

# 弦材と腹材との間のずれ変形および腹材のせん断変形を同時に考慮した合成ばりの弾性挙動に関する理論的研究

松本 芳紀\* 川村 一能\*

## A Theoretical Research on the Elastic Behavior of a Composite Beam Considering Slip between a Chord Member and a Web Member and Shear Deformation of a Web Member

Yoshinori MATSUMOTO and Kazuyoshi KAWAMURA

(Received Aug. 31, 1994)

An analytical method of a composite beam consisting of a chord member and a web member and connected with mechanical connectors is presented in this paper.

According to the theory presented herein, the effects of the slip between a chord member and a web member and the shear deformation of a web member on the behavior of the composite beam can be combined by an equivalent shear rigidity coefficient or an equivalent slip rigidity coefficient and the elastic behavior of a composite beam can be represented with four parameters.

### 1 はじめに

例えば、木材を弦材としそれに構造用合板ウェブを釘打ちした充腹ばりのように、弦材と腹材を接合具で接合した合成ばりの設計にあたっては、弦材・腹材の曲げ剛性の他に、腹材のせん断変形のみならず弦材と腹材との間のずれ変形をも考慮することが必要である。

このような合成ばりの挙動に及ぼす腹材のせん断変形の影響に関しては、例えば、曲げ剛性の比較的大きい弦材をせん断変形を伴う機構で結び付けた合成ばりについて、その理論解析法が後藤によって提案されており<sup>1)</sup>、腹材のせん断剛性が小さくなると弦材の軸力は減少するが逆に大きい曲げが発生すること、はりのたわみは一般のせん断変形を考慮したたわみよりも大きくなることが指摘されている。しかし、腹材のせん断変形の他に弦材と腹材との間のずれ変形をも同時に考慮して合成ばりの挙動を厳密に解析する方法は、まだ確立されていないのが現状である<sup>2)</sup>。

筆者等は、これまでに、鋼板を木造ばりの上・下面に接合金物で取付けた鋼板補強木造ばりにつ

---

\* 環境設計工学科

いて、鋼板と木材断面との間のずれを考慮した理論解析法を提示し種々の考察を行ってきた<sup>3, 4)</sup>が、鋼板と木材との間のずれ変形が鋼板補強木造ばりの挙動に及ぼす影響は、文献1)に示されている腹材のせん断変形が合成ばりの挙動に及ぼす影響と同じであることが分かった。

本論文は、弦材と腹材との間のずれおよび腹材のせん断変形を同時に考慮した合成ばりの理論解析法を提示し、弾性挙動に及ぼすこれらの影響について考察したものである。

## 2 理論解析

### 2.1 弦材の軸力に関する微分方程式

#### 2.1.1 ずれ変形および腹材のせん断変形が同時に生じる場合

弦材がその中心位置において腹材の最外縁と接合された、図-1に示すような合成ばりを考える。弦材と腹材を接合具で接合したこのような合成ばりにおいては、はりが曲げをうけると弦材と腹材との間には材軸方向の変位差が生じる。この変位差をずれと定義する。

いま、はりの材軸方向をx軸とし、任意の位置xにおける圧縮側および引張側弦材の軸力を $F_1$ および $F_2$ とすると、圧縮側および引張側腹材の最外縁に作用する材軸方向単位長さ当たりのせん断力 $q_{s1}$ および $q_{s2}$ は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} q_{s1} &= \frac{dF_1}{dx} \\ q_{s2} &= \frac{dF_2}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

圧縮側および引張側における弦材と腹材の間の材軸方向単位長さ当たりのずれ剛性を $K_1$ および $K_2$ とすると、圧縮側および引張側の弦材と腹材との間のずれ量 $r_1$ および $r_2$ は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{q_{s1}}{K_1} = \frac{1}{K_1} \cdot \frac{dF_1}{dx} \\ r_2 &= \frac{q_{s2}}{K_2} = \frac{1}{K_2} \cdot \frac{dF_2}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

腹材断面の曲げモーメントおよび軸力を $M_w$ および $N_w$ 、圧縮側および引張側の弦材断面の曲げモ

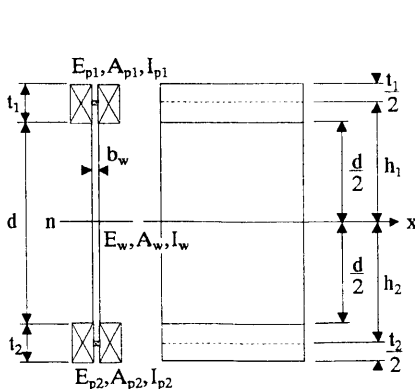


図-1 合成ばりの断面形状・寸法

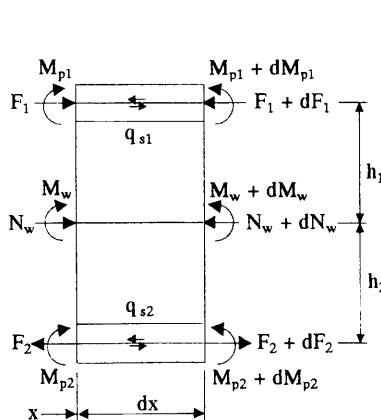


図-2 合成ばりの断面の応力

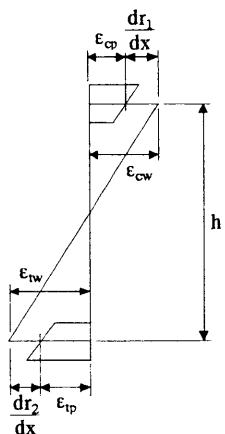


図-3 合成ばりの断面の垂直ひずみ度分布

ーメントを  $M_{p1}$  および  $M_{p2}$ 、上・下弦材および腹材のヤング係数を  $E_{p1}$ ・ $E_{p2}$  および  $E_w$ 、上・下弦材および腹材の断面積を  $A_{p1}$ ・ $A_{p2}$  および  $A_w$ 、断面二次モーメントを  $I_{p1}$ ・ $I_{p2}$  および  $I_w$  とすると、断面の応力は図-2 のようになり、弦材および腹材の曲げ変形において平面保持の仮定が成立するものと仮定すると、図-3 に示す断面の垂直ひずみ度分布から、腹材の最外縁における弦材および腹材のひずみ度は、それぞれ次のように表される。

圧縮側において

$$\text{弦材： } \varepsilon_{cp} = -\frac{F_1}{E_{p1}A_{p1}} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{腹材： } \varepsilon_{cw} = -\frac{M_w h_1}{E_w I_w} - \frac{N_w}{E_w A_w} \dots\dots\dots (4)$$

引張側において

$$\text{弦材： } \varepsilon_{tp} = \frac{F_2}{E_{p2}A_{p2}} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{腹材： } \varepsilon_{tw} = \frac{M_w h_2}{E_w I_w} - \frac{N_w}{E_w A_w} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、垂直ひずみ度は引張ひずみ度を正、上・下弦材および腹材の曲げモーメントは下側が引張となるときを正、上弦材の軸力は圧縮力を正、下弦材の軸力は引張力を正、腹材の軸力は圧縮力を正とする。

この断面に作用している曲げモーメントを  $M$ 、軸力を  $N$  とし、曲げモーメントは下側が引張となるときを正、軸力は引張力を正とすると、はりの場合には軸力が作用していないから、断面の力の釣合いから次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} N &= -F_1 + F_2 - N_w = 0 \\ M &= M_w + M_{p1} + M_{p2} + F_1 h_1 + F_2 h_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

弦材と腹材との間のずれは、腹材最外縁での腹材の垂直ひずみ度の値が弦材の垂直ひずみ度の値より大きいために生じるものであり、その変化量は、図-3 に示すように、この位置における弦材と腹材の垂直ひずみ度の差に等しいから、この断面の圧縮側と引張側において次の関係が成立しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_1}{dx} &= -\frac{M_w h_1}{E_w I_w} - \frac{N_w}{E_w A_w} + \frac{F_1}{E_{p1} A_{p1}} \\ \frac{dr_2}{dx} &= -\frac{M_w h_2}{E_w I_w} + \frac{N_w}{E_w A_w} + \frac{F_2}{E_{p2} A_{p2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

弦材と腹材との間のずれ量の変化は、式(2)から次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_1}{dx} &= \frac{1}{K_1} \cdot \frac{d^2 F_1}{dx^2} \\ \frac{dr_2}{dx} &= \frac{1}{K_2} \cdot \frac{d^2 F_2}{dx^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

腹材の負担するせん断力  $Q_w$  は

$$Q_w = h_1 \frac{dF_1}{dx} + h_2 \frac{dF_2}{dx} + \frac{dM_w}{dx} \dots\dots\dots (10)$$

と表されるから、腹材のせん断応力度は腹材断面に均等に分布すると仮定すると、腹材のせん断応力度  $\tau_w$  は次のように求められる。

$$\tau_w = \frac{Q_w}{A_w} = \frac{1}{A_w} \left( h_1 \frac{dF_1}{dx} + h_2 \frac{dF_2}{dx} + \frac{dM_w}{dx} \right) \dots\dots\dots (11)$$

せん断変形によって腹材に生じる曲率は、腹材のせん断弾性係数を  $G_w$  とすると、次のように表される。

$$\frac{d\gamma_w}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{\tau_w}{G_w} \right) = \frac{1}{G_w A_w} \left( h_1 \frac{d^2 F_1}{dx^2} + h_2 \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{d^2 M_w}{dx^2} \right) \dots\dots\dots (12)$$

腹材の曲率  $\phi_w$  は、曲げ変形による曲率にせん断変形による曲率を加えて次のように表される。

$$\phi_w = \frac{M_w}{E_w I_w} - \frac{1}{G_w A_w} \left( h_1 \frac{d^2 F_1}{dx^2} + h_2 \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{d^2 M_w}{dx^2} \right) \dots\dots\dots (13)$$

また、上・下弦材の曲率  $\phi_{p1}$  および  $\phi_{p2}$  は、弦材のせん断変形の影響を無視して、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{p1} &= \frac{M_{p1}}{E_{p1} I_{p1}} \\ \phi_{p2} &= \frac{M_{p2}}{E_{p2} I_{p2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

上・下弦材および腹材の曲率は同じであるから、部材の曲率  $\phi$  は次のように表される。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{M_{p1}}{E_{p1} I_{p1}} = \frac{M_{p2}}{E_{p2} I_{p2}} = \frac{M_{p1} + M_{p2}}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \\ &= \frac{M_w}{E_w I_w} - \frac{1}{G_w A_w} \left( h_1 \frac{d^2 F_1}{dx^2} + h_2 \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{d^2 M_w}{dx^2} \right) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式(7)、式(8)および式(15)を用いて整理すると、弦材の軸力に関する次の連立微分方程式が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 F_1}{dx^4} - \alpha_{11} \frac{d^2 F_1}{dx^2} - \alpha_{12} \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \beta_{11} F_1 + \beta_{12} F_2 &= \gamma_1 M \\ \frac{d^4 F_2}{dx^4} - \alpha_{21} \frac{d^2 F_1}{dx^2} - \alpha_{22} \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \beta_{21} F_1 + \beta_{22} F_2 &= \gamma_2 M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{G_w A_w (EI)_o}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} + \frac{K_1 h_1^2}{E_w I_w} \left\{ 1 + \frac{E_w I_w}{h_1^2} \left( \frac{1}{E_{p1} A_{p1}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\ \alpha_{12} &= \frac{K_1 h_1 h_2}{E_w I_w} \left( 1 - \frac{1}{h_1 h_2} \cdot \frac{E_w I_w}{E_w A_w} \right) \\ \alpha_{21} &= \frac{K_2 h_1 h_2}{E_w I_w} \left( 1 - \frac{1}{h_1 h_2} \cdot \frac{E_w I_w}{E_w A_w} \right) \\ \alpha_{22} &= \frac{G_w A_w (EI)_o}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} + \frac{K_2 h_2^2}{E_w I_w} \left\{ 1 + \frac{E_w I_w}{h_2^2} \left( \frac{1}{E_{p2} A_{p2}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\ \beta_{11} &= \frac{G_w A_w K_1 h_1^2}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_1^2} \left( \frac{1}{E_{p1} A_{p1}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \beta_{12} &= \frac{G_w A_w K_1 h_1 h_2}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \left\{ 1 - \frac{(EI)_o}{h_1 h_2} \cdot \frac{1}{E_w A_w} \right\} \\
 \beta_{21} &= \frac{G_w A_w K_2 h_1 h_2}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \left\{ 1 - \frac{(EI)_o}{h_1 h_2} \cdot \frac{1}{E_w A_w} \right\} \\
 \beta_{22} &= \frac{G_w A_w K_2 h_2^2}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_2^2} \left( \frac{1}{E_{p2} A_{p2}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \gamma_1 &= \frac{G_w A_w K_1 h_1}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \\
 \gamma_2 &= \frac{G_w A_w K_2 h_2}{E_w I_w (E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2})} \\
 (EI)_o &= E_w I_w + E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

式(16)から弦材の軸力  $F_1$  および  $F_2$  が求められると、ずれ量  $r$  は式(2)から、腹材の曲げモーメント  $M_w$  は式(8)から、腹材のせん断応力度  $\tau_w$  は式(11)から、弦材の曲げモーメント  $M_p$  は式(15)から、たわみ曲線  $y$  は式(15)の曲率を積分して求めることができる。

合成ばりが上・下対称断面の場合には上・下弦材の軸力は同じ値  $F$  となり、式(16)は次のようになる。

$$\frac{d^4 F}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2 F}{dx^2} + \beta F = \gamma M \dots \dots \dots (18)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1}{4} \left[ \frac{G_w A_w (EI)_o}{E_w I_w E_p I_p} + \frac{K h^2 \{ (EI)_{at} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w \{ (EI)_{at} - (EI)_o \}} \right] \\
 \beta &= \frac{1}{4} \cdot \frac{G_w A_w K h^2 (EI)_{at}}{E_w I_w E_p I_p \{ (EI)_{at} - (EI)_o \}} \\
 \gamma &= \frac{1}{4} \cdot \frac{G_w A_w K h}{E_w I_w E_p I_p} \\
 (EI)_o &= E_w I_w + 2E_p I_p \\
 (EI)_{at} &= E_w I_w + 2E_p I_p + 2E_p A_p \left( \frac{h}{2} \right)^2
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned}
 K_1 &= K_2 = K \\
 E_{p1} &= E_{p2} = E_p \\
 A_{p1} &= A_{p2} = A_p \\
 I_{p1} &= I_{p2} = I_p \\
 h_1 &= h_2 = \frac{h}{2}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

### 2.1.2 ずれ変形がなく腹材のせん断変形のみの場合

弦材と腹材との間のずれ変形がなく腹材のせん断変形のみを考慮する場合には、 $K_1 = K_2 = \infty$  とおいて、式(16)は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_{11} \frac{d^2 F_1}{dx^2} + \alpha_{12} \frac{d^2 F_2}{dx^2} - \beta_{11} F_1 - \beta_{12} F_2 &= -\gamma_1 M \\
 \alpha_{21} \frac{d^2 F_1}{dx^2} + \alpha_{22} \frac{d^2 F_2}{dx^2} - \beta_{21} F_1 - \beta_{22} F_2 &= -\gamma_2 M
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_{11} &= \frac{h_1^2}{G_w A_w} \left\{ 1 + \frac{E_w I_w}{h_1^2} \left( \frac{1}{E_{p1} A_{p1}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \alpha_{12} = \alpha_{21} &= \frac{h_1 h_2}{G_w A_w} \left( 1 - \frac{1}{h_1 h_2} \cdot \frac{E_w I_w}{E_w A_w} \right) \\
 \alpha_{22} &= \frac{h_2^2}{G_w A_w} \left\{ 1 + \frac{E_w I_w}{h_2^2} \left( \frac{1}{E_{p2} A_{p2}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \beta_{11} &= \frac{h_1^2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_1^2} \left( \frac{1}{E_{p1} A_{p1}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \beta_{12} = \beta_{21} &= \frac{h_1 h_2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 - \frac{(EI)_o}{h_1 h_2} \cdot \frac{1}{E_w A_w} \right\} \\
 \beta_{22} &= \frac{h_2^2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_2^2} \left( \frac{1}{E_{p2} A_{p2}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \gamma_1 &= \frac{h_1}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \\
 \gamma_2 &= \frac{h_2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

合成ばかりが上・下対称断面の場合には上・下弦材の軸力は同じ値Fとなり、式(21)は次のようになる。

$$\frac{d^2 F}{dx^2} - \beta F = -\gamma M \dots\dots\dots (23)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \beta &= \frac{G_w A_w (EI)_{all}}{2E_{p1} I_{p1} \{ (EI)_{all} - 2E_{p1} I_{p1} \}} \\
 \gamma &= \frac{G_w A_w \{ (EI)_{all} - (EI)_o \}}{2E_{p1} I_{p1} \{ (EI)_{all} - 2E_{p1} I_{p1} \} h}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

2.1.3 腹材のせん断変形がなくずれ変形のみの場合

腹材のせん断変形がなく弦材と腹材との間のずれ変形のみを考慮する場合には、 $G_w A_w = \infty$ とにおいて、式(16)は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 \frac{d^2 F_1}{dx^2} - \beta_{11} F_1 - \beta_{12} F_2 &= -\gamma_1 M \\
 \alpha_2 \frac{d^2 F_2}{dx^2} - \beta_{21} F_1 - \beta_{22} F_2 &= -\gamma_2 M
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{1}{K_1} \cdot \frac{(EI)_o}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \\
 \alpha_2 &= \frac{1}{K_2} \cdot \frac{(EI)_o}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \\
 \beta_{11} &= \frac{h_1^2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_1^2} \left( \frac{1}{E_{p1} A_{p1}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\} \\
 \beta_{12} = \beta_{21} &= \frac{h_1 h_2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 - \frac{(EI)_o}{h_1 h_2} \cdot \frac{1}{E_w A_w} \right\} \\
 \beta_{22} &= \frac{h_2^2}{E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2}} \left\{ 1 + \frac{(EI)_o}{h_2^2} \left( \frac{1}{E_{p2} A_{p2}} + \frac{1}{E_w A_w} \right) \right\}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$\gamma_1 = \frac{h_1}{E_{p1}I_{p1} + E_{p2}I_{p2}}$$

$$\gamma_2 = \frac{h_2}{E_{p1}I_{p1} + E_{p2}I_{p2}}$$

合成ばりが上・下対称断面の場合には上・下弦材の軸力は同じ値Fとなり、式(25)は次のようになる。

$$\frac{d^2F}{dx^2} - \beta F = -\gamma M \tag{27}$$

ここに

$$\beta = \frac{Kh^2(EI)_{al}}{2(EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}}$$

$$\gamma = \frac{Kh}{2(EI)_o}$$

2.1.4 腹材がずれおよびせん断機構のみを有する場合

腹材がずれおよびせん断機構のみを有し軸力および曲げモーメントを負担しない場合、あるいは、腹材の負担する軸力および曲げモーメントが十分に小さくその影響が無視できる場合には、上・下弦材の軸力は同じ値Fとなり、腹材の負担するせん断力Q<sub>w</sub>は次のようになる。

$$Q_w = h \frac{dF}{dx} \tag{29}$$

腹材のせん断剛性をΓとすると、せん断変形によって生ずる曲率は次のように表される。

$$\frac{d\gamma_w}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{Q_w}{\Gamma} \right) = \frac{h}{\Gamma} \cdot \frac{d^2F}{dx^2} \tag{30}$$

はりの曲率は上・下弦材の曲率φ<sub>p1</sub>・φ<sub>p2</sub>に等しく、曲げ変形およびずれ変形による曲率にせん断変形による曲率を加えて、次のように表される。

$$\phi = \frac{M_{p1}}{E_{p1}I_{p1}} = \frac{M_{p2}}{E_{p2}I_{p2}} = \frac{M_{p1} + M_{p2}}{E_{p1}I_{p1} + E_{p2}I_{p2}}$$

$$= \frac{1}{h} \left( \frac{1}{E_{p1}A_{p1}} + \frac{1}{E_{p2}A_{p2}} \right) F - \frac{1}{h} \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) \frac{d^2F}{dx^2} - \frac{h}{\Gamma} \cdot \frac{d^2F}{dx^2} \tag{31}$$

式(31)を断面の曲げモーメントの釣り合い条件式

$$M = M_{p1} + M_{p2} + Fh \tag{32}$$

に代入すると、弦材の軸力Fに関する微分方程式は次のように求められる。

$$\frac{d^2F}{dx^2} - \beta F = -\gamma M \tag{33}$$

ここに

$$\beta = \frac{\frac{1}{E_{p1}A_{p1}} + \frac{1}{E_{p2}A_{p2}} + \frac{h^2}{E_{p1}I_{p1} + E_{p2}I_{p2}}}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{h^2}{\Gamma}}$$

$$\gamma = \frac{\frac{h}{E_{p1}I_{p1} + E_{p2}I_{p2}}}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{h^2}{\Gamma}}$$

式(34)において  $K_1 = K_2 = \infty$  および  $E_{p1} = E_{p2} = E$  とすると、その結果は文献1)の結果と一致する。

2.2 上・下対称断面合成ばりの理論解析

2.2.1 等価せん断剛性係数と等価すれ剛性係数

弦材と腹材との間のすれ変形および腹材のせん断変形の影響を考慮した一般的な合成ばりの挙動は非常に複雑になるので、本論文では、上・下対称断面を有する両端単純支持の合成ばりが中央集中荷重および等分布荷重をうける場合について、弾性挙動の解析解を求めてみよう。

まず、弦材の軸力に関する微分方程式の誘導から明らかなように、弦材と腹材との間のすれ変形および腹材のせん断変形は、合成ばりの挙動に同じような影響を及ぼすことが分かる。したがって、いま、式(19)で表される合成ばりの弦材の軸力に関する微分方程式中の  $\alpha$  の値において

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{(EI)_o}{E_p I_p} + \frac{h^2}{G_w A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} = \frac{h^2}{\kappa_s G_w A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} \quad \dots\dots\dots (35)$$

とおくと、 $\kappa_s G_w A_w$  はすれ変形の影響を含んだ等価せん断剛性を表し、すれ変形によって、見掛け上せん断剛性が低下すると考えることができる。したがって、この  $\kappa_s$  を等価せん断剛性係数と定義すると、 $\kappa_s$  は次のように表される。

$$\kappa_s = \frac{1}{1 + \frac{G_w A_w}{K h^2} \cdot \frac{(EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}}{E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}} \quad \dots\dots\dots (36)$$

式(36)を用いると、式(19)の  $\alpha$ 、 $\beta$  および  $\gamma$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 - \kappa_s} \cdot \frac{G_w A_w (EI)_o}{E_w I_w E_p I_p} \\ \beta &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\kappa_s}{1 - \kappa_s} \cdot \frac{(G_w A_w)^2 (EI)_o (EI)_{al}}{E_w I_w (E_p I_p)^2 \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}} \\ \gamma &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\kappa_s}{1 - \kappa_s} \cdot \frac{(G_w A_w)^2 (EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}}{E_w I_w (E_p I_p)^2 \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \} h} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (37)$$

あるいは、式(19)の  $\alpha$  の値において

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{(EI)_o}{E_p I_p} + \frac{h^2}{G_w A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} = \frac{1}{\kappa_r K} \cdot \frac{(EI)_o}{E_p I_p} \quad \dots\dots\dots (38)$$

とおくと、 $\kappa_r K$  はせん断変形の影響を含んだ等価すれ剛性を表し、腹材のせん断変形によって、見掛け上すれ剛性が低下すると考えることができる。したがって、この  $\kappa_r$  を等価すれ剛性係数と定義すると、 $\kappa_r$  は次のように表される。

$$\kappa_r = \frac{1}{1 + \frac{K h^2}{G_w A_w} \cdot \frac{E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{(EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}}} \quad \dots\dots\dots (39)$$

式(39)を用いると、式(19)の  $\alpha$ 、 $\beta$  および  $\gamma$  は次のようになる。



$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 - \kappa_r} \cdot \frac{Kh^2 \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}} \\ \beta &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\kappa_r}{1 - \kappa_r} \cdot \frac{(Kh^2)^2 (EI)_{al} \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}^2} \\ \gamma &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\kappa_r}{1 - \kappa_r} \cdot \frac{(Kh^2)^2 \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o \{ (EI)_{al} - (EI)_o \} h} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

等価せん断剛性係数  $\kappa_s$  と等価ずれ剛性係数  $\kappa_r$  との間には、次のような関係が成立する。

$$\kappa_s + \kappa_r = 1.0 \dots \dots \dots (41)$$

ここに、弦材と腹材との間のずれ変形が生ぜず腹材のせん断変形の影響だけを考慮する場合には  $\kappa_s = 1.0$ 、弦材と腹材との間のずれ変形だけが生じ腹材のせん断変形の影響が無視できる場合には  $\kappa_r = 1.0$  となる。

弦材と腹材との間のずれ変形および腹材のせん断変形が同時に生ずる合成ばりの挙動を表すためにはどちらの係数を用いてもよいが、以後の議論においては、弦材と腹材との間のずれ変形を腹材のせん断変形に換算し、ずれ変形の影響を含んだ等価せん断剛性係数  $\kappa_s$  を用いることにする。

2.2.2 中央集中荷重をうける場合

図-4のような中央集中荷重をうける上・下対称断面の両端が単純支持された合成ばりの場合には、スパンを  $L$  とし  $x$  軸の原点を材端にとると、はりの曲げモーメントは次のように表される。

$$M = \frac{P}{2} x \quad \left( 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \right) \dots \dots \dots (42)$$

これを式(18)に適用すると次のようになる。

$$\frac{d^4 F}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2 F}{dx^2} + \beta F = \frac{\gamma P}{2} x \dots \dots \dots (43)$$

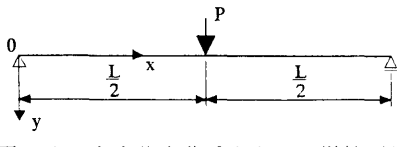
式(43)の特性方程式の根は4つとも実根であることが分かるから、式(43)の一般解は次のように表される。

$$F = \frac{\gamma P}{2\beta} x + F_1 \sinh \xi x + F_2 \cosh \xi x + F_3 \sinh \eta x + F_4 \cosh \eta x \dots \dots \dots (44)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta}} \\ \eta &= \sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

材端ではずれ変形は自由で弦材には軸力が作用せず、弦材および腹材の垂直ひずみ度は0であり、また、中央部では対称条件からずれ量は0であり、ずれ分布曲線の反曲点となるから、弦材の軸力  $F$  に関する境界条件は次のように表される。



$$\left. \begin{aligned} x=0 : F=0, \frac{d^2 F}{dx^2} &= 0 \\ x=\frac{L}{2} : \frac{dF}{dx} &= 0, \frac{d^3 F}{dx^3} = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

図-4 中央集中荷重をうける単純ばり

したがって、任意の位置  $x$  での弦材の軸力  $F$  は、式(46)の境界条件を満足するように式(44)を解いて次のように求められる。

$$F = \frac{PL}{2h} \cdot \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_{al}} \left( \frac{x}{L} \cdot A_1 \sinh \xi x - A_2 \sinh \eta x \right) \quad \dots \dots \dots (47)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\xi L \left( 1 - \frac{\xi^2}{\eta^2} \right) \cosh \frac{\xi L}{2}} \\ A_2 &= \frac{1}{\eta L \left( 1 - \frac{\eta^2}{\xi^2} \right) \cosh \frac{\eta L}{2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (48)$$

弦材と腹材との間のずれ量  $r$  は、式(2)から次のように求められる。

$$r = \frac{PL^2 h}{2(EI)_o} \cdot \frac{E_p I_p}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} \right\} \cdot \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{1}{\rho_s} \cdot \left\{ 1 - \xi L A_1 \cosh \xi x - \eta L A_2 \cosh \eta x \right\} \quad \dots \dots \dots (49)$$

式(49)の中の  $\rho_s$  はせん断剛性の影響を表すパラメータであり、次のように表される。

$$\rho_s = \sqrt{\frac{G_w A_w}{E_w I_w}} L \quad \dots \dots \dots (50)$$

腹材のせん断応力度  $\tau_w$  は、式(11)から次のように求められる。

$$\tau_w = \frac{P}{2A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al}} \left( 1 - C_1 \cosh \xi x - C_2 \cosh \eta x \right) \quad \dots \dots \dots (51)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \xi L \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{(EI)_o} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_1 \\ C_2 &= \eta L \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{(EI)_o} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (52)$$

腹材および弦材の曲げモーメント  $M_w$  および  $M_p$  は、式(8)および式(15)から次のように求められる。

$$M_w = \frac{PL}{2} \cdot \frac{E_w I_w}{(EI)_{al}} \left( \frac{x}{L} - B_1 \sinh \xi x - B_2 \sinh \eta x \right) \quad \dots \dots \dots (53)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{E_w I_w (EI)_o} \left\{ \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} \right\} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_1 \\ B_2 &= \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{E_w I_w (EI)_o} \left\{ \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} \right\} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (54)$$

$$M_p = \frac{PL}{2} \cdot \frac{E_p I_p}{(EI)_{al}} \left( \frac{x}{L} - D_1 \sinh \xi x - D_2 \sinh \eta x \right) \quad \dots \dots \dots (55)$$

ここに

$$D_1 = \left[ 1 - \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{E_w I_w} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \cdot \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{E_w I_w (EI)_o} \left\{ \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al} - (EI)_o} \right\} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} \right] A_1 \quad \dots \dots \dots (56)$$

$$D_2 = \left[ 1 - \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{E_w I_w} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} \right] A_2 \quad \left. \vphantom{D_2} \right\}$$

はりのたわみを  $y$  とすると、曲げに関する微分方程式は、式(14)および式(55)から次のように求められる。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{PL}{2(EI)_{al}} \left( \frac{x}{L} - D_1 \sinh \xi x - D_2 \sinh \eta x \right) \quad \dots\dots\dots (57)$$

たわみ  $y$  に関する境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x=0 : y=0 \\ x=\frac{L}{2} : \frac{dy}{dx}=0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (58)$$

と表されるから、式(58)の境界条件を満足するように式(57)を解くと、中央集中荷重をうける両端単純支持の合成ばりのたわみ曲線式は次のように求められる。

$$y = \frac{PL^3}{2(EI)_{al}} \left[ \frac{1}{8} \left( \frac{x}{L} \right) - \frac{1}{6} \left( \frac{x}{L} \right)^3 - \frac{D_1}{(\xi L)^2} \left\{ \xi L \cosh \frac{\xi L}{2} \left( \frac{x}{L} \right) - \sinh \xi x \right\} - \frac{D_2}{(\eta L)^2} \left\{ \eta L \cosh \frac{\eta L}{2} \left( \frac{x}{L} \right) - \sinh \eta x \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (59)$$

2.2.3 等分布荷重をうける場合

図-5のような等分布荷重をうける上・下対称断面の両端が単純支持された合成ばりの場合には、スパンを  $L$  とし  $x$  軸の原点を材端にとると、はりの曲げモーメントは次のように表される。

$$M = \frac{w}{2} (L-x)x \quad \dots\dots\dots (60)$$

これを式(18)に適用すると次のようになる。

$$\frac{d^4 F}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2 F}{dx^2} + \beta F = \frac{\gamma w}{2} (L-x)x \quad \dots\dots\dots (61)$$

等分布荷重時の弦材の軸力  $F$  に関する境界条件も式(46)と同じであるから、任意の位置  $x$  での弦材の軸力  $F$  は、式(46)の境界条件を満足するように式(61)を解いて次のように求められる。

$$F = \frac{wL^2}{h} \cdot \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) - A_0 - A_1 \cosh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) - A_2 \cosh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (62)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_{al}} \cdot \frac{1}{\rho_s^2} \\ A_1 &= \frac{\frac{1}{(\eta L)^2} - A_0}{\left( 1 - \frac{\xi^2}{\eta^2} \right) \cosh \frac{\xi L}{2}} \\ A_2 &= \frac{\frac{1}{(\xi L)^2} - A_0}{\left( 1 - \frac{\eta^2}{\xi^2} \right) \cosh \frac{\eta L}{2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (63)$$

弦材と腹材との間のずれ量  $r$  は、式(2)から次のように求められる。

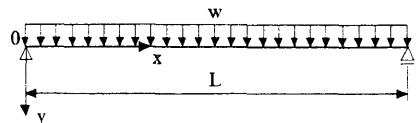


図-5 等分布荷重をうける単純ばり

$$r = \frac{wL^3 h}{2(EI)_o} \cdot \frac{E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{(EI)_{al} \{ (EI)_{al} - (EI)_o \}} \cdot \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{1}{\rho_s^2} \cdot \left\{ 1 - \frac{2x}{L} + 2\xi L A_1 \sinh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) - 2\eta L A_2 \sinh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \dots (64)$$

腹材のせん断応力度  $\tau_w$  は、式(11)から次のように求められる。

$$\tau_w = \frac{wL}{A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2x}{L} \right) + C_1 \sinh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) + C_2 \sinh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \dots (65)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \xi L \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{(EI)_o} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_1 \\ C_2 &= \eta L \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p}{(EI)_o} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_2 \end{aligned} \right\} \dots (66)$$

腹材および弦材の曲げモーメント  $M_w$  および  $M_p$  は、式(8)および式(15)から次のように求められる。

$$M_w = wL^2 \frac{E_w I_w}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) + B_0 - B_1 \cosh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) - B_2 \cosh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \dots (67)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \left\{ \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_o} - \kappa_s \frac{(EI)_{al}}{(EI)_o} \right\} A_0 \\ B_1 &= \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_1 \\ B_2 &= \left\{ 1 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} A_2 \end{aligned} \right\} \dots (68)$$

$$M_p = wL^2 \frac{E_p I_p}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) + D_0 - D_1 \cosh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) - D_2 \cosh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \dots (69)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} D_0 &= \left\{ \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_o} + \kappa_s \frac{E_w I_w (EI)_{al}}{2E_p I_p (EI)_o} \right\} A_0 \\ D_1 &= \left[ 1 - \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{E_w I_w} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o} \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\xi L}{\rho_s} \right)^2 \right\} \right] A_1 \\ D_2 &= \left[ 1 - \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{E_w I_w} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 - \frac{1 - \kappa_s}{\kappa_s} \cdot \frac{2E_p I_p \{ (EI)_{al} - 2E_p I_p \}}{E_w I_w (EI)_o} \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\eta L}{\rho_s} \right)^2 \right\} \right] A_2 \end{aligned} \right\} \dots (70)$$

はりのたわみを  $y$  とすると、曲げに関する微分方程式は、式(14)および式(69)から次のように求められる。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{wL^2}{(EI)_{al}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) + D_0 - D_1 \cosh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) - D_2 \cosh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \dots (71)$$

たわみ  $y$  に関する境界条件は式(58)と同じであるから、式(58)の境界条件を満足するように式(71)を解くと、等分布荷重をうける両端単純支持の合成ばりのたわみ曲線式は次のように求められる。

$$y = \frac{wL^4}{(EI)_{al}} \left[ \frac{1}{24} \left( \frac{x}{L} \right) - \frac{1}{12} \left( \frac{x}{L} \right)^3 + \frac{1}{24} \left( \frac{x}{L} \right)^4 + \frac{D_0}{2} \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) - \frac{D_1}{(\xi L)^2} \left\{ \cosh \frac{\xi L}{2} - \cosh \xi \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} - \frac{D_2}{(\eta L)^2} \left\{ \cosh \frac{\eta L}{2} - \cosh \eta \left( \frac{L-x}{2} \right) \right\} \right] \dots (72)$$

なお、両端単純支持の合成ばりの材端におけるずれ変形については自由と考えたが、固定端におけるずれ変形に関する境界条件については、対称荷重をうける単純ばりの中央点と同じように考えればよい。

### 3 合成ばりの弾性挙動

弦材と腹材との間のずれ変形および腹材のせん断変形が同時に生じる上・下対称断面の合成ばりの弾性挙動は、2.2の解析解から明らかなように、4つのパラメータ $\kappa_s$ （または $\kappa_r$ ）、 $(EI)_o/E_p I_p$ 、 $(EI)_{all}/(EI)_o$ および $\rho_s$ の値を用いて表すことができることが分かる。

パラメータ $\kappa_s$ （等価せん断剛性係数）の代わりに $\kappa_r$ （等価ずれ剛性係数）を用いる場合には、せん断剛性の影響を表すパラメータ $\rho_s$ の代わりに、式(73)で表されるずれ剛性の影響を表すパラメータ $\rho_r$ を用いばよい。

$$\rho_r = \sqrt{\frac{K h^2}{E_w I_w}} L \quad \dots \dots \dots (73)$$

なお、 $\rho_s$ と $\rho_r$ の間には次のような関係がある。

$$\frac{\kappa_r}{\kappa_s} \cdot \left(\frac{\rho_r}{\rho_s}\right)^2 = \frac{(EI)_o \{ (EI)_{all} - (EI)_o \}}{E_p I_p \{ (EI)_{all} - 2E_p I_p \}} \quad \dots \dots \dots (74)$$

いま、一例として、等価せん断剛性係数 $\kappa_s=0.5$ 、断面の曲げ剛性比 $(EI)_o/E_p I_p=10$ 、 $(EI)_{all}/(EI)_o=7.5$

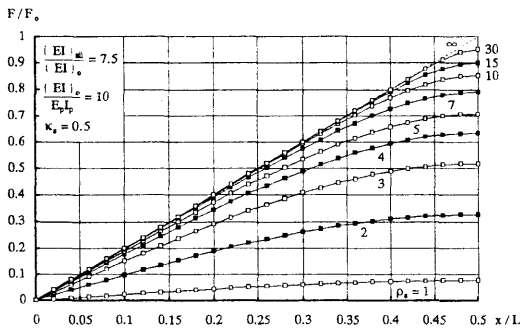


図-6.1 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.5$ )  
(中央集中荷重時)

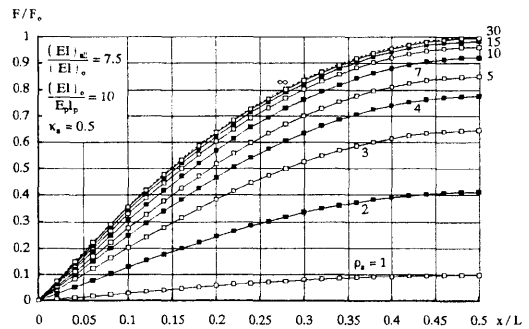


図-6.2 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.5$ )  
(等分布荷重時)

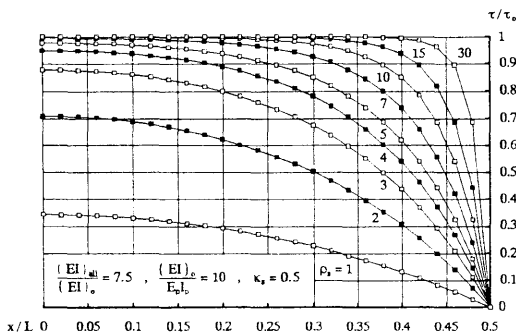


図-7.1 腹材のせん断応力度分布  
(中央集中荷重時)

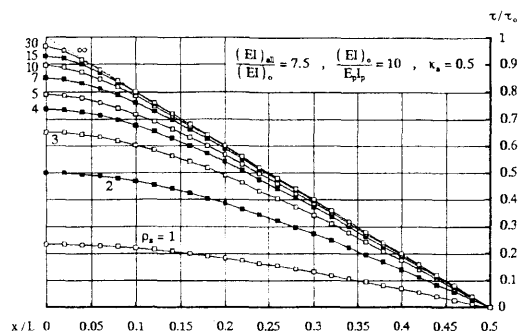


図-7.2 腹材のせん断応力度分布  
(等分布荷重時)

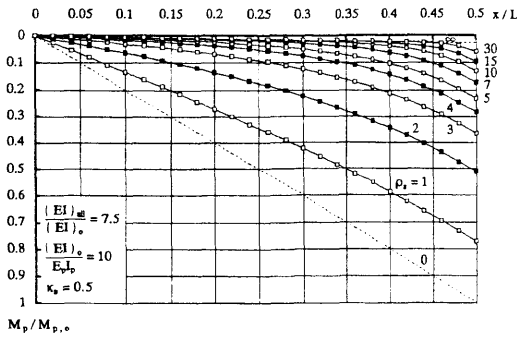


図-8.1 弦材の曲げモーメント分布  
(中央集中荷重時)

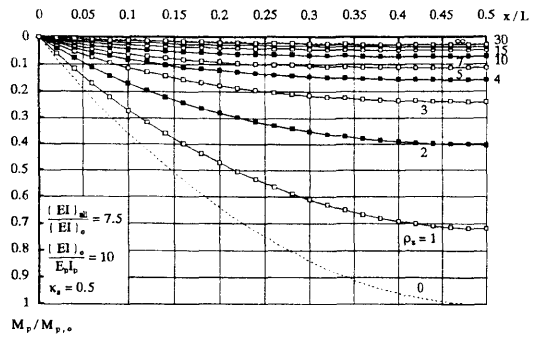


図-8.2 弦材の曲げモーメント分布  
(等分布荷重時)

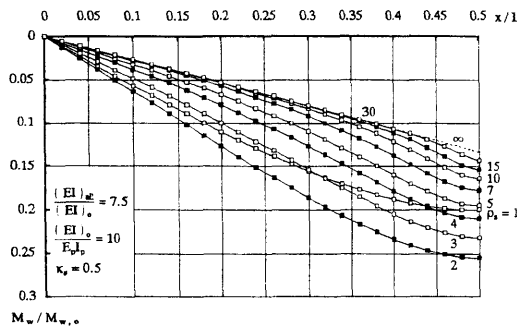


図-9.1 腹材の曲げモーメント分布  
(中央集中荷重時)

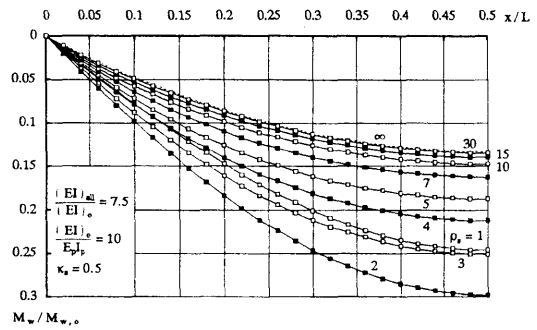


図-9.2 腹材の曲げモーメント分布  
(等分布荷重時)

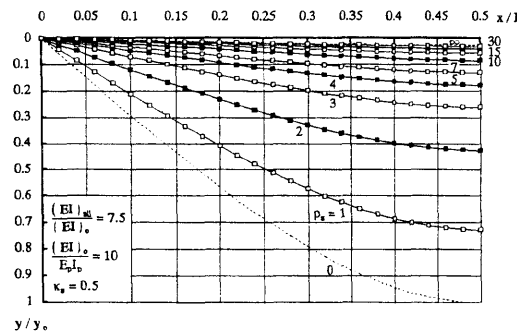


図-10.1 たわみ曲線 (中央集中荷重時)

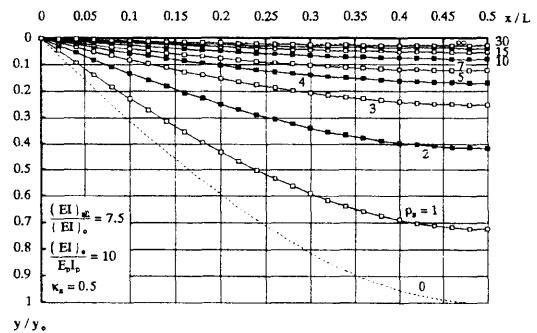


図-10.2 たわみ曲線 (等分布荷重時)

の場合について、中央集中荷重時および等分布荷重時の弦材の軸力分布を示したのが図-6、腹材のせん断応力度分布を示したのが図-7、弦材および腹材の曲げモーメント分布を示したのが図-8および図-9、はりのたわみ曲線を示したのが図-10、弦材と腹材との間のずれ量分布を示したのが図-11である。

図-6～図-11中の縦軸の値は、弦材の軸力分布および腹材のせん断応力度分布については弦材と腹材との間のずれ変形および腹材のせん断変形が生じない  $\rho_s = \infty$  および  $\rho_w = \infty$  の場合の基準値で、弦材の曲げモーメント分布およびはりのたわみ曲線については弦材と腹材との間のずれが自由に生じ腹材のせん断剛性のない  $\rho_s = 0$  および  $\rho_w = 0$  の場合の基準値で、腹材の曲げモーメント分

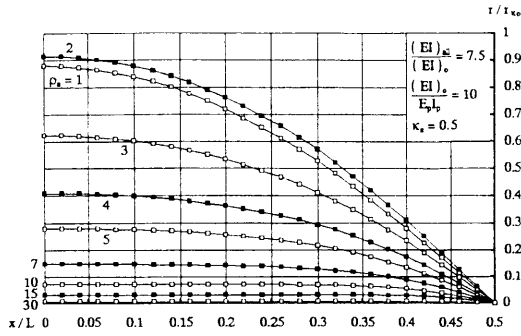


図-11.1 ずれ量分布（中央集中荷重時）

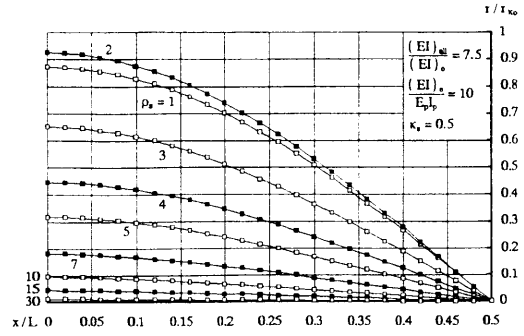


図-11.2 ずれ量分布（等分布荷重時）

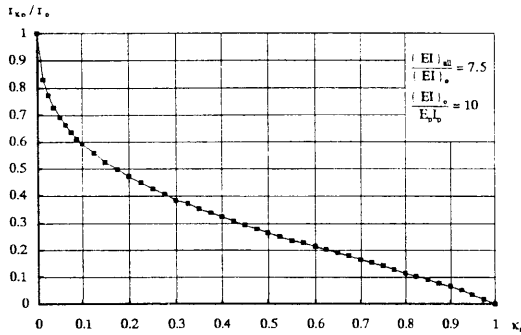


図-12.1 中央集中荷重時の最大ずれ量と等価せん断剛性係数との関係

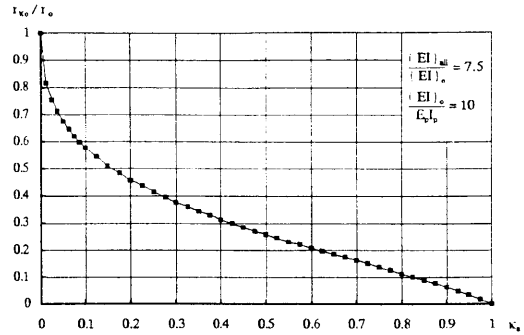


図-12.2 等分布荷重時の最大ずれ量と等価せん断剛性係数との関係

布については弦材と腹材との間のずれ変形が自由に生じ腹材のせん断変形が生じない  $\rho_r = 0$  および  $\rho_s = \infty$  の場合の基準値で、弦材と腹材との間のずれ量分布については与えられた等価せん断剛性係数  $\kappa_s$  に対する材端での最大ずれ量  $r_{x_0}$  でそれぞれ除し、横軸の値はすべて、はりの位置をスパン  $L$  で除して無次元化表示している。

中央集中荷重時および等分布荷重時の  $r_{x_0}$  と  $\kappa_s$  との関係を示したのが図-12であり、縦軸の値は弦材と腹材との間のずれが自由に生じ、腹材のせん断変形が生じない  $\rho_r = 0$  および  $\rho_s = \infty$  の場合の基準値で除して無次元化した。

中央集中荷重時および等分布荷重時の各基準値は次のとおりである。

中央集中荷重時

$$\left. \begin{aligned} F_{0,o} &= \frac{PL}{4h} \cdot \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_{al}} \\ \tau_{0,o} &= \frac{P}{2A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al}} \\ M_{p,o} &= \frac{PL}{8} \\ M_{w,o} &= \frac{PL}{4} \cdot \frac{E_w I_w}{(EI)_o} \\ y_o &= \frac{PL^3}{96 E_p I_p} \\ r_o &= \frac{PL^2 h}{32 (EI)_o} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (75.1)$$

等分布荷重時

$$\left. \begin{aligned} F_{0,o} &= \frac{wL^2}{8h} \cdot \frac{(EI)_{al} - (EI)_o}{(EI)_{al}} \\ \tau_{0,o} &= \frac{wL}{2A_w} \cdot \frac{(EI)_{al} - 2E_p I_p}{(EI)_{al}} \\ M_{p,o} &= \frac{wL^2}{16} \\ M_{w,o} &= \frac{wL^2}{8} \cdot \frac{E_w I_w}{(EI)_o} \\ y_o &= \frac{5wL^4}{768 E_p I_p} \\ r_o &= \frac{wL^3 h}{48 (EI)_o} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (75.2)$$

ここに示した図は合成ばりの挙動の一例にすぎないが、これらの図から次のようなことが分かる。

- (1) 弦材の軸力および腹材のせん断応力度は  $\rho_s$  の値が大きくなる程増大し、弦材の曲げモーメントおよびはりのたわみは  $\rho_s$  の値が小さくなる程増大する。しかし、腹材の曲げモーメントおよび弦材と腹材との間のずれ量が最大となるときの  $\rho_s$  の値は  $\kappa_s$  の値によって異なり、 $\kappa_s=0.5$  の場合には  $\rho_s$  の値はほゞ 1.6 である。
- (2)  $\rho_s = \infty$  の場合には、はり中央部における弦材の曲げモーメントおよびたわみは、式(75)で表される基準値の  $2E_p I_p / (EI)_{all}$  倍となり、腹材の曲げモーメントは基準値の  $(EI)_p / (EI)_{all}$  倍となる。

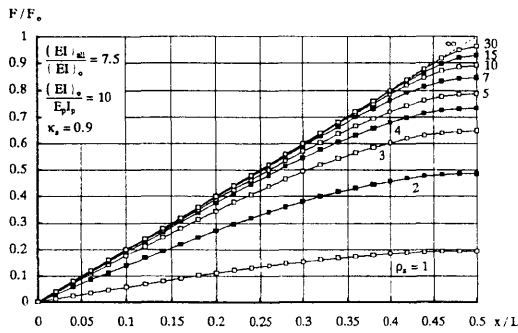


図-13.1 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.9$ )  
(中央集中荷重時)

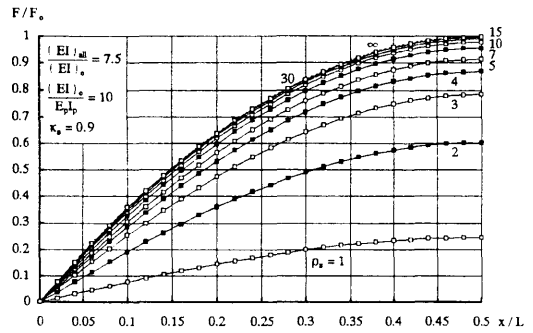


図-13.2 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.9$ )  
(等分布荷重時)

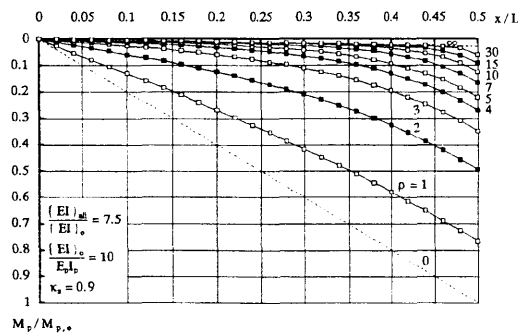


図-14.1 弦材の曲げモーメント分布  
(中央集中荷重時)

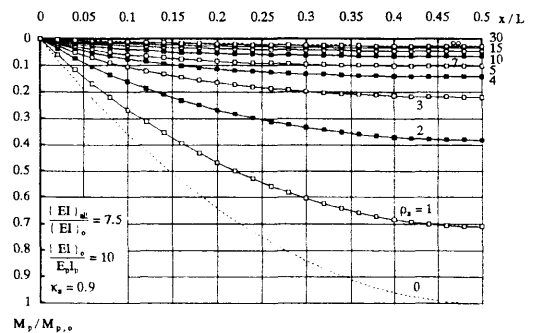


図-14.2 弦材の曲げモーメント分布  
(等分布荷重時)

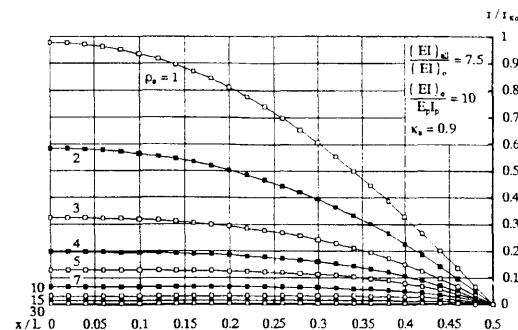


図-15.1 ずれ量分布 (中央集中荷重時)

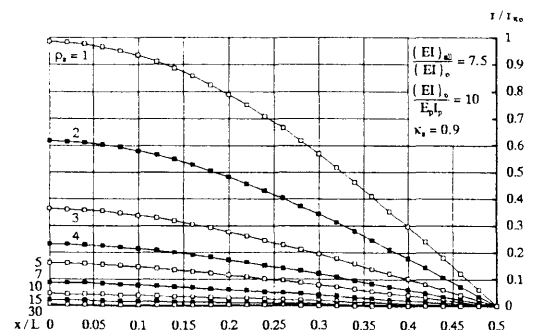


図-15.2 ずれ量分布 (等分布荷重時)



このような合成ばりの各パラメータの値は、弦材・腹材の材料および接合状況、断面の形状・寸法、はりのスパン等によって大きく変動する。

いま、腹材のせん断変形の影響が大きい  $\kappa_s=0.9$  の場合および弦材との間のずれ変形の影響が大きい  $\kappa_s=0.1$  の場合について、断面の曲げ剛性比  $(EI)_c/E_p I_p=10$  および  $(EI)_{all}/(EI)_c=7.5$  の合成ばりの中央集中荷重時および等分布荷重時における弦材の軸力分布を示したのが図-13および図-16、弦材の曲げモーメント分布を示したのが図-14および図-17、弦材と腹材との間のずれ量分布を示したのが図-15および図-18である。

図-13、図-16および図-6から、弦材の軸力の大きさは  $\rho_s$  の増加と共に増大し、 $\kappa_s$  の値が大

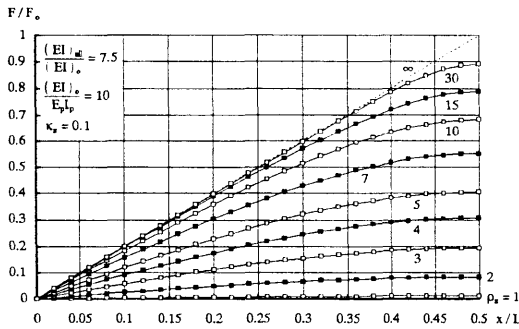


図-16.1 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.1$ )  
(中央集中荷重時)

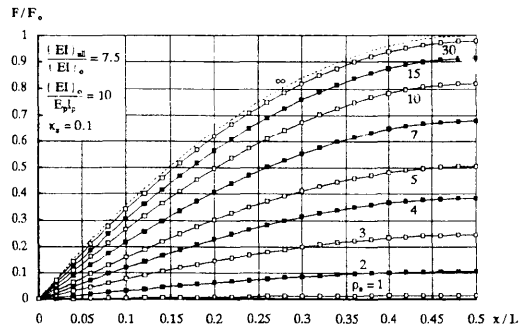


図-16.2 弦材の軸力分布 ( $\kappa_s=0.1$ )  
(等分布荷重時)

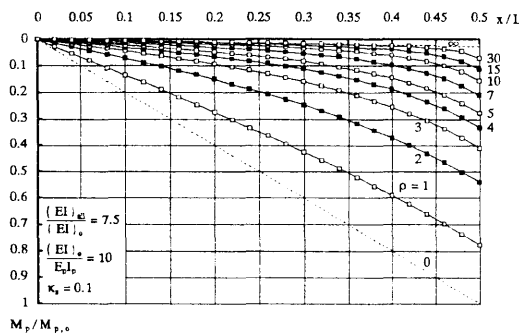


図-17.1 弦材の曲げモーメント分布  
(中央集中荷重時)

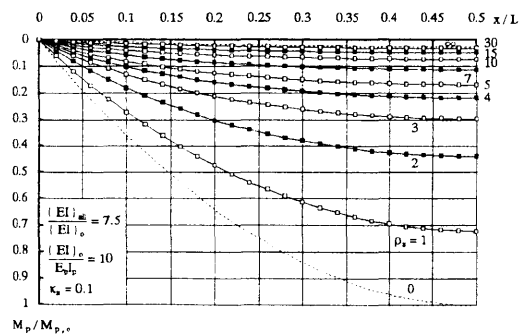


図-17.2 弦材の曲げモーメント分布  
(等分布荷重時)

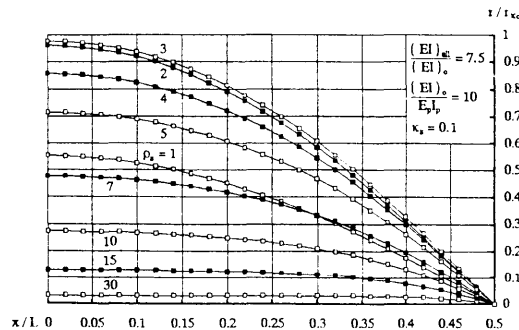


図-18.1 ずれ量分布 (中央集中荷重時)

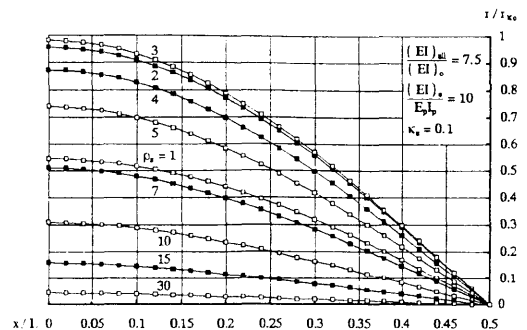


図-18.2 ずれ量分布 (等分布荷重時)

きくなる程、急激に弦材と腹材との間のずれおよび腹材のせん断変形が生じない場合の値に近づくことが分かる。

この傾向は、他の応力や変形についても同じである。

最後に、図-19に示すような、弦材を米松、腹材を構造用合板とし、CN65の釘を用いて接合したスパン $L=360$  cmの木造合成ばりについて、弦材がその中心位置で腹材と接合されていると考えて各パラメータの値を算定すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{(EI)_o}{E_p I_p} &= 10.7 & \frac{(EI)_{all}}{(EI)_o} &= 6.6 \\ \kappa_s &= 0.12 & \rho_s &= 6.4 \end{aligned}$$

なお、各パラメータの値の算定にあたっては、  
 $E_p=100000$  kgf/cm<sup>2</sup>、 $E_w=60000$  kgf/cm<sup>2</sup>、 $G_w=4000$  kgf/cm<sup>2</sup>とし、釘一本当たりのずれ剛性は55 kgf/mmとした<sup>2)</sup>。

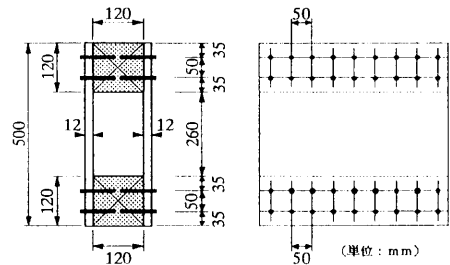


図-19 木造合成ばりの断面  
形状・寸法の一例

#### 4 むすび

弦材と腹材との間のずれおよび腹材のせん断変形を

同時に考慮した合成ばりの弾性挙動に関する理論解析を行った結果、次の結論が得られた。

- (1) 弦材と腹材との間のずれ変形と腹材のせん断変形は、合成ばりの挙動に同じような影響を及ぼす。
- (2) 等価せん断剛性係数を定義することによって、ずれ変形によって生ずる影響を腹材の見かけのせん断剛性の低下として取り扱うことができる。
- (3) 等価ずれ剛性係数を定義することによって、せん断変形によって生ずる影響を見かけのずれ剛性の低下として取り扱うことができる。
- (4) 等価せん断剛性係数を用いた場合には、弦材と腹材との間のずれ変形および腹材のせん断変形が生じる合成ばりの弾性挙動は、等価せん断剛性係数 $\kappa_s$ 、断面の曲げ剛性比 $(EI)_o/E_p I_p$ 、 $(EI)_{all}/(EI)_o$ および、腹材のせん断剛性 $G_w A_w$ ・曲げ剛性 $E_w I_w$ およびスパン $L$ で表される $\rho_s$ の4つのパラメータで表すことができる。

#### 参考文献

- 1) 後藤一雄：曲げ剛性の大きい弦材をせん断変形の伴う機構で結び付けた合成ばりについて（中央集中荷重の場合）－エキスパンデッド材に関する研究－、日本建築学会論文報告集、第63号、pp.557～560、1959.10
- 2) 日本建築学会：木構造計算規準・同解説 1988.11
- 3) 松本芳紀、山田孝一郎、上嶋賢治：鋼板補強木造ばりの挙動に関する理論的研究、その1 鋼板補強木造ばりの弾性挙動、日本建築学会構造系論文報告集、第430号、pp.19～29、1991.12
- 4) 松本芳紀、山田孝一郎：鋼板補強木造ばりの挙動に関する理論的研究、その3 余長を有する鋼板補強木造ばりの弾性挙動、日本建築学会構造系論文報告集、第445号、pp.93～103、1993.3