

平均球面光度決定の一方法

池 尻 忠 夫

A Method of Calculating the Mean Spherical Candle-power

Tadao IKEJIRI

The study on the present subject has been carried out by several researchers, and various methods such as Raussaw Diagram, Russel Angle and etc. are well known. But the diagram method is generally used as standard, and the measuring of the distributed flux is commonly made by the use of bench photometer. Fixing a point between the test lamp and the standard one, where the flux densities are made equal, and thus determining each distance, we can calculate the mean spherical candle-power by inverse square law, using the planimeter and other instruments.

But in this paper, the author tried to introduce the new method to estimate the mean spherical candle-power. This method depends only upon the ratio of distances on whose condition the flux density between the test lamp and the standard one is balanced. It is superior to the conventional one in the point of accuracy of the diagram and in being easier to make it.

1. 緒 言

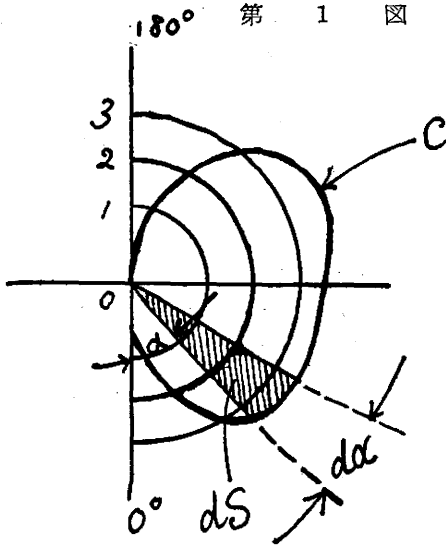
現在我々が使用している電灯の燭光あるいはこれから出る光束は如何なる方法にて測定されているか。これを大別して見れば、先づ配光測定⁽¹⁾⁽²⁾及び光束計によるものに分類される。前者は1. 平均鉛直配光によるもの、2. 非対称配光の等燭図によるもの、3. ある平面上の照度分布によるものに別れる。この内平均鉛直配光によるものは線図法にルーソー線図法、清山氏法等があり、角度法にはラッセル角、山内角、ツイクラ法等があり、係数法には球帯係数法及びこれに属する関定規等がある。一般にこれらの方法が用いられているが線図法によるものが最も基準として使用されているようである。以上の配光測定の場合は長型光度計を用いてその平衡したときの距離を読み逆自乗法則によつて総ての必要な方向の光度を計算し、後に上記の諸方法により面積計その他を利用して求めている。

然るにこゝに詳述する方法は距離の比のみによる線図法にして最後に特殊の器具を使用して途中の手数を省き、しかも確度を大にして逆自乗法則も一挙に解決をはからんとするものである。

本文においては新しい線図法を述べ且つ線図の与える結果を逆自乗法則により考察し、更に線図を基礎とする近似計算式を誘導し、なお器具の使用法に言及した。本稿に関しては著者の限られた範囲内の文献しか得られなかつたのであるいはその不備の点あるを恐れる。斯界諸賢の御教正を頂ければ幸である。

2. 光束又は平均球面光度の決定法

第1図は光束又は球面光度を決定するこの方法の原理を示す。1, 2, 3等の目盛を有する正半



円の半径の比は同じく 1 : 2 : 3 に取る。鉛直角 θ について測光をなし試験灯及び比較灯と光度計頭部までの距離を $d_{a\theta}$, $d_{b\theta}$, としその比を k_θ とすれば

$$k_\theta = d_{a\theta}/d_{b\theta} \dots\dots\dots (1)$$

線図の角度 α は次式で与えられる。

$$\alpha = \pi/2 (1 - \cos\theta) \dots\dots\dots (2)$$

(2) 式を満足するような α 上に k_θ を極座標に取り之等の点をつらねて曲線 C を描く。しかるときは曲線の包む面積 S_0 は光源の全光束又平均球面光度に正比例する。即ち

$$S_0 = \int_0^\pi 1/2 k_\theta^2 d\alpha = \int_0^\pi 1/2 (d_{a\theta}/d_{b\theta})^2 d\alpha$$

$$= \int_0^\pi \pi/4 I_\theta/I_c \sin\theta d\theta = 1/8 I_c \int_0^{4\pi} I_\theta d\omega = 1/8 I_c F_0 \dots\dots\dots (3)$$

但し $I_\theta = I_c (d_{a\theta}/d_{b\theta})^2 d\alpha = \frac{\pi}{2} \sin\theta d\theta$, $d\omega = 2\pi \sin\theta d\theta$, $F_0 = \int_0^{4\pi} I_\theta d\omega \dots (4)$

ここに I_c は比較灯の既知光度, ω は θ の含む立体角, F_0 は試験灯の全光束, 従つて (3) 式より全光束 F_0 は

$$F_0 = 8 I_c S_0 \dots\dots\dots (5)$$

しかるに又 (3) 式より極座標で表わしてできた閉曲線に囲まれた部分の面積 S_0 は次の如く書き換えることができる。

$$S_0 = \int_0^{2\pi} 1/2 k_\theta^2 d\alpha = \int_0^{2\pi} 1/2 k_\theta'^2 W dt = \frac{\pi}{T} \int_0^T k_\theta'^2 dt \dots\dots\dots (6)$$

今 $K = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T k_\theta'^2 dt}$ なる式で k_θ' なる電流による実効値を K とすると S_0 の値は k_θ' なる電流の実効値の πK^2 で決定できる。即ち面積計を使用せずに k_θ' を直交軸にとつてその波型の実効値を取ればよいことになる。この $8 I_c$ 倍である。 I_c の目盛を適当にとれば簡単に決定できる。従つて面積計を使用しても実効値を求めてもどちらの方法を取つてもよい。故に平均球面光度は全光束の全立体角密度であるからこれを I_0 とすれば

$$I_0 = F_0/4\pi = 2/\pi \cdot I_c S_0 = 2 I_c K^2 \dots\dots\dots (7)$$

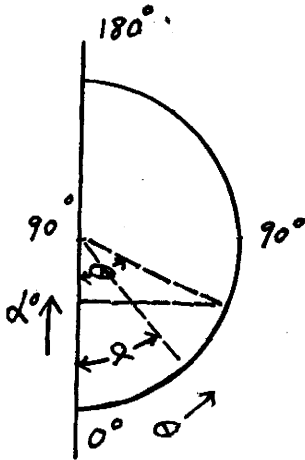
光束の場合と同様 (7) 式により平均球面光度を求めることができる。上半球, 下半球については線図の $\alpha = \theta = 90^\circ$ 以上及び以下の曲線の面積を S_+ , S_- とすれば次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} F_+ &= 8 I_c S_+ & F_- &= 8 I_c S_- \\ I_+ &= \frac{4}{\pi} I_c S_+ & I_- &= \frac{4}{\pi} I_c S_- \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

さて前記の諸式を考察するに平均球面光度に相当する光度計の距離を d_a , d_b とすれば $k_0 = d_a/d_b$ となりこれを半径とする半円の面積は $\pi/2 k_0^2$ となりこれは線図上の S_0 に等しい。従つて両式は

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= 4\pi I_c \frac{2}{\pi} S_0 = 4\pi I_c k_0^2 = 4\pi I_c \left(\frac{d_a}{d_b}\right)^2 \\ I_0 &= I_c \frac{2}{\pi} S_0 = I_c k_0^2 = I_c \left(\frac{d_a}{d_b}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

第 2 図



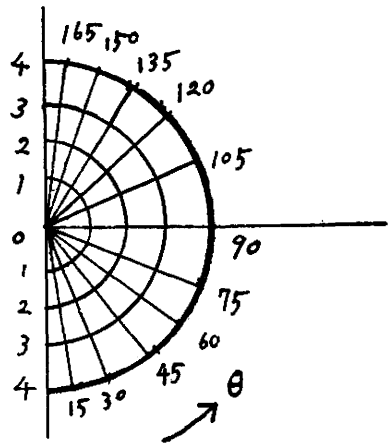
となりその結果は直に逆自乗法則を示している。即ち 4π は全立体角, $2/\pi S_0$ は円の半径の平方で距離の自乗比を示している。次に作図上の必要なる α と θ の関係は勿論 (2) 式により計算できるがこれを作用法によつても決定できる。第2図はこれを示すもので正半円の円周には分度器と同様に又直径上にも平均目盛で、 180° に目盛り θ を円弧上に取り α を直径上に取れば θ の目盛上より直径に下した垂線の指す α 尺度の目盛は (2) 式の与えるものに等しい。又逆に α の目盛に立てた垂線が円周上に指す目盛は即ち α に対する θ の値である。又 (2) 式を4倍すれば θ の含む立体

角になる如く、同様にして α 尺度の4倍の読みは θ の含む立体角を与える。従つて第2図の如き目盛を第1図に予め目盛つておけば任意の測光角度に対して線図上の α 角度が自由に求められる。又鉛直角 10° 毎に測光したる場合の α の値は第1表の如く、これに対する線図のセクション紙は第3図の如くなる。図の各角度の比は光度を求める球帯係数值に正比例するもので、ある角度の分割が目盛の 0° 、及び 180° の近くで密なるは我等の

第 1 表

No	θ	α
1	0°	$0^\circ 00'$
2	15	3 04
3	30	12 03
4	45	26 22
5	60	45 00
6	75	66 42
7	90	90 00
8	105	113 18
9	120	135 00
10	135	153 38
11	150	167 57
12	165	176 56
13	180	180 00

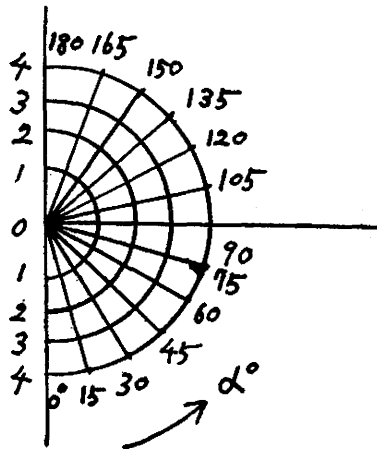
第 3 図



第 2 表

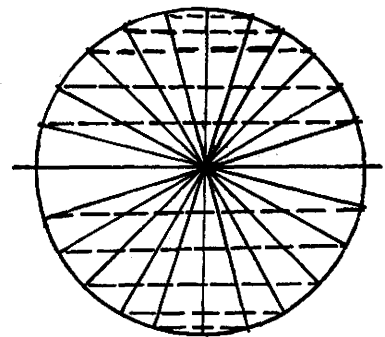
No	α	θ
1	0°	$0^\circ 00'$
2	15	33 33
3	30	48 12
4	45	60 00
5	60	70 33
6	75	80 24
7	90	90 00
8	105	99 36
9	120	109 27
10	135	120 00
11	150	131 48
12	165	146 27
13	180	180 00

第 4 図



使用している一般光源がこの近くで曲線の変化極めて大にして 90° 近くで緩慢なるため図のような分割は線図を正確に描

第 5 図



くに却つて都合がよい事になる。次に第4図の様に線図の角度を n 個に平等に分割したる方が作図上都合の良い場合にはこれに対する測光角度 θ は作図法によるか又は (2) 式に依り決定することができる。作図法では第2図の直径を垂直に n 等分する線が円弧上に指す目盛が即ち測光角度 θ を与えるものである。この場合測光角度に従つて測光する事は面倒であるため第5図を作製しこれを光

度計の鉛直角目盛板に添附すれば容易に且つ正確に目的を達し得る。

3. 近 似 計 算 式

次に線図を基礎とする近似計算式を求めて見る。第3図においてある鉛直角 θ について $\theta - \delta\theta = \theta_1$, $\theta + \delta\theta = \theta_2$, $\theta_2 - \theta_1 = 2\delta\theta$ とすれば、この $2\delta\theta$ 内の距離比、光度は不変として夫々 $k_0 = d_{a\theta}/d_{b\theta}$, I_0 とすれば(2)式より $\alpha_1 = \pi/2(1 - \cos\theta_1)$, $\alpha_2 = \pi/2(1 - \cos\theta_2)$

$$\alpha_a = \alpha_2 - \alpha_1 = \pi/2(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \pi \sin\delta\theta \sin\theta \dots\dots\dots (10)$$

線図の面積 S_0 は $S_0 = \Sigma 1/2 k_0^2 \alpha_a$

従つて全光束は

$$F_0 = 8 I_c S_0 = 4 I_c \Sigma k_0^2 \alpha_a \dots\dots\dots (11)$$

$$I_0 = 2/\pi I_c S_0 = I_c/\pi \Sigma k_0^2 \alpha_a \dots\dots\dots (12)$$

(11) 及び (12) 式により全光束及び球面光度の近似値の決定をなすことができる。ここに α_a は第3図において分割された角を示すものである。さて(11), (12)式を考察するに両式を変ずれば

$$F_0 = 8 I_c \Sigma \pi/2 (d_{a\theta}/d_{b\theta})^2 \sin \delta\theta \sin\theta = \Sigma I_0 4\pi \sin\delta\theta \sin\theta \dots\dots\dots (13)$$

$$I_0 = \Sigma I_c/\pi (d_{a\theta}/d_{b\theta})^2 \alpha_a = \Sigma I_0 \sin \delta\theta \sin\theta \dots\dots\dots (14)$$

即ち(11)(12)両式により計算せるものはその結果は(13)(14)の両式によつて決定したものと同一意義を有し換言すれば(11)(12)の両式は球帯係数法と一致するのである。次に第4図の如く n 等分された各角の間における曲線の動径を $k_{\theta 1}$, $k_{\theta 2}$...等としこれ等に対する距離比及び光度をそれぞれ d_{a1}/d_{b1} , d_{a2}/d_{b2} ... I_1 , I_2 ...とすれば、 S_0 の近似値は

$$S_0 = \pi/2n \sum_{k=1}^n k_{\theta K}^2 = \frac{K^2}{\pi}$$

従つて $F_0 = 8 I_c S_0 = 4\pi/n I_c \{ k_1^2 + k_2^2 + \dots\dots\dots \} = 8 I_c K^2/\pi \dots\dots\dots (15)$

$$I_0 = 2/\pi S_0 = 1/n I_c \{ k_1^2 + k_2^2 + \dots\dots\dots \} = 2/\pi \cdot K^2/\pi \dots\dots\dots (16)$$

即ち(15)(16)両式により全光束並びに球面光度を近似的に決定する事ができる。この両式を考察するため変化すれば次式の如くなる。

$$\begin{aligned} F_0 &= 4\pi/n \{ I_c k_1^2 + I_c k_2^2 + \dots\dots\dots \} = 4\pi/n \{ I_c (d_{a1}/d_{b1})^2 + I_c (d_{a2}/d_{b2})^2 + \dots\dots\dots \} \\ &= 4\pi/n \{ I_1 + I_2 + \dots\dots\dots \} = \{ F_1 + F_2 + \dots\dots\dots \} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0 &= 1/n I_c \{ k_1^2 + k_2^2 + \dots\dots\dots \} = 1/n \{ I_c (d_{a1}/d_{b1})^2 \\ &+ I_c (d_{a2}/d_{b2})^2 + \dots\dots\dots \} = 1/n \{ I_1 + I_2 + \dots\dots\dots \} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに F_1 , F_2 , ... は等立体角中の球帯光束で I_1 , I_2 ...はその光度であり算術的平均を示し(15), (16)の両式の与える結果はラッセル角法に一致することになる。

4. 配光の式が分つている場合

幾何学的簡単な図形の光源の如く配光の式が分つている場合は次のようにして求められる。即

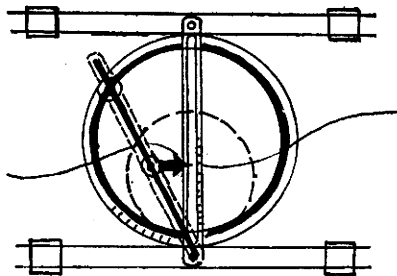
ち θ 方向の光度 $I(\theta)$ が θ の函数として与えられているならば、(1)式において k_θ の θ による変化は一定の比較燈に対して定まつたある曲線を描く。若し比較燈の光度を換えたとすれば、比較燈の倍率で除した曲線上にある。故に光度 $I(\theta)$ が与えられている時は任意の一点の光度を測定し、除法を行う演算装置を使用することにより容易に行い得るのである。

$$(1) \text{式において } S_0 = \int_0^\pi 1/2k_\theta^2 d\alpha \quad k_\theta = d_{a\theta}/d_{b\theta}, \quad d_{a\theta} = f(I_\theta)$$

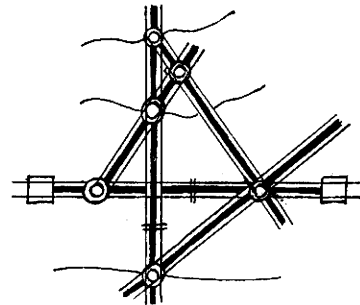
$$\therefore k_\theta = d_{a\theta}/d_{b\theta} = f(I_\theta)/d_{b\theta}, \quad \therefore k_\theta^2 = F(I_\theta)/c \quad \text{但し } d_{b\theta} = C \text{ とす}$$

故に S_0 は $F(I_\theta)$ より求められる。 k_θ を演算する装置は第6図及び第7図に示す。

第 6 図



第 7 図



5. 非対称配光の場合

この場合は、水平角を ϕ 、垂直角を θ とし光度を $I(\theta, \phi)$ とする時は、光束 F は

$$F = \int \int I(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \dots\dots\dots (19)$$

もし全光束 F_0 を求める時は

$$F_0 = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} I(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \dots\dots\dots (20)$$

これより判るように(2)式の関係は軸対称光源の場合にのみ用いられるものであるから次のように正弦等燭図、円等燭図、矩形等燭図等を用いて表わしている。

(イ) 正 弦 等 燭 図

$$x = \phi \sin\theta \quad \alpha = \pi/2 (1 - \cos\theta) \quad y = \theta \text{ より}$$

$$dx = d\phi \sin\theta \quad dy = d\theta \quad dS = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi = 2/\pi \cdot d\alpha \cdot d\phi$$

即ち微小面積 dS はそれに対応する立体角に比例する。従つて等燭図上の相等的 k_θ の帯の面積にその光度と定数とを乗じ全体について総和すれば全光束が求められる。これ等の演算並びに作図は対称配光の場合を参照すれば容易に得られる。

(ロ) 円等燭図、矩形等燭図

以上の場合も(イ)の場合とほゞ同様にして得られる。

6. 結 言

以上の距離の比のみによる線図法の作図並びに測光法を述べその結果を種々検討したものであ

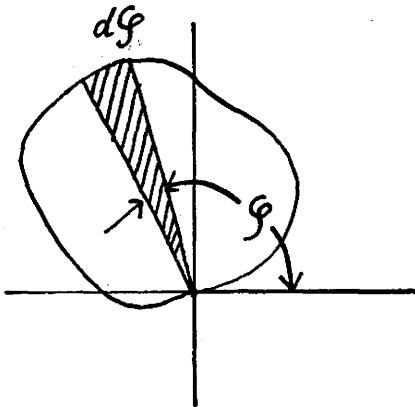
るが色々なセクション紙の利用に依り 極めて便利に行い得るものと思う。この線図法の特徴を列挙すると次の事が言える。

1. 計算が簡便となる。
2. 曲線は円滑になり線図を描くのに都合よく面積測定上便利である。
3. 誤差少く確度大である。
4. 面積計を使用しなくてもよい。
5. 特殊な機構を組合せて描画装置ができる。
6. (1) 式で示す如き曲線は I_0 に関係なければ如何なる光源の線図でも同一目盛の線図が使用され曲線を大きくすることができる。
7. 図表が多くなる欠点がある。
8. 非対称配光曲線の場合はそれ程便利にならない。

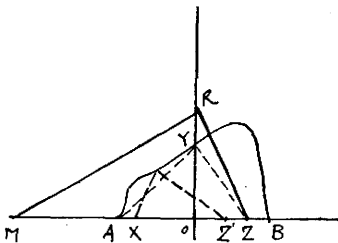
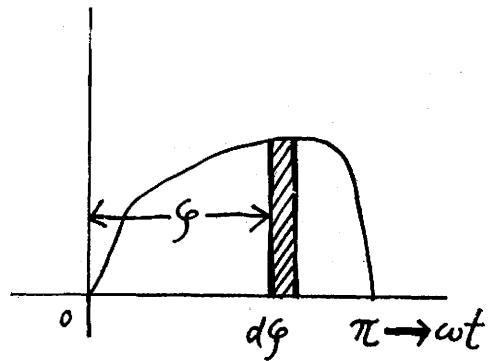
7. k'_0 の実効値の求め方³⁾

実効値の求め方は図式解によると便利である。第9図において0をABの中点とし、それに垂

第 8 図



第 9 図



線を引き波形を Y にて切る。次に基線 AB を等間隔に切る。今 m を任意の数にえらび 0 点より右方に m 単位だけとりその点を基線上にて Z とす。YZ ⊥ YX なる X 点を基線上に取れば $OX = OY^2/m$ となる。各切点に対応する OX の平均と Z とが OY 上にて AB を直角に張る時その点 R を求めれば OR は求めるものである。

文 献

- (1) 照明工学ポケットブック 第3章
- (2) 福田 豊 電灯及照明 中巻 P. 43
- (3) Kemp. Theory of alternating current wave forms. p. 9