

気泡流中の乱れの逆エネルギーカスケード構造*

(第2報, Euler-Lagrange モデルによる数値解析)

村井 祐一^{*1}, 北川 石英^{*2}, 宋 向群^{*3}
山本 富士夫^{*1}, 太田 淳一^{*1}Inverse Energy Cascade Structure of Turbulence in a Bubbly Flow
(2nd Report, Numerical Analysis using Eulerian-Lagrangian Model Equations)Yuichi MURAI, Atsuhide KITAGAWA, Xiang-Qun SONG,
Fujio YAMAMOTO and Junichi OHTA

The inverse energy cascade in bubbly flow is investigated by a numerical simulation using the Eulerian Lagrangian model in which the governing equations are formulated with emphasis on the translational motion of bubbles in non-uniform flow. This paper is concerned with the validation of the numerical model and various parametric dependency on the inverse cascade. The calculated results reveal that, 1) continuous growth of the spatial fluctuation scale in a bubble-induced flow is well predicted by the present numerical model and the results have a good analogy with the experimental results which are introduced in our first report, 2) the strong relationship between energy-decaying process and bubble-bubble distance interval identified also by the present analysis, 3) the slope of energy-decaying at high wavenumber region depends on the kinetic viscosity of liquid, and that at low wave number region depends on inuniformity of buoyancy distribution which changes due to the bubble motion.

Key Words: Multiphase Flow, Bubble, Turbulent Flow, Computational Fluid Dynamics

1. 序 論

気泡流中には、あたかも乱流のようにして、大小さまざまなスケールの流動が見受けられる。このうち、高周波の変動は、連続体としての流動の非線形性によるものだけでなく、離散的な気泡の浮力分布、気泡近傍の伴流、気泡界面の運動などによっても発生する。これらは疑似乱れ(Pseudo Turbulence)と呼ばれ、単相乱流の乱れとは本質的に異なる構造をもつ。特に、個々の気泡の上昇によって誘起された微視的な流動が、時間経過に伴って長波長の流動に成長する、いわゆる逆エネルギーカスケードは、気泡流を媒体とした工業装置の性能の安定性を阻害するものであり、そのメカニズムの包括的な解明が望まれている。しかしながら、この現象は、二次元のDNS⁽¹⁾や著者らによる二次元数値解析⁽²⁾でしか調査されておらず、実際の設計情報として必要な三次元流動時の解析がなされていない。著者らは第1報⁽³⁾において、これに関するPIV実験を行い、気泡サイズと気泡間距離の間の波数帯域

において、液相の運動エネルギーが波数に対し $-5/3$ 乗則よりはるかに急なこう配で減衰することを検知するなど、気泡流中の逆エネルギーカスケード構造の一部を確認した。本報では、著者らによる既報の数値解析手法⁽²⁾を三次元に発展させ、Euler-Lagrangeモデルによる気泡流中の三次元乱れの構造をシミュレートし、第1報で示した実験結果の数値予測を試みるとともに、エネルギースペクトルを決定する支配因子について明らかにすることを目的とする。

また、本研究の遂行に当たっては、もう一つの視点を置いている。すなわち、混相流の数値解析法の開発研究においては、構築されたさまざまな数理モデルが、どの程度の空間分解能を有するかが明らかにされていないという問題がある。例えば、二流体モデルで代表されるEuler-Eulerモデル⁽⁴⁾⁽⁵⁾では、気液二相ともに所定の検査体積で平均化された物理量のみを扱い、Euler-Lagrangeモデルでは液相のみ平均化方程式が用いられる。しかし、検査体積内の乱流相関項には、高精度のモデルが整備されておらず、多くの場合でその項は零と仮定される。また、気泡流に対するLESの試みもなされているが⁽⁶⁾⁽⁷⁾、気液間相互作用に関する普遍性の高いSubgrid Scaleモデリングの提案はなされていない。気泡流におけるマクロなポイド率分布

* 原稿受付 1998年6月19日。

*¹ 正員, 福井大学工学部(☎910-8507 福井市文京3-9-1)。*² 学生員, 福井大学大学院。*³ 福井大学大学院。

E-mail: murai@fv.mech.fukui-u.ac.jp

を予測する場合には、このような平均化モデルでも比較的よく実験結果を再現するようであるが^{34,35)}、液相の乱れのエネルギースペクトルの予測性能については調べられていない。著者らは既報²⁾で、Euler-LagrangeモデルにおけるSubgridレベルの気液間相互作用を扱うことができるよう、局所ボイド率の新しい計算手法(TD法)を開発したことを述べた。本研究では、TD法を併用したEuler-Lagrangeモデルが、液相のエネルギースペクトルをどの程度予測できるかを検証することをもう一つの狙いとしている。

以上の結果、(1)本数値計算手法は、第1報で示した実験結果を再現するなど、気泡流中の逆エネルギーカスケードを妥当に予測することができる、(2)気泡間距離の波数より高波数領域のエネルギースペクトルのこう配は、液体動粘度により変動する、(3)気泡間距離よりも低波数領域では、気泡分布の構造化により弱い逆エネルギーカスケードが生ずる、ということが明らかとなった。本報では、これら一連の数値解析結果により得られた知見を報告する。

2. 数値解析手法

現状の気泡流の計算手法では、計算負荷の増加や、気液密度差に起因する数値安定性等の問題により、数千の気泡群からなる気泡流を三次元空間で直接数値計算(DNS)することは困難である。また二流体モデルをはじめとするEuler & Eulerモデルでは、個々の気泡の座標を扱わないため、第1報³⁾で議論したような気泡間距離よりも短波長の乱れの構造は計算されない。例えばDruzhinin and Elghobashi³⁶⁾は、気泡を含む乱流場におけるエネルギースペクトルを二流体モデル、すなわちTwo Fluid Formulationにより解析しているが、気相を連続相として扱うことが妥当な条件として、格子サイズを、乱流場の最小流動波長であるコルモゴロフスケールは無論、気泡径および気泡間距離のいずれよりも大きく設定する必要がある。微視的な流動を解析することができない。本研究では、個々の気泡の座標・速度・体積をすべて計算機内で記憶して追跡することにより、気泡分布と液相流動の関係を高精度に解析することが可能なEuler-Lagrangeモデルを用いる。これにより、上昇気泡流中の乱れの三次元構造と逆エネルギーカスケード構造を明らかにする。

2・1 支配方程式 気泡流のEuler-Lagrangeモデルでは、連続相である液相の質量保存と運動量保存はEuler形方程式で、分散相である気相の気泡座標、気泡体積および気泡並進速度はLagrange形方程式で

表記される。ここでは、支配方程式の構築に当たり、以下の仮定が用いられる。

(1) Euler形方程式で記述される各種保存則は、気泡よりも大きい体積の格子による体積平均量を変数とする。したがって、格子体積よりも小さなスケールの現象、すなわち気泡界面近傍の流れ、気泡どうしの接近による流動の干渉は考慮されない。

(2) 気泡の合体・分裂頻度は小さく、これを無視する。本研究では系の平均ボイド率は5%以下である。

(3) 気泡内ガスは不凝縮性ガスとし、また気泡界面を介する物質の拡散はない。すなわち、個々の気泡内ガスの質量は不変である。

(4) 流れ場は等温である。

これより、以下の支配方程式が成り立つ。

・液相の質量保存方程式：

$$\frac{\partial f_L \rho_L}{\partial t} + \nabla \cdot f_L \rho_L \mathbf{u}_L = 0, \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 f_L は液相体積率、 \mathbf{u}_L は液相流速ベクトル、 ρ_L は液相密度であり、それぞれ格子体積による平均量である。

・気泡流の運動量保存方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_L \rho_L \mathbf{u}_L}{\partial t} + \nabla \cdot (f_L \rho_L \mathbf{u}_L \mathbf{u}_L) \\ & + \frac{\partial f_G \rho_G \mathbf{u}_G}{\partial t} + \nabla \cdot (f_G \rho_G \mathbf{u}_G \mathbf{u}_G) \\ & = -\nabla p - (f_L \rho_L + f_G \rho_G) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{LL} + \mathbf{F}_{GG}. \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 f_G は気相体積率、 \mathbf{u}_G は気相流速、 ρ_G は気相密度、 p は圧力、 \mathbf{g} は重力の加速度ベクトル、 \mathbf{F}_{LL} および \mathbf{F}_{GG} は液相内および気相内のせん断力で、連続相である液相のみに、

$$\mathbf{F}_{L,L} = \nabla \mu \left\{ \nabla \mathbf{u}_L + (\nabla \mathbf{u}_L)^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_L) \mathbf{I} \right\}, \dots \dots \dots (3)$$

が作用し、 $\mathbf{F}_{GG} = \mathbf{0}$ となる。 μ は気泡流中の実効粘性係数で、気相体積率 f_G と液相粘性係数 μ_L を用いて、次式で表される³⁷⁾。

$$\mu = (1 + f_G) \mu_L, \dots \dots \dots (4)$$

・気泡の並進運動方程式 気泡の並進運動方程式は、ラベル k の気泡の重心点の並進速度に関して、慣性力 \mathbf{F}_i 、付加慣性力 \mathbf{F}_{ai} 、圧力こう配力 \mathbf{F}_p 、表面粘性応力 \mathbf{F}_v 、抗力 \mathbf{F}_d 、揚力 \mathbf{F}_l 、重力 \mathbf{F}_g 、履歴力 \mathbf{F}_h の均衡により記述される。

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_h = \mathbf{0}. \dots \dots \dots (5)$$

各作用力を、気泡体積 V_G 、気泡半径 r_G 、付加質量係数 β 、抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L で表すと、以下の

ように与えられる。

$$F_i = -\frac{d}{dt}(\rho_{Gk} V_{Gk} u_{Gk}), \dots\dots\dots (6)$$

$$F_{ai} = -\frac{d}{dt}(\beta \rho_L V_{Gk} u_{Gk}) + \frac{D}{Dt}(\beta \rho_L V_{Gk} u_L), \dots\dots\dots (7)$$

$$F_p = -V_{Gk} \nabla p, \dots\dots\dots (8)$$

$$F_v = V_{Gk} \mu \left\{ \nabla^2 u_L + \frac{1}{3}(\nabla \cdot u_L) \right\}, \dots\dots\dots (9)$$

$$F_d = -\frac{1}{2} \rho_L \pi r_{Gk}^2 C_D |u_{Gk} - u_L| (u_{Gk} - u_L), \dots\dots (10)$$

$$F_L = -C_L \rho_L V_{Gk} (u_{Gk} - u_L) \times (\nabla \times u_L), \dots\dots (11)$$

$$F_g = -\rho_{Gk} V_{Gk} g. \dots\dots\dots (12)$$

ここで、式(10)の抗力係数 C_D は、液体の純度で依存するため⁽¹¹⁾、実験結果により与えるものとする。また式(11)の揚力は、回転を有する非粘性流場において妥当な Auton の理論式⁽¹²⁾であり、 $C_L=1/2$ とする。また、気泡の履歴力については、液体の純度に大きく影響する⁽¹³⁾など、いまだよく解明されていない。しかし少なくとも固体粒子のそれよりも弱く、また全体の作用力成分に比べて小さいことから、ここでは $F_h = 0$ を仮定する。

2.2 計算手法 全体の方程式系の数値解法には、本モデルに対して拡張された HSMAC 法⁽⁸⁾を用いる。また、すべての移流項に対しては、格子サイズに近い分解能で不連続分布を表現しうる三次元 CIP 法⁽¹⁰⁾を用いる。さらに、局所ボイド率の計算手法には、Euler-Lagrange モデルにおける数値疑似乱れの発生を防止するため、TD 法を採用する。TD 法を用いると、格子内の気泡の座標が局所ボイド率の値に反映され、分散相の運動の連続相の流動に与える影響が時空間微分可能な連続関数として算出される⁽²⁾。これらによる計算手順は、以下のとおりである。

- (1) 気泡の並進運動方程式(5)~(12)より、個々の気泡の並進速度ベクトル u_G を求める。
- (2) 気泡の重心位置ベクトル x_G を、 u_G の時間積分により求める。
- (3) 気相体積率(ボイド率)分布を TD 法により求める。
- (4) 気泡流の運動量保存方程式(2)より、液相フラックスの予測値 f_{Lu}^* を求める。
- (5) 液相の質量保存方程式(1)より、液相体積率 f_L を求める。
- (6) 体積率誤差 $\varepsilon = f_L + f_G - 1$ の分布を求める。
- (7) HSMAC 法に従い、次式で圧力修正値 p' を求める。ただし Δt および $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は、差分時間刻み幅、および三次元格子座標の間隔である。

$$p' = \frac{\varepsilon}{2\Delta t^2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)}. \dots\dots\dots (13)$$

(8) 液相フラックスを次式により修正し、手順(5)に戻り、 ε が許容誤差範囲内になるまで反復する。 ε が収束した場合、手順(1)より次時刻の計算に入る。

$$f_{Lu} = f_{Lu}^* - \Delta t \nabla p'. \dots\dots\dots (14)$$

なお気泡どうしが三次元的に重なる確率は平均ボイド率の二乗に比例して小さく、本研究では散乱モデルを課すなどの特別な処理を加えない。

3. 実験結果との比較

本章では、気泡流中の三次元逆エネルギーカスケード構造を明らかにするとともに、本数値解析手法の空間分解能を検証するため、第1報⁽³⁾で報告した実験と同じ流動をシミュレートする。境界条件、初期条件および気泡の抗力係数は、以下のようにして与える。

3.1 境界条件・初期条件 表1に計算条件の詳細を示す。計算領域は一辺の長さが $L=0.10$ m の立方体であり、その6面の境界条件には、すべて周期境界条件を課す。なお本数値解析手法では、液相について格子体積平均化された方程式系を用いるため、格子

Table 1 Numerical & experimental condition

| | | |
|---|------------------------------------|---------|
| Computational Conditions | | |
| Computational Domain = 0.10m×0.10m×0.10m | | |
| Max. Number of Bubble in the Domain = 3426 | | |
| Grid Division Number = 48×48×48 | | |
| Time Integration Step = 0.001 sec. | | |
| Simulation Period = 5.000 sec. | | |
| Liquid Phase Conditions | | |
| Density | 960 kg/m ³ | |
| Kinematic Viscosity | 10 ⁻⁶ m ² /s | |
| Temperature of Liquid Phase | 15 deg.C. | |
| Gas Phase Conditions | CASE2 | CASE4 |
| Average Void Fraction | 0.612 % | 0.913 % |
| Average Bubble Radius | 0.64 mm | 0.86 mm |
| Std. Dev. of Bub. Rad. | 0.10 mm | 0.13 mm |
| Terminal Velocity of single bubble (m/s) | | |
| • Measured Value | 0.108 | 0.148 |
| • Predicted Value | 0.108 | 0.148 |
| Average Bubble Rising Velocity (m/s) | | |
| • Measured Value | 0.109 | 0.146 |
| • Predicted Value | 0.107 | 0.144 |
| Slope of Energy Cascade | | |
| • Measured Value | -3±0.3 | -3±0.3 |
| • Predicted Value | -3±0.3 | -3±0.3 |

間隔を気泡直径よりも小さくすることができない。この条件を満足するように、格子分割数は $48^3=110\,592$ 点、格子間隔は 2.08 mm に設定する。

初期条件は、無重力環境下で液体が静止し、気泡がランダムに分散して静止する状態とする。時刻 $t=0$ s 以後、系全体に重力加速度 $g=9.81\text{ m/s}^2$ を付加し、気泡に浮力を与え上昇させる。なお、全面周期境界であるため時間発展中、数値誤差の蓄積により流動が不安定となることがある。そのため、ディリクレ条件の代替条件として、計算領域の平均液相流速をつねに零になるよう調節する。

3.2 気泡の抗力係数について 本研究のように、気泡運動において抗力が支配的な場合の気泡流を扱う場合、式(5)で定式化されたさまざまな作用力のうち、特に抗力を正確に与える必要がある。しかし、実験結果との比較を行う場合、気泡の抗力係数に、従来まで数々報告されているような、不純物を含まない場合での理論解を用いることはできない。これは周知のように、気泡の抗力係数が、液体中の不純物濃度と気液界面の電気化学的物性に対して敏感に変動するためである。

そこで、本研究で扱う気泡レイノルズ数の範囲の抗力係数については、気泡の終端速度の実験計測結果から直接求めることとした。表2に、今回の計測結果と他の抗力係数の理論式ならびに実験補間式を併せて示す。今回の結果は、不純物を含まない系の Moore の

理論式に近い。これは、使用した液体が十分に汙過され、かつ、不純物が界面に集積しにくい性質のためと考えられる。本計算では、表2に示した抗力係数の計測結果が、Stokes の抗力係数(表2中の*1)と剛体球の標準補間抗力係数(表2中の*6)の間にあることから、両者の内挿率をレイノルズ数の関数とし、これにより、実験結果と同じ抗力係数をプログラムで再現した。表1中には、本手法により得た静止液体中の単一気泡の終端速度と実験計測値の比較を示す。有効数字3けたでよい一致が確認される。

3.3 気泡上昇に伴う液体流の駆動機構 表1の CASE 4 の条件で計算された流動の時間発展の様子を図1に示す。初期においては、個々の気泡の近傍にダブレット状の液相の流れが誘起される。時間経過とともにこの微視的流動が長波長化し、鉛直方向に長い流れの構造を形成する。液相の運動エネルギーが増強され続けると、せん断力により流動が不安定化し、水平方向流れが発生するようになる。 $t=5.0$ s 以降では、気液間相互作用が均衡し、流れの構造は不変となる。

3.4 エネルギースペクトルの時間発展 図2に、CASE 4 の条件の計算結果から得られた液相のエネルギースペクトルの時間発展の様子を示す。初期($t < 0.03$ s)では全波数域でエネルギーが増幅するが、所定の時間経過後($t > 0.03$ s)では、高波数側での増幅が停止し、低波数側のエネルギーだけが增加する。すなわち、気泡の浮力によって与えられた流動は、高波数であるほど消散し、低波数であるほど成長する。続いて、低波数領域のエネルギースペクトルは、ある時刻($t=3.0$ s)で最大値をとり、その後、減少して準定常状態となる。これは CASE 4 の場合、 $t=3.0$ s において成長した液相中の流動が気泡運動に影響を与え始め、気泡に水平方向の揺動を与えるなどして気泡群が分散化するためである。この結果、浮力分布が一様化され、液相が効果的に駆動されなくなる。

また、エネルギースペクトルには、波数の指数的増加に対して一定のエネルギー減衰こう配が見受けられる。この場合、波数 k が $\ln(k)=5.0$ 以上では、 $-8/3$ から $-10/3$ のこう配が確認され、この値は第1報の実験結果とよく一致する。 $\ln(k)=5.0$ 以下の波数領域ではこう配が約 $-5/3$ となり、それよりさらに低波数側ではより穏やかとなる。この条件では、気泡間距離の波数が $\ln(k_i)=5.02$ と算出されるため、第1報で推論したように、こう配の変曲点となる臨界波数は、気泡間距離によって決定されるということが出来る。また、表1に示すように CASE 2 でも同様なエネルギースペクトルの減衰こう配が得られ、実験と計算の間で

Table 2 Measured drag coefficient of bubble

| | CASE 1 | CASE 2 | CASE 3 | CASE 4 | CASE 5 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| Reynolds Number Re | 11.9 | 13.8 | 18.4 | 25.4 | 28.4 |
| Measured Drag Coeff. | 1.61 | 1.43 | 1.47 | 1.03 | 0.92 |
| Stokes Law or Hadamard's Drag Coeff. *1 | 1.35 | 1.16 | 0.87 | 0.63 | 0.56 |
| Moore's Drag Coeff. *2 | 1.45 | 1.41 | 1.27 | 1.06 | 0.99 |
| Mei's Drag Coeff. *3 | 2.16 | 1.91 | 1.52 | 1.18 | 1.08 |
| Tomiyama's Drag Coeff. *4 | 2.45 | 2.28 | 1.83 | 1.50 | 1.40 |
| Levich's Drag Coeff. *5 | 4.04 | 3.48 | 2.61 | 1.89 | 1.69 |
| Standard Solid Drag Coeff. *6 | 3.68 | 3.42 | 2.75 | 2.25 | 2.11 |
| *1: $Cd=16/Re$, *2: $Cd=(48/Re)(1-2.21/\sqrt{Re})$ *3: $Cd=(24/Re)(2/3+1/A)$, $A=12/Re+0.75(1+3.315/\sqrt{Re})$ *4: $Cd=(16/Re)(1+0.15 Re^{0.007})$ *5: $Cd=48/Re$, *6: $Cd=(24/Re)(1+0.15 Re^{0.007})$ | | | | | |
| Detailed Info. → see References 10, 12 | | | | | |

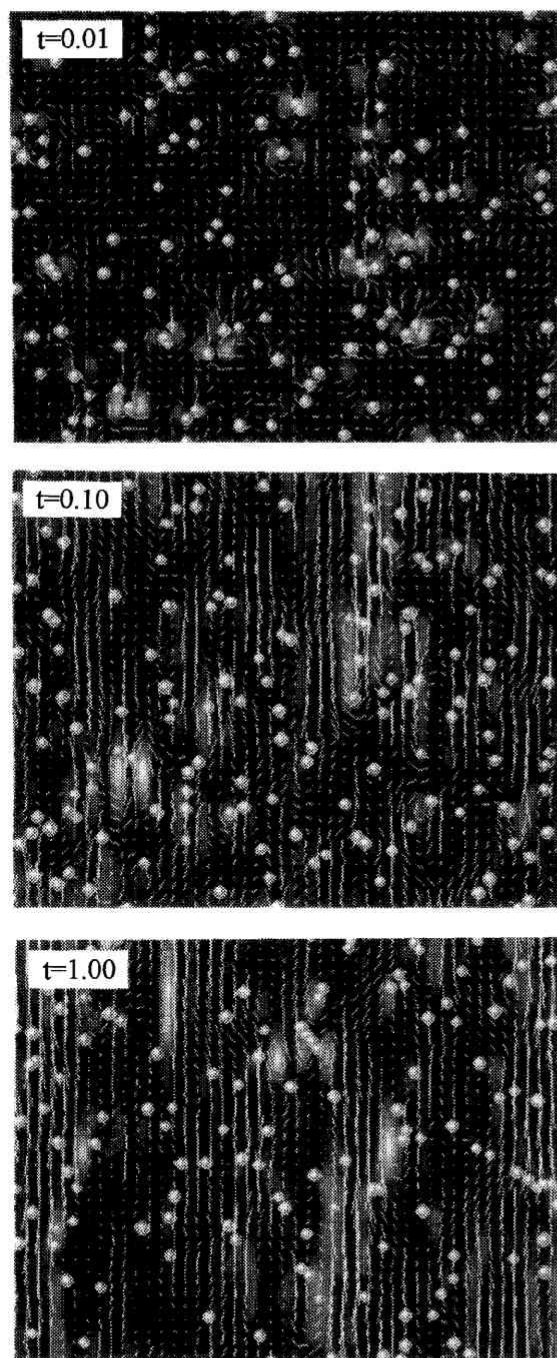


Fig. 1 Time evolution of two-phase flow structure (circle: bubble, vector: liquid Velocity, gray level: enstrophy i. e. $|\nabla \times u_L|^2$)

良好に一致することが確認された。

4. 支配因子の分析

前節までに、気泡レイノルズ数 30 以下、平均ボイド率が 1.1% 以下の条件において、Euler-Lagrange モデルによる本計算手法が実験結果を妥当に再現することを示した。本章では、流動条件を変更して、気泡流

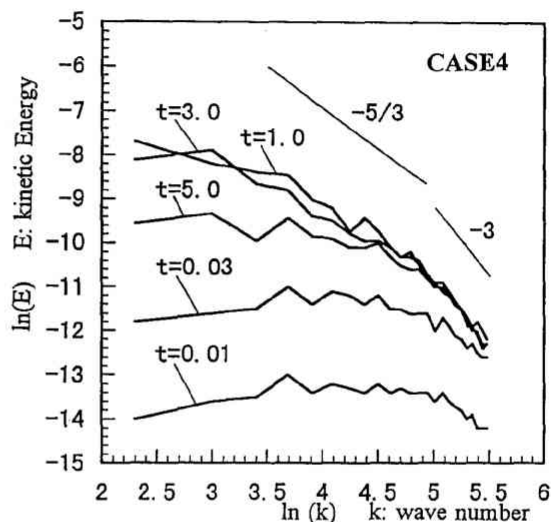


Fig. 2 Time evolution of energy spectra

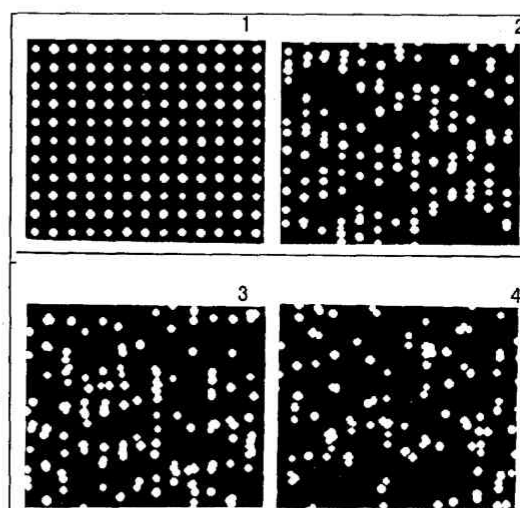


Fig. 3 Independence of initial bubble configuration on inverse energy cascade

中の逆エネルギーカスケードの流動メカニズムのパラメータ依存性を明らかにする。

4・1 初期気泡配置の依存性 計算開始直後の初期段階において誘起される局所的な液体の流れの構造は、個々の気泡の初期配置に影響を受ける。しかし、所定の時間が経過し、気泡と液体の間の双方向相互作用が平衡状態となると、二相流動構造は準定常流となり、その構造は気泡の初期配置に関係しなくなる。図 3 に、気泡の初期配置を等間隔の格子配置とした場合における、気泡分布の時間発展を示す。格子配置は時間経過により崩壊し、気泡の相対運動形態に依存したある分布構造に収束する。この分布構造については、4・3 節および 4・4 節で述べる。

4・2 平均気泡間距離と臨界波数 著者らの第 1

報と本論文の3・4節でも述べたように、気泡流中の液相のエネルギースペクトルに大きなこう配の変化が見られる波数、すなわち臨界波数は、気泡間距離と深く関係する。ここでは、平均気泡間距離の大きく異なる3種類の解析を行った。平均気泡間距離は、領域の体積 V を気泡数 N で分割したときの立方体の一辺の長さで評価した。図4は、表3に示す条件のもとで得られたエネルギースペクトルである。この結果から、次のことがわかる。

(1) 気泡数の減少 [図4の(a)→(c)] に伴い高波数側のエネルギーが急激に低下し、波数の増加に対するエネルギー減衰こう配が急しゅんとなる。

(2) 気泡間距離の波数(表3の k_b) 近傍でのエネルギースペクトルのこう配は、 $-5/3 \sim -7/3$ の間にあり、大きな差異は見られない。すなわちエネルギー減衰こう配が急しゅんとなる波数領域は、気泡間距離の波数より高波数側である。

(3) 図4より推定される臨界波数(表3に付記)は、気泡間距離の波数に近い。すなわち気泡間距離の異なる三つの例から、エネルギースペクトルの臨界波数は気泡間距離の波数に符号することが確認される。

4・3 気泡間距離より長波長の流動構造 液体流動場のエネルギースペクトルは、気泡間距離よりも低波

数側で高いエネルギーをもち、かつ波数増加に対する減衰こう配が緩やかとなる。低波数領域におけるこのような流動特性については、次のように考察される。まず、気泡流中の浮力分布の非一様性を、空間スケールで分類すると、次の2種類の要因がある。

- (1) 分散相であるゆへの浮力分布の離散性
- (2) 連続体としての浮力分布の非一様性

(1)は気泡間距離のスケールの流動を誘起し、(2)は、それよりも巨視的なスケールの流動を誘起する。例えば Euler-Euler モデルでは、体積平均化により基礎方程式が二相ともに連続変数で記述されるため、(2)のみが計算されることとなる。4・2節では、得られたエネルギースペクトルを(1)の事象に着目して議論を進めたが、低波数領域では(2)に起因する流れが支配的となる。図5は、条件CASE4における $t=5.0$ s 時の気泡分布 [(a)], 空間平均化フィルタを課した浮力分布 [(b)] を示す。図5(b)より、気泡間距離よりも長波長のスケールの浮力分布の粗密構造の存在が確認される。この粗密構造は臨界波数より低波数側での逆エネルギーカスケードをもたらすと考えられるが、その強さは気泡運動特性により変化する。次節では、臨界波数よりも低波数の流動構造と気泡の運動特性の関連を調べる。

4・4 気泡の運動特性と浮力の粗密構造 浮力分布の粗密構造の形態は、気泡の運動特性により変化する。ここでは表4に示すように、液体動粘度を変化させた場合の二相流動構造を調べる。表4中で a_0 は、気液間相対速度をもたない場合の流動構造を知るために行われた仮想的条件である。気泡分布の粗密構造を評価する一つの指標として、次式によって定義される一様率⁽²⁾を用いる。

Table 3 Critical wavenumber

| Detailed Condition is the same as CASE4 (Bubble Radius=0.86mm, $\nu=10 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$) | | | |
|---|-------------------|--------------------------|------------------------------|
| In Fig. 4 | Bubble Number N | Void Fract. α [%] | Bubble's Interval $\ln(k_b)$ |
| (a) | 3426 | 0.913 | 5.02 |
| (b) | 685 | 0.183 | 4.48 |
| (c) | 171 | 0.046 | 4.02 |

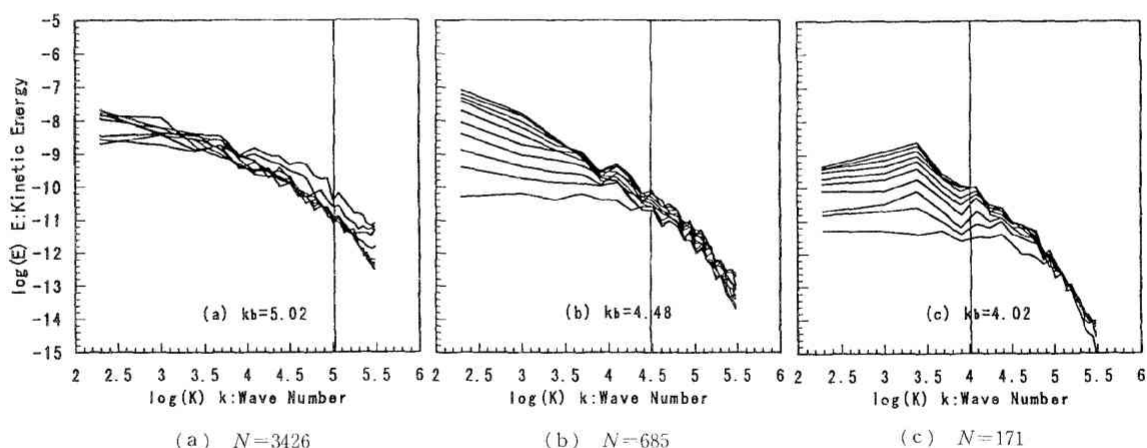


Fig. 4 Energy spectra of liquid phase by different number of bubble

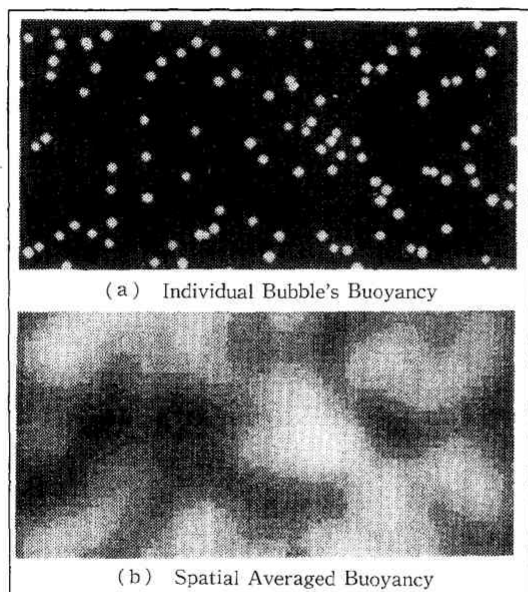


Fig. 5 Non-uniform buoyancy source to generate macroscopic, flow fluctuation (CASE 4) (Low-pass filtered void fraction at $t=5.0$ s)

$$\eta = \frac{1}{N} \sum |X_i - X_j|_{j \neq i, \min} \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{(L_x L_y L_z / N)^{1/3}}$$

ここで L_x, L_y, L_z は検査空間の各一辺の長さ, N は検査空間内に存在する気泡数, X は気泡重心座標の位置ベクトルである。すなわち各気泡の近接気泡までの最短距離を気泡数全体で平均し, 完全に一様分布する場合の距離で除した量である。 $\eta=0.5$ のときは気泡がランダム配置, $\eta>0.5$ のときは拡散的な分布状態, $\eta<0.5$ のときは相互に集積した分布状態を表す。

図6に, 表4のa~cの条件における一様率 η の時間変化を示す。初期にほぼランダムに配置された気泡は, 時刻 $t=0.5$ s までの期間で集積化が起こり, それ以降は動粘度に依存した異なる分布状態に推移することがわかる。初期の集積化の原因は, 個々の気泡の近傍に誘起される液体流れに依存するものであるのに対して(図1参照), $t=2.0$ s, すなわち気液間干渉がほぼ平衡状態となる時刻において動粘度の小さいほど一様率が低下する理由は, 次のように説明される。すなわち, 動粘度が大きい場合は, 気液間相対速度が抑制され, 気泡群はほぼ液相流速分布に従って移流する。したがって気泡の粗密構造は現れず, むしろ液相中の高波数変動により拡散傾向となる。逆に, 動粘度が小さい場合は, 大きな気液間相対速度が許されるために, 液相中の高 Enstrophy 領域⁽⁵⁾ すなわち回転運動が卓越する領域に, その圧力こう配力で気泡が集積す

Table 4 Influence of viscosity

| Average Void Fraction =0.91396 | | | | | |
|-------------------------------------|---|-------------|--------|-------|-------|
| Other conditions are same as CASE 4 | | | | | |
| Calculated at $t=2.0$ s | | | | | |
| No | $\nu \times 10^{-6}$ m ² /s | Re | η | Ez/E | Slope |
| a | 10.0 | 25.4 | 0.58 | 0.947 | -3.3 |
| b | 5.0 | 75.3 | 0.49 | 0.899 | -2.9 |
| c | 2.5 | 197.1 | 0.30 | 0.893 | -2.2 |
| a ₀ | 10.0 | 0 Forced | 0.50 | 0.767 | -4.1 |

Ez/E: Vertical Component Ratio of Kinetic Energy, Slope: Inverse Energy Cascade Slope

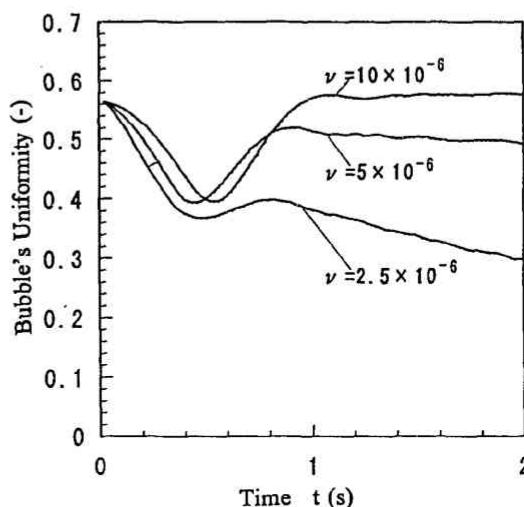


Fig. 6 Time evolution of bubble's uniformity in different kinematic viscosity

る。

4.5 液相流れの非等方性 表4の E_z/E は, 液相流速3成分によって算出される計算領域の全運動エネルギー E に対する, 鉛直方向成分の運動エネルギー E_z の比である。乱れが等方的であれば $E_z/E=1/3$ となるが, 気泡流中におけるそれは気泡によって誘起される流れが鉛直方向に卓越するため $1/3$ よりはるかに大きい。表4の結果では動粘度の減少が流れ場をわずかに等方的にさせることが示されているが, 平均ボイド率の増加および気泡径の減少も同じ効果をもたらすことが確認された。このことを4.4節の結果に対応させると, 気泡レイノルズ数が大きい場合, 気泡の粗密構造が顕在化することにより, 鉛直方向流れが増強されるといえる。

4.6 エネルギースペクトルの動粘度依存性 図7に表4のa~cの条件の, 時刻 $t=2.0$ s におけるエネルギースペクトルの比較を示す。図7より, 動粘度が

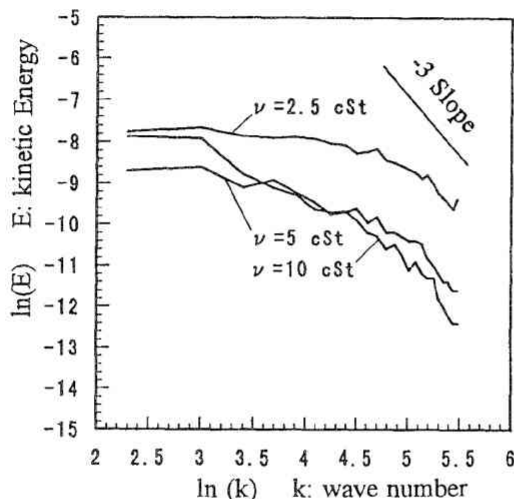


Fig. 7 Energy spectra of bubbly flow in different kinetic viscosity

大きいほど全体のエネルギーレベルが減少することがわかる。また表4のSlopeは、気泡間距離に対応する波数 $\ln(k_b)=5.01$ 以上で最小二乗法によって検出されたエネルギースペクトルのこう配値である。気泡流中の逆エネルギーカスケードは、単相乱流カスケードのような普遍性のないことが確認される。つまり、この現象は、気泡運動自体や気泡と気泡の間で起こる液体の運動量拡散に依存していることを表す。

5. 結 論

第1報では、気泡流中の逆エネルギーカスケードに関するPIV計測を行い、気泡間距離よりも短波長の領域のエネルギースペクトルに、一定の減衰こう配が検知されることを報告した。本報では、そのこう配の値およびその有効範囲が、流動条件によってどのように変化するかを調査するため、Euler-Lagrangeモデルを用いた三次元数値解析を実行した。この結果、気泡が球形であり、気泡界面からの渦放出のない条件において、以下のことが明らかとなった。

(1) Euler-Lagrangeモデルを用いた三次元数値

解析により、著者らの第1報で示したような、気泡流中の逆エネルギーカスケード構造は妥当に予測される。この現象が発生する波数領域は、気泡のサイズや乱流のコルモゴロフスケールに比べはるかに低波数側であるゆえ、気泡サイズよりも大きな格子によって平均化されたモデルでも、妥当な結果が得られる。

(2) エネルギースペクトルに一定のこう配を見せる波数領域の最低波数(臨界波数)は、気泡間距離により決定する。また、そのこう配は液体の動粘度により異なる。すなわち、気泡間距離よりも短波長の乱れは、粘性散逸により消滅する。

(3) 気泡間距離よりも長波長の流動は、気泡運動に依存した浮力分布の粗密構造により誘起される。この粗密構造は、気泡流中に弱い逆エネルギーカスケードをもたらす。

本研究は、著者の一人が、文部省科学研究費補助金[基盤研究C-2, No. 10650166, 奨励研究A, No. 10750121]の助成を受けて行われた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Esmaeeli, A. and Tryggvason, G., *J. Fluid Mech.*, **314** (1996), 315-330.
- (2) 村井祐一・ほか3名, 機論, **64**-626, B(1998), 3257-3263.
- (3) 村井祐一・ほか5名, 機論, **65**-632, B(1999), 1339-1346.
- (4) 富山明男・ほか5名, 機論, **60**-580, B(1994), 9-14.
- (5) Druzhinin, O. A. and Elghobashi, S., *Phys. Fluids*, **10**-3 (1998), 685-697.
- (6) 二瓶泰雄・灘岡和夫・八木宏, 土木学会水工学論文集, **38** (1994), 577-584.
- (7) 杉山和靖・松本洋一郎, 第11回数値流体力学シンポジウム講義集, (1997), 177-178.
- (8) 村井祐一・松本洋一郎, 機論, **63**-611, B(1997), 17-22.
- (9) Batchelor, G. K., *An Introduction to Fluid Dynamics*, (1967), 254-255, C. U. Press.
- (10) Takewaki, H. and Yabe, T., *J. Comput. Phys.*, **70**(1987), 355-362.
- (11) 富山明男・片岡勲・坂口忠司, 機論, **61**-587, B(1995), 1-8.
- (12) Auton, T. R., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **197**(1988), 241-252.
- (13) 高木周・松本洋一郎, 混相流, **10**-3(1996), 264-273.