

## 冗長マニピュレータの手先軌道追従と障害物回避制御 のための回避可操作性的の評価

見浪 護\* 朝倉 俊行\* 高木 仁志\*\*

### Evaluation of Avoidance Manipulatability for Trajectory Tracking and Obstacle Avoidance Control by Redundant Manipulators

Mamoru MINAMI, Toshiyuki ASAKURA and Hitoshi TAKAGI

(Received Feb. 28, 1997)

This paper is concerned with a manipulatability of redundant manipulators for trajectory tracking and obstacle avoidance using a kinematical redundancy. Possibility of avoiding a collision with obstacles during tracking the desired hand trajectory is discussed with a proposed avoidance matrix, avoidance manipulatability ellipsoid and avoidance manipulatability which are defined on each link constructing the manipulator except the top link. A necessary and sufficient condition that the intermediate links can avoid obstacles in the work coordinates is indicated that the dimension of range space of the avoidance matrix and the one of the work space of the manipulator are coincident. That means the avoidance manipulatability ellipsoid is expanded in the work space. And factors which influence the shape of the ellipsoid, the figure of the manipulator, redundant degree, the serial position of the link from the base, and the priority of the avoiding tasks are also analyzed. Finally we show the evaluation of avoidance possibility with the avoidance manipulatability ellipsoid and avoidance manipulatability using numerical examples.

#### 1. まえがき

マニピュレータは動力学と運動学を同時に考えて手先の位置姿勢を目的に応じて制御する必要があり、このことがマニピュレータ制御の複雑さの一つの原因となっている。これに伴い今までの研究は、基本的に動力学的な考察に基づく研究と運動学的な考察に基づくマニピュレータ形状に関する研究に分けられる。動力学的な制御特性の改善に関する側面からの研究としては、*PID*制御、人工ポテンシャル法、インピーダンス制御法、適応制御、オブサーバを用いた制御、学習制御法、トルク計算制御法などが代表的な例である。これらの研究は、より高速なロボット動作を望むニーズによるモータ出力軸の減

\*機械工学科

\*\*大学院工学研究科機械工学専攻

速比の低下とともに、実用的な効果が高まっている。運動学的な側面からの研究は、主に冗長マニピュレータについて行われている。冗長マニピュレータは運動学的冗長性を持つことから、作業目的や周囲環境に応じてその形状を変化させつつハンドの目標軌道を達成することができるという特徴をもつ。なお、関節座標系で表した運動方程式を運動学方程式を用いて手先の位置姿勢に関する運動方程式に変換し、これに対して制御方法を考えることで、動力学と運動学を同時に取り扱う方法も提案されている。

手先の軌道追従と周囲環境との衝突回避を同時に行う機能は、複雑な構造物を作業対象物として動作することができる冗長マニピュレータにとって不可欠であり、重要である。近年、冗長マニピュレータに関し、運動学方程式と運動方程式の両方を基礎として、動力学的特性の改善に冗長自由度を用いる研究も行われている[1]が、その運動学的な基礎は、Whitey[2]、吉川、花房、中村らによって研究された。吉川[3],[4]は、運動学的特性を可操作性楕円体と可操作度によって表現し、マニピュレータ形状の評価指標を与えた。また吉川[3]は可操作度が特異姿勢からの距離を表す指標であることを利用して冗長自由度を特異姿勢回避制御に用いる方法も提案している。さらに、花房[5]、A.A.Maciejewski[6]らは冗長性について解析し作業の優先順位との関係を定式化した。さらに中村[7]は、作業の優先順位に基づいた冗長マニピュレータ制御法を提案し、実験により検証した。最近では、障害物回避と特異点回避の両立にダンピング要素の摂動を用いる方法[8]が提案され、ダンピング要素の調節方法が議論されている[9][10]。またリンクと障害物との距離をもとに2次形式で表された評価関数を定義し、これを最適化する関節角速度を用いて、障害物回避制御を行う研究もある[11]。

冗長自由度を用いた障害物回避制御に関して上記の研究に共通していることは、手先目標軌道の実現と障害物回避運動が運動学的に実現できない可能性があることから出発していないことである。従って、障害物を回避できる可能性が保証されていることを仮定した環境内での議論であった。実際それらの両立が困難な状況は容易に設定できる。吉川が提案した可操作性楕円体は、手先の作業座標系内の運動の実現の容易さを手先の運動方向に関して表現したものである。従って、これを用いて冗長マニピュレータの有効な特徴の一つである手先リンク以外の中間リンクの障害物回避に関する可操作性について議論することはできない。

本報は、吉川らの研究を基礎として、まず手先の作業を基本タスクとして実行しつつ、中間リンクが障害物の回避を行う作業状況において回避行列と回避可操作性楕円体について定義する。これに基づいて中間リンクが作業空間内で任意な方向に動いて障害物を回避できる必要十分条件が、回避行列の値域空間の次元が作業空間の次元と一致することであること、つまり回避可操作性楕円体が作業空間全体に広がっている場合であることを示す。また、回避可操作性楕円体の形状は、根本からのリンクの順位、マニピュレータ形状、冗長自由度に依存して決定されていることを示す。次に、回避可操作性楕円体と複数の回避タスクの優先順位との関係を検討する。また回避動作の容易さを表す指標として回避可操作度を定義する。最後に数値例を挙げ回避可操作性楕円体と回避可操作度に基づく回避動作の解析結果を示す。

## 2. 可操作性楕円体と可操作度

ここでは、次章で定義する回避可操作性楕円体との比較のために吉川が提案した可操作性楕円体[3]と可操作度[4]について述べる。可操作性楕円体及び可操作度は、マニピュレータのハンドの速度や角速度を出しやすい方向、出しにくい方向を作業空間内に表現したものである。

第1リンクより順に第 $n$ リンクの先端、つまりハンドの位置、姿勢までの各リンクそれぞれの先端の

座標を作業座標系で表し,  $r_i \in R^m (i = 1, 2, \dots, n; m$  は作業空間の次元;  $m < n$ ) とする.  $r_i$  は,  $i \geq m$  のとき  $m$  次元空間内の任意なベクトルとなり得る. 関節角度を表すベクトルを  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in R^n$  と表す.  $r_i$  は  $q$  の関数として

$$r_i = f_i(q) \quad (1)$$

と与えられる. 式(1)を時間  $t$  で微分すると

$$\dot{r}_i = J_i(q)\dot{q} \quad (2)$$

を得る. ただし  $J_i(q) \in R^{m \times n}$  は,  $r_i$  の  $q$  に関するヤコビ行列である.

ユークリッドノルム  $\|\dot{q}\| = (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dots + \dot{q}_n^2)^{1/2}$  が  $\|\dot{q}\| \leq 1$  を満足するような関節角速度  $\dot{q}$  を用いて実現し得る各リンクの先端速度  $\dot{r}_i$  のすべてからなる集合を考えると, これは  $J_i(q)$  の値域空間の次元を持つユークリッド空間内の楕円体となり, 可操作性楕円体と名付けられた [4]. この楕円体の半径が長い方向は大きな手先速度を出しやすい方向を表現している. またこの楕円体が球に近づけば, あらゆる方向に同程度に動かしやすい. 可操作性楕円体は次式によって定義される.

$$\dot{r}_i^T (J_i^+)^T J_i^+ \dot{r}_i \leq 1, \quad \text{かつ} \quad \dot{r}_i \in R(J_i) \quad (3)$$

ただし  $J_i^+$  は  $J_i$  の疑似逆行列であり,  $R(J_i)$  は  $J_i$  の値域を表す. なお, 文献 [4] では  $i = n$  における可操作性楕円体と可操作度を提案しているが, ここでは同様の議論によりマニピュレータを構成している全リンクについて可操作性楕円体を定義した.

可操作性の度合いを表す可操作度は, 可操作性楕円体の体積に比例した指標である. 可操作度はスカラー値であり, これをもとに  $q$  に依存して定まるマニピュレータ形状の評価を行うことができる点で, 可操作度はわかりやすい指標である. 提案された可操作度と可操作性楕円体は構成するリンクが作業空間内を自由に動き得る場合の指標であるため, 冗長マニピュレータの有効な特徴である障害物回避動作と手先目標軌道追従動作の両立の観点から回避動作の可操作性を議論するとき, そのまま適用して評価することができない. 従って, 本報ではハンド目標軌道を実現しつつマニピュレータの中間リンクの障害物に対する回避可操作性について回避可操作性楕円体を提案し, その特性について以下に議論する.

### 3. 回避可操作性楕円体と回避可操作度

ハンドの目標軌道  $r_{nd}$  とハンド目標速度  $\dot{r}_{nd}$  が与えられるとき, これを基本タスクとする.  $\dot{r}_{nd}$  を実現するための  $\dot{q}$  は,

$$\dot{q} = J_n^+ \dot{r}_{nd} + (I_n - J_n^+ J_n) l \quad (4)$$

と与えられる. ここで  $I_n$  は  $n \times n$  の単位行列であり,  $l$  は  $l \in R^n$  の任意ベクトルである. 上式の右辺第 1 項は  $\dot{r}_{nd}$  を実現する  $\dot{q}$  の中で  $\|\dot{q}\|$  を最小にする解を与える. また第 2 項は, 第 1 項による  $\dot{r}_{nd}$  の実現には無関係にマニピュレータの形状を変更する関節角速度成分を与える.  $J_n^+ \dot{r}_{nd}$  による形状変化が原因となって障害物との干渉が発生する場合, 障害物回避を行いつつ  $\dot{r}_{nd}$  を実現できるかどうかは, 任意ベクトル  $l$  の  $J_n$  の零空間への直交射影  $(I_n - J_n^+ J_n)l$  に依存して決まる.

以下では障害物回避のための第  $i$  リンク ( $1 \leq i \leq n-1$ ) すなわち中間リンクの回避可操作性について考える. 第 1 のサブタスクである第  $i$  リンクの回避速度  $\dot{r}_i$  は, 式(2)と式(4)より

$$\dot{r}_i = J_i J_n^+ \dot{r}_{nd} + J_i (I_n - J_n^+ J_n) l \quad (5)$$

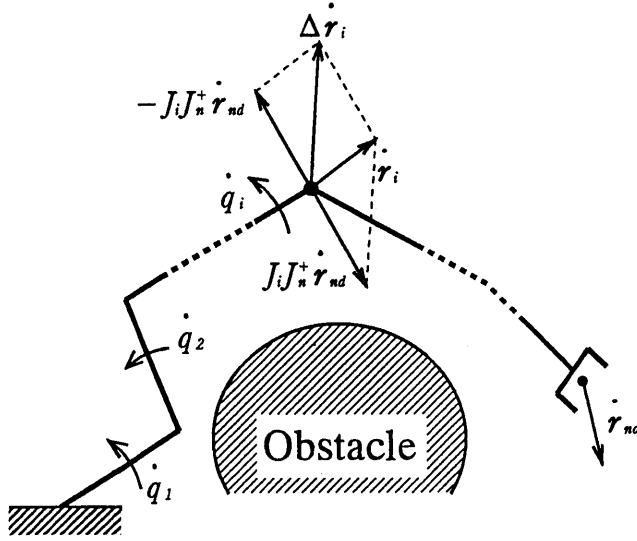


Fig. 1. 中間リンクの障害物回避との関係

となる。ここで

$$\dot{r}_i - J_i J_n^+ \dot{r}_{nd} \triangleq \Delta \dot{r}_i \quad (6)$$

$$J_i (I_n - J_n^+ J_n) \triangleq M_i \quad (7)$$

と定義すると、式(5)は

$$\Delta \dot{r}_i = M_i l \quad (8)$$

と表される。\$M\_i\$は \$M\_i \in R^{m \times n}\$である。式(6)の関係をFig.1に示す。\$\dot{r}\_{nd}\$により第\$i\$リンクに発生する速度\$J\_i J\_n^+ \dot{r}\_{nd}\$に対して回避速度\$\dot{r}\_i\$を実現するには、\$\Delta \dot{r}\_i\$を\$\dot{q}\_1, \dot{q}\_2, \dots, \dot{q}\_i\$により発生させる必要があることがわかる。\$M\_i\$は\$\Delta \dot{r}\_i\$の射影行列である。\$\dot{r}\_{nd}\$が与えられるとき、任意な\$\dot{r}\_i \in R^m\$を実現できるかどうかは、\$M\_i\$に依存しており、\$M\_i\$により第\$i\$リンクの回避速度\$\dot{r}\_i\$の実現の可能性が判定できる。この意味でここでは\$M\_i\$を第\$i\$リンクの回避行列と呼ぶ。

花房[5]らは \$\dim R(I\_n - J\_n^+ J\_n)\$を冗長度と定義し、

$$\dim R(J_n) + \dim R(I_n - J_n^+ J_n) = n \quad (9)$$

がマニピュレータが特異姿勢をとる場合も含めて成り立つことを示した。マニピュレータが特異姿勢の時 \$\dim R(J\_n)\$が減少し、\$\dim R(I\_n - J\_n^+ J\_n)\$は増加する。式(7)の定義から、\$M\_i\$は根本リンクからのリンクの順位\$i\$とマニピュレータ形状に依存して定まる\$J\_i\$と、\$J\_n\$の零空間の両方に影響を受けることがわかる。従って \$\dim R(M\_i)\$は特異姿勢をとる形状を含めて定まる次元数であるから、以下の \$\dim R(M\_i)\$に基づく \$\Delta \dot{r}\_i\$の実現可能性の解析は特異姿勢を含めて成り立つ。\$(I\_n - J\_n^+ J\_n)\$の単位は無次元であり、\$M\_i\$の各要素の単位は\$J\_i\$のそれらと一致するから式(8)より\$l\$は\$\Delta \dot{r}\_i\$を実現する新たな関節角速度入力と考えることができる。式(8)より\$\Delta \dot{r}\_i\$を実現する\$l\$を求めると次式となる。

$$l = M_i^+ \Delta \dot{r}_i + (I_n - M_i^+ M_i) m \quad (10)$$

$m$ は $l$ と同様に $m \in R^n$ の任意ベクトルである.

$(I_n - M_i^+ M_i)^T M_i^+ = 0$ ,  $(I_n - M_i^+ M_i)^T (I_n - M_i^+ M_i) \geq 0$ であることに注意すると

$$\|l\|^2 = l^T l \geq \Delta \dot{r}_i^T (M_i^+)^T M_i^+ \Delta \dot{r}_i \quad (11)$$

が得られる. ここで新たな入力 $l$ が $\|l\| \leq 1$ なる制約のもとに,  $\Delta \dot{r}_i$ が動く範囲は,

$$\Delta \dot{r}_i^T (M_i^+)^T M_i^+ \Delta \dot{r}_i \leq 1 \quad (12)$$

で規定される. 任意な $\Delta \dot{r}_i \in R^m$ が与えられるとき,  $\Delta \dot{r}_i$ が回避行列 $M_i$ の張る空間内のベクトル

$$\Delta \dot{r}_i \in R(M_i) \quad (13)$$

であることは, 式(8)が常に解 $l$ をもつことである. またその必要十分条件は文献[13]より

$$\Delta \dot{r}_i = M_i M_i^+ \Delta \dot{r}_i \quad (14)$$

が成り立つことである. このとき式(12)は $m$ 次元の楕円体を表し, これを第 $i$ リンクの回避可操作性楕円体と呼び,  $P_i$ で表す.

[補題1] 任意な $\Delta \dot{r}_i$ に対して式(14)が成り立つ必要十分条件は $\dim R(M_i) = \text{rank}(M_i) = m$ である.

(証明) 必要性: 式(14)つまり $(I_m - M_i M_i^+) \Delta \dot{r}_i = \mathbf{0}$ が任意の $\Delta \dot{r}_i$ について成り立つとき,  $M_i M_i^+ = I_m$ が成り立つ必要があり,  $M_i \in R^{m \times n}$ は行フルランクである. よって $\dim R(M_i) = \text{rank}(M_i) = m$ .

十分性:  $\dim R(M_i) = m$ のとき,  $M_i$ は行フルランクであるから,  $M_i$ は $m$ 個の特異値 $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$ をもち,  $M_i$ の特異値分解は $M_i = U_i \Sigma_i V_i^T$ ,  $\Sigma_i = [\text{diag}(\sigma_k) \mid \mathbf{0}]$ ,  $k = 1, \dots, m$ ,  $\sigma_k \neq 0$ である. このとき $M_i M_i^+ = U_i \Sigma_i V_i^T V_i \Sigma_i^+ U_i^T = I_m$ より式(14)が成り立つ.

補題1を用いると次の定理が成り立つ.

[定理1] ハンドの目標速度 $\dot{r}_{nd}$ を実現しつつ第 $i$ リンクの回避速度 $\dot{r}_i \in R^m$ を実現することができる必要十分条件は, 回避行列 $M_i$ が $\dim R(M_i) = \text{rank}(M_i) = m$ を満たすことである.

(証明)  $\Delta \dot{r}_i = M_i l$ が解 $l$ を持つ必要十分条件は式(14)が成り立つことであることと補題1より明らか.

ここで $M_i$ の値域は $J_i(q)$ と $(I_n - J_n^+ J_n)$ に依存して変化するため式(14)が満たされない場合に対しては別に考察する必要がある. この場合,  $\dim R(M_i) < m$ となり, ベクトル $l$ によって $\Delta \dot{r}_i$ を実現することができない. このとき $\Delta \dot{r}_i$ の $R(M_i)$ への直交射影 $\Delta \dot{r}_i^*$ は,

$$\Delta \dot{r}_i^* = M_i M_i^+ \Delta \dot{r}_i \quad (15)$$

と与えられ,  $\Delta \dot{r}_i^*$ は $\Delta \dot{r}_i^* \in R(M_i)$ を満たすから $\Delta \dot{r}_i^* = M_i l$ を満足する解 $l$ は存在する. 式(15)と $M_i^+ = M_i^+ M_i M_i^+$ を用いると式(12)で表される回避可操作性楕円体 $P_i$ は,

$$(\Delta \dot{r}_i^*)^T (M_i^+)^T M_i^+ \Delta \dot{r}_i^* \leq 1 \quad (16)$$

となる. 以上を次の定理2にまとめる.

[定理2] 回避行列が $\dim R(M_i) < m$ のとき任意な回避速度 $\dot{r}_i \in R^m$ を実現することができないが,  $\Delta \dot{r}_i$ の $\dim R(M_i)$ への直交射影 $\Delta \dot{r}_i^*$ は実現することができ,  $\|l\| \leq 1$ なる制約のもとで $\Delta \dot{r}_i^*$ の範囲は式(16)で表される.

以上をまとめると,  $\dim R(M_i) = m$ のとき,  $P_i$ は $m$ 次元空間内の楕円体となり, 任意な $\Delta \dot{r}_i$ を実現し, 式(8)を満足する解 $l$ が存在するから式(6)より任意な $\dot{r}_i$ を実現することができる.  $\dim R(M_i) = p < m$

のとき、 $P_i$ は $p$ 次元空間内の楕円体となる。この場合は、任意な $\Delta \dot{r}_i$ を実現することはできないが、式(15)で与えられる $\Delta \dot{r}_i^*$ の実現は可能である。

$P_i$ の主軸の方向は、 $M_i$ の特異値分解

$$M_i = U_i \Sigma_i V_i^T \quad (17)$$

における正規直交行列 $U_i, V_i$ の中の $U_i$ の列ベクトルで与えられ、主軸の半径は $M_i$ の特異値で表される[12]。このとき $\Sigma_i$ は $\dim R(M_i)$ に依存して、

$$\Sigma_i = \left[ \begin{array}{ccc|c} \sigma_1 & & 0 & 0 \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_m \\ \hline & & & 0 \end{array} \right] \quad (18)$$

と表される。ただし、

$$\dim R(M_i) = m \text{ のとき } \sigma_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, m$$

$$\dim R(M_i) < m \text{ のとき } \sigma_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, p; \quad \sigma_j = 0, j = p + 1, \dots, m$$

である。

次に回避可操作度 $w_i$ を以下のように定義する。

$$w_i = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_m \quad (19)$$

$w_i$ を用いて $P_i$ の体積 $V_i$ は、

$$V_i = c_m \cdot w_i \quad (20)$$

ただし

$$c_m = \begin{cases} (2\pi)^{m/2} / [2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (m-2)m] & (m: \text{奇数}) \\ 2(2\pi)^{(m-1)/2} / [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (m-2)m] & (m: \text{偶数}) \end{cases} \quad (21)$$

である。吉川が提案した可操作度[4]は、 $\text{rank}(J_n) < m$ となる場合つまり $m$ 次元作業空間内でハンド速度を任意の方向に実現できなくなるマニピュレータ形状という意味での特異姿勢に対する距離を表す。しかしここで提案する回避可操作度は、 $\text{rank}(M_i) < m$ となる場合つまり第 $i$ リンクの回避速度が $m$ 次元作業空間内の任意の方向に実現できない形状という意味での特異姿勢からの距離を表す。この回避に関する特異姿勢を回避特異姿勢と呼ぶことにする。

#### 4. リンク順位と回避可操作性楕円体の関係

前章で述べたように回避可操作性楕円体 $P_i$ が $m$ 次元となるか、 $m$ 次元以下となるは、 $\dim R(M_i)$ に依存する。 $R(M_i)$ に影響を与える変数は、 $n, m, i$ 及び $q$ がある。通常冗長マニピュレータは $2 \leq m \leq 6$ ,  $3 \leq n$ と考えて良いので以下では、この範囲内で $n, m, i$ に関して、(a) $1 \leq i < m$ , (b) $m \leq i \leq n - m$ , (c) $n - m < i \leq n - 1$ の場合に分けて調べる。

(a) $1 \leq i < m$ の場合

$\text{rank}(J_i) \leq i < m$  (第1リンクから第 $i$ リンクまでの間で特異姿勢のとき $\text{rank}(J_i) < i$ )より、

$$\begin{aligned} \text{rank}(M_i) &= \min\{\text{rank}(J_i), \text{rank}(I_n - J_n^+ J_n)\} \\ &\leq i < m \end{aligned} \quad (22)$$

であり,  $(I_n - J_n^+ J_n)$  の階数に関わらず  $\Delta \dot{r}_i \in R^m$  を実現する  $l$  は存在しない. このときは  $P_i$  は式 (16) で表される.

### (b) $m \leq i \leq n-m$ の場合

この条件を満たす  $i$  が存在する場合は,  $n \geq 4$  かつ  $2m \leq n$  のときであり, これを満たさない場合,  $n = 3$  かつ  $m = 2$  のときには (b) の場合を満たす  $i$  は存在せず, (a), (c) の場合のみ存在する.  $n \geq 4$  かつ  $2m \leq n$  のとき,  $\text{rank}(J_i) \leq m$  (第 1 リンクから第  $i$  リンクまでの間で特異姿勢であり, 特異姿勢による  $\text{rank}(J_i)$  の減少が  $i - m$  より大きいとき  $\text{rank}(J_i) < m$ ),  $\text{rank}(I_n - J_n^+ J_n) = n - m \geq m$  となる.  $\text{rank}(J_i) = m$  のとき  $\text{rank}(M_i) = m$  であるから, 任意の  $\Delta \dot{r}_i \in R^m$  に対して式 (14) が成り立ち,  $\Delta \dot{r}_i \in R(M_i)$  となる. このとき  $P_i$  は式 (12) で表される.  $\text{rank}(J_i) < m$  のときは,  $P_i$  は式 (16) で表される.

### (c) $n-m < i \leq n-1$ の場合

$\text{rank}(M_i) = n - i < m$  となることを以下に示す.  $J_n$  を,

$$J_n = \left[ \begin{array}{c|c} J_{na} & J_{nb} \\ \hline \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{array} \right]_{\substack{i \\ n-i}} \quad (23)$$

と分けると,  $J_i$  は,

$$J_i = \left[ \begin{array}{c|c} J_{na} & \mathbf{o} \end{array} \right] \quad (24)$$

と表され,  $J_i = J_n - \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{o} & J_{nb} \end{array} \right]$  となることを用い,

$J_n(I_n - J_n^+ J_n) = \mathbf{o}$  に注意すると,  $M_i$  は,

$$\begin{aligned} M_i &= (J_n - \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{o} & J_{nb} \end{array} \right])(I_n - J_n^+ J_n) \\ &= \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{o} & J_{nb} \end{array} \right](I_n - J_n^+ J_n) \end{aligned} \quad (25)$$

と変形できる.  $\text{rank}(J_{nb}) \leq n - i$  (第  $i$  リンクから第  $n$  リンクの間で特異姿勢のとき  $\text{rank}(J_{nb}) < n - i$ ), であることと (c) の範囲  $i > n - m$  より,  $n - i < m$  であるから  $\text{rank}(M_i) < m$  となる. 従ってこの場合は式 (15) で表される  $R(M_i)$  内のベクトル  $\Delta \dot{r}_i^*$  に関する  $P_i$  が存在し, それは式 (16) で表される.

## 5. 回避タスクの優先順位と $P_i$

前章で中間リンクの回避可操作性楕円体  $P_i$  について定義したが, すべての中間リンクが同時に  $P_i$  で表される回避速度を実現することはできない. 回避行動をとる自由度の最大値は特異姿勢のときを除くと  $n - m$  であり, 花房 [5] らによってハンドの軌道追従のタスクを含めた優先順位の考察が報告されている. ここでは彼らの優先順位に関する議論をもとに  $P_i$  の存在と回避可操作性について考える.

$P_i$  は手先リンク以外の中間のリンクすべてに存在するが,  $i$  がある特定のリンクに指定され, 第 1 の回避サブタスク  $\dot{r}_i$  を実現するとともに  $i$  リンク以外の  $P_i$  は消滅する. ここで  $P_i$  は  $\Delta \dot{r}_i$  または  $\Delta \dot{r}_i^*$  に関する楕円体であり, 第 2 以後のサブタスクと区別するために, 以下では  $P_i$  を第 1 回避可操作性楕円体と呼ぶことにし,  ${}^1P_i$  と表す. 第 1 サブタスク実行後にさらに第 2 サブタスクを実行する冗長度について以下に考える. 式 (10) を式 (4) に代入すると,

$$\begin{aligned} \dot{q} &= J_n^+ \dot{r}_n + (I_n - J_n^+ J_n) M_i^+ \Delta \dot{r}_i \\ &\quad + (I_n - J_n^+ J_n)(I_n - M_i^+ M_i) m \end{aligned} \quad (26)$$

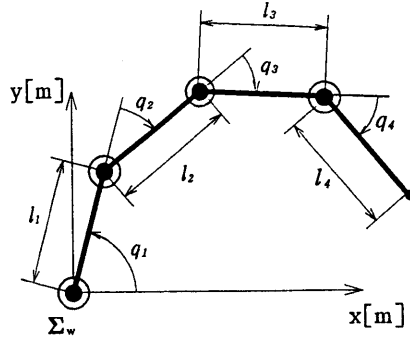


Fig. 2. 平面4リンク4自由度マニピュレータ

と表される.

$\text{rank}((I_n - J_n^+ J_n)(I_n - M_i^+ M_i)) \geq 1$  のとき, 第2サブタスクを実行する余力があり, 零のとき実行することができない. 残された冗長度がある場合, 第2の回避タスクである  $j$  リンク ( $1 \leq j \leq n-1, j \neq i$ ) の速度

$$\dot{r}_j = J_j \dot{q} \quad (27)$$

の実現の可能性を考える. このとき  $\Delta \dot{r}_j$  と  $N_j$  を

$$\dot{r}_j - J_j J_n^+ \dot{r}_{nd} - J_j (I_n - J_n^+ J_n) M_i^+ \Delta \dot{r}_i \triangleq \Delta \dot{r}_j \quad (28)$$

$$J_j (I_n - J_n^+ J_n) (I_n - M_i^+ M_i) \triangleq N_j \quad (29)$$

と定義すると, 式(26)は式(27)–式(29)を用いて,

$$\Delta \dot{r}_j = N_j m \quad (30)$$

と表され, 式(8)と同じ形になる. 従って3章で述べた考察に従って第2回避可操作性楕円体<sup>2</sup> $P_j$ が定義される. しかし完全に実行できるかどうかは $N_j$ に残された階数に依存する. また, 第2回避可操作度は式(19)と同様に定義することができる. 第3回避タスク以後が実現できる場合は,

$$\text{rank}((I_n - J_n^+ J_n)(I_n - M_i^+ M_i)(I_n - N_j^+ N_j)) \geq 1 \quad (31)$$

が成り立つときである.

## 6. 数値例

提案した回避可操作性楕円体に基づいた数値例を以下に示す. 用いたモデルはFig.2に示すような平面四リンク4自由度マニピュレータとした. 作業座標系 $\Sigma_w$ の原点を第1リンクの根本に定め,  $\Sigma_w$ の  $x-y$ 平面は水平面である. 関節角度  $q_k (k=1, \dots, 4)$  [rad] の符号は, 反時計回りを正と定める.  $l_k$  [m] はリンク長さであり, ここではすべてのリンクの長さを  $l_k = 0.25$  [m] とした.



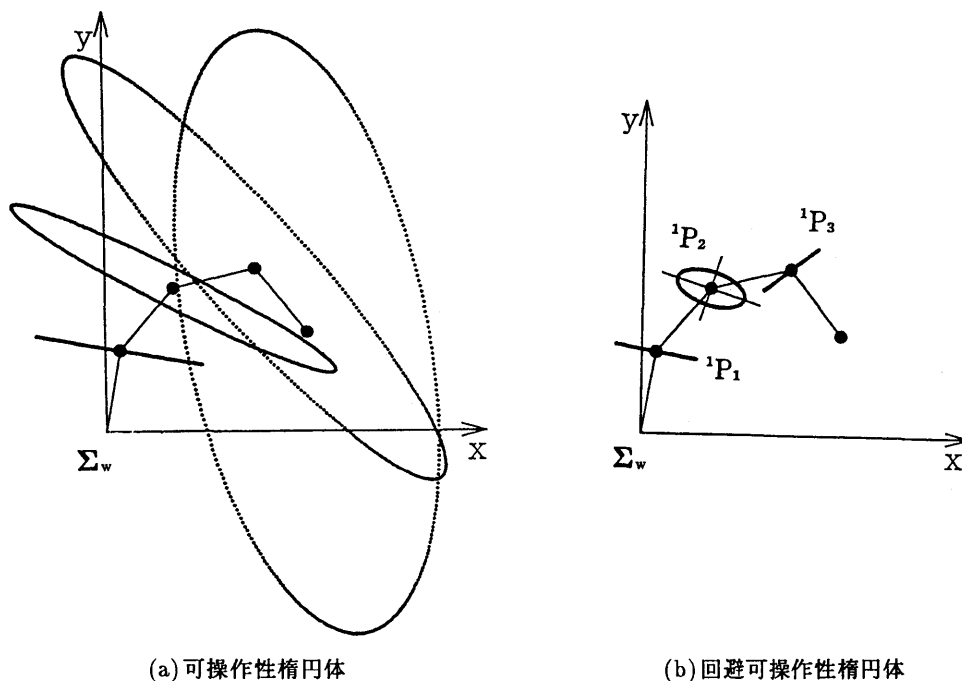


Fig. 3. 可操作性楕円体と回避可操作性楕円体

Fig.3-(a), (b)にハンドの位置 $r_{4d} = (0.6, 0.3)$ , マニピュレータの形状を $q_1 = 1.396$ ,  $q_2 = -0.524$ ,  $q_3 = -0.631$ ,  $q_4 = -1.153$ [rad]とした時の可操作性楕円体, 回避可操作性楕円体を示す. Fig.5より可操作性楕円体は, リンク順位が根本より手先に上がるに従って長軸短軸とも大きくなり, その面積に比例した指標である可操作度も大きくなっている. Fig.3-(b)により4章で述べた(a),(c)の場合の第1回避可操作性楕円体 ${}^1P_1$ ,  ${}^1P_3$ については線分となり, (b)の場合の $P_2$ は楕円体となっていることがわかる.  ${}^1P_1$ ,  ${}^1P_3$ の線分はそれぞれリンク1, リンク4のリンク主軸に直交している. これはリンク1が $\Sigma_w$ の原点回りの回転運動のみ可能であること, リンク4の先端が $r_{4d}$ を基本タスクとして優先的に実行することが前提となっていることより理解できる. Fig.3-(a), (b)より ${}^1P_1$ は可操作性楕円体とは異なりリンク順位に従って楕円体の大きさが拡大しないことがわかる. また ${}^1P_1$ の長軸短軸の大きさは可操作性楕円体のそれらより小さい. その原因は $M_i$ の特異値が $J_i$ のそれに比べて小さくなっているからである.

次にハンドの位置 $r_{4d}$ が $x$ 軸上 $(0.3, 0.0)$ から $(0.9, 0.0)$ に追従した時のリンク2の可操作性楕円体と ${}^1P_2$ をそれぞれFig.4-(a), (b)に示す. マニピュレータの初期形状は $q_1 = 1.745$ ,  $q_2 = -1.047$ ,  $q_3 = -1.393$ ,  $q_4 = -1.037$ [rad]である. Fig.4-(a)に示す可操作性楕円体の形状と大きさは変化が少ないが, 同じ形状における ${}^1P_2$ は両方とも大きく変化している. これらの差を明らかにするためにハンドの位置を $x$ 軸に $y$ 軸にリンク2の可操作度と回避可操作度をプロットしFig.5に示す. いずれも $x$ 軸の増加に従い単調減少しているが, 可操作度は腕全体が伸びきる直前で急激に減少しているのに比べ, 回避可操作度は一様に減少している. この結果より2リンクマニピュレータのハンドの作業に関してその可操作性は可動範囲全体に高く保てるが, 冗長マニピュレータのときの2リンクの回避可操作性に関しては, 可動範囲全体

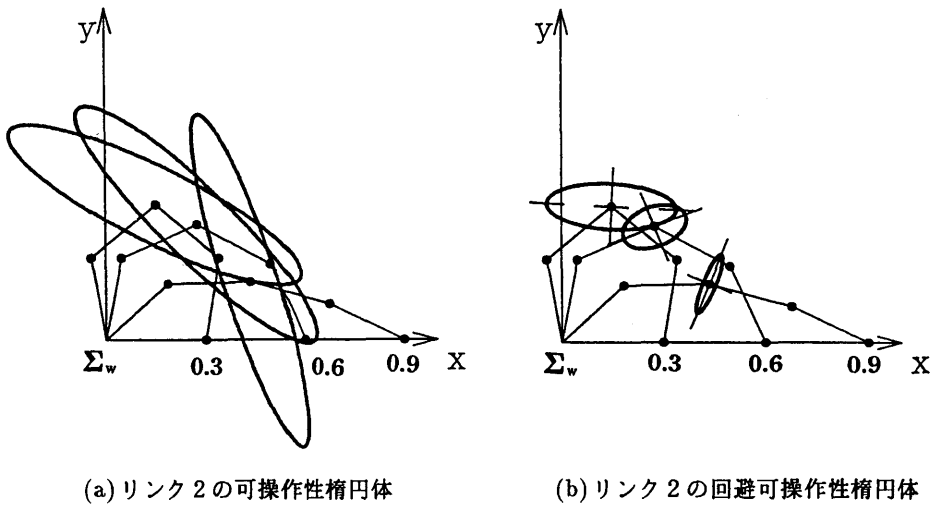


Fig. 4. リンク 2 の可操作性楕円体と回避可操作性楕円体

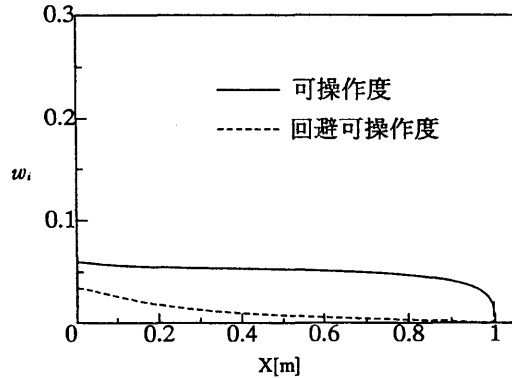


Fig. 5. 可操作度と回避可操作度

に回避能力が高いとは言えない。従ってハンドの軌道追従と障害物回避の両立を目的とする場合には根本リンク近くで作業を行う方がよいことがわかる。

最後に、回避可操作性楕円体と回避タスクの優先順位との関係を平面 7 リンク マニピュレータを用いて検討する。マニピュレータ形状は  $q_1 = 0.698$ ,  $q_2 = 1.396$ ,  $q_3 = -1.920$ ,  $q_4 = 2.094$ ,  $q_5 = -1.920$ ,  $q_6 = 1.745$ ,  $q_7 = -1.745$  [rad] とし、リンク長さは全て  $0.2$  [m] とした。第 1 回避可操作性楕円体  ${}^1P_i$  を Fig.6-(a) に示す。リンク順位に従って回避可操作度が増加し、ハンドに近づくに従って減少している。リンク 3 の第 1 回避タスクを  $r_3$  とし、これを実現した後の第 2 回避可操作性楕円体  ${}^2P_j$  を Fig.6-(b) に示す。 ${}^1P_i$  と  ${}^2P_j$  とを比較すると、 ${}^2P_1$ ,  ${}^2P_6$  は、 ${}^1P_1$ ,  ${}^1P_6$  に比べて長さが短くなっている。また  ${}^2P_2$ ,  ${}^2P_4$  はリンク 3、リンク 4 に垂直な線分となった。これは  $r_3$  に影響を与えないリンク 2、リンク 4 の運動がリンク 3 の先端を中心とした円周方向の回転運動に限定されることから理解できる。 ${}^2P_5$  は楕円体として存在するが  ${}^1P_5$  の楕円体と比べると小さくなっていることがわかる。これは  $N_j$  の特異値が  $M_i$  に比べて小さくなっていることを表している。

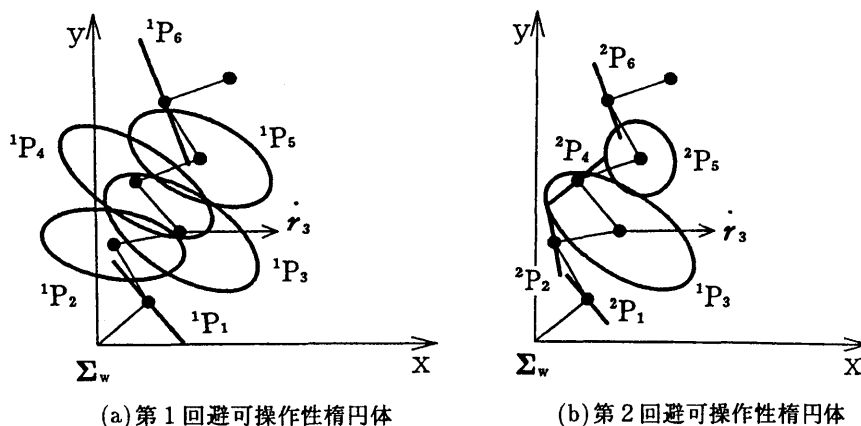


Fig. 6. 第1回避可操作性能楕円体と第2回避可操作性能楕円体

## 7. あとがき

ハンドの目標軌道追従を行いつつ中間リンクが障害物回避を行う場合の回避可操作性能について、回避行列と回避可操作性能楕円体及び回避可操作度を提案し回避動作の実現可能性について検討した。解析の結果次の結果を得た。

- (1) 中間リンクが作業空間のすべての方向に回避速度を実現することができる必要十分条件は回避行列の値域の次元と作業空間の次元が一致することである。
- (2) 作業空間のすべての方向に回避速度を実現することができない場合においても、回避行列の値域空間内の回避速度については実現できる。
- (3) 可操作度に比べ回避可操作度は小さく、マニピュレータ形状が伸びた状態に近づくに従って減少する。
- (4) 第1回避可操作性能楕円体に比べ第2回避可操作性能楕円体の大きさは小さくなる。

## 参考文献

- (1) Shugen MA, Shigeo HIROSE: "A Dynamic Approach to Real-Time Obstacle Avoidance Control of Redundant Manipulators", JSME International Journal, Series C, Vol.39, No.2, pp.317-322, 1996.
- (2) Daniel E. Whitney: "Resolved Motion Rate Control of Robot Manipulators and Human Prostheses", IEEE Transactions on Man-Machine Systems, Vol.MMS-10, No.2, pp.47-53, 1969.
- (3) Tsuneo Yoshikawa: "Analysis and Control of Robot Manipulator with Redundancy", MIT Press, First International Symposium of Robotics Research, pp.735-747, 1984.
- (4) 吉川恒夫: "ロボットアームの可操作度", 日本ロボット学会誌, Vol.2, No.1, pp.63-67, 1984.
- (5) 花房秀郎, 吉川恒夫, 中村仁彦: "関節形ロボットアームの冗長性の解析とその優先順位を有する作業への応用", 計測自動制御学会論文集, pp.63-68, 1983.
- (6) Anthony A. Maciejewski, Charles A. Klein: "Obstacle Avoidance for Kinematically Redundant Manipulators in Dynamically Varying Environments", Int. J. of Robotics Research, Vol.4, No.3, pp.109-117, 1985.
- (7) Yoshihiko Nakamura, Hideo Hanafusa, and Tsuneo Yoshikawa: "Task-Priority Based Redundancy Control of Robot Manipulators", Int. J. of Robotics Research, Vol.6, No.2, pp.3-15, 1987.
- (8) C.W. Wampler II: "Manipulator Inverse Kinematics Solutions Based on Vector Formulations and Damped Least-squares Methods", IEEE Trans. Syst. Man Cybern., SMC-16(1), 1986.

- (9) L.Kelmar and P.K.Khosla:"Automatic Generation of Forward and Inverse Kinematics for a Reconfigurable Modular Manipulator System", J. of Robotics Systems, ,7,599-619,1990.
- (10) R.V.Mayorga,F.Janabi-Sharifi,A.K.C.Wong:"A Fast Approach for the Robust Trajectory Planning of Redundant Robot Manipulators", Int. J. of Robotics Systems, Vol.12, No.2, pp.147-161, 1995.
- (11) Manja Kircanski,Miomir Vukobratovic:"Contribution to Control of Redundant Robotic Manipulators in an Environment with Obstacles", Int. J. of Robotics Research, Vol.5, No.4, pp.112-119, 1986.
- (12) 吉川恒夫:"ロボット制御基礎論", pp109-131, 1988, コロナ社
- (13) 児玉慎三, 須田伸英:"制御工学者のためのマトリクス理論(26)", システムと制御, Vol.17, No.10, pp.621-629, 1973.