



**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA CON  
NÚMEROS ENTEROS USANDO LA PLATAFORMA CEREBRITI**

**YINA MARCELA MUÑOZ FERNÁNDEZ**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA CON  
NÚMEROS ENTEROS USANDO LA PLATAFORMA CEREBRITI**

Autora

**YINA MARCELA MUÑOZ FERNÁNDEZ**

Proyecto de grado para optar al título de Magister en enseñanza de las Ciencias

Tutor

**ALEXANDER RINCON ROJAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

## **DEDICATORIA**

Dedico la realización de este proyecto de investigación a mi familia que siempre ha sido el pilar fundamental para alcanzar los objetivos que he perseguido.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios, por ser la luz que ilumina mi camino.

A mi Familia por su apoyo incondicional en todo este proceso.

Al Magister, Alexander Rincón Rojas por su apoyo y orientación en el desarrollo de la presente investigación.

A la Institución Educativa Pablo VI de Taminango Nariño, por permitirme desarrollar las actividades necesarias para la ejecución del proyecto.

## RESUMEN

Una vez que se ha logrado identificar esta situación problema de la Institución Educativa Pablo VI, Municipio de Taminango Nariño, se ha tratado de definir tres estadios de análisis para los estudiantes estructurando una unidad didáctica haciendo uso de tres etapas: la primera que se orienta hacia la realización de un diagnóstico del estado de los estudiantes al iniciar la temática de operación de números enteros positivos y negativos con operaciones básicas de suma y resta solo para lograr identificar que si los estudiantes han logrado captar de manera adecuada el concepto de número entero y su positividad y negatividad; la segunda etapa, se direcciona hacia el refuerzo de aspectos que se lograron identificar con la realización de la primera fase de diagnóstico y la tercera fase se enfoca hacia la evaluación de los conceptos adquiridos mediante la aplicación de la unidad didáctica respectiva.

**Palabras claves:** Unidad didáctica, Enseñanza secundaria, Matemáticas - Enseñanzas

## **ABSTRACT**

Once it has been possible to identify this problem situation of the Pablo VI Educational Institution, Municipality of Taminango Nariño, an attempt has been made to define three stages of analysis for the students, structuring a didactic unit using three stages: the first is oriented towards the realization of a diagnosis of the state of the students when starting the theme of operation of positive and negative integers with basic operations of addition and subtraction only to identify that if the students have managed to adequately grasp the concept of the whole number and its positivity and negativity; the second stage is directed towards the reinforcement of aspects that were identified with the realization of the first diagnostic phase and the third phase focuses on the evaluation of the concepts acquired through the application of the respective didactic unit.

Keywords: Didactic unit, Secondary education, Mathematics - Teachings

## CONTENIDO

1	PRESENTACIÓN.....	13
2	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	14
	2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	14
	2.2 FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA .....	17
3	JUSTIFICACIÓN.....	18
4	ANTECEDENTES.....	22
	4.1 INTERNACIONALES.....	22
	4.2 NACIONALES .....	25
	4.3 LOCALES.....	27
5	OBJETIVOS.....	30
	5.1 OBJETIVO GENERAL .....	30
	5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	30
6	REFERENTE TEÓRICO.....	31
	6.1 LA FORMULACIÓN Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	31
	6.1.1 La Formulación, Tratamiento Y Resolución De Problemas.....	34
	6.2 ESTRUCTURA ADITIVA CON NÚMEROS ENTEROS.....	36
	6.2.1 Los Números Enteros.....	36
	6.2.2 Aprendizaje De Estructuras Aditivas De Los Números Enteros .....	38
	6.3 LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN Y SU PAPEL EN LA EDUCACIÓN .....	39
	6.3.1 Las Tecnologías De La Información Y La Comunicación En El Aprendizaje De Las Matemáticas .....	42

7	METODOLOGÍA .....	44
7.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN .....	44
7.2	POBLACIÓN Y MUESTRA.....	45
7.2.1	Población .....	45
7.2.2	Unidad de Trabajo .....	45
7.3	INSTRUMENTOS.....	45
7.4	TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	46
7.4.1	PLATAFORMA CEREBRITY .....	46
7.5	PLAN DE ANÁLISIS.....	48
8	RESULTADOS.....	49
8.1	RESULTADOS ETAPA INICIAL Y DIAGNÓSTICA.....	50
8.1.1	Análisis De Las Categorías.....	58
8.2	RESULTADOS ETAPA DE DISEÑO Y REFUERZO .....	68
8.2.1	Análisis De Las Categorías.....	72
8.3	RESULTADOS ETAPA DE EJECUCIÓN Y EVALUACIÓN.....	83
8.4	Análisis de las categorías .....	87
9	REFLEXION PEDAGOGICA.....	94
10	CONCLUSIONES .....	95
11	RECOMENDACIONES.....	97
12	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Plataforma Cerebriti (Cerebriti, 2019) .....	47
Figura 2 Pregunta 1: Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea..	54
Figura 3 Pregunta 2: Cual es el valor de A y B .....	55
Figura 4 Pregunta 3 Diferenciación de signos mayor y menor .....	56
Figura 5 Pregunta 4: completa adecuadamente el concepto de valor absoluto y opuesto de un número .....	57
Figura 6 Ejemplo con estudiante pregunta 1 y 2 .....	59
Figura 7 Asociación con números enteros.....	60
Figura 8 Problema planteado.....	61
Figura 9 Representación de la situación planteada.....	61
Figura 10 Representación numérica de la situación planteada.....	62
Figura 11 Estudio de caso.....	63
Figura 12 Representación gráfica para estudio de caso.....	63
Figura 13 Ejemplo con estudiante preguntas 3 y 4.....	64
Figura 14 Ejemplo respuestas estudiante prueba diagnóstico .....	66
Figura 15 Pregunta 1: Ejercicios de niveles .....	70
Figura 16 Pregunta 2: Razonamiento, formulación, flexibilidad e interpretación de problemas .....	70
Figura 17 Pregunta 3: Formulación de hipótesis .....	71
Figura 18 Pregunta 4: Comparación, formulación e interpretación a partir de un enunciado verbal. ....	71
Figura 19 Evidencia preguntas 1 y 2 prueba de diseño y refuerzo.....	72
Figura 20 Respuesta del estudiante A1 .....	74

Figura 21 Comparativa respuestas preguntas 3 y 4 .....	76
Figura 22 Formulación de Hipótesis .....	77
Figura 23 Representación gráfica .....	78
Figura 24 Estudio de caso.....	79
Figura 25 Representación gráfica de la pregunta .....	80
Figura 26 Procedimiento gráfico .....	82
Figura 27 Preguntas 1 y 2. Interpretación para suma de números enteros .....	85
Figura 28 Pregunta 3: Interpretación de sumas y diferencias.....	86
Figura 29 Pregunta 4: Interpretación de sumas y diferencias.....	86
Figura 30 Pregunta 5: Interpretación de sumas y diferencias.....	87
Figura 31 Evidencia desarrollo preguntas 1 y 2 .....	88
Figura 32 Solución de estudiante a preguntas 3, 4 y 5 .....	90
Figura 33 Formulación gráfica .....	91
Figura 34 Propuesta de solución gráfica .....	92

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Casos de operatividad con los números enteros .....	15
Tabla 2 Categorías y subcategorías de análisis.....	49
Tabla 3 Resultados de la prueba diagnóstico aplicada a los estudiantes. ....	52
Tabla 4 Registro de frecuencia de los resultados obtenidos .....	54
Tabla 5 Resultados de la prueba de refuerzo .....	68
Tabla 6 Registro de Frecuencias de los resultados de la prueba de refuerzo.....	69
Tabla 7 Pares Obtenidos .....	81
Tabla 8 Registro de los resultados de la prueba de evaluación .....	83
Tabla 9 Registro de Frecuencias de los resultados de la prueba de refuerzo.....	84

## LISTA DE ANEXOS

Anexo 1 Prueba diagnóstica para conocer el nivel de formulación y resolución de problemas con números enteros (Plataforma cerebriti).....	111
Anexo 2 Adición y Sustracción de Números Enteros (Plataforma cerebriti).....	112
Anexo 3 ¿Qué significan las expresiones? (Plataforma cerebriti).....	113
Anexo 4 Unidad Didáctica .....	114
Anexo 5 Plataforma Cerebriti.....	116
Anexo 6 Evidencias de aplicación de los instrumentos.....	118
Anexo 7 Evidencias de la plataforma cerebriti.....	120
Anexo 8 Prueba Adicional.....	131

## 1 PRESENTACIÓN

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso complejo y abstracto que se debe a la claridad de conceptos que se requiere tener para solucionar un problema matemático. Adicionalmente se suma la capacidad de resolver problemas que será de utilidad en la vida real para los estudiantes y que se traducirá en la posibilidad de solucionar sus propios problemas a futuro e incluso cuando se encuentren enfrentados a la vida laboral.

Una vez que se ha logrado identificar esta situación problema de la Institución Educativa Pablo VI, Municipio de Taminango Nariño, se ha tratado de definir tres estadios de análisis para los estudiantes estructurando una unidad didáctica haciendo uso de tres etapas: la primera que se orienta hacia la realización de un diagnóstico del estado de los estudiantes al iniciar la temática de operación de números enteros positivos y negativos con operaciones básicas de suma y resta solo para lograr identificar que si los estudiantes han logrado captar de manera adecuada el concepto de número entero y su positividad y negatividad; la segunda etapa, se direcciona hacia el refuerzo de aspectos que se lograron identificar con la realización de la primera fase de diagnóstico y la tercera fase se enfoca hacia la evaluación de los conceptos adquiridos mediante la aplicación de la unidad didáctica respectiva.

Una vez que se logró aplicar los instrumentos 1, 2 y 3 usando la plataforma Cerebriti se procedió a realizar un análisis de la información recolectada de acuerdo con los objetivos trazados y las categorías definidas para tal fin y que se encuentran igualmente representadas con las preguntas que se realizaron en los cuestionarios implementados mediante cada uno de los instrumentos aplicados.

Por último, se presenta las conclusiones y recomendaciones que se lograron obtener a partir del análisis de resultados que hace parte de este proyecto de investigación y para terminar se presenta las referencias bibliográficas que se usaron en el marco teórico de esta investigación y los correspondientes anexos como evidencias de aplicación fotográfica de los instrumentos usando la plataforma Cerebriti.

## 2 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

### 2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El presente proyecto se originó teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

El primero de ellos, se encuentra relacionado con la dificultad en la resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros. De esta forma es posible observar que el aprendizaje de los números enteros es uno de los componentes del currículo académico que presenta dificultades para los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Pablo VI, Municipio de Taminango Nariño, evento que se ve reflejado en su dificultad a la hora de comprender el concepto de número entero, las operaciones, las propiedades y las relaciones, esto se evidencia mediante la observación de clase, en los resultados de la evaluación de los estándares básicos de competencia a cumplir dentro de la institución, para afrontar de manera directa problemas donde intervienen estos números, los procesos de razonamiento asociados donde existe al parecer la ausencia de estrategias en la resolución de problemas para el abordaje de diversas situaciones de estructura aditiva con los números enteros. Además, se puede apreciar el escaso uso de herramientas tecnológicas para el aprendizaje de las matemáticas dentro de la institución educativa.

Por otro lado, el problema está relacionado con la naturaleza y tiempo que se ha dado al trabajo con números naturales, durante toda la escuela primaria los estudiantes vienen acostumbrados a situaciones y actividades donde el predominio se hace sobre cantidades positivas (enteros positivos y racionales positivos), se desarrollan ejercicios y se resuelven problemas donde estos números toman algún sentido, pero cuando se llega a la secundaria, en especial al grado séptimo la transición aritmética se hace confusa para los estudiantes,

“además el paso de los números naturales a los números enteros positivos y negativos con el cero como número entero, amplía el concepto de número, pero también se ve sujeto a cambios conceptuales en las operaciones, propiedades y relaciones entre ellos, configurando de esta manera un sistema numérico diferente” (Giraldo, 2014, p.15).

La confusión de los estudiantes esta direccionada a tres tópicos fundamentales: el primero, se hace sobre la ampliación del conjunto numérico natural y al conjunto de números enteros, asumiendo los enteros negativos como opuestos aditivos de los naturales, el cero como número neutral, lo que conlleva a asociar situaciones que no necesariamente son claras para los estudiantes asociadas a la relatividad en los sistemas de referencia utilizados (arriba-abajo, ganar-perder, vivir-morir, norte-sur, eje-positivo, eje-negativo, entre otros), la asignación del número entero (positivo, negativo o cero). Una segunda confusión, se refleja en la operatividad que se tiene con los números enteros con relación a la suma, como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1 Casos de operatividad con los números enteros

<b>Caso I</b>	entero positivo	Más	entero positivo	Igual	entero positivo
<b>Caso II</b>	entero negativo	Más	entero negativo	Igual	entero negativo
	entero positivo	Más	entero negativo	Igual	entero positivo
<b>Caso III</b>	entero negativo	Más	entero positivo	Igual	entero negativo o cero

Fuente: (Giraldo, 2014, p.15).

Es decir, se pasa de tener una única forma de sumar (caso I) a tener dos casos adicionales, donde la construcción y significado que se le asigne al entero negativo toma relevancia dentro de esta operación. En esta misma confusión operativa, se puede detallar que, los estudiantes vienen de contextos naturales donde la resta solo tiene sentido cuando el minuendo es mayor o igual que el sustraendo, pero que cambia rotundamente cuando se trabaja con los enteros, puesto que la restricción de clausura desaparece. Una tercera confusión, gira en torno a la interpretación que el estudiante tenga sobre la cantidad

negativa y su correspondiente asignación. Por lo tanto, hay una gran brecha y podría llamarse, “grandes dificultades” en el paso de la primaria al bachillerato, siendo los contenidos mucho más problemáticos para los alumnos, debido a la falta de competencias y habilidades para comprenderlos tal como expresa en Bustos D., Pérez M. y Vargas I. (1991) donde se presentan los errores y olvidos como gran obstáculo para el aprendizaje de resolución de problemas. Para Orozco “la mayor dificultad de esta transición se da porque simplemente se presentan los conceptos de manera somera, pero no existen reflexiones sobre los cambios profundos” (Orozco, 2012, p.9).

El problema de estructura aditiva con números enteros está relacionado con lo expresado por (Castrillón, 2013) quien manifiesta que uno de los factores que incide en las dificultades de aprendizaje de los números enteros, es la forma tradicional mediante la cual se enseñan estos contenidos en los currículos académicos, ya que mientras, por un lado, los estudiantes establecen sus modos de aprendizaje enfocados en las herramientas tecnológicas, las redes sociales, la web interactiva y los videojuegos, los profesores en su gran mayoría imparten sus conocimientos desde modelos de enseñanza tradicionales, enfocados en el tablero y el marcador que resultan poco motivantes para los estudiantes; igual sucede con lo expresado en León (2019) donde se presenta la falta de conocimiento acerca de TIC como el principal problema que impide la adecuada enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta el grado de avance actual de las TIC. Lo anterior hace referencia directa a la necesidad de tener formas complementarias para enseñar, donde la vinculación del estudiante gire en torno a las motivaciones que encuentra en las herramientas tecnológicas. En este sentido, se encuentra problemático el hecho que se sigue impartiendo una educación en matemáticas aislada del avance tecnológico, sin que existan mediaciones para la inclusión de aplicaciones y herramientas para el aprendizaje. Es de aclarar que la educación en matemáticas o en cualquier disciplina no debe recaer solo en el escenario tecnológico, sino en la integración y coordinación adecuada de las aplicaciones y artefactos al quehacer diario de enseñanza y aprendizaje en contextos que posibiliten el avance de los estudiantes a partir de dicha interacción. Lo que conlleva a deducir a partir de (Muñoz & Puerres, 2011), que el uso de TIC motiva a los estudiantes para el aprendizaje del concepto de número entero y las operaciones de adición y sustracción.

Además, los estándares básicos de competencia para el área de matemáticas en el grado séptimo, establecen que estos deben tener unas habilidades en el manejo de los números enteros, que les permitan entre otras cosas, definir de forma clara y precisa “procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones” (MEN, 2006, p. 84), pero también, establecer una adecuada elección de “métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas” (MEN, Op.Cit, p,84), los estudiantes objeto de estudio aún presentan muchas dificultades de carácter algorítmico, de representación y de interpretación de las temáticas desarrolladas en las clases. De igual forma en Berrios & Valdivia (2012) se presenta la manipulación de materiales de ayuda para que los estudiantes puedan comprender y verbalizar las reglas de la suma en conjunto con los números enteros.

Con base en lo anteriormente citado se establece la siguiente pregunta de investigación la cual servirá de derrotero para el desarrollo de la presente investigación.

## **2.2 FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA**

¿Cómo incide el uso de la plataforma Cerebriti en la actividad escolar de resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros con estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Pablo VI?

### 3 JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo de investigación nace de los contextos contemplados en apartados anteriores y tiene en consideración los siguientes aspectos para su realización:

El primero de ellos establece la necesidad de transitar y utilizar diversos caminos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para la potencialización de los saberes de los estudiantes para que de esta manera puedan asumir las realidades de formas diferentes. En este sentido:

Uno de los grandes retos que se ha propuesto la educación, en todos los tiempos, es el de favorecer la construcción de conocimiento y facilitar el aprendizaje, hazaña que requiere de pedagogías que permitan a los estudiantes, desde su contexto, desarrollar competencias y potenciar habilidades para adaptarse a una sociedad en continua transformación (López, 2014, p. 60).

Lo cual indica que, es indispensable dotar a los estudiantes con todas las herramientas que se tengan a la mano para posicionarlos en sus comprensiones y en los análisis de la realidad a través de una enseñanza variada y contextual.

En esta línea una de las posibilidades de construcción de los conocimientos se puede establecer a través de la enseñanza basadas en la resolución de problemas, la cual “se ha visto como una de las actividades intelectuales que debe desarrollar todo hombre” (Piñeiro, Pinto y Díaz, 2015, p. 7) que en la educación matemática cada vez toma mayor relevancia, “ya que constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al educando enfrentarse a situaciones y problemas que deberá resolver”(Pérez y Ramírez, 2011, p. 170). Por consiguiente, la incorporación de la resolución de problemas constituye una de las alternativas vigentes y con mayor potencial para trabajar con estudiantes en los contextos académicos presentes, bajo las dinámicas y coyunturas existentes.

Otro aspecto importante a mencionar radica en el hecho que la resolución de problemas debe tener componentes que viabilicen su proceder y permitan de una u otra forma el

acercamiento de los estudiantes a las diversas formas de enfrentarlos, en tal caso y ante un mundo cada vez más mediatizado, es necesario reconocer las potencialidades de la tecnología en dichos procesos e incorporarlos en la enseñanza de las matemáticas. A este respecto, de acuerdo con Gómez, Campos, Cabrera y González (2018), incluir la tecnología es un recurso actual que busca generar motivación en los alumnos en cuanto al aprendizaje en matemáticas, para facilitar el proceso de aprendizaje y acercarlos a la realidad de las matemáticas. Todo este proceso de acercamiento a la tecnología se encuentra atado al acceso a la información de una forma sincrónica, con aplicación de aprendizaje autónomo, autorregulando el aprendizaje y mejorando la motivación y participación.

De igual forma, es necesario resaltar el hecho que la construcción del conocimiento matemático a través de la resolución de problemas y la inclusión tecnológica no funcionan sino se tienen en cuenta los procesos académicos que debe desarrollar el estudiante de grado séptimo en relación a las competencias y habilidades con relación a los números enteros y en especial con la estructura aditiva y de acuerdo con MEN (2018):

“Así pues, el desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan. El complejo y lento desarrollo histórico de estos sistemas numéricos y simbólicos esbozado arriba sugiere que la construcción de cada uno de estos sistemas conceptuales y el manejo competente de uno o más de sus sistemas simbólicos no puede restringirse a grados específicos del ciclo escolar, sino que todos ellos se van construyendo y utilizando paciente y progresivamente a lo largo de la Educación Básica y Media. Un acompañamiento pedagógico paciente y progresivo de los estudiantes puede lograr que la gran mayoría de ellos logre la proeza de recorrer doce milenios de historia del pensamiento numérico en sólo doce años de escolaridad (p.60).

En este contexto es fundamental que se trabajen diversas formas de representación y de asignación al conjunto de los números enteros, para posibilitar entre otras, la destreza algorítmica en relación a la suma y resta de enteros, la comunicación matemática, el razonamiento y la identificación de propiedades. Así mismo, es indispensable que el estudiante junto con el profesor puedan superar obstáculos en la enseñanza del conjunto numérico entero, como son la relatividad de las asignaciones (positivas y negativas) y la operatividad del conjunto o como se menciona en (Herrera y Zapatera, 2019, p. 204): “En el aprendizaje de los números enteros, el estudiante tiene que cambiar toda la concepción del número desarrollada en la Educación Primaria” lo cual conlleva, problemas asociados de índole epistémico y didáctico.

Bajo estas circunstancias, la resolución de problemas como una actividad que además de permitir descubrir las regularidades de los procesos, la inserción de conocimientos previos y la búsqueda de recursos para hallar respuestas claras, emerge como una alternativa para mejorar los procesos cognitivos y de aprendizaje de las matemáticas como lo asegura Schoenfeld (1985), Polya (1990) o como lo expresa Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009):

Se propone la resolución de problemas como una actividad fundamental que los estudiantes deben realizar de manera individual y colectiva, pues propicia un ambiente para lograr un aprendizaje significativo que implica la intervención de otros procesos de pensamiento como son: la búsqueda de conexiones, el empleo de distintas representaciones, la necesidad de justificar los pasos dados en la solución de un problema y comunicar los resultados obtenidos p. (5).

Mientras que la incursión de medios automatizados han estado al margen de los procesos de enseñanza y aprendizaje, por lo tanto, la división constante entre la utilización de recursos tecnológicos en la educación básica es notorio, por lo cual es necesario abonar esfuerzos de reconciliación y coordinación entre las práctica de aula centradas en las explicaciones del profesor y las actividades que pueden desarrollar los estudiantes de forma

alterna y complementaria mediante la utilización de medios informáticos y plataformas especializadas en temas puntuales.

Es así que, los distintos materiales utilizados en las clases, en particular los materiales físicos y virtuales, posibilitaran a los estudiantes comprender, ejercitar, resolver problemas, relacionar e interactuar con las matemáticas de otras formas a las tradicionales, además, de esperar generar motivación durante una forma de interacción diferente con la construcción del conocimiento. Los Lineamientos Curriculares proponen que “El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra” (MEN, 1998, p. 18). El uso de los materiales físicos y virtuales, permite que el estudiante fortalezca los conocimientos que posee, evolucione en sus aspectos cognitivos y desarrolle habilidades que favorezcan el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros. Esto armoniza el proceso en las actividades académicas, enriquecen las metodologías utilizadas y aportan significativamente a la reestructuración permanente del currículo.

Por último, de acuerdo con Grisales (2018), la utilización de plataformas especializadas en educación además de innovadora dentro del contexto académico de los estudiantes del colegio implica una posibilidad para establecer la complementariedad a la acción formativa en matemáticas mediante el uso de recursos tecnológicos que se articulen en la formación de competencias comunicativas y tecnológicas, no solo para estudiantes sino para docentes para de esta forma transformar los métodos tradicionales de esta área.

## 4 ANTECEDENTES

La presentación de los antecedentes se categorizó en tres grupos a nivel internacional, nacional y local, con base en artículos, libros o tesis que tienen relación e importancia con la temática de esta investigación.

### 4.1 INTERNACIONALES

El primer antecedente internacional la investigación de Bruno (2002) nombrada “Problemas aditivos con números negativos, estudio sobre tres métodos de enseñanza con alumnos de nivel medio básico” para ello, se eligieron estudiantes de 13 y 14 años, el primer método consiste en redactar problemas, distinguiendo su estructura, resolviendo problemas escritos por sus compañeros, segundo método resolver, donde los alumnos practican de forma sistémica problemas aditivos, tercero, método control; los estudiantes se guían por su libro, aprenden reglas operatorias y resuelven problemas como aplicación de la operatoria. Se aplicó un análisis estadístico para comparar la efectividad de los métodos y un estudio cualitativo para analizar el método redactar. Como resultado se encontró que los métodos redactar y resolver tienen resultados similares en la resolución de problemas aditivos, el método control demostró resultados muy inferiores. Se observó características comunes y diferencias entre las respuestas de los estudiantes de los tres métodos para la resolución de problemas.

Otro antecedente es el artículo titulado: “Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros” de Bustos D., Pérez M. y Vargas I. (1991) de Zaragoza España, en donde se pudo analizar las principales ideas causantes de los errores y olvidos que representan un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. Estas ideas que crean obstáculos en el aprendizaje se dividen en dos apartados por un lado se presenta lo real como obstáculo allí se realizan ejercicios con base al número como expresión de cantidad, la suma como aumento, la multiplicación como multiplicación natural, la sustracción como disminución, la división como división natural, el orden entre los negativos es el mismo que el orden natural, ignorar el signo y la identificación de los símbolos literales con números positivos. Por otro lado, se presenta la imposición de lo formal como obstáculo en ejercicios para el

manejo del orden lineal, las reglas de cálculo como formalismo vacío y los enteros estudiados y olvidados. En las conclusiones, se realiza un análisis de las respuestas obtenidas de los estudiantes de grado octavo, se logró convencer al estudiante de usar la lógica natural para interpretar la utilidad de los números negativos.

El siguiente antecedente es el trabajo realizado por Borjas (2009) titulado “Aprendizaje de los números enteros, una experiencia significativa” cuyo objetivo principal fue una exploración sobre el conocimiento matemático relativo a la adición y sustracción de números enteros en alumnos de séptimo grado de educación secundaria. Mediante una metodología de investigación cualitativa, de carácter exploratorio, por medio de instrumentos de recolección de datos tales como la prueba diagnóstica, actividades de aprendizaje y el registro del desempeño de los estudiantes observados, además de la recopilación y análisis de diferentes datos, que a su vez permitieron establecer algunas conclusiones. Entre estas se establece que los problemas de adicción son asimilados cuando se usan números positivos pero se dificultan al momento de integrar números negativos, situación similar ocurre al momento de hacer operaciones de sustracción, porque se genera confusión en la integración de los signos; además, se concluyó que no existe claridad en los conceptos de suma y resta al momento de ser utilizados en operaciones que involucren números negativos y finalmente se estableció que las estrategias de resolución de problemas de los estudiantes se relacionaron directamente con el uso de la recta numérica y el planteamiento de operaciones matemáticas.

Bell (1986) realizó una investigación titulada “Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros” Este trabajo consistió en el planteamiento de situaciones en donde convergían estudiantes y docentes para resarcir errores matemáticos asociados al tema específico, utilizando como instrumentos ejercicios con escalas de medición, temperaturas negativas, numeración del termómetro, las diferencias al cruzar el cero, inversión y combinación de movimientos, con una muestra de 400 alumnos de 8 a 9 años, el 30% de ellos cometieron errores en cada uno de los ejercicios por tanto se concluye, en relación a la importancia de que los métodos de enseñanza sea innovadores y que promuevan la motivación de los estudiantes para comprender los significados y formas de

aprendizaje de las matemáticas. De modo que, es importante para el desarrollo de esta investigación destacar los elementos estratégicos y orientadores para la comprensión y resolución de problemas con números enteros.

De igual forma se encuentra el antecedente internacional de León (2019), se titula: Guía didáctica de Matemática por Tic para docentes de Octavo Año del Colegio Sucre que tiene como objetivo brindar el conocimiento necesario para manejar la plataforma Google Classroom para que pueda ser usada en la planificación curricular de Matemática, desarrollando el pensamiento lógico matemático de los estudiantes. El problema que motivó a esta investigación fue la falta de conocimiento por parte de la institución Unidad Educativa Municipal Antonio José de Sucre frente a las nuevas tecnologías que se ofrecen, generando interacción entre estudiantes y docentes tratando que se realice desde el inicio del periodo escolar, encontrando como conclusión que fue una herramienta efectiva para ser usada en la enseñanza de las Matemáticas. Es un antecedente útil para el desarrollo del presente proyecto de investigación porque permite conocer la manera en que se aplicó una herramienta TIC como estrategia didáctica.

Se tiene el antecedente internacional versa sobre la tesis de maestría de la Universidad Nacional de la Plata Argentina titulada “Las TICs en la enseñanza de las matemáticas. Aplicación al caso de métodos numéricos” por el autor Pizarro (2009) se propone el diseño e implementación de un software educativo para facilitar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un tema concerniente al cálculo numérico, considerando que la informática en la educación sobre todo en la educación matemática, es un medio poderoso para desarrollar en el alumno sus potencialidades, creatividad e imaginación (Pizarro, 2009). En conclusión, se presentan los diferentes softwares educativos como herramientas muy valiosas ya que permiten representar gran cantidad de situaciones con diversas características con un mínimo esfuerzo y gran velocidad.

Se presenta el proyecto titulado: Guía didáctica para el aprendizaje de operaciones con números enteros usando las TIC de Llanos (2019), que tiene como objetivo principal desarrollar una guía didáctica para el aprendizaje de operaciones que combinen los números enteros usando las TIC en estudiantes de octavo año de la asignatura matemáticas de la

Unidad Educativa Nueva Aurora en donde se eligió la plataforma Mil Aulas de Moodle que tiene un entorno flexible, interactivo y gratuito. Es interesante para la presente investigación porque es posible observar que la estrategia didáctica fue efectiva y permitió que los estudiantes aprendieran operaciones combinadas con números enteros.

En general, estas investigaciones reflejan un factor importante para el proceso investigativo que se está llevando a cabo, ya que se evidencia la existencia de falencias en torno a la constitución de números enteros negativos y la enseñanza equivocada en las aulas de clases, pero que en realidad estas dificultades, en muchas ocasiones, se dan por prácticas pedagógicas obsoletas que se han llevado a cabo durante varios años y que actualmente se intenta eliminar del contexto educativo, existiendo grandes aportaciones, pero también infinitas debilidades en la enseñanza.

## **4.2 NACIONALES**

Un antecedente nacional se encuentra en el trabajo “Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal” de la autora Leysa Ordoñez (2014) en el cual se encuentra una propuesta metodológica cuyo objetivo principal consta en buscar estrategias didácticas que permitan una mejor comprensión de las estructuras aditivas con números enteros, para lograr el objetivo principal se proponen tres estrategias a tres grupos diferentes G1, G2, G3 de séptimo grado de la institución Educativa Santo Tomas de Cali, la estrategia 1, metodología redactar se aplicó al grupo G1, en el cual los alumnos escriben sus historias con diferentes estructuras y contextos, la estrategia 2 se aplicó al grupo G2, donde se empleó la metodología tradicional con el uso del libro texto y la estrategia 3 al grupo G3, se utilizó la metodología resolver, en el cual los estudiantes resuelven problemas que el profesor les presente, modificando el grado de dificultad de diferentes estructuras y contextos. Los resultados demostraron que ninguna de las estrategias mostro diferencias significativas respecto a los grupos y sus metodologías, de igual forma tampoco se encontraron discrepancias entre hombres y mujeres, además se encontró aumento en las calificaciones respecto a la prueba inicial sobre identificación de la incógnita y resolución de los problemas aditivos de enunciado verbal. De igual forma se halló inconvenientes en la

comprensión de lectura y en fundamentos conceptuales de operación de adición y sustracción.

Díaz Mora (2015) en su estudio, propone una estrategia didáctica para la comprensión del concepto de los números enteros y el adecuado desarrollo de sus operaciones. El autor se sirvió de algunos referentes históricos-epistemológicos, conceptuales y didácticos que le ayudaron a perpetrar el diseño de la propuesta didáctica. Asimismo, concluyó como los estudiantes mejoraron sustancialmente luego de aplicar la propuesta. Este trabajo conforma una unidad didáctica que aporta elementos innovadores al presente estudio y que sirven para adecuar los contenidos asociados al proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros, en cumplimiento con los Estándares Básicos de Competencias del MEN, al incluir una estrategia dinámica para fortalecer los conocimientos de los estudiantes.

Otro antecedente nacional es la tesis titulado: “Uso de las TIC para la enseñanza de los números enteros en los estudiantes de bachillerato de la I.E. San Juan Bautista del municipio de los Andes” a cargo de la estudiante Ruth Góngora (2016) como objetivo, implementar una estrategia pedagógica y didáctica usando las TIC para desarrollar las competencias necesarias para un aprendizaje significativo de los números enteros en el grado octavo. El método utilizado fue de tipo descriptivo con enfoque mixto, con la aplicación de instrumentos se realizó una prueba diagnóstica, dos encuestas y una evaluación final sobre el uso de las Tics y los números enteros tanto a docentes como estudiantes, la muestra está compuesta por 32 estudiantes del grado Octavo. Para las conclusiones se evidencia la incorporación de guías de trabajo aplicando recursos educativos digitales en actividades y talleres de una forma muy positiva, experimentando nuevas alternativas que les permitió mejorar sus conocimientos, capacidades y habilidades. Este antecedente es relevante para el presente proyecto de investigación porque permite conocer el procedimiento que se llevó a cabo para indagar acerca del aprendizaje de números enteros y los problemas que se presentaron para su realización. En las conclusiones se puede observar la relevancia que se presenta en el uso de las TIC para el aprendizaje de los números enteros (Góngora, 2016).

Castrillón (2013) indagó sobre la aplicación de TICs para la resolución de números enteros y aritmética por parte de estudiantes de grado octavo de una Institución Educativa en Antioquia. Allí, evidenció la necesidad de crear nuevas estrategias que permitiera a los docentes desarrollar métodos de enseñanza apropiados para que los estudiantes desarrollaran competencias matemáticas con números enteros. El autor diseñó e implementó una estrategia didáctica utilizando recursos tecnológicos para la enseñanza de operaciones. El autor concluyó que el diseño e implementación de una estrategia basada en las TIC para enseñar números enteros ayuda a contextualizar los contenidos del área de matemáticas, a la vez que permite a los estudiantes adoptar un aprendizaje significativo, además, fue concreto al decir que mejoró el desempeño académico de los estudiantes luego de la aplicación de la estrategia.

De acuerdo con el proyecto de Rodríguez (2017) titulado: “Propuesta metodológica para dar significado a los números enteros y sus operaciones” se considera que es útil para la realización de este proyecto de investigación porque sirve como orientación para el desarrollo de la unidad didáctica que permitirá trazar el plan de mejoramiento en el aprendizaje de los números enteros negativos y sus operaciones. Y además se puede observar la metodología que se usó para la realización del proyecto de investigación.

### **4.3 LOCALES**

El primer antecedente local es la investigación titulada “La comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego del dominio en el grado sexto de la escuela normal superior Pio XII del municipio de Pupiales” de los autores Chalacan, Rosero y Terán (2018) con el objetivo de fortalecer el proceso de comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego de dominó, y una metodología de investigación acción participación y un enfoque cualitativo, se aplicaron entrevistas al grupo de muestra, los resultados demostraron que las formas tradicionales de enseñanza, como lo es la clase magistral no desarrolla los procesos del área y la comunicación matemática debido a la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de entender,

argumentar o responder un problema, el modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo permite organizar la clase en secuencia didácticas que permitieron aprender la temática del plan de estudios mediante actividades lúdicas, pedagógicas, inclusivas y cognitivas, permitiendo que los docentes modifiquen por medio de su ingenio y su recursividad elaborar guías y dominós para los temas planteados, basados en las necesidades y los intereses de los estudiantes.

El siguiente antecedente, “aprendizaje y enseñanza del concepto de número entero y de sus operaciones de adición y sustracción, mediados por el modelo didáctico de desplazamiento y el software de geometría dinámica CABRI II PLUS (Muñoz & Puerres, 2011) buscó el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de operaciones básicas con números enteros, mediante el uso de las nuevas tecnologías y específicamente del software de geometría CABRI II PLUS, para constatar hasta qué punto, el uso de nuevas tecnologías mejoran o no el desarrollo de tales procesos.

Mediante un enfoque cualitativo etnográfico en educación, teniendo como población a un grupo de estudiantes de grado séptimo de la ciudad de San Juan de Pasto, y por medio de talleres de actividades, diarios de campo y la recopilación de videos y fotos, los autores concluyen entre otras cosas, que los procesos comunicativos relacionados a los conceptos de matemáticas, son deficientes en los estudiantes objeto de estudio, que la mediación tecnológica en los procesos matemáticos es altamente positiva para la motivación de los estudiantes, que los participantes tenían gran facilidad para pasar del uso numérico de los conceptos, hacia su uso geométrico y que el proceso de resolución de problemas se vio enriquecido por el uso de guías y el software tecnológico CABRI.

Berrios & Valdivia (2012) en su investigación “Estrategias en la enseñanza de números enteros en la escuela secundaria.” el tema objeto de esta investigación fue la utilización de materiales manipulativos para la enseñanza de la suma de números enteros en un contexto de aprendizaje interesante; ya que se plantea si la manipulación de materiales ayuda a los estudiantes a comprender y verbalizar las reglas de la suma en el conjunto de los números enteros. De modo que esta actividad pretendió desarrollar las competencias de los estudiantes para que tomen el aprendizaje como una experiencia vivencial. El proceso de

investigación se realizó a partir de una diagnosis inicial aplicado a estudiantes de séptimo grado y una encuesta a docentes. Esto permitió elaborar y aplicar una unidad didáctica dirigida a los educandos acerca de la suma en los números enteros dado que ésta fue la problemática detectada en este grado. La obtención y/o recopilación de la información durante la aplicación de la unidad didáctica fue a través de diversos instrumentos: observaciones, entrevistas, trabajos individuales, trabajos cooperativos, encuestas, estos instrumentos permitieron valorar y reflexionar sobre la forma en que se puede impartir el contenido de la suma en los enteros.

Se presenta el proyecto de investigación titulado: Incorporación de Geogebra, en la enseñanza de ángulos y sus medidas en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero de Palacios (2018), que se encuentra enfocada hacia el uso de la herramienta Geogebra en el aula de clases encontrando que se fomenta la práctica del conocimiento de geometría y matemáticas, mejorando la apreciación espacial, entendimiento métrico del entorno donde se vinculan herramientas e incluso el propio cuerpo humano para desarrollar habilidades de razonamiento y aplicar el conocimiento.

Observando que se dio un cambio de paradigma pasando de un concepto de dificultad para resolver problemas en matemáticas a convertirse en asignaturas divertidas, prácticas e interesantes.

## **5 OBJETIVOS**

### **5.1 OBJETIVO GENERAL**

Establecer la incidencia que tiene el uso de la plataforma Cerebriti en la actividad escolar de resolución de problemas de estructura aditiva entera con estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Pablo VI.

### **5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Identificar algunos aspectos iniciales referentes a la resolución de problemas de estructura aditiva entera de los estudiantes de séptimo grado.
2. Incorporar la plataforma cerebriti en la dinámica de la resolución de problemas de estructura aditiva entera.
3. Analizar las transiciones que experimentan los estudiantes durante el uso de la plataforma Cerebriti en la resolución de problemas de estructura aditiva entera con estudiantes de grado séptimo.

## 6 REFERENTE TEÓRICO

Para la realización del marco teórico se tuvo en cuenta información bibliográfica relevante que puede sustentar el estudio investigativo, sujeto a las categorías y subcategorías que se presentan en la metodología, a la pregunta de investigación y los objetivos.

### 6.1 LA FORMULACIÓN Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La formulación y resolución de problemas matemáticos es un tema que ha ocupado un lugar de importancia dentro de la investigación en matemáticas. Uno de sus primeros y más profundos investigadores fue George Polya (1989) quien planteó que, mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes tienen la oportunidad de poner a prueba su curiosidad para mejorar sus conocimientos, que a su vez ayuda en la generación y el gusto por el pensamiento independiente, además plantea que la resolución de problemas no solo es útil en el campo de las matemáticas, sino que puede ser muy útil en el desarrollo del pensamiento de las personas, ya que, “un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento” (Polya, Op.Cit, 1989, p. 5), es decir que en la medida que los estudiantes resuelven problemas, están aprendiendo o descubriendo nuevos elementos que les serán útiles para desarrollar sus facultades inventivas o para experimentar tanto el deleite del triunfo. De acuerdo con Polya se tiene conocimiento de las siguientes tres fases o etapas: 1. Hacer uso del proceso de comunicación, defina las variables y ecuaciones que debe usar para resolver el problema, 2 Elaborar un plan de solución o estrategia para afrontar el problema, 3. Usar el razonamiento matemático realice la solución de los problemas y encontrar la respuesta, 4. Evaluar si se encuentra bien realizado donde el 3 y 4 se pueden conformar en una última fase de análisis.

Pero la resolución de problemas no es una habilidad que los estudiantes desarrollan de forma natural, sino que debe ser mediada por la experiencia y por un factor muy importante, como lo es el acompañamiento y ayuda del profesor.

En este sentido, Schoenfeld (citado en Barrantes, 2006) establece que, al momento de utilizar la resolución de problemas como método didáctico, se deben tener en cuenta

situaciones o factores que sobrepasan los métodos utilizados para aumentar el conocimiento, es decir las denominadas heurísticas, ya que, si bien estas son muy útiles es necesario integrar otros elementos, para un entendimiento más general y completo.

Entre los factores que Schoenfeld considera de gran importancia para la resolución de problemas como método didáctico, se destacan los recursos, que el autor define como aquellos conocimientos que los estudiantes poseen con antelación, como las fórmulas matemáticas, los conceptos, o los algoritmos, que pueden ser muy acertados y útiles, pero también defectuosos, por ejemplo, en situaciones en las cuales las formulas o los procedimientos han sido aprendidos de mala manera (Zamora, 2017).

El siguiente factor que Schoenfeld considera importante son las heurísticas, que son específicas a cada problema y no se pueden generalizar, como lo planteaba Polya, porque de esta forma, es absolutamente complicado aplicarlas a métodos específicos; para Schoenfeld, es necesario conocer las heurísticas, saber los métodos adecuados para usarlas y además tener la habilidad de utilizarlas, ya que de otra manera, es probable que el estudiante haga esfuerzos mentales innecesarios con la intención de aprender todas las heurísticas particulares, por su incapacidad para comprender su uso en contextos particulares (Barrantes, 2006).

El siguiente elemento que Schoenfeld considera importante es el control, es decir, el dominio que ejerce cada estudiante sobre su trabajo y que le permite identificar las situaciones en las cuales ha utilizado de forma errónea los recursos para la resolución de problemas; para el control, es necesario que el sujeto o el estudiante tengan pleno conocimiento previo sobre que trata el problema, para de esta forma seleccionar el método de resolución de problemas más adecuado para el problema al cual se enfrenta, pero también para monitorear sus avance o en su defecto, abandonar el método utilizado y adoptar uno más adecuado a las exigencias requeridas (Zamora, 2017, p.8).

Además de lo anterior, Schoenfeld considera el sistema de creencias tanto del profesor, como de las creencias sociales, es fundamental para la resolución de problemas; para el autor, las creencias afectan el comportamiento de los estudiantes al momento de enfrentar un problema matemático, puesto que sus nociones (creencias) sobre el concepto, inciden en

muchos aspectos, incluido el tiempo empleado para la resolución de dichos problemas (Barrantes, 2006).

Así, las creencias del profesor se determinan por la forma en la cual este ha aprendido los conceptos desde su formación matemática, ya sea en el colegio o la universidad, mientras que las creencias sociales se definen por el contexto y los diferentes paradigmas que han sido adoptados de manera consensuada tanto para la resolución de problemas como para los conceptos matemáticos (Barrantes, 2006).

Por otro lado, Miguel de Guzmán establece que la actividad matemática debe confrontar una serie de estructuras, tales como simbolización acertada de las entidades que se manejan, manipulación rigurosa y racional de la actividad matemática, pero también, un dominio amplio de la realidad a la cual se enfrenta, ya sea desde el aspecto racional del modelo mental que se construye, pero también de la realidad externa que interviene en el proceso (Sierra, 2004, p.94).

Para Guzmán, en la resolución de problemas matemáticos es sumamente importante que el sujeto se relacione y manipule los diferentes objetos matemáticos que intervienen en el proceso, ya que de esta forma se activa la capacidad mental que a su vez estimula la creatividad, pero también considera trascendental que el proceso se desarrolle desde la reflexión, ya que de esta forma se puede mejorar el proceso, generar confianza y afrontar la actividad de forma divertida y amena (Zamora, 2017). Así, con el ánimo de hacer más expedito el proceso, el matemático murciano establece un modelo que consta de cuatro fases relacionadas entre sí.

La primera fase del modelo de Guzmán, es la de familiarización con el problema, común a otros modelos como el de Polya, en la cual se adquiere información sobre los diferentes elementos y conexiones que intervienen en el proceso, para de esta forma definir claramente cuál es el punto de partida, pero también cual es la posición de llegada, para de esta forma desarrollar el proceso, sin prisas ni apuros que puedan entorpecer su dinámica natural (Asensio, 2013, p.15).

La siguiente fase, es la búsqueda de estrategias de diferente índole para la resolución de problemas, ya que en muchas ocasiones, no basta con seleccionar la primera estrategia que se viene al pensamiento, sino más bien, diseñar o seleccionar varias para definir cuál es la más adecuada de acuerdo al problema al se enfrenta el estudiante; la verificación de diferentes estrategias tiene una serie de etapas, que empiezan por el abordaje del problema desde su componente más sencillo o de los elementos que resulten más fáciles de comprender, posteriormente se debe experimentar, para de esta forma establecer si una propiedad es común a muchos elementos y si se puede aplicar a casos particulares (Asensio,2013, p.15).

Una vez agotadas las fases anteriormente descritas, de Guzmán propone elaborar un esquema, figura o diagrama, como método para facilitar la resolución del problema, puesto que, según el autor, los métodos visuales permiten resaltar las relaciones que hacen parte del problema, para de esta forma hacer más clara la situación y sencilla la resolución del problema (Asensio, 2013, p.15).

Tras la definición de las estrategias, de Guzmán plantea que la siguiente fase consiste en ponerlas en marcha, para afrontar el problema, de modo que se debe tener en cuenta, que de acuerdo al problema matemático, muchas estrategias pueden conducir a su resolución pero también, pueden ser complementarias de otras, si el problema presenta niveles de dificultad muy altos; la fase final, consiste en revisar todo el proceso de forma crítica y sacar las respectivas conclusiones, que no necesariamente deben estar relacionadas con la resolución del problema, ya que lo más importante no es el resultado, si no la reflexión que se pueda hacer del proceso (Asensio, 2013).

### **6.1.1 La Formulación, Tratamiento Y Resolución De Problemas**

De acuerdo al MEN (2008), la formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar

resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas.

En este mismo sentido, Polya (1989) establece que la resolución de problemas significa encontrar diferentes estrategias para sortear las dificultades que se puedan presentar al momento de afrontar un problema, de tal forma que se requieren diferentes etapas, que empiezan por la definición del problema, la elaboración de un plan para afrontarlo, la ejecución del mismo y la verificación del proceso y los resultados. De Guzmán (1993) propone una serie de etapas muy similares a las planteadas por Polya, que empiezan con la familiarización con el problema, la búsqueda de estrategias para su resolución, la implementación de tales estrategias, la revisión del proceso y la generación de las respectivas conclusiones del mismo.

De igual forma para Santos Trigo (2016), la resolución de problemas en matemáticas debe establecer una comunicación y colaboración académica con grupos de investigación en este tema que apunten hacia propuestas curriculares y la instrucción donde se busque el contraste de distintos enfoques y de esta forma construir nuevos marcos conceptuales que se orienten hacia avances en el desarrollo y disposición de herramientas digitales que permitan avanzar en el quehacer de la propia disciplina.

Examinando otros autores, para el autor Wallas (1999), resolver un problema necesita pasar por los siguientes pasos: 1. Preparación, 2. Incubación, 3. Inspiración y 4. Verificación; para Hayes (1999) se considera que la resolución de problemas debe tener los siguientes pasos: 1. Identificación de datos y meta de problema, 2. Especificación del problema, 3. Análisis del problema, 4. Generación de la solución, 5. Selección de solución factible, 6. Ejecución de solución seleccionada y 7. Nueva revisión de la solución (Pérez y Ramírez, 2011). Y para De Corte citado en Verschaffel (2014), una de las razones para incluir los problemas verbales es que se permite la práctica con situaciones cotidianas donde los alumnos deben aplicar lo que han aprendido en Aritmética, Geometría o Álgebra.

## **6.2 ESTRUCTURA ADITIVA CON NÚMEROS ENTEROS**

El aprendizaje de la suma y la resta comienza en la etapa infantil de una manera informal, a través de situaciones cotidianas y está presente, con diferentes grados de abstracción, a lo largo de la escolaridad obligatoria, a medida que se introducen los sistemas numéricos. Las estructuras aditivas modelan situaciones cotidianas e implican la resolución de problemas aditivos, tanto con números positivos como negativos. Dos son los sistemas numéricos en los que los problemas aditivos juegan un papel fundamental en la enseñanza y en la investigación, los números enteros negativos y los números enteros positivos. (Bruno, 1997, p.10)

### **6.2.1 Los Números Enteros**

Las matemáticas como área de enseñanza, están relacionadas al uso de números y la obtención de cifras y estadísticas, a través de las cuales se configura una mirada del mundo, ya que este campo del saber, está muy ligado a casi todos los aspectos de la realidad. Es así como los resultados que se obtienen con de carácter cuantitativo, es decir, se pueden medir a través de cifras y catalogar bajo rótulos que permitan un análisis cuantificable de sus procesos.

Es así como surge el concepto de alfabetización matemática (Crowther, 1999, citado por ICFES, 2015, p.2), que se basa en dos componentes básicos: “la comprensión del método científico y la capacidad de pensar cuantitativamente y de entender nociones de estadística elemental” (ICFES, 2015, p.2), de tal suerte que, bajo esta premisa, solo se alcanza un nivel de eficiencia en el campo matemático, una vez dominados los aspectos antes mencionados, de carácter cuantitativo. Pero esta visión de la matemática, si se analiza con detenimiento, está un poco alejada de la realidad educativa, que debe considerar otros aspectos de diferente tipo, para implementarlos en los procesos didácticos y de enseñanza.

Existen muchas dimensiones de la realidad humana que no pueden ser medidas con una regla o una fórmula, pero que son trascendentales para entender la acción educativa, porque influyen en el proceso y en muchas ocasiones son determinantes para que este sea efectivo. Es así como las dimensiones didáctica, epistemológica y ontológica de la enseñanza de las matemáticas, hacen parte fundamental del proceso de enseñanza- aprendizaje, porque

influyen o se ven influidos de manera directa durante los años que dura el proceso, de modo que ignorarlos trae consigo consecuencias negativas, como la desmotivación, la falta de explicación a la conducta de ciertos estudiantes o simplemente la incapacidad de los estudiantes, para entender lo que plantea el profesor. Es por esto que, en el siguiente apartado, se analizarán algunos aspectos relacionados a estas dimensiones de la enseñanza de las matemáticas, con el ánimo de abordar la problemática desde diferentes perspectivas.

Para comprender el significado de las estructuras aditivas se han puesto de manifiesto cuatro enfoques sobre problemas de enunciado Verbal (PAEV) que necesitan de un funcionamiento cognitivo: variable sintáctica, variable lingüística, sentencias abiertas y enfoque semántico. En el enfoque de la estructura semántica para resolver un PAEV es necesario conocer el texto en que se enuncia el problema, y considerar de igual manera, de forma global el texto como un todo. Se considera que el enfoque global, es el más adecuado y que tiene mayor actualidad, porque es de tipo estructural. Por otra parte, para Vergnaud se plantea el existir de seis categorías de relaciones numéricas aditivas: composición de medidas, transformación de una medida en otra medida, relación estática entre dos medidas, composición de dos transformaciones, transformación de una relación estática en otra relación estática y composición de dos relaciones estáticas. Además, la consideración conjunta de la estructura numérica, consiste en la intervención de los tres tipos de números y las operaciones aditivas correspondientes (Ordoñez, 2014).

Para el caso puntual de los números enteros, Pluvinaige & Flores (2016), destacan que, si bien existe toda una bibliografía que se ocupa de la enseñanza de estos números, su adquisición y aplicación por parte de los profesores es insuficiente, y en muchas ocasiones, “no se observa una influencia notable de estos estudios didácticos en los programas curriculares y libros de texto actuales, que siguen ofreciendo espacios demasiado restringidos a los números enteros” (Pluvinaige & Flores, 2016, p. 121), de modo que los mismos profesores, se ven limitados por las mismas disposiciones de las instituciones educativas y sus planes de estudio.

Lo anterior permite dimensionar la importancia del aspecto didáctico en la enseñanza de las matemáticas, pero es claro que esta no es la única dimensión bajo la cual se debería

analizar la enseñanza de los números, porque su influencia en la realidad trasciende cualquier intento de análisis.

### **6.2.2 Aprendizaje De Estructuras Aditivas De Los Números Enteros**

El aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros a través de herramientas físicas y virtuales en los estudiantes, requiere la intervención del docente en el diseño de un plan de clases que involucre materiales tanto físico como tecnológicos, además se debe reconocer el significado de las operaciones en situaciones concretas, es decir contextualizadas al entorno y a los modelos usuales, con el fin de generar motivación dentro del espacio académico.

Cifuentes (2009, p. 194) considera que la utilización de los materiales físicos fortalecen, aportan al enriquecimiento de la práctica educativa y el quehacer del docente en su interés por transformar e innovar en el proceso de enseñanza; esto se refiere, a que las distintas estrategias utilizadas en el proceso de enseñanza y de aprendizaje en la que se tengan en cuenta los materiales físicos, contribuyen a la construcción del conocimiento matemático y promueven el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros.

Por su lado, Obando y Vásquez, (2008, p.1), considera que: El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En el pensamiento numérico, se adquiere también en el transcurso de las actividades propuestas con estructuras aditivas que suponen una comprensión de los números enteros negativos, para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de relación entre ellos y además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas.

Los materiales físicos y virtuales, facilitan el quehacer del maestro, motivan y despiertan el interés del estudiante permitiéndole una mejor comprensión de las extensiones de las estructuras aditivas de los números enteros. Según Vergnaud (2007), los números en matemáticas son tan importantes, que no se puede tomar las medidas de los cálculos relacionales necesarios para elegir las operaciones numéricas y los datos pertinentes. Es por

ello, que se convierte en una dificultad reducir el aprendizaje de las estructuras aditivas a la adición y sustracción y al concepto de los números enteros positivo.

### **6.3 LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN Y SU PAPEL EN LA EDUCACIÓN**

Las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación permiten la adquisición de los conocimientos de manera más didáctica y práctica y facilitan la enseñanza-aprendizaje de tales contenidos. Debido a la utilidad de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, al involucrarlas en el sector educativo se traducen en un reto para el educador y sus aprendices, debido a los avances generados en torno a la tecnología, pero con múltiples beneficios asociados a la cantidad de información que se encuentra en las plataformas virtuales y los recursos informáticos en diferentes formatos.

Según explica González (2012) las Tecnologías de la Información y la Comunicación son un reto y un factor de suprema importancia en el desarrollo de nuevos campos de aprendizaje, puesto que integra un conjunto de instrumentos que facilitan el método de enseñanza, como estrategia dinámica de uso de los docentes y establecimientos educativos.

Existe una cantidad enorme de información que deriva de la investigación y del ingenio humano...no se necesita ser un científico para tener acceso a dicha información, pero sí hay un requisito mínimo: la curiosidad. Esto vale tanto para el entusiasta de la ciencia como para el divulgador. El divulgador de la ciencia tiene una labor bastante difícil, que consiste en presentar los conceptos, las cifras, los cálculos de la ciencia como algo muy cotidiano e intuitivo; en otras palabras, mostrarle al público no especializado que siempre ha convivido con los fenómenos que está explicando (González, 2012, p. 1).

Desde esta perspectiva, se encuentra en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación un recurso fundamental para facilitar y dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, que, aplicadas en la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de bajos

niveles de rendimiento, pueden constituir un soporte fundamental y clave para que mejoren sus actividades y formación académica.

Majó (2003, p.3) afirma que en la actualidad se vive en un mundo que básicamente no existiría sin la ayuda de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, puesto que la cotidianidad de las personas se ve influenciada directamente por estas y que inciden en la educación, así como en la vida diaria, social, familiar, cultural e intelectual.

Frente a los nuevos entornos educativos, los avances generados por las Tecnologías de la Información y la Comunicación sugieren los retos y la importancia del desarrollo de nuevos campos de aprendizaje, por ejemplo, la transformación en la prestación de servicios educativos, así como en la eficiencia a través de cambios en los modelos tradicionales. Para Baquero & González (2006) las Tecnologías de la Información y la Comunicación facilitan la dirección operacional y estratégica que permite gestionar la información, funciones y procesos, así que facilita la comunicación e interacción de quienes la utilizan.

Una adecuada planeación de la inclusión de las Tecnologías de la Información Y la Comunicación en la educación exige la concurrencia de equipos de trabajo interdisciplinario que garanticen la mirada global de diferentes expertos en los desarrollos o apropiaciones tecnológicas. De igual manera, diferentes actores y unidades académicas institucionales deben replantear su participación para favorecer el uso adecuado de las tecnologías en la educación y evaluar su impacto (Tamayo, et al, 2013, p. 103).

Lo anterior significa que, la utilización de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje agrega valor a la construcción de conocimiento, porque contribuyen al desarrollo de competencias y habilidades que facilitan la comunicación e intercambio de ideas, experiencias, proyectos y solución de problemas de una manera más didáctica mediada por la tecnología. Entre tanto, Góngora (2016) advierte que dentro de los principales aportes de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la educación se encuentran:

- Facilitar la labor docente: más recursos para el tratamiento de la diversidad, facilidades para el seguimiento y evaluación (materiales auto-correctivos, plataformas), tutorías y contacto con las familias.
- Es un Recurso interactivo para el aprendizaje. Los materiales didácticos multimedia informan, entrenan, simulan guían aprendizajes, motivan.
- Es un Medio de expresión y para la creación (procesadores de textos y gráficos, editores de páginas web y presentaciones multimedia, cámara de vídeo).
- Es un Medio lúdico y para el desarrollo psicomotor y cognitivo. Sirve como canal de comunicación interpersonal y para el trabajo colaborativo y para el intercambio de información e ideas (e-mail, foros telemáticos).
- Posibilita nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje, aprovechando las funcionalidades que ofrecen las TIC: proceso de la información, acceso a los conocimientos, canales de comunicación, entorno de interacción social.
- Complementa y mejora los procesos de enseñanza y aprendizajes presenciales, las Tecnologías de la Información y la Comunicación permiten crear nuevos entornos on-line de aprendizaje, que elimina la exigencia de coincidencia en el espacio y el tiempo de profesores y estudiantes.
- Sirve como Canal de comunicación virtual (mensajería, foros, web log, wikis, plataformas), que facilitan: trabajos en colaboración, intercambios, tutorías, compartir, poner en común, negociar significados, informar (Góngora, 2016, pp. 31-32).

De modo que, implementar las Tecnologías de la Información y la Comunicación en las instituciones educativas, implica llevar a cabo un proceso de implementación de estas nuevas tecnologías, que deben planearse y organizarse de acuerdo a las necesidades que debe cubrirse en el campo del conocimiento. En ese orden, la implementación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación permea la combinación de elementos para hacer posible la enseñanza, mediante su uso práctico, así que el uso de las TIC plantea

enormes desafíos a la educación tales como su implementación y posterior desarrollo efectivo.

### **6.3.1 Las Tecnologías De La Información Y La Comunicación En El Aprendizaje De Las Matemáticas**

De acuerdo a Gamboa Araya (2007), el impacto que ha tenido la computadora (y las nuevas tecnologías en general) en la sociedad ha llevado a una reflexión en torno a su uso en el salón de clase. El surgimiento de diferente software para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora. Teniendo en cuenta esto, la computadora no es el único implemento que puede utilizar el docente para crear espacios de enseñanza basados en las Tics, también puede usar, páginas web, presentaciones, videos, juegos online, entre otros.

La enseñanza de las matemáticas en la historia se ha visto mediada por la evolución del empirismo de su forma de enseñanza, el lenguaje en que está escrita, el método con el que se trabaja y la estructura abstracta en la que se mueve (Baquero & González, 2006).

Los cambios que se han evidenciado han surgido respecto a cómo se debe registrar su enseñanza y los métodos para lograrlo, así, se encuentra que la forma más común de su aprendizaje se reduce a la repetición en la realización de ejercicios, a partir de los aportes teóricos. Sin embargo, su enseñanza y aprendizaje, se han considerado en muchas ocasiones como abstractos y aburridos que recaen en la desmotivación que sienten sus orientadores y aprendices.

Zapico (2009) establece que la percepción hacia la matemática cambia en la medida en que los docentes y los estudiantes pueden “contextualizarla y humanizarla”.

Guzmán & Gil Pérez (1993) aseguran que la educación es uno de los ámbitos en los cuales se han incorporado diferentes medios tecnológicos, logrado avances especialmente en las comunicaciones y las matemáticas; cambios que empezaron con la incorporación de la calculadora y que fueron reemplazados por las tablas digitales.

Cambios son aún mayores si consideramos la inclusión de la computadora y toda la potencialidad de diferentes herramientas, tanto para el cálculo aritmético o simbólico, para la graficación de funciones como para otras aplicaciones. Si bien el grado de inclusión varía según el nivel educativo, está claro que la inclusión de las diferentes herramientas tecnológicas ha modificado y seguirán modificando la enseñanza de la Matemática (Guzmán & Gil Pérez, 1993, p. 6).

Entre tanto, Vílchez Quesada (2005), asegura que la inclusión de las computadoras y software en la enseñanza de las matemáticas debería ser un motivo de reformulación de la didáctica de esta ciencia y de las prácticas docentes, es decir, las TIC en esta área están transformando el contexto de las instituciones.

## 7 METODOLOGÍA

### 7.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El enfoque del trabajo es cualitativo de corte descriptivo, por lo que exige la identificación de aspectos cualitativos que enriquezcan el estudio; de esta manera, el enfoque cualitativo tiene como fin examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, haciendo énfasis en los puntos de vista, maneras de interpretar y los significados. Este tipo de enfoque es recomendable cuando se trata de una temática poco explorada o no ha sido investigada en un grupo social en específico, por lo general, este proceso cualitativo inicia con la idea de investigación (Hernández & Mendoza, 2008, p. 358).

A partir de la aplicación de este enfoque se busca vincular la información y los datos recolectados para determinar cómo llevan el proceso de aprendizaje de los números enteros los estudiantes de grado séptimo, de modo que se pueda dar respuesta a la formulación del problema. Con este enfoque también se involucra la evaluación de las experiencias personales según el rendimiento y la situación que reflejan.

La investigación de carácter cualitativo pretende comprender los conceptos que tienen los estudiantes sobre los números enteros y la relación que existe entre sus concepciones y sus prácticas de aula.

Para Hernández *et al.* (2006), este enfoque relaciona aspectos de la Historia de la ciencia, la cual ha surgido desde corrientes del pensamiento como el Empirismo, el Materialismo Dialéctico, el Positivismo, la Fenomenología y el Estructuralismo, que se originaron para encausar rutas en la búsqueda del conocimiento. Esto ocasionó que después del siglo XX surgieran dos enfoques principales: el enfoque cuantitativo y el enfoque cualitativo de la investigación.

## **7.2 POBLACIÓN Y MUESTRA**

### **7.2.1 Población**

La cantidad de estudiantes matriculados en el colegio es de 1080, distribuidos en los niveles de preescolar, media, básica secundaria y básica primaria dentro de las jornadas mañana, tarde y fin de semana, distribuido en siete sedes: tres rurales, y cuatro urbanas. La Institución es de carácter mixto y oferta niveles de estudio técnico / académico. La población objeto de estudio estará compuesta por los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Pablo VI, *sede San Isidro*, sector rural del municipio de Taminango Nariño, ubicada en el departamento de Nariño, los estudiantes seleccionados en su totalidad es de 15, de los cuales 10 son hombres y 5 son mujeres, Los quince estudiantes seleccionados en el presente trabajo de investigación atendieron a las siguientes consideraciones; sus edades oscilan en un rango de 12 a 13 años, tienen una asistencia regular al colegio y a la clase de matemáticas, tienen buen desempeño en el área de informática, por tanto dentro de su contexto viven en la zona rural, en su mayoría alumnos que pertenecen a los estratos socio - económicos 1, 2 uno y dos, los estudiantes participaron en las actividades de forma completa.

### **7.2.2 Unidad de Trabajo**

La muestra de la investigación estará compuesta por el total de 15 estudiantes de género femenino y masculino, del grado séptimo de la IE Pablo VI, con buenos desempeños en el área de matemáticas y que por su compromiso académico se han seleccionado.

## **7.3 INSTRUMENTOS**

Los instrumentos para la recolección de la información que se tendrán en cuenta durante el desarrollo del presente trabajo son:

1. Diarios de campo, donde los estudiantes consignaran sus actividades relacionadas, bajo una dinámica de auto regulación y avance particular.
2. Informe de seguimiento en la plataforma Cerebriti donde se registran los avances cuantitativamente los desarrollos de cada estudiante

3. Evaluaciones periódicas que muestren posibles obstáculos, dificultades y errores de los estudiantes en relación al desarrollo temático
4. Entrevista en clase que den razón de los procesos y procedimientos realizados por los estudiantes.

Se realizará en tres momentos importantes, diagnóstico, intervención y evaluación.

**Anexo 1.** Nivel de manejo y resolución de problemas con números enteros.

**Anexo 2.** Adición y Sustracción de Números Enteros

**Anexo 3.** ¿Qué significan las expresiones?: Conceptualización del valor negativo

## **7.4 TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN**

La unidad didáctica inicia desde la fase de diagnóstico, se valoran los presaberes, las ideas implícitas de los estudiantes frente a la resolución de problemas de forma general y luego en la plataforma, en la segunda fase de intervención se desarrolla la propuesta que básicamente se hace de forma dirigida por el docente y complementada con las rutinas de la plataforma cerebriti, y una última, de evaluación que muestra los avances en la resolución de problemas a la luz de las categorías y subcategorías de análisis que son las de comunicación y razonamiento a la luz del afrontamiento de solución de problemas de Polya. Inicialmente se aplicará la prueba de diagnóstico que se puede ver en el anexo 7.

### **7.4.1 PLATAFORMA CEREBRITY**

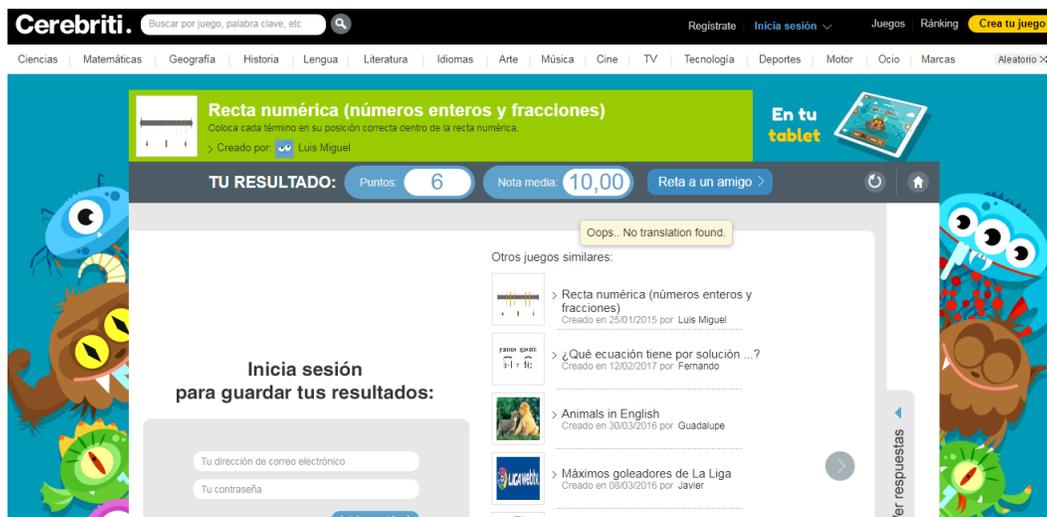
Cerebriti es un portal de juegos creados por docentes, practicantes, estudiantes o cualquier persona interesada en aprender o enseñar, y utilizar una herramienta de la web. 2.0 para poner a prueba los conocimientos desde cualquier área. El nombre de la plataforma hace un homenaje a las personas que les gusta mantener su mente en forma. (Cerebriti, 2019)

La plataforma es de libre acceso, no se necesita un registro como tal para acceder a los test o juegos, sin embargo, si se realiza un registro para mantener una base de datos, en

caso de los docentes, guardar notas a partir de las pruebas aplicadas con esta aplicación, además que permite crear juegos propios adecuados al área, al tema o competencia específica que se quiera reforzar, enseñar o mejorar. (Cepsantander, 2018)

Cerebriti elabora Rankings por universidad, institución educativa, grado, carrera, país y ciudad, relaciona la nota media de todos los que enseñen o estudien, por ejemplo, en la misma institución educativa, los rankings se pueden consultar en un promedio de puntuación o (nota) con respecto a un grupo. La diversidad de juegos tiene la posibilidad de valorar dentro de un juego una nota media de 0 a 10 de acuerdo a los puntos de las respuestas correctas. Tal vez un problema de la plataforma es que la cantidad de intentos a los juegos es infinita, y se quedan con la nota más alta, esto podría ser un inconveniente a la hora de evaluar, como se puede apreciar en la figura 1.

Figura 1 Plataforma Cerebriti (Cerebriti, 2019)



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la información encontrada en la plataforma, existen diez tipos de juegos diferentes ya predeterminados y que se pueden modificar con imágenes y contenido del área.

**Palabras secretas:** ofreres una pista y el jugador tiene que escribir la respuesta.

**Identifica la imagen:** aquí la pista es visual, y el jugador tiene que escribir la respuesta.

**Encuentra la pareja (texto):** el jugador debe unir las parejas hasta hacer que desaparezcan.

**Encuentra las parejas (imagen):** lo mismo, solo que uno de los dos grupos de pistas es en imágenes.

**Busca las respuestas correctas:** las respuestas verdaderas y falsas están mezcladas y el jugador debe identificar solo las correctas.

**Carrusel de preguntas:** Se muestran todas las respuestas mientras las preguntas pasan una a una. El jugador debe seleccionar la respuesta que coincida con la pregunta correspondiente.

**Tipo Test:** Cada pregunta tiene varias respuestas, pero solo una es la correcta.

**Lista en blanco:** La única pista que das es el título del juego. El resto, en blanco.

**Mapa mudo:** Ubica las respuestas en el lugar correspondiente de la imagen, no tiene porqué ser un mapa.

**Ranking:** El jugador debe clasificar las respuestas en el orden correcto.

La metodología de la plataforma, se fusiona con el aprendizaje colaborativo y las teorías de Gamificación por las dinámicas de juego en el aula, de este modo los alumnos fijan mejor sus conocimientos mientras se divierten. A partir de esto son dos propósitos que establece Cerebriti, uno es de aprender creando y el otro aprender jugando. (Pérez, 2016).

## 7.5 PLAN DE ANÁLISIS

El análisis se realizará teniendo en cuenta lo propuesto y descrito por Polya que fue detallado en el marco referencial. Además, el plan de análisis de la información recolectada con los distintos instrumentos a través del desarrollo de la Unidad didáctica se realizó bajo un análisis del contenido y un análisis de progresión de acuerdo a los datos que registraba la plataforma cerebrity con relación a los aciertos, tiempos y actividades desarrolladas. De igual manera los análisis tienen presente la teoría descrita bajo los postulados de Polya, Schoendfeld, Guzman y Santos Trigo entre otros.

## 8 RESULTADOS

A continuación, se presenta la tabla 2 con la categoría y subcategorías de análisis propuestas de acuerdo al problema y objetivos de investigación, que sirven como base para el análisis de los resultados que se obtuvieron en las etapas diagnósticas, intervención y evaluación.

Se debe tener en cuenta que las emisiones de juicios en las diferentes fases del proyecto parten de una consolidación de datos que se obtienen de la plataforma Cerebriti, que marcan la forma de avance y retroceso de los procesos adelantados, sin que sean los únicos análisis que se obtienen.

Tabla 2 Categorías y subcategorías de análisis

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	INDICADOR
La resolución de problemas de estructura aditiva entera mediada por la plataforma Cerebriti	Rutas para la resolución de problemas de estructura aditiva entera	Asocia valores enteros a situaciones problemas con enunciados de carácter relativo
		Representa de alguna forma la estructura de la situación problema para establecer una ruta de solución
		Explica la forma que va a utilizar en la resolución de problemas de estructura aditiva entera
	Seguimiento durante la resolución de problemas de estructura aditiva entera	Establece formas de monitoreo a las rutas de solución a los problemas planteados
		Da razón de la acciones que implementa en cualquier momento del desarrollo de lo planeado
		Identifica errores en los procesos algorítmicos y/o de formulación de

soluciones a los problemas  
planteados

---

valoración de la estrategia para la resolución de problemas de estructura aditiva entera	Reconstruye los procesos que realizó para llegar a las respuestas
	Valora la ruta para la resolución de problemas de estructura aditiva

---

Fuente: Elaboración propia

## 8.1 RESULTADOS ETAPA INICIAL Y DIAGNÓSTICA

Etapa inicial: En esta fase se hace un levantamiento de los aspectos iniciales y relacionales que tienen los estudiantes en cuanto a la relatividad de los números enteros en el marco de la resolución de problemas de enunciado sencillo, las diferentes actividades de aprendizaje se realizan en clase con estudiantes y se incorpora a la plataforma Cerebriti donde el estudiante debe responder a situaciones presentadas en la misma.

Para la etapa inicial se hace una identificación del problema de investigación que se cuestiona ¿Cómo incide la incorporación de la plataforma Cerebriti en la resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Pablo VI? A partir de esto se plantearon los objetivos de investigación con el fin de dar solución a la pregunta problema, , los cuales pretendieron integrar la plataforma Cerebriti en la resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros en los estudiantes, además de identificar el tipo de estrategias de aprendizaje en el grado séptimo en la formulación y resolución de problemas de estructura aditiva entera y evaluar si el proceso de aprendizaje por medio de la plataforma Cerebriti en los estudiantes de grado séptimo es efectivo, por tanto por medio de talleres en clase y del Instrumento 1 aplicado con la plataforma Cerebriti se pretendió identificar el nivel de manejo y resolución de problemas con números enteros positivos, allí se identifican varias fortalezas y algunas debilidades, que corroboran la necesidad de estructurar un modelo de enseñanza más dinámico y que fortalezca las estrategias de aprendizaje y conocimiento

previo de los estudiantes, teniendo en cuenta que este primer instrumento sirve como valoración inicial. La etapa diagnóstica, como se estableció anteriormente y a través de las clases y del instrumento 1 (Anexo 1) cumplió con la función de identificar las ideas previas de los estudiantes, y la problemática de investigación, ahora bien, el diagnóstico de esta prueba con el uso de la plataforma tuvo los siguientes resultados que se evidencian en la tabla 2 y 3:

Tabla 3 Resultados de la prueba diagnóstico aplicada a los estudiantes.

Pregunta/Estudiante	1A	1B	1C	1D	2 <sup>a</sup>	2B	3 <sup>a</sup>	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
<b>Respuesta Correcta</b>	-5	236	2653	-6	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	<	6	8	-7	+3
<b>Estudiante 1</b>	5	236	2653	6	-2 y 1	-4 y 5	<	>	>	<	NS/N R	NS/N R	NS/NR	NS/N R
<b>Estudiante 2</b>	-5	-236	2653	-6	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	>	NS/N R	NS/N R	NS/NR	NS/N R
<b>Estudiante 3</b>	NS/N R	NS/N R	NS/NR	NS/N R	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	<	NS/N R	NS/N R	NS/NR	NS/N R
<b>Estudiante 4</b>	-5	-236	2653	-6	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	>	-6	8	-7	3
<b>Estudiante 5</b>	5	236	2653	6	-2 y 1	-4 y 5	>	>	>	>	6	-8	7	3
<b>Estudiante 6</b>	NS/N R	23	26	0	-2 y 1	-4 y 5	<	<	<	>	62	80	NS/NR	NS/N R
<b>Estudiante 7</b>	5	2	3	1	NE	NE	>	<	<	>	NS/N R	NS/N R	NS/N R	NS/N R
<b>Estudiante 8</b>	-5	236	2653	-6	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	>	7	-6	7	-3

<b>Estudiante 9</b>	5	236	NS/N R	6	-2 y 1	-4 y 5	>	>	>	>	NS/N R	NS/NR	NS/NR	NS/NR
<b>Estudiante 10</b>	5	36	2653	6	-2 y 1	-4 y 5	>	<	>	>	6	8	7	-3
<b>Estudiante 11</b>	5	36	2653	6	NS/N R	NS/N R	<	>	>	<	NE	NE	NE	NE
<b>Estudiante 12</b>	5	S/NR	NS/N R	6	-3 y 1	-4 y 5	>	<	>	>	NE	NE	NE	NE
<b>Estudiante 13</b>	NS/N R	S/NR	NS/N R	NS/N R	-2 y 1	-4 y 5	>	<	<	>	NE	NE	NE	NE
<b>Estudiante 14</b>	6	33	NS/N R	5	-2 y 1	-4 y 5	<	>	>	<	NS/N R	NS/NR	NS/NR	NS/NR
<b>Estudiante 15</b>	5	236	2653	6	-2 y 1	5 y 6	<	<	<	>	NE	NE	NE	NE

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4 Registro de frecuencia de los resultados obtenidos

Registro de Frecuencias														
<b>Correcta</b>	3	3	8	3	12	12	9	10	8	4	2	2	1	2
<b>Incorrecta</b>	9	9	2	10	1	1	4	5	7	11	3	3	3	2
<b>NS/NR</b>	3	3	5	2	1	1	0	0	0	0	6	6	7	7
<b>NE</b>	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	4	4	4	4

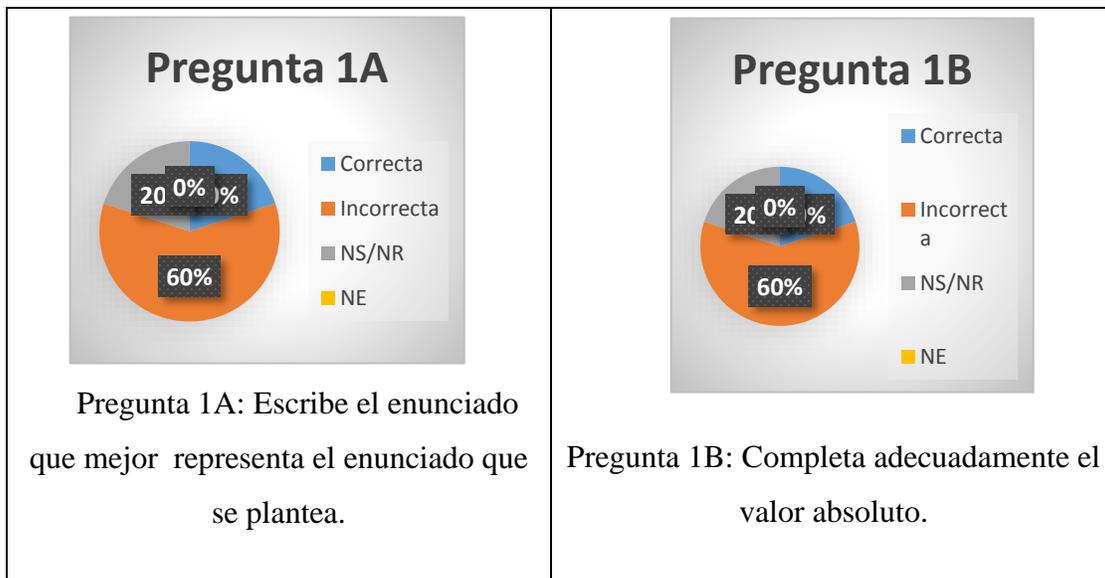
Fuente: Elaboración propia

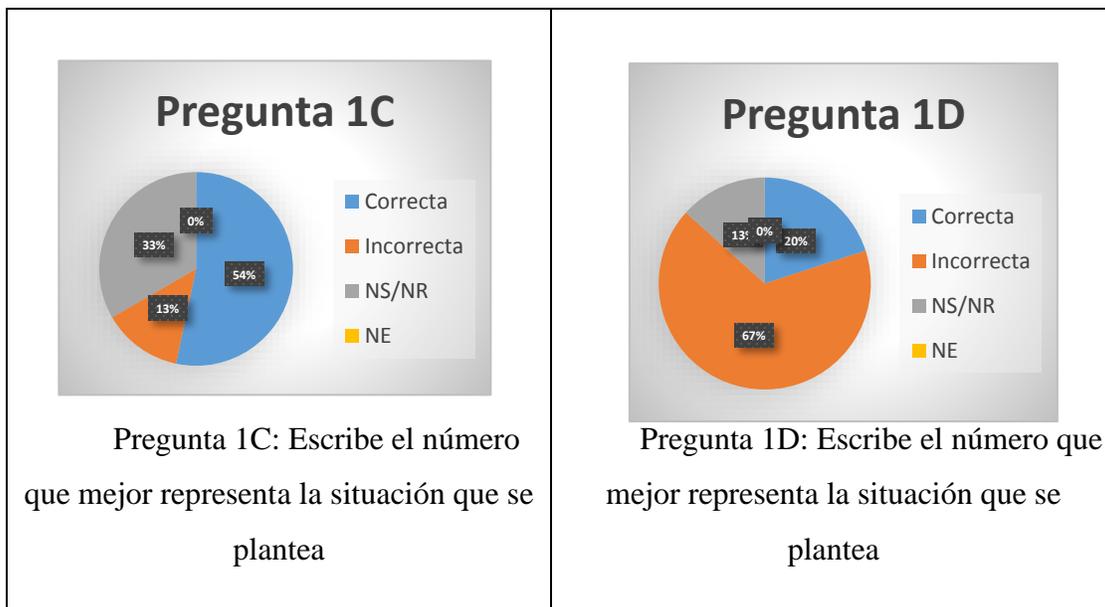
Ahora, se presentan los resultados generales de los estudiantes por cada pregunta de la prueba, para poder identificar en acuerdo con estas, sus conocimientos previos, fortalezas y posibles dificultades, a continuación, en las figuras 2 a la 5:

Figura 2 Pregunta 1: Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea

**1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:**

- a) Bajamos al sótano 5
- b) Nació en el año 236 antes de Cristo
- c) El avión vuela a 2653 m de altura
- d) El termómetro marcaba 6° C bajo cero



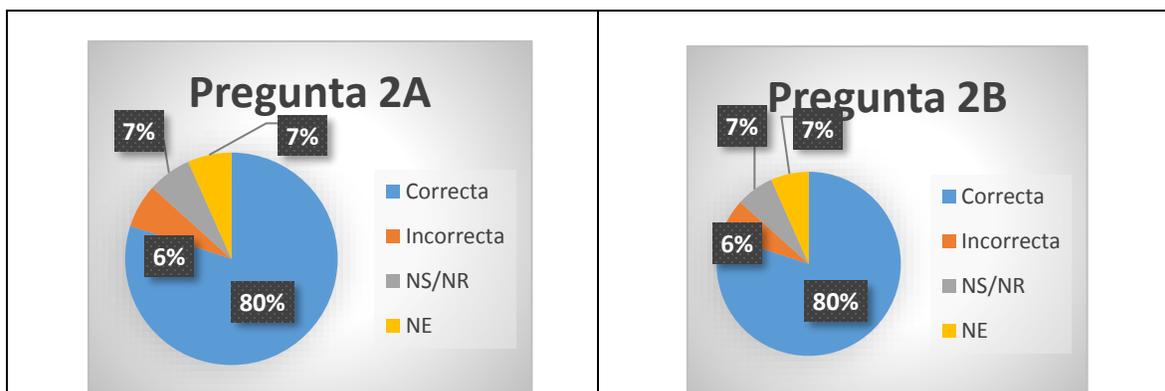
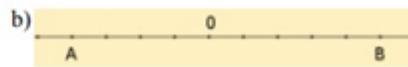
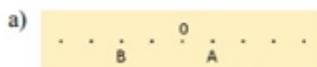


Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con esta figura se logra identificar dificultad en la representación de los números negativos, debido a que el 60% es decir un aproximado de 10 estudiantes, en las preguntas 1A y 1B respondió incorrectamente, igual que en la pregunta 1D el 67% se equivocó, como fortaleza existe claridad en la representación de los números positivos con un 54% ósea 8 estudiantes comprendieron la pregunta.

Figura 3 Pregunta 2: Cual es el valor de A y B

2. ¿Cuál es el valor de A y de B?



Cuál es el valor de A y B	Cuál es el valor de A y B
Respuesta correcta: -2 y 1.	Respuesta correcta: -4 y 5.

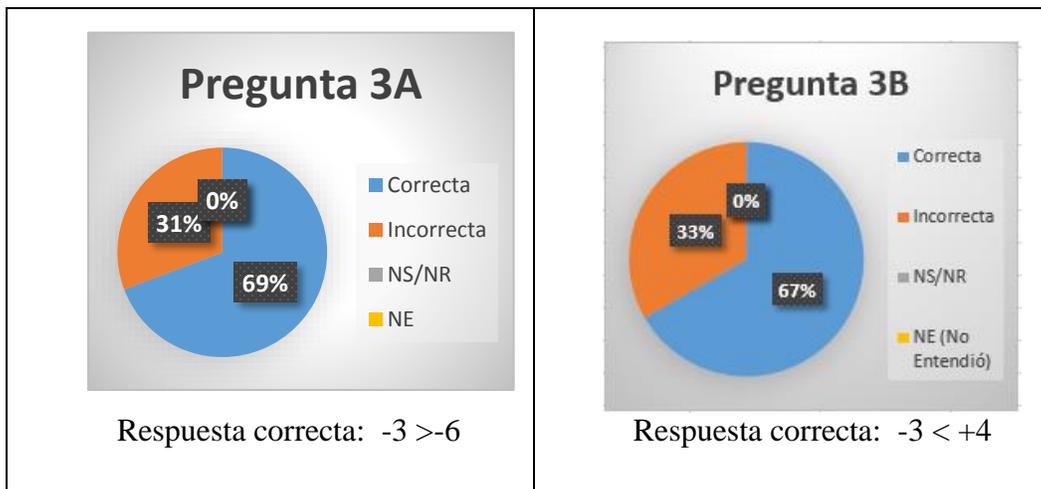
Fuente: Elaboración propia

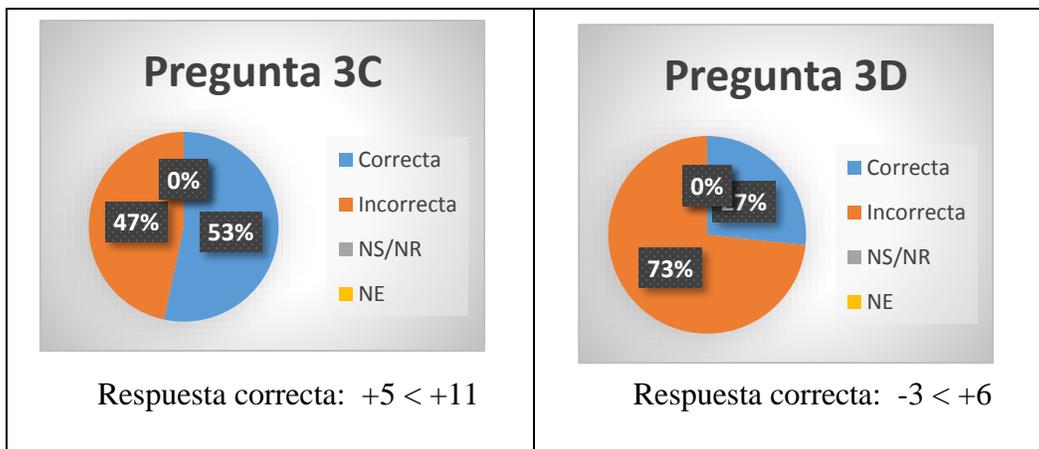
Como se puede observar en la Figura 2, es una fortaleza que para el 80% de los estudiantes sea más sencillo identificar la representación de números enteros positivos y negativos de manera gráfica usando la recta numérica.

Figura 4 Pregunta 3 Diferenciación de signos mayor y menor

3. Escribe el signo < o > según convenga

- a) -3 -6
- b) -3 +4
- c) +5 +11
- d) -3 +6





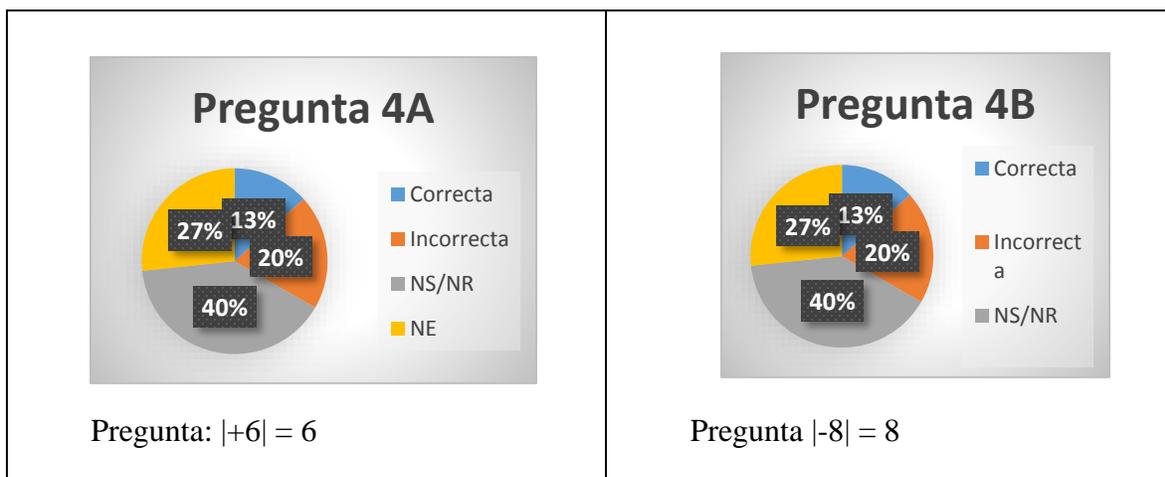
Fuente: Elaboración propia

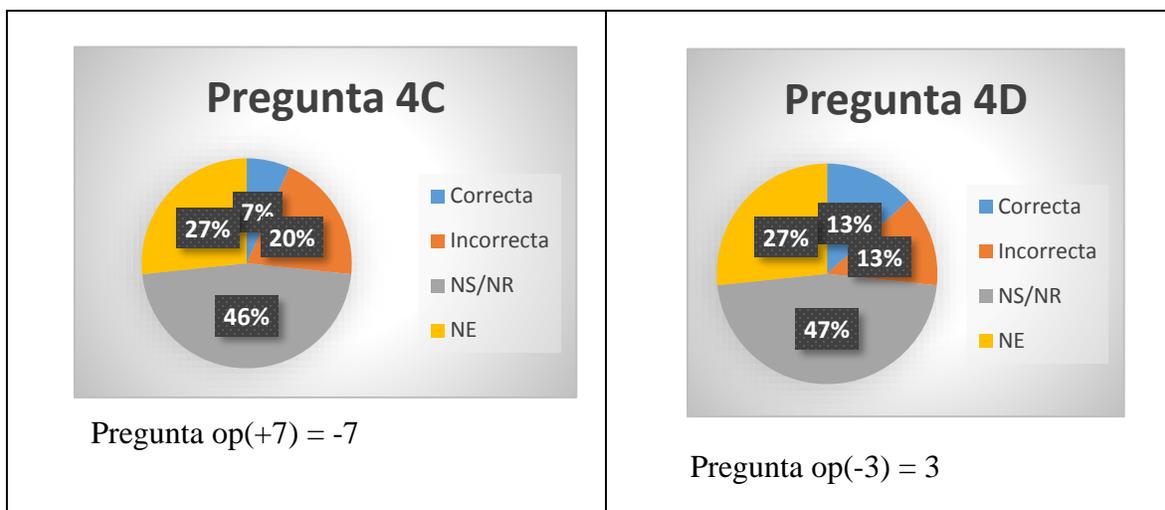
De acuerdo con la figura 4, es posible afirmar que existen fortalezas con la interpretación de los signos mayor y menor que; sin embargo, el 73% de los estudiantes necesitan refuerzo en la interpretación del signo mayor y menor con número negativo.

Figura 5 Pregunta 4: completa adecuadamente el concepto de valor absoluto y opuesto de un número

4. Completa adecuadamente:

- a)  $|+6| =$
- b)  $|-8| =$
- c)  $op(+7) =$
- d)  $op(-3) =$





Fuente: Elaboración propia

Como se puede ver en la figura 5, un porcentaje del 13% de los estudiantes que resulta ser muy bajo tiene claro el concepto de valor absoluto y opuesto de un número.

### 8.1.1 Análisis De Las Categorías

Después de aplicada la prueba inicial de identificación y diagnóstico que constaba de talleres en clase y ejercicios en general en la plataforma cerebriti, los cuales corresponden a las subcategorías de análisis a continuación.

#### Categoría resolución de problemas de estructura aditiva

Subcategoría: rutas para la resolución de problemas de estructura aditiva entera

En acuerdo con lo presentado en las figuras anteriores se presentan algunas dificultades respecto a la representación numérica de problemas de estructura aditiva, el primero grupo de preguntas (Figura 2) hacia énfasis directo a esta categoría, en la afirmación “bajamos al sótano 5” su representación numérica sería (-5) o la afirmación “el termómetro marcaba 6°c bajo cero” su representación sería (-6) un total de 12 estudiantes tuvieron dificultades en la solución de los ejercicios que implicaba dar una respuesta con numero negativo. Sin embargo, a los estudiantes les quedo fácil identificar los números naturales en el mismo ejercicio de la figura 1, otra fortaleza con base a esta categoría fue el ejercicio de la figura

2, la representación de los números enteros positivos y negativos en la recta numérica, con un 80% de acierto.

Este procedimiento se realizó con la plataforma Cerebriti y de forma escrita, esto como precaución de posibles fallas en la plataforma y acceso a internet, dado que el colegio se encuentra en una zona rural, las respuestas por medio de la plataforma se adjuntaron como resultados estadísticos de cada estudiante, es decir los resultados generales que arrojó la plataforma de las preguntas resueltas por cada niño, en la figura 6 se evidencia las respuestas de una estudiante a las 2 primeras preguntas que posteriormente realizó de forma física.

Figura 6 Ejemplo con estudiante pregunta 1 y 2

Nombre del estudiante: Dayana Gvaquez Alpala

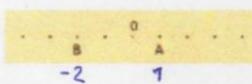
Anexo 1. Prueba diagnóstica para conocer el nivel de manejo y resolución de problemas con números enteros:

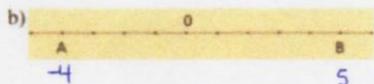
**TRABAJO: Resolver Los siguientes Ejercicios**

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

- a) Bajamos al sótano 5 Rta: 5
- b) Nació en el año 236 antes de Cristo Rta: 236
- c) El avión vuela a 2653 m de altura Rta: 2653
- d) El termómetro marcaba 6° C bajo cero Rta: 60

2. ¿Cuál es el valor de A y de B?

a) 

b) 

Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la representación de los números negativos de acuerdo con los autores Bustos, Pérez y Vargas (1991) es un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros, no por el hecho de ser negativos sino porque los estudiantes realizan ejercicios con base al número como expresión de cantidad, es decir la suma como aumento, la sustracción como disminución y se olvida que el orden entre los negativos es el mismo orden que el natural, además se ignora el signo y la identificación de los símbolos literales con números positivos. En este sentido, se puede observar que los estudiantes tienen una aproximación a

la relatividad de las cantidades según su signo, lo cual implica como lo expresa (Castillo, 2014):

El estudio de los números enteros implica la interpretación y aplicación del concepto y su significado como número relativo en diferentes contextos (físicos, geográficos) de medida (absolutos) y su ubicación en la recta numérica; además se debe llegar a la representación simbólica que permita efectuar operaciones y establecer relaciones. Dentro de las operaciones se enfoca la estructura aditiva (pag.103).

Durante la fase de exploración, se realiza también con el uso de la plataforma Cerebriti donde el estudiante debe responder a situaciones como las que se muestran, donde además de leer y entender el enunciado deben asociarlo a un número entero.

La indicación para este tipo de actividad fue: 1. leer el enunciado, 2. seleccionar el número entero adecuado, 3. Arrastrar el número hasta la imagen y hacerlo en el tiempo establecido

Figura 7 Asociación con números enteros

The screenshot shows the Cerebriti interface with a timer at 00/06 and a 11:54 time limit. The instruction reads "Arrastra cada respuesta hasta su lugar en el mapa." The main area contains six cards with math problems and images:

- Card 1: "En mi cuenta del banco tengo un saldo negativo de 200. Mi madre me ha dado 300 por mi cumpleaños y lo he ingresado en el banco. ¿Cuánto dinero tengo en mi cuenta ahora?" (Image: banknotes)
- Card 2: "Háganos saber si año que es y nació a ese año a.C. ¿Cuántos años vivió Pitágoras?" (Image: Pythagoras)
- Card 3: "Ayer fui a casa de mi abuela para ir a comprar. Cuando nos íbamos bajamos a pisar para coger el queso. ¿En qué piso me situé?" (Image: elevator)
- Card 4: "Un día de invierno amaneció a 5 grados bajo cero. A las diez del mañana la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las diez de la noche bajó 4 grados, y desde las diez a las 6 de la mañana bajó 6 grados más. ¿Qué temperatura había a esa hora?" (Image: snowy landscape)
- Card 5: "La temperatura de un congelador es de -20 grados. Si aumentó la temperatura 17 grados. ¿Qué temperatura marca ahora el..." (Image: freezer)
- Card 6: "En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido de 10° C, y la más baja de -20° C. ¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura?" (Image: ski resort)

On the right side, there is a vertical number line with the following numbers in circles: 21, 90, 27, -11, -2, -1.

Fuente: Elaboración propia

Se evidencia en los estudiantes después de las actividades desarrolladas en clase, una buena relación entre situación y asignación de cantidad entera, luego en la línea de signo y significado de Duval se puede mencionar que la plataforma ayuda a la consolidación de esta unidad matemática (signo y cantidad numérica).

Dentro de las actividades trabajadas en clase con estudiantes se presentan:

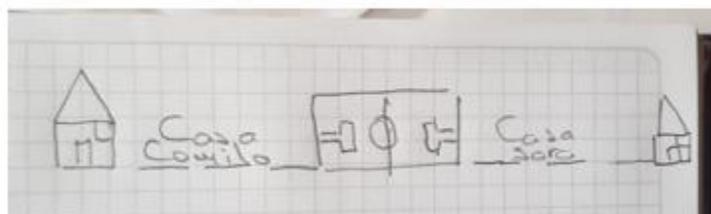
Figura 8 Problema planteado

Camilo y Sara viven sobre la misma calle en la que se encuentra un parque. La casa de Camilo está tres cuadras antes del parque, y la de Sara está tres cuadras después del parque.



Fuente: vamos a aprender matemáticas Mineducación

Figura 9 Representación de la situación planteada



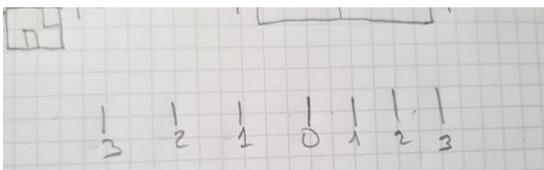
Fuente: Elaboración propia

El estudiante representa la situación, en donde muestra que puede establecer relaciones espaciales y cuantitativas relativas a una posición prefijada. En este sentido, el estudiante implícitamente adopta la relatividad de la posición (Antes vs Después) y mantiene las magnitudes (guiones) como unidades de medida. Frente a esto, Medina,

Farfan y Villada (2013) expresan que; Los números relativos han surgido como una cuestión de conveniencia, principalmente con el objetivo de poder representar adecuadamente las magnitudes cuyas cantidades son susceptibles de ser agrupadas en dos categorías, o de ser consideradas en sentidos opuestos (p. 624)

¿Cómo expresarías numéricamente que la casa de Camilo estas tres cuadras antes del parque y que la de Sara estas tres cuadras después del parque?

Figura 10 Representación numérica de la situación planteada



Fuente: Elaboración propia

Aun cuando el estudiante logra mantener las relaciones relativas (antes y después) dada por las marcas que tienen los números, no se evidencia un uso de los signos (+ y -) para distinguir las posiciones, esto lleva a establecer que la consolidación y uso de los signos es posterior a la construcción del significado de los valores relativos. Para Duval (1998, p. 175) “las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propios constreñimientos de significancia y funcionamiento” en este sentido, la unidad signo y valor en la cantidad entera se debe anticipar para evitar confusiones en la operatividad.

Representa y establece numéricamente cuantos años antes o después ocurrieron los acontecimientos tomando como referencia el momento en donde el abuelo es ascendido como maquinista, ver figura 11.

## Figura 11 Estudio de caso

### LA HISTORIA LABORAL DE MI PADRE CONTADA A MI HIJO

Un cierto día fuimos mi hijo y yo a visitar a mi padre a un pueblo cercano, donde él vive hace un tiempo, estando allí, abuelo y nieto se fueron a caminar por un sendero que lleva a un riachuelo, Durante la caminata, mi padre conto la siguiente historia a mi hijo.

Sabes recuerdo aun cuando este lugar era muy lejano y los ferrocarriles aun eran una ilusión.



¿Conoces los ferrocarriles abuelo?

claro que sí, yo trabaje y viví mi vida en los ferrocarriles... te contare

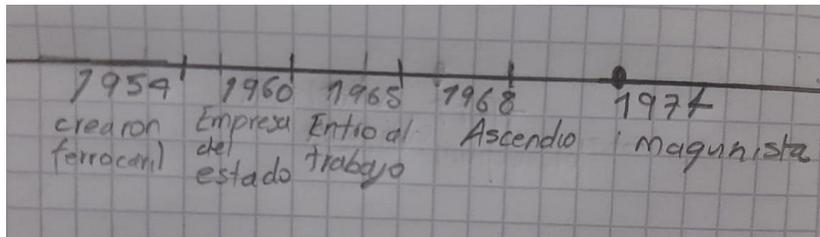
Los ferrocarriles Nacionales se crearon en el año de 1954 pero solo hasta el año de 1960 se constituyó como empresa del Estado, y cinco años después de eso yo inicié labores con ellos, comencé limpiando esos gigantescos aparatos, pero gracias a mi disciplina y poner mucha atención a todos los detalles, tres años después fui ascendido a un puesto como ayudante de máquinas... la paga fue lógicamente mucho mejor... Es así que transcurridos seis años desde que me contrataron logre ser maquinista de la última máquina que se incorporó a la flota de la empresa. Veinticinco años después de constituida la empresa cambio de dueños y fui ascendido a ser asistente administrativo donde laboré hasta pensionarme.

¿Hace cuanto te pensionaste abuelo?

Hace seis años me jubile

Fuente: Elaboración propia

## Figura 12 Representación gráfica para estudio de caso



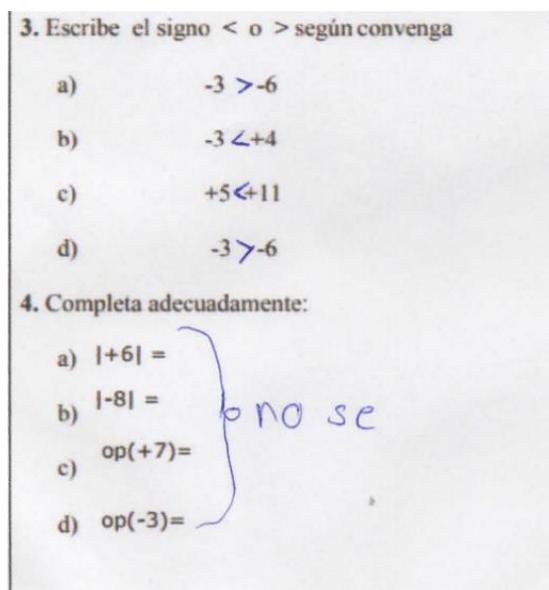
Fuente: Elaboración propia

Durante el desarrollo de la situación planteada se puede evidenciar que el estudiante al parecer no comprende a cabalidad los saltos de tiempo, lo cual en palabras de Polya (1989) menciona “El alumno debe comprender el problema, pero no solo comprenderlo sino también desear resolverlo” (p.28), bajo esta premisa al parecer el estudiante inicia con un grupo de acciones descoordinadas para llegar a una respuesta, así no sea la respuesta deseada y esperada. En esa misma línea, el estudiante ejecuta unas acciones para resolver la cuestión sin el compromiso y sistematicidad necesaria para llegar a un éxito rotundo.

**Subcategoría: Seguimiento durante la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

El desarrollo de esta prueba frente a esta subcategoría en relación con los ejercicios de las preguntas 3 y 4 (figuras 4 y 5) se puede observar que los estudiantes tienen estrategias poco elaboradas para el abordaje de problemas sencillos de estructura aditiva con números enteros, en este sentido se pudo encontrar que, por ejemplo, las respuestas del ejercicio 3D que tenía como fin diferenciar en signos de mayor o menor que, de un número negativo, 11 estudiantes se equivocaron, evidenciando nuevamente dificultades con el signo negativo, sin embargo las respuestas de los ejercicios 3A al 3C tuvo resultados del 73% es decir más de la mitad de los estudiantes respondió correctamente en el mismo ejercicio pero porque se trataba de números naturales, ahora bien, por parte de los ejercicios de la pregunta 4 que se relaciona con el valor absoluto y opuesto de un número, solo el 13% de los estudiantes comprendió el ejercicio.

Figura 13 Ejemplo con estudiante preguntas 3 y 4



Fuente: Elaboración propia

Lo cual indica que los estudiantes ante desafíos de tipo cognitivo más complejo, presentan al menos dos líneas de acción, por un lado, el abandono de la actividad propuesta o, por otro lado, la selección de cualquier opción que permita el ahorro cognitivo, frente a esto los autores Caballero, Guerrero, & Piedehierro, (2009) citan a (Córcoles y Valls, 2006; Harskamp y Suhre, 2007, Santos, 2008) quienes afirman que:

Los alumnos los abordan con procedimientos mecánicos y memorísticos, tienen escasos recursos para representar y analizar los problemas, no buscan distintas estrategias o métodos para su resolución ni hacen uso de las distintas indicaciones que se le sugieren para ello. (p. 152)

Mostrando que la resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros no es ajena a una realidad ya estudiada, lo cual implicará un diseño y monitoreo más cercano y cuidadoso para que las estudiantes afronten las situaciones y posibiliten una comprensión gradual, puesto que puede estar ocurriendo que no sea un factor de comprensión, sino que ellos no entiendan la situación o la relativización de las cantidades y se convierta en un obstáculo epistemológico que impacta sobre construcciones mentales pre existentes.

### **Categoría resolución de problemas de estructura aditiva**

#### **Subcategoría: valoración de la estrategia para la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

De acuerdo con los ejemplos (figura 5 y 6) no solo una estudiante optó por dar respuestas como “no se” se identificó un promedio del 40 al 47% de estudiantes que realizaron esta misma acción en las preguntas formuladas de mayor complejidad, como los ejercicios de la pregunta 4 que como se menciona anteriormente tuvo los peores resultados de la prueba diagnóstico. Se considera que en el caso de razonamiento de acuerdo con Orlando (2014) “los test focalizan los resultados cuantitativos por sobre los cualitativos, al considerar la cantidad de ítems acertados; no atienden al razonamiento aplicado” sin embargo, se considera que esto se resume a un tipo de ejercicio mecánico y no razonable pues de acuerdo con Johnson (1983 citado en Orlando, 2014) “las habilidades cognitivas

para resolver problemas matemáticos, se ponen de manifiesto en la forma de razonar matemáticamente” (Orlando, 2014), esto muestra el bajo compromiso cognitivo de afrontar la tarea y una de las opciones es expresar negativas ante la actividad, puesto que ellos infieren que siempre el maestro debe dar explicaciones de lo realizado.

Por su parte en esta categoría fue posible identificar, el uso de procedimientos matemáticos adecuados a su edad y saberes previos, en cada uno de los 14 ejercicios que lograron responder como se aprecia en la figura 14.

En palabra de (Orlando, 2014) quien considera que para la formulación, ejercitación y comparación de procedimientos con relación a las competencias básicas para la resolución de problemas matemáticos, son necesarios las habilidades cognitivas, conocimientos previos, inteligencia y factores no intelectuales que intervienen en el desarrollo inicial de los estudiantes como elementos generales y específicos que constituyen el dominio estudiado.

Figura 14 Ejemplo respuestas estudiante prueba diagnóstico

INSTITUCION EDUCATIVA PABLO VI - SEDE SAN ISIDRO  
MUNICIPIO DE TAMINANGO NARIÑO  
ASIGNATURA DE MATEMATICAS  
DOCENTE: ING YINA MARCELA MUÑOZ F.

Nombre del estudiante: Nicol Muñoz

Anexo I. Prueba diagnóstica para conocer el nivel de manejo y resolución de problemas con números enteros:

TRABAJO: Resolver Los siguientes Ejercicios

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

a) Bajamos al sótano 5 R/: -5

b) Nació en el año 236 antes de Cristo R/: -236

c) El avión vuela a 2653 m de altura R/: 2653

d) El termómetro marcaba 6° C bajo cero R/: -6

2. ¿Cuál es el valor de A y de B?

a)  b) 

3. Escribe el signo < o > según convenga

a) -3 > -6

b) -3 > 4

c) +5 > 11

d) -3 > -6

4. Completa adecuadamente:

a)  $|+6| = -6$

b)  $|-8| = 8$

c)  $op(+7) = -7$

d)  $op(-3) = 3$

Fuente: Elaboración propia

Lo anterior muestra que el estudiante tiene conocimientos acerca de simbología matemática (mayor, menor), valor absoluto y la recta numérica.

Finalmente, en la comprensión de las estructuras aditivas, los estudiantes para la prueba diagnóstica, a pesar de mostrar resultados bajos con los ejercicios de números negativos y con los ejercicios de valor absoluto y opuesto, manifestaron una amplia habilidad cognitiva en el carácter representativo en la recta numérica, y con los signos de determinación de mayor y menor con los números enteros, por tanto a partir de las debilidades y fortalezas que los estudiantes manifestaron con esta prueba, se enfatiza en crear una unidad didáctica de estructura aditivas que de acuerdo con el autor (Bruno, 2015)

[...] los alumnos, a menudo, diferencian los tipos de números que constituyen los números reales por su escritura, y sólo por eso, dejando de lado las propiedades numéricas. Por lo tanto, parece que no es suficiente un buen aprendizaje de cada sistema numérico, sino que se necesita conectar mejor unos sistemas con otros. (Bruno, 2015, p. 4)

Como resultado global de las categorías se afirma que los estudiantes tienen dificultades y no han desarrollado estrategias sobre representación numérica de problemas de estructura aditiva, manejo de números negativos y valor absoluto y opuesto, además se observa que existe un uso de procedimientos matemáticos adecuados a su edad. También se señala que los estudiantes manifiestan una amplia habilidad cognitiva en el carácter representación de la recta numérica.

### **Consideraciones globales fase de diagnóstico**

Una vez realizadas las diferentes actividades de aprendizaje en clase con estudiantes e incorporada la plataforma Cerebriti, se puede observar en el marco de la resolución de problemas que:

1. Los estudiantes están más acostumbrados a la operatividad y a dar resultados numéricos, que a desarrollar procesos sistemáticos de resolución.
2. Presentan dificultad en la comprensión de enunciados que impliquen cambios en la linealidad de los procesos.

3. No se evidencia una forma ordenada de llevar a cabo los procesos, ni de verificar los resultados.
4. Que los estudiantes aun cuando distinguen entre los opuestos no necesariamente lo traducen en términos de unidad signo y cantidad entera, base para la operatividad aditiva.

## 8.2 RESULTADOS ETAPA DE DISEÑO Y REFUERZO

Etapa Intervención: Se realizó la alternancia de las actividades de aprendizaje sincrónicas y asincrónicas, sincrónicas las desarrolladas en clase y asincrónicas las desarrolladas en la plataforma y ya teniendo en cuenta un diagnóstico general de las fortalezas y dificultades de los estudiantes, se realiza intervención en clases presenciales, un refuerzo de sus aprendizajes con números enteros y operaciones básicas como sumas y restas, ejemplos de resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros aplicando los pasos establecidos por varios autores (Pólya, Hayes, entre otros), cabe aclarar que antes de realizar el refuerzo con la plataforma Cerebriti se realizó una explicación previa de la unidad didáctica de la teoría de números enteros vistos en la prueba inicial (Anexo 4) y además se desarrollaron varias actividades en clase con ejemplos de situaciones problemas seguidamente se aplicó el instrumento 2 el cual se basó en la adición y sustracción de números enteros y obtuvo los siguientes resultados.

Tabla 5 Resultados de la prueba de refuerzo

<b>Pregunta/Estudiante</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>	<b>1C</b>	<b>1D</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Respuesta Correcta</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 1</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18,27
<b>Estudiante 2</b>	-1	1	-3	0	1	11	9
<b>Estudiante 3</b>	-1	1	-3	0	1	11	9
<b>Estudiante 4</b>	-1	1	-1	0	1	11	9

<b>Estudiante 5</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 6</b>	-1	1	-1	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 7</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 8</b>	-1	1	-1	0	1	11	9
<b>Estudiante 9</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 10</b>	-1	1	3	0	1	-11	9
<b>Estudiante 11</b>	-1	0	-3	0	1	11	9
<b>Estudiante 12</b>	-1	1	-3	0	1	11	9
<b>Estudiante 13</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 14</b>	-1	1	-3	0	1	-14 < T y T> 25	18 < T < 27
<b>Estudiante 15</b>	-1	1	-3	0	1	11	9

Fuente: Elaboración propia

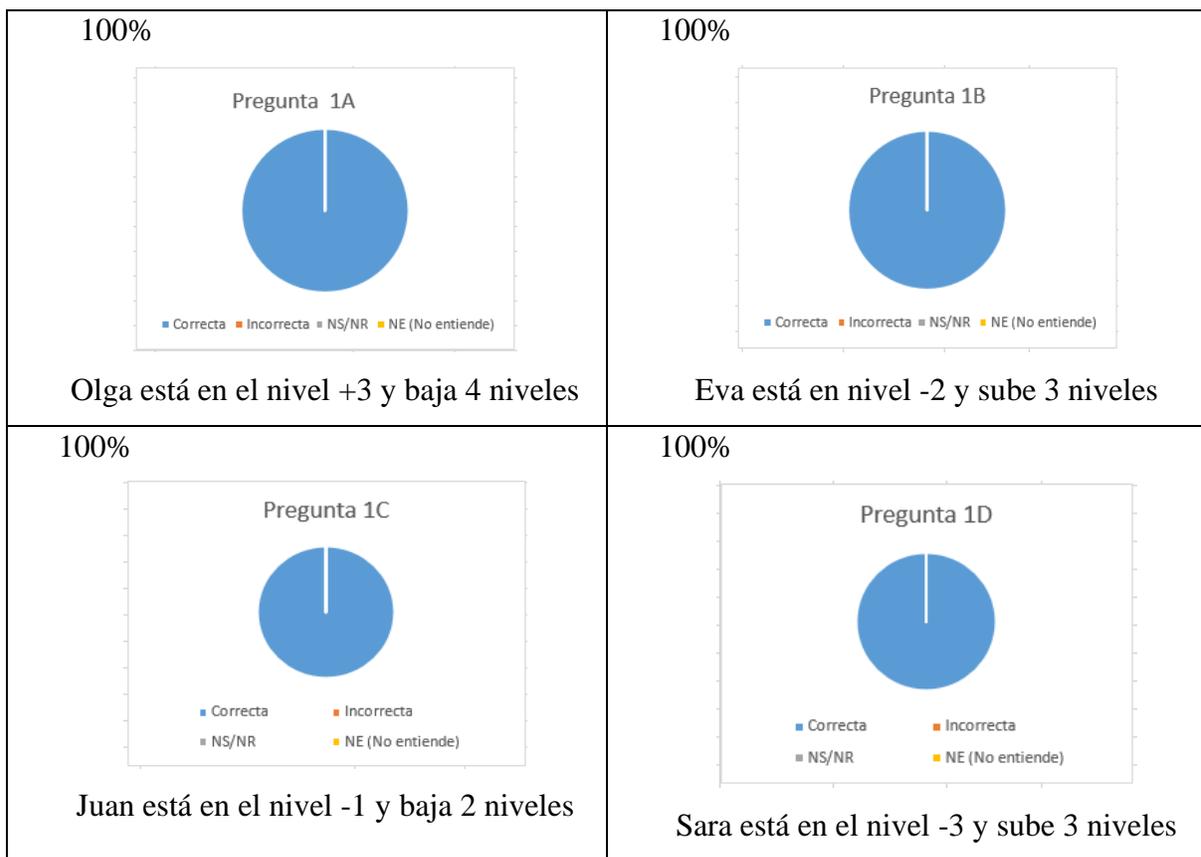
Tabla 6 Registro de Frecuencias de los resultados de la prueba de refuerzo

<b>Registro de frecuencias</b>							
<b>Correcta</b>	15	13	12	15	15	7	7
<b>Incorrecta</b>	0	2	3	0	1	8	8
<b>NS/NR</b>	0	0	0	0	0	0	0
<b>NE (No entiende)</b>	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

Ahora, se presentan los resultados generales de los estudiantes por cada pregunta de la prueba de diseño y refuerzo, para poder identificar en acuerdo con estas, un cambio en los resultados, y sus habilidades para la suma y resta de números enteros, desde la figura 15 a la 11 a continuación:

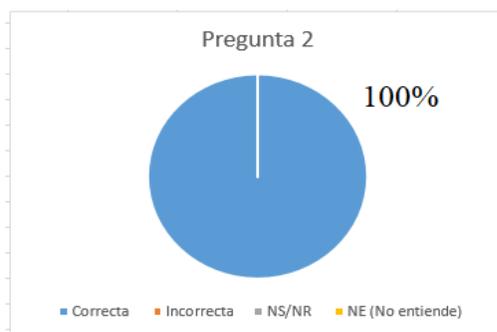
Figura 15 Pregunta 1: Ejercicios de niveles



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la figura 16, el 100% de los estudiantes realizaron la representación de números de manera acertada, lo que permite evidenciar que el refuerzo practicado por la docente fue efectivo.

Figura 16 Pregunta 2: Razonamiento, formulación, flexibilidad e interpretación de problemas

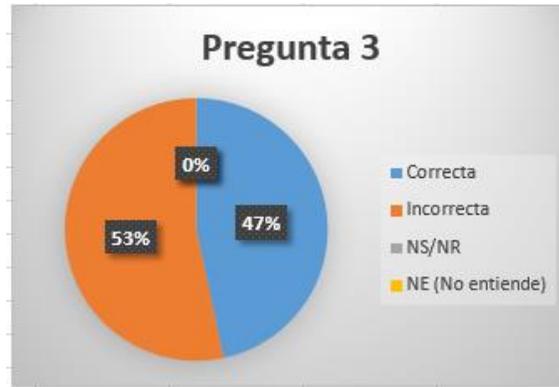


Fuente: Elaboración propia

Encontrarse en cuarto piso, subir 3 pisos, bajar 5 pisos, subir 2 pisos y bajar 3 pisos.

Para el caso de la Figura 16 se puede observar que el 100% de los estudiantes razona, formula e interpreta de manera acertada los problemas matemáticos que le son planteados y además muestra flexibilidad ante la solución de problemas matemáticos.

Figura 17 Pregunta 3: Formulación de hipótesis

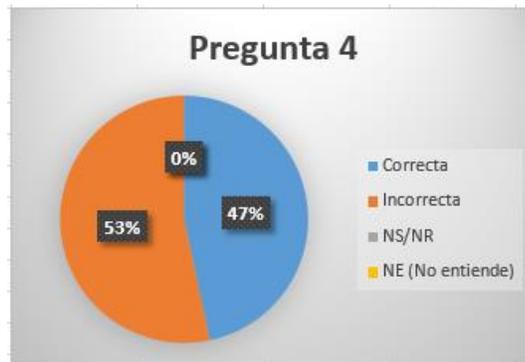


T < 14 Grados a las 7 a.m y T > 25 grados a las 12 p.m

Fuente: Elaboración propia

Para el caso de la figura 17, se puede ver que a pesar del refuerzo realizado por la docente para el planteamiento de problemas e hipótesis los estudiantes continúan presentando inconvenientes para formular hipótesis de forma acertada.

Figura 18 Pregunta 4: Comparación, formulación e interpretación a partir de un enunciado verbal.



Variación de temperatura entre 18 y 27 grados

Fuente: Elaboración propia

Respecto a la figura 18, es posible afirmar que el 43% de los estudiantes, es capaz de comparar, formular e interpretar a partir de un enunciado verbal y sin ayuda del docente, por lo cual es necesario aún realizar un refuerzo en este aspecto.

### 8.2.1 Análisis De Las Categorías

#### Subcategoría: rutas para la resolución de problemas de estructura aditiva entera

Continuando con el análisis de la prueba de diseño en relación al refuerzo y en concordancia con las gráficas estadísticas de las figuras 12 a 16, la representación numérica de problemas de estructura aditiva, tuvo una transformación positiva de los estudiantes, debido a que el 100% de ellos acertó en las respuestas a las preguntas 1 y 2 como se puede evidenciar en la prueba física de la siguiente estudiante:

Figura 19 Evidencia preguntas 1 y 2 prueba de diseño y refuerzo

Nombre del estudiante: Sandra Matuceda Benitez  
 Anexo 2. Anexo 2. Adición y Sustracción de Números Enteros

**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE:**  
 Observe con atención la siguiente tabla y a continuación realice los ejercicios correspondientes.

1. Ejercicios de niveles.

	Nivel inicial	Movimiento	Nivel final
Luis está en el nivel +1 y baja 2 niveles	+1	-2	-1
Olga está en el nivel +3 y baja 4 niveles	+3	-4	-1
Eva está en el nivel -2 y sube 3 niveles	-2	+3	+1
Juan está en el nivel -1 y baja 2 niveles	-1	-2	-3
Sara está en el nivel -3 y sube 3 niveles	-3	+3	0

**TRABAJO:** Resolver Los siguientes Ejercicios

2. Usted se encuentra en el cuarto piso de un edificio, sube a un ascensor que lo lleva 3 pisos más arriba, luego baja 5 niveles, nuevamente sube 2 piso y finalmente baja 3 pisos más. Después de este pequeño viaje ¿en qué nivel se encuentra? *Respuesta +1*

Fuente: Elaboración propia

Se establece pues la necesidad de confiar tanto en el conocimiento previo como en la aclaración y orientación del docente para la comprensión de estos ejercicios. De acuerdo con Pérez y Ramírez (2011):

[...]es necesario que el docente se forme y actualice con respecto a los fundamentos teóricos – metodológicos propias de la resolución de problemas y como facilitan su enseñanza con el fin de plantear a los estudiantes enunciados que realmente posean las características de un problema, que les invite a razonar, a crear, descubrir para poder llegar a su solución. (p.3)

- **Subcategoría 2: la estrategia en la resolución de problemas de estructura aditiva**

Ahora bien, las estrategias de los estudiantes para la resolución de los problemas mejoraron significativamente, porque los resultados de la prueba de refuerzo tuvieron un nivel más alto, además durante la aplicación de la prueba por medio de la observación docente, fue claro evidenciar que los estudiantes se apoyaron en las explicaciones previas con la unidad didáctica (Anexo 4) aclararon las dificultades presentadas con la representación de los números negativos, el cual se había identificado como problema en la mayoría de los estudiantes en la prueba de diagnóstico y realizaron la prueba con ayuda de sus conocimiento previos. Esto significa que “aprender es un proceso individual y colectivo de diseño y construcción/reconstrucción de esquemas mentales previos con el resultado de procesos de reflexión e interpretación” (Castillo, 2014)

Por otra parte, al formular la siguiente pregunta a los estudiantes: Juan, Miguel y Luis son tres grandes amigos, Juan debe 5 millones, Luis debe 8 millones más que Juan y Miguel debe nueve millones menos que Luis. Ordena de menor a mayor las personas según su deuda. ¿Cómo se podría representar las deudas de los tres amigos?

El estudiante A1 respondió

Figura 20 Respuesta del estudiante A1

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left, under the heading 'Datos:', there is a list: 'Juan: 5 millones', 'Miguel: 4 millones', and 'Luis: 13 millones'. In the center, under the heading 'Desarrollo', there are two vertical calculations. The first is  $5.000.000 + 8.000.000 = 13.000.000$ . The second is  $13.000.000 - 9.000.000 = 04.000.000$ . Below these calculations, the names 'Miguel 4 millones', 'Juan 5 millones', and 'Luis 13 millones' are listed. To the right of this list, a note says 'P/za representan como deuda, números negativos.' At the bottom left, there is a partially visible heading 'Datos:'.

Fuente: Elaboración propia.

De la respuesta dada por A1 y en la dinámica de las holísticas formuladas por Polya (1989), se puede observar que hay una interpretación de la situación, dado que en la primera columna se ordena la información suministrada relacionándola con ciertos valores. En este sentido y en palabras del autor:

*Una vez comprendido el problema como un todo, cuando hemos captado su fin, su idea directriz, es el momento de entrar. ¿Por dónde empezar? En casi todos los casos es razonable empezar por el examen de los elementos principales del problema como son la incógnita, los datos y la condición (p.74).*

Luego, aunque A1 no expresa un plan de ejecución si se plantea unas operaciones que llevan a pensar que el estudiante ha decidido un camino a recorrer y corresponde precisamente a la segunda fase de las holísticas planteadas por Pólya que “consiste en la concepción de un plan, en esta fase el docente debe guiar al estudiante para la concepción de un plan, pero sin imponérselo. Al ya tener concebido un plan se prosigue con la ejecución del mismo” (Boscán y Klever, 2012, p.13).

Por último, en la respuesta dada por A1, que no se evidencia un proceso de verificación y de visión retrospectiva, ésta es la tercera fase propuesta por Polya, que corresponde a la elaboración del proceso creativo; es importante que se vaya verificando cada paso que se

ejecute del plan, examinar a cabalidad que cada pieza encaje perfectamente; la veracidad de todo razonamiento; la claridad de toda operación.

De lo anterior y en relación a la subcategoría de representación, el estudiante logra comprensiones mas no representaciones del número entero negativo, además no asume las deudas de Juan, Miguel y Luis como valores relativos que se representan con números enteros negativos, e incluso en la parte operativa no se asume la adición de cantidades negativas con respuesta negativa. En conclusión, se evidencia que A1 no ha incorporado la representación entera a sus comprensiones por eso recurre a la operativización natural.

- **Subcategoría: Seguimiento durante la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

Los estudiantes, como se mencionó con antelación mejoraron significativamente en la comprensión y resolución de problemas de los números enteros, el razonamiento utilizado se mantuvo en un tipo de transposición didáctica, es decir, para los estudiantes es más sencillo comprender que se encuentran en el cuarto piso de un edificio y que subiendo a un ascensor bajan 5 niveles y luego suben para saber que están en el primero, para dar solución al problema investigado, que con ejercicios y cálculos complejos, esto se evidencia en los resultados generales de las figuras 8 a la 11 y en la prueba de la estudiante en la figura 12 de las preguntas 1 y 2.

De acuerdo con (Pérez & Ramírez, 2011)

*[...] un buen problema matemático debe poseer, entre otras las siguientes características: razonamiento matemático en situaciones funcionales y no las que sólo ejercitan al escolar en cálculos complicados, permite al que lo resuelve descubrir, recolectar, organizar y estructurar hechos y no solo memorizar, tiene un lenguaje claro expresado en vocabulario corriente y preciso, es interesante, el grado de dificultad corresponde al desarrollo del estudiante, y propone datos de situaciones reales (p. 6).*

- **Subcategoría: valoración de la estrategia para la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

Para esta subcategoría se plantearon específicamente en la prueba de refuerzo las preguntas 3 y 4, (figuras 16 y 17) el objetivo de esta fase era indagar cómo los estudiantes formulaban, comparaban y ejercitaban sus conocimientos con estos ejercicios, sin embargo, es claro que hay una leve dificultad en la formulación de las hipótesis pues como se apreció en las figuras 10 y 11, el 53% de los estudiantes no comprendieron con claridad el ejercicio, y el otro 47% si, un poco menos de la mitad, como se muestra en las figura 21 un comparativo de las respuestas de dos estudiantes diferentes.

Figura 21 Comparativa respuestas preguntas 3 y 4

Estudiante Lizeth Carolina M	Estudiante Ronald Madroñero
<p>3. En nuestro Municipio se experimentan variaciones grandes de temperatura. A las 7:00 am. , la temperatura puede llegar a bajar hasta <math>14^{\circ}\text{C}</math> y, a mediodía puede subir hasta más de <math>25^{\circ}\text{C}</math>. <math>11^{\circ}</math></p> <p>4. Supóngase que en un día de estos, la temperatura mínima fue de <math>18^{\circ}\text{C}</math> y la máxima fue de <math>27^{\circ}\text{C}</math>. ¿Cuál fue la variación máxima de temperatura en ese día? <math>9^{\circ}</math></p>	<p>3. En nuestro Municipio se experimentan variaciones grandes de temperatura. A las 7:00 am. , la temperatura puede llegar a bajar hasta <math>14^{\circ}\text{C}</math> y, a mediodía puede subir hasta más de <math>25^{\circ}\text{C}</math>. R/ 7am <math>T = -14^{\circ}</math> 12m <math>T = 25^{\circ}\text{C}</math></p> <p>4. Supóngase que en un día de estos, la temperatura mínima fue de <math>18^{\circ}\text{C}</math> y la máxima fue de <math>27^{\circ}\text{C}</math>. ¿Cuál fue la variación máxima de temperatura en ese día? <math>18^{\circ}\text{C} &lt; 27^{\circ}\text{C}</math></p>

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con esto, se llega a cuestionar ¿Por qué la comprensión de los ejercicios es más clara en algunos estudiantes que en otros? y para dar respuesta a esto se considera al autor Orlando (2014) el cual afirma que:

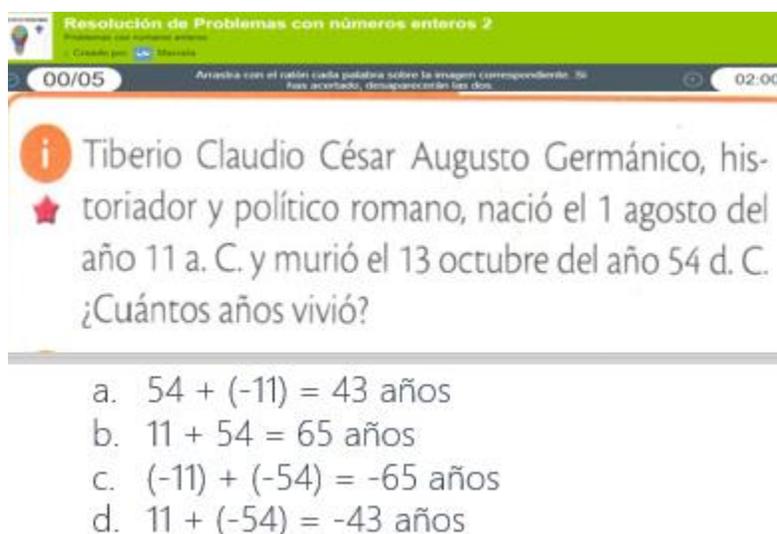
*[...]La competencia para resolver los problemas matemáticos ha de estar relacionada con habilidades cognitivas y conocimientos específicos de base, la capacidad intelectual y los factores contextuales y de motivación de los sujetos, y resulta un factor predictivo del rendimiento académico. (Orlando, 2014, p. 13)*

Finalmente, esta subcategoría reúne los resultados generales de los 7 ejercicios aplicados como prueba de diseño o diagnóstico, se establece por tanto una mejor comprensión por parte de los estudiantes, especialmente en el desarrollo de problemas que tienen relación con su vida cotidiana y situaciones numéricas, en acuerdo con la autora (Bruno, 2015):

*[...]las estructuras aditivas modelan situaciones de la vida cotidiana, lo que implica la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal. Esto significa analizar las estructuras aditivas tomando como foco principal la dimensión contextual, pero teniendo en cuenta que el conocimiento numérico no sólo afecta a cada una de las dimensiones, sino que también abarca las traducciones entre ellas.*  
(p.7)

Teniendo en cuenta la realización de la unidad didáctica de refuerzo (Anexo 4) que profundizo en las áreas donde se presentaban dificultades basada en la prueba de diagnóstico, los estudiantes mostraron progreso en factores de representación numérica y estrategias para la solución de problemas de estructura aditiva, además se afirma que también mostraron mejoras significativas en el razonamiento de pensamiento numérico y sistemas numéricos. Por otra parte, se observó que permanecen dificultades sobre formulación de las hipótesis.

*Figura 22 Formulación de Hipótesis*



Resolución de Problemas con números enteros 2  
00/05 Arrastra con el ratón cada palabra sobre la imagen correspondiente. Si has acertado, desaparecerán las dos. 02:00

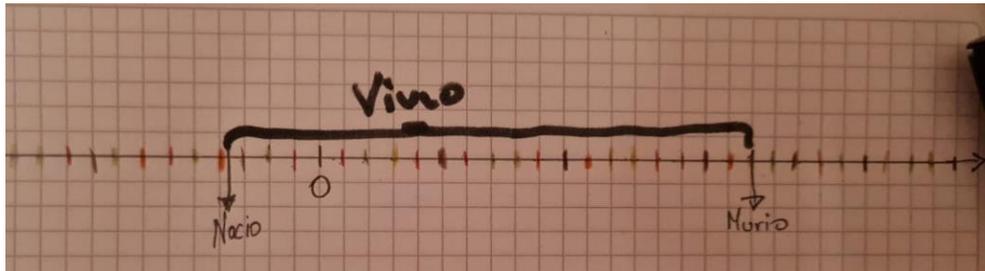
**i** Tiberio Claudio César Augusto Germánico, historiador y político romano, nació el 1 agosto del año 11 a. C. y murió el 13 octubre del año 54 d. C.  
★ ¿Cuántos años vivió?

a.  $54 + (-11) = 43$  años  
b.  $11 + 54 = 65$  años  
c.  $(-11) + (-54) = -65$  años  
d.  $11 + (-54) = -43$  años

Fuente: Elaboración propia

1. ¿Cómo solucionarías gráfica y numéricamente la situación de Tiberio?
2. ¿Qué operación entre las que te dieron es más cercana a tu respuesta?
3. ¿Cómo sabes que es la respuesta correcta?

Figura 23 Representación gráfica



Fuente: Elaboración propia.

La plataforma Cerebriti aporta entre otros, este tipo de actividades a los estudiantes, en ella, se puede apreciar que se hace énfasis en la operatoria de las cuestiones mas no en la estructura de resolución de problemas.

En la plataforma aparecen cuestiones que pasan de una lectura del enunciado a la selección de respuestas, que ayuda, de una u otra forma a agilizar la dimensión algorítmica pero deja de lado el análisis y las heurísticas en la resolución de problemas reduciendo el trabajo escolar matemático a dar una respuesta dentro de varias opciones o en palabras de Torres (2015) quien menciona que el trabajo matemático no se puede reducir a un número sin considerar los sub constructos que están implícitos en la actividad cognitiva de los estudiantes (p.35).

Pero al retomar estas mismas cuestiones en la clase presencial se puede apreciar que el estudiante tiene aproximaciones a desarrollar estructuras de resolución de problemas y a debatir sus hallazgos.

Figura 24 Estudio de caso

Resolución de Problemas con números enteros 2  
 Problemas con números enteros  
 Creado por Mónica

00/05 Arrastra con el ratón cada palabra sobre la imagen correspondiente. Si has acertado, desaparecerán las dos. 02:00

¿Qué número debe colocarse en la casilla F para que la pirámide se complete correctamente?

-30			
-14	F		
D	1	E	
A	B	C	-10

a - b	
a	b

Fuente: Elaboración propia

La plataforma Cerebriti provee ejercicios donde el estudiante debe aportar razonamientos y formas de proceder según una regla determinada, con unas respuestas fijas, que implica que el estudiante puede hacer operaciones y desafiarse, pero no da oportunidad de establecer rutas de solución, reduciendo el ejercicio de enseñanza y aprendizaje a estimativos de cantidades enteras.

Pero, aun así, este tipo de ejercicios también sirven en la actividad de resolución de problemas como lo señala Poggioli (1999), las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución (p. 26). En este sentido, señala que estas estrategias comprenden los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente, para mencionar que la resolución también debe contemplar el uso adecuado de operaciones y propiedades de los números, en el caso de los enteros y las estructuras aditivas.

Con relación a la pregunta 3 solucionada por el estudiante dos: Hoy gane 5000 pesos y tenía ahorrado 2500 pero debía 3800 de empanadas, 1200 de un vaso de gaseosa, 1500 de un pastel de pollo y 300 de un bombón. ¿Cuánto debo conseguir de más para poder pagar toda mi deuda? ¿Qué operaciones realizas para poder solucionar el problema, explica paso a paso lo que haces? ¿Cómo sabes que la respuesta es la correcta? Se obtuvo:

Figura 25 Representación gráfica de la pregunta

3) 
$$\begin{array}{r} 5000+ \\ 2500 \\ \hline 7500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ 7500- \\ 6800 \\ \hline 0700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3800+ \\ 1200 \\ 7500 \\ 300 \\ \hline 6800 \end{array}$$

R/ NO tengo que conseguir nada porque tengo mas dinero del que debo

2R/ Hice dos sumas y una resta sume lo que gane y lo que tenia, luego sume todo lo que debia y con el resultado que medio de lo que debia lo reste con lo que tenia y me dio el resultado.

Fuente: Elaboración propia

Las respuestas realizadas por el estudiante B3 se asocian con el manejo e interpretación de estructuras aditivas donde es necesario comprender el significado porque se han puesto de manifiesto cuatro enfoques sobre problemas de enunciado Verbal (PAEV) que necesitan de un funcionamiento cognitivo de acuerdo con (Ordoñez, 2014): variable sintáctica, variable lingüística, sentencias abiertas y enfoque semántico. En el enfoque de la estructura semántica para resolver un PAEV es necesario conocer el texto en que se enuncia el problema, y considerar de igual manera, de forma global el texto como un todo.

Se considera que el enfoque global, es el más adecuado y que tiene mayor actualidad, porque es de tipo estructural. Por otra parte, para Vergnaud citado en (Ordoñez, 2014), se plantea el existir de seis categorías de relaciones numéricas aditivas: composición de medidas, transformación de una medida en otra medida, relación estática entre dos medidas, composición de dos transformaciones, transformación de una relación estática en otra relación estática y composición de dos relaciones estáticas. Además, la consideración conjunta de la estructura numérica, consiste en la intervención de los tres tipos de números y las operaciones aditivas correspondientes.

Las preguntas formuladas plantean implícitamente la ejecución de los procesos básicos que lleva al estudiante a establecer un orden en la resolución del problema según “el

método de los cuatro pasos” mencionado en el libro de Pólya (1989) “como plantear y resolver problemas”, en una de las respuestas dadas por un estudiante, se ve un salto u omisión en la ejecución de los mismos, se aprecia, por ejemplo, que no presenta una estructura sólida de planeación aun cuando muestra las operaciones que ejecuta y llega a la respuesta correcta. Esto presupone que pueden existir procesos internos en el estudiante que no necesariamente los evidencia, además en la respuesta final, no hay justificación, pero se puede evidenciar una relación entre la operación final y el exceso en el dinero conseguido. Conceptualmente el estudiante no recurre al signo para identificar los valores negativos (deudas) de los positivos (tener) pero la discriminación de las dos columnas muestra que existe una clasificación de las magnitudes y entiende

Una apuesta que hicieron tres amigos consistió en lanzar dos dados simultáneamente diez veces. Por cada lanzamiento en el cual se obtenga un par (dos números iguales en cada dado) se gana 300 puntos y por cada intento fallido se multa con -200 puntos. En la tabla 7 se registran los datos.

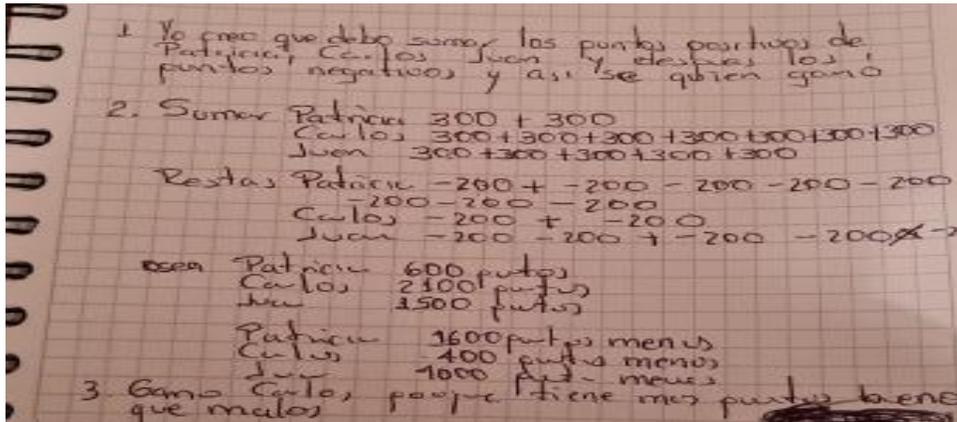
Tabla 7 Pares Obtenidos

Nombre	# pares obtenidos
Patricia	2
Carlos	8
Juan	5

Fuente: Elaboración propia

1. Establezca un procedimiento para saber quien obtuvo mayor cantidad de puntos negativos.
2. ¿Qué operaciones deberás ejecutar para obtener un resultado?
3. ¿Quién gano la apuesta?

Figura 26 Procedimiento gráfico



Fuente: Elaboración propia

En esta fase de trabajo se avanza en la estructura de resolución de problemas como un todo, donde se evidencia al menos tres fases: una planeación, una ejecución y un examen de la respuesta. En términos de Alfaro (2006, p. 3) es avanzar en comprender el problema como un todo, fraccionándolo para ser resuelto. De igual, manera se observa una discriminación en las operaciones y la identidad de lo positivo y lo negativo asociado a las magnitudes, aun cuando se mantiene un disonante en la escritura al colocar el signo menos (-) antes de la cantidad y en otros sitios colocando la palabra menos luego de mencionar la cantidad, también se puede advertir que se muestra un manejo de operaciones básicas con enteros.

### Consideraciones globales fase de intervención

Una vez realizadas las diferentes actividades de enseñanza en clase con estudiantes y usando la plataforma Cerebriti, se puede observar en el marco de la resolución de problemas que:

- En algunos casos los estudiantes tienden a resolver problemas sin una planeación y una adecuada comprensión de los enunciados, lo que dificulta una operacionalización adecuada y por tanto, unas respuestas poco controladas.
- La enseñanza para resolver problemas es una actividad que implica tiempo y seguimiento continuo de las actividades reales que hacen los estudiantes por tal

motivo la plataforma Cerebriti aporta elementos para la algoritmación más que para la comprensión, planeación, ejecución y examen de la respuesta.

- Se debe reforzar las actividades que se hace en la plataforma en clase observando como desarrollan los ejercicios y problemas, ya que la plataforma provee situaciones de ejecución y cerradas (preguntas de opción múltiple con única respuesta)
- Se aprecia un avance en la consolidación de número entero y las operaciones suma y resta.

### 8.3 RESULTADOS ETAPA DE EJECUCIÓN Y EVALUACIÓN

Etapa Evaluación: De acuerdo con lo anterior y al tener claro los resultados anteriores se establece que, en acuerdo con las teorías de las ideas previas, los estudiantes pueden manifestar un cambio de estrategia en la resolución de problemas matemáticos de carácter aditivo, especialmente porque a través de la herramienta TIC Cerebriti y las pruebas, se motiva a establecer nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje. de acuerdo con el autor (Borrás, 2015) y para tener evidencia de un posible mejoramiento en el aprendizaje se aplica el ultimo instrumento con carácter evaluativo que tuvo sus bases en la conceptualización del valor negativo, y obtuvo los siguientes resultados.

Tabla 8 Registro de los resultados de la prueba de evaluación

<b>Pregunta/Estudiante</b>	<b>1A</b>	<b>1B</b>	<b>2C</b>	<b>2D</b>	<b>3A</b>	<b>3B</b>	<b>4C</b>	<b>4D</b>	<b>5E</b>	<b>5F</b>	<b>5G</b>
Respuesta Correcta	11	-9	6	4	-	-	1	2	-8	-2	5
Estudiante 1	11	-9	6	4	-	-	1	2	-8	-2	5
Estudiante 2	11	-9	6	4	-	-	1	2	-8	-2	5

Estudiante 3	1	1	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	5
Estudiante 4	1	-9	6	4	-2	-10	12	2	-	NS/ NR	12	3
Estudiante 5	NS/ NR	NS/ NR	NS/ NR	NS/ NR	-2	-10	12	2	8	8	8	13
Estudiante 6	11	-9	6	4	-2	-10	12	8	-	8	-2	5
Estudiante 7	11	-9	6	4	2	-10	12	2	-	-8	2	5
Estudiante 8	11	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	-2	5
Estudiante 9	11	-9	6	4	2	-10	12	2	-8	-2	-2	5
Estudiante 10	11	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	-2	5
Estudiante 11	11	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	2	5
Estudiante 12	11	-9	6	4	-2	-10	2	2	-8	-2	2	5
Estudiante 13	11	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	2	5
Estudiante 14	11	-9	6	4	-2	-10	2	2	-8	-2	-2	5
Estudiante 15	11	-9	6	4	-2	-10	12	2	-8	-2	-2	13

Fuente: elaboración propia

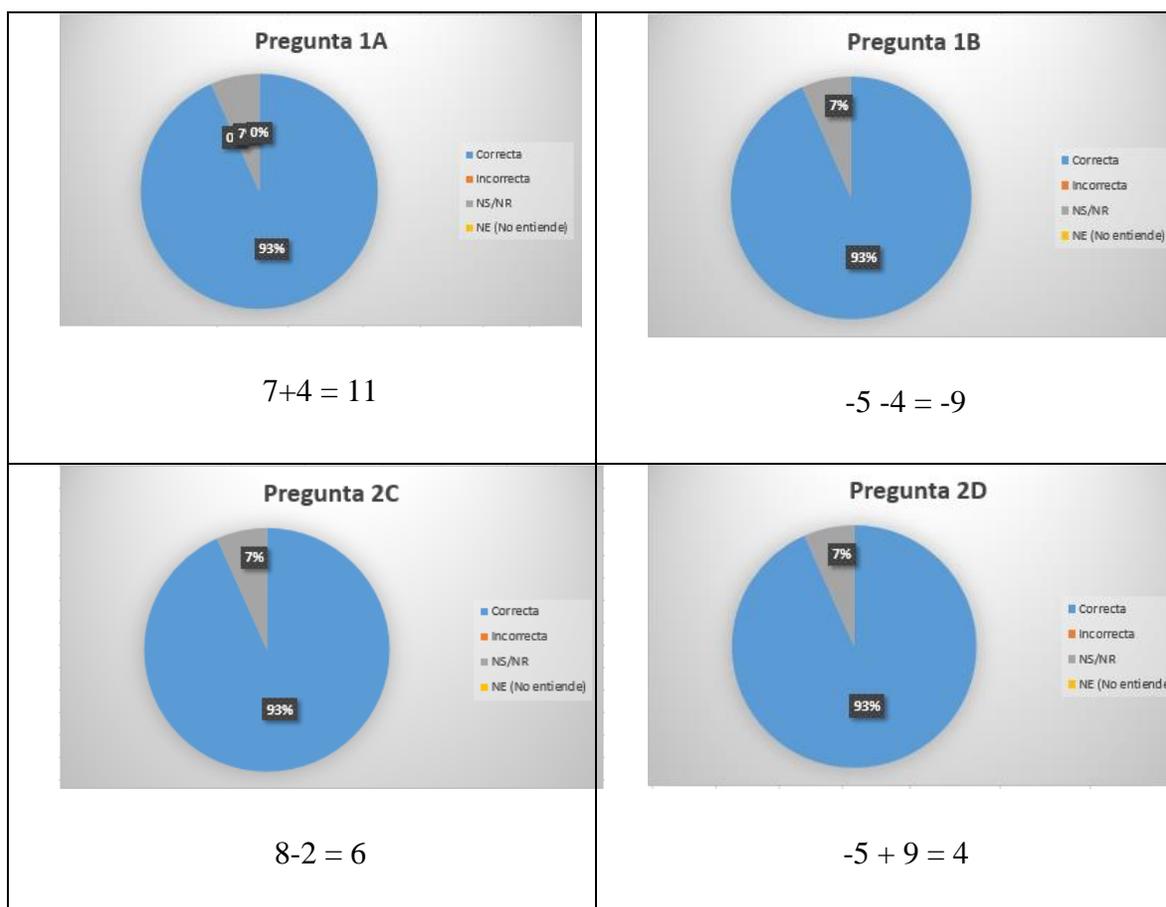
Tabla 9 Registro de Frecuencias de los resultados de la prueba de refuerzo

<b>Registro de Frecuencias</b>											
Correcta	14	14	14	14	15	15	13	13	12	13	13
Incorrecta	0	0	0	0	0	0	0	2	3	2	2
NS/NR	1	1	1	1	0	0	2	0	0	0	0
NE (No entiende)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: elaboración propia

De acuerdo con lo anterior se muestra las figuras 26 a 29 con los resultados estadísticos de la prueba de evaluación, aplicada a los 15 estudiantes:

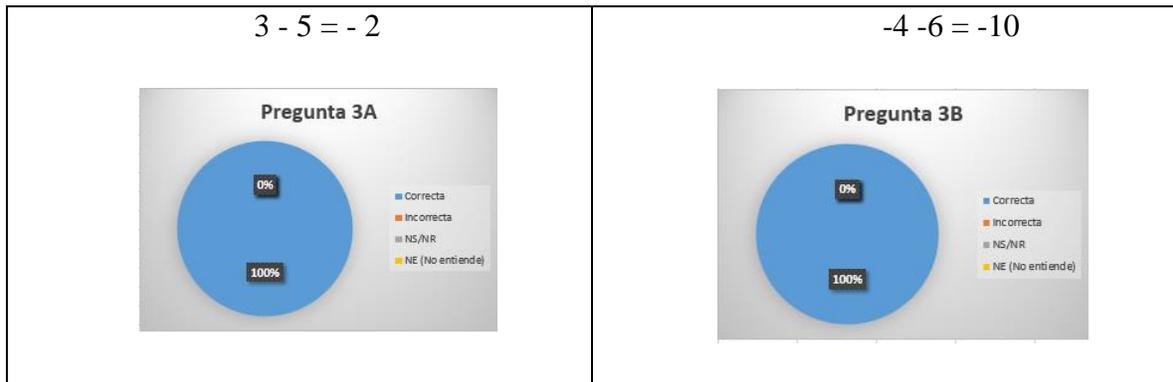
Figura 27 Preguntas 1 y 2. Interpretación para suma de números enteros



Fuente: elaboración propia

En la figura 27 se puede evidenciar que la interpretación para suma de números enteros solo un porcentaje del 7% no dieron respuesta a las preguntas, mientras que el 93% acertaron en sus respuestas, demostrando un cambio significativo en sus respuestas a comparación de las primeras pruebas realizadas.

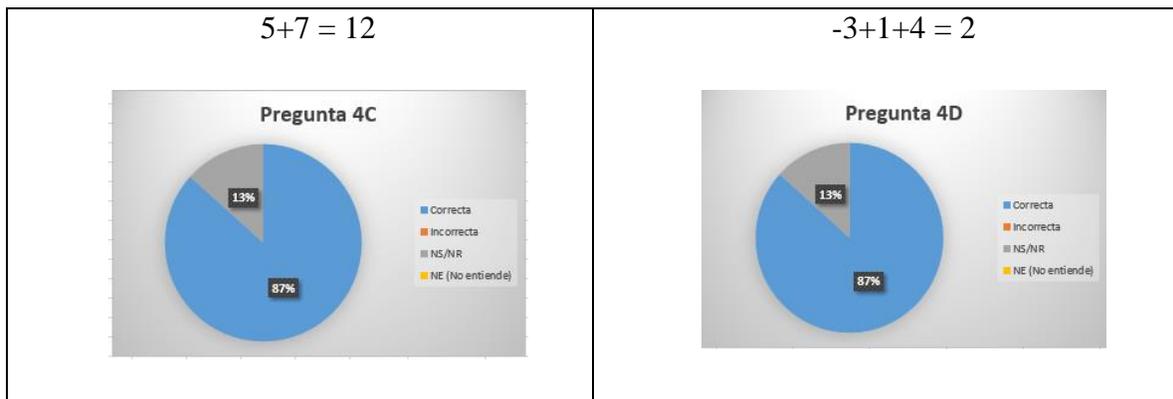
Figura 28 Pregunta 3: Interpretación de sumas y diferencias



Fuente: elaboración propia

En la figura 28 sobre la interpretación de sumas y diferencias el 100% de los estudiantes acertaron en la respuesta, lo que demuestra un buen avance en la interpretación de los números negativos.

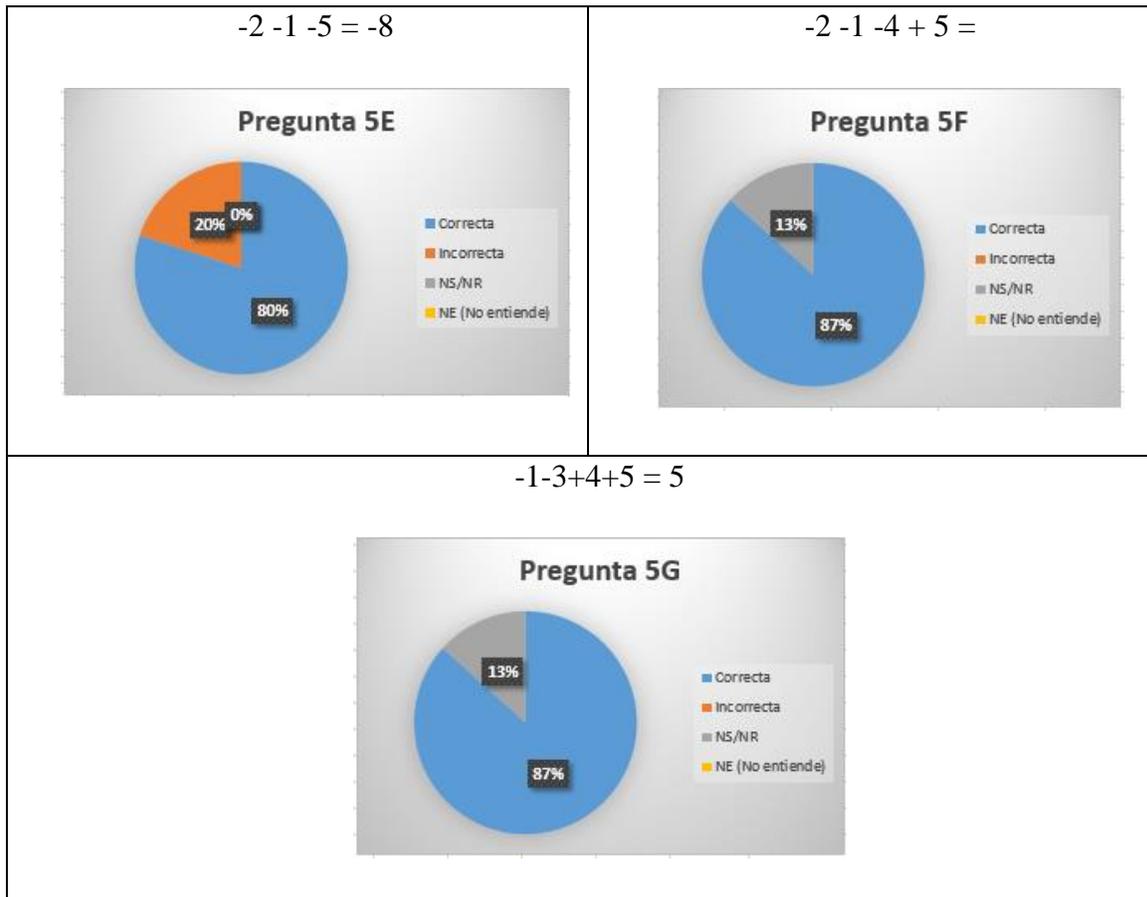
Figura 29 Pregunta 4: Interpretación de sumas y diferencias



Fuente: elaboración propia

Por otro lado, en la interpretación de los números positivos en sumas y diferencias, en la figura 29 se evidencia que solo el 87% de los estudiantes acertaron mientras que el 13% no sabe ni responde, sin embargo, es un avance positivo.

Figura 30 Pregunta 5: Interpretación de sumas y diferencias



Fuente: elaboración propia

Ahora en la figura 30 la interpretación de sumas y diferencias en combinación de números positivo y negativos, presentó ciertas dificultades en la pregunta 5E ya que el 20% respondió incorrectamente, y el 80% respondió bien, por otro lado, en las preguntas 5F y 5G el 87% respondió correctamente y el otro 13% no sabe ni responde. Aun así, se define un buen avance en el conocimiento.

#### 8.4 Análisis de las categorías

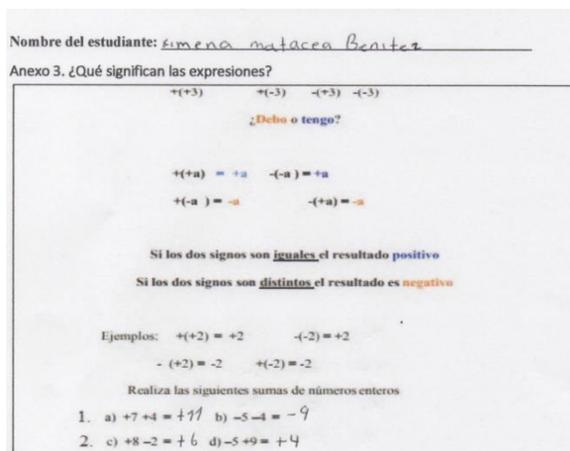
##### Categoría resolución de problemas de estructura aditiva

##### Subcategoría: rutas para la resolución de problemas de estructura aditiva entera

Se puede apreciar que los estudiantes de séptimo han mejorado en la comprensión para representar numéricamente problemas de estructura aditiva, como se evidencia en las

preguntas 1 y 2 de la prueba de evaluación (Figura 26) el 93% de los estudiantes acertó en estas preguntas que tenían relación directa a esta categoría.

Figura 31 Evidencia desarrollo preguntas 1 y 2



La autora (Bruno, 2015):

*[...] Los formatos de presentación que lleven a una mejor explicación de las situaciones dadas en el problema pueden facilitar el proceso de mejora en la resolución, especialmente en las primeras etapas cuando el niño no tiene aun lo que se llama “esquema del problema”.*

### **Subcategoría: Seguimiento durante la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

En cuanto la estrategia que utilizaron los estudiantes se manifestó en un aprendizaje colaborativo, pues en las intervenciones de observación directa con los estudiantes en cada etapa de la investigación, se apoyaban en los saberes previos y en las explicaciones por parte de la docente, tales resultados se evidencian en las figuras 15 a 18 que cambiaron significativamente las estadísticas en comparación con la primera prueba diagnóstica. Sobre el aprendizaje colaborativo, los autores (Rúa, Bernaza, & Bedoya, 2017):

En este sentido y aspiración, existen condiciones y momentos de concurrencia en la solución de problemas - enseñanza problémica y el trabajo colaborativo, que como

valores agregados, se erigen como una alternativa; no la única, desde la didáctica de las matemáticas, para la promoción de las capacidades cognitivo – afectivas de los estudiantes que tributan a la formación ciudadana como manifestación del desarrollo de la personalidad, medida por la interacción social en un aprendizaje a lo largo de la vida; que es menester explicitar y develar. (p. 3)

En cuanto al razonamiento se puede decir que fue aún más significativo. En cuanto a las estrategias y procedimientos para trabajar los problemas fue posible identificar que los estudiantes presentaron un desenvolvimiento aún mayor para resolver los problemas. Se mejoró de manera contundente la argumentación para la solución de los problemas que se les plantean para resolver. Por esto el autor Orlando (2014) dice que:

La solución de problemas, junto con la formación de imágenes y representaciones mentales, la comprensión del lenguaje, la elaboración de juicios morales o sociales, han sido objeto de interesantes debates que han marcado el desarrollo de la psicología, renovando en forma particular, el estudio y la explicación del funcionamiento mental. (p.69)

Las preguntas 3, 4 y 5 (figura 15 a 17) se realizaron con la intención de agruparlas en esta categoría, los resultados fueron diversos, pero demostraron un claro mejoramiento en la ejercitación, comparación y formulación de los ejercicios planteados, como se aprecia en la figura 20.

La autora (Bruno, 2015) sostiene que:

*Desde la perspectiva unificada del aprendizaje numérico, la resolución de problemas juega un papel primordial, ya que se pueden utilizar problemas con igual estructura que con los números positivos, por lo que los problemas se convierten en otro elemento unificador, además los mismos tipos de problemas pueden utilizarse con independencia de la extensión a los negativos que se realice. (p. 21)*

Figura 32 Solución de estudiante a preguntas 3, 4 y 5

Realiza las siguientes sumas y diferencias de números enteros

3. a)  $+(+3)+(-5) = -2$       b)  $-(+4)-(+6) = -10$

4. c)  $-(-5)+(+7) = +12$       d)  $-(+3)+(+1)-(-4) = +2$

5. e)  $-(-2)-(+1)-(+5) = -8$       f)  $-(-2)+(-1)+(-4)-(-5) = -2$

g)  $-(+1)-(+3)-(-4)-(-5) = 5$   
     $-1 -3 +4 +5$   
     $-4 +4 +5$

Fuente: elaboración propia

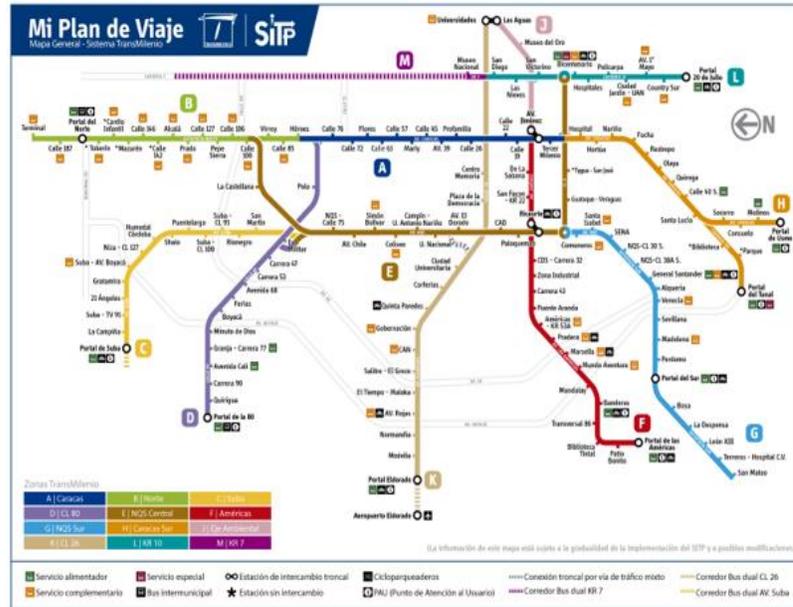
Finalmente los ejercicios realizados en general aportaron un desarrollo diferenciador en los estudiantes, es pertinente recordar que los estudiantes realizaron 2 tipos de pruebas con las mismas preguntas, en un primer momento en la plataforma Cerebriti y un segundo momento en papel, como ya se había mencionado fue un método de precaución, pero que también permitió en el contexto del aula realizar refuerzos, preguntas y aclaraciones a los estudiantes, la idea de involucrar la plataforma Cerebriti con la resolución de problemas de estructura aditiva era involucrar estrategias de Gamificación del conocimiento que según el autor (Borrás, 2015): “La Gamificación consiste en el uso de mecánicas, elementos y técnicas de diseño de juegos en contexto que no son juegos para involucrar a los usuarios y resolver problemas”

El resultado global de las categorías muestra que mediante el uso de la herramienta Cerebriti, la fase de diagnóstico y la posterior unidad didáctica (Anexo 4) el 93% de los estudiantes de séptimo año son capaces de solucionar y representar problemas de estructura aditiva, además se afirma que mejoraron las estrategias para resolución de dichos problemas, en este sentido los estudiantes manifestaron aprendizaje colaborativo. En cuanto al razonamiento sobre pensamiento numérico y sistemas numéricos también se identificó una mejora significativa. De esta misma forma la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos también mostraron un claro progreso.

**Subcategoría: valoración de la estrategia para la resolución de problemas de estructura aditiva entera**

Figura 33 Formulación gráfica

En el siguiente mapa se muestra las rutas de los diferentes buses que recorren la ciudad de Bogotá. Una persona debe moverse por las rutas ABH.



Cada estación está separada 700 metros de distancia, Pedro accede a un bus en la estación Marly la cual será su punto de referencia para poderse desplazar.

¿Cuántas estaciones al norte deberá recorrer Pedro para llegar al Terminal?

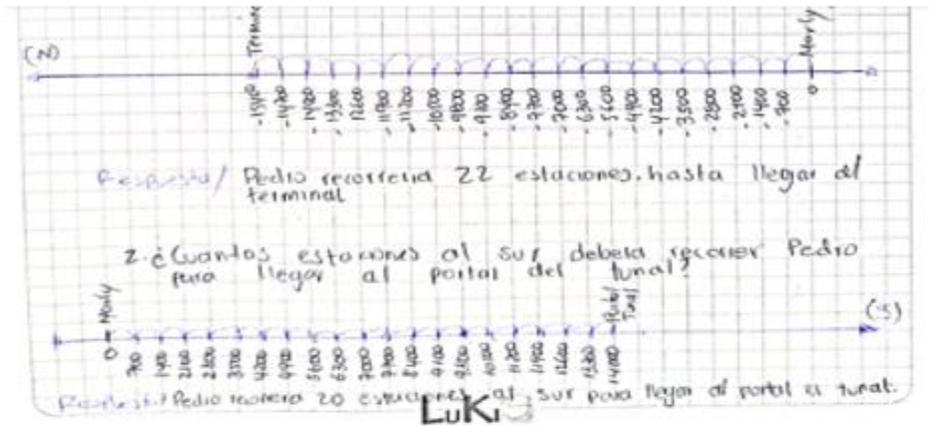
¿Cuántas estaciones al sur deberá recorrer Pedro para llegar al portal del tunal?

Si Pedro debe entregar mercancías en diferentes lugares de la ruta ABH y procede de la siguiente forma: sale de Marly, recorre 7700 metros al norte, luego 1400 metros al sur, luego otros 10500 metros al sur y por último, 2100 metros al norte.

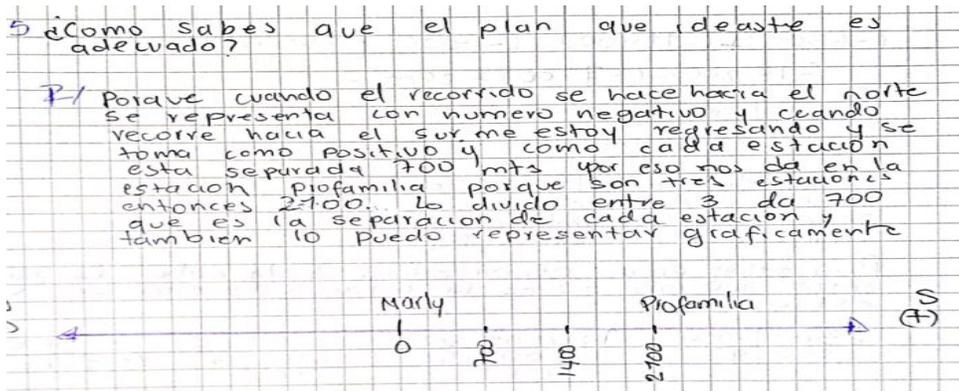
¿En qué estación termina Pedro después de entregar su mercancía? ¿Qué distancia está separado Pedro de la estación Marly? ¿Qué operación matemática puedes utilizar para describir los movimientos de Pedro?

Fuente: rutas de evacuación Transmilenio

Figura 34 Propuesta de solución gráfica



4/ Pedro estuvo en la estación calle 100 al norte representada por (-9) luego en la estación representada por (-26) que no se puede ubicar en el mapa porque solo llega hasta la 22 que es el Terminal después estuvo en la estación calle 796 rep. (-76) y por último en la estación 727 rep. (-12).



Fuente: elaboración propia

Se evidencia un avance en el proceso de resolución de problemas por parte de los estudiantes, entre ellas se pueden notar que los estudiantes representan gráficamente la situación aun cuando está es compleja y los valores relativos cambian. En este sentido y como lo menciona Kapa (2007) “los sistemas de representación van a ser indicadores del

grado de comprensión del problema”. Por otro lado, se evidencia una estructura en la planeación y ejecución del plan establecido, “la resolución de problemas es una habilidad básica para la vida, que implica un pensamiento crítico, y lleva al individuo a la planeación de unas estrategias para alcanzar una meta” (Keller, 1998). Por último, también se puede mostrar un avance en la forma de evaluar los procedimientos y las respuestas obtenidas.

### **Consideraciones globales fase de evaluación**

Una vez realizadas las diferentes actividades de enseñanza en clase con estudiantes y usando la plataforma Cerebriti, se puede observar en el marco de la resolución de problemas que:

La plataforma es un complemento a la actividad que se realiza con los estudiantes en el aula de clase, en los siguientes aspectos:

- Posibilita mejorar los procesos algorítmicos de la suma y resta entera .
- Concreta conceptos tales como opuesto aditivo, suma, resta, ecuación aditiva entera, recta numérica y posiciones relativas
- Integra la tecnología en el desarrollo de razonamientos y de valorar sus avances de inmediato
- Incentiva a la práctica competitiva sana para la consecución de metas
- Durante la ejecución del proceso de enseñanza de resolución de problemas de estructura aditiva entera se evidencio avances en:
- La comprensión de las situaciones traducido en representaciones en la recta numérica entera, donde se relativizan las magnitudes (positivas y negativas)
- Se concretan planes para realizar luego las operaciones respectivas para la solución del problema
- Se valoran las respuestas en el contexto del problema.

## 9 REFLEXION PEDAGOGICA

Desde una perspectiva pedagógica, la presente investigación es importante porque muestra la incidencia de una herramienta informática dentro del aula de clase, en este sentido Díaz (2008), menciona el crecimiento del uso pedagógico que se la brinda a la tecnología y con ello la necesidad de crear nuevos espacios de educación no tradicionales en donde se haga uso las TIC. De esta forma es de suma importancia tener en cuenta el lugar donde se pretenda implementar estos espacios; debido al costo de equipos y sus necesidades técnicas se dificulta acceder a ciertas zonas o regiones, Díaz (2008) también menciona que las TIC aplicadas a la educación no son garantía indiscutible de un aprendizaje satisfactorio en los estudiantes, estas tecnologías por si mismas no garantizan inclusión y equidad social ni tampoco calidad o innovación , en muchos casos solo logra reproducir o hacer más eficientes los modelos de enseñanza tradicionales, por tal motivo es necesario crear nuevas teorías de diseño educativo con el uso de las TIC que se adecuen a las necesidades del contexto con el propósito de lograr conocimiento útil para la sociedad.

En este orden de ideas, se afirma como la plataforma Cerebriti ayuda a la tarea docente en el sentido que brinda metodologías alternativas de enseñanza y evita la monotonía de las clases magistrales, también cabe señalar la importancia que tiene el juego a la hora de ayudar a transmitir conocimientos a estudiantes. Como aprendizaje profesional este proceso investigativo abre el panorama sobre la cantidad de herramientas que en estos momentos están disponibles para ser integradas al proceso educativo, no cabe duda que existe disponibilidad de aplicaciones adecuadas para ayudar a la enseñanza, en este sentido es el profesor quien debe estar pendiente de conectar las herramientas tecnológicas con sus estudiantes.

## 10 CONCLUSIONES

La incidencia que tuvo la plataforma cerebriti en la actividad escolar es que ayudó como complemento en las actividades que realizaban los estudiantes en el proceso de enseñanza de resolución de problemas de estructura aditiva.

Las actividades desarrolladas en la plataforma sirvieron de complemento para mejorar la comprensión de enunciados y avance en la consolidación de número entero y operaciones de suma y resta.

Con el uso de la plataforma cerebriti los estudiantes desarrollaron los procesos algorítmicos con mayor facilidad.

Sí se sincroniza la plataforma con las actividades que se desarrollan en clase, se puede estar verificando los procesos de enseñanza de resolución de problemas.

Su uso integró la tecnología en el desarrollo de razonamientos y de valorar sus avances de inmediato.

La plataforma cerebriti es un complemento a la actividad que se realiza con los estudiantes en el aula de clase, ya que permitió mejorar los procesos algorítmicos de la suma y resta entera, concretó conceptos tales como opuesto aditivo, suma, resta, ecuación aditiva entera, recta numérica y posiciones relativas. Su uso integró la tecnología en el desarrollo de razonamientos y de valorar sus avances de inmediato. La actividad desarrollada dentro de la plataforma incentivó la práctica competitiva sana para la consecución de metas.

Durante la ejecución del proceso de enseñanza de resolución de problemas de estructura aditiva entera se evidenció avances en la comprensión de las situaciones traducido en representaciones en la recta numérica entera, donde se relativizan las magnitudes (positivas y negativas). Se concretó planes para realizar luego las operaciones respectivas para la solución del problema

Para la primera fase de diagnóstico y realizadas las diferentes actividades de aprendizaje en clase con estudiantes de séptimo grado y una vez incorporada la plataforma Cerebriti, se identificó algunos aspectos iniciales referentes a la resolución de problemas de estructura

aditiva entera donde los estudiantes estaban más acostumbrados a la operatividad y a dar resultados numéricos, que ha desarrollar procesos sistemáticos de resolución, se les dificultó la comprensión de enunciados que implicaban cambios en la linealidad de los procesos, no se evidenció una forma ordenada de llevar a cabo los procesos, ni de verificar los resultados, los estudiantes aun cuando distinguieron entre los opuestos no necesariamente lo tradujeron en términos de unidad signo y cantidad entera, base para la operatividad aditiva.

En la fase de intervención y una vez realizadas las diferentes actividades de enseñanza en clase con estudiantes y con la incorporación de la plataforma Cerebriti, se valoró el tipo de actividades que proporciona la plataforma para la resolución de problemas de estructura aditiva entera y se observó que en algunos casos los estudiantes tienden a resolver problemas sin una planeación y una adecuada comprensión de los enunciados, a los estudiantes se les dificultó una operacionalización adecuada y por tanto, unas respuestas poco controladas.

La enseñanza para resolver problemas es una actividad que implica tiempo y seguimiento continuo de las actividades reales que hacen los estudiantes por tal motivo la plataforma Cerebriti aportó elementos para la algoritmación más que para la comprensión, planeación, ejecución y examen de la respuesta. Se evidenció la necesidad de reforzar las actividades que se hace en la plataforma en clase, observando como desarrollan los ejercicios y problemas, ya que la plataforma provee situaciones de ejecución y cerradas (preguntas de opción múltiple con única respuesta). Se observó un avance en la consolidación de número entero y las operaciones suma y resta.

## 11 RECOMENDACIONES

Algunas de las dificultades presentadas en la investigación fue la aplicación de la plataforma, por la condiciones de infraestructura física y los recursos tecnológicos de la institución, a su vez la conexión a internet, no facilitaron un desarrollo más profundo de los talleres y el desarrollo de la práctica en clase a partir de juegos por medio de las Tecnologías de la información y la comunicación, de modo que se recomienda presentar este proyecto como resultado de una alternativa de enseñanza y aprendizaje contextualizada a las innovaciones del siglo XXI, para esto el estado y el Ministerio de educación son entes importantes para tal evolución dentro de las instituciones; siendo necesario un acompañamiento en la cualificación de incorporación y uso de TIC en el aula.

A nivel teórico se referenciaron los autores suficientes para las categorías de representación de los números enteros positivos y negativos, y a su vez sobre el pensamiento numérico, sin embargo, sobre la plataforma utilizada, Cerebriti, son pocas las referencias citadas, en su mayoría corresponden directamente a la información que brinda la plataforma, por eso se recomienda el uso de la misma para ampliar los resultados de aprendizaje colaborativo desde otras muestras de carácter investigativo. Como un componente o categoría adicional a mejorar y posiblemente a desarrollar en otros procesos investigativos es sobre la gamificación y el aprendizaje colaborativo.

Se puede observar que en el desarrollo de las actividades propuestas en la unidad didáctica y en relación a los conocimientos evaluados se aprecia un avance significativo en cuanto a la comprensión del concepto de número entero, en especial a lo referido a su ubicación en la recta numérica, valor absoluto y relativo de los números enteros y su operatividad. Además, las estrategias para resolver los problemas cambiaron del seguimiento de otros compañeros y de direccionamiento de la docente a un proceso colaborativo de los estudiantes con la docente, creando un ambiente donde todos son participes de la construcción de su conocimiento y de su validación. También se identifica que los estudiantes resuelven los problemas haciendo uso de sus conocimientos previos tanto conceptuales como procedimentales.

En cuanto la identificación de patrones y expresión matemática se observó en la prueba de diagnóstico un alto desinterés por las actividades ya que ninguno realizó algún tipo de trazo, además los estudiantes no tenían argumentación propia sino más por el azar que por lógica. Sin embargo, mejoraron en el razonamiento significativamente, por lo cual es necesario que la resolución de problemas sea trabajada de manera transversal en las otras disciplinas.

Respecto a la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, siempre fue posible identificar el uso de procedimientos matemáticos adecuados a su edad. En cuanto a la flexibilidad fue posible notar que a los estudiantes les cuesta adaptarse a las pruebas debido a la cantidad de preguntas que realizan durante la realización de la prueba con la docente. Y finalmente con relación a la comprensión del enunciado verbal es posible notar que los estudiantes necesitan del acompañamiento docente para interpretar el enunciado del problema matemático y no solo de este tipo que les sean propuestos.

## 12 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Recuperado de: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6967>
- Asensio Piñero, C. (2013). Adaptación del modelo de Miguel de Guzmán para la resolución cooperativa de problemas para alumnos de primero de la ESO. (Trabajo fin de master- Universidad Internacional de la Rioja). Recuperado de: [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1839/2013\\_04\\_29\\_TFM\\_ESTUDIO\\_DEL\\_TRABAJO.pdf?sequence=1](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1839/2013_04_29_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1)
- Baquero & González (2006). Las TIC y la enseñanza en las matemáticas aplicación al caso de métodos numéricos pág. 30 recuperado de: [http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia\\_informatica\\_aplicada\\_en\\_educacion/tesis/pizarro.pdf](http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia_informatica_aplicada_en_educacion/tesis/pizarro.pdf)
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 1, (1), pp. 1- 9. Recuperado de: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>
- Bell, A. (1986). Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros. Universidad de Nottingham. Enseñanza de las ciencias. Pp. 199-208.
- Bello, Silvia. (2004). Ideas previas y cambio conceptual. Departamento de Química Inorgánica y Nuclear, Facultad de Química, UNAM. 04510 México, DF. Disponible en: [https://www.fio.unicen.edu.ar/usuario/arocho/p5-0/index\\_archivos/BIBLIOGRAFIA/2004EQ210217.pdf](https://www.fio.unicen.edu.ar/usuario/arocho/p5-0/index_archivos/BIBLIOGRAFIA/2004EQ210217.pdf)
- Berrios Castillo, C. S. & Valdivia González, V. M. (2012). Estrategias en la enseñanza de números enteros en la escuela secundaria. *Revista Científica-FAREM Estelí / Educación y Humanidades*, vol. 1, núm 1, p. 4. Disponible en: <http://repositorio.unan.edu.ni/6173/2/41-153-1-PB.pdf>

- Beyer K., Walter O. Algunos aspectos epistemológicos de la matemática: ¿Es la matemática un lenguaje? *Educere*, vol. 5, núm. 14, julio-septiembre, 2001, pp. 236-240 Universidad de los Andes Mérida, Venezuela
- Borjas, D. Y (2009) Aprendizaje de los números enteros “una experiencia significativa”. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Disponible en: <http://www.cervantesvirtual.com/downloadPdf/aprendizaje-de-los-numeros-enteros-una-experiencia-significativa-en-estudiantes-de-septimo-grado-de-la-escuela-nacional-de-musica/>
- Borrás, O. (2015). Fundamentos de la gamificación. Madrid: Universidad Politécnica. Obtenido de [http://oa.upm.es/35517/1/fundamentos%20de%20la%20gamificacion\\_v1\\_1.pdf](http://oa.upm.es/35517/1/fundamentos%20de%20la%20gamificacion_v1_1.pdf)
- Brown, S.I. y M.I. Walter (1990), *The Art of Problem Posing*, Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates
- Bruno, A. (1997). La enseñanza de los números negativos: formalismo y significado. Recuperado el 29 de octubre de 2018, del sitio web: [http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME\\_2001\\_04\\_2\\_05.pdf](http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2001_04_2_05.pdf)
- Bruno, A. (2000). Los alumnos redactan problemas aditivos de números negativos. *Revista EMA*. 5, (3). Pp. 236-251. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1120/1/68\\_Bruno2000Los\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1120/1/68_Bruno2000Los_RevEMA.pdf)
- Bruno, A. (2002). Problemas aditivos con números negativos: estudio de tres métodos de enseñanza con alumnos de nivel medio básico. *Evolución matemática*. 14, (1). Pp. 82-104. Recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol14/06Bruno.pdf>
- Bruno, A. (2015). *Estructuras Aditivas*. España: Universidad de Laguna. Obtenido de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf>
- Buschiazzo, N., Cattáneo, L., Filipputti, S., Hinrichsen, S. & Lagreca, N. (1997). *Matemática hoy en la E.G.B.: ¿qué enseñar? ¿Cómo? ¿Para qué? Estrategias didácticas*. Rosario: Homo Sapiens Ediciones.

- Bustos D., Pérez M. y Vargas I. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. Revista Suma, pp 13-18. Disponible en:  
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf>
- Caballero, A., Guerrero, E. B., & Piedehierro, A. (2009). Resolución de problemas de matemáticas y control emocional. Santander: Universidad de extremadura. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/12342024.pdf>
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en Matemáticas.
- Castillo Angulo, C (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. Disponible en:  
<http://www.bdigital.unal.edu.co/47573/1/94442425%20Cesar.pdf>
- Castillo, C. (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. Palmira: Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47573/1/94442425%20Cesar.pdf>
- Castrillón Toro, L. G. (2013). Estrategia didáctica de enseñanza utilizando las TIC para Aritmética de Números Enteros en grado octavo: Estudio de caso. Tesis de maestría. Universidad Nacional. Medellín, Colombia. Disponible en <http://www.bdigital.unal.edu.co/11013/1/71336729.2013.pdf>
- Cepsantander (2018) Herramientas Web 2.0 para la evaluación. En:  
[http://metodologiasactivas.weebly.com/uploads/9/3/3/0/93307096/06-12\\_\\_herr.\\_web\\_2.0\\_para\\_evaluar\\_al\\_alumnado.pdf](http://metodologiasactivas.weebly.com/uploads/9/3/3/0/93307096/06-12__herr._web_2.0_para_evaluar_al_alumnado.pdf)
- Cerebriti (2019) Plataforma web 2.0. disponible en : <https://www.cerebriti.com/juegos-de-musica/musica-oriental/>
- Cid, E. (2000). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. Recuperado el 29 de octubre de 2018, del sitio web:  
<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Cifuentes, R. (2009). Aportes para la reconfiguración de la intervención profesional en Trabajo Social. Revista Tendencia y Retos No 14. Recuperado de:  
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4929208.pdf>

- Corbin, J. & Strauss, A. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimiento para desarrollar la teoría fundamentada. Editorial Universidad de Antioquia.
- Chalacan, M., Rosero, S., y Terán, N (2018). La comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego del dominó en el grado sexto de la escuela normal superior Pio XII del municipio de Pupiales. Tesis de maestría. Universidad del Cauca. Recuperado de:  
<http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/474/LA%20COMUNICACION%20MATEMATICA%20DE%20LOS%20NUMEROS%20ENTEROS%20USANDO%20COMO%20ESTRATEGIA%20PEDAGOGICA%20LA%20GU%20DA%20DE%20APRENDIZAJE%20Y%20EL%20JUEGO%20DEL%20DOMINIO%20EN%20EL%20GRADO%20SEXTO%20DE%20LA%20ESCUELA%20NORMAL%20SUPERIOR%20PIO%20XII%20DEL%20MUNICIPIO%20DE%20PUPIALES.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Díaz Mora, H. F. (2015). La Ley de los Signos: Una Propuesta para la Enseñanza-Aprendizaje de la Multiplicación de Números Enteros. Tesis de grado. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá, Colombia.
- Díaz, P., Natera, L. y Pérez, L. (2017). Uso del método Polya como estrategia metodológica para la resolución de problemas con estructuras multiplicativas en quinto y solución de triángulos rectángulos en décimo. Recuperado de:  
<http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7965/131403.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Díaz. F. (2008). Educación y nuevas tecnologías de la información: ¿Hacia un paradigma educativo o innovador? Sinéctica. (30), 1-15. Recuperado de  
<https://www.redalyc.org/pdf/998/99819167004.pdf>  
 Educación Matemática, 29, (2), pp. 69-98. Recuperado de:  
<https://www.redalyc.org/pdf/405/40552013004.pdf>
- Estrada Medina, J. (2003). La formulación y reformulación de problemas o preguntas en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior. Educación Matemática, 15 (2), 77-103. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40515204.pdf>

- FREUND CARVAJAL, MAX Lógica, matemáticas y conceptualismo Signos Filosóficos, vol. XIII, núm. 25, enero-junio, 2011, pp. 9-45 Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa Distrito Federal, México
- Galvis, J. (2010). Didáctica para la enseñanza de la aritmética y el álgebra. *Revista entre ciencia e ingeniería*.
- Giraldo Osorio, L. F. (2014). *LOS NÚMEROS ENTEROS NEGATIVOS EN LA MATEMÁTICA MODERNA Y LA MATEMÁTICA ACTUAL*. Cali: Universidad del Valle. Obtenido de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/7705/1/3469-0473485.pdf>
- Gómez, Campos, Cabrera y González (2018). Inclusión tecnológica en la enseñanza matemática. Un estado de la cuestión sobre buenas prácticas en Educación Superior. EDUNOVATIC 2018. 3rd Virtual International Conference on Education, Innovation and ICT. 17-19 December, 2018. Adaya Press, p. (573). Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/1mgqVjx4IfM79E3gjYMhp83BQEFdKr1-x/view>
- Góngora Enríquez, R. Á (2016). Uso de las Tic para la Enseñanza de los Números Enteros en los Estudiantes de Bachillerato de la Institución Educativa San Juan Bautista del Municipio de los Andes. Trabajo de grado. Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD. Pasto.
- Gonzales Díaz (2012). Planetario de Medellín.
- González, J. L., Iriarte, M., Jimeno, M., Ortíz, A., Ortíz, A., Sanz, E. & VargasMachuca, I. (1999). Números enteros. Matemáticas: cultura y aprendizaje. pp. 27- 157. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- González, R. y Gutiérrez, A. (2017). Competencias mediática y digital del profesorado e integración curricular de las tecnologías digitales. *Revista Fuentes*. I.S.S.N.: 1575-7072 e-I.S.S.N.: 2172-7775 2017, 19(2), 57-67 <http://dx.doi.org/10.12795/revistafuentes.2016.19.2.04>
- Grisales Aguirre, A.M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramando*. Julio Diciembre, vol 14 No 2, pp. 198-214. Recuperado de: <https://revistas.unilibre.edu.co/index.php/entramado/article/view/4751/4071>

- Guzmán & Pérez, G (1993). Las Tic y la enseñanza en las matemáticas aplicación al caso de métodos numéricos, p. 32. Recuperado de:  
[http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia\\_informatica\\_aplicada\\_en\\_educacion/tesis/pizarro.pdf](http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia_informatica_aplicada_en_educacion/tesis/pizarro.pdf)
- Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. PNA 13(4), 197-220. Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/1XDC9KC8sCJZaKmf0f5zv57CUI753ueq/view>
- ICFES (2015). Marco de referencia para la evaluación icfes. Módulo de razonamiento cualitativo. Saber 11°. Saber Pro. Recuperado de:  
Instituto colombiano para la evaluación de la educación. (2015). Matriz de referencia. ¿Qué aprendizajes evalúan las pruebas Saber? recuperado de: <https://goo.gl/rexmNr>
- Jiménez, Laura; Verschaffel, Lieven. (2014). El desarrollo de las soluciones infantiles en la resolución de problemas aritméticos no estándar Revista de Psicodidáctica, vol. 19, núm. 1, enero-junio, 2014, pp. 93-123 Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea Vitoria-Gazteiz, España. Recuperado de:  
<https://www.redalyc.org/pdf/175/17529569005.pdf>
- Kilpatrick, J. (1987), “Problem Formulating: Where Do Good Problems Come From?”, en Alan Schoenfeld (ed.), Cognitive Science and Mathematics Education, Hillsdale, N.J., Lawrence Erlbaum Associates, pp. 123-147.
- León Taipe, J.G. (2019). Guía de matemática mediada por TIC para docentes de octavo año del colegio Sucre. Quito, Ecuador. Recuperado de:  
<http://repositorio.uisrael.edu.ec/bitstream/47000/2321/1/UISRAEL-EC-MASTER-EDUC-378.242-2019-053.pdf>
- López, G. (2014). La enseñanza de las matemáticas un reto para los maestros del siglo XXI. Praxis pedagógica. No 15 enero diciembre de 2014 ISSN 0121-1494 pp. 55-76.  
Recuperado de :  
<https://revistas.uniminuto.edu/index.php/praxis/article/download/993/933/>
- Llanos, M.S. (2019). Guía didáctica para el aprendizaje de operaciones con números enteros usando las TIC. Quito, Ecuador. Recuperado de:

<http://157.100.241.244/bitstream/47000/2307/1/UISRAEL-EC-MASTER-EDUC-378.242-2019-039.pdf>

Maca Díaz, A. J (2016). La Enseñanza de los Números Enteros un Asunto sin Resolver en las Aulas. Disponible en:

<http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/1756/1843>

Majó, J (2003). Impacto de las TIC en la educación: funciones y limitaciones. Recuperado de: [http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan\\_majo.html](http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan_majo.html)

Martínez Recio, A. (2001). La demostración en matemática. Una aproximación epistemológica y didáctica. En: Quinto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. Universidad de Córdoba. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341855.pdf>

MEN (1998) Serie Lineamientos curriculares Matemáticas. Bogotá. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

MEN (2018). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: Un reto escolar. Recuperado de: <https://es.calameo.com/books/0037913471ffa29e02a31>

MEN. (2008). ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Mena-Lorca, Arturo; Mena-Lorca, Jaime; Montoya-Delgadillo, Elizabeth; Morales, Astrid; Parraguez, Marcela EL OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO DEL INFINITO ACTUAL: PERSISTENCIA, RESISTENCIA Y CATEGORÍAS DE ANÁLISIS Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 18, núm. 3, noviembre, 2015, pp. 329-358 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional

Menees y Peñalosa. (2019). Método de Polya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/jatsRepo/853/85362906002/html/index.html>

- Ministerio de Educación Nacional. (s/f). Estándares básicos de competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Muniz, V. & Borges, F. (2008). Utilização da Linguagem Matemática como instrumento para reflexão sobre o ensino-aprendizagem: o caso da redação Matemática. Campinas: Anais do Segundo Seminário de Histórias de/em Aulas de Matemática (SHIAM), pp. 377 - 387.
- Muñoz Pavón, R A & Puerres Ortiz, D A (2014). Aprendizaje y enseñanza del concepto de número entero y de sus operaciones de adición y sustracción, mediados por el modelo didáctico de desplazamiento y el software de geometría dinámica CABRI II PLUS. (Proyecto de grado / Universidad de Nariño). Recuperado de: <http://biblioteca.udenar.edu.co:8085/atenea/biblioteca/90064.pdf>
- Obando y Vásquez. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. Encuentro Colombiano de matemática educativa. Recuperado de : <http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>
- Ordóñez, Leysa. (2014). Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV). Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira. Facultad de Ingeniería y Administración. Maestría en Enseñanza de ciencias exactas y naturales, Colombia. Disponible en: [http://bdigital.unal.edu.co/47657/1/34607989\\_Leysa.pdf](http://bdigital.unal.edu.co/47657/1/34607989_Leysa.pdf)
- Ordóñez, Leysa. (2014). Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV). Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira. Facultad de Ingeniería y Administración. Maestría en Enseñanza de ciencias exactas y naturales, Colombia. Disponible en: [http://bdigital.unal.edu.co/47657/1/34607989\\_Leysa.pdf](http://bdigital.unal.edu.co/47657/1/34607989_Leysa.pdf)
- Orlando, M. (2014). "Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico". Buenos Aires: Universidad de San Andrés. Obtenido de <http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10908/1/%5BP%5D%5BW%5D%20T.%20D.%20Edu.%20Orlando,%20Mario.pdf>

- Orrego, M., Tamayo, O. & Ruiz, F (2016). Unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales. El Diseño de Unidades Didácticas.
- Ortegón Yañez, M.E. (2016). Gamificación de las matemáticas en la enseñanza del valor posicional de cantidades. Master universitario en elearning y redes sociales. Disponible en:  
[https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/4704/ORTEGON%20YA%C3%91EZ%2C%20MARTHA%20EMILIA\\_Censurado.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/4704/ORTEGON%20YA%C3%91EZ%2C%20MARTHA%20EMILIA_Censurado.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Palacios, A.H. (2018). Incorporación de Geogebra, en la enseñanza de ángulos y sus medidas en estudiantes de sexto grado de la institución educativa Eva Tulia Quintero. Recuperado de:  
<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/565/1/Incorporaci%C3%B3n%20de%20geogebra.pdf>
- Parada, Sandra Evely; Pluinage, Francois REFLEXIONES DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS SOBRE ASPECTOS RELACIONADOS CON SU PENSAMIENTO DIDÁCTICO Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 17, núm. 1, marzo-, 2014, pp. 83-113 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional
- Pecharromán, Cristina El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica Educación Matemática, vol. 26, núm. 2, agosto, 2014, pp. 111-133 Grupo Santillana México Distrito Federal, México
- Pérez, R (2016) Mi experiencia con Cerebriti Edu. Herramientas 2.0. Recuperado de:  
<https://ineverycrea.net/comunidad/ineverycrea/recurso/mi-experiencia-con-cerebriti-edu/c8392a7e-d370-4c89-bc70-0ffb84715e5e>
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Caracas: Revista de investigación. Recuperado de : [https://drive.google.com/file/d/1pxtEcWfy\\_Mz-vatWmy4Mk79MaYD--59r/view](https://drive.google.com/file/d/1pxtEcWfy_Mz-vatWmy4Mk79MaYD--59r/view)

- PIERCE, R., STACEY, K. & BARKATSAS, A. (2007). "A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology". *Computers & Education*. 48, pág. 285–300.
- Pizarro, R.A. (2009). Las Tics en la enseñanza de las matemáticas. Aplicación al caso de métodos numéricos. Universidad Nacional de la Plata, Facultad de Informática. Recuperado de:  
[http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento\\_completo.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento_completo.pdf?sequence=1)
- Pluinage, François; Flores, Patricia Génesis Semiótica de los Enteros *Boletim de Educação Matemática*, vol. 30, núm. 54, abril, 2016, pp. 120-141 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, Brasil
- Ponte, J.P. Da et al. (2007). "A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática". *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2): 39-74. Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências. Recuperado de: <http://www.educ.fc.ul/docentes/jponte>.
- Quintero, Roy Juego de matemáticas en la enseñanza: el truco de las 21 cartas a través de permutaciones *Educere*, vol. 10, núm. 34, julio-septiembre, 2006, pp. 427-434 Universidad de los Andes Mérida, Venezuela
- Ramírez Machado, E. J., Valencia Betancur, G. F., & Oleas Liñán, G. (2013). Enseñanza de la Matemática en la Educación Media. Medellín: Universidad Nacional. Recuperado de  
<file:///C:/Users/user/Downloads/Ense%C3%B1anza%20Matematica%20Educaci%C3%B3n%20Media%20v3.pdf>
- Regueyra, M. (2011). Aprendiendo con las TIC: Una experiencia Universitaria. *Revista Electrónica. Actualidades Investigativas en Educación*, 11, p. 1-29  
*Revista de Educación*, 32(1), 123-138.
- Rodríguez, O. (2017). Propuesta metodológica para dar significado a los números enteros y sus operaciones. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Maestría en Enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Valledupar, Colombia. Disponible en:

- <http://bdigital.unal.edu.co/61084/7/EudesA.Rodr%C3%ADguezO%C3%B1ate.2017.pdf>
- RODRIGUEZ, Rodolfo. (2016). Problemas con números enteros y números relativos. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=wEKG-U96Pj4&feature=youtu.be>
- Rúa, J., Bernaza, G., & Bedoya, J. (2017). El trabajo colaborativo y la solución de problemas de tipo matemático: una vía para la formación ciudadana. Habana: Pedagogía universitaria.
- Ruiz, D. % García, M. (2003) El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de Educación Básica. *Educere La Revista Venezolana de Educación*, 23(7): 321- 327.
- Santos Trigo, L.M. (2016). La resolución de problemas matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/9443/1/Resolucion2016Santos.pdf>
- Sepúlveda, A., Medina, C. y Sepúlveda D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*. Vol 21 No 2, agosto de 2009. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf>
- Sierra Vásquez, M. (2004). Pensamiento de Miguel de Guzmán acerca de la educación matemática, *Números*, 59, pp. 89- 93. Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/59/Articulo09.pdf>
- Tamayo, Oscar E., Vasco, Carlos E. & otros (2013). La clase Multimodal y la Formación y Evolución de Conceptos Científicos a través del uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación. *Diseño y Análisis de Unidades Didácticas desde una Perspectiva Multimodal*. [Cap. 5].
- Vílchez Quesada (2005). las TIC y la enseñanza en las matemáticas aplicación al caso de métodos numéricos pág. 32 recuperado de: [http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia\\_informatica\\_aplicada\\_en\\_educacion/tesis/pizarro.pdf](http://postgrado.info.unlp.edu.ar/carreras/magisters/tecnologia_informatica_aplicada_en_educacion/tesis/pizarro.pdf)

- Zamora Ferrer, J. (2017). Propuesta de método de resolución de problemas matemáticos en educación primaria. (Trabajo de fin de grado- Universitat Jaume I. Recuperado de: [http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/169269/TFG\\_2017\\_ZamoraFerrer\\_Julia.pdf?sequence=1](http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/169269/TFG_2017_ZamoraFerrer_Julia.pdf?sequence=1))
- Zapico, I (2009). Enseñar matemática con su historia. Instituto Superior del Profesorado “J. V. González”. Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires (Argentina).

## Anexos

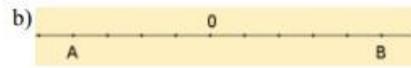
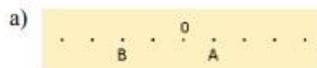
Anexo 1 Prueba diagnóstica para conocer el nivel de formulación y resolución de problemas con números enteros (Plataforma cerebriti)

**TRABAJO: Resolver Los siguientes Ejercicios**

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

- a) Bajamos al sótano 5
- b) Nació en el año 236 antes de Cristo
- c) El avión vuela a 2653 m de altura
- d) El termómetro marcaba  $6^{\circ}$  C bajo cero

2. ¿Cuál es el valor de A y de B?



3. Escribe el signo  $<$  o  $>$  según convenga

- a)  $-3$   $-6$
- b)  $-3$   $+4$
- c)  $+5$   $+11$
- d)  $-3$   $+6$

4. Completa adecuadamente:

- a)  $|+6| =$
- b)  $|-8| =$
- c)  $op(+7) =$
- d)  $op(-3) =$

Tomado de: Góngora (2016).

## Anexo 2 Adición y Sustracción de Números Enteros (Plataforma cerebriti)

### ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE:

Observe con atención la siguiente tabla y a continuación realice los ejercicios correspondientes.

#### 1. Ejercicios de niveles.

	Nivel inicial	Movimiento	Nivel final
Luis está en el nivel +1 y baja 2 niveles	+1	-2	-1
Olga está en el nivel +3 y baja 4 niveles			
Eva está en el nivel -2 y sube 3 niveles			
Juan está en el nivel -1 y baja 2 niveles			
Sara está en el nivel -3 y sube 3 niveles			

**TRABAJO:** Resolver Los siguientes Ejercicios

- Usted se encuentra en el cuarto piso de un edificio, sube a un ascensor que lo lleva 3 pisos más arriba, luego baja 5 niveles, nuevamente sube 2 piso y finalmente baja 3 pisos más. Después de este pequeño viaje ¿en qué nivel se encuentra?.
- En nuestro Municipio se experimentan variaciones grandes de temperatura. A las 7:00 am. , la temperatura puede llegar a bajar hasta  $14^{\circ}\text{C}$  y, a mediodía puede subir hasta más de  $25^{\circ}\text{C}$ .
- Supóngase que en un día de estos, la temperatura mínima fue de  $18^{\circ}\text{C}$  y la máxima fue de  $27^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál fue la variación máxima de temperatura en ese día?

Anexo 3 ¿Qué significan las expresiones? (Plataforma cerebriti)

$+(+3)$        $+(-3)$        $-(+3)$        $-(-3)$

¿Debo o tengo?

$+(+a) = +a$        $-(-a) = +a$

$+(-a) = -a$        $-(+a) = -a$

Si los dos signos son iguales el resultado **positivo**

Si los dos signos son distintos el resultado es **negativo**

Ejemplos:  $+(+2) = +2$        $-(-2) = +2$

$- (+2) = -2$        $+(-2) = -2$

Realiza las siguientes sumas de números enteros

1. a)  $+7 + 4 =$       b)  $-5 - 4 =$

2. c)  $+8 - 2 =$       d)  $-5 + 9 =$

Realiza las siguientes sumas y diferencias de números enteros

3. a)  $+(+3) + (-5) =$       b)  $-(+4) - (+6) =$

4. c)  $-(-5) + (+7) =$       d)  $-(+3) + (+1) - (-4) =$

5. e)  $-(+2) - (+1) - (+5) =$       f)  $-(+2) + (-1) + (-4) - (-5) =$

g)  $-(+1) - (+3) - (-4) - (-5) =$

Tomado de: Góngora (2016).

**INSTITUCION EDUCATIVA PABLO VI**

**TAMINANGO-NARIÑO**

**AÑO LECTIVO 2019**

**GRADO SÉPTIMO**

**Unidad Didáctica:** Los números enteros

**Docente:** Yina Marcela Muñoz

**Objetivo:** Mejorar los conocimientos previos de los estudiantes con relación a los números enteros positivos y negativos, su representación en la recta numérica y el valor absoluto y opuesto y resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros.

**Instrumentos:** Para realizar esta unidad se obtuvo ayuda de las herramientas TIC y se realizó una presentación power point y clases para su explicación con la siguiente información.

**LOS NÚMEROS ENTEROS**

Los números enteros son un conjunto de números naturales que incluye números negativos, positivos y el cero



**¿Para qué se crearon los números negativos?**

Se crearon por necesidad, de tratar de resolver una resta en donde el minuendo es menor que el sustraendo. Por ejemplo  $5-9$  era una operación sin sentido, hasta que se crearon los números negativos. De ese modo, el resultado es  $-4$ . Otra razón por la cual se crearon es para resolver problemas que no podían ser resueltos por los números naturales.

**¿Cuándo se utilizan los números negativos?**

Se utilizan para representar: Pérdidas, deudas, disminuciones, temperaturas bajo cero, profundidades muy bajas, etc.

### **¿Cómo están formados los números negativos?**

Los números negativos están formados con números menores a cero, por lo tanto, no van a poder ser mayores que los números enteros positivos. Pero el conjunto de números enteros (Z) está formado por: Los números enteros positivos (N), El cero y Los números enteros negativos.

$$Z = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

### **¿Cómo se simbolizan los números enteros?**

Conjunto números enteros=Z    Números positivos=(+)  
Números Negativos=(-)

### **¿Qué es el valor absoluto de un número?**

El valor absoluto de un número es la distancia que hay entre ese número y el cero expresándolo siempre mediante un número positivo por Ej.:

$|2| = 2$  se lee “el absoluto de 2 es 2”

Para saber cuándo se pide el absoluto de un número se lo representa de la siguiente zona:

$|2|$

### **¿Cuándo dos números son opuestos?**

Dos números son opuestos cuando poseen el mismo valor absoluto pero distinto signo, por ejemplo 2 y -2, 50 y -50. Se simboliza con las letras op

### **Resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros.**

Se realiza la explicación de ¿Qué es un problema?, ¿Que significa resolución de un problema? Talleres en clase donde se proponen ejemplos de situación problema de estructura aditiva y explicación de los pasos para resolver un problema según la teoría de Polya y otros autores.

**Actividad:** Se realiza la prueba de diseño y refuerzo en la plataforma Cerebriti

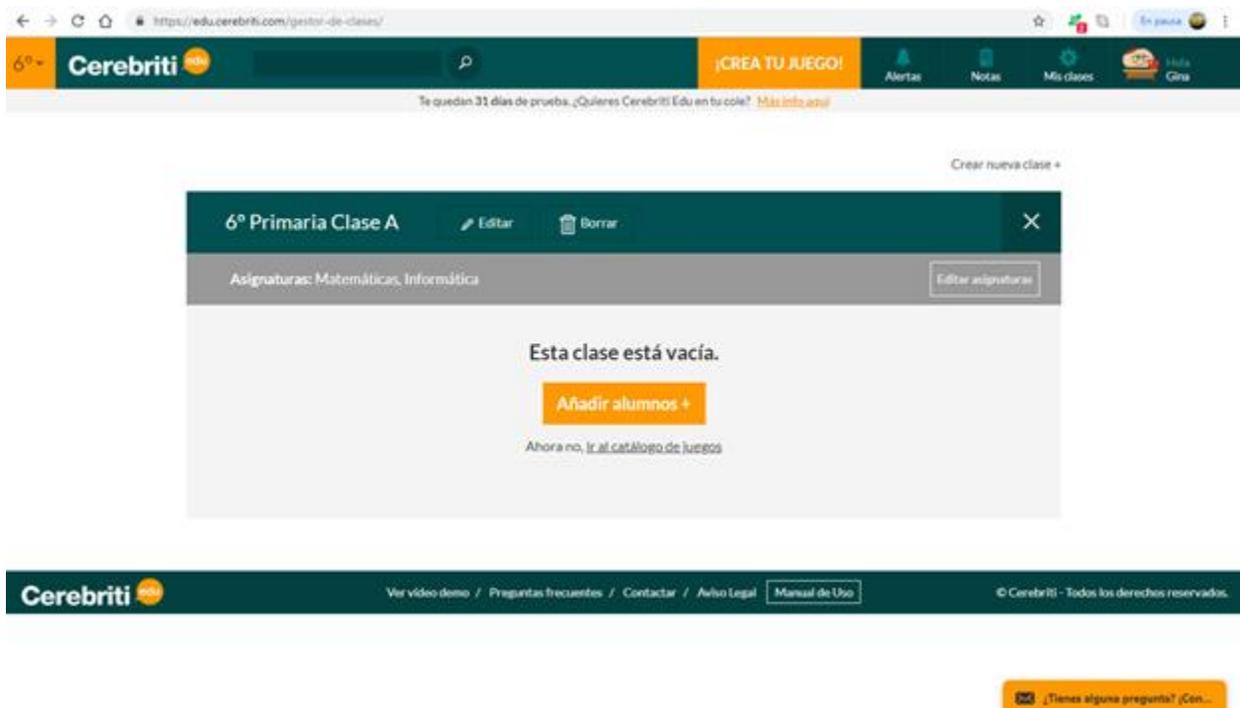
Ejemplos y talleres en clase **Resolución de problemas de estructura aditiva con números enteros.**

**Observaciones:** Las diapositivas de esta unidad didáctica se encuentran adjuntas con el trabajo de grado

#### Anexo 5 Plataforma Cerebriti

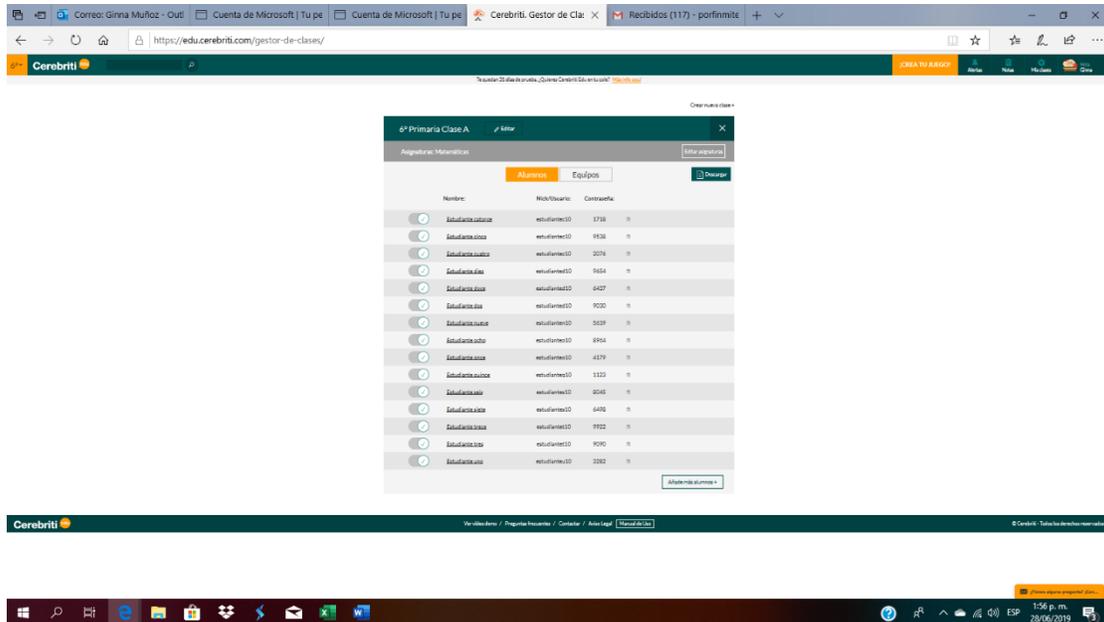
Para hacer uso de esta plataforma es necesario realizar la prueba de talleres durante los 30 días siguientes es decir hasta el 3 de agosto porque es una plataforma privada. Todos los estudiantes se deben registrar y enrolar por parte del docente por este motivo se seleccionaron 15 estudiantes. En la figura 4.1 se puede ver la plataforma en cuestión. User: [ginamunoz0051@hotmail.com](mailto:ginamunoz0051@hotmail.com) Password: Gina123\*, para ingresar se debe ir hasta el link: <https://edu.cerebriti.com/gestor-de-clases/>.

Figura 4.1 Plataforma Cerebriti.



## Instrucciones.

1. Los estudiantes deben acceder a este link : <https://edu.cerebriti.com/juegos-de-matematicas-6-primaria/prueba-diagnostico1>
2. Ir a la esquina derecha donde aparece una muñeca con una manzana y seleccionar gestor de clases por lo cual se despliega la siguiente lista de estudiantes :



Cada estudiante tiene su correspondiente Nick y usuario para que se asigne a cada uno y de esta manera puedan completar la prueba de diagnóstico.

### Aplicación de la segunda prueba

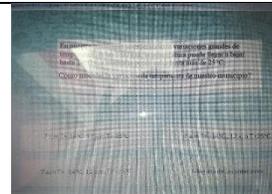
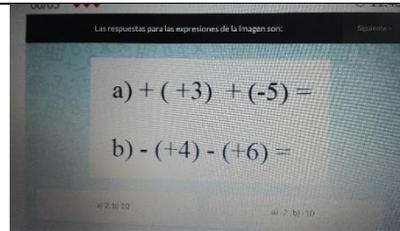
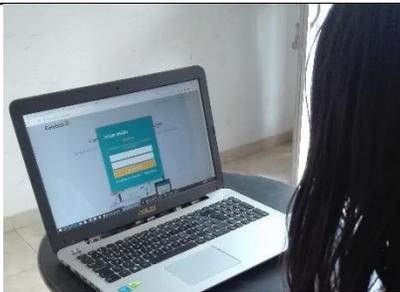
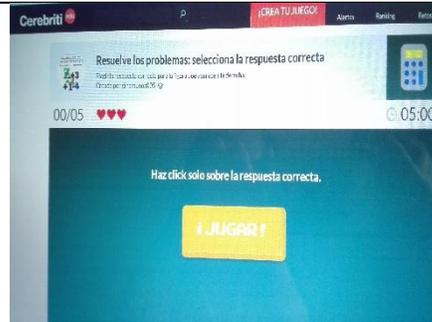
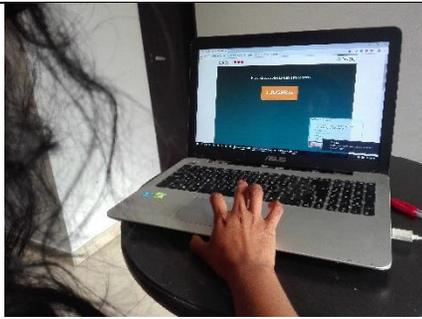
Primero se debe despejar las dudas sobre la primera prueba y realizar una clase con los temas de la segunda y tercera prueba.

3. Para la prueba dos usar este link : <https://edu.cerebriti.com/juegos-de-matematicas-6-primaria/adicion-y-sustraccion-de-numeros-enteros>
4. Para la prueba tres usar este link: <https://edu.cerebriti.com/juegos-de-matematicas-6-primaria/que-significan-las-expresiones>

## Anexo 6 Evidencias de aplicación de los instrumentos

Tabla 6.1 Aplicación de instrumentos





## Anexo 7 Evidencias de la plataforma cerebriti

Figura 7.1 Estudiantes inscritos en la plataforma cerebriti

	Nombre:	Nick/Usuario:	Contraseña:	
	<u>Estudiante catorce</u>	estudiantec10	1718	
	<u>Estudiante cinco</u>	estudiantec10	9538	
	<u>Estudiante cuatro</u>	estudiantec10	2076	
	<u>Estudiante diez</u>	estudianted10	9654	
	<u>Estudiante doce</u>	estudianted10	6437	
	<u>Estudiante dos</u>	estudianted10	9030	
	<u>Estudiante nueve</u>	estudianten10	5639	
	<u>Estudiante ocho</u>	estudianteo10	8964	
	<u>Estudiante once</u>	estudianteo10	4179	
	<u>Estudiante quince</u>	estudianteq10	1123	
	<u>Estudiante seis</u>	estudiantes10	8045	
	<u>Estudiante siete</u>	estudiantes10	6498	
	<u>Estudiante trece</u>	estudiantet10	9922	
	<u>Estudiante tres</u>	estudiantet10	9090	
	<u>Estudiante uno</u>	estudianteu10	3282	

## Prueba de diagnóstico

**Prueba Diagnóstico**  
Se debe elegir la opción que se encuentre más acorde, de acuerdo a su criterio.  
Creado por ginamunoz0051

00/05 11:52

Escribe signo < o > según convenga Siguiente >

a)	-3	-6
b)	-3	+4
c)	+5	+11
d)	-3	+6

**Prueba Diagnóstico**  
Se debe elegir la opción que se encuentre más acorde, de acuerdo a su criterio.  
Creado por ginamunoz0051

1/5 11:47

Escribe el número que mejor representa el enunciado que se plantea Siguiente >

a) Bajamos al sótano 5  
b) Nació en el año 236 antes de Cristo  
c) El avión vuela a 2653 m de altura  
d) El termómetro marcaba 6° C bajo cero



### Prueba Diagnóstico

Se debe elegir la opción que se encuentre mas acorde, de acuerdo a su criterio.  
Creado por @inamunoz0051



1/5



10:31

Completa adecuadamente | valor absoluto op (valor absoluto, si es +  
opuesto si es -)

Siguiente >

- a)  $|+6| =$
- b)  $|-8| =$
- c)  $op(+7) =$
- d)  $op(-3) =$

+6, -8, +7, -3

6, 8, -7, 3

6, -8, -7, 3

+6, +8, -7, 3

¡MERINDO!

¿Has encontrado algún fallo?

Avísanos



### Prueba Diagnóstico

Se debe elegir la opción que se encuentre mas acorde, de acuerdo a su criterio.  
Creado por @inamunoz0051



2/5



07:26

Cuál es el valor de A y B ?

Siguiente >



A 2y -1 B 4y -5

A -2y +1 B -4y +5

A -2y -1 B -4y -5

A -2y +1 B -4y +5

¡MERINDO!

¿Has encontrado algún fallo?

Avísanos

00/06 Arrastra cada respuesta hasta su lugar en el mapa. 11:54

En mi cuenta del banco tengo un saldo negativo de 10€. Mi madre me ha dado 30€ por mi cumpleaños y lo he ingresado en el banco.  
¿Cuánto dinero tengo en mi cuenta ahora?



Pitágoras nació el año 570 a.C. y murió el año 495 a.C.  
¿Cuántos años vivió Pitágoras?



Ayer fui a casa de mi tía que vive en el 2º piso. Cuando me llamaron bajamos a pisos para cojer el coche.  
¿En qué piso me situé?



Un día de invierno amaneció a 6 grados bajo cero. A las diez del mediodía la temperatura había subido 2 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las diez de la noche bajó 4 grados, y desde las diez a las 6 de la mañana bajó 2 grados más.  
¿Qué temperatura hacía a esa hora?



La temperatura de un congelador es de -20 grados. Si aumenta la temperatura 17 grados.  
¿Qué temperatura marca ahora el



En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido de -1° C, y la más baja de 22° C.  
¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura?



21  
90  
27  
-11  
-2  
-1

Camilo y Sara viven sobre la misma calle en la que se encuentra un parque. La casa de Camilo está tres cuadras antes del parque, y la de Sara está tres cuadras después del parque.



Representa gráficamente la situación planteada

### LA HISTORIA LABORAL DE MI PADRE CONTADA A MI HIJO

Un cierto día fuimos mi hijo y yo a visitar a mi padre a un pueblo cercano, donde él vive hace un tiempo, estando allí, abuelo y nieto se fueron a caminar por un sendero que lleva a un riachuelo, Durante la caminata, mi padre conto la siguiente historia a mi hijo.

Sabes recuerdo aun cuando este lugar era muy lejano y los ferrocarriles aun eran una ilusión.



¿Conoces los ferrocarriles abuelo?

claro que sí, yo trabaje y viví mi vida en los ferrocarriles... te contare

Los ferrocarriles Nacionales se crearon en el año de 1954 pero solo hasta el año de 1960 se constituyó como empresa del Estado, y cinco años después de eso yo inicié labores con ellos, comencé limpiando esos gigantescos aparatos, pero gracias a mi disciplina y poner mucha atención a todos los detalles, tres años después fui ascendido a un puesto como ayudante de máquinas... la paga fue lógicamente mucho mejor.... Es así que transcurridos seis años desde que me contrataron logre ser maquinista de la última máquina que se incorporó a la flota de la empresa. Veinticinco años después de constituida la empresa cambio de dueños y fui ascendido a ser asistente administrativo donde laboré hasta pensionarme.]

¿Hace cuanto te pensionaste abuelo?

Hace seis años me jubile

Representa y establece numéricamente cuantos años antes o después ocurrieron los | acontecimientos tomando como referencia el momento en donde el abuelo es ascendido como maquinista



## Prueba de Refuerzo

**Adición y sustracción de números enteros**  
Con este juego se puede aprender modelado matemático.  
Creado por ginamunoz0051

00/05 ♥♥♥ 🕒 11:46

Marca la respuesta correcta de acuerdo con el enunciado de la imagen. Siguiente >

Supóngase que en un día de estos, la temperatura mínima fué de  $18^{\circ}\text{C}$  y la máxima fué de  $27^{\circ}\text{C}$ .

¿Cuál fué la variación máxima de temperatura en ese día?

$- 18^{\circ}\text{C} < T < 27^{\circ}\text{C}$    $18^{\circ}\text{C} < T < - 27^{\circ}\text{C}$

$18^{\circ}\text{C} < T > 27^{\circ}\text{C}$    $18^{\circ}\text{C} < T < 27^{\circ}\text{C}$



### Adición y sustracción de números enteros

Con este juego se puede aprender modelado matemático.  
Creado por ginamunoz0051



00/05

10:54

#### Ejercicios por niveles

Siguiente >

##### Ejercicios de niveles.

	Nivel inicial	Movimiento	Nivel final
D. Luis está en el nivel +1 y baja 2 niveles	+1	-2	-1
A. Olga está en el nivel +3 y baja 4 niveles			
B. Eva está en el nivel -2 y sube 3 niveles			
C. Juan está en el nivel -1 y baja 2 niveles			
D. Sara está en el nivel -3 y sube 3 niveles			

1, -1, 3, 0

-1, 1, -3, 0

2, 1, 3, 0

-2, -1, 3, 1

¡ME RINDO!

¿Has encontrado algún fallo? [Avisanos](#)



### Adición y sustracción de números enteros

Con este juego se puede aprender modelado matemático.  
Creado por ginamunoz0051



00/05

11:46

Marca la respuesta correcta de acuerdo con el enunciado de la imagen.

Siguiente >

En nuestro municipio se experimentan variaciones grandes de temperatura. A las 7:00 a.m. la temperatura puede llegar a bajar hasta  $14^{\circ}\text{C}$  y, a mediodía puede subir hasta más de  $25^{\circ}\text{C}$ .

Cómo modelas la variación de temperatura de nuestro municipio?

7 a.m  $T = 14^{\circ}\text{C}$ , 12 a.m  $T < 25^{\circ}\text{C}$

7 a.m  $T = -14^{\circ}\text{C}$ , 12 a.m  $T > 25^{\circ}\text{C}$

7 a.m  $T = -14^{\circ}\text{C}$ , 12 a.m.  $T > -25^{\circ}\text{C}$

Ninguna de las anteriores

¡ME RINDO!

¿Has encontrado algún fallo? [Avisanos](#)



### Adición y sustracción de números enteros

Con este juego se puede aprender modelado matemático.  
Creado por ginamunoz0051



1/5



11:55

Marca la respuesta correcta de acuerdo con el enunciado de la imagen.

Siguiente >

Usted se encuentra en el cuarto piso de un edificio, sube a un ascensor que lo lleva 3 pisos más arriba, luego baja 5 niveles, nuevamente sube 2 pisos y finalmente baja 3 pisos más. Después de este pequeño viaje, ¿ En qué nivel se encuentra?

-1

3

1

-2

¡MERINDO!

¿Has encontrado algún fallo? [Avisanos](#)



### Resolución de Problemas con números enteros 2

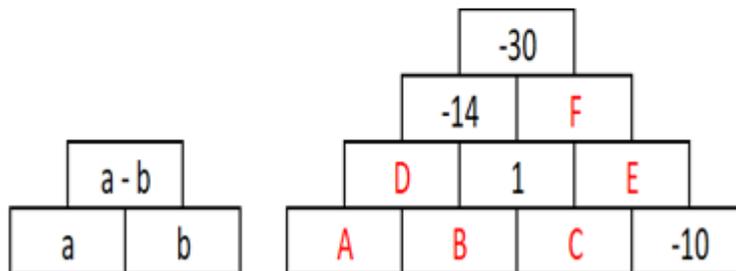
Problemas con números enteros.  
Creado por [Mancala](#)

00/05

Arrastra con el ratón cada palabra sobre la imagen correspondiente. Si has acertado, desaparecerán las dos.

02:00

¿Qué número debe colocarse en la casilla F para que la pirámide se complete correctamente?



Una apuesta que hicieron tres amigos consistió en lanzar dos dados simultáneamente diez veces. Por cada lanzamiento en el cual se obtenga un par (dos números iguales en cada dado) se gana 300 puntos y por cada intento fallido se multa con -200 puntos. En la siguiente tabla se registra los datos

Nombre	# pares obtenidos
Patricia	2
Carlos	8
Juan	5

1. Establezca un procedimiento para saber quien obtuvo mayor cantidad de puntos negativos.
2. ¿Qué operaciones deberás ejecutar para obtener un resultado?
3. ¿Quién gano la apuesta?

## Prueba de Evaluación

 **Qué significan las expresiones?**  
Resolución de significado de expresiones matemáticas  
Creado por ginamunoz0051 



00/05  11:59

Las respuestas para las expresiones de la imagen son: Siguiente >

e)  $-(+2) - (+1) - (+5) =$

f)  $-(+2) + (-1) + (-4) - (-5) =$

g)  $-(+1) - (+3) - (-4) - (-5) =$

8, -2, 5

-8, -2, 5

-8, 2, -5

-8, -2, -5

¡ME RINDO! ¿Has encontrado algún fallo? [Avisanos](#)

 **Qué significan las expresiones?**  
Resolución de significado de expresiones matemáticas  
Creado por ginamunoz0051 



1/5  11:23

Las respuestas para las expresiones de la imagen son: Siguiente >

a)  $+7+4 =$

b)  $-5 - 4 =$

a) -11, b) 9

a) 11, b) -9

a) -11, b) -9

a) 9, b) -11

¡ME RINDO! ¿Has encontrado algún fallo? [Avisanos](#)


**Qué significan las expresiones?**  
 Resolución de significado de expresiones matemáticas  
 Creado por ginamunoz0051



2/5    ❤️❤️❤️    ⌚ 10:17

Las respuestas para las expresiones de la imagen son: Siguiente >

c)  $+8 - 2 =$

d)  $-5 + 9 =$

c) -6, d) -4

c) 6, d) 4

c) -4, d) 6

c) -6, d) 4


**Qué significan las expresiones?**  
 Resolución de significado de expresiones matemáticas  
 Creado por ginamunoz0051



3/5    ❤️❤️❤️    ⌚ 09:30

Las respuestas para las expresiones de la imagen son: Siguiente >

a)  $+(+3) + (-5) =$

b)  $-(+4) - (+6) =$

a) 2, b) 10

a) -2, b) -10

a) 10, b) 2

a) -10, b) -2


**Qué significan las expresiones?**  
 Resolución de significado de expresiones matemáticas  
 Creado por ginamunoz0051



3/5    ❤️❤️❤️    ⌚ 08:53

Las respuestas para las expresiones de la imagen son:    [Siguinte >](#)

c)  $-(-5) + (+7) =$

d)  $-(+3) + (+1) - (-4) =$

-12, -2

-12, 2

12, 2

12, -2


**Qué significan las expresiones?**  
 Resolución de significado de expresiones matemáticas  
 Creado por ginamunoz0051



3/5    ❤️❤️❤️    ⌚ 05:24

Las respuestas para las expresiones de la imagen son:    [Siguinte >](#)

a)  $+(+3) + (-5) =$

b)  $-(+4) - (+6) =$

a) 2, b) 10

a) -2, b) -10

a) 10, b) 2

a) -10, b) -2

En el siguiente mapa se muestra las rutas de los diferentes buses que recorren la ciudad de Bogotá. Una persona debe moverse por las rutas ABH.



Cada estación está separada 700 metros de distancia, Pedro accede a un bus en la estación Marly la cual será su punto de referencia para poderse desplazar.

¿Cuántas estaciones al norte deberá recorrer Pedro para llegar al Terminal?

¿Cuántas estaciones al sur deberá recorrer Pedro para llegar al portal del tunal?

Si Pedro debe entregar mercancías en diferentes lugares de la ruta ABH y procede de la siguiente forma: sale de Marly, recorre 7700 metros al norte, luego 1400 metros al sur, luego otros 10500 metros al sur y por último, 2100 metros al norte.

¿En qué estación termina Pedro después de entregar su mercancía? ¿Qué distancia está separado Pedro de la estación Marly? ¿Qué operación matemática puedes utilizar para describir los movimientos de Pedro?

### Anexo 8 Prueba Adicional

A continuación, se presentan una serie de problemas de Rodríguez (2016) que deben ser resueltos usando la capacidad de comunicación y razonamiento por lo cual es necesario seguir los siguientes pasos de acuerdo con Polya (1989) citado en Meneses y Peñaloza (2019). quien establece que la resolución de problemas significa encontrar diferentes estrategias para sortear las dificultades que se puedan presentar al momento de afrontar un problema, de tal forma que se requieren diferentes etapas, que empiezan por la definición del problema, la elaboración de un plan para afrontarlo, la ejecución del mismo y la verificación del proceso y los resultados.

Pasos a seguir:

- a. Haciendo uso del proceso de comunicación, defina las variables y ecuaciones que debe usar para resolver el problema
  - b. Elabore un plan de solución o estrategia para afrontar el problema.
  - c. Usando el razonamiento matemático realice la solución de los problemas y encuentre la respuesta, evaluando si se encuentra bien realizado.
1. Juan, miguel y Luis son tres grandes amigos, Juan debe 5 millones, Luis debe 8 millones más que Juan y Luis debe nueve millones menos que Luis. Ordena de

menor a mayor las personas según su deuda. ¿Cómo se podría representar las deudas de los tres amigos?

2. Laura ascendió 1500 metros para subir una montaña para tomarse unas lindas fotos del paisaje, luego descendió 860 metros, descanso un momento y recordó que había olvidado su cámara fotográfica luego tuvo que ascender una vez más? ¿Cómo podrías escribir numéricamente la anterior situación?
3. Hoy gane 5000 pesos y tenía ahorrado 2500 pero debía 3800 de empanadas, 1200 de un vaso de gaseosa, 1500 de un pastel de pollo y 300 de un bombón. ¿Cuánto debo conseguir de más para poder pagar toda mi deuda? Qué operaciones realizas para poder solucionar el problema, explica paso a paso lo que haces.
4. Diana tiene 6.430 puntos para solicitar un crédito de vivienda. Si para solicitarlo el banco exige 10.000 puntos. ¿Cuántos puntos le faltan a Diana para poder acceder al crédito de vivienda?
5. De un tanque de agua que tenía 5500 litros de agua se sacaron 2500 litros, luego se depositaron 4000 litros y por último se sacaron 6000 litros. ¿Cuántos litros tiene el tanque de agua ahora?
6. La temperatura en una ciudad, se mide desde las 8 a.m obteniendo  $8^{\circ}\text{C}$ , de 8 – 10 a.m se visualizó un aumento de 3 grados, de 10 a.m a 2 p.m aumentó 6 grados, de 2p.m a 5 p.m no hubo variación, de 5 p.m a 7 p.m bajó 4 grados, de 7 p.m a 9 p.m bajó 3 grados, de 9p.m a 12 p.m bajó 7 grados. ¿Cuál es la temperatura a las 12 de la noche?
7. Un biólogo se encuentra estudiando la fauna marina descendiendo a una profundidad de 5 metros con respecto al nivel del mar. Luego subió 2 metros, vuelve a descender 3 metros y luego sube 2 metros. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo?
8. Pedro abrió una cuenta de ahorros en el banco con un valor de 50.000 pesos colombianos, Durante los tres meses siguientes consignó 60.000 pesos colombianos, en el cuarto mes hizo un retiro de 90.000. ¿Cuál es su saldo después del retiro?

9. Un ascensorista salió mareado del ascensor luego de hacer su primer recorrido que consistió en: de la planta baja al segundo piso, después al cuarto piso, de ahí bajó tres pisos, luego volvió a bajar dos pisos. De nuevo subió seis pisos para finalmente bajar tres, ¿En qué piso se bajó el ascensorista?
10. Pitágoras fue un célebre matemático que nació en el año 580a.c. y murió en el 496 a.c. ¿A qué edad murió Pitágoras?