

# Sull'uso del phase shifting spaziale nella ricostruzione di campi di spostamento con tecniche ottiche

A. Baldi, F. Bertolino, F. Ginesu, R. Ambu

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica – Università di Cagliari  
Piazza d'Armi – 09123 Cagliari  
e-mail: baldi@iris.unica.it*

**Keywords:** spatial phase shifting, phase unwrapping, full field analysis

## Sommario

La tecnica del phase shifting spaziale, basata sull'uso della trasformata discreta di Fourier, consente di risalire al campo di spostamenti di un oggetto utilizzando il sistema di frange che si forma quando esso viene sollecitato in opportune condizioni sperimentali. Nella sua versione "classica", tuttavia, la tecnica presenta una serie di problemi— primo tra tutti la possibile presenza di una componente residua della portante nella fase ricostruita— che ne limitano l'effettiva utilizzabilità.

Questo lavoro propone di combinare la metodologia tradizionale di phase shifting con una serie di tecniche, alcune note in letteratura, altre originali, che permettono di ampliarne notevolmente il campo di applicabilità.

Il lavoro termina con alcuni esempi che illustrano l'efficacia delle tecniche illustrate nel trattamento di immagini sintetiche e sperimentali.

## Abstract

The Spatial Phase Shifting technique makes possible to reconstruct the displacement field using the Fourier analysis of a single image. However, in its "classical" version it presents various problems—first of all the residual component of the carrier fringe field—which seriously limits its usability.

This work proposes to combine some techniques, either well known, either new, with the classical spatial phase shifting algorithm so as to enlarge its working field.

After illustrating these techniques and their synergic effect, a series of test problems are analyzed showing the reliability of the proposed methodology.

## 1. INTRODUZIONE

Negli anni passati sono state proposte varie metodologie di misura della forma e della deformazione di oggetti di interesse industriale basate su tecniche non a contatto. Tra le più interessanti sono la triangolazione attiva, la interferometria Moirè e l'interferometria olografica. La prima consiste nella proiezione di un'immagine strutturata sull'oggetto in esame, di solito un sistema di frange di orientamento e frequenza nota, nella sua acquisizione da un punto di vista conosciuto e nell'analisi delle deformazioni introdotte dall'oggetto nell'immagine proiettata [1]. La seconda sfrutta le frange Moirè che si vengono a creare nell'interferenza tra il fascio riflesso da un reticolo di diffrazione, solidale all'oggetto, ed un reticolo virtuale, frutto dell'interferenza di due fasci di luce coerente, posto di fronte ad esso [2]. La terza, infine, consiste nell'analisi del sistema di frange che si viene a formare dall'interferenza tra l'oggetto deformato ed il suo ologramma acquisito in configurazione indeformata [3].

Tutte e tre le tecniche sperimentali si prestano ad un'analisi semi-automatica dei dati per mezzo sia del phase shifting temporale [4] che di quello spaziale [5]. Essi differiscono per il modo in cui la fase del sistema di frange, che effettivamente contiene l'informazione di interesse, viene calcolata. Nel caso del phase shifting temporale (TPS) sono utilizzate più immagini, acquisite in istanti diversi: tra un campionamento e l'altro il sistema di frange è artificialmente sfasato di quantità note per cui è possibile risalire all'informazione desiderata tramite la soluzione di un sistema ai minimi quadrati. Nel phase shifting spaziale (SPS), invece, si ricostruisce il valore della fase tramite l'analisi di Fourier del segnale opportunamente manipolato nel campo delle frequenze. La tecnica presuppone la presenza di una portante che, se non appare naturalmente, come nel caso della triangolazione attiva, deve essere esplicitamente inserita. Infatti le componenti a bassa frequenza della trasformata di Fourier, in particolare la componente 0, contengono informazioni sull'intensità media e sullo sfondo che quindi disturberebbero l'analisi dei dati.

Nella versione originariamente ideata da Takeda [6], l'analisi del campo di fase è effettuata una riga alla volta, tramite la Trasformata Discreta di Fourier (DFT). Dall'esame del vettore delle frequenze è relativamente

semplice identificare la portante, che può quindi essere rimossa traslandola, insieme con le componenti ad essa contigue, sull'elemento di frequenza nulla. Eseguendo la DFT inversa si ottiene un vettore complesso da cui è possibile estrarre la fase tramite un'operazione di arco tangente

$$\varphi[i] = \arctan [ \text{img} (V[i]) / \text{re}(V[i]) ] \quad (1)$$

essendo  $\mathbf{V}$  il vettore in esame ed  $i$  il suo generico elemento.

Il metodo si presta facilmente ad essere migliorato. Bone [7] ha esteso la tecnica utilizzando la trasformata di Fourier bidimensionale: il principio di funzionamento è lo stesso, ma in questo caso, a fronte di una maggiore complessità computazionale, viene meno la necessità di eseguire l'analisi lungo direzioni ortogonali a quella del sistema di frange, implicita nella versione di Takeda. Successivamente Sciammarella ha proposto l'utilizzo della trasformata di Hilbert per il calcolo della componente in quadratura del segnale[8,9] ma Petrucci [10] ha mostrato che tale approccio è equivalente a quello classico. Recentemente Watkins [11] ha proposto l'utilizzo della trasformata Wavelet al posto della DFT. Anche se molto interessante—la metodologia permetterebbe infatti di ricostruire direttamente la fase e non la fase modulo  $2\pi$  come nell'approccio tradizionale—la tecnica necessita di ulteriori studi in quanto non sempre risulta applicabile con successo.

Nonostante i miglioramenti apportati, la tecnica dello SPS presenta alcuni problemi intrinseci che ne riducono l'utilità. L'impiego della DFT, infatti, implica che l'immagine acquisita sia un singolo periodo di una funzione infinita. Se i suoi bordi non sono ciclicamente continui, si hanno forti distorsioni dei dati in corrispondenza dei margini del campo. Inoltre l'utilizzo della versione discreta della trasformata di Fourier è causa di ulteriori inconvenienti: si possono verificare fenomeni di aliasing, nel caso che, per mantenersi distante dall'origine, si utilizzi una portante di frequenza troppo elevata e l'operazione di rimozione della portante può non avere completo successo se questa non corrisponde ad una frequenza intera.

Su questi ultimi due aspetti si concentrerà il presente lavoro che intende offrire un contributo al miglioramento dell'algoritmo di SPS di Takeda/Bone.

## 2. LA TECNICA DI PHASE SHIFTING SPAZIALE

Sia  $\mathbf{r}(x,y)$  un punto dell'immagine e  $\mathbf{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$  la portante sovrapposta al segnale  $\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \varphi_1(\mathbf{r})$ , dove  $\varphi_1(\mathbf{r})$  contiene i disturbi dovuti alle imperfezioni del sistema ottico (la variazione spaziale della modulazione  $m(\mathbf{r})$ , la risposta non lineare del sistema di acquisizione  $h(\mathbf{r})$ , la variazione dello sfondo  $b(\mathbf{r})$ , il rumore  $n(\mathbf{r})$ ) e  $\varphi_0(\mathbf{r})$  è il segnale effettivo, l'intensità rilevata dal sistema di acquisizione sarà:

$$i(\mathbf{r}) = m(\mathbf{r}) \cos[2 \pi(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r}))] + h(\mathbf{r}) \cos[4 \pi(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r}))] + b(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}) \quad (2)$$

dove si è tenuto conto solo della prima armonica di  $h(\mathbf{r})$ .

Introducendo l'intensità complessa  $q(\mathbf{r}) = \exp[2 \pi i \varphi(\mathbf{r})]$ , la trasformata bidimensionale della (2) diventa

$$I(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} M \otimes Q(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} M \otimes Q^*(-\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} H \otimes Q \otimes Q(\mathbf{v} - 2\mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} H \otimes Q^* \otimes Q^*(-\mathbf{v} - 2\mathbf{v}_0) + B(\mathbf{v}) + N(\mathbf{v}) \quad (3)$$

dove si sono indicate con le lettere maiuscole le trasformate di Fourier dei termini indicati in minuscolo, con  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  il vettore delle frequenze, con  $Q^*$  il complesso coniugato di  $Q$  e con  $\otimes$  l'operatore di convoluzione.

Analizzando la (3) risulta evidente che, a parte il rumore che per sua natura è diffuso su tutto lo spettro, il segnale è concentrato:

- nell'origine (il termine  $B(\mathbf{v})$  corrispondente allo sfondo)
- attorno alle frequenze  $\pm \mathbf{v}_0$  della portante (il termine  $\frac{1}{2} M \otimes Q(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} M \otimes Q^*(-\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$ )
- attorno alla prima armonica della portante  $\pm 2\mathbf{v}_0$  (i termini associati alla risposta non lineare della telecamera  $H(\mathbf{v})$ )

Se la portante è a frequenza sufficientemente elevata, le tre aree in cui è concentrato il segnale risultano separate, per cui il termine  $G(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} M \otimes Q(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$  è isolato nel piano di Fourier. L'algoritmo di SPS consiste quindi nei seguenti passi:

1. calcolo della trasformata di DFT complessa dell'immagine;
2. identificazione della componente di modulo maggiore, avendo cura di escludere dalla ricerca la componente di frequenza nulla e tutta l'area ad essa adiacente;
3. spostamento dell'area posta attorno al picco localizzato al punto 2 sull'origine (tutte le componenti esterne a tale zona devono essere azzerate);
4. calcolo della trasformata inversa di Fourier;
5. calcolo della fase tramite la (1).

Si noti che al passo 5) si deve effettuare una operazione di arco tangente per cui la fase ottenuta sarà nota solo nei suoi valori principali: per calcolarne il valore effettivo è necessaria una operazione di phase unwrapping [12].

### 3. SOTTRAZIONE DEL FONDO

Come precedentemente accennato la presenza del termine  $b(\mathbf{r})$  nella (2) costringe ad un delicato compromesso tra le opposte necessità di adottare una portante di frequenza elevata, al fine di rendere il termine  $G(\mathbf{v})$  isolato nel piano di Fourier, e di limitarne la frequenza per evitare di avere problemi di sotto campionamento nelle aree caratterizzate da forti gradienti. Tuttavia, se il fondo  $b(\mathbf{r})$  è noto—ad esempio tramite un'acquisizione separata dell'immagine prima della proiezione del campo di frange—è possibile un approccio diverso: introducendo l'intensità normalizzata

$$i'(\mathbf{r}) = i(\mathbf{r})/b(\mathbf{r}) - 1. \quad (4)$$

la (2) diventa

$$i'(\mathbf{r}) = m'(\mathbf{r}) \cos[2 \pi(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r}))] + h'(\mathbf{r}) \cos[4 \pi(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r}))] + n'(\mathbf{r}) \quad (2')$$

dove  $m'(\mathbf{r})$ ,  $h'(\mathbf{r})$  e  $n'(\mathbf{r})$  sono i rapporti tra le rispettive funzioni prive di apice e  $b(\mathbf{r})$ . La trasformata di Fourier della (2') risulta:

$$I(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} M \otimes Q(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} M \otimes Q^*(-\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} H \otimes Q \otimes Q(\mathbf{v} - 2\mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} H \otimes Q^* \otimes Q^*(-\mathbf{v} - 2\mathbf{v}_0) + N(\mathbf{v}) \quad (3')$$

in cui il termine  $B(\mathbf{v})$  è ovviamente scomparso. La zona caratterizzata da coefficienti di elevato valore assoluto che compariva attorno all'origine del piano di Fourier risulta completamente annullata, rimuovendo quindi il vincolo associato alla frequenza della portante.

Come beneficio ulteriore l'eliminazione della portante consente di stimare in modo più semplice il raggio dell'area da traslare: di solito la scelta è lasciata all'utente in quanto il limite teorico, la frequenza di Niquist, essendo troppo elevato non risulta di alcuna utilità. Appurato che il raggio dovrebbe essere scelto quanto più ampio possibile—un valore inferiore al limite implica la perdita dei dettagli nella fase ricostruita—un criterio di dimensionamento può essere quello di utilizzare la distanza della portante dall'origine. Normalmente, infatti, tale scelta pone dei problemi per la presenza dei termini associati al continuo, ma nel caso specifico tali componenti sono assenti e non disturbano la soluzione.

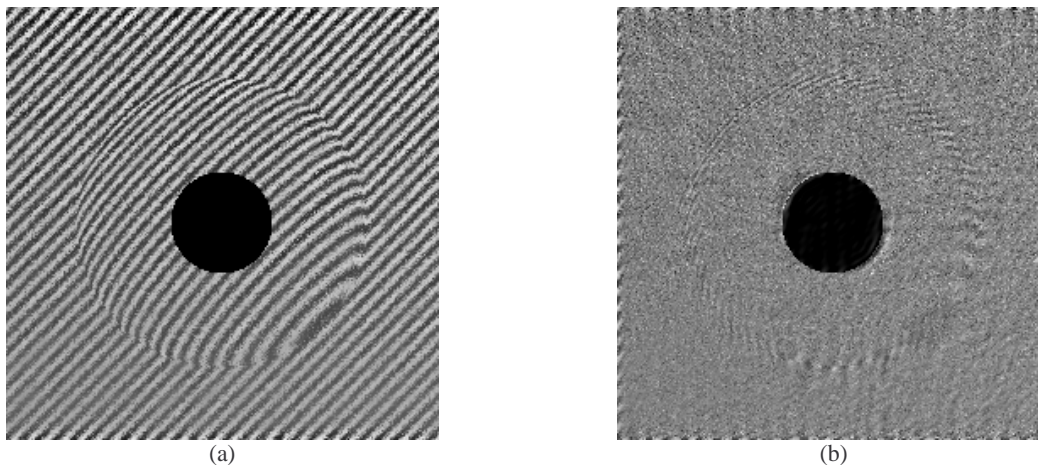


Fig. 1. Campo di frange (a) e fondo calcolato con la tecnica proposta (b).

#### 3.1 Calcolo del fondo

La stima del fondo richiesta dalla (4) può essere complessa nel caso si vogliano analizzare fenomeni dinamici o non sia possibile garantire la corrispondenza uno ad uno tra i pixel delle immagini con e senza frange. In questi casi è necessaria una stima numerica del segnale continuo.

Analizzando la (2) è evidente che da un punto di vista sperimentale sono distinguibili solo 3 variabili: la modulazione  $m(\mathbf{r})$ , la somma dell'intensità del fondo con l'eventuale rumore  $b(\mathbf{r}) = b(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r})$  e la fase. Acquisendo un minimo di tre immagini con differenti sfasamenti noti a priori è quindi possibile valutare, ai sensi dei minimi quadrati, tutte e tre le variabili.

Questo approccio è difficilmente perseguibile in un caso dinamico in quanto richiede tre canali di acquisizione contemporanea separati. Di difficoltà appena minore è l'ipotesi di acquisire un segnale in

opposizione di fase; in questo caso, infatti, sarebbero necessari solo due canali invece di tre, ma le difficoltà sperimentali rimarrebbero comunque notevoli.

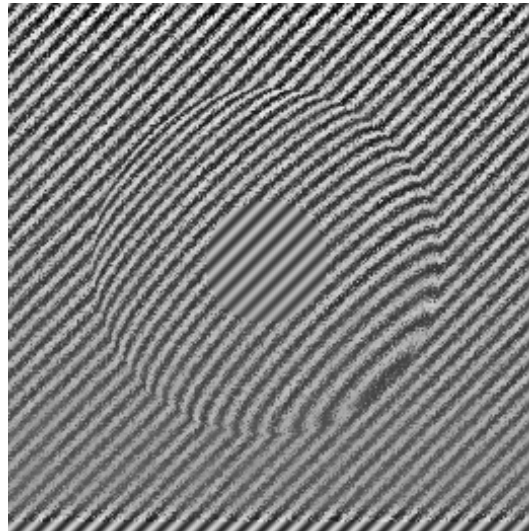
Una soluzione diversa potrebbe essere quella di proiettare un sistema di frange ortogonali a quello originale ed eseguire la trasformata di Fourier di entrambe le immagini [13]. Le aree della prima immagine contenenti i massimi del segnale (poste a  $\pm \mathbf{u}_0$ ) sono infatti essenzialmente prive di segnale utile nella seconda. Sostituendo alle aree della prima immagine quelle estratte dalla seconda ed eseguendo la trasformata inversa di Fourier si potrebbe dunque risalire ad un valore approssimato del fondo.

Tale metodologia pone tuttavia problemi ancora più complessi dato che non consente l'utilizzo di canali di acquisizione separati e fallisce in caso di interferogrammi invariati per rotazioni di  $\pi/2$ . Se tuttavia si utilizzano, al posto delle aree omologhe della seconda immagine, le aree in quadratura della prima, il risultato è pressoché identico e può essere ottenuto con una sola acquisizione.

In figura 1 sono illustrati un campo di frange sintetico (un settore sferico, (a)) ed il relativo continuum calcolato con l'algoritmo proposto (b). Esso approssima quello reale e differisce solo nella zona in cui i gradienti sono massimi nonché sui bordi (la portante è frazionaria).

#### 4. ESTRAPOLAZIONE DEI DATI PER L'ABBATTIMENTO DELLE COMPONENTI AD ALTA FREQUENZA

La presenza di zone in cui il segnale è assente—ad esempio il fondo del foro nel caso dell'utilizzo dell'interferometria Moirè per lo studio delle tensioni residue—introduce componenti ad alta frequenza nel piano di Fourier e rende pertanto difficoltosa l'analisi.



**Fig. 2.** Estrapolazione del campo di frange all'interno del foro centrale e sui bordi inferiore e destro per mezzo dell'algoritmo di Gerchberg.

Per estrapolare il campo di frange nelle zone in cui esso è assente può tuttavia essere utilizzato un algoritmo noto in letteratura, benché sviluppato in un campo e per scopi completamente diversi, l'analisi delle immagini astronomiche. Si tratta dell'algoritmo ideato da Gerchberg [14] e più tardi ripreso da Rodier [13].

Sia  $i''(\mathbf{r})$  l'intensità normalizzata:

$$i''(\mathbf{r}) = i(\mathbf{r})/b(\mathbf{r}) - d(\mathbf{r}) \quad (4')$$

dove si è supposto che  $0/0 = 0$  e che  $d(\mathbf{r})$  sia una matrice che ha valori unitari nella zona in cui il segnale è presente e nulli nelle altre. Se la trasformata  $I''(\mathbf{u})$  di  $i''(\mathbf{r})$  è analitica (come implicitamente assunto nei paragrafi precedenti), sarà tutta compresa nell'intorno di due massimi posti a  $\pm \mathbf{u}_0$ , per cui il campo di fase può essere estrapolato eseguendo iterativamente i seguenti passi:

1. calcolo della DFT reale di  $i''(\mathbf{r})$ ;
2. individuazione dei massimi (a  $\pm \mathbf{u}_0$ );
3. calcolo dell'energia contenuta nelle aree: se questa differisce dal valore precedente per un valore minore a quello di una tolleranza predefinita l'iterazione si interrompe;
4. filtraggio di tutte le componenti esterne alle regioni individuate (in questo lavoro si è utilizzata una finestra di Hann);
5. calcolo della trasformata inversa di Fourier;
6. aggiornamento del campo di frange.

Si noti che il sesto passo opera solo sui pixel in cui  $d(\mathbf{r}) = 0$  per cui il segnale originale viene lasciato intatto.

L'algoritmo funziona perché ad ogni iterazione vengono rimosse le componenti ad alta frequenza così che eventuali discontinuità inizialmente presenti tra il segnale e la parte estrapolata vengono progressivamente rimosse. In figura 2 è riportato il risultato dell'applicazione della procedura descritta al campo di frange di figura 1a.

## 5. ORLATURA E RIFILATURA DEL DOMINIO

L'utilizzo di una trasformata discreta ha come conseguenza che il rapporto tra il numero di pixel per frangia della portante e le dimensioni dell'immagine deve essere un valore intero. Se così non è, la traslazione nel campo delle frequenze prevista al passo 3 dell'algoritmo di Takeda non può avere pieno successo e nel campo di fase risultante resterà un termine residuo, della forma  $\delta\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}$  (un piano).

Questo termine spurio può essere rimosso con un'operazione di post processing se il campo di frange contiene aree in cui  $\varphi_0(\mathbf{r})$  è nullo o trascurabile; tali zone, infatti, possono essere utilizzate per calcolare la portante residua (ad esempio con una tecnica ai minimi quadrati) e quindi eliminarla. Particolarmente adatte a questa operazione sono le aree "riempite" con l'algoritmo di Gerchberg; in esse, infatti, la componente  $\varphi_1(\mathbf{r})$  è trascurabile e la  $\varphi_0(\mathbf{r})$  è nulla come è evidente nella parte centrale della fig. 2, dove appare chiaro che la zona "riempita" non ha un andamento sferico ma costituisce un piano.

Nel caso non esistano zone prive di segnale il problema è molto più complesso ed è di solito superato ricorrendo a soluzioni tarate sul caso in esame. In realtà, come sarà illustrato nei paragrafi seguenti, l'algoritmo di riempimento, opportunamente utilizzato, consente un approccio generalizzabile al problema.

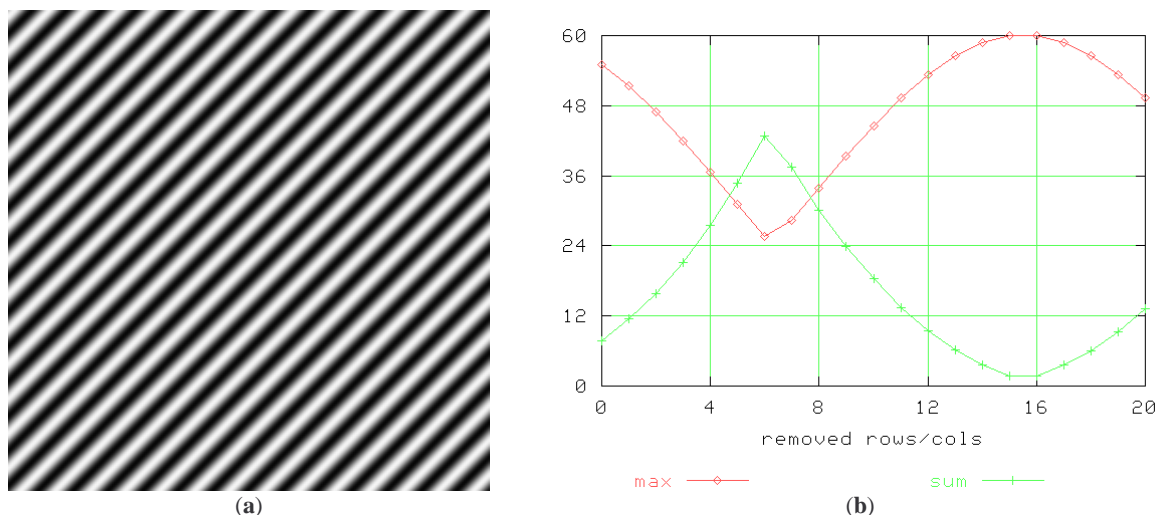


Fig. 3. Portante frazionaria (a) ed andamento del massimo e della sommatoria normalizzata delle componenti della FFT al variare del numero di righe e colonne rimosse.

### 5.1 Orlatura del dominio

Una tecnica per la rimozione dal termine residuo della portante, alternativa a quella descritta nel paragrafo 5, consiste nel lavorare, piuttosto che sul risultato, sull'immagine stessa di partenza, in modo da portare ad un valore intero il rapporto tra il numero di pixel per frangia della portante e le dimensioni dell'immagine. Per ottenere questo risultato, quanto meno in modo approssimato, è sufficiente modificare le dimensioni dell'immagine aggiungendo progressivamente righe e colonne fino ad ottenere la combinazione ottimale. Perché le condizioni di continuità ciclica della FFT siano soddisfatte, tuttavia, occorre anche che le righe inserite non siano nulle ma contengano segnale. L'algoritmo di Gerchberg si presta precisamente a questo scopo in quanto consente di estrapolare la portante alle zone in cui essa è assente, nel caso specifico ai bordi fittiziamente inseriti.

L'algoritmo di orlatura può quindi riassumersi nell'esecuzione, per un numero predefinito di passi, delle seguenti macro-istruzioni:

1. mappatura dell'immagine, dell'eventuale maschera e del fondo (se disponibile) sulle matrici orlate;
2. estrapolazione della portante nelle aree in cui essa è assente;
3. calcolo della FFT reale;

4. individuazione della componente di valore assoluto massimo  $f_{\max}$  nel piano di Fourier, avendo cura, se non si è normalizzata la fase, di escludere dalla ricerca la componente corrispondente alla frequenza nulla;
5. normalizzazione dei moduli degli elementi della FFT utilizzando  $f_{\max}$ :

$$f'(i,j) = f(i,j)/f_{\max} \quad (5)$$

6. calcolo dell'indice di concentrazione  $g$ :

$$g = \frac{\sum_i^{n_i} \sum_j^{n_j} f'(i,j)}{n_i n_j} \quad (6)$$

con  $n_i$  ed  $n_j$  dimensioni correnti dell'immagine

7. se  $g$  è inferiore al valore corrente, salvataggio del suo valore e delle dimensioni dell'immagine.

Al termine delle iterazioni l'immagine deve essere ridimensionata utilizzando i valori ottimali trovati al punto 7. L'algoritmo infatti lavora in base al principio che più il rapporto tra pixel per frangia e dimensioni dell'immagine è prossimo ad un numero intero, più il picco risulterà concentrato; normalizzandone quindi il valore ad 1, l'indice di concentrazione  $g$  avrà un minimo per la configurazione che presenta la dispersione più bassa delle componenti, cioè la configurazione cercata.

In figura 2 sono illustrati i risultati dell'operazione di orlatura e riempimento: l'estensione dei margini è chiaramente visibile nel bordo destro ed inferiore dell'immagine che, ovviamente appaiono privi di rumore. Si osservi come il valore della modulazione e dell'intensità media siano stati preservati e come l'estensione del dominio consenta di soddisfare le condizioni di continuità ciclica dell'immagine.

## 5.2 Rifilatura del dominio

L'algoritmo illustrato al punto precedente può essere reso molto più semplice e computazionalmente meno pesante, a patto di accettare la perdita di parte dei dati. Se infatti, invece di aggiungere progressivamente righe e colonne, queste vengono rimosse, l'esecuzione del passo 2 (riempimento), che consuma la parte più consistente del tempo macchina, non è più necessaria e l'algoritmo si riduce alle seguenti fasi:

1. rimozione delle righe e/o delle colonne dai bordi dell'immagine ed eventualmente del fondo;
2. calcolo della DFT dell'immagine (possibilmente normalizzata con la 4°);
3. identificazione della componente massima (escludendo la componente di frequenza nulla, nel caso l'immagine non sia stata normalizzata);
4. normalizzazione della FFT con la (5);
5. calcolo dell'indice di concentrazione con la(6).

I passi 1-5 vengono ripetuti per un numero di volte specificato dall'utente; in alternativa si può indicare il numero massimo di righe e colonne che si ammette possano essere rimosse ed esplorare tutte le combinazioni all'interno di tale campo.

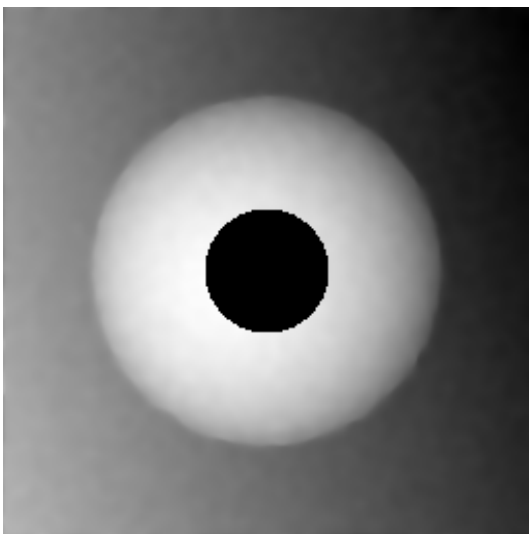


Fig. 4. Ricostruzione del campo di frange di fig. 1. Toni di grigio diversi corrispondono a quote diverse (nero=0).

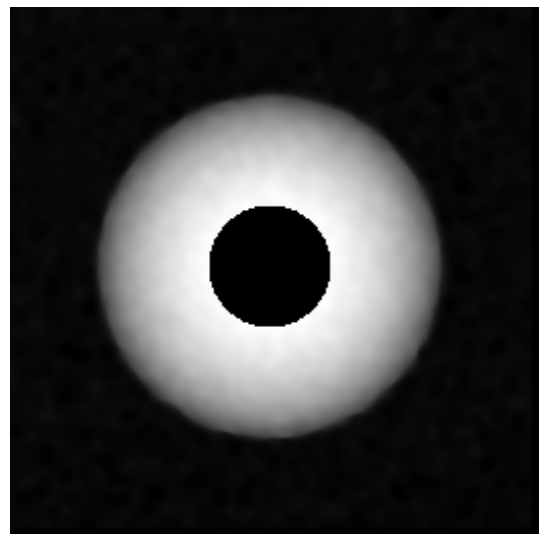


Fig. 5. Ricostruzione del campo di frange di fig. 1 con l'utilizzo dell'algoritmo di orlatura.

In figura 3a è illustrato un campo di frange frazionario mentre in fig. 3b è riportato l'andamento sia del massimo della FFT che dell'indice  $g$  al diminuire delle dimensioni dell'immagine. Si osservi che, nonostante la bassa frequenza della portante, il minimo di  $g$  si ottiene a seguito della rimozione di solo 6 righe e 6 colonne. Nel caso si abbia quindi a che fare con immagini i cui bordi contengano dati che possono essere trascurati, questa variante dell'algoritmo è sicuramente da preferirsi alla precedente.

## 6. ESEMPI DI APPLICAZIONE

Di seguito vengono presentati una serie di esempi di applicazione delle tecniche su esposte. In particolare sono analizzate un'immagine sintetica, la deformazione di una flangia acquisita con la tecnica della interferometria olografica ed il campo di spostamenti di una piastra forata caricata uniformemente sui bordi.

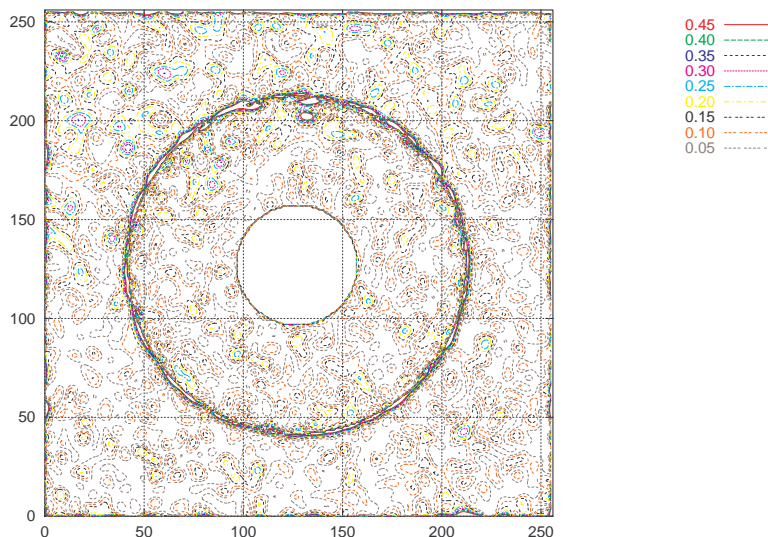


Fig. 6. Errori nella ricostruzione della figura 4 dopo la rimozione a posteriori del residuo della portante.

### 6.1 Immagini sintetiche

In figura 4 e 5 è illustrata la ricostruzione del campo di frange di fig. 1 (un settore sferico), utilizzando le tecniche descritte. Le due immagini differiscono per il fatto che nella prima non è stato utilizzato l'algoritmo di orlatura/rifilatura del dominio. E' evidente come nella fig. 4 sia presente una componente residua che si traduce in un risultato distorto, mentre tale componente è stata del tutto rimossa nel secondo caso.

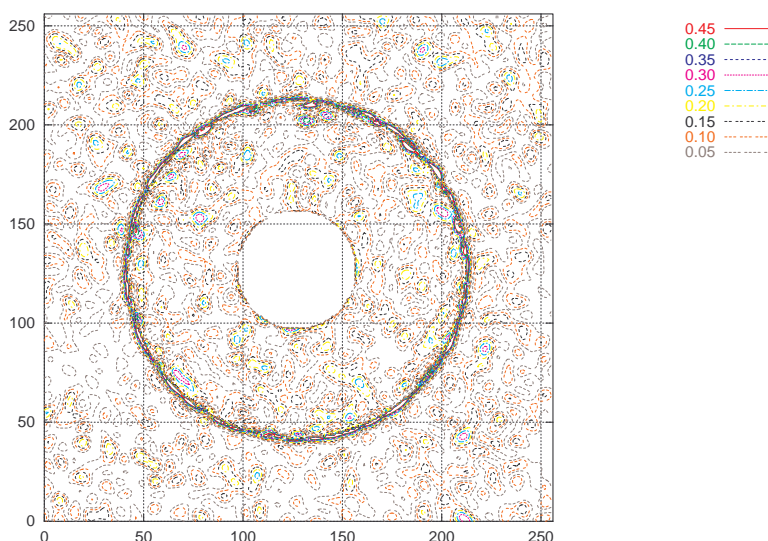


Fig. 7. Errori nella ricostruzione della figura 5.

In figura 6 sono riportate le mappe di errore relative all'analisi del settore sferico eseguita senza l'algoritmo di orlatura, dopo che la fase è stata corretta a posteriori tramite la stima di un piano interpolante. Dal

confronto con la fig. 7, che mostra invece le mappe relative al caso in cui l'algoritmo di orlatura/rifilatura è stato usato, appare chiaro che la metodologia proposta consente di ottenere risultati eguali o superiori alla tecnica classica, con il vantaggio di poter essere applicata anche nei casi in cui non è evidente quale sia il piano interpolante.

## 6.2 Deformazione di una flangia sottoposta a pressione interna

In figura 8 è riportato il campo di frange, ottenute con la tecnica della interferometria olografica, relative ad una flangia sottoposta a pressione interna. In fase di registrazione dell'ologramma è stata inserita una portante per semplificare l'analisi con le tecniche automatiche.

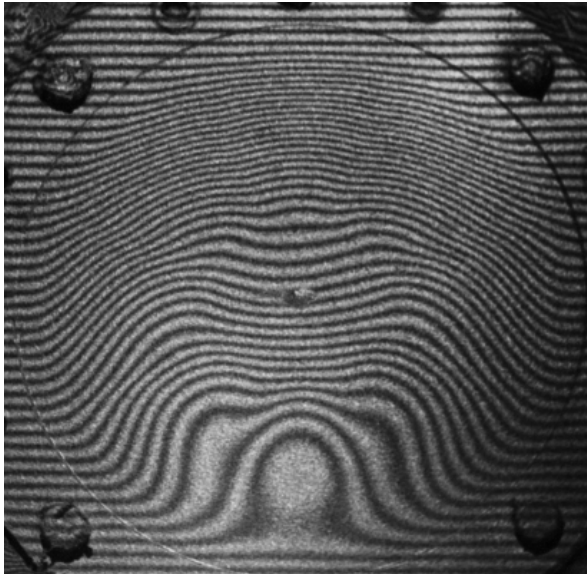


Fig. 8. Flangia sottoposta a pressione interna.

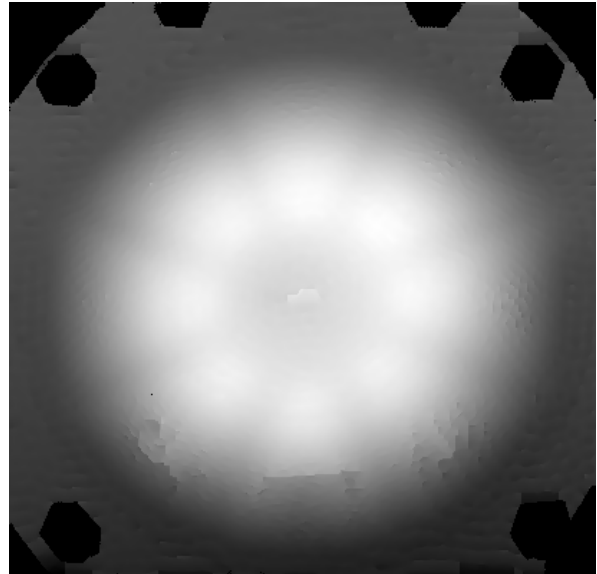


Fig. 9. Deformazione della flangia. Si riconoscono il rinforzo centrale e gli 8 rinforzi radiali.

In figura 9 è illustrata la deformata calcolata con le tecniche descritte in questo lavoro. A parte alcuni difetti visibili nella parte inferiore, sono facilmente riconoscibili gli otto rinforzi radiali e quello centrale. Durante il calcolo si è utilizzata una maschera per disabilitare le aree esterne ed i bulloni mentre per compensare la (lieve) inclinazione si è impiegato l'algoritmo di orlatura che, nel caso specifico, ha rimosso una sola riga.

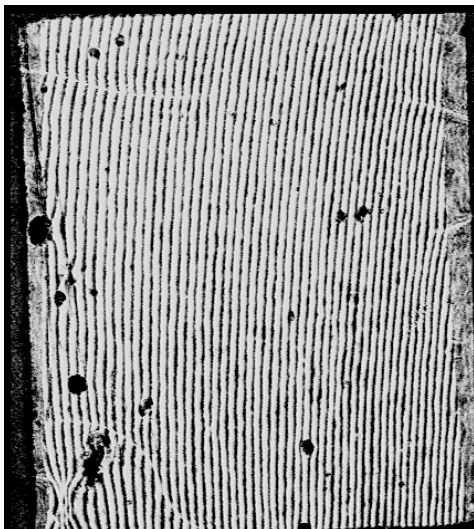


Fig. 10. Tensioni residue: campo di Frange iniziale

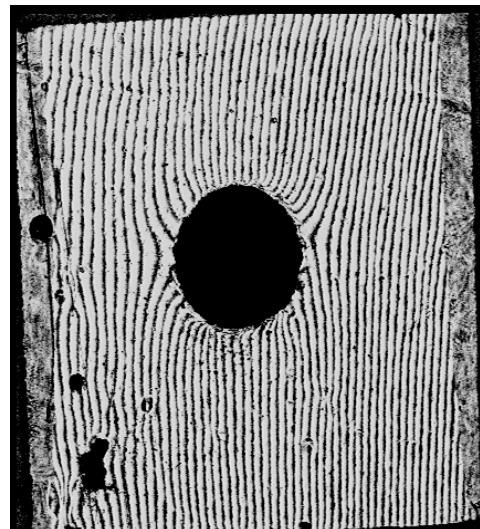


Fig. 11. Tensioni residue: campo di Frange dopo la foratura

## 6.3 Tensioni residue in un provino di alluminio forato

In figura 10 ed 11 sono riportati i campi di frange, ottenute con la tecnica della interferometria Moiré, prima e dopo la foratura di un provino di alluminio. Il reticolo, da 1000 linee/mm, è stato incollato sul provino dopo



l'applicazione del carico e quindi forato con un trapano di precisione ad alto numero di giri, in modo da simulare un campo di tensioni residue. In particolare nella fig. 11 è evidente il rilascio delle tensioni tutto attorno al foro.

In figura 12 è riportata la differenza di fase lungo un segmento orizzontale posto in mezzeria del provino: l'andamento è chiaramente consistente con quanto previsto dalla teoria.

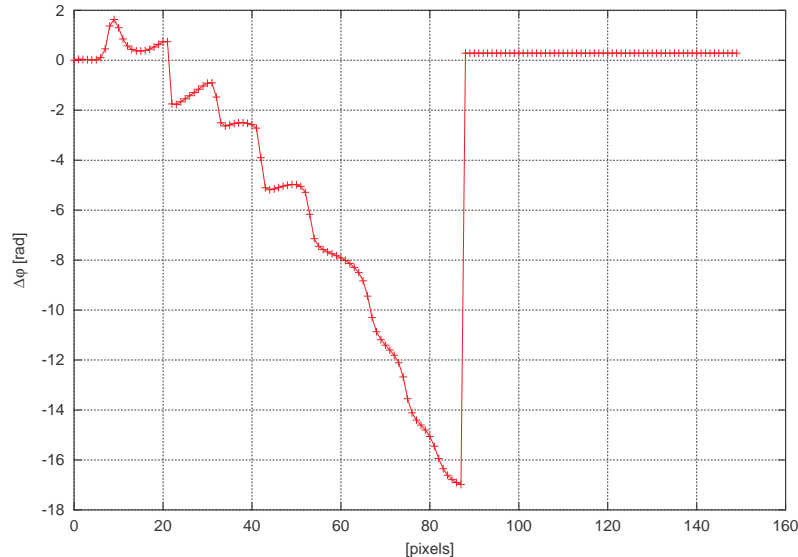


Fig. 12. Andamento della differenza di fase lungo la mezzeria del provino

## 7. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono state presentate una serie di tecniche, alcune originali, altre note in letteratura, la cui combinazione consente da un lato di migliorare l'accuratezza dello Spatial Phase Shifting, dall'altro di ampliarne il campo di applicabilità.

L'utilizzo dell'immagine di fondo annulla, infatti, il picco posto attorno all'origine del piano di Fourier ad esso corrispondente cosicché, venendo meno la necessità di utilizzare una portante di frequenza molto elevata, si riducono i problemi di aliasing. D'altra parte, la tecnica di orlatura/rifilatura dei margini dell'immagine consente di eliminare la componente spuria della portante anche in quei casi in cui risulta difficile identificare una zona priva di segnale da cui estrapolarne il valore.

Lo Spatial Phase Shifting si presta all'analisi a campo intero di sistemi di frange, dalla ricostruzione delle forme all'analisi del campo di spostamento nella tecnica dell'hole drilling. Le sue possibilità sono state illustrate con alcuni esempi su immagini sintetiche e su provini sperimentali che ne hanno dimostrato la buona affidabilità.

## Bibliografia

- [1] F. Bertolino, F. Ginesu and A. Cuboni, "Automatic Surface Reconstruction of Simple Mechanical Objects Using Grid Projection and Phase Shifting", Proc. Of the X ADM Conference. International Conference on Design Tools and Methods in Industrial Engineering, Firenze, 377–385, 1997
- [2] Post D., Han B., Ifju P., *High Sensitivity Moirè; experimental analysis for mechanics and materials*, Springer-Verlag, 1993.
- [3] C. M. Vest, *Holographic interferometry*, J. Wiley, New York, 1975.
- [4] K. Creath "Temporal Phase Measurement Methods" in *Interferogram Analysis, Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*, D. W. Robinson and G. T. Reid eds, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993
- [5] M. Kujawinska "Spatial Phase Measurement Methods" in *Interferogram Analysis, Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*, D. W. Robinson and G. T. Reid eds., Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993
- [6] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry", *J. Opt. Soc. Am.*, **72** (1), 156–160, 1982.
- [7] D. J. Bone, H. A. Bachor and R. J. Sandeman, "Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform" *Appl. Opt.*, **25** (10) 1653–1657, 1986.
- [8] C. A. Sciammarella, G. M. A. Ahmadashahi, "Detection of fringe pattern information using a computer based method",
- [9] C. A. Sciammarella, G. Bhat, "Two Dimensional Fourier transform method for fringe pattern analysis",
- [10] G. Petrucci "Alcuni aspetti teorici e pratici del metodo della trasformata di Fourier in fotomeccanica", AIAS '99, Atti del XXVIII Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni, Vicenza 8–11 Sett. 1999, Padova, 797–806, 1999.

- [11] L. R. Watkins, S. M. Tan and T. H. Barnes, “Determination of interferometer phase distributions by use of wavelets” *Optics Letters*, **24** (3), 905–907, 1999.
- [12] A. Baldi, F. Bertolino and F. Ginesu, “On the Performance of some Unwrapping Algorithms”, accepted for publication on *Optics and Lasers in Engineering*.
- [13] C. Roddier, F. Roddier, “Interferogram Analysis Using Fourier Transform Techniques” *Appl. Opt.* **26** (9), 1668–1673, 1987.
- [14] R. W. Gerchberg, “Super-resolution through error energy reduction”, *Optica Acta*, **21** (9), 709–720, 1974.