Valor en Riesgo en carteras de renta fija. Una comparación entre modelos empíricos de la estructura temporal*

Pilar Abad
D. Econometría y Estadística
Universidad de Barcelona
Diagonal, 690.
08034, Barcelona, Spain
(and Universidad de Vigo)
E-mail: pabad@uvigo.es

Sonia Benito
D. Análisis Económico II
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)
Senda del Rey 11
28223, Madrid, Spain
E-mail: soniabm@cee.uned.es

Resumen: En este trabajo se compara la precisión de diferentes medidas de Valor en Riesgo (VaR) en carteras de renta fija calculadas a partir de diferentes modelos empíricos multifactoriales de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI). Los modelos incluidos en la comparativa son tres: (1) modelos de regresión, (2) componentes principales y (3) paramétricos. Adicionalmente, se incluye el sistema de cartografía que utiliza Riskmetrics. Dado que el cálculo de las medidas VaR con dichos modelos requiere el uso de una medida de volatilidad, en este trabajo se utilizan tres medidas distintas: medias móviles exponenciales, medias móviles equiponderadas y modelos GARCH. Por consiguiente, la comparación de la precisión de las medidas VaR tiene dos dimensiones: el modelo multifactorial y la medida de volatilidad. Respecto a los modelos multifactoriales, la evidencia presentada indica que el sistema de mapping o cartografía es el modelo más preciso cuando se calculan medidas VaR (5%). Por el contrario, a un nivel de confianza del 1% el modelo paramétrico (modelo de Nelson y Siegel) es el que genera medidas VaR más precisas. Respecto a las medidas de volatilidad los resultados indican que en general no hay una medida que funcione sistemáticamente mejor que el resto en todos los modelos. Salvo alguna excepción, los resultados obtenidos son independientes del horizonte para el cual se calcula el VaR, ya sea uno o diez días.

JEL: *E43, G11.*
Keywords: *Value at Risk (VaR), modelos factoriales, gestión de riesgo.*

* Agradecemos a Antonio Díaz que nos haya facilitado la base de datos utilizada en este trabajo. Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Ciencia y Tecnología a través de los proyectos SEJ2005-03753/ECO y BEC2003-03965.

1. Introducción

El elevado número de tipos de interés del que depende la valoración de activos de renta fija hace que la gestión del riesgo de este tipo de activos sea prácticamente inviable si no se asume que la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) puede ser representada a partir de un número reducido de variables o factores.

Con el objetivo de reducir la dimensión de la ETTI se han desarrollado multitud de modelos factoriales en la literatura. Desde la óptica empírica y en un contexto univariante, destacan, siguiendo un orden cronológico, los trabajos de Bierwag y Kaufman(1977), Bierwag(1977), Khang(1979) y Babbel(1983). A partir de los modelos unifactoriales se desarrollan los multifactoriales que permiten explicar mejor las distintas formas que puede adoptar la ETTI. Los modelos multifactoriales pueden clasificarse según la metodología adoptada en: (1) modelos de regresión [véase Elton, Gruber y Michaely(1990), Navarro y Nave(1997) o Navarro y Nave(2001)], (2) modelos de componentes principales [véase Barber y Copper(1996) y Litterman y Scheinkman(1991)] y (3) modelos paramétricos [véase Chambers y Carleton (1988), Chambers, Carleton y McEnally(1988) y Gómez(1999)]

La literatura ha mostrado que los modelos empíricos multifactoriales explican de forma adecuada el comportamiento de la ETTI y que en el área de inmunización de cartera ofrecen buenos resultados. Sin embargo, no existe en la literatura una clasificación global de todos estos modelos, ni en términos de inmunización de cartera ni en términos de la capacidad de los mismos para explicar los cambios en los tipos de interés. En estos términos, la literatura se ha centrado en comparar los modelos unifactoriales versus algunos modelos bifactoriales veasé por ejemplo, Elton, Gruber y Michaely (1990), Navarro y Nave (1997) y Benito (2004). Estos trabajos ponen de manifiesto que de cara a explicar el comportamiento de los tipos de interés los modelos bifactoriales superan netamente a los unifactoriales. Por el contrario, en el área de inmunización los resultados de la comparación del grado de cobertura de las medidas de duración unifactoriales versus medidas bifactoriales indican que los modelos unifactoriales son superiores o iguales a los multifactoriales. No obstante, Soto (2001) señala que la importancia de los cambios en el nivel de la curva de tipos, la gran amplitud de los horizontes de planificación y, sobretodo, la estructura de las carteras simuladas utilizadas en esta literatura han condicionado este resultado.

En este contexto, el objetivo de este trabajo es proporcionar una comparación global de los modelos multifactoriales en tiempo discreto bajo dos criterios: según su capacidad para explicar los tipos de interés de la ETTI y en términos de su habilidad para evaluar el riesgo de una cartera de renta fija. En el segundo caso, se evalúan los modelos en función de la precisión de las medidas de Valor en Riesgo (VaR) construidas a partir de los mismos. Se utiliza el VaR como medida de referencia dado que se ha convertido en la principal herramienta para medir la exposición al riesgo de mercado.

Para calcular el VaR se ha utilizado el enfoque paramétrico o de varianzas y covarianzas. Siguiendo este enfoque, la medida VaR se obtiene a partir de la varianza de la cartera, la cual, dado un modelo empírico factorial, viene dada por la matriz de varianzas-covarianzas de los factores explicativos de la ETTI. La estimación de dicha matriz requiere el uso de alguna medida de volatilidad. En este trabajo se utilizan distintas medidas de volatilidad: medias móviles exponenciales, medias móviles equiponderadas y modelos GARCH, lo cual proporciona una nueva dimensión a la comparación. Por un lado se compara la habilidad de los modelos de factores de cara al cálculo del VaR. Por otro lado, se evalúa qué medida de volatilidad proporciona resultados más satisfactorios independientemente del modelo factorial utilizado.

El resto del trabajo se estructura como sigue. En la sección 2 se describen los modelos multifactoriales empíricos propuestos en la literatura. En la sección 3 se muestra la evaluación de estos modelos en términos del ajuste en la estimación de los tipos de interés que forman la estructura temporal. El cálculo del VaR en el contexto de los modelos multifactoriales se describe en la sección 4. La sección 5 presenta la evaluación de los modelos multifactoriales en términos de la precisión de las medidas VaR calculadas a partir de los mismos. Además, se comparan las medidas de volatilidad empleadas en el cálculo de las medidas VaR. La última sección del trabajo presenta las principales conclusiones.

2. Modelos empíricos de la estructura temporal

La alta correlación observada entre los tipos de interés a distintos plazos hace plausible asumir que el conjunto de tipos de interés que forman la estructura temporal puede ser explicado de forma adecuada por un número reducido de variables o factores, tal y como recoge la expresión (1):

$$R_t(0,m) \approx g(f_1, f_2, \ldots f_k; \alpha) \tag{1}$$

donde $R_t(0,m)$ representa el tipo de interés cupón cero a plazo m, f_j es el factor *j*-ésimo, k el número de factores del modelo; g es una función genérica y α es un vector de parámetros.

Bajo este supuesto se han desarrollado multitud de modelos en la literatura. Inicialmente surgen los modelos univariantes de Bierwag y Kaufman(1977), Bierwag(1977), Khang(1979) y Babbel(1983). Posteriormente, algunos trabajos señalan que estos modelos no explican adecuadamente el comportamiento del vector de tipos de interés que forman la ETTI y emergen los modelos multifactoriales capaces de capturar las distintas formas que puede adoptar esta curva. Según la metodología utilizada para su construcción, los modelos empíricos multifactoriales se pueden dividir en tres grandes bloques: (1) modelos de regresión [véase Elton, Gruber y Michaely(1990), Navarro y Nave(1997), Navarro y Nave(2001)], (2) modelos de componentes principales [Barber y Copper(1996) y Litterman y Scheinkman(1991)] y (3) modelos paramétricos [Chambers y Carleton(1988), Chambers, Carleton y McEnally(1988) y Gómez(1999)]. Sobre estos modelos multifactoriales, la literatura ha apuntado que, además de explicar de forma satisfactoria el comportamiento de la ETTI, muestran buenos resultados en la inmunización de carteras.

Los modelos utilizados en este trabajo para llevar a cabo la comparativa son tres: (1) de regresión, (2) de componentes principales y (3) paramétricos. En el Cuadro 1 se resumen las principales características de estos modelos. Como puede observarse, todos estos modelos expresan los cambios en los tipos de interés en función de un conjunto reducido de factores o variables. En el modelo de regresión los factores explicativos son dos: los cambios en un tipo de interés a corto plazo y en el diferencial entre un tipo a largo y un tipo a corto plazo. En este trabajo hemos utilizado el tipo a 4 años como representativo de un tipo a corto plazo y el tipo a 12 años como representativo de un tipo a largo. Estos plazos han sido seleccionados utilizando la metodología propuesta por Elton, Gruber y Michaelly(1990).

El modelo de componentes principales, igual que el modelo de regresión, establece que los cambios en los tipos de interés son una combinación lineal de un conjunto de factores. La diferencia es que en este modelo los factores explicativos de los cambios en la ETTI son los tres primeros componentes principales de los cambios en los tipos de interés. Generalmente se incluyen los tres primeros componentes principales porque, como se ha puesto de manifiesto en la literatura, estos explican de forma conjunta más del 95% de la variabilidad de los cambios en la ETTI[1].

[1] Los componentes principales se obtienen calculando los vectores propios asociados a los valores propios o raíces características de la matriz de varianzas y covarianzas del vector de tipos de interés considerado. El análisis de componentes principales permite determinar qué parte de la varianza total de la matriz de varianzas y covarianzas de los tipos de interés es explicada por cada uno de los componentes principales.

Cuadro 1. Modelos Empíricos de la ETTI		
Modelos [Algunas referencias]	**Especificación de los modelos**	**Variables o factores**
➢ **Regresión** [Elton, Gruber y Michaely (1990), Navarro y Nave (1997), Navarro y Nave (2001)]	$dR_t(0,m) = \alpha_0 + \alpha_1 dR_t(0,x) + \alpha_2 d\left[R_t(0,y) - R_t(0,x)\right] + \varepsilon_t$	$R_t(0,x)$ y $R_t(0,y)$ son los tipos de interés a plazos x e y, donde x<y.
➢ **Componentes principales** [Barber y Copper (1996) y Litterman y Scheinkman (1991)]	$dR_t(0,m) \approx \phi_0 + \phi_1 z_{1,t} + \phi_2 z_{2,t} + \phi_3 z_{3,t}$	$z_{i,t}$ es el i-ésimo componente principal.
➢ **Paramétricos exponenciales** [Nelson and Siegel (1987), Gómez (1999), Abad and Benito (2006)]	$dR_t(0,m) \approx D^m_{\beta_0} d\beta_0 + D^m_{\beta_1} d\beta_1 + D^m_{\beta_2} d\beta_2 + D^m_{\tau} d\tau$ donde $D^m_{\beta_i} = \frac{\partial R(0,m)}{\partial \beta_i}$ y $D^m_{\tau} = \frac{\partial R(0,m)}{\partial \tau}$	$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ y τ son los parámetros del modelo de Nelson y Siegel(1987).

Dentro del conjunto de modelos paramétricos hemos seleccionado el modelo de Nelson y Siegel (1987) propuesto inicialmente para estimar la ETTI. Se ha seleccionado este modelo porque: (1) ha ofrecido buenos resultados en la inmunización de carteras [Gómez (1999)] y en la evaluación del riesgo [Abad y Benito (2006)], (2) tiene gran aceptación tanto en el mundo académico como en los mercados financieros, y (3) es ampliamente utilizado para estimar la ETTI. A partir de la forma funcional de los tipos cupón cero propuesta por Nelson y Siegel (1987)[2] y aproximando mediante un desarrollo de Taylor de primer orden se obtiene la expresión mostrada en el Cuadro 1. Esta expresión muestra que los cambios en los tipos de interés son una combinación lineal de los cambios en los cuatro parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987).

Los modelos estocásticos han sido excluidos de esta comparativa porque, debido a la dificultad que plantea su implementación, han tenido una escasa aplicación fuera del ámbito académico.

[2] Nelson y Siegel (1987) establecen que los tipos cupón cero pueden expresarse como:

$$R_t(0,m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{\tau}{m}\left[1 - \exp(-\frac{m}{\tau})\right] - \beta_2 \exp(-\frac{m}{\tau})$$

3. Estimación de los modelos empíricos multifactoriales de la estructura temporal

3.1 Datos

En este trabajo se utilizan datos diarios de tipos de interés cupón cero a plazos de 1, 2, 3, …., 14 y 15 años. El método utilizado para la estimación de los tipos cupón cero es el propuesto por Nelson y Siegel (1987). La estimación de los tipos de interés se ha realizado a partir de los precios medios de cierre de las referencias más líquidas negociadas en el mercado secundario español de deuda pública, minimizando errores en precios ponderados por duración. La base de datos está formada por 4 años, desde el 2 de enero de 2001 hasta el 30 de diciembre de 2004.

3.2 Estimación de los modelos multifactoriales

En todos los modelos considerados las variables a explicar son los cambios diarios de los tipos de interés. El modelo de regresión ha sido estimado utilizando como factores los cambios diarios en el tipo de interés a 4 años y los cambios diarios en el diferencial de tipos de interés 12 vs. 4 años. La selección de ambos factores se ha realizado siguiendo el procedimiento propuesto por Elton, Gruber y Michaely (1990). En el modelo de componentes principales se han utilizado como factores los tres primeros componentes principales de los cambios diarios en los tipos de interés. Estos componentes se han extraído aplicando la técnica de componentes principales sobre el vector de 15 tipos cupón cero anteriormente mencionado. Los tres primeros componentes principales explican un 99% de la variabilidad total. Finalmente, se ha utilizado como método paramétrico el modelo de Nelson y Siegel (1987), donde los factores son los cuatro parámetros del modelo.

3.3 Ajuste de los modelos multifactoriales

Como se había indicado, el primer objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad de estos modelos para explicar los cambios diarios en los tipos de interés que forman la ETTI. Así pues, a continuación mostramos algunos estadísticos que nos permiten evaluar el ajuste de los tres modelos multifactoriales en un vector representativo de tipos de interés (tipos de interés a 1, 3, 5, 10 y 15 años).

Para evaluar la magnitud de los errores de ajuste de los tres modelos considerados se han calculado varios estadísticos: media de los errores en valor absoluto; raíz del error cuadrático medio y el estadístico U-Theil. En la tabla 1 se presentan dichos estadísticos, acompañados del valor medio de los cambios en los tipos de interés en términos absolutos. Adicionalmente, se ha marcado en negrita el modelo que proporciona un mejor ajuste según cada criterio.

[Insertar Tabla 1]

Atendiendo a estos estadísticos podríamos decir que el modelo que genera un mejor ajuste global es el modelo de componentes principales. Utilizando este modelo, los errores medios oscilan entre 0,07 puntos básicos (pb) en el tipo a 5 años y 0.6 pb en el tipo a 1 año. Estos errores medios son muy pequeños en relación al tamaño medio de las variables a explicar, fluctuando entre el 1% y el 20%. En este ranking, el siguiente es el modelo de regresión. Este modelo proporciona un ajuste satisfactorio en los tipos 5, 10 y 15 años. Este resultado era esperable si se tiene en cuenta que las variables o factores de este modelo son el tipo de interés a 4 años y el diferencial 12-4 años. No obstante, conforme nos alejamos de los factores, el ajuste del modelo es claramente insatisfactorio, como ocurre con el tipo a un año donde la medida de los errores representa un 75% de la media de los cambios en este plazo. Finalmente, el modelo paramétrico basado en Nelson y Siegel (1987) proporciona un ajuste adecuado, con errores medios que fluctúan en torno al 13-34% de la media de los tipos de interés.

Además de observar los errores de estimación como medio para evaluar la capacidad de los tres modelos para replicar la estructura temporal, se ha realizado una comparación de la distribución de frecuencia de los cambios en los tipos de interés observados versus la distribución de los cambios en los tipos de interés ajustados por dichos modelos. Así, en la tabla 2 presentamos algunos estadísticos descriptivos de la distribución de frecuencia de los cambios observados y de los cambios ajustados por los modelos considerados.

[Insertar Tabla 2]

Como puede observarse, las distribuciones de probabilidad de los cambios en los tipos de interés observados son asimétricas a la derecha y presentan leptocurtosis, esto es, las distribuciones tienen colas más anchas que la distribución Normal. Estos dos aspectos de la distribución se recogen satisfactoriamente por el modelo de regresión y el modelo de componentes principales. Además, en casi todos los tipos de interés considerados, la media y la varianza de los cambios estimados por estos dos modelos son similares a la media y la varianza muestral. Por el contrario, las distribuciones de probabilidad de los cambios en los tipos de interés ajustados por el modelo de Nelson y Siegel presentan características un tanto diferentes, siendo asimétricas a la izquierda y presentando colas más pesadas. Obviamente, esto se traduce en que la media de los cambios estimados por el modelo de Nelson y Siegel está desplazada a la izquierda respecto a la media de los cambios observados en todos los plazos, esto es, es mayor en valor absoluto. Además, la desviación típica de los cambios estimados por este modelo es superior a la de los cambios observados. Estas diferencias que son mayores en los plazos cortos se atenúan en los plazos más largos. Este primer análisis de los estadísticos descriptivos de ambas distribuciones (observada versus estimada) apunta que las series estimadas por el modelo de Nelson y Siegel son más volátiles que los cambios en los tipos de interés observados.

Como era de esperar, los resultados apuntan en el mismo sentido si se atiende a los percentiles de ambas distribuciones de frecuencias, siendo el modelo de componentes principales el que mejor replica la distribución de frecuencias de los cambios en los tipos observados. Por su parte, el modelo de regresión también replica muy bien los percentiles de las distribuciones de los cambios en los tipos de interés a 3, 5 y 10 años, siendo peores los resultados que se obtienen al ajustar la distribución de los cambios en los tipos de interés a 1 y 15 años. De nuevo, el modelo que proporciona distribuciones con percentiles más diferentes en casi todos los plazos es el modelo de Nelson y Siegel. Además, estas diferencias son más importantes en los percentiles más pequeños, siendo los de la distribución ajustada siempre inferiores que los de la distribución observada.

Resumiendo, los resultados respecto al ajuste de los modelos empíricos multifactoriales proporcionan un ranking donde el modelo que mejor ajusta es el modelo de componentes principales, seguido del modelo de regresión y, en última posición, el modelo paramétrico que presenta un ajuste claramente inferior.

4. El Valor en Riesgo

En esta sección se evalúa la habilidad de los modelos empíricos multifactoriales de cara a la gestión del riesgo de activos de renta fija mediante la construcción de una medida paramétrica del VaR como indicador de riesgo de una cartera.

El VaR de una cartera es una medida que nos dice cuál es la cantidad máxima que un inversor puede llegar a perder en un horizonte de tiempo dado y con una determinada probabilidad. Formalmente, el VaR(α%) es el percentil α% de la distribución de probabilidad de los cambios en el valor de la cartera:

$$\Pr\left[\Delta V_t(\tau) < VaR_t\right] = \alpha \qquad (2)$$

donde α es el nivel de confianza y $\Delta V_t(\tau)$ representa el cambio en el valor de la cartera en el horizonte τ.

Para calcular el VaR se han desarrollado diversas metodologías: (1) simulación histórica,(2) simulación de montecarlo, (3) análisis de escenarios y (4) métodos paramétricos. Los métodos paramétricos, también llamados del enfoque de varianzas y covarianzas, parten del supuesto de que los cambios en el valor de una cartera siguen una distribución conocida que generalmente se supone Normal.

Supuesto que la media de los cambios en el valor de una cartera es nula, el VaR a nivel de confianza del $\alpha\%$ a horizonte un día de la cartera j se obtiene como:

$$VaR_{j,t}(\alpha\%) = \sigma_{t,dV_j} \cdot k_{\alpha\%} \qquad (3)$$

donde $k_{\alpha\%}$ es el percentil α de la distribución Normal estándar. Asimismo, para calcular el VaR a un horizonte *m* de dicha cartera es suficiente con multiplicar por $\sqrt{m}$ en la expresión (3). Mediante este procedimiento el único parámetro a estimar para el cálculo del VaR es la desviación típica condicional del valor de la cartera *j* (σ_{t,dV_j}).

En una cartera de activos de renta fija, la duración de la cartera puede ser utilizada para obtener la varianza del valor de la cartera a partir de la matriz de varianzas y covarianzas de los tipos de interés que determinan su valoración [véase, por ejemplo, Jorion (1997)]:

$$\sigma^2_{t,dV_j} = D_{j,t}\, \Sigma_t\, D'_{j,t} \qquad (4)$$

donde Σ_t es la matriz de varianzas y covarianzas de los tipos de interés y $D_{j,t}$ es el vector de duración de la cartera *j*. Los elementos de este vector recogen la sensibilidad del valor de la cartera a los cambios en los tipos de interés que determinan su valor.

Dado un modelo multifactorial empírico, esto es, partiendo de la expresión (1), se puede obtener la matriz de varianzas y covarianzas de los cambios en los tipos de interés (Σ_t) a partir de la siguiente expresión:

$$\Sigma_t = \text{var}(dr_t) = G_t \Omega_t G_t^{'} \tag{5}$$

donde G es una matriz de coeficientes que mide la sensibilidad de los tipos de interés a cambios en los factores explicativos de la ETTI[3] y Ω_t es la matriz de varianzas y covarianzas de los factores, que generalmente es una matriz diagonal. El orden de estas matrices dependerá del número de factores que posee el modelo multifactorial.

Sustituyendo la ecuación (5) en (4) obtenemos una nueva expresión de la varianza de los cambios en el valor de una cartera:

$$\sigma_{t,dV_j}^2 = D_{j,t}\, G\, \Omega_t\, G^{'} D_{j,t}^{'} = D_{j,t}^{M}\, \Omega_t\, D_{j,t}^{M\,'} \tag{6}$$

donde $D_{j,t}^{M}$ es el vector de duraciones modificado de la cartera *j*, el cual representa la sensibilidad del valor de la cartera a cambios en los factores explicativos del modelo multifactorial. [4]

En consecuencia, para estimar el VaR de una cartera de renta fija tenemos que calcular la varianza de la cartera, la cual requiere exclusivamente la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los factores explicativos del modelo multifactorial empírico[5]. Ahora bien, para ello se ha de utilizar una determinada medida de volatilidad.

---

[3] La matriz G está formada por las derivadas de la función *g* [ver expresión (1)] respecto a cada uno de los factores ($f_1, f_2, \ldots f_k$).

[4] En el marco de un modelo de componentes principales este procedimiento fue propuesto en Alexander (2001). En el marco del modelo de Nelson y Siegel (1987) en Abad y Benito (2006).

[5] En el caso del modelo paramétrico, es decir del modelo de Nelson y Siegel, se ha estimado la matriz de varianzas y covarianzas condicionales de los componentes principales de los cambios diarios en los parámetros del modelo. Dada la ortogonalidad de los componentes principales dicha matriz es diagonal [véase Abad y Benito (2006) para más detalles].

En este trabajo se utilizan tres tipos de medidas que permiten aproximar la volatilidad (medias móviles exponenciales, medias móviles equiponderadas y modelos GARCH) que teniendo en cuenta el valor fijado de sus parámetros, proporcionan un total de cinco medidas distintas:

1) La primera de las medidas de volatilidad es una media móvil exponencial con parámetro λ de 0.94 y tamaño de ventana de 74 días[6]: EXWMA94.
2) La segunda medida es también una media móvil exponencial con un tamaño de ventana de 151, y un valor del parámetro λ de 0.97: EXWMA97.
3) La tercera medida es una media móvil equiponderada con un tamaño de ventana móvil de 75 días: EWMA75.
4) Al igual que la tercera, la cuarta es una media móvil equiponderada, pero donde la ventana móvil es el doble de la anterior (150 días): EWMA150.
5) La quinta medida es la volatilidad estimada mediante el uso del modelo GARCH apropiado: GARCH.

Por tanto, dado que para cada una de estas medidas de volatilidad se obtiene una medida VaR distinta se trabaja con 5 medidas VaR. Dado que se utilizan 3 modelos multifactoriales empíricos de la ETTI (modelos de regresión, componentes principales y modelos paramétricos) para el cálculo de las medidas VaR, se tiene un total de 15 medidas VaR distintas. Adicionalmente, se ha incluido en la comparación otro modelo multifactorial: el sistema de "mapping" o cartografía utilizado por Riskmetrics de J.P. Morgan. Para reducir la dimensión de la ETTI, J.P. Morgan ha desarrollado un sistema denominado cartografía, en el cual los activos de renta fija se descomponen en flujos de caja en función de la corriente de pagos que generan dichos activos. Una vez descompuestos los activos en flujos de caja, estos deben ser asignados ("cartografiados") a una serie de vértices (los factores), que se corresponden con determinados vencimientos de la estructura temporal.

5. Evaluación de la precisión de las medidas de Valor en Riesgo

[6] Se ha elegido este tamaño porque Riskmetrics™ demuestra que el tamaño optimo de la ventana en inversiones diarias es de 74 días en los modelos de medias móviles exponenciales.

En esta sección evaluamos la habilidad de los modelos de factores de cara al cálculo del VaR en carteras de renta fija según la precisión de las estimaciones obtenidas. Esta comparación se realiza en dos dimensiones: (1) por un parte, para cada uno de los modelos considerados, se analiza qué medida de volatilidad proporciona medidas VaR más precisas y, (2) por otro, se analiza si para cada una de las medidas de volatilidad consideradas, hay algún modelo que genera estimaciones del VaR más precisas que el resto.

Para realizar esta comparación se ha calculado el VaR a horizontes de uno y diez días. Los niveles de significación seleccionados son el 1% y el 5%. Seleccionamos estos parámetros concretos por que son los horizontes y niveles de significación más habitualmente utilizados. Como indica Darbha(2001), los bancos revisan cada diez días sus requerimientos mínimos de capital y, en consecuencia, calculan el VaR a un horizonte de diez días con el objetivo de fijar dichos requerimientos. Por su parte, las empresas financieras emplean el VaR para conocer diariamente su exposición al riesgo de mercado, estando interesadas en el cálculo del VaR a horizonte de un día. Además, los bancos, que utilizan el VaR para fijar los requerimientos de capital, calculan el VaR a un nivel de confianza del 1%, mientras que las empresas financieras, que utilizan el VaR para conocer su exposición al riesgo de mercado, lo calculan habitualmente a un nivel de confianza del 5%.

5.1 Carteras de renta fija

Para evaluar la precisión de las medidas VaR se han construido cuatro carteras formadas por un bono teórico con vencimiento a 3, 5, 10 y 15 años respectivamente. Dichas carteras se han construido a partir de los tipos de interés cupón cero estimados en el mercado secundario español de deuda pública. El cupón de todos los bonos considerados es igual al 3,0%. El período de análisis se extiende desde el 8/6/2001 hasta 31/12/2004, lo cual proporciona 869 estimaciones diarias del VaR de cada una de las carteras consideradas.

Para evitar distorsiones en la comparación, se establece que las características de las carteras no cambien a lo largo del período de análisis, esto es, el plazo a vencimiento de los bonos incluidos en la cartera es siempre la misma. Así, los resultados son comparables en todo el período analizado ya que se evita el efecto *pull* (que se refiere a que el valor de los bonos tiende a la par a medida que se aproxima a su fecha de vencimiento) y el efecto *roll down* (que se refiere a que la volatilidad de los bonos decrece con el tiempo).

5.2 Contrastes de precisión

Para las cuatro carteras consideradas se ha calculado el VaR utilizando cado uno de los cuatro modelos multifactoriales (modelos de regresión, de componentes principales, de Nelson y Siegel y de cartografía) y cada una de las cinco medidas de volatilidad. En cada uno de estos casos, se ha calculado el VaR a niveles de confianza del 5% y el 1%, y en ambos casos se han obtenido medidas VaR a un horizonte de 1 día y de 10 días. En consecuencia, una vez fijados el horizonte y el nivel de significación, para cada cartera considerada tenemos 20 estimaciones del Valor en Riesgo.

Para evaluar la precisión de las medidas VaR se han utilizado dos contrastes: (1) *Testing consistency of level* [véase Kupiec (1995)] y (2) *Back testing criterion* [véase, por ejemplo, Granger et. al (1989)]. El primero contrasta si el número de excepciones, es decir, si el número de veces que el valor de la cartera cae por debajo del VaR, es estadísticamente igual a su nivel teórico. El segundo contraste se formula en términos del porcentaje de excepciones. La hipótesis nula del estadístico Z del *Back testing criterion* es que la diferencia entre el porcentaje de excepciones y su nivel teórico es nula.[7]

5.3 Evaluación de la precisión de las medidas VaR a horizonte de 1 día

A continuación evaluamos la precisión de las medidas VaR a horizonte 1 día de las cuatro carteras consideradas, según el modelo multifactorial que se ha utilizado para su construcción:

a) Modelo paramétrico de Nelson y Siegel

Si consideramos los resultados del contraste de nivel (Tabla 3) a nivel global, esto es, para todas las medidas VaR independientemente de la medida de volatilidad y del nivel de significación de la misma, diríamos que las estimaciones VaR obtenidas con este modelo son poco satisfactorias. Concretamente, observamos que solo en 26 de los 40 casos considerados el número de excepciones pertenece al intervalo de confianza. Sin embargo, si atendemos al nivel de confianza considerado, las conclusiones son muy diferentes.

A un nivel de confianza del 5% observamos que solo en 8 de los 20 casos considerados el número de excepciones pertenece al intervalo de confianza, lo que sugiere

[7] Para más detalles sobre ambos contrastes véase Abad y Benito (2006).

que las estimaciones VaR(5%) son poco precisas. Sin embargo, las estimaciones VaR(1%) parecen funcionar apropiadamente. A este nivel de confianza observamos que en 18 de los 20 casos considerados el número de excepciones pertenece al intervalo de confianza.

[Insertar Tabla 3]

Obviamente, en el mismo sentido apunta la evidencia si se presta atención al porcentaje de veces que el valor de la cartera cae por debajo del VaR(5%) (ver Tabla 4). Según el estadístico Back-testing criterion la hipótesis nula de que el porcentaje de excepciones es similar a su nivel teórico se rechaza el 60% de las veces. Sin embargo, a un nivel de confianza del 1% dicha hipótesis se rechaza solo el 10% de las veces. En base a estos resultados se puede decir que las estimaciones VaR(5%) obtenidas con el modelo de Nelson y Siegel son poco precisas, mientras que las medidas VaR(1%) tienen una elevada precisión.

[Insertar Tabla 4]

Respecto a las medidas de volatilidad, la que genera mejores estimaciones VaR(5%) es la medida EWMA75. Con esta medida solo en una de las cuatro carteras consideradas rechazamos la hipótesis nula de que el número de excepciones coincide con su nivel teórico. Por el contrario, las medidas de volatilidad que generan peores estimaciones VaR(5%) son la medida EWMA150 y la medida GARCH. En la Tabla 5, donde se muestra el porcentaje de carteras donde se rechaza la hipótesis nula de que la medida VaR es precisa, podemos ver que con la medida EWMA150 el porcentaje de rechazos es del 100%, independientemente del contraste utilizado para evaluar su precisión. En el caso de la medida GARCH este porcentaje es del 75%. En el caso de las medidas VaR(1%), todas las medidas de volatilidad, excepto la medida EWMA75, proporcionan medidas de alta precisión (ver Tabla 5).

[Insertar Tabla 5]

b) Modelo de regresión

Las medidas VaR obtenidas con el modelo de regresión son en general muy poco precisas (ver tablas 3 y 4). Solo en las carteras a 3 y 5 años las medidas VaR(5%) parecen haber sido estimadas con precisión. Para estas carteras y a este nivel de confianza, el número y el porcentaje de excepciones son similares a lo que cabría esperar a nivel teórico. Por el contrario, a un nivel de confianza del 1% las estimaciones VaR obtenidas en estas carteras son muy imprecisas. Por otro lado, en las carteras a 10 y 15 años las medidas VaR a niveles de confianza del 5% y 1%, son bastante imprecisas, sobrestimando el riesgo de forma considerable. Estos resultados son independientes de la medida de volatilidad utilizada para aproximar la volatilidad de los factores explicativos del modelo de regresión, por lo que ninguna medida parece superior al resto (ver tabla 5).

c) Modelo de componentes principales

Los resultados obtenidos con el modelo de componentes principales son un tanto dispares. En las carteras a 3, 5 y 10 años las estimaciones VaR(5%) son en general bastante precisas. El número y el porcentaje de excepciones es similar a lo que cabría esperar a nivel teórico (ver tablas 3 y 4). Sin embargo, en la cartera a 15 años tanto el número como el porcentaje de excepciones difieren de sus valores esperados. A este nivel de confianza, las medidas de volatilidad que generan mejores estimaciones son las medidas EWMA y la medida GARCH (ver Tabla 5). Por el contrario, a un nivel de confianza del 1% las estimaciones son peores. A este nivel de confianza las únicas carteras cuyo VaR se estima con precisión son las carteras a 10 y 15 años (ver Tablas, 3, 4 y 5).

d) Cartografía

Para todas las carteras e independiente de la medida de volatilidad utilizada para estimar la varianza condicional de los tipos de interés, las estimaciones VaR(5%) obtenidas a partir del sistema de mapping o cartografía, son bastante precisas. La hipótesis nula de que el número de excepciones coincide con su nivel teórico no se rechaza en ninguna de las cuatro carteras consideradas (ver Tabla 3). A este nivel estadístico, el porcentaje de excepciones también coincide con el nivel esperado (ver Tabla 4). Además se observa que ninguna medida de volatilidad proporciona mayor precisión que el resto.

Los resultados obtenidos en la estimación del VaR(1%) son muy diferentes. Para casi todas las medidas de volatilidad utilizadas, excepto la medida EXWMA94, encontramos que las estimaciones VaR(1%) obtenidas con el sistema de cartografia son bastante imprecisas. Con todas las medidas, excepto la anteriormente mencionada, el número y el porcentaje de excepciones difieren significativamente de los esperados a nivel teórico (ver Tablas 3 y 4). A este nivel de confianza, la única medida de volatilidad que ofrece estimaciones precisas del VaR es la medida EXWMA94. Con esta medida el número de excepciones en las cuatro carteras consideradas es estadísticamente similar a su valor teórico. Resultados similares encontramos al contrastar si el porcentaje de excepciones es estadísticamente similar al esperado teóricamente.

e) Ranking en función de la precisión de las medidas VaR a hortizonte un día.

En línea con otros trabajos de la literatura, observamos que las estimaciones del VaR son muy sensibles a la medida de volatilidad utilizada, a los parámetros seleccionados para la estimación y al modelo utilizado para explicar la ETTI. Junto a esas variables, el nivel de confianza para el cual se calcula el VaR es otra variable determinante. Pese a ello hay algunos resultados que se observan con cierta regularidad de los cuales se pueden extraer algunas conclusiones interesantes que presentamos a continuación.

Respecto a los modelos multifactoriales empíricos, a nivel de confianza del 1% el modelo que genera estimaciones VaR más precisas es el modelo de Nelson y Siegel, seguido, por este orden, del modelo de componentes principales, el modelo de regresión y el sistema de cartografía. No obstante, el ranking se invierte cuando consideramos las medidas VaR(5%). En este caso, el modelo de cartografía presenta los resultados más satisfactorios, mientras que el resto de los modelos proporciona medidas de baja precisión (ver Tabla 5).

Respecto a las medidas de volatilidad, independientemente del nivel de confianza, no se observa ninguna medida de volatilidad que proporcione sistemáticamente medidas VaR más precisas que el resto. No obstante, la medida que, en términos medios, proporciona medidas VaR (5%) más precisas es la medida EWMA75, mientras que la que proporciona estimaciones VaR(1%) más precisas globalmente es la medida EXWMA94.

5.4 Evaluación de la precisión de las medidas VaR a horizonte de 10 días

A continuación se analiza la precisión de las medidas VaR de las cuatro carteras consideradas a un horizonte de 10 días, según el modelo multifactorial que se ha utilizado para su construcción:

a) Nelson y Siegel

Para casi todas las carteras consideradas y para casi todas las medidas de volatilidad utilizadas, las estimaciones VaR(5%) a un horizonte de 10 días, son bastante imprecisas. Sin embargo, a un nivel de confianza del 1% las estimaciones del VaR mejoran de forma notable.

A este nivel de confianza la hipótesis nula de que el número o el porcentaje de excepciones es similar a su nivel teórico no se rechaza en casi ninguna de las carteras consideradas (ver Tablas 6 y 7). Este resultado es independiente de la medida de volatilidad utilizada para estimar la varianza de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (ver Tabla 8). Este resultado es análogo al presentado en el análisis de las medidas VaR a horizonte un día.

[Insertar Tabla 6]

[Insertar Tabla 7]

[Insertar Tabla 8]

b) Regresión

Independientemente de las carteras consideras y de las medidas de volatilidad empleadas para estimar la varianza de los factores del modelo de regresión, las estimaciones VaR(5%) a un horizonte de 10 días son generalmente imprecisas. La hipótesis de que el número de excepciones es similar a su nivel teórico se rechaza en un 80% de los casos (ver tablas 6). Obviamente, se encuentran resultados similares al contrastar si el porcentaje de excepciones es similar a su nivel teórico (ver tabla 7).

A un nivel de confianza del 1% los resultados obtenidos dependen de la medida de volatilidad empleada para estimar la varianza condicional de los factores del modelo de regresión, aunque en cualquiera de los casos son más precisas que las medidas VaR(5%). Cuando para estimar la varianza de esos factores utilizamos una medida EWMA, las estimaciones VaR(1%) son más imprecisas que cuando utilizamos una medida EXWMA o la medida GARCH (ver Tablas 6 y 7). En el caso de las medidas EXWMA la hipótesis de que el número y/o porcentaje de excepciones es similar a su nivel teórico se rechaza solo en un 25% de los casos. En el caso de la medida GARCH dicha hipótesis no se rechaza nunca (ver tabla 8). Finalmente, tiene interés indicar que las carteras de largo plazo tienen medidas VaR(1%) menos que precisas que las carteras a medio plazo.

c) Componentes principales

Las estimaciones VaR(5%) a un horizonte de 10 días son bastante imprecisas en las carteras a largo plazo, es decir, aquellas constituidas por bonos a 10 y 15 años. En estas carteras la hipótesis nula de que el número o porcentaje de excepciones es similar a su nivel teórico se rechaza siempre, siendo las estimaciones VaR(5%) de los bonos a medio plazo (3 y

5 años) más precisas. En estas carteras a medio plazo, la hipótesis de que el número de excepciones o su porcentaje es similar a su nivel teórico no se rechaza nunca en el caso de las medidas EXWMA o EWMA (ver Tablas 6 y 7).

Por su parte, las estimaciones VaR(1%) obtenidas con el modelo de componentes principales a un horizonte de 10 días son en general bastante precisas, sobretodo aquellas que utilizan medidas EXWMA o el modelo GARCH. Con estas medidas, el número y el porcentaje de excepciones es siempre estadísticamente similar a su nivel teórico.

d) Cartografía

Con el sistema de mapping o cartografía, las estimaciones VaR(5%) a un horizonte de 10 días son en general bastante precisas (ver tabla 6). La hipótesis nula de que el número de excepciones coincide con su nivel teórico se rechaza solo en el 38% de las carteras consideradas. Distinguiendo según las medidas de volatilidad, el mayor porcentaje de rechazos lo genera la medida EXWM94 (75%). Resultados similares encontramos cuando contrastamos si el porcentaje de excepciones coincide con su nivel teórico.

Por otra parte, las medidas VaR(1%) son más precisas que las medidas VaR(5%). Además, a nivel de confianza del 1%, la precisión depende más de la medida de volatilidad empleada para estimar la varianza de los factores. Así, las medidas EWMA generan estimaciones VaR(1%) más imprecisas que las medidas EXWMA (ver tablas 6 y 7). En el caso de estas últimas medidas, la hipótesis nula que dice que el número de excepciones es similar a su nivel teórico no se rechaza en ninguna de las carteras consideradas. El mismo resultado observamos cuando contrastamos si el porcentaje de excepciones coincide con su nivel teórico.

e) Ranking en función de la precisión de las medidas VaR a horizonte de 10 días

En esta sección se extraen las principales conclusiones obtenidas en este subapartado con el fin de determinar: (1) que modelo multifactorial de la estructura temporal genera medidas VaR más precisas a un horizonte de 10 días, (2) que medida de volatilidad genera mejores estimaciones del VaR a 10 días.

Respecto a los modelos multifactoriales empíricos, las estimaciones VaR(5%) son en general bastante más imprecisas que las medidas VaR(1%). Solo el sistema de mapping o cartografía genera estimaciones VaR(5%) satisfactorias. Estos resultados son independientes de la medida de volatilidad empleada para estimar la varianza de los factores. Análogo resultado se observó en la evaluación de las medidas VaR a un día. No obstante, en términos comparativos cabe decir que con este modelo de cartografía las estimaciones VaR(5%) a horizonte de 1 día eran más precisas que las obtenidas a horizonte de 10 días.

Por otra parte, a un nivel de confianza del 1%, encontramos que para todas las medidas de volatilidad empleadas el modelo que genera mejores estimaciones del VaR es el modelo de Nelson y Siegel. Le siguen de cerca el sistema de mapping o cartografía y el modelo de componentes principales. A este nivel de confianza solo el modelo de regresión genera estimaciones imprecisas del VaR. A este nivel de confianza también se observan análogos resultados que los presentados para las medidas VaR a un día.

Respecto a las medidas de volatilidad, a un nivel de confianza del 5% y un horizonte de estimación de 10 días no encontramos una medida de volatilidad que sistemáticamente ofrezca mejores estimaciones del VaR. Sin embargo, en el extremo inferior del ranking está claramente la medida GARCH, que proporciona estimaciones imprecisas del VaR para todos los modelos. Por otra parte, a un nivel de confianza del 1% las medidas de volatilidad que generan mejores estimaciones VaR son, por este orden, las medidas EXWMA seguidas del modelo GARCH y, finalmente, las medidas EWMA que generan estimaciones algo menos precisas.

6. Conclusiones

En este trabajo evaluamos y comparamos la utilidad de diversos modelos empíricos multifactoriales para calcular el VaR en carteras de renta fija. La comparativa se ha realizado para los siguientes modelos de factores: (1) de regresión, (2) de componentes principales, (3) modelos paramétricos exponenciales (el modelo Nelson y Siegel) y (4) el sistema de mapping o cartografía de Riskmetrics.

Para calcular el VaR se ha utilizado el enfoque de varianzas y covarianzas. Partiendo de un modelo de factores de la ETTI, la varianza de una cartera de renta fija, se puede obtener como una combinación lineal de la matriz de varianzas y covarianzas de los factores explicativos de la ETTI. Para estimar dicha matriz se han utilizado tres tipos de medidas de volatilidad: medias móviles exponenciales, medias móviles equiponderadas y modelos

GARCH. En consecuencia, este trabajo presenta una doble aportación. Por un lado se compara la habilidad de los modelos de factores de cara al cálculo del VaR. Por otro lado, se evalúa, si independientemente del modelo utilizado para explicar la ETTI, una medida de volatilidad proporciona medidas VaR más satisfactorias que el resto. La comparativa se ha realizado en un horizonte de 1 día y de 10 días, que son los horizontes utilizados por los bancos y las empresas financieras para conocer su exposición al riesgo de mercado.

La evidencia presentada señala que, en línea con otros trabajos de la literatura, las medidas VaR son muy sensibles a la medida de volatilidad utilizada, a los parámetros seleccionados para la estimación de la misma y al modelo multifactorial utilizado para explicar la ETTI. Junto con estas variables, el nivel de confianza y el horizonte para el cual se calcula el VaR son también determinantes. Pese a ello, encontramos algunos resultados que se observan con cierta regularidad permitiendo extraer algunas conclusiones interesantes que exponemos a continuación.

Para todos los modelos considerados, con la excepción del sistema de cartografía, y para casi todas las medidas de volatilidad analizadas, las estimaciones VaR a un nivel de confianza del 5% independientemente del horizonte son muy poco precisas. Sólo el sistema de cartografía genera estimaciones satisfactorias del VaR(5%).

Por otra parte, las estimaciones VaR(1%) a horizonte un día son también bastante imprecisas. A este nivel de confianza, solo el modelo de Nelson y Siegel genera estimaciones aceptables del VaR. Por el contrario, a horizonte de 10 días los resultados apuntan en sentido contrario. Las medidas VaR(1%) a horizonte de 10 días, para tres de los cuatro modelos empleados para resumir la ETTI y para tres de las cinco medidas de volatilidad utilizadas para estimar la varianza de los factores, son bastante precisas. Los modelos que generan estimaciones precisas del VaR al 1% son el modelo de Nelson y Siegel, el sistema de mapping o cartografía y el modelo de componentes principales. Mientras que las medias de volatilidad que ofrecen resultados satisfactorios son la medida EXMA94, EXMA97 y la medida GARCH.

Por tanto, dejando al margen los modelos mencionados, las estimaciones VaR obtenidas con los modelos multifactoriales de la ETTI no gozan en general de elevada precisión. La razón subyacente puede deberse al enfoque de varianzas-covarianzas utilizado como método para estimar el VaR. El hecho de que los cambios en los tipos de interés violen el supuesto de normalidad subyacente al método de varianzas-covarianzas podría justificar que las estimaciones del VaR obtenidas mediante este procedimiento sean imprecisas. Sin embargo, sorprenden los buenos resultados obtenidos por el sistema de cartografía a un nivel de confianza del 5% y los cosechados por el modelo de Nelson y Siegel al 1% de confianza. De hecho, el modelo de Nelson y Siegel es el modelo multifactorial que peores resultados presenta en términos del ajuste de los tipos de interés que forman la estructura temporal. En esta misma línea, surge la cuestión de si los resultados obtenidos por el modelo de regresión, que son bastante pobres, se deben exclusivamente al método de varianzas-covarianzas utilizado para calcular el VaR o radica en la naturaleza de este modelo. Aunque éste explica muy bien los cambios en los tipos de interés y reproduce de forma casi perfecta su estructura de probabilidad, podría estar teniendo dificultades para reproducir la estructura temporal de volatilidades, lo que justificaría los pobres resultados obtenidos en términos del VaR cuya estimación depende estrechamente de la volatilidad. Por otra parte, el hecho de que las estimaciones VaR con este modelo sean dispares, en el sentido de que para algunas carteras sean precisas siendo imprecisas para las otras (generalmente funciona bien en el 50% de las carteras consideradas) podría estar sugiriendo que el número de variables incluidas es insuficiente para estimar adecuadamente el riesgo de la ETTI en todos sus tramos. Todas estas cuestiones serán objeto de futuras investigaciones.

Por último, en relación a las medidas de volatilidad empleadas para estimar la varianza de los factores, encontramos que a un nivel de confianza del 5% no se observa ninguna medida de volatilidad que proporcione sistemáticamente medidas VaR más precisas. No obstante, la medida que en términos medios proporciona estimaciones satisfactorias del VaR(5%) es la medida EWMA75. A un nivel de confianza del 1% tampoco se observa una medida de volatilidad que genere estimaciones del VaR sistemáticamente mejores en todos los modelos. No obstante se observa que la medida GARCH suele generar buenos resultados en casi todos los modelos, lo mismo que con las medidas EXWMA. A este nivel de confianza las medidas que ofrecen estimaciones VaR más imprecisas son las EWMA. Estos resultados son independientes del horizonte para el cual se calcula el VaR.

Bibliografía

Abad, P., and S., Benito (2006), “A Parametric Model to Estimate Risk in a Fixed Income Portfolio. An Application to Calculate Value at Risk”, Documento de trabajo FUNCAS, en prensa.

Alexander, C.O. (2001), “Orthogonal GARCH,” Mastering Risk (C.O. Alexander, Ed.) Volume 2. Financial Times – Prentice Hall 21-38.

Babbel, D. (1983), “Duration and the term structure of interest rate voltility”, In G.G. Kaufman, G.O. Bierwag and A. Toevs(ed): Innovations bond portfolio management, JAI press, Greenwich.

Barber, J.R., and M.L., Copper (1996), “Immunization using principal component analysis”, Journal of Portfolio Management, 23-1, 99-105.

Benito S. (2004), “Análisis factorial del mercado español de deuda pública”. Documento de Trabajo 0401, Departamento de Análisis Económico II, UNED.

Bierwag, G.O., and G.G., Kaufman (1977), “Coping with the risk of the interest rate fluctuations a note”, Journal of Business, vol, 50- 3, 364-370.

Bierwag, G.O. (1977), “Immunization, duration, and the term structure of interest rate”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 12, 725-742.

Chambers, D.R., and W.T., Carleton (1988), “A generalized approach to duration”. In A.H. Chen (ed): Research in Finance, vol.7, JAI Press, Greenwich.

Chambers, D.R., W.T., Carleton and R.W., McEnally (1988), “Immunization default-free bond portfolios with a duration vector”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 23- 1, 89-104.

Darbha, G. (2001), "Value at Risk for Fixed Income Portfolios. A Comparison of Alternative Models", Mimeo, National Stock Change, Mumbai, India.

Elton, E.J., M.J. Gruber and R., Michaely (1990), "The structure of spot rate and immunization", Journal of Finance, vol, 45-2, 629-642.

Gómez I. (1999), "Aproximación al riesgo de precio de un activo de renta fija a través de un modelo de duración multifactorial paramétrico". VII Foro de Finanzas, Valencia.

Granger, C.W.J., White, H. and Kamstra, M. (1989), "Interval forecasting an analysis based upon ARCH-quantile estimators", Journal of Econometrics, 82, 235-287.

Jorion, P. (1997) Value at Risk, Burr Ridge, IL: Irwine.

Morgan, J.P. (1995), RiskMetrics Technical Document, 3d ed. New York.

Khang C. (1979), "Bond immunization whem short-term rate fluctuate more than long returns rates", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13, 1085-1090.

Kupiec, P. (1995), "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models", Journal of Derivatives, 2, 73-84.

Litterman, R. y Scheinkman, J., (1991), "Common factor affecting bond returns", Journal of Fixed Income, 1, 54-61.

Navarro, E. y Nave, J.M., (1997), "Modelo de duración bifactorial para la gestión del riesgo del tipo de interés", Investigaciones Económicas, 21, 55-74.

Navarro, E. y Nave, J.M, (2001), "The structure of spot rates and immunization: some further results". Spanish Economic Review, 3, 273-294.

Nelson, C.R. and Siegel, A.F. (1987), "Parsimonious modelling of yield curves", Journal of Business, 60 (4), 473-489.

Soto, G. M., (2001), “Modelos de inmunización de carteras de renta fija”. Revista de Economía Aplicada, 9, 57-93.

Table1. Statistics descriptive of the errors of interest rate change

	Regression	***Principal Component***	***Nelson and Siegel***
1 year interest rate (sample mean: 2.92)			
MAE	*2.19*	*0.60*	***0.37***
RMSE	*3.42*	***1.02***	*1.51*
U-Theil	*0.79*	***0.23***	*0.35*
3 year interest rate (sample mean: 3.50)			
MAE	*1.63*	***0.35***	*1.04*
RMSE	*1.17*	***0.58***	*5.88*
U-Theil	*0.20*	***0.11***	*1.15*
5 year interest rate (sample mean: 3.28)			
MAE	*0.46*	***0.07***	*1.12*
RMSE	*0.71*	***0.12***	*6.27*
U-Theil	*0.16*	***0.03***	*1.40*
10 year interest rate (sample mean: 2.72)			
MAE	*0.32*	***0.12***	*0.71*
RMSE	*0.51*	***0.20***	*4.03*
U-Theil	*0.14*	***0.06***	*1.11*
15 year interest rate (sample mean: 3.47)			
MAE	*0.41*	***0.24***	*0.49*
RMSE	*0.68*	***0.40***	*2.76*
U-Theil	*0.13*	***0.08***	*0.54*

Note: Sample period 1/2/2001 to 12/30/2004. MAE is the mean absolute values errors. RMSE denotes the Root Mean Square Error, while U-Theil denotes Theil´s statistic. Boldface figures denote cases when the models forecast better than the others.

Table 2. Statistics descriptive of the distribution of probability of interest rate changes

					Percentils				
	Mean	***Std. Dev.***	***Skewness***	***Kurtosis***	***p(5)***	***p(10)***	***p(50)***	***p(90)***	***p(95)***
1 year interest rate									
Interest rate changes	*-0.2*	*4.3*	*0.8*	*14.7*	*-6.2*	*-4.4*	*-0.4*	*4.2*	*5.7*
Interest rate changes estimated by									
Regression	-0.1	2.7	0.6	1.3	-4.0	-3.3	-0.4	3.2	4.3
Principal components	-0.2	4.2	0.9	14.9	-5.8	-4.4	-0.3	4.3	5.7
Nelson y Siegel	-0.1	4.5	0.7	14.9	-6.1	-4.3	-0.3	4.4	6.0
3 year interest rate									
Interest rate changes	*-0.2*	*5.1*	*0.6*	*19.3*	*-6.8*	*-5.4*	*-0.5*	*5.3*	*7.3*
Interest rate changes estimated by									
Regression	-0.2	5.0	0.4	12.7	-7.1	-5.6	-0.5	5.3	7.2
Principal components	-0.2	5.1	0.7	16.1	-7.0	-5.5	-0.4	5.3	7.4
Nelson y Siegel	-1.2	7.7	-6.0	72.3	-8.0	-6.2	-0.8	4.6	6.6
5 year interest rate									
Interest rate changes	*-0.2*	*4.5*	*0.3*	*6.0*	*-6.7*	*-5.2*	*-0.4*	*4.9*	*7.0*
Interest rate changes estimated by									
Regression	-0.2	4.4	0.4	9.4	-6.4	-5.1	-0.5	4.7	6.6
Principal components	-0.2	4.5	0.3	6.2	-6.7	-5.2	-0.5	4.9	7.1
Nelson y Siegel	-1.2	7.6	-7.1	95.4	-8.1	-6.1	-0.9	4.4	6.3
10 year interest rate									
Interest rate changes	*-0.1*	*3.6*	*0.5*	*2.8*	*-5.2*	*-4.3*	*-0.4*	*4.3*	*5.9*
Interest rate changes estimated by									
Regression	-0.1	3.6	0.5	2.4	-5.3	-4.4	-0.3	4.2	5.9
Principal components	-0.1	3.6	0.5	2.5	-5.2	-4.4	-0.4	4.3	5.9
Nelson y Siegel	-0.7	5.3	-3.7	36.6	-6.5	-4.9	-0.5	4.2	5.6
15 year interest rate									
Interest rate changes	*-0.1*	*5.1*	*0.3*	*14.1*	*-7.1*	*-5.3*	*-0.2*	*5.1*	*7.2*
Interest rate changes estimated by									
Regression	-0.1	5.0	0.3	18.2	-6.9	-5.3	-0.3	5.0	7.4
Principal components	-0.1	5.1	0.3	17.3	-6.8	-5.2	-0.3	5.1	7.2
Nelson y Siegel	-0.5	5.7	-0.8	19.4	-7.8	-5.7	-0.4	4.8	6.8

Note: Sample period 1/2/2001 to 12/30/2004. All statistics are expressed in basic points.

Table 3. The one-day horizon VaR. Testin the Level.

	Mapping				Regression				Principal components				Nelson y Siegel			
	3-year	5-year	10-year	15-year	3-year	5-year	10-year	15-year	3-year	5-year	10-year	15-year	3-year	5-year	10-year	15-year
	Panel A: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 150 data															
VaR (1%)	20*	21*	19*	18*	18*	20*	6	2*	19*	19*	10	5	13	9	7	11
VaR (5%)	40	46	47	38	40	37	13*	12*	38	40	33	19*	28*	18*	17*	28*
	Panel B: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 75 data															
VaR (1%)	18*	19*	20*	18*	18*	17*	3	3	17*	20*	11	7	17*	20*	11	7
VaR (5%)	43	42	47	48	41	41	15*	14*	41	41	31	18*	41	41	31	18*
	Panel C: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.94 and N=74															
VaR (1%)	14	14	11	11	13	13	1*	1*	15	17*	7	2*	13	14	6	9
VaR (5%)	44	46	49	44	41	39	15*	8*	43	42	27*	13*	34	30*	26*	40
	Panel D: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.97 and N=74															
VaR (1%)	16*	18*	14	15	17*	17*	2*	1*	17*	18*	7	4	14	10	6	8
VaR (5%)	39	43	45	44	38	37	14*	9*	41	39	30*	15*	34	24*	20*	34
	Panel E: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH)															
VaR (1%)	--	--	--	--	16*	15	2*	4	17*	17*	13	6	12	10	5	8
VaR (5%)	--	--	--	--	39	35	10*	7*	37	35	36	17*	34	19*	19*	26*

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/30/2004. Confidence intervals derived from the number of exceptions for VaR (x%) follows the binomial distribution (869, x%): (3, 15) and (31, 56) for x=1% y 5%. An * indicates the cases in which the number of exceptions is out of the confidence interval, so that, we obtain evidence to reject the null hypothesis at the 5% level of significance.

Table 4. Percentage of exceptions for the one-day horizon VaR. Back-testing Criterion

	Mapping				Regression				Principal components				Nelson y Siegel			
	3-year	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**
	Panel A: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 150 data															
VaR (1%):	2.30% *	2.42% *	2.19% *	2.07% *	2.07%*	2.30%*	0.69%	0.23%*	2.19% *	2.19% *	1.15%	0.58%	1.50%	1.04%	0.81%	1.27%
Z statistic	3.86	4.2	3.52	3.17	3.17	3.86	-0.92	-2.28	3.52	3.52	0.45	-1.26	1.47	0.11	-0.58	0.79
VaR (5%):	4.60%	5.29%	5.41%	4.37%	4.60%	4.26%	1.50%*	1.38%*	4.37%	4.60%	3.80%	2.19% *	3.22% *	2.07% *	1.96% *	3.22% *
Z statistic	-0.54	0.4	0.55	-0.85	-0.54	-1.01	-4.74	-4.9	-0.85	-0.54	-1.63	-3.81	-2.4	-3.96	-4.12	-2.4
	Panel B: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 75 data															
VaR (1%):	2.07% *	2.19% *	2.30% *	2.07% *	2.07%*	1.96%*	0.35%	0.35%	1.96% *	2.30% *	1.27%	0.81%	1.96% *	2.30% *	1.27%	0.81%
Z statistic	3.17	3.52	3.86	3.17	3.17	2.83	-1.94	-1.94	2.83	3.86	0.79	-0.58	2.83	3.86	0.79	-0.58
VaR (5%):	4.95%	4.83%	5.41%	5.52%	4.72%	4.72%	1.73%*	1.61*%	4.72%	4.72%	3.57%	2.07% *	4.72%	4.72%	3.57%	2.07% *
Z statistic	-0.07	-0.23	0.55	0.71	-0.38	-0.38	-4.43	-4.58	-0.38	-0.38	-1.94	-3.96	-0.38	-0.38	-1.94	-3.96
	Panel C: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.94 and N=74															
VaR (1%):	1.61%	1.61%	1.27%	1.27%	1.50%	1.50%	0.12%*	0.12%*	1.73% *	1.96% *	0.81%	0.23% *	1.50%	1.61%	0.69%	1.04%
Z statistic	1.81	1.81	0.79	0.79	1.47	1.47	-2.62	-2.62	2.15	2.83	-0.58	-2.28	1.47	1.81	-0.92	0.11
VaR (5%):	5.06%	5.29%	5.64%	5.06%	4.72%	4.29%	1.73%*	0.92%*	4.95%	4.83%	3.11% *	1.50% *	3.91%	3.45% *	2.99% *	4.60%
Z statistic	0.09	0.4	0.86	0.09	-0.38	-0.69	-4.43	-5.52	-0.07	-0.23	-2.56	-4.74	-1.47	-2.09	-2.72	-0.54
	Panel D: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.97 and N=74															
VaR (1%):	1.84% *	2.07% *	1.61%	1.73% *	1.96%*	1.96%*	0.23%*	0.12%*	1.96% *	2.07% *	0.81%	0.46%	1.61%	1.15%	0.69%	0.92%
Z statistic	2.49	3.17	1.81	2.15	2.83	2.83	-2.28	-2.62	2.83	3.17	-0.58	-1.6	1.81	0.45	-0.92	-0.24
VaR (5%):	4.49%	4.95%	5.18%	5.06%	4.37%	4.26%	1.61%*	1.04%*	4.72%	4.49%	3.45% *	1.73% *	3.91%	2.76% *	2.30% *	3.91%
Z statistic	-0.69	-0.07	0.24	0.09	-0.85	-1.01	-4.58	-5.36	-0.38	-0.69	-2.09	-4.43	-1.47	-3.03	-3.65	-1.47
	Panel E: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH)															
VaR (1%):	--	--	--	--	1.84%*	1.73%*	0.23%*	0.46%	1.96% *	1.96% *	1.50%	0.69%	1.38%	1.15%	0.58%	0.92%
Z statistic					2.49	2.15	-2.28	-1.6	2.83	2.83	1.47	-0.92	1.13	0.45	-1.26	-0.24
VaR (5%):	--	--	--	--	4.49%	4.03%	1.11%*	0.81%*	4.26%	4.03%	4.14%	1.96% *	3.91%	2.19% *	2.19% *	2.99% *
Z statistic					-0.69	-1.32	-5.21	-5.67	-1	-1.32	-1.16	-4.12	-1.47	-3.81	-3.81	-2.72

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/30/2004. The most popular back-testing measure for accuracy of the quantile estimator is the percentage of returns falling below the quantile estimate, denoted as $\hat{\alpha} = x/T$, where x is the number of exceptions and T the number of observations. The Z statistic for determining the significance of departure for $\hat{\alpha}$ from $\alpha\%$ is $Z = (T\hat{\alpha} - T\alpha\%)/\sqrt{T\alpha\%(1-\alpha\%)} \xrightarrow{a} N(0,1)$. An * indicates that there is evidence to reject the null hypothesis at the 5% level of significance.

Table 5. The one-day horizon VaR. Percentage of rejection of the null hypothesis: Testing the Level and Back-testing Criterion

	EWMA150		EWMA75		EXWMA94		*EXWMA 97*		GARCH	
	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)
• Mapping										
- Test consistency level	100%	0%	100%	0%	0%	0%	50%	0%	--	--
- Back-testing Criterion	100%	0%	100%	0%	0%	0%	75%	0%	--	--
• Regression										
- Test consistency level	75%	50%	50%	50%	50%	50%	100%	50%	50%	50%
- Back-testing Criterion	75%	50%	50%	50%	50%	50%	100%	50%	75%	50%
• Principal Components										
- Test consistency level	50%	25%	50%	25%	50%	50%	50%	50%	50%	25%
- Back-testing Criterion	50%	25%	50%	25%	75%	50%	50%	50%	50%	25%
• Nelson and Siegel										
- Test consistency level	0%	100%	50%	25%	0%	50%	0%	50%	0%	75%
- Back-testing Criterion	0%	100%	50%	25%	0%	50%	0%	50%	0%	75%

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/30/2004. Percentage of portfolios with rejection of the null hipótesis in the test. Testing the Level and Back-testing Criterion at 5% confidence level. Equally Weighted Moving Average with a rolling window of 150 data (EWMA150), Equally Weighted Moving Average with a rolling window of 75 data (EWMA75), Exponentially Weighted Moving Average with λ=0.94 and N=74 (EXWMA94), Exponentially Weighted Moving Average with λ=0.97 and N=151 (EXWMA97) y Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH). See notes in Tables 3 y 4.

***Table 6.* The 10-day horizon VaR. Testing the Level.**

	Mapping				**Regression**				**Principal components**				**Nelson y Siegel**			
	3-year	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**
	Panel A: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 150 data															
VaR (1%)	15	17*	19*	10	15	15	2*	0*	13	16*	11	3	6	5	9	9
VaR (5%)	37	39	42	23*	35	39	15*	5*	36	39	24*	11*	30*	19*	14*	15*
	Panel B: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 75 data															
VaR (1%)	13	15	16*	9	15	15	5	2*	14	15	10	2*	14	15	10	2*
VaR (5%)	34	37	35	20*	32	33	10*	5*	37	36	21*	9*	37	36	21*	9*
	Panel C: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.94 and N=74															
VaR (1%)	9	9	9	4	9	9	3	0*	10	10	6	3	6	6	4	4
VaR (5%)	30*	28*	31	22*	28*	25*	6*	3*	31	33	18*	3*	21*	18*	22*	17*
	Panel D: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.97 and N=74															
VaR (1%)	11	13	14	7	11	12	4	0*	12	13	8	3	4	3	6	5
VaR (5%)	31	32	33	19*	30*	26*	7*	6*	34	32	21*	8*	24*	15*	15*	18*
	Panel E: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH)															
VaR (1%)	--	--	--	--	7	9	5	5	8	10	7	4	7	3	2*	7
VaR (5%)	--	--	--	--	28*	30*	9*	7*	27*	28*	21*	7*	22*	16*	13*	9*

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/31/2004. Confidence intervals derived from the number of exceptions for VaR (x%) follows the binomial distribution (869, x%): (3, 15) and (31, 56) for x=1% y 5%. An * indicates the cases in which the number of exceptions is out of the confidence interval, so that, we obtain evidence to reject the null hypothesis at the 5% level of significance.

Table 7. Percentage of exceptions for the 10-day horizon VaR. Back-testing Criterion

	Mapping				Regression				Principal components				Nelson y Siegel			
	3-year	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**	**3-year**	**5-year**	**10-year**	**15-year**
	Panel A: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 150 data															
VaR (1%):	1.73%*	1.96%*	2.19%*	1.15%	1.73%*	1.73%*	0.23%*	0%*	1.50%	1.84%*	1.27%	0.35%	0.69%	0.58%	1.04%	1.04%
Z statistic	2.15	2.83	3.52	0.45	2.15	2.15	-2.28	-2.96	1.47	2.49	0.79	-1.94	-0.92	-1.26	0.11	0.11
VaR (5%):	4.26%	4.49%	4.83%	2.65%*	4.03%	4.49%	1.73%*	0.58%*	4.14%	4.49%	2.76%*	1.27%*	3.45%*	2.19%*	1.61%*	1.73%*
Z statistic	-1.00	-0.69	-0.23	-3.18	-1.32	-0.69	-4.43	-5.98	-1.16	-0.69	-3.03	-5.05	-2.09	-3.81	-4.58	-4.43
	Panel B: Equally Weighted Moving Average (EWMA) with a rolling window of 75 data															
VaR (1%):	1.50%	1.73%*	1.84%*	1.04%	1.73%*	1.73%*	0.58%*	0.23%	1.61%	1.73%*	1.15%	0.23%*	1.61%	1.73%*	1.15%	0.23%*
Z statistic	1.47	2.15	2.49	0.11	2.15	2.15	-1.26	-2.28	1.81	2.15	0.45	-2.28	1.81	2.15	0.45	-2.28
VaR (5%):	3.91%	4.26%	4.03%	2.30%*	3.68%	3.80%	1.15%*	0.58%*	4.26%	4.14%	2.42%*	1.04%*	4.26%	4.14%	2.42%*	1.04%*
Z statistic	-1.47	-1.00	-1.32	-3.65	-1.78	-1.63	-5.21	-5.98	-1.00	-1.16	-3.49	-5.36	-1.00	-1.16	-3.49	-5.36
	Panel C: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.94 and N=74															
VaR (1%):	1.04%	1.04%	1.04%	0.46%	1.04%	1.04%	0.34%	0%*	1.15%	1.15%	0.69%	0.34%	0.69%	0.69%	0.69%	0.46%
Z statistic	0.11	0.11	0.11	-1.60	0.11	0.11	-1.94	-2.96	0.45	0.45	-0.92	-1.94	-0.92	-0.92	-1.60	-1.60
VaR (5%):	3.45%*	3.22%*	3.57%	2.53%*	3.22%*	2.88%*	0.69%*	0.34%*	3.57%	3.80%	2.07%*	0.35%*	2.42%*	2.07%*	2.53%*	1.96%*
Z statistic	-2.09	-2.40	-1.94	-3.34	-2.40	-2.87	-5.83	-6.30	-1.94	-1.63	-3.96	-6.30	-3.49	-3.96	-3.34	-4.12
	Panel D: Exponentially Weighted Moving Average (EXWMA) with λ=0.97 and N=74															
VaR (1%):	1.27%	1.50%	1.61%	0.81%	1.27%	1.38%	0.46%	0%*	1.38%	1.50%	0.92%	0.35%	0.46%	0.35%	0.69%	0.58%
Z statistic	0.79	1.47	1.81	-0.58	0.79	1.13	-1.60	-2.96	1.13	1.47	-0.24	-1.94	-1.60	-1.94	-0.92	-1.26
VaR (5%):	3.57%	3.68%	3.80%	2.19%*	3.45%*	2.99%*	0.81%*	0.69%*	3.91%	3.68%	2.42%*	0.92%*	2.76%*	1.73%*	1.73%*	2.07%*
Z statistic	-1.94	-1.78	-1.63	-3.81	-2.09	-2.72	-5.67	-5.83	-1.47	-1.78	-3.49	-5.52	-3.03	-4.43	-4.43	-3.96
	Panel E: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH)															
VaR (1%):	--	--	--	--	0.81%	1.04%	0.58%	0.58%	0.92%	1.15%	0.81%	0.46%	0.81%	0.35%	0.23%*	0.81%
Z statistic					-0.58	0.11	-1.26	-1.26	-0.24	0.45	-0.58	-1.60	-0.58	-1.94	-2.28	-0.58
VaR (5%):	--	--	--	--	3.22%*	3.45%*	1.04%*	0.81%*	3.11%*	3.22%*	2.42%*	0.81%*	2.53%*	1.84%*	1.50%*	1.04%*
Z statistic					-2.40	-2.09	-5.36	-5.67	-2.56	-2.40	-3.49	-5.67	-3.34	-4.27	-4.74	-5.36

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/31/2004. The most popular back-testing measure for accuracy of the quantile estimator is the percentage of returns falling below the quantile estimate, denoted as $\hat{\alpha} = x/T$, where x is the number of exceptions and T the number of observations. The Z statistic for determining the significance of departure for $\hat{\alpha}$ from $\alpha\%$ is $Z = (T\hat{\alpha} - T\alpha\%)/\sqrt{T\alpha\%(1-\alpha\%)} \xrightarrow{a} N(0,1)$. An * indicates that there is evidence to reject the null hypothesis at the 5% level of significance.

Table 8. The 10-day horizon VaR. Percentage of rejection of the null hypothesis: Testing the level and Back-testing Criterion

	EWMA150		EWMA75		EXWMA94		*EXWMA 97*		GARCH	
	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)	VaR (1%)	VaR(5%)
• Mapping										
- Test consistency level	50%	25%	25%	25%	0%	75%	0%	25%	--	--
- Back-testing Criterion	75%	25%	50%	25%	0%	75%	0%	25%	--	--
• Regression										
- Test consistency level	50%	50%	25%	50%	25%	100%	25%	100%	0%	100%
- Back-testing Criterion	100%	50%	75%	50%	25%	100%	25%	100%	0%	100%
• Principal Components										
- Test consistency level	25%	50%	25%	50%	0%	50%	0%	50%	0%	100%
- Back-testing Criterion	25%	50%	50%	50%	0%	50%	0%	50%	0%	100%
• Nelson and Siegel										
- Test consistency level	0%	100%	25%	50%	0%	100%	0%	100%	25%	100%
- Back-testing Criterion	0%	100%	50%	50%	0%	100%	0%	100%	25%	100%

Note: Sample period 8/6/2001 to 12/30/2004. Percentage of portfolios with rejection of the null hipótesis in the test.Testing the Level and Back-testing Criterion at 5% confidence level. Equally Weighted Moving Average with a rolling window of 150 data (EWMA150), Equally Weighted Moving Average with a rolling window of 75 data (EWMA75), Exponentially Weighted Moving Average with λ=0.94 and N=74 (EXWMA94), Exponentially Weighted Moving Average with λ=0.97 and N=151 (EXWMA97) y Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH). See notes in Tables 6 y 7.