



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

TESIS DOCTORAL

Nuevas propuestas para determinar la rigidez y resistencia del componente E-stub en uniones tridimensionales

Manuel López López

DEPARTAMENTO DE ENXEÑARÍA INDUSTRIAL II

Año 2012

TESIS DOCTORAL

**Nuevas propuestas para determinar la rigidez y
resistencia del componente E-stub en uniones
tridimensionales**

Manuel López López

Director:

Dr. Alfonso Loureiro Montero

DEPARTAMENTO DE ENXEÑARÍA INDUSTRIAL II

Año 2012

Resumen

Las uniones son una parte fundamental de las estructuras de acero, tanto por influencia en el comportamiento como por el coste de las mismas. Por lo tanto, es fundamental para los diseñadores tener las herramientas para predecir su comportamiento.

Tradicionalmente los diseñadores sólo consideran los comportamientos extremos de las uniones: rígidas o articuladas. Sin embargo son más eficaces cuando se considera un comportamiento semirrígido, que es cuando el momento y el giro relativo entre viga y pilar están relacionados.

Las normativas como el Eurocódigo 3 proporcionan las herramientas para el diseño de las uniones semirrígidas utilizando el método de los componentes. Pero no están cubiertos todos los tipos de unión, por lo que nuevos componentes deben ser desarrollados.

El objeto de esta tesis es desarrollar nuevos componentes para el cálculo de uniones tridimensionales, en las que el eje menor es atornillado a unas chapas adicionales soldadas al pilar. En esta tipología de unión, en el pilar aparece un componente llamado E-stub.

Se ha desarrollado una formulación para la predicción del comportamiento del E-stub, basada en los resultados de ensayos de laboratorio y de un estudio paramétrico realizado mediante modelos de elementos finitos.

Resumo

As unións son unha parte fundamental das estruturas de aceiro, tanto pola influencia no comportamento como polo custo das mesmas. Polo tanto, é fundamental para os deseñadores ter as ferramentas para predicir o seu comportamento.

Tradicionalmente os deseñadores só consideran os comportamentos extremos das unións: ríxidas ou articuladas. Sen embargo son máis eficaces considerando un comportamento semirrígido, que é cando o momento e o xiro relativo entre viga e piaa están relacionados.

As normativas como o Eurocódigo 3 proporcionan as ferramentas para o deseño das unións semirrígidas empregando o método dos compoñentes. Pero non están cubertos todos os tipos de unións, polo que novos compoñentes teñen que ser desenvolvidos.

O obxecto desta tese é desenvolver novos compoñentes para o cálculo de unións tridimensionais, nas que o eixo menor é aparafusado a unhas chapas adicionais soldadas ó piaa. Nesta tipoloxía de unión, no piaa aparece un compoñente chamado E-stub.

Desenrolouse unha formulación para a predición do comportamento do E-stub, baseada nos resultados dos ensaios de laboratorio e nun estudo paramétrico feito mediante modelos de elementos finitos.

Abstract

Connections play a fundamental role in steel structures, which have influence in the behaviour and cost. Because of this, it is essential for designer to have tools to predict their behaviour.

Traditionally, designers only take into account the extreme behaviour of connections: rigid or pinned. However, connections are more effective in a semirigid behaviour, in this case the moment and rotation between beam and column are related.

New codes like Eurocode 3 provide tools to design semirigid connections by the component method. Nevertheless, some connections are not covered, so that new components have to be developed.

The main objective of this thesis is developed new components to calculate three dimensional joints, where the minor axis is bolted to two additional plates welded in the column. In this type of connections a new component appears, the E-stub.

A new formulation has been developed to predict the behaviour of the E-stub, based in the results of tests and a parametric study with finite elements models.

Índice general

Índice general	I
Nomenclatura	IX
Agradecimientos	XV
Introducción	XVII
1. Evolución histórica y estado del arte	1
1.1. Evolución histórica y estado del arte	2
1.2. Bibliografía	7
2. Tipología de uniones semirrígidas	15
2.1. Angular o chapa simple atornillada al alma	16
2.2. Doble angular atornillada al alma	20
2.3. Angular superior y de asiento	20
2.4. Angular superior y de asiento con doble angular de alma	21
2.5. Chapa de testa extendida	21
2.6. Chapa de testa no extendida	21

2.7. Chapa de testa parcial	22
2.8. Uniones T-stub	22
2.9. Bibliografía	23
3. Clasificación de las uniones semirrígidas	25
3.1. Clasificación de las uniones	26
3.2. Clasificación según el Eurocódigo 3	28
3.2.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez .	28
3.2.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia	30
3.2.3. Clasificación de las uniones en función de su capaci- dad rotacional	31
3.3. Clasificación según la EAE	33
3.3.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez .	33
3.3.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia	34
3.3.3. Clasificación de las uniones en función de su capaci- dad rotacional	35
3.4. Bibliografía	36
4. Modelos de predicción del comportamiento	39
4.1. Modelos de predicción de la curva momento rotación	40
4.1.1. Modelos experimentales	40
4.1.2. Modelos empíricos	42
4.1.3. Modelos analíticos	48
4.1.4. Modelos mecánicos	52

4.1.5. Modelos numéricos	53
4.1.6. Modelos informacionales	54
4.2. Representación matemática de la curva momento rotación .	56
4.2.1. Modelo lineal	57
4.2.2. Modelo bilienal	57
4.2.3. Modelo multilineal	57
4.2.4. Modelos no lineales	58
4.2.5. Modelos basados en el ajuste de curva por análisis de regresión	63
4.2.6. Eurocódigo 3	64
4.2.7. Instrucción de Acero Estructural (EAE)	65
4.3. Bibliografía	66
5. Modelos numéricos	73
5.1. Antecedentes	74
5.2. Modelos de elementos finitos	83
5.2.1. Tipo de elemento	84
5.2.2. Forma del elemento	84
5.2.3. Orden del elemento	85
5.2.4. Formulación del elemento	85
5.2.5. Tipo de integración	86
5.3. Modelos de tornillos	87
5.4. Modelo del material	90

5.5. Modelo del contacto	90
5.6. Modelo numérico de un T-stub	92
5.6.1. Modificación de tipo de elemento	94
5.6.2. Modificación del contacto	97
5.6.3. Modificación del tornillo	98
5.6.4. Modificación del material	98
5.7. Bibliografía	100
6. Análisis de la rigidez del T-stub	103
6.1. Descripción de los ensayos	105
6.2. Instrumentación	106
6.2.1. Pórtico simple de tracción	106
6.3. Geometrías ensayadas	110
6.4. Propiedades mecánicas	111
6.5. Desarrollo de los ensayos	113
6.6. Resultados de los ensayos	114
6.7. Modelo de elementos finitos	120
6.8. Calibración del modelo de elementos finitos	124
6.9. Análisis de la rigidez axial	126
6.10. Conclusiones	127
6.11. Bibliografía	127

7. Ensayos del E-stub	129
7.1. Geometrías ensayadas	130
7.2. Instrumentación	131
7.3. Propiedades mecánicas	134
7.4. Desarrollo de los ensayos	137
7.5. Resultados de los ensayos	140
7.6. Bibliografía	146
8. Análisis de la rigidez del E-stub	149
8.1. Modelo de elementos finitos	151
8.2. Calibración del modelo de elementos finitos	153
8.3. Modelo mecánico de un E-stub	153
8.4. Validación del modelo mecánico	163
8.4.1. Rigidez de los especímenes ensayados	165
8.5. Estudio paramétrico	166
8.6. Rigidez con un ancho efectivo simplificado	170
8.7. Bibliografía	170
Anejo 8A. Calibración de parámetros equivalentes de E-stub . . .	173
9. Análisis de la resistencia del E-stub	193
9.1. Modelo de elementos finitos	194
9.2. Modelo mecánico de un E-stub	203
9.3. Validación del modelo mecánico	208

9.3.1. Resistencia de los especímenes ensayados	209
9.4. Estudio paramétrico	210
9.5. Resistencia con un ancho efectivo ponderado	214
9.6. Bibliografía	217
10. Aplicación del método de los componentes con E-stub	219
10.1. Componentes	222
10.1.1. T-stub	222
10.1.2. E-stub	227
10.1.3. Alma del pilar a cortante	230
10.1.4. Alma del pilar a compresión	231
10.1.5. Alma del pilar a tracción	233
10.1.6. Alma de la viga a tracción	234
10.1.7. Ala y alma de la viga a compresión.	234
10.1.8. Tornillos a tracción	235
10.2. Ensamblaje	236
10.2.1. Ensamblaje de la resistencia	236
10.2.2. Ensamblaje de la rigidez	238
10.3. Bibliografía	239
Conclusiones y trabajos futuros	241
Conclusiones	242
Trabajos futuros	244

Índice general VII

Índice de figuras 245

Índice de tablas 254

Referencias 257

Nomenclatura

Letras mayúsculas

A_s	área efectiva del tornillo
$A_{vc,ap}$	área a cortante con chapas adicionales
A_{vc}	área a cortante
B_{Rd}	resistencia axial de los tornillos
E_{ap}	módulo de Young de la chapa adicional
E_c	módulo de Young del pilar
$F_{1,Rd}$	fuerza que genera el momento último en el punto 1
$F_{2,Rd}$	fuerza que genera el momento último en el punto 2
$F_{bfc,Rd}$	resistencia de diseño del ala y alma de la viga a compresión
$F_{bt,Rd}$	resistencia de diseño de los tornillos
$F_{bwt,Rd}$	resistencia de diseño del alma de la viga a tracción
$F_{cfb,Rd}$	resistencia de diseño del alma del pilar a flexión
$F_{cwc,Rd}$	resistencia de diseño del alma del pilar a compresión
$F_{cws,Rd}$	resistencia de diseño del alma del pilar a cortante
$F_{cwt,Rd}$	resistencia de diseño del alma del pilar a tracción
$F_{E,Rd}$	resistencia del E-stub
F_{FEM}	resistencia del modelo de elementos finitos

$F_{T,1,Rd}$	resistencia de diseño de un mecanismo de rotura de tipo 1 de un T-stub atornillado
$F_{T,2,Rd}$	resistencia de diseño de un mecanismo de rotura de tipo 2 de un T-stub atornillado
$F_{T,3,Rd}$	resistencia de diseño de un mecanismo de rotura de tipo 3 de un T-stub atornillado
$F_{T,Rd}$	resistencia de diseño de un T-stub atornillado
$F_{tr,Rd}$	resistencia de la fila de tornillos
I_1	momento de inercia de la viga 1
I_2	momento de inercia de la viga 2
I_{ap}	momento de inercia de la chapa adicional
I_e	momento de inercia de la viga equivalente
I_{fc}	momento de inercia del ala del pilar
K_{E-stub}	rigidez del E-stub
K_{FEM}	rigidez del modelo de elementos finitos
L	longitud de la viga equivalente del E-stub
L_b	longitud de alargamiento de los tornillos
$M_{c,Rd}$	momento resistente de diseño de la sección transversal de la viga
$M_{f,Rd}$	momento último del ala del pilar
$M_{j,Rd}$	momento resistente de la unión
Q	fuerzas de palanca
$S_{j,ini}$	rigidez inicial de la unión
S_j	rigidez de la unión
$V_{cws,Rd}$	resistencia del panel del alma del pilar a cortante
$V_{pl,Rd}$	resistencia plástica a cortante de la viga

$W_{b,pl}$	módulo resistente plástico de la viga
\vec{F}	vector de fuerzas aplicadas sobre un E-stub
\vec{F}_1	vector de fuerzas aplicadas sobre la viga 1
\underline{K}_1	matriz de rigidez de la viga 1
\underline{K}	matriz de rigidez de un E-stub

Letras minúsculas

a	factor de equivalencia entre viga equivalente y pórtico
b	ancho del pilar
b'_{eff}	ancho efectivo según Faella
b_1	ancho equivalente de la viga 1
b_2	ancho equivalente de la viga 2
$b_{eff,bwt}$	ancho efectivo del alma de la viga a tracción
$b_{eff,cwc}$	ancho efectivo de alma del pilar a compresión
$b_{eff,cwt}$	ancho efectivo del alma del pilar a tracción
$b_{eff,i}$	ancho efectivo del modo de rotura i
$b_{eff,p}$	ancho efectivo ponderado
$b_{eff,s}$	ancho efectivo simplificado
b_{eff}	ancho efectivo
b_{fc}	ancho del pilar
d	distancia del eje del tornillo a la cara del alma
d_h	diámetro de la cabeza del tornillo
d_{wc}	altura libre del alma del perfil
d_w	diámetro de la arandela o anchura de la cabeza del tornillo o la tuerca, según corresponda

e	distancia horizontal del taladro al extremo de la chapa
e_w	distancia horizontal al borde
$f_{u,b}$	resistencia última de los tornillos
$f_{y,wb}$	tensión de fluencia del alma de la viga
$f_{y,wc}$	tensión de fluencia del alma del pilar
f_y	tensión de fluencia
g	factor de equivalencia entre pórtico equivalente y pórtico
h	altura del pilar
h_b	canto de la viga
h_r	distancia entre la fila r y el centro de compresiones
$k_{1,2}$	rigidez de la viga 1 y 2
k_b	rigidez del tornillo
$k_{c,fb}$	rigidez del ala del pilar a flexión
$k_{c,wt}$	rigidez del alma del pilar a tracción
$k_{e,ff,r}$	rigidez axial efectiva de la fila de tornillos
k_{eq}	rigidez equivalente de las filas de tornillos
k_e	rigidez de la viga equivalente
$k_{i,r}$	coeficiente de rigidez que representa al componente i de la fila r
k_i	rigidez de un componente básico
k_{wc}	factor de reducción según la tensión longitudinal máxima de compresión
m	distancia entre rótulas
n	distancia entre el eje del tornillo y el borde del ala
r	radio de acuerdo del pilar

s_p	longitud de dispersión a 45°
t_{ap}	espesor de la chapa adicional
t_{bw}	espesor del alma de la viga
t_{fb}	espesor del ala de la viga
t_{fc}	espesor del ala del pilar
t_h	espesor de la cabeza del tornillo
t_n	espesor de la tuerca
t_{ps}	espesor de la placa
t_{wc}	espesor del ala del pilar
t_{wh}	espesor de las arandelas
u_{2y}	desplazamiento en la dirección y del punto 2
u_{4x}	desplazamiento en la dirección x del punto 4
w	distancia entre tornillos
z	brazo de palanca de la unión
z_{eq}	brazo de palanca equivalente

Letras griegas

β	factor de dispersión en el ala
β	parámetro para incluir los esfuerzos internos en el alma
β_{Rd}	parámetro que relaciona la resistencia a flexión de las alas y la axial del tornillo en un T-stub atornillado
Δ	desplazamiento del pórtico
δ	desplazamiento de la viga equivalente
δ	desplazamiento del pórtico equivalente
γ_{M0}	coeficiente de seguridad parcial

γ_{Mb}	coeficiente parcial de seguridad para los tornillos
λ	relación entre n y m
μ	ratio entre la rigidez inicial y la rigidez
ω	factor de reducción para considerar los efectos de cortante
ρ	factor de reducción por pandeo
$\sigma_{com.Ed}$	tensión longitudinal máxima de compresión
θ	ángulo de dispersión
φ_2	giro en el punto 2
φ_3	giro en el punto 3
$\vec{\delta}_1$	vector de desplazamientos locales de la viga 1
$\vec{\delta}$	vector de desplazamientos de un E-stub

Agradecimientos

Con estas palabras me gustaría agradecer a todas las personas que durante estos años se han preocupado por el devenir de este trabajo, por su apoyo, ánimo, consejos, sacrificios,...

También me gustaría nombrar especialmente al director de esta tesis, el doctor Alfonso Loureiro por su apoyo y buenos consejos sin los cuales hubiera sido imposible acabar este trabajo. No puedo olvidarme de Ruth Gutiérrez, José Manuel Reinoso y Alicia Moreno que siempre han encontrado un hueco para ayudarme y resolver mis dudas.

A todos... gracias.

Introducción

En el diseño de estructuras metálicas, las uniones juegan un papel fundamental, tanto por su importancia en el comportamiento global de la estructura como en el tiempo empleado en su diseño y cálculo. Por este último motivo los diseñadores suelen considerar los comportamientos extremos de las mismas, es decir, rígidas o articuladas, a pesar de que el comportamiento más eficaz sería considerarlas semirrígidas.

El concepto y las ventajas del comportamiento semirrígido son ampliamente conocidos, ya desde principios del siglo pasado. Pero su implantación en el día a día de la mayoría de los calculistas de estructuras no se ha conseguido todavía, a pesar de que las modernas normativas como el Eurocódigo y la EAE las incluyen y desarrollan ampliamente.

El método más avanzado para el análisis de uniones semirrígidas es el método de los componentes, que es utilizado por normativas actuales gracias a las aportaciones de numerosos autores. La versatilidad de este método permite el cálculo de diferentes tipos de uniones. Pero a pesar de estar ampliamente desarrollado, todavía necesita nuevos aportes para el cálculo de nuevos tipos de uniones bidimensionales y tridimensionales que son demandados por los ingenieros para el desarrollo de su trabajo diario.

Por lo tanto esta tesis nace con el objetivo de realizar nuevos aportes al método de los componentes en uniones atornilladas y se desarrollará a lo largo de 10 capítulos.

En el capítulo 1 se hace un repaso del estado del arte en uniones semirrígidas desde los primeros trabajos en 1917 hasta estos últimos años, prestando especial interés a las uniones atornilladas viga pilar.

En el capítulo 2 se analizan las tipologías más comunes de uniones semirrígidas atornilladas viga pilar y el comportamiento de las mismas en función de la curva momento rotación.

El capítulo 3 analiza la clasificación de las uniones en las normativas actuales según su comportamiento como forma de facilitar el diseño y uso de las mismas. Estas clasificaciones atienden a criterios de rigidez, resistencia y capacidad rotacional.

El capítulo 4 estudia los diferentes modelos de comportamiento de la uniones y los modelos matemáticos más utilizados para la representación de la curva momento rotación. Estos son los pasos básicos para la predicción del comportamiento de una unión.

Para el estudio de uniones uno de los métodos más veraz y útil son los modelos de elementos finitos, que con los avances de los últimos años hace que estén al alcance de la mayoría de investigadores y calculistas. En el capítulo 5 se analizarán los modelos utilizados por diferentes autores y se evalúan las opciones de modelización en el análisis de componentes de uniones con el software comercial Abaqus.

El capítulo 6 estudia la rigidez del T-stub, que es uno de los componentes más importantes en las uniones semirrígidas por su influencia en rigidez y resistencia de la unión. Para este estudio se han realizado una campaña experimental, para la cual previamente se ha diseñado un pórtico de ensayo. Posteriormente, se desarrolla un modelo de elementos finitos del componente para la evaluación de la rigidez. También se evaluó la rigidez con las formulaciones propuestas por el Eurocódigo 3 y por Faella estudiando el error de cada una de ellas.

Los tres capítulos siguientes se dedican al estudio de uniones tridimensionales, concretamente uniones en las que el eje menor se liga al pilar a través de una chapa adicional soldada entre las alas del pilar. Con esta configuración, en el pilar aparece un nuevo componente que se llamará E-stub y no está correctamente cubierto por la normativa ni por los estudios realizados hasta el momento.

El capítulo 7 recoge los resultados experimentales de 6 ensayos de E-stub.

Los principales resultados son las curvas de comportamiento fuerza desplazamiento de las que se obtiene la rigidez y resistencia y las curvas fuerza deformación de las galgas, que dan información sobre la secuencia de plastificación.

El capítulo 8 estudia la rigidez del E-stub por medio de los ensayos realizados en el capítulo anterior proponiendo una formulación para la evaluación de la misma. Esta formulación es verificada mediante un análisis paramétrico llevado a cabo con modelos de elementos finitos, que también han sido desarrollados y calibrados en este capítulo.

El capítulo 9 estudia el otro parámetro fundamental para la modelización del E-stub que es la resistencia. Se desarrolla una formulación para la misma y se evalúa mediante un estudio paramétrico con los modelos de elementos finitos desarrollados en el capítulo anterior.

Finalmente, el capítulo 10 recoge las formulaciones propuestas en este trabajo y por otros autores para las uniones de chapa de testa extendida con y sin chapas adicionales en el pilar, actuando como rigidizadores en uniones bidimensionales o como chapa de unión en las uniones tridimensionales. Por lo tanto, en este capítulo se encontrarán todos los componentes necesarios para la predicción del comportamiento de este tipo de unión mediante el método de los componentes.

Capítulo 1

Evolución histórica y estado del arte

1.1. Evolución histórica y estado del arte	2
1.2. Bibliografía	7

1.1. Evolución histórica y estado del arte

Los primeros estudios de uniones semirrígidas fueron llevados a cabo por Moore y Wilson (1917) donde estudiaron la rigidez de uniones roblonadas de acero. Pero hasta los años 30 no se estudió la relación entre momento y rotación de las uniones semirrígidas y su comportamiento en la estructura. Estos trabajos los llevaron a cabo investigadores Británicos con las publicaciones de los primeros informes del *Steel Structures Research Committee* en Londres (Steel Structures Research Committee, 1931, 1934, 1936), Canadienses (Young y Jackson, 1934) y de USA (Rathbun, 1936).

En esa misma década se publica un método gráfico (Rowan y Batho, 1934) con el nombre de *beam-line* que permite obtener las restricciones generadas en los extremos de las barras, para lo cual era necesario conocer la curva momento rotación de cada unión.

Los canadienses Young y Jackson (1934) estudiaron, la capacidad rotacional y restricciones en los apoyos para reducir el momento en la viga debido a cargas gravitatorias y la capacidad de resistir deformaciones horizontales provocadas por cargas horizontales o de viento.

En esta década también se aplicó por primera vez el método conocido como pendiente desplazamiento y los métodos de distribución de momentos para el análisis de uniones semirrígidas, donde Baker (1931 y 1934) y Rathbun (1936) los aplicaron independientemente (ref. por Li *et al.* (1995)).

En Steel Structures Research Committee (1934) ya se publican los primeros estudios de las ventajas económicas de las uniones semirrígidas que podían suponer un ahorro del 20 por ciento en el diseño de las vigas, según recoge Jones *et al.* (1983).

Los autores Batho y Bateman (1934) sugieren la sustitución de los remaches por tornillos de alta resistencia. Buscaban que la tensión de fluencia fuera al menos 54ksi (372 MPa) para poder pretensar y evitar el deslizamiento de las piezas conectadas.

Wilson y Thomas (1938) realizaron estudios sobre fatiga en uniones remachadas e indicando también la posibilidad de utilizar uniones atornilladas.

Mostraron también, que uniones pretensadas de alta resistencia tenían al menos una vida a fatiga tan buena como las remachadas.

Durante los años 40 se realizaron trabajos experimentales para obtener datos de comportamiento de las uniones remachadas y soldadas. Una notable investigación fue la llevada a cabo por Hechtman y Johnston (1947) donde estudiaron el comportamiento de 47 uniones remachadas.

En 1947 se crea la *Research Council on Riveted and Bolted Structural Joints* (RCRBSJ), que actualmente se denomina *Research Council on Structural Connections* (RCSC) en USA. El RCRBSJ reunía organismos gubernamentales, universidades, institutos de investigación y sector industrial con la finalidad de apoyar y financiar estudios sobre el comportamiento estructural de las uniones remachadas y atornilladas. Esta organización publica su primer documento con especificaciones de uniones en 1951 (*Research Council on Riveted and Bolted Structural Joints of the Engineering Foundation, 1951*).

Hasta los años 50 numerosos autores hicieron contribuciones en la aplicación de métodos de análisis con uniones con nudos semirrígidos (Sourochnikoff, 1950; Johnston y Mount, 1942; Baker y Williams, 1936; Stewart, 1949)

A finales de la década de los 50 Bell *et al.* (1958) realizan varios ensayos de uniones viga columna con angulares empleando tornillos de alta resistencia.

En los años 60 los métodos de análisis matricial se extendieron gracias a la popularización de los ordenadores. Monforton y Wu (1963) fueron los primeros en incorporar los efectos de la rigidez de la unión en la matriz de rigidez. Otros procedimientos similares los llevaron a cabo Livesley (1964) y Gere y Weaver (1965) al mismo tiempo. En estos métodos se asume una relación lineal entre $M - \phi$ y el factor de conexión lineal de la unión $Z = \phi/M$ es usado para modificar la matriz de rigidez de las vigas (ref. por Li *et al.* (1995)).

Sherbourne (1961) fue uno de los pioneros en estudiar la uniones con chapa de testa donde estudia la transmisión de esfuerzos de la viga al pilar a

través de una chapa soldada al extremo de la viga y atornillada al ala del pilar.

Posteriormente autores como Lionberger y Weaver (1969) y Suko y Adams (1971) estudiaron el comportamiento dinámico de las uniones. En estos análisis el comportamiento elasto-plástico de la unión fue modelado con muelles. Romstad y Subramanian (1970) también abordaron el problema de la estabilidad de estructuras con uniones semirrígidas utilizando un modelo bilineal de la curva momento rotación. Además, en otras investigaciones realizadas por Lightfoot y Le Messurier (1974) de barras con uniones semirrígidas se incluyen las deformaciones debidas al esfuerzo axial y cortante.

A principios de la década de los 70 se llevaron a cabo los primeros estudios con elementos finitos por Bose *et al.* (1972). Posteriormente Nair *et al.* (1974) lleva a cabo un estudio analítico-experimental sobre el fenómeno de las fuerzas de palanca englobando solicitaciones estáticas y cíclicas para determinar la influencia del efecto palanca mediante la comparación de uniones con perfiles T. En este trabajo realiza un estudio paramétrico de las uniones utilizando un análisis numérico a través de elementos finitos para evaluar la influencia del tipo de tornillo y espesor del ala del perfil T. En esta década Krishnamurthy y Graddy (1976) y Krishnamurthy (1976) realizan diversos trabajos de análisis de uniones por elementos finitos comparando los resultados obtenidos con otros resultados obtenidos mediante ensayos.

Zoetemeijer (1974) presenta un método de diseño para uniones viga columna atornilladas basado en el comportamiento plástico de las alas y tornillos. También realiza una serie de 23 ensayos sin rigidizadores.

En 1978 el ECCS (European Convention for Constructional Steelwork) publicó el *Report 23* como recomendaciones para construcción en acero (ECCS, 1978). Esto sentaba las bases del actual Eurocódigo. Estas bases sustitúan el método de las tensiones admisibles por el método de los estados límites y recomendaba uniones articuladas sin rigidizar (Díaz *et al.*, 2011).

A principios de la década de los 80 Moncarz y Gerstle (1981) proponen una nueva aproximación al análisis de uniones semirrígidas basada en la modificación de la matriz de rigidez. Basándose en los estudios de la ECCS, en 1984 la Comisión de la Comunidad Europea publica la primera ver-

sión del Eurocódigo 3 (Commission of the European Communities, 1984). En este documento las uniones son clasificadas como articuladas, rígidas o flexibles para el análisis elástico lineal y de resistencia completa o parcial para el análisis elasto-plástico sin considerar el uso o la modelización adoptada. Esta norma fue publicada para uso de forma experimental por profesionales, investigadores y organizaciones técnicas. Los comentarios y sugerencias fueron tenidos en cuenta para la elaboración del código final (European Standard, EN). En 1989 este trabajo fue transferido al European Committee for Standardization (CEN).

Jones *et al.* (1983) presentaron una revisión del análisis de uniones semirrígidas y hacen una clasificación de 271 ensayos realizados por otros autores. Posteriormente este trabajo fue ampliado por Nethercot (1985a, 1986), donde se proponen diferentes aproximaciones y avances aplicando la matriz de rigidez.

En 1987 el ECCS crea el grupo de trabajo TWG 8.2 bajo supervisión de Nethercot para estudiar la influencia de las uniones semirrígidas en el comportamiento de la estructura.

A finales de los 80 se propusieron métodos de análisis de uniones basados en la matriz de rigidez con pequeños ordenadores (Lui y Chen, 1987; Goto y Chen, 1987).

A partir de los años 80 se desarrollan varios bancos de datos de ensayos experimentales (Goverdhan, 1983; Nethercot, 1985a; Kishi y Chen, 1986a,b; Weynand *et al.*, 1998) y finalmente la base de datos Sericon II (Cruz *et al.*, 1998).

En la década de los 90 Bursi y Jaspart (1997a,b, 1998) realizan diversas aportaciones referentes al modelado numérico como herramienta para el análisis del comportamiento de uniones atornilladas.

En los trabajos de varios autores (Agerskov (1976); Yee y Melchers (1986); Jaspart (1991); Weynand *et al.* (1995)) se asientan los principios del método de los componentes utilizado en las normativas modernas.

Faella *et al.* (2000) publica una extensa y completa obra donde se tratan las diferentes tipologías de uniones semirrígidas y su comportamiento ante

cargas estáticas y dinámicas así como su comportamiento a fatiga.

Durante los siguientes años el Eurocódigo fue evolucionado hasta que en Mayo de 2005 se publica la norma *Eurocode 3: Design of steel structures-Part 1-8: Design of Joints* (CEN, 2005). Está dedicada a todo tipo de uniones, incluidas las semirrígidas, donde la respuesta de la unión depende de la geometría y de las propiedades mecánicas de sus componentes, para esto usa el método de los componentes. Este código recoge décadas de investigación y desarrollo en las estructuras de acero.

El T-stub es uno de los elementos de mayor relevancia dentro del método de los componentes por lo que muchos investigadores le han dedicado mucho esfuerzo en los últimos años (Swanson y Leon, 2000; Piluso *et al.*, 2001a; Swanson *et al.*, 2002; Girao Coelho *et al.*, 2004a, 2006; Lemonis y Gantes, 2006; Loureiro *et al.*, 2010; Hu *et al.*, 2011)

El 23 de junio de 2011 se publica en España la Instrucción de Acero Estructural que en su capítulo XIV Uniones, trata ampliamente el proyecto de uniones (Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero, 2011).

Desde las primeras investigaciones llevadas a cabo a principios del siglo pasado se han tenido en cuenta las uniones semirrígidas en el eje mayor y menor, sin embargo estas últimas han sido menos estudiadas. Algunos autores como Gibbons *et al.* (1991) ensayaron diferentes tipos de uniones tridimensionales. Janss *et al.* (1988) también realiza una serie de ensayos de uniones tridimensionales donde el eje débil está conectado con chapa de testa o angulares.

Autores como Lima *et al.* (2002) han realizado ensayos y desarrollado modelos mecánicos para uniones en el eje débil. da Costa Neves (2004) realizó un programa experimental con uniones de viga con chapa de testa extendida unida al alma del pilar y proponiendo un modelo analítico para la resistencia y la rigidez. Cabrero y Bayo (2007a,b) propusieron nuevos diseños de uniones atornilladas tridimensionales con chapa de testa en el eje mayor y menor, y también desarrollaron un modelo mecánico para este tipo de uniones. Recientemente Loureiro *et al.* (2012) estudio la influencia entre eje mayor y menor en este tipo de uniones.

Hay que destacar los diversos trabajos llevados a cabo en universidades Españolas en los últimos años, donde tienen especial relevancia los trabajos de la Universidad de Navarra, que de la mano del profesor E. Bayo culminaron con dos interesantes tesis (Cabrero, 2006; Gil, 2007).

También se realizaron interesantes aportaciones desde la Universidad Politécnica de Valencia con estudios sobre comportamiento de uniones semi-rígidas en estructuras de edificación (Guardiola, 2006).

Desde la Universidad Técnica de Cartagena en la tesis de Díaz (2010) se desarrolla un modelo en 3D de elementos finitos para estudiar el comportamiento de uniones viga columna con chapa de testa extendida.

En la Universidad de A Coruña también se han hecho trabajos donde se estudia mediante ensayos experimentales y modelos de elementos finitos el comportamiento de uniones semi-rígidas con chapa de testa (Moreno, 2005) y uniones semi-rígidas mediante angulares (Reinosa, 2010).

1.2. Bibliografía

Agerskov, H. 1976. High-strength bolted connections subject to prying. *Journal of the Structural Division*, **102**(1), 161–75.

Baker, JF, y Williams, EL. 1936. The effect of wind loads on frames with semi-rigid connections. *Final Report Steel Structures Research Committee. Londo H.M.S.O.*

Baker, JP. 1931 y 1934. Methods of Stress Analysis. *First an Second Reports Steel Structures Research Commitee. Londo H.M.S.O.*

Batho, C., y Bateman, EH. 1934. *Investigations on Bolts and Bolted Joints, Second Report of the Steel Structures Research Committee.* Tech. rept. Second. Department of Scientific and Industrial Research, HMSO.

Bell, W.G., Chesson Jr, E., y Munse, WH. 1958. *Static Tests of Standard Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections.* University of Illinois Engineering Experiment Station. College of Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign.

- Bose, SK, McNeice, GM, y Sherbourne, AN. 1972. Column webs in steel beam-to-column connexions part I-Formulation and verification. *Computers and Structures*, **2**(1-2), 253–79.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997a. Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **43**(1-3), 17–42.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997b. Calibration of a finite element model for isolated bolted end plate steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(3), 225–62.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1998. Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. *Computers and structures*, **69**(3), 361–82.
- Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007a. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I. Experimental evaluation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1241–53.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigidbehaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero. 2011. *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*.
- Commission of the European Communities. 1984. *Eurocode 3: Common unified rules for steel structures*.
- Cruz, PJS, Simoes, S.L.A.P., Rodrigues, DS, y Simoes, RAD. 1998. Database for the semi-rigid behaviour of beam-to-column connections in seismic regions. *Journal of Constructional Steel Research*, **46**(1), 233–34.

- da Costa Neves, LF. 2004. *Comportamento monotónico e cíclico de ligações de eixo fraco e tubulares em estruturas metálicas e mistas aço-betão*. Ph.D. thesis, Civil Engineering Department, Science and Technology Faculty, University of Coimbra.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.
- Díaz, C, Martí, P, Victoria, M, y Querin, OM. 2011. Review on the modelling of joint behaviour in steel frames. *Journal of Construction Steel Research*, **67**, 741–758.
- ECCS. 1978. *European recommendations for steel construction*. Tech. rept. 23. European convention for constructional steelwork.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Gere, JM, y Weaver, W. 1965. *Analysis of Frame Structures*. Van Nostrand, Princeton. NJ.
- Gibbons, C., Kirby, PA, y Nethercot, DA. 1991. Experimental behaviour of 3-D column subassemblages with semi-rigid joints. *Journal of Constructional Steel Research*, **19**(3), 235–46.
- Gil, B. 2007. *Metodología práctica para el diseño de pórticos de estructura mixta con uniones semi-rígidas*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., Gresnigt, N., y Simoes da Silva, L. 2004a. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of constructional Steel research*, **60**(2), 269–311.
- Girao Coelho, A.M., Simoes da Silva, L., y Bijlaard, F.S.K. 2006. Finite-element modeling of the nonlinear behavior of bolted T-stub connections. *Journal of structural engineering*, **132**, 918.

- Goto, Y, y Chen, WF. 1987. On the computer-based design analysis for the flexibly jointed frames. *Journal of Construction Steel Research*, **8**, 203–31.
- Goverdhan, A.V. 1983. *A Collection of Experimental Moment-rotation Curves and Evaluation [sic] of Prediction Equations for Semi-rigid Connections*. Ph.D. thesis, Vanderbilt University.
- Guardiola, A. 2006. *Comportamiento de los Nudos Semi-Rígidos en Estructuras Metálicas de Edificación*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia.
- Hechtman, R.A., y Johnston, B.G. 1947. *Riveted Semi-Rigid Beam-to-Column Building Connections*. Tech. rept. Progress Report N 1. Committee os Steel Structures Research, AISC.
- Hu, J.W., Leon, R.T., y Park, T. 2011. Mechanical modeling of bolted T-stub connections under cyclic loads Part I: Stiffness Modeling. *Journal of Constructional Steel Research*, **67**(11), 1710–8.
- Janss, J., Jaspart, J.P., y Maquoi, R. 1988. Strength and Behaviour of In-Plane Weak Axis Joints and of 3-D Joints. *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*. Elsevier, 60–8.
- Jaspart, J.P. 1991. *Etude de la semi-rigidite des noeuds poutre-colonne et son influence sur la resistance et la stabilite des ossatures en acier*. Ph.D. thesis.
- Johnston, B, y Mount, EH. 1942. Analysis of building frames with semi-rigid connections. *Transactions ASCE*, **107**, 93–1019.
- Jones, SW, Kirby, PA, y Nethercot, DA. 1983. The analysis of frames with semi-rigid connections-A state-of-the-art. *Journal of Construction Steel Research*, **3**(2), 2–13.
- Kishi, N, y Chen, WF. 1986a. *Steel connection data bank program*. Tech. rept. CE-STR86-18. In: Structural engineering. 2bd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, 1/2.

- Kishi, N, y Chen, WP. 1986b. *Data base of steel beam-to-column connections*. Tech. rept. CE-STR86-26. Structural engineering. 2bd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette.1/2.
- Krishnamurthy, N. 1976. Steel Bolted End-Plate Connections. *Pages 23.1–23.16 of: Proceedings of the International Conference on Finite Element Methods in Engineering, Adelaide, Australia*.
- Krishnamurthy, N., y Graddy, D.E. 1976. Correlation between 2-and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections. *Computers & Structures*, **6**(4-5), 381–9.
- Lemonis, M.E., y Gantes, C.J. 2006. Incremental modeling of T-stub connections. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **1**(7), 1135–59.
- Li, TQ, Choo, BS, y Nethercot, DA. 1995. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *Journal of Construction Steel Research*, **32**, 143–71.
- Lightfoot, E, y Le Messurier, AP. 1974. Elastic analysis of frameworks with elastic connections. *Journal of Structural Division, ASCE.*, **89**(ST6), 1297–309.
- Lima, L.R.O., Andrade, S.A.L., Vellasco, P.C.G.S., y Silva, L.S. 2002. Experimental and mechanical model for predicting the behaviour of minor axis beam-to-column semi-rigid joints. *International journal of mechanical sciences*, **44**(6), 1047–65.
- Lionberger, SR, y Weaver, W. 1969. Dynamic response of frames with non-rigid connections. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE.*, **95**, 95–114.
- Livesley, RK. 1964. *Matrix Methods of Structural Analysis*. 1st edn. edn. Pergamon Press. Oxford.
- Loureiro, A., Gutierrez, R., Reinosa, JM, y Moreno, A. 2010. Axial stiffness prediction of non-preloaded T-stubs: An analytical frame approach. *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(12), 1516–22.

- Loureiro, A., Moreno, A., Gutierrez, R., y Reinoso, JM. 2012. Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading. *Engineering Structures*, **38**, 68–77.
- Lui, EM, y Chen, WF. 1987. Steel frame analysis with flexible joints. *Journal of Construction Steel Research*, **8**, 161–202.
- Moncarz, PD, y Gerstle, KH. 1981. Steel frame with nonlinear connections. *Journal of Structural Division.*, **107(ST8)**, 1427–41.
- Monforton, BR, y Wu, TS. 1963. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. *Journal of the Structural Division, ASCE*, **89**, 13–42.
- Moore, HF, y Wilson, WM. 1917. Test to determine the rigidity of riveted joints in steel structures. *University of Illinois. Engineering experiment station.*, **Bulletin 104**.
- Moreno, A. 2005. *Un modelo de elementos finitos para el análisis de uniones atornilladas viga-pilar con comportamiento semirrígido*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Nair, R.S., Birkemoe, P.C., y Munse, W.H. 1974. High strength bolts subject to tension and prying. *Journal of the Structural Division*, **100(2)**, 351–72.
- Nethercot, DA. 1985a. Joint action and the design of steel frames. *Journal of the Institution of Structural Engineers. Part A Design and Construction*, **63A**, 271–9.
- Nethercot, DA. 1986. *The behaviour of steel frame structures allowing for semi-rigid joint action*. In *Steel Structures: Recent Research Advances and their Application to Design*.
- Piluso, V., Faella, C., y Rizzano, G. 2001a. Ultimate behavior of bolted T-stubs. I: Theoretical model. *Journal of Structural Engineering*, **127**, 686–93.
- Rathbun, JC. 1936. Elastic Properties of Riveted Connection. *Transactions.*, *Transactions ASCE*, **101**, 524–63.
- Reinoso, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.

- Research Council on Riveted and Bolted Structural Joints of the Engineering Foundation. 1951. *Specifications for Assembly of Structural Joints Using High-Strength Bolts*.
- Romstad, M, y Subramanian, CV. 1970. Analysis of frames with partial connection rigidity. *Journal of the Structural Division, ASCE.*, **96(ST11)**, 2283–300.
- Rowan, HC, y Batho, C. 1934. The analysis of the moments in the members of a frame having rigid or semi-rigid connections. *Second Report Steel Structures Research Committee. London H.M.S.O.*
- Sherbourne, A.N. 1961. Bolted Beam-to-Column Connections. *The Structural Engineer*, **39**, 203–10.
- Sourochnikoff, B. 1950. Wind stresses in semi-rigid connections of steel framewok. *Transactions ASCE*, **115**, 382–93.
- Steel Structures Research Committee. 1931. *First Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Steel Structures Research Committee. 1934. *Second Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Steel Structures Research Committee. 1936. *Final Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Stewart, RW. 1949. Analysis of frames with elastic joints. *Transactions ASCE*, **114**, 17–39.
- Suko, M, y Adams, PF. 1971. Dynamic analysis of mutibay multistory frames. *Journal of the Structural Division, ASCE*, **97(ST11)**, 2519–33.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2000. Bolted steel connections: Tests on T-stub components. *Journal of Structural Engineering*, **126**(1), 50–6.
- Swanson, J.A., Kokan, D.S., y Leon, R.T. 2002. Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Constructional Steel Research*, **58**(5), 1015–31.

- Weynand, K., Jaspart, JP, y Steenhuis, M. 1995. The stiffness model of Revised Annex J of Eurocode 3, connections in steel structures III: behaviour, strength and design. *In: 3rd International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento, Italy.*
- Weynand, K, Huter, M, Kirby, PA, Simoes da Silva, LAP, y Cruz, PJS. 1998. SERICON - databank on joints building frames. *In: In: Proceedings COST C1 workshop.*
- Wilson, W.M., y Thomas, F.P. 1938. *Fatigue tests of riveted joints.* Bulletin 302, Engineering Experiment Station, University of Illinois.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Young, CR, y Jackson, KB. 1934. The relative rigidity of welded and riveted connections. *Canadian Journal of Research*, **II**, 62–100, 101–34.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20(1)**, 1–59.

Capítulo 2

Tipología de uniones semirrígidas

2.1. Angular o chapa simple atornillada al alma	16
2.2. Doble angular atornillada al alma	20
2.3. Angular superior y de asiento	20
2.4. Angular superior y de asiento con doble angular de alma	21
2.5. Chapa de testa extendida	21
2.6. Chapa de testa no extendida	21
2.7. Chapa de testa parcial	22
2.8. Uniones T-stub	22
2.9. Bibliografía	23

Las uniones semirrígidas de acero pueden ser atornilladas, soldadas o una combinación de elementos soldados y atornillados, pero este capítulo se centra en la presentación de las uniones más típicas viga pilar atornilladas semirrígidas, donde se describirán sus características y comportamiento. Tanto la rigidez como la resistencia de las uniones dependerá de la tipología y de las características individuales de los elementos que las componen.

Aunque el comportamiento de las uniones típicas es semirrígido, algunas de ellas deben ser consideradas articuladas según los sistemas de clasificación como se verá en el capítulo de *Clasificación de las uniones semirrígidas*.

Las uniones viga-pilar atornilladas semirrígidas se pueden realizar de diferentes formas. En las Figuras 2.1 y 2.2 se exponen las tipologías más comunes que las podemos agrupar en dos grandes grupos: las realizadas mediante angulares y las realizadas mediante una chapa de testa, que puede ser total o parcial, soldada a la viga.

El comportamiento de la unión en función de la tipología se puede ver en la Figura 2.3, donde Chen y Lui (1991) recogen una representación gráfica de las curvas momento rotación que puede ser muy diferente en función de la tipología de la unión.

A continuación se analizan las 8 tipologías más comunes de uniones semirrígidas viga pilar atornilladas realizadas mediante angulares, chapa de testa y elementos T.

2.1. Angular o chapa simple atornillada al alma

Estas uniones se componen de un angular o chapa que puede ir doblemente atornillado o soldado a uno de los elementos viga o pilar. Todos estos tipos tienen un comportamiento similar. La utilización de una chapa minimiza la excentricidad que provocan los angulares y necesita menos material.

Este tipo de uniones son las menos rígidas, por lo que sólo se pueden considerar semirrígidas en las fases iniciales de carga debido a que al aumentar

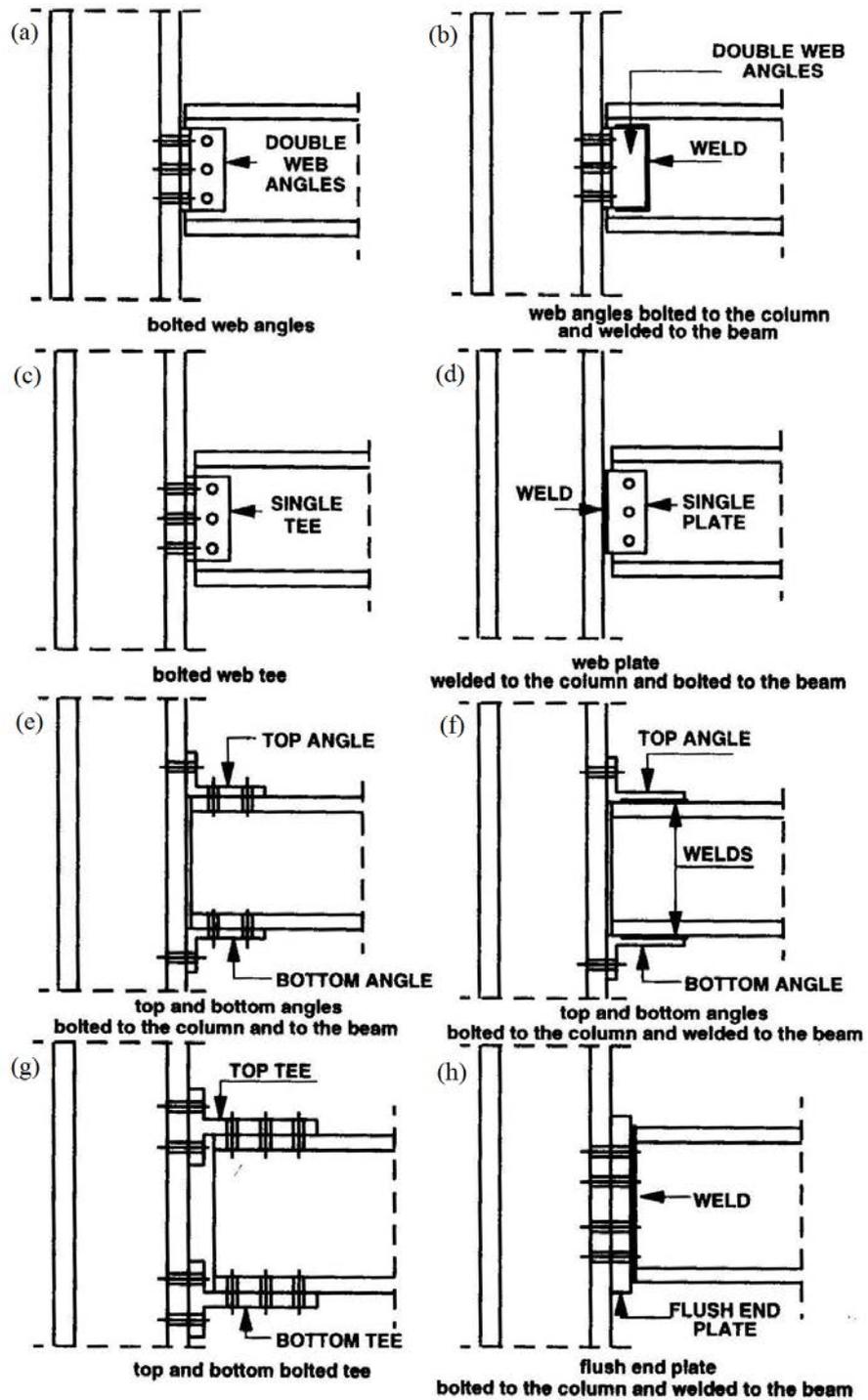


Figura 2.1: Tipos de uniones semirrígidas viga pilar (Faella *et al.*, 2000)

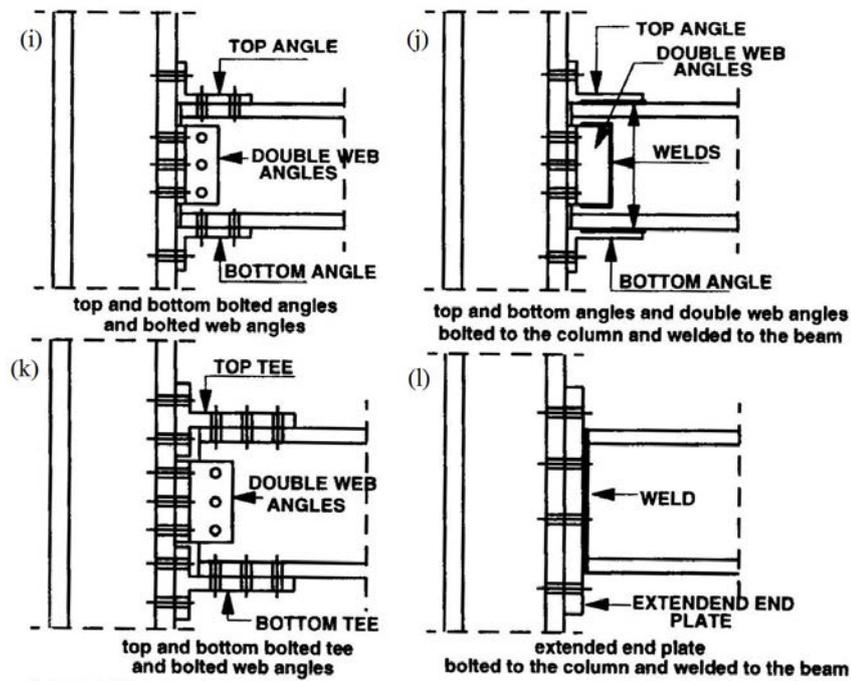


Figura 2.2: Tipos de uniones semirrígidas viga-columna (cont.) (Faella *et al.*, 2000)

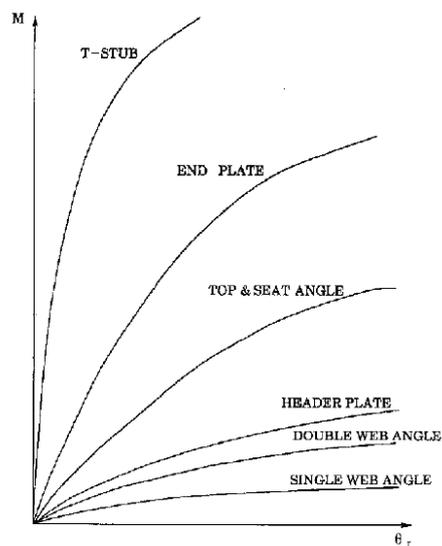


Figura 2.3: Curva momento rotación según la tipología de unión (Chen y Lui, 1991)

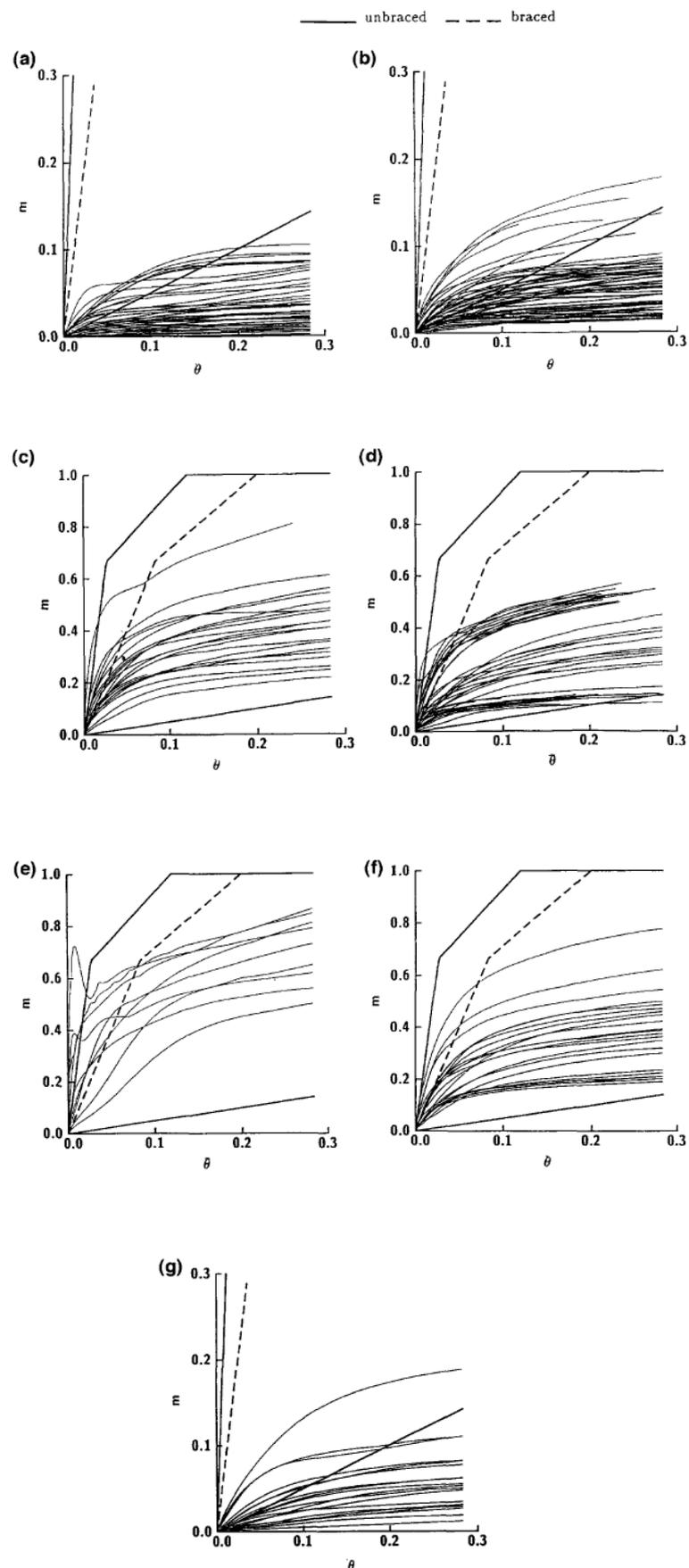


Figura 2.4: Curvas momento rotación según la tipología de unión (Kishi *et al.*, 1997)

el giro entran en la zona flexible como podemos ver en la Figura 2.4(a). La máxima capacidad de resistencia al momento de la curva de rigidez tiene un valor alrededor de $1/10$ de M_p , siendo M_p el momento plástico de la viga y muy por debajo de $M_p/4$. Estas uniones deben ser clasificadas como articuladas (Kishi *et al.*, 1997).

2.2. Doble angular atornillada al alma

Constan de dos angulares soldados o atornillados al pilar y al alma de la viga. A pesar de que su rigidez es mayor que las de angular o chapa simple, la mayoría de las curvas momento rotación presentan una mezcla entre la zona flexible y semirrígida. De las uniones analizadas las de mayor capacidad de resistencia al momento tienen un $M_p/5$, pero muchas de las curvas tienen una capacidad menor de $M_p/10$, esto lo podemos ver en la Figura 2.4(b). Un significativo número de este tipo de uniones tiene una limitada capacidad de rotación. Como consecuencia éstas deben ser clasificadas como flexibles (Kishi *et al.*, 1997).

2.3. Angular superior y de asiento

Estas uniones consisten en un angular atornillado al ala superior de la viga y al pilar, y otro angular, atornillado al ala inferior de la viga y al pilar. En pórticos arriostrados algunas conexiones tienen comportamiento mixto, rígido al principio pero semirrígido con el incremento de la rotación. Para pórticos no arriostrados son pocas las conexiones que tienen comportamiento mixto. La capacidad resistente al momento de estas conexiones está en el rango de $M_p/10$ a $M_p/2$ (Figura 2.4(d)). Un número significativo de estas conexiones tienen una capacidad de rotación limitada. Estas uniones son clasificadas como semirrígidas (Kishi *et al.*, 1997).

2.4. Angular superior y de asiento con doble angular de alma

Este tipo de unión es una combinación de angular superior y de asiento y doble angular de alma (Chen y Lui, 1991). Para pórticos no arriostrados la mayoría de las curvas momento rotación están en la zona semirrígida CEN (1996) y para pórticos arriostrados algunas curvas muestran un comportamiento mixto entre rígido y semirrígido. La capacidad resistente varía entre $M_p/5$ hasta $4M_p/5$ mientras posean una capacidad rotacional suficiente (Figura 2.4(c)). Pueden ser clasificadas como semirrígidas (Kishi *et al.*, 1997).

2.5. Chapa de testa extendida

Éste es uno de los tipos de unión más rígido, y consiste en una chapa soldada a las alas y alma en la sección final de la viga. Esta soldadura suele realizarse en taller y posteriormente es atornillada en obra (Chen y Lui, 1991).

Hay dos tipologías básicas, las que tienen la chapa extendida sólo en la zona de tracción y las que la tienen extendida en la zona de tracción y de compresión, que típicamente son utilizadas en zonas sísmicas.

De los tipos de conexiones analizados por Kishi *et al.* (1997), es la más rígida según se muestra en la Figura 2.4(e). Su comportamiento es similar a las uniones con angulares superior e inferior y doble de alma, es decir, tienen un comportamiento rígido al principio pero con el incremento de la carga su comportamiento es semirrígido. La capacidad resistente tienen un rango entre $2M_p/5$ hasta $4M_p/5$ con una adecuada capacidad de rotación.

2.6. Chapa de testa no extendida

Las uniones con chapa de testa no extendida junto con las de chapa de testa extendida son las tipologías más populares de uniones semirrígidas

(Chen y Lui, 1991). Estas uniones constan de una chapa soldada en la sección final de la viga y todos los tornillos estarán entre las alas de la viga.

En los pórticos no arriostrados estas uniones tienen un comportamiento semirrígido mientras que para pórticos arriostrados, su comportamiento es mixto, rígido al principio de la carga y semirrígido con cargas altas. La capacidad resistente varía ente $M_p/5$ hasta $4M_p/5$ (Figura 2.4(f)). Estas son clasificadas como uniones semirrígidas (Kishi *et al.*, 1997).

2.7. Chapa de testa parcial

Este tipo de conexión consiste en una chapa soldada al alma en la sección final de la viga, pero la longitud de esta es inferior al canto de la viga. El comportamiento de esta unión es similar a la unión atornillada con doble angular (Chen y Lui, 1991).

La capacidad resistente al momento es baja pero con una capacidad rotacional alta. Esta uniones deben ser clasificadas como articuladas (Figura 2.4(g)) (Kishi *et al.*, 1997).

2.8. Uniones T-stub

Estas uniones consisten en un T-stub atornillado al ala superior e inferior de la viga y a la columna. Este tipo de conexión es considerado como una de las uniones semirrígidas más rígida especialmente cuando se usa combinada con doble angular de alma (Chen y Lui, 1991). Podemos ver un esquema de la unión sin angulares de alma y con doble angular de alma en las Figuras 2.1(g) y 2.2(k) respectivamente.

2.9. Bibliografía

- Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- CEN. 1996. *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación (ENV 1993-1-1 + ENV 1993-1-1 AC)*. AENOR.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Chen, W.F., y Lui, E.M. 1991. *Stability design of steel frames*. Boca Raton, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Kishi, N., Hasan, R., Chen, WF, y Goto, Y. 1997. Study of Eurocode 3 steel connection classification. *Engineering structures*, **19**(9), 772–79.
- Reinosa, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.

Capítulo 3

Clasificación de las uniones semirrígidas

3.1. Clasificación de las uniones	26
3.2. Clasificación según el Eurocódigo 3	28
3.2.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez	28
3.2.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia . . .	30
3.2.3. Clasificación de las uniones en función de su capacidad ro- tacional	31
3.3. Clasificación según la EAE	33
3.3.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez	33
3.3.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia . . .	34
3.3.3. Clasificación de las uniones en función de su capacidad ro- tacional	35
3.4. Bibliografía	36

Un sistema de clasificación de uniones es muy útil a la hora del diseño y prediseño, dada la influencia del comportamiento de las uniones en la respuesta global de la estructura.

Algunos importantes autores como Bjorhovde *et al.* (1990), Nethercot *et al.* (1998) y Hasan *et al.* (1997) han propuesto sistemas de clasificación de uniones en función de diferentes criterios.

En este capítulo se abordarán los sistemas de clasificación de las normativas vigentes, que atienden a criterios de rigidez, resistencia y capacidad rotacional. En concreto analizaremos los sistemas de clasificación del Eurocódigo 3 y de la EAE española que sigue criterios similares.

3.1. Clasificación de las uniones

Con respecto a los criterios de diseño de la unión como parte de una estructura global podemos reconocer tres tipos de análisis:

- Análisis elástico, basado en la predicción de un comportamiento lineal de la relación momento rotación de las uniones.
- Análisis rígido-plástico, basado en momento resistente de diseño de las uniones, las cuales tienen una capacidad de rotación suficiente.
- Análisis elasto-plástico, basado en una modelización no lineal de la curva momento rotación de toda la unión.

Podemos adoptar tres criterios de clasificación basados en tres características que han de cuantificarse para definir el comportamiento de la unión:

- rigidez rotacional,
- resistencia a flexión,
- rotación plástica.

Dependiendo de las propiedades del comportamiento de la unión dentro del análisis estructural, el sistema de clasificación puede atender a uno o más criterios.

Si estamos en un caso de diseño elástico la clasificación atiende sólo a criterios de rigidez rotacional dejándonos así tres categorías.

- Articulada, cuando se asume que transfiere cortante y eventualmente axial. Además debe de ser capaz de rotar sin desarrollar momentos significantes.
- Rígida, cuando transmite todas las reacciones y su deformación es mínima, entonces su influencia en la distribución de momentos en la estructura y deformaciones puede despreciarse.
- Semirrígida, son las que no tienen el comportamiento extremo de las anteriores. Éstas son diseñadas de forma que las interacciones entre sus miembros puede ser predicha de acuerdo a una curva momento rotación característica de la unión.

Si estamos ante un caso de diseño rígido-plástico la clasificación atiende a criterios de resistencia a la flexión y las podemos clasificar en 2 categorías:

- Resistencia total, que tienen una resistencia igual o superior a los miembros de la conexión.
- Resistencia parcial, que tienen menos resistencia que los miembros de la conexión.

En el criterio de clasificación de acuerdo a la capacidad de rotación plástica, podemos identificar dos categorías:

- Totalmente dúctiles con una capacidad de rotación plástica igual o superior que la de los otros miembros de la conexión.
- Parcialmente dúctiles con menos capacidad de rotación plástica que los otros miembros de la conexión.

Este criterio resulta necesario verificarlo cuando se realiza un análisis rígido-plástico o elasto-plástico.

Como conclusión podemos decir, que en caso de un análisis rígido-plástico, el sistema de clasificación debe ser basado en dos criterios, resistencia a flexión y capacidad de rotación plástica. Los tres criterios de clasificación (rigidez rotacional, resistencia a flexión y capacidad de rotación plástica) sólo son necesarios en análisis elasto-plásticos (Faella *et al.*, 2000).

Las clasificaciones anteriores están basadas sólo en un punto de vista cualitativo, desde un punto de vista práctico resulta necesario un criterio cuantitativo.

Diferentes sistemas de clasificación han sido propuestos en la literatura técnica. Pero la principal dificultad es establecer un sistema de clasificación adecuado para los estados límites de servicio y último cuyos intereses primarios son distintos, rigidez y resistencia. Además hay otras propiedades como son la capacidad de rotación y capacidad de disipación de energía que juegan un papel fundamental especialmente en pórticos sismo-resistentes.

3.2. Clasificación según el Eurocódigo 3

El Eurocódigo 3 en el apartado 5.2 clasifica las uniones atornilladas atendiendo a criterios de rigidez y resistencia de forma independiente. En cuanto a la capacidad rotacional ofrece un a serie de recomendaciones (CEN, 2005).

3.2.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez

Según criterios de rigidez la uniones están clasificadas en:

- Articuladas, que transmiten fuerzas internas sin provocar un momento significativo y son capaces asumir las rotaciones.

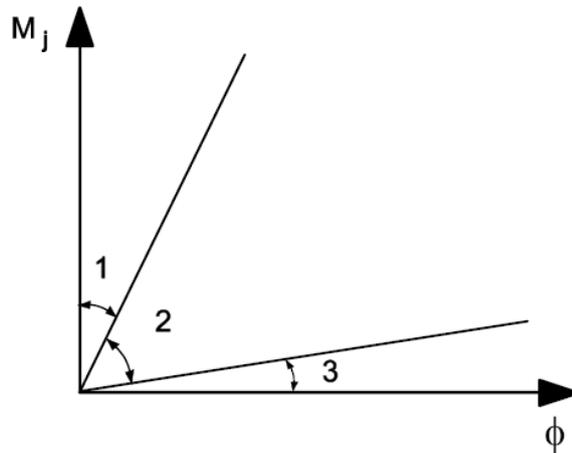


Figura 3.1: Clasificación según la rigidez (CEN, 2005)

- Rígidas, que tienen un rigidez rotacional que justifica un análisis continuo.
- Semirrígidas, las que no se comportan exactamente como ninguna de las dos anteriores.

Diferenciando entre las tres zonas de la Figura 3.1 tenemos:

- Zona 1: rígidas si $S_{j,ini} \geq \frac{k_b EI_b}{L_b}$

donde:

$k_b = 8$ para estructuras arriostradas donde el sistema de arriostramiento reduce el desplazamiento horizontal al menos un 80 %.

$k_b = 25$ para otras estructuras donde cada planta cumpla que $K_b/K_c \geq 0.1$, que en caso de no cumplirse esta condición puede ser clasificadas como semirrígidas.

- Zona 2: semirrígidas, opcionalmente las uniones de las zonas 1 y 3 pueden ser tratadas como semirrígidas.
- Zona 3: nominalmente articuladas si, $S_{j,ini} \leq \frac{0.5 EI_b}{L_b}$

Donde:

K_b es el valor de I_b/L_b de la viga.

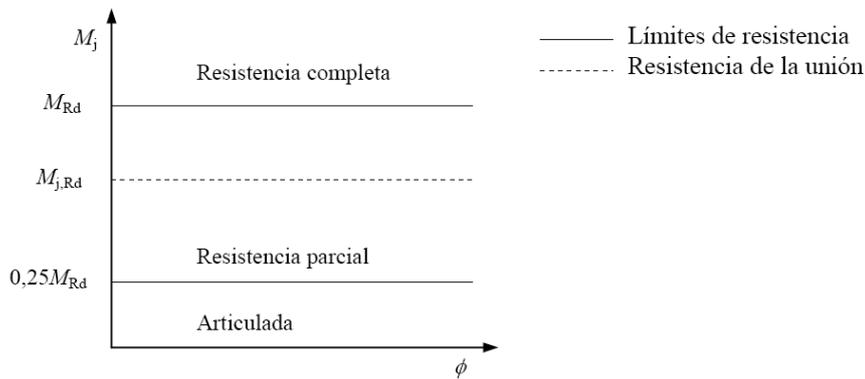


Figura 3.2: Límites para la clasificación de las uniones según el Eurocódigo (Díaz, 2010)

K_c es el valor de I_c/L_c de la columna.

I_b es el valor del momento de inercia de la viga.

I_c es el valor del momento de inercia de la columna.

L_b es la luz de la viga (distancia entre centros de las columnas).

L_c es la altura de la columna.

3.2.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia

En la clasificación según criterios de resistencia, el Eurocódigo 3 distingue las uniones de resistencia total, resistencia parcial y nominalmente articuladas comparando el momento resistente de cálculo $M_{j,Rd}$ con los momentos resistentes de los miembros de la conexión.

- Nominalmente articulada: $M_{j,Rd} \leq 0,25M_{Rd}$

donde:

M_{Rd} momento resistente requerido para resistencia total.

- Resistencia total:

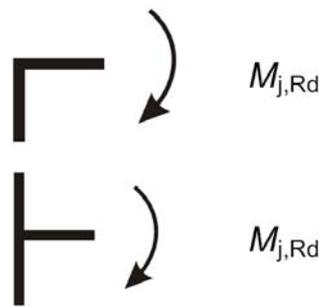


Figura 3.3: Columnas con y sin continuidad (CEN, 2005)

- en columnas sin continuidad $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ y $M_{j,Rd} \geq M_{c,pl,Rd}$
- en columnas con continuidad $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ y $M_{j,Rd} \geq 2M_{c,pl,Rd}$

donde:

$M_{b,pl,Rd}$ momento plástico resistente de la viga.

$M_{c,pl,Rd}$ momento plástico resistente de la columna.

- Resistencia parcial: son las que no pueden ser clasificadas como de resistencia total o como articuladas.

3.2.3. Clasificación de las uniones en función de su capacidad rotacional

El Eurocódigo sólo establece una serie de recomendaciones respecto a la capacidad rotacional de las uniones.

En un análisis rígido-plástico global la unión ha de tener una capacidad de rotación suficiente.

No es necesario comprobar la capacidad de rotación cuando la resistencia de la unión $M_{j,Rd}$ es al menos 1.2 veces la de los miembros que conecta.

En casos no reflejados en la norma, la capacidad de rotación puede ser determinada mediante ensayos de acuerdo con la EN 1990 Anexo D o también mediante modelos basados en ensayos de acuerdo a esta norma.

En el caso de uniones atornilladas, la uniones viga columna donde el momento resistente de diseño $M_{j,Rd}$ esté gobernado por la resistencia del panel del pilar a cortante, se puede asumir que tiene capacidad de rotación para un análisis plástico global cuando la esbeltez del alma cumpla,

$$\frac{d}{t_w} \leq 69\epsilon \quad (3.1)$$

donde $\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$,

t_w es el espesor del alma,

d es el canto del alma del pilar.

Las uniones atornilladas con chapa de testa o con angulares se asume que tienen suficiente capacidad de rotación en un análisis plástico cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- El momento resistente de diseño es gobernado por,
 - ala del pilar a flexión,
 - chapa de testa o angular a flexión.
- El espesor t del ala del pilar, chapa de testa o ala del angular a tensión satisface,

$$t \leq 0.36d\sqrt{f_{ub}/f_y} \quad (3.2)$$

donde f_y es la tensión de plastificación del componente más relevante.

En las uniones atornilladas cuando el momento resistente $M_{j,Rd}$ está gobernado por la resistencia de diseño de los tornillos a cortante, se debe asumir que no hay suficiente capacidad de rotación en un análisis global plástico.

Todos los métodos anteriores son válidos para aceros S235, S275 y S355 y cuyo valor de diseño de la fuerza axial N_{Ed} de los miembros conectados no exceda el 5% de la resistencia plástica de diseño $N_{pl,Rd}$ de la sección transversal.

3.3. Clasificación según la EAE

La Instrucción de Acero Estructural (EAE) clasifica aquellas uniones entre dos piezas, tales como uniones viga soporte o empalmes entre vigas, que estén destinados fundamentalmente a transmitir esfuerzos flectores. (Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero, 2011)

Esta normativa sigue criterios similares a los del Eurocódigo 3. Establece un clasificación en función de rigidez, resistencia y también da recomendaciones para la capacidad rotacional de las uniones.

3.3.1. Clasificación de las uniones en función de su rigidez

En función de su rigidez relativa con respecto a las de las piezas a unir, las uniones se clasifican en:

- Articulaciones, son donde se cumple la condición,

$$S_{j,ini} \leq \frac{EI_b}{2L_b}$$

donde, I_b y L_b son el momento de inercia y la longitud de la viga conectada.

- Rígidas o empotramientos, donde su deformación no tiene influencia apreciable en las leyes de esfuerzos globales de la estructura ni en la deformabilidad general de la misma. Se clasificarán como tales aquellas uniones en las que la rigidez inicial $S_{j,ini}$ de su diagrama momento rotación cumpla la condición,

$$S_{j,ini} \geq k \frac{EI_b}{L_b}$$

donde, k tomará valor igual a 8 si la viga pertenece a un pórtico intraslacional o a 25 si pertenece a un pórtico translacional.

- Semirrígidas, aquellas que no pueden ser clasificadas como articulaciones ni como rígidas. Se consideran también como semirrígidas todas las uniones que no sean articulaciones y que pertenezcan a pisos de pórticos en los que se cumpla que,

$$\frac{K_b}{K_c} < 0.1$$

siendo, K_b el valor medio de I_b/L_b para todas las vigas del techo piso y K_c el valor medio de I_c/L_c de las columnas o pilares de dicho piso.

3.3.2. Clasificación de las uniones en función de su resistencia

En función de su resistencia relativa con respecto a las de las piezas a unir, las uniones se clasifican en:

- Articulaciones, que son las que no son capaces de transmitir momentos apreciables (superiores al 25 % del momento plástico de las piezas a unir) que puedan afectar negativamente al comportamiento de alguna pieza de la estructura. Deberán ser capaces de soportar los giros que resulten del análisis global.
- Resistencia completa, cuyo momento último es igual o mayor que el de las piezas a unir, $M_{Rd} \geq M_{pl.Rd}$
- Resistencia parcial, son aquellas que no son ni articuladas ni de resistencia completa. Su momento último no podrá ser menor que el determinado en el análisis, $M_{Rd} \geq M_{Ed}$

En cualquier caso la capacidad de rotación de la unión será suficiente para no limitar la formación de las rótulas plásticas que se hayan previsto en el análisis.

La capacidad de rotación debe demostrarse experimentalmente o mediante métodos numéricos que consideren la no-linealidad del comportamiento de los materiales y elementos implicados, a no ser que en la instrucción

se indique métodos simplificados para calcularla como los indicados en el Artículo 62.

En particular, cuando el momento último de la unión de resistencia completa sea superior en al menos un 20 % al momento plástico de la mayor pieza a unir, $M_{Rd} \geq 1.2M_{pl,Rd}$ no será preciso comprobar su capacidad de rotación, admitiéndose que ésta es suficiente.

3.3.3. Clasificación de las uniones en función de su capacidad rotacional

Si se realiza un análisis global de la estructura por métodos plásticos y en la unión se prevé la formación de una rótula plástica, será preciso comprobar si la unión tiene capacidad de rotación suficiente.

La cláusulas que se exponen a continuación sólo son válidas para aceros S235, S275 y S355 y para uniones en las cuales la fuerza axial N_{Ed} en el elemento que une no supere el 5 % de la resistencia plástica de diseño $N_{pl,Rd}$ de la sección transversal.

La capacidad de rotación de la unión no necesita ser comprobada siempre que el momento resistente de la unión $M_{j,Rd}$ sea al menos 1.2 veces el momento plástico resistente $M_{pl,Rd}$ del elemento que se conecta.

En las uniones atornilladas viga-pilar en las que el momento resistente está gobernado por la resistencia del alma del pilar a cortante, se puede asumir que tiene capacidad de rotación suficiente para el análisis plástico, siempre que $d_{wc}/t_w \leq 69\epsilon$ donde d_{wc} es el canto del alma del pilar.

Una unión con chapa frontal o angulares de ala se puede asumir que tiene capacidad de rotación suficiente para el análisis plástico siempre que se cumplan las dos condiciones siguientes:

- El momento resistente de la unión está gobernado bien por la resistencia del ala del pilar a flexión o bien por la resistencia de la chapa frontal o angular del ala a flexión, es decir, que resulte un modo 1 de fallo bien en el lado de la viga o bien en el lado del soporte.

- El espesor t del ala del pilar, la chapa frontal o el angular cumple la siguiente condición:

$$t \leq 0.36d\sqrt{f_{ub}/f_y} \quad (3.3)$$

Las uniones atornilladas cuyo momento resistente de cálculo $M_{j,Rd}$ esté gobernado por la resistencia de cálculo de sus tornillos a cortante, no se deberán considerar con la capacidad de rotación suficiente para un análisis global plástico.

3.4. Bibliografía

- Bjorhovde, R., Colson, A., y Brozzetti, J. 1990. Classification system for beam-to-column connections. *Journal of Structural Engineering*, **116**(11).
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Chen, W.F., y Lui, E.M. 1991. *Stability design of steel frames*. Boca Raton, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero. 2011. *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Guardiola, A. 2006. *Comportamiento de los Nudos Semi-Rígidos en Estructuras Metálicas de Edificación*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia.
- Hasan, R., Kishi, N., Chen, WF, y Komuro, M. 1997. Evaluation of rigidity of extended end-plate connections. *Journal of Structural Engineering*, **123**, 1595–602.

Moreno, A. 2005. *Un modelo de elementos finitos para el análisis de uniones atornilladas viga-pilar con comportamiento semirrígido*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.

Nethercot, DA, Li, TQ, y Ahmed, B. 1998. Unified classification system for beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **45**(1), 39–65.

Capítulo 4

Modelos de predicción del comportamiento

4.1. Modelos de predicción de la curva momento rotación	40
4.1.1. Modelos experimentales	40
4.1.2. Modelos empíricos	42
4.1.3. Modelos analíticos	48
4.1.4. Modelos mecánicos	52
4.1.5. Modelos numéricos	53
4.1.6. Modelos informacionales	54
4.2. Representación matemática de la curva momento rotación . . .	56
4.2.1. Modelo lineal	57
4.2.2. Modelo bilienal	57
4.2.3. Modelo multilineal	57
4.2.4. Modelos no lineales	58
4.2.5. Modelos basados en el ajuste de curva por análisis de regresión	63
4.2.6. Eurocódigo 3	64
4.2.7. Instrucción de Acero Estructural (EAE)	65
4.3. Bibliografía	66

Un análisis de estructuras que incluya el comportamiento de las uniones semirrígidas requiere la modelización de la curva momento rotación de las uniones viga columna.

Para modelar el comportamiento de la unión se necesitarán dos pasos. El primer paso será la elección de un modelo del comportamiento de la unión y el segundo paso la representación matemática de la curva que obedezca a este modelo.

De entre todos los modelos que se presentarán en el siguiente apartado uno de los más importantes es el modelo mecánico del método de los componentes, que es el utilizado por normativas como el Eurocódigo y por su versatilidad se puede utilizar en casi cualquier tipo de unión.

En el último apartado de este capítulo se aborda la representación matemática de la curva momento rotación. Se presentan varios modelos desde los más sencillos hasta los modelos no lineales más complejos. Tanto los modelos de predicción como los de representación complejos, sólo tienen sentido si se implementa en programas informáticos.

4.1. Modelos de predicción de la curva momento rotación

El comportamiento rotacional de las uniones puede predecirse utilizando diferentes modelos que se agrupan en: experimentales, empíricos, analíticos, mecánicos e informacionales.

4.1.1. Modelos experimentales

El conocimiento más preciso del comportamiento de una unión, se obtiene mediante un ensayo experimental pero esta técnica es cara y demasiado lenta por lo que habitualmente sólo se usa en el campo de la investigación.

Esta técnica se lleva usando desde los comienzos en investigación de las uniones semirrígidas (Moore y Wilson, 1917). Antes de los años 50 se utilizó con uniones roblonadas y posteriormente con las uniones atornilladas y soldadas.

El alto número de ensayos realizados permitió la construcción de varios bancos de datos. Estos bancos generalmente incluyen: datos geométricos, propiedades mecánicas de los elementos, curva momento rotación, rigidez rotacional (K_j) y momento resistente ($M_{j,Rd}$) y también el nombre de los investigadores.

Las cuatro bases de datos más importantes son: (Díaz *et al.*, 2011)

1. Goverdhan data bank. Este banco de datos se desarrollo en 1983 como resultado de 230 ensayos realizados en USA entre los años 1950 y 1983 e incluían diferentes tipologías de unión (Goverdhan, 1983).
2. Nethercot data bank. Es el primer banco de datos europeo y fue desarrollado en 1985. Examinaron más de 70 estudios experimentales, recogiendo más de 700 ensayos. Los ensayos incluyen los examinados por Goverdhan (Nethercot, 1985b).
3. Steel connection data bank. En USA el trabajo de Goverdhan fue seguido por Kishi y Chen (1986a,b) quienes prepararon un banco de datos de los experimentos llevados a cabo entre 1936 y 1986 en todo el mundo. Recogieron resultados de 396 ensayos de diferentes tipologías de unión. Posteriormente en 1995 Abdalla y Chen (1995) añadieron los resultados de 46 nuevos ensayos de diferentes autores.
4. SERICON data bank. Desarrollado por Arbed Recherches (Gerardy y Schleich, 1991) y Aachen University (Weynand, 1992) incluye sólo resultados de ensayos Europeos (Weynand *et al.*, 1998). Este banco de datos también contiene resultados de componentes de las uniones y de uniones de hormigón. Este banco fue extendido en SERICON II por Cruz *et al.* (1998).

Los bancos de datos se usan principalmente para la validación de modelos, ayudan a predecir el comportamiento de la unión a partir de las propiedades

mecánicas y de la geometría. Pero raramente se utilizan en la práctica debido a que el proyectista tiene una baja probabilidad de encontrar la unión que necesita.

4.1.2. Modelos empíricos

Los modelos empíricos están basados en formulaciones empíricas que relacionan los parámetros de la representación matemática de la curva momento rotación con la geometría y las propiedades mecánicas de la unión. Estas formulaciones pueden ser obtenidas usando un análisis de regresión de los datos que se pueden obtener por diferentes medios: ensayos experimentales, análisis paramétricos por MEF, modelos analíticos o modelos mecánicos. La principal desventaja de estos modelos es que sólo pueden aplicarse a uniones de las mismas características a la unión que se utilizó para generar el modelo. Tampoco es posible aislar el efecto de un parámetro sobre el comportamiento global de la unión (Díaz *et al.*, 2011).

Modelo de Frye and Morris

Este modelo empírico fue desarrollado por Frye y Morris (1975) y la representación de la curva $M - \phi$ se basa en un polinomio de potencias impares según la Ecuación 4.1. El parámetro K depende de la geometría y de las propiedades mecánicas. C_1 , C_2 y C_3 son parámetros de ajuste de la curva. Las uniones estudiadas y los parámetros los podemos ver en la Figura 4.1 y en la Tabla 4.1.

$$\phi = C_1(KM) + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad (4.1)$$

Uno de los principales inconvenientes de esta formulación es que en algunos casos la pendiente de la curva $M - \phi$ puede ser negativa para algunos valores de M (Radziminski y Azizinamini, 1988). Esto es físicamente inaceptable y además puede causar un problema en un análisis que use la rigidez tangente de la unión.

Connection types	Curve fitting constants	Standardization constants
Single web-angle connections	$C_1 = 4.28 \times 10^{-3}$	$K = d_a^{-2.4} t_a^{1.81} g^{0.15}$
	$C_2 = 1.45 \times 10^{-9}$	
	$C_3 = 1.51 \times 10^{-16}$	
Double web-angle connections	$C_1 = 3.66 \times 10^{-4}$	$K = d_g^{2.4} t_g^{1.81} g^{0.15}$
	$C_2 = 1.15 \times 10^{-6}$	
	$C_3 = 4.57 \times 10^{-8}$	
Top and seat angle with double-web angle connections	$C_1 = 2.23 \times 10^{-5}$	$K = d^{-1.287} t^{-1.128} t_c^{-0.415} t_a^{-0.694} g^{1.350}$
	$C_2 = 1.85 \times 10^{-8}$	
	$C_3 = 3.19 \times 10^{-12}$	
Top and seat angle connections	$C_1 = 8.46 \times 10^{-4}$	$K = d^{1.5} t^{-0.5} t_a^{-0.7} d_b^{-1.1}$
	$C_2 = 1.01 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 1.24 \times 10^{-8}$	
End plate connections without column stiffeners	$C_1 = 1.83 \times 10^{-3}$	$K = d_g^{2.4} t_p^{0.4} t_f^{1.5}$
	$C_2 = -1.04 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 6.38 \times 10^{-6}$	
End plate connections with column stiffeners	$C_1 = 1.79 \times 10^{-3}$	$K = d_g^{2.4} t_p^{-0.6}$
	$C_2 = -1.76 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 2.04 \times 10^{-4}$	
T-stub connections	$C_1 = 2.1 \times 10^{-4}$	$K = d^{1.5} t^{-0.5} t_i^{0.7} d_b^{-1.1}$
	$C_2 = 6.2 \times 10^{-6}$	
	$C_3 = -7.6 \times 10^{-9}$	
Header-plate connections	$C_1 = 5.10 \times 10^{-5}$	$K = t_p^{-1.6} g^{1.6} d_p^{-2.3} t_w^{-0.5}$
	$C_2 = 6.20 \times 10^{-10}$	
	$C_3 = 2.40 \times 10^{-13}$	

Tabla 4.1: Constantes de ajuste y estandarización del modelo Frye-Morris (tomado de Faella *et al.* (2000))

Para solventar este problema Azizinamini *et al.* (1985) propusieron una modificación del parámetro K,

$$K = P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_n^{\alpha_n} \quad (4.2)$$

donde P_i es un parámetro geométrico y los coeficientes α_i se obtienen por un proceso de ajuste de curva.

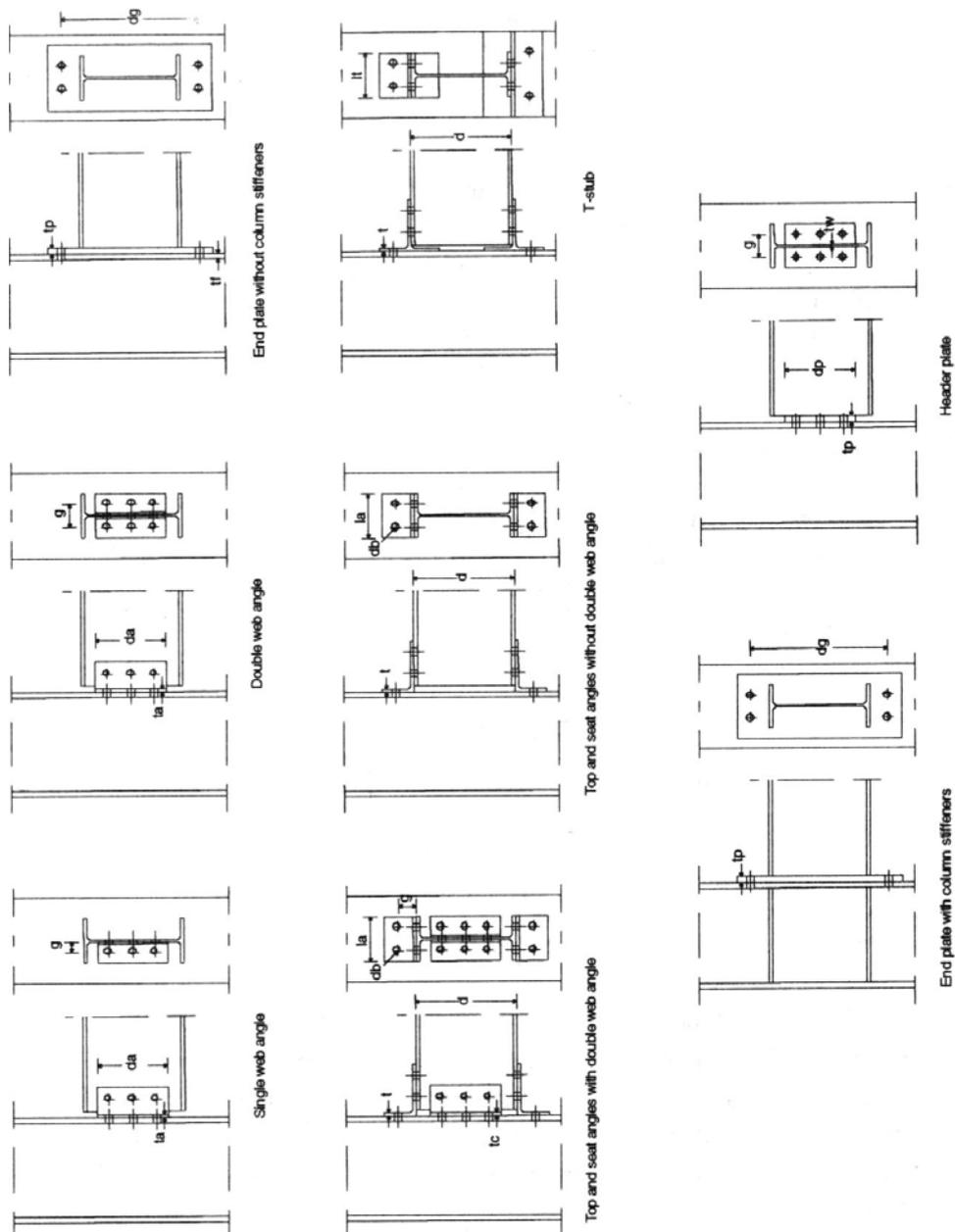


Figura 4.1: Parámetros del modelo Frye-Morris (tomado de Faella *et al.* (2000))

Modelo de Krishnamurthy

Otra aproximación diferente fue introducida por Krishnamurthy (1978a,b). Con unos pocos ensayos experimentales confirmó los resultados obtenidos y calibró los modelos de elementos finitos que utilizó para realizar un estudio paramétrico de uniones de chapa de testa extendida,

$$\varphi = CM^\alpha \quad (4.3)$$

donde los coeficientes α y C son,

$$\alpha = 1.58 \quad (4.4)$$

$$C = \frac{1.4\beta\mu p_f^{2.03}}{A_b^{0.36} t_{ep}^{1.38}} \quad (4.5)$$

siendo,

$$\beta = \frac{0.0056 b_{ep}^{0.61} t_{fb}^{1.03}}{h_b^{1.30} t_{wb}^{0.26} W_b^{1.58}} \quad (4.6)$$

$$\mu = \frac{1}{f_y^{0.38} f_{yb}^{1.20}} \quad (4.7)$$

Las uniones estudiadas por Krishnamurthy (1978a) se caracterizan por tener el ancho de chapa de testa b_{ep} igual al ala del pilar (Figura 4.2). Como se puede ver el parámetro β solo depende de las propiedades de la viga y μ solo depende de las propiedades del material. W_b es el módulo resistente de la viga.

Estos parámetros son independientes de la geometría de la columna. Por esta razón el diagrama $M - \phi$ es de la conexión y no de la unión.

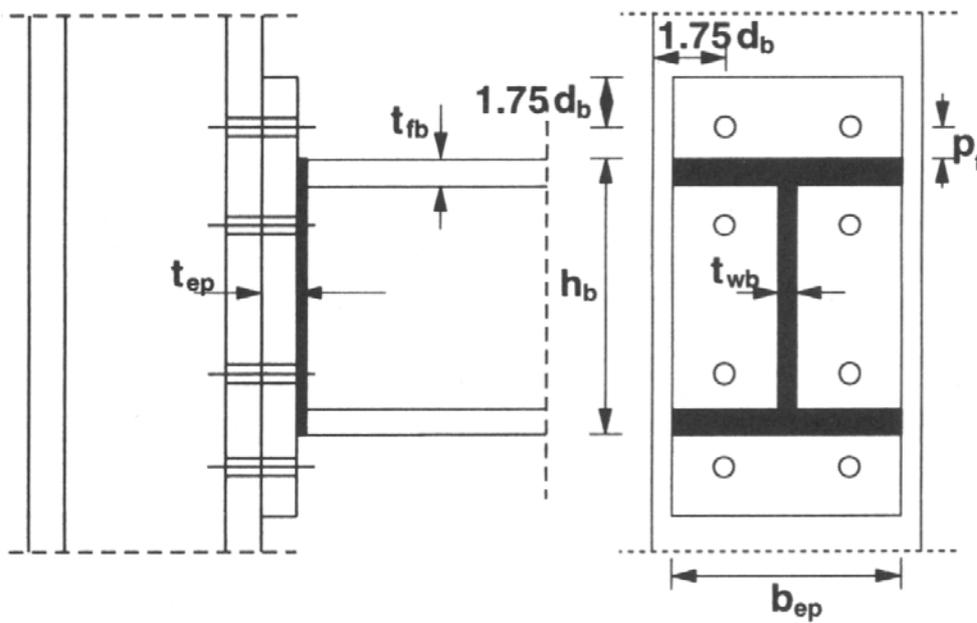


Figura 4.2: Chapa de testa extendida con 4 tornillos en la zona de tensión del modelo de Krishnamurthy (tomado de Faella *et al.* (2000))

Modelo de Kukreti

Kukreti *et al.* (1987) extendieron la formulación propuesta por Krishnamurthy para uniones con chapa de testa no extendida. Kurkreti también utilizó los elementos finitos para obtener una formulación exponencial con los siguientes parámetros en kip-ft.

$$\varphi = CM^\alpha \quad (4.8)$$

$$\alpha = 0.737 \quad (4.9)$$

$$C = \frac{359 \cdot 10^{-6} p_f^{2.227}}{h_b^{2.616} t_{wb}^{0.501} t_{fb}^{0.038} d_b^{0.849} g_b^{0.519} b_{ep}^{0.218} t_{ep}^{1.539}} \quad (4.10)$$

Estos modelos basados en representación potencial predicen adecuadamente el comportamiento inicial, pero en el comportamiento con niveles elevados de deformación producen errores (Figura 4.3).

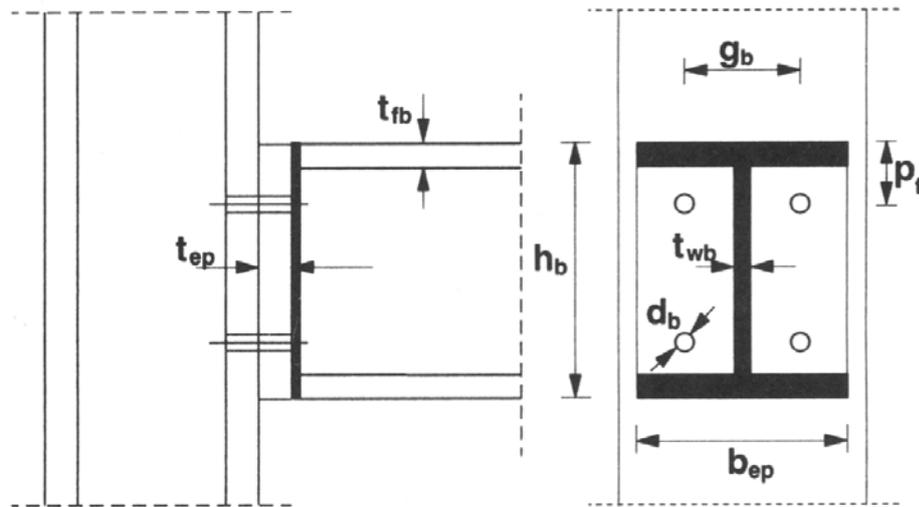


Figura 4.3: Detalles estructurales del modelo de chapa de testa enrasado de Kurketi (tomado de Faella *et al.* (2000))

Modelo de Attiogbe and Morris

Attiogbe y Morris (1991) propusieron un modelo para las uniones de doble angular de alma basado en resultados experimentales. Aplicaron la expresión matemática de Goldberg y Richard (1963). Este modelo potencial requiere cuatro parámetros,

$$\varphi_0 = (t_a^{0.595} g^{-2.817} l_a^{4.737} h_b^{-0.784} n_b^{-5.947}) \cdot 10^{-3} \quad (4.11)$$

$$M_0 = t_a^{1.136} g^{-1.515} l_a^{1.139} h_b^{0.258} n_b^{0.309} \quad (4.12)$$

$$n = t_a^{0.522} g^{1.564} l_a^{-1.073} h_b^{-0.737} n_b^{1.704} \quad (4.13)$$

$$K_{\varphi,p} = t_a^{0.955} g^{2.044} l_a^{-4.445} h_b^{0.327} n_b^{7.555} \quad (4.14)$$

donde t_a es el espesor de los angulares (mm), g es la distancia horizontal

entre los tornillos (mm), l_a es la longitud del angular (mm), h_b es el canto de la viga (mm) y n_b es el número de tornillos por angular en el ala del pilar. La unidades de φ_0 , M_0 y $K_{\varphi,p}$ son radianes, kNm y kNm/rad respectivamente.

4.1.3. Modelos analíticos

Los modelos analíticos tratan de predecir los parámetros más significativos de la curva momento rotación tales como la rigidez inicial o el momento resistente a partir de las propiedades geométricas de las uniones. Los autores se basan en la observación de experimentos determinando las fuentes de deformación y el mecanismo de colapso. Por lo tanto, la verificación del modelo es a través de la comparación con los resultados experimentales.

Modelo de Chen et al.

Chen *et al.* (1996) y Chen *et al.* (1988a,b) realizaron un amplio trabajo para la predicción de la respuesta de la conexión a partir de los parámetros geométricos y de las propiedades mecánicas. Estos trabajos dieron como resultado las siguientes ecuaciones que predicen la rigidez inicial el momento último en uniones con doble angular de alma y angular superior e inferior,

$$K_{\varphi} = \frac{3EI_{ta}d_1^2}{g_1(g_1^2 + 0.78t_{ta}^2)} + \frac{3EI_{wa}d_3^2}{g_3(g_3^2 + 0.78t_{wa}^2)} \quad (4.15)$$

$$I_i = \frac{L_i t_i^3}{12} \quad (4.16)$$

donde I_{ta} y I_{wa} son los momentos de inercia de la parte del angular adyacente a la cara del pilar del angular superior y del alma, respectivamente. Los parámetros g_1 y g_3 están definidos en la Figura 4.5 y se refieren al angular superior y a los de alma respectivamente. Los parámetros d_1 y d_3 están definidos en la Figura 4.4 y también se refieren al angular superior y a los de alma respectivamente.

El momento último se define como,

$$M_{j.u} = f_y \frac{L_{sa} t_{sa}^2}{4} + \frac{V_{pt}(g_1 + k_t)}{2} + V_{pt}d_2 + 2V_{pa}d_4 \quad (4.17)$$

donde t_i es el espesor del angular correspondiente y d_2 y d_4 se definen como,

$$d_2 = d + \frac{t_{sa}}{2} + k_t \quad (4.18)$$

$$d_4 = \frac{2V_{pu} + \frac{f_y t_{wa}}{2}}{3 \left(V_{pu} + \frac{f_y t_{wa}}{2} \right)} L_{wa} + L_I + \frac{t_{sa}}{2} \quad (4.19)$$

los parámetros V_{pu} , V_{pt} y V_{pa} se obtienen de las expresiones,

$$\left(\frac{2V_{pu}}{f_y t_{wa}} \right)^4 + \frac{g_c - k_a}{t_{wa}} \left(\frac{2V_{pu}}{f_y t_{wa}} \right) = 1 \quad (4.20)$$

$$\left(\frac{2V_{pt}}{f_y L_{ta} t_{ta}} \right)^4 + \frac{g_1 - k_t}{t_{ta}} \left(\frac{2V_{pt}}{f_y L_{ta} t_{ta}} \right) = 1 \quad (4.21)$$

$$V_{pa} = \frac{V_{pu} + \frac{f_y t_{wa}}{2}}{2} L_{wa} \quad (4.22)$$

Chen también desarrollo las expresiones para los casos de sólo angulares superior e inferior y con sólo uno o dos angulares de alma.

La formulación propuesta por Chen *et al.* (1996) para uniones viga-pilar con angulares no incluye la deformación del pilar, por lo tanto, sirve para estimar el comportamiento de la conexión y no para la unión en su conjunto.

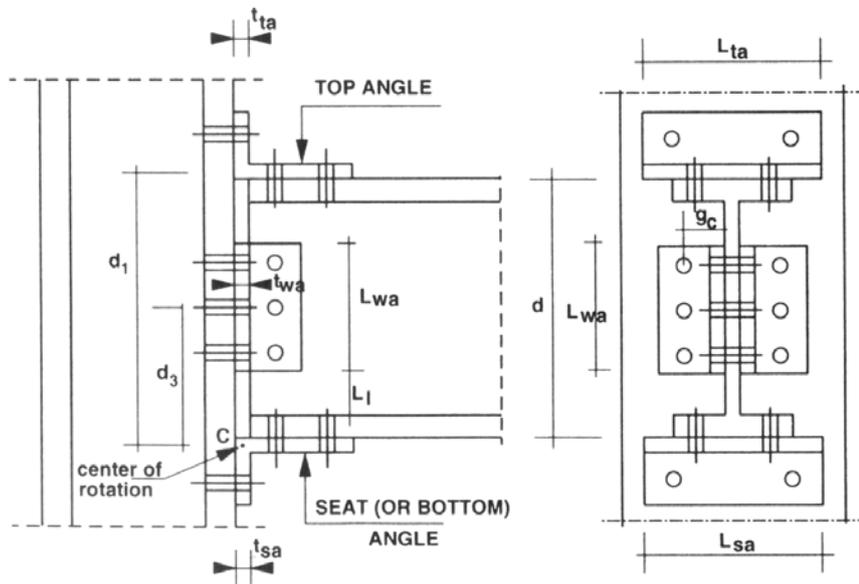


Figura 4.4: Parámetros geométricos de la unión con angulares superior, inferior y doble en el alma de Chen (tomado de Faella *et al.* (2000))

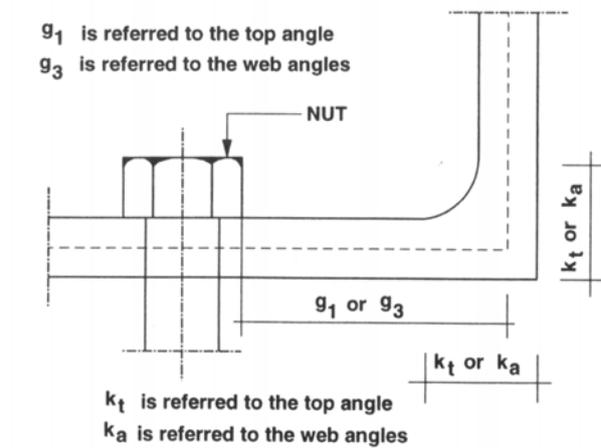


Figura 4.5: Parámetros geométricos de la conexión con angulares de Chen (tomado de Faella *et al.* (2000))

Modelo Yee and Melchers

Yee y Melchers (1986) proponen un modelo matemático para predecir la curva momento rotación en uniones de chapa de testa extendida. También se incluía la deformación correspondiente al pilar.

En este estudio distinguieron cinco contribuciones principales a la deformación general de la unión:

- deformación a flexión de la chapa de testa,
- deformación a flexión del ala del pilar,
- alargamiento de los tornillos,
- deformación a cortante del alma del pilar,
- deformación a compresión del alma del pilar.

Mediante la combinación de estas cinco deformaciones se obtenía la rigidez inicial de la unión. En referencia con el momento último, su valor se corresponde con el elemento más débil de la unión. Los siguientes modos de rotura han sido tenidos en cuenta por Yee y Melchers (1986):

- rotura a tracción de los tornillos,
- formación de un mecanismo plástico en la chapa de testa,
- formación de un mecanismo plástico en la zona a tracción del ala del pilar,
- plastificación a cortante del alma del pilar,
- pandeo del pilar,
- aplastamiento del alma del pilar.

El procedimiento desarrollado por Yee y Melchers (1986) para las conexiones con chapa de testa merece ser mencionado probablemente como una de las primeras propuestas del método de los componentes empleado por el Eurocódigo.

4.1.4. Modelos mecánicos

Los modelos mecánicos son llamados también modelos de muelles, simulan la unión o conexión basándose en un grupo de elementos flexibles y rígidos. La respuesta no lineal es obtenida por el empleo de leyes constitutivas inelásticas para los muelles.

La principal diferencia con los modelos analíticos es que los mecánicos caracterizan los componentes por medio de la rigidez y resistencia empleando conceptos básicos del análisis estructural. Además, no están orientados a obtener sólo rigidez y resistencia de la unión, sino a la obtención de la curva completa sin interpolar ni ajustar, a través de la plastificación progresiva de los componentes de la unión, al contrario de lo que ocurre con los modelos analíticos que es necesario un ajuste de la curva.

La evaluación de la curva momento rotación por medio de un modelo de muelles requiere los siguientes pasos:

- identificar los componentes de la unión,
- evaluar las relaciones fuerza desplazamiento de cada componente,
- ensamblar los componentes y evaluar la curva momento rotación de la unión.

Este procedimiento es muy flexible y se puede utilizar con casi cualquier tipo de unión e introducir efectos como el pretensado y el endurecimiento plástico.

El primero en introducir este modelo fue Wales y Rossow (1983) que simuló el comportamiento de una unión con doble angular de alma (Figura 4.6). Estaba sometido a un momento flector y a un esfuerzo axial. Desde entonces importantes investigadores han desarrollado modelos mecánicos para uniones (Faella *et al.*, 2000; Simões da Silva y Girão Coelho, 2001; Cabrero y Bayo, 2007b; Simoes da Silva, 2008; Lemonis y Gantes, 2009)

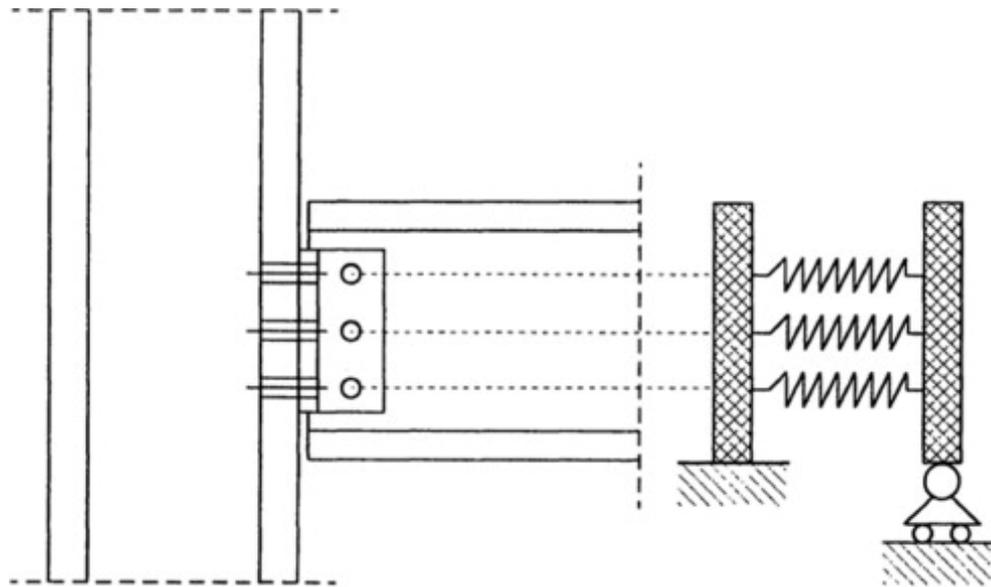


Figura 4.6: Modelo mecánico para conexión con angulares de alma de Wales y Rossow (tomado de Faella *et al.* (2000))

4.1.5. Modelos numéricos

El método de los elementos finitos parece en un principio la herramienta más adecuada para el estudio del comportamiento de las uniones. Sin embargo, a pesar de los continuos avances todavía hay una serie de requerimientos que dificultan la obtención de un resultado preciso.

La representación de curvas momento rotación resulta compleja debido a la iteración de las distintas partes que componen la unión. Por tanto la modelización de una unión requiere: (Nethercot y Zandonini, 1990)

- no linealidades de geometría y material de cada una de las partes de la unión,
- pretensado de los tornillos,
- iteraciones entre tornillos y chapas,
- contactos entre superficies en compresión y fricción,
- deslizamiento debido a holguras,
- diferentes zonas de contacto,

- soldaduras,
- imperfecciones (tensiones residuales).

Las principales ventajas que ofrecen los modelos de elementos finitos son: que se pueden evitar los caros ensayos experimentales, facilidad de medir parámetros que sería muy difíciles de medir en los experimentales y la posibilidad de realizar extensos análisis paramétricos.

4.1.6. Modelos informacionales

Los modelos de información utilizan redes neuronales (NN) que ofrecen una alternativa a los métodos convencionales de obtener la curva momento rotación mediante una relación entre los parámetros que intervienen. Así se obtiene una curva más aproximada extrayendo información directamente de los resultados experimentales (Díaz *et al.*, 2011).

“Artificial NN” (ANN) es una aplicación de inteligencia artificial para la realización de diseños que ha sido aplicada a diferentes problemas como predicción de funciones de aproximación, clasificación, filtración, y también en análisis estructural, diseño, dinámica, control y valoración de daño estructural (Arslan, 2010).

La modelización en NN debe aprender del comportamiento de modelos mecánicos anteriores. Una vez que el aprendizaje se realiza, la NN puede ser implementada en otros análisis estructurales sin más simplificaciones o calibraciones (Kim *et al.*, 2010).

Jadid y Fairbairn (1996) investigaron la relación entre el comportamiento de la unión viga columna y la forma geométrica, tamaño y cantidad de acero de refuerzo, fijadas las secciones de viga y columna y resistencia del hormigón usando ANN.

Anderson *et al.* (1997) usó NN para predecir una aproximación bilineal de la curva momento rotación del eje menor con chapa de testa enrasada. Realizó también 22 ensayos experimentales. Stavroulakis *et al.* (1997) también utilizó NN para uniones viga columna con un solo angular.

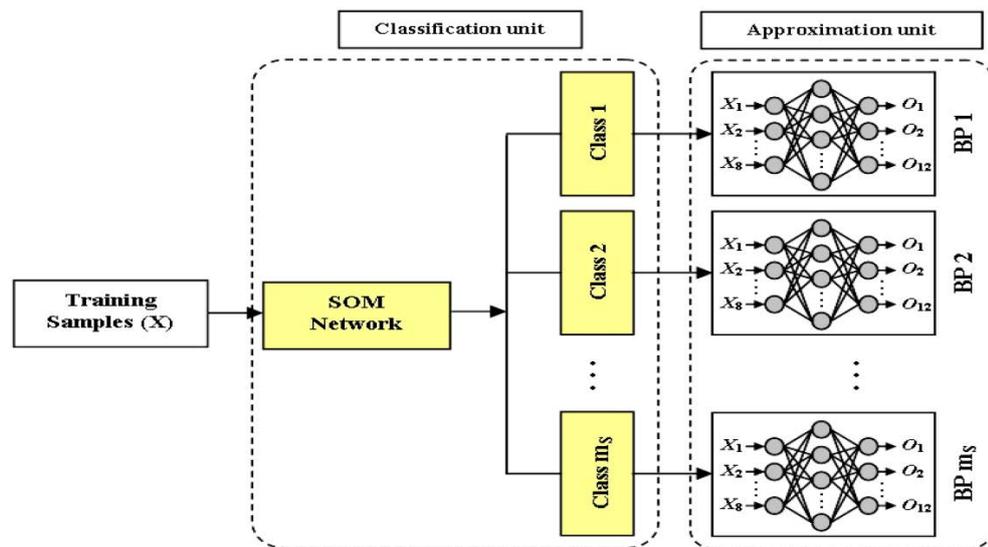


Figura 4.7: Arquitectura del modelo de Salajegheh *et al.* (2008)

Lima *et al.* (2005) utilizó NN para predecir la resistencia a flexión y la rigidez inicial de uniones viga columna. Los resultados fueron consistentes con los experimentales y las normativas. Trabajaron con tres tipos de unión viga columna: soldadas, con chapa de testa y atornilladas con angulares superior, inferior y de alma.

Guzelbey *et al.* (2006) estimó la capacidad de rotación de vigas de ala ancha usando una base datos con 81 ensayos de otros autores encontrando una gran concordancia con los ensayos experimentales.

Yun *et al.* (2008) utilizó un modelo de material con histéresis para acelerar el aprendizaje del comportamiento cíclico de uniones.

Salajegheh *et al.* (2008) usaron NN para predecir el comportamiento de uniones atornilladas con angulares superior, inferior y de alma. En la Figura 4.7 se representa la arquitectura del modelo que utilizaron. En sus trabajos han usado los ensayos de Azizinamini (1982).

Kim *et al.* (2010) modeló el ciclo de histéresis no lineal de una unión atornillada viga columna mediante angulares.

Otra metodología para estimar la curva momento rotación es programación genética (GP). Las primeras investigaciones fueron llevadas a cabo por Cevik (2007) para determinar la capacidad de rotación de vigas de ala ancha.

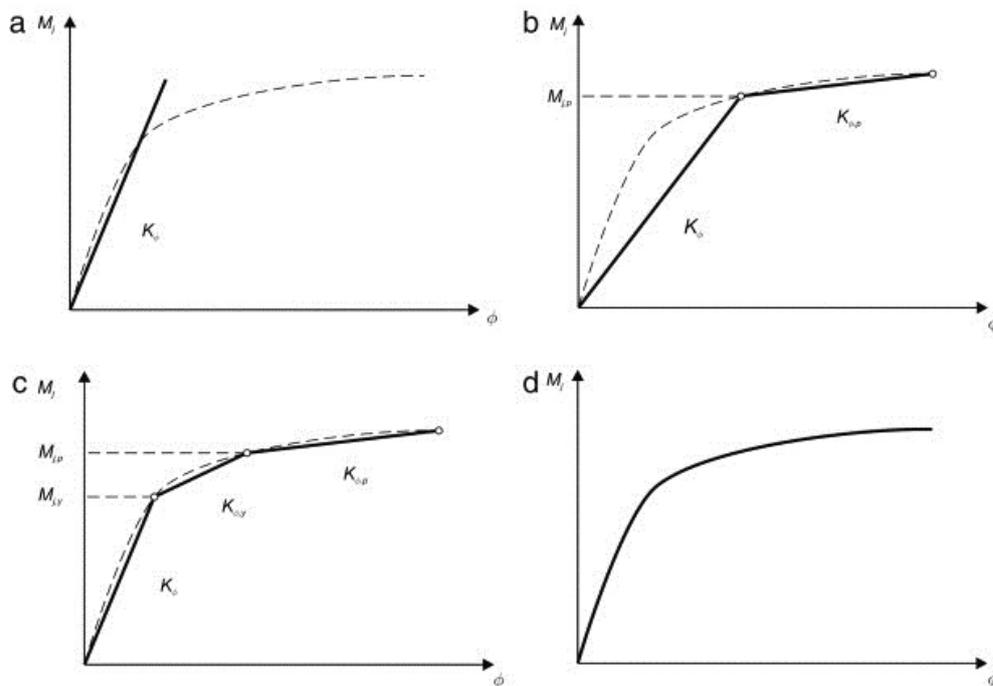


Figura 4.8: Diferentes representaciones matemáticas de la curva $M - \phi$ (a) lineal, (b) bilineal, (c) multilineal y (d) no lineal (Díaz *et al.*, 2011)

4.2. Representación matemática de la curva momento rotación

Para considerar el comportamiento de una unión en el análisis global de la estructura es necesario adoptar una representación matemática de la curva momento rotación.

La representación matemática se puede llevar a cabo mediante diferentes relaciones o niveles de precisión:

- lineal,
- bilineal,
- multilineal,
- no lineal.

Y también podemos distinguir dos forma de representación:

1. Cuando la representación depende de parámetros con un claro significado físico (rigidez, resistencia) y de un factor de forma.
2. Cuando los factores de ajuste no tienen un significado físico claro pues derivan de un análisis de regresión.

4.2.1. Modelo lineal

El modelo lineal es el más simple y también el menos preciso. Sólo depende de la rigidez rotacional de la unión K_φ .

$$M_j = K_\varphi \varphi \quad (4.23)$$

Uno de los inconvenientes de este sencillo modelo es que sobrestima la rigidez para giros grandes (Figura 4.8a).

4.2.2. Modelo bilienal

Este modelo depende de tres parámetros: rigidez rotacional K_φ , momento plástico $M_{j,p}$, rigidez rotacional de plastificación $K_{\varphi,p}$.

$$M_j = \begin{cases} K_\varphi \varphi & \text{para } M_j \leq M_{j,p} \\ K_{\varphi,p} \varphi & \text{para } M_j > M_{j,p} \end{cases} \quad (4.24)$$

Estos modelos tienen un cambio de rigidez brusco en la zona de la rodilla plástica (Figura 4.8b).

4.2.3. Modelo multilineal

Estos modelos son propuestos para solventar los problemas de los modelo bilineales. Moncarz y Gerstle (1981) propusieron un modelo trilineal en el que se necesitan cinco parámetros (Figura 4.8c):

- K_φ rigidez rotacional,
- $M_{j,y}$ momento elástico,
- $K_{\varphi,y}$ rigidez rotacional de plastificación (rigidez elastoplástica),
- $M_{j,p}$ momento plástico,
- $M_{\varphi,p}$ rigidez rotacional plástica.

$$M_j = \begin{cases} K_\varphi \varphi & \text{para } M_j \leq M_{j,y} \\ K_{\varphi,y} \varphi & \text{para } M_{j,y} < M_j < M_{j,p} \\ K_{\varphi,p} \varphi & \text{para } M_{j,p} \leq M_j \end{cases} \quad (4.25)$$

4.2.4. Modelos no lineales

En algunas ocasiones el comportamiento de las uniones es altamente no lineal. Por lo tanto para alcanzar niveles altos de precisión en la representación matemática de la curva momento rotación tenemos que utilizar relaciones no lineales (Figura 4.8d).

Una representación matemática de la curva momento rotación muy simple fue propuesta por Ramberg y Osgood (1943) y depende de tres parámetros.

$$\varphi = \frac{M}{K_\varphi} + \left(\frac{M}{K} \right)^n \quad (4.26)$$

El parámetro K_φ representa la rigidez inicial de la unión, n es un factor de forma que caracteriza la rodilla plástica de la unión y K es expresado en función de un valor de referencia M_0 del momento flector que da lugar, después de la descarga, a una rotación permanente φ_0 . Por lo tanto,

$$\varphi_0 K^n = M_0^n \quad (4.27)$$

La curva es bilineal con un comportamiento elasto-plástico perfecto cuando $n \rightarrow \infty$.

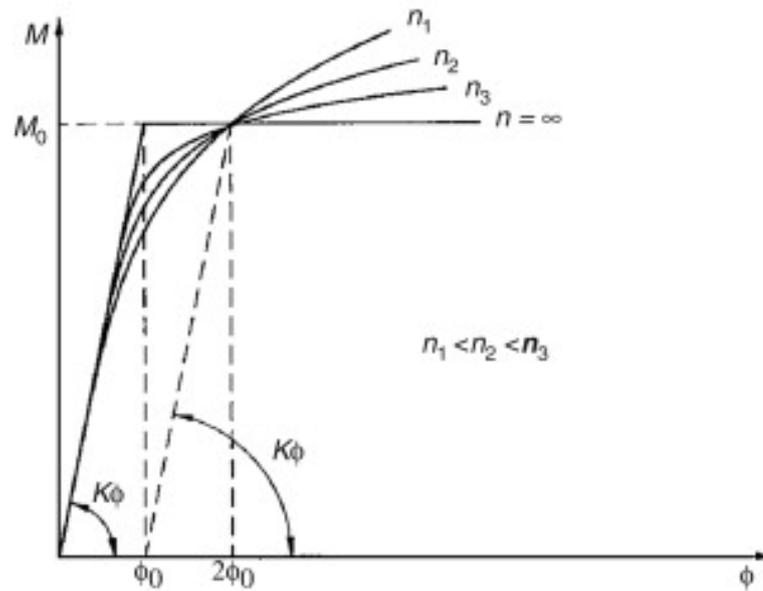


Figura 4.9: Representación curva $M - \phi$ de Ramberg-Osgood (tomado de Díaz *et al.* (2011))

Por tanto la Ecuación 4.26 la podemos escribir de forma no dimensional,

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{M}{M_0} \left[1 + \left(\frac{M}{M_0} \right)^{n-1} \right] \quad (4.28)$$

donde $M_0 = K_\varphi \varphi_0$.

La representación mediante cuatro parámetros de la curva momento rotación fue obtenida por Goldberg y Richard (1963),

$$\frac{M}{M_0} = \frac{(1 - \bar{K}_p) \frac{\varphi}{\varphi_0}}{\left[1 + \left| (1 - \bar{K}_p) \frac{\varphi}{\varphi_0} \right|^{n-1} \right]^{1/n}} + \bar{K}_p \frac{\varphi}{\varphi_0} \quad (4.29)$$

donde,

$$\bar{K}_p = \frac{K_{\varphi,p}}{K_\varphi}$$

Esta relación fue complementada por Attigbe y Morris (1991) para obtener una mejor representación.

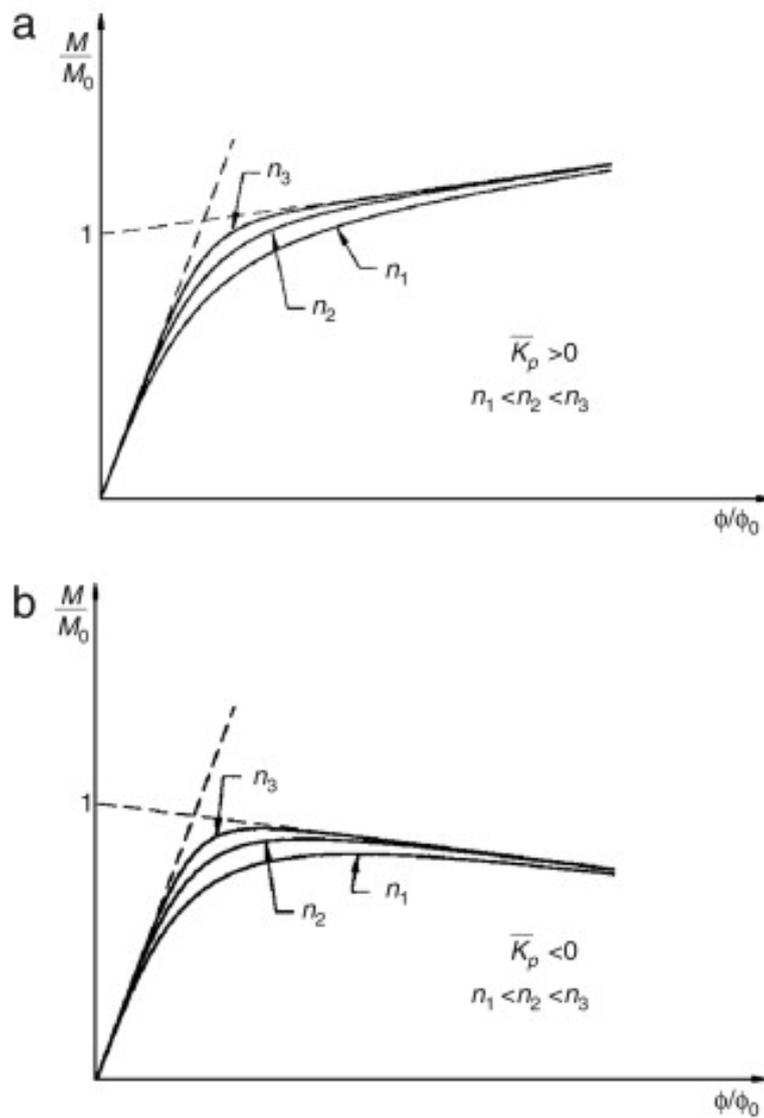


Figura 4.10: Representación curva $M - \phi$ de Goldberg y Richard (a) rigidez plástica positiva (b) rigidez plástica negativa (tomado de Díaz *et al.* (2011))

Esta representación presenta una ventaja comparada con la de Ramberg y Osgood (1943) puesto que permite valores positivos, cero y negativos de la rigidez rotacional plástica $K_{\varphi,p}$, los valores negativos son necesarios cuando hay un fallo por pandeo local.

Otra alternativa no lineal a los anteriores modelos potenciales son los modelos exponenciales como los propuestos por Yee y Melchers (1986),

$$M = M_0 \left[1 - \exp \left(\frac{-\varphi (K_\varphi - K_{\varphi,p} + n\varphi)}{M_0} \right) \right] + K_{\varphi,p} \varphi \quad (4.30)$$

donde n es un factor de forma dimensional y M_0 se relaciona con la resistencia plástica a flexión de la unión. Además, la representación exponencial de la Ecuación 4.30 tiene las siguientes propiedades:

- La pendiente en el origen es igual a la rigidez elástica K_φ .
- Para valores altos de φ la curva se aproxima a una línea recta $M = M_0 + K_{\varphi,p} \varphi$ donde el parámetro $K_{\varphi,p}$ representa rigidez del endurecimiento por deformación y M_0 la capacidad plástica rotacional de la unión.

El principal inconveniente de esta formulación es que el factor de forma n es dimensional.

Para poner la Ecuación 4.30 de una forma adimensional se introduce el parámetro no dimensional.

$$n' = n \frac{\varphi_0}{K_\varphi} = n \frac{\varphi_0^2}{M_0} \quad (4.31)$$

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \exp \left[-\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(1 - \bar{K}_p + n' \frac{\varphi}{\varphi_0} \right) \right] + \bar{K}_p \frac{\varphi}{\varphi_0} \quad (4.32)$$

Otros autores como Wu y Chen (1990) propusieron una representación logarítmica para las uniones con angulares.

$$\frac{M}{M_0} = n \ln \left(1 - \frac{\varphi}{n\varphi_0} \right) \quad (4.33)$$

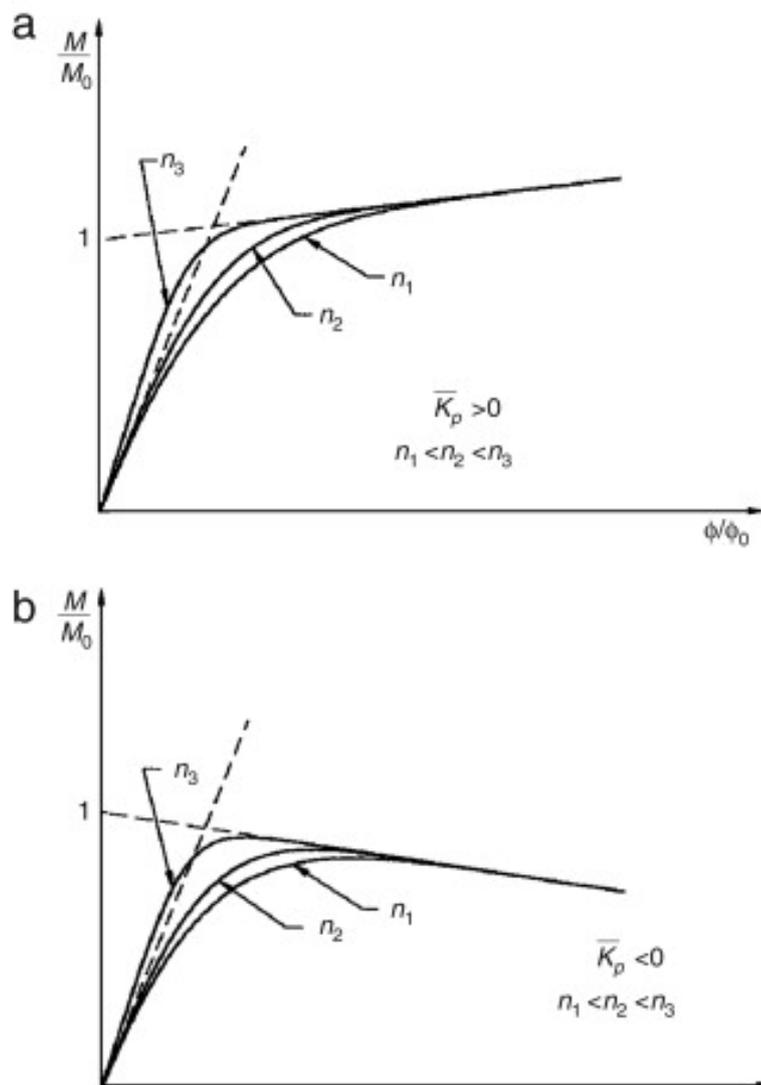


Figura 4.11: Representación curva $M - \phi$ de Yee y Melchers (a) rigidez plástica positiva (b) rigidez plástica negativa (tomado de Díaz *et al.* (2011))

4.2.5. Modelos basados en el ajuste de curva por análisis de regresión

Otro método alternativo para determinar la curva momento rotación es análisis por regresión. La representación más simple es desarrollada por Krishnamurthy *et al.* (1979) para uniones con chapa de testa obtenido de un amplio análisis paramétrico. Adoptaron una representación potencial,

$$\varphi = CM^\alpha \quad (4.34)$$

donde C y α son parámetros de regresión relativos a las propiedades geométricas y mecánicas de la unión viga columna.

Otra representación más precisa de la curva momento rotación puede ser obtenida a partir de una formulación de polinomios impares (Kennedy, 1969; Sommer, 1969; Frye y Morris, 1975),

$$\varphi = C_1M + C_2M^3 + C_3M^5 \quad (4.35)$$

donde C_1 , C_2 , y C_3 son constantes de ajuste dependiendo de geometría y de las propiedades mecánicas de la unión

El principal problema de esta formulación es que para algunos valores de M la pendiente puede ser negativa (Radziminski y Azizinamini, 1988).

Lee y Moon (2002) propuso un modelo logarítmico de dos parámetros para las uniones con angulares,

$$M = \alpha [\ln(10^3 n \varphi + 1)]^n \quad (4.36)$$

donde n y α son factores de forma determinados usando el método de mínimos cuadrados por diferencias entre los momentos estimados y los resultados experimentales.

Otras formulaciones más complejas como las desarrolladas por Jones *et al.*

(1981), Lui y Chen (1986) y Kishi y Chen (1986a) pueden ser útiles para análisis por ordenador (Chen y Toma, 1994).

4.2.6. Eurocódigo 3

La representación propuesta por el Eurocódigo divide la curva en tres segmentos. El primer segmento de la curva se corresponde con la ecuación lineal,

$$M = K_{\varphi}\varphi \quad (4.37)$$

hasta el valor de $2/3M_{j,Rd}$ donde $M_{j,Rd}$ es el momento resistente elástico.

La segunda zona es no lineal de acuerdo con la expresión,

$$M = \frac{K_{\varphi}}{\mu}\varphi \quad (4.38)$$

donde,

$$\mu = \left(1.5 \frac{M}{M_{j,Rd}}\right)^{\psi} \quad (4.39)$$

los valores de ψ los encontramos en el *cuadro 6.8 del Eurocódigo 3* (CEN, 2005) y adopta el valor de $\psi = 2.7$ para uniones soldadas y atornilladas con chapa de testa y $\psi = 3.1$ para uniones con angulares.

La tercera y última zona es perfectamente plástica, $K_{\varphi,p} = 0$,

$$M = M_{j,Rd} \quad (4.40)$$

Pero el Eurocódigo también propone modelos lineales y bilineales, donde la rigidez ha de ser reducida por un factor η que encontramos en el *cuadro 5.2 del Eurocódigo 3* y adopta los valores $\eta = 2$ para las uniones viga pilar,

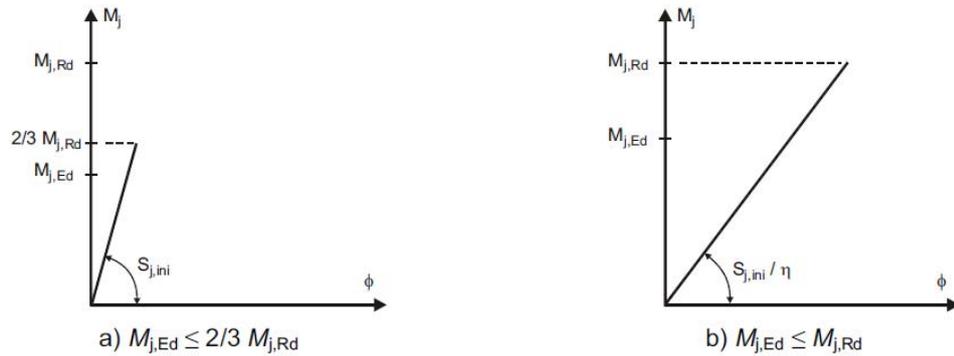


Figura 4.12: Rigidez rotacional para un análisis global elástico (CEN, 2005)

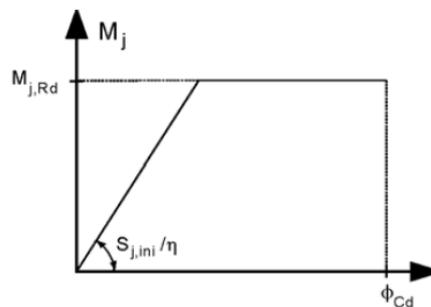


Figura 4.13: Curva bilineal para análisis global elástico-plástico (CEN, 2005)

$\eta = 3.5$ para uniones viga viga, empalmes y basas que lleven angulares atornillados a las alas y $\eta = 3$ para cualquier otra unión.

En el caso de realizar un análisis y los esfuerzos no superan los $2/3M_{j,Rd}$ entonces se puede adoptar $S_{j,Rd} = S_{j,ini}$ en lugar de la rigidez secante $S_{j,ini}/\eta$.

4.2.7. Instrucción de Acero Estructural (EAE)

Como simplificación en el caso del análisis global elasto-plástico se podrá utilizar un diagrama bilineal donde,

$$S_j = S_{j,ini}/\eta \quad (4.41)$$

y en el caso de análisis global elástico la rigidez rotacional para todos los valores del momento M_{Ed} podrá tomarse como.

$$S_{j,ini} \quad \text{si} \quad M_{Ed} \leq 2/3M_{Rd} \quad (4.42)$$

$$S_{j,ini}/\eta \quad \text{si} \quad M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (4.43)$$

El parámetro η será igual a 2 para las uniones viga pilar; 3.5 para uniones viga viga, empalmes y basas que lleven angulares atornillados a las alas; y 3 para cualquier otra unión (Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero, 2011).

4.3. Bibliografía

- Abdalla, K.M., y Chen, W.F. 1995. Expanded database of semi-rigid steel connections. *Computers & structures*, **56**(4), 553–564.
- Anderson, D., Hines, EL, Arthur, SJ, y Eiap, EL. 1997. Application of artificial neural networks to the prediction of minor axis steel connections. *Computers & structures*, **63**(4), 685–92.
- Arslan, M.H. 2010. An evaluation of effective design parameters on earthquake performance of RC buildings using neural networks. *Engineering Structures*, **32**(7), 1888–1898.
- Attiogbe, E., y Morris, G. 1991. Moment-rotation functions for steel connections. *Journal of Structural Engineering*, **117**(6), 1703–18.
- Azizinamini, A. 1982. *Monotonic response of semi-rigid steel beam to column connections*. Ph.D. thesis, University of South Carolina.
- Azizinamini, A., Bradburn, JH, y Radziminski, JB. 1985. *Static and Cyclic Behavior of Semi-rigid Steel Beam-column Connections*. Structural Research Studies, Civil Engineering Department, University of South Carolina.
- Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.

- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Cevik, A. 2007. Genetic programming based formulation of rotation capacity of wide flange beams. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(7), 884–93.
- Chen, W.F., y Toma, S. 1994. *Advanced analysis of steel frames*. CRC press.
- Chen, W.F., Kishi, N., Matsuoka, K.G., y Monachi, S.G. 1988a. Moment-Rotation Relation of Single/Double Web Angle Connections. In: Science, Elsevier Applied (ed), *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*.
- Chen, WF, Kishi, N., Matsuoka, KG, y Monachi, SG. 1988b. Moment-Rotation Relation of Top-and-Seat-Angle with Double Web-Angle Connections. In: Science, Elsevier Applied (ed), *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*.
- Chen, W.F., Goto, Y., y Liew, J.Y.R. 1996. *Stability design of semi-rigid frames*. Vol. 1. Wiley-Interscience.
- Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero. 2011. *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*.
- Cruz, PJS, Simoes, S.L.A.P., Rodrigues, DS, y Simoes, RAD. 1998. Database for the semi-rigid behaviour of beam-to-column connections in seismic regions. *Journal of Constructional Steel Research*, **46**(1), 233–34.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.

- Díaz, C, Martí, P, Victoria, M, y Querin, OM. 2011. Review on the modelling of joint behaviour in steel frames. *Journal of Construction Steel Research*, **67**, 741–758.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Frye, M.J., y Morris, G.A. 1975. Analysis of flexibly connected steel frames. *Canadian Journal of Civil Engineering*, **2**(3), 280–291.
- Gerardy, JC, y Schleich, JB. 1991. *Semi-rigid action in steel frame structures*. Tech. rept. 7210-SAI507. Arbed Recherches, Luxembourg.
- Goldberg, DE, y Richard, RM. 1963. Analysis of non-linear structures. *Journal of the Structural Division.*, **89**(4), 333–51.
- Goverdhan, A.V. 1983. *A Collection of Experimental Moment-rotation Curves and Evaluation [sic] of Prediction Equations for Semi-rigid Connections*. Ph.D. thesis, Vanderbilt University.
- Guzelbey, I.H., Cevik, A., y Gögüş, M.T. 2006. Prediction of rotation capacity of wide flange beams using neural networks. *Journal of Constructional Steel Research*, **62**(10), 950–61.
- Jadid, M.N., y Fairbairn, D.R. 1996. Neural-network applications in predicting moment-curvature parameters from experimental data. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **9**(3), 309–19.
- Jones, S.W., Kirby, P.A., y Nethercot, D.A. 1981. Modelling of semi-rigid connection behaviour and its influence on steel column behaviour. *Joints in Structural Steelwork*, ed. J.H. Howlett, W.M. Jenkins, R. Stainsby, Pentech Press, London., 573–587.
- Kennedy, DJL. 1969. Moment-rotation characteristics of shear connections. *Engineering Journal, American Institute of Steel Construction*, 105–15.
- Kim, J.H., Ghaboussi, J., y Elnashai, A.S. 2010. Mechanical and informational modeling of steel beam-to-column connections. *Engineering Structures*, **32**(2), 449–58.

- Kishi, N, y Chen, WF. 1986a. *Steel connection data bank program*. Tech. rept. CE-STR86-18. In: Structural engineering. 2bd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, 1/2.
- Kishi, N, y Chen, WP. 1986b. *Data base of steel beam-to-column connections*. Tech. rept. CE-STR86-26. Structural engineering. 2bd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette.1/2.
- Krishnamurthy, N. 1978a. *Analytical investigation of bolted stiffened tee-stubs*. Tech. rept. CE-MVMA-1902. Department of Civil Engineering, Vanderbilt University, Nashville (TN).
- Krishnamurthy, N. 1978b. A fresh look at bolted end-plate behavior and design. *Engineering Journal*, **15**(2), 39–49.
- Krishnamurthy, N., Avery, L.K., Jeffrey, P.K., y Huang, H.T. 1979. Analytical $M - \theta$ Curves for End-Plate Connections. *Journal of the Structural Division*, **105**(1), 133–45.
- Kukreti, AR, Murray, TM, y Abolmaali, A. 1987. End-plate connection moment-rotation relationship. *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, 137–57.
- Lee, S.S., y Moon, T.S. 2002. Moment-rotation model of semi-rigid connections with angles. *Engineering Structures*, **24**(2), 227–37.
- Lemonis, M.E., y Gantes, C.J. 2009. Mechanical modeling of the nonlinear response of beam-to-column joints. *Journal of Constructional Steel Research*, **65**(4), 879–90.
- Lima, L.R.O., Vellasco, P.C.G.S., Andrade, S.A.L., Silva, J.G.S., y Vellasco, M. 2005. Neural networks assessment of beam-to-column joints. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **27**(3), 314–24.
- Lui, EM, y Chen, W.F. 1986. Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames. *Engineering Structures*, **8**(2), 107–18.
- Moncarz, PD, y Gerstle, KH. 1981. Steel frame with nonlinear connections. *Journal of Structural Division.*, **107**(ST8), 1427–41.

- Moore, HF, y Wilson, WM. 1917. Test to determine the rigidity of riveted joints in steel structures. *University of Illinois. Engineering experiment station.*, **Bulletin 104**.
- Nethercot, DA. 1985b. Steel beam-to-column connections-a review of test data and its applicability to the evaluation of joint behavior in the performance of steel frames. *CIRIA report*.
- Nethercot, DA, y Zandonini, R. 1990. *Structural connections: Stability and strength*. London: Elsevier Applied Science. Chap. Methods of prediction of joint behaviour: Beam-to-column connections,, pages 22–62.
- Radziminski, J.B., y Azizinamini, A. 1988. Prediction of Moment-Rotation Behavior of Semi-Rigid Beam-to-Column Connections. *In: Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*. London: Elsevier Applied Science Publishers.
- Ramberg, W., y Osgood, W.R. 1943. *Description of stress-strain curves by three parameters*. Tech. rept. 902. National Advisory Committee for Aeronautics.
- Reinosa, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Salajegheh, E., Gholizadeh, S., y Pirmoz, A. 2008. Self-organizing parallel back propagation neural networks for predicting the moment-rotation behavior of bolted connections. *Asian Journal of Civil Engineering*, **9**(6), 625–40.
- Simoes da Silva, L. 2008. Towards a consistent design approach for steel joints under generalized loading. *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(9), 1059–75.
- Simões da Silva, L., y Girão Coelho, AM. 2001. An analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force. *Computers & Structures*, **79**(8), 873–81.
- Sommer, W.H. 1969. *Behaviour of welded header plate connections*. Ph.D. thesis, University of Toronto.

- Stavroulakis, GE, Avdelas, AV, Abdalla, KM, y Panagiotopoulos, PD. 1997. A neural network approach to the modelling, calculation and identification of semi-rigid connections in steel structures. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(1), 91–05.
- Wales, M.W., y Rossow, E.C. 1983. Coupled Moment-Axial Force Behavior in Bolted Joints. *Journal of Structural Engineering*, **109**(5), 1250–66.
- Weynand, K. 1992. SERICON I- databank on joints building frames. *Pages 463–74 of: In: Proc. COST C1 first state of the art workshop on semi-rigid behaviour of civil engineering structures.*
- Weynand, K, Huter, M, Kirby, PA, Simoes da Silva, LAP, y Cruz, PJS. 1998. SERICON - databank on joints building frames. *In: In: Proceedings COST C1 workshop.*
- Wu, F.H., y Chen, W.F. 1990. A design model for semi-rigid connections. *Engineering Structures*, **12**(2), 88–97.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Yun, G.J., Ghaboussi, J., y Elnashai, A.S. 2008. Self-learning simulation method for inverse nonlinear modeling of cyclic behavior of connections. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **197**(33), 2836–57.

Capítulo 5

Modelos numéricos

5.1. Antecedentes	74
5.2. Modelos de elementos finitos	83
5.2.1. Tipo de elemento	84
5.2.2. Forma del elemento	84
5.2.3. Orden del elemento	85
5.2.4. Formulación del elemento	85
5.2.5. Tipo de integración	86
5.3. Modelos de tornillos	87
5.4. Modelo del material	90
5.5. Modelo del contacto	90
5.6. Modelo numérico de un T-stub	92
5.6.1. Modificación de tipo de elemento	94
5.6.2. Modificación del contacto	97
5.6.3. Modificación del tornillo	98
5.6.4. Modificación del material	98
5.7. Bibliografía	100

Los modelos de elementos finitos (MEF) son una forma rápida y económica de modelización de uniones semirrígidas. La versatilidad de estos MEF permite modelizar el comportamiento del conjunto de la unión y particularmente de cada uno de los componentes de la misma, pero siempre deberían llevar asociados unos resultados experimentales que garanticen que el MEF se corresponde en comportamiento con el modelo experimental.

La evolución de los programas de elementos finitos y de las computadoras permite realizar análisis cada vez más complejos. Los sencillos modelos lineales de la década de los 70 se han convertido en los modelos tridimensionales no lineales de miles de elementos actuales.

En el cálculo de estructuras con la especialización de las herramientas informáticas, se pueden encontrar en el mercado programas orientados al uso práctico y profesional de los elementos finitos y otros orientados a la investigación.

En este capítulo se hace una revisión bibliográfica de la evolución de los modelos numéricos de las uniones metálicas semirrígidas desde sus comienzos en la década de los 70 hasta los MEF de uniones de los últimos años. También se exponen las diversas opciones que ayudan a realizar un modelo de unión más realista, que el investigador o diseñador de uniones se puede encontrar en los programas de cálculo de elementos finitos más comunes, como pueden ser: las opciones del elemento, modelos de tornillos, tipo de contacto y modelo del material. Como último punto de este capítulo, se realiza un análisis de las anteriores opciones de modelización sobre un T-stub, del que se dispone de los datos experimentales y que está suficientemente contrastado en la bibliografía.

5.1. Antecedentes

Los primeros análisis de uniones tuvieron lugar en la década de los 70 cuando Krishnamurthy y Graddy (1976) realizaron un modelo tridimensional de una unión atornillada con chapa de testa, con elementos brick de 8 nudos, donde incluyeron contacto y pretensado en los tornillos. Debido a las limita-

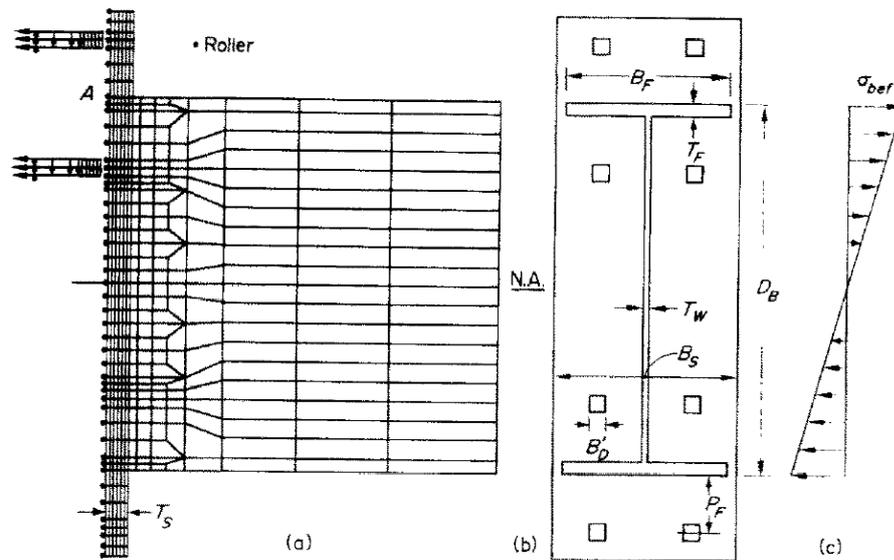


Figura 5.1: (a) Mallado 2D con 581 nudos, (b) vista y notación, (c) distribución de tensiones asumida (Krishnamurthy y Graddy, 1976)

ciones computacionales de la época el modelo tridimensional fue utilizado para establecer una correlación con los modelos bidimensionales computacionalmente más baratos aunque menos precisos (Figuras 5.1 y 5.2). Un procedimiento similar fue llevado a cabo por Kukreti *et al.* (1987) para reproducir curvas momento rotación obteniendo buenos resultados dentro del rango estudiado.

Kukreti *et al.* (1989) también desarrollaron un modelo de elementos finitos para uniones en T rigidizadas. Estos modelos se pueden clasificar como híbridos puesto que combinan elementos sólidos para ambas placas y tornillos y elementos planos para alma y rigidizadores. Obtuvieron unos resultados satisfactorios pero dependían fuertemente de las propiedades de los materiales utilizados.

Posteriormente otros investigadores desarrollaron modelos en 2D para uniones atornilladas, obteniendo buenos resultados generalmente, comparados con los resultados experimentales. Pero en realidad estos modelos predicen comportamientos más rígidos y resistentes comparados con los modelos 3D, salvo en los casos en que los campos de desplazamientos y tensiones sean prácticamente 2D.

Sherbourne y Bahaari (1994, 1997) desarrollaron un modelo de elementos

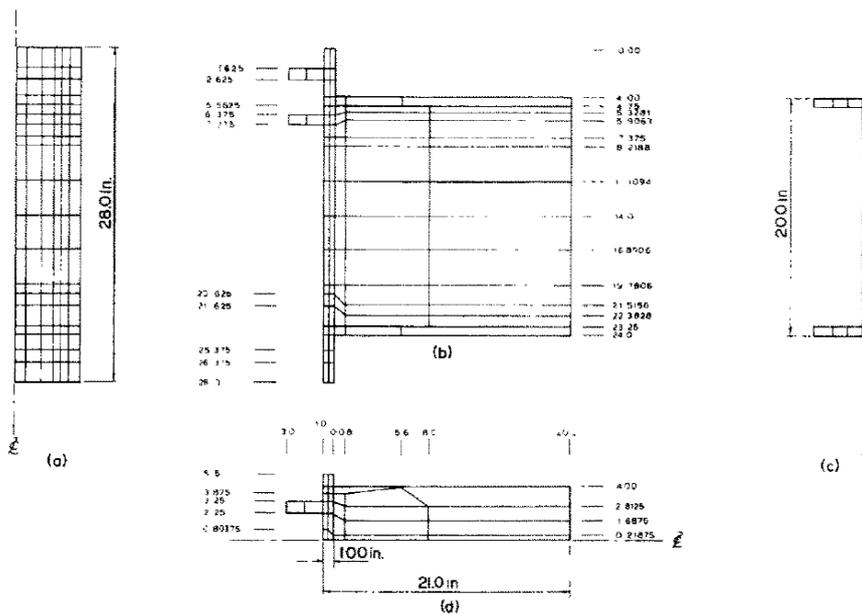


Figura 5.2: Vistas del modelo 3D (Krishnamurthy y Graddy, 1976)

finitos para investigar el comportamiento de las uniones atornilladas de chapa de testa, donde la chapa de testa, viga y las alas de la columna, almas y rigidizadores de la columna fueron modelados con elementos planos. Para modelar la interacción entre chapa y ala de la columna utilizaron elementos de interface que simulan el contacto. Otra simplificación que emplearon fue la de los tornillos, que fueron modelados con elementos barra suponiendo una conexión continua entre los nudos de la cabeza y la chapa (Figura 5.3).

Bursi y Jaspart (1998) modelaron T-stub pretensados y no pretensados y uniones de chapa de testa extendida. En este modelo no incluyeron el pilar, sólo incluyeron los tornillos sometidos a tracción, y modelaron las soldaduras y la fricción. Como ley del material adoptaron la nominal. Los resultados los comparan con ensayos experimentales obteniendo resultados satisfactorios.

Sumner *et al.* (2000) utilizaron modelos de elementos finitos en Ansys para modelar una unión de chapa de testa doblemente extendida. Para la viga y pilar utilizaron elementos sólidos de 8 nudos y para los tornillos y chapa elementos sólidos de 20 nudos. También usaron elementos de contacto entre la chapa y el pilar (Figura 5.4).

Bahaari y Sherbourne (2000) desarrollaron un detallado modelo 3D para

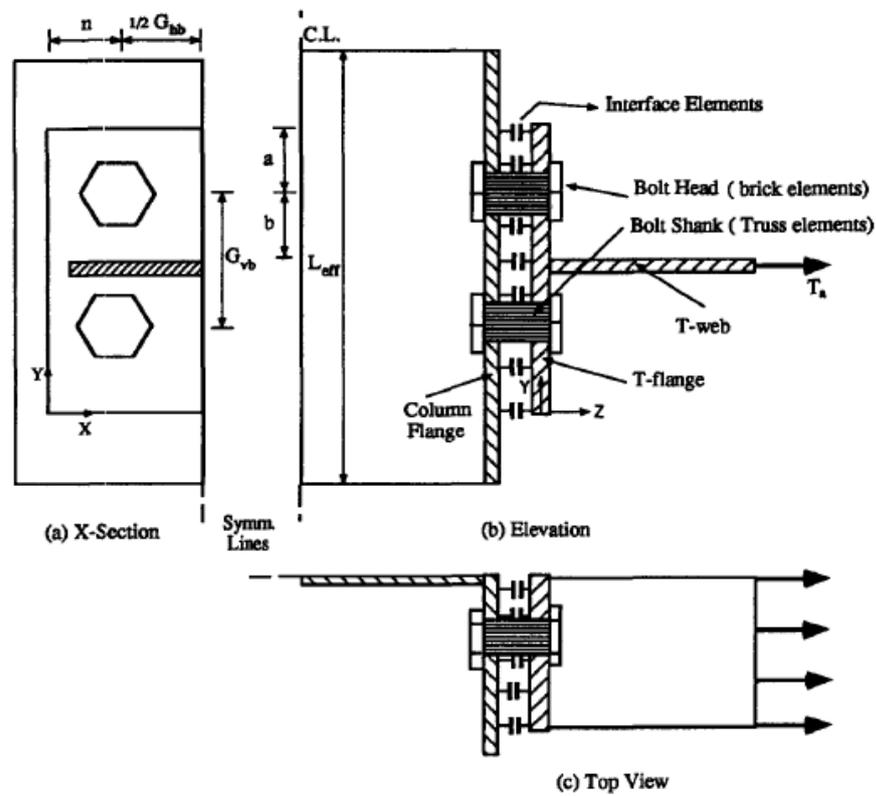


Figura 5.3: Esquema del modelo de elementos finitos (Sherbourne y Bahari, 1994)

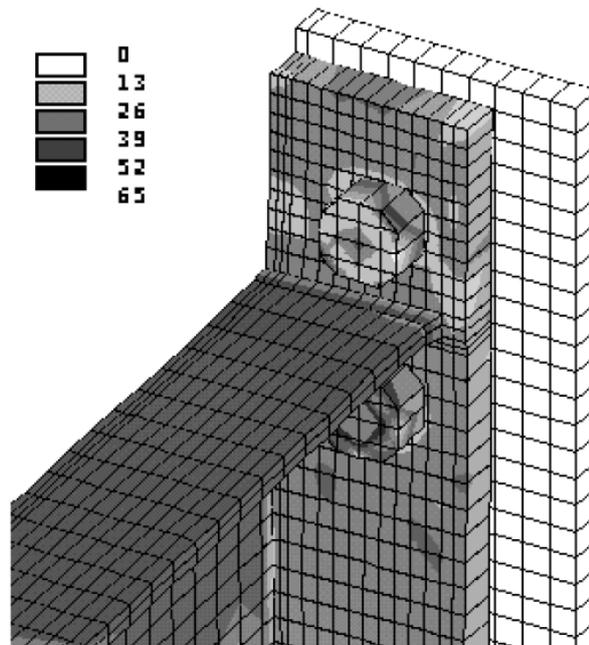


Figura 5.4: Modelo en Ansys (Sumner *et al.*, 2000)

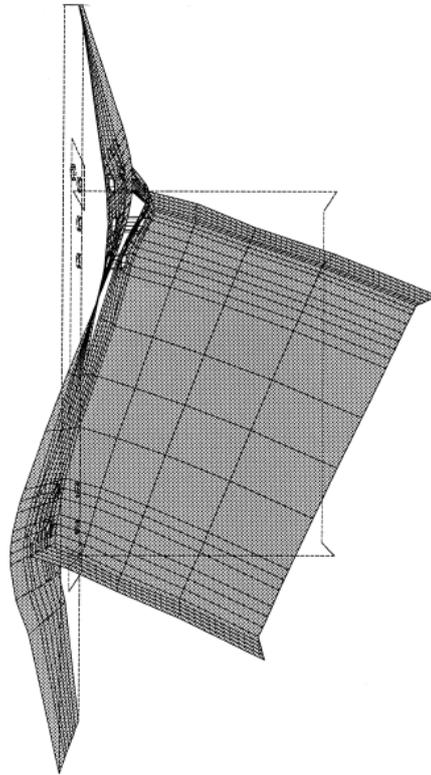


Figura 5.5: Modelo en Ansys de láminas (Bahaari y Sherbourne, 2000)

estudiar las uniones de 8 tornillos con chapa de testa extendida, empleando principalmente elementos lámina. No modelaron las cabezas de los tornillos ni las tuercas que fueron sustituidas por un incremento de espesor de la chapa y ala alrededor de los agujeros de los tonillos. El vástago del tonillo lo modelaron con seis elementos barra. Los contactos fueron modelados con elementos de interface tridimensionales (Figura 5.5).

Swanson *et al.* (2002) estudiaron el comportamiento de los T-stub mediante modelizaciones en 3D con elementos hexaédricos y tetraédricos y 2D con elementos triangulares y rectangulares. Todos los modelos incorporaban no linealidades geométricas y de material y contactos. Los modelos en 2D fueron utilizados para realizar un análisis paramétrico. El comportamiento lo predicen bastante bien pero la resistencia de los modelos es superior a la de los ensayos (Figura 5.6).

Citipitioglu *et al.* (2002) presenta diferentes modelos de uniones atornilladas con angulares. Modelaron los contactos incluyendo los efectos de fricción. Realizaron un estudio paramétrico del coeficiente de fricción entre las su-

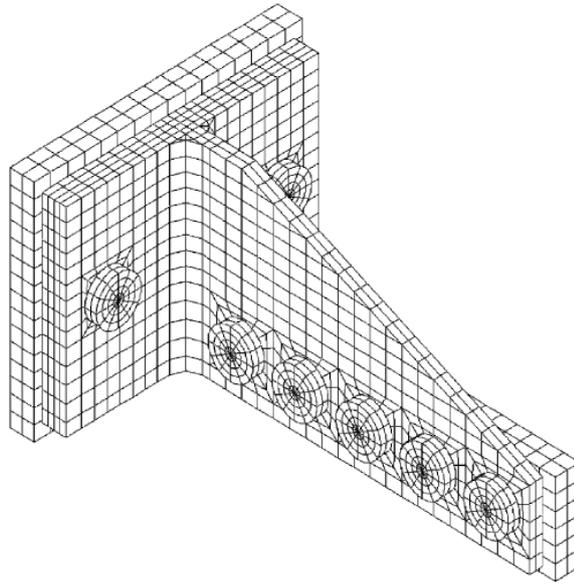


Figura 5.6: Modelo en Ansys (Swanson *et al.*, 2002)

perfiles con resultados similares a los obtenidos por Bursi y Jaspart (1998), de donde concluyen que la influencia en la rigidez es escasa y ligeramente superior en la zona plástica. También realizaron un estudio paramétrico de la influencia del pretensado de los tornillos donde concluyen que el pretensado puede variar el momento último un 25 %.

Gantes y Lemonis (2003) desarrollaron un modelo para T-stub con no linealidades de material y geométricas, además de modelizar los contactos y la fricción. Validaron los modelos con resultados experimentales recogidos de la literatura. Estudiaron la longitud del tornillo donde observaron que era importante y que dependía del modo de fallo y del nivel de pretensado.

Ju *et al.* (2004) desarrollaron un modelo tridimensional elastoplástico para uniones atornilladas tipo butt donde obtuvo que la capacidad de la unión era similar a la calculada mediante la norma AISC (Figura 5.7).

Maggi *et al.* (2005) presentan un análisis de uniones de chapa de testa extendida mediante modelos de elementos finitos en Ansys. Los modelos fueron calibrados con resultados experimentales. Se aplican no linealidades de material, geométricas y grandes desplazamientos. Los elementos eran tipo brick con 8 nudos y modos incompatibles, también utilizaron elementos de contacto. Los resultados experimentales y los de los modelos mostraron

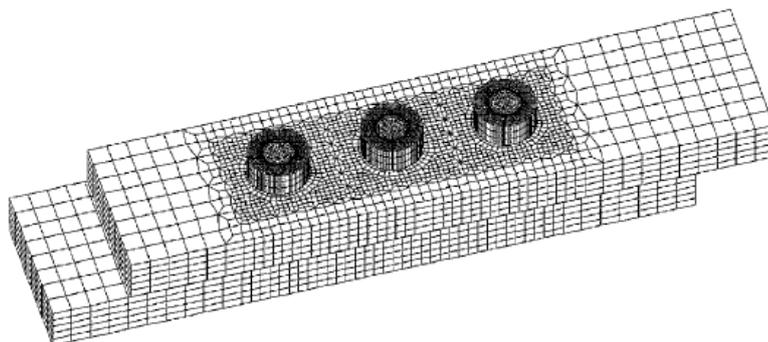


Figura 5.7: Modelo 3D (Ju *et al.*, 2004)

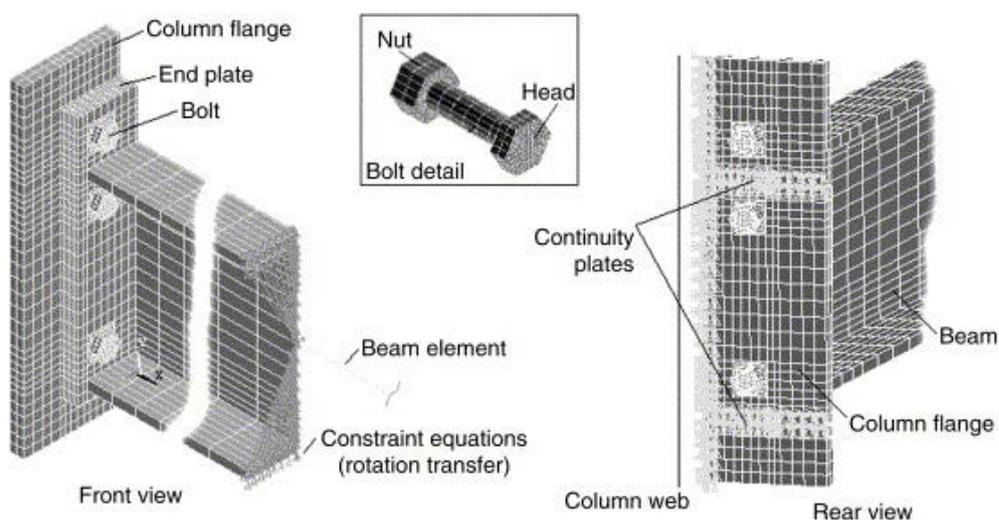


Figura 5.8: Vista general (Maggi *et al.*, 2005)

una buena correlación (Figura 5.8).

Xiao y Perneti (2005) realizaron modelos de elementos finitos con elementos lámina donde demuestran que tiene similar exactitud que los sólidos pero con un tiempo de cálculo inferior.

Tagawa y Gurel (2005) realizaron modelos en Ansys para simular el comportamiento de uniones atornilladas viga columna rigidizadas con perfiles en U como alternativa a los rigidizadores soldados. Era un modelo tridimensional con no linealidades de material y geométricas. Los resultados fueron comparados con resultados experimentales de la zona de tensión.

Abolmaali *et al.* (2005) realizaron un modelo de elementos finitos en Ansys de uniones de chapa de testa enrasada incluyendo no linealidades de ma-

terial, geométricas y contacto. Utilizaron elementos de 8 nudos isoparamétricos, la soldadura fue modelizada con elementos tetraédricos. Los resultados de los modelos fueron comparados con resultados de los años 80 (Figura 5.9).

Girao Coelho *et al.* (2006) realizaron modelos de diferentes tipos de T-substratos en 3D con elementos sólidos hexaédricos de 8 nudos serendipitous isoparamétricos (HX8M) y elementos joint (JNT4) para simular el contacto. Además simularon no linealidades geométricas y de material con el criterio de plastificación de Von Mises, todo esto utilizando el software Lusas 13.3. Los modelos numéricos fueron calibrados con resultados experimentales.

Cabrero (2006) realizó modelos de elementos finitos en Abaqus y Cosmos/M para uniones con chapa de testa extendida. Los elementos de Abaqus eran de 8 nudos y modos incompatibles, también simuló el contacto como duro. Los tornillos fueron modelados con la sección resistente. Los resultados comparados con los experimentos fueron buenos.

Pirmoz *et al.* (2008) estudiaron el comportamiento de uniones con angulares sujetas a solicitaciones de cortante y momento. Realizaron un estudio paramétrico donde geometría y propiedades mecánicas eran parámetros. Usaron un modelo en 3D con elementos sólidos y utilizaron elementos de contacto. El pretensado de los tornillos fue modelado en el primer caso de carga. Los resultados fueron comparados con los obtenidos experimentalmente por otros autores obteniendo buenas correlaciones (Figura 5.10).

Mohamadi-Shooreh y Mofid (2008) realizaron un estudio paramétrico sobre la rigidez rotacional inicial de uniones con chapa de testa enrasada. El modelo de elementos finitos tenía en cuenta el comportamiento del material, las discontinuidades geométricas y grandes desplazamientos. Validaron los modelos con resultados experimentales recogidos de la literatura.

Dai *et al.* (2010) simulaban ensayos de uniones sometidas a fuego con cinco configuraciones de uniones semirrígidas y las compararon con ensayos experimentales. Utilizaron Abaqus/Standard con elementos sólidos de 8 nudos, también concluyeron que el tamaño adecuado de elementos es de 10-20 mm y que es recomendable el uso de más de una línea de elementos en el alma para evitar el pandeo del alma. Utilizaron elementos beam para

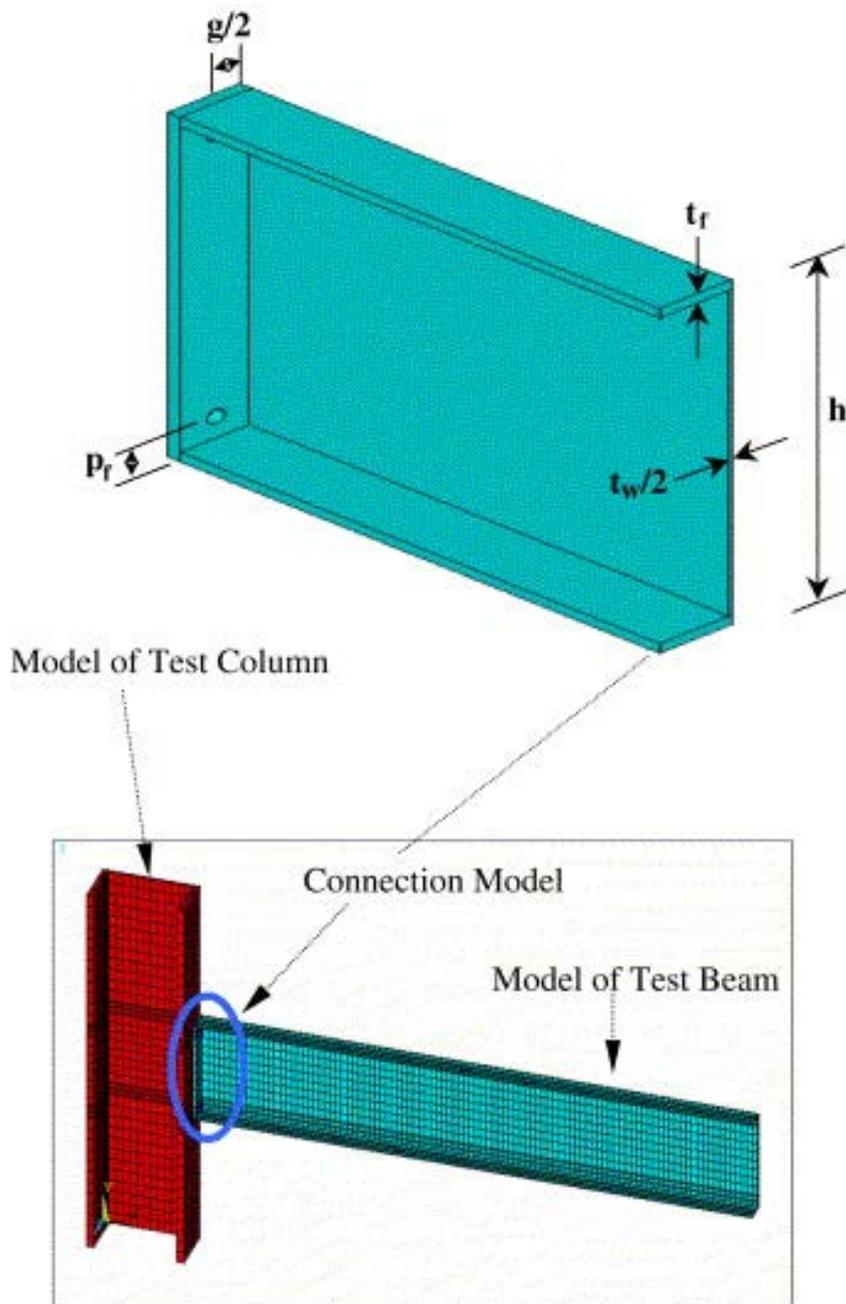


Figura 5.9: Vista general (Abolmaali *et al.*, 2005)

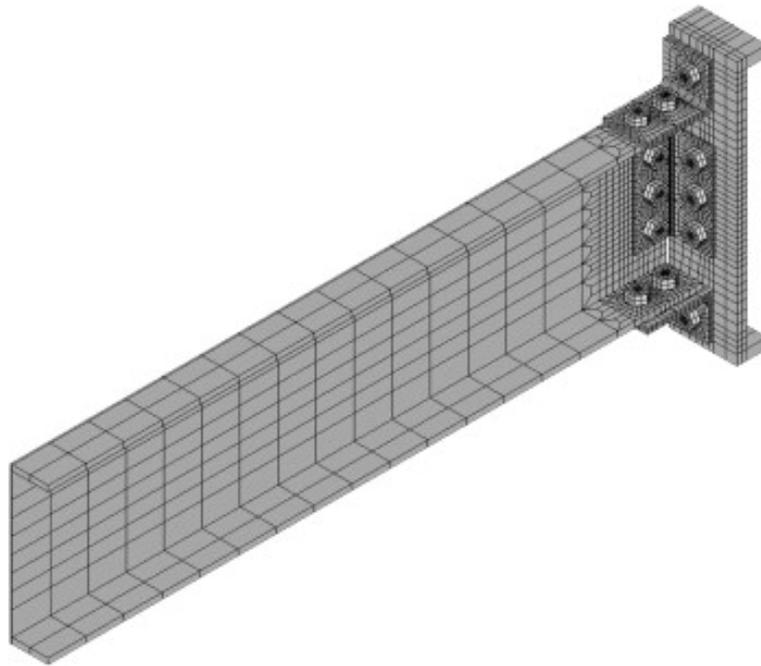


Figura 5.10: Modelo en 3D (Pirmoz *et al.*, 2008)

modelizar las partes más alejadas de la unión en el pilar. Para simular el contacto utilizaron un contacto duro y un coeficiente de fricción de 0.3.

Díaz (2010) desarrolló un modelo en 3D para estudiar el comportamiento de uniones viga-columna atornilladas con chapa de testa extendida. La modelaron en Ansys utilizando elementos de sólidos de 8 nudos con integración completa y modos incompatibles y también simularon los contactos. Los resultados fueron validados con resultados experimentales de otros autores.

Reinosa (2010) modelizó 2 uniones con angulares mediante Abaqus, teniendo en cuenta no linealidades de material y geométricas, también modelizó el contacto. Los resultados de los modelos los comparó con los experimentales obteniendo una muy buena correlación.

5.2. Modelos de elementos finitos

Para realizar un modelo de elementos finitos de una unión semirrígida el diseñador tiene diferentes opciones de modelización, que se pueden resumir en la siguiente lista:

- Tipo de elemento: bidimensional o tridimensional.
- Forma del elemento: hexaédrico, tetraédrico o prisma triangular.
- Orden del elemento: primero o segundo.
- Formulación del elemento: normal, híbrida o con modos incompatibles.
- Tipo de integración: completa o reducida.

5.2.1. Tipo de elemento

Los elementos bidimensionales nos llevan a modelos más sencillos y menos costosos que los elementos tridimensionales. Estos modelos en 2D fueron ampliamente utilizados en los primeros años de las investigaciones con elementos finitos (Krishnamurthy, 1976; Kukreti *et al.*, 1987) principalmente por las limitaciones informáticas de la época. Pero con los avances en hardware actuales cualquier PC puede simular el comportamiento de una unión tridimensional en un tiempo razonable.

La mayoría de los autores se decantan por modelos tridimensionales, dado que los modelos bidimensionales tienen una serie de taras, como pueden ser la imposibilidad de modelizar los tornillos, que en ciertos modos de fallo pueden proporcionar una información interesante (Reinosa, 2010). La visualización e interpretación de los resultados también es más cómoda y efectiva en los modelos tridimensionales (Díaz, 2010).

5.2.2. Forma del elemento

Los elementos tetraédricos son menos sensibles a la forma del elemento por lo que son más adecuados para la modelización de geometrías complejas sobre todo con opciones de automallado. Los tetraedros de primer orden resultan generalmente más rígidos por lo que se debe ir a mallas más finas, pero computacionalmente son más baratos.

Los elementos hexaédricos son más sensibles a la forma inicial del elemento pero presenta mejor convergencia. Además los elementos bricks suelen ser más exactos y menos sensibles a la orientación de la malla.

Los elemento tipo cuña solo se deben usar para completar zonas de malla-do donde no es necesario resultados precisos. Para resultados precisos se debe usar con mallas muy finas (Abaqus, 2011).

5.2.3. Orden del elemento

Los elementos de primer orden proporcionan una deformación volumétrica constante en el elemento. Esta deformación constante evita el bloqueo del mallado cuando la respuesta del material es aproximadamente incompresible.

Los elementos de segundo orden son más exactos que los de primer orden en problemas donde no estén involucradas las condiciones de contacto, impacto o grandes deformaciones. Capturan concentraciones de tensión de un modo más efectivo y también se comportan mejor en el modelado de geometrías, pudiendo modelar curvas con menos elementos. Finalmente son más efectivos en problemas dominados por la flexión.

Por lo expuesto anteriormente los elementos de primer orden parecen más adecuados para la modelización de uniones semirrígidas, lo que está en concordancia con los resultados de otros autores como (Gantes y Lemonis, 2003; Cabrero, 2006; Díaz, 2010; Reinosa, 2010).

5.2.4. Formulación del elemento

Los elementos con modos incompatibles están enriquecidos internamente con modos de deformación incompatibles. El principal efecto de estos modos es que eliminan las tensiones parásitas de cortante que provocan una respuesta demasiado rígida a flexión. Además estos modos eliminan la rigidez adicional causada por efecto Poisson en flexión. Por la adición de estos grados de libertad los elementos con modos incompatibles son más caros

que los regulares de primer orden, pero siguen siendo más económicos que los de segundo orden. Estos elementos utilizan integración completa por lo que no tienen problemas de hourglass.

Los elementos de modos incompatibles funcionan casi tan bien como los de segundo orden en muchas situaciones si la forma es casi rectangular. El funcionamiento empeora considerablemente si la forma es de paralelogramo. El funcionamiento con elementos de forma trapezoidal incompatibles no es mucho mejor que los regulares (Abaqus, 2011).

5.2.5. Tipo de integración

Los elementos con integración reducida utilizan un orden de integración menor para formar la rigidez del elemento. La matriz de masas y las cargas distribuidas utilizan integración completa. La integración reducida reduce el tiempo de cálculo especialmente en tres dimensiones. Por ejemplo en Abaqus, el elemento tipo C3D20 tiene 27 puntos de integración, mientras que el C3D20R sólo tiene 8, por tanto el primero es aproximadamente 3.5 veces más caro computacionalmente.

Hourglassing puede ser un problema en análisis de primer orden con integración reducida. Los elementos con un solo punto de integración es posible que se deformen de tal manera que las deformaciones calculadas en los puntos de integración sean cero, lo que a su vez nos lleva a una deformación incontrolada de la malla. Abaqus provee de algoritmos de control estos elementos pero deben usarse con mallas finas.

Los elementos de integración completa no tienen problemas de hourglass pero pueden sufrir bloqueos por cortante. El bloqueo por cortante puede ocurrir cuando los elementos de integración completa están sometidos a flexión. La formulación numérica aumenta la rigidez del elemento al incluir la rigidez debida al cortante. Por lo tanto estos elementos son demasiado rígidos a flexión sobre todo si la longitud del elemento es del mismo orden de magnitud o superior que el espesor de la pieza.

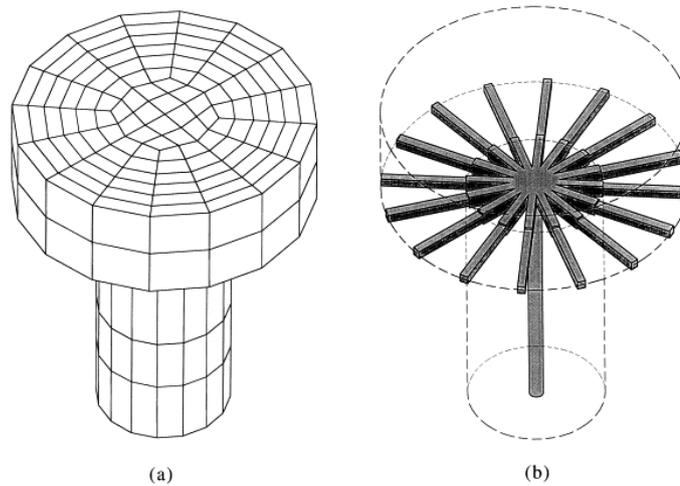


Figura 5.11: Modelo propuesto (Bursi y Jaspart, 1998)

5.3. Modelos de tornillos

Desde los inicios de la modelización de uniones mediante elementos finitos los autores utilizaron diferentes artimañas para la modelización de tornillos, bien fuere por limitaciones computacionales o para lograr modelos más efectivos.

Krishnamurthy y Graddy (1976) omitieron la modelización de las cabezas de los tornillos por considerarlas irrelevantes y modelizaron la sección de los tornillos como una sección cuadrada. Bursi y Jaspart (1998) realizaron un modelo rápido con cabeza y vástago del tornillos con elementos barra (Figura 5.11). Bahaari y Sherbourne (2000) modelizaron el vástago del tornillo con 6 elementos spar y la cabeza y tuerca la simulaban aumentando el espesor del ala y de la chapa. Swanson *et al.* (2002) modelizó los tornillos con dos tipos de elementos sólidos los wedge (cuña) para la parte interna y los brick en la exterior (Figura 5.12). Moreno (2005) modelizó la cabeza y tuerca con elementos sólidos y el vástago con 8 elementos truss2D debido a los problemas de convergencia. Reinososa (2010) realizó un modelo muy realístico al modelizar cabeza, tuerca y arandelas con contactos entre ellas.

Debido a las características de los tornillos comerciales donde los espesores de cabeza y tuerca son diferentes, además de la sección efectiva del mismo debida a la zona roscada, puede ser necesario incorporar esta flexi-

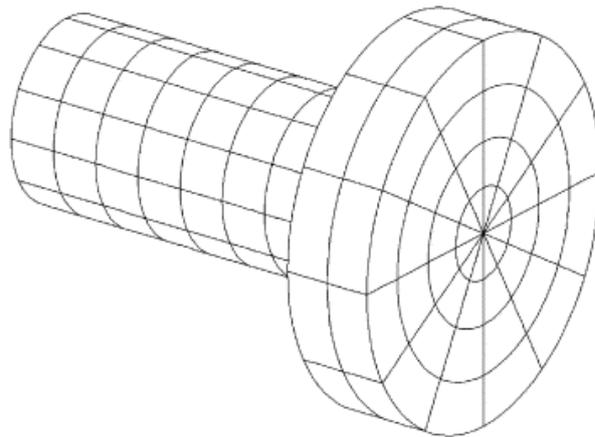


Figura 5.12: Tornillo en 3D (Swanson *et al.*, 2002)

bilidad adicional a los modelos. Según el modelo de Agerskov (ref. Bursi y Jaspert (1998)), esta flexibilidad adicional se puede introducir con un longitud efectiva de la siguiente forma,

$$L_{eff} = \frac{A_s}{A_b}(K_1 + 2K_4) \quad (5.1)$$

donde A_s es la sección efectiva correspondiente a la zona roscada, A_b es el área neta de la zona no roscada y K_1 y K_2 se definen como,

$$K_1 = l_s + 1.43l_t + 0.71l_n \quad (5.2)$$

$$K_4 = 0.1l_n + 0.2l_w \quad (5.3)$$

y las longitudes l_s , l_t , l_n y l_w están definidas en la Figura 5.13.

Una modelización con un tornillo con la longitud efectiva según Agerskov lo podemos ver la Figura 5.14.

Autores como Gantes y Lemonis (2003) sugieren que esta longitud efectiva de Agerskov debe ser modificada para obtener una respuesta más veraz.

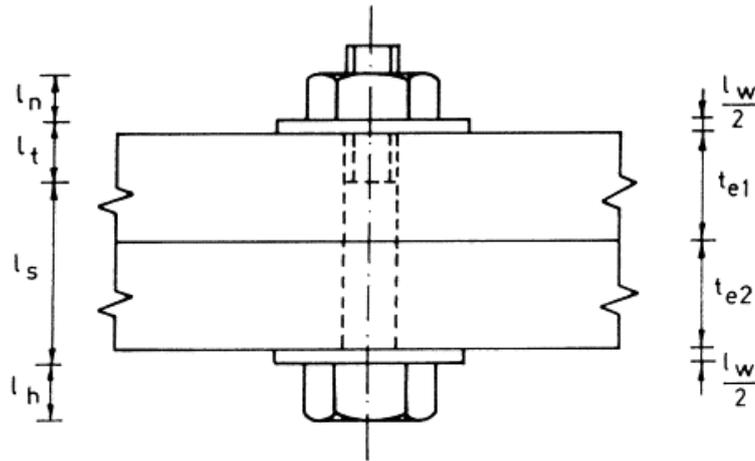


Figura 5.13: Definición de propiedades modelo de Agerskov (ref. por (Bursi y Jaspart, 1998))

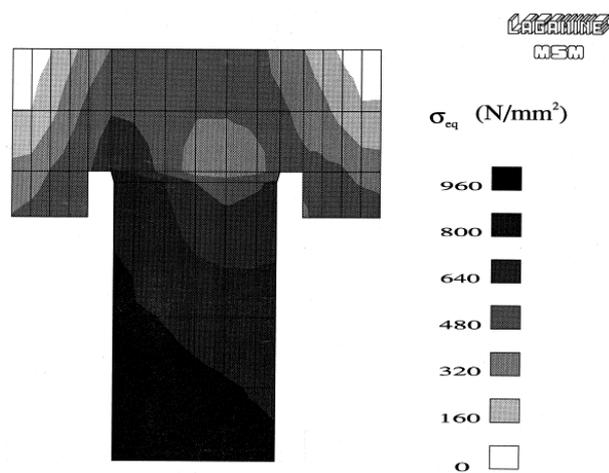


Figura 5.14: Tornillo (Bursi y Jaspart, 1998)

5.4. Modelo del material

Los programas de elementos finitos actuales permiten la introducción de leyes de comportamiento de material complejas, pero generalmente se tiende a usar un modelo de material simplificado, dado que la zona de comportamiento no lineal suele ser excesivamente complicada. La elección de modelos simplificados da resultados satisfactorios en la mayoría de los análisis.

Se aplica el criterio de plastificación de Mises para definir la plastificación isotrópica del acero. Ésta es definida dando un valor de tensión de plastificación uniaxial como una función de la deformación plástica equivalente.

En los modelos de uniones de acero se suelen usar modelos de material con endurecimiento isótropo, donde la superficie de plastificación cambia su tamaño uniformemente en todas las direcciones tal que la tensión de plastificación aumenta o decrece en todas las direcciones tal como varíe la deformación (Reinosa, 2010).

5.5. Modelo del contacto

En la simulación de una unión semirrígida atornillada el modelado del contacto cobra importancia por la cantidad de superficies que interactúan entre sí, por ejemplo, para cada tornillo hay al menos 4 pares de superficies en contacto. Además la formulación del contacto es un problema complejo porque a priori no se conocen las superficies que interactuarán entre sí dado que dependerá de varios factores como material, geometría y cargas lo que acaba generando un problema altamente no lineal.

Cuando definimos un contacto entre dos superficies en Abaqus una se define como maestra y otra como esclava, con la diferencia que la maestra puede penetrar en la esclava pero no al contrario.

En Abaqus nos ofrecen diferentes opciones a la hora de modelizar el contacto como (Abaqus, 2011):

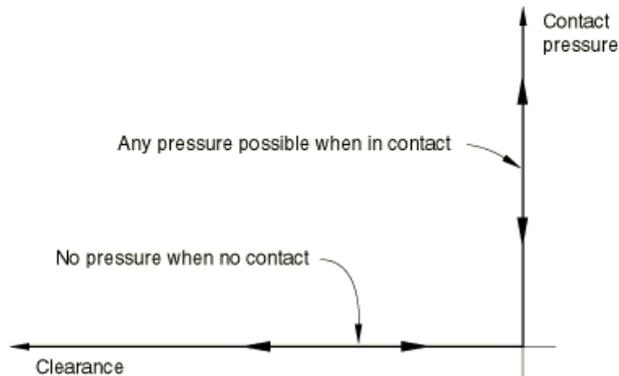


Figura 5.15: Contacto hard de Abaqus (Abaqus, 2011)

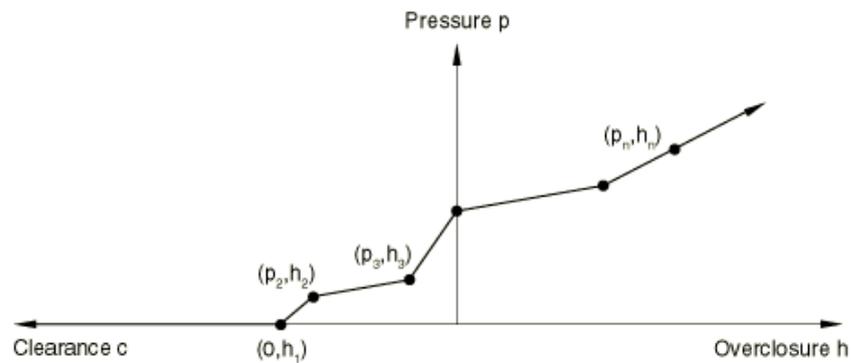


Figura 5.16: Contacto tabular de Abaqus (Abaqus, 2011)

- Hard, cuando se minimiza la penetración de la superficie esclava en la maestra.
- Softened, cuando hay una relación entre la presión de contacto y distancia relativa entre superficies. Esta relación puede ser lineal, tabulada o exponencial.
- Una relación mediante la cual no se permite la separación entre las superficies.

Cuando hay dos superficies en contacto se pueden transmitir esfuerzos normales y cortantes. La relación entre estos esfuerzos es la fricción. De cara a modelización de este fenómeno hay varios modelos disponibles entre los que cabe destacar.

- Modelo de fricción clásico isótropo de Coulomb, donde se define el coeficiente de fricción μ que en el modelo básico es el mismo en todas

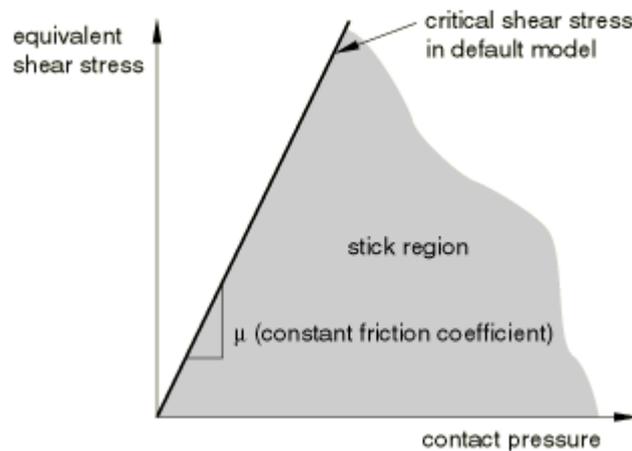


Figura 5.17: Modelo de fricción en Abaqus (Abaqus, 2011)

las direcciones. También se permite la introducción de $\tau_{m\acute{a}x}$ que es el máximo valor de cortante que se transmite antes de empezar a deslizar.

- Modelos anisótropos de Coulomb que permite dos coeficientes de fricción en dos direcciones ortogonales en las superficies de contacto.

5.6. Modelo numérico de un T-stub

En la literatura se pueden encontrar numerosos ensayos experimentales de diferentes autores que se pueden utilizar como benchmarks para validar modelos numéricos. Por lo que en este apartado se selecciona un ensayo experimental para ver el efecto de la modificación de diferentes parámetros y compararlos con los ensayos experimentales.

Para la realización de este trabajo se eligen los resultados experimentales del espécimen T1 (Bursi y Jaspart, 1997a) cuyas dimensiones podemos ver en la Figura 5.18.

El experimento realizado por Bursi y Jaspart (1997a) está compuesto por dos T-stub unidos mediante 4 tornillos M12 8.8 y L=55 mm. Las características de los materiales de los componentes de la unión se pueden ver en la gráfica de la Figura 5.19 donde se representa la tensión verdadera del ala y alma de perfil y de los tornillos.

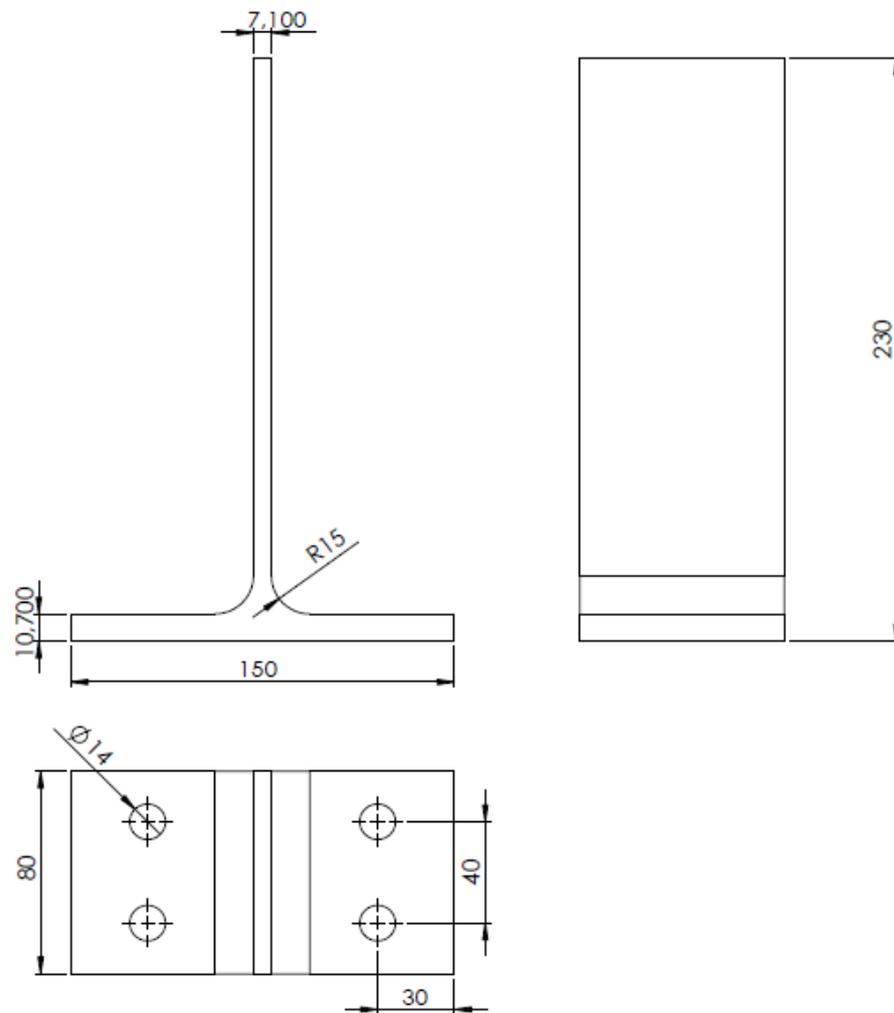


Figura 5.18: Geometría del T-stub (Bursi y Jaspart, 1997a)

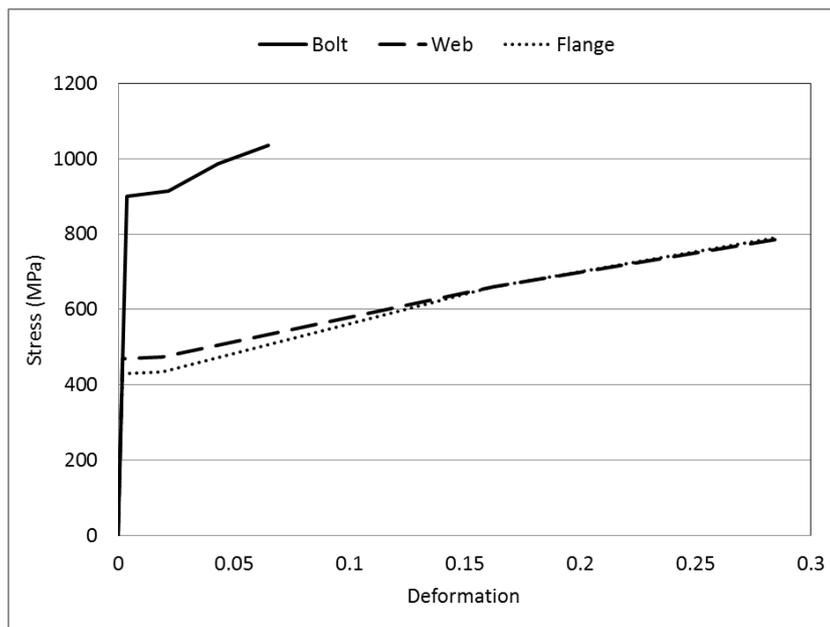


Figura 5.19: Modelo de material (Bursi y Jaspart, 1997a)

Para la modelización con elementos finitos se usa el software Abaqus y se opta por una modelización con no linealidades de material y contactos. El tipo de elemento utilizado es C3D8R. Los contactos se modelizan mediante un contacto duro (hard) con un coeficiente de fricción de 0.2. Los tornillos son modelizados con una longitud efectiva igual a la indicada por Agreskov. El modelo utilizado se puede ver en la Figura 5.20.

Con la gráfica fuerza desplazamiento se aprecia la veracidad con la que los elementos finitos reproducen el comportamiento de los elementos de unión. En la gráfica de la Figura 5.22 se ve como los resultados del modelo de elementos finitos están en concordancia con los resultados experimentales tanto en la zona elástica como en la parte plástica de la curva fuerza desplazamiento.

5.6.1. Modificación de tipo de elemento

En este apartado se estudia el efecto de la modificación del tipo de elemento. Para eso se seleccionan dos tipos de elementos, uno con integración reducida y otro de modos incompatibles.

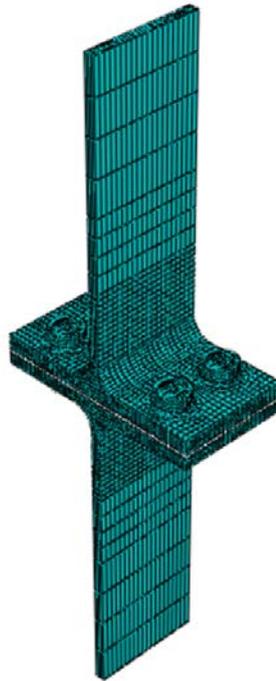


Figura 5.20: Modelo de elementos finitos realizado con Abaqus

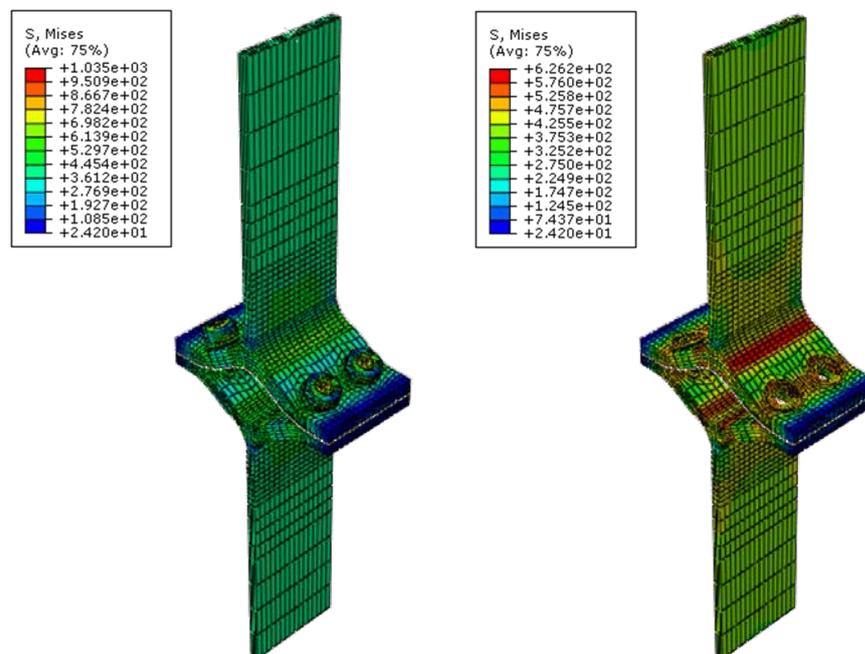


Figura 5.21: Estado tensional del modelo de elementos finitos realizado con Abaqus

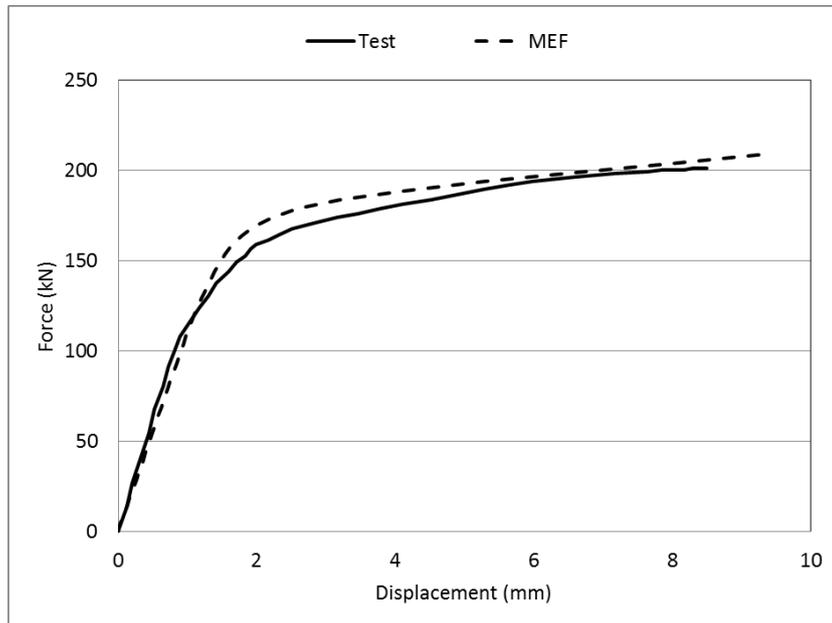


Figura 5.22: Resultado fuerza desplazamiento del T-stub

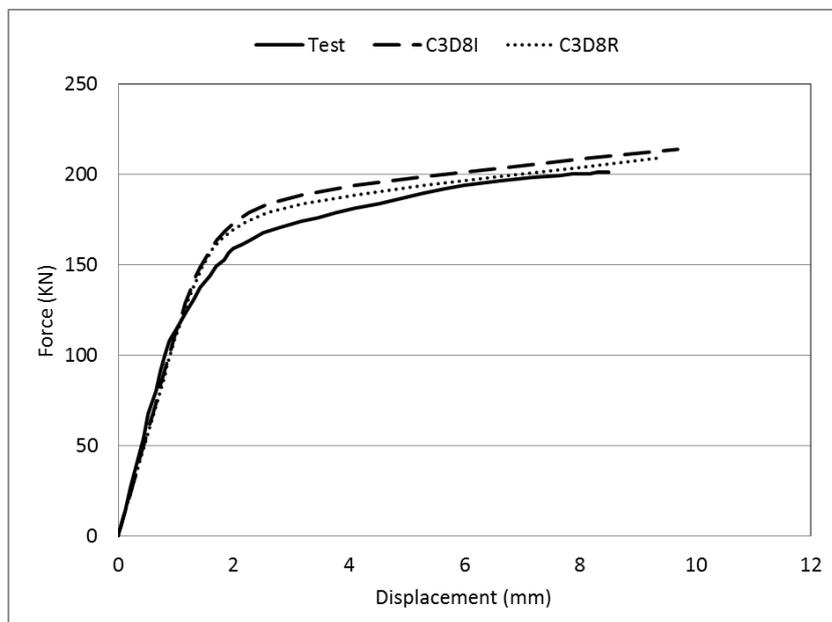


Figura 5.23: Influencia del tipo de elemento

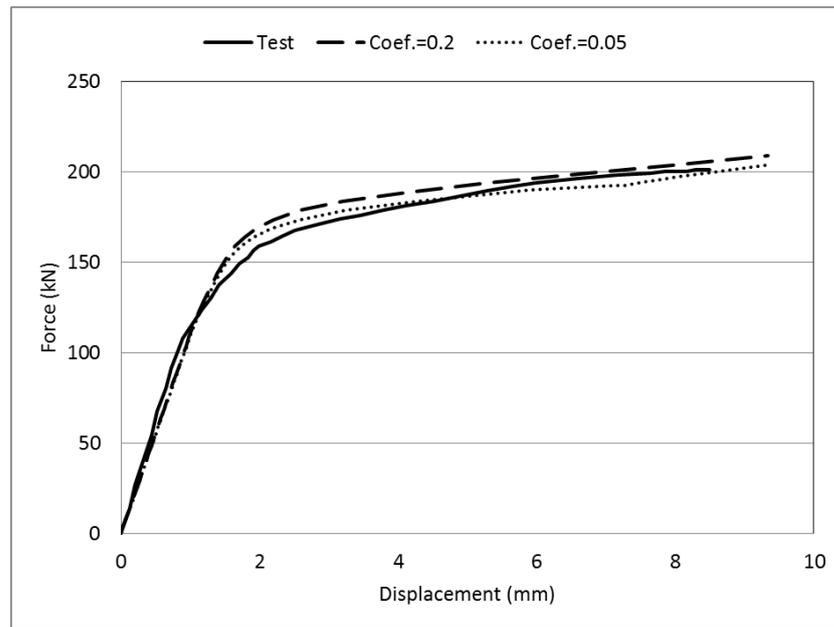


Figura 5.24: Influencia del coeficiente de fricción

Como se ve en la gráfica de la Figura 5.23 los elementos con modos incompatibles tienen un comportamiento más rígido y hacen que la resistencia de la unión sea mayor. Resultados similares fueron obtenidos por otros autores (Bursi y Jaspart, 1998) de la comparación de elementos con integración reducida y con modos incompatibles.

5.6.2. Modificación del contacto

El tipo de contacto que se utiliza en la modelización es un contacto duro (hard) que no permite la penetración entre elementos. En la modelización del comportamiento tangencial hay que definir el coeficiente de fricción entre los elementos del contacto, y al incrementar este parámetro la resistencia aumenta, este efecto se aprecia claramente en la zona de comportamiento plástico de la gráfica de la Figura 5.24. Sin embargo la rigidez inicial permanece prácticamente igual. Por lo tanto se puede concluir que el coeficiente de fricción es importante cuando los desplazamientos relativos de los elementos son mayores, tal como sugerían otros autores como Bursi y Jaspart (1998) y Citipitioglu *et al.* (2002).

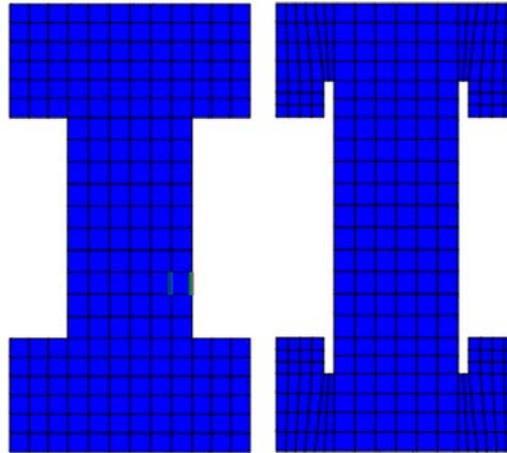


Figura 5.25: Modelización del tornillo básico y con la longitud efectiva.

5.6.3. Modificación del tornillo

En la modelización de uniones atornilladas uno de los elementos más complejos es el tornillo por sus características y número de componentes. Algunos autores han propuesto longitudes equivalentes para compensar las áreas efectivas de los vástagos. En la Figura 5.25 se proponen dos modelos de tornillo, un modelo con una forma básica y otro con la longitud efectiva propuesta por Asgreskov.

En la gráfica de la Figura 5.26 se puede ver que el efecto de modelizar un tornillo con una longitud efectiva o modelizarlo de una forma básica no hay grandes diferencias. El modelo con la longitud efectiva (Ecuación 5.1) propuesta por Asgreskov es más flexible dado que esta longitud es mayor para compensar la flexibilidad debida a que el área efectiva del tornillo es menor a la nominal.

5.6.4. Modificación del material

A la hora de modelizar una unión con un material con rama plástica, Abaqus permite modelizarlo de forma bilineal o de forma multilineal, de modo que su comportamiento se aproxime más al real pero incrementando su complejidad. Los resultados del modelo bilineal de la gráfica de la Figura 5.27 con endurecimiento plástico son igual en rigidez pero la resistencia es

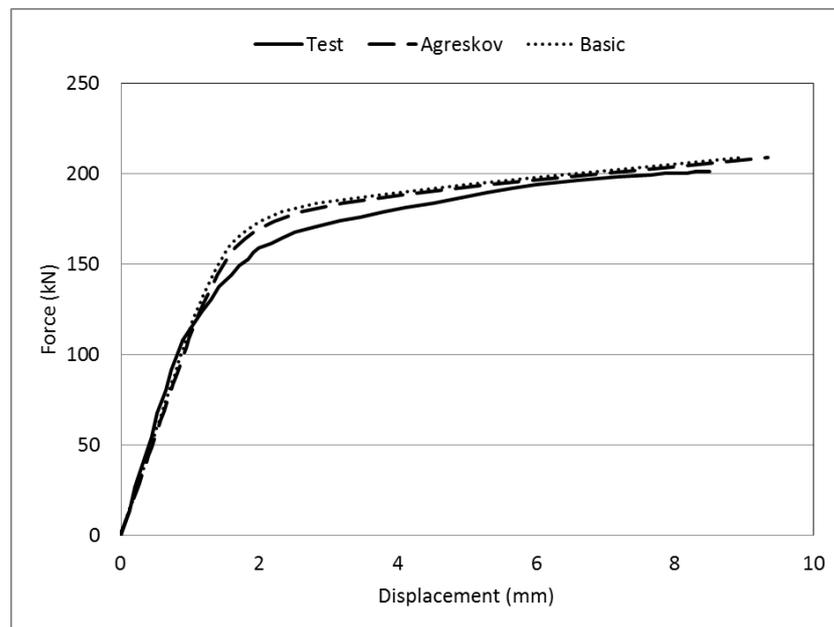


Figura 5.26: Influencia del modelo de tornillo utilizado

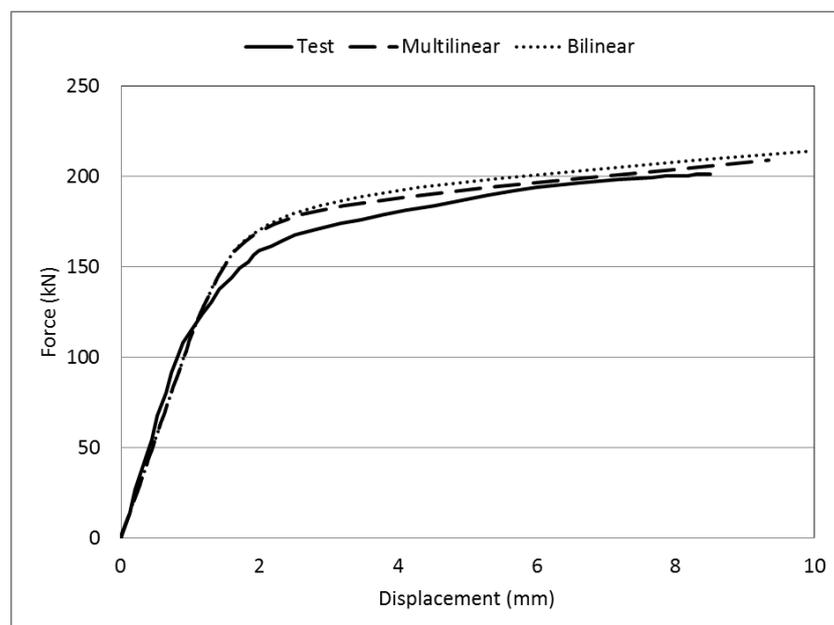


Figura 5.27: Influencia de la modelización con un material multilineal o bilineal.

mayor en la primera parte de la zona plástica como es de esperar puesto que la curva bilineal no tiene en cuenta la zona de fluencia del material. Las dos curvas convergerán a un mismo punto de resistencia última porque la tensión última es la misma en el material multilineal y bilineal.

5.7. Bibliografía

Abaqus. 2011. *Abaqus Analysis User's Manual*.

Abolmaali, A., Matthys, J.H., Farooqi, M., y Choi, Y. 2005. Development of moment–rotation model equations for flush end-plate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(12), 1595–612.

Bahaari, M.R., y Sherbourne, A.N. 2000. Behavior of eight-bolt large capacity endplate connections. *Computers & Structures*, **77**(3), 315–25.

Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997a. Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **43**(1-3), 17–42.

Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1998. Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. *Computers and structures*, **69**(3), 361–82.

Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.

Citipitioglu, AM, Haj-Ali, RM, y White, DW. 2002. Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of constructional Steel research*, **58**(5-8), 995–1013.

Dai, XH, Wang, YC, y Bailey, CG. 2010. Numerical modelling of structural fire behaviour of restrained steel beam-column assemblies using typical joint types. *Engineering Structures*, **32**(8), 2337–51.

Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.

- Gantes, C.J., y Lemonis, M.E. 2003. Influence of equivalent bolt length in finite element modeling of T-stub steel connections. *Computers & structures*, **81**(8), 595–604.
- Girao Coelho, A.M., Simoes da Silva, L., y Bijlaard, F.S.K. 2006. Finite element modeling of the nonlinear behavior of bolted T-stub connections. *Journal of structural engineering*, **132**, 918.
- Ju, S.H., Fan, C.Y., y Wu, GH. 2004. Three-dimensional finite elements of steel bolted connections. *Engineering structures*, **26**(3), 403–13.
- Krishnamurthy, N. 1976. Steel Bolted End-Plate Connections. *Pages 23.1–23.16 of: Proceedings of the International Conference on Finite Element Methods in Engineering, Adelaide, Australia.*
- Krishnamurthy, N., y Graddy, D.E. 1976. Correlation between 2-and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections. *Computers & Structures*, **6**(4-5), 381–9.
- Kukreti, AR, Murray, TM, y Abolmaali, A. 1987. End-plate connection moment-rotation relationship. *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, 137–57.
- Kukreti, A.R., Murray, T.M., y Ghassemieh, M. 1989. Finite element modeling of large capacity stiffened steel tee-hanger connections. *Computers & structures*, **32**(2), 409–22.
- Maggi, YI, Goncalves, RM, Leon, RT, y Ribeiro, LFL. 2005. Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(5), 689–708.
- Mohamadi-Shooreh, MR, y Mofid, M. 2008. Parametric analyses on the initial stiffness of flush end-plate splice connections using FEM. *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(10), 1129–41.
- Moreno, A. 2005. *Un modelo de elementos finitos para el análisis de uniones atornilladas viga-pilar con comportamiento semirrígido*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.

- Pirmoz, A., Daryan, A.S., Mazaheri, A., y Darbandi, H.E. 2008. Behavior of bolted angle connections subjected to combined shear force and moment. *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(4), 436–46.
- Reinosa, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Sherbourne, A.N., y Bahaari, M.R. 1994. 3D simulation of end-plate bolted connections. *Journal of Structural Engineering*, **120**(11), 3122–36.
- Sherbourne, A.N., y Bahaari, M.R. 1997. Finite element prediction of end plate bolted connection behavior. I: Parametric Study. *Journal of Structural Engineering*, **123**(2), 157–64.
- Sumner, E.A., Mays, T.W., y Murray, T.M. 2000. End-plate moment connections: test results and finite element method validation. *Pages 22–25 of: Connections in Steel Structures IV: Steel Connections in the New Millennium: Proceedings of the Fourth International Workshop*.
- Swanson, J.A., Kokan, D.S., y Leon, R.T. 2002. Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Constructional Steel Research*, **58**(5), 1015–31.
- Tagawa, H., y Gurel, S. 2005. Application of steel channels as stiffeners in bolted moment connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(12), 1650–71.
- Xiao, R.Y., y Perneti, F. 2005. Numerical analysis of steel and composite steel and concrete connections. *Pages 4.10–253–4.10–259. of: B. Hoffmeister, O. Hechler (ed), Eurosteel 2005: 4th European conference on steel and composite structures*.

Capítulo 6

Análisis de la rigidez del T-stub

6.1. Descripción de los ensayos	105
6.2. Instrumentación	106
6.2.1. Pórtico simple de tracción	106
6.3. Geometrías ensayadas	110
6.4. Propiedades mecánicas	111
6.5. Desarrollo de los ensayos	113
6.6. Resultados de los ensayos	114
6.7. Modelo de elementos finitos	120
6.8. Calibración del modelo de elementos finitos	124
6.9. Análisis de la rigidez axial	126
6.10. Conclusiones	127
6.11. Bibliografía	127

El comportamiento rotacional de las uniones depende del comportamiento de cada uno de los componentes de la unión. En las uniones atornilladas uno de los componentes más importante por su contribución a la rigidez y resistencia es el T-stub. Además, con este componente se puede modelizar el comportamiento de varias partes de la unión como son el ala del pilar a flexión, chapa de testa a flexión y ala del angular a flexión.

Una forma de caracterizar el empotramiento de los T-stub es mediante una campaña experimental. Entre las ventajas de las campañas experimentales está la de ofrecer resultados verosímiles con los que se pueden calibrar los modelos numéricos. Posteriormente con estos MEF se puede realizar un análisis paramétrico de los componentes que se deseen evaluar de una forma sencilla y económica.

En la literatura podemos encontrar diferentes campañas de ensayos de T-stub (Zoetemeijer, 1974; Faella *et al.*, 2000; Bursi y Jaspart, 1997a; Swanson y Leon, 2000; Girao Coelho *et al.*, 2004a). Por lo tanto, este tipo de elemento es uno de los más estudiados, pero también uno de los más complejos por la cantidad de parámetros e indeterminaciones involucrados.

El cálculo de la rigidez de un T-stub está completamente determinado en normativas modernas como el Eurocódigo. En esta norma la rigidez y resistencia se obtienen a partir de los mismos parámetros. Sin embargo, el comportamiento elástico y plástico se corresponden con dos fenómenos diferentes por lo que la utilización de diferentes parámetros para la rigidez y resistencia estaría justificado, por este motivo autores como Faella *et al.* (2000) proponen diferentes parámetros para el cálculo de rigidez y resistencia.

Con el objetivo de evaluar la formulación propuesta para la rigidez en el Eurocódigo (CEN, 2005) y por Faella *et al.* (2000) se propone la realización de una campaña experimental y sus correspondientes modelos de elementos finitos. Posteriormente, se evaluará la precisión de los modelos mecánicos comparados con los modelos experimentales y numéricos.

Para la realización de una campaña experimental, se ha diseñado un pórtico que nos permita el ensayo de una parte de un perfil de columna correspondiente a un T-stub sin necesidad de aislar el elemento. Este espécimen

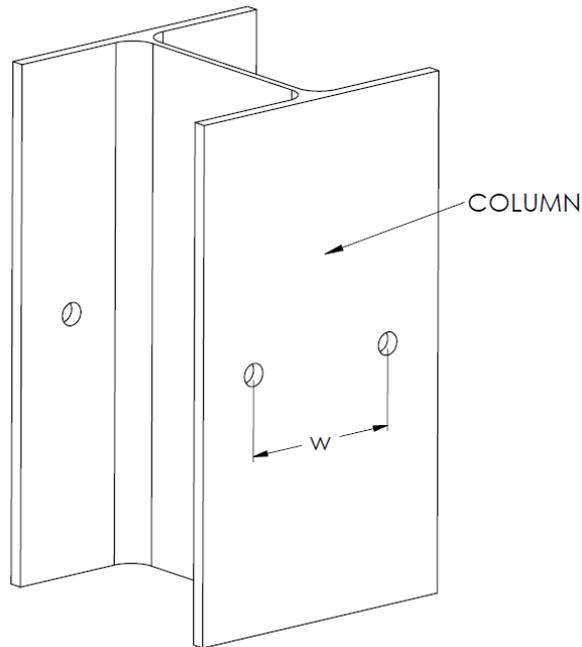


Figura 6.1: Esquema de los T-stub

Ensayo	Perfil	w	Galgas
E01A2822S	HEA-280	220	S
E02A2822S			S
E03A2416S	HEA-240	160	S
E04A2416S			S

Tabla 6.1: Configuración de los ensayos T-stub

se evaluará como dos T-stub unidos por el alma del perfil.

6.1. Descripción de los ensayos

La campaña experimental se compone de 4 ensayos con 2 geometrías diferentes como se indica en la Figura 6.1 y con las configuraciones de la Tabla 6.1. El espécimen ensayado es un perfil de 50 cm de longitud al que se le han practicado 4 taladros a una distancia w entre ellos.

Se han duplicado los ensayos sobre cada geometría para verificar el correcto funcionamiento de todos los elementos involucrados en los ensayos, tanto los aparatos de medida como los aparatos de fuerza.

Los tornillos utilizados en los ensayos fueron de métrica 20 y los perfiles del tipo HEA con unas dimensiones comunes en edificación, estudiando así un comportamiento no extremo del T-stub.

6.2. Instrumentación

Los ensayos han sido realizados en el Laboratorio de Análisis Estructural de la Escuela Politécnica Superior de Ferrol perteneciente a la universidad de A Coruña. Este laboratorio cuenta con los equipos necesarios de fuerza y medida para la ejecución de los ensayos sobre los T-stub.

La instrumentación que se ha utilizado en estos ensayos es la siguiente:

- Pórtico Simple de Tracción (Figura 6.5).
- Equipo de adquisición de datos System 7000 (Figura 6.2) con el software Strain Smart. El equipo utiliza tarjetas tipo High Level y tarjetas tipo Strain Gauge para las galgas extensiométricas, sensores de desplazamiento y para las células de carga. Para el funcionamiento el equipo debe estar conectado a un PC.
- Células de carga de 20 toneladas cuyas características se pueden ver en la Figura 6.3.
- Sensores de desplazamiento con una capacidad máxima de 5" con las características de la Figura 6.4.
- Galgas extensiométricas.

6.2.1. Pórtico simple de tracción

Para la ejecución de los ensayos se ha diseñado e instrumentado un pórtico que permite ensayar diferentes configuraciones de T-stub. El pórtico está equipado con 2 actuadores hidráulicos de presión nominal de 700 bar y



Figura 6.2: System 7000



Figura 6.3: Célula de carga



Figura 6.4: Sensores de desplazamiento

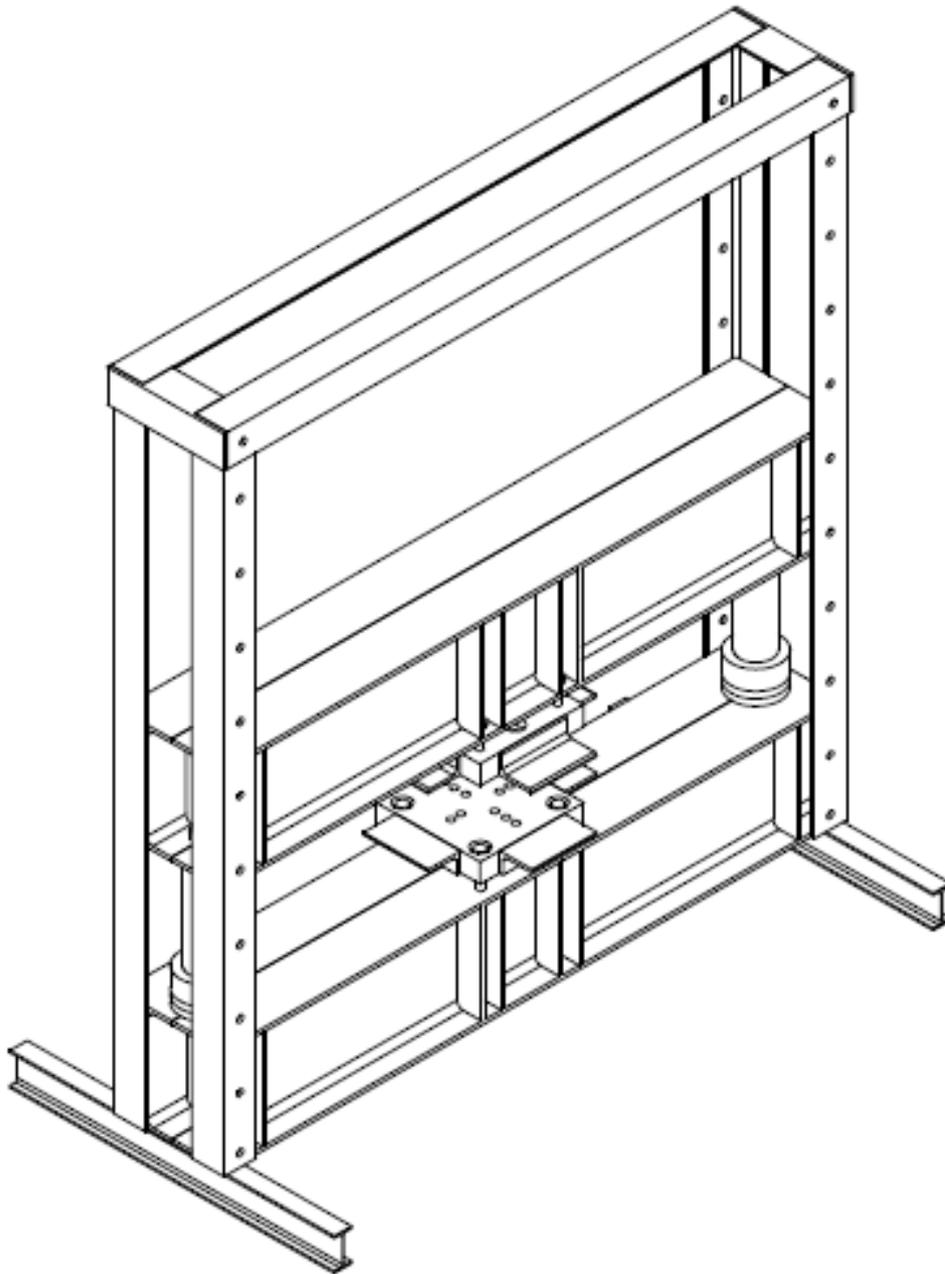


Figura 6.5: Pórtico simple de tracción

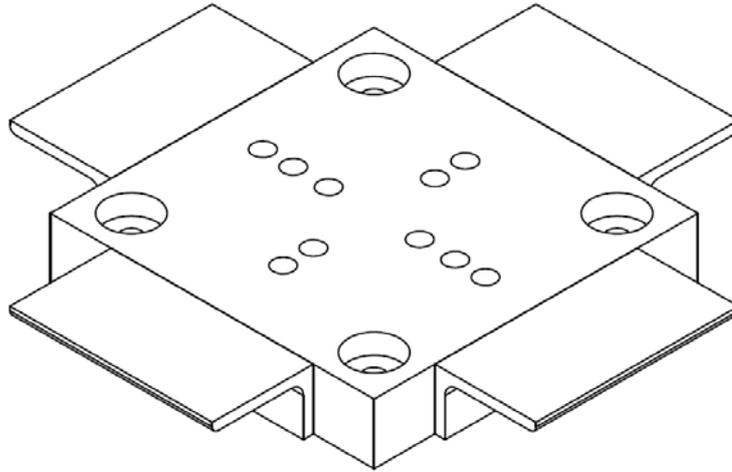


Figura 6.6: Chapa con 5 configuraciones

capacidad total del pórtico de 60 toneladas de carga a tracción. En la Figura 6.5 se muestra un esquema del pórtico.

Una de las ventajas de este pórtico es que nos permite ensayar diferentes configuraciones, variando tanto las dimensiones del perfil como la separación entre taladros. Permite el ensayo de cualquier perfil normalizado y posee 5 configuraciones de distancia entre tornillos. En el croquis de la Figura 6.6 se pueden ver la distribución de las configuraciones de distancia entre tornillos.

La novedad de este pórtico con respecto a otros sistemas, es que nos permite realizar ensayos de la columna sin necesidad de realizar ningún corte en el perfil para aislar los T-stub. Además, la instrumentación con galgas es más sencilla y realista. En otros sistemas de ensayo es necesario cortar el perfil y unir dos T-stub por las alas. Como desventaja de este sistema es que hay que tener en cuenta otro componente como el alma del pilar a tracción.

Este pórtico también fue diseñado para el estudio de los E-stub, que se explicarán en los capítulos siguientes. Este elemento no puede ser ensayado aislado de una manera sencilla, por lo que esta configuración de pórtico es la más adecuada para este tipo de elemento.

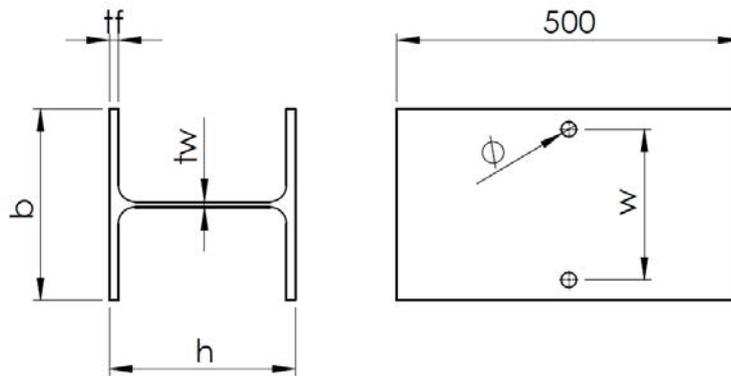


Figura 6.7: Parámetros de los especímenes T-stub

Ensayo	h	tw	b	tf	w	Φ	galgas
E01A2822S	272.5	8.5	280.0	13.1	220	24	N
E02A2822S	271.5	8.5	280.0	13.1	220	24	S
E03A2416S	238.0	7.5	237.5	11.2	160	24	S
E04A2416S	238.0	7.5	237.5	11.4	160	24	N

Tabla 6.2: Geometría de los especímenes T-stub

6.3. Geometrías ensayadas

En la Figura 6.7 y la Tabla 6.2 se indican las medidas reales de las dimensiones de los especímenes ensayados y como se puede ver en algunos casos son diferentes de las nominales. Los ensayos E01A2822S y E02A2822S tienen la misma geometría, el perfil es un HEA280 y la distancia entre tornillos es de 220 mm. Los siguientes ensayos E03A2416S y E04A2416S también tienen geometrías iguales compuestas por un perfil HEA240 y distancia entre tornillos 160. En todos los ensayos el diámetro de los taladros es 24 mm. Solamente se han colocado galgas extensiométricas en los ensayos E02A2822S y E03A2416S.

En la Figura 6.8 se muestra una foto de todos los especímenes después de los ensayos.

Los tornillos utilizados son de M20 con las dimensiones indicadas en la Figura 6.9 y la Tabla 6.3. Las tuercas de M20 tienen las dimensiones indicadas en la Figura 6.10 y en la Tabla 6.4. También se han colocado dos arandelas en cada tornillo de acuerdo con las dimensiones de la Figura 6.11

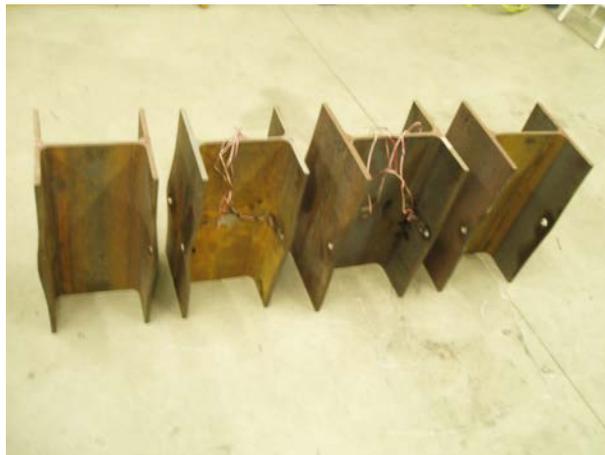


Figura 6.8: Especímenes T-stub

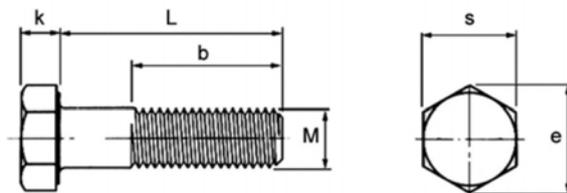


Figura 6.9: Tornillos

Tornillo	M	k	L	b	s	e
M20 10.9	20	12.5	80	50	30	33

Tabla 6.3: Medidas tornillos

y en la Tabla 6.5.

6.4. Propiedades mecánicas

Previamente a los ensayos se verificaron las características mecánicas de los aceros de los perfiles mediante dos ensayos tracción de acuerdo a la

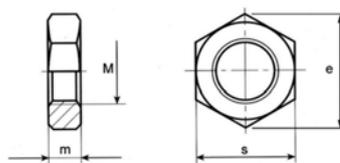
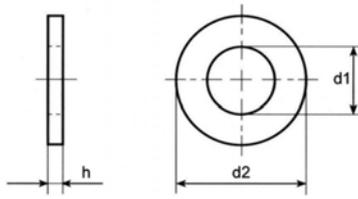


Figura 6.10: Tuercas

Tuerca	m	s	e
M20 8.8	15	30	35.5

Tabla 6.4: Medidas tuercas



Arandela	h	d1	d2
M20	3	21.5	36.5

Figura 6.11: Arandelas

Tabla 6.5: Medidas arandelas



Figura 6.12: Probeta del perfil HEA240

normativa UNE-EN 10025-1:2006 para cada uno de los perfiles.

Los aceros de los perfiles se corresponden con un acero S275. Las probetas fueron mecanizadas de acuerdo a normativa UNE-EN 10025-1:2006 como se ve en las Figuras 6.13 y 6.12. Los resultados de los ensayos de tracción se muestran la Tabla 6.6 donde se observa que el límite elástico es superior al requerido por la normativa y el módulo elástico tiene un valor muy próximo al teórico.

Los tornillos y tuercas son de M20 y acero grado 8.8 según las especificaciones del fabricante.

	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	E (MPa)
HEA240	340	479	208600
HEA280	337	466	209540

Tabla 6.6: Propiedades mecánicas del acero de los perfiles



Figura 6.13: Probeta del perfil HEA280

6.5. Desarrollo de los ensayos

Para el ensayo se ha dispuesto del pórtico simple de tracción equipado con 2 células de carga de 20 Tn, 2 sensores de hilo de 5" y 5 galgas extensiométricas.

Antes de la aplicación de la carga se realiza una precarga para el ajuste de todos los elementos del ensayo. Posteriormente se reaprietan los tornillos y se aplica la carga de forma continua hasta el final del ensayo.

En la Figura 6.14 podemos ver un esquema de la instrumentación del espécimen donde los sensores de hilo están colocados a ambos lados del mismo. También vemos la posición de las galgas en la sección y la dirección de aplicación de la carga. En la Figura 6.15 se puede ver la posición y dirección de las galgas en un esquema del espécimen ensayado.

La toma de datos se realiza de forma continua con los equipos de adquisición de datos y con un rango de 2 medidas por segundo.

Para el resultado de la fuerza total aplicada, las medidas de las dos células de carga se suman. Y para la obtención del desplazamiento total se realiza la media aritmética de las medidas de los sensores de hilo. Con esta media se minimizan los efectos de las posibles imperfecciones del espécimen ensayado y asimetrías durante del proceso de carga.

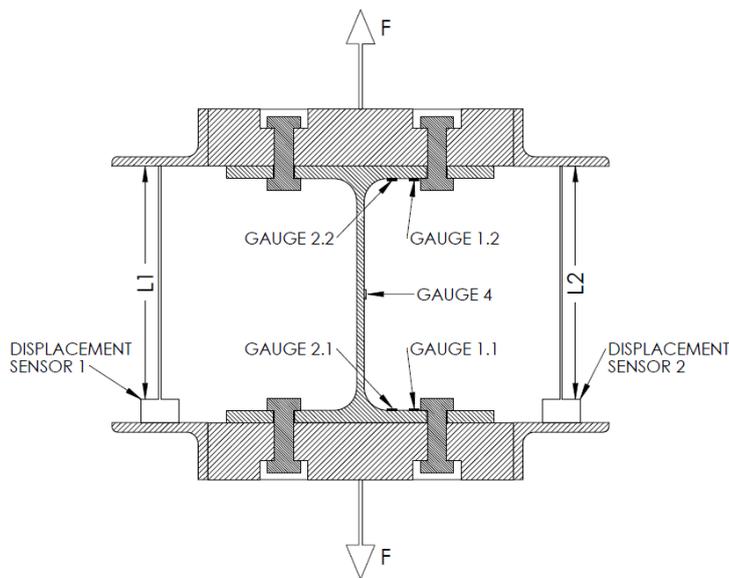


Figura 6.14: Esquema de instrumentación

Las galgas están dispuestas en las zonas donde se prevé la formación de rótulas plásticas y en el centro del alma. La galga tipo 1 está colocada próxima al tornillo, para captar la formación de la rótula en el ala del pilar a la altura del eje del tornillo y la galga tipo 2 pretende captar la formación de la rótula, en zona del radio de acuerdo entre alma y ala. Las galgas colocadas en las alas (galgas tipo 1 y 2) están duplicadas para poder verificar el comportamiento simétrico de la unión (ver Figura 6.15 y 6.14). La galga tipo 4 nos dará información del estado tensional del alma del perfil, pero por el nivel de carga al que se someterá el espécimen no se alcanzarán deformaciones plásticas en esta posición.

Al estar duplicados los ensayos sólo se colocan galgas en uno de los dos especímenes con la misma configuración ya que es suficiente para conocer el estado tensional.

6.6. Resultados de los ensayos

En este apartado se muestran los resultados de los ensayos llevados a cabo sobre los 4 especímenes. Se debe tener en cuenta que al traccionar las dos alas del perfil el comportamiento es asimilable a dos T-stub unidos por el

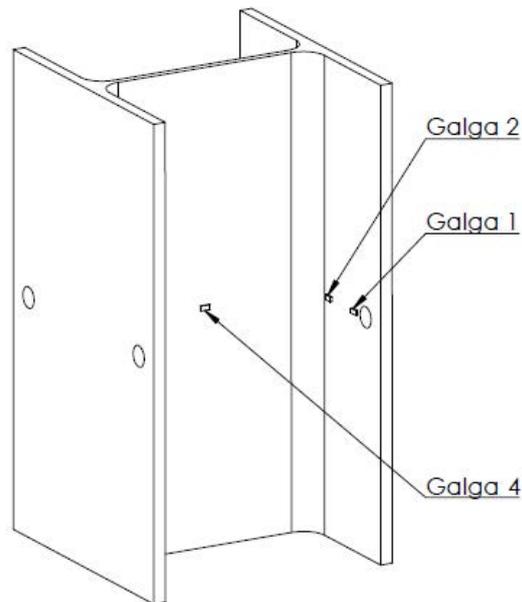


Figura 6.15: Posición de las galgas extensiométricas 1, 2 y 4

alma. Similares ensayos han sido realizados por autores como Faella *et al.* (2000) y Girao Coelho *et al.* (2004a) pero con la diferencia que utilizaba un perfil cortado y unido ala con ala.

A partir de los resultados experimentales se evalúa la rigidez inicial de cada uno de especímenes. Para esta evaluación tomamos la referencia del último punto de proporcionalidad de la curva fuerza desplazamiento.

Las Figuras 6.16 y 6.17 muestran los resultados fuerza desplazamiento de los dos primeros ensayos que se corresponden con un perfil HEA-280 y distancia entre tornillos de 220.

Si comparamos las gráficas fuerza desplazamiento de los dos primeros ensayos, como vemos en la Figura 6.18 son muy similares por lo que también se puede decir que el funcionamiento de los aparatos de medida fue adecuado.

De los resultados de las galgas extensiométricas colocadas en el ensayo E02A2822S, en que se han duplicado las galgas tipo 1 y 2 (Figura 6.14), se obtienen curvas similares para las galgas duplicadas, por lo que el comportamiento del espécimen es simétrico. Las diferencias entre las galgas

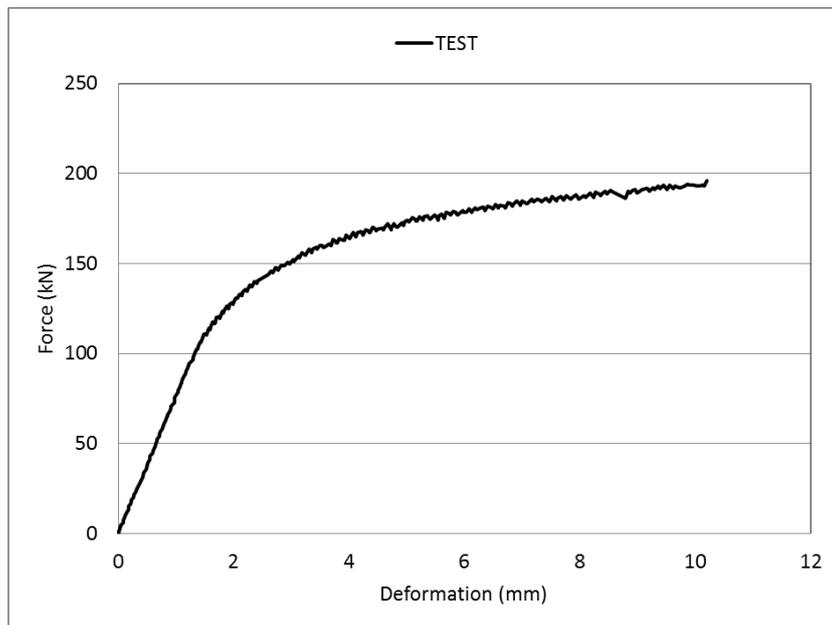


Figura 6.16: Ensayo E01A2822S. Curva fuerza desplazamiento

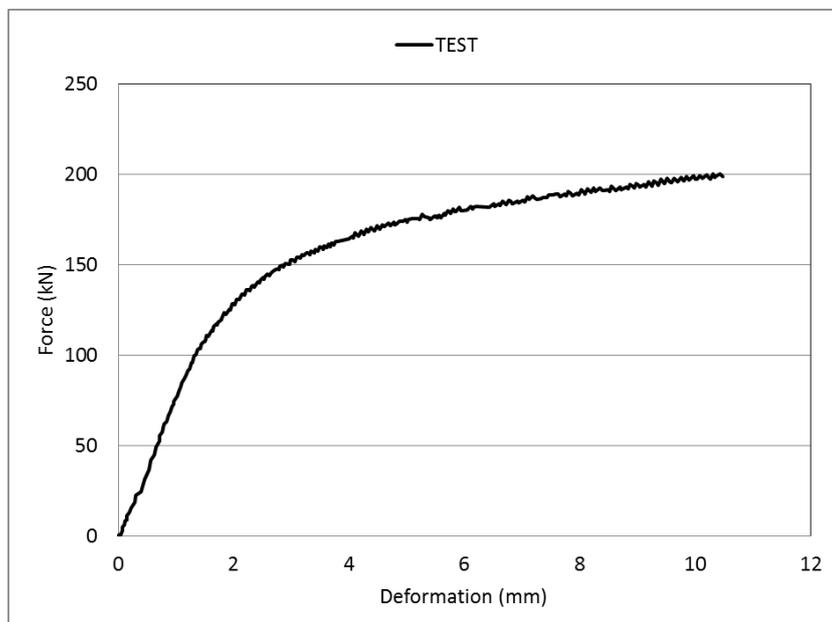


Figura 6.17: Ensayo E02A2822S. Curva fuerza desplazamiento

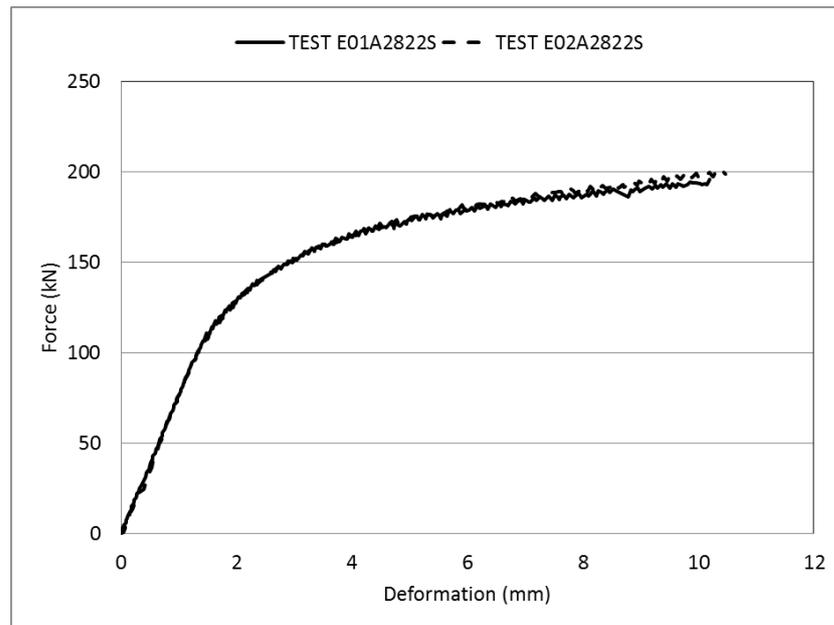


Figura 6.18: Comparación de los ensayos E01A2822S y E02A2822S

tipo 1 pueden ser debidas a deficiencias en el pegado o posicionamiento de las mismas. La galga tipo 4 como era de esperar sólo trabaja en régimen elástico dado que el alma del pilar no llega a plastificar.

Analizando el comportamiento de los 2 ensayos y las galgas extensiométricas se puede concluir que el espécimen se comportó de manera adecuada durante el ensayo.

Los resultados de los especímenes HEA-240 los podemos ver en las Figuras 6.20 y 6.21 donde se representa la curva fuerza desplazamiento de los ensayos E03A2416S y E04A2416S respectivamente. Si comparamos las gráficas fuerza desplazamiento de los dos ensayos 3 y 4 vemos el comportamiento es muy similar, según se puede ver en la Figura 6.22 tanto en la zona elástica como en la zona plástica, al igual que ocurría con los dos primeros ensayos.

Los resultados de las galgas extensiométricas del Ensayo E03A2416S los podemos ver en la Figura 6.23. En este ensayo el comportamiento de las galgas duplicadas tipo 1 y 2 también fue muy similar.

En las Figuras 6.24 a 6.27 se muestran imágenes de los ensayos donde se puede apreciar la deformada durante el proceso de carga de cada uno de

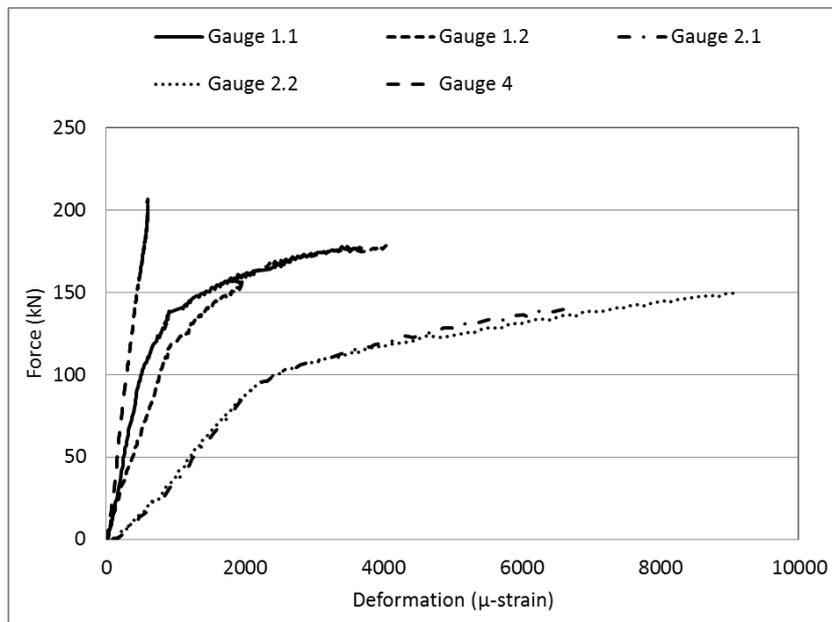


Figura 6.19: Ensayo E02A2822S. Curvas fuerza deformación

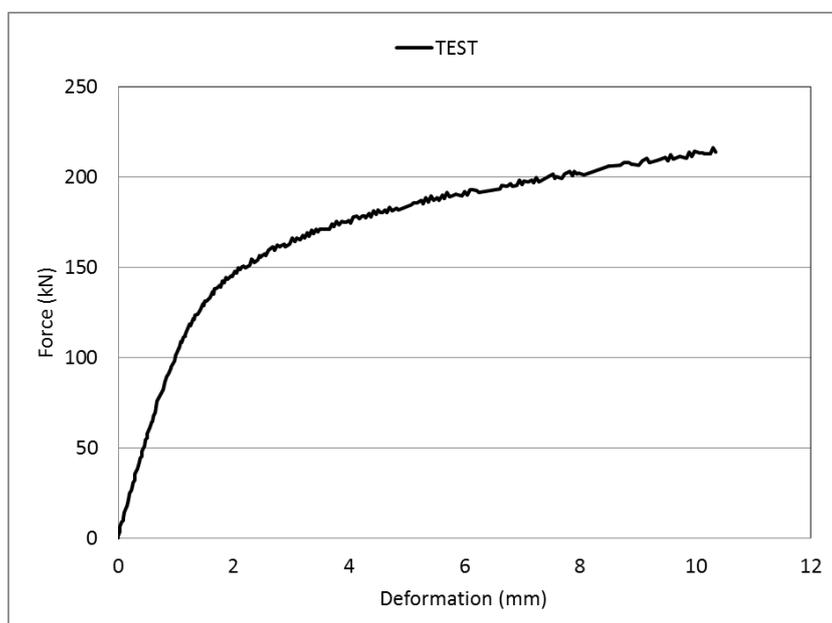


Figura 6.20: Ensayo E03A2416S. Curva fuerza desplazamiento

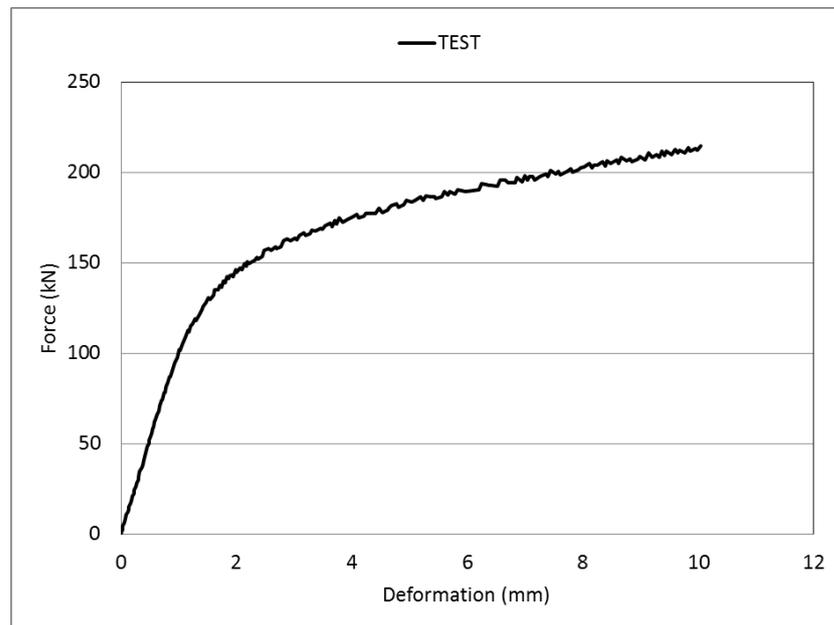


Figura 6.21: Ensayo E04A2416S. Curva fuerza desplazamiento

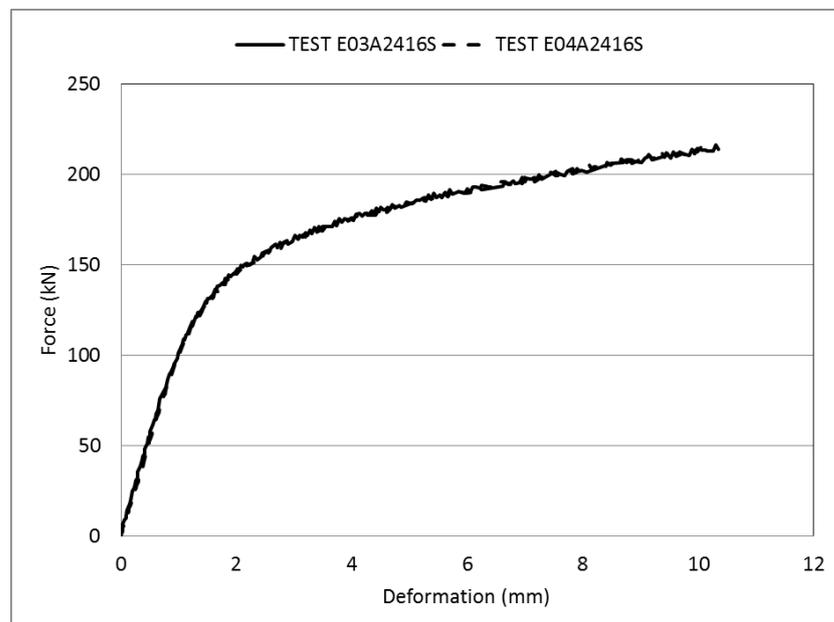


Figura 6.22: Comparación de los ensayos E03A2416S y E04A2416S

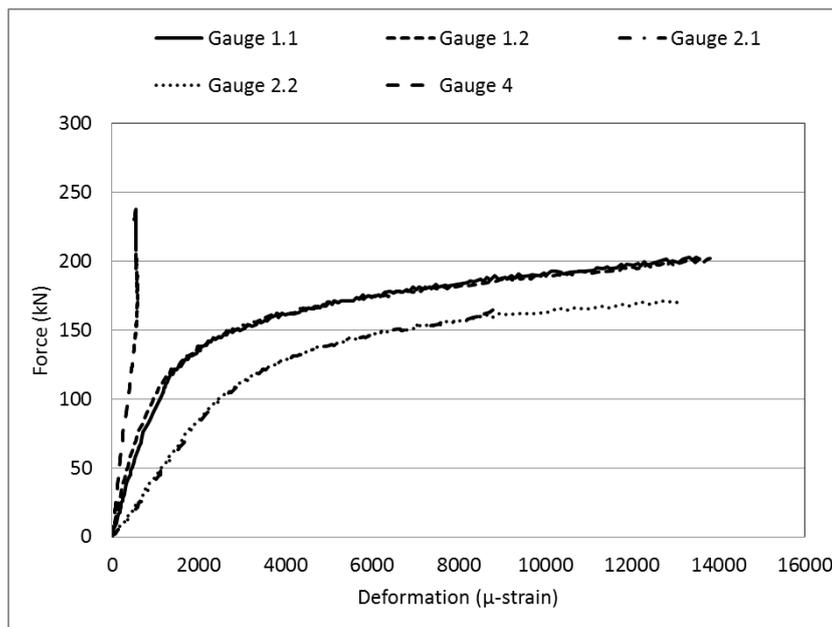


Figura 6.23: Ensayo E03A2416S. Curvas fuerza deformación

los cuatro ensayos. En estas fotos se puede ver la instrumentación utilizada en el pórtico.

6.7. Modelo de elementos finitos

El análisis por elementos finitos de los T-stub se ha realizado mediante el software comercial Abaqus/Standard. Se han utilizado elementos sólidos



Figura 6.24: Visión general del ensayo E01A2822S



Figura 6.25: Visión general del ensayo E02A2822S

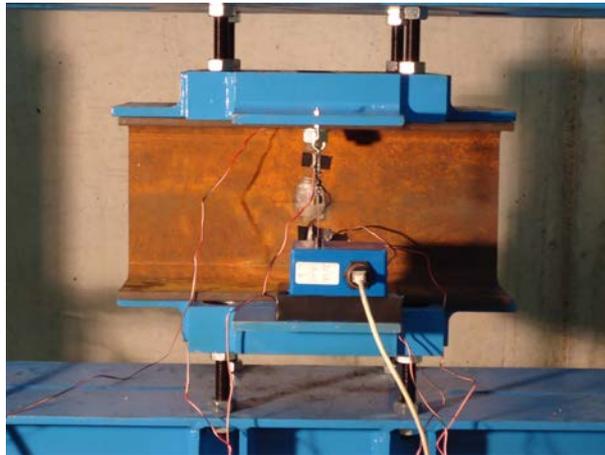


Figura 6.26: Visión del espécimen del ensayo E03A2416S



Figura 6.27: Visión de la deformada del ensayo E04A2416S

(C3D8R) con integración reducida para evitar el bloqueo por cortante y con control del hourglass.

Tres partes diferentes han sido modelizadas: tornillo, placa de carga y pilar. La placa de carga es sólo para la aplicación del desplazamiento su rigidez es alta debido a que tiene un espesor de 60 mm. Las arandelas se han modelizado solidarias a la tuerca y al cabeza del tornillo para simplificar el conjunto. Debido a la simetría de los especímenes modelados sólo es necesario modelar un cuarto del espécimen.

Se ha realizado análisis estático con material y geometría no lineal realizando un control por desplazamiento. Se selecciona el criterio de plastificación de Von Mises.

Las características de los materiales han sido introducidas mediante tensión deformación verdaderas obtenidas de los ensayos de material del pilar. Los tornillos y tuercas han sido modelizados con las características nominales del material.

En la modelización del contacto entre las superficies en contacto como pilar-tornillo, pilar-placa y placa-tornillo se utiliza un contacto duro para obtener un comportamiento lo más realista posible. Por lo tanto en este modelo tiene 5 contactos entre sus 3 partes.

Se ha realizado un estudio de convergencia de la discretización del mallado del pilar, tornillo y placas adicionales buscando el número y tamaño ideal de los elementos en las partes modeladas. Las alas del pilar están sometidas principalmente a flexión mientras que el alma del pilar está sometida principalmente a esfuerzo axial. La discretización del tornillo también es importante para la simulación de las tensiones en los elementos en contacto. En la Figura 6.28 se muestra la discretización del modelo completo y la Figura 6.29a y 6.29b se muestra con más detalle la discretización de los elementos del T-stub que son el tornillo y el pilar.

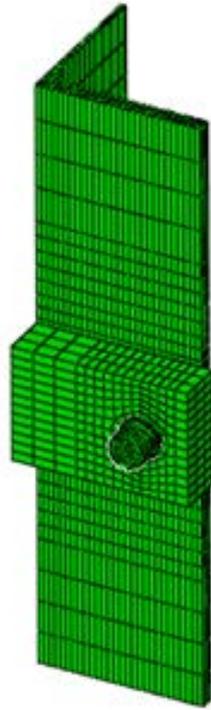
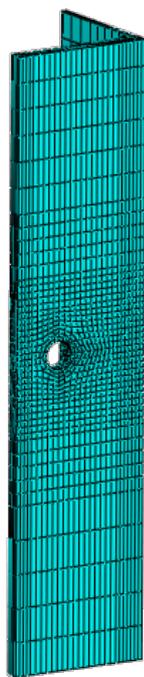
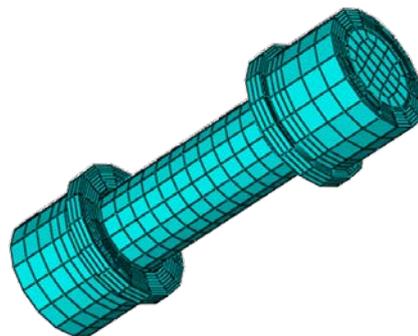


Figura 6.28: Modelo de elementos finitos del T-stub



(a) Pilar



(b) Tornillo

Figura 6.29: Partes del modelo de elementos finitos del T-stub

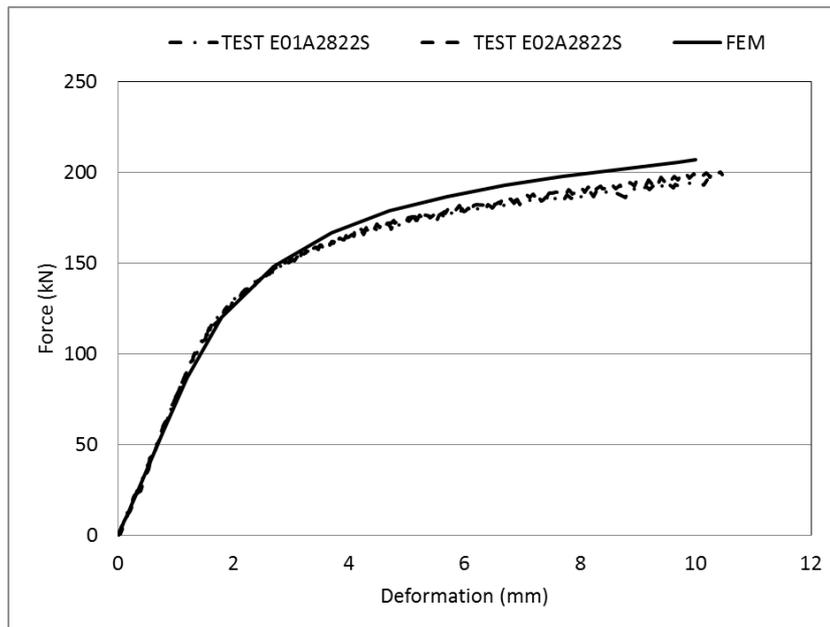


Figura 6.30: MEF, ensayo E01A2822S y E02A2822S. Curva fuerza desplazamiento

6.8. Calibración del modelo de elementos finitos

La calibración del modelo de elementos finitos se realiza a través de los 4 ensayos del T-stub realizados. El MEF tiene las mismas características para las dos geometrías ensayadas.

En las Figuras 6.30 y 6.31 se comparan los resultados de fuerza desplazamiento de los MEF y de los ensayos. Aunque sólo se estudiará el comportamiento elástico de los T-stub los MEF predicen con una precisión razonable el comportamiento en la zona elástica y en la zona plástica.

En la Tabla 6.7 se compara la rigidez inicial de los modelos de elementos finitos y de los ensayos donde el error medio es de -4.5% y el máximo es de -6.6%, por lo tanto los MEF reproducen fielmente el comportamiento del T-stub.

Estos modelos de elementos finitos podrán ser utilizados en análisis paramétricos más extensos de una forma rápida y económica.

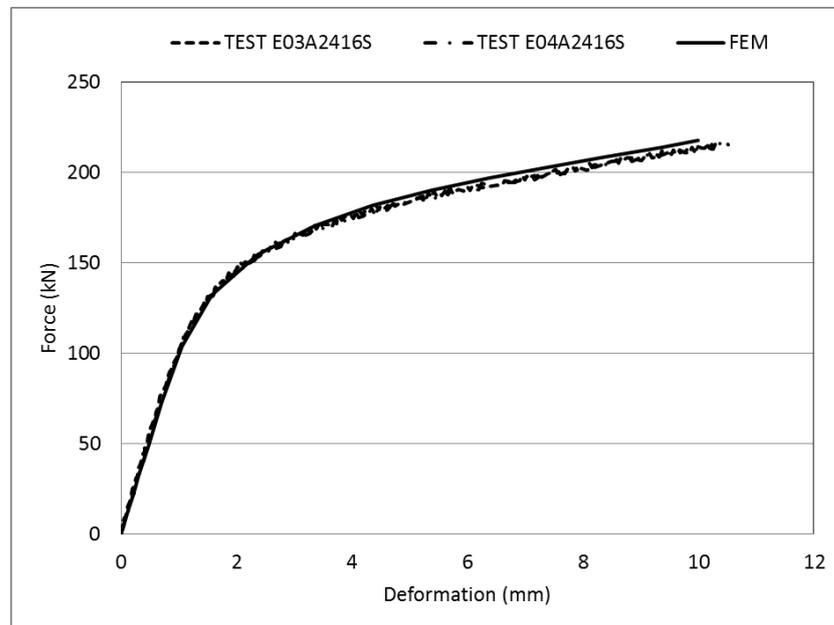


Figura 6.31: MEF, ensayos E03A2416S y E04A2416S. Curva fuerza desplazamiento

Ensayo	K_{Ensayo}	K_{MEF}	Error (%)
E01A2822S	76	73	-5.0
E02A2822S	76		-5.3
E03A2416S	110	103	-6.6
E04A2416S	104		-1.2

Tabla 6.7: Rigidez de los ensayos y MEF del T-stub en (kN/mm)

6.9. Análisis de la rigidez axial

La predicción de la rigidez axial de los T-stub es fundamental en las uniones atornilladas puesto que las partes modeladas con este componente son las principales fuentes de deformación. Pero este componente no puede ser resuelto rigurosamente desde el punto de vista teórico dada su complejidad.

Para la determinación de la rigidez, un parámetro fundamental es el ancho efectivo que en el Eurocódigo (CEN, 2005) se basa en una equivalencia plástica entre el comportamiento real de la unión en T y un modelo de viga. Sin embargo, Faella *et al.* (2000) proponen una solución distinta del problema, que es buscar el ancho efectivo de la unión en T mediante una equivalencia en el rango elástico entre el modelo real y el modelo equivalente (apartado 4.3 Faella *et al.* (2000)).

El modelo empleado por Faella *et al.* (2000) es distinto al empleado por el Eurocódigo. Se trata de una placa infinita empotrada en un extremo y libre en el otro, con una carga concentrada que simula la carga del tornillo donde el ancho efectivo b'_{eff} responde a la siguiente relación geométrica,

$$b'_{eff} = 2m + d_h \leq b \quad (6.1)$$

donde d_h es diámetro de la cabeza del tornillo y b el ancho real del elemento.

La rigidez axial del elemento T se define (Faella *et al.*, 2000).

$$k_{cfb} = 0.5E \frac{b'_{eff} t_{cf}^3}{m^3} \quad (6.2)$$

En la Tabla 6.8 se comparan los valores de la rigidez de los especímenes ensayados con los resultados analíticos utilizando las formulaciones propuestas en el Eurocódigo 3 y en Faella *et al.* (2000). Donde observamos que el error medio con el Eurocódigo 3 es de 149.4% y con Faella *et al.* (2000) es de -11.65%.

Ensayo	K_{Ensayo}	K_{EC3}	Error (%)	K_{Faella}	Error (%)
E01A2822S	76	196	158.0	68	-9.5
E02A2822S	76	196	158.1	68	-9.5
E03A2416S	110	261	137.0	95.8	-12.8
E04A2416S	104	261	150.6	95.8	-7.8

Tabla 6.8: Rigidez de los ensayos y de los modelos mecánicos del Eurocódigo 3 (CEN, 2005) y Faella *et al.* (2000) en (kN/mm)

6.10. Conclusiones

Una vez comparados los resultados analíticos de las formulaciones propuestas por el Eurocódigo 3 (CEN, 2005) y Faella *et al.* (2000), se puede concluir que la equivalencia plástica para predecir el comportamiento elástico del T-stub, genera unos errores importantes en el rango estudiado. Sin embargo, el modelo equivalente elástico propuesto por Faella *et al.* (2000) genera unos errores sustancialmente menores al anterior en el rango estudiado.

6.11. Bibliografía

Abaqus. 2011. *Abaqus Analysis User's Manual*.

Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997a. Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **43**(1-3), 17–42.

Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.

CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.

Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.

- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., Gresnigt, N., y Simoes da Silva, L. 2004a. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of constructional Steel research*, **60**(2), 269–311.
- Loureiro, A., Gutierrez, R., Reinoso, JM, y Moreno, A. 2010. Axial stiffness prediction of non-preloaded T-stubs: An analytical frame approach. *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(12), 1516–22.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2000. Bolted steel connections: Tests on T-stub components. *Journal of Structural Engineering*, **126**(1), 50–6.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.

Capítulo 7

Ensayos del E-stub

7.1. Geometrías ensayadas	130
7.2. Instrumentación	131
7.3. Propiedades mecánicas	134
7.4. Desarrollo de los ensayos	137
7.5. Resultados de los ensayos	140
7.6. Bibliografía	146

La caracterización del comportamiento de una nueva unión o de un componente de una unión se puede llevar a cabo realizando ensayos experimentales, que son la forma más veraz de determinar el comportamiento de un elemento. Además los resultados experimentales son útiles para el desarrollo de modelos mecánicos y de MEF.

Un tipo de componente que no está recogido en la normativa ni ha sido estudiado de forma relevante es el llamado E-stub. Este componente aparece en el pilar de las uniones atornilladas, cuando se le sueldan chapas adicionales entre las alas del pilar como se puede ver en la Figura 7.2. Estas chapas adicionales se utilizan para atornillar el eje menor en uniones tridimensionales o también pueden actuar sólo como rigidizadores para uniones sólo en el eje mayor.

Para la caracterización del comportamiento del E-stub se ha realizado una campaña experimental compuesta de 6 ensayos, donde se ha estudiado el comportamiento de diferentes geometrías para tener un amplio espectro de resultados del componente.

Estos ensayos han sido instrumentados con el objetivo de obtener la curva fuerza desplazamiento y la secuencia de plastificación. Con la curva fuerza desplazamiento se puede determinar la rigidez del componente y resistencia, que son los parámetros fundamentales para caracterizar el comportamiento del componente. La secuencia de plastificación nos da información de la fuerza necesaria para la formación de las rótulas plásticas en el pilar.

7.1. Geometrías ensayadas

En esta campaña experimental se han ensayado 6 especímenes donde se ha variado el tipo de pilar y la distancia entre tornillos según lo indicado en la Tabla 7.1.

Los 6 especímenes son perfiles laminados de la serie HEA de 500 mm de longitud con una separación entre taladros variable. En todos los casos los tornillos fueron de M20, que es de las más comunes en edificación. La

Ensayo	Perfil	w	Galgas
E10A2009C	HEA-200	90	S
E08A2012C	HEA-200	120	S
E07A2412C	HEA-240	120	S
E09A2416C	HEA-240	160	S
E05A2816C	HEA-280	160	S
E06A2818C	HEA-280	180	S

Tabla 7.1: Configuración de los ensayos E-stub



Figura 7.1: Especímenes E-stub

chapa adicional soldada entre las alas del pilar es de espesor 8 mm en todos los casos.

En la Tabla 7.2 se reflejan las medidas reales de los especímenes ensayados, que en algunos casos son diferentes de las nominales, del perfil y chapa. En la Figura 7.2 se representan esquemáticamente estas dimensiones.

Los tornillos utilizados de M20 tienen las dimensiones y forma indicadas en la Tabla 7.3 y en la Figura 7.3. Las tuercas utilizadas también han sido M20 con las dimensiones indicadas en la Tabla 7.4 y la forma de la Figura 7.4. Además, en todos los casos se han utilizado arandelas con las dimensiones indicadas en la Tabla 7.5 y forma de la Figura 7.5.

7.2. Instrumentación

Los ensayos se han realizado en el Laboratorio de Análisis Estructural de la Universidad de A Coruña mediante el Pórtico simple de tracción. Para los

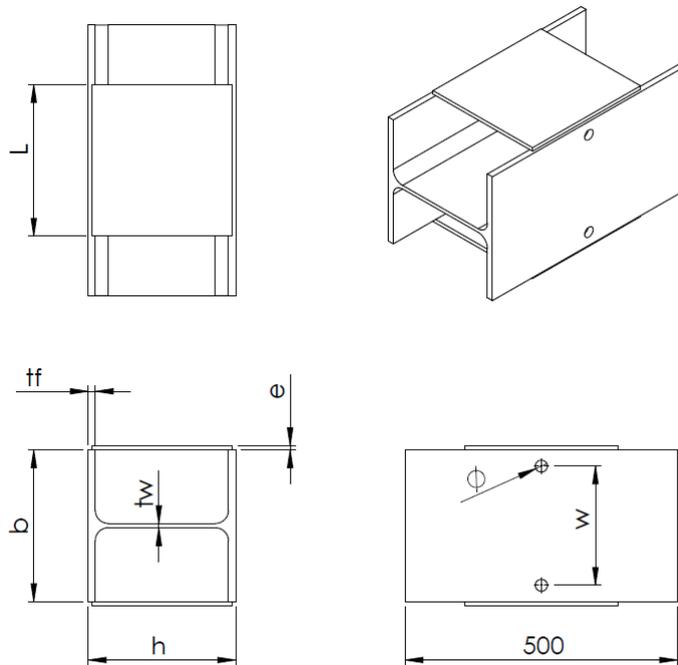


Figura 7.2: Parámetros de los especímenes E-stub

Ensayo	h	b	tw	tf	w	Φ	L	e	Galgas
E10A2009C	190	201	6.5	9.1	90	24	199	8.0	S
E08A2012C	190	201	6.5	9.1	120	24	200	7.8	S
E07A2412C	232	240	7.4	11.1	120	24	238	7.8	S
E09A2416C	232	240	7.4	11.1	160	24	238	7.8	S
E05A2816C	272	280	8.2	12.6	160	24	279	8.0	S
E06A2818C	272	280	8.2	12.6	180	24	280	7.8	S

Tabla 7.2: Geometría de los especímenes E-stub

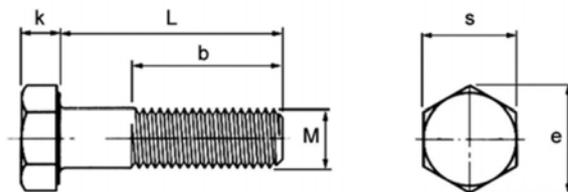


Figura 7.3: Tornillos

Tornillo	M	k	L	b	s	e
M20 10.9	20	12.5	80	50	30	33

Tabla 7.3: Medidas tornillos

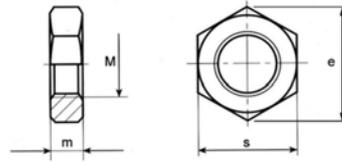


Figura 7.4: Tuercas

Tuerca	m	s	e
M20 10.9	15	30	33

Tabla 7.4: Medidas tuercas

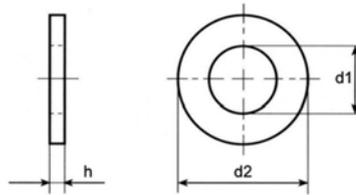


Figura 7.5: Arandelas

Arandela	h	d1	d2
M22	3.9	23	38

Tabla 7.5: Medidas arandelas

ensayos se han dispuesto en el p3rtico 2 c3lulas de carga de 30 toneladas, 2 sensores de hilo de 5" y galgas extensiom3tricas. La fuerza total sobre el esp3cimen es la suma de las medidas de las dos c3lulas de carga y el desplazamiento total se obtiene con la media aritm3tica de las medidas de los dos sensores de hilo. Los sensores de hilo miden el desplazamiento en dos posiciones diferentes, de esta forma se evitan posibles disequilibrios durante el proceso de carga. Finalmente, con estas dos medidas se puede trazar la curva fuerza desplazamiento del E-stub.

Las galgas extensiom3tricas est3n dispuestas en las zonas del pilar donde se prev3 formaci3n de r3tulas pl3sticas y en la chapa adicional tal como se indica en la Figura 7.6. Con las galgas tipo 1 se pretende determinar la formaci3n de la r3tula pl3stica en la zona del tornillo y con las galgas tipo 2 la formaci3n de la r3tula pl3stica en la zona del radio de acuerdo. Con la galga tipo 3 se monitoriza el comportamiento de la chapa adicional. En los dos primeros ensayos E05A2816C y E06A2818C, se han duplicado las galgas para comprobar que el E-stub durante el proceso de carga del ensayo ten3a un comportamiento sim3trico.

Una vez comprobado que el comportamiento de los espec3menes fue sim3trico durante proceso de ensayo, los siguientes ensayos E07A2412C, E08A2416C y E09A2416C se han realizado s3lo con 3 galgas, una por cada posici3n. El ensayo E10A2009C s3lo se pudo realizar con 2 galgas, una tipo 3 correspondiente a la posici3n de la chapa adicional y otra tipo 1 co-

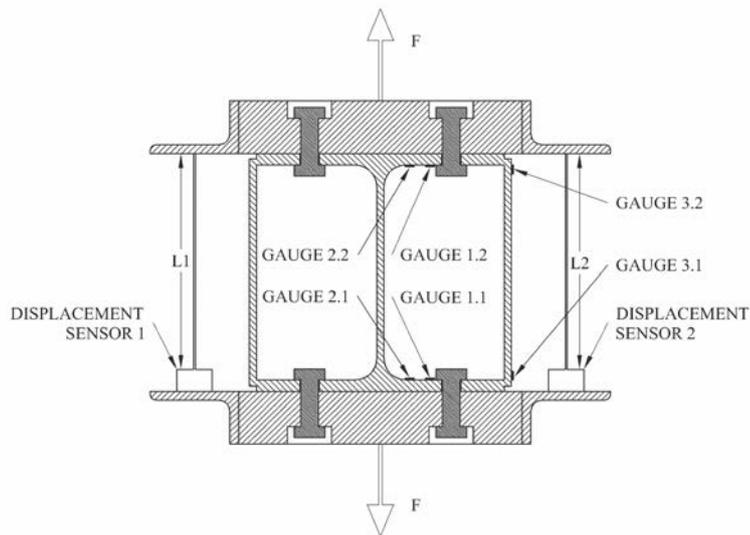


Figura 7.6: Posición de los sensores de hilo y de las galgas extensiométricas 1, 2 y 3

respondiente a la posición cercana al tornillo, dado que pequeño ancho de ala del HEA200 y distancia entre tornillos no dejan espacio suficiente para la colocación de una galga en la posición 2 que se correspondería con la zona del radio de acuerdo entre ala y alma (ver Figura 7.6).

7.3. Propiedades mecánicas

La determinación de las características mecánicas de los aceros de los perfiles fue realizada mediante ensayos de tracción de acuerdo a la normativa UNE-EN 10025-1:2006, para cada uno de los perfiles y para la chapa adicional.

Los perfiles laminados y las chapas adicionales estaban fabricados en acero S275. Las probetas han sido mecanizadas de acuerdo a normativa UNE-EN 10025-1:2006 como se ve en las Figuras 7.8 a 7.10. Los resultados de los ensayos de tracción se muestran la Tabla 7.6.

Los tornillos y tuercas han sido de M20 y calidad 10.9 según las especificaciones del fabricante.

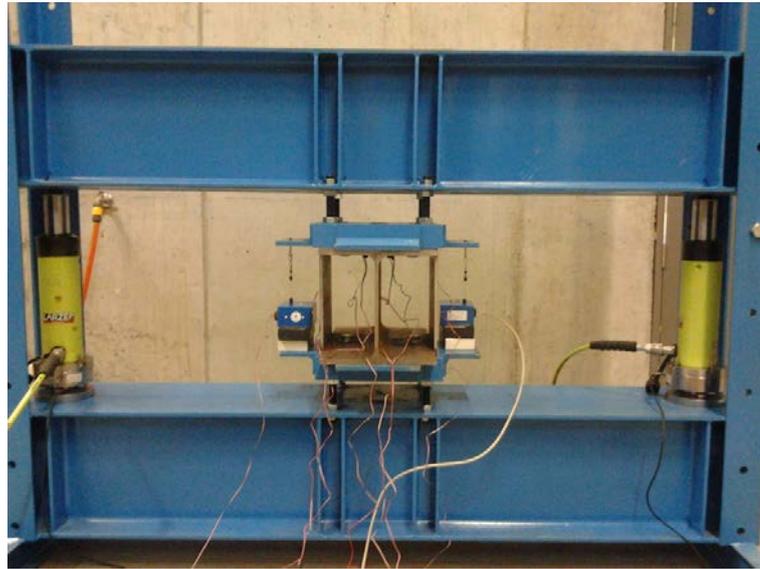


Figura 7.7: Vista general de la instrumentación



Figura 7.8: Probeta de la chapa adicional



Figura 7.9: Probeta del perfil HEA200



Figura 7.10: Probeta del perfil HEA240



Figura 7.11: Probeta del perfil HEA280

	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	E (MPa)
Chapa Adicional	344	460	202584
HEA200	345	472	218709
HEA240	340	479	208600
HEA280	337	466	209540

Tabla 7.6: Propiedades mecánicas del acero

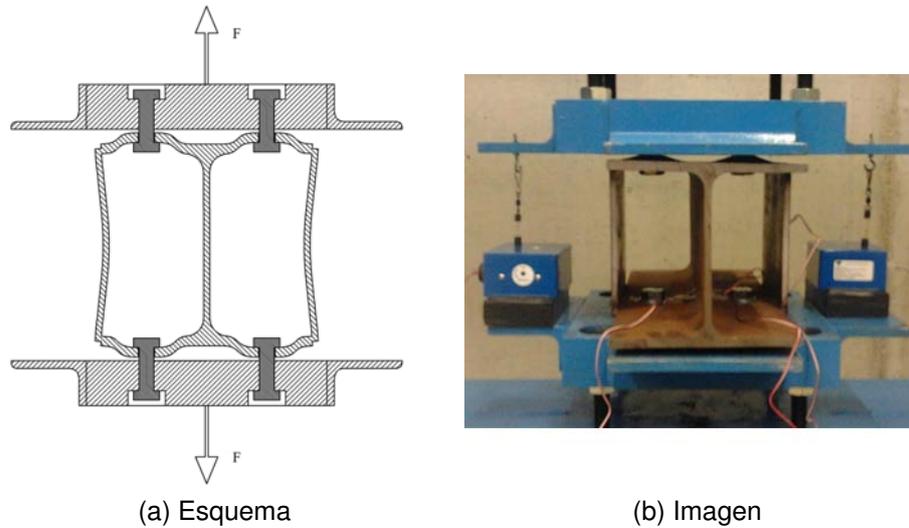


Figura 7.12: Esquema e imagen de la deformada tipo del E-stub

7.4. Desarrollo de los ensayos

Los 6 ensayos se desarrollan de la misma forma, primero se realiza una precarga y después se aplica la carga total. Con la precarga se consigue un mejor ajuste de las partes involucradas en la unión y se evitan resultados erróneos derivados de este ajuste, después se reaprietan todos los tornillos. En el segundo paso se aplica la carga de forma progresiva hasta alcanzar una carga que caracterice el comportamiento plástico. Esta carga provoca una deformación en el pilar de la forma que se puede ver en la Figura 7.12a y 7.12b. Con este método se simulan las cargas que genera una fila de tornillos a tracción sobre un pilar con chapas adicionales soldadas entre las alas.

Al ensayar el perfil completo, el espécimen se comportará como dos E-stub unidos por el alma y las chapas adicionales. Por lo tanto la media aritmética del desplazamiento de los sensores de hilo, ver Figura 7.12b, debe ser dividida por 2 para obtener el desplazamiento correspondiente a cada E-stub.

En las Figuras 7.18 a 7.14 se muestran imágenes durante el desarrollo de los ensayos donde se puede ver la deformación del ala del pilar y la instrumentación utilizada. En la Figura 7.14 también se observa la deformación en las chapas adicionales.

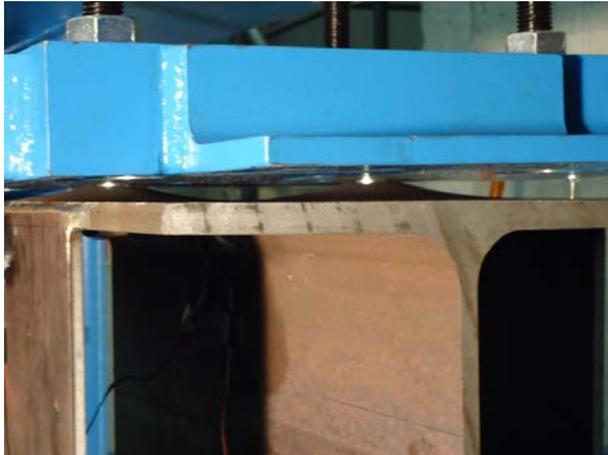


Figura 7.13: Vista de la deformada del ensayo E05A2816C

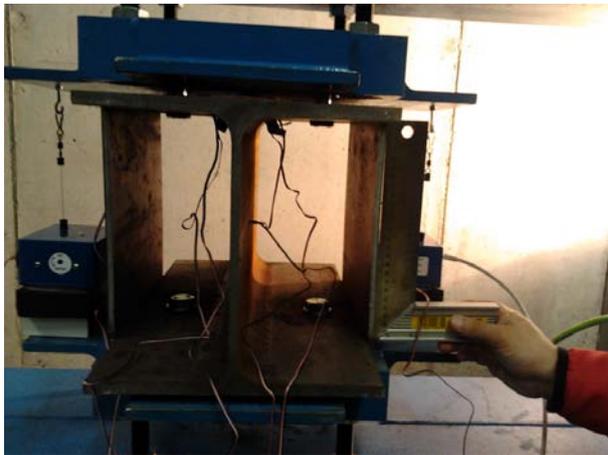


Figura 7.14: Vista de la deformada del ensayo E06A2818C



Figura 7.15: Vista del espécimen del ensayo E07A24120C



Figura 7.16: Vista del espécimen del ensayo E08A2012C



Figura 7.17: Vista del espécimen del ensayo E09A24160C



Figura 7.18: Vista del espécimen del ensayo E10A2090C

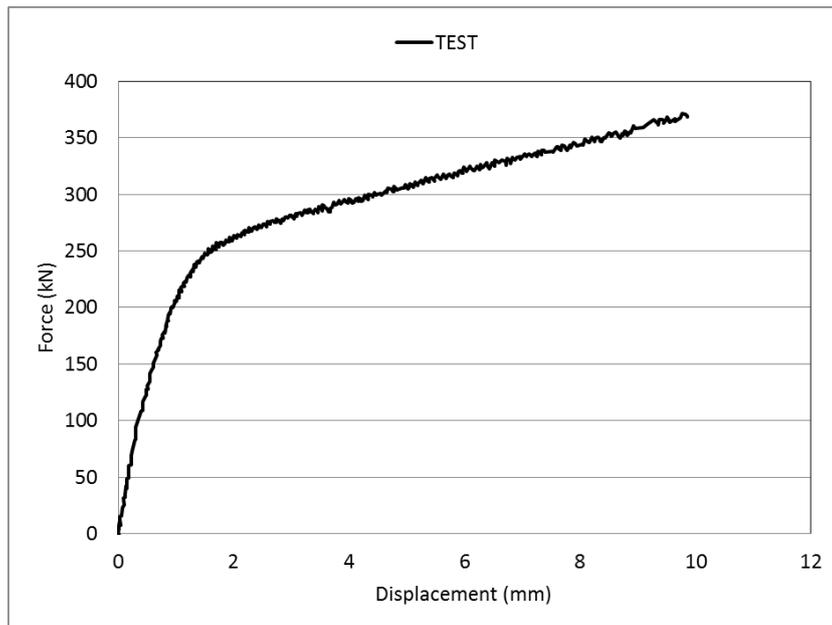


Figura 7.19: Ensayo E05A2816C. Curva fuerza desplazamiento

7.5. Resultados de los ensayos

En este apartado se muestra los resultados de los 6 ensayos para cada configuración de E-stub. Como se puede ver en las Figuras 7.19 a 7.23 la carga sobre los E-stub se deja de aplicar una vez caracterizado el comportamiento plástico. En todos los casos el proceso de carga finaliza antes de alcanzar la rotura de cualquier componente del E-stub.

En las Figuras 7.19 a 7.23 se representa la curva fuerza desplazamiento de cada uno de los ensayos y se corresponden con las geometrías indicadas en la Tabla 7.1. En las Figuras 7.25 a 7.30 se representa la microdeformación según la fuerza aplicada de cada una de las galgas colocadas en los ensayos.

Las gráficas fuerza desplazamiento tienen tres zonas claramente diferenciadas. La zona de comportamiento elástico que después de una pequeña zona de ajuste a inicio de la carga, se comporta de manera lineal. Esta zona es la utilizada para medir la rigidez inicial.

La segunda zona es la zona de la rodilla plástica donde el espécimen comienza su comportamiento plástico. Esta zona está determinada por la for-

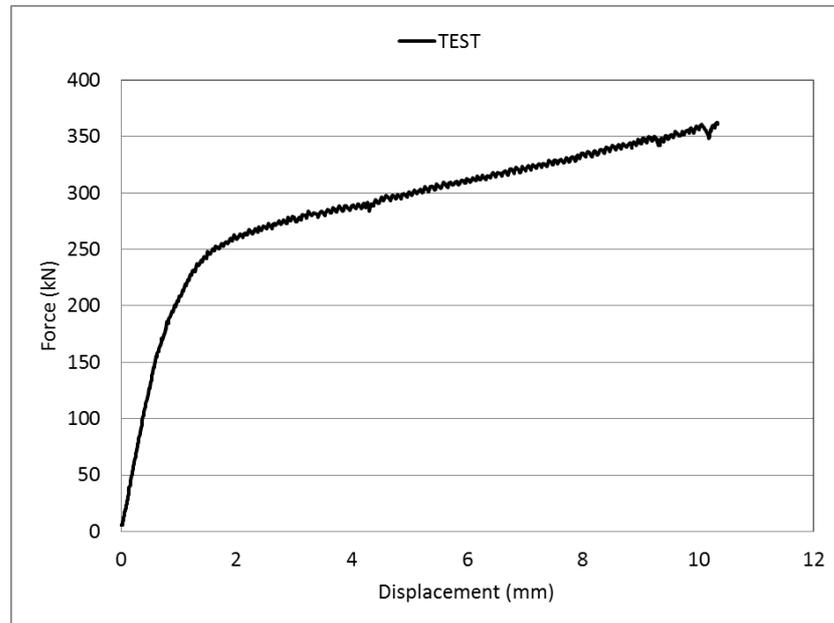


Figura 7.20: Ensayo E06A2818C. Curva fuerza desplazamiento

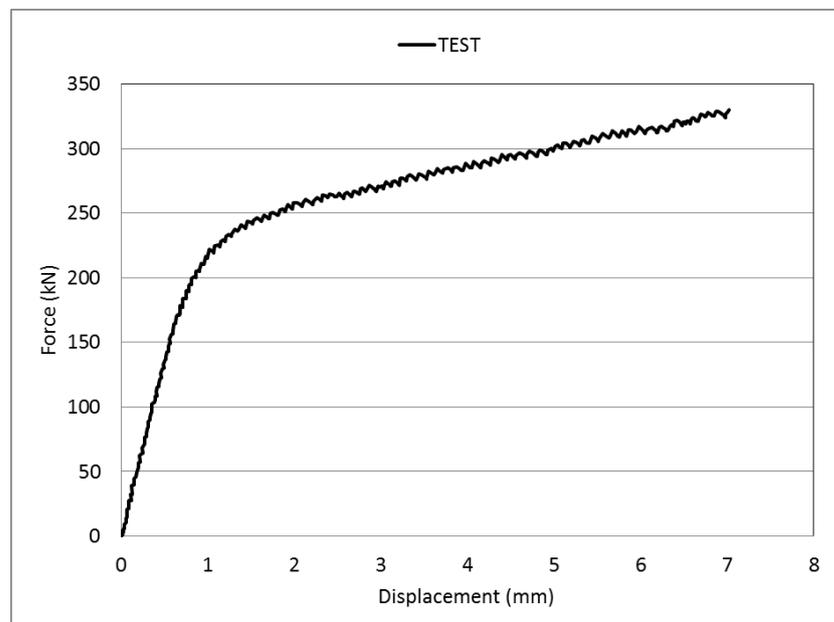


Figura 7.21: Ensayo E07A2412C. Curva fuerza desplazamiento

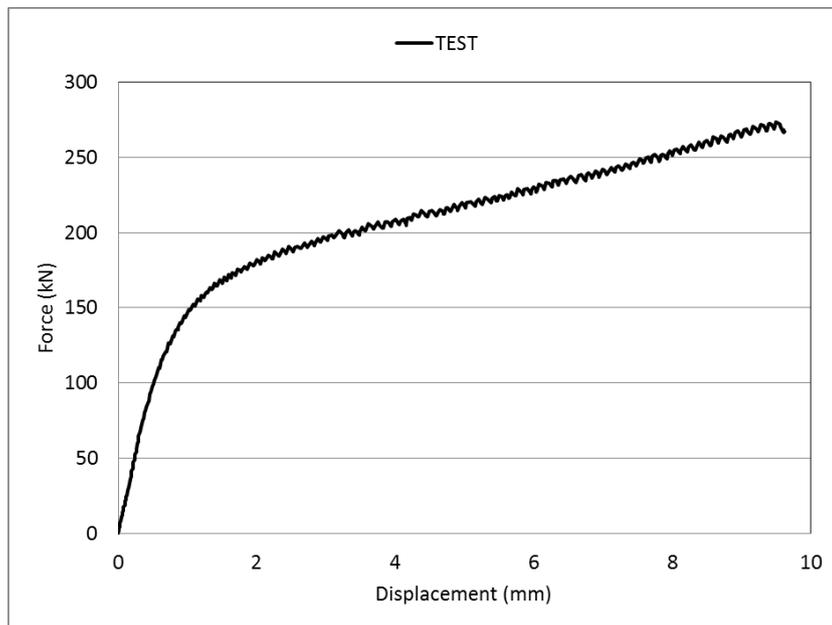


Figura 7.22: Ensayo E08A2012C. Curva fuerza desplazamiento

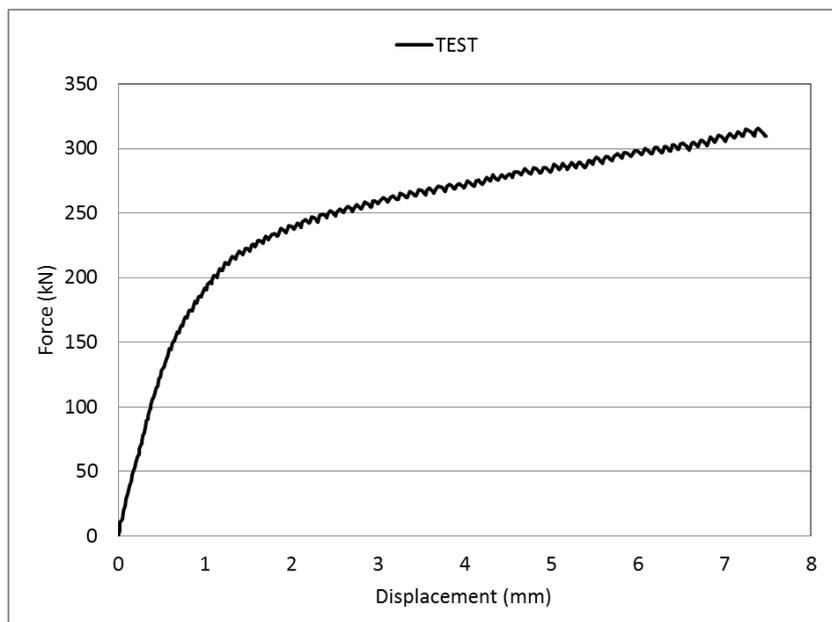


Figura 7.23: Ensayo E09A2416C. Curva fuerza desplazamiento

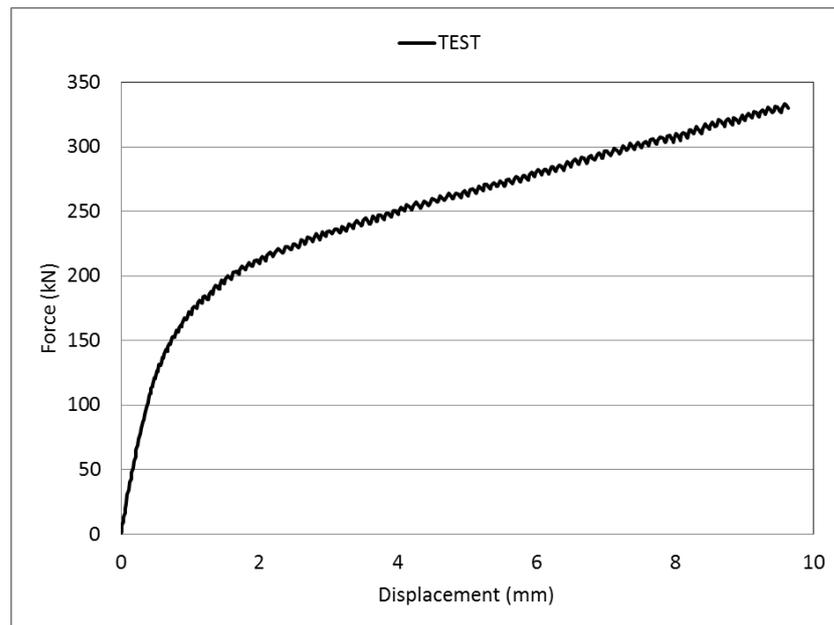


Figura 7.24: Ensayo E10A2009C. Curva fuerza desplazamiento

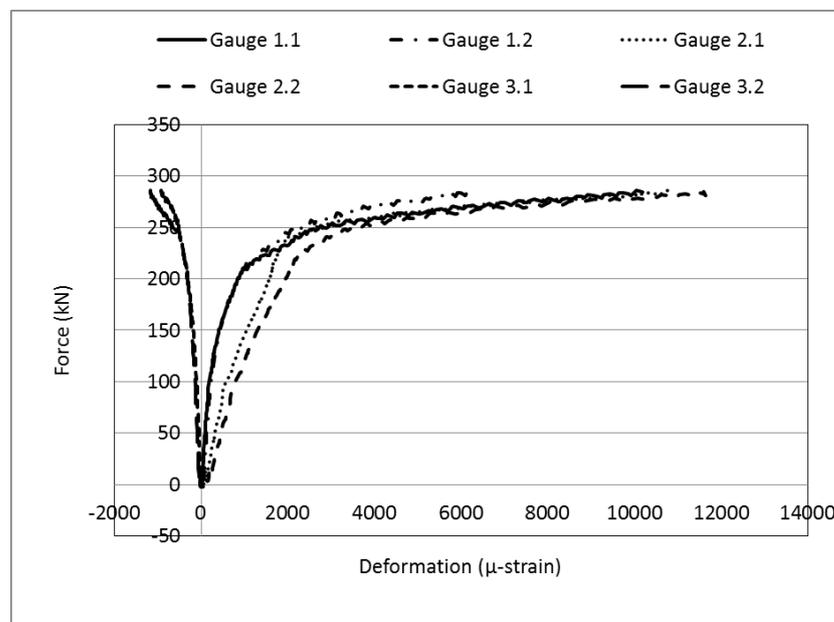


Figura 7.25: Ensayo E05A2816C. Curvas fuerza deformación

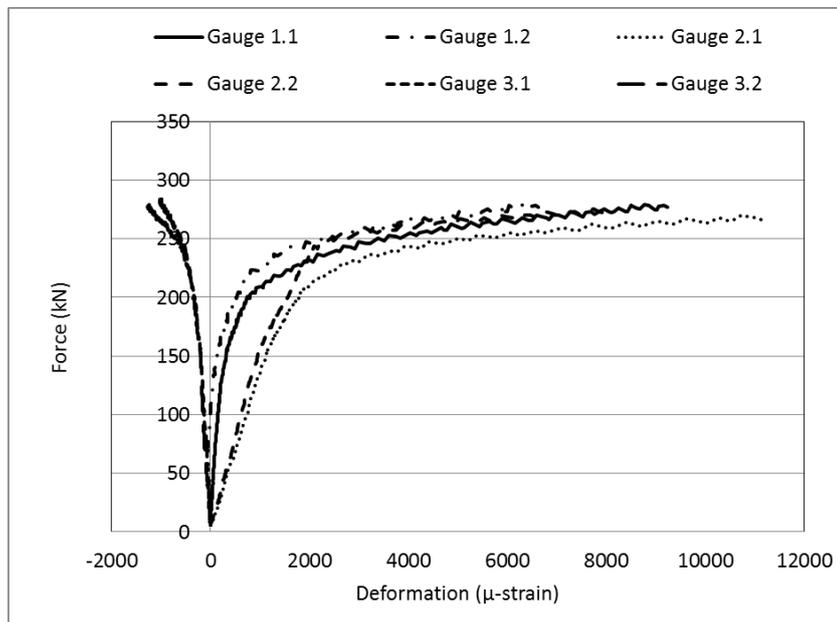


Figura 7.26: Ensayo E06A2818C. Curvas fuerza deformación

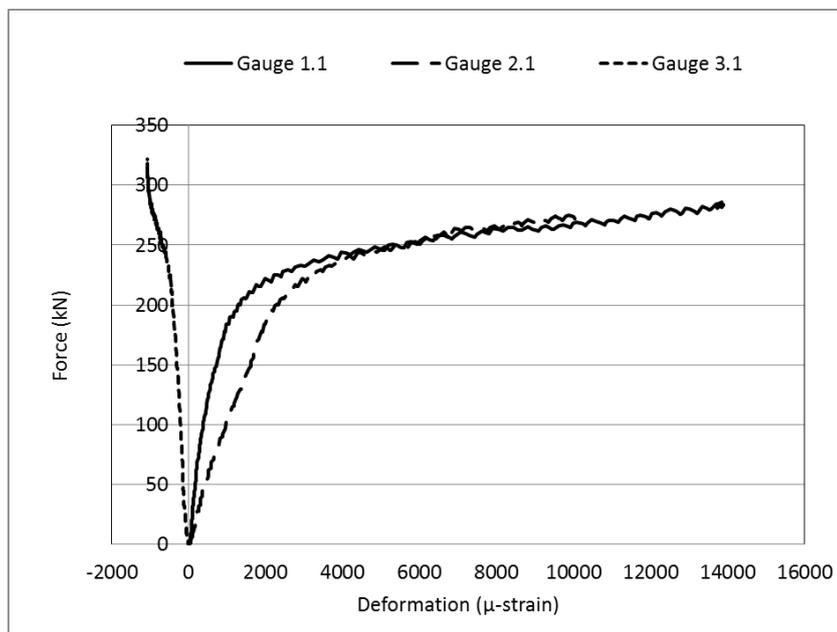


Figura 7.27: Ensayo E07A2412C. Curvas fuerza deformación

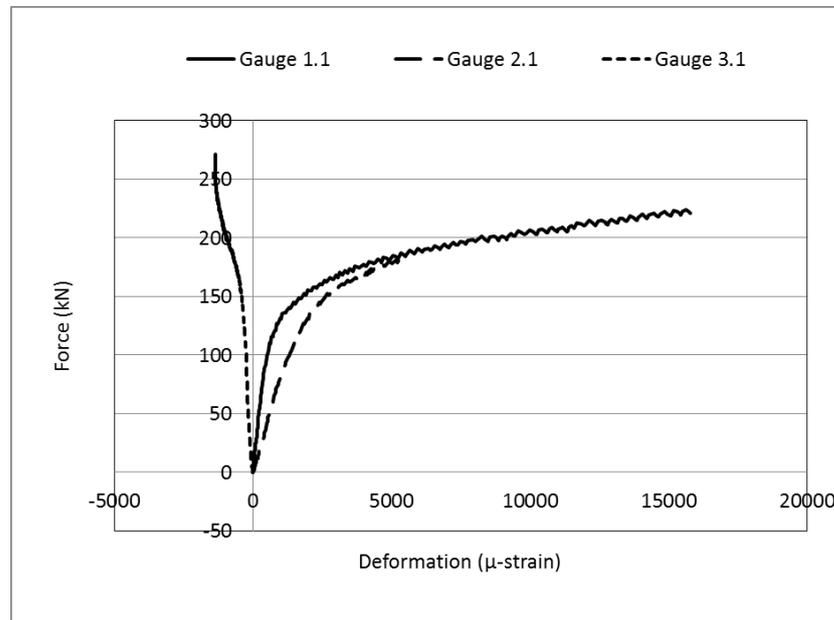


Figura 7.28: Ensayo E08A2012C. Curvas fuerza deformación

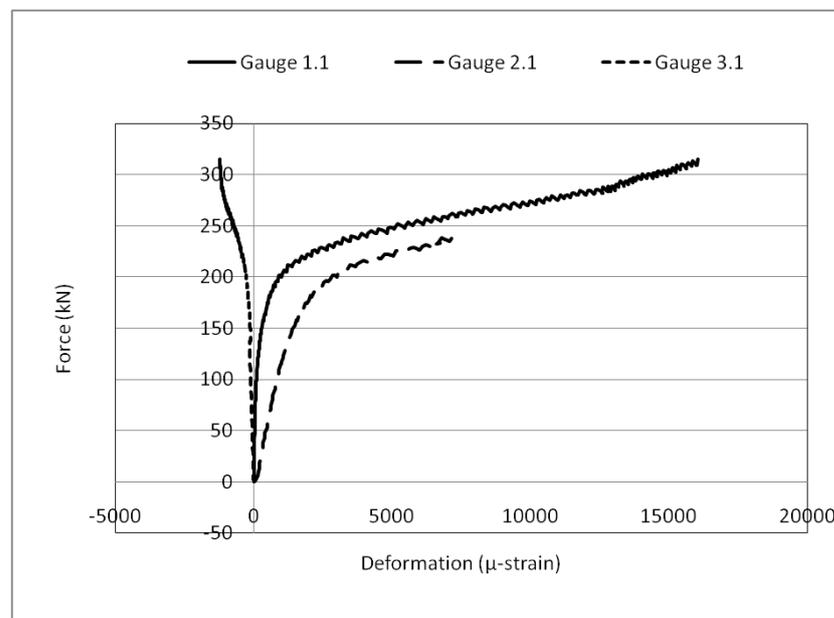


Figura 7.29: Ensayo E09A2416C. Curvas fuerza deformación

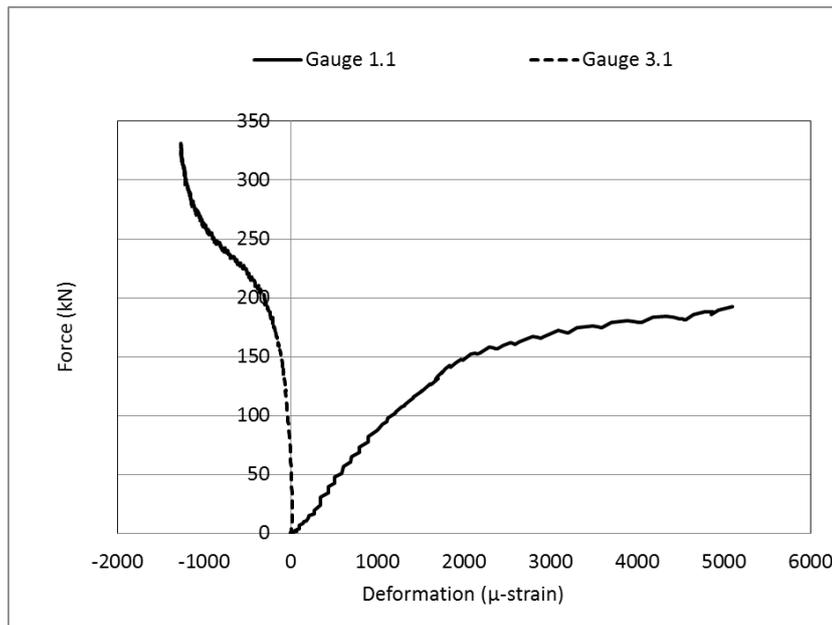


Figura 7.30: Ensayo E10A2009C. Curvas fuerza deformación

mación de las rótulas plásticas en el ala del perfil.

Finalmente, la última zona de comportamiento plástico donde se puede medir la rigidez plástica. En esta zona las rótulas plásticas que se forman en el ala del perfil están completamente desarrolladas tal como se puede ver en las gráficas fuerza deformación (Figuras 7.25 a 7.30).

7.6. Bibliografía

- Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007a. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I. Experimental evaluation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1241–53.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.

- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., Gresnigt, N., y Simoes da Silva, L. 2004a. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of constructional Steel research*, **60**(2), 269–311.
- Moreno, A. 2005. *Un modelo de elementos finitos para el análisis de uniones atornilladas viga-pilar con comportamiento semirrígido*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Reinosa, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2000. Bolted steel connections: Tests on T-stub components. *Journal of Structural Engineering*, **126**(1), 50–6.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.

Capítulo 8

Análisis de la rigidez del E-stub

8.1. Modelo de elementos finitos	151
8.2. Calibración del modelo de elementos finitos	153
8.3. Modelo mecánico de un E-stub	153
8.4. Validación del modelo mecánico	163
8.4.1. Rigidez de los especímenes ensayados	165
8.5. Estudio paramétrico	166
8.6. Rigidez con un ancho efectivo simplificado	170
8.7. Bibliografía	170
Anejo 8A. Calibración de parámetros equivalentes de E-stub	173

El comportamiento estructural de las uniones puede ser representado por una curva momento rotación basada en la respuesta individual de los componentes de la unión los cuales se ensamblan mediante el método de los componentes (CEN, 2005). Cada componente es representado mediante un muelle caracterizado por una curva fuerza desplazamiento. La rigidez y resistencia de estos componentes ha sido estudiada por diferentes autores (Zoetemeijer, 1974; Yee y Melchers, 1986; Jaspert, 1991; Weynand *et al.*, 1995; Swanson y Leon, 2001; Girao Coelho *et al.*, 2004a; Faella *et al.*, 2000; Cabrero y Bayo, 2007b).

En las uniones 2D con chapa de testa uno de los componentes más utilizado es el T-stub que ha sido ampliamente estudiado (Faella *et al.*, 2000; Lomonis y Gantes, 2006; Loureiro *et al.*, 2010). Sin embargo los componentes en uniones 3D han sido menos estudiados (Cabrero y Bayo, 2007b; Loureiro *et al.*, 2012).

Este capítulo está orientado a la obtención de la rigidez del E-stub, que es un componente que aparece en uniones tridimensionales con chapas adicionales soldadas entre las alas del pilar. Esta configuración nos permite ensamblar el eje menor sin interferir con el eje mayor y además las chapas adicionales actúan como rigidizadores del pilar (Cabrero y Bayo (2007a)). Pero este componente no está correctamente formulado en el Eurocódigo 3. Por ello, se presentará un nuevo componente para la predicción de la rigidez del E-stub.

A partir de la campaña experimental realizada, en la que se ensayaron 6 especímenes con diferentes geometrías, variando el perfil del pilar y la distancia entre tornillos, se desarrolla un modelo mecánico para la rigidez axial utilizando el análisis matricial.

En los estudios de nuevos componentes de las uniones los modelos numéricos juegan un papel importante puesto que nos permiten realizar amplios estudios paramétricos de forma sencilla y económica (Bursi y Jaspert, 1997a,b; Sherbourne y Bahaari, 1997; Citipitioglu *et al.*, 2002; Swanson *et al.*, 2002) siempre que estén correctamente calibrados con ensayos experimentales. Por tanto, a partir de los resultados de los ensayos experimentales se realiza un amplio estudio paramétrico con el que se valida la formulación propuesta para la rigidez axial.

8.1. Modelo de elementos finitos

El análisis por elementos finitos de los E-stub se ha realizado mediante el software comercial Abaqus/Standard. Se han utilizado elementos sólidos (C3D8R) con integración reducida para evitar el bloqueo por cortante y con control de hourglass.

Se han modelizado tres partes diferentes: tornillo, placa de carga y el pilar con chapas adicionales. La placa de carga es sólo para la aplicación del desplazamiento y su rigidez es alta debido a que tiene un espesor de 60 mm. Debido a la simetría de los especímenes modelados sólo es necesario modelar un cuarto del espécimen.

Se ha realizado análisis estático con material y geometría no lineal realizando un control por desplazamiento. Se selecciona el criterio de plastificación de Von Mises.

Las características de los materiales han sido introducidas mediante tensión-deformación verdaderas obtenidas de los ensayos de material del pilar y de las chapas adicionales. El material utilizado en los tornillos y tuercas ha sido modelizado con las características nominales facilitadas por el fabricante.

En la modelización del contacto entre las superficies como pilar-tornillo, pilar-placa y placa-tornillo se utiliza un contacto duro para obtener un comportamiento lo más realista posible.

Para la modelización de los ensayos del E-stub se ha realizado un estudio de convergencia de la discretización del mallado del pilar, tornillo y placas adicionales buscando el número y tamaño adecuados de los elementos en las partes modeladas. Las alas del pilar están sometidas principalmente a flexión mientras que las chapas adicionales y alma del pilar están sometidas principalmente a esfuerzo axial. La discretización del tornillo también es importante para la simulación de las tensiones en los elementos en contacto. Otra parte importante de la modelización es la unión entre el ala del pilar y la chapa adicional, que debe simular el comportamiento de la soldadura. En la Figura 8.1 se muestra la discretización del modelo completo y la Figura 8.2 se muestra con más detalle la discretización de los elementos del E-stub que son el tornillo y el pilar con chapas adicionales.

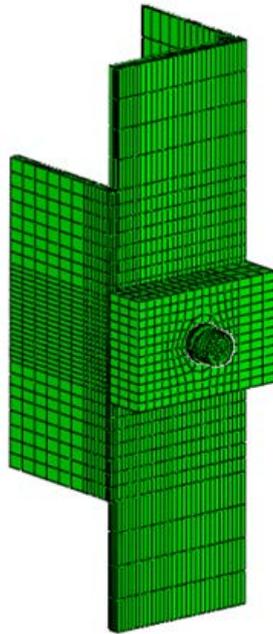
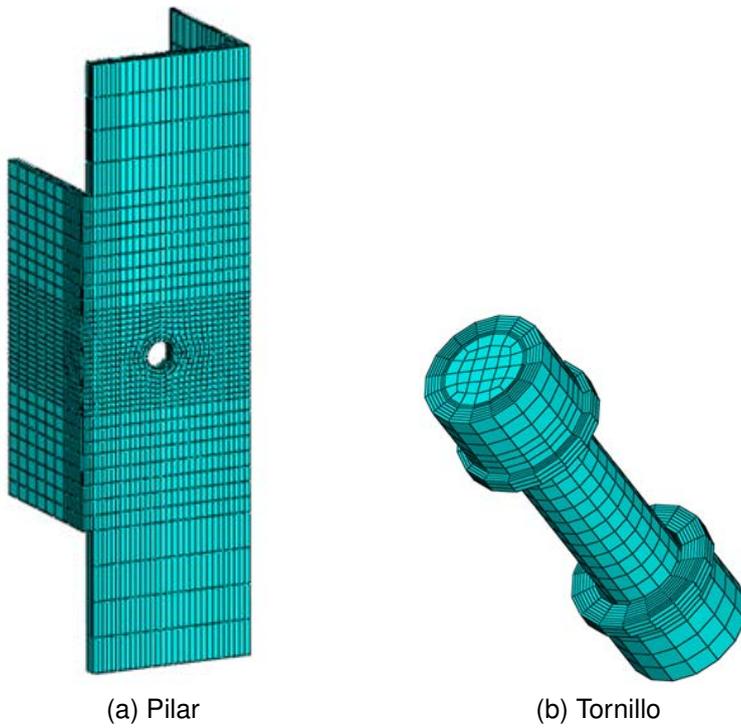


Figura 8.1: Modelo de elementos finitos del E-stub



(a) Pilar

(b) Tornillo

Figura 8.2: Partes del modelo de elementos finitos del E-stub

Ensayo	K_{Ensayo}	K_{MEF}	Error (%)
E10A2009C	289	303	4.8
E08A2012C	210	232	10.5
E07A2412C	267	296	10.9
E09A2416C	258	272	5.4
E05A2816C	264	262	-0.8
E06A2818C	252	253	0.4

Tabla 8.1: Comparación de rigidez de los ensayos y MEF del E-stub (kN/mm)

8.2. Calibración del modelo de elementos finitos

La calibración del modelo está basada en los seis ensayos experimentales de E-stub expuestos en el Capítulo 7. El modelo de elementos finitos es equivalente para todos los ensayos y en las Figuras 8.3 a 8.8 se muestra una comparación en términos de fuerza desplazamiento entre los ensayos experimentales y los resultados de los modelos numéricos. Los resultados de los modelos de elementos finitos predicen con bastante exactitud el comportamiento del E-stub tanto en la zona elástica como en la zona plástica.

En la Tabla 8.1 se compara la rigidez inicial obtenida en los ensayos con la rigidez de los modelos de elementos finitos donde se obtiene un error medio de 5.2%. Por lo tanto este modelo de elementos finitos reproduce correctamente el comportamiento del E-stub.

8.3. Modelo mecánico de un E-stub

Para proponer una formulación se opta por una representación 2D del E-stub. Teniendo en cuenta la simetría del mismo sólo es necesaria la representación de una mitad. El ala del E-stub y la chapa adicional están representadas en la Figura 8.9, donde la viga 1 y la viga 2 representan el ala y la viga 3 representa a la chapa adicional soldada entre las alas del pilar.

En el modelo matricial se han tenido en cuenta 4 grados de libertad: u_{2y}

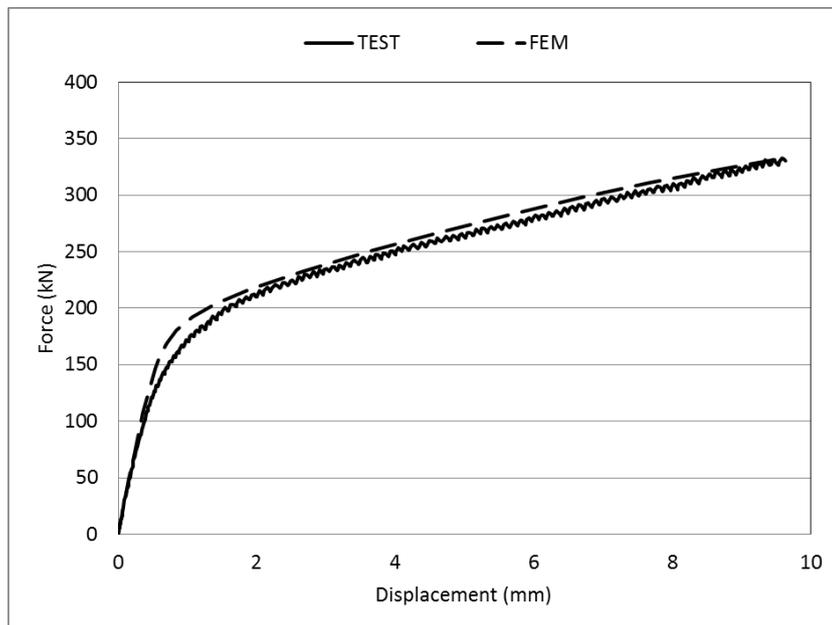


Figura 8.3: Comparación fuerza desplazamiento del E10A2009C y el MEF

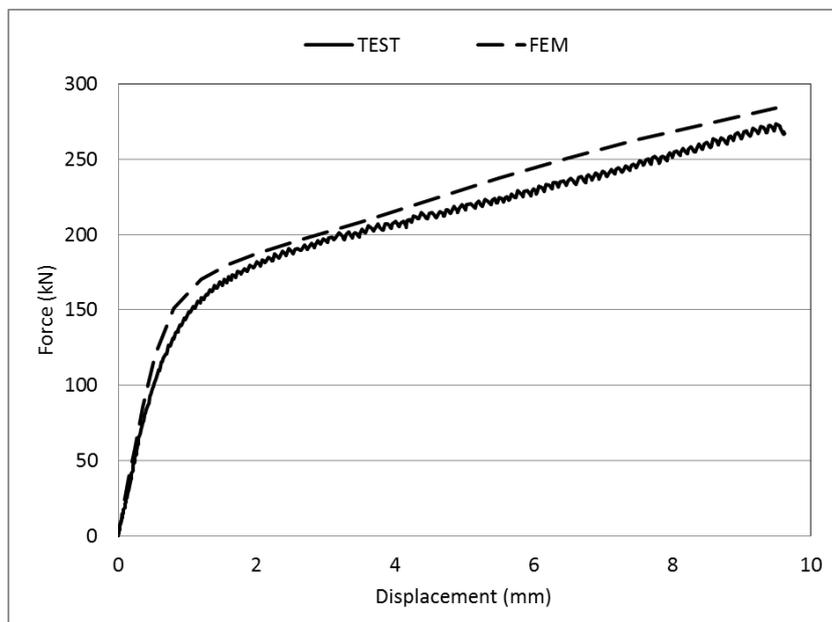


Figura 8.4: Comparación fuerza desplazamiento del E08A2012C y el MEF

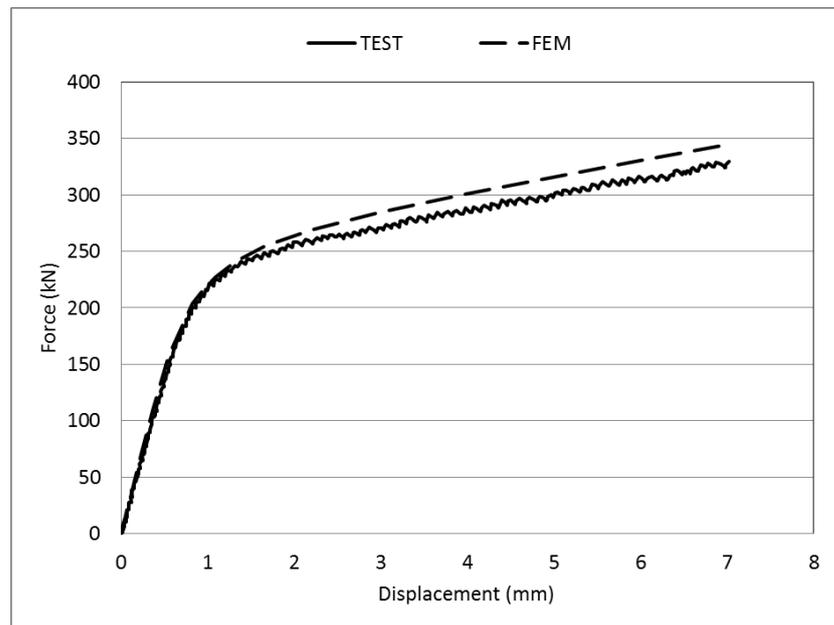


Figura 8.5: Comparación fuerza desplazamiento del E7A2412C y el MEF

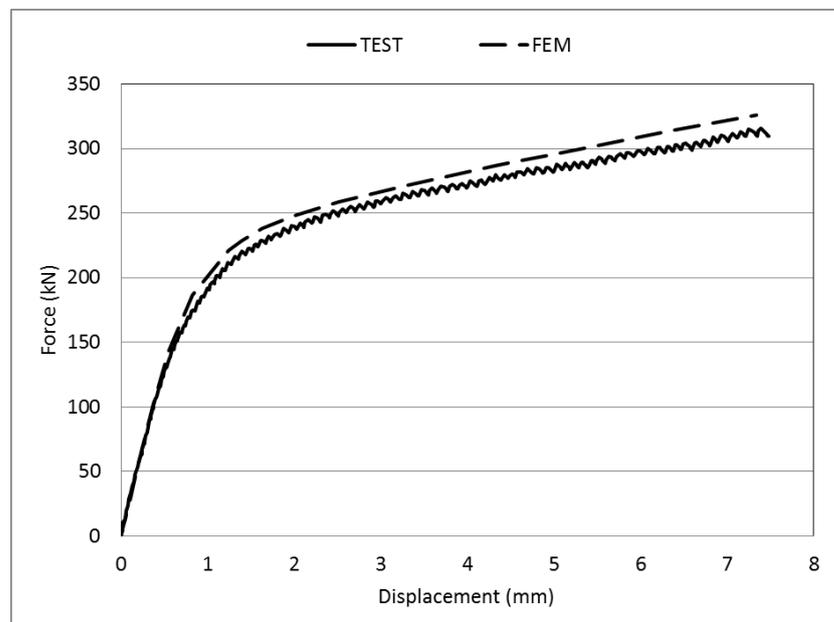


Figura 8.6: Comparación fuerza desplazamiento del E09A2416C y el MEF

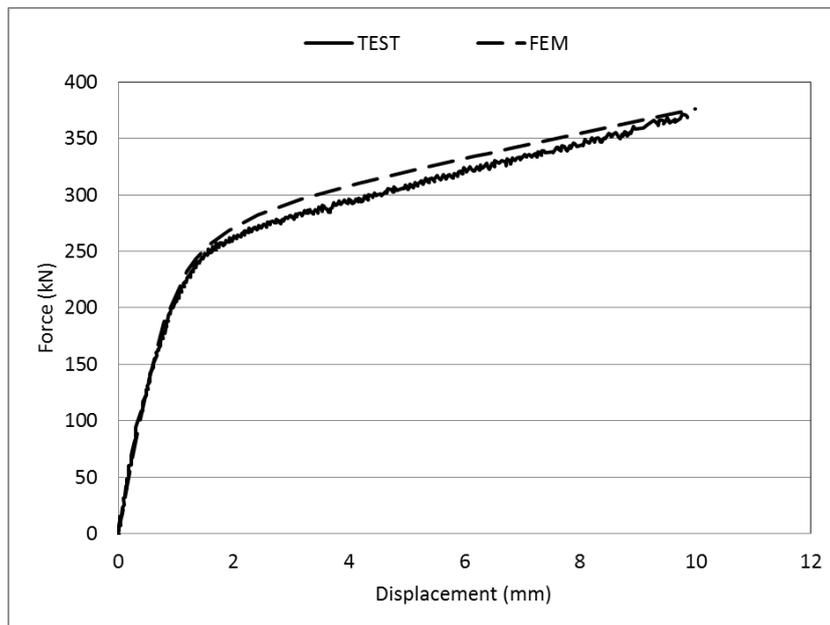


Figura 8.7: Comparación fuerza desplazamiento del E05A2816C y el MEF

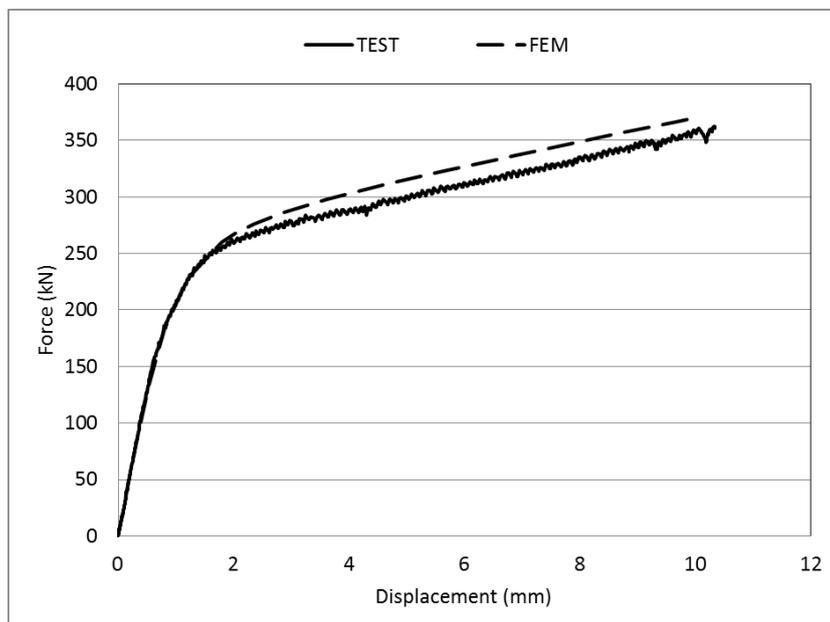


Figura 8.8: Comparación fuerza desplazamiento del E06A2818C y el MEF

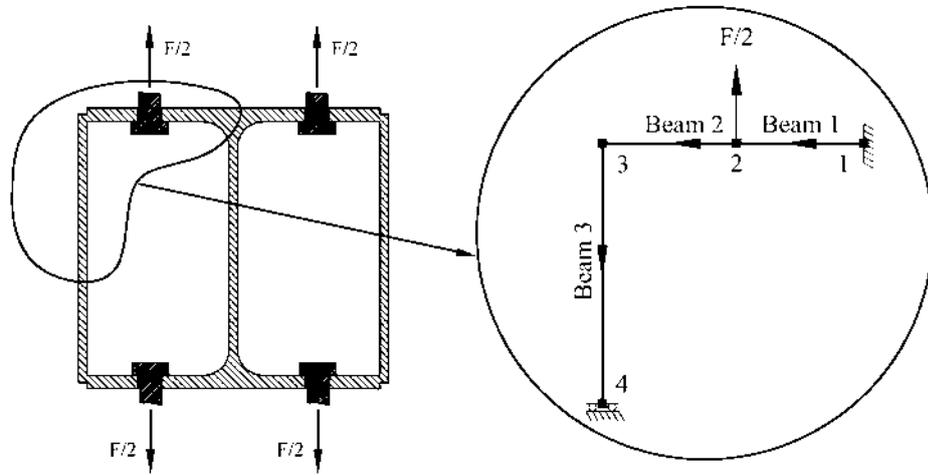


Figura 8.9: Pórtico equivalente de un E-stub

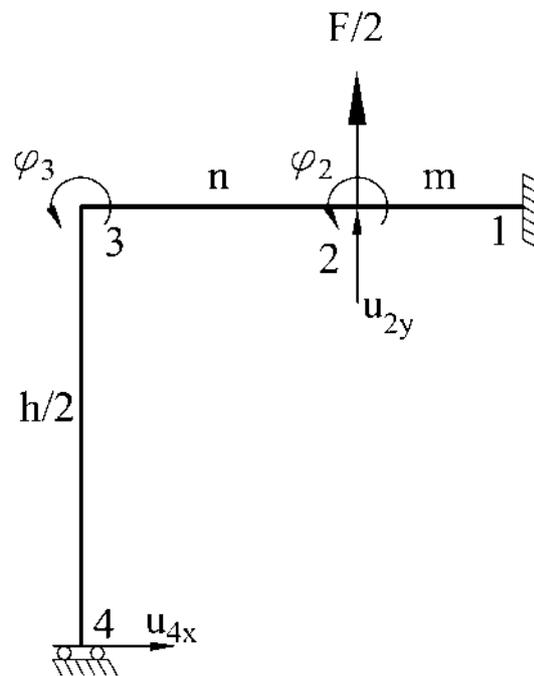


Figura 8.10: Modelo matricial de un E-stub

desplazamiento vertical y φ_2 la rotación en el tornillo, φ_3 la rotación en la soldadura entre el ala del pilar y la chapa adicional y u_{4x} el desplazamiento horizontal en el centro de la chapa adicional. Debido a la simetría del conjunto, se puede considerar que este pórtico está empotrado en la zona del radio de acuerdo entre el ala y el alma del pilar, lo que en la Figura 8.10 se representa con el nudo 1, y el nudo 4 representa el centro de la chapa adicional mediante un empotramiento que permite el deslizamiento horizontal.

Los parámetros mecánicos de las vigas de la Figura 8.10 son h el canto del pilar y m que se define en la Ecuación 8.1, según los resultados obtenidos en el estudio paramétrico recogido en el Anejo 8A, otros autores como Swanson y Leon (2001) y da Costa Neves (2004) han obtenido resultados similares para este parámetro. El valor de n se define según la Ecuación 8.2 que es el complementario de m .

$$m = \frac{w}{2} - \frac{t_{wc}}{2} - 0.5r \quad (8.1)$$

$$n = \frac{b - w}{2} \quad (8.2)$$

Donde w es la distancia entre tornillos, t_{wc} es el espesor del alma del pilar, r es el radio de acuerdo y b es el ancho del pilar.

Este problema puede ser resuelto mediante análisis matricial con la numeración mostrada en la Figura 8.9, asumiendo un comportamiento lineal y elástico del material y pequeños desplazamientos.

La ecuación matricial de equilibrio será,

$$\vec{F} = \underline{K} \vec{\delta} \quad (8.3)$$

donde \vec{F} es el vector de fuerzas externas, \underline{K} es la matriz de rigidez global y $\vec{\delta}$ es el vector de desplazamientos nodales que contiene los desplazamientos y rotaciones de los grados de libertad mostrados en la Figura 8.10.

Los vectores de fuerzas externas y desplazamientos pueden ser representado como:

$$\vec{F}^T = \left[\frac{F}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (8.4)$$

$$\vec{\delta}^T = \left[u_{2y} \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad u_{4x} \right] \quad (8.5)$$

y la matriz global del modelo,

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_{55}^1 + k_{22}^2 & k_{56}^1 + k_{23}^2 & k_{26}^2 & 0 \\ k_{56}^1 + k_{23}^2 & k_{66}^1 + k_{33}^2 & k_{36}^2 & 0 \\ k_{26}^2 & k_{36}^2 & k_{66}^2 + k_{33}^3 & k_{35}^3 \\ 0 & 0 & k_{35}^3 & k_{55}^3 \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

donde los superíndices se corresponden con las vigas 1, 2 y 3 numeradas en la Figura 8.10.

En la siguiente matriz los valores de E_c y E_{ap} son los módulos de Young del material de la columna y de las chapas adicionales respectivamente. I_{fc} e I_{ap} son los momentos de inercia del ala de la columna y de la chapa adicional respectivamente.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \frac{12E_c I_{fc}}{m^3} + \frac{12E_c I_{fc}}{n^3} & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} + \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & 0 & 0 \\ -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} + \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{4E_c I_{fc}}{m} + \frac{4E_c I_{fc}}{n} & \frac{2E_c I_{fc}}{n} & 0 & 0 \\ \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{2E_c I_{fc}}{n} & \frac{4E_c I_{fc}}{n} + \frac{4E_{ap} I_{ap}}{\frac{h}{2}} & -\frac{6E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} & \frac{12E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^3} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

Invirtiendo la matriz \underline{K} nos queda la siguiente ecuación matricial.

$$\vec{\delta} = \underline{K}^{-1} \vec{F} \quad (8.8)$$

Después de la inversión de la matriz de rigidez podemos extraer la rigidez del ala del E-stub de la siguiente forma.

$$k_{cfb} = \frac{F}{u_{2y}} = 2 \frac{3E_c I_{fc} (m+n)^3 \left(4\frac{h}{2} E_c I_{fc} + E_{ap} I_{ap} (m+n)\right)}{m^3 n^2 \left(E_{ap} I_{ap} n (m+n) + E_c I_{fc} \frac{h}{2} (3m+4n)\right)} \quad (8.9)$$

La expresión de los momentos de inercia I_{fc} e I_{ap} son:

$$I_{fc} = \frac{1}{12} b_{eff} t_{fc}^3 \quad (8.10)$$

$$I_{ap} = \frac{1}{12} b_{eff} t_{ap}^3 \quad (8.11)$$

Donde b_{eff} es el ancho efectivo y los parámetros t_{fc} y t_{ap} son los espesores del ala de la columna y de la chapa adicional respectivamente.

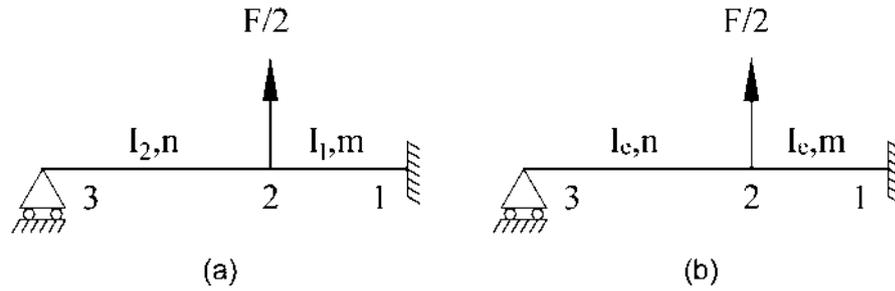


Figura 8.11: Modelo del ala del pilar. (a) Vigas originales (b) Viga equivalente

Para evaluar el ancho efectivo b_{eff} equivalente suponemos que el ala del pilar trabaja como una viga empotrada articulada con dos anchos diferentes b_1 y b_2 dependiendo de m y n respectivamente tal como se ve en la Figura 8.11a. Después se propone una viga equivalente con un ancho efectivo b_{eff} que tendrá la misma rigidez de la anterior tal como se ve en la Figura 8.11b.

La rigidez de las vigas con dos anchos y con un sólo ancho equivalente son $k_{1,2}$ y k_e respectivamente.

$$k_{1,2} = \frac{F}{u_{2y}} = \frac{12EI_1 (I_1 n^3 + I_2 m (m^2 + 3mn + 3n^2))}{m^3 n^2 (3I_2 m + 4I_1 n)} \quad (8.12)$$

$$k_e = \frac{F}{u_{2y}} = \frac{12EI_e (m + n)^3}{m^3 n^2 (3m + 4n)} \quad (8.13)$$

Teniendo en cuenta que los anchos efectivos b_1 y b_2 están determinados por un ángulo de dispersión θ que puede ser tomado igual a 30° (Cabrero y Bayo (2007b) y da Costa Neves (2004)). Los momentos de inercia de las vigas 1, 2 y de la viga equivalente responden a las Ecuaciones 8.14 y 8.16 respectivamente. En la Figura 8.12 se representan los anchos efectivos sobre el ala del pilar.

$$I_1 = \frac{1}{12} b_1 t_{fc}^3 \quad (8.14)$$

$$b_1 = d_h + 2m \tan \theta \simeq d_h + 1.2m \quad (8.15)$$

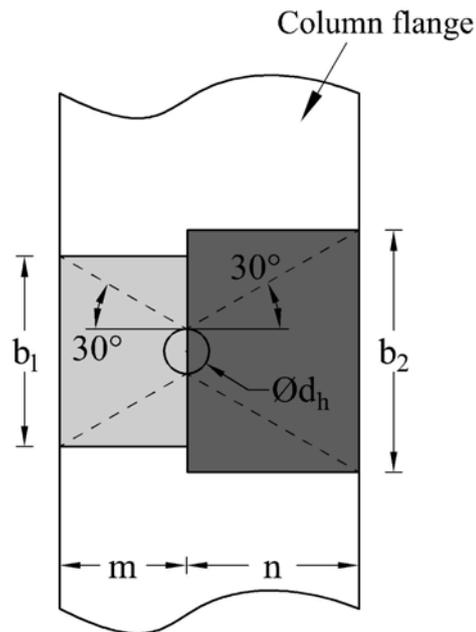


Figura 8.12: Anchos efectivos b_1 y b_2

$$I_2 = \frac{1}{12} b_2 t_{fc}^3 \quad (8.16)$$

$$b_2 = d_h + 2n \tan \theta \simeq d_h + 1.2n \quad (8.17)$$

$$I_e = \frac{1}{12} b_{eff} t_{fc}^3 \quad (8.18)$$

Donde d_h es el diámetro de la cabeza del tornillo.

Dado la rigideces $k_{1,2}$ y k_e tienen que ser equivalentes, la expresión del ancho efectivo b_{eff} tiene que tener la siguiente forma.

$$b_{eff} = \frac{b_1 (3m + 4n) (b_1 n^3 + b_2 m (m^2 + 3mn + 3n^2))}{(m + n)^3 (3b_2 m + 4b_1 n)} \quad (8.19)$$

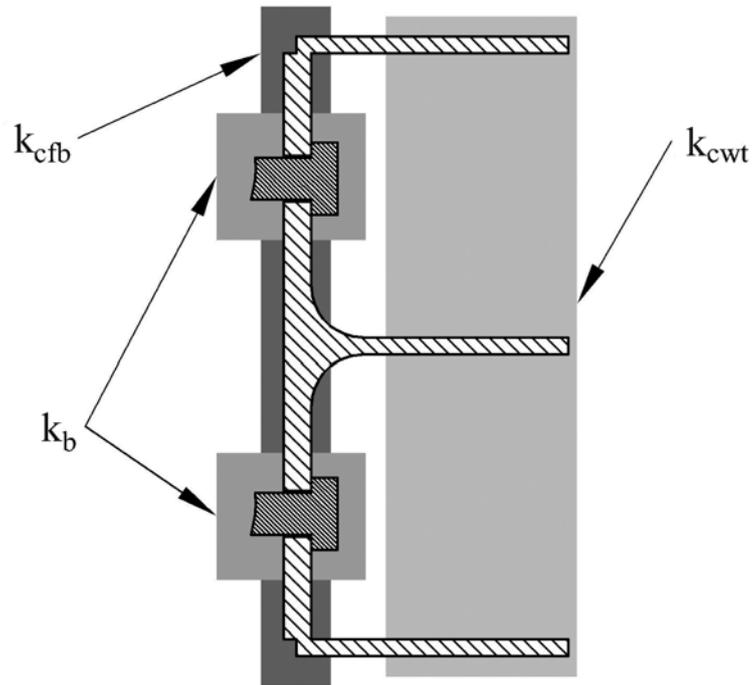


Figura 8.13: Componentes de modelo mecánico del E-stub



Figura 8.14: Muelles equivalentes del modelo mecánico del E-stub.

8.4. Validación del modelo mecánico

El modelo mecánico de muelles llamado método de los componentes utilizado en el Eurocódigo 3 es una herramienta eficaz y versátil para obtener la rigidez de uniones atornilladas. Para la validación del componente desarrollado en el apartado anterior (Ecuación 8.9) con los modelos ensayados en laboratorio, estos tienen que ser divididos en componentes individuales como se ve en la Figura 8.13 y posteriormente ensamblados para obtener la rigidez tal como se muestra en la Figura 8.14. Indicar, que el espécimen de los ensayos de laboratorio consta de dos E-stub unidos por el alma del pilar y por las chapas adicionales.

En la Figura 8.14 el muelle k_{cwt} representa la rigideces de alma del pilar y las chapas adicionales a tracción, k_{cfb} es la rigidez del ala del pilar a flexión y k_b representa la rigidez de los tornillos a tracción y está recogida en el Eurocódigo 3. Sin embargo, k_{cwt} y k_{cfb} tienen que ser evaluados para E-stub puesto que la formulación propuesta en el Eurocódigo 3 no es adecuada.

Rigidez de los tornillos a tracción

La rigidez de los tornillos a tracción se puede evaluar con la Ecuación 8.20 propuesta por el Eurocódigo 3 (CEN, 2005).

$$k_b = \frac{1.6A_s}{L_b} \quad (8.20)$$

$$L_b = t_{fc} + t_{ps} + \frac{t_h + t_n}{2} + 2t_{wh} \quad (8.21)$$

Donde t_{fc} , t_{ps} , t_n , t_h y t_{wh} representan el espesor del ala del pilar, espesor de la placa, espesor de la cabeza del tornillo, espesor de la tuerca y espesor de las arandelas respectivamente. A_s es el área efectiva del tornillo.

Rigidez del ala del pilar a flexión

La rigidez del ala de pilar a flexión k_{cfb} es evaluada con la expresión 8.9 donde b_{eff} es evaluado con la expresión 8.19.

Rigidez del alma del pilar y de las chapas adicionales a tracción

Para evaluar k_{cwt} podemos asumir que el comportamiento de las chapas adicionales se puede asimilar al comportamiento de unas placas suplementarias soldadas al alma del pilar. El efecto rigidizador de estas chapas puede ser cuantificado con un factor de 1.5 (Cabreró y Bayo, 2007b). Por lo tanto a la ecuación reflejada en el Eurocódigo para el alma a tracción se modifica de la siguiente forma CEN (2005),

Ensayo	k_{Ensayo}	k_{E-stub}	Error (%)
E10A2009C	289	307	6.3
E08A2012C	210	243	14.9
E07A2412C	267	284	6.5
E09A2416C	258	256	-0.9
E05A2816C	264	264	-0.1
E06A2818C	252	258	2.3

Tabla 8.2: Comparación de rigidez de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub en (kN/mm)

$$k_{cwt} = 0.7 \frac{b_{eff} (1.5t_{wc})}{d_{wc}} \quad (8.22)$$

donde,

$$d_{wc} = \frac{h}{2} - (t_{fc} + r) \quad (8.23)$$

En la expresión de d_{wc} sólo se tiene en cuenta la mitad de la altura del pilar h , debido a la simetría del espécimen ensayado.

8.4.1. Rigidez de los especímenes ensayados

La rigidez del modelo completo del espécimen ensayado es la rigidez de tres muelles en serie (ver Figura 8.14).

$$\frac{1}{K_{E-stub}} = \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{cfb}} + \frac{1}{k_{cwt}} \quad (8.24)$$

En la Tabla 8.2 se muestra una comparativa de la rigidez de los ensayos y de la rigidez del modelo mecánico propuesto para el E-stub. Donde el error medio es de 4.83 % y el error máximo es del 14.9%.

8.5. Estudio paramétrico

Para evaluar la formulación propuesta para la rigidez de un E-stub se ha realizado un estudio con el modelo de elementos finitos calibrado donde se han variado diferentes parámetros geométricos como tipo de pilar, distancia entre tornillos, tipo de tornillos y espesor de la chapa adicional. En todos los modelos se ha utilizado un acero nominal S275.

Los tipos de pilar analizados son de la serie HEA y HEB por ser los más comunes en edificación. En los espesores de chapa adicional se han utilizado 8, 15 y 20 mm. para cubrir los casos de una chapa delgada, media y gruesa. Los tornillos analizados son de M16 y M20 también por ser de los más habituales.

Parámetros como el radio de acuerdo del pilar, espesor de ala, ancho de ala y distancia entre tornillos tienen influencia en parámetros como m y n que influyen en k_{cfb} y k_{cwt} . Otros parámetros como el espesor del alma y de las chapas adicionales afectan a k_{cwt} . El tipo de tornillo afecta a k_{cfb} y k_{cwt} por medio del diámetro de la cabeza y también a k_b .

En los modelos de elementos finitos se ha utilizado el mismo acero para pilar y chapas de modo que la Ecuación 8.9 se simplifica al tener el mismo módulo de Young todos los elementos, $E = E_{ap} = E_c$.

$$k_{cfb} = \frac{F}{u_{2y}} = 2 \frac{3EI_f (m+n)^3 \left(4\frac{h}{2}I_f + I_p (m+n) \right)}{m^3 n^2 \left(I_p n (m+n) + I_f \frac{h}{2} (3m+4n) \right)} \quad (8.25)$$

En la Tabla 8.3 se muestra la rigidez de los modelos de elementos finitos comparada con la rigidez obtenida mediante el modelo mecánico propuesto para el E-stub y el error entre ambas. En todos los casos se obtiene un error máximo de 5.1%. Si analizamos el cociente K_{FEM}/K_{E-stub} vemos que la media 0.996 y la desviación estándar 0.02.

En la Figura 8.15 la gráfica representa la rigidez de los modelos de elementos finitos frente a la rigidez del modelo mecánico desarrollado.

Modelo	Pilar	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo	K_{FEM}	K_{E-stub}	Error (%)
M01	HEA200	8	90	200	10.9TR20	340	346	2.0
M02	HEA200	15	90	200	10.9TR20	355	366	3.1
M03	HEA200	20	90	200	10.9TR20	363	379	4.4
M04	HEA200	8	110	200	10.9TR20	294	293	-0.5
M05	HEA200	15	110	200	10.9TR20	315	320	1.4
M06	HEA200	20	110	200	10.9TR20	327	339	3.9
M07	HEA200	8	120	200	10.9TR20	286	282	-1.4
M08	HEA200	15	120	200	10.9TR20	310	313	0.8
M09	HEA200	20	120	200	10.9TR20	324	336	3.7
M10	HEA240	8	120	240	10.9TR20	325	330	1.7
M11	HEA240	15	120	240	10.9TR20	338	347	2.6
M12	HEA240	20	120	240	10.9TR20	347	362	4.4
M13	HEA240	8	160	240	10.9TR20	305	299	-1.8
M14	HEA240	15	160	240	10.9TR20	328	326	-0.7
M15	HEA240	20	160	240	10.9TR20	344	352	2.2
M16	HEA240	8	180	240	10.9TR20	334	335	0.3
M17	HEA240	15	180	240	10.9TR20	363	367	1.2
M18	HEA240	20	180	240	10.9TR20	383	400	4.3
M19	HEA280	8	160	280	10.9TR20	285	278	-2.3
M20	HEA280	15	160	280	10.9TR20	299	295	-1.4
M21	HEA280	20	160	280	10.9TR20	309	312	1.1
M22	HEA280	8	180	280	10.9TR20	280	272	-2.9
M23	HEA280	15	180	280	10.9TR20	299	292	-2.1
M24	HEA280	20	180	280	10.9TR20	312	314	0.5
M25	HEA280	8	200	280	10.9TR20	296	289	-2.2
M26	HEA280	15	200	280	10.9TR20	320	313	-2.2
M27	HEA280	20	200	280	10.9TR20	338	340	0.6
M28	HEA200	8	120	200	10.9TR16	236	236	0.0
M29	HEA200	15	120	200	10.9TR16	254	260	2.3
M30	HEA200	20	120	200	10.9TR16	267	277	3.8
M31	HEA240	8	120	240	10.9TR16	275	274	-0.4
M32	HEA240	15	120	240	10.9TR16	285	286	0.3
M33	HEA240	20	120	240	10.9TR16	291	297	2.0
M34	HEA280	8	160	280	10.9TR16	247	235	-5.1
M35	HEA280	15	160	280	10.9TR16	258	247	-4.1
M36	HEA280	20	160	280	10.9TR16	266	260	-2.3
M37	HEA280	8	200	280	10.9TR16	251	242	-3.3
M38	HEA280	15	200	280	10.9TR16	267	260	-2.5
M39	HEA280	20	200	280	10.9TR16	279	280	0.1
M40	HEB180	8	100	180	10.9TR16	507	524	3.3
M41	HEB180	15	100	180	10.9TR16	523	536	2.5
M42	HEB180	20	100	180	10.9TR16	539	548	1.8
M43	HEB300	8	150	300	10.9TR20	478	490	2.4
M44	HEB300	15	150	300	10.9TR20	483	494	2.4
M45	HEB300	20	150	300	10.9TR20	489	501	2.4
M46	HEB300	8	180	300	10.9TR20	455	457	0.5
M47	HEB300	15	180	300	10.9TR20	466	464	-0.4
M48	HEB300	20	180	300	10.9TR20	472	473	0.1
M49	HEB300	8	200	300	10.9TR20	462	457	-1.0
M50	HEB300	15	200	300	10.9TR20	469	465	-0.8
M51	HEB300	20	200	300	10.9TR20	475	475	0.1

Tabla 8.3: Comparación de rigidez del MEF y del modelo mecánico del E-stub (kN/mm)

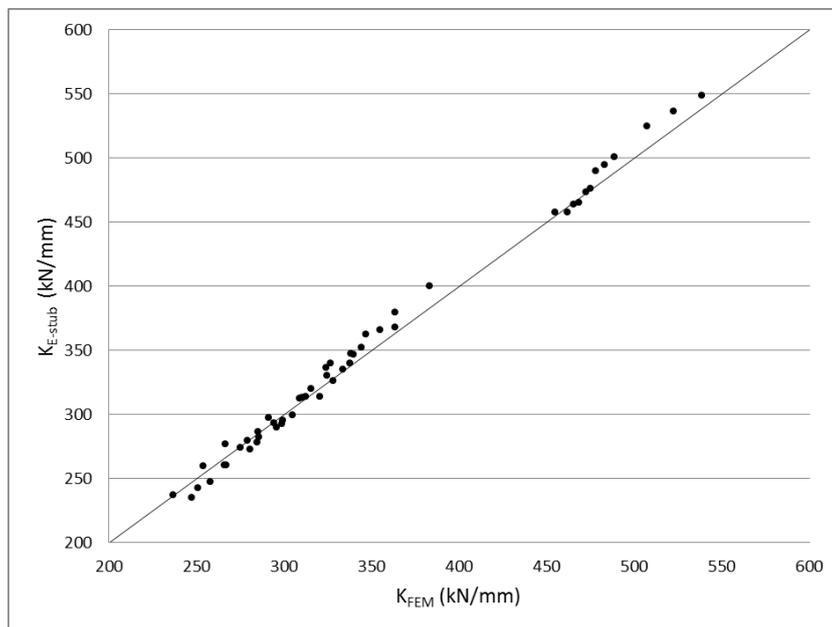


Figura 8.15: Rigidez del MEF frente a rigidez del modelo mecánico

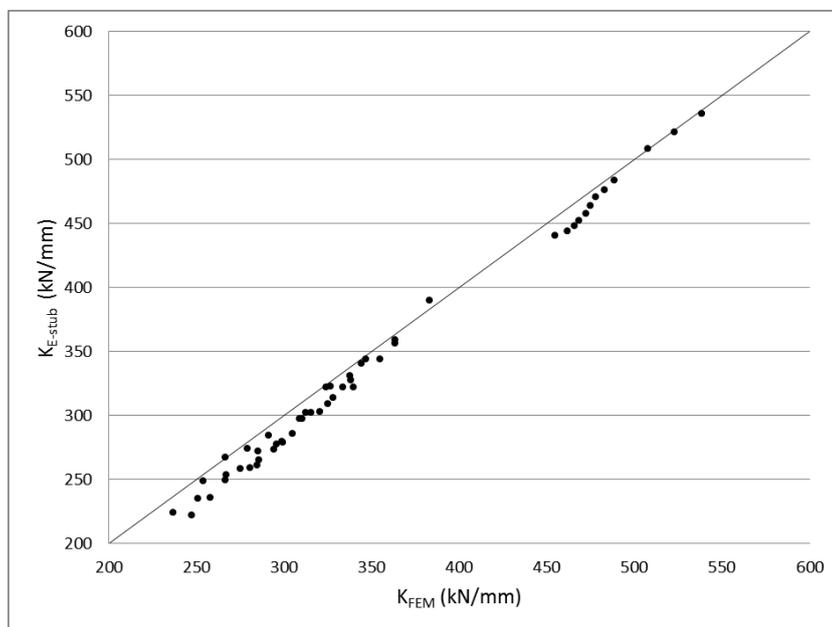


Figura 8.16: Rigidez del MEF frente a rigidez del modelo mecánico con el ancho efectivo simplificado

Modelo	Pilar	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo	k_{MEF}	k_{E-stub}	Error (%)
M01	HEA200	8	90	200	10.9TR20	340	322	-5.3
M02	HEA200	15	90	200	10.9TR20	355	344	-3.1
M03	HEA200	20	90	200	10.9TR20	363	359	-1.3
M04	HEA200	8	110	200	10.9TR20	294	273	-7.3
M05	HEA200	15	110	200	10.9TR20	315	302	-4.3
M06	HEA200	20	110	200	10.9TR20	327	323	-1.2
M07	HEA200	8	120	200	10.9TR20	286	265	-7.4
M08	HEA200	15	120	200	10.9TR20	310	297	-4.2
M09	HEA200	20	120	200	10.9TR20	324	322	-0.6
M10	HEA240	8	120	240	10.9TR20	325	308	-5.0
M11	HEA240	15	120	240	10.9TR20	338	327	-3.3
M12	HEA240	20	120	240	10.9TR20	347	344	-0.9
M13	HEA240	8	160	240	10.9TR20	305	285	-6.4
M14	HEA240	15	160	240	10.9TR20	328	313	-4.5
M15	HEA240	20	160	240	10.9TR20	344	340	-1.1
M16	HEA240	8	180	240	10.9TR20	334	322	-3.7
M17	HEA240	15	180	240	10.9TR20	363	356	-2.0
M18	HEA240	20	180	240	10.9TR20	383	390	1.7
M19	HEA280	8	160	280	10.9TR20	285	261	-8.3
M20	HEA280	15	160	280	10.9TR20	299	279	-6.8
M21	HEA280	20	160	280	10.9TR20	309	297	-3.8
M22	HEA280	8	180	280	10.9TR20	280	258	-7.9
M23	HEA280	15	180	280	10.9TR20	299	279	-6.4
M24	HEA280	20	180	280	10.9TR20	312	302	-3.3
M25	HEA280	8	200	280	10.9TR20	296	278	-6.2
M26	HEA280	15	200	280	10.9TR20	320	303	-5.5
M27	HEA280	20	200	280	10.9TR20	338	330	-2.1
M28	HEA200	8	120	200	10.9TR16	236	224	-5.4
M29	HEA200	15	120	200	10.9TR16	254	248	-2.1
M30	HEA200	20	120	200	10.9TR16	267	267	0.0
M31	HEA240	8	120	240	10.9TR16	275	258	-6.1
M32	HEA240	15	120	240	10.9TR16	285	272	-4.6
M33	HEA240	20	120	240	10.9TR16	291	284	-2.5
M34	HEA280	8	160	280	10.9TR16	247	222	-10.3
M35	HEA280	15	160	280	10.9TR16	258	235	-8.7
M36	HEA280	20	160	280	10.9TR16	266	249	-6.4
M37	HEA280	8	200	280	10.9TR16	251	234	-6.6
M38	HEA280	15	200	280	10.9TR16	267	253	-5.1
M39	HEA280	20	200	280	10.9TR16	279	274	-2.0
M40	HEB180	8	100	180	10.9TR16	507	508	0.0
M41	HEB180	15	100	180	10.9TR16	523	521	-0.3
M42	HEB180	20	100	180	10.9TR16	539	535	-0.6
M43	HEB300	8	150	300	10.9TR20	478	471	-1.6
M44	HEB300	15	150	300	10.9TR20	483	476	-1.4
M45	HEB300	20	150	300	10.9TR20	489	483	-1.1
M46	HEB300	8	180	300	10.9TR20	455	440	-3.2
M47	HEB300	15	180	300	10.9TR20	466	447	-3.9
M48	HEB300	20	180	300	10.9TR20	472	457	-3.2
M49	HEB300	8	200	300	10.9TR20	462	443	-4.0
M50	HEB300	15	200	300	10.9TR20	469	452	-3.6
M51	HEB300	20	200	300	10.9TR20	475	463	-2.4

Tabla 8.4: Comparación de rigidez del MEF y del modelo mecánico del E-stub con ancho efectivo simplificado (kN/mm)

8.6. Rigidez con un ancho efectivo simplificado

Una de las dificultades de la formulación propuesta es su complejidad a la hora de ser aplicada en la práctica, por lo que se propone una simplificación de la misma. Esta simplificación se basa en los estudios paramétricos con modelos de elementos finitos llevados a cabo en el Anejo 8A.

Se propone una longitud efectiva L del pórtico equivalente de la siguiente forma,

$$m = \frac{w}{2} - \frac{t_{wc}}{2} - 0.7r \quad (8.26)$$

$$n = \frac{b - w}{2} \quad (8.27)$$

$$L = m + n \quad (8.28)$$

y un ancho efectivo simplificado.

$$b_{eff,s} = d_h + 0.6L \quad (8.29)$$

Los resultados del estudio paramétrico se muestran en la Tabla 8.4 y de forma gráfica en la Figura 8.16. Si analizamos el cociente K_{FEM}/K_{E-stub} la media es 1.041 y desviación estándar 0.03.

8.7. Bibliografía

Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997a. Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **43**(1-3), 17–42.

- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997b. Calibration of a finite element model for isolated bolted end plate steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(3), 225–62.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007a. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I. Experimental evaluation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1241–53.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Citipitioglu, AM, Haj-Ali, RM, y White, DW. 2002. Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of constructional Steel research*, **58**(5-8), 995–1013.
- da Costa Neves, LF. 2004. *Comportamento monotónico e cíclico de ligações de eixo fraco e tubulares em estruturas metálicas e mistas aço-betão*. Ph.D. thesis, Civil Engineering Department, Science and Technology Faculty, University of Coimbra.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., Gresnigt, N., y Simoes da Silva, L. 2004a. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of constructional Steel research*, **60**(2), 269–311.
- Jaspart, J.P. 1991. *Etude de la semi-rigidite des noeuds poutre-colonne et son influence sur la resistance et la stabilite des ossatures en acier*. Ph.D. thesis.
- Lemonis, M.E., y Gantes, C.J. 2006. Incremental modeling of T-stub connections. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **1**(7), 1135–59.

- Loureiro, A., Gutierrez, R., Reinosa, JM, y Moreno, A. 2010. Axial stiffness prediction of non-preloaded T-stubs: An analytical frame approach. *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(12), 1516–22.
- Loureiro, A., Moreno, A., Gutierrez, R., y Reinosa, JM. 2012. Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading. *Engineering Structures*, **38**, 68–77.
- Sherbourne, A.N., y Bahaari, M.R. 1997. Finite element prediction of end plate bolted connection behavior. I: Parametric Study. *Journal of Structural Engineering*, **123**(2), 157–64.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2001. Stiffness modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Structural Engineering*, **127**(5), 498–505.
- Swanson, J.A., Kokan, D.S., y Leon, R.T. 2002. Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Constructional Steel Research*, **58**(5), 1015–31.
- Weynand, K., Jaspart, JP, y Steenhuis, M. 1995. The stiffness model of Revised Annex J of Eurocode 3, connections in steel structures III: behaviour, strength and design. *In: 3rd International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento, Italy*.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.

Anejo 8A. Calibración de parámetros equivalentes de E-stub

Calibración de la longitud de una viga equivalente de un E-stub

Uno de los parámetros más importantes en el cálculo de la rigidez del E-stub cuando el ala se modeliza como una viga equivalente, es la longitud de esta viga $L = m + n$ que está determinada por el parámetro m . En la Figura 8.17 se muestran los parámetros del E-stub, compuesto por el ala y la chapa adicional y en la Figura 8.18 se muestran los parámetros de la viga equivalente para el E-stub.

Para evaluar el parámetro m se realiza una simulación numérica de un modelo de E-stub y una viga equivalente, donde la longitud de esta viga será el parámetro a determinar. Teniendo en cuenta, que la viga equivalente tendrá que tener la misma deformación para una determinada carga que el modelo de E-stub, para ser equivalente y reproducir el comportamiento del E-stub.

Se han realizado simulaciones numéricas del ala del E-stub variando perfiles, distancia entre tornillos y chapas adicionales tal como se refleja en la Tabla 8.5 con un total de 75 geometrías diferentes, que son el resultado de 5 perfiles diferentes con 5 distancias diferentes entre tornillos y con 3 chapas de diferente espesor. El modelo está representado en la Figura 8.19 donde se aprecian las restricciones aplicadas. El plano de simetría en el alma del perfil está empotrado, el plano de simetría de la chapa adicional tiene restringidas las rotaciones y el desplazamiento vertical. Además, la zona de unión del ala del pilar con la chapa adicional tiene restringido el desplazamiento vertical, para evitar que el ancho modelado afecte al resultado de la modelización. La carga se aplica sobre una zona equivalente a la cabeza de un tornillo de M20, en esta zona el espesor es ligeramente superior al del ala del perfil para así simular el aumento de rigidez que provoca la cabeza del tornillo.

La modelización de la viga equivalente se puede ver en la Figura 8.20 donde la longitud es la parte plana del ala más a , que es el radio de acuerdo

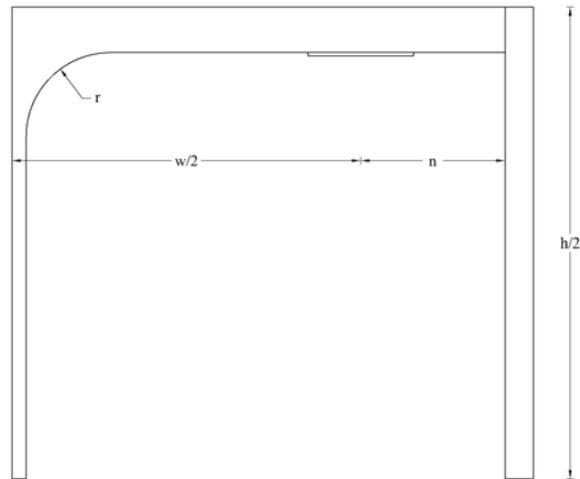


Figura 8.17: Dimensiones del E-stub

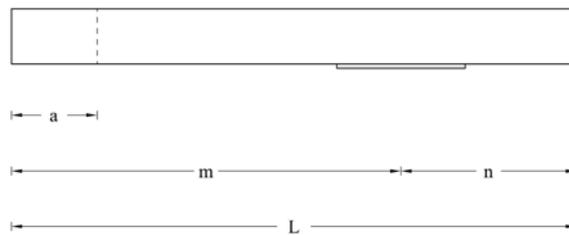


Figura 8.18: Dimensiones de la viga equivalente

multiplicado por un factor. Para la búsqueda del factor a/r más adecuado se han realizado simulaciones variando este factor según la Tabla 8.6 por lo que se han realizado 450 simulaciones de vigas equivalentes. En la Figura 8.20 se puede apreciar que el modelo está empotrado en una de las caras, que sería la que se correspondería con la zona del alma y articulado en la zona de unión de ala con la chapa adicional.

En el modelo numérico se ha utilizado el software comercial Abaqus/Standard. El análisis ha sido elástico lineal puesto que estamos analizando la zona de comportamiento elástico del E-stub. Para la modelización se han utilizado elementos sólidos de integración reducida, C3D8R. En las Figuras 8.21 y 8.22 se puede ver un modelo tipo del E-stub y de la viga equivalente, respectivamente.

Perfil	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	e_1	e_2	e_3
HEB180	80	90	100	110	120	8	15	20
HEB240	100	120	140	160	180	8	15	20
HEA200	90	100	110	120	140	8	15	20
HEA240	100	120	140	160	180	8	15	20
HEA280	100	120 </td <td>160</td> <td>200</td> <td>220</td> <td>8</td> <td>15</td> <td>20</td>	160	200	220	8	15	20

Tabla 8.5: Perfiles y distancia entre tornillos

Factor a/r					
0	0.2	0.4	0.6	0.8	1

Tabla 8.6: Valores del factor a/r

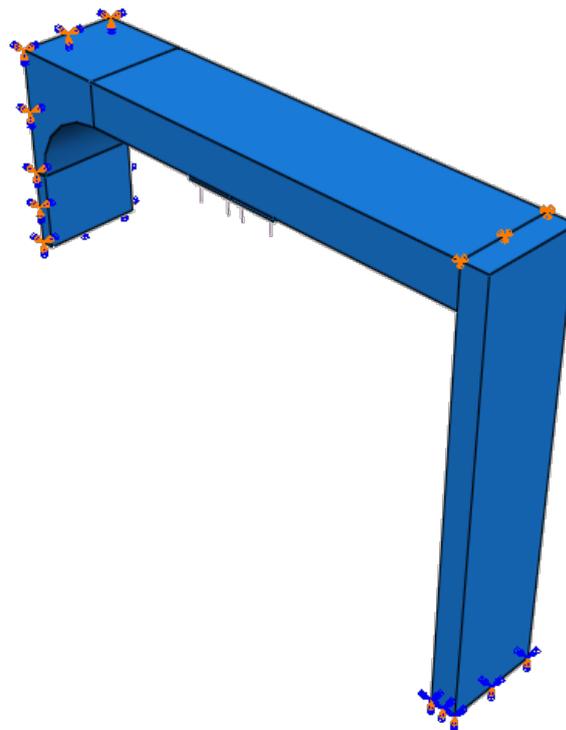


Figura 8.19: Condiciones de contorno y cargas del E-stub

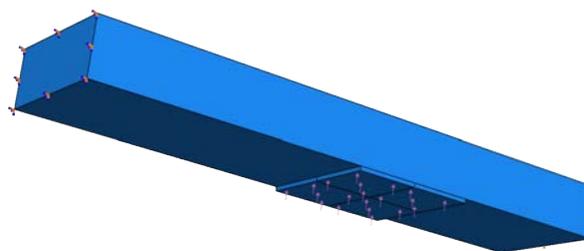


Figura 8.20: Condiciones de contorno y carga de la viga equivalente

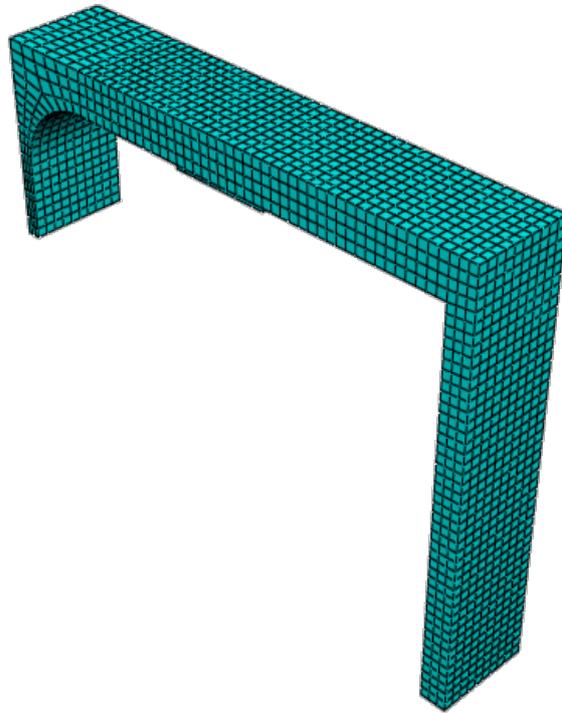


Figura 8.21: Modelo de elementos finitos del E-stub

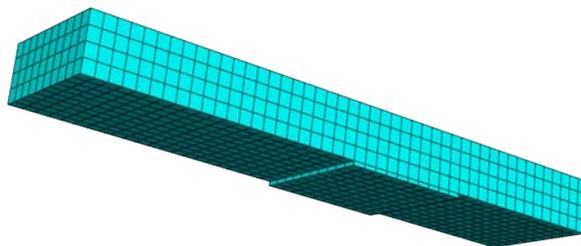


Figura 8.22: Modelo de elementos finitos de la viga equivalente

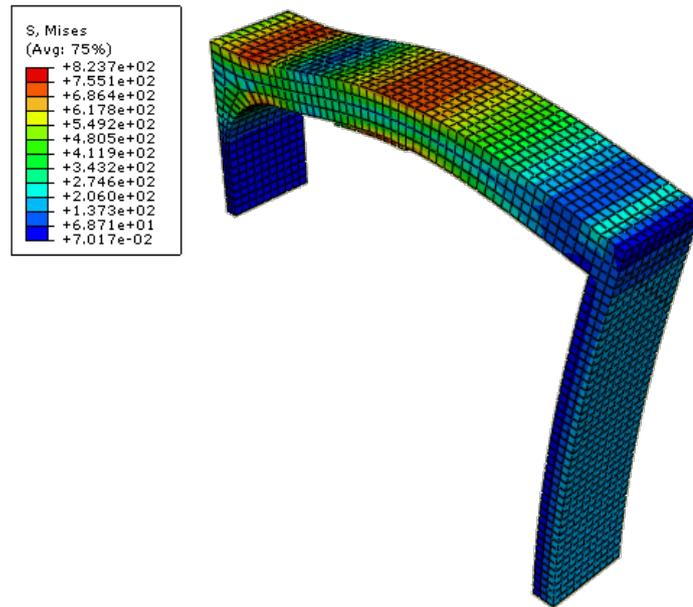


Figura 8.23: Tensión de Von Misses del MEF del E-stub

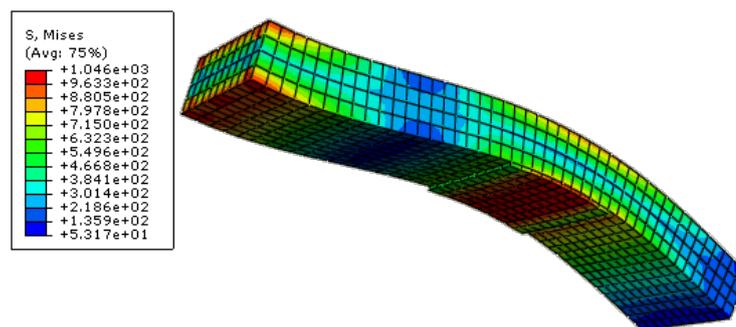


Figura 8.24: Tensión de Von Misses del MEF de la viga equivalente

En las Figuras 8.23 y 8.24 se muestran el mapa de tensiones y deformada del pórtico del E-stub y de la viga equivalente respectivamente.

Para la validación del modelo equivalente de viga, la referencia utilizada es la comparación de los desplazamientos o rigideces verticales en el centro de la carga aplicada. Los desplazamiento se comparan variando el factor a/r de tal forma que cuando $\Delta/\delta = 1$ entonces la viga será equivalente. Siendo Δ el desplazamiento del pórtico medido en centro de aplicación de la carga y δ el desplazamiento de la viga equivalente medido el centro de aplicación de la carga.

En las Figuras 8.25, 8.26 y 8.27 se representa el valor de Δ/δ frente al factor

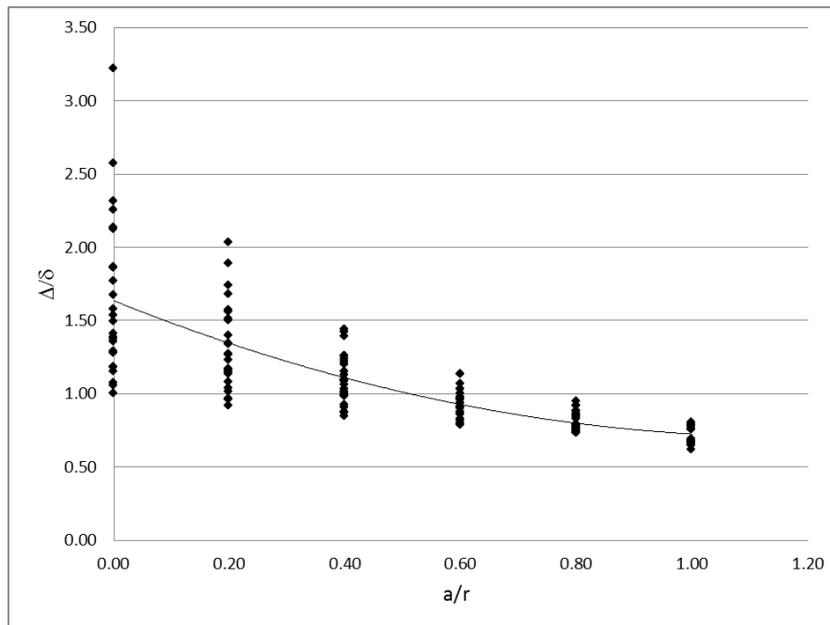


Figura 8.25: Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 8

a/r para cada una de las 25 geometrías con una chapa adicional de 8, 15 y 20 mm respectivamente. Se representa también una línea de tendencia polinómica que nos dará una media del factor a/r que genera menos error de Δ/δ para el conjunto de las geometrías modeladas.

Observando la Figura 8.25 vemos que la línea de tendencia corta la línea de $\Delta/\delta = 1$ en el valor de $0.52 a/r$ para el caso de chapa de 8 mm. En la Figura 8.26 la línea de tendencia corta en el valor 0.42 que sería el factor para las chapas de 15 mm y finalmente observando la Figura 8.27 vemos que la línea de tendencia corta en 0.36 que sería el valor del factor para las chapas de 20 mm.

El valor de referencia del factor a/r lo podemos tomar como 0.5 que aunque en el caso de chapas gruesas, como es el caso de 20 mm, se cometerá un cierto error también hay que tener en cuenta que la soldadura entre el ala del pilar y chapa no siempre es a tope.

Por lo tanto la longitud característica de la viga equivalente representada en la Figura 8.18 será,

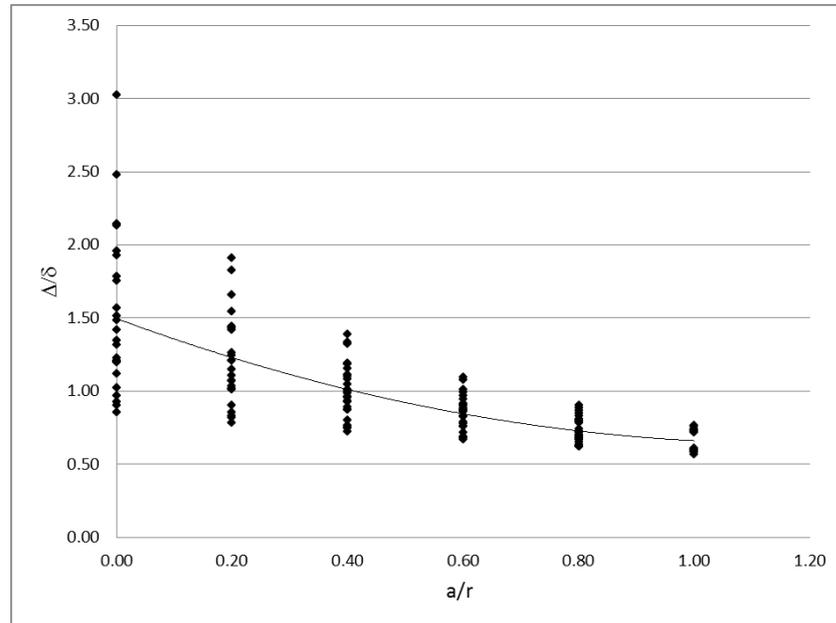


Figura 8.26: Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 15

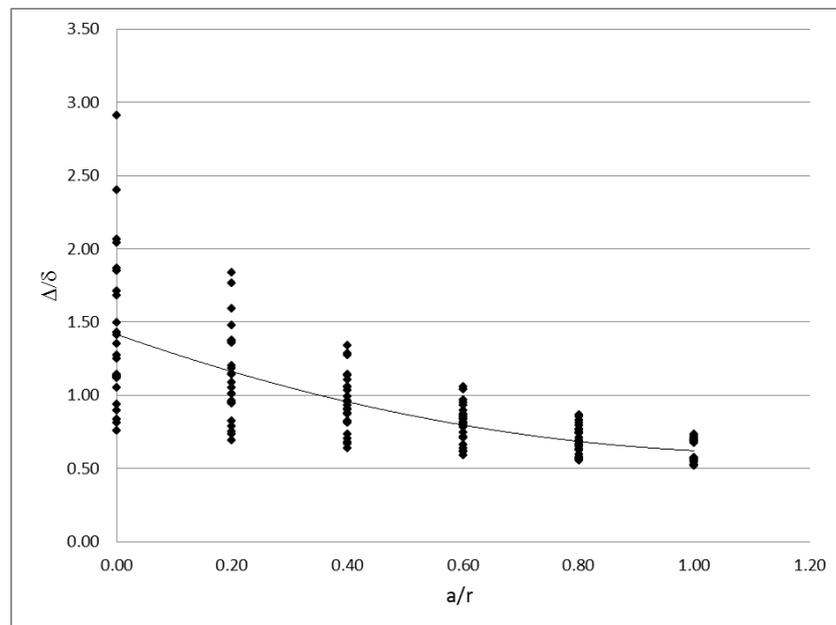


Figura 8.27: Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 20

$$L = \frac{b}{2} - \frac{t_{cw}}{2} - r + a \quad (8.30)$$

siendo,

$$a = 0.5r \quad (8.31)$$

Calibración de la longitud de un pórtico equivalente de un E-stub

Con el modelo anterior de viga equivalente no se puede tener en cuenta los efectos de la chapa adicional, por eso parece necesario el desarrollo de un modelo equivalente donde se tengan en cuenta los efectos de la chapa adicional en la rigidez (Figura 8.28). Para evaluar esta influencia se realizan 75 simulaciones numéricas de modelos de E-stub, correspondientes con las geometrías de la Tabla 8.5 sometidos a una carga determinada. El desplazamiento Δ del modelo de E-stub es comparado con el desplazamiento producido por la misma carga en un pórtico equivalente δ . Se realizan 450 simulaciones con configuraciones diferentes del pórtico equivalente, donde se ha variado la longitud g de acuerdo a los valores del factor g/r de la Tabla 8.7. Por lo tanto el valor del cociente $\Delta/\delta = 1$ determinará la longitud g con la que el pórtico será equivalente.

En la Figuras 8.29 se representa el modelo del pórtico equivalente con las cargas y con las restricciones aplicadas. La zona que representa a la unión del ala con el alma está empotrada, la zona de la chapa adicional tiene las rotaciones y el desplazamiento vertical restringidos. Además la zona de unión de ala con la chapa adicional tiene restringido el desplazamiento vertical para que no tenga influencia el ancho del adoptado para el pórtico. La Figura 8.30 representa el modelo de elementos finitos adoptado.

El modelo del E-stub es el representado en la Figura 8.19, que ya fue utilizado en el apartado anterior para la obtención del desplazamiento Δ .

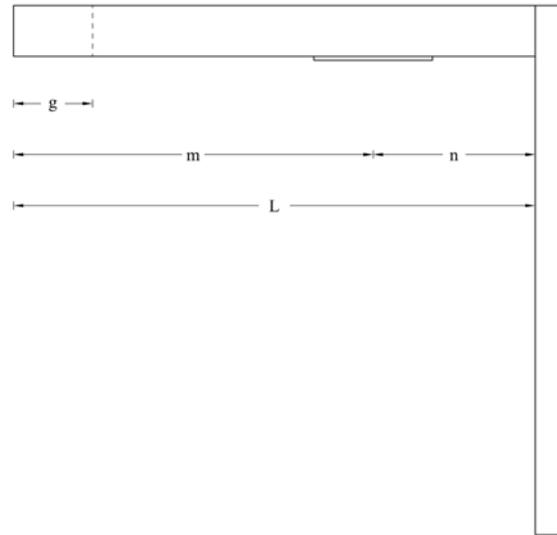


Figura 8.28: Dimensiones del pórtico equivalente

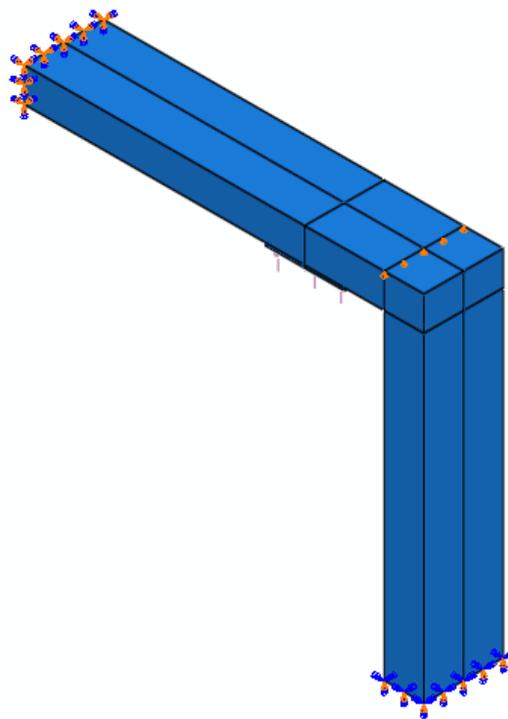


Figura 8.29: Condiciones de contorno y cargas del pórtico equivalente

Factor g/r					
0	0.2	0.4	0.6	0.8	1

Tabla 8.7: Valores del factor g/r

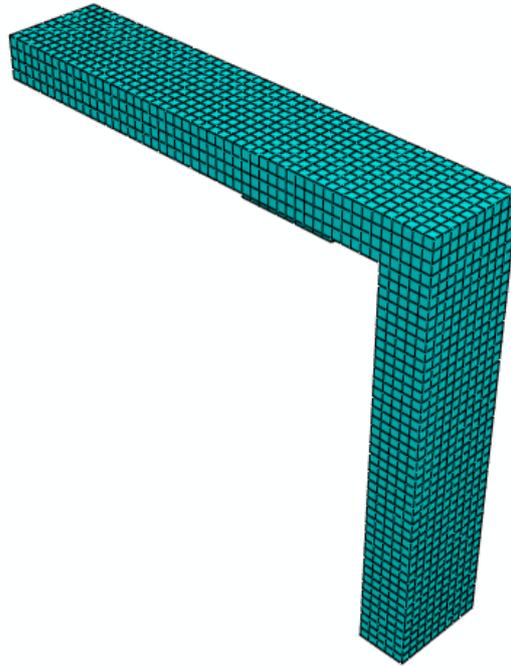


Figura 8.30: MEF del pórtico equivalente

En la Figura 8.31 se representan las tensiones de Von Mises del pórtico equivalente. El desplazamiento δ también es medida en el centro de la carga aplicada.

Los resultados de la relación Δ/δ frente al factor g/r están representados en las gráficas de las Figuras 8.32, 8.33 y 8.34 para espesores de chapa adicional de 8, 15 y 20 mm. respectivamente.

De las gráficas de las Figuras 8.32, 8.33 y 8.34 se obtiene el valor del factor g/r con el que los desplazamientos del modelo de E-stub y del pórtico equivalente son iguales ($\Delta/\delta = 1$). Este factor será igual a 0.71, 0.72 y 0.73 para las chapas de 8, 15 y 20 respectivamente.

Si hacemos una representación gráfica tipo de un perfil de la Tabla 8.5, por ejemplo un HEA280 con una chapa adicional de 15 mm. podemos observar que el factor g/r está claramente determinado para $\Delta/\delta = 1$. Esto lo podemos ver en la Figura 8.35, donde se muestran los valores de Δ/δ frente g/r para diferentes valores de distancia entre tornillos w .

Por lo tanto podemos adoptar como valor medio de g ,

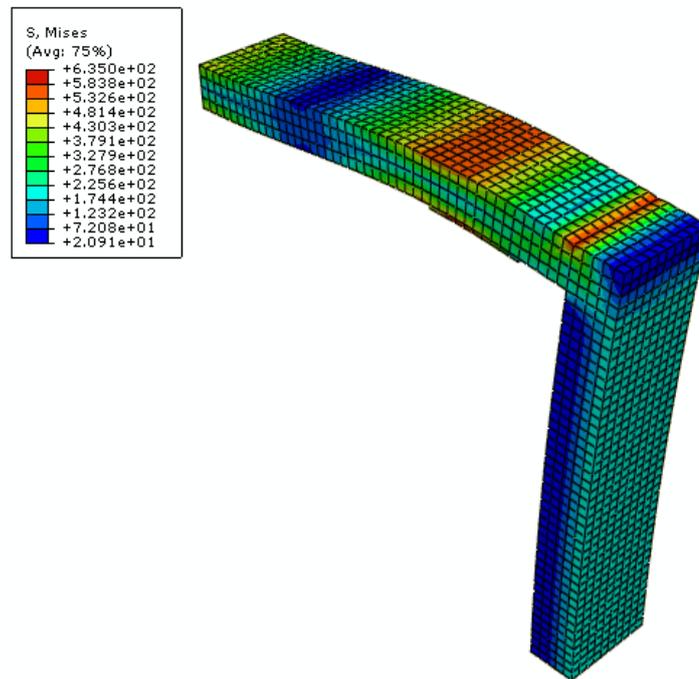


Figura 8.31: Tensiones de Von Mises del MEF del pórtico equivalente

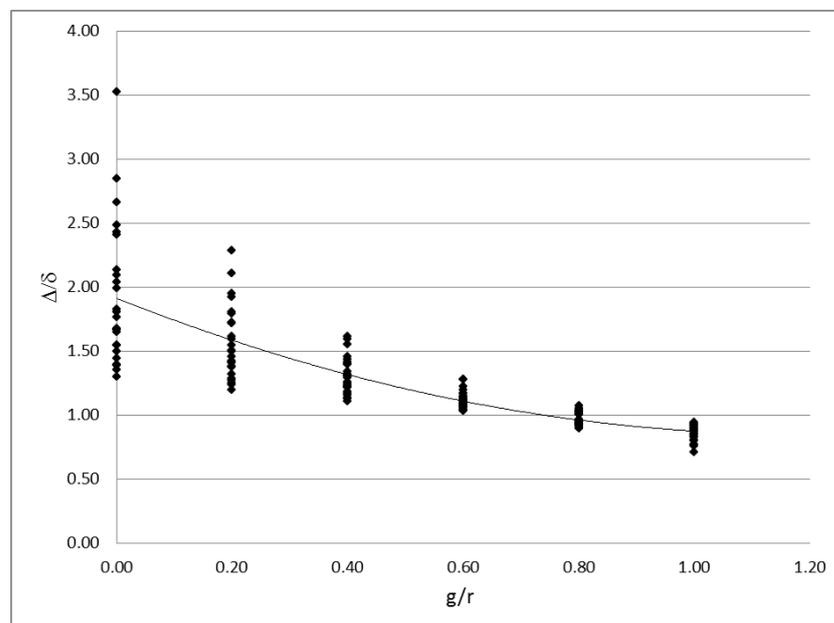


Figura 8.32: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 8

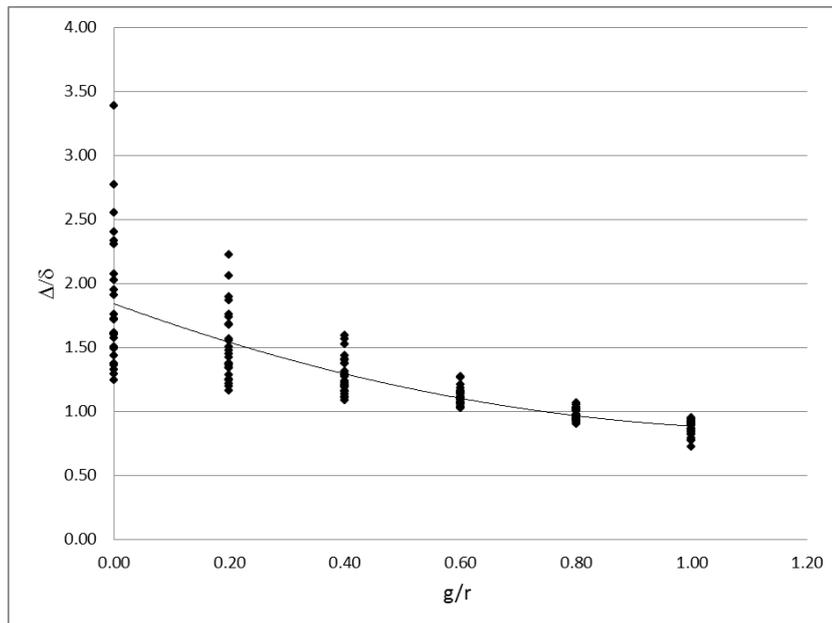


Figura 8.33: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 15

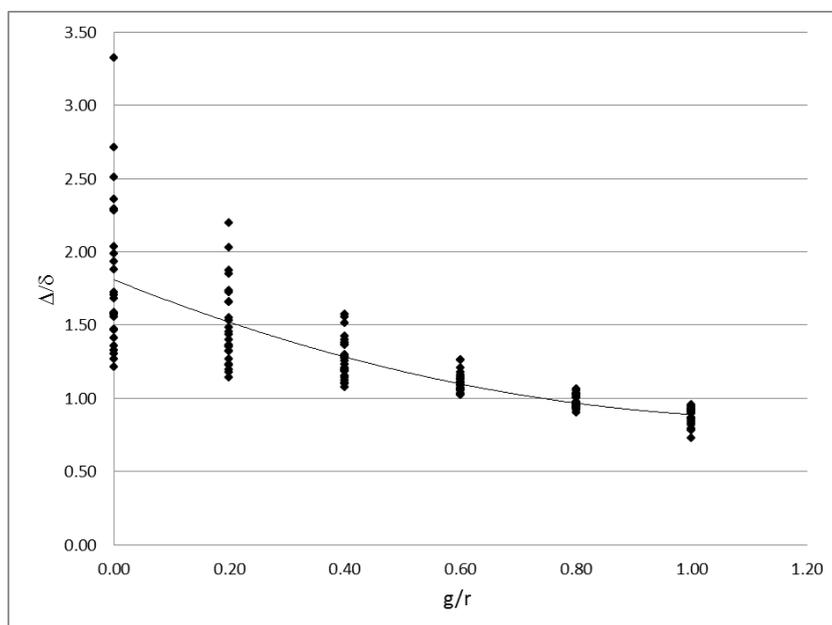


Figura 8.34: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 20

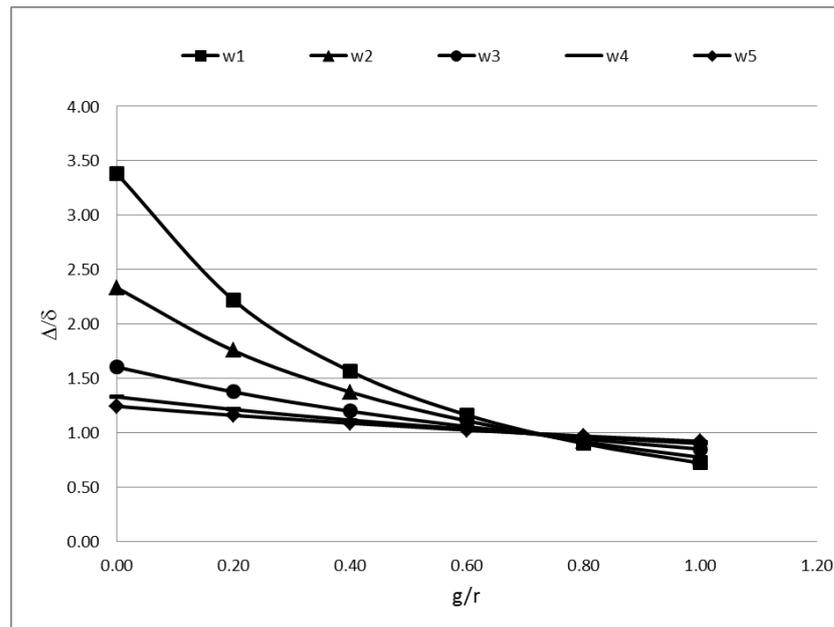


Figura 8.35: Gráfica tipo de un perfil HEA280 y chapa de 15

$$g = 0.7r \tag{8.32}$$

siendo la longitud L representada en la Figura 8.28.

$$L = \frac{b}{2} - \frac{t_{cw}}{2} - r + g \tag{8.33}$$

Calibración del ancho efectivo equivalente de un E-stub

En la idealización del E-stub como un pórtico, una vez determinada la longitud g (Figura 8.36), otro parámetro determinante es el ancho efectivo del pórtico, b_{eff} . Para la determinación de este ancho se ha realizado varias simulaciones numéricas.

En la Figura 8.37 se muestra el modelo del E-stub y las restricciones. La zona del alma del pilar está empotrada, en zona de la chapa adicional se restringen los giros y el desplazamiento vertical, la zona de unión del ala del pilar con la chapa adicional también tiene restringida los desplazamientos verticales. Nótese que el largo del pilar es suficiente para simular un

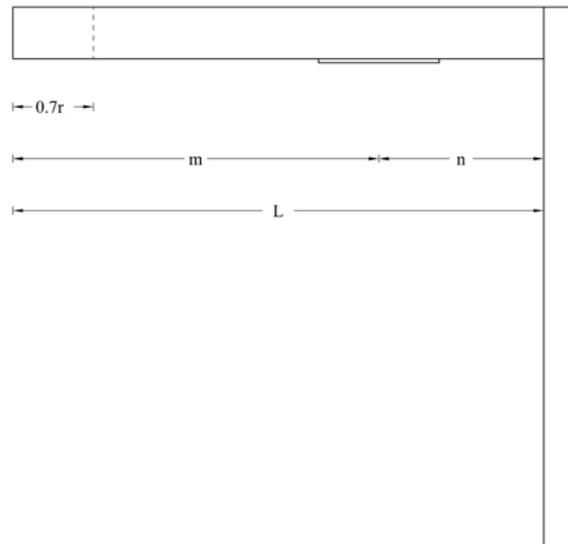


Figura 8.36: Dimensiones pórtico equivalente para determinación de ancho efectivo

pilar con continuidad. La carga se aplica centrada respecto al largo en un rectángulo que simula la cabeza del tornillo. Las geometrías modeladas se corresponden con las representadas en la Tabla 8.5. Por lo tanto se han realizado 75 modelos correspondientes a tres espesores de chapa adicional 8, 15 y 20 mm.

El modelo de pórtico con ancho equivalente representado en la Figura 8.38 se ha modelizado con un factor $g = 0.7r$ y el ancho se corresponde con la siguiente ecuación.

$$b_{eff} = d_h + \beta L \quad (8.34)$$

Donde d_h es el diámetro de la cabeza del tornillo y L es la longitud determinada por la Ecuación 8.33. El parámetro β es el que se pretende obtener. Por lo tanto se realizan 450 modelos numéricos para chapas de 8, 15 y 20 mm. variando el parámetro β según la Tabla 8.8. Nótese que en el caso del modelo equivalente la carga es aplicada sobre todo el ancho del modelo, siendo siempre la misma carga total. Esto se puede ver en la Figura 8.38.

Con estos modelos equivalentes lo que se pretende es obtener un valor de β tal que $\Delta/\delta = 1$ que nos garantiza un comportamiento similar.

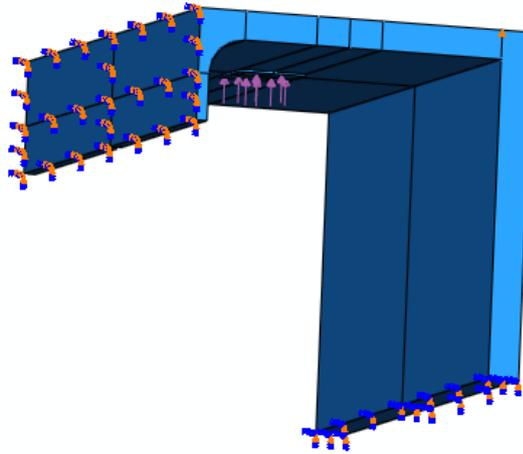


Figura 8.37: Condiciones de contorno y cargas del E-stub para determinación del ancho efectivo.

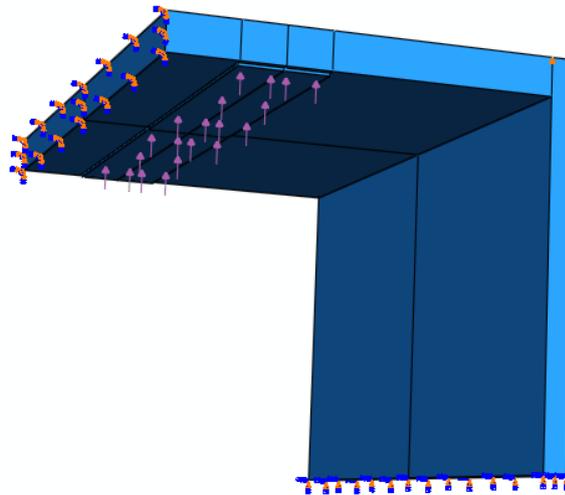


Figura 8.38: Condiciones de contorno y cargas del pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo.

Factor β					
0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2

Tabla 8.8: Valores del factor β

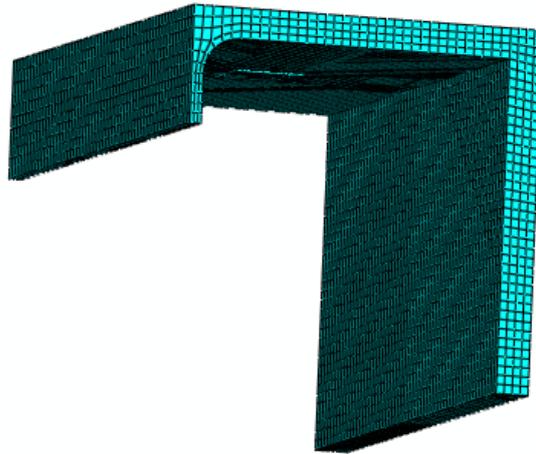


Figura 8.39: MEF del E-stub para determinación del ancho efectivo

En las Figuras 8.39 y 8.40 se representan los mallados de los modelos de elementos finitos. Los análisis han sido realizados en régimen elástico y con elementos C3D8R.

En las Figuras 8.41 y 8.42 se representan las distribuciones de tensiones de Von Mises y la deformada de los modelos de E-stub y del pórtico con ancho equivalente.

En las gráficas de las Figuras 8.43, 8.44 y 8.45 se muestran rectas con los valores medios de Δ/δ en función del factor β para las chapas con espesores de 8, 15 y 20 respectivamente.

Los valores medios de β para los que $\Delta/\delta = 1$ son 0.59, 0.55 y 0.53 para espesores de chapa adicional de 8, 15 y 20 respectivamente, por lo que a partir de estos valores y teniendo en cuenta que la soldadura entre ala y chapa adicional puede no ser a tope tomamos un valor.

$$\beta = 0.6 \quad (8.35)$$

Por tanto el ancho efectivo b_{eff} quedará de la siguiente forma.

$$b_{eff} = d_h + 0.6L \quad (8.36)$$

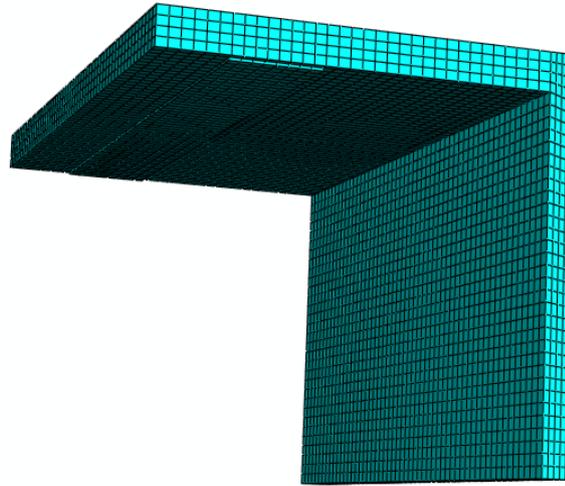


Figura 8.40: MEF de pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo

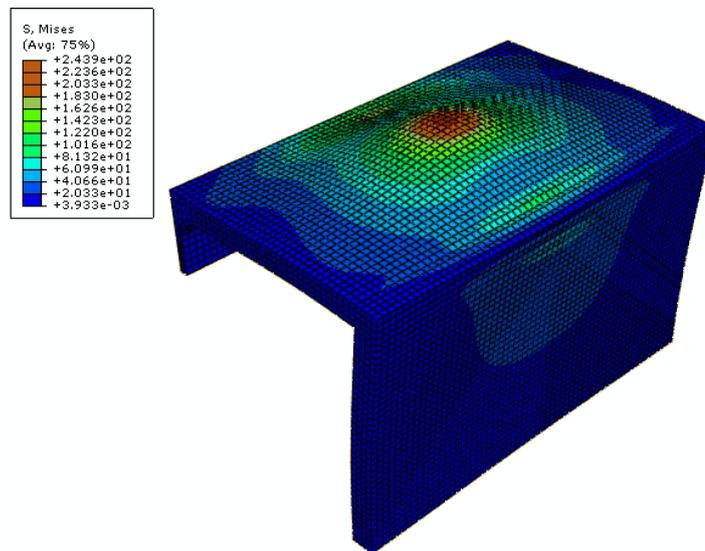


Figura 8.41: Tensión de Von Mises del MEF del E-stub para determinación del ancho efectivo

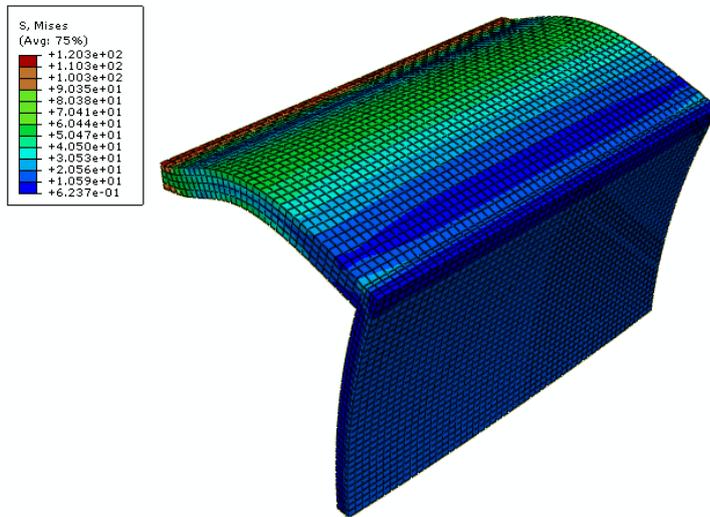


Figura 8.42: Tensión de Von Mises del MEF del pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo

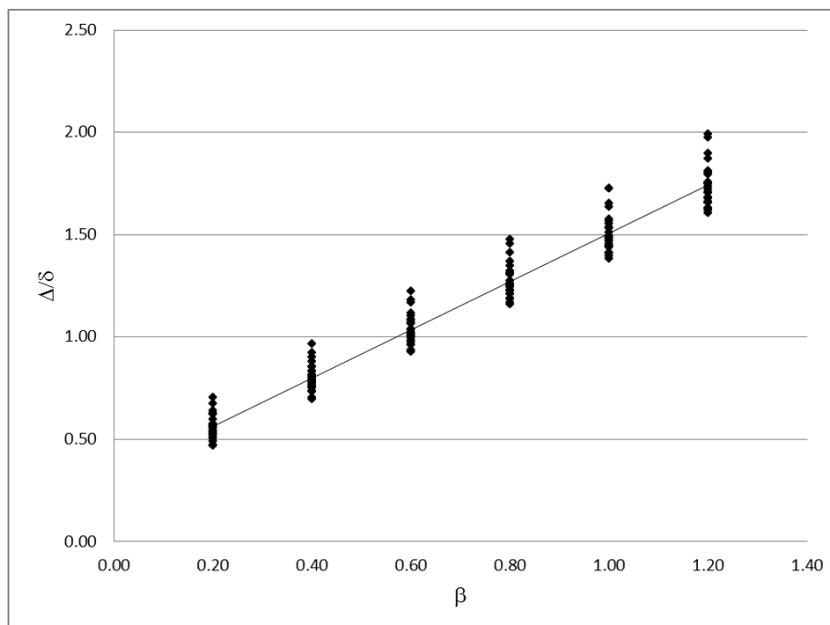


Figura 8.43: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 8

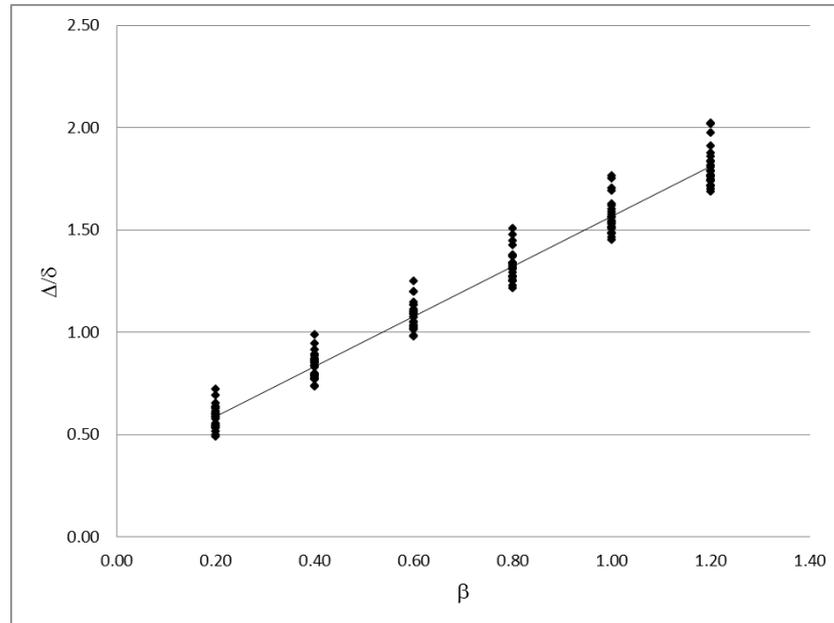


Figura 8.44: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 15

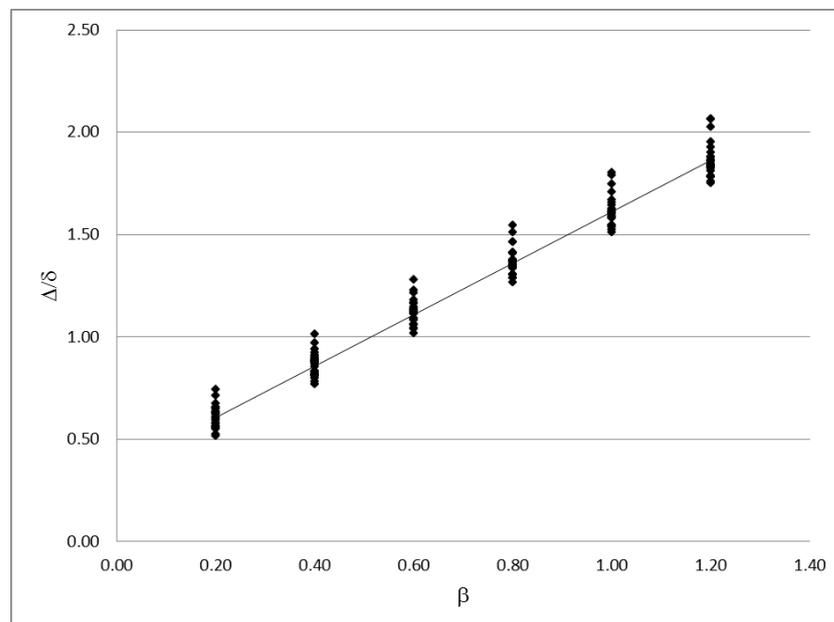


Figura 8.45: Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 20

Capítulo 9

Análisis de la resistencia del E-stub

9.1. Modelo de elementos finitos	194
9.2. Modelo mecánico de un E-stub	203
9.3. Validación del modelo mecánico	208
9.3.1. Resistencia de los especímenes ensayados	209
9.4. Estudio paramétrico	210
9.5. Resistencia con un ancho efectivo ponderado	214
9.6. Bibliografía	217

En el cálculo de uniones por el método de los componentes, se necesita conocer dos parámetros para cada uno de los componentes individuales, que son la rigidez y la resistencia (Weynand *et al.*, 1995; Jaspert, 1991; Yee y Melchers, 1986; Zoetemeijer, 1974). Por lo tanto, este capítulo está orientado a la obtención de la resistencia de un E-stub, que es un componente que aparece en uniones tridimensionales con chapas adicionales soldadas entre las alas del pilar (Cabrero y Bayo, 2007a,b; Loureiro *et al.*, 2012). Al igual que pasaba con la rigidez, desarrollada en el capítulo anterior, la resistencia de este componente no está correctamente formulada en el Eurocódigo 3 (CEN, 2005). Por lo tanto se desarrollará un modelo mecánico que nos permitirá obtener la resistencia del E-stub.

Con la ayuda del análisis matricial y a partir de los resultados de la campaña experimental desarrollada en el Capítulo 7, en la que se ensayaron 6 especímenes con diferentes geometrías, variando el perfil del pilar y la distancia entre tornillos, se desarrolla el modelo mecánico que proporcionará el valor de resistencia.

La validación del modelo mecánico se realiza mediante un análisis paramétrico con el modelo de elementos finitos desarrollado en el capítulo anterior.

9.1. Modelo de elementos finitos

En el análisis por elementos finitos se utilizarán los modelos calibrados del Capítulo 8. Para la calibración se habían utilizado las curvas fuerza desplazamiento obtenidas de los ensayos de laboratorio.

En el análisis de la resistencia de los E-stub tiene gran importancia la zona de la rodilla plástica y zona plástica, por lo que es necesario comprobar que los modelos numéricos se comportan de la misma forma que los especímenes ensayados en el laboratorio, en las zonas donde se forman las rótulas plásticas.

Para la evaluación del comportamiento plástico de los modelos se comparan los resultados obtenidos de las galgas extensiométricas con los valores de deformación obtenidos de los modelos numéricos.

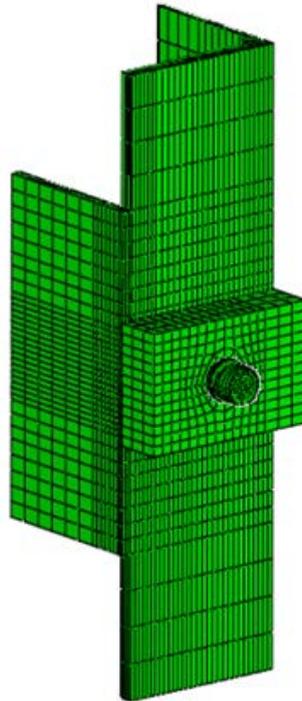


Figura 9.1: Modelo de elementos finitos del E-stub

En las gráficas de las Figuras 9.2 a 9.7 se comparan las deformaciones de los modelos de elementos finitos con los resultados de las galgas extensiométricas, la correlación entre ambos resultados muestra que los modelos de elementos finitos reproducen correctamente las deformaciones captadas por las galgas extensiométricas de los especímenes ensayados.

En la Figura 9.8 se compara la deformada de los ensayos con la de los modelos de elementos finitos, observándose una buena correlación entre ambas.

En las Figuras 9.9 a 9.14 muestran la tensión de Von Mises de los modelos de elementos finitos de los especímenes ensayados. En estas figuras también se puede ver la formación de las rótulas plásticas en la zona de unión del ala con el alma y en la zona del tornillo.

En la Tabla 9.1 se muestra una comparativa entre la resistencia de los modelos de elementos finitos y de los ensayos experimentales donde el error medio fue del 3.85 % y el máximo fue del 7.1 % . La resistencia del espécimen se evalúa tal como se muestra en la Figura 9.15, tomando el valor de

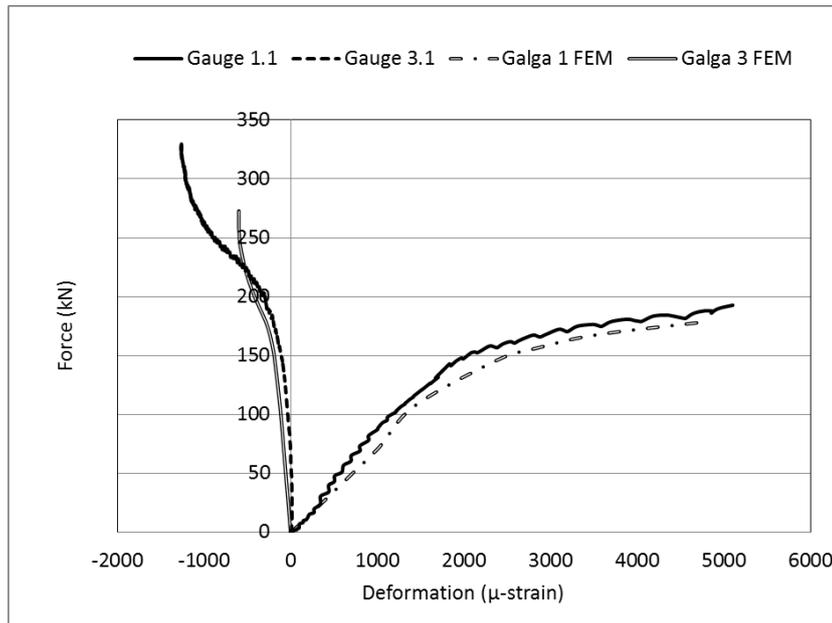


Figura 9.2: Comparación fuerza deformación del E10A2009C y el MEF

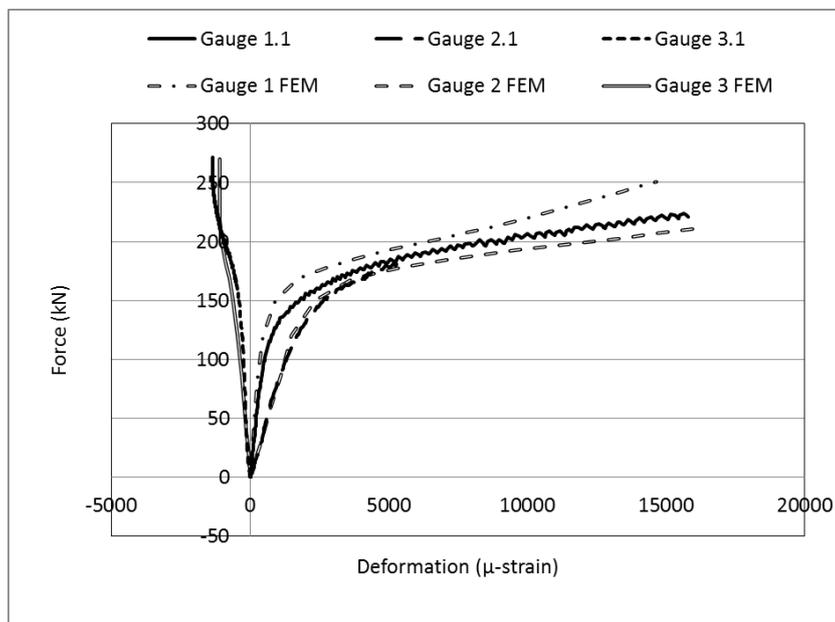


Figura 9.3: Comparación fuerza deformación del E08A2012C y el MEF

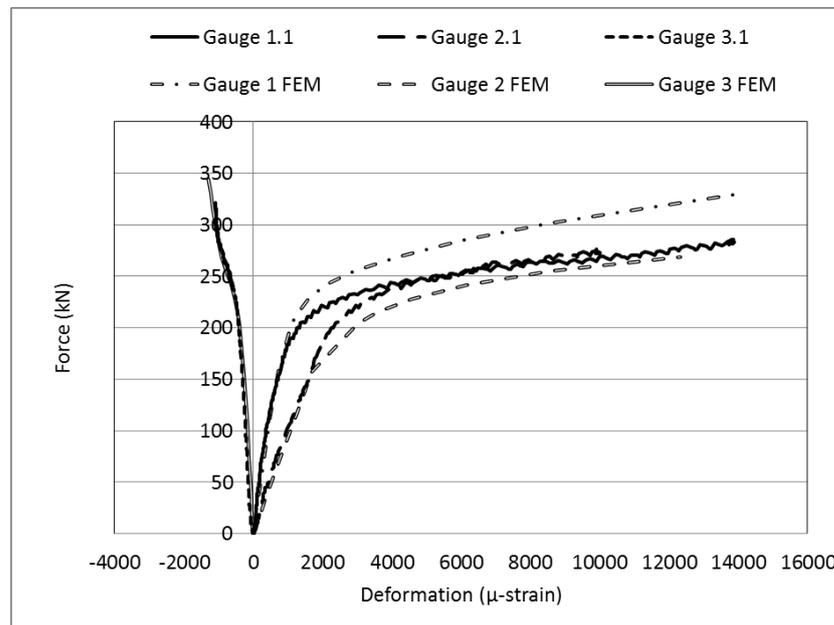


Figura 9.4: Comparación fuerza deformación del E07A2412C y el MEF

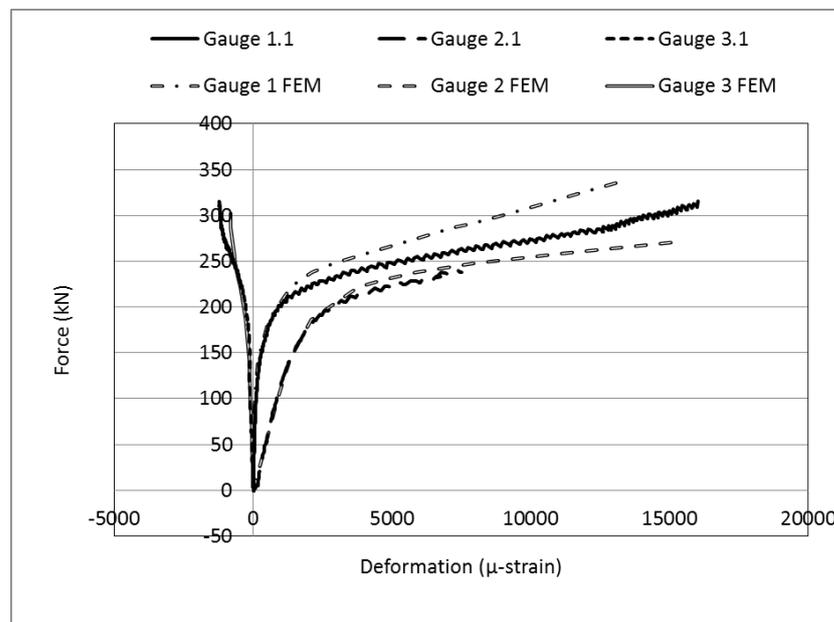


Figura 9.5: Comparación fuerza deformación del E09A2416C y el MEF

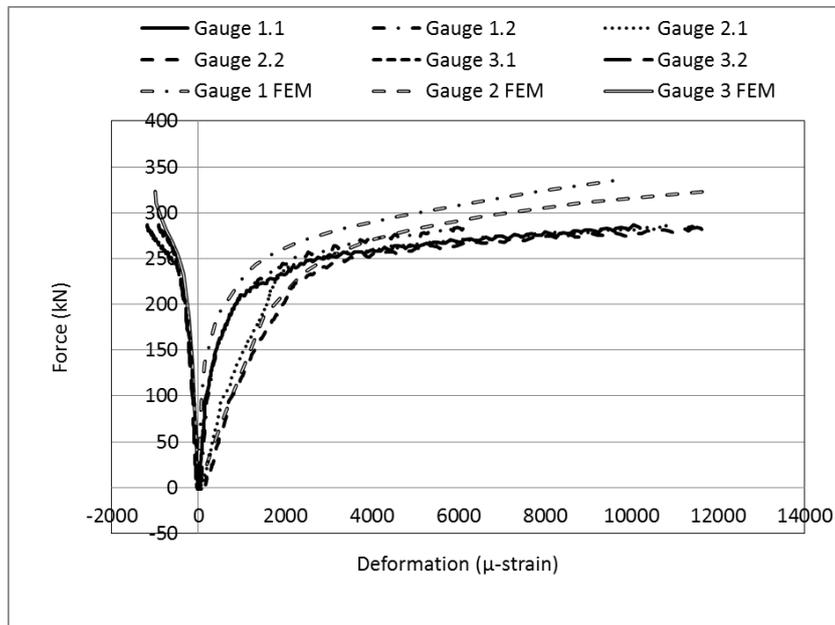


Figura 9.6: Comparación fuerza deformación del E05A2816C y el MEF

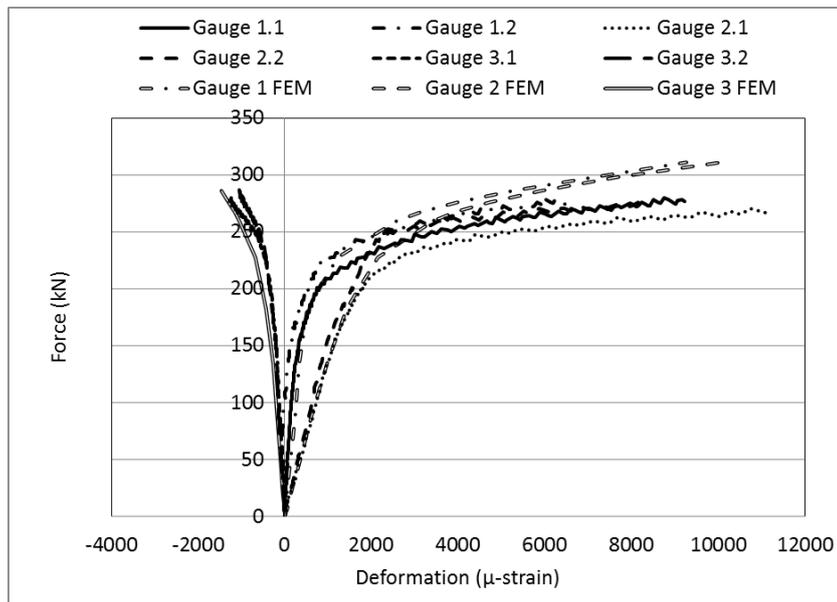


Figura 9.7: Comparación fuerza deformación del E06A2818C y el MEF

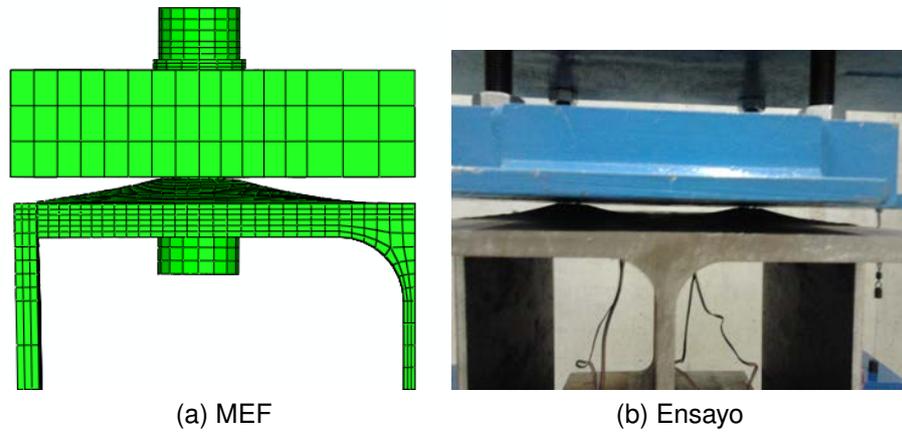


Figura 9.8: Comparación de la deformada

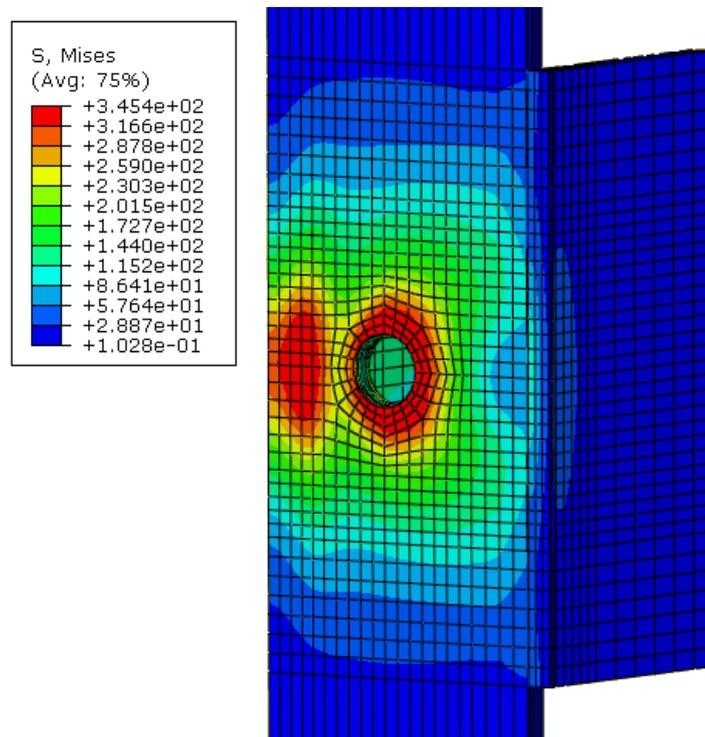


Figura 9.9: Distribución de tensiones para el E10A2009C

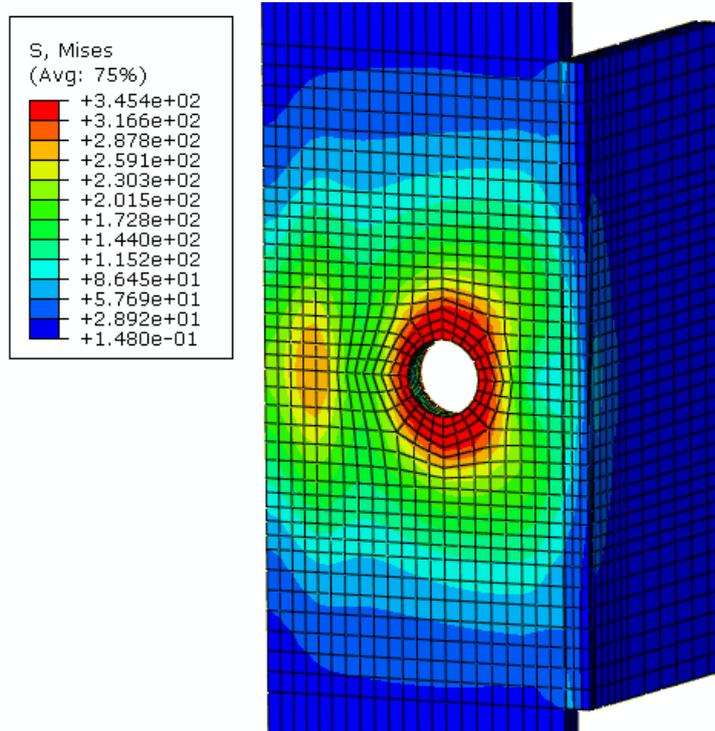


Figura 9.10: Distribución de tensiones para el E08A2012C

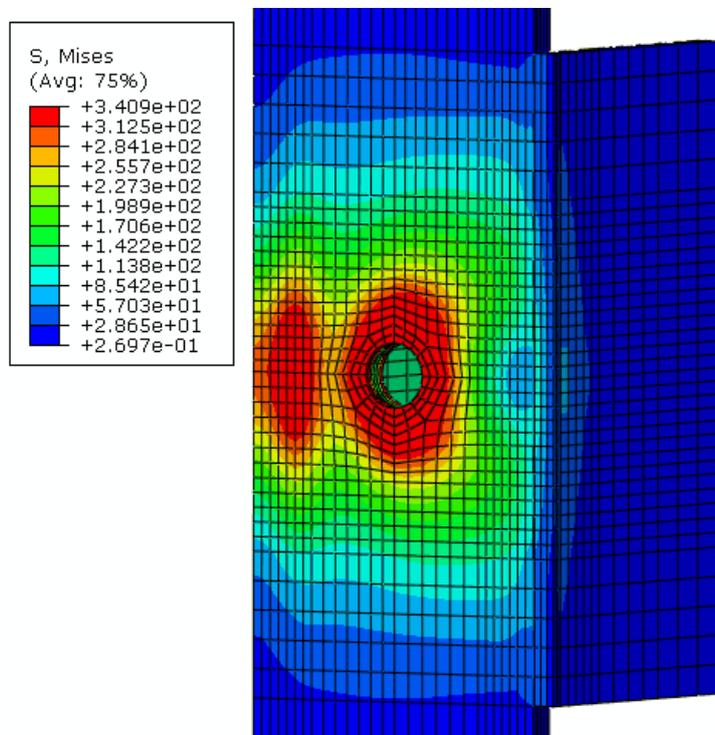


Figura 9.11: Distribución de tensiones para el E07A2412C

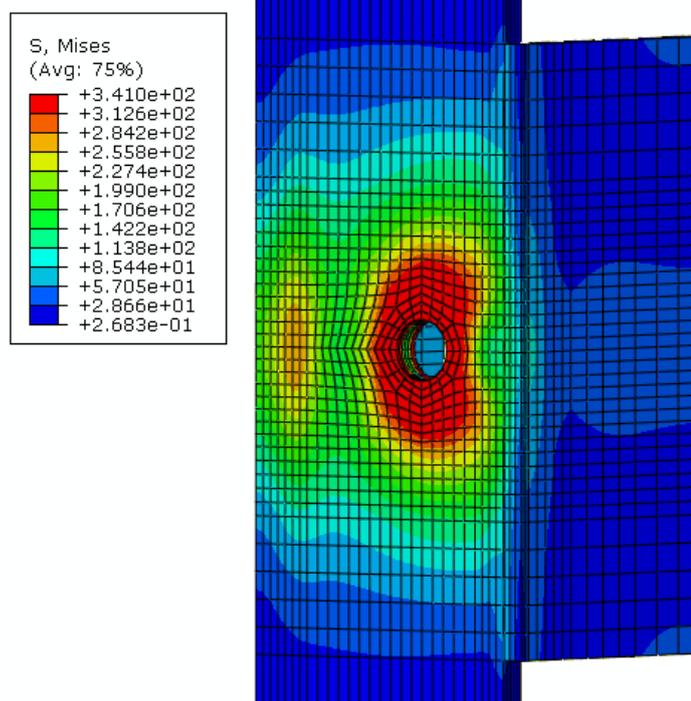


Figura 9.12: Distribución de tensiones para el E09A2416C

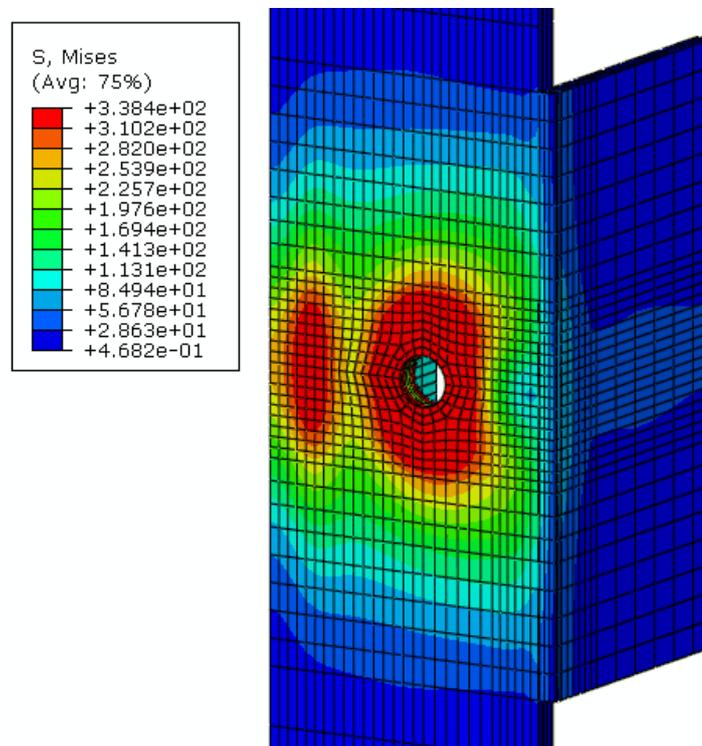


Figura 9.13: Distribución de tensiones para el E05A2816C

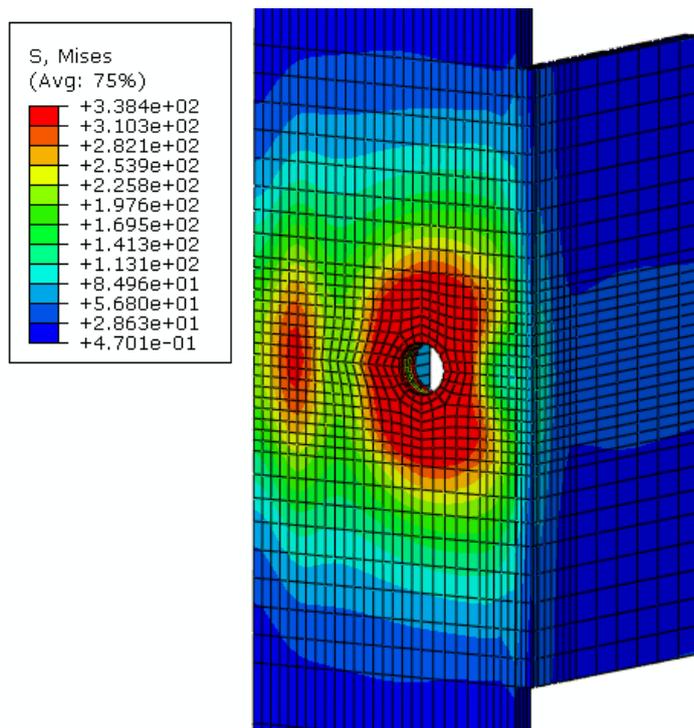


Figura 9.14: Distribución de tensiones para el E06A2818C

la fuerza aplicada sobre el espécimen ensayado, en el punto de intersección de una recta con la pendiente inicial y otra con la pendiente de la zona plástica.

Ensayo	F_{Ensayo}	F_{FEM}	Error (%)
E10A2009C	195	200	2.6
E08A2012C	170	170	0.0
E07A2412C	240	245	2.1
E09A2416C	230	240	4.3
E05A2816C	257	275	7.0
E06A2818C	255	273	7.1

Tabla 9.1: Comparación de la resistencia de los ensayos y MEF del E-stub en (kN)

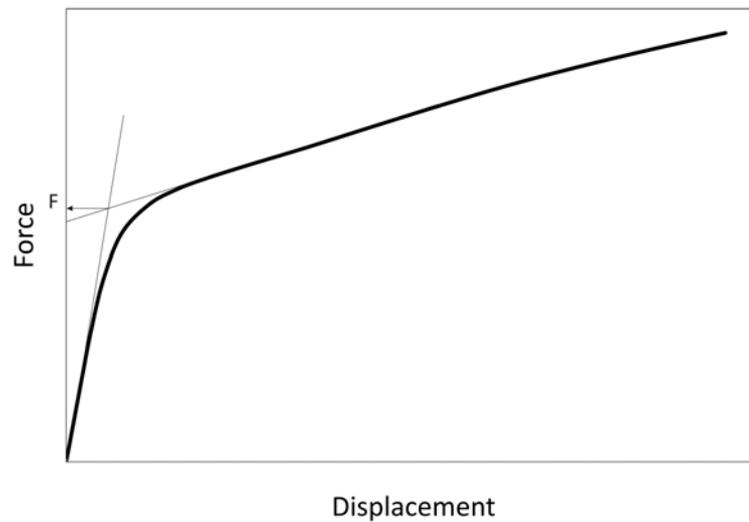


Figura 9.15: Resistencia de un E-stub

9.2. Modelo mecánico de un E-stub

Para el desarrollo de un modelo mecánico que determina la resistencia del E-stub se utiliza la representación 2D desarrollada para el cálculo de la rigidez, representado en las Figuras 9.16a y 9.16b.

Los parámetros mecánicos de las vigas de la Figura 9.16 son: h el canto del pilar, m que es definido en el CEN (2005) según la Ecuación 9.1 y n definido según la Ecuación 9.2 que es el complementario de m :

$$m = \frac{w}{2} - \frac{t_{wc}}{2} - 0.8r \quad (9.1)$$

$$n = \frac{b - w}{2} \quad (9.2)$$

Donde w es la distancia entre tornillos, t_{wc} es espesor del alma del pilar, r es el radio de acuerdo del perfil del pilar y b es el ancho del pilar.

Este problema puede ser resuelto mediante análisis matricial con la numeración mostrada en la Figura 9.16b, asumiendo un comportamiento lineal y

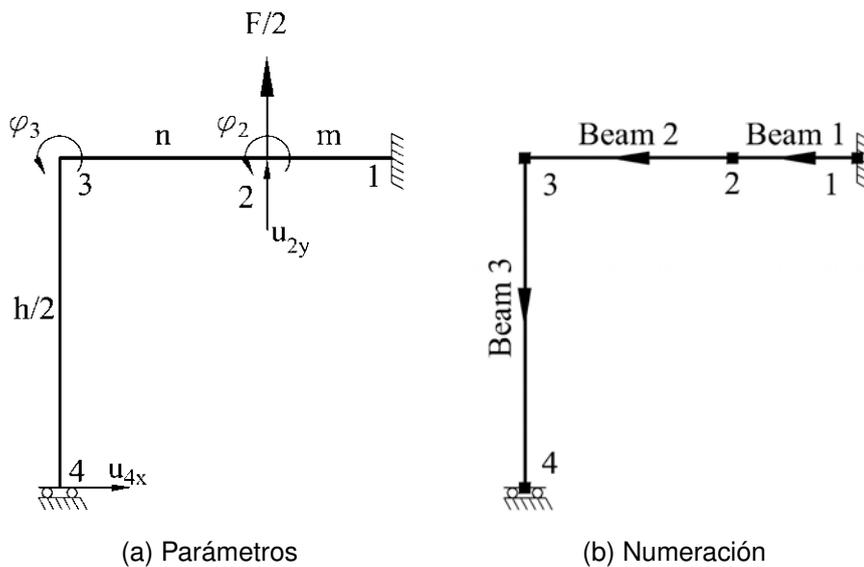


Figura 9.16: Modelo matricial de un E-stub

elástico del material y pequeños desplazamientos hasta la formación de las rótulas plásticas.

La ecuación matricial de equilibrio será,

$$\vec{F} = \underline{K} \vec{\delta} \quad (9.3)$$

Donde \vec{F} es el vector de fuerzas externas, \underline{K} es la matriz de rigidez global y $\vec{\delta}$ es el vector de desplazamientos nodales que contiene los desplazamientos y rotaciones de los grados de libertad mostrados en la Figura 9.16a.

Los vectores de fuerzas externas y desplazamientos pueden ser representado como:

$$\vec{F}^T = \left[\frac{F}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (9.4)$$

$$\vec{\delta}^T = \left[u_{2y} \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad u_{4x} \right] \quad (9.5)$$

y la matriz global del modelo.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_{55}^1 + k_{22}^2 & k_{56}^1 + k_{23}^2 & k_{26}^2 & 0 \\ k_{56}^1 + k_{23}^2 & k_{66}^1 + k_{33}^2 & k_{36}^2 & 0 \\ k_{26}^2 & k_{36}^2 & k_{66}^2 + k_{33}^3 & k_{35}^3 \\ 0 & 0 & k_{35}^3 & k_{55}^3 \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

Donde los superíndices se corresponden con las vigas 1, 2 y 3 numeradas en la Figura 9.16b.

En la siguiente matriz los valores de E_c y E_{ap} son los módulos de Young del material de la columna y de las chapas adicionales respectivamente. I_{fc} e I_{ap} son los momentos de inercia del ala de la columna y de la chapa adicional respectivamente.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \frac{12E_c I_{fc}}{m^3} + \frac{12E_c I_{fc}}{n^3} & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} + \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & 0 \\ -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} + \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{4E_c I_{fc}}{m} + \frac{4E_c I_{fc}}{n} & \frac{2E_c I_{fc}}{n} & 0 \\ \frac{6E_c I_{fc}}{n^2} & \frac{2E_c I_{fc}}{n} & \frac{4E_c I_{fc}}{n} + \frac{4E_{ap} I_{ap}}{\frac{h}{2}} & -\frac{6E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} \\ 0 & 0 & -\frac{6E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} & \frac{12E_{ap} I_{ap}}{\left(\frac{h}{2}\right)^3} \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

Para evaluar la resistencia del E-stub se evalúa la fuerza que genera el momento último en la estructura. A modo de simplificación se consideran dos puntos donde se pueden desarrollar rótulas plásticas.

Los puntos donde desarrollarán rótulas plásticas son el empotramiento del ala con el alma y bajo la cabeza del tornillo. Se corresponden los puntos 1

y 2 respectivamente de la Figura 9.16b.

El valor de la resistencia se determina mediante el cálculo de la fuerza que produce la primera rótula plástica en el punto 1 ó 2. Para determinar esta fuerza se realizan los siguientes pasos.

Se invierte la matriz \underline{K} quedando la siguiente ecuación matricial con la que se calcula el vector de desplazamientos.

$$\vec{\delta} = \underline{K}^{-1} \vec{F} \quad (9.8)$$

Para el cálculo de fuerza que genera momentos últimos en los 1 y 2 se transforma el vector de desplazamientos globales a desplazamientos locales de la viga 1.

$$\vec{\delta}_1^T = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad u_{2y} \quad \varphi_2 \right] \quad (9.9)$$

Por lo tanto el vector de fuerzas aplicadas sobre la viga 1 \vec{F}_1 , se obtiene al multiplicar la matriz de rigidez de la viga \underline{K}_1 por su vector de desplazamientos $\vec{\delta}_1$,

$$\vec{F}_1 = \underline{K}_1 \vec{\delta}_1 \quad (9.10)$$

y la matriz de rigidez \underline{K}_1 tiene la siguiente forma.

$$\underline{K}_1 = \begin{bmatrix} \frac{AE_c}{m} & 0 & 0 & -\frac{AE_c}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_c I_{fc}}{m^3} & \frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & 0 & -\frac{12E_c I_{fc}}{m^3} & \frac{6E_c I_{fc}}{m^2} \\ 0 & \frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & \frac{4E_c I_{fc}}{m} & 0 & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & \frac{2E_c I_{fc}}{m} \\ -\frac{AE_c}{m} & 0 & 0 & \frac{AE_c}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_c I_{fc}}{m^3} & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & 0 & \frac{12E_c I_{fc}}{m^3} & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} \\ 0 & \frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & \frac{2E_c I_{fc}}{m} & 0 & -\frac{6E_c I_{fc}}{m^2} & \frac{4E_c I_{fc}}{m} \end{bmatrix} \quad (9.11)$$

Finalmente la fuerza que genera el momento último en los puntos 1 y 2 responde a la Ecuación 9.12 y 9.13 respectivamente.

$$F_{1,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^2 \left(4\frac{h}{2} E_c I_{fc} + E_{ap} I_{ap} (m+n) \right)}{mn \left(E_{ap} I_{ap} n (m+n) + 2E_c I_{fc} \frac{h}{2} (m+2n) \right)} \quad (9.12)$$

$$F_{2,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^3 \left(4\frac{h}{2} E_c I_{fc} + E_{ap} I_{ap} (m+n) \right)}{2m^2 n \left(E_{ap} I_{ap} n (m+n) + E_c I_{fc} \frac{h}{2} (2m+3n) \right)} \quad (9.13)$$

La expresión de los momentos de inercia I_{fc} e I_{ap} ,

$$I_{fc} = \frac{1}{12} b_{eff} t_{fc}^3 \quad (9.14)$$

$$I_{ap} = \frac{1}{12} b_{eff} t_{ap}^3 \quad (9.15)$$

siendo $M_{f,Rd}$ el momento último de la sección del ala.

$$M_{f,Rd} = \frac{b_{eff} f_y t_{fc}^2}{4} \quad (9.16)$$

Donde el ancho efectivo b_{eff} se corresponde con un modo de rotura de patrón circular, tal como se observa en los ensayos y en los modelos de elementos finitos (Figura 9.8). Por lo tanto se propone la siguiente Ecuación 9.17 para la evaluación del ancho efectivo para el cálculo de la resistencia en los E-stub.

$$b_{eff} = 2\pi \frac{d_h + m + n}{4} \quad (9.17)$$

9.3. Validación del modelo mecánico

Para la evaluación de la resistencia se utilizan los resultados de los ensayos de laboratorio. La resistencia se evalúa a partir de la curva fuerza deformación tal como se indica en la Figura 9.15.

En la resistencia de los modelos ensayados hay tres componentes involucrados en la resistencia que serán el alma del pilar y las chapas adicionales, $F_{cwt,Rd}$, el ala del E-stub, $F_{cfb,Rd}$ y la resistencia de los tornillos, $F_{b,Rd}$.

Por lo tanto la resistencia del conjunto del E-stub ensayo será el mínimo de los tres componentes.

$$F_{E,Rd} = \min(F_{cwt,Rd}, F_{cfb,Rd}, F_{b,Rd})$$

Resistencia del alma del pilar y de las chapas adicionales a tracción

Para evaluar $F_{cwt,Rd}$ hay que tener en cuenta el espesor de las chapas adicionales en la expresión del alma del pilar a tracción, debido a que éstas trabajan a tracción solidariamente con el alma. Por lo tanto la ecuación recogida en el Eurcódigo 3 (CEN, 2005) para el alma a tracción se multiplica

por un factor de 1.5 para tener en cuenta el efecto de las chapas adicionales. Asimilando así el comportamiento de las chapas adicionales al de unas chapas de refuerzo soldadas al alma.

$$F_{cwt,Rd} = \frac{\omega b_{eff} 1.5 t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (9.18)$$

donde ω es un factor de reducción debido a los efectos del cortante en el panel, b_{eff} está calculado en la Ecuación 9.17. $f_{y,wc}$ es la tensión de fluencia del alma del pilar.

Resistencia del ala del pilar a flexión

La resistencia del ala de pilar a flexión $F_{cfb,Rd}$ se evalúa con las expresiones 9.12 y 9.13. Por lo tanto.

$$F_{cfb,Rd} = \min(F_{1,Rd}, F_{2,Rd})$$

Resistencia de los tornillos a tracción

La resistencia de los tornillos se puede evaluar con con la Ecuación 9.19 propuesta por el Eurocódigo 3 (CEN, 2005).

$$F_{b,Rd} = 0.9 A_s f_{u,b} \quad (9.19)$$

Donde $f_{u,b}$ representan la resistencia última del tornillo y A_s es el área efectiva.

9.3.1. Resistencia de los especímenes ensayados

En la Tabla 9.2 se muestra una comparativa de la resistencia de los especímenes ensayados y de la resistencia del modelo mecánico propuesto,

Ensayo	F_{Ensayo}	F_{E-stub}	Error (%)
E10A2009C	195	169	-13.6
E08A2012C	170	170	0.2
E07A2412C	240	226	-5.8
E09A2416C	230	253	9.9
E05A2816C	257	283	10.0
E06A2818C	255	307	20.4

Tabla 9.2: Comparación de resistencia de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub en (kN)

donde se observa que el error medio es de 3.52 % y el error máximo es del 20.4 %.

9.4. Estudio paramétrico

Para evaluar la formulación propuesta para la resistencia de un E-stub se ha realizado un estudio con modelos de elementos finitos calibrados, donde se han variado diferentes parámetros geométricos como tipo de pilar, distancia entre tornillos, tipo de tornillos y espesor de la chapa adicional. En todos los modelos se ha utilizado un acero nominal S275 para el perfil y las chapas adicionales, para los tornillos se ha utilizado un acero de calidad 10.9.

Los tipos de pilar analizados son de la serie HEA y HEB por ser los más comunes en edificación. En los espesores de chapa adicional se han utilizado 8, 15 y 20 mm. para cubrir los casos desde una chapa delgada, media y gruesa. Los tornillos analizados son de M16 y M20 también por ser de los más habituales.

Parámetros como el radio de acuerdo del pilar, espesor de ala, ancho de ala y distancia entre tornillos tienen influencia en parámetros como m y n que influyen en $F_{cfb,Rd}$ y $F_{cwt,Rd}$. Otros parámetros como el espesor del alma afectan a $F_{cwt,Rd}$. El tipo de tornillo afecta a $F_{cfb,Rd}$ y $F_{cwt,Rd}$ por medio del diámetro de la cabeza y también a $F_{b,Rd}$.

En los modelos de elementos finitos se ha utilizado el mismo acero para pilar y chapas de modo que las Ecuaciones 9.12 y 9.13 se simplifica al

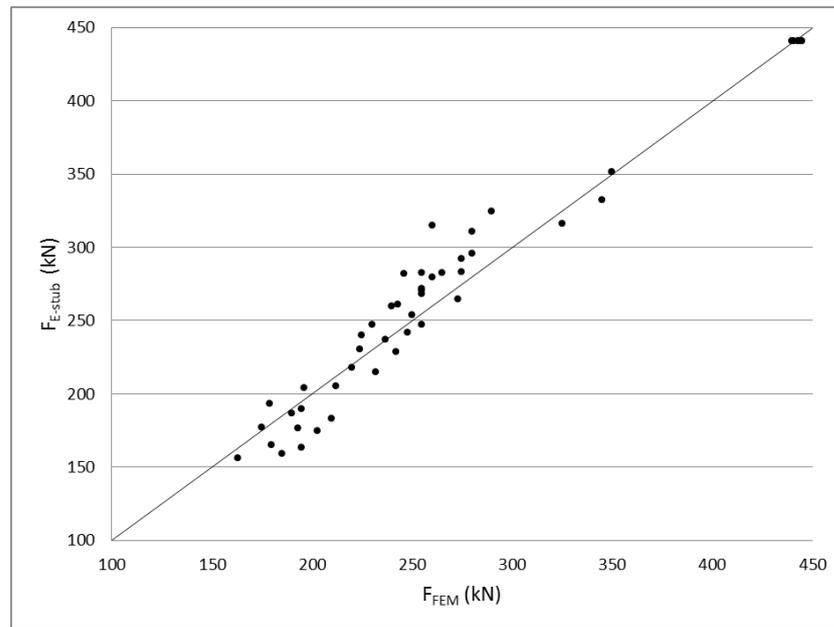


Figura 9.17: Resistencia del MEF frente a resistencia del modelo mecánico

tener el mismo módulo de Young todos los elementos, $E = E_{ap} = E_c$.

$$F_{1,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^2 \left(4\frac{h}{2}I_{fc} + I_{ap}(m+n) \right)}{mn \left(I_{ap}n(m+n) + 2I_{fc}\frac{h}{2}(m+2n) \right)} \quad (9.20)$$

$$F_{2,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^3 \left(4\frac{h}{2}I_{fc} + I_{ap}(m+n) \right)}{2m^2n \left(I_{ap}n(m+n) + I_{fc}\frac{h}{2}(2m+3n) \right)} \quad (9.21)$$

En la Tabla 9.3 se muestra la rigidez de los modelos de elementos finitos comparada con la rigidez obtenida mediante el modelo mecánico propuesto para el E-stub y el error entre ambas. En todos los casos se obtienen un error máximo de -21.2% y un error medio de 0.9%.

En la Figura 9.17 la gráfica representa la resistencia del modelo de elementos finitos frente a la resistencia del modelo mecánico desarrollado, donde la relación F_{FEM}/F_{E-stub} tiene una media de 0.996 y desviación estándar 0.07.

Modelo	Pilar	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo	F_{FEM} (kN)	F_{E-stub} (kN)	Error (%)
M01	HEA200	8	90	200	10.9TR20	195	163	-16.3
M02	HEA200	15	90	200	10.9TR20	203	175	-13.9
M03	HEA200	20	90	200	10.9TR20	210	183	-12.8
M04	HEA200	8	110	200	10.9TR20	185	159	-14.0
M05	HEA200	15	110	200	10.9TR20	193	176	-8.7
M06	HEA200	20	110	200	10.9TR20	195	190	-2.7
M07	HEA200	8	120	200	10.9TR20	180	165	-8.2
M08	HEA200	15	120	200	10.9TR20	190	187	-1.7
M09	HEA200	20	120	200	10.9TR20	196	204	4.3
M10	HEA240	8	120	240	10.9TR20	232	215	-7.3
M11	HEA240	15	120	240	10.9TR20	242	229	-5.5
M12	HEA240	20	120	240	10.9TR20	248	242	-2.5
M13	HEA240	8	160	240	10.9TR20	225	240	6.7
M14	HEA240	15	160	240	10.9TR20	243	261	7.4
M15	HEA240	20	160	240	10.9TR20	246	282	14.6
M16	HEA240	8	180	240	10.9TR20	230	247	7.4
M17	HEA240	15	180	240	10.9TR20	260	280	7.5
M18	HEA240	20	180	240	10.9TR20	260	315	21.2
M19	HEA280	8	160	280	10.9TR20	255	247	-3.0
M20	HEA280	15	160	280	10.9TR20	273	265	-3.1
M21	HEA280	20	160	280	10.9TR20	275	283	3.1
M22	HEA280	8	180	280	10.9TR20	255	268	5.3
M23	HEA280	15	180	280	10.9TR20	275	292	6.2
M24	HEA280	20	180	280	10.9TR20	280	311	11.1
M25	HEA280	8	200	280	10.9TR20	255	271	6.2
M26	HEA280	15	200	280	10.9TR20	280	296	5.7
M27	HEA280	20	200	280	10.9TR20	290	325	11.9
M28	HEA200	8	120	200	10.9TR16	163	156	-4.0
M29	HEA200	15	120	200	10.9TR16	175	177	1.1
M30	HEA200	20	120	200	10.9TR16	179	193	8.1
M31	HEA240	8	120	240	10.9TR16	212	205	-3.3
M32	HEA240	15	120	240	10.9TR16	220	218	-0.9
M33	HEA240	20	120	240	10.9TR16	224	231	2.9
M34	HEA280	8	160	280	10.9TR16	237	237	0.1
M35	HEA280	15	160	280	10.9TR16	250	254	1.5
M36	HEA280	20	160	280	10.9TR16	255	272	6.6
M37	HEA280	8	200	280	10.9TR16	240	260	8.2
M38	HEA280	15	200	280	10.9TR16	255	283	10.8
M39	HEA280	20	200	280	10.9TR16	265	283	6.6
M40	HEB180	8	100	180	10.9TR20	325	316	-2.7
M41	HEB180	15	100	180	10.9TR20	345	332	-3.6
M42	HEB180	20	100	180	10.9TR20	350	352	0.5
M43	HEB300	8	150	300	10.9TR20	440	441	0.2
M44	HEB300	15	150	300	10.9TR20	440	441	0.2
M45	HEB300	20	150	300	10.9TR20	443	441	-0.5
M46	HEB300	8	180	300	10.9TR20	441	441	0.0
M47	HEB300	15	180	300	10.9TR20	445	441	-0.9
M48	HEB300	20	180	300	10.9TR20	440	441	0.2
M49	HEB300	8	200	300	10.9TR20	443	441	-0.5
M50	HEB300	15	200	300	10.9TR20	445	441	-0.9
M51	HEB300	20	200	300	10.9TR20	443	441	-0.5

Tabla 9.3: Comparación de resistencia del MEF y del modelo mecánico del E-stub en (kN)

Modelo	Pilar	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo	Fallo
M01	HEA200	8	90	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M02	HEA200	15	90	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M03	HEA200	20	90	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M04	HEA200	8	110	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M05	HEA200	15	110	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M06	HEA200	20	110	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M07	HEA200	8	120	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M08	HEA200	15	120	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M09	HEA200	20	120	200	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M10	HEA240	8	120	240	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M11	HEA240	15	120	240	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M12	HEA240	20	120	240	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M13	HEA240	8	160	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M14	HEA240	15	160	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M15	HEA240	20	160	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M16	HEA240	8	180	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M17	HEA240	15	180	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M18	HEA240	20	180	240	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M19	HEA280	8	160	280	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M20	HEA280	15	160	280	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M21	HEA280	20	160	280	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M22	HEA280	8	180	280	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M23	HEA280	15	180	280	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M24	HEA280	20	180	280	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M25	HEA280	8	200	280	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M26	HEA280	15	200	280	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M27	HEA280	20	200	280	10.9TR20	$F_{cfb,2}$
M28	HEA200	8	120	200	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M29	HEA200	15	120	200	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M30	HEA200	20	120	200	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M31	HEA240	8	120	240	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M32	HEA240	15	120	240	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M33	HEA240	20	120	240	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M34	HEA280	8	160	280	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M35	HEA280	15	160	280	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M36	HEA280	20	160	280	10.9TR16	$F_{cfb,1}$
M37	HEA280	8	200	280	10.9TR16	$F_{cfb,2}$
M38	HEA280	15	200	280	10.9TR16	$F_{cfb,2}$
M39	HEA280	20	200	280	10.9TR16	$F_{cfb,2}$
M40	HEB180	8	100	180	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M41	HEB180	15	100	180	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M42	HEB180	20	100	180	10.9TR20	$F_{cfb,1}$
M43	HEB300	8	150	300	10.9TR20	F_b
M44	HEB300	15	150	300	10.9TR20	F_b
M45	HEB300	20	150	300	10.9TR20	F_b
M46	HEB300	8	180	300	10.9TR20	F_b
M47	HEB300	15	180	300	10.9TR20	F_b
M48	HEB300	20	180	300	10.9TR20	F_b
M49	HEB300	8	200	300	10.9TR20	F_b
M50	HEB300	15	200	300	10.9TR20	F_b
M51	HEB300	20	200	300	10.9TR20	F_b

Tabla 9.4: Modo de fallo del E-stub

En la Tabla 9.4 se muestra el modo de fallo de los modelos elementos finitos estudiados donde se observa que en ninguno de los casos el modo de fallo fue el alma del pilar a tracción. El modo de fallo predominante fue la formación de una rótula plástica en zona del radio de acuerdo del pilar ($F_{cfb,1}$). El modo de fallo correspondiente a la formación de una rótula plástica en la zona del tornillo es más común cuando los tornillos están muy separados ($F_{cfb,2}$) y el modo de fallo por rotura de los tornillos (F_b) ocurre sobre todo en los pilares con un espesor de ala grande como es el caso de los perfiles HEB.

9.5. Resistencia con un ancho efectivo ponderado

El ancho efectivo es uno de los parámetros determinantes en la resistencia del E-stub, por lo que su evaluación de forma precisa influye directamente en los resultados de la resistencia. Por eso, se propone una formulación más precisa que la Ecuación 9.17. En este caso se ponderan los valores de m y n con la relación entre las reacciones de una viga empotrada articulada con una carga puntual centrada. Podemos considerar una carga centrada, puesto que en la mayoría de los casos los tornillos están en la zona central del ala del pilar. El ala del pilar en el E-stub tiene un comportamiento asimilable a este tipo de viga, como se demostró en el capítulo 8.

$$b_{eff,p} = 2\pi \frac{d_h + (0.625m + 1.375n)}{4} \quad (9.22)$$

En la Tabla 9.5 se comparan los resultados de la resistencia de los especímenes ensayados con el resultado analítico utilizando el ancho efectivo ponderado según la Ecuación 9.22, donde el error medio es del 3.97 % y el máximo de 15.2 %.

Los resultados del estudio paramétrico se muestran en la Tabla 9.6 y de forma gráfica en la Figura 9.18. Donde la relación F_{FEM}/F_{E-stub} tiene una media de 1.00 y desviación estándar 0.05.

Ensayo	F_{Ensayo}	F_{E-stub}	Error (%)
E10A2009C	195	184	-5.5
E08A2012C	170	169	-0.4
E07A2412C	240	239	-0.2
E09A2416C	230	239	3.8
E05A2816C	257	285	10.9
E06A2818C	255	294	15.2

Tabla 9.5: Comparación de resistencia de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub con ancho efectivo ponderado en (kN)

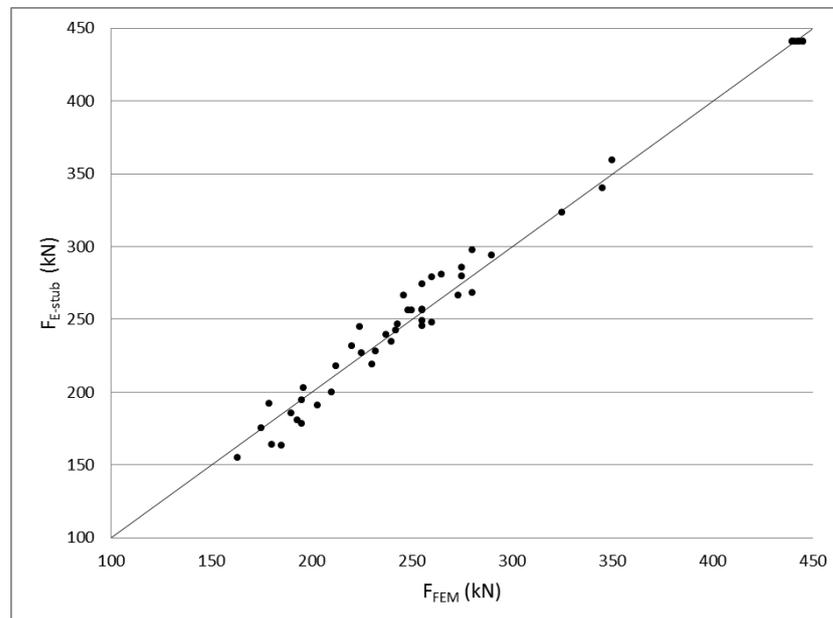


Figura 9.18: Resistencia del MEF frente a resistencia del modelo mecánico con ancho efectivo ponderado

Modelo	Pilar	e (mm)	w (mm)	L (mm)	Tornillo	F_{FEM} (kN)	F_{E-stub} (kN)	Error (%)
M01	HEA200	8	90	200	10.9TR20	195	178	-8.6
M02	HEA200	15	90	200	10.9TR20	203	191	-6.0
M03	HEA200	20	90	200	10.9TR20	210	200	-4.8
M04	HEA200	8	110	200	10.9TR20	185	163	-11.8
M05	HEA200	15	110	200	10.9TR20	193	181	-6.3
M06	HEA200	20	110	200	10.9TR20	195	195	-0.2
M07	HEA200	8	120	200	10.9TR20	180	164	-8.9
M08	HEA200	15	120	200	10.9TR20	190	185	-2.4
M09	HEA200	20	120	200	10.9TR20	196	203	3.5
M10	HEA240	8	120	240	10.9TR20	232	228	-1.8
M11	HEA240	15	120	240	10.9TR20	242	242	0.1
M12	HEA240	20	120	240	10.9TR20	248	256	3.3
M13	HEA240	8	160	240	10.9TR20	225	227	0.8
M14	HEA240	15	160	240	10.9TR20	243	246	1.4
M15	HEA240	20	160	240	10.9TR20	246	266	8.2
M16	HEA240	8	180	240	10.9TR20	230	219	-4.8
M17	HEA240	15	180	240	10.9TR20	260	248	-4.7
M18	HEA240	20	180	240	10.9TR20	260	279	7.4
M19	HEA280	8	160	280	10.9TR20	255	249	-2.2
M20	HEA280	15	160	280	10.9TR20	273	267	-2.3
M21	HEA280	20	160	280	10.9TR20	275	286	3.9
M22	HEA280	8	180	280	10.9TR20	255	257	0.8
M23	HEA280	15	180	280	10.9TR20	275	280	1.7
M24	HEA280	20	180	280	10.9TR20	280	298	6.3
M25	HEA280	8	200	280	10.9TR20	255	245	-3.8
M26	HEA280	15	200	280	10.9TR20	280	268	-4.2
M27	HEA280	20	200	280	10.9TR20	290	294	1.4
M28	HEA200	8	120	200	10.9TR16	163	155	-4.8
M29	HEA200	15	120	200	10.9TR16	175	175	0.2
M30	HEA200	20	120	200	10.9TR16	179	192	7.2
M31	HEA240	8	120	240	10.9TR16	212	218	2.8
M32	HEA240	15	120	240	10.9TR16	220	232	5.3
M33	HEA240	20	120	240	10.9TR16	224	245	9.3
M34	HEA280	8	160	280	10.9TR16	237	239	0.9
M35	HEA280	15	160	280	10.9TR16	250	256	2.4
M36	HEA280	20	160	280	10.9TR16	255	274	7.5
M37	HEA280	8	200	280	10.9TR16	240	234	-2.3
M38	HEA280	15	200	280	10.9TR16	255	256	0.4
M39	HEA280	20	200	280	10.9TR16	265	281	6.0
M40	HEB180	8	100	180	10.9TR20	325	323	-0.6
M41	HEB180	15	100	180	10.9TR20	345	340	-1.5
M42	HEB180	20	100	180	10.9TR20	350	360	2.7
M43	HEB300	8	150	300	10.9TR20	440	441	0.2
M44	HEB300	15	150	300	10.9TR20	440	441	0.2
M45	HEB300	20	150	300	10.9TR20	443	441	-0.5
M46	HEB300	8	180	300	10.9TR20	441	441	0.0
M47	HEB300	15	180	300	10.9TR20	445	441	-0.9
M48	HEB300	20	180	300	10.9TR20	440	441	0.2
M49	HEB300	8	200	300	10.9TR20	443	441	-0.5
M50	HEB300	15	200	300	10.9TR20	445	441	-0.9
M51	HEB300	20	200	300	10.9TR20	443	441	-0.5

Tabla 9.6: Comparación de resistencia del MEF y del modelo mecánico del E-stub con un ancho efectivo ponderado en (kN)

9.6. Bibliografía

- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007a. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I. Experimental evaluation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1241–53.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Jaspart, J.P. 1991. *Etude de la semi-rigidite des noeuds poutre-colonne et son influence sur la resistance et la stabilite des ossatures en acier*. Ph.D. thesis.
- Loureiro, A., Moreno, A., Gutierrez, R., y Reinoso, JM. 2012. Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading. *Engineering Structures*, **38**, 68–77.
- Weynand, K., Jaspart, JP, y Steenhuis, M. 1995. The stiffness model of Revised Annex J of Eurocode 3, connections in steel structures III: behaviour, strength and design. *In: 3rd International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento, Italy*.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.

Capítulo 10

Aplicación del método de los componentes con E-stub

10.1. Componentes	222
10.1.1. T-stub	222
10.1.2. E-stub	227
10.1.3. Alma del pilar a cortante	230
10.1.4. Alma del pilar a compresión	231
10.1.5. Alma del pilar a tracción	233
10.1.6. Alma de la viga a tracción	234
10.1.7. Ala y alma de la viga a compresión.	234
10.1.8. Tornillos a tracción	235
10.2. Ensamblaje	236
10.2.1. Ensamblaje de la resistencia	236
10.2.2. Ensamblaje de la rigidez	238
10.3. Bibliografía	239

El método de los componentes simplifica la unión a un conjunto de muelles individuales, cada uno con sus propiedades de resistencia y rigidez.

Este método es el propuesto por el Eurocódigo 3 en su parte 1-8 y tiene su origen en los trabajos de Zoetemeijer (1974) y Yee y Melchers (1986), desde entonces diferentes autores han ido aportando nuevos componentes y ajustando los ya existentes.

La aplicación del método de los componentes requiere una serie de pasos:

1. Determinación de los componentes a evaluar.
2. Calcular la rigidez y resistencia de dichos componentes.
3. Ensamblaje de los componentes que permite conocer la resistencia y rigidez de la unión.
4. Definir la capacidad de deformación de cada componente, a partir de las cuales se puede obtener la ductilidad de la unión.

En el Eurocódigo 3 en la parte 1-8 recoge los componentes representados en la Figura 10.1, facilitando la información necesaria para calcular la rigidez y resistencia de los mismos.

Teóricamente podemos discretizar cualquier unión en sus diferentes componentes y evaluarlos obteniendo así el comportamiento de la misma. Pero esta versatilidad tiene el inconveniente de que la evaluación de muchos componentes puede ser tediosa y en ocasiones poco práctica. Por lo tanto, en el desarrollo de la formulación de nuevos componentes la precisión con la que reflejen su comportamiento, influirá directamente en la precisión de los resultados, pero se debe de buscar la sencillez.

En este capítulo se presentan los componentes para el cálculo de una unión en el eje mayor con chapa de testa extendida con 2 tornillos por fila. También se añade las modificaciones de los componentes en el caso de que el pilar posea chapas adicionales para la unión del eje menor. Estos componentes también son válidos en el caso de que las chapas sólo actúen como rigidizadores.

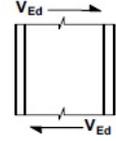
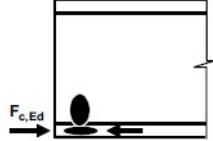
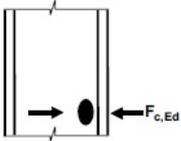
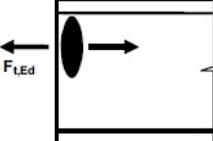
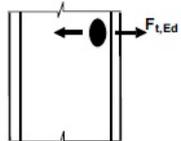
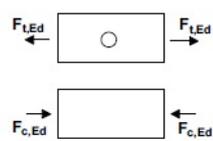
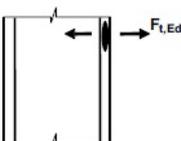
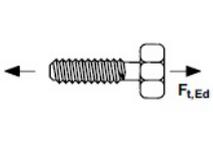
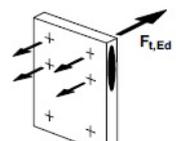
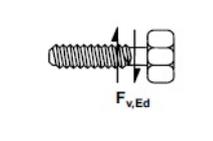
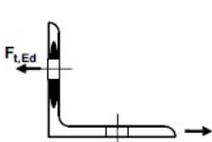
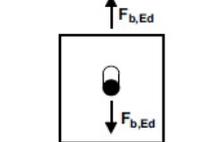
Component			Component		
1	Column web panel in shear		7	Beam or column flange and web in compression	
2	Column web in transverse compression		8	Beam web in tension	
3	Column web in transverse tension		9	Plate in tension or compression	
4	Column flange in bending		10	Bolts in tension	
5	End-plate in bending		11	Bolts in shear	
6	Flange cleat in bending		12	Bolts in bearing (on beam flange, column flange, end-plate or cleat)	

Figura 10.1: Componentes recogidos en el Eurocódigo 3

10.1. Componentes

10.1.1. T-stub

Con los modelos de T-stub equivalentes se puede obtener de forma simplificada la resistencia de varias partes de las uniones atornilladas, que en caso de uniones con chapa de testa, modelan el ala del pilar a flexión y la chapa de testa a flexión.

Resistencia

En los T-stub se consideran tres modos distintos de rotura:

Modo 1

Este modo se caracteriza por la formación de cuatro rótulas plásticas. Dos de estas rótulas se forman en los ejes de los tornillos debido a la flexión del ala. Las restantes dos rótulas se forman en la unión del ala con el alma del perfil. La distancia a la que se forman según el Eurocódigo para perfiles laminados es,

$$m = d - 0.8r \quad (10.1)$$

donde d es la distancia del eje del tornillo a la cara del alma y r es el radio de acuerdo entre ala y alma.

La resistencia de este modo de rotura se puede definir según la ecuación,

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{f,Rd}}{m} \quad (10.2)$$

Si consideramos que se produce un incremento adicional de la resistencia al considerar la influencia del tornillo, en este caso la fuerza no se concentra en el eje del tornillo sino que se distribuye bajo la cabeza de la tuerca, la expresión alternativa será la siguiente,

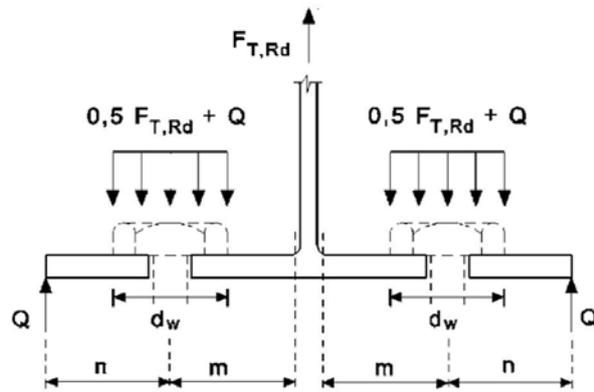


Figura 10.2: Distribución de fuerzas bajo la cabeza del tornillo

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n - 2e_w) M_{f,Rd}}{2mn - e_w(m + n)} \quad (10.3)$$

donde $n = e_{min}$ siempre que $n \leq 1,25m$ y $e_w = d_w/4$ (Figura 10.2).

Modo 2

Se caracteriza por la formación de dos rótulas plásticas localizadas en la unión del ala con el alma y la fractura de los tornillos. Las fuerzas de palanca producen un incremento de la tensión en los tornillos que produce una rotura de estos antes de la formación de las rótulas plásticas en el eje de los mismos.

La condición de plastificación en el ala responde a una ecuación del tipo,

$$B_{Rd}m - Q(n + m) = M_{f,Rd} \quad (10.4)$$

por lo tanto las fuerzas de palanca Q en el estado último.

$$Q = \frac{B_{Rd}m - M_{f,Rd}}{m + n} \quad (10.5)$$

La resistencia $F_{T,2,Rd}$ se obtiene de la siguiente ecuación de equilibrio,

$$F_{T,2,Rd} = 2(B_{Rd} - Q) \quad (10.6)$$

teniendo en cuenta la Ecuación 10.5 entonces,

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{f,Rd} + 2B_{Rd}n}{m + n} \quad (10.7)$$

donde n representa la distancia entre el eje del tornillo y la localización de la fuerza de palanca.

Las Ecuaciones 10.2, 10.3 y 10.7 son aplicables cuando se producen fuerzas de palanca. Es decir $L_b \leq L_b^*$ siendo,

$$L_b^* = \frac{8.8m^3 A_s}{\sum l_{eff,1} t_f^3} \quad (10.8)$$

donde L_b es la longitud de alargamiento de los tornillos, tomada igual a la longitud de apretadura (espesor total del material y arandelas), más la semisuma de la altura de la cabeza del tornillo y la altura de la tuerca.

En caso de no haber fuerzas de palanca $L_b > L_b^*$ la resistencia de ambos modos de rotura será,

$$F_{T,1-2,Rd} = \frac{2M_{f,Rd}}{m} \quad (10.9)$$

Modo 3

Por último, el tercer modo de rotura corresponde con la única rotura de los tornillos. En este caso las fuerzas de rotura viene dada por,

$$F_{T,3,Rd} = 2B_{Rd} \quad (10.10)$$

Una vez analizados los tres modos de rotura la resistencia del T-stub equivalente viene dada por el valor mínimo de los tres modos.

$$F_{T,Rd} = \min \{F_{1,Rd}, F_{2,Rd}, F_{3,Rd}\}$$

Como se puede deducir de las ecuaciones anteriores el modo de rotura dependerá de la relación entre m y n . Los autores Faella *et al.* (2000) proponen utilizar un parámetro β_{Rd} para identificar de un modo sencillo el modo de rotura.

$$\beta_{Rd} = \frac{4M_{f,Rd}}{2B_{Rd}m} \quad (10.11)$$

Usando un parámetro geométrico $\lambda = n/m$ se obtienen las siguientes condiciones:

- Modo 1 ocurre cuando $\beta_{Rd} \leq 2\lambda/(1 + 2\lambda)$.
- Modo 2 cuando $2\lambda/(1 + 2\lambda) < \beta_{Rd}$.
- Modo 3 cuando $\beta_{Rd} > 2$.

La resistencia a flexión de las alas del T-stub se define como,

$$M_{f,Rd} = \frac{b_{eff}t^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (10.12)$$

donde b_{eff} es el ancho efectivo, t es el espesor de la ala del pilar (t_{fc}) o el espesor de la chapa de testa (t_p), f_y es la tensión de plastificación y γ_{M0} es el factor de seguridad parcial.

El parámetro más importante de la Ecuación 10.12 es ancho efectivo b_{eff} porque tiene en cuenta todos los posibles mecanismos de rotura del ala del T-stub. El ancho efectivo tiene que ser evaluado estableciendo una equivalencia entre la condición de colapso, entre el modelo de T-stub y el comportamiento de la chapa donde el colapso ocurre al desarrollar los mecanismos de rotura.

Los posibles mecanismos de rotura usualmente considerados (Faella *et al.*, 2000) los podemos ver en la Figura 10.3,

- patrón circular, $b_{eff,1}$

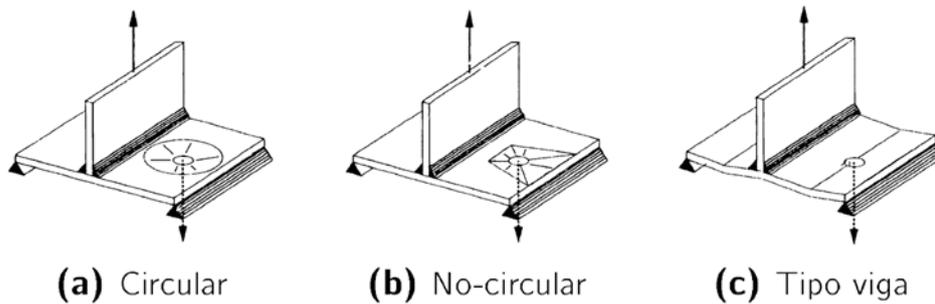


Figura 10.3: Mecanismos de rotura con una fila de tornillos ((Faella *et al.*, 2000) tomado de Cabrero (2006))

- patrón no-circular, $b_{eff,2}$
- patrón de viga, $b_{eff,3}$

Por tanto el ancho efectivo que minimiza la fuerza de colapso,

$$b_{eff} = \min \{b_{eff,1}, b_{eff,2}, b_{eff,3}\}$$

La formulación adoptada por el Eurocódigo para los modos de fallo 1 y 2 no tienen en cuenta la iteración momento-cortante. Faella *et al.* (2000) demuestran que la reducción debida a esta iteración es mínima para los casos más habituales.

Rigidez

La rigidez axial de uniones en T atornilladas es de vital importancia debido a que la principal fuente de deformación de la unión atornillada puede ser modelizada con este componente. Aunque desafortunadamente el problema no puede ser resuelto de un modo riguroso desde el punto de vista teórico dado que es un complicado problema tridimensional donde se idealiza a fuerzas concentradas y los contactos generan fuerzas de palanca (Faella *et al.*, 2000).

La respuesta elástica de uniones en T atornilladas ya fue estudiada por Yee y Melchers (1986) donde modelizaban el T-elemento como una viga

continua sobre cuatro soportes. El análisis de las uniones en T atornilladas consideraba la iteración de los dos elementos T y los tornillos, además consideraba la deformación de los tornillos.

Otras aproximaciones fueron llevadas a cabo por Jaspart (1991) donde modifica la posición de las fuerzas de palanca. Posteriormente debido a la complejidad de la aplicación de fórmulas tan largas simplificaron la aproximación eliminando los requerimientos de compatibilidad y la deformación axial de los tornillos (Weynand *et al.*, 1995).

El ancho efectivo está basado en la equivalencia plástica entre el comportamiento del elemento T y el modelo de viga, deducido a partir de la usada para el cálculo de la resistencia. El modelo propuesto por el Eurocódigo 3 (CEN, 2005) es,

$$k_{cfb} = 0.9E \frac{b_{eff} t^3}{m^3} \quad (10.13)$$

donde t , es el espesor del ala del pilar (t_{fc}) cuando se esté evaluando la rigidez del ala del pilar a flexión o el espesor de la chapa de testa (t_p) cuando se esté evaluando la rigidez de la chapa de testa a flexión y b_{eff} es el ancho efectivo.

10.1.2. E-stub

Con los modelos E-stub equivalentes representamos el comportamiento del ala del pilar a flexión cuando tiene chapas adicionales soldadas entre las alas. Este modelo se evalúa para cada una de las filas de tornillos y considerando que las filas trabajan de forma independiente.

Resistencia

Para evaluar la resistencia de un E-stub se toma el menor valor de fuerza que genera una rótula plástica en el ala del pilar ($F_{1,Rd}$ o $F_{2,Rd}$) y de la resistencia de los tornillos ($F_{b,Rd}$),

$$F_{1,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^2 \left(4\frac{h}{2}I_{fc} + I_{ap}(m+n) \right)}{mn \left(I_{ap}n(m+n) + 2I_{fc}\frac{h}{2}(m+2n) \right)} \quad (10.14)$$

$$F_{2,Rd} = 2M_{f,Rd} \frac{(m+n)^3 \left(4\frac{h}{2}I_{fc} + I_{ap}(m+n) \right)}{2m^2n \left(I_{ap}n(m+n) + I_{fc}\frac{h}{2}(2m+3n) \right)} \quad (10.15)$$

donde los momentos de inercia del ala y de la chapa adicional dependen el ancho efectivo,

$$I_{fc} = \frac{1}{12}b_{eff,p}t_{fc}^3 \quad (10.16)$$

$$I_{ap} = \frac{1}{12}b_{eff,p}t_{ap}^3 \quad (10.17)$$

siendo $M_{f,Rd}$ el momento último de la sección del ala,

$$M_{f,Rd} = \frac{b_{eff,p}f_y t_{fc}^2}{4} \quad (10.18)$$

donde el ancho efectivo $b_{eff,p}$ se corresponde con,

$$b_{eff,p} = 2\pi \frac{d_h + (0.625m + 1.375n)}{4} \quad (10.19)$$

La resistencia de cada fila de 2 tornillos será,

$$F_{b,Rd} = \frac{0.9A_s f_{u,b} 2}{\gamma_{Mb}} \quad (10.20)$$

Por lo tanto la resistencia del E-stub será.

$$F_{E,Rd} = \min \{F_{1,Rd}, F_{2,Rd}, F_{b,Rd}\}$$

Rigidez

Para la evaluación de la rigidez se propone el uso del modelo simplificado propuesto en el Capítulo 8 que responde a las siguientes ecuaciones.

$$k_{cfb} = 2 \frac{3EI_{fc} (m+n)^3 \left(4\frac{h}{2}I_{fc} + I_{ap} (m+n) \right)}{m^3 n^2 \left(I_{ap} n (m+n) + I_{fc} \frac{h}{2} (3m+4n) \right)} \quad (10.21)$$

Donde los momentos de inercia dependen del ancho efectivo de la rigidez y de los parámetros m , n y L .

$$I_{fc} = \frac{1}{12} b_{eff,s} t_{fc}^3 \quad (10.22)$$

$$I_{ap} = \frac{1}{12} b_{eff,s} t_{ap}^3 \quad (10.23)$$

$$m = \frac{w}{2} - \frac{t_{wc}}{2} - 0.7r_c \quad (10.24)$$

$$n = \frac{b-w}{2} \quad (10.25)$$

$$L = m + n \quad (10.26)$$

El ancho efectivo para el cálculo de la rigidez será,

$$b_{eff,s} = d_h + 0.6L \quad (10.27)$$

10.1.3. Alma del pilar a cortante

Resistencia

La propuesta del Eurocódigo 3 para el cálculo de la resistencia del alma del pilar a cortante,

$$V_{cws,Rd} = \frac{0.9f_{y,wc}A_{vc}}{\sqrt{3}\gamma_{M0}} \quad (10.28)$$

Ésta es la resistencia del componente que es reducida por el factor β ,

$$F_{cws,Rd} = \frac{V_{cws,Rd}}{\beta} \quad (10.29)$$

donde,

$$A_{vc} = A_c - 2b_{fc}t_{fc} + (t_{wc} + 2r)t_{fc} \quad (10.30)$$

β es un parámetro de transformación definido en CEN (2005) para añadir al modelo estructural los esfuerzos internos en el alma y A_c es el área del pilar.

Rigidez

La rigidez se puede definir según CEN (2005),

$$k_{cws} = \frac{0.38A_{vc}}{\beta z} \quad (10.31)$$

donde,

$$z = h_b - t_{fb} \quad (10.32)$$

h_b es el canto de la viga y t_{fb} es espesor del ala de la viga.

Resistencia y rigidez con chapas adicionales

Con chapas adicionales soldadas entre las alas del pilar se propone la expresión de $A_{vc,ap}$ que toma la siguiente forma para tener en cuenta el espesor de estas chapas, añadiendo el último sumando de la Ecuación 10.33. Se asimila el comportamiento de las chapas adicionales al de unas chapas de refuerzo del alma del pilar,

$$A_{vc,ap} = A_c - 2b_{fc}t_{fc} + (t_{wc} + 2r)t_{fc} + t_{wc}(h_c - 2t_{fc}) \quad (10.33)$$

h_c es el canto del pilar.

10.1.4. Alma del pilar a compresión

Resistencia

Según el CEN (2005) se puede determinar la resistencia del alma del pilar,

$$F_{cwc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,cwc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (10.34)$$

Siempre que,

$$F_{cwc,Rd} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,cwc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (10.35)$$

Donde ω es un factor de reducción que considera los efectos del cortante y está definido en la Tabla 6.3 del CEN (2005). El factor ρ tiene en cuenta el pandeo del alma del pilar,

$$\rho = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{\lambda}_p \leq 0.72 \\ \frac{\bar{\lambda}_p - 0.2}{\bar{\lambda}_p^2} & \text{si } \bar{\lambda}_p > 0.72 \end{cases} \quad (10.36)$$

siendo,

$$\bar{\lambda}_p = 0.932 \sqrt{\frac{b_{eff,cwc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}} \quad (10.37)$$

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r) \quad (10.38)$$

$$b_{eff,cwc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_p + 5(t_{fc} + r) + s_p \quad (10.39)$$

donde s_p es la longitud obtenida mediante la dispersión a 45° a través de la chapa de testa (al menos t_p y a condición de que la longitud de la chapa de testa bajo el ala sea suficiente, hasta $2t_p$).

El factor k_{wc} tiene en cuenta la tensión longitudinal máxima de compresión, $\sigma_{com.Ed}$ debida al esfuerzo axial y al momento flector.

$$k_{wc} = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_{com.Ed} \leq 0.7 f_{y,wc} \\ 1.7 - \frac{\sigma_{com.Ed}}{f_{y,wc}} & \text{si } \sigma_{com.Ed} > 0.7 f_{y,wc} \end{cases} \quad (10.40)$$

Rigidez

El Eurocódigo 3 toma un valor de,

$$k_{cwc} = 0.7 \frac{b_{eff,cwc} t_{wc}}{d_{wc}} \quad (10.41)$$

donde $b_{eff,cwc}$ está indicada en la Ecuación 10.39.

Resistencia y rigidez con chapas adicionales

Para tener en cuenta las chapas adicionales en computo de resistencia y rigidez el espesor del alma se multiplica por 1.25 (Cabrero y Bayo, 2007b) asumiendo que las chapas adicionales actúan como unas chapas rigidizadoras del pilar.

10.1.5. Alma del pilar a tracción

Resistencia

Según el CEN (2005) se puede determinar la resistencia del alma del pilar,

$$F_{cwt,Rd} = \frac{\omega b_{eff,cwt} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (10.42)$$

donde $b_{eff,cwt}$ debe ser igual a la longitud efectiva del T-stub equivalente que representa al ala del pilar y ω es un factor que incluye los efectos de iteración con el cortante.

Rigidez

El Eurocódigo 3 toma un valor para una única fila de tornillos,

$$k_{cwt} = 0.7 \frac{b_{eff,cwt} t_{wc}}{d_{wc}} \quad (10.43)$$

donde $b_{eff,cwt}$ debe ser igual a la menor de las longitudes plásticas obtenidas para la resistencia minorada por 0.7.

Resistencia y rigidez con chapas adicionales

Para tener en cuenta las chapas adicionales en computo de resistencia y rigidez el espesor del alma se multiplica por 1.5 (Cabrerero y Bayo, 2007b). Los anchos efectivos serán los determinados para el E-stub en el caso de resistencia y rigidez.

10.1.6. Alma de la viga a tracción

Resistencia

La resistencia de diseño a tracción del ala de la viga se obtiene como,

$$F_{bwt,Rd} = \frac{b_{eff,bwt} t_{bw} f_{y,wb}}{\gamma_{M0}} \quad (10.44)$$

donde $b_{eff,bwt}$ se toma igual al ancho efectivo tomado para el T-stub equivalente que representa la chapa de testa a flexión y $f_{y,wb}$ es la tensión de fluencia del alma del pilar.

10.1.7. Ala y alma de la viga a compresión.

Resistencia

La resistencia viene determinada por,

$$F_{bfc,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h_b - t_{fb}} \quad (10.45)$$

cuando $V_{sd} < 50\% V_{pl,Rd}$ para perfiles clase 1 ó 2,

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{b,pl} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (10.46)$$

pero si $V_{sd} > 50\%V_{pl,Rd}$ se obtiene el valor de $M_{c,Rd}$ teniendo en cuenta el cortante que en caso de ser el componente que determina la resistencia de la unión falla simultáneamente unión y viga. $M_{c,Rd}$ es el momento resistente de cálculo de la sección transversal de la viga.

10.1.8. Tornillos a tracción

Resistencia

El modelo de T-stub y E-stub incluye la resistencia de los tornillos en cada modo de rotura por lo que no es necesario incluir su resistencia independientemente.

Rigidez

La rigidez axial de una pareja de tornillos se adopta la siguiente relación,

$$k_b = 1.6 \frac{EA_b}{L_b} \quad (10.47)$$

donde A_b es el área resistente del tornillo. El coeficiente 1.6 tiene en cuenta las fuerzas de palanca que provocan un incremento de la fuerza axial. En el caso del modo de rotura 3 este coeficiente puede ser sustituido por 2 porque en este caso las fuerzas de palanca no se producen.

L_b es la longitud convencional del tornillo y viene dada por,

$$L_b = t_{fc} + t_p + 2t_{wh} + \frac{t_h + t_n}{2} \quad (10.48)$$

donde t_{wh} es el espesor de las arandelas, t_h el espesor de la cabeza del tornillo, t_n es el espesor de la tuerca. t_{fc} y t_p son los espesores de las alas del pilar y de la chapa de testa.

10.2. Ensamblaje

Con el ensamblaje de los componentes obtenemos el momento resistente y la rigidez inicial de cálculo de la unión.

10.2.1. Ensamblaje de la resistencia

Es fácil reconocer que en el diseño de resistencia a flexión de las uniones vendrá determinado por el valor del componente más débil y por tanto el momento resistente de la unión será:

$$M_{j,Rd} = \sum_{r=1}^{n_r} h_r F_{tr,Rd}$$

donde,

$F_{tr,Rd}$ resistencia de la fila de tornillos,

h_r brazo de palanca de la fila de tornillos.

La distribución de fuerzas en las líneas de tornillos depende del modo de rotura, dando lugar distribuciones elásticas y plásticas.

La distribución de fuerzas entre las diferentes filas será lineal respecto de la distancia al centro de compresiones como se indica en la Figura 10.4a. Siempre y cuando el componente alma del soporte a compresión y el ala y alma de la viga a compresión tengan resistencia suficiente para transmitir la fuerza de compresión.

Por tanto la resistencia será.

$$M_{j,Rd} = \frac{F_{t1,Rd}}{h_1} \sum_i h_i^2 \quad (10.49)$$

Cuando la chapas de testa son delgadas, la rotura es dúctil y las fuerzas se distribuyen entre las filas de tornillos de modo que cuando la fila alcanza

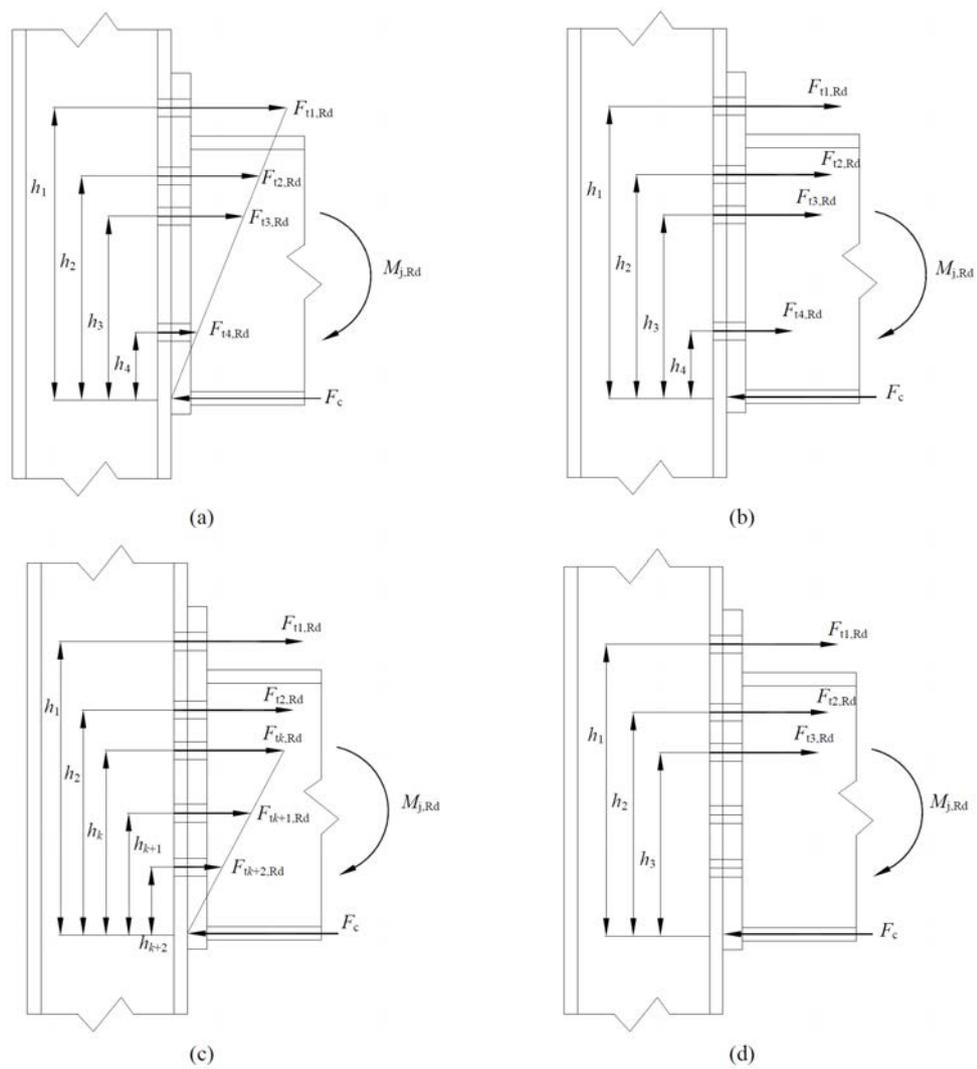


Figura 10.4: Distribución de las fuerzas en los tornillos traccionados. (a) lineal; (b), (c) y (d) plástica (Díaz, 2010)

la resistencia de cálculo cualquier momento adicional será soportado por la segunda fila y cuando esta alcance su resistencia de cálculo será la tercera fila la que soporte el momento adicional y así sucesivamente si hubiera más filas. Por lo tanto el fallo puede ocurrir de tres maneras diferentes:(Guardiola, 2006; CEN, 2005)

1. Redistribución plástica de las fuerzas internas, se extiende a todas las filas de tornillos cuando tengan capacidad de rotación suficiente (Figura 10.4b).
2. La redistribución plástica se interrumpe dado que la última fila en alcanzar la resistencia de cálculo no tiene capacidad suficiente de deformación para redistribuir los esfuerzos. Por lo tanto las filas sucesivas tendrán una distribución lineal (Figura 10.4c).
3. La distribución plástica de fuerzas se interrumpe porque se agota uno de las componentes de la zona de compresión como el alma del soporte a cortante, alma del soporte a compresión o alma y ala de la viga en compresión (Figura 10.4d).

10.2.2. Ensamblaje de la rigidez

Como se indica en el Eurocódigo 3 (CEN, 2005) el giro de la unión esta basado en las propiedades mecánicas de cada uno de los componentes, asimilando su comportamiento al de un muelle axial. Los diferentes muelles son combinados en un modelo completo que simula la rigidez de la unión.

El Eurocódigo define la rigidez secante al giro como,

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{K_i}} \quad (10.50)$$

donde,

z es el brazo de palanca de la unión,

k_i es la rigidez de un componente básico i ,

μ es el ratio entre $S_{j,ini}/S_j$ definido en el apartado 6.3.1(6) del CEN (2005).

En el caso de las uniones atornilladas de chapa de testa, cada uno de los componentes de la fila se puede combinar con los demás para obtener un modelo más sencillo, pudiendo definirse la rigidez de cada fila de tornillos como:

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,r}}} \quad (10.51)$$

donde,

$k_{i,r}$ es el coeficiente de rigidez que representa al componente i de la fila r .

El valor del brazo de palanca equivalente para las uniones atornilladas, que garantiza el equilibrio de momentos de las fuerzas resultantes en cada fila con respecto a la resultante de todas las filas,

$$z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r} \quad (10.52)$$

donde,

h_r es la distancia entre la fila r y el centro de compresiones.

Siendo k_{eq} la rigidez equivalente de las filas de tornillos y tiene la siguiente forma.

$$k_{eq} = \frac{\sum_r h_r k_{eff,r}}{z_{eq}} \quad (10.53)$$

10.3. Bibliografía

Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.

- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Guardiola, A. 2006. *Comportamiento de los Nudos Semi-Rígidos en Estructuras Metálicas de Edificación*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia.
- Jaspart, J.P. 1991. *Etude de la semi-rigidite des noeuds poutre-colonne et son influence sur la resistance et la stabilite des ossatures en acier*. Ph.D. thesis.
- Weynand, K., Jaspart, JP, y Steenhuis, M. 1995. The stiffness model of Revised Annex J of Eurocode 3, connections in steel structures III: behaviour, strength and design. In: *3rd International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento, Italy*.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.

Conclusiones y trabajos futuros

Conclusiones	242
Trabajos futuros	244

Conclusiones

En los siguientes puntos se exponen las conclusiones finales de este trabajo:

- Se ha realizado un estudio del estado del arte en uniones semirrígidas desde los primeros trabajos de principios del siglo pasado hasta los desarrollos actuales más innovadores con algoritmos genéticos. También se han analizado las diferentes formas de análisis y estudio de las uniones utilizadas por diferentes autores, determinando que el análisis por elementos finitos es uno de los más efectivos por la versatilidad y por la cantidad de información que ofrece. Se ha prestado especial atención a las uniones tridimensionales con chapa de testa extendida.
- Se ha desarrollado un sistema de ensayos para especímenes tipo T-stub y E-stub, compuesto por un pórtico con capacidad de carga a tracción de 60 toneladas y con la instrumentación necesaria para la adquisición de datos de fuerza, desplazamiento y deformación. Con estos resultados se obtienen las curvas fuerza desplazamiento y fuerza deformación en los puntos deseados del espécimen. Este sistema permite ensayos rápidos y suficientemente precisos para el desarrollo de trabajos de investigación sobre los componentes ensayados.
- Se ha realizado una campaña experimental sobre especímenes tipo T-stub. Con los resultados fuerza desplazamiento se han desarrollado modelos avanzados de elementos finitos que pueden ser utilizados en análisis paramétricos. También se ha analizado la precisión de la formulación de la rigidez propuesta por el Eurocódigo 3 y por Faella *et al.*, (2000). Los resultados obtenidos indican que la formulación propuesta por Faella *et al.*, (2000) es sustancialmente más precisa que el Eurocódigo en el rango estudiado.
- Se ha realizado una campaña experimental sobre 6 especímenes E-stub con diferentes configuraciones, obteniendo resultados de fuerza desplazamiento para la evaluación de la rigidez y resistencia. También

se obtuvo la secuencia de plantificación mediante los datos de la curva fuerza deformación en los puntos de formación de las rótulas plásticas

- Con los datos obtenidos de los ensayos de E-stub se desarrolla una formulación para la rigidez, asimilando el comportamiento del pilar y las chapas adicionales a un pórtico equivalente. La validación de este modelo mecánico se realiza mediante un análisis paramétrico con modelos avanzados de elementos finitos. Estos modelos numéricos predicen el comportamiento del E-stub con una precisión suficiente para el desarrollo de esta investigación.
- Para el cálculo de la rigidez se ha determinado el ancho efectivo mediante un modelo analítico de viga equivalente del ala del pilar. También, se ha determinado un ancho efectivo simplificado mediante un análisis paramétrico con modelos de elementos finitos, que predice la rigidez con una precisión razonable.
- Se ha desarrollado un modelo mecánico para la determinar la resistencia del E-stub a partir de los ensayos realizados, utilizando las curvas fuerza desplazamiento y las curvas fuerza deformación. La validación del modelo también se realiza con un análisis paramétrico con los modelos de elementos finitos, previamente validados con las curvas fuerza desplazamiento y fuerza deformación.
- En el cálculo de la resistencia se propone un ancho efectivo para el patrón de rotura circular, a partir de un valor medio de m y n que ofrece resultados adecuados. Estos resultados se mejoran, utilizando un ancho efectivo ponderado con la relación entre las reacciones de una viga empotrada articulada con una carga puntual centrada.
- Finalmente, se realiza una proposición de componentes para el análisis de uniones atornilladas con chapa de testa extendida cuando al pilar se han soldado chapas adicionales para atornillar el eje menor o como rigidizadores. Para determinar estos nuevos componentes se han tenido en cuenta los componentes del Eurocódigo 3, los desarrollados por otros autores y los desarrollados en este trabajo.

Trabajos futuros

Como posibles trabajos futuros se pueden indicar los siguientes:

- Estudio de la capacidad rotacional del E-stub mediante la realización de ensayos hasta rotura de los especímenes.
- En las uniones tridimensionales cuando el eje menor se atornilla a una chapa adicional en el pilar aparecen nuevos componentes, a parte del mencionado E-stub, que no han sido suficientemente estudiados. Por lo que el desarrollo de ensayos sobre estos componentes debería ser el siguiente paso, que probablemente llevaría asociado el desarrollo de nuevos sistemas de ensayo.
- Realización de ensayos de uniones completas para la verificación de las predicciones de comportamiento de estas formulaciones. Se podría realizar una serie limitada de ensayos en laboratorio y posteriormente un análisis paramétrico con elementos finitos.
- La formulación desarrollada en esta tesis para el E-stub es efectiva, pero al igual que ocurre con la formulación de otros componentes, la simplificación de la misma podría ser un buen camino para facilitar la rápida implantación de ésta en el día a día de los ingenieros.
- El desarrollo de un software que simplifique todo el proceso de diseño de éstas uniones también será necesario, para hacer más rentable el uso de esta tipología.

Índice de figuras

2.1. Tipos de uniones semirrígidas viga pilar (Faella <i>et al.</i> , 2000) .	17
2.2. Tipos de uniones semirrígidas viga-columna (cont.) (Faella <i>et al.</i> , 2000)	18
2.3. Curva momento rotación según la tipología de unión (Chen y Lui, 1991)	18
2.4. Curvas momento rotación según la tipología de unión (Kishi <i>et al.</i> , 1997)	19
3.1. Clasificación según la rigidez (CEN, 2005)	29
3.2. Límites para la clasificación de las uniones según el Eurocódigo (Díaz, 2010)	30
3.3. Columnas con y sin continuidad (CEN, 2005)	31
4.1. Parámetros del modelo Frye-Morris (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	44
4.2. Chapa de testa extendida con 4 tornillos en la zona de tensión del modelo de Krishnamurthy (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	46
4.3. Detalles estructurales del modelo de chapa de testa enrasado de Kurketi (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	47

4.4. Parámetros geométricos de la unión con angulares superior, inferior y doble en el alma de Chen (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	50
4.5. Parámetros geométricos de la conexión con angulares de Chen (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	50
4.6. Modelo mecánico para conexión con angulares de alma de Wales y Rossow (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	53
4.7. Arquitectura del modelo de Salajegheh <i>et al.</i> (2008)	55
4.8. Diferentes representaciones matemáticas de la curva $M - \phi$ (a) lineal, (b) bilineal, (c) multilineal y (d) no lineal (Díaz <i>et al.</i> , 2011)	56
4.9. Representación curva $M - \phi$ de Ramberg-Osgood (tomado de Díaz <i>et al.</i> (2011))	59
4.10. Representación curva $M - \phi$ de Goldberg y Richard (a) rigidez plástica positiva (b) rigidez plástica negativa (tomado de Díaz <i>et al.</i> (2011))	60
4.11. Representación curva $M - \phi$ de Yee y Melchers (a) rigidez plástica positiva (b) rigidez plástica negativa (tomado de Díaz <i>et al.</i> (2011))	62
4.12. Rigidez rotacional para un análisis global elástico (CEN, 2005)	65
4.13. Curva bilineal para análisis global elástico-plástico (CEN, 2005)	65
5.1. (a) Mallado 2D con 581 nudos, (b) vista y notación, (c) distribución de tensiones asumida (Krishnamurthy y Graddy, 1976)	75
5.2. Vistas del modelo 3D (Krishnamurthy y Graddy, 1976)	76
5.3. Esquema del modelo de elementos finitos (Sherbourne y Bahari, 1994)	77
5.4. Modelo en Ansys (Sumner <i>et al.</i> , 2000)	77

5.5. Modelo en Ansys de láminas (Bahaari y Sherbourne, 2000)	78
5.6. Modelo en Ansys (Swanson <i>et al.</i> , 2002)	79
5.7. Modelo 3D (Ju <i>et al.</i> , 2004)	80
5.8. Vista general (Maggi <i>et al.</i> , 2005)	80
5.9. Vista general (Abolmaali <i>et al.</i> , 2005)	82
5.10. Modelo en 3D (Pirmoz <i>et al.</i> , 2008)	83
5.11. Modelo propuesto (Bursi y Jaspart, 1998)	87
5.12. Tornillo en 3D (Swanson <i>et al.</i> , 2002)	88
5.13. Definición de propiedades modelo de Agerskov (ref. por (Bursi y Jaspart, 1998))	89
5.14. Tornillo (Bursi y Jaspart, 1998)	89
5.15. Contacto hard de Abaqus (Abaqus, 2011)	91
5.16. Contacto tabular de Abaqus (Abaqus, 2011)	91
5.17. Modelo de fricción en Abaqus (Abaqus, 2011)	92
5.18. Geometría del T-stub (Bursi y Jaspart, 1997a)	93
5.19. Modelo de material (Bursi y Jaspart, 1997a)	94
5.20. Modelo de elementos finitos realizado con Abaqus	95
5.21. Estado tensional del modelo de elementos finitos realizado con Abaqus	95
5.22. Resultado fuerza desplazamiento del T-stub	96
5.23. Influencia del tipo de elemento	96
5.24. Influencia del coeficiente de fricción	97
5.25. Modelización del tornillo básico y con la longitud efectiva.	98

5.26. Influencia del modelo de tornillo utilizado	99
5.27. Influencia de la modelización con un material multilineal o bilineal.	99
6.1. Esquema de los T-stub	105
6.2. System 7000	107
6.3. Célula de carga	107
6.4. Sensores de desplazamiento	107
6.5. Pórtico simple de tracción	108
6.6. Chapa con 5 configuraciones	109
6.7. Parámetros de los especímenes T-stub	110
6.8. Especímenes T-stub	111
6.9. Tornillos	111
6.10. Tuercas	111
6.11. Arandelas	112
6.12. Probeta del perfil HEA240	112
6.13. Probeta del perfil HEA280	113
6.14. Esquema de instrumentación	114
6.15. Posición de las galgas extensiométricas 1, 2 y 4	115
6.16. Ensayo E01A2822S. Curva fuerza desplazamiento	116
6.17. Ensayo E02A2822S. Curva fuerza desplazamiento	116
6.18. Comparación de los ensayos E01A2822S y E02A2822S	117
6.19. Ensayo E02A2822S. Curvas fuerza deformación	118

6.20. Ensayo E03A2416S. Curva fuerza desplazamiento	118
6.21. Ensayo E04A2416S. Curva fuerza desplazamiento	119
6.22. Comparación de los ensayos E03A2416S y E04A2416S	119
6.23. Ensayo E03A2416S. Curvas fuerza deformación	120
6.24. Visión general del ensayo E01A2822S	120
6.25. Visión general del ensayo E02A2822S	121
6.26. Visión del espécimen del ensayo E03A2416S	121
6.27. Visión de la deformada del ensayo E04A2416S	121
6.28. Modelo de elementos finitos del T-stub	123
6.29. Partes del modelo de elementos finitos del T-stub	123
6.30. MEF, ensayo E01A2822S y E02A2822S. Curva fuerza des- plazamiento	124
6.31. MEF, ensayos E03A2416S y E04A2416S. Curva fuerza des- plazamiento	125
7.1. Especímenes E-stub	131
7.2. Parámetros de los especímenes E-stub	132
7.3. Tornillos	132
7.4. Tuercas	133
7.5. Arandelas	133
7.6. Posición de los sensores de hilo y de las galgas extensiomé- tricas 1, 2 y 3	134
7.7. Vista general de la instrumentación	135
7.8. Probeta de la chapa adicional	135

7.9. Probeta del perfil HEA200	135
7.10. Probeta del perfil HEA240	136
7.11. Probeta del perfil HEA280	136
7.12. Esquema e imagen de la deformada tipo del E-stub	137
7.13. Vista de la deformada del ensayo E05A2816C	138
7.14. Vista de la deformada del ensayo E06A2818C	138
7.15. Vista del espécimen del ensayo E07A24120C	138
7.16. Vista del espécimen del ensayo E08A2012C	139
7.17. Vista del espécimen del ensayo E09A24160C	139
7.18. Vista del espécimen del ensayo E10A2090C	139
7.19. Ensayo E05A2816C. Curva fuerza desplazamiento	140
7.20. Ensayo E06A2818C. Curva fuerza desplazamiento	141
7.21. Ensayo E07A2412C. Curva fuerza desplazamiento	141
7.22. Ensayo E08A2012C. Curva fuerza desplazamiento	142
7.23. Ensayo E09A2416C. Curva fuerza desplazamiento	142
7.24. Ensayo E10A2009C. Curva fuerza desplazamiento	143
7.25. Ensayo E05A2816C. Curvas fuerza deformación	143
7.26. Ensayo E06A2818C. Curvas fuerza deformación	144
7.27. Ensayo E07A2412C. Curvas fuerza deformación	144
7.28. Ensayo E08A2012C. Curvas fuerza deformación	145
7.29. Ensayo E09A2416C. Curvas fuerza deformación	145
7.30. Ensayo E10A2009C. Curvas fuerza deformación	146

8.1. Modelo de elementos finitos del E-stub	152
8.2. Partes del modelo de elementos finitos del E-stub	152
8.3. Comparación fuerza desplazamiento del E10A2009C y el MEF154	
8.4. Comparación fuerza desplazamiento del E08A2012C y el MEF154	
8.5. Comparación fuerza desplazamiento del E07A2412C y el MEF155	
8.6. Comparación fuerza desplazamiento del E09A2416C y el MEF155	
8.7. Comparación fuerza desplazamiento del E05A2816C y el MEF156	
8.8. Comparación fuerza desplazamiento del E06A2818C y el MEF156	
8.9. Pórtico equivalente de un E-stub	157
8.10. Modelo matricial de un E-stub	157
8.11. Modelo del ala del pilar. (a) Vigas originales (b) Viga equiva- lente	161
8.12. Anchos efectivos b_1 y b_2	162
8.13. Componentes de modelo mecánico del E-stub	163
8.14. Muelles equivalentes del modelo mecánico del E-stub.	163
8.15. Rigidez del MEF frente a rigidez del modelo mecánico	168
8.16. Rigidez del MEF frente a rigidez del modelo mecánico con el ancho efectivo simplificado	168
8.17. Dimensiones del E-stub	174
8.18. Dimensiones de la viga equivalente	174
8.19. Condiciones de contorno y cargas del E-stub	175
8.20. Condiciones de contorno y carga de la viga equivalente	175
8.21. Modelo de elementos finitos del E-stub	176

8.22. Modelo de elementos finitos de la viga equivalente	176
8.23. Tensión de Von Misses del MEF del E-stub	177
8.24. Tensión de Von Misses del MEF de la viga equivalente	177
8.25. Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 8	178
8.26. Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 15	179
8.27. Comparación del desplazamiento entre E-stub y viga equivalente para chapa de 20	179
8.28. Dimensiones del pórtico equivalente	181
8.29. Condiciones de contorno y cargas del pórtico equivalente	181
8.30. MEF del pórtico equivalente	182
8.31. Tensiones de Von Mises del MEF del pórtico equivalente	183
8.32. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 8	183
8.33. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 15	184
8.34. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para chapa de 20	184
8.35. Gráfica tipo de un perfil HEA280 y chapa de 15	185
8.36. Dimensiones pórtico equivalente para determinación de ancho efectivo	186
8.37. Condiciones de contorno y cargas del E-stub para determinación del ancho efectivo.	187
8.38. Condiciones de contorno y cargas del pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo.	187

8.39. MEF del E-stub para determinación del ancho efectivo	188
8.40. MEF de pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo	189
8.41. Tensión de Von Mises del MEF del E-stub para determinación del ancho efectivo	189
8.42. Tensión de Von Mises del MEF del pórtico equivalente para determinación del ancho efectivo	190
8.43. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 8	190
8.44. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 15	191
8.45. Comparación del desplazamiento entre E-stub y pórtico equivalente para la determinación del ancho efectivo para chapa de 20	191
9.1. Modelo de elementos finitos del E-stub	195
9.2. Comparación fuerza deformación del E10A2009C y el MEF .	196
9.3. Comparación fuerza deformación del E08A2012C y el MEF .	196
9.4. Comparación fuerza deformación del E07A2412C y el MEF .	197
9.5. Comparación fuerza deformación del E09A2416C y el MEF .	197
9.6. Comparación fuerza deformación del E05A2816C y el MEF .	198
9.7. Comparación fuerza deformación del E06A2818C y el MEF .	198
9.8. Comparación de la deformada	199
9.9. Distribución de tensiones para el E10A2009C	199

9.10. Distribución de tensiones para el E08A2012C	200
9.11. Distribución de tensiones para el E07A2412C	200
9.12. Distribución de tensiones para el E09A2416C	201
9.13. Distribución de tensiones para el E05A2816C	201
9.14. Distribución de tensiones para el E06A2818C	202
9.15. Resistencia de un E-stub	203
9.16. Modelo matricial de un E-stub	204
9.17. Resistencia del MEF frente a resistencia del modelo mecánico	211
9.18. Resistencia del MEF frente a resistencia del modelo mecánico co con ancho efectivo ponderado	215
10.1. Componentes recogidos en el Eurocódigo 3	221
10.2. Distribución de fuerzas bajo la cabeza del tornillo	223
10.3. Mecanismos de rotura con una fila de tornillos ((Faella <i>et al.</i> , 2000) tomado de Cabrero (2006))	226
10.4. Distribución de las fuerzas en los tornillos traccionados. (a) lineal; (b), (c) y (d) plástica (Díaz, 2010)	237

Índice de tablas

4.1. Constantes de ajuste y estandarización del modelo Frye-Morris (tomado de Faella <i>et al.</i> (2000))	43
6.1. Configuración de los ensayos T-stub	105
6.2. Geometría de los especímenes T-stub	110
6.3. Medidas tornillos	111
6.4. Medidas tuercas	111
6.5. Medidas arandelas	112
6.6. Propiedades mecánicas del acero de los perfiles	112
6.7. Rigidez de los ensayos y MEF del T-stub en (kN/mm)	125
6.8. Rigidez de los ensayos y de los modelos mecánicos del Eurocódigo 3 (CEN, 2005) y Faella <i>et al.</i> (2000) en (kN/mm)	127
7.1. Configuración de los ensayos E-stub	131
7.2. Geometría de los especímenes E-stub	132
7.3. Medidas tornillos	132
7.4. Medidas tuercas	133
7.5. Medidas arandelas	133

7.6. Propiedades mecánicas del acero	136
8.1. Comparación de rigidez de los ensayos y MEF del E-stub (kN/mm)	153
8.2. Comparación de rigidez de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub en (kN/mm)	165
8.3. Comparación de rigidez del MEF y del modelo mecánico del E-stub (kN/mm)	167
8.4. Comparación de rigidez del MEF y del modelo mecánico del E-stub con ancho efectivo simplificado (kN/mm)	169
8.5. Perfiles y distancia entre tornillos	175
8.6. Valores del factor a/r	175
8.7. Valores del factor g/r	181
8.8. Valores del factor β	187
9.1. Comparación de la resistencia de los ensayos y MEF del E-stub en (kN)	202
9.2. Comparación de resistencia de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub en (kN)	210
9.3. Comparación de resistencia del MEF y del modelo mecánico del E-stub en (kN)	212
9.4. Modo de fallo del E-stub	213
9.5. Comparación de resistencia de los ensayos y del modelo mecánico del E-stub con ancho efectivo ponderado en (kN)	215
9.6. Comparación de resistencia del MEF y del modelo mecánico del E-stub con un ancho efectivo ponderado en (kN)	216

Referencias

Abaqus. 2011. *Abaqus Analysis User's Manual*.

Abdalla, K.M., y Chen, W.F. 1995. Expanded database of semi-rigid steel connections. *Computers & structures*, **56**(4), 553–564.

Abolmaali, A., Matthys, J.H., Farooqi, M., y Choi, Y. 2005. Development of moment–rotation model equations for flush end-plate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(12), 1595–612.

Agerskov, H. 1976. High-strength bolted connections subject to prying. *Journal of the Structural Division*, **102**(1), 161–75.

Anderson, D., Hines, EL, Arthur, SJ, y Eiap, EL. 1997. Application of artificial neural networks to the prediction of minor axis steel connections. *Computers & structures*, **63**(4), 685–92.

Arslan, M.H. 2010. An evaluation of effective design parameters on earthquake performance of RC buildings using neural networks. *Engineering Structures*, **32**(7), 1888–1898.

Attigbe, E., y Morris, G. 1991. Moment-rotation functions for steel connections. *Journal of Structural Engineering*, **117**(6), 1703–18.

Azizinamini, A. 1982. *Monotonic response of semi-rigid steel beam to column connections*. Ph.D. thesis, University of South Carolina.

Azizinamini, A., Bradburn, JH, y Radzimirski, JB. 1985. *Static and Cyclic Behavior of Semi-rigid Steel Beam-column Connections*. Structural Research Studies, Civil Engineering Department, University of South Carolina.

- Bahaari, M.R., y Sherbourne, A.N. 2000. Behavior of eight-bolt large capacity endplate connections. *Computers & Structures*, **77**(3), 315–25.
- Baker, JF. 1954. *The Steel Skeleton Volume I Elastic Behaviour and Design*.
- Baker, JF, y Williams, EL. 1936. The effect of wind loads on frames with semi-rigid connections. *Final Report Steel Structures Research Committee. Londo H.M.S.O.*
- Baker, JP. 1931 y 1934. Methods of Stress Analysis. *First an Second Reports Steel Structures Research Commitee. Londo H.M.S.O.*
- Batho, C., y Bateman, EH. 1934. *Investigations on Bolts and Bolted Joints, Second Report of the Steel Structures Research Committee*. Tech. rept. Second. Department of Scientific and Industrial Research, HMSO.
- Bell, W.G., Chesson Jr, E., y Munse, WH. 1958. *Static Tests of Standard Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections*. University of Illinois Engineering Experiment Station. College of Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Bjorhovde, R., Colson, A., y Brozzetti, J. 1990. Classification system for beam-to-column connections. *Journal of Structural Engineering*, **116**(11).
- Bose, SK, McNeice, GM, y Sherbourne, AN. 1972. Column webs in steel beam-to-column connexions part I-Formulation and verification. *Computers and Structures*, **2**(1-2), 253–79.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997a. Benchmarks for finite element modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **43**(1-3), 17–42.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1997b. Calibration of a finite element model for isolated bolted end plate steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(3), 225–62.
- Bursi, OS, y Jaspart, J.P. 1998. Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. *Computers and structures*, **69**(3), 361–82.

- Cabrero, J.M. 2006. *Nuevas propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007a. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part I. Experimental evaluation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1241–53.
- Cabrero, JM, y Bayo, E. 2007b. The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(9), 1254–67.
- CEN. 1993. *ENV1993-Eurocode 3. Design of steel structures*.
- CEN. 1996. *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación (ENV 1993-1-1 + ENV 1993-1-1 AC)*. AENOR.
- CEN. 2005. *Eurocode 3. Design of steel structures, part 1-8: design of joints*.
- Cevik, A. 2007. Genetic programming based formulation of rotation capacity of wide flange beams. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(7), 884–93.
- Chen, W.F., y Lui, E.M. 1991. *Stability design of steel frames*. Boca Raton, Florida (EEUU): CRC Publishers.
- Chen, W.F., y Toma, S. 1994. *Advanced analysis of steel frames*. CRC press.
- Chen, W.F., Kishi, N., Matsuoka, K.G., y Monachi, S.G. 1988a. Moment-Rotation Relation of Single/Double Web Angle Connections. In: Science, Elsevier Applied (ed), *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*.
- Chen, WF, Kishi, N., Matsuoka, KG, y Monachi, SG. 1988b. Moment-Rotation Relation of Top-and-Seat-Angle with Double Web-Angle Connections. In: Science, Elsevier Applied (ed), *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*.

- Chen, W.F., Goto, Y., y Liew, J.Y.R. 1996. *Stability design of semi-rigid frames*. Vol. 1. Wiley-Interscience.
- Citipitioglu, AM, Haj-Ali, RM, y White, DW. 2002. Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of constructional Steel research*, **58**(5-8), 995–1013.
- Comisión Interministerial Permanente de Estructuras de Acero. 2011. *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*.
- Commission of the European Communities. 1984. *Eurocode 3: Common unified rules for steel structures*.
- Cruz, PJS, Simoes, S.L.A.P., Rodrigues, DS, y Simoes, RAD. 1998. Database for the semi-rigid behaviour of beam-to-column connections in seismic regions. *Journal of Constructional Steel Research*, **46**(1), 233–34.
- da Costa Neves, LF. 2004. *Comportamento monotónico e cíclico de ligações de eixo fraco e tubulares em estruturas metálicas e mistas aço-betão*. Ph.D. thesis, Civil Engineering Department, Science and Technology Faculty, University of Coimbra.
- Dai, XH, Wang, YC, y Bailey, CG. 2010. Numerical modelling of structural fire behaviour of restrained steel beam-column assemblies using typical joint types. *Engineering Structures*, **32**(8), 2337–51.
- Díaz, C. 2010. *Diseño óptimo de uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cartagena.
- Díaz, C, Martí, P, Victoria, M, y Querin, OM. 2011. Review on the modelling of joint behaviour in steel frames. *Journal of Construction Steel Research*, **67**, 741–758.
- ECCS. 1978. *European recommendations for steel construction*. Tech. rept. 23. European convention for constructional steelwork.
- Faella, C., Piluso, V., y Rizzano, G. 2000. *Structural steel semirigid connections: theory, design and software*. Vol. 1. Boca Ratón, Florida (EEUU): CRC Publishers.

- Frye, M.J., y Morris, G.A. 1975. Analysis of flexibly connected steel frames. *Canadian Journal of Civil Engineering*, **2**(3), 280–291.
- Gantes, C.J., y Lemonis, M.E. 2003. Influence of equivalent bolt length in finite element modeling of T-stub steel connections. *Computers & structures*, **81**(8), 595–604.
- Gebbeken, N., y Wanzek, T. 1999. Benchmark experiments for numerical simulations of T-stubs. *Pages 61–70 of: Numerical simulation of semi-rigid connections by the finite element method, COST C1*, vol. 1.
- Gerardy, JC, y Schleich, JB. 1991. *Semi-rigid action in steel frame structures*. Tech. rept. 7210-SAI507. Arbed Recherches, Luxembourg.
- Gere, JM, y Weaver, W. 1965. *Analysis of Frame Structures*. Van Nostrand, Princeton. NJ.
- Gibbons, C., Kirby, PA, y Nethercot, DA. 1991. Experimental behaviour of 3-D column subassemblages with semi-rigid joints. *Journal of Constructional Steel Research*, **19**(3), 235–46.
- Gil, B. 2007. *Metodología práctica para el diseño de pórticos de estructura mixta con uniones semi-rígidas*. Ph.D. thesis, Universidad de Navarra.
- Gil Martín, L.M. 2001. *Base teórica de las normativas de estructuras metálicas (NBE-EA-95 y EC3) e introducción a la estructura mixta (EC4)*. Universidad de Granada.
- Gil Martín, L.M., y Montes, E.H. 2004. *Acero estructural*. Universidad de Granada.
- Gil-Martín, LM, Šćepanović, B., Hernández-Montes, E., Aschheim, MA, y Lučić, D. 2010. Eccentrically patch-loaded steel I-girders: The influence of patch load length on the ultimate strength. *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(5), 716–722.
- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., Gresnigt, N., y Simoes da Silva, L. 2004a. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of constructional Steel research*, **60**(2), 269–311.

- Girao Coelho, A.M., Bijlaard, F.S.K., y Simoes da Silva, L. 2004b. Experimental assessment of the ductility of extended end plate connections. *Engineering structures*, **26**(9), 1185–206.
- Girao Coelho, A.M., Simoes da Silva, L., y Bijlaard, F.S.K. 2006. Finite-element modeling of the nonlinear behavior of bolted T-stub connections. *Journal of structural engineering*, **132**, 918.
- Goldberg, DE, y Richard, RM. 1963. Analysis of non-linear structures. *Journal of the Structural Division.*, **89**(4), 333–51.
- Gomes, F., Jaspart, J.P., y Maquoi, R. 1996. Moment capacity of beam-to-column minor-axis joints. *Pages 319–26 of: Proceedings of the IABSE International Colloquium on Semi-Rigid Structural Connections.*
- Goto, Y, y Chen, WF. 1987. On the computer-based design analysis for the flexibly jointed frames. *Journal of Construction Steel Research*, **8**, 203–31.
- Goverdhan, A.V. 1983. *A Collection of Experimental Moment-rotation Curves and Evaluation [sic] of Prediction Equations for Semi-rigid Connections.* Ph.D. thesis, Vanderbilt University.
- Guardiola, A. 2006. *Comportamiento de los Nudos Semi-Rígidos en Estructuras Metálicas de Edificación.* Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia.
- Guzelbey, I.H., Cevik, A., y Gögüş, M.T. 2006. Prediction of rotation capacity of wide flange beams using neural networks. *Journal of Constructional Steel Research*, **62**(10), 950–61.
- Hasan, R., Kishi, N., Chen, WF, y Komuro, M. 1997. Evaluation of rigidity of extended end-plate connections. *Journal of Structural Engineering*, **123**, 1595–602.
- Hechtman, R.A., y Johnston, B.G. 1947. *Riveted Semi-Rigid Beam-to-Column Building Connections.* Tech. rept. Progress Report N 1. Committee on Steel Structures Research, AISC.

- Hu, J.W., Leon, R.T., y Park, T. 2011. Mechanical modeling of bolted T-stub connections under cyclic loads Part I: Stiffness Modeling. *Journal of Constructional Steel Research*, **67**(11), 1710–8.
- Jadid, M.N., y Fairbairn, D.R. 1996. Neural-network applications in predicting moment-curvature parameters from experimental data. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **9**(3), 309–19.
- Janss, J., Jaspart, J.P., y Maquoi, R. 1988. Strength and Behaviour of In-Plane Weak Axis Joints and of 3-D Joints. *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*. Elsevier, 60–8.
- Jaspart, J.P. 1991. *Etude de la semi-rigidite des noeuds poutre-colonne et son influence sur la resistance et la stabilite des ossatures en acier*. Ph.D. thesis.
- Johnston, B, y Mount, EH. 1942. Analysis of building frames with semi-rigid connections. *Transactions ASCE*, **107**, 93–1019.
- Jones, S.W., Kirby, P.A., y Nethercot, D.A. 1981. Modelling of semi-rigid connection behaviour and its influence on steel column behaviour. *Joints in Structural Steelwork*, ed. J.H. Howlett, W.M. Jenkins, R. Stainsby, Pentech Press, London., 573–587.
- Jones, SW, Kirby, PA, y Nethercot, DA. 1983. The analysis of frames with semi-rigid connections-A state-of-the-art. *Journal of Construction Steel Research*, **3**(2), 2–13.
- Ju, S.H., Fan, C.Y., y Wu, GH. 2004. Three-dimensional finite elements of steel bolted connections. *Engineering structures*, **26**(3), 403–13.
- Kennedy, DJL. 1969. Moment-rotation characteristics of shear connections. *Engineering Journal, American Institute of Steel Construction*, 105–15.
- Kim, J.H., Ghaboussi, J., y Elnashai, A.S. 2010. Mechanical and informational modeling of steel beam-to-column connections. *Engineering Structures*, **32**(2), 449–58.
- Kishi, N, y Chen, WF. 1986a. *Steel connection data bank program*. Tech. rept. CE-STR86-18. In: Structural engineering. 2bd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, 1/2.

- Kishi, N, y Chen, WP. 1986b. *Data base of steel beam-to-column connections*. Tech. rept. CE-STR86-26. Structural engineering. 2nd ed. School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette.1/2.
- Kishi, N., Hasan, R., Chen, WF, y Goto, Y. 1997. Study of Eurocode 3 steel connection classification. *Engineering structures*, **19**(9), 772–79.
- Krishnamurthy, N. 1976. Steel Bolted End-Plate Connections. *Pages 23.1–23.16 of: Proceedings of the International Conference on Finite Element Methods in Engineering, Adelaide, Australia*.
- Krishnamurthy, N. 1978a. *Analytical investigation of bolted stiffened tee-stubs*. Tech. rept. CE-MVMA-1902. Department of Civil Engineering, Vanderbilt University, Nashville (TN).
- Krishnamurthy, N. 1978b. A fresh look at bolted end-plate behavior and design. *Engineering Journal*, **15**(2), 39–49.
- Krishnamurthy, N., y Graddy, D.E. 1976. Correlation between 2-and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections. *Computers & Structures*, **6**(4-5), 381–9.
- Krishnamurthy, N., Avery, L.K., Jeffrey, P.K., y Huang, H.T. 1979. Analytical $M - \theta$ Curves for End-Plate Connections. *Journal of the Structural Division*, **105**(1), 133–45.
- Kukreti, AR, Murray, TM, y Abolmaali, A. 1987. End-plate connection moment-rotation relationship. *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, 137–57.
- Kukreti, A.R., Murray, T.M., y Ghassemieh, M. 1989. Finite element modeling of large capacity stiffened steel tee-hanger connections. *Computers & structures*, **32**(2), 409–22.
- Lee, S.S., y Moon, T.S. 2002. Moment-rotation model of semi-rigid connections with angles. *Engineering Structures*, **24**(2), 227–37.
- Lemonis, M.E., y Gantes, C.J. 2006. Incremental modeling of T-stub connections. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **1**(7), 1135–59.

- Lemonis, M.E., y Gantes, C.J. 2009. Mechanical modeling of the nonlinear response of beam-to-column joints. *Journal of Constructional Steel Research*, **65**(4), 879–90.
- Li, TQ, Choo, BS, y Nethercot, DA. 1995. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *Journal of Construction Steel Research*, **32**, 143–71.
- Lightfoot, E, y Le Messurier, AP. 1974. Elastic analysis of frameworks with elastic connections. *Journal of Structural Division, ASCE.*, **89**(ST6), 1297–309.
- Lima, L.R.O., Andrade, S.A.L., Vellasco, P.C.G.S., y Silva, L.S. 2002. Experimental and mechanical model for predicting the behaviour of minor axis beam-to-column semi-rigid joints. *International journal of mechanical sciences*, **44**(6), 1047–65.
- Lima, L.R.O., Vellasco, P.C.G.S., Andrade, S.A.L., Silva, J.G.S., y Vellasco, M. 2005. Neural networks assessment of beam-to-column joints. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **27**(3), 314–24.
- Lionberger, SR, y Weaver, W. 1969. Dynamic response of frames with non-rigid connections. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE.*, **95**, 95–114.
- Livesley, RK. 1964. *Matrix Methods of Structural Analysis*. 1st edn. edn. Pergamon Press. Oxford.
- Loureiro, A., Gutierrez, R., Reinoso, JM, y Moreno, A. 2010. Axial stiffness prediction of non-preloaded T-stubs: An analytical frame approach. *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(12), 1516–22.
- Loureiro, A., Moreno, A., Gutierrez, R., y Reinoso, JM. 2012. Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading. *Engineering Structures*, **38**, 68–77.
- Lui, EM, y Chen, W.F. 1986. Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames. *Engineering Structures*, **8**(2), 107–18.

- Lui, EM, y Chen, WF. 1987. Steel frame analysis with flexible joints. *Journal of Construction Steel Research*, **8**, 161–202.
- Maggi, YI, Goncalves, RM, Leon, RT, y Ribeiro, LFL. 2005. Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(5), 689–708.
- Mohamadi-Shooreh, MR, y Mofid, M. 2008. Parametric analyses on the initial stiffness of flush end-plate splice connections using FEM. *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(10), 1129–41.
- Moncarz, PD, y Gerstle, KH. 1981. Steel frame with nonlinear connections. *Journal of Structural Division.*, **107**(ST8), 1427–41.
- Monforton, BR, y Wu, TS. 1963. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. *Journal of the Structural Division, ASCE*, **89**, 13–42.
- Moore, HF, y Wilson, WM. 1917. Test to determine the rigidity of riveted joints in steel structures. *University of Illinois. Engineering experiment station.*, **Bulletin 104**.
- Moreno, A. 2005. *Un modelo de elementos finitos para el análisis de uniones atornilladas viga-pilar con comportamiento semirrígido*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.
- Nair, R.S., Birkemoe, P.C., y Munse, W.H. 1974. High strength bolts subject to tension and prying. *Journal of the Structural Division*, **100**(2), 351–72.
- Nethercot, DA. 1985a. Joint action and the design of steel frames. *Journal of the Institution of Structural Engineers. Part A Design and Construction*, **63A**, 271–9.
- Nethercot, DA. 1985b. Steel beam-to-column connections-a review of test data and its applicability to the evaluation of joint behavior in the performance of steel frames. *CIRIA report*.
- Nethercot, DA. 1986. *The behaviour of steel frame structures allowing for semi-rigid joint action*. In *Steel Structures: Recent Research Advances and their Application to Design*.

- Nethercot, DA, y Zandonini, R. 1990. *Structural connections: Stability and strength*. London: Elsevier Applied Science. Chap. Methods of prediction of joint behaviour: Beam-to-column connections,, pages 22–62.
- Nethercot, DA, Li, TQ, y Ahmed, B. 1998. Unified classification system for beam-to-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **45**(1), 39–65.
- Piluso, V., Faella, C., y Rizzano, G. 2001a. Ultimate behavior of bolted T-stubs. I: Theoretical model. *Journal of Structural Engineering*, **127**, 686–93.
- Piluso, V., Faella, C., y Rizzano, G. 2001b. Ultimate behavior of bolted T-stubs. II: model validation. *Journal of Structural Engineering*, **127**, 694–704.
- Pirmoz, A., y Gholizadeh, S. 2007. Predicting of moment-rotation behavior of bolted connections using neural networks. *Pages 1–10 of: 3rd national congress on civil engineering*.
- Pirmoz, A., Daryan, A.S., Mazaheri, A., y Darbandi, H.E. 2008. Behavior of bolted angle connections subjected to combined shear force and moment. *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(4), 436–46.
- Radziminski, J.B., y Azizinamini, A. 1988. Prediction of Moment-Rotation Behavior of Semi-Rigid Beam-to-Column Connections. *In: Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*. London: Elsevier Applied Science Publishers.
- Ramberg, W., y Osgood, W.R. 1943. *Description of stress-strain curves by three parameters*. Tech. rept. 902. National Advisory Committee for Aeronautics.
- Rathbun, JC. 1936. Elastic Properties of Revited Connection. *Transactions*,. *Transactions ASCE*, **101**, 524–63.
- Reinosa, J.M. 2010. *Nuevas propuestas para el diseño de uniones atornilladas viga-pilar con angulares*. Ph.D. thesis, Universidad de A Coruña.

- Research Council on Riveted and Bolted Structural Joints of the Engineering Foundation. 1951. *Specifications for Assembly of Structural Joints Using High-Strength Bolts*.
- Romstad, M, y Subramanian, CV. 1970. Analysis of frames with partial connection rigidity. *Journal of the Structural Division, ASCE.*, **96(ST11)**, 2283–300.
- Rowan, HC, y Batho, C. 1934. The analysis of the moments in the members of a frame having rigid or semi-rigid connections. *Second Report Steel Structures Research Committee. London H.M.S.O.*
- Ruble, E.J. 1959. Rivet and bolt council research. *Journal of Structural Division*, **85**, 1–6.
- Salajegheh, E., Gholizadeh, S., y Pirmoz, A. 2008. Self-organizing parallel back propagation neural networks for predicting the moment-rotation behavior of bolted connections. *Asian Journal of Civil Engineering*, **9(6)**, 625–40.
- Sherbourne, A.N. 1961. Bolted Beam-to-Column Connections. *The Structural Engineer*, **39**, 203–10.
- Sherbourne, A.N., y Bahaari, M.R. 1994. 3D simulation of end-plate bolted connections. *Journal of Structural Engineering*, **120(11)**, 3122–36.
- Sherbourne, A.N., y Bahaari, M.R. 1997. Finite element prediction of end plate bolted connection behavior. I: Parametric Study. *Journal of Structural Engineering*, **123(2)**, 157–64.
- Simoès da Silva, L. 2008. Towards a consistent design approach for steel joints under generalized loading. *Journal of Constructional Steel Research*, **64(9)**, 1059–75.
- Simões da Silva, L., y Girão Coelho, AM. 2001. An analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force. *Computers & Structures*, **79(8)**, 873–81.
- Sommer, W.H. 1969. *Behaviour of welded header plate connections*. Ph.D. thesis, University of Toronto.

- Sourochnikoff, B. 1950. Wind stresses in semi-rigid connections of steel framework. *Transactions ASCE*, **115**, 382–93.
- Stavroulakis, GE, Avdelas, AV, Abdalla, KM, y Panagiotopoulos, PD. 1997. A neural network approach to the modelling, calculation and identification of semi-rigid connections in steel structures. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(1), 91–05.
- Steel Structures Research Committee. 1931. *First Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Steel Structures Research Committee. 1934. *Second Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Steel Structures Research Committee. 1936. *Final Report*. Department of Scientific and Industrial Research, London HMSO.
- Stewart, RW. 1949. Analysis of frames with elastic joints. *Transactions ASCE*, **114**, 17–39.
- Suko, M, y Adams, PF. 1971. Dynamic analysis of mutibay multistory frames. *Journal of the Structural Division, ASCE*, **97**(ST11), 2519–33.
- Sumner, E.A., Mays, T.W., y Murray, T.M. 2000. End-plate moment connections: test results and finite element method validation. *Pages 22–25 of: Connections in Steel Structures IV: Steel Connections in the New Millennium: Proceedings of the Fourth International Workshop*.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2000. Bolted steel connections: Tests on T-stub components. *Journal of Structural Engineering*, **126**(1), 50–6.
- Swanson, J.A., y Leon, R.T. 2001. Stiffness modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Structural Engineering*, **127**(5), 498–505.
- Swanson, J.A., Kokan, D.S., y Leon, R.T. 2002. Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. *Journal of Constructional Steel Research*, **58**(5), 1015–31.
- Tagawa, H., y Gurel, S. 2005. Application of steel channels as stiffeners in bolted moment connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(12), 1650–71.

- Troup, S., Xiao, R.Y., y Moy, S.S.J. 1998. Numerical modelling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, **46**(1), 269–269.
- Wales, M.W., y Rossow, E.C. 1983. Coupled Moment-Axial Force Behavior in Bolted Joints. *Journal of Structural Engineering*, **109**(5), 1250–66.
- Weinand, K. 1992. SERICON-Databank on Joints in Building Frames. *In: Proceedings of the 1st COST C1 Workshop*.
- Weynand, K. 1992. SERICON I- databank on joints building frames. *Pages 463–74 of: In: Proc. COST C1 first state of the art workshop on semi-rigid behaviour of civil engineering structures*.
- Weynand, K., Jaspart, J.P., y Steenhuis, M. 1995. The stiffness model of Revised Annex J of Eurocode 3, connections in steel structures III: behaviour, strength and design. *In: 3rd International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento, Italy*.
- Weynand, K., Huter, M., Kirby, P.A., Simoes da Silva, L.A.P., y Cruz, P.J.S. 1998. SERICON - databank on joints building frames. *In: In: Proceedings COST C1 workshop*.
- Wilson, W.M., y Thomas, F.P. 1938. *Fatigue tests of riveted joints*. Bulletin 302, Engineering Experiment Station, University of Illinois.
- Wu, F.H., y Chen, W.F. 1990. A design model for semi-rigid connections. *Engineering Structures*, **12**(2), 88–97.
- Xiao, R.Y., y Perneti, F. 2005. Numerical analysis of steel and composite steel and concrete connections. *Pages 4.10–253–4.10–259. of: B. Hoffmeister, O. Hechler (ed), Eurosteel 2005: 4th European conference on steel and composite structures*.
- Yee, Y.L., y Melchers, R.E. 1986. Moment-Rotation Curves for Bolted Connections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **112**, 615–35.
- Young, C.R., y Jackson, K.B. 1934. The relative rigidity of welded and riveted connections. *Canadian Journal of Research*, **II**, 62–100, 101–34.

- Yun, G.J., Ghaboussi, J., y Elnashai, A.S. 2008. Self-learning simulation method for inverse nonlinear modeling of cyclic behavior of connections. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **197**(33), 2836–57.
- Zoetemeijer, P. 1974. A design method for the tension side of statically loaded bolted beam-to-column connections. *Heron*, **20**(1), 1–59.
- Zoetemeijer, P. 1981. Semi-rigid bolted beam-to-column connections with stiffened column flanges and flush-end plates. *Pages 2–99 of: Proceedings of the international conference: joints in structural steelwork: The design and performance of semi-rigid and rigid joints in steel and composite structures and their influence on structural behavior.*