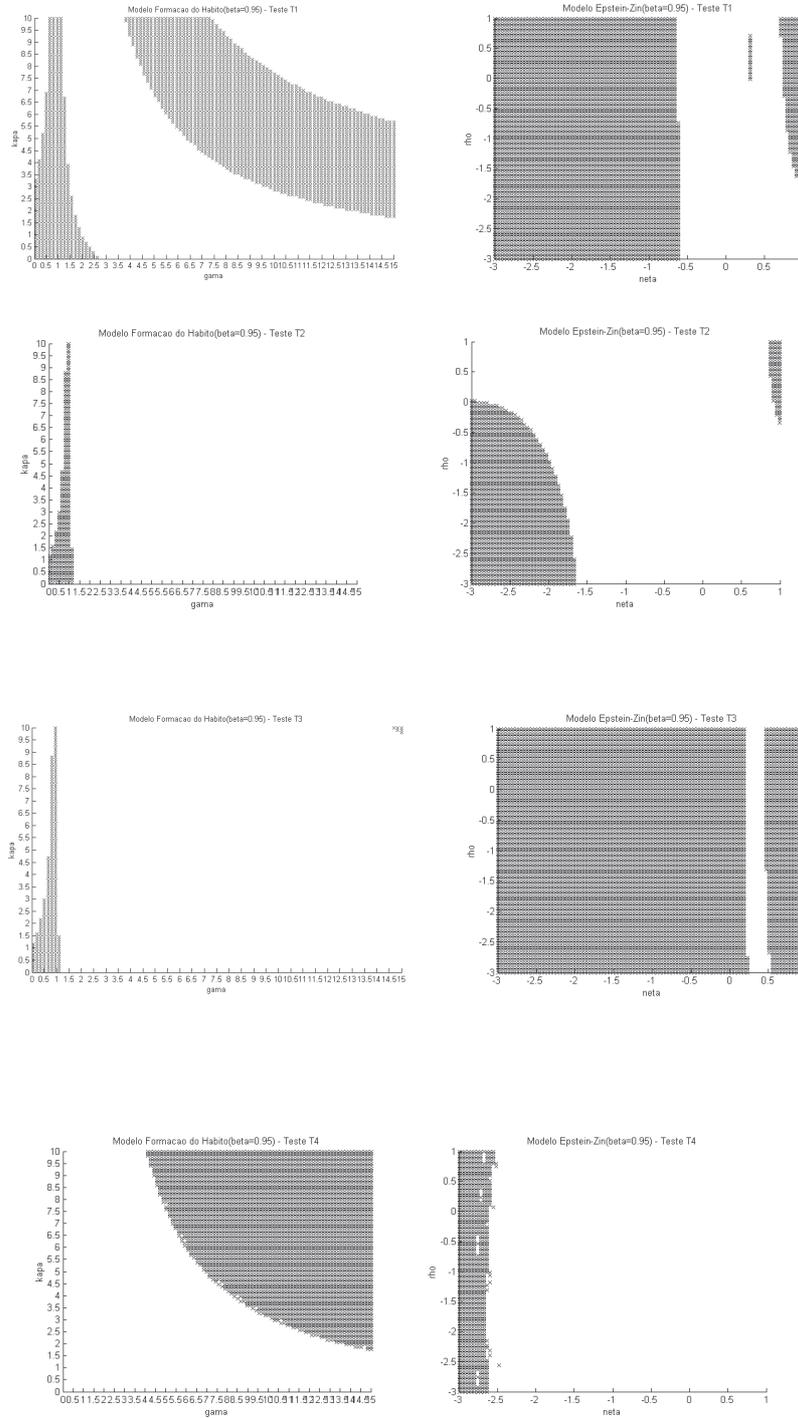


Figura 7- Regiões de Confiança a 95% para Preferências: Formação de Hábito e Epstein-Zin

$$\beta = 0.96$$

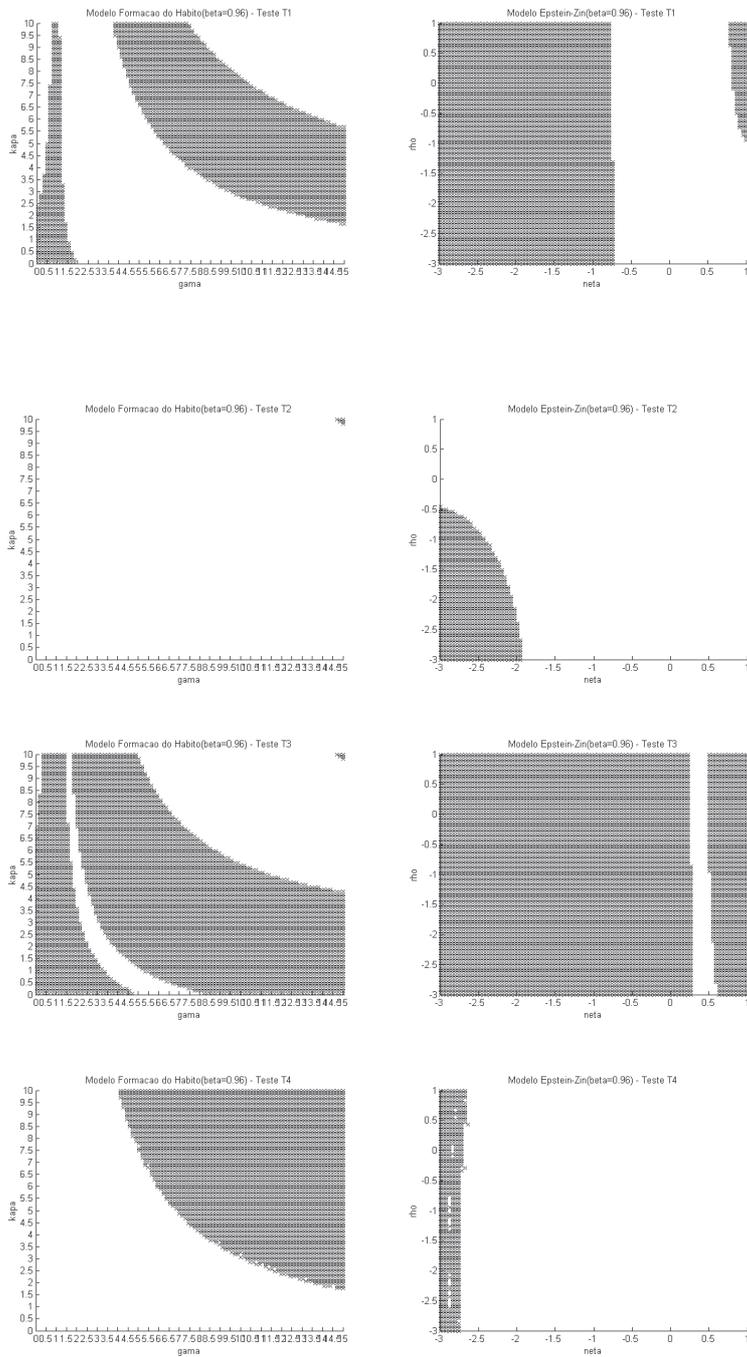


Figura 8- Regiões de Confiança a 95% para Preferências: Formação de Hábito e Epstein-Zin

$$\beta = 0.97$$

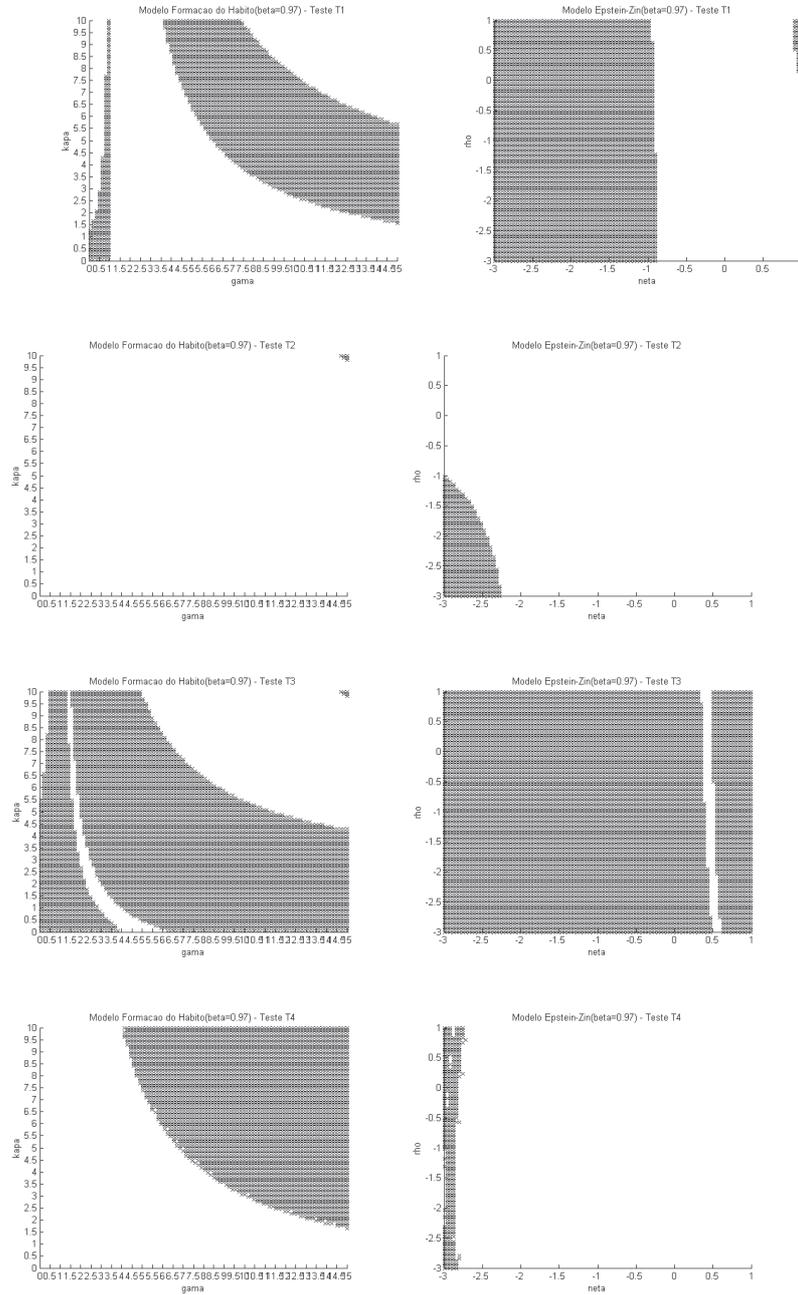


Figura 9- Regiões de Confiança a 95% para Preferências: Formação de Hábito e Epstein-Zin

$$\beta = 0.98$$

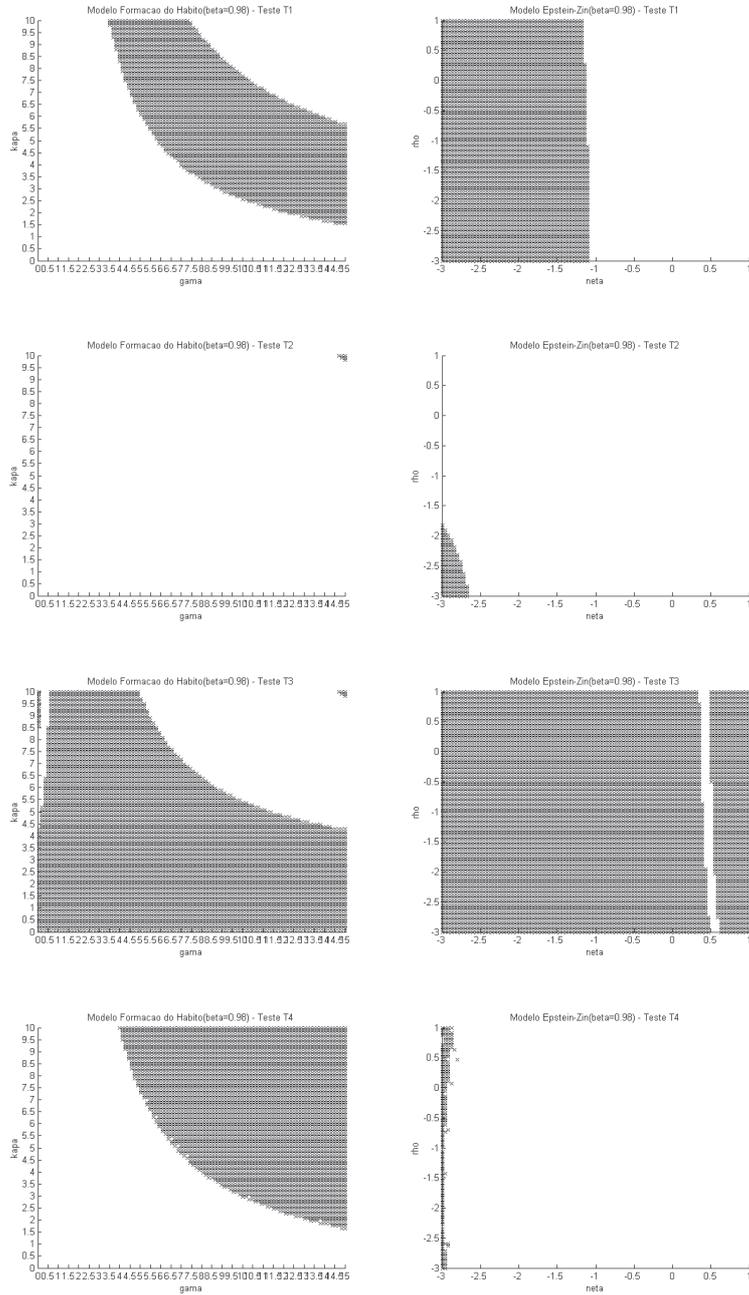
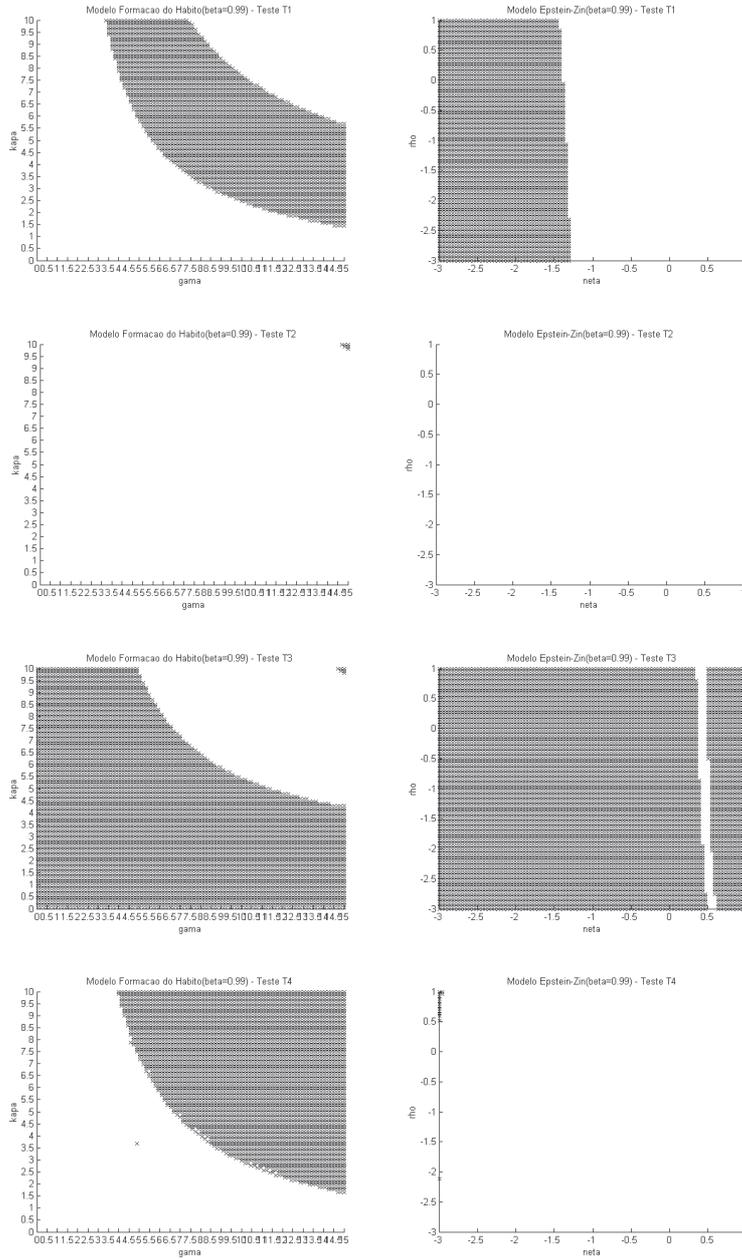


Figura 10- Regiões de Confiança a 95% para Preferências: Formação de Hábito e Epstein-Zin

$$\beta = 0.99$$



Analisando as regiões de confiança, percebe-se que a região na qual uma dada parametrização, para um tipo específico de fator de desconto estocástico, não é rejeitada

pelo teste da fronteira cresce ou não se altera quando β cresce em direção a 1 para os testes T_1 , T_2 e T_4 . Para o teste T_3 , a região de confiança possui área menor quando β cresce em direção a 1. Como, em geral, o valor de β é próximo de 1, o teste T_3 implica uma região de confiança bastante limitada, tornando mais fácil a rejeição da desigualdade em (2) para parametrizações convencionais na literatura. De fato, isto coincide com a evidência obtida via simulação de Monte Carlo para a preferência do tipo ARRC, reportada por Burnside(1994), de que o teste T_3 tende a rejeitar mais do que o previsto pela teoria assintótica (“over-rejection”) em amostra finita.

Para as preferências do tipo ARRC, se $0,98 \leq \beta \leq 0,995$, de acordo com os testes T_1 , T_2 e T_4 , qualquer valor de γ é compatível com a restrição imposta pela fronteira de Hansen e Jagannathan. Todavia, de acordo com o teste T_3 , parametrizações factíveis envolvem β próximo de 0,97 e valores elevados para γ ($4 < \gamma < 10$).

Para preferências do tipo Formação de Hábito, $2,5 < \gamma < 4$, de acordo com os testes T_1 , T_2 e T_4 , é compatível com qualquer grau de formação de hábito(κ), para todos os valores de β analisados. Isso também é verdade para T_3 , quando $\beta = 0,95$. Para $\beta > 0,95$, a região de confiança obtida via teste T_3 demanda valores de γ relativamente elevados(acima de 4).

Uma vez que a aversão ao risco é dada por $\gamma = 1 - \eta\rho$ e a elasticidade de substituição intertemporal é $\psi = \frac{1}{1 - \rho}$, analisando as regiões relativas à especificação de Epstein-Zin, nota-se que os testes T_1 , T_2 e T_4 determinam regiões nas quais valores

usuais para a aversão ao risco são compatíveis com elasticidade de substituição intertemporal alta ($\rho > 0$). Em contrapartida, o teste T_3 associa valores convencionais para a aversão ao risco a relativamente baixos valores para elasticidade de substituição intertemporal ($\rho < 0$).

Por fim, a tabela 6 reporta o percentual de rejeição associado às 24 estimativas obtidas via MGM e sumarizadas nas tabelas 3, 4 e 5. A tabela 6 mostra que as preferências do tipo Epstein-Zin apresentam o pior desempenho em termos de rejeição da restrição imposta pela equação (2), em seguida temos a especificação ARRC e por fim, a Formação de Hábito, que está associada ao menor percentual de rejeição. Nota-se que os testes T_1 , T_2 e T_4 tendem a não rejeitar a validade de (2). Em contraposição, o teste T_3 rejeita a maior parte dos valores obtidos via estimação por MGM. As únicas especificações que não foram rejeitadas são:

a) Formação de Hábito, $\beta = 0,9731$; $\gamma = 3,2183$; $\kappa = 0,7564$

b) Formação de Hábito, $\beta = 0,9696$; $\gamma = 3,8587$; $\kappa = 0,7079$

Tabela 6 – Percentual de Rejeição(Estimativas pontuais via MGM)

Preferência	Teste	Rejeição 1%	Rejeição 5%	Rejeição 10%
ARRC	T_1	0	0	0
ARRC	T_2	0	0	0
ARRC	T_3	100	100	100
ARRC	T_4	0	0	0
Formação de Hábito	T_1	0	0	0
Formação de Hábito	T_2	0	0	0
Formação de Hábito	T_3	91,67	91,67	91,67
Formação de Hábito	T_4	0	0	0
Epstein-Zin	T_1	0	33,33	50
Epstein-Zin	T_2	0	0	0
Epstein-Zin	T_3	100	100	100
Epstein-Zin	T_4	0	0	0

5.3. Comentários

Convém acrescentar algumas observações pertinentes aos resultados acima.

- a) Apesar da tendência para “over-rejection” de alguns testes (em especial o teste T_3), os testes considerados possuem boas propriedades em pequenas amostras, de acordo com experimentos de Monte Carlo realizados por Burnside(1994) para preferências do tipo ARRC. Ou seja, a tendência a “over-rejection” não é exagerada e, mesmo levando em conta a distribuição empírica associado ao teste

- T_3 , é pouco provável que os resultados que permitem a discriminação entre os diferentes fatores de desconto estocásticos mudem sensivelmente.
- b) O teste T_3 é o elemento principal capaz de discriminar preferências do tipo ARRC(cujas estimativas via MGM foram todas rejeitadas por este teste) da Formação de Hábito(onde duas estimativas passaram em todos os quatro testes), uma vez que à medida em que β se aproxima de 1, a região factível de parâmetros é mais restrita, envolvendo cada vez mais combinações de parâmetros empiricamente pouco plausíveis.
- c) O fato de que todas as especificações não são rejeitadas via teste de sobre-identificação e são pouco rejeitadas por T_1 , T_2 e T_4 (a especificação do tipo Epstein-Zin também foi rejeitada por T_1) está relacionado ao fato de que não se constata a existência de um “equity premium puzzle” para o Brasil. Dessa forma, a restrição imposta pela fronteira de volatilidade tende a ser satisfeita pelos dados com maior facilidade.

6. Conclusão

Neste artigo, três especificações para a função utilidade são estudadas: a utilidade com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, a formação de hábito e a utilidade proposta por Epstein e Zin(1991). O modelo básico de apreçamento de ativo é estimado, para cada tipo de função utilidade considerada, via método generalizado dos momentos.

Em seguida, os fatores de desconto estocástico associados às utilidades estudadas são comparados e avaliados de acordo com o teste de sobre-identificação $T \times J$ e segundo a capacidade de cada um deles em satisfazer as restrições impostas pela fronteira de volatilidade derivada por Hansen e Jagannathan(1991).

O artigo conclui que é difícil discriminar entre as diferentes especificações para o fator de desconto estocástico somente com o auxílio do teste de sobre-identificação, associado ao MGM, e dos testes construídos a partir da fronteira de volatilidade de Hansen e Jagannathan. Todavia, um dos testes de fronteira(o teste T_3) foi capaz de discriminar duas estimativas, associadas à Formação de Hábito, como sendo as parametrizações mais adequadas para descrever o conjunto de dados estudado. Estas especificações são:

a) Formação de Hábito, $\beta = 0,9731$; $\gamma = 3,2183$; $\kappa = 0,7564$

b) Formação de Hábito, $\beta = 0,9696$; $\gamma = 3,8587$; $\kappa = 0,7079$

Apesar da tendência do teste para “over-rejection” em amostra finita, o grau de “over-rejection” não é exagerado e dessa forma não compromete o resultado acima, conforme mostram simulações realizadas por Burnside(1994).

Bibliografia

Burnside, Craig. Hansen-Jagannathan Bounds as Classical Tests of Asset-Pricing Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, p. 57-79, 1994.

Campbell, John et al. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton: Princeton University Press, 1997.

Cecchetti, Stephen G. et al. Testing Volatility Restrictions on Inter-temporal Marginal Rates of Substitution Implied by Euler Equations and Asset Returns. *The Journal of Finance*, v. XLIX, n. 1, p. 123-152, 1994.

Cuche, Nicolas A. e Hess, Martin K. Estimating Monthly GDP in a General Kalman Filter Framework: Evidence from Switzerland. *Economic and Financial Modelling*, v.7, n.4, p. 153-194, 2000.

Issler, J.V. e Piqueira, Natalia S. Estimating Relative Risk Aversion, the Discount Rate and the Inter-temporal Elasticity of Substitution in Consumption for Brazil using three types of Utility Function. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 20, n. 2, p. 201-239, 2000.

Epstein, L. e Zin. S. Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy*, 99, p. 263-286, 1991.

Hamilton, James. *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press, 1994

Hansen, L. e Jagannathan, R. Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies. *Journal of Political Economy*, 99, p. 225-262, 1991.

Harvey, A. C. e Pierse, R. G. Estimating Missing Observations in Economic Time Series. *Journal of the American Statistical Association*, v. 79, 385, p.747-772, 1984.

Sampaio, Frederico S. Existe “Equity Premium Puzzle” no Brasil?. In Bonomo, Marco(org.), *Finanças Aplicadas ao Brasil*. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2002, p. 8-25.

Soriano, Alexandre. Testando o CCAPM através das Fronteiras de Volatilidade e da Equação de Euler. In Bonomo, Marco(org.), *Finanças Aplicadas ao Brasil*. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2002, p. 121-161.