

換気扇の振動解析

平松力* 古村義彰* 矢野澄雄*
中垣敬二** 長谷川健吾***

Vibration Analysis of Ventilating Fan

Tsutomu HIRAMATSU, Yoshiaki KOMURA, Sumio YANO,
Keiji NAKAGAKI and Kengo HASEGAWA

(Received Jan. 25, 1980)

The hydromatic machines, which are represented by blowers, ventilating fans, pumps etc., usually consist of moters and blades. They sometimes cause large amplitude of vibration, and then yield much dynamic stress on the roots of blades excited rotating unbalance forces, generated by sticked dirt on the blades, for example.

Most undesirable case of operation for these machines is to the resonance phenomena between the natural frequencies of system and exciting forces. Therefore it is necessary to provide for the calculated natural frequencies of them, so we tried to calculate them assumed the system consist of a mass and springs of supporting structure using the flexibility matrix method.

The results obtained from the calculation agree well with the measurements and then guidelines for design of these machines are required.

1 緒 言

送風機, ポンプ等のように電動機と羽根車で構成されている回転機械にアンバランスが付着し,

* 機械工学科

** 大学院生

*** 日立製作所

それが原因で振動，破壊を発生する場合がある。多くの場合はもともと設計的に構造物の全体もしくは一部分が，回転数そのものまたはその高調波の振動数にほぼ一致するような固有振動数を持ち，いわゆる共振状態で長時間使用した結果破損するという場合が多い。したがって，少々のアンバランスが生じて，簡単には破損しないよう系の固有振動数を設計しておく必要がある。構造物の固有振動数計算の方法が開発され，伝達マトリックス法⁽¹⁾⁽²⁾，有限要素法⁽³⁾，ビルディングブロック法⁽⁴⁾などがある。

本報告で取り上げた大型換気扇は比較的構造が簡単で，一次元的な要素が多いため可とう性マトリックス法⁽⁵⁾などを用い，羽根車や電動機の支持構造物のばね定数やそれらの固有振動数の計算プログラムを作成した。そして，計算結果と実験結果が比較的良好に一致することを確認した。

2 理 論

2・1 等価振動モデル

図1に示すような換気扇の振動を論ずる場合，理論解析を行ないやすくするため，実機をできるだけ単純化した等価な振動系モデルを設定する。このモデルの設定の良否によって，計算の成否が決まると言っても過言ではない。実機にあまり忠実なモデルを作ると，計算が非常に複雑になり実用的でなくなる。あまり単純にすると実機と等価とは言えなくなる。ここでは換気扇（系）全体としては羽根およびモータを集中質量，弯曲したアームを複数個のばねに置き換え，剛体を複数個のばねにより弾性支持した系に等価であるとする。このようにした等価振動系モデルとその座標系（羽根およびモータの主座標軸 X, Y, Z ，およびアームの主座標軸 x, y, z ，アームの傾き角 φ など）のとり方を図2に示す。

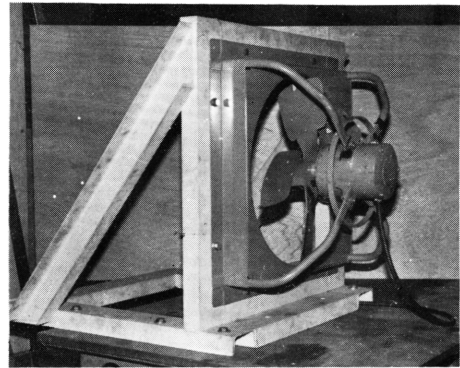


図1 換気扇

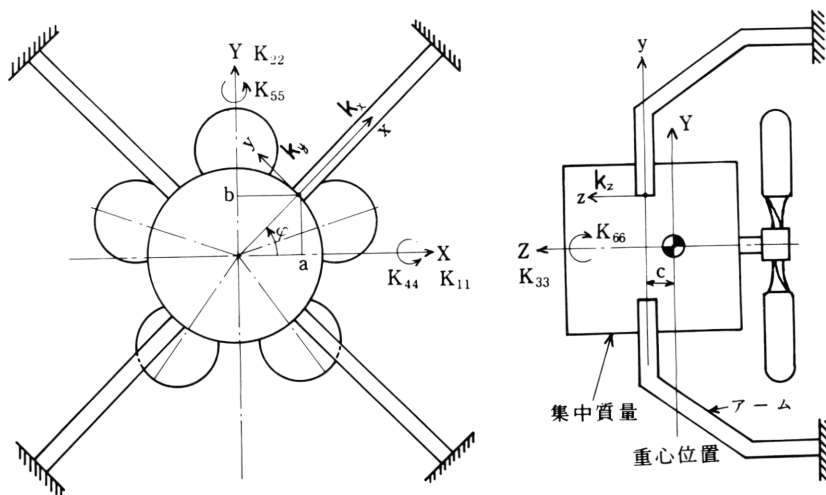


図2 等価振動モデルと主座標軸

2・2 固有振動数とモード

このモデルに対する固有値および固有ベクトルを求めるための固有値マトリックス〔 K_n 〕は

$$[K_n] = \begin{pmatrix} K_{11} - m\omega_n^2 & K_{12} & 0 & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} - m\omega_n^2 & 0 & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} - m\omega_n^2 & K_{34} & K_{35} & 0 \\ \text{sym} & & & K_{44} - J_x\omega_n^2 & K_{45} & K_{46} \\ & & & & K_{55} - J_y\omega_n^2 & K_{56} \\ & & & & & K_{66} - J_z\omega_n^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 X 、 Y 、 Z 軸方向の換気扇アームの直線ばね定数 K_{11} 、 K_{22} 、 K_{33} は、 k_x 、 k_y 、 k_z をアーム主軸 x 、 y 、 z 方向のばね定数とすれば、アームは4本あるので、それぞれ次のようになる⁽⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} K_{11} &= 4(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) \\ K_{22} &= 4(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) \\ K_{33} &= 4k_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

また、 X 、 Y 、 Z 軸まわりの回転ばね定数 K_{44} 、 K_{55} 、 K_{66} は、アームとモータの接合点の X 、 Y 、 Z 座標を a 、 b 、 c とすれば、それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{44} &= 4\{(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi)c^2 + k_y b^2\} \\ K_{55} &= 4\{(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi)c^2 + k_y a^2\} \\ K_{66} &= 4\{(k_x(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi) + k_y(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi) - 2(k_x - k_y)ab \sin \varphi \cos \varphi)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

さらに弾性相乗係数 K_{ij} ($i \neq j$)はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{12} &= \Sigma(k_x - k_y) \sin \varphi \cos \varphi \\ K_{14} &= -\Sigma(k_x - k_y) c \sin \varphi \cos \varphi \\ K_{15} &= 4(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) c \\ K_{16} &= \Sigma\{(k_x - k_y) a \sin \varphi \cos \varphi - (k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) b\} \\ K_{24} &= -4(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) c \\ K_{25} &= \Sigma(k_x - k_y) c \sin \varphi \cos \varphi \\ K_{26} &= \Sigma\{(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) a - (k_x - k_y) b \sin \varphi \cos \varphi\} \\ K_{34} &= \Sigma k_z b \\ K_{35} &= -\Sigma k_z a \\ K_{45} &= -\Sigma\{(k_x - k_y) c^2 \sin \varphi \cos \varphi + k_z ab\} \\ K_{46} &= \Sigma\{(k_x - k_y) bc \sin \varphi \cos \varphi - (k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) ca\} \\ K_{56} &= \Sigma\{(k_x - k_y) ac \sin \varphi \cos \varphi - (k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) bc\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 Σ は4本のアームについて加え合わせることを表わしている。

ここで $|K_n| = 0$ を満足する ω_n が固有角振動数となる。以上の計算を実行するためには、アームの直線ばね定数を求めなければならない。

2・3 アームのばね定数

任意形状のアームのばね定数を計算する方法としては、多段分割による伝達マトリックス法と、直管および一定曲率の曲管の接続系による可とう性マトリックス法がある。本報では可とう性マトリックス法によってモータ支持アームの直線ばね定数を求めることにする。そして、直管がいくら

長くても1つのスパンとし、曲管もいくつかの一定曲率および直管の接続系とみなして計算する。以下、可とう性マトリックス法の計算法について述べる。

いま任意形状のアーム（換気扇では一般にパイプが使用されるので以後配管と呼ぶ）ANのN端を固定し、A端に力 F_A を加えたときのA点の変位を D_A とすると、影響係数 C_A を用いて D_A は次のように表わせる。

$$D_A = C_A F_A \text{ ----- (5)}$$

ここで、 D_A は直線および回転の変位に、 F_A は力の各成分に分けられ、 C_A はそれらに関連して 6×6 の正方対称マトリックスになり、次のように表わせる。

$$D_A = \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix}, \quad F_A = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad C_A = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{16} \\ C_{21} & & & \cdot \\ C_{31} & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ C_{61} & C_{62} & & C_{66} \end{pmatrix}$$

配管A(BC...) Nはn個に分割された直管と曲管の組合せから成っているとす。 F_A がA点に作用すると、n分割された各スパンに力が伝達される。B点以下の l 点に伝達されて作用する力は、 l 点における座標系 (ξ_l, η_l, ζ_l) で定義される力 F_l に変換される。その変換則は、 l 点における変換マトリックス B_{lA} を用いて次式で表わされる。

$$F_l = B_{lA} F_A \text{ ----- (6)}$$

力 F_l によって l スパンのN端側を固定とし、A端側を自由とする片持配管としての変位 D_l を生ずる。この D_l は l スパンの影響係数 C_l を使って次式で表わされる。

$$D_l = C_l F_l \text{ ----- (7)}$$

変位 D_l をA点での変位 D_{lA} として表現するためには、 B_{lA} の転置マトリックスによって次の逆変換を行なえばよい。

$$D_{lA} = \tilde{B}_{lA} D_l \text{ ----- (8)}$$

式(2)(3)(4)から l スパンによるA点の変位 D_{lA} は次式となる。

$$D_{lA} = \tilde{B}_{lA} C_l B_{lA} F_A \text{ ----- (9)}$$

このようにして、各スパンからの変位をA点の変位に換算できるから、全変位 D_A は次のように表わせる。

$$D_A = \sum_{l=1}^n \tilde{B}_{lA} C_l B_{lA} F_A \text{ ----- (10)}$$

上式(10)は式(5)に対応するから、配管ANのA点における影響係数 C_A は次のように表わせる。

$$C_A = \sum_{l=1}^n \tilde{B}_{lA} C_l B_{lA} \text{ ----- (11)}$$

ここで B_{lA} について考えてみる。 B_{lA} はA点の座標系 (x, y, z) を l 点に平行移動した座標系 (x', y', z') に変換するためのマトリックス B_{lA} と座標系 (x', y', z') 系を l 点で回転移動した座標系 (ξ_l, η_l, ζ_l) に変換するためのマトリックス $B_{l'l'}$ に分けることができ、次のようになる。

$$B_{lA} = B_{l'l'} B_{l'A} = \begin{pmatrix} \textcircled{\theta}_l & 0 \\ 0 & \textcircled{\theta}_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Delta_l & 1 \end{pmatrix} \text{ ----- (12)}$$

ただし,

$$\Theta_i = \begin{pmatrix} \cos(\xi_i, x'_i), \cos(\xi_i, y'_i), \cos(\xi_i, z'_i) \\ \cos(\eta_i, x'_i), \cos(\eta_i, y'_i), \cos(\eta_i, z'_i) \\ \cos(\zeta_i, x'_i), \cos(\zeta_i, y'_i), \cos(\zeta_i, z'_i) \end{pmatrix}, \Delta_i = \begin{pmatrix} 0, z_i, -y_i \\ -z_i, 0, x_i \\ y_i, -x_i, 0 \end{pmatrix}$$

次に影響係数マトリックス C_i を示す。直管と曲管で影響係数マトリックスが異なるが、本報では直管だけで近似する。直管のねじれおよび圧縮を単純曲げに換算するために次の関係式を使用して、影響係数マトリックス C_i を求める。

$$EI_i/GJ_i = 1 + \nu, \quad EI_i/EA_i = k_{ri}^2$$

ただし、各値はすべて l スパンのもので、 E : 縦弾性係数, G : 横断性係数, I_i : 断面二次モーメント, J_i : 極慣性モーメント, A_i : 断面積, ν : ポアソン比

したがって、 C_i は l スパンの管長を l_i とすると、

$$C_i = \frac{1}{EI} \begin{pmatrix} l_i^3/3 & 0 & 0 & 0 & -l_i^2/2 & 0 \\ & l_i^3/3 & 0 & -l_i^2/2 & 0 & 0 \\ & & l_i k_{ri}^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & l_i & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & l_i & 0 \\ & & & & & (1+\nu)l_i \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

各スパンの影響係数 C_i と B_{iA} を式(1)に代入して、配管 AN 全体の影響係数 C_A が求められる。影響係数マトリックス C_A の逆マトリックス C_A^{-1} を求めて式(5)の両辺に前から掛けてやれば次式が求められる。 C_A^{-1} の各要素がばね定数となる。

$$F_A = C_A^{-1} D_A \dots\dots\dots (4)$$

本報告では、アームの主軸 x, y, z 方向のばね定数を k_x, k_y, k_z とし、その他の要素の影響は小さいので対角要素のみで代表させることにした。

2・4 羽根の固有振動数の計算

換気扇全体の振動数と羽根の固有振動数が一致すると共振状態を程し、羽根が疲労破壊するので羽根の固有振動数を求めておく必要がある。羽根車は 5 枚羽根であるが、それぞれを片持ばりとしてモデル化する。 i および $i + 1$ 断面におけるせん断力 S , 曲げモーメント M , 傾斜 φ , たわみ y の間の関係を次のような表記法⁽⁷⁾ で表わす。

$$\left. \begin{aligned} S_{i+1} &= S_i + m_i \omega^2 y_i \\ M_{i+1} &= M_i + S_{i+1} l_i \\ \varphi_{i+1} &= \varphi_i - S_{i+1} \alpha_{Si} - M_i \alpha_{Mi} \\ y_{i+1} &= y_i - \varphi_i l_i + S_{i+1} d_{Si} + M_i d_{Mi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 α, d は影響係数で次式で与えられる。 $\alpha_{Mi} = l_i/EI_i, \alpha_{Si} = d_{Mi} = l_i^2/2EI_i, d_{Si} = l_i^3/6EI_i$

片持ばりすなわち羽根が振動している場合、自由端を $i = 1$, 固定端を $i = n$ とした場合、 $S_1 = M_1 = 0, \varphi_1 = \varphi, y_1 = 1.0$ に対して $\varphi_n = y_n = 0$ となるような ω が固有角振動数となる。

3 プログラミングと数値計算

3・1 系全体の固有振動数とモード

アームの実形と数値計算のためのモデルを図3に示す。羽根およびモータを集中質量と考えたときの重量と各軸まわりの慣性モーメントは次のようである。

重量	$W = 14.7 \text{ kg}$
X軸まわりの慣性モーメント	$J_X = 1.496 \text{ kgcm}^2 \text{ s}^2$
Y	$J_Y = 1.496 \text{ "}$
Z	$J_Z = 0.357 \text{ "}$

系全体の固有振動数は既述の可とう性マトリックス法で計算した。図4にその計算のフローチャートを示す。

3・2 羽根の固有振動数

羽根1枚の実形と数値計算用のモデルを図5に示す。モデルの固有振動数の計算では、前節で述べた式(5)に、 $S_1 = M_1 = 0$, $\varphi_1 = \varphi$, $y_1 = 1.0$ を代入して φ_n , y_n を求めると次のような形の式(16)(17)が得られる。

$$\varphi_n(\omega) = a_1(\omega) + b_1(\omega)\varphi \text{ -----(16)}$$

$$y_n(\omega) = a_2(\omega) + b_2(\omega)\varphi \text{ -----(17)}$$

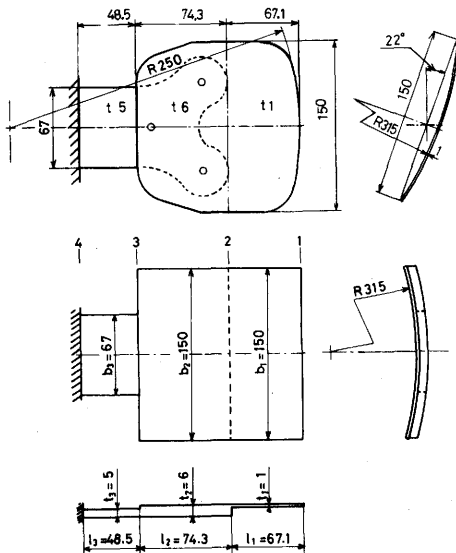


図5 羽根の実形と計算モデル

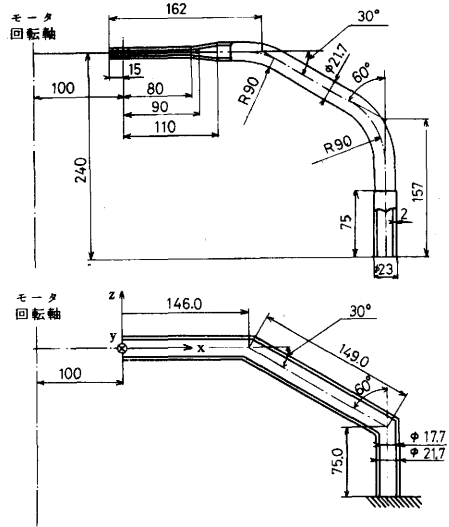


図3 アームの実形と計算モデル

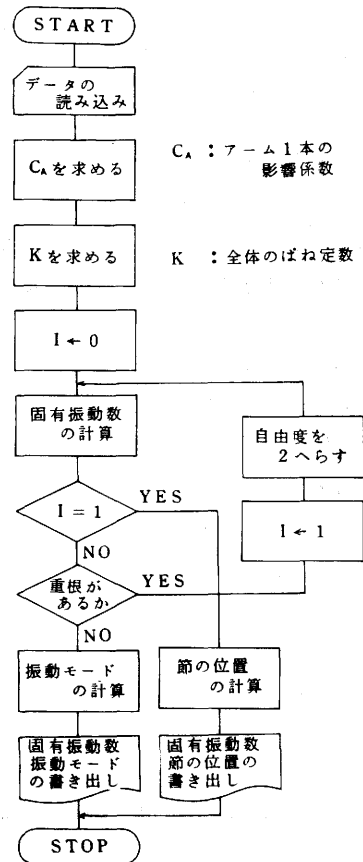


図4 系全体の振動数計算のフローチャート

ω が固有角振動数のときは $\varphi_n(\omega) = 0$,
 したがって $\varphi = -a_1(\omega)/b_1(\omega)$ となる。この φ を式(7)の $y_n(\omega)$ の式に代入すれば $y_n(\omega) = 0$ となるはずである。このように $y_n(\omega) = 0$ にするような ω を逐次計算して、固有角振動数 ω を求めるフローチャートを図6に示す。なお、図5に示した断面 i から、 $i + 1$ までの区間における質量は断面 i に集中しているものとし、断面1から3までの円弧断面区間の断面二次モーメント I_i は次式(8)で計算した。

$$I_i = 23 \times 10^{-1} t_i^{1.3} R^{-1.4} b_i^{4.1} + b_i t_i^3 / 12 \quad \text{----- (8)}$$

3・3 計算結果

本節で述べた計算で得られた結果を次に示す。

(a) 系全体の固有振動数およびモード

- X, Y 軸の並進, 回転の連成振動
- 1次 …… 40.0 Hz 2次 …… 61.4 Hz
- Z 軸の並進振動 26.3 Hz
- Z 軸の回転振動 109 Hz

なお、X, Y 軸の並進, 回転の連成振動のモードを図7に示す。

(b) 羽根の固有振動数

羽根のモータ軸方向並進振動

- 1次 …… 3.13 Hz
- 2次 …… 22.5 Hz
- 3次 …… 72.5 Hz

4 実験方法と実験結果

4・1 実験方法

対象物の振動モードを求めるために、インパルス試験による伝達関数の測定を行なう。加速度ピックアップを取り付けた対象物を、ロードセルのついたハンマで打撃し、加速度(出力)および力(入力)信号をチャージアンプで増幅し、データ解析装置(YHP5420A)に入力して、伝達関数または加速度のオートスペクトルなどを求める。

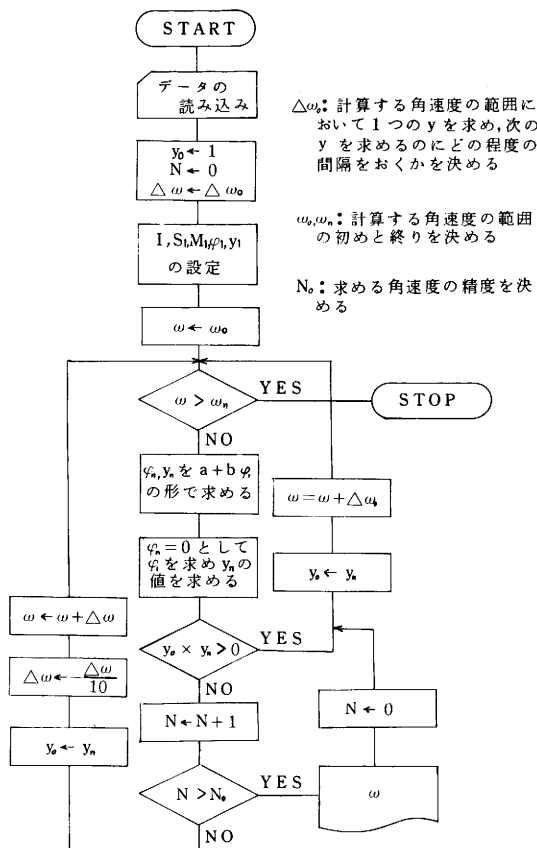


図6 羽根の固有振動数計算のフローチャート

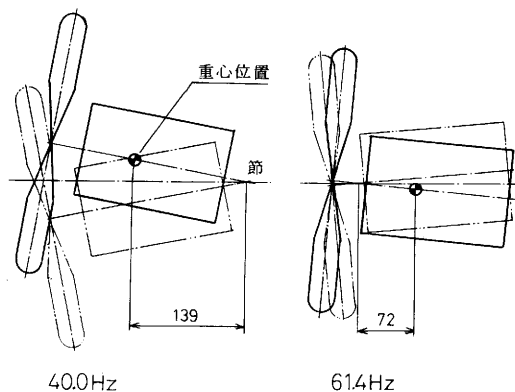


図7 系全体の連成振動モード(計算)

(a) 系全体の打撃実験

系全体の並進振動の計測では、系全体の重心に向けて主軸 X, Y, Z 方向にゴムハンマ（低周波振動を誘起しやすいように）で打撃し、その方向の加速度を検出してオートスペクトルを求め、それから固有振動数を決定する。

次に並進と回転の連成振動の計測法は、図 8 に示すように重心を外れた 2 点 A, B に矢印方向の加速度を検出するように 2 個の加速度ピックアップ（以後 P. U. と略記する）を取り付け、やはり重心を外れた位置をゴムハンマで打撃する。このときの P. U. 1 および P. U. 2 のオートスペクトルと伝達関数を求め、固有振動数と振動モードを決定する。

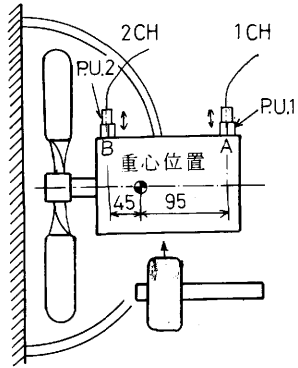


図 8 系の連成振動の計測法

(b) 羽根の打撃実験

羽根は主にモータの主軸方向に振動するものとし、打撃および加速度の検出方向はモータの主軸方向のみとする。マックスウェルの相反定理を使って、図 9 に示すように羽根番号(5)の×印位置に P. U. を固定し、打撃点位置を図の羽根位置 1~25 のように変えて、各点をロードセルのついたハンマで 10 回ずつ打撃して、固有振動数と振動モードを決定する。

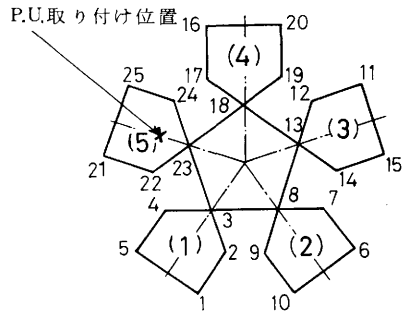


図 9 P. U. の位置と打撃点

4・2 実験結果

(a) 系全体の固有振動数およびモード

X, Y 方向の打撃実験では、次の固有振動数が得られた。

1 次 …… 38.3 Hz, 2 次 …… 72.7 Hz

その他 …… 107.8 Hz, 140 Hz

Z 方向の固有振動数

1 次 …… 50.0 Hz, 2 次 …… 107.8 Hz

次に並進と回転の連成振動は X, Y 方向については並進の固有振動数と同一であるが、Z 方向については並進のみであった。連成振動のモードを図 10 に示す。

(b) 羽根の固有振動数およびモード

羽根を打撃したときの伝達関数（10 回の平均値）の 1 例を図 11 に示す。図から顕著な固有振動数は 93.8 Hz のみであることがわかる。この振動数における振動モードの模型を図 12 に示す。

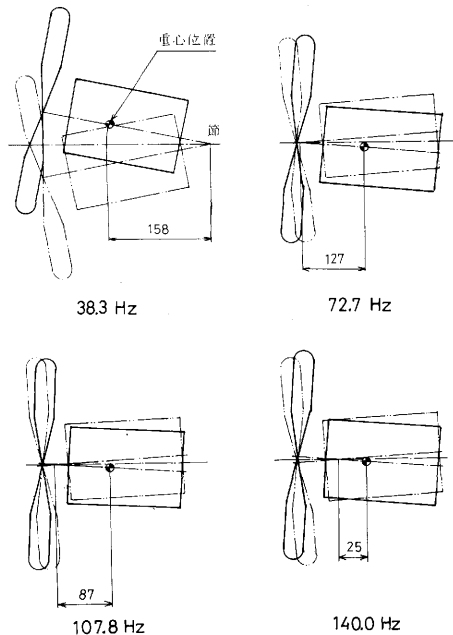


図 10 系全体の連成振動モード（実験）

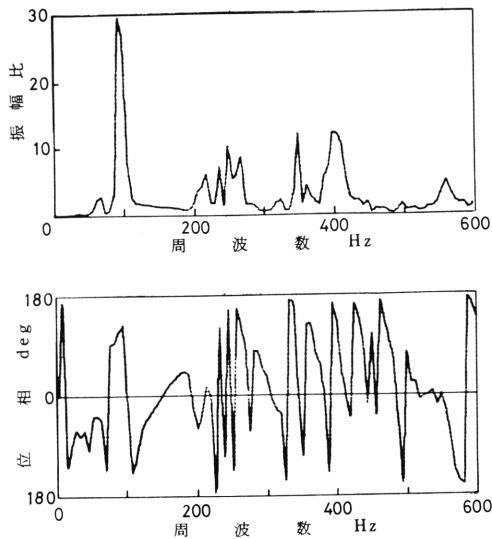


図11 打撃点1を打撃したときの伝達関数

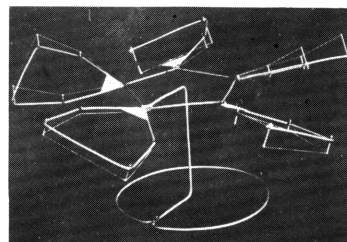


図12 換気扇羽根の振動モード(実験)

5 考 察

本節では、計算結果と実験結果について比較考察する。

5・1 系全体の固有振動数およびモードの比較

まず、換気扇支持アームの直線ばね定数および回転ばね定数についての比較を表1に示す。表からX、Y軸並進のばね定数はかなり近い値になっているが、Z軸並進、X、Y、Z軸回転のばね定数の計算値は、測定値に比べてかなり小さくなっている。これはアームをモデル化したときに補強材の影響などを無視したためと考えられる。

つぎに固有振動数とモードについての比較を表2に示す。X、Y軸の並進、回転の連成振動については、1次の固有振動数とモードがかなり良く一致しているが、2次については誤差が大きくなっている。この系において並進、回転とも1自由度とみなしたときの

表1 ばね定数の比較

	計算値	測定値
K ₁₁ kg/cm	1.39×10^3	1.60×10^3
K ₂₂ kg/cm	1.39×10^3	1.60×10^3
K ₃₃ kg/cm	4.08×10^3	1.90×10^3
K ₄₄ kgcm/rad	1.79×10^5	2.80×10^5
K ₅₅ kgcm/rad	1.79×10^5	2.80×10^5
K ₆₆ kgcm/rad	1.69×10^5	3.68×10^5

表2 系全体の固有振動数およびモード
(モードは重心から節までの距離で表わす)

		固有振動数(Hz)		誤差(%)	節までの距離(cm)		誤差(%)
		計算値	実験値		計算値	実験値	
X, Y軸の並進, 回転による連成振動	1次	40.0	38.3	4.44	13.9	15.8	12.0
	2次	61.4	72.7	15.5	-7.19	-12.7	43.4
	3次	—	107	—	—	-8.70	—
	4次	—	140	—	—	-2.50	—
Z軸の並進	1次	26.3	50.0	47.4			
	2次	—	108	—			
Z軸の回転		109	—	—			

固有振動数は、48.1、55.0 Hzとなる。連成振動に対して、1次の固有振動数には直線ばね定数K₁₁,

K_{22} , 2次の固有振動数には回転ばね定数 K_{44} , K_{55} が大きく影響するから, 2次の固有振動数の誤差には前記ばね定数の誤差がきいているのであろう。また実験において, 3次以上の固有振動数が現われたのは, 羽根などに連成要因があるためであらう。Z軸方向の固有振動数も両者の間にはかなりの差がみられる。これは前記同様な定数の違い, 羽根の連成による影響, さらに軸受部分の影響などが考えられる。

5・2 羽根の固有振動数の比較

羽根の固有振動数についての比較を表3に示す。実験では計算の3次と思われる固有振動数しか得られず, 誤差も大きかった。これは, 複雑な羽根の形状とねじれの影響を計算で簡略化しすぎたためと考えられ, 等価モデルの再検討が必要である。

表3 羽根の固有振動数

	計算値(H_z)	実験値(H_z)	誤差 (%)
1次	3.13	—	—
2次	22.5	—	—
3次	72.5	93.8	22.7

5・3 系の固有振動数とモータの回転数の関係

一般に系の固有振動数とモータの回転数またはその倍数とが一致することは好ましくない。そこで本報で研究した換気扇の固有振動数とそれらの間の関係を探

表4 モータの回転数と固有振動数の関係

	50 H_z	60 H_z		計算値	実験値
モータ回転数 rps	25	30	1次	40.0	38.3
" の2倍 rps	50	60	2次	61.4	72.7
" の3倍 rps	75	90	3次	—	107

めて表4に示してみた。本換気扇の場合には, いずれの電源周波数で使用しても支障のないことがわかる。

6 結 言

工業用大型換気扇の振動疲労破壊防止のため, 換気扇全体としての固有振動数とその振動モードを, 計算と実験により求めた。その結果, 1次の固有振動数についてはよく一致し, 設計にも使えることがわかった。また羽根の固有振動数については, 計算モデルを変更して再計算しなければならないようである。

終りに, 本研究を進めるにあたり実験, 計算に多大の協力を戴いた現日立製作所の多田啓司君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) J. M. Prentis, F. A. Leckie, Mechanical Vibrations, An Introduction to Matrix Methods, Longman(1963).
- (2) E. C. Pestel, F. A. Leckie, Matrix Methods in Elasto-Mechanics, Mc-Graw Hill (1963).
- (3) O. C. ツィエンキーヴィッツ (吉識他訳), 基礎工学におけるマトリクス有限要素法, 培風館 (1975)
- (4) A. L. Klosterman, ASME Pub. VIBR-301(1969).
- (5) J. E. Brock, Appl. Mech. 19(1952) 501.

- (6) 平松力, 日立評論, 45-10 (昭38-10), 1649.
- (7) W. T. Thomson, J. Aero. Sci., Jm. 1953, 62.

