Evolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs : analyse écologique et historique.

Marie-Pierre Galisson

UNIVERSITE DE PARIS VII

DENIS DIDEROT

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Didactique des Mathématiques

Présentée par Marie-Pierre GALISSON

Evolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs : analyse écologique et historique.

Thèse soutenue le 11 décembre 2004

Jury :

Michèle ARTIGUE (présidente)
Teresa ASSUDE (directeur de recherche)
Yves CHEVALLARD (rapporteur)
Hélène GISPERT (examinateur)
Alain MERCIER (rapporteur)

Edité par l'IREM Paris VII

Remerciements.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Teresa Assude, mon directeur de recherche. Sans la grande marge de liberté qu'elle m'a accordée, sans ses conseils avisés et ses encouragements, ce travail ne serait pas arrivé à son terme.

Je remercie les membres du jury qui ont bien voulu s'intéresser à ce travail.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Jeanne Bolon qui a pris la peine de me communiquer des archives précieuses pour mon travail sur la période contemporaine, à Renaud d'Enfert qui m'a fourni des informations me permettant d'orienter mes recherches aux Archives Nationales. Je remercie aussi Hélène Gispert d'avoir suscité mon intérêt pour l'histoire de l'enseignement, par le biais des formations de formateurs auxquelles j'ai pu participer : cet intérêt a en partie soutenu cette étude.

Je tiens enfin à remercier tous mes proches : en acceptant de me relire, en me prodiguant leurs encouragements, ils ont fortement contribué à la réalisation de ce travail.

SOMMAIRE de l'Introduction. (p. 1- 54)

SOMMAIRE

PARTIE A

Des conditions et contraintes qui permettent à l'arithmétique de se voir conférer une forte pertinence culturelle dans les plans de formation des écoles normales au début du 20ème siècle. (p.54-198)

PARTIE B

PARTIE C

Entre évolution et résistance d'un corpus traditionnel, la stabilisation d'une arithmétique spécifique aux futurs instituteurs : influences croisées de la politique scolaire officielle et des acteurs de l'institution primaire (écoles primaires, écoles normales) sur la définition des besoins en savoir et des savoirs professionnels d'un futur maître.

SOMMAIRE de l'Introduction. (p. 1- 54)

Conclusion : de l'influence déterminante d'un niveau pédagogique et universitaire qui interfère, quelles que soient les contraintes conjoncturelles qui pèsent sur l'organisation de l'institution de formation, avec les niveaux du politique et de l'école. La définition des besoins théorico- professionnels des futurs maîtres échappent en partie aux deux niveaux de détermination précédemment cités, et consacrent, en ce qui concerne l'arithmétique du maître, la légitimité de ses composantes pratique et théorique : la légitimité culturelle des deux activités traditionnellement mathématiques, le calcul (sous toutes ses formes), la résolution de problèmes (pratiques ou « spéculatifs) fournit, quel que soit le contexte politique ou idéologique, le motif d'une réflexion historiquement pédagogique puis didactique (période contemporaine) qui marque profondément la culture mathématique scolaire. La pertinence culturelle de l'arithmétique du futur maître telle qu'elle peut être revendiquée par les acteurs de l'institution de formation nécessite toutefois sa reconnaissance aux niveaux du politique et de l'opinion publique. En effet, le caractère opératoire du modèle de formation, en ce qui concerne plus généralement les mathématiques, ne peut se révéler qu'à partir de l'instant où les enjeux d'une politique éducative sont clairement énoncés, les moyens institutionnels pour les couvrir officiellement établis.

Le contexte actuel, comme les contextes historiques brièvement analysés, mettent donc en évidence l'étroite codétermination entre le niveau du politique et le niveau des institutions d'enseignement et de formation des maîtres. La résistance du corpus arithmétique du maître pourrait traduire dès lors l'existence « intemporelle » du Minimum de Culture Mathématique et Professionnelle requis pour préserver le noyau dur de la culture mathématique scolaire primaire.

INTRODUCTION

I. Présentation de la question :

II.

Le contexte politique et social actuel présente, à nos yeux de Candide à l'optimisme irréductible, un intérêt particulier.

Le recensement des besoins de la société en terme d'éducation (et d'instruction ?) est apparemment achevé : le débat national sur l'école et le rapport auquel il a abouti (celui de la commission Thélot) vont éclairer les nouvelles orientations d'une politique scolaire conforme désormais aux enjeux sociaux et éducatifs définis par la société. Quelle incidence les décisions dictées par ces « nouvelles orientations » pourront-elles avoir sur les plans d'études des futurs professeurs d'école dans les IUFM, voire sur l'existence de ces institutions ? La question est encore ouverte… La réponse ouvrira un nouveau champ de conjectures : les déterminations liées à ces « nouvelles orientations » vont-elles, radicalement, transformer la structure et la fonction d'une institution *a priori* pilotée par les besoins en savoirs des professeurs d'école conformes à ceux qu'exprime la société au cours du temps ? Quelle incidence, cette conformité, variable sensible du temps de la société, et pour cette raison sempiternellement interrogée, peut-elle avoir sur l'existence de l'institution et de ses plans de formation ?

Cet intérêt spécifique réside dans le fait que ces questions sont en partie à l'origine de notre étude. En effet, si le contexte initial de notre travail semble protégé des zones de turbulences actuelles, ce sont les conditions de vie des plans de formation des futurs maîtres et plus particulièrement des plans d'études, leur évolution au cours du temps qui suscitent notre première curiosité : ces questions, parmi d'autres, nourrissent donc notre problématique.

Présentons dès lors le cheminement quelque peu buissonnier qui nous a conduit à nous interroger sur l'évolution des connaissances mathématiques, en particulier de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs maîtres.

Dans un premier temps, ce sont dans les orientations officielles que nous cherchons à débusquer l' « identité spécifique » d'une institution de formation des maîtres, les modalités par lesquelles celle-ci définit les connaissances requises pour devenir instituteur, met en œuvre la formation qu'elles induisent.

I. A. Un premier éclairage sur la structure et les fonctions des IUFM : de l'évanescence des objets d'enseignement et de formation.

Impétrant dans la « communauté » des formateurs des professeurs d'école en 1997, nous découvrons une institution de caractère universitaire qui semble à ce titre détentrice du pouvoir d'élaborer ses propres plans de formation. Les écoles normales primaires ont vécu, tout comme les plans d'études officiels nationaux. L'institution encore récente est donc dotée d'un statut universitaire et tend à affirmer son **identité propre**. Le rédacteur du rapport Bancel ne stipule-t-il pas (chapitre II, paragraphe 7 – les formateurs) :

« *De nombreux enseignants sont, à l'heure actuelle, formés dans des établissements dotés d'une identité bien établie et ancienne, d'objectifs clairement définis et d'équipes de formateurs dont la compétence est reconnue. Entrer dans de tels établissements, c'est pour un élève s'imprégner d'une culture, partager des valeurs, acquérir un esprit de corps et une « fierté d'appartenance » qui ont, bien souvent, un impact très positif sur l'exercice ultérieur de leur métier.*

C'est à l'aune de leur capacité à construire et à affirmer leur identité propre, à se faire reconnaître en tant qu'institution que se mesurera la réussite des Instituts Universitaires de formation des maîtres. Amenés à collaborer et à dialoguer constamment avec les universités, les IUFM doivent être, pour ces dernières, des partenaires clairement identifiables ».

Si la rupture est consommée entre la formation « normale » et celle qui doit lui succéder, nous noterons toutefois que l' « esprit de corps », le partage d'une culture et de valeurs communes ne sont pas sans évoquer une certaine tradition « normale ». Inévitable se pose dès lors la question de la définition de cette culture, de ces valeurs communes. C'est dans le paragraphe 8 du même chapitre que sont, nous semble t-il, évoquées, non la nature de ces éléments, mais les modalités de leur émergence :

« C'est au « noyau permanent » de l'IUFM, constitué autour de son directeur, que reviennent les activités de conception, d'organisation, de coordination et d'animation de l'Institut. L'existence de ce « noyau permanent », doté d'un rôle d'impulsion collective, est rendue indispensable par la complexité des dispositifs de formation. Ceux qui en feront partie devront avoir les compétences nécessaires pour gérer une organisation très complexe où coexisteront des publics et des formateurs hétérogènes, où les lieux de formation (établissements scolaires, universités, entreprises,..) seront disséminés, où les projets de formation seront individualisés et où…il faudra savoir innover, faire preuve d'initiatives et d'imagination. Autour de ce « noyau permanent », une équipe importante

de formateurs sera chargée d'assurer les différentes activités de l'IUFM. Acteurs indispensables au bon fonctionnement de l'IUFM, ces formateurs devront être associés à la définition de ses activités ».

Dans ce dispositif tentaculaire offrant *a priori* une large marge de manœuvre aux acteurs de l'Institution, il nous faut souligner la fonction des formateurs « associés à la définition des activités ». Si l'identité de l'institution doit se construire par le biais de ses activités, il est notable de souligner l'implication des formateurs. A quelles caractéristiques doivent-ils satisfaire pour répondre à la mission qui leur est dévolue ? Le rédacteur du rapport nous éclaire sur ce point (paragraphe 7 déjà cité) :

« S'il n'apparaît pas souhaitable de créer un corps de la Fonction publique propre aux formateurs d'IUFM, il est cependant indispensable d'affirmer et de définir très clairement le caractère professionnel de l'activité des formateurs dans l'IUFM. Ce caractère professionnel doit se marquer par le fait que le formateur a, lui-même, un projet personnel de formation, qu'il est engagé dans une activité de recherche, fût-elle minimale, qui lui impose une confrontation de ses travaux avec ceux d'autres formateurs et des résultats écrits et qu'il mène une réflexion sur la spécificité de la formation des adultes. Il doit, d'une manière ou d'une autre, exercer une activité sur le terrain où ses étudiants seront amenés à suivre une formation pratique. En outre, il doit être capable, en plus de la maîtrise d'un domaine circonscrit, de discerner les enjeux éducatifs et politiques de son activité. Enfin, il doit être prêt à travailler en équipe pour préparer ses actions et accepter d'intervenir avec d'autres formateurs ».

Qu'en est-il des contenus d'enseignement, de formation, en dehors du fait que « domaine circonscrit », ils doivent satisfaire à des « enjeux politiques et sociaux » discernables ? Si nous nous permettons ce détour apparent pour souligner les caractères requis pour devenir bon sujet de l'institution, c'est-à-dire contribuer à l'instauration de son identité spécifique, c'est qu'il apparaît d'évidence que le modèle du formateur dévoile la conception nouvelle de la formation des maîtres. La personnalité du formateur, chercheur, praticien, être de réflexion, soucieux des enjeux sociaux et politiques de son activité, s'exprime dans une liste d'obligations, déclinées en termes de compétences (mot-clé du rapport), qui doivent marquer de leur empreinte les futurs enseignants, et doter l'institution d'une nouvelle identité culturelle. Quels sont ces formateurs ? Ils sont déjà en place pour la plupart, en la personne des professeurs d'école normale, d'un certain nombre d'universitaires déjà acteurs de l'institution précédente ; doivent-ils renier la culture, la tradition dont ils étaient dépositaires ou la rupture annoncée n'est-elle qu'un simple passage préparé depuis un temps certain ? Quelle que soit la nature de la « conversion » nécessaire, la nouvelle institution compte parmi ses sujets la cohorte des anciens sujets des écoles normales primaires et pour cette raison, elle ne peut renier un héritage culturel que ne met nullement en exergue le rapport cité. Que peut-il comprendre ? L'ensemble de ces connaissances requises pour devenir instituteur et sur lesquelles le rapport se montre particulièrement elliptique ?

En effet, si novices, nous découvrons à travers ces injonctions officielles le serment d'allégeance que nous devons prêter, à savoir, adhérer à une nouvelle politique éducative, qui nous semble, pour l'heure, fort opaque, et participer de son instauration, il nous faut désormais, pour dissiper cette opacité, identifier les savoirs et savoir faire requis pour devenir instituteur.

Ces termes sont apparemment désuets, voire hérétiques. Le rapport Bancel, sous un titre significatif « Créer une nouvelle dynamique de la formation des maîtres » définit les « nouveaux enjeux » de la formation. Le chapitre I, « Quelles compétences professionnelles faire acquérir et quels contenus enseigner ? » présente en préliminaire « l'objectif d'une véritable formation », à savoir « faire acquérir aux futurs enseignants un solide savoir universitaire au contact des lieux où s'élabore ce savoir et des compétences correspondant véritablement aux activités concrètes qu'ils devront assumer dans les divers établissements où ils seront affectés ». Trois pôles de compétences, délimitant « les contours d'une professionnalité globale » sont relevés :

- *Le premier pôle est constitué par les connaissances relatives aux identités disciplinaires (savoir à enseigner, histoire, épistémologie et enjeux sociaux des différentes disciplines) ;*
- *Le deuxième pôle est constitué par les connaissances relatives à la gestion des apprentissages (didactiques et pédagogiques) ;*
- *Le troisième pôle est constitué par les connaissances relatives au système éducatif (politique éducative nationale, structures et fonctionnement de l'institution, compréhension de la dynamique des projets d'établissements, etc…)*

Dans cet ensemble, le travail et la réflexion sur l'organisation, le sens et la portée des contenus et des méthodes détiennent un place fondamentale ».

En fait de contenus, le rédacteur définit les principes qui doivent régir un nouveau processus de transformation des connaissances en compétences professionnelles. En effet, en dehors des connaissances relatives aux identités disciplinaires, et à ce titre élargies à leur histoire et à leur épistémologie, la formation « *devra être complétée par une connaissance des conditions d'élaboration et de construction du savoir scolaire pour permettre à l'enseignant d'opérer une confrontation entre le savoir à enseigner aux différents niveaux de la scolarité et le savoir académique* ». Le rédacteur sans éclairer davantage la nature du savoir académique introduit encore un nouveau savoir, le savoir scolaire. Si le savoir à enseigner réside vraisemblablement dans les programmes officiels, comment devons nous entendre le savoir scolaire ? La question prend tout son sens si nous nous référons au contexte historique de cette période : il nous indique que le savoir scolaire, s'il s'agit bien de lui, est alors en phase de ré-élaboration, de reconstruction. Une commission de réflexion sur les contenus de l'enseignement, créée à la fin de l'année 1988, présidée par P. Bourdieu et F. Gros, se donne pour mission non pas « d'intervenir directement et à court terme dans la définition des programmes » mais d'esquisser « les grandes orientations de la transformation <u>progressive</u> des contenus de l'enseignement qui est indispensable, même si elle doit prendre du temps, pour suivre et même devancer, autant que possible, l'évolution de la science et de la société ». Les « Principes pour une réflexion sur les contenus de l'enseignement », publiés en mars 1989, réunissent les critères qui doivent conduire à la révision des programmes, décrivent les déterminations qui doivent, conformément à la nouvelle politique scolaire, conduire à l'émergence d'un nouveau savoir scolaire : sont-ils implicitement convoqués pour éclairer dans la formation des maîtres les conditions d'élaboration et de construction du savoir scolaire ?

En toute bonne foi, nous devons reconnaître que le seul point d'appui nous permettant d'appréhender l'ensemble des connaissances requises pour enseigner à l'école primaire réside dans l'existence des programmes officiels de cette dernière et dans la « culture » des formateurs expérimentés de l'IUFM.

En effet, le chapitre II, pas plus disert sur la nature des « connaissances » à faire acquérir aux futurs enseignants, intitulé « Comment articuler connaissances pratiques et connaissances théoriques pour construire des compétences professionnelles ? » précise encore :

« Au cours de sa formation, le futur enseignant doit transformer les connaissances qu'il acquiert en compétences à mettre en œuvre sur le terrain, dans les classes et les établissements scolaires. D'où la nécessité de parvenir à une interaction harmonieuse et continue entre tous les types de formations, pratiques et théoriques qu'il reçoit. Ces différents apprentissages devront donc s'effectuer de façon simultanée. Cette articulation

exclut, par conséquent, la possibilité de validations distinctes et effectuées à un an d'intervalle pour la formation pratique et la formation théorique ».

Il existe bien des connaissances spécifiques, mais seule leur transformation est évoquée. Pour contourner la récurrente opposition théorie-pratique le rédacteur instaure ou plutôt restaure un double cursus simultané : ce sont d'une culture générale et d'une culture et d'une pratique professionnelle étroitement corrélées dans le temps que doit procéder l'élaboration des compétences professionnelles. Le paragraphe de ce chapitre portant sur « la formation » réintroduit encore l'existence de « savoirs académiques », mais sans soulever le voile sur leur nature.

« C'est au cours de la première année que les futurs instituteurs acquièrent les compléments de formation qui leur confèrent une polyvalence relative et qu'ils reçoivent une formation pratique reliée aux savoirs académiques [...].

C'est au cours de la deuxième année que les futurs enseignants doivent acquérir la maîtrise des diverses situations d'apprentissage et la connaissance de l'institution scolaire grâce à une formation professionnelle qui mêle stages sur le terrain et formation aux contenus de l'enseignement et à la didactique des disciplines ».

Le lien entre formation pratique et savoirs académiques reste virtuel, quant à la polyvalence relative, elle semble sous-tendre la modestie de ces compléments de formation… En deuxième année, le paysage est plus précis : les contenus de l'enseignement et la didactique des disciplines, étroitement liés à la formation professionnelle font référence explicitement à des savoirs définis, même si provisoires pour ceux relatifs à l'institution scolaire.

Si ce flou institutionnel qui entoure l'existence des savoirs académiques, voire du savoir scolaire peut sembler conforter la légitimité culturelle de connaissances déjà présentes dans les plans d'études anciens, un nouveau dispositif renforce toutefois le poids des connaissances disciplinaires et professionnelles. Il s'agit du concours de recrutement dont la place, en fin de première année, « a des conséquences fondamentales sur la cohérence globale et l'efficacité de la formation professionnelle ». Nous ne nous étendrons pas sur les arguments avancés par le ministère pour retenir ce dispositif (nécessaire rupture avec le recrutement passé, effectué sur des critères académiques, évolution possible des formations universitaires, recrutement de listes complémentaires, choix d'épreuves articulant connaissances scientifiques et connaissances du système éducatif…). Les connaissances, qu'elles soient disciplinaires, didactiques ou professionnelles restent à définir.

La circulaire du 2 juillet 1991, BO n° 27 du 11 juillet 1991 précise les modalités de la formation sans éclairer plus précisément la définition des « connaissances requises » ; elle définit toutefois les objectifs et modalités de la certification finale, abordant notamment avec la validation des modules disciplinaires et des stages en responsabilité, la réalisation du « mémoire professionnel », point d'orgue de l'articulation théorie- pratique.

La note de service n° 92-069 du 27 janvier 1992 (BO n° 5 du 30 janvier 1992) clarifie officiellement le fait qu'il revient aux IUFM de définir leurs propres plans de formation. En l'absence de programme national, les instructions relatives à l'organisation du concours reprennent toutefois les grands principes du rapport Bancel : ainsi pouvons nous lire :

« Les épreuves du concours ont pour objectif d'apprécier l'aptitude des candidats à mobiliser et à exploiter les connaissances nécessaires à l'enseignement à l'école primaire sans exiger d'eux une connaissance approfondie de tel outil, sujet dans la discipline considérée. C'est pourquoi le choix a été fait de ne pas arrêter de liste nominative de sujets pour les épreuves disciplinaires de ces concours ».

La disparition de toute référence aux « savoirs académiques », au « savoir scolaire » est supplée par l'apparition du terme « discipline », dont il n'est pas anodin de souligner qu'il était pour le moins remis en question dans les « Principes pour une réflexion sur les contenus de l'enseignement » (mars 1989). Absent de six des sept principes, dans lesquels sont présents les termes « savoirs, modes de pensée », il apparaît ainsi (nous soulignons):

« *Sixième principe.*

Le souci de renforcer la cohérence des enseignements devrait conduire à favoriser les enseignements donnés en commun par des professeurs de différentes spécialités et même à repenser les divisions en « disciplines », en soumettant à l'examen certains regroupements hérités de l'histoire et en opérant, toujours de manière progressive, certains rapprochements imposés par l'évolution de la science ».

La trame des connaissances disciplinaires nécessaires à l'exercice du métier d'instituteur se tisse *a priori* à partir des contenus à enseigner à l'école primaire, à partir d'une discipline scolaire donnée comme prédéterminée. La question de la co-détermination des plans d'études des IUFM et des programmes de l'école primaire qui pouvait apparaître comme un facteur de la nouvelle dynamique de la formation, la réflexion sur les contenus de l'enseignement nourrissant l'élaboration des uns, l'évolution des autres, ne se pose plus dans les mêmes termes. Les plans d'études dans les IUFM semblent plutôt subordonnés aux programmes officiels des écoles primaires. Certes, la note de service stipule encore :

« Le candidat doit faire la preuve qu'au-delà de la maîtrise des connaissances et compétences nécessaires pour enseigner à des élèves d' écoles primaires dans la discipline considérée […], il a réfléchi aux problèmes spécifiques que pose aux enfants l'apprentissage de notions et d'éléments de méthodes propres à cette discipline […] »

Il en résulte que le plan d'études comprend nécessairement des connaissances relevant d'un certain champ didactique, d'un certain registre pédagogique : le principe de la mise en place d'un double cursus simultané résiste… mais sous quelles modalités ?

En mathématiques, l'épreuve est initialement composée de deux volets, un volet disciplinaire, un volet pédagogique.

En 1995, elle est transformée en une partie théorique, une analyse de travaux d'élèves et une analyse didactique de documents pédagogiques ou de scénarios de séances. Que traduit cette évolution ? L'aboutissement d'un processus mis en œuvre par les formateurs, reconnu officiellement comme attestant d'une marque identitaire de la culture IUFM ? Les recommandations officielles relatives aux concours de recrutement des professeurs des écoles (note de service n°94-271, du 16 novembre 1994) ont l'intérêt, sinon de préciser la nature des « connaissances » à enseigner, du moins de définir leurs fonctions plus spécifiques à l'institution. Les sujets de mathématiques, en plus des compétences précédemment citées, doivent permettre d'évaluer, chez le candidat, « la rigueur du raisonnement logique, la capacité à utiliser diverses représentations, à maîtriser les relations de l'espace ». Ils doivent, par exemple, « favoriser la recherche éventuelle du modèle mathématique sous-jacent à la situation, et à la résolution du problème, la mise en regard des stratégies utilisables par les élèves de l'école primaire ». Officiellement, les connaissances enseignées dans les IUFM tout en restant liées aux contenus de l'enseignement primaire semblent pouvoir prendre une certaine distance avec ceux-ci. Ceux-ci viennent par ailleurs de connaître une nouvelle réforme pilotée par des instances relevant du politique, d'une certaine sphère « pédagogique » dans laquelle ont agi didacticiens, représentants des acteurs des institutions d'enseignement et de formation ; l'IUFM peut précisément se voir dévoluer une mission : celle de participer de la mise en application des nouveaux programmes et d' éclairer les enjeux « sociaux et politiques » d'une politique éducative explicitement définie.

Ce contexte institutionnel est donc celui que nous découvrons. La conception qui nous paraît *a priori* paradoxale, d'une formation qui peut construire des compétences professionnelles sans définir précisément les connaissances nécessaires à cette formation, donne existence à une institution qui semble s'insérer, sans remous notables, dans l'environnement sociétal. Elle a accompagné, voire impulsé le mouvement qui conduit à un nouvel ordre de la politique scolaire relative à l'enseignement primaire.

Quelles peuvent-être aux yeux de l' « étranger » que nous sommes, les conditions structurelles et fonctionnelles, peu ou prou évoquées, qui peuvent expliquer cette situation ? Le caractère « décentralisé » de la politique éducative qui nourrit le fonctionnement des IUFM ? Le pilotage d'un « noyau permanent » gérant avec souplesse, avec « imagination », avec « esprit d'innovation », une organisation complexe ? Les activités des formateurs, leur implication dans l'élaboration de plans d'études et de formation locaux, officieux mais opérationnels, les actions qu'ils peuvent conduire dans les institutions « partenaires » de l'IUFM ? La « co-détermination » des programmes de l'école primaire et des plans d'études des instituteurs qui peut en résulter ?

Nous éluderons une question, celle consistant à s'interroger sur les influences relatives des conditions que nous avons relevées ; que ce soit au niveau de la société (la politique éducative), au niveau de l'institution académique, au niveau des centres de formation ou encore au niveau de l'école primaire, il nous apparaît indéniable que ces conditions sont corrélées.

Ce qu'il nous importe désormais de saisir, c'est la définition « officieuse », la nature des connaissances, en l'occurrence mathématiques, que l'institution se donne pour mission de transformer en compétences professionnelles. Car en cette transformation réside ce que nous pensons appréhender : la mission emblématique de l'institution, garante de sa légitimité aux yeux de la société.

I.B. <u>A la recherche des « connaissances » mathématiques présentes dans les plans de formation des IUFM : les épreuves du concours de recrutement, un outil d'exploration de ces connaissances incréées officiellement.</u>

Notre intérêt pour les contenus des épreuves du CERPE relève en 1997, d'une première nécessité : celle de se « reconvertir » le temps d'un été, en formateur de professeur d'école sinon « compétent », du moins capable de cerner certains objets d'enseignement, leur nature, leurs fonctions. Les plans d'études mis en œuvre dans les IUFM nous semblent nécessairement piloter la nature, la structure, les fonctions de l'épreuve, sans que nous n'écartions le fait, qu'inversement les épreuves elles-mêmes ne puissent influer sur les plans d'études eux-mêmes. C'est la raison pour laquelle, disposant des annales du CERPE publiées depuis 1992 par la COPIRELEM[1], nous tentons de reconstituer un champ réunissant les possibles thèmes d'études abordés.

Si les épreuves pédagogiques, didactiques nous semblent exiger des compétences qui nous incitent à compléter notre formation « didactique », les volets disciplinaires ou théoriques nous permettent d'identifier un champ de savoirs, à première vue familier : un sous domaine du champ défini par les programmes du collège mais étendu à des objets, écartés de ceux-ci, depuis les programmes de 1985. Les propriétés des nombres, multiples, diviseurs, critères de divisibilité, propriétés des restes, PGCD, PPCM, les systèmes de numération fournissent, en effet, entre 1992 et 1996, un nombre de thèmes d'études non négligeable. Les raisons qui justifient de la présence de ces objets, tout comme par ailleurs d'éléments de la géométrie euclidienne sont les premières à l'origine de notre questionnement.

Pourquoi sont-ils objets d'évaluation, alors qu'ils ne sont pas explicitement présents dans les programmes de l'école primaire (ceux de 1995) ? Peut-on les identifier comme savoirs mathématiques spécifiques au futur professeur d'école car répondant aux enjeux d'une formation conférant à l'IUFM son identité propre ?

C'est la première étape du cheminement qui nous conduit dans le cadre de notre DEA à nous intéresser aux travaux de recherche relatifs à cette question. Les hypothèses émises par M.L. Peltier[2] dans la première partie de sa thèse, à partir d'un support constitué par les épreuves du CERPE de 1992 à 1994, nous fournissent un premier éclairage sur une « image » des mathématiques du professeur d'école : ces dernières distinguées en divers thèmes (selon la classification de M.L. Peltier), à savoir, Arithmétique, Rationnels et décimaux, Fonctions numériques et proportionnalité, Géométrie plane, Géométrie des solides et Mesures illustrent une conception qui se différencie assez notablement de celle de l'enseignement des mathématiques au collège : l'aspect outil des savoirs en jeu, la mise en réseau des connaissances, les changements de cadres sont les marques tangibles de cette différenciation. Sa conclusion laisse toutefois indéfinie l' « image » des mathématiques du professeur d'école, l'existence de plans d'études particuliers à chaque académie en constituant l'une des possibles raisons.

La transformation des modalités du concours en 1995 avec l'introduction officielle d'une analyse de productions d'élèves (déjà officieusement introduit dans de nombreuses

[1] Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire
[2] Peltier M.L., (1995), *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : »Entre conjecture et éternité »,* Thèse de doctorat, Université Paris VII, IREM.

académies), la réunification des académies de Paris, Créteil et Versailles pour l'élaboration d'un unique sujet sont les prémices d'une évolution (regroupement d'académies, unification de l'organisation des sujets) en cours jusqu'à présent. Ces conditions nous semblent propices pour tester, dans un mémoire d'approfondissement, la validité des conjectures élaborées par M.L. Peltier. L'analyse certes limitée, lacunaire, que nous menons sur le seul support des épreuves de 1995 en utilisant la méthodologie conçue par M.L. Peltier ne nous permet de valider que quelques unes de ses conjectures : la prédominance de la géométrie plane et la valorisation de la démonstration euclidienne notamment aux dépens des raisonnements de type arithmétique. Le nombre de thèmes relevant du domaine de l'arithmétique est moindre que ceux des années précédentes.

L'évolution « capricieuse » de l'importance accordée à ce domaine mathématique, alors que les conjectures de M.L. Peltier soulignent la conformité des compétences sollicitées dans les sujets relevant de ce domaine avec les « Recommandations officielles » précédemment citées, suscite dès lors les questions à l'origine de notre mémoire de DEA. A défaut d'obtenir une « image » globale, transcendant les particularismes des divers IUFM, des mathématiques du professeur d'école, peut-on sur une période « significative », c'est-à-dire de 1992 à 1998, décrire une « certaine arithmétique » du professeur d'école ? Comment résiste ou évolue cette arithmétique « spécifique » ? Quel devenir pour une arithmétique qui intègre une composante théorique évincée des programmes de l'enseignement obligatoire entre 1985 et 1999, qui peut solliciter la réflexion sur le statut de la preuve (hors des sentiers de la démonstration hypothético- déductive) et sur le rôle de la modélisation, de la généralisation et qui permet enfin, dans le cadre de la résolution de problèmes, la possible mise en regard d'une procédure « experte » avec les stratégies des élèves.

I.C. De l' « insoutenable transparence » arithmétique du professeur d'école et des questions que celle-ci peut susciter.

Dans notre mémoire, nous limitant au support que constituent les épreuves disciplinaires du concours entre 1992 et 1998, nous cherchons donc à préciser le rapport institutionnel à l'arithmétique pour un étudiant en première année d'IUFM. Notre étude qui s'inscrit dans le cadre théorique de l'anthropologie des savoirs (la notion de praxéologie ou organisation mathématique, définie par Y. Chevallard[3] est l'outil d'analyse que nous privilégions pour réaliser notre première tâche, à savoir, décrire

[3] Chevallard Y. (1999), *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique,* RDM, Vol. 19/2

l'activité mathématique d'un candidat générique) et qui nous impose une mise en perspective temporelle, a pour finalité de répondre aux objectifs suivants :

- caractériser les savoirs et savoir faire sollicités, esquisser l'environnement « théorique » que sous-tend l'intelligibilité de ceux-ci ;
- appréhender sur une durée « relative » l'importance du champ octroyé à l'arithmétique par rapport aux autres champs d'études ;
- identifier les évolutions et les invariances dans le choix des thèmes privilégiés par les concepteurs des sujets ;
- obtenir, enfin, un éclairage sur la spécificité de l'activité arithmétique en fonction des thèmes et des contextes des énoncés.

Les éléments d'analyse réunis au cours de ce travail, objets d'une communication[4] lors du colloque annuel de la COPIRELEM en 2000, valident, tout d'abord, en termes de savoir et savoir faire requis, la conjecture émise par M.L. Peltier sur la nature des compétences sollicitées en arithmétique, à savoir leur conformité avec les « Recommandations officielles » de 1994. L'esquisse d'un possible environnement technologico-théorique laisse des zones d'ombres : les notions de congruences, le raisonnement par récurrence que sous tendraient des procédures de résolution expertes sont évanescents.

Autre conjecture confirmée : entre 1992 et 1998, l'influence prépondérante de la géométrie et des mesures, l'hégémonie des raisonnements de type hypothético-déductif sont avérées, bénéficiant notamment de la diminution du nombre des sujets (consécutive aux regroupements d'académies) ; toutefois, hormis les années 95 et 97 (années où s'opère la « fusion » des sujets de plusieurs académies), plus de la moitié des sujets comporte une partie traitant d'arithmétique.

Une possible évolution se dessine : les sujets mettant en jeu les notions de multiples, diviseurs, PGCD restent présents, tandis que ceux sollicitant les notions de division euclidienne et implicitement de congruences connaissent après un pic en 1994, un reflux certain.

Quoi qu'il en soit, résistantes, les notions d'arithmétique interviennent comme outils de modélisation du réel et de résolution de problèmes, comme outils pour comprendre d'autres savoirs arithmétiques (par exemple la division euclidienne rend intelligible le principe de numération), comme objets de conjectures (propriétés) nécessitant la mise en

[4] L'arithmétique dans les exercices et les problèmes du CERPE : quelques éléments d'analyse, Actes du colloque de la COPIRELEM, Chamonix, (2000).

œuvre d'une démarche de preuve (méthode de recherche exhaustive ou traitement algébrique, voire ébauche de raisonnement par récurrence). La spécificité de nombreux énoncés accessibles à des élèves de cycle 3 induit la mise en parallèle de procédures de divers niveaux d'expertise, celles du maître, celles de l'élève.

En conclusion, la « spécificité » des activités arithmétiques peut résider dans la maîtrise « théorique » qu'elles apportent sur des notions élémentaires « naturalisées » aux yeux des étudiants, mais objets d'étude à l'école primaire qu'il s'agit donc de reconstruire d'un point de vue mathématique, voire didactique ; elle s'illustre encore dans l'éclairage différent qu'elles projettent sur le statut de la preuve et de la modélisation dans le cadre d'une activité mathématique, autre que géométrique, dans le rapport qu'elles peuvent entretenir avec l'activité de recherche de l'élève.

L'existence et la « spécificité » de cette arithmétique du professeur d'école, perdurent, nous semble-t-il, jusqu'à présent : les relevés succincts, que nous entreprenons chaque année, à partir des classifications par thèmes effectuées par les membres de la COPIRELEM chargés de la réalisation des annales du CERPE, les sujets récents que nous choisissons pour les proposer à nos étudiants, tendent à confirmer ce constat.

Pourquoi, dès lors, et nous nous engageons dans le cheminement tortueux qui ouvre sur notre problématique, nous être interrogés sur les conditions qui fondent la viabilité d'un domaine de savoir si « naturel » ? Ne sont-elles pas actuellement celles qui existaient lors de la création des IUFM ? Quelles sont-elles ?

Limitons notre champ d'investigation au cadre institutionnel dans lequel nous accomplissons notre fonction de formateur, c'est-à-dire, à celui qui régule le fonctionnement d'un centre IUFM de l'académie de Versailles.

Actuellement, c'est-à-dire en cette année universitaire 2003-2004, l'institution maintient en ce qui concerne la formation en mathématiques, ses dispositifs de certification originels. En 1ère année, résiste pour le moment, le concours de recrutement. En 2nde année, la validation d'un nouveau dispositif est « officiellement » introduit depuis la rentrée 2002-2003 : il s'agit des ateliers d'analyse de pratiques didactiques spécifiques à la discipline. La validation d'un module « mathématique » subsiste. Structurellement, ce sont les contraintes temporelles (la réduction des horaires) qui jouent encore un rôle majeur ; le temps de l'étude a été réorganisé, induisant de fait de possibles modifications dans les plans d'études élaborés par les formateurs : les effets n'en sont pas mesurables, les fluctuations des quotités horaires spécifiques aux divers disciplines étant déjà un trait caractéristique de l'autonomie des divers IUFM. Nous admettrons donc, que les conditions de fonctionnement de l'institution ne se sont pas fondamentalement modifiées. Les conditions sur lesquelles repose la viabilité de l'arithmétique, au niveau des instances officielles ou encore au sein de l'institution, peuvent être considérées comme inaltérées.

Parmi celles-ci, au niveau « officiel » émerge une première condition que nous avons déjà évoquée : les fonctions assignées à l'arithmétique par l'intermédiaire des compétences sollicitées dans les épreuves du concours sont en résonance avec les intentions affichées dans les orientations officielles. La présence non négligeable de l'arithmétique dans le concours de recrutement, académique mais satisfaisant à des directives ministérielles, est un indicateur.

Au sein de l'institution elle bénéficie encore d'une légitimité octroyée par les formateurs. En premier lieu, cette dernière se traduit à travers l'existence des épreuves d'arithmétiques du concours : celui-ci, sauf exception, est conçu avec la collaboration des formateurs. Toutefois, cette légitimité n'est pas univoque. En effet, comme ces acteurs de l'institution gravitent dans des sphères interdépendantes mais distinctes, liées à la diversité de leurs statuts (maîtres formateurs, conseillers pédagogiques, inspecteurs, professeurs d'IUFM, maîtres de conférence, professeur d'université), la caution qu'ils apportent relève dès lors de niveaux distincts : école- institution- université- voire société, quand la politique éducative officielle est marquée par leur influence.

Tentons de mettre en lumière la multiplicité des conditions qui peuvent participer de cette légitimité, sinon explicitement officielle, du moins « institutionnelle ».

Si admettant comme « allant de soi » qu'une arithmétique dotée d'une composante théorique existe dans l'ensemble des plans de formation des IUFM, les éléments que nous présentons ci-dessous sont, toutefois, spécifiques à l'académie de Versailles, voire interprétés à l'éclairage de notre propre pratique.

Ce sont tout d'abord dans des contraintes, identifiées au sens large comme relevant de l'institution, qu'il peut paraître pertinent de relever certaines des déterminations, de nature à légitimer l'existence de cette arithmétique spécifique dans les plans d'études. En effet, bien que mis en œuvre avec une relative liberté par les formateurs, ces plans satisfont à des contraintes institutionnelles, fixées, d'une part, par la direction au niveau académique, imposées plus ou moins formellement, d'autre part, par des instances représentatives des acteurs de la formation. Ainsi, pouvons- nous ébaucher une liste, que nous ne prétendons pas exhaustive :

- Le respect d'un cadre institutionnel peu directif - le plan actuel de formation des professeurs d'école de l'académie de Versailles précise en termes de contenus relatifs à l' « arithmétique » :

En première année : Numération des nombres entiers : aspects mathématiques et historiques. Procédures de calcul (calcul mental, algorithmes écrits, procédures mixtes, utilisation d'une calculatrice. Lien avec la numération, propriétés des opérations, mémorisation de faits numériques). […]Structures multiplicatives.

En seconde année : Contenus mathématiques (y compris dans leur aspect langagier) : construction du nombre, […], opérations et outils de calcul, structures additives et multiplicatives, […], (au moins un thème par cycle).

L'esquisse est fugitive, toutefois marquée par un lien explicite avec les contenus d'enseignement de l'école primaire, et peut-être encore par des perspectives épistémologiques, historiques et didactiques (le terme « structures » n'est pas anodin) : ces directives, d'une part, ne désignent pas les propriétés des nombres comme objet d'enseignement (seules sont notées les propriétés des opérations), mais laissent, d'autre part, sous les intitulés « Numération et Structures multiplicatives » libre cours à des interprétations diverses.

- L'existence d'une bibliographie indicative proposée dans les livrets de 1ère et 2ème années de formation aux futurs professeurs, et marquée, d'une certaine façon, du sceau de l'institution.

Rédigés par des sujets de l'institution, R. Charnay et M. Mante, les deux ouvrages de préparation à l'épreuve mathématique du CERPE, publiés chez Hatier en deux tomes (respectivement en 1995 et 1996), peuvent apparaître comme un traité de référence, réunissant l'ensemble des connaissances mathématiques « théoriques » et didactiques nécessaires non seulement pour réussir l'épreuve du concours, mais encore pour parfaire les compétences professionnelles du candidat : les ouvrages sont indiqués dans les plans de formation des deux années. Le programme dressé dans les deux ouvrages couvre explicitement celui « informel » des épreuves antérieures à 1996 : celles-ci constituent en effet le support des activités de recherche et d'application. Nous pouvons émettre plusieurs remarques à propos de ces ouvrages : d'une part, ils confirmeraient le fait que les plans d'études dans les IUFM, du moins certains, se calquent sur celui d'un concours « générique », d'autre part, ils révéleraient la stabilisation de ces plans d'études au cours du temps (avec la même réserve, pour certains, du moins), ces ouvrages gardant leur actualité, et enfin ils participeraient de l'instauration d'une sorte de « contrat institutionnel » entre formateurs et formés.

Ces ouvrages qui dressent donc un « paysage » des mathématiques du professeur d'école, n'éludent pas les deux composantes pratique et théorique de l'arithmétique. Un chapitre intitulé « Eléments d'arithmétique dans l'ensemble des entiers naturels » répertorie les notions suivantes : Multiples et diviseurs ; Division euclidienne ; Nombres premiers ; Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers ; Recherche des diviseurs d'un nombre entier naturel ; PGCD et PPCM (comprenant encore la détermination du premier par la méthode dite de l'algorithme d'Euclide) ; Critères de divisibilité. A la différence des chapitres présents dans les deux ouvrages, celui-ci ne comporte pas une partie « Repères didactiques » ; il se caractérise plutôt comme un cours « théorique »… Les systèmes de numération font l'objet d'un chapitre autonome, intitulé « Nombres naturels à l'école et systèmes de numération », composé des deux parties habituellement présentes à savoir « théorique » et didactique. L'existence de ces ouvrages, que nous considérons comme un possible « traité de référence », un texte du savoir à enseigner (théorique et didactique) peut être envisagée comme un indicateur de la caution épistémologique et didactique qu'apportent les formateurs.

- L'influence d'un programme non officiel « *Proposition de texte, définissant les principes et les contenus de la formation initiale en mathématiques des futurs professeurs d'école »,* réalisé par la COPIRELEM, en mars 1994, à la demande de la DGES.

Marquant, d'une part, le souci de rendre lisible le partenariat entre l'institution et l'enseignement supérieur, d'autre part, la nécessité de définir plus précisément des contenus d'enseignement, celui-ci trace les grandes lignes d'un programme que reprend d'ailleurs intégralement le plan de formation de l'IUFM de Versailles, sans préciser davantage l'existence d'une arithmétique théorique.

Sous la rubrique « La construction du nombre et des opérations arithmétiques », apparaissent :

Notions mathématiques, historiques, épistémologiques nécessaires à cet enseignement sur :

Nombres entiers et numération ; Structures additives ; Structures multiplicatives ;

Analyse et construction de situation d'apprentissage.

Elaboration de procédures de calcul (calcul mental, algorithmes écrits des opérations arithmétiques, utilisation de la calculatrice) : analyse mathématique et didactique […].

La considération de ces trois contraintes éclaire, nous semble t-il, le rôle majeur des formateurs dans la définition et l'organisation des plans d'études. Elle induit aussi une question ; la modestie des directives officielles, qu'elles relèvent des instances ministérielles ou académiques, renforce-t-elle *a priori* l'autonomie réelle des institutions à travers le « pouvoir » des formateurs, ou traduit-elle ce que nous semblait induire l'absence dans le rapport Bancel de tout contenu de formation précisément défini, à savoir, la présence d'une culture commune à l'ensemble des formateurs, naturellement imposée, sinon déjà constituée du moins en phase d'instauration dans les périodes antérieures, et donc implicitement à l'œuvre dès la genèse de l'institution ?

Il nous faut, toutefois, pour relativiser la portée abrupte de cette question souligner l'importance croissante octroyée à la dimension didactique de la formation disciplinaire et introduire une condition qui ne relève plus de la seule institution. Le fait que le volet disciplinaire perde son caractère hégémonique dans la composition des épreuves du CERPE en 1995, au profit d'un volet « pédagogique » clivé désormais en deux parties déterminées, à savoir, une analyse de travaux d'élèves et une analyse didactique (12 points sur les 20 points de l'épreuve), rend compte d'une évolution conjecturée par M.L. Peltier : l'analyse de travaux d'élèves permet, au-delà d'une analyse se référant aux objectifs et contenus définis par les programmes officiels, une réflexion sur les conceptions des élèves et suppose, par conséquent, un apport explicite de connaissances didactiques « théoriques » dans le cadre de la formation. A ce titre, et même si l'arithmétique « théorique » demeure plutôt circonscrite au seul volet disciplinaire, l'origine des arguments, qui peuvent tendre à légitimer les plans d'études en mathématiques, réside dans une conception des connaissances nécessaires au professeur d'école, promue, certes, par l'institution, mais nourrie par les travaux issus de la recherche conduite dans le champ de la didactique des mathématiques.

- La caution des chercheurs en didactique des mathématiques, en charge pour la plupart d'une tâche de formation, induit donc l'existence de conditions favorables à l'existence de ces plans de formation (en l'occurrence, à la présence d'une arithmétique non réduite à sa seule composante pratique et élémentaire), relevant des instances universitaires.

Les travaux de M.L. Peltier sur lesquels nous nous sommes assez largement étendus, ne sont pas isolés. Il nous suffit de citer, pour cette même période, les travaux de recherche menés notamment sur les stratégies de formation : les thèses d'A. Kusniak, « *Etudes des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs du premier degré »,* Paris VII, (1994), de C. Houdement, « *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies »,* Paris VII, (1995), de R. Neyret, « *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM »,* Grenoble 1, (1995), illustrent les perspectives mathématique, didactique et professionnelle qu'entrouvre l'étude de certaines notions d'arithmétique « théorique » dans le cadre de la formation. La notion de congruence, pour le premier, la division euclidienne pour la seconde, tendent notamment à justifier de la pertinence d'une arithmétique élargie à une composante qui en éclaire l'entendement.

- Une contrainte, cruciale, repose sur l'adéquation du plan de formation en mathématiques des professeurs d'école avec les contenus d'enseignement de l'école primaire.

L'émergence des IUFM coïncide, comme nous l'avons signalé, avec un mouvement, qui subordonne à une « réflexion sur les contenus d'enseignement », une réorientation de la politique scolaire, les programmes à l'œuvre dans les écoles primaires sont ceux de 1985 ; la modification du dispositif d'évaluation des connaissances disciplinaires et « pédagogiques », (ces dernières étant entendues au sens que lui attribuent les concepteurs des sujets) s'impose avec la mise en œuvre des nouveaux programmes de l'école primaire en 1995 ; un nouvel esprit de réforme souffle actuellement, alors que sont mis en œuvre les programmes applicables depuis la rentrée 2002-2003. Si nous pouvons déceler l'influence des connaissances didactiques et des compétences qu'elles induisent, tant dans la conception des programmes du primaire que dans la conception de la formation, il demeure que les connaissances disciplinaires nécessaires au futur maître et définies officieusement, semblent peu sensibles à ces évolutions (si nous nous en tenons à la teneur des épreuves du concours).

Comment naïvement interpréter cette adéquation entre plans d'études et programmes, adéquation qui préserve l'existence d'un ensemble de connaissances originellement défini dans l'institution de formation ? L'une des possibles explications résulte de la fonction du formateur.

Le formateur conformément à un code déontologique qui lui « impose » de discerner les « enjeux sociaux et politiques » du « domaine circonscrit » dont il a la maîtrise, apparaît comme acteur obligé dans un processus d'acculturation déterminé par la mise en œuvre de chaque nouveau programme officiel ; certes, mais c'est dans sa capacité à discerner les « enjeux » de sa discipline que peut résider le pouvoir du formateur de préserver des connaissances non explicitement liées aux contenus de l'enseignement primaire.

Ce rapport d'assujettissement n'est peut-être qu'une contrainte apparente qui occulte la possible co-fécondation des plans d'études des IUFM et des programmes de l'école primaire, mais quoi qu'il en soit, la nécessaire co-détermination des plans et des programmes fait intervenir des conditions liées, à nouveau, à une politique éducative <u>nationale officielle</u> et aux interprétations que les acteurs des institutions, IUFM, « école primaire » tendront à faire adopter comme localement légitimes.

- Ces interprétations dont rendent compte en particulier, les documents d'application des programmes, les ouvrages pédagogiques, les manuels scolaires et les livres du maître qui leur sont associés donnent existence à un autre type de condition de viabilité des connaissances du professeur d'école : celui qui relève du niveau de la pratique pédagogique mathématique et plus généralement de la pédagogie.

Quels que soient les possibles actuellement envisageables, ce que montrent les programmes de 1995, et plus encore ceux de 2002, c'est qu'une arithmétique pratique et théorique peut vivre dans les plans d'études des professeurs d'école ; elle existe explicitement dans les contenus d'enseignement primaire ; elle les rend intelligibles ; elle est sollicitée dans les activités de calcul ou de résolution de problèmes.

Dans les programmes de 1995, sous la rubrique « Nombres et calcul », cycles 2 et 3 confondus, nous pouvons lire : multiples de 2, 5, 10 ; division euclidienne ; critères de divisibilité.

Dans les programmes de 2002, en cycles 2 et 3, dans la rubrique « Connaissances des nombres entiers naturels », figurent explicitement : relations arithmétiques entre les nombres entiers naturels, tandis que dans la rubrique « Calcul », sous l'intitulé « Calcul réfléchi », l'utilisation, certes « implicite » pour l'élève, ce qui ne le sous-tend pas pour le maître, des propriétés des opérations <u>et des nombres,</u> est considérée comme une compétence.

Les ouvrages pédagogiques, citons notamment ceux publiés par l'INRP, parmi lesquels, la collection ERMEL, les ouvrages spécifiques portant sur la résolution de problèmes, l'argumentation, consacrent l'existence d'une arithmétique, support de l'activité mathématique de l'élève : ils convoquent explicitement une expertise du maître, qui légitime l'existence d'une arithmétique « spécifique » du professeur d'école.

En recensant ces divers indicateurs, preuve semble faite que l'arithmétique du professeur d'école bénéficie actuellement, comme en 1992, d'une légitimité inaltérable. Sur la période écoulée, la viabilité, la relative stabilité d'une arithmétique pratique et théorique dans les plans d'études des professeurs d'école, décelables particulièrement à l'éclairage des épreuves du concours, semblent aller de soi. Cette situation semble, par ailleurs, conforter l'existence d'un « savoir scolaire », d'une discipline spécifique à l'école primaire, certes sensible aux réformes officielles, mais prédéterminée en termes d'objets de savoir, et en termes d'activités ; l'esprit des réformes peut modifier les conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage, redéfinir les enjeux « sociaux et politiques » de la discipline, demeurent les objets de savoir d'une arithmétique pratique et théorique et les activités qu'ils nourrissent, à savoir, le calcul et la résolution de problème.

Une dernière caractéristique de cette arithmétique du professeur d'école ajoute à sa spécificité, illustrant par ailleurs sa résistance au cours du temps. La composante théorique de l'arithmétique s'est évaporée de l'enseignement obligatoire (le collège) entre 1985 et 1999 ; *a priori* insensibles à cette situation les programmes officieux du concours qui empruntent pourtant largement aux programmes du collège, préservent l'existence de cette composante théorique.

S'interrogeant à ce propos et inscrivant son étude dans une perspective temporelle T. Assude[5] met en évidence la résistance d'un corpus arithmétique dont la composante théorique, constituée autour des notions de divisibilité, des nombres premiers, PGCD et PPCM reste consistante depuis les débuts de la période classique, en 1886, jusqu'à maintenant. L'auteur révèle les variations que peuvent connaître les fonctions de cette composante théorique, au gré de l'évolution des « mathématiques savantes », et en fonction du niveau de recrutement des futurs enseignants, elle montre que, suivant les périodes, ces objets s'inscrivent dans un environnement théorique plus ou moins étendu ; son étude s'achève sur les hypothèses explicatives suivantes : la présence de la

[5] T. Assude, (1998), Evolution de l'enseignement de l'arithmétique et formation des maîtres, *Actes du XXVème Colloque COPIRELEM,* Loctudy, pp 103-118.

composante théorique de l'arithmétique répond aux besoins technologiques (pour justifier les techniques utilisées par les élèves), et didactiques (pour concevoir des activités de résolution de problèmes) du professeur d'école. Synthétiquement, T. Assude[6] formule ainsi : « *Notre hypothèse explicative […]est qu'il existe un primat des besoins théorico-professionnels dans la formation des PE1 qui a fait que l'arithmétique théorique n'a pas disparu comme cela a été le cas dans les programmes de référence pour cette formation (les programmes de collège).*

Les acteurs ont ici un rôle essentiel pour maintenir un « curriculum » de formation qui « logiquement » n'aurait pas du exister : l'ancien est repris lorsqu'il répond à des besoins forts de l'institution ».

Si nous limitons le champ de notre exploration à l'examen de ces conditions, nous pouvons conclure à l'instar de Candide, que pour l'arithmétique, dans les plans d'études « Tout est pour le mieux, dans le meilleur des mondes possible(s) » et nous arrêter en ce point. Or, c'est justement en ce point que réside un nœud gordien, que nous ne pouvons nous résoudre à trancher. S'agit-il du meilleur des mondes qu'il soit possible d'instaurer, ou du meilleur des mondes parmi les possibles ?

Dans le premier des cas, ce monde est un monde construit par les acteurs d'une institution insérée dans un environnement conjoncturel donné, ces acteurs répondent à des besoins générés par la conjoncture ; dans le second des cas, ce monde relève d'un choix, qui motivé par une tradition culturelle, spécifique aux institutions de formation des maîtres, préserve une composante identitaire de l'institution. Ces deux possibles n'éludent pas une dernière alternative : une certaine culture arithmétique du maître, sinon insensible aux contingences du moment, est « adaptable » à la diversité des contextes politiques, sociaux et éducatifs. Ces interprétations, fort libres, que nous suggère notre perception de la situation actuelle et que nourrissent encore les analyses précédemment citées de T. Assude nous permettent désormais de définir l'ensemble des questions auquel cette étude prétend apporter quelques éléments de réponses.

- Interroger l'apparente transparence d'une arithmétique spécifique aux futurs maîtres :

- C'est s'attacher à caractériser les « besoins théorico-professionnels » qui les légitiment au sein d'un environnement *a priori* ouvert (Institution de

[6] T. Assude, (2003), L'étude du curriculum de mathématiques entre changements et résistances, liens entre écologie et économie didactique, Document pour l'habilitation à diriger des recherches, p. 41.

formation, écoles primaire, Société) ; c'est-à-dire élucider pourquoi et comment, par qui, ils sont conçus.

- C'est donc déjà, identifier les instances auxquelles appartiennent les acteurs qui définissent ces besoins (l'institution de formation, une institution élargie à d'autres systèmes d'enseignement « partenaires », la société (savants, politiques)). C'est encore appréhender les influences respectives de ces instances, à supposer, que toutes ou certaines, révèlent leur implication dans cette élaboration.
- C'est encore déterminer les finalités, les enjeux d'une formation spécifique qui éclairent les fondements d'un pourquoi ; c'est aussi s'enquérir des moyens mis en œuvre pour que ces besoins spécifiques légitiment, d'une part, l'existence d'une arithmétique propre aux futurs maîtres, d'autre part, la viabilité d'une institution de formation des maîtres. La culture du maître, parce qu'elle se distingue de toute autre forme de culture, semble de fait, induire la nécessité d'une institution particulière : peut-on, dans la nature des besoins désignés, identifier des composants invariants, car éprouvés au cours du temps, qui rendent justement compte de cette nécessité ? Qui justifient de la résistance d'un corpus arithmétique, insensible aux aléas conjoncturels ?
- C'est donc par suite, examiner les conditions qui permettent l'émergence de ces besoins, leur évolution, leur adaptation, et de fait, reconstituer le processus historique qui fait qu'aujourd'hui, la notion même de « besoins théorico- professionnels » apparaît comme allant de soi, quand il s'agit d'expliquer l'existence d'un savoir arithmétique spécifique au futur maître.

  - Tenter de troubler l' « apparente transparence » de l'arithmétique du futur maître d'école, c'est encore appréhender, dans l'histoire des institutions de formation des maîtres, la fonction qu'un savoir particulier, l'arithmétique, joue, d'une certaine façon, sur le « façonnement de nos sociétés ».

Sans vouloir prétendre relever le défi jeté par Y. Chevallard[7] : « *On ne s'est pas donné les moyens d'apprécier le rôle des savoirs et de leur enseignement dans le façonnement de nos sociétés –et la place d'une anthropologie didactique des savoirs dans*

[7] Y. Chevallard, (1991), La Transposition didactique, postface, p. 214.

l'anthropologie- quand on reste fasciné par la forme « école » et qu'on oublie trop vite la substance qu'elle enferme ; je veux dire les savoirs eux-mêmes. Cette forme, sans doute, n'eût pas à être entièrement inventée. Elle porte en elle des héritages divers- celui du cloître, celui de l'armée. Mais ce sont les besoins en savoirs qu'il faut suivre comme le fil rouge de notre intelligence en ces choses », il s'agit de rechercher des conditions qui présideraient à l'existence d'une « discipline scolaire » emblématique de la culture mathématique primaire de la société. Si elles existent, c'est parmi celles qui tracent la trajectoire historique de l'arithmétique dans les plans d'études des maîtres et de ceux qui leur sont corrélés, les programmes primaires, que nous supposons les déceler.

Pouvons-nous donc, identifier dans l'évolution des plans d'études des maîtres, les conditions et les contraintes qui justifient l'éviction ou le maintien de certains objets d'enseignement et, qui corrélativement, président à l'instauration d'un « savoir scolaire, primaire », d'une « discipline scolaire » ? Ces conditions et contraintes forgées au cours du temps, constitutives d'un processus d'acculturation dont semble attester l'existence d'une arithmétique primaire, *a priori* jusqu'à ce jour consistante, sont-elles encore aujourd'hui, celles qui contribuent à définir les « besoins théorico-professionnels » des maîtres du XXIème siècle ?

II. Le fil conducteur de notre étude.

II. A. Le choix des objets étudiés.

A l'éclairage de ce que nous avons précédemment exposé, semblent émerger deux types d'objets, emblématiques aux yeux de l'institution, de l'arithmétique du futur maître d'école : le système de numération décimal apparaît comme le fer de lance d'une arithmétique pratique étroitement liée à la « discipline scolaire » spécifique à l'école primaire ; les propriétés des nombres, parmi lesquelles, nous focaliserons notre attention sur la divisibilité, les nombres premiers, les PGCD et PPCM, ne possèdent pas ce caractère de « nécessité d'évidence ». Ces dernières, satellites de la culture primaire, pénètrent les programmes d'enseignement primaire, tout comme elles peuvent s'en éloigner. C'est ce que révèlent, ne serait-ce que les programmes mis en œuvre depuis 1985. Les propriétés des nombres se caractérisent d'une part, parce qu'ils relèvent de la composante théorique de l'arithmétique, et d'autre part, parce qu'ils apparaissent insensibles au phénomène d'obsolescence qui provoque, par exemple, l'éviction d'une « théorie des rapports et des proportions », une des composantes théoriques dominantes des traités classiques du XVIIIème siècle.

Ce choix, nous le justifions encore, par le fait que la communauté des historiens[8] de l'enseignement accorde à la discipline « arithmétique » un rôle reconnu dans l'instauration d'une culture primaire républicaine, phénomène que nous associons à ces effets que les savoirs et leur enseignement produisent dans le « façonnement de nos sociétés ». L'éclairage qu'ils apportent, revisité d'un point de vue didactique, n'est pas sans intérêt pour élargir notre champ d'exploration : les conditions et contraintes sociales et politiques qui participent de l'instauration des institutions d'enseignement, de la définition des savoirs à enseigner, ne peuvent nous être accessibles qu'en accomplissant ce détour.

Pour la période explorée par T. Assude, c'est-à-dire, depuis l'ère de l'école républicaine, la « naturalité » de l'arithmétique primaire s'exprime alors en ces termes : elle est une discipline emblématique de l'enseignement primaire : elle occupe un habitat dans la culture scolaire que l'école primaire républicaine a produit depuis la IIIème République. L'arithmétique scolaire, c'est à dire à destination des écoles primaires, définie, structurée et organisée temporellement en fonction de directives pédagogiques qui garantissent une transposition opératoire du savoir à enseigner, a provoqué, provoque encore une acculturation conforme *a priori* encore aux intentions didactiques de la société. Discipline, elle répond à des finalités éducatives et sociales, qui tendent à réguler les conduites du futur citoyen conformément à des pratiques sociales garantes de la viabilité d'un ordre social démocratique.

A contrario, la géométrie « primaire », tant s'en faut que nous puissions d'ailleurs la dénommer ainsi, ne connaît pas la même reconnaissance culturelle ; si elle tend, depuis quelques années, à se constituer en discipline scolaire, le temps n'est pas encore advenu où sa « naturalisation » dans le programme des écoles primaires attestera de son intronisation dans la culture scolaire.

Il ne s'agit pas d'éluder l'existence d'un « analphabétisme mathématique [9]». Mais la nature et le degré de l'acculturation réalisés par l'enseignement de la discipline scolaire « Arithmétique » que révèlent ces analyses, sont des éléments qui confortent notre décision d'ancrer notre étude, tout d'abord sur ce savoir spécifique, ensuite, dans une perspective historique.

Pour élucider ces diverses questions, à savoir - comment, sous quelles contraintes et conditions, l'arithmétique des futurs maîtres, peut en amont, opérer sur la naturalisation

---

[8] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin, 1998.

[9] R. Bkouche, B. Charlot, N. Rouche, Faire des mathématiques : le plaisir du sens, A. Colin, 1991,Ch. 13 (N. Rouche), p. 219- 227

d'un savoir – quels sont les effets que ce phénomène peut produire sur l'évolution d'un corpus décliné en ses deux composantes pratique et théorique - et inversement quelle incidence l'évolution de ce dernier peut avoir sur l'acculturation de ce savoir- c'est dans un cadre nous permettant d'appréhender la fécondation mutuelle des conditions « environnementales » qui participent de l'émergence d'une discipline scolaire et des institutions dans laquelle cette dernière doit s'inscrire, qu'il nous semble nécessaire de situer notre approche. En effet, cette perspective historique révèle encore que les effets du phénomène d'acculturation produits par l'école publique républicaine rendent compte de la viabilité des institutions dont ils procèdent : les écoles primaires et l'institution chargée d'en former les maîtres.

Parmi les conditions à l'origine de l'émergence, de l'évolution des « besoins théorico-professionnels » qui peuvent, selon l'hypothèse explicative de T. Assude, assurer la viabilité des objets que nous étudions dans les plans d'études des maîtres, résident celles qui confèrent à ces besoins la marque de l'institution elle-même. Elles octroient à ces besoins la composante identitaire de l'institution : celles qui relèvent de la mémoire, de l'histoire de l'institution de formation.

C'est à travers une documentation que nous qualifierons d'officielle, empruntée pour une bonne part aux historiens de l'enseignement, ou collectée à partir de certaines de leurs indications dans les ressources réunies par l'INRP et les Archives Nationales, que nous nous proposons d'étudier les grandes étapes de l'histoire du système décimal et des propriétés des nombres dans les plans d'études des futurs maîtres, dans le contexte social et culturel qui accompagne l'instauration d'un système d'enseignement primaire.

Notre objectif est d'appréhender dans la trajectoire de ces objets, certaines des conditions et des contraintes, récurrentes ou novatrices, qui pilotent les plans d'études par le biais des « besoins théorico-professionnels » qu'elles permettent de légitimer au sein de l'institution et plus largement au sein de la société. Ces conditions et contraintes sont par ailleurs celles qui peuvent nous permettre d' apporter un éclairage sur la « double vie » d'un savoir (savoir du maître, savoir de l'élève).

Notre ambition est encore d'identifier parmi ces conditions et contraintes, celles qui *a priori*, permettraient d'entrouvrir des perspectives curriculaires pour les plans d'études officieux, actuellement mis en œuvre. Si, en effet, nous pouvons révéler que spécifiques et du savoir et de l'institution, ces conditions et contraintes ont pu se définir comme de possibles leviers de commande des plans d'études en arithmétique, il est tentant d'envisager leurs fonctions possibles aujourd'hui, en mettant en regard le contexte social et politique actuel avec des contextes passés. Si nous supposons encore que la co-détermination des plans d'études des maîtres et des programmes de l'école primaire est au cœur du processus d'acculturation des savoirs, que l'arithmétique du professeur d'école, indissociablement pratique et théorique, participe activement de l'instauration d'une culture primaire nécessairement en « développement », l'identification et la maîtrise des leviers de pilotage des plans d'études se révèlent un enjeu crucial… La viabilité d'une institution de formation « universitaire », ne réside t-elle pas dans sa capacité à anticiper, plus que toute autre institution, les effets du phénomène d'acculturation que doit produire l'institution primaire ?

II. B. Le découpage historique :

Notre plan s'articule autour de trois parties, représentatives des trois périodes que nous caractériserons dans la perspective didactique et historique de notre étude.

L'existence officielle des objets que nous étudions, dans les plans d'études des écoles normales au début de l'ère classique (première période identifiée par T. Assude), est avérée. Il s'agit donc en premier lieu d'identifier les conditions et les contraintes qui sont à l'origine de cette existence. C'est en nous référant à une documentation couvrant la période des lois fondamentales de la IIIème République (1879- 1889), que nous supposons les identifier, et obtenir à cet éclairage une description des besoins exprimés pour la formation des maîtres.

Pourquoi la première période étudiée coïncide t-elle avec les lois fondamentales de la IIIème République (1879- 1889) ?

Tout d'abord parce que l'instauration d'un édifice primaire totalisant, consacrant la dualité primaire secondaire révèle le caractère de nécessaire évidence des écoles normales primaires. Les plans d'études de ces dernières corroborent le fait que se sont constituées des disciplines scolaires : les conditions et contraintes qui déterminent la viabilité d'une arithmétique primaire, tant dans les plans d'études des normaliens que dans les écoles primaires nous apparaissent comme institutionnellement instaurées.

Cette période se caractérise, si nous nous référons au point de vue des Historiens de l'éducation, comme emblématique de la stabilité pédagogique de l'institution primaire. Cette stabilité résistante qui perdure jusqu'en 1968, se manifeste selon Pierre Albertini[10] à travers l'examen des critères suivants : l'enseignement primaire connaît peu de

[10] P. Albertini, L'Ecole en France. XIXe- XXe Siècle, de la maternelle à l'Université ; Carré Histoire ; Hachette Supérieur ; 1998. p. 71

modifications tant en termes d'effectifs, qu'en termes d'organisation pédagogique ou de contenus d'enseignement. La théorie pédagogique de l'enseignement primaire est et demeure intuitive ; les rythmes scolaires, la scolarité et son découpage temporel définissent la régularité et l'ordre qui instaurent le temps spécifique à l'institution primaire, le temps scolaire. Les conditions qui président à la cohérence et la viabilité du système sont établies : soumis à des lois auxquelles s'assujettissent ses acteurs, son fonctionnement est réglé par ces mêmes lois et ces lois, en assurant l'efficience de l'organisation, s'inscrivent dans le cadre temporel qui spécifie l'institution primaire. Le temps scolaire, ce cadre temporel, est tout à la fois le produit des lois qui confèrent à l'institution, dès lors, son apparence de système naturalisé, sa « nécessité d'évidence » et le moteur de son évolution à venir…

Le temps scolaire instauré, de la même façon qu'il se décline en ses diverses sous-institutions (écoles primaires, écoles normales primaires…), qu'il met ses dernières en corrélation, assurant de ce fait la viabilité interne de l'ensemble du système, est de même partie intégrante du cadre temporel qui régit le fonctionnement de la société. Il s'intègre à l'ensemble des cadres temporels de cette dernière, dans une hiérarchisation qui le fait passage obligé dans la vie du citoyen. L'institution primaire appartient au paysage social.

La compatibilité de l'institution scolaire avec son environnement sociétal,est assurée ; reprenons les termes de Pierre Albertini[11] : « *L'institution scolaire se situe alors au cœur de l'identité française : l'école primaire laïque, gratuite et obligatoire, résume à elle seule une sorte d'idéal français d'acculturation complète- […] l'image de l'enseignement est incontestablement positive dans l'opinion : d'une façon générale, la confiance en l'école est forte ... le métier attire à lui les meilleurs élèves des classes moyennes et populaires ; le rôle social des maîtres, débordant largement les salles de classe, s'étend à la gestion concrète des affaires communales, à la vie politique locale ou nationale, au journalisme et à la création littéraire* ». Certes, souligne t-il encore : « *[…] l'école triomphante est tiraillée de très vives tensions. L'idéologie méritocratique du système est en contradiction avec sa réalité, toujours faite d'une stricte séparation sociologique du primaire et du secondaire ; les contenus et les méthodes ne font pas l'unanimité, surtout à mesure que le temps passe […] ».*

Si la sensibilité de l'institution scolaire à l'usure du temps, aux déterminations du réel ne peut être éludée, illustrant déjà les clivages entre deux cadres temporels

[11] *ibid.* p. 61,62.

incompatibles, celui du primaire et du secondaire, elle n'en altère pas pour autant la forte légitimité sociale, politique et économique de l'institution, elle en marque l'indéniable existence institutionnelle, l'articulation de son cadre temporel à celui des diverses instances de la société. S'insérant dans l'ensemble des institutions de la société, l'institution primaire comme toutes les autres, fonctionne au temps : sa compatibilité avec l'environnement sociétal est dès lors réglée, en partie, par le mouvement qui met le temps scolaire au cœur de la vie du citoyen. Structure vivante donc sensible au temps, c'est dans son cadre temporel, *a priori* très structuré mais non figé, qu'elle trouve jusqu'à présent les moyens de s'adapter à son environnement.

En cette fin de XIXème siècle, le cadre temporel de l'institution primaire apparaît comme un donné inaltérable et transparent, l'institution est stable de par son organisation matérielle, temporelle, pédagogique. Les programmes d'enseignement pour les écoles primaires ou pour les écoles normales peuvent nous apparaître comme allant de soi. Nous pouvons dès lors, étudier les conditions et contraintes <u>présentes dans cette phase d'achèvement,</u> qui permettent aux savoirs que nous étudions de vivre au sein de l'édifice primaire pris dans sa totalité, c'est à dire caractériser le rapport institutionnel à ces savoirs tel qu'il se décline en étroite articulation dans les écoles normales et dans les écoles primaires. Ce faisant, nous pouvons identifier les conditions qui commandent à la viabilité de ces savoirs ; nous pouvons enfin, disposant de textes d'enseignement (programmes, manuels, examens institués) décrire en terme <u>d'organisation mathématique de</u> <u>référence</u> le savoir à enseigner tel qu'il se définit.

Cette étude ne peut toutefois suffire **à rendre compte de la légitimité et de la pertinence de ces objets, rapportées à la culture d'une institution primaire qui n'émerge pas *ex nihilo,* ni de la fonction que l'instauration progressive des conditions et contraintes nécessaires à l'organisation d'une arithmétique primaire, a jouée sur cette organisation.**

Plus simplement, il nous apparaît que la spécificité d'une institution primaire ancrée dans le processus historique dont procède l'Ecole laïque républicaine, peut conférer à des objets d'enseignement une légitimité et une pertinence que ne peuvent révéler les textes officiels qui seront publiés après 1880, les programmes et les manuels en usage après cette période.

<u>C'est la raison pour laquelle nous sommes amenés à considérer la période qui précède l'instauration de l'Ecole laïque républicaine.</u>

Dans cette seconde partie, nous tentons d'éclairer le processus qui historiquement, depuis la Révolution, génère les conditions et les contraintes, leviers de commande des plans d'études « normaux » et des programmes de l'école primaire de la IIIème République : nous cherchons à reconstituer la trajectoire des besoins en savoirs, en méthodes d'enseignement qu'exprime la société pour mettre en œuvre le projet d'une « éducation populaire ».

L'origine de cette période s'explique par le fait que c'est sous le régime conventionnel qu'émergent simultanément, d'une part, les premiers plans d'instruction populaire dans lesquels, novatrice, est introduite une arithmétique « révolutionnaire » et d'autre part, le principe d'une formation des maîtres.

Cette étude a pour premier objet de décrire à travers la genèse conjointe d'un savoir arithmétique à enseigner et d'une institution de formation des maîtres comment opèrent, en s'articulant, les déterminations liées au savoir et celles relevant plus largement de la légitimité d'un enseignement primaire. Elle a enfin pour second objet d'identifier les traces du processus que produit le jeu de ces déterminations dans l'élaboration des plans d'études des écoles normales et des programmes de l'école primaire et simultanément dans l'édification d'une institution primaire républicaine pilotée par les écoles normales : dans la nature des besoins auxquels répondent ces plans d'études, subsiste, nous semble-t-il, la mémoire des besoins passés et y résident encore les premières marques identitaires d'une institution de formation des maîtres.

Nous distinguons quatre « moments » fondamentaux : De la Convention à la Restauration – De la loi Guizot à la loi Falloux – Le Second Empire – Les débuts de la IIIème République.

En reconstituant donc, les trajectoires historiques croisées des deux objets (système de numération décimale et propriétés des nombres) et de l'institution primaire (écoles primaires, institutions de formation), il nous semble possible d'appréhender des éléments en partie cachés, constitutifs des conditions qui participent de la viabilité des plans d'études républicains, indicateurs d'une composante identitaire que ne peuvent totalement revendiquer les pédagogues de la IIIème République.

Dans la dernière partie de notre étude qui porte sur la période postérieure à 1889, nous cherchons à identifier les invariances et les évolutions que connaissent les plans d'études des futurs maîtres, la vulnérabilité ou l'insensibilité aux contraintes conjoncturelles des déterminations qui pilotent ces plans d'études. Ces déterminations nous les caractérisons comme les définitions que recouvrent au cours du temps l'expression des « besoins théorico-professionnels » du futur maître.

Nous distinguons quatre périodes clés, corrélées aux réformes importantes des plans d'études ou de l'institution : De 1890 à 1941 (une évolution presque sereine) – De 1941 à 1946 (la suppression des écoles normales) – De 1946 à 1969 (de la réhabilitation à la déliquescence de l'institution) – De 1970 à 1989 (la réforme des maths modernes et ses conséquences).

Nous supposons donc pouvoir, en suivant l'évolution de l'arithmétique dans les plans d'études, depuis 1889 jusqu'à nos jours, identifier dans le jeu des conditions et contraintes qui assurent à l'arithmétique sa viabilité, les fonctions historiquement observables que certaines déterminations assurent pour préserver les savoirs du futur maître et garantir en retour la viabilité de la discipline scolaire corrélée à ces savoirs.

En conclusion, nous ne prétendons pas user de pseudo-méthodes déductives ou inductives, qui, à partir de l'analyse de phénomènes observés dans le mouvement de l'histoire nous permettraient d'obtenir des modèles de prédiction… Envisager des possibles n'est pas anticiper sur un devenir. Notre unique ambition consiste à exhiber, tant que faire se peut, des conditions communes à des contextes historiques divers, qui puissent expliquer le « bon fonctionnement d'un savoir à enseigner », à savoir l'arithmétique du futur maître, en éclairant la nature et les fonctions que revêt l'expression des besoins « théorico- professionnels » de ce dernier.

L'hypothèse émise par T. Assude, reste et demeure explicative : elle ne peut être prédictive. Mais elle n'en constitue pas moins un outil d'intelligibilité pour interroger des perspectives actuellement envisageables.

III. Cadre théorique et méthodologie.

III. A. Le support de notre étude.

Notre documentation qui, nous l'avouons ne peut être exhaustive, comporte, d'une part, un ensemble de textes qui émanent des instances supérieures de la hiérarchie et qui présentent un caractère prescriptif (lois, arrêtés, instructions, règlements, circulaires, plans d'études). D'autre part, elle comprend des textes rédigés, après 1832, par des hauts fonctionnaires en charge de l'instruction publique, par des Inspecteurs généraux (des rapports) et encore des ouvrages marqués par l'influence de ces derniers, le Manuel général de l'instruction publique, le Dictionnaire pédagogique de Buisson, quelques traités d'arithmétique et quelques manuels scolaires présentés comme officiels ou d'usage répandu, des sujets d'examen. Pour la période « moderne », que nous identifions à la période comprise entre 1969 et 1989, nous devons justifier d'une quête de documentation, quelque peu erratique : notre manque de distance avec une politique éducative officielle particulièrement fluctuante, l'opacité relative que reflète le fonctionnement de l'institution Ecole Normale pilotée en terme de formation par l'action plus ou moins articulée des professeurs d'écoles normales et des universitaires, l'absence de référence à des textes de savoir officiels, voire même officieux autres que celui que peuvent esquisser les contenus des plans d'études publiés pendant cette période, les diverses interprétations locales de ces plans d'études, nous conduisent en dehors des textes officiels (plans d'études et programmes de l'école primaire) à porter notre attention sur les discours de certains des acteurs qui promeuvent les réformes ou oeuvrent à leur application, sur quelques manuels scolaires en usage dans les collèges (viviers d'une catégorie de futurs normaliens jusqu'en 1978) et les quelques épreuves d'admission à l'école normale qui portent sur nos objets d'études. Quelques ouvrages pédagogiques, quelques manuels de mathématique de l'école primaires, (présents dans les bibliothèques de l'école normale de Versailles, de celle de Cergy, de l'IREM, nous supposons qu'ils peuvent constituer une mémoire, certes partielle des contenus arithmétiques qui ont pu vivre dans l'institution), les traces enfin, « évanescentes » en ce qui concerne les objets que nous étudions (mais notre recherche n'a pu être exhaustive) que ces objets, présents dans les programmes d'études officiels laissent apparaître dans les actes des colloques des professeurs d'écoles normales, à partir des années 1970, complètent une documentation dont nous reconnaissons l'hétérodoxie historique.

La conviction qu'il nous était nécessaire, pour les périodes où nous le pouvions, de disposer d'une documentation éclairée par les historiens des sciences et de l'enseignement, nous a conduit à nous référer aux ouvrages de certains de ces historiens : le choix, que nous n'avons pu opérer pour la période « « moderne » ou fort maladroitement, de pouvoir resituer les textes officiels, les manuels dans un contexte historique ou épistémologique qui en éclaire plus précisément les enjeux, résulte, en effet, du choix du cadre théorique dans lequel nous pensons pouvoir inscrire notre étude. La théorie de l'anthropologie didactique des savoirs[12] parce qu'elle « situe l'activité *mathématique,* et donc, l'activité *d'étude* en mathématique, *dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales* », parce

[12] Chevallard Y., (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique, *Actes de l'Université d'été, IREM de Clermont –Ferrand,* p. 91.

qu'elle conduit celui qui « s'y assujettit à *traverser* en tout sens – ou même à *ignorer* – nombre de frontières institutionnelles à l'intérieur desquelles il est pourtant usage de *se tenir,* parce que, ordinairement, on respecte le découpage du monde social que les institutions établies, et la culture courante qui en diffuse les messages à satiété, nous présentent comme *allant de soi,* quasi *naturel,* et en fin de compte *obligé* », nous semble un champ « assez ouvert » pour fournir les outils théoriques, les outils de modélisation que requiert une étude motivée par le désir de rendre intelligible « l'activité mathématique », plus exactement arithmétique du futur maître dans un environnement élargi à un ensemble de pratiques sociales qui évoluent au cours du temps, par le désir encore d'éclairer comment « les institutions établies et la culture courante », dans le mouvement d'histoire qui les génère, captent le pouvoir de « naturaliser » un certain type de principes : si nous nous permettons d'interpréter le « découpage du monde social », dans le microcosme que peut constituer le monde de la formation des maîtres, ce découpage peut définir la position des sujets de l'institution, leurs activités respectives, les supports de leurs activités, c'est-à-dire, les savoirs et savoir faire auxquels se réfèrent leurs activités respectives, les principes qui justifient de ces activités et parmi ceux-ci les « besoins théorico-professionnels »…qui apparaissent comme allant de soi. Notre interprétation, abusive certainement, élude de toutes façons, la définition des possibles institutions établies à l'origine de ce découpage. Nous prétendons toutefois trouver dans ce cadre théorique, une latitude suffisante pour pouvoir y « rationnaliser » certaines de nos hypothèses.

III. B. Cadre théorique et méthodologie.

III. B. 1. Premiers éléments.

Les questions auxquelles nous prétendons apporter quelques éléments de réponses relèvent, en raison du champ élargi dans lequel nous les posons, d'une écologie sociale et culturelle des savoirs[13]. Nous supposons que ce sont parmi les conditions et les contraintes qui définissent le mode de fonctionnement social, culturel, politique, des institutions de la Société que résident celles qui permettent l'émergence de l'arithmétique, sa viabilité, ses évolutions dans les plans d'études des futurs maîtres et simultanément la genèse et la viabilité d'un système d'enseignement primaire couplé en ses deux institutions : les écoles primaires, l'institution chargée d'en former les maîtres. Il va de soi, que ces dernières, une

[13] Chevallard Y., (1988-1989), Le concept de rapport au savoir – Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de DDM et d'informatique, Lsb- IMAG, Institut Fourier, Grenoble*, p. 211.
Artaud M., (1989) *Conditions, contraintes et discours apologétique dans l'émergence de l'enseignement des mathématiques à l'âge classiques,* DEA de didactique historique, Université Cl. Bernard de Lyon.

fois établies, peuvent nous paraître comme actuellement celles dont procèdent principalement la régulation du savoir à enseigner dans les plans d'études ; certes, mais le constat reste à affiner et cette situation suppose l'existence de deux institutions « naturalisées ».

Quels sont les modèles auxquels nous pouvons requérir pour inscrire notre étude dans le cadre d'une didactique historique ? De quels outils théoriques pouvons-nous disposer, sans trop les détourner de leur usage originel ?

Tout savoir, et l'arithmétique ne fait pas exception, n'émerge pas *ex nihilo* dans la culture d'une institution : il est toujours « ancré » dans une ou plusieurs institutions. A l'aube de la Révolution, l'arithmétique existe dans une institution savante dont Laplace et Lagrange seront figures emblématiques ; elle réside encore dans des institutions d'enseignement généraux ou professionnels (certains collèges de l'Ancien Régime, les écoles préparant aux examens des armes savantes, comme l'Ecole du génie de Mézière (1748), elle est enseignée encore dans les Ecoles des frères des écoles chrétiennes, la liste n'est pas exhaustive… Le processus explicatif de l'émergence puis de l'évolution de ce savoir dans une institution de formation des maîtres relève du champ de la **Transposition institutionnelle des savoirs**[14]**.** D'où provient le savoir présent dans l'institution, comment cela se produit-il ? Il relève encore de **l'écologie institutionnelle du savoir**[15]**.** Pourquoi et comment vit-il dans cette institution ? Comment décrire le **rapport institutionnel**[16] **,** c'est-à- dire « ce qui se fait, dans l'institution, avec (*ce savoir*), comment (*ce savoir*) y est mis en jeu […), ce qu'est son destin » ?

Mais ces questions supposent déjà l'existence peu ou prou « naturalisée » d'une institution de formation des maîtres. Qu'en est-il, avant que l'avatar de celle-ci ne conquière son identité, ne devienne une institution ? Comment, dès lors, appréhender les conditions dont procède la genèse de ce rapport institutionnel ?

Il nous semble donc pertinent d'articuler plus précisément les modèles théoriques dans lesquels nous prétendons inscrire notre travail.

Nous considérerons dans un premier temps que l'institution de formation des maîtres est sinon totalement légitime aux yeux de la société, du moins existante en terme d'institution dans un environnement social donné. Dans ce cas, il peut apparaître comme établi qu'il existe un rapport institutionnel à des objets de l'arithmétique : ces objets se constituent

[14] Chevallard Y., (1988-1989), Le concept de rapport au savoir – Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de DDM et d'informatique, Lsb- IMAG, Institut Fourier, Grenoble*, p. 218, 219.
[15] *Ibid.* p. 213.
[16] *Ibid.* p. 213.

comme enjeux didactiques. Nous pouvons par exemple prétendre que sous la Monarchie de Juillet, un programme officiel, des traités d'arithmétique entérinent qu'il y a définition en cette période, d'un système d'objets articulé en un texte de savoir spécifique à l'institution. Il existe dès lors un rapport institutionnel à ces objets.

L'écologie institutionnelle du savoir conduit à établir ce que sont leurs **habitats** et leurs **niches**[17], c'est- à-dire, les endroits où ils résident, les objets à qui ils sont associés et les interrelations qu'ils entretiennent avec les objets associés, la structure et les fonctions de ces interrelations.

Dans cette approche écologique, les objets de savoir sont identifiés comme relevant d'un écosystème[18] didactique particulier. A ce propos, M. Artaud[19] met notamment en évidence dans un cours mutualisant les divers travaux portant sur ce sujet, une des conditions permettant l'existence des objets de savoir dans leur écosystème didactique, annoncée dans ce qui précède :

- <u>Le principe du tout structuré</u> : un objet de savoir ne vit pas isolé, il doit être inscrit dans un tout structuré, il doit prendre place dans une organisation mathématique. Il lui faut un ou des habitats, dans lesquels il occupe une ou plusieurs niches.

Dans le cadre de notre étude, ce sont dans les plans d'études, les textes de savoir utilisés dans le cadre de la formation, qu'ils soient officiels ou spécifiques à l'institution, que nous pensons pouvoir identifier ce principe. Par ailleurs :

- L'existence de cet écosystème étant étroitement corrélée à son « correspondant » dans l'institution « cible », (dénomination de R. Neyret[20] pour caractériser l'école primaire), les objets didactiques, produits de la transposition institutionnelle, qui les transforme en objets à enseigner à l'école primaire, doivent de même satisfaire à ce principe. Cette situation sous-tend encore que ces savoirs enseignés à l'école primaire obéissent aux contraintes chronogénétiques[21] et topogénétiques[22] qui les rendent compatibles avec le

[17] *ibid.* P. 213
[18] Artaud M,(1997) Introduction à l'approche écologique du didactique- L'écologie des organisations mathématiques et didactiques, *IXème école d'été de DDM ; La problématique écologique.* Houlgate. ARDM et IUFM de Caen. pp. (101-139)
[19] *ibid.*
[20] Neyret R., (1995), Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM, thèse de Doctorat, Université J. Fourier, Grenoble 1.
[21] Chevallard Y., (1985), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La Pensée sauvage, Grenoble, ch. 7.

système d'enseignement « école primaire » : les savoirs enseignés doivent induire que s'instaurent deux rapports distincts au savoir, l'un en position de maître, l'autre en position d'élève, ils doivent par ailleurs pouvoir être présentés selon un découpage temporel régulateur du temps didactique. Les conditions qui dans la formation des futurs maîtres peuvent leur permettre de « transposer » le savoir dont ils sont dépositaires, de conduire la chronogénèse du savoir à enseigner, d'établir une « distance » avec l'élève, doivent encore être élucidées.

Les circulaires d'application, les rapports des inspecteurs, les ouvrages pédagogiques, les préfaces des manuels nous semblent des documents susceptibles d'éclairer ces deux contraintes. En effet, sans prétendre identifier les organisations didactiques de ces objets d'enseignement dans le cadre de l'institution des maîtres (c'est-à-dire, l'ensemble des compétences didactiques, professionnelles qui incombe au futur maître), il nous semble pertinent de pouvoir apprécier une différenciation entre les deux registres épistémologiques celui du maître et celui de l'élève, en regard notamment des méthodes d'enseignement préconisées.

Le fait que l'ensemble de ces conditions et contraintes soient effectivement réalisées, peuvent corroborer dans un même mouvement la viabilité de ces objets de savoir, éclairer une dimension du rapport institutionnel à ces objets dont rend compte **leur pertinence épistémologique, professionnelle** dans l'institution de formation ; ces objets sont fonctionnels, ils sont utiles à la manipulation d'autres savoirs, et ils participent de l'éducation professionnelle du futur enseignant.

Nous avons toutefois éludé les conditions qui relèvent de la compatibilité des savoirs (qu'ils soient disciplinaires ou professionnels) « avec l'environnement sociétal, en particulier, avec la sphère de production des mathématiques, d'une part, avec l'institution des parents, d'autre part[23] ».

Les notions dont nous avons besoin pour accéder aux conditions qui président à l'émergence, puis à l'existence « durable » d'un rapport institutionnel à des objets de savoir, pour comprendre les phénomènes qui interviennent dans l'évolution des plans d'études, doivent nous permettre d'étendre notre investigation à l'ensemble des conditions jusqu'à présent écartées.

---

[22] *Ibid.*

[23] Artaud M,(1997) Introduction à l'approche écologique du didactique- L'écologie des organisations mathématiques et didactiques, *IXème école d'été de DDM ; La problématique écologique.* Houlgate. ARDM et IUFM de Caen. pp. (101-139)

Ces notions évoquées par Y. Chevallard[24] , explicitées et utilisées par M. Bosch et G. Nin[25], sont celles que nous présentons ci-dessous, quelque peu interprétées en fonction de nos finalités.

Quelles que soient les positions des sujets de l'institution (et nous élargissons à la notion d'institution, l'ensemble des systèmes d'enseignement et de formation viables ou non dans l'histoire), les conditions d'existence d'un rapport institutionnel à un objet de savoir dépendent des valeurs (fortes ou faibles) affectées à certaines variables associées à cet objet.

♦ **La légitimité épistémologique :** Celle-ci est conférée à l'objet par l'institution productrice du savoir ; les traités, les discours apologétiques des savants en constituent les vecteurs.

♦ **La pertinence épistémologique :** Elle est liée au fait que l'objet est fonctionnel, il est utile à la manipulation d'autres savoirs ; l'objet satisfait au principe du « Tout structuré ».

♦ **La légitimité culturelle :** C'est une légitimité aux yeux de la société en général ; l'objet va de soi, il fait partie du milieu institutionnel et est reconnu par la société. Cette légitimité induit donc l'existence préalable d'un milieu pour l'objet, et plus ou moins explicitement, si l'objet est un objet de savoir, que celui -ci peut être enjeu didactique d'une institution elle –même légitime culturellement.

♦ **La pertinence culturelle** : L'objet est emblématique de la culture de l'institution ; cette assertion suppose que l'institution existe, et que cette institution a produit une culture, c'est-à-dire que les effets d'un phénomène d'acculturation ont été réalisés. Elle suppose encore l'existence d'un temps institutionnel dans lequel peut s'inscrire un temps du savoir, condition nécessaire à l'émergence d'une culture de l'institution.

♦ **La pertinence et la légitimité professionnelles** : L'objet est fonctionnel dans l' « éducation professionnelle » du futur enseignant. La pertinence suppose l'existence des deux dernières conditions, induisant la reconnaissance sociale (ou légitimité culturelle) d'une profession et d'un système combinant institution de formation (au sens large) et institution d'enseignement primaire.

---

[24] Chevallard Y., (1991), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La Pensée sauvage, Grenoble, Postface, p. 216, 217.

[25] Bosch M., Nin G., (1991), L'institution dans la culture : légitimités et pertinences, *Actes de la VIème Ecole d'été de DDM,* Plestin-lès-Grèves, pp.179-183.

En dehors d'une certaine part d'interprétation qui nous est propre, la dernière catégorie de variables s'adapte plus spécifiquement au cadre de notre étude : elle nous est apparue « incontournable » au fil des réunions de travail avec notre directeur de recherche.

III. B. 2. Eclairage sur quelques éléments méthodologiques et compléments théoriques.

♦ Les conditions relevant du registre épistémologique.

L'étude des valeurs conférées aux deux premiers indicateurs repose sur les traces que traités et discours savants peuvent laisser sur les plans d'études d'arithmétique. Pilotant les plans d'études ou à l'origine d'une transposition qui détermine programmes et manuels spécifiques à l'institution de formation, ces documents éclairent le processus de transposition institutionnelle et didactique (l'élémentarisation) qui participe de l'organisation d'un savoir à enseigner, de l'élaboration d'une organisation mathématique relative à nos deux objets étudiés. De ces traités et discours dépendent encore l'existence des diverses certifications : examen d'entrée à l'école normale, brevets de capacité, baccalauréat à partir de 1946.

Ces divers supports étudiés du seul point de vue didactique, en occultant, dans ce cadre, la fonction culturelle (sociale) qu'assurent, par exemple, explicitement les certifications, peuvent nous permettre de décrire des organisations mathématiques. Nous empruntons, en vue de cet objectif, à la théorie de l'anthropologie didactique des savoirs l'outil d'analyse que se révèle être la notion de **praxéologie mathématique**[26]**.**

Une **praxéologie mathématique** peut être définie comme un quadruplet (tâche, technique, technologie, théorie).

Une tâche induit l'utilisation d'une technique. Ce couple (tâche – technique) est défini comme un savoir faire ; ce savoir faire, ne pouvant subsister isolé, nécessite un environnement technologico-théorique (technologie – théorie).

La technologie rend intelligible, justifie et produit les techniques ; la théorie, tend elle même à rendre intelligible et à éclairer la technologie.

Dans les plans d'études, les programmes détaillés, les manuels de référence et les sujets d'examens peuvent s'esquisser quelques caractéristiques des organisations mathématiques relatives à nos objets d'études. Il est notamment possible d'exhiber quelques typologies de tâches, référées à des techniques, voire à certains éléments d'un environnement technologico-théorique.

[26] Chevallard Y., (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique, *Actes de l'Université d'été.* La Rochelle- Charente-Maritime, p.91-106 (leçon1).

Ces supports peuvent éclairer, encore en partie, les divers **niveaux de détermination**[27] dont procède la définition des organisations mathématiques relatives aux objets étudiés. Ce modèle peut nous permettre d'une part, d'identifier l'« emboîtement » des organisations mathématiques dans lesquelles s'insèrent nos objets d'études et d'autre part, de pouvoir exhiber, quand elles existent, les contraintes qui, aux niveaux supérieurs, justifient de la pertinence épistémologique des organisations mathématiques « minimales » relatives aux objets étudiés. A l'éclairage de ce modèle, que pouvons-nous distinguer ?

Par exemple, au début du XXème siècle, définie initialement comme **discipline** dans l'enseignement primaire, l'arithmétique devient progressivement un **domaine d'étude,** au même titre que la géométrie, de la discipline « Mathématiques ». Nous pouvons définir deux possibles **secteurs d'études** : une arithmétique pratique, décimale, une arithmétique théorique. Des **thèmes d'études** peuvent être désignés : la numération et le calcul décimal, les propriétés des nombres… Des **sujets d'études** peuvent être distingués : la numération décimale, les critères de divisibilité…La légitimité épistémologique des objets de savoir dans l'écosystème des « mathématiques » enseignées peut se traduire par le fait que le « tout structuré » dans lequel ils résident (s'il existe) se ramifie dans les niveaux de détermination supérieurs. Les tâches que permettent de produire, en tant que sujets d'études, les objets de savoir « **motivent** » les tâches qui peuvent relever d'un autre niveau de détermination. Les propriétés des nombres vont motiver des tâches qui vont relever du thème de la théorie des fractions, le système de numération décimale motiver les tâches qui relèvent du secteur de l'arithmétique pratique… En éclairant les conditions de vie des organisations mathématiques ponctuelle ou locale (relatives à un sujet- la numération décimale ou à un thème- les propriétés des nombres), c'est-à-dire, en exhibant les contraintes que peuvent générer les divers niveaux de détermination dans l'écosystème mathématique de l'institution, leur articulation, leur cohérence, ce modèle peut encore rendre compte de la légitimité et de la pertinence épistémologiques des objets étudiés.

♦ Les conditions relevant du registre culturel : ou comment articuler approche historique et approche didactique.

Identifier l'existence des 3ème et 4ème indicateurs, nécessite de prendre en compte non seulement les conditions qui assurent à l'écosystème didactique considéré, sa viabilité dans l'environnement systémique constitué par l'institution de formation (quand elle est « naturalisée »), c'est-à-dire, l'inscription du savoir dans la culture de l'institution. Il

[27] Chevallard Y. (2001), Organiser l'étude : écologie et régulation, *Actes de la 11ème Ecole de DDM,* Corps, La Pensée sauvage, p. 41-56.

convient encore d'appréhender les contraintes de compatibilité avec l'environnement sociétal, c'est-à-dire avec l'ensemble des instances de la société qui peuvent avoir un pouvoir décisionnel sur la viabilité des objets de savoir. La légitimité culturelle de l'objet de savoir résulte de sa reconnaissance, par la Société considérée en sa totalité, qu'il doit se constituer en enjeu didactique (dans le cas spécifique de nos deux savoirs, objets d'apprentissage dans des institutions d'enseignement et /ou de formation).

La pertinence culturelle des objets, interne à l'institution de formation ; nous postulons qu'elles relèvent de la nature et de la cohérence des **fonctions,** que leur confère l'institution.

La légitimité culturelle soulève la question des contraintes de compatibilité avec le savoir savant, avec la Société (le pouvoir) ; nous postulons qu'elle s'exprime dans la conjonction, la synergie des **fonctions sociales et politiques** affectées à ces savoirs par le pouvoir (l'Etat) et par une noosphère savante. Les savoirs peuvent se voir conférer, à travers le rapport institutionnel « résultant » qui les lie à l'institution productrice de savoir et aux instances du pouvoir, une forte légitimité tant culturelle, qu'épistémologique.

Comment identifier ces **fonctions ?**

Elles résident dans les **finalités officielles**[28], et nous empruntons ici la terminologie utilisée par A. Chervel, que définissent les textes officiels à caractère prescriptif : dans ceux-ci sont décelables, les **fonctions que vont remplir ou vont être censés remplir les savoirs, dans l'institution et dans la Société.**

Les « finalités officielles » caractérisent les **intentions d'une politique éducative et pédagogique** qui opère par le biais des institutions (instauration, modification des institutions, rédaction des programmes, création d'examen).

Ainsi que le souligne fermement A. Chervel, il convient, pour adopter une posture d'historien des disciplines, de ne point « *considérer les textes officiels ou ministériels comme l'expression sublimée de la réalité pédagogique*[29] *»,* de distinguer les **finalités d'objectif**[30] (finalités que tendent à imposer les instances législatives, dans des contextes politiques et sociaux donnés) des **finalités réelles**[30] (finalités qui tendent à s'adapter aux besoins hétérogènes exprimés dans des milieux sociaux et géographiques différents) : si

---

[28] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin,1998, p. 23, 24 ; L'enseignement du français à l'école primaire, tome 1, 1791- 1879, INRP Economica, 1992, p. 14, 15
[29] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin,1998, p. 22.
[30] *Ibid*. p. 22

nous ne prétendons pas nous inscrire dans ce cadre théorique de l'histoire des disciplines, il nous semble toutefois fructueux de distinguer un second ordre de finalités fortement liées aux finalités réelles. Ce second ordre de finalités, nous le définissons comme l'interprétation des finalités officielles, opérée par les acteurs de l'institution primaire (le couple Institution de formation, écoles primaires), comme leur transcription effectuée par les instances de contrôle et de régulation d'un système d'enseignement primaire (élargi).

Les textes de la seconde catégorie (rapports d'inspection, préfaces de manuels, ouvrages de pédagogie) peuvent éclairer ces **finalités institutionnelles.** Ils évoquent notamment « la réalité des finalités officielles », en prescrivant des dispositifs (articulation de conditions et de contraintes), conçus comme les moyens d'atteindre ces finalités ; ils montrent notamment les capacités de création de l'institution, le rôle des inspecteurs généraux par exemple, dans l'amélioration du fonctionnement du système. En résultent notamment, **l'instauration et la stabilisation d'un cadre temporel**, où peut s'inscrire un découpage temporel du savoir décliné en fonction de l'emboîtement des institutions (primaires, de formation), une programmation des savoirs. En mettant en lumière la **corrélation du savoir à enseigner et d'un « art de l'enseigner[31] »**, (c'est-à-dire, ce que nous nous permettons de dénommer un peu plus loin « la codétermination des organisations mathématiques et didactiques ») ces textes révèlent les contraintes croisées auxquelles doivent s'assujettir les objets de savoir, pour devenir objets d'apprentissage, au sein d'un ordre primaire stable : méthode d'enseignement, organisation pédagogique (régulée en fonction du temps de l'institution, et en fonction des capacités des élèves) participent fondamentalement de la transposition didactique opératoire du savoir à enseigner.

Si, à l'origine de l'existence de ces objets de savoir et de leur raison d'être et de résister, se trouve la nécessité de répondre à des finalités officielles, à des choix de société

[31] Nous empruntons cette terminologie à Charles Coutel (Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL éditions (1988). Dans son commentaire «Condorcet ou l'exigence didactique à l'œuvre », l'auteur relève notamment (p. 197) un propos de Condorcet, extrait du « Discours sur les sciences mathématiques » , à propos de l'arithmétique élémentaire : « *or les premières notions mathématiques doivent faire partie de l'éducation de l'enfance [...] D'ailleurs, en ce genre, la manière d'enseigner peut se calculer comme la science elle-même ; on peut proportionner la marche de l'éducation à toutes les forces possibles de l'esprit, d'application ou de mémoire, avantage que la plupart des autres connaissances ne peuvent avoir au même degré.* » Soulignant que dans la conception de l'enseignement défendue par Condorcet il y a éviction de toute référence à « une méthode pédagogique généralisable et globale », l'auteur éclaire un de ses traits spécifiques :
« L'art d'enseigner doit se déduire de l'objet même qu'il s'agit d'enseigner sans recette empirique ou sans argumentation rhétorique ou trop générale ». C'est la raison qui dans un premier temps explique notre choix de dénommer ainsi les prémices d'un principe : celui de la co-détermination des organisations mathématiques et didactiques.

qui se traduisent dans ce contexte en termes d'enjeux didactiques, c'est à la viabilité de ces finalités au sein de l'institution primaire qu'est subordonné le **phénomène d'acculturation** dont résulte la force de la légitimité et de la pertinence culturelle de ces objets de savoir. Ce sont **dans les effets produits par ce phénomène d'acculturation** que peut s'évaluer **la distance entre finalités officielles et finalités « institutionnelles ».**

Nous supposons que c'est dans l'analyse des certifications délivrées par une institution élargie à l'ordre primaire tout entier, dans l'examen des rapports d'inspection que nous pouvons appréhender les effets de ce phénomène d'acculturation, identifier la fusion ou le clivage entre finalités officielles et « institutionnelles ».

Cette analyse nous semble pouvoir s'inscrire dans le cadre théorique de l'écologie didactique des savoirs. A l'éclairage de cet outil d'analyse que peut constituer la hiérarchie des niveaux de détermination des organisations mathématiques et didactiques, il nous apparaît concevable d'adopter, à notre façon, un postulat posé par A. Chervel, « *Le problème des finalités sert donc de révélateur, d' «analyseur » [...], lorsqu'on l'applique aux programmes officiels*[32] *».*

Les finalités officielles et les finalité réelles relèvent lisiblement des deux niveaux de détermination respectifs, la Société et l'institution ; nous n'occultons nullement le fait que ces contraintes peuvent être le produit de déterminations qui, par ailleurs, relèvent d'autres niveaux, et les marquent singulièrement, mais elles sont « affichées » au niveau de la société pour les premières, de l'institution pour les secondes. A ce titre, il nous semble fondé de penser que leur corrélation plus ou moins forte, leur visibilité, fondent le rapport de la Société aux objets de la discipline, manifestent de la force ou de la faiblesse de leur légitimité et pertinence culturelles. Ce rapport n'est pas un donné immuable. Il sublime, à un moment déterminé, l'ensemble des rapports personnels que les sujets peuvent entretenir avec les objets de savoir et montre une sensibilité extrême au contexte conjoncturel.

Ce rapport que traduit la perception de la finalité sociale et éducative d'un objet enseigné nous apparaît comme une variable déterminante. Il entretient la légitimité et la pertinence culturelles du savoir à enseigner ; il rend compte de la compatibilité entre les enjeux scolaires et les enjeux culturels, sociaux de la Société

[32] Chervel A. (1998), La culture scolaire, une approche historique, Belin, p. 23.

Ces finalités « institutionnelles » révèlent par ailleurs, à travers l'action des acteurs de l'institution, le jeu des déterminations qui régulent en un même mouvement organisation mathématique et organisation didactique institutionnelle. Elles rendent compte de la diversité des niveaux où peuvent s'inscrire ces déterminations. Le jeu inachevé, que nous avons exposé dans la première partie de cette introduction, en présentait une autre esquisse…

Le « phénomène écologique central, celui de la **co-détermination des organisations mathématiques et des organisations didactiques** [33]», ces dernières s'inscrivant dans une organisation didactique institutionnelle globalisante, apparaît encore comme un moteur du processus d'acculturation. L'identification des divers **niveaux de détermination**, (l'institution elle-même, les divers niveaux où résident les acteurs du système social et politique), d'où sont issues les contraintes qui règlent cette co-détermination, la nature de ces contraintes, leur cohérence ou leur inadéquation à un niveau donné, peut être le moyen de sonder l'efficience des organisations mathématiques et didactiques, de prendre d'une certaine façon, une mesure de la légitimité et de la pertinence culturelles conférées à nos objets en regard de cette efficience.

Nous ne pouvons donc nous limiter à rechercher les conditions de la seule pertinence culturelle des objets, c'est-à- dire à circonscrire notre champ d'étude à la seule institution « système d'enseignement primaire » : le rapport institutionnel à l'objet du savoir, ne peut livrer qu'un éclairage partiel sur la viabilité d'un savoir à enseigner, si nous rapportons celui –ci à sa possible existence dans la culture de la société.

C'est la raison pour laquelle les liens étroits ou non que peuvent entretenir légitimité et pertinence culturelle peuvent nous permettre d'établir, dans le cadre de notre étude, un parallèle avec la notion de discipline scolaire définie par A. Chervel[34]

Il écrit p. 17 : « *[…] une discipline scolaire comporte non seulement les pratiques enseignantes de la classe, mais aussi les grandes finalités qui ont présidé à sa constitution et le phénomène d'acculturation qu'elle détermine […]* » ; cherchant à définir les invariants qui peuvent caractériser une discipline, les attributs d'un *modèle idéal de la discipline scolaire*, il conclut p. 41 :

[33] Chevallard Y., (2001), Organiser l'étude. Ecologie et régulation. *Actes de la 11ème Ecole d'été de DDM.* La pensée sauvage édition, pp.41-56

[34] A. Chervel, 1998, La culture scolaire : une approche historique, Histoire de l'éducation, Belin.

« La discipline scolaire est donc formée par un assortiment à proportions variables suivant les cas, de plusieurs constituants, un enseignement d'exposition, des exercices, des pratiques d'incitation et de motivation et un appareil docimologique, lesquels, dans chaque état de la discipline, fonctionnent évidemment en étroite collaboration, de même que chacun d'eux est, à sa manière, en liaison directe avec les finalités. »

Sur quels éléments pouvons-nous fonder ce possible rapprochement des points de vue de l'écologie des savoirs et de l'histoire des disciplines pour cette discipline particulière que constitue l'arithmétique « primaire » ?

Des interprétations nous semblent « tomber sous le sens » : les contraintes de compatibilité s'expriment dans les finalités, la détermination d'un processus d'acculturation ; les conditions de viabilité du savoir enseigné peuvent être convoquées implicitement dans les constituants de la discipline : l'existence d'une dialectique ancien – nouveau, les contraintes chronogénétiques et topogénétiques qui pèsent sur « l'enseignement d'exposition », les batteries d'exercices et les stratégies de stimulation, l'évaluabilité enfin du savoir enseigné.

Dans cette définition d'une discipline scolaire, peuvent se définir les déterminations qui régissent finalement ce que nous définissons par sa légitimité et sa pertinence culturelles ; il convient, par ailleurs de souligner que l'existence des autres indicateurs apparaît alors comme nécessairement induite.

Ce modèle que nous tenterons de travailler à l'aide des outils d'analyse que nous prête le cadre théorique de l'écologie des savoirs filigrane l'organisation de notre étude. L'analyse des fonctions sociales et éducatives de la discipline « arithmétique », du processus d'acculturation qu'elle détermine, nous semble par ailleurs répondre à un souci périodiquement mis en exergue par la société. Nous ne pouvons manquer d'évoquer, dans le contexte actuel, en jouant peut-être sur le sens des mots, l'une des « compétences » que doit maîtriser le formateur, puis implicitement sans doute le formé dans le rapport Bancel : discerner les enjeux sociaux et politique de son activité, quant à la discipline qui en constitue le domaine. Un éclairage historique à ce propos ne peut que mettre en lumière la pertinence professionnelle d'une telle compétence.

Nous pouvons donc tenter une reformulation de notre problématique, quant à la « naturalité » de l'arithmétique : Pourquoi et comment, dans l'institution de formation des maîtres, les systèmes de numération et les propriétés des nombres participent de la constitution d'une discipline scolaire ?

♦ **La pertinence professionnelle des objets de savoir.**

La pertinence professionnelle des objets de savoir est fonction, comme nous l'avons souligné des deux derniers indicateurs. Fortement liée à la pertinence culturelle d'une discipline arithmétique, elle peut se caractériser par la fonction pratique et utilitaire des savoirs en jeu.

Les savoirs à apprendre sont des savoirs à enseigner à l'école primaire (cas du système de numération décimale) ; ils vont de soi ; un éclairage plus théorique sur ce savoir (élargissement aux systèmes de numération quelconques, à l'histoire des sciences) peut être légitime, le maître devant savoir plus ; les savoirs à apprendre ne sont pas nécessairement à enseigner à l'école primaire (cas des propriétés des nombres) ; ils peuvent trouver une légitimité analogue à la précédente (outil technologique pour enseigner un autre savoir, quant à lui, présent à l'école primaire : les fractions) ou justifier de leur existence comme outil technologique dans l'effectuation d'une tâche professionnelle, par exemple : « élaborer des exercices de calcul ». Les savoirs doivent apparaître étroitement associés à l'art de les transmettre. Ils peuvent selon les contextes sembler « prêts à enseigner » ou « relevant d'une transposition, d'une élémentarisation » à la charge du futur maître dans sa pratique ultérieure.

- **La légitimité professionnelle des objets de savoir**.

Elle se caractérise par une fonction sociale. Elle rend compte de la reconnaissance par la société d'une fonction, d'une corporation. Le savoir du maître, sa formation pédagogique (doctrinale) en lui conférant un statut reconnu, une position sociale, attestent de la pertinence professionnelle d'une culture qui peut ou non transcender la simple culture scolaire primaire. Elle peut se caractériser en terme de distance entre le savoir du maître et le savoir transposé à l'adresse de l'institution école primaire. Elle rend compte de la consistance de la fonction sociale du maître, de la finalité sociale d'une profession.

Sous la pertinence et la légitimité professionnelles des objets de savoir réside la conjonction de deux fonctions : l'une endogène qui relève de la technique, de la technologie professionnelle, l'autre exogène dans la mesure ou théorique, « idéologique », elle met en lumière la nécessité d'une culture spécifique de l'instituteur dont la fonction est de nourrir la culture scolaire primaire.

Nous pouvons identifier l'existence de ces deux indicateurs, dans les textes prescriptifs certes, les circulaires d'accompagnement des programmes, les instructions relatives au règlement, mais aussi, dans certaines lettres adressées par des ministres aux instituteurs, des rapports d'inspecteurs ou de Commissions. Les finalités officielles que décrivent ces documents peuvent donc éclairer la légitimité et la pertinence professionnelles des objets de savoir aux yeux de la Société, mais qu'en est-il de leur visibilité au sein de l'institution primaire ?

Ce degré de visibilité semble pouvoir se mesurer à l'aune de l'effet d'acculturation produit : la légitimité culturelle des objets de savoir qu'elle permet d'instituer, au sein de la société illustre, si elle est forte, le caractère fonctionnel de ces deux indicateurs.

Nous pouvons, dès lors, en croisant l'ensemble des conditions et contraintes évoquées, conditions qui tendent à décrire, à travers la force de leurs valeurs, l'existence avérée d'un rapport institutionnel et social à ces objets de savoir, tenter de définir des déterminations qui peuvent régler la viabilité d'une arithmétique spécifique à l'institution de formation des maîtres. Nous pouvons essayer de dégager parmi ces contraintes et conditions, les déterminations qui pourraient éclairer *a priori* les « besoins théorico-professionnels » du futur maître d'école.

III. C <u>Du choix des déterminations dont nous postulons que procède la viabilité d'une arithmétique spécifique aux futurs instituteurs, et indissociablement l'instauration d'une arithmétique « discipline scolaire primaire » ; derniers éléments de notre cadre théorique.</u>

<u>La première détermination réside dans l'existence d'une organisation réglée du savoir qui emprunte sa légitimité et sa pertinence épistémologiques à des traités savants</u>. Les objets « système de numération décimal », « propriétés des nombres » peuvent toutefois devoir leur existence à l'instauration d' un autre type de conditions. Pour le premier, sa légitimité épistémologique est subordonnée à sa légitimité politique, culturelle ensuite : la numération et le calcul décimal sont des vecteurs de l'unification nationale ; les propriétés des nombres doivent leur existence à l'importance sociale du calcul et à leur pertinence professionnelle. Il n'en convient pas moins de souligner que les praxéologies mathématiques constitutives de la « discipline arithmétique » vont emprunter leur environnement technologico –théorique, leurs techniques, voire certaines tâches à celles que peuvent déterminer les textes des traités « savants ».

Il s'agit dans un premier temps d'étudier la « ***formation***[35] *du texte d'enseignement, les conditions et les contraintes sous lesquelles il se constitue et se modifie* », c'est-à-dire d'inscrire notre étude dans un « *premier moment de l'analyse du processus de transposition didactique et, donc, de l'institution* ».

Dans un second temps, il s'agit de conduire l'analyse écologique du texte d'enseignement, « *constitué en un horizon de contraintes et un système de conditions sous lesquelles s'effectue le processus d'**émergence** et de **stabilisation (éventuelle) du curriculum*** ».

La possible identification, au cours de l'histoire de l'institution, des principes qui peuvent présider à l'existence des organisations mathématiques et didactiques, à savoir ***le principe de l'hétérogénéité historique et institutionnelle*** et ***le principe de proche développement***[36], et de leur influence respective peut par ailleurs, rendre intelligibles les processus qui aboutissent à la préservation ou à l'évolution des plans d'études et de l'institution. L'ancrage de nos objets d'étude dans les premiers plans d'études de la IIIème République marque la validité du premier principe, certaines des conditions qui, sans révolutionner celles qui prévalent à un moment donné, permettent l'instauration d'un ***nouvel ordre stable*** des organisations mathématiques et didactiques, relatives à l'arithmétique dans les institutions de formation des maîtres, peuvent *a priori* être saisies dans les textes officiels dont nous disposons.

La seconde détermination procède de la symbiose entre « savoir à enseigner et art de l'enseigner ». L'élémentarisation du savoir, c'est-à-dire, sa transposition institutionnelle, didactique, (quelles que soient les diverses acceptions du terme « élémentarisation » au cours des périodes étudiées) organise le savoir à enseigner en croisant deux contraintes : la nécessité de pouvoir découper le savoir, en fonction d'un quadrillage temporel conçu en fonction des capacités des élèves, et la nécessité de faire acquérir le savoir culturellement reconnu comme nécessaire à tous, voire utile à beaucoup. L'élémentarisation du savoir traduit la pertinence culturelle et professionnelle des objets, dans une institution qui fonde sa légitimité sur l'appropriation d'un savoir à apprendre qui doit être à enseigner, ou servir à enseigner. Elle confère aux praxéologies mathématiques de l'arithmétique « scolaire » une spécificité dont peut rendre compte l'existence de tâches liées directement à

---

[35] Chevallard Y. (1988-1989), Le concept de rapport au savoir, Rapport personnel, rapport institutionnel, *Séminaire de DDM et d'informatique,* Lsb-IMAG, Institut Fourier, p. 233.
[36] Chevallard Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : la théorie anthropologique, *Actes de l'Université d Eté,* Université B. Pascal, IREM de Clermont-Ferrand, pp. 91-118.

l'éducation professionnelle du futur maître. La programmation, l'évaluabilité du savoir en procèdent.

Il s'agit donc d'interpréter le processus de co-détermination des organisations mathématiques et didactiques, particulier à une institution de formation des maîtres.

La troisième détermination rend compte de la nécessité que ces savoirs s'inscrivent explicitement dans un projet éducatif totalisant. Celui-ci confère à l'école le pouvoir de légitimer la pertinence du régime au pouvoir, justifiant de fait, de l'existence des institutions de formation et d'enseignement. Les finalités officielles, éducatives car fondées sur une instruction qui transforme les conduites des sujets, qui peut promouvoir socialement, culturelles car garantes de la régulation du fonctionnement des structures de la société doivent se juxtaposer aux finalités que l'institution de formation peut s'imposer. La légitimité et la pertinence culturelles des objets de savoir commandent que fusionnent les finalités de la société avec celles de l'institution. Les fonctions éducatives et sociales de l'arithmétique « discipline scolaire » au sein de l'institution de formation définissent précisément les fonctions de ce même savoir, hors de l'institution primaire dans un cadre élargi à l'environnement sociétal.

La quatrième détermination est celle qui répond de la légitimité d'une institution de formation : les savoirs en jeu participent de l'émergence d'une doctrine « normale », dans laquelle l'articulation « théorie – pratique » est le noyau fédérateur du plan d'études. Elle éclaire la pertinence professionnelle des objets de savoir, associant dans un même élan, la légitimité et la pertinence épistémologiques de ceux-ci à leur pertinence culturelle. Les objets de savoir peuvent alors se révéler comme emblématiques de l'institution : objets d'étude, élémentarisables, élémentarisés, ils se mutent en objets enseignables ou en outils servant à enseigner au sein de l'institution Ecole primaire, conformément à une pratique éclairée par la doctrine, la pédagogie normale.

Nous postulons que ce dispositif d'analyse peut nous permettre d'étudier les conditions qui éclairent le caractère de nécessité des besoins théorico-professionnels propres aux objets étudiés, et par conséquent la résistance de ces objets de savoir dans les écosystèmes didactiques que peuvent constituer les plans d'études successivement dressés au cours de l'histoire. Les conditions et les contraintes qui règlent l'instauration, l'évolution de ces quatre « déterminations » nous semblent susceptibles d'éclairer l'évolution de l'arithmétique dans les plans d'études, voire d'apporter des éléments de réponses quant aux possibles modifications que peuvent connaître les plans d'études actuels.

Ce dernier point suppose que nous précisions certains aspects de notre méthodologie.

III.D Pistes à explorer et dispositifs d'investigation.

Une première piste : spécifier la nature de la relation qui unit l'objet de savoir à l'institution dans laquelle il est objet d'enseignement, c'est-à-dire l'ancrage historique d'un rapport institutionnel en caractérisant quelques phénomènes qui ont généré cette situation.

La co-émergence de l'arithmétique dans un programme d'enseignement populaire et d'un principe de formation des instituteurs n'est pas un phénomène anodin. L'institution va naître des besoins en savoirs exprimés par la société. L'arithmétique du peuple est, en partie notable, à l'origine de l'institution.

C'est dans l'ancrage de cette arithmétique dans l'histoire de la société (c'est la société qui désigne ses éléments comme objets d'enseignement populaire), mais aussi dans l'histoire de l'institution, que nous pouvons supposer appréhender une discipline emblématique de l'institution de formation, une composante « identitaire » de sa culture.

Une seconde piste : appréhender dans l'émergence et l'évolution des plans d'études des maîtres les influences conjointes du texte de savoir et d'un temps « didactique », c'est-à-dire, la ***formation historique du temps didactique***[37] spécifique à institution primaire (prise dans sa globalité). Le cadre temporel qui se constitue, prête aux deux institutions – école primaire – école normale primaire, leurs statuts organiques, et leurs programmes d'enseignement. Le quadrillage temporel qu'instaure la mise en place par la société des diverses instances de contrôle et de surveillance de l'institution, vise à générer un ensemble de conduites réglées, pour les sujets de l'institution et à produire un découpage du savoir enseigné qui rende possible cet ensemble de conduites.

De l'achèvement d'un cadre temporel, dont la structure gigogne est l'œuvre d'une longue gestation peut résulter la définition précise du savoir enseigné, sa déclinaison dans les diverses sous-institutions du système d'enseignement primaire, l'instauration officielle d'un temps du savoir. Les contraintes (liées au découpage temporel) auxquelles est subordonné le texte du savoir enseigné créent les conditions du fonctionnement du système, comme les contraintes de fonctionnement règlent l'ordonnancement du texte de savoir. L' élémentarisation, la programmation, l'évaluabilité du savoir, qu'induit ce

[37] Chevallard Y., Mercier A., (1987), Sur la formation historique du temps didactique, *publication de l'IREM d'Aix- Marseille.*

quadrillage temporel, sont en œuvre pour favoriser l'apprentissage, pour générer un phénomène d'acculturation.

Ce cadre temporel n'est pas un donné transparent.

C'est pour cette raison qu'il nous semble raisonnable de chercher à identifier dans l'émergence même des institutions, comment le quadrillage temporel qui s'opère, modifie les programmes d'enseignement quant aux objets que nous étudions et comment simultanément ces objets de savoir influent sur ce quadrillage temporel.

En conclusion, appréhender ce qui peut rendre compte de la « naturalité » de cette composante arithmétique dans la culture du maître nous conduit donc à rechercher, dans la genèse de l'institution, les conditions et les contraintes externes qui vont conduire à l'établissement d'un système primaire dont l'ordre et la régularité sont les facteurs principaux de sa reconnaissance institutionnelle, les conditions tout à la fois internes et externes qui sont les conditions de sa cohérence, à identifier enfin les conditions qui président à l'émergence de sa temporalité propre.

C'est donc, parce que nous postulons que l'arithmétique est d'une certaine façon, tout comme la langue française, à l'origine des conditions nécessaires à l'émergence d'une institution pour l'instruction du peuple, que nous pouvons dresser l'ensemble des questions auxquelles la société se devra de répondre pour que se constitue l'institution nourricière d'une culture primaire. Le postulat induit en effet naturellement la question du principe d'un programme d'enseignement pour le peuple, et soulève simultanément la question d'une formation des enseignants destinés à instruire le peuple.

Cet ensemble de questions n'est pas pour autant spécifique d'une période, certaines de ces questions gardent leur actualité ; elles éclairent encore des possibles. Cependant, nous chercherons à démontrer que les réponses passées influent sur celles que les pédagogues d'un ordre républicain stabilisé apporteront à leur tour, tout comme elles peuvent influer encore sur les réponses à venir.

Ces questions sont fort simples, ce qui n'est pas le cas des réponses apportées au cours des périodes étudiées ; elles tendent à rendre compte de l'existence d'un processus, qui d'une ébauche de programme d'enseignement (pour le peuple, et les maîtres chargés de l'instruire) conduit à sa réalisation « naturalisée » aux yeux de la société et qui crée, structure, stabilise l'institution primaire tout entière.

Le processus repose sur un principe fondateur :

Il y a reconnaissance par la société d'une nécessité : l'instruction populaire représente la condition nécessaire à l'instauration d'une unification nationale. La langue française, le système légal des poids et mesures (et par ce biais, la numération décimale et le calcul) sont des enjeux politiques, sociaux et économiques.

Le processus est achevé à partir de l'instant où ces objets de savoir apparaissent comme naturalisés, objets culturels. Leur forte légitimité culturelle réside dans le fait qu'ils sont à l'œuvre dans les pratiques sociales de la société.

Cette situation a donc nécessité que la société apporte, sinon définitivement, du moins de façon durable et en cohérence avec les règles qui régissent son fonctionnement (la co-articulation de deux principes : le principe d'un savoir nécessaire, accessible à tous, conférant à l'individu un pouvoir sur son existence et le principe d'un ordre social stabilisé) des réponses aux questions qui suivent ; ce sont les réponses qui éclairent les étapes du processus :

1. L'éducation populaire (reconnue comme nécessité) est-elle une dette, un devoir de l'Etat, envers la société ? Quelle doit être la part d'implication, de responsabilité de l'Etat ?

Si ce n'est ni une dette, ni un devoir, l'Etat ne peut revendiquer un droit de contrôle, par contre, dans le cas contraire, la surveillance et le contrôle de l'Etat se déploient, et ce faisant, instaurent l'existence d'une institution primaire, lui confèrent une forte légitimité culturelle. La réponse réside dans l'existence ou la non existence d'une institution primaire laïque, institution d'Etat.

2. Quelles doivent être les finalités d'une éducation populaire ? A quels enjeux doit elle répondre ? Quelles sont celles d'une arithmétique pour le peuple ? Comment l'arithmétique s'inscrit-elle dans un projet global d'éducation ?

-L'enjeu peut être social, humaniste : c'est l'amélioration des conditions d'existence de l'individu, sa participation au progrès social qui domine.

-L'enjeu peut être économique : les compétences des individus doivent contribuer au développement industriel, commercial, rural de la nation.

-L'enjeu peut être politique : l'instauration de l'ordre public nécessite des citoyens respectueux des institutions, connaissant les règles de l'ordre établi.

Avant que l'Etat n'établisse un contrat, dans lequel s'articulent de façon cohérente les parts relatives de chacun de ces enjeux, l'institution ne peut connaître de stabilité. La réponse se trouve dans la définition de la fonction sociale de l'école que finit par établir l'Etat (la responsabilité de ce dernier s'avérant effective). L'institution fortement ancrée dans la culture de la société doit satisfaire simultanément aux trois enjeux si elle veut rendre compte de son efficacité, de sa capacité à produire une acculturation garante sa légitimité et sa pertinence culturelle.

En parallèle des principes questionnés, se soulèvent les questions pragmatiques

3. Quelle institution pour éduquer, instruire les classes populaires ? (le comment)
4. Quel contenu d'enseignement ? (le pourquoi) Quelle part accordée à l'arithmétique ? Quelle fonction octroyée à ce savoir ?

Subordonnées aux questions 1 et 2, les réponses à ces questions éclairent la fonction de l'instruction primaire (vecteur de l'ascension sociale, garante du malthusianisme de la société).

5. Quelle(s) institution(s) pour former les maîtres ?
6. Quel contenu pour le plan de formation des maîtres ? Quelles part et fonction octroyées à l'arithmétique ?

De même, corrélées aux questions 1 et 2 et évidemment aux questions 3 et 4, les réponses apportées peuvent rendre compte du statut et de la fonction sociale de l'instituteur, et donner la mesure en terme d'efficacité (en fonction des enjeux fixés par la société) de la formation de ce dernier. Elles nous livrent un éclairage sur les six indicateurs, légitimité et pertinence culturelles, légitimité et pertinence épistémologiques, légitimité et pertinence professionnelles, qui peuvent conforter ou compromettre la viabilité d'une arithmétique discipline scolaire. C'est dans la cohérence des réponses successives apportées à l'ensemble des questions , que peuvent se constituer les quatre déterminations que nous supposons garantes de la viabilité de la discipline : émergence de praxéologies mathématiques élémentarisées, adaptation d'un art d'enseigner à un contexte sociologique spécifique, introduction d'une doctrine normale fondée sur une conception de l'articulation théorie-pratique, reconnaissance de la fonction éducative et sociale d'une arithmétique pour le peuple. Dans les réponses à l'ensemble des questions résident encore les variables déterminantes pour l'évolution des plans d'études à venir. La forte corrélation des questions en constitue le pivot.

Ce sont donc les réponses à ces questions, au cours du temps, qui vont éclairer le processus dont résulte l'émergence et l'évolution d'une arithmétique constituée en discipline scolaire, l'évolution des plans d'études des maîtres, leur proche développement.

La recherche des conditions et contraintes qui règlent le déroulement du processus consiste, donc, à identifier les réponses apportées à ces questions par les régimes qui se succèdent de la Convention, jusqu'à nos jours.

Où trouver les réponses ? Dans la documentation officielle, pédagogique, historique que nous nous sommes proposés d'étudier et qui peut nous éclairer sur :

- l'environnement sociétal : le régime en place (les Ministres de l'Instruction publique s'en font les porte-parole) ; les courants ou partis en opposition avec le pouvoir ; l'opinion publique. C'est l'environnement sociétal qui pèse sur les principes qui fondent les institutions (1 ; 2) ; il contribue à définir l'organisation des institutions (3 ; 5) ; il organise peu ou prou l'espace de surveillance de ces institutions (statut organique, quadrillage temporel) ; il influe sur les contenus d'enseignement (4 ; 6) ; le principe de certification des instituteurs, des élèves lui appartient.

Les conditions et contraintes, que traduisent les réponses, apparaissent comme externes au système d'Instruction primaire, mais elles en génèrent d'autres, à l'intérieur même du système : celles-ci règlent le fonctionnement interne du système.

- les conditions d'existence des savoirs et de l'institution primaire dans laquelle ils vivent : les habitats du savoir (programmes, manuels, certification), les méthodes pratiquées ; la doctrine qui fonde leur légitimité. Elles sont à l'origine de l'émergence d'un temps scolaire qui opère par l'intérieur, se régulant à partir de la trame du quadrillage temporel imposé par les textes officiels (espace de surveillance et de contrôle). Au quadrillage temporel fixé peut s'articuler progressivement un découpage lié à la construction du savoir. Le temps scolaire devient temps didactique. Dans le même mouvement s'effectue la définition d'un savoir déployé en ses deux composantes pratique et théorique et la « transposition » des contenus de savoir, locales aux institutions, mais aussi en interrelation.

Ces conditions et contraintes peuvent avoir une origine certes exogène, elles sont en partie, imposées de l'extérieur, mais leur usage au sein de l'institution en régulant la viabilité du système produit un réel propre à l'institution elle-même. Ce réel produit, au cours du temps, influe notablement sur les réponses aux questions 3,4,5,6.

En interprétant ces réponses, étroitement corrélées, à l'aide de notre cadre d'analyse, nous pensons pouvoir mettre en évidence quelques éléments susceptibles d'éclairer les caractéristiques d'une organisation « arithmétique » (mathématique et didactique) en

« zone proximale de développement », tout au cours de son histoire et ses constituants fondamentaux, en partie, sensibles aux évolutions de l'environnement sociétal.

- Nous pensons pouvoir établir la corrélation entre les conditions qui permettent l'existence des objets retenus dans la formation des instituteurs et la valeur de leurs légitimités et pertinences épistémologiques et professionnelles, c'est-à-dire la reconnaissance aux yeux de l'institution des besoins théorico-professionnels du futur maître ; les plans d'études, les textes de savoir utilisés pour la formation, les circulaires d'application, les rapports des inspecteurs, les ouvrages pédagogiques et les préfaces des manuels élémentaires nous permettent ce constat.
- Nous pensons encore pouvoir mettre en lumière la codétermination des fonctions de l'arithmétique, liées aux finalités officielles et à leur ré-interprétation par les acteurs de l'institution et des enjeux éducatifs, sociaux et politiques désignés par la société. La légitimité culturelle de la discipline « arithmétique » qui peut en résulter, éclairée par le phénomène d'acculturation que produit la convergence des finalités officielles et institutionnelles peut s'illustrer dans les textes prescriptifs, les rapports des inspecteurs, les ouvrages pédagogiques, les manuels élémentaires en usage. Elle peut rendre compte de l'influence d'une pédagogie institutionnelle érigée en doctrine.

Du jeu entre ces deux contraintes résulte l'évolution des quatre déterminations définies, déterminations dont nous postulons qu'elles règlent la viabilité d'une arithmétique spécifique à l'institution de formation des maîtres. C'est désormais, dans les modifications possibles de ces déterminations que peut résider, pour la praxéologie relative à l'arithmétique, un nouvel ordre stable. C'est du moins, ce qu'à l'éclairage de notre cadre d'analyse, nous allons tenter de démontrer.

Partie A

Des conditions et contraintes qui permettent à l'arithmétique de se voir conférer une forte pertinence culturelle dans les plans de formation des écoles normales du début du 20ème siècle.

Nous tendons à démontrer, dans cette première partie de notre étude, que la pertinence culturelle de l'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales contribue à instaurer la légitimité culturelle de l'ordre primaire, tout comme réciproquement l'édifice primaire révèle, par l'efficience de son organisation, qu'il est le moteur d'un phénomène d'acculturation dont procède la légitimité culturelle d'un ensemble de savoirs accordant une forte influence à une arithmétique primaire.

Nos hypothèses sont les suivantes :

L'arithmétique enseignée à l'école normale s'inscrit dans le cadre des conditions qui contribuent à instaurer l'édifice primaire lui-même, tant dans ses dimensions idéologique, qu'organique ou temporelle. L'étendue des objets qu'elle recouvre, les organisations mathématiques dont elle dispose, la méthode d'enseigner qu'elle sous-tend, et les fonctions institutionnelles et sociales qu'elle remplit, lui confèrent le pouvoir de répondre de la viabilité de l'institution, et plus encore de sa nécessité dans l'environnement sociétal.

Elle apparaît comme déjà emblématique de la culture de l'institution ; mais, au-delà de son appartenance à une culture spécifique, qui pourrait être fixée par un contexte social et politique mouvant (considérons par exemple, la présence de la morale laïque dont la trajectoire dans les programmes va être tout autre), l'arithmétique, qui trouve son habitat dans les plans d'études des écoles normales, transposée fidèlement dans les écoles primaires en une discipline scolaire, peut pénétrer les pratiques sociales de l'ensemble des citoyens, les transformer, les réguler, les adapter au nouvel ordre social mis en place par le régime républicain.

Le plan que nous nous proposons de suivre tend à mettre en évidence la consistance de ces deux hypothèses.

Comme nous postulons que c'est dans l'organisation même de l'édifice primaire, le statut organique qui le régit, le temps du savoir qu'il produit, que nous pensons identifier des conditions et des contraintes qui ordonnent et réglementent le texte du savoir enseigné et qui répondent simultanément de la régulation du système d'enseignement primaire, nous commençons par brosser un descriptif de l'édifice primaire entre 1881 et 1889. Nous ne pouvons détacher la pierre angulaire, l'école normale, de l'ensemble de l'édifice. C'est donc dans l'ensemble du dispositif que nous pouvons saisir des éléments révélateurs de la pertinence culturelle des objets de savoir étudiés, à savoir le système de numération décimale et les propriétés des nombres. Nous établissons, à partir d'un « état des lieux », comment l'arithmétique, et plus spécifiquement le système de numération décimale et les propriétés des nombres, vivent dans le programme d'étude des écoles normales, entre 1881 et 1889. C'est à partir des « habitats » et des « niches » qu'occupent ces objets de savoir spécifiques tout d'abord dans la formation normale, puis dans ses déclinaisons dans les différents degrés de l'ordre primaire que nous tenterons de définir l'organisation mathématique qui leur est propre. Dans cette partie, nous privilégions ce qui relève de l'ordre des savoirs : la légitimité et la pertinence épistémologiques qui résultent de la cohérence des organisations mathématiques restent « privées » ; elles sont spécifiques du fonctionnement interne de l'institution : elles sont institutionnelles.

Nous abordons ensuite comment, à travers les finalités affichées en terme d'enjeux éducatifs, le savoir arithmétique primaire, objet de l'institution primaire, émergeant officiellement dans la culture de la société, s'inscrit dans un cadre fonctionnel qui sort des limites du seul champ de l'éducation intellectuelle. Les fonctions que l'arithmétique « primaire » assure en prêtant aux principes fondateurs de l'institution sens et opérativité, rendent compte d'une pertinence sociale qui se traduit plus généralement dans les liens de solidarité qu'entretiennent le pouvoir, la société et son école. Nous nous attachons à préciser les fonctions de ces savoirs arithmétiques notamment à travers l'étude du caractère modélisant que tendent à diffuser les supports de l'activité mathématique, les problèmes. Nous chercherons encore à les appréhender à l'éclairage que la pédagogie normale jette sur cette discipline, et enfin à les saisir dans la nature des épreuves du certificat d'études primaires. Il s'agit donc, dans cette seconde partie, d'identifier les relations entre des organisations mathématiques et les principes organisateurs d'un système d'enseignement « totalisant ».

Nous postulons donc, que l'éclairage que peut nous donner ces divers éléments peut confirmer la forte pertinence culturelle dont peut se réclamer l'arithmétique pendant cette période

I. L'édifice primaire entre 1881 et 1889 : des lois Ferry à la loi Goblet ou l'instauration du contrat entre l'Etat, son école et la Société ; de la nécessaire existence d'une école normale primaire, chapeautée en amont par une nouvelle institution : l'Ecole

normale primaire supérieure, garantie de l'orthodoxie et de la transmission de la doctrine normale.

1.1 D'une succession de lois « ponctuelles », stratégiquement programmées dans le temps, jusqu'à l'achèvement d'un ordre tout structuré et clos :

La « loi organique de l'enseignement primaire» signé par Goblet le 30 octobre 1886, le décret du 18 janvier 1887 et l'arrêté du même jour sur les programmes définissent le statut organique et forment l'ensemble réglementaire d'un ordre primaire constitué en appareil étatique d'enseignement. Les deux derniers documents constituent jusqu'en 1960, ainsi que le souligne A. Chervel[1] un « Recueil des Lois et Règlements » ; ils constituent les textes officiels, qui au gré des réformes évoluent tout en gardant leur cohérence.

Ces règlements ont été précédés par les lois Ferry qui constituent **l'enseignement primaire en service public :** la gratuité totale (loi du 16 juin 1881), l'obligation (loi du 22 mars 1882). La laïcité des programmes et la laïcité du personnel, corollaires de l'obligation, sont édictées dans la loi du 30 octobre 1886. Cette dernière réalise le dessein de Ferry, ainsi que l'exprime A. Prost [2]*: « Pour Ferry, la sécularisation de l'école et de la morale vise à fonder sur des bases positives, incontestables, l'unité de l'esprit national ».* Participer de <u>l'instauration de l'unité de l'esprit national</u> est la finalité première de l'enseignement primaire : elle induit une rationalité fondée sur la fusion de la morale et d'une « croyance » positiviste dont il semble légitime d'affirmer qu'elle justifie de l'influence des sciences « appliquées » dans les programmes d'enseignement.

L'achèvement de l'architecture de l'édifice primaire s'inscrit dans **le mouvement qui a préalablement régénéré les écoles normales.** J. Ferry adopte la stratégie politique de Guizot qui, en 1832, établit la Charte des écoles normales avant d'édicter en 1833 la loi sur l'instruction primaire. J. Ferry[3] réaffirme, tout comme Guizot : *« Il n'y a pas d'enseignement public sans les écoles normales ».* Il prend les mesures qui font de l'école normale un instrument de l'Etat, puissant, centralisé, normalisé. La loi du 9 août 1879, ayant pour objet la création de nouvelles écoles normales a institué dans chaque département une école normale de jeunes filles, celle du 16 juin 1881, relative aux titres de capacité de l'enseignement primaire, exige pour tout le personnel enseignant la possession du brevet de capacité. Le décret du 29 juillet 1881 met les écoles normales sous la seule autorité du recteur, émanation directe du Ministre ; les décrets du 13 juillet 1880 et du 30 décembre 1882 créent les écoles normales

---

[1] A. Chervel, L'enseignement du français à l'école primaire, tome 2, 1880-1939, INRP, Economica, 1995, p. 42.
[2] A. Prost, 1968, Histoire de l'enseignement en France, 1800- 1967, A. Colin, p.196.

primaires supérieures : elles recrutent les instituteurs, puis les normaliens pour les former à l'enseignement dans les écoles normales et les écoles primaires supérieures. Les décrets du 21 janvier, du 29 juillet et du 3 août 1881 définissent respectivement les modalités du concours d'admission à l'école normale, élargissent le cadre de l'enseignement, y introduisant notamment l'instruction morale et civique, la pédagogie, publient l'emploi du temps, les programmes d'étude auxquels sont ajoutées des instructions générales sur les méthodes à suivre, la répartition horaire hebdomadaire des matières d'enseignement. Comme l'écrit, E. Jacoulet, l'auteur de l'article « Normale », dans le Nouveau dictionnaire de pédagogie : « *Les maîtres savaient où ils devaient aller et jusqu'où ils devaient aller, et par quelles méthodes : l'unité succédait à la diversité des interprétations, la règle à l'incohérence*[4] *».*

L'organigramme de l'édifice primaire peut se représenter ainsi que le décrit G. Laprévoté (Les écoles normales primaires en France 1879- 1979, P.U. Lyon, 1984)

Ministre

Inspecteurs généraux Recteurs

Enseignement supérieur

Ecoles normales primaires supérieures

Inspecteurs d'Académie

Ecoles normales primaires

Inspecteurs primaires

Ecoles primaires

Il met en évidence tout d'abord l'existence d'un **ordre primaire** qui consacre la dichotomie entre primaire et secondaire. Il se présente comme une structure gigogne qui fonctionne en circuit fermé. Une administration scolaire émancipée de toute influence qui ne relève pas directement du Ministre, hiérarchisée, réglementée par l'article 9 de la loi du 18 janvier 1887, exerce la fonction de surveillance, de contrôle, de régulation du système.

Les écoles primaires constituent, elles-mêmes, une structure gigogne à l'intérieur de l'organisation.

La loi sur l'organisation de l'enseignement du 30 octobre 1886 (dite loi Goblet) stipule :

---

[3] Nouveau dictionnaire de pédagogie, p. 1416, article Normales (écoles).
[4] *Ibid.* p. 1416

Article 1. – L'enseignement primaire est donné :

- Dans les écoles maternelles et les classes enfantines ;
- Dans les écoles primaires élémentaires ;
- Dans les écoles primaires supérieures et dans les classes d'enseignement primaires supérieures annexées aux écoles élémentaires et dites « cours complémentaires » ;
- Dans les écoles manuelles d'apprentissage, telles que les définit la loi du 11 décembre 1880.

Cette structure restera stable jusqu'en 1941 (transformation des EPS en collèges), sauf en ce qui concerne les écoles manuelles d'apprentissage. Ces dernières écoles passent en 1892, (loi du 26 janvier) sous l'autorité du Ministère du commerce : cette situation illustre à la fois un échec de la politique éducative de Ferry, mais aussi la position des législateurs quant à la finalité du système éducatif. Si les écoles d'apprentissage relèvent en 1887 de l'enseignement primaire, c'est, qu'entre autres, F. Buisson, directeur de l'Enseignement primaire de 1876 à 1896, considère que la meilleure école d'apprentissage est celle qui, prolongeant la scolarité, doit apporter un complément d'instruction aux futurs ouvriers. Opposant « les aptitudes pratiques qui font l'ouvrier » aux « aptitudes intellectuelles qui font l'homme [5]» et faisant siennes les convictions de J. Ferry, prônant des écoles primaires supérieures à la fois primaires et professionnelles, il s'oppose aux partisans de l'apprentissage. Ce sont des arguments budgétaires qui désamorceront la polémique au profit des partisans de l'apprentissage.

Cette organisation de l'ordre primaire repose encore sur l'articulation des cadres temporels que l'obligation scolaire de 6 à 13 ans, en instituant un temps scolaire, instaure définitivement dans les écoles primaires et qu'impose la viabilité des écoles primaires supérieures et des écoles normales.

1. 2. La mise en application d'une organisation temporelle d'où procède le temps scolaire institutionnel :

Le **quadrillage temporel**, consubstantiel de l'édifice, garant de l'ordre et de la régularité qui conditionnent son fonctionnement, est établi de manière rigoureuse dans les textes.

La division en classes (article 1 de la loi Goblet) qui consacre aussi la légitimité de la méthode simultanée, procède de son principe. La durée des études en fonction de la classe, en fonction de la nature des écoles est l'objet d'articles spécifiques dans l'arrêté du 18 janvier 1887. Le temps du savoir s'y inscrit : le règlement du 18 juillet 1887 relatif à l'organisation pédagogique, impose une répartition des objets d'enseignement, année par année, de la section enfantine à la troisième année d'école normale ; il définit un découpage des matières d'enseignement, du savoir en fonction du temps, qui peut paraître emprunter à une conception concentrique de l'enseignement. Avant que l'obligation scolaire ne soit définitivement instituée, la méthode concentrique, mise en œuvre en 1868 par O. Gréard, inspecteur d'Académie, auteur du règlement de l'organisation pédagogique des école publiques du département de la Seine, règle la répartition des savoirs enseignés pour que, chaque année, l'ensemble de ces savoirs constitue un tout cohérent, marqué d'une certaine complétude. Ce n'est pas cette conception qui sera toutefois invoquée pour légitimer l'étendue et le découpage de ces savoirs ; nous le verrons dans le chapitre suivant.

Plus encore, il participe de l'ordre des activités d'études, influant de fait sur les conduites des sujets de l'institution, en fixant le temps de leurs activités, ainsi l'article 19 de l'arrêté du 18 janvier 1887 précise :

[…] II. Les exercices qui demandent le plus grand effort d'attention, tels que les exercices d'arithmétique, de grammaire, de rédaction, seront placés de préférence le matin, ou, dans les écoles de demi- temps, au commencement de la classe.

V. […] 3). L'enseignement scientifique occupera en moyenne, et suivant les cours, de une heure à une heure et demie par jour, savoir : trois quarts d'heure ou une heure pour l'arithmétique et les exercices qui s'y rattachent, le reste pour les leçons de choses et les premières notions scientifiques.

Pour les écoles normales, c'est non seulement la répartition horaire hebdomadaire des matières d'enseignement qui est fixée, mais encore le temps de l'étude personnelle :

Article 98.- Des heures réservées au travail, cinq au moins seront employées chaque jour au travail personnel, aux lectures et à la préparation des classes en étude.[…]

1. 3. De la régulation des conduites des sujets de l'institution :

Ces textes, enfin, définissent un ensemble de tâches qui incombent à tout bon sujet de l'institution. Bien qu'adressées de façon indirecte à certains de ces sujets (maîtres et professeurs d'école normale), sont désignées **les conduites réglées** qui doivent normaliser le fonctionnement de l'ensemble du système d'enseignement. Le maître y trouve (Article 19) les conditions générales auxquelles doivent satisfaire la répartition des exercices : leur durée certes, mais aussi l'organisation d'une séance coupée par des récréations réglementaires, ce qui doit suivre une leçon, l'organisation des corrections…Le professeur d'école normale peut déduire à partir des exercices professionnels imposés aux élèves-maîtres, (compte-rendu de

---

[5] cité par A. Prost, Histoire de l'enseignement en France 1800-1967, Colin, 1968, p. 309.

leçon, de lecture, leçons devant les professeurs et les élèves-maîtres (Article 99)) la nature de ses propres tâches.

En amont, les tâches auxquelles sont appelés le directeur ou la directrice d'école normale (nommé(e) par le Ministre) révèlent la nature de la fonction que doit occuper l'école normale, à travers le dispositif de contrôle auquel sont assujettis ses sujets. L'article 100, du même arrêté précise :

Article 100. – Dans toute école normale, le directeur et la directrice veilleront à ce que l'enseignement ne soit, dans aucune de ses parties, détourné du but auquel il doit tendre et à ce que les différents professeurs s'efforcent surtout de faire acquérir à leurs élèves les qualités intellectuelles et morales indispensables à l'instituteur. Ils leur recommanderont d'éviter la recherche des détails, des subtilités et des curiosités qui feraient perdre à l'enseignement des écoles normales son caractère pratique et professionnel. […]

Ils proscriront l'usage des manuels, des cours dictés, des copies, des cahiers dits de mise au net, en un mot, de tout procédé qui encouragerait le travail machinal et tendrait à substituer un effort de mémoire à un effort de réflexion.

Ils prendront soin que, dans tous les cours professés à l'école et dans les exercices de l'école ou des écoles annexes, il soit fait une large part à l'étude des méthodes et des procédés propres à l'enseignement primaire.

Le directeur et la directrice de l'école normale apparaissent comme les garants de l'orthodoxie des conduites des sujets de l'institution (professeurs et élèves-maîtres).

Mais cette fonction n'a de sens que parce qu'ils sont d'abord les dépositaires d'une doctrine, la **doctrine normale dont procède le modèle formatif de l'institution.**

Pour compléter l'ensemble des caractéristiques de l'ordre primaire, il convient d'insister sur le statut des divers examens et concours mis en place qui contribuent d'une part à réguler le fonctionnement du système, d'autre part, à rendre compte de l'efficience du système, du phénomène d'acculturation qu'il induit. De caractère sommatif (évaluation de l'accomplissement d'une formation, des acquis) le certificat d'étude primaire élémentaire, le brevet élémentaire (préféré pour les écoles primaires supérieures au certificat d'étude primaire supérieure) sont aussi des rites de passage pour l'élève qui rentre dans le monde du travail ; ils participent de son ascension sociale. De caractère prédictif (évaluation d'un potentiel, de facultés en devenir), les concours des bourses des écoles primaires supérieures, d'admission aux écoles normales, d'admission aux deux écoles normales supérieures sélectionnent les sujets selon des critères qui reposent prioritairement sur la base d'épreuves intellectuelles et garantissent la qualité d'un enseignement piloté par le savoir. Enfin, le brevet supérieur, le certificat de fin d'étude normale, le certificat d'aptitude à l'enseignement dans les écoles normales, le certificat d'aptitude aux fonctions de directeurs d'écoles normales et d'inspecteurs primaires complètent un dispositif, où le principe de certification des compétences intellectuelles et/ou pédagogiques et professionnelles, structure l'ordre et la régularité du fonctionnement du système complet.

L'arithmétique, comme nous le verrons, occupe dans la plupart de ces évaluations une part non négligeable.

2. Présence de l'arithmétique dans le plan de formation des écoles normales en 1889.

2. 1. Le programme d'enseignement normal : quelques caractéristiques générales.

Le programme des écoles normales primaires déterminé par l'arrêté du 10 janvier 1889 s'appuie sur l'article 82 du décret du 18 janvier 1887 (décret relatif à la loi du 30 octobre 1886, dite loi Goblet). Son contenu diffère fort peu du décret sur les écoles normales primaires édicté le 22 janvier 1881, sous le premier ministère de J. Ferry (l'arithmétique et la géométrie n'étaient pas précisées élémentaires, la musique et les exercices militaires n'étaient pas notifiés).

Cet article stipule :

L'enseignement dans les écoles normales primaires, soit d'instituteurs, soit d'institutrices, comprend :

1) l'instruction morale et civique, 2) la lecture, 3) l'écriture, 4) la langue et les éléments de la littérature française, 5) l'histoire et particulièrement l'histoire de France jusqu'à nos jours, 6) la géographie et particulièrement celle de la France, 7) le calcul, le système métrique, l'arithmétique élémentaire avec applications aux opérations pratiques, des notions de calcul algébrique, des notions de tenue des livres, 8) la géométrie élémentaire, 9) l'arpentage et le nivellement pour les élèves maîtres seulement, 10) les éléments de sciences physiques et de sciences naturelles avec leur principales applications, 11) l'agriculture pour les élèves maîtres seulement, l'horticulture, 12) l'économie domestique pour les élèves maîtresses seulement, 13) le dessin, 14) le chant et la musique, 15) la gymnastique et pour les élèves maîtres les exercices militaires, 16) les travaux manuels pour les maîtres, les travaux à l'aiguille pour les élèves maîtresses, 17) la pédagogie, 18) l'étude d'une langue vivante.

Dans cette liste encyclopédique, qui peut étonner au premier abord, cohabitent des notions relevant d'une part, d'une éducation morale, intellectuelle, physique, d'une culture générale, d'autre part, d'une éducation du citoyen, du travailleur, de la mère de famille. Seule, la pédagogie semble spécifique d'une formation au métier de maître.

Une première caractéristique : l'encyclopédisme du programme.

Cette première caractéristique éclaire déjà la double dimension du projet des législateurs : instruction et éducation sont indissociables. Le nombre, la nature des objets d'enseignement que l'Etat, par le biais des législateurs, détermine pour former ses instituteurs est l'une des premières mesures prises par la République pour transformer l'instituteur en éducateur. La déclaration de J. Ferry, lors du second congrès pédagogique des instituteurs et institutrices de l'enseignement public (18 avril 1881) écarte toute ambiguïté : « *La République ne vous demande qu'une chose, c'est de faire en sorte que nos instituteurs deviennent des éducateurs. [...] Cette œuvre de transformation de l'instituteur en éducateur est sur le point de s'accomplir* [6]».

Les écoles normales, couronnement de l'édifice primaire, disposent de programmes circonscrivant l'ensemble des savoirs qui doivent diffuser dans la culture de la société : il n'y a, hormis peut-être pour la pédagogie, de savoirs « gratuits », car non destinés à une transposition directe à l'adresse des élèves. Encore, faut il que nous relativisions la spécificité « normale » de la pédagogie. Si conformément à ce qu'écrit A. Chervel[7] , « *La pédagogie, bien loin d'être un lubrifiant déversé sur le mécanisme, n'est pas autre chose qu'un élément de ce mécanisme, celui qui transforme les enseignements en apprentissages* », cet élément, dans sa dimension idéologique et comportementale, marque nécessairement la nature des savoirs appris.

Une seconde caractéristique qui procède de la première : l'homologie des programmes de l'ensemble de l'institution.

La nature homologique se révèle d'évidence entre le programme normal et les programmes fixés pour les divers niveaux de l'ordre primaire (élémentaire et supérieur). C'est la raison qui justifie que nous mettions en parallèle ce programme avec ceux du décret du 18 janvier 1887 (décret ayant pour objet l'exécution de la loi organique de l'enseignement primaire) qui définissent les contenus de l'enseignement primaire.

Mais tout d'abord, dans le souci de confirmer la continuité de pensée qui anime les législateurs entre 1879 et 1887, il nous paraît pertinent de préciser les évolutions que les contenus d'enseignement ont connues depuis leur première définition dans l'article 1 de la loi

---

[6] cité par H. Terral, L'école de la République, une anthologie 1870- 1940, CNDP, 1999, p. 12.
[7] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin, 1998, p. 15.

relative à l'enseignement primaire obligatoire du 28 mars 1882. Nous pouvons remarquer l'élagage d'un certain nombre de notions qui glissent en 1887 dans le programme du primaire supérieur *(quelques notions usuelles de droit et d'économie politique),* ou subissent transformation et réduction (*les éléments de sciences naturelles, physiques et mathématiques-leurs applications à l'agriculture, à l'hygiène, aux arts industriels, travaux manuels et usage des outils des principaux métiers ; les éléments du dessin, du modelage et de la musique).* Il y a affaiblissement de la composante relevant de la culture pratique et utilitaire : la somme des connaissances à visée utilitaire pour le métier à venir diminue. Quant aux « *éléments de mathématiques* », liés avec « *les éléments de sciences naturelles et physique* » et corrélés avec « *leurs applications à l'agriculture, à l'hygiène, aux arts industriels, travaux manuels et usage des outils des principaux métiers*», dont la présence dans le programme du primaire, en 1882, apparaissait pour la première fois et semblait annoncer l'existence d'un corpus unifié, ils réapparaissent de façon fragmentée ou éclatée sous les rubriques *calcul, système métrique,* voire *notions scientifiques et éléments du dessin.* Cette sensible diminution de l'ambition à la fois « théorique » et utilitaire (à visée presque professionnelle) du programme peut, semble-t-il, rendre compte de l'ancrage d'une pratique déjà éprouvée, (des programmes qui renouent avec une certaine tradition) ou peut-être encore d'une régulation du quadrillage temporel propre à l'institution.

Nous conviendrons que, toutefois, malgré ces quelques réajustements, les principes qui régissent les programmes du primaire demeurent : éducation intellectuelle et morale, éducation physique, éléments d'agriculture cohabitent. La même conception encyclopédique réside dans les programmes de 1887 que nous donnons maintenant.

Article 27- l'instruction primaire élémentaire comprend :

L'enseignement moral et civique ; la lecture et l'écriture; la langue française ; le calcul et le système métrique ; l'histoire et la géographie, spécialement de la France ; les leçons de choses et les premières notions scientifiques, principalement dans leurs applications à l'agriculture ; les éléments du dessin, du chant et du travail manuel (travaux d'aiguille dans les écoles de filles), et les exercices gymnastiques et militaires.

Article 35- l'instruction primaire supérieure comprend outre la révision approfondie des matières étudiées à l'école primaire élémentaire :

L'arithmétique appliquée ; les éléments du calcul algébrique et de la géométrie ; les règles de la comptabilité usuelle et de la tenue des livres ; les notions de sciences physiques et naturelles applicables à l'agriculture, à l'industrie et à l'hygiène ; le dessin géométrique, le dessin d'ornement et le modelage ; les notions de droit usuel et d'économie politique ; les *principales époques de l'histoire générale et spécialement des temps modernes ; la géographie industrielle et commerciale ; les langues vivantes ; le travail du bois et du fer pour les garçons ; les travaux à l'aiguille, la coupe et l'assemblage pour les filles.*

La multitude des notions approfondies, voire développées dans la formation normale, en dehors de la pédagogie, est donc représentée dans le programme du primaire supérieur.

Homologues, ces programmes le sont, d'une part, par l'identité des notions qu'ils embrassent, d'autre part, par l'étendue qui les caractérisent ; ce caractère est, toute proportion gardée, valable aussi pour le programme primaire élémentaire. Il s'ensuit que la cohérence des uns se déduit de la cohérence des autres. Cette cohérence repose, pour les législateurs, sur leur conception de l'éducation libérale, d'une culture primaire totalisante, intelligente et opérante, qui agisse sur les conduites.

Dans cette conception, la nature et la multiplicité des objets d'enseignement relèvent d'une nécessité qui couvre tous les degrés de l'enseignement ; c'est même précisément dans les exigences auxquelles doit satisfaire la première instruction, l' instruction primaire élémentaire, que le législateur justifie de cette nécessité : cette large étendue de connaissances où voisinent des notions relevant des éducations morale et intellectuelle, physique et professionnelle constitue un tout cohérent. Le discours de J. Ferry, lors du congrès pédagogique du 18 avril 1881 (déjà cité) est éclairant : *« Tous ces accessoires auxquels nous attachons tant de prix, que nous groupons autour de l'enseignement fondamental du lire, écrire et compter : les leçons de choses, l'enseignement du dessin, les notions d'histoire naturelle, les musées scolaires [...], pourquoi tous ces accessoires ? Parce qu'ils sont à nos yeux la chose principale, parce qu'en eux réside la valeur éducative, parce que ces accessoires feront de l'école primaire, de l'école du moindre hameau, du plus humble village, une école d'éducation libérale.*[8] *»* Cette éducation libérale ne se réduit pas à une seule instruction émancipatrice, elle participe d'un processus de transformation du sujet qui, en éduquant l'enfant, tend à construire un adulte agissant rationnellement. Dans son « C*ours de Pédagogie théorique et pratique* [9] », destiné aux élèves des écoles normales, le philosophe G. Compayré précise ainsi (p. 55) : *« Nous ne confondrons pas l'instruction proprement dite, l'étude de tout ce qu'il faut apprendre et savoir, et la culture générale de l'intelligence, l'effort éducatif grâce auquel l'enfant sort de l'école, non seulement instruit mais capable de s'instruire davantage,*

[8] cité par H. Terral, L'école de la République, une anthologie 1870- 1940, CNDP, 1999, p. 12.
[9] G. Compayré, Cours de pédagogie théorique et pratique, 21ème édition, Librairie classique Paul Delaplane, non daté (1885 ?)

« instruisable », muni de facultés fortes et souples, d'une mémoire agile et sûre, d'un jugement droit, d'un raisonnement exact ».

Les conditions qui président à l'existence des objets d'enseignement sont désormais posées. Le nombre et la nature des objets d'enseignement trouvent leur légitimité dans cette double finalité, dont la seconde n'est pas la moins importante : disposer de connaissances utilisables dans la vie pratique, exercer ses facultés de mémoire, de jugement, de raisonnement, développer une véritable activité intellectuelle. Tous les domaines dans lesquelles l'enfant, pensé à travers le futur adulte qu'il sera, peut exercer ses facultés, participent de l'éducation libérale.

Une dernière caractéristique qui peut rendre compte de la cohérence des deux premières : le principe de l'élémentarisation du savoir.

Ce principe peut rendre compte de la teneur de ce programme, révélant une autre dimension de sa cohérence. C'est sur ce principe, principe que mettaient particulièrement en évidence les rubriques du programme du 28 mars 1882 (les éléments de sciences naturelles, physiques et mathématiques), que se déploie la trame de l'ensemble des programmes. L'instruction primaire élémentaire est désormais réellement « élémentaire ». Mais l'élémentarisation des savoirs est aussi à l'œuvre dans l'esprit des programmes du primaire supérieur ou de l'école normale ; par homologie, elle diffuse dans les divers degrés de l'ordre primaire jusqu' à la formation normale où elle devient elle même objet d'étude : la transposition d'une leçon d'école normale en une leçon élémentaire constitue l'un des objets d'étude dans la composante pratique de la pédagogie. Les programmes apparaissent d'emblée viables parce qu'ils empruntent leurs objets d'enseignement à des savoirs sur lesquels peut opérer l'élémentarisation. Le principe qui dans le projet de Lakanal en 1793, se limitait à la réalisation de manuels adaptés pour l'instruction populaire, c'est à dire de manuels exposant les germes d'une science, la matrice d'un savoir savant, est revendiqué par les législateurs pour renforcer encore la légitimité institutionnelle de tous ces domaines de savoir présents déjà dans le programme primaire élémentaire. Ce n'est plus comme en 1793 l'absence d'un dispositif opérationnel de formation des maîtres qui justifie de la nécessité du principe, c'est inversement le principe qui va justifier de la nécessité d'une institution de formation des maîtres.

Le principe peut opérer dans tout domaine où il s'agit de s'élever du concret vers l'abstrait, du particulier au général, où il s'agit d'accéder aux idées générales en progressant selon une méthodologie rigoureuse.

Parce qu'apparaît élémentaire tout ce qui, d'abord accessible aux sens, relevant du sensible, peut ensuite permettre l'exercice des facultés intellectuelles, tous les domaines liés aux sciences, à l'éducation professionnelle, se présentent comme accessibles en partie, à l'entendement des enfants. Parce qu'élémentaires, sinon proprement élémentés sur les critères d'une élémentarisation scientifique, les savoirs de la culture primaire élémentaire gagnent donc encore en légitimité. L'application de ce principe est notamment illustrée dans deux manuels destinés aux classes primaires : le premier est rédigé, en 1881, par Paul Bert, physiologiste et médecin de formation, éphémère ministre de l'Instruction publique en 1881, député et haut fonctionnaire, qui montre son engagement pour la cause d'une éducation libérale, non seulement en œuvrant sur le plan législatif mais encore en contribuant pédagogiquement à l'instauration d'un enseignement scientifique élémentaire. Le second est réalisé par G. Bovier-Lapierre : ancien professeur de l'école normale de Cluny, école qui forme les professeurs de l'enseignement secondaire spécial, officier de l'Instruction publique, il rédige une part importante des articles consacrés aux mathématiques dans la première édition du Dictionnaire de Pédagogie et d'Instruction Primaire, cet ouvrage emblématique de la culture primaire républicaine de la IIIème République.

2.2 De l'élémentarisation : de son influence sur la définition et sur l'organisation du savoir.

Aux deux préfaces de ces manuels, que nous étudions pour identifier la forme et la fonction de l'élémentarisation, son rapport avec la pertinence des notions étudiées dans les programmes, nous adjoindrons quelques extraits de la lettre adressée aux instituteurs par J. Ferry, le 17 novembre 1883 ; dans cette lettre, J. Ferry rappelle aux instituteurs que la mission suprême qui leur est confiée, réside dans l'éducation morale et l'instruction civique : les arguments dont il use quand il veut les convaincre de la faisabilité de la tâche évoquent sans détour ce même principe d'élémentarisation.

♦ Avant – propos à *la deuxième année d'enseignement scientifique,* A. Colin, 32ème édition, 1895[10]. L'avant- propos est signé du 15 juillet 1881.

Elémentariser, pour P. Bert, c'est : *« Prendre dans chaque science les faits dominateurs, fondamentaux ; les exposer avec assez de détails pour qu'ils apparaissent bien clairement à l'esprit de l'enfant et se fixent solidement dans sa mémoire ; négliger les faits secondaires, éviter les tendances trop souvent exagérées, à des applications pratiques qui semblent intéressantes et sont très souvent incompréhensibles, telles sont les règles principales que je me suis imposées ».* Du principe, procèdent de fait, la méthode d'enseignement, la méthode intuitive, et sa forme « expositive-active », mais ce qui nous importe, ici, c'est l'idée que des faits, soigneusement choisis et délimités puissent être mis à la portée des enfants. Les instruments scientifiques pour les expériences simples, les collections d'histoire naturelle, dont les objets sont destinés à être « *maniés, et par suite, fatalement disloqués et cassés »* permettent d' ajouter à l'exposition des faits, l'expérimentation : la leçon de choses ancre, de façon emblématique, la légitimité d'un enseignement scientifique élémentaire.

Elémentarisées, les notions scientifiques peuvent revendiquer leur valeur éducative. P. Bert justifie du rôle prééminent des sciences dans l'enseignement, aux dépens d'ailleurs de la grammaire et de l'histoire, jugées indispensables, certes, mais trop abstraite, pour la première, trop philosophique, pour la seconde. *« Il en est tout autrement,* écrit-il, *pour les sciences naturelles, qui exercent les sens, en donnant une habitude de voir juste et de tout voir, habitude qui devient une sorte d'instinct, et pour les sciences physiques, qui en outre de l'observation, appellent à leur aide l'expérimentation, et habituent ainsi à ne rien croire sans que la preuve suive immédiatement l'affirmation ».* La démarche scientifique prend naturellement sa place dans l'enseignement primaire, elle permet l'accès aux idées générales : c'est ainsi, que P. Bert conclut : « *L'idée de la toute puissance des lois naturelles, de la régularité et de l'harmonie des phénomènes, de la continuité évolutive dans les faits, ressort, sans qu'il soit besoin de le dire, de l'étude des sciences naturelles et physiques, et s'empare de l'esprit. Plus de sorcellerie, plus de superstitions niaises, et cela, sans la moindre polémique. [...] « Les sciences peuvent seules enseigner la non-crédulité sans enseigner le scepticisme, ce suicide de la raison ».*

♦ Préface du *Cours gradué d'arithmétique pour l'enseignement primaire, comprenant un grand nombre de problèmes à résoudre et suivi de notions de géométrie pratique et de dessin linéaire,* degré élémentaire, livre de l'élève, librairie Ch. Delagrave, 1882.

Pour G. Bovier-Lapierre, la situation diffère : l'enseignement scientifique primaire est peu ou prou à faire, les notions scientifiques n'ont qu'une existence récente dans les programmes élémentaires, il en est autrement des notions de calcul, de système métrique, d'arithmétique élémentaire appliquée aux opérations pratiques ; ces dernières ont déjà une histoire ancienne dans l'enseignement primaire.

Le motif invoqué par l'auteur pour rédiger de nouveaux manuels, alors qu'il en existe déjà de nombreux, est l' « *esprit nouveau »* qui transforme l'enseignement (p. III): *[...] « les programmes sont refondus ; des méthodes plus raisonnées sont mises en pratique ; partout sur ce vaste champ on sent passer un souffle de vie ».*

C'est pour être conforme à cet esprit, que G. Bovier-Lapierre trace le nouveau chemin que l'enfant pourra emprunter, et notamment les objets d'enseignement qu'il devra rencontrer, ainsi que les modalités de ces rencontres. Cette nouvelle voie est censée s'écarter de l'ancienne

---

[10] texte cité par H. Terral, L'école de la République, une anthologie (1878- 1940), 1999, p. 44, 45

route ardue, où la tâche des *commençants* consistait en l'application de règles mécaniques dont la raison était méconnue et où les plus avancés retrouvaient un enseignement qui empruntait largement à l'enseignement classique. Pour G. Bovier-Lapierre, (p. IV) : « *Ce chemin existe : l'enfant le trouve de lui-même, guidé par sa petite raison plus perspicace qu'on ne croit généralement, pour arriver vers le point qui lui est indiqué ; le maître se tient en quelque sorte à côté de lui pour faire remarquer ce qui se présente à mesure qu'il avance et il l'arrête de distance en distance pour jeter avec lui un coup d'œil d'ensemble sur l'espace parcouru et graver ainsi dans sa mémoire la direction qui a été suivie. Telle est la méthode développée dans ce nouveau livre. Nous y faisons naître les principes des réalités sous les pas de l'écolier, au lieu de les prendre dans la région des abstractions pour les mettre brusquement en face de lui. C'est là le motif de la présence des vignettes qui ornent ce livre [...] : chacune est une « leçon de choses » destinée à arrêter son attention et à le forcer à réfléchir. »* Ces dernières phrases, notamment celles que nous avons soulignées, montrent l'analogie de la méthode adoptée par l'auteur avec la méthode prônée pour l'enseignement des sciences, mais il importe maintenant d'appréhender l'étendue et la nature des notions mathématiques que l'auteur, conformément à l'esprit de l'enseignement et à la méthode induite, définit dans son ouvrage.

Il récuse (p. IV) d'abord le principe qui fait qu' « *ordinairement on ne passe à l'une des quatre opérations fondamentales qu'après avoir enseigné plus ou moins la précédente ».* Cette démarche n'est pas naturelle. Il convient, au contraire, « *de familiariser d'abord l'esprit de l'enfant avec l'idée de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division, et de lui faire faire connaissance immédiatement après, avec les fractions ordinaires et les fractions décimales ».* Il rejette l'objection de certains pédagogues quant à l'introduction prématurée de ces dernières notions. Pour l'auteur (p. V), « *la fraction est un nombre ordinaire exprimant des unités fractionnaires [...] »* ; le mot appartient d'abord au langage naturel : c'est sur son sens familier, que l'auteur s'appuie, pour en venir au sens restreint qu'il revêt en arithmétique ; il peut ainsi conclure : « *Il ne s'agit en apparence que d'un mot, mais ce mot seul suffira pour éclaircir ce qui est obscur et pour dissiper les préventions que les élèves ont généralement contre les fractions ».*

Le rejet des définitions abstraites, des règles formelles et non pénétrées de sens, bien loin de réduire le champ des notions abordées, n'écarte pas les savoirs auxquels elles se réfèrent : tout ce qui est accessible à l'entendement de l'enfant, qui peut servir d'objet à une *leçon de chose*, trouve place dans le champ ouvert à l'investigation de l'enfant.

Le cas des développements auxquels donne lieu l'étude du système métrique, dans cette nouvelle conception de l'enseignement, est éclairant. Le tableau de ce système, dressé par les législateurs est devenu une règle pédagogique, une loi, qui définit un ordre d'exposition auquel nul ne peut déroger. Or, l'ordre tracé dans le tableau ne permet pas à l'enfant d'acquérir des notions nettes sur les mesures de surface et de volume. Pour G. Bovier-Lapierre (p. V) « *N'est-il pas évident que l'étude de ces mesures doit constituer un chapitre spécial appartenant plutôt à la géométrie qu'à l'arithmétique ? ».* Une familiarisation nécessaire avec « *les angles, les droites perpendiculaires et parallèles »* apparaît donc d'évidence. Le système métrique, dont la présence dans la culture primaire va de soi, conférant à des notions de géométrie leur pertinence épistémologique, donne à ces dernières leur légitimité en terme de notions élémentaires. Les notions de géométrie, les applications auxquelles elles servent de bases, rentrent donc dans le corpus élémentaire que définit l'auteur.

La table des matières dresse la liste des « *éléments »* donnés *« avec toute la simplicité possible »* (p. V). En vue de faire de l'ouvrage, le support d' « *une étude récréative pour les enfants »* l'auteur indique « *de nombreux exercices qui doivent servir d'application »* et multiplie « *les figures ».* (p. VI)

TABLE DES MATIERES

Mesures des surfaces rectangulaires, p. 122

Mesures des volumes rectangulaires, p. 129

Chapitre XIII – Premières notions de dessin linéaire, p.138

A la différence de P. Bert, qui revendique une conception de l'élémentarisation fidèle à l'esprit que Lakanal lui avait donné, G. Bovier-Lapierre ne fait pas de référence explicite au principe qui avait présidé à la réalisation des manuels élémentaires de Condorcet et Sarriet : pouvons nous d'ailleurs attester que sa méthode procède du même esprit ?

Le processus mis en œuvre par l'auteur lui permet de sélectionner toutes les notions mathématiques que l'enfant, sous le guidage du maître, peut rencontrer dans ses *pratiques* sociales, ou plus précisément, l'ensemble des notions utiles au futur adulte qu'il est appelé à devenir.

Ce cours est bien un *Cours complet d'arithmétique*, tel qu'il est présenté dans l'avertissement. Mais, dans « *ce Cours complet d'arithmétique [...], rédigé conformément à l'organisation pédagogique des écoles publiques du département de la Seine »,* et de règle presque partout ailleurs (comme le souligne l'auteur), ce qui importe, c'est moins l'étendue des notions que l'enfant est censé découvrir dès le degré élémentaire que la nature de l'argumentation qui la légitime. En effet, l'organisation pédagogique dont il est question prouve depuis près de vingt ans son efficience. Mise en place par l'Inspecteur d'Académie, Octave Gréard, pour les écoles publiques du département de la Seine, elle s'est imposée, sans modifications majeures depuis 1868. L'économie des programmes devait alors satisfaire à deux nécessités qui justifiaient de la pertinence institutionnelle de leur nature concentrique : *« L'enseignement primaire étant, avant tout, un enseignement de principes, et les principes ne pouvant être trop souvent reproduits pour pénétrer,* écrit O. Gréard[11] , *il est nécessaire que l'enfant repasse incessamment sur les mêmes traces, c'est à dire, que les développements des différents cours puissent s'étendre et les exercices d'application s'élever d'un degré à chaque cours, sans que le fond cesse d'être le même ».* (souligné par nous mêmes).

Une autre nécessité s'imposait avant que l'obligation fût devenue le fondement de la loi scolaire. Si l'on pouvait espérer à juste titre, [...], que les résultats de l'enseignement collectif [...] convaincraient les parents de l'utilité de prolonger la fréquentation de l'école jusqu'au terme normal des études, il eût été imprudent de s'attendre à une conversion des esprits immédiate, [...] pour cela, il fallait que chaque cours présentât, à des degrés différents,

[11] Gréard O., *Education et instruction, Enseignement primaire,* Paris, Hachette, 1887, pp. 81-82.

un certain ensemble des connaissances essentielles […]. De là le caractère concentrique des trois grandes divisions de l'Organisation pédagogique… ».

Il annonçait ainsi dans une « Instruction relative à l'application du règlement d'organisation pédagogique pour l'année 1868-1869 [12]» : « *Notre plan d'étude peut être comparé à un dessin dont on commence par tracer le croquis, puis les grandes masses, et auquel on donne enfin la dernière main, mais, qui, à chacun de ses degrés, présente un ensemble complet ».*

Si G. Bovier-Lapierre ne renouvelle pas, à proprement dire, la structure d'un plan d'études, les principes d'une pratique déjà ancrée, son discours est un peu autre : il ne s'agit plus, pour l'enfant, d'acquérir des principes en repassant sur les mêmes traces, chaque année, mais d'explorer progressivement un champ de savoir balisé. Le tracé du *dessin* est peut-être effectué dans une intention moins pragmatique, il n'en demeure pas moins que lorsque G. Bovier-Lapierre justifiant de la graduation que doivent présenter ses manuels à venir, exemplifiant sur l'application des quatre règles, écrit ainsi (p. V): « *C'est ensuite, après cette exploration sommaire du terrain de l'arithmétique et la mise en œuvre des quatre règles sur des matériaux faciles à manier, que l'étude de chacune d'elle est reprise avec tous les développements proportionnés au caractère du cours »,* il se situe résolument dans la perspective définie par O. Gréard. La progression dans le savoir ne se jauge pas à hauteur de nouvelles notions introduites dans le curriculum, mais se régule suivant un développement progressif des techniques associées aux notions anciennes, suivant l'élargissement des applications dont ces notions servent de fondement. Il pourra, certes, résulter de l'approfondissement de ces techniques et de l'extension des applications pratiques, un certain enrichissement de l'environnement technologico-théorique auquel appartiennent ces notions, notamment pour le primaire supérieur et pour la formation normale : c'est ce dont nous tenterons de rendre compte dans le paragraphe suivant.

Nonobstant le fait que l'ensemble des notions évoquées dans ce manuel de degré élémentaire déborde en fait assez nettement de celui fixé par les programmes officiels pour le cours élémentaire (limitation de l'application des quatre règles au domaines des entiers, absences des règles de trois…), cet ensemble constitue la trame de l'ensemble des programmes, qu'ils soient primaire, primaire supérieur ou normal. Le réseau de toutes les notions à partir desquelles pourront se déployer, dans les degrés supérieurs, des applications élargies et complexes, est défini.

[12] Extraits du bulletin de l'enseignement primaire du département de la Seine, Paris, Ch de Mouergues Frères, 1870, p. 71.

Dans le domaine qui relève des sciences, dans lequel nous intégrons l'enseignement mathématique (si nous nous référons à la classification des matières dans les programmes d'écoles normales), il nous paraît pertinent d'affirmer que l'élémentarisation est constitutive des programmes scientifiques propres à chacun des degrés hiérarchiques de l'édifice primaire : c'est de ce principe qui détermine *a priori* les objets d'enseignement, que procède l'unification de ces programmes, leur caractère homologique.

Ce caractère peut cependant apparaître spécifique d'un domaine de savoirs où il convoque l'usage de l'induction, de la démarche privilégiée de l'expérimentation : il n'en est rien. Dans l'intention des législateurs, ce même principe innerve tous les domaines de savoir ; il participe d'une conception totalisante de l'enseignement. En fixant les objectifs de la nouvelle méthode : *« substituer à la culture exclusive de la mémoire le développement du jugement et de l'initiative propre à l'enfant ; aux procédés a priori, à l'abus des règles abstraites, la méthode expérimentale qui va du concret à l'abstrait et déduit la règle de l'exemple »,* J. Ferry, dans son discours du 31 mai 1880, confère d'évidence aux objets d'enseignement qu'il définira dans son programme pour l'instruction primaire, la faculté de satisfaire à cette méthode d'enseignement. Toutes les notions élémentaires procèdent donc de ce processus préliminaire, cette élémentarisation qui les rend d'abord accessibles à l'enfant, puis support d'une démarche expérimentale.

- ♦ L'élémentarisation de la morale civique.

Le cas de l'enseignement de la morale et de l'instruction civique est éclairant : emblématique de l'instruction primaire laïque et républicaine, le domaine est nouveau et constitue le fer de lance de l'éducation libérale. Pour J. Ferry, tout comme pour ses successeurs, la mission « sacrée » de l'instituteur est d'abord de donner aux élèves l'éducation morale et l'instruction civique. La lettre, que Ministre de l'Instruction publique et des Beaux- Arts, il adresse aux instituteurs le 17 novembre 1883, est un message de rappel explicite : « *La loi du 28 mars se caractérise par deux dispositions qui se complètent sans se contredire : d'une part, elle met en dehors du programme obligatoire l'enseignement de tout dogme particulier ; d'autre part, elle y place au premier rang l'enseignement moral et civique[13] ».* Toute la doctrine normale, fondée sur la pédagogie, « science » nouvellement introduite dans le cursus normal, n'aura d'autre objet que de faire pénétrer le principe que *« L'instruction ne vaut que si elle tend et aboutit à la morale »*, ainsi que l'écrit G. Compayré dans « *L'éducation morale et intellectuelle »* (p. 228). Refonte du *Cours de pédagogie*, l'ouvrage est publié en 1908.

[13] Cité par H. Terral, L'école de la République, une anthologie, CNDP, 1999, p .30

« *Vecteur du progrès moral et social »,* cette éducation se doit intelligente, et peut-être plus que tout autre opérante, c'est à dire pratique (la modification des conduites est bien le gage de son efficience). Il s'agit donc de donner consistance à cet enseignement, de définir un contenu : les recommandations de J. Ferry relèvent de cette conception unifiée de l'enseignement : d'une élémentarisation réfléchie procède la leçon de choses ; il indique ainsi : *« de ce caractère tout pratique de l'éducation morale à l'école primaire, il me semble facile de tirer les règles qui doivent vous guider dans le choix de vos moyens d'enseignement. Une seule méthode vous permettra d'obtenir les résultats que nous souhaitons. C'est celle que le Conseil supérieur vous a recommandée : peu de formules, peu d'abstraction, beaucoup d'exemples et surtout d'exemples pris sur le vif de la réalité ».*

Nous pensons être en droit de dire que le processus d'élémentarisation qui innerve tous les domaines traités dans les programmes primaires, parce qu'il légitime une méthode d'enseignement apparentée à une démarche scientifique, une démarche expérimentale, fonde le caractère homologique des enseignements, qu'ils relèvent du primaire, du primaire supérieur, ou de la formation normale. Inversement, c'est encore la méthode qui légitime le processus d'élémentarisation.

En cela, le savoir enseigné à l'école normale, tant qu'il ne relève pas de la pédagogie proprement dite, est en rapport étroit avec le savoir enseigné à l'école primaire ; découpé en une suite linéaire de leçons, ces unités didactiques que sous-tend l'organisation pédagogique unifiée du système d'enseignement, le savoir enseigné à l'école normale réalise l'achèvement du *dessin* originel, lui ajoutant peut-être des perspectives nouvelles mais sans altérer la nature de l'objet représenté. C'est dans l'identification et l'étude de ces perspectives qu'il faudra, nous semble t-il, appréhender le processus par lequel l'arithmétique du normalien se développe, se déploie à partir du corpus élémenté d'un programme primaire.

Inversement, la méthode dont il faut user pour passer du savoir « normal » au savoir élémentaire, trouve naturellement son origine dans une élémentarisation, qu'évoque ainsi G. Compayré[14] : *« Pour transposer une leçon d'école normale et en faire une leçon élémentaire, il suffit bien souvent de la réduire à des proportions plus humbles, de déblayer, de même qu'on ébranche les rameaux des arbres trop touffus ; de choisir enfin ce qui est à la portée des élèves et ce qu'il est réellement utile qu'ils connaissent ».*

Cette citation nous éclaire d'abord sur le rapport étroit qui existe entre la leçon normale et la leçon élémentaire en terme d'objet de savoir ; elle nous indique, par ailleurs l'existence d'une compétence professionnelle, une compétence spécifique à la formation normale qui trouve son habitat dans la composante pratique de la pédagogie. Ce savoir faire apparaît, en terme de savoir enseigné, emblématique de ce qui distingue, *a priori,* la formation normale de la formation primaire supérieure. Nous abordons plus précisément la question des relations entre ces deux formations, notamment en ce qui concerne l'enseignement de l'arithmétique, dans le chapitre relatif à la pédagogie normale.

Cette codétermination des programmes qui se traduit par leur homologie nous permet de déduire que la culture libérale totalisante, qui emblématise l'enseignement primaire, est bien un trait tout aussi spécifique de la formation normale.

Ce constat nous permet de penser, nous plaçant du point de vue des législateurs, c'est à dire du point de vue d'une conception totalisante du savoir enseigné, qu'à chaque degré de l'ordre primaire, l'ensemble des objets étudiés forme un tout satisfaisant aux deux principes :

- un tout structuré : tous ces objets contribuent déjà, à l'éveil de la conscience morale et civique de l'enfant. Ils possèdent tous une double dimension utilitaire et spéculative. Prenons le cas de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques : la nature des situations concrètes, des problèmes abordés, en décrivant certains aspects du système économique et des rapports sociaux, en insistant sur les vertus (tempérance, prudence…), les devoirs de charité (bienfaisance, dévouement) joue déjà un rôle dans l'instauration de liens avec les autres domaines du programme ; les qualités qu'elle développe (méthode, jugement, rigueur) sont non seulement sollicitées dans le champ de la culture générale toute entière, mais sont aussi appelées à être exercées dans le domaine de la morale.
- une économie fonctionnelle : rien de ce qui, même sommairement, est étudié ne peut être écarté sans altérer la nature de cette éducation

2.3. Un éclairage sur les conditions de vie de l'arithmétique « primaire ».

Pour conclure, nous dirons que, **par homologie**, les éléments de la septième rubrique du programme normal, dans laquelle se trouvent **le système de numération décimal et les propriétés des nombres**, font donc **partie d'un tout structuré satisfaisant au principe d'économie**, bien qu'apparaissant encyclopédique. **La nature homologique des programmes trouve son origine dans une élémentarisation censée induire une nouvelle méthode d'enseignement, la méthode expérimentale ; tout comme inversement cette dernière induit l'élémentarisation du savoir**. Tous les thèmes d'étude sont, de ce fait, abordés dès le degré élémentaire : par suite, le savoir enseigné, unifié, présente des différenciations peu

[14] Compayré, *L'éducation intellectuelle et morale,* p. 164.

sensibles en termes d'objets d'étude dans les divers degrés de l'édifice primaire. Enfin, une perspective différente se révèle dans le tracé du savoir enseigné à l'école normale : le savoir enseigné doit être suffisamment maîtrisé et dominé, dans sa dimension épistémologique, pour pouvoir être élémenté. Mais cette élémentarisation du savoir suppose simultanément les connaissances pédagogiques, théoriques et pratiques, qui permettront de l'adapter au niveau d'enseignement souhaité. L'efficience de la formation normale repose sur la mise en œuvre d'une double démarche réflexive : le futur instituteur doit s'interroger *« sur les principes mêmes de l'enseignement*, écrit G. Compayré[15], *sur la nécessité de tenir compte à la fois, et de la nature des enfants auxquels il s'adresse, et de la nature des connaissances qu'il communique ».*

Dans cette première démarche exploratoire, l'introduction de cette « science » nouvelle, la pédagogie, confère à l'enseignement normal sa cohérence spécifique : en lien avec tous les domaines étudiés, elle projette le texte du savoir dans une perspective qui lui octroie sa légitimité : construire les compétences professionnelles du futur instituteur.

2. 4. Les programmes d'arithmétique dans le plan d'étude normal.

Pas plus que les programmes généraux d'enseignement, les programmes d'étude ne connaissent de modifications profondes entre 1881 et 1889. Les réaménagements touchent essentiellement au tableau de la répartition hebdomadaire des matières d'enseignement : les différences résident essentiellement dans la diminution de la quotité horaire octroyée à l'enseignement mathématique.

La stabilisation de l'organisation temporelle de l'enseignement normal ; l'enseignement masculin et féminin : convergences et différences.

L'arrêté du 3 août 1881 opérait dans le tableau de répartition des matières un classement distinguant les matières qui demandent une préparation de celles qui ne demandent pas de préparation (écriture, dessin, chant et musique, travaux de couture de plus pour les institutrices) ; il statuait encore sur l'enseignement donné pendant la récréation (gymnastique, travaux agricoles et manuels pour les instituteurs, herborisation et jardinage pour les institutrices) et introduisait une matière facultative : les langues vivantes. L'arrêté du 18 janvier 1887, s'il ne reprend pas la classification, ne modifie presqu'en rien la répartition horaire : seule la morale se désolidarise de l'instruction civique et morale pour les instituteurs, l'horaire accordé aux sciences physiques et à la chimie est légèrement augmenté en 1ère année,

[15] G. Compayré, *Cours de pédagogie théorique et pratique,* p. 270, 271.

de ½ h il passe respectivement à 1h, aux dépens de l'écriture pour les instituteurs, et globalement de 1 ½ h à 2h, en 2ème et 3ème année, pour les institutrices.

Entre 1881 et 1887, les quotités horaires hebdomadaires passent de 38 h en 1ère année, 39 h en 2nde année, 37 h en 3ème année, à respectivement 38 h, 38 h et 37 h dans écoles normales d'instituteurs. Elles passent de 35 h en 1ère année, 33 h en 2ème année, 32 h en 3ème année à respectivement 35 h, 35 h et 33 h dans les écoles normales d'institutrices. Nous mettons en parallèle, ci-dessous, les répartitions hebdomadaires des matières enseignées aux instituteurs et celles propres aux institutrices, fixées par l'arrêté du 18 janvier 1887. Les matières qui relevaient en 1881 du domaine demandant préparation comprennent toutes celles qui vont de l'instruction civique aux langues vivantes. Les horaires qui dotent ces matières montrent notamment que c'est la part accordée à l'enseignement scientifique qui différencie sensiblement l'enseignement réservé aux instituteurs de celui des institutrices.

Ecoles normales d'instituteurs.

Matières d'enseignement	Total des heures par semaine		
	1ère année	2ème année	3ème année
Instruction civique	0	0	1
Morale	2	2	0
Pédagogie et administration scolaire	1	1	1
Langue et éléments de littérature française	7	5	4
Histoire	4	3	3
Géographie	1	1	1
Arithmétique et tenue des livres	2	3	3
Géométrie, arpentage et nivellement	1	2	3
Physique	1	2	2
Chimie	1	1	1
Sciences naturelles	1	1	2
Agriculture et horticulture	0	1	1
Langues vivantes	2	2	2
Ecriture	2	1	0
Dessin	4	4	4
Chant et musique	2	2	2
Gymnastique et exercices militaires	3	3	3
Travaux agricoles et manuels	4	4	4

Ecoles normales d'institutrices.

Matières d'enseignement	Total des heures par semaine		
	1ère année	2ème année	3ème année
Instruction morale et civique	1	1	1
Pédagogie et administration scolaire	1	1	1
Langue et éléments de littérature française	6	5	4
Histoire	4	3	3
Géographie	1	1	1
Arithmétique et tenue des livres	3	3	3
Physique	0	1	1
Chimie	0	1	1
Sciences naturelles	1	2	2
Economie domestique et hygiène	0	1	1
Langues vivantes	2	2	2
Ecriture	3	1	0
Travaux de couture	3	3	3
Dessin	4	4	4
Chant et musique	2	2	2
Gymnastique	2	2	2
Herborisation et jardinage	2	2	2

Ces tableaux qui diffèrent fort peu en terme de quotité horaire de ceux de 1881 marquent la persistance d'un certain nombre de principes en évidence dans l'arrêté du 3 août 1881 : il s'agit notamment du statut différenciateur que l'enseignement scientifique présente dans les cursus des instituteurs et des institutrices. La géométrie, du moins dans la composante plus théorique qui s'écarte du système métrique, est réservée aux seuls instituteurs, la physique et la chimie sont moins développés en ce qui concerne l'enseignement féminin. Nous retrouvons des dispositions tout à fait semblables dans le programme des écoles normales primaires déterminé par l'arrêté du 10 janvier 1889.

Il est nécessaire pour interpréter les différences plus sensibles qui apparaissent dans cette nouvelle répartition hebdomadaire, de prendre en compte les effets induits par l'organisation effective de l'enseignement primaire supérieur. Dans l'article 18 du décret relatif à l'organisation des écoles normales primaires du 18 juillet 1881, le titre requis pour passer le concours d'admission des élèves – maîtres est le certificat d'étude primaire : il porte sur le savoir enseigné à l'école primaire, il s'obtient en principe à la fin du cours supérieur. L'article 70 du décret du 18 janvier 1887 (relatif à l'exécution de la loi du 30 octobre 1886) requiert des postulants une certification supérieure : le brevet élémentaire, qui fait l'objet d'une préparation spécifique dans les cours complémentaires et les écoles primaires supérieures. L'article 23 du même décret qui faisait de la première année d'enseignement normal la classe propédeutique au brevet élémentaire, perd sa consistance. Cette première année n'a plus pour objet d'homogénéiser les connaissances des élèves-maîtres : les écoles primaires supérieures et les cours complémentaires deviennent les pépinières qui forment à la préparation du concours d'admission. L'obligation d'être détenteur du brevet élémentaire prend effet dès 1888.

L'arrêté du 24 juillet 1888, en fixant la durée moyenne d'heures de classes et en fixant la quotité consacrée chaque année à l'enseignement littéraire modifie sinon notablement les horaires disciplinaires, du moins la configuration de la répartition hebdomadaire. A l'enseignement littéraire, doivent être consacrées respectivement 15 h, 13 h et 12 h, les 1ère, 2ème et 3ème années. L'arrêté du 10 janvier 1889 présente une classification des matières en trois grandes rubriques : enseignement littéraire ; enseignement scientifique ; matières « autres ».

Nous donnons ainsi le tableau A *« pour servir de modèle à la répartition des matières d'enseignement dans une école normale d'instituteurs »*, puis le tableau B *« pour servir de modèle à la répartition des matières d'enseignement dans une école normale d'institutrices ».*

Tableau A et Tableau B

Matières de l'enseignement	Total des heures par semaine		
	1ère année	2ème année	3ème année
ENSEIGNEMENT LITTERAIRE			
Psychologie, morale, pédagogie	2	2	2
Langue et éléments de littérature	5	4	4
française		3	3
Histoire et instruction civique	3		
Géographie	1	1	1
Ecriture	2	1	0
Langues vivantes	2	2	2
Total des heures de l'enseignement littéraire	15	13	12

L'horaire consacré à l'enseignement littéraire est donc identique pour les écoles normales d'instituteurs et celles d'institutrices. Mais, comme nous pouvons l'observer ci-dessous, l'enseignement scientifique dans les écoles normales d'institutrices occupe globalement, chacune des trois années, 3 h de moins que celui donné dans les écoles normales d'instituteurs.

Tableau A (suite)

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE			
Mathématiques	3	4	4
Physique et chimie	2	2	3
Sciences naturelles et hygiène	1	1	1
Dessin et modelage	4	4	4
Agriculture théorique	0	1	1
Total des heures de l'enseignement scientifique	10	12	13
Travaux manuels et agricoles	5	5	5
Exercices gymnastiques et militaires	3	3	3
Chant et musique	2	2	2

Tableau B (suite)

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE			
Arithmétique	2	2	2
Physique	0	1	1
Chimie	0	1	1
Sciences naturelles et hygiène	1	1	1
Economie domestique	0	0	1
Dessin	4	4	4
Total des heures de l'enseignement scientifique	7	9	10
Travaux de couture	3	2	2
Travaux de ménage et de jardin	2	2	2
Gymnastique	2	2	2
Chant et musique	2	2	2

Certes, dans la comparaison abrupte, qui consisterait à trouver la résonance immédiate du *Discours sur l'égalité d'éducation*, tenu par J. Ferry, le 10 avril 1870, dans les lignes directrices du programme d'enseignement scientifique pour les institutrices, nous devons reconnaître un certain clivage entre les intentions affichées et la réalité des faits. Quand J. Ferry écrit[16] : *« Réclamer l'égalité d'éducation pour toutes les classes, ce n'est que faire la moitié de l'œuvre […] ; cette égalité, […] je la revendique pour les deux sexes […] »,* et qu'il conclut son

[16] Cité par A. Prost, Histoire de l'enseignement en France, 1800- 1967, A. Colin, 1968, p. 268.

discours sur ces mots : *« il faut que la démocratie choisisse, sous peine de mort ; il faut choisir, citoyens ; il faut que la femme appartienne à la science ou qu'elle appartienne à l'Eglise »*, le politique n'est pas encore le stratège qui dispose du pouvoir de légiférer. Les principes des deux dispositions qu'il revendique, ne sont pas abandonnés, ils ne sont que réadaptés pour pouvoir être appliqués dans l'organisation d'un système d'enseignement, déjà en grande partie, instaurée : il n'est pas pertinent de remettre en question la dualité primaire – secondaire ; l'ordre primaire est à affermir ; le primaire féminin, quant à lui, est d'abord, à détacher de la tutelle congréganiste. La comparaison ne marque pas une rupture ; elle révèle l'avancée prudente, pragmatique et progressive d'un projet ambitieux. L'enjeu soulevé par J. Ferry, quand il rejette une hypothétique objection « *Je sais que plus d'une femme me répond, à part elle : mais à quoi bon toutes ces connaissances, tout ce savoir, toutes ces études ? A quoi bon ? Je pourrais répondre : à élever vos enfants, et ce serait une bonne réponse, mais comme elle est banale, j'aime mieux dire : à élever vos maris* [17]*.»*, est avant tout social et politique ; il ne s'agit pas d'émanciper la femme en dehors de son cercle familial : elle reste mère et épouse.

En dehors de ce premier constat, il est à noter que l'horaire réservé à l'enseignement mathématique a été globalement réduit : pour les instituteurs, sont réunis sous la rubrique mathématique, arithmétique et tenue des livres, géométrie, arpentage et nivellement ; pour les institutrices, arithmétique et tenue des livres se retrouvent sous le simple intitulé arithmétique. Nous donnons ci-dessous le tableau récapitulatif.

Arrêté du 3 août 1881

Enseignement masculin	1ère année	2ème année	3ème année
Arithmétique et tenue des livres :	2	3	3
Géométrie, arpentage nivellement :	1	2	3

Enseignement féminin	1ère année	2ème année	3ème année
Arithmétique et tenue des livres :	3	3	3

Arrêté du 10 janvier 1889

Enseignement masculin	1ère année	2ème année	3ème année
Mathématiques ;	3	4	4

[17] *Ibid.*

Enseignement féminin	1ère année	2ème année	3ème année
Arithmétique	2	2	2

La réorganisation des répartitions horaires montre globalement en 1889 une diminution : pour les instituteurs, la quotité horaire totale passe à trente cinq heures les trois années, pour les institutrices, elle est réduite à trente et une heures la première année, à trente heures ensuite. Si les sciences naturelles, le dessin, les matières ne demandant pas préparation gardent leur importance, l'écriture, la langue française, les sciences physiques, la chimie et les mathématiques voient leurs horaires amputés pour les instituteurs comme pour les institutrices. Il peut sembler, *a priori*, que parce que le savoir engrangé en 1889 par les futurs maîtres est plus complet, la formation normale accorde une part moins importante à l'instruction relevant de la culture générale, notamment scientifique ; le temps minimal qui devait être employé au travail personnel, lectures, préparation de classe reste fixé, chaque jour, à cinq heures ; l'allègement du temps consacré à l'enseignement ne peut que lui être bénéficiaire.

Il convient donc de s'interroger sur les effets que la réduction du temps d'enseignement produit sur les programmes fixés en 1889.

Des effets produits par la réorganisation du cadre temporel sur le programme d'enseignement scientifique, et plus particulièrement mathématique.

Les programmes détaillés se déclinent toujours différemment selon qu'ils concernent l'enseignement masculin ou féminin. Les programmes relatifs à l'enseignement littéraire montraient, dès l'arrêté de 1881, assez peu de différence : le suffrage universel, le fonctionnement des institutions font par exemple l'objet de développements plus importants pour les instituteurs : rappelons qu'évidemment les droits civiques du citoyen sont plus étendus que ceux de la citoyenne ; ce qui est d'une utilité pratique au citoyen, mais l'est moins pour la citoyenne fait l'objet d'une étude plus approfondie pour les instituteurs. Ils sont, en1889, totalement homologues dans les contenus, très légèrement modulés dans les intentions (on réduit l'instruction civique aux notions essentielles …).

C'est donc sur l'enseignement scientifique, sur l'enseignement mathématique particulièrement que nous allons préciser notre analyse. Nous chercherons d'une part, à appréhender la cohérence de ces programmes, leur évolution entre 1881 et 1889, la place spécifique qu'occupe l'arithmétique, d'autre part à identifier dans quelle mesure l'arithmétique constitue, en dehors ce qui différencie l'enseignement masculin de l'enseignement féminin, un noyau commun notamment dans sa composante théorique.

La rubrique qui définit le contenu de l'enseignement mathématique se traduit en dans l'arrêté du 3 août 1881 dans les programmes ci-dessous :

Pour les écoles normales d'instituteurs, nous pouvons lire :

VI. Calcul, Système métrique, Arithmétique et ses applications.

1ère année …2 heures par semaine

2ème année … 3 heures par semaine

3ème année …3 heures par semaine

Première année. *Arithmétique.*

Opérations sur les nombres entiers.

Caractères de divisibilité les plus simples. – Plus grand commun diviseur.

Fractions ordinaires. – Notions sur les rapports et proportions.

Nombres décimaux.

Système métrique.

Applications. – Règles de trois, d'intérêt simple et d'escompte, de partage proportionnel. – Problèmes sur les mélanges et les alliages. – Rentes sur l'Etat.

Deuxième année. *Arithmétique et algèbre élémentaire.*

Révision du cours de première année.

Carrés, cubes, racines carrées et cubiques des nombres entiers et des nombres décimaux.

Rapports et proportions.

Questions d'intérêt simple et d'escompte, d'échéance commune, de partages proportionnels.

Calcul algébrique, moins la division des polynômes. – Equations numériques du premier degré. – Problèmes.

Troisième année. *Arithmétique et algèbre élémentaire.* (suite)

Révision du cours de deuxième année.

Résolution des équations du second degré à une inconnue. – Application à des problèmes d'arithmétique et de géométrie.

Progression arithmétique et géométrique. – Application aux intérêts composés et annuités.

Usage des tables de logarithmes.

Notions de tenue des livres.

Tenue des livres en partie simple et en partie double.

Principales disposition du Code de commerce sur la comptabilité commerciale.

VII. Géométrie et ses applications.

1ère année … 1 heure par semaine.

2ème année … 2 heures par semaine.

3ème année … 3 heures par semaine.

Première année. *Géométrie plane.*

Les matières des deux livres de Legendre.

Lignes proportionnelles. – Similitudes.

Deuxième année. *Géométrie plane.* (suite)

Polygones réguliers. – Circonférences.

Mesures des aires.

Géométrie dans l'espace.

Droites perpendiculaires à un plan. – Parallélisme des droites et des plans. – Angles dièdres. – Plans perpendiculaires. – Propriétés fondamentales des angles dièdres.

Polyèdres. – Mesures des volumes.

Troisième année. *Géométrie dans l'espace* (suite)

Cône, cylindre, sphère.

Notions très sommaires de trigonométrie.

Application de la géométrie.

Levé des plans : méthode générale pour lever un plan. – Polygone topographique. – Levé des détails.

Construction du plan sur le papier. – Echelle. – Signes conventionnels.

Planchette et boussole. – Problèmes topographiques.

Arpentage. – Opérations faites directement sur le terrain. – Evaluation des surfaces sur les plans dessinés. – Problème d'arpentage. – Plan cadastral.

Nivellement. – Instruments usuels (niveau et mire). – Registre des nivellements. – Courbes de niveau.

Plans cotés. – Echelle de pente d'une droite, d'un plan.

Plans et cartes topographiques. – Signes conventionnels et nomenclature en usage dans les cartes topographiques. – Lecture des cartes. – Carte de l'Etat- major français.

Exercices sur le terrain. – Promenades topographiques.

Nous pouvons signaler que la forte composante opératoire et pragmatique des connaissances géométriques, que révèle la lecture du programme de ce domaine mathématique, se signale tout aussi notablement dans le programme de dessin : celui se subdivise en deux parties *Dessin d'imitation* et D*essin géométrique.* Dans cette dernière partie, la composante instrumentale à visée professionnelle domine : elle légitime, d'une certaine façon, par l'usage, la présence d'un savoir géométrique dont une des principales raisons d'être pouvait déjà résider dans l'usage du système métrique aux mesures d'aires et de volumes. Cette visée professionnelle disqualifie de fait la candidature d'un tel savoir dans le corpus d'un enseignement féminin mais elle conforte la légitimité et la pertinence culturelle de ce savoir dans le curriculum des futurs instituteurs.

A première lecture, le programme d'arithmétique semble procéder du même principe, sa composante calculatoire et opératoire permet de rendre consistant le réseau des applications pratiques auxquelles elle peut prêter ses règles. Les éléments dont le caractère théorique (caractères de divisibilité, notions sur les rapports et les proportions, calcul algébrique, progressions, logarithmes) dénote avec le caractère concret du spécifiquement primaire, précèdent, soit des notions familières (les fractions) pour lesquelles ils nourrissent des techniques, soit des applications plus complexes (problèmes, intérêts composés, annuités), dans lesquelles, les techniques calculatoires qu'ils génèrent, servent d'outils pour résoudre plus aisément des problèmes pour lesquels les quatre opérations s'avèrent insuffisantes. La présence de la « tenue des livres », directement exportée du programme du primaire supérieur confirme ce constat.

Nous abordons maintenant le programme destiné aux institutrices :

VI. Arithmétique et ses applications.

1ère année … 3 heures par semaine.

2ème année … 3 heures par semaine.

3ème année … 3 heures par semaine.

Première année. *Eléments d'arithmétique. – Calcul et système métrique.*

Opérations sur les nombres entiers.

Caractères de divisibilité les plus simples. – Plus grand commun diviseur.

Fractions ordinaires. – Notions sur les rapports et proportions.

Nombres décimaux.

Système métrique.

Applications : règles de trois, d'intérêt simple et d'escompte, de partages proportionnels. – Problèmes élémentaires sur les mélanges et les alliages. – Rentes sur l'Etat.

Deuxième et troisième année. *Arithmétique.* (suite) – *Eléments de géométrie plane. – Mesures des surfaces.*

Révision du cours de première année.

Carrés, cubes, racines carrées des nombres entiers et des nombres décimaux.

Rapports et proportions.

Questions d'intérêt simple et d'escompte, d'échéance commune, etc.

Notions très élémentaires de géométrie plane : mesures des surfaces ;

Mesures des volumes.

Notions de tenue des livres.

Comme dans le programme d'enseignement destiné aux instituteurs, le dessin qui occupe la même quotité horaire hebdomadaire (4 h), se divise en deux parties *Dessin d'imitation, Dessin géométrique.* La fonction qu'y assurent les éléments de géométrie est tout à fait comparable tant quantitativement que qualitativement à celle donnée à l'enseignement masculin : envisagées essentiellement dans une perspective d'application pratique dans le programme pour les instituteurs, puisqu'elles ont été préalablement abordées dans le programme de géométrie, les notions de géométrie dans l'espace apparaissent dans celui du programme de dessin pour les institutrices. En dehors de l'adaptation de certaines des applications (citons par exemple, motifs de décoration relatifs à la broderie, à la dentelle, à la tapisserie, pour les institutrices et dessin de bâtiments, de machines pour les instituteurs), la plupart des autres sont communes : notions d'architecture, proportions du corps humain, copie et réduction de cartes topographiques. Les constructions des polygones réguliers, des rosaces étoilées, des courbes géométriques diverses, les projections de solides géométriques et d'objets simples, la représentation en perspective font partie des savoir faire enseignés et aux instituteurs et aux institutrices.

Le savoir arithmétique enseigné aux institutrices peut sembler procéder d'une élémentarisation opérée sur celui destiné aux instituteurs. Non abrégées, mais amputées des notions plus théoriques qu'induisent l'introduction de notions d'algèbre, les progressions et leur finalité, l'usage des logarithmes, les connaissances arithmétiques du programme normal féminin irriguent un réseau d'applications moins étendu ; les domaines connexes où ces connaissances peuvent nourrir la compréhension, fournir des outils pertinents pour transformer des pratiques sociales se déclinent de même différemment. Sont réservées aux futurs maîtres, les notions d'économie politique, où sont abordés les thèmes suivants :

Production de la richesse. – Les agents de la production : la matière, le travail, l'épargne, le capital, la propriété.

Circulation et distribution des richesses. – L'échange, la monnaie, le crédit, le salaire et l'intérêt.

Consommation de la richesse. – Consommation productive et improductives ; la question du luxe ; dépenses de l'Etat ; l'impôt, le budget.

Ces thèmes apparaissent comme susceptibles de fournir des situations et des problèmes propices tout à la fois, à l'éveil d'une conscience civique et à l'usage raisonné des règles d'arithmétique. Pour les institutrices la perspective est moins large : c'est la comptabilité du ménage dans le vaste domaine de l'économie domestique qui peut occuper ce créneau. L'économie domestique qui constitue avec le ménage, le jardin et la ferme, le domaine réservé des futurs institutrices, décline dans son programme toutes les compétences les plus pratiques qui font de la future maîtresse une parfaite ménagère.

Les raisons qui justifient de la pertinence de ces programmes sont présentées par les législateurs.

De la pertinence culturelle des programmes : l'éclairage des finalités officielles.

L'Instruction spéciale sur l'application des programmes d'enseignement dans les écoles normales primaires, jointe à l'arrêté du 3 août 1881 propose, en sus du plan d'études, les directions qu'il faut imprimer aux études, des principes sur lesquels faire reposer la formation des instituteurs.

Pour « Arithmétique et Eléments d'algèbre », le préambule est clair :

« Il y a peu à dire du programme d'arithmétique. Le Conseil supérieur y a ajouté quelques notions de calcul algébrique dans les écoles normales d'instituteurs, en raison des services que cette science peut rendre pour l'étude de la géométrie et pour la solution des problèmes difficiles. [...] Le Conseil supérieur n'a pas cru développer autrement ce programme, parce que, d'abord, l'arithmétique n'est plus une science à faire, et ensuite, parce que, de tous les enseignements donnés à l'école normale, c'est celui qui est le mieux entendu et qui donne les résultats les plus sûrs ». Savoir déjà ancré dans un noyau de culture primaire reconnu, son caractère intrinsèque n'est pas novateur, c'est sa relation avec la composante calculatoire d'un domaine nouveau, le calcul algébrique, qui en étendant le champ de ses applications, en les rendant plus aisées, l'oriente dans sa direction nouvelle. Le commentaire porte encore sur les connaissances déjà étendues des élèves ; détenteurs du certificat d'études primaires, *« ils savent calculer et appliquer au moins les quatre règles à des problèmes variés et souvent assez difficiles. Ce qui leur manque, c'est le sens vrai des choses, ce sont les définitions exactes et les démonstrations rigoureuses ».* La direction à donner se dessine d'emblée : *« Le professeur s'attachera donc à combler ces lacunes ; il apprendra surtout à ses élèves à raisonner juste, à ne point se payer de mots ni de demi-raison, et à ne laisser à la mémoire qu'un rôle secondaire ; de plus, il évitera avec soin de sortir du cadre de l'enseignement primaire et de traiter des questions d'ordre purement spéculatif. Il devra se borner, conformément au programme, aux théories qui donnent lieu à des applications pratiques, ou qui sont nécessaires à l'enchaînement des propositions et à la rigueur des démonstrations. Enfin, il multipliera les exercices et les problèmes, en ayant soin de les choisir exclusivement parmi ceux qui se rapportent à la vie usuelle, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture ».*

Fondamentalement pratique et circonscrit au cadre défini par le savoir enseigné à l'école primaire, à l'écart des développements purement spéculatifs, n'accordant place à la théorie qu'en cas de nécessité, quand la raison et la rigueur l'exigent, l'arithmétique peut trouver son caractère novateur mais non spécifique d'un enseignement « normal » dans la fonction prééminente que doit trouver l'exercice du raisonnement aux dépens des méthodes anciennement privilégiées, qui accordaient trop de part à la mémoire.

C'est, sans conteste, une nouvelle conception de la citoyenne républicaine qui détermine l'enseignement donné dans les écoles normales d'institutrices ; il convient de ne point trop s'attacher à son caractère *a priori* limité : « *Le programme des élèves-maîtresses est un peu moins étendu en ce qui concerne l'arithmétique, dont on a retranché, outre l'algèbre, les racines cubiques, les progressions et l'usage des logarithmes ; mais on a cru pouvoir y faire entrer des notions très élémentaires de géométrie plane, pour arriver à la mesure des surfaces. <u>Il est inutile d'expliquer les motifs de ces retranchements ; ils apparaissent d'eux-mêmes ;</u> quant aux notions de géométrie plane, ce sont à proprement parler, des applications du système métrique, que des institutrices ne doivent pas ignorer et qui se peuvent enseigner, autant qu'il est nécessaire, à l'aide de quelques formules et sans démonstration théorique* ».

Nous pouvons admettre que la fonction d'institutrice s'inscrit dans l'environnement sociétal en rompant radicalement avec la tradition congréganiste dont elle conservait l'empreinte profonde. De la formation normale procède une certaine forme d'émancipation pour la future institutrice. En cela, les instructions sur l'économie domestique sont éclairantes quand elles précisent les principes qui doivent régir la formation nouvelle : *Lorsque le Conseil supérieur s'est occupé de l'enseignement dans les écoles normales d'institutrices, il a été dirigé par cette pensée qu'il fallait rompre avec cette tradition qui, jusqu'ici, enfermait les élèves-maîtresses dans le cercle à peu près infranchissable de l'étude théorique, dans une sorte de vie purement intellectuelle, aussi dangereuse pour l'esprit même que pour le corps ; qu'il fallait, dans leur éducation, faire une large part à l'action, à la vie réelle ; développer leurs forces physiques en même temps que fortifier leur intelligence ; les préparer à l'existence commune ; en faire, en un mot, des femmes capables de former d'autres femmes. Cette préoccupation du Conseil supérieur se retrouve dans le soin qu'il a pris de réduire le plus possible le nombre d'heures consacrées chaque jour à l'enseignement : [...] ».* Les directrices d'écoles normales sont donc sollicitées, dans le but de *« Faire d'elles des jeunes filles instruites, autant qu'il en est besoin, dans les sciences et les lettres, mais instruites en même temps des choses de la vie, de la tenue d'un ménage, d'un jardin, d'une basse-cour, de la comptabilité domestique, de la préparation des aliments, de tout ce qui contribue à l'ordre, à l'économie et à la prospérité d'une maison;[...] ».*

Quoi qu'il en soit du public auquel s'adressent les programmes d'arithmétique, le noyau d'un savoir spécifiquement arithmétique se révèle comme déjà fortement constitué et organisé : les opérations dans les entiers, quelques propriétés des nombres, les fractions et les nombres décimaux, quelques éléments de la théorie des rapports et proportions et le système métrique. C'est sur ce noyau que viennent se greffer des notions connexes qui induisent, sinon l'unification d'un champ de savoir « mathématique », du moins une extension du réseau des notions « outils » permettant d'approfondir le terrain des applications : l'inadéquation pratique des méthodes de résolution arithmétique appliquées à des problèmes complexes génère l'introduction du calcul algébrique, l'usage des logarithmes dans le savoir enseigné aux instituteurs ; parallèlement, les applications raisonnées du système métrique impliquent l'émergence d'un minimum de notions géométriques dans le savoir enseigné aux institutrices.

Evolution du programme d'arithmétique.

Les programmes initiaux définissent, que ce soit pour les instituteurs ou pour les institutrices, un savoir fortement structuré car lié à une tradition efficiente, rénové parce que satisfaisant au principe d'une nouvelle économie ; le champ des applications pratiques, utilitaires comme sociales qu'il ouvre, notamment à travers sa composante opératoire s'est élargi. La composante théorique commune aux deux enseignements masculin et féminin semble limitée à l'étude de quelques propriétés des nombres applicables à l'étude des fractions.

Les programmes du 3 août 1881 ont dressé les perspectives : comme nous l'avions signalé, les postulants au concours d'admission à l'école normale ne possèdent, pour la plupart, que le certificat d'études primaires et le programme de la première année de formation à l'école normale définit le programme du brevet qu'ils devront obtenir pour passer en seconde année.

En 1889, les candidats sont maintenant titulaires du brevet élémentaire qu'ils ont préparé dans les cours complémentaires ou les écoles primaires supérieures. C'est sur l'exemple du programme de mathématiques que nous focalisons notre attention, sans pour autant occulter le filtrage que subissent eux-mêmes les autres domaines scientifiques.

Pour les instituteurs, nous pouvons lire :

V. – Arithmétique. – Eléments d'algèbre. – Tenue des livres.

1ère année … 2 heures par semaine.

2ème année … 2 heures par semaine.

3ème année … 2 heures par semaine.

PREMIERE ANNEE.

Arithmétique.

Opérations sur les nombres entiers.

Caractères de divisibilité par 2, 5 , 4 , 25 , 3, 9 , 11.

Plus grand commun diviseur.

Décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers. – Formation du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de plusieurs nombres.

Fractions ordinaires.

Fractions décimales.

Système métrique.

Notions sur les rapports et les proportions.

Règles de trois. – Intérêts simples ; rentes sur l'Etat. – Escompte ; échéance commune. – Problèmes de mélange et d'alliage. – Transformations abréviatives dans le calcul mental ou écrit.

DEUXIEME ANNEE.

A. – Compléments d'arithmétique.

Principes sur les produits et quotients.

Principes sur les nombres premiers ou premiers entre eux. – Fractions irréductibles. – plus petit commun dénominateur de plusieurs fractions. – Fractions périodiques, fraction génératrice.

Racine carrée.

B. – Algèbre.

Règle du calcul algébrique, moins la division des polynômes.

Equations numériques du premier degré. – Problèmes.

TROISIEME ANNEE.

A. – Algèbre.

Résolution de l'équation du second degré à une inconnue. – Applications à des questions d'arithmétique et de géométrie.

Progressions arithmétiques et géométriques. – Usages des tables de logarithmes. Intérêts composés et annuités.

B. – Notions de tenue des livres.

Tenue des livres en partie simple et en partie double.

Principales dispositions du Code du commerce sur la comptabilité commerciale.

VI. – Géométrie.

1ère année … 1 heure par semaine.

2ème année … 2 heures par semaine.

3ème année … 2 heures par semaine.

PREMIERE ANNEE

Géométrie plane : la matière des deux premiers livres de Legendre. – Lignes proportionnelles. – Similitudes.

DEUXIEME ANNEE.

Géométrie plane. Longueur de la circonférence. Mesure des aires.

Géométrie de l'espace. Parallélisme des lignes droites et des plans. – Notions sur les angles trièdres.

Polyèdres. – Mesure des volumes.

Cylindre, cône, sphère.

TROISIEME ANNEE.

Notions très sommaires de trigonométrie, exclusivement en vue de la résolution des triangles.

Levé des plans.

Polygone topographique. – Levé des détails.

Construction du plan sur le papier. – Echelle. – Signes conventionnels.

Planchette et boussole.

Arpentage. – Opérations sur le terrain et évaluation des surfaces. – Problèmes d'arpentage. – Plan cadastral.

Nivellement, niveau, mire. – Registre des nivellements. – Courbes de niveau.

Plans cotés. – Echelle de pente d'une droite, d'un plan.

Plans et cartes topographiques. – Lecture des cartes topographiques. – Cartes de l'Etat Major français.

Exercices sur le terrain. – Promenades topographiques.

Pour les institutrices le programme s'avère, rapporté au précédent, tout aussi réduit qu'il l'apparaissait en 1881.

V. – Mathématiques.

1ère année … 2 heures par semaine.

2ème année … 2 heures par semaine.

3ème année … 2 heures par semaine.

PREMIERE ANNEE.

Opérations sur les nombres entiers.

Caractères de divisibilité par 2, 5, 4, 3, 9.

Fractions ordinaires.

Fractions décimales.

Système métrique.

Notions sur les rapports et les proportions.

Règles de trois, d'intérêt simple et d'escompte, de partages proportionnels. – Problèmes élémentaires sur les mélanges et les alliages. – Rentes sur l'Etat.

DEUXIEME ET TROISIEME ANNEES.

Compléments d'arithmétique.

Nombres premiers et premiers entre eux. – Fractions irréductibles. – Plus petit dénominateur commun de plusieurs fractions.

Racine carrée.

Eléments de géométrie plane.

Ligne droite, circonférence ; similitude.

Mesures des surfaces ;

Mesures des volumes.

Notions de tenue des livres.

Que nous nous référions au programme des instituteurs ou à celui des institutrices, les modifications apparaissent peu notables : la part octroyée à l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques reste prépondérante ; carrés, cubes disparaissent des programmes, tandis que la racine carrée résiste. La racine cubique est écartée du programme masculin, tandis que dans ce même programme, les progressions arithmétiques et géométriques, les logarithmes demeurent mais glissent en algèbre.

Il faut encore souligner l'introduction explicite d'une composante élargie du domaine relevant des propriétés des nombres. Plus explicite dès la première année, dans le programme réservé aux instituteurs, ce domaine non plus réduit aux caractères de divisibilité et au plus grand commun diviseur s'étend aux décompositions en produit de facteurs premiers, au plus petit commun multiple de plusieurs nombres, trouve consistance en seconde année, dans la rubrique *Compléments d'arithmétique.* Bien que moins ambitieux dans le programme réservé aux institutrices, le caractère novateur que peut revêtir ce dernier réside bien dans la rubrique intitulée elle aussi *Compléments d'arithmétique.* Nous ne pouvons faire les mêmes considérations en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie : dans les deux programmes, il conserve la nature précise que lui avait conférée l'arrêté du 3 août 1881. En conclusion, si nous omettons la part plus importante accordée aux propriétés des nombres, dont la fonction que sous-tend le programme porte sur une maîtrise plus grande des opérations et règles relatives au domaine des fractions, le programme reste fidèle aux limites que lui avaient fixées les législateurs de 1881. Il paraît nécessaire, compte tenu de la réduction du temps d'enseignement consacré à ce programme, d'identifier la façon dont ce programme est lui-même lié aux programmes des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures.

L'arithmétique dans les écoles primaires supérieures : un éclairage sur le caractère homologique des programmes de l'édifice primaire.

Les programmes de ces écoles en cours en 1889, fixés le 27 juillet 1885 par l'arrêté relatif à l'organisation pédagogiques et aux programmes des cours complémentaires et écoles primaires supérieures puis modulés suivant le sexe des élèves dans le règlement du 18 juillet 1887, sont les suivants :

Pour les garçons :

7° Arithmétique, géométrie, arpentage et comptabilité.

Cours complémentaires. – Révision et développement du cours des écoles primaires.

Ecoles primaires supérieures. – Arithmétique.

Arithmétique. - Opérations sur les nombres entiers. – procédés rapides de calcul mental et de calcul écrit.- Caractères de divisibilité les plus simples. – Preuves par 9 de la multiplication et de la division. – Plus grand diviseur commun de deux nombres. – Décomposition des nombres en facteurs premiers. - Composition du plus grand diviseur commun et du plus petit commun multiple de plusieurs nombres.

Fractions ordinaires. - Simplification des fractions. – Réduction de plusieurs fractions à un dénominateur commun. – Opérations sur les fractions. – Fractions décimales. – Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales.

Racine carrée. – Pratique de l'extraction d'une racine carrée à une unité près, ou à une unité décimale près.

Notions très simples sur les rapports et les proportions. – Grandeurs proportionnelles.

Problèmes divers : Intérêt simple. – Escompte. – Echéance commune. – Fonds publics. – Actions. – Obligations. – Assurances. – Caisses d'épargne. – Partages proportionnels. – Répartition de l'impôt. – Règle de moyennes.

Système métrique.

Applications nombreuses, principalement à la mesure des surfaces et des volumes simples.

Algèbre.

Eléments de calcul algébrique.

Résolution des équations numériques du 1er degré à une et plusieurs inconnues, sans discussion.

Application aux problèmes d'arithmétique.

Résolution des équations du premier degré, sans discussions. – Problèmes et exercices numériques.

Résolution, sans discussion, des équations du second degré à une inconnue ; application à des problèmes d'arithmétique et de géométrie.

Principales propriétés des progressions arithmétiques et géométriques.

Idées générales des logarithmes. – Usages des tables de logarithmes à 4 ou 5 décimales.

Application aux intérêts composés et aux annuités.

Géométrie.

Géométrie plane et levé des plans. – Méthode générale employée pour lever un plan. – Levé au mètre. – Levé à l'équerre d'arpenteur. – Construction du plan sur le papier. – Echelle. – Levé à la planchette. - Problèmes topographiques simples.

Notions élémentaires de géométrie dans l'espace et applications. – Lignes trigonométriques ; exercices sur la résolution des triangles dans les cas les plus usuels.

Arpentage.

Opérations faites directement sur le terrain. – Evaluation des surfaces sur les plans dessinés. – Problèmes d'arpentage. – Plan cadastral. – Nivellement. – Emploi du niveau d'eau. – Mire. – Lecture des cartes topographiques.

Premières notions de commerce et de comptabilité.

Commerçants. – Actes de commerce. – Achats et ventes. – Mémoires. – Factures. – Acquit. – Quittance ou reçu ; - Billet simple. – Billet à ordre. – Lettre de change ou traite. – Endossement. – Acceptation. – Protêt. – Mandat. – Chèque. – Négociation des effets de commerce. – Escompte. – Commission. – Bordereau. – Tenue des livres. – Notions sur la tenue des livres en partie simple. – Son insuffisance. – Tenue des livres en partie double. – Faillite. – Concordat. – Réhabilitation. – Banqueroute.

Pour les filles (l'enseignement scientifique fait l'objet d'une rubrique spécifique) :

ARITHMETIQUE, ALGEBRE ET COMPTABILITE.

Cours complémentaires. – Révision et développement du cours des écoles primaires.

Ecoles primaires supérieures. – Arithmétique.

Arithmétique. – Opérations sur les nombres entiers. – Procédés rapides de calcul mental et écrit. – Caractères de divisibilité les plus simples. – Preuve par 9 de la multiplication et de la division. – Plus grand commun diviseur de deux nombres. – Décomposition des nombres en facteurs premiers. – Composition du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de plusieurs nombres.

Fractions ordinaires. – Simplification des fractions. – Réduction de plusieurs fractions à un dénominateur commun. – Opérations sur les fractions. – Fractions décimales. – Opérations sur les fractions décimales. – Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales.

Racine carrée. – Pratique de l'extraction d'une racine carrée à une unité près, ou à une unité décimale près.

Notions très simples sur les rapports et proportions.

Problèmes divers : Intérêt simple. – Escompte. – Echéance commune. – Fonds publics. – Actions. – Obligations. – Assurances. – Caisses d'épargne. – Partages proportionnels. – Répartition de l'impôt. – Règle de moyennes.

Système métrique : Applications nombreuses, principalement à la mesure des surfaces et des volumes simples.

Algèbre.

Eléments de calcul algébrique.

Résolution des équations numériques du 1^er^ degré à une et à plusieurs inconnues, sans discussion.

Application aux problèmes d'arithmétique.

Premières notions de commerce et de comptabilité.

Idem que pour les garçons.

Une première constatation s'impose : les deux programmes sont identiques en ce qui concerne l'arithmétique et les notions de commerce et de comptabilité. La différence réside dans l'allègement du programme d'algèbre et dans l'absence d'un programme explicite de géométrie théorique et pratique dans le savoir mathématique enseigné dans les écoles primaires supérieures de filles.

Le second constat porte sur le filtrage que semble avoir subi le programme de mathématique destiné aux futures institutrices. Si les principes sur les nombres premiers et premiers entre eux sont présents simultanément dans les programmes destinés aux instituteurs et institutrices alors qu'ils n'apparaissent pas dans ceux des écoles primaires supérieures, les compositions du plus grand diviseur commun et du plus petit commun multiple sont spécifiques au programme des instituteurs ; pour les institutrices, les applications semblent immédiatement limitées au domaine des fractions : fraction irréductible et réduction au même dénominateur.

En conclusion, nous pouvons penser que le programme de mathématiques des écoles normales est un calque presque entièrement fidèle à celui des écoles primaires supérieures et que la réduction horaire de l'enseignement mathématique trouve son origine dans le fait qu'il s'agit pour les futurs maîtres de structurer, organiser des savoirs déjà acquis ; le programme normal se particularise en réduisant à l'essentiel les connaissances liées à l'éducation aux métiers (dans les notions de commerce et comptabilité, les connaissances pratiques se cristallisent dans la tenue des livres) et en élargissant la composante théorique de l'arithmétique (les principes relatifs aux nombres premiers et premiers entre eux sont introduits). Il faut encore noter l'allègement apparent dont bénéficie le programme mathématique réservé aux futures institutrices. Les programmes nous donnent un premier aperçu de la conformité de l'enseignement avec les visées des législateurs : dotés d'une forte composante calculatoire, opératoire, pratique, ils définissent les outils dont le citoyen a besoin dans ses pratiques sociales, ils constituent encore les moyens de modifier les conduites, de les rationaliser voire de les moraliser. Mais il nous faut encore, pour préciser l'œuvre novatrice des législateurs, nous pencher sur le texte du savoir enseigné dans les écoles normales puis sur les dispositifs de certification qui permettent d'évaluer les enjeux de la formation.

Nous pensons pouvoir supposer qu'une transposition de ce texte, fidèle aux intentions didactiques affichées par les législateurs, se trouve dans le Dictionnaire de Pédagogie et d'instruction primaire. Publié sous forme de fascicules depuis 1877, celui-ci est édité en deux tomes en 1882. Cette première édition d'un dictionnaire élaboré sous la direction de F. Buisson, rédigé par « *des hommes d'une compétence incontestée parmi lesquels plusieurs des maîtres de la science »* se présente comme « *le guide théorique et pratique pour tous ceux qui s'occupent d'enseignement primaire ».* La préface est éclairante. L'ouvrage est composé de deux parties : la première est un *« vaste traité de pédagogie théorique »* et comporte les doctrines, la législation, l'histoire de l'enseignement ; la seconde porte sur *« l'application des principes pédagogiques aux diverses matières de l'enseignement »,* elle constitue ainsi « *un cours complet d'instruction primaire non pas à l'usage des élèves mais des maîtres ».*

3. Le dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire (désormais abrégé sous la forme D.P.)

3.1. Un outil de formation, un guide des pratiques, le dépositaire des textes de savoir de référence et d'une doctrine « normale ».

Nous pouvons lire dans la préface : cette *« encyclopédie pratique des connaissances nécessaires ou utiles à l'instituteur et au professeur d'école normale »* représente pour eux ce qu'est aux *« hommes du monde, le Dictionnaire de la conversation ».* Il est d'abord l'œuvre d'un homme Ferdinand Buisson, directeur de l'enseignement primaire de 1879 à 1896. Les changements ministériels peuvent se succéder, le *« premier instituteur de France »*, ainsi que le surnomme J. Ferry, est comme le souligne, A. Prost[18] « *l'incontestable animateur de toute l'œuvre scolaire de Ferry et Goblet ».* Ses collaborateurs, qui se comptent parmi des professeurs, des inspecteurs d'Académie, des inspecteurs généraux, des membres de l'institut, des universitaires, communient tous au même principe : la nécessaire cohérence d'une doctrine, qui ne sous-tend pas pour autant l'unicité des courants philosophiques ou idéologiques dont peuvent se réclamer les rédacteurs, doit permettre la genèse d'une culture primaire à l'image des « humanités ». Des *« humanités modernes, démocratiques et populaires »*, ainsi que l'entend G. Compayré[19]. Professeur de philosophie à la faculté des lettres de Toulouse, celui-ci est l'auteur de nombre des articles à visée pédagogique (43 dans le tome 1, 16 dans le tome 2) qui se trouvent dans le D.P. ; le rôle actif qu'il joue dans la création des écoles Normales Supérieures de l'enseignement primaire se poursuit à travers les leçons qu'il donne à Saint-Cloud et à Fontenay ; son *« Cours de pédagogie théorique et pratique »,* (première édition en 1885) et ses articles du D.P. constituent, en quelque sorte, les principes théoriques qui fondent la pédagogie « normale », cette dernière conférant à la doctrine normale, c'est à dire à l'ensemble des règles qui régissent la formation des futurs instituteurs, sa légitimité institutionnelle.

C'est donc le lien explicite de solidarité qu'entretiennent les maîtres d'œuvre et les maîtres d'ouvrages du nouvel ordre primaire qui peut nous permettre d'affirmer que le D.P. est bien le tabernacle du savoir enseigné dans l'institution primaire. La finalité à laquelle il répond est d'ailleurs clairement exprimée dans sa préface : *« Il s'adresse à l'homme d'études, le professeur qui prépare sa leçon, l'instituteur qui veut étendre et fortifier son savoir, l'élève d'école normale qui achève et révise tous ses cours et qui veut digérer les connaissances dont son esprit s'est chargé ».* Nous l'interprétons ainsi : texte de référence pour le professeur d'école normale, l'instituteur en activité ou le futur instituteur qui veut reprendre un enseignement dispensé de façon magistrale par son formateur, il peut satisfaire à des enjeux différenciés : pour le premier, il constitue un outil pour enseigner et former ; pour le second, un moyen d'assurer une formation continuée ; pour le troisième, il est le *memento* de ce qu'il a appris. L'enseignement dispensé à l'école normale est « un », il trouve son réceptacle dans un recueil destiné à l'usage de *« tous ceux qui s'occupent d'enseignement primaire ».*

L'ambition à laquelle aspire l'ouvrage trouve encore son explication dans la nouvelle posture épistémologique que se doivent d'adopter ces hommes d'études : *« Le dictionnaire leur donne ordinairement plus qu'ils n'auront eux-mêmes à enseigner : mais c'est l'esprit même des réformes scolaires contemporaines de ne pas proportionner la culture du maître aux nécessités étroites de son enseignement journalier, mais à ce qu'il doit savoir lui-même pour*

---

[18] Prost A., 1968, *Histoire de l'enseignement en France- 1800- 1967,* A. Colin, p. 384.
[19] Compayré G., *L'éducation morale et intellectuelle*, p. 11.

être en état de choisir, parmi les connaissances et parmi les méthodes, celles qui répondent aux besoins et aux facultés des élèves ». La justification première que revendiquent les auteurs de l'ouvrage pour légitimer *a priori* son aspect encyclopédique est un argument professionnel : le savoir du maître doit être suffisamment étendu et maîtrisé pour qu'il puisse en extraire les éléments qui lui permettront de faire sa leçon. Le D.P. se veut, en effet, un *« dictionnaire de leçons ».* La matière de chaque enseignement est divisée en chapitres formant des articles distincts et ceux-ci fournissent *« à l'instituteur les éléments de la leçon ou de la série de leçons qu'il y devra consacrer ».*

Le texte du savoir enseigné aux futurs maîtres tel qu'il se livre à travers cette dernière caractéristique n'est pas seulement différent sur le fond (l'ambition de son étendue et de ses développements, notamment en ce qui concerne les méthodes), il l'est aussi par la forme. Le découpage séquentiel en leçons, l'unité didactique qu'induit l'organisation pédagogique en œuvre, se substitue par exemple à l'organisation traditionnelle du traité d'arithmétique : une répartition en livres ordonnés selon un certain nombre de rubriques ; des rubriques elles-mêmes subdivisées en une suite de paragraphes numérotés portant sur les différents éléments propres à celle-ci. Nous reviendrons sur la spécificité de cette double composante quand nous tenterons, à la fin de ce paragraphe, d'établir la nature du rapport existant entre l'arithmétique telle qu'elle existe dans le D.P. et celle que semble disqualifier G. Bovier-Lapierre quand il rédige ses manuels élémentaires : cette arithmétique enseignée précédemment dans les degrés supérieurs du primaire et dont la tradition emprunte à celle de l'enseignement classique.

Memento, comme nous le définissons, des futurs maîtres, le D.P. explicite la méthodologie qui donne les clés de son usage : « *Veulent-ils en effet entreprendre tout d'une haleine la révision d'un ordre quelconque d'enseignement, de l'arithmétique par exemple ? Ils se reportent à l'article arithmétique ; cet article contient un programme ou un plan du cours qui leur indiquera la succession méthodique des leçons et le mot auquel ils trouveront chacune d'elle : d'abord numération, puis addition, soustraction, etc., et ainsi de suite jusqu'aux logarithmes, aux amortissements et aux questions de banque.*

Veulent-ils au contraire revoir non plus le cours, mais une question spéciale en vue de l'enseignement ? Ils recourront, cette fois encore, au mot général arithmétique, chercheront dans le programme, qui est en même temps la table des articles spéciaux, à quel mot est traitée la question dont il s'agit, et trouveront dans l'article spécial indiqué, non pas une définition isolée ou un renseignement de détail, mais l'ensemble du sujet exposé avec les développements d'un enseignement complet, élevé et méthodique ». La méthodologie à laquelle se prête l'ouvrage, en éclaire toute la spécificité : les connaissances qu'il recèle, définissent, d'une part, le savoir enseigné à l'école normale, découpé en ses diverses matières et tel qu'il doit être construit, ordonné et structuré dans l'esprit du futur maître, et d'autre part, constituent des réseaux de notions qui assurent la cohérence de l'ensemble. Nous nous réfèrerons aux travaux de T. Assude et H. Gispert[20] dont le choix méthodologique, l'entrée disciplinaire, les conduit à établir, à partir des réseaux d'articles, une cartographie des mathématiques présentes dans le D.P. : les différents cartes obtenues leur permettent notamment, en s'attachant à la nature et au rôle des savoirs d'ordre mathématique qui existent dans le D.P., de rendre compte de la légitimité de ces derniers.

Avant toutefois de conclure sur cette présentation générale et de porter notre attention sur la présence des mathématiques, et plus particulièrement de l'arithmétique dans le D.P., il convient peut-être de s'interroger sur l'absence d'un article intitulé mathématique.

La loi du 3 août 1882 introduit, en effet pour la première fois le terme mathématiques dans le programme d'enseignement des écoles normales : il y est indiqué « *les éléments de sciences naturelles, physiques et mathématiques : leurs applications..* ». Dénommées, les mathématiques apparaissent comme un tout unifié, ce n'est pas le cas dans le D.P. où c'est par le biais des cartographies établies par leur soin que T. Assude et H. Gispert peuvent déterminer l'appartenance des objets au domaine des mathématiques.

Une première explication peut résider dans le fait que, publiés à partir de 1877, de nombreux articles sont antérieurs aux lois Ferry, or les articles que comporte le D. P. font soit référence à des contenus mathématiques déjà présents dans des programmes ou des instructions passées et appliquées, soit à des projets de loi élaborés en 1877. L' « algèbre jusqu'aux équations du second degré » est par exemple présente dans le programme des écoles normales du projet de loi sur l'enseignement primaire présenté le 23 mars 1877, tout comme dans la proposition de loi du 1er décembre de la même année. Mais ce motif n'apparaît pas le plus probant : un article « mathématiques » pouvait être publié après 1882 ; des suppléments sont adjoints au dernier tome de la seconde partie, parmi ceux-ci, le très long article relatif à la tenue des livres.

La fugace émergence du terme « mathématiques » que nous ne retrouvons d'ailleurs pas dans le programme de 1887, pose très simplement la question de la légitimité institutionnelle des mathématiques telles qu'elle peut être entendue par le savant. Notre hypothèse est la suivante : la singularité qui réside dans le programme de 1882 porte non pas sur le mot « mathématiques », mais sur la présence du mot « éléments » ; la cohérence, l'unité

[20] Assude T., Gispert H, 2002, 2003, *Les mathématiques dans le(s) dictionnaire(s) Buisson,* (document de travail)

conférées à chacune des sciences résultent du processus d'élémentarisation qui les inscrit de fait dans la culture primaire. Les **éléments** de mathématiques et leurs applications diverses sont bien les contenus mathématiques que définit le programme de 1887.

Cette réticence des législateurs, comme nous semble-t-il, des rédacteurs réunis sous la direction de F. Buisson, à user du terme générique « Mathématiques », nous pouvons la déceler explicitement dans certains articles du D.P. A défaut d'une entrée mathématique, il existe une entrée science.

3. 2. La science dans le D.P. : le point de vue singulier d'un universitaire positiviste ; l'éviction d'une certaine conception de l'arithmétique.

Rédigé par A. Dastre, professeur suppléant à la faculté des Sciences de Paris, maître de conférence à l'E.N.S., l'article « Science » comporte 11 colonnes : il s'étend de la page 2001 à la page 2006. Il n'est pas référé à une matière d'enseignement et propose plutôt un éclairage épistémologique et philosophique dont l'existence n'apparaît pas explicitement dans les programmes. Comme tel, il n'est en rien prescriptif, il est plutôt censé alimenter une réflexion d'ordre pédagogique ancrée sur la pertinence culturelle de la méthode scientifique. C'est, en effet, la science positive telle que la définit préalablement A. Comte puis telle que la réinterprètent plus précisément les scientistes, le physiologiste Cl. Bernard, ou le chimiste M. Berthelot que l'auteur met en exergue. La fréquence et l'étendue des citations que l'auteur emprunte à ces auteurs confirment le propos. L'article est découpé en quatre parties : signification du terme (2 ½ colonnes) ; caractères généraux des sciences (5 colonnes) ; caractères différentiels des sciences physiques et naturelles d'avec les sciences mathématiques (3 colonnes) ; division des sciences (1/2 colonne).

Quelle part se taillent donc les sciences mathématiques, quelle légitimité peuvent-elles revendiquer dans cette science dont les prototypes sont les sciences de la nature, dont l'unité et la continuité sont les caractéristiques premières ?

Une unité qui procède d'abord de la dichotomie entre science et non-science, qui se construit dans l'unification de ses méthodes et de son langage, dans sa logique interne : les objets, les faits auxquels elle se réfère, peuvent toujours s'exprimer en termes de grandeurs physiques observables dont il est possible d'inférer et d'énoncer les lois ; une continuité sans rupture, consubstantielle au progrès du savoir scientifique. L'auteur cite ainsi Pascal, p. 2003, qui écrit dans le *Traité du vide : « Les sciences, sans bornes comme la nature, s'accroissent à l'infini par les travaux des générations successives ».*

La première partie de l'article définit donc le champ de la science positive. La définition générale, p. 2001, *« le mot science désigne une connaissance générale, c'est à dire* *un ensemble de connaissances particulières liées entre elles. Nous pouvons avoir une connaissance ou notion particulière d'un objet, d'un fait, d'une idée. Cette notion isolée n'est pas encore la science ; elle en est un élément. Pour qu'il y ait science constituée, il faut une catégorie, un groupement de ces notions »*, qui introduit le propos, fait l'objet d'un immédiat parallèle avec ce qu'en dit A. Comte, p. 2001, *« La science a nécessairement pour but de déterminer des phénomènes les uns par les autres, d'après les relations qui existent entre eux. Toute science consiste dans la coordination des faits ; si les diverses observations étaient isolées, il n'y aurait pas de science. »* Le principe qui d'après l'auteur caractérise une science, c'est celui d'après lequel en sont groupés les éléments. Ce principe qui n'est pas absolu, peut être tiré de la « *nature de l'objet* » ou de la « *méthode qui conduit à l'acquisition des connaissances particulières dont on envisage l'ensemble […].»* (p. 2001). Dans les exemples cités par l'auteur pour illustrer ce second principe, la physique mathématique trouve place à côté de l'histologie, mais nulle trace des mathématiques abstraites que n'écartait pourtant pas la définition initiale. Mais la finalité de l'auteur est autre : pour lui, si dans un premier temps, il résulte de la coexistence de ces deux principes (p. 2001) *« l'indétermination qui règne dans l'énumération et le dénombrement des sciences »*, le second principe tend à se substituer au premier et *« ce second principe de constitution des sciences, qui consiste à réunir les faits d'après la méthode qui conduit à les acquérir »* (p. 2002) est le principe à l'origine de l'unité de la science positive. Et l'auteur d'étayer son propos sur les dires de Cl. Bernard « *ce qui caractérise une science c'est sa méthode, son problème, plutôt que l'espèce de ses objets* » et Condorcet *« on ne doit dater l'origine d'une science que du temps où la méthode d'y découvrir la vérité a été développée »* et de citer parmi les sciences de référence : « *la plupart des sciences physiques, physique, chimie, mécanique, et quelques sciences naturelles, histologie, physiologie »*. (p. 2003).

Il apparaît clairement que pour l'auteur les mathématiques abstraites semblent constituer un domaine épistémologique pour le moins à part : si A. Comte les conçoit moins comme une science particulière qu'une méthode, qu'un instrument au service des sciences, elles connaissent toutefois une existence dans l'ordre des sciences qu'il définit dans son *« Cours de philosophie positive »,*(2ème leçon). Ce n'est pas le cas d'A. Dastre : il reste silencieux sur leur fonction dans le champ des connaissances humaines, c'est d'ores et déjà l'exemplarité des sciences de la nature qui transparaît dans la teneur du discours.

Nous pourrions trouver *a priori* dans les *caractères généraux des sciences* des traits communs aux mathématiques et spécifiés comme tels : notre recherche est sans succès.

Certes, *« Le but de la science, et par conséquent de toute science, est la connaissance de la vérité. Elle ne se propose directement aucune application ; elle ne poursuit pas l'utile : elle cherche à connaître le vrai [...] ; que par surcroît la connaissance de la vérité soit féconde, c'est ce qui ne saurait manquer d'arriver, puisque c'est un besoin et une consolation pour l'homme de croire que le beau, le bien, le vrai forment une indissoluble trinité. Les sciences ont donc pour objet la connaissance désintéressée et, comme on l'a dit, indifférente ou glaciale de la vérité : elles ont pour résultat l'avantage, l'utilité, le progrès de l'homme.»* (p. 2002) mais, pour l'auteur, ce sont les sciences de la nature qui ont le monopole apparent des applications utiles. Parce que *« la fin de toute science de la nature, c'est de prévoir ou d'agir »*, et qu'implicitement les vérités appartiennent au monde de la réalité, le glissement qu'opère l'auteur, pour écarter les vérités qui pourraient relever du monde des « idées », c'est à dire du domaine des mathématiques abstraites, s'illustre dans la conclusion qui définit le but de la science : *« Ainsi le but immédiat de la science, c'est la connaissance de la vérité ; son profit certain et le mobile humain de la culture, c'est la prévision et l'action, c'est à dire l'assujettissement des <u>choses</u> à l'homme »* (p. 2002). Réinterprétée d'un point de vue scientiste, la formule d'A. Comte *« Science, d'où prévoyance ; prévoyance, d'où action »* (p. 2002) consacre la prééminence de la science qui procède de la connaissance des choses, du culte des faits. Les *« moyens d'action »* de cette science dont les sciences de la nature reflètent le plus fidèlement la perfection *« celles dont le but, l'objet et la méthode ont le plus de clarté »* sont ensuite développées par l'auteur. *« C'est l'observation et l'expérimentation qui deviennent les seuls instruments de la connaissance »*, (p. 2003) en donnant accès aux causes immédiates et non premières, elles fondent le *déterminisme des phénomènes.* Elles confèrent à la science une seconde caractéristique : d'abord, attachée à la recherche désintéressée de la vérité, la science est encore renoncement à la recherche des causes premières : elle procède fondamentalement de l'induction.

Pour parachever sa description des caractères de la science, l'auteur relève encore les traits suivants. Tout d'abord reprenant la sentence de Pascal (citée précédemment pour illustrer le caractère continu du progrès scientifique), il identifie p. 2003, *« l'accroissement constant des sciences [...] de la science [...]. En face de la science, l'humanité est comme un homme qui marche vers son âge mûr et qui acquiert toujours. [...] La raison de ce progrès constant, c'est que les vérités scientifiques prennent un caractère impersonnel dès qu'elles sont acquises ».* Il cite encore la *certitude* qui résulte de la possession de la vérité scientifique ; certitude liée étroitement à la méthode dont elle procède (p. 2004) *«La science, elle, ne se satisfait pas d'une affirmation gratuite ; pour nette ou consolante que soit cette affirmation, encore faut-il, pour* *être accueillie dans l'ordre scientifique, que sa vérité soit démontrable ou démontrée ».* Le propos peut *a priori* s'étendre à la certitude du mathématicien mais ce n'est pas à celui-ci que l'auteur se réfère pour exemplifier encore. La conclusion revient à Cambacérès, p. 2004 : *« La science n'est point fondée sur l'autorité ; car la science, selon une formule de Cambacérès, n'est pas une croyance mais une expérience. »* C'est finalement dans le dernier trait qui caractérise la science, « *le rapport des sciences avec les arts* » que nous trouvons enfin mention de mathématiques.

L'auteur souligne que c'est la réunion des deux caractères différenciateurs des sciences et de l'art, la spéculation gratuite pour les premières, l'application pratique pour le second, qui est à l'origine de ce rapport. Comme l'écrit l'auteur, *« Chaque science dérive d'un art et engendre un art. La nécessité de mesurer l'étendue a engendré la géométrie ; la nécessité de mesurer le temps a été le point de départ de l'observation astronomique ; les pratiques de la construction et du transport des matériaux ont créé la mécanique »* (p. 2004). Certes, l'auteur se réfère à la géométrie, à l'astronomie, classées dans les mathématiques abstraites pour la première, dans les mathématiques appliquées pour la seconde, il fait un peu plus loin mention de la musique, art qui sous « *le rapport de la précision et de l'aridité »* emprunte *« aux mathématiques pures »* et encore aux combinaisons stratégiques de Napoléon 1er, mais ses choix sont clairs : les domaines de savoir qu'il mentionne ont des liens étroits avec les grandeurs physiques, avec les faits ; l'arithmétique savante n'a pas d'entrée dans une définition que nous pouvons, semble-t-il, qualifier d'empiriste de la science ; ses applications pratiques pour le moins culturellement ancrées n'apparaissent pas plus dans le domaine des arts. Peut-elle, en effet pour l'auteur, revendiquer ce caractère emblématique de la science (p. 2004) : *« La spéculation scientifique n'est donc jamais inutile : outre sa dignité intellectuelle, les applications pratiques qu'elles peut contenir sont une double raison qui la doit rendre honorable et lui assurer le respect des hommes »* ?

Une question se pose : « d'où peut dériver l'arithmétique enseignée, pas seulement l'arithmétique primaire, mais aussi celle qui relève du secondaire ? ». L'article brosse un état des lieux général de la science et il semblerait pertinent d'appréhender des corrélations entre les sciences citées et les contenus de l'enseignement scientifique pensés par les législateurs tant dans l'ordre primaire que dans l'ordre secondaire.

La réponse se trouve dans la dernière partie de l'article. Clôturant le paragraphe, l'auteur souligne d'abord l'insistance des philosophes de tout temps à vouloir produire une « *classification des connaissances humaines ».* Il en résulte, en l'état actuel, la division entre sciences, lettres et arts. Cette répartition est d'ailleurs celle qui semble expliquer celle des matières d'enseignement et l'équilibre des quotités horaires dans les écoles normales en 1889. L'auteur précise encore que du point de vue pédagogique, les sciences se répartissent en mathématiques, sciences naturelles et sciences physiques, mais que du point de vue philosophique, seules deux catégories sont à distinguer : les sciences abstraites pour les mathématiques, les sciences de la nature pour les deux autres.

Comme telles, peut-on en déduire que les mathématiques ne relèvent pas réellement de la science telle que la conçoit l'auteur ? L'ostracisme implicite dont elles font l'objet dans les huit premières colonnes de l'article se révèle ostensiblement dans le troisième paragraphe. Le préambule est d'abord éclairant ; introduisant donc, p. 2004, « *les caractères différentiels des sciences physiques et naturelles d'avec les sciences mathématiques* », l'auteur spécifie p. 2005 : « *Différence de but, de méthode, de rôle dans l'éducation, et dans le développement de l'esprit humain, d'influence dans le passé et l'avenir, tout les sépare. »*

Compte tenu du discours apologétique sur la Science présenté dans les colonnes précédentes par l'auteur, les différences s'annoncent dès lors plutôt en terme d'opposition, qu'en terme de complémentarité.

Dichotomie en termes d'objets et de finalités : pour les sciences de la nature, l'objet a une « *réalité extérieure. [...] Les sciences de la nature replongent l'homme dans le monde des réalités ».* (p. 2005)

Pour les mathématiques, l'objet *« ce sont des idées de nombres et d'étendue. »* Composées de la *science des nombres,* l'*algorithmie* et de la *science de l'étendue,* la *géométrie »,* (p. 2005), les mathématiques pures font que les mathématiques se rattachent au monde des idées, s'apparentent à une *« forme de logique ou de métaphysique ».* Leur lien avec la métaphysique les exclut de fait de la conception scientiste de la science ; c'est bien à Descartes et à Leibniz, *« tous deux métaphysiciens »* que l'auteur attribue la paternité des *« deux plus grandes découvertes mathématiques des temps modernes » :* la géométrie analytique et le calcul infinitésimal ; il résulte de leur philosophie que leur démarche ne peut que s'opposer à la démarche scientiste : c'est en effet dans la recherche des causes premières absolues du monde que s'enracine la « croyance » de ces derniers en un Dieu géomètre pour le premier, en un Dieu calculateur pour le second.

Dichotomie encore en terme de méthode p. 2005 : *« Les sciences n'emploient qu'un certain nombre de faits fondamentaux, axiomes, définitions, fixés pour ainsi dire par avance. Ce qui caractérise ces sciences, c'est qu'à partir de leur point de départ, elles se développent par les combinaisons successives et toujours renouvelées de ces mêmes faits ; en sorte que la mathématique est la science des formes infinies que l'on peut donner à l'expression des mêmes* *idées fondamentales. Sa culture exige ou favorise le développement, au moins dans un sens particulier, de la réflexion interne, de la méditation, des plus hautes facultés d'abstraction ».* Coupée du monde de la réalité, se développant selon un mouvement spiralaire infini, apparemment intemporel, à partir de faits *« fixés par avance »*, c'est-à-dire étrangers à tout déterminisme, la spéculation mathématique est l'antinomie, en sa dimension purement abstraite limitée à l'étude des mêmes *« idées fondamentales »*, de la spéculation scientifique propre aux sciences de la nature, celle qui peut revendiquer un caractère utile, car elle est attachée à la réalité et est garante de l'unité et de la continuité de la *science.* En effet, ce ne sont certes pas aux facultés d'abstraction que les sciences de la nature font appel, p. 2005 : elles *« mettent en jeu plus particulièrement la faculté d'observation, faculté éminemment précieuse qui sera développée dans l'éducation par leur culture prépondérante. Leurs matériaux sont pour ainsi dire au dehors de l'esprit ; et celui-ci doit craindre de défigurer leur vérité objective par les préjugés, les raisonnements, les opérations qui lui sont propres. La méthode est ici de ne jamais s'écarter de la nature ou d'y revenir dès qu'on l'a quittée un moment. »* L'auteur exprime ici toute la défiance qu'il convient d'entretenir à l'égard d'une démarche spéculative qui s'appuierait sur un autre *« matériau »* que les choses et les faits de la nature.

Le procès fait aux sciences mathématiques se poursuit : la « *certitude »*, attribut essentiel des sciences exactes dont se réclament ces dernières, ne peut prétendre réellement les opposer aux sciences de la nature. Comme l'explicite A. Dastre, p. 2005, *« le postulat d'Euclide laisse subsister une <u>singulière incertitude rationnelle</u> dans la théorie des parallèles, qui renferme elle-même la théorie de la similitude, qui contient elle-même l'évaluation des distances sidérales et terrestre ; on peut croire que le <u>fondement réel</u> de ces théories et la <u>seule justification</u> de leur point de départ consistent dans la <u>vérification expérimentale</u> fournie par les mesures géodésiques ».* L'affirmation qui tend à les opposer en terme de certitude est non pertinente ; non seulement, la certitude d'une science exacte, comme la géométrie euclidienne est sujette à caution, caution qui réside justement dans la vérification expérimentale, mais plus encore *« les sciences exactes »* dans leur ensemble, c'est ce que cherchent à établir, « *non sans quelque apparence de raison »,* quelques philosophes, ne sont pas plus certaines que les sciences de la nature : *« elles reçoivent en réalité de l'expérience les fondements de la certitude qu'on croit leur être inhérente. »* (p. 2005).

La valeur éducative prééminente de la culture scientifique, déjà annoncée, trouve enfin son fondement emblématique dans l'expression même que l'auteur prête à la pensée positiviste, la pensée comtienne. L'argumentaire, s'appuyant sur une citation de Pascal, écarte toute velléité d'octroyer aux sciences abstraites une quelconque fonction éducative. L'auteur écrit ainsi, p. 2005 : *« Dans le progrès des sciences de la nature, on peut distinguer avec Auguste Comte trois périodes qui correspondent précisément aux trois périodes de la pensée humaine, la période religieuse, la période métaphysique, la période scientifique. [...] Il résulte de là que l'on peut confondre le progrès des sciences naturelles avec la marche même de l'esprit humain dont elles sont ainsi l'instrument, l'arme ou l'outil. Leur destinée, leur état présent, leur histoire, marquent les destinées mêmes de l'esprit humain ».* De l'adéquation entre la marche du progrès scientifique et la maturation de la pensée humaine, il peut donc résulter *« que les sciences naturelles méritent d'être, au détriment des mathématiques, appelées et considérées comme les sciences par excellence ».* L'opposition est radicale, en effet, avec la marche des sciences abstraites, des mathématiques : l'auteur cite Pascal, p. 2005. *« J'avais passé longtemps dans l'étude des sciences abstraites ; quand j'ai commencé l'étude de l'homme, j'ai vu que ces sciences abstraites ne lui sont pas propres, et que je m'égarais plus de ma condition en y pénétrant, que les autres en les ignorant ».* Le message envoyé est clair : les sciences spéculatives ne sont pas du ressort de la condition humaine ! Comme telles, elles ne peuvent prétendre à une fonction éducative.

C'est sur ce dernier point, que l'auteur dénonce le monopole encore actuel des mathématiques dans l'éducation. Son propos est général et nous pouvons supposer, compte tenu de son origine universitaire, qu'il rend compte d'un état des lieux propre à l'enseignement « classique » : ce point de vue n'est toutefois pas sans intérêt, puisque le projet réformateur des législateurs, en ce qui concerne notamment l'enseignement scientifique, porte sur l'ensemble du système d'enseignement.

Son discours apologétique sur la valeur éducative des sciences de la nature s'est doublé d'un argumentaire tendant à démontrer l'illégitimité de la fonction des sciences abstraites, voire métaphysiques dans l'éducation, mais l'auteur ne s'en tient pas à ces considérations générales. Il prend position, dénonce l'erreur, p. 2005, 2006 : *« Aujourd'hui, les sciences de la nature ont remplacé comme instruments de progrès les sciences abstraites ou sciences métaphysiques, il semble qu'elles devraient avoir une place prépondérante dans l'éducation. Il n'en est rien. [...] le préjugé mathématique a dominé [...] ».* Et l'auteur de déplorer les effets de cette incohérence, p. 2006 : *« Trop d'intelligences sont exclusivement tournées vers les sciences spéculatives ; trop d'esprits dans nos lycées sont dirigés vers un ordre de travaux qui n'aura pas pour résultat de développer les hautes et exceptionnelles facultés d'abstraction, mais aura certainement pour effet d'étioler les précieuses facultés de l'observation, et de faire des sujets qui, sans avoir pris l'habitude de regarder en eux-mêmes, auront perdu celle de regarder au dehors ».* Précieuses mais communes, les facultés d'observation ne sont pas développées dans l'enseignement des lycées, alors qu'exceptionnelles, les facultés d'abstraction ne peuvent l'être que par une minorité et ne le sont donc pas davantage. C'est un écho que nous retrouvons d'ailleurs pour l'ordre primaire, sous la plume de G. Compayré[21] *« Les Pascal sont rares, et il n'est pas donné à tout le monde de refaire Euclide. »* et nous ne pouvons que souligner la communion des points de vue quant au statut des sciences abstraites. Cherchant au-delà de leur évidente disqualification en tant que sciences formatrices, l'auteur énumère les raisons de leur résistance dans les plans d'éducation : les traditions des grandes écoles, d'abord, qui leur ont conféré à tort, le statut de *« science totale et absolue »*, des motifs pragmatiques ensuite, p. 2006, *« la difficulté de ces sciences, leur sincérité parfaite, entendues en ce sens qu'elles ne permettent ni à peu près, ni tromperie et qu'il faut vraiment les comprendre pour les apprendre, tous ces caractères en font des instruments précieux pour le classement des mérites »,* c'est à dire les moyens d' une évaluation commode pour les examens. Motif, certes secondaire, nous ne pouvons toutefois l'occulter quand nous nous interrogeons sur la place accordée à cet avatar des mathématiques, les « mathématiques primaires » dans les examens qui régulent la formation normale.

Bien qu'implicitement dénommée *« science des nombres ou algorithmie »,* l'arithmétique n'a toujours pas été mentionnée. C'est finalement dans la dernière partie de l'article, dans la *« division des sciences»,* que nous trouvons sa trace. L'auteur donne une énumération des diverses sciences qui emprunte à la configuration actuelle de l'état de l'enseignement supérieur. Il la rappelle en prenant soin de citer préalablement A. Comte, p. 2006 : *« Elles n'ont pas été réellement divisées à proprement parler, c'est-à-dire d'après un examen direct et des vues raisonnées ; leurs diverses parties se sont classées à mesure qu'elles se sont formées, d'après l'époque de leur développement historique, sans aucune coordination réelle » ;* la caractéristique unitaire de la science positive telle que la conçoit A. Comte est revendiquée par l'auteur : la multiplicité des domaines qu'elle recouvre n'est pas figée, caractéristique d'une science constituée comme cloisonnée en des domaines dont les frontières sont rationnellement définies. Il convient de se défier de cette énumération : ses *« éléments [...] varient avec les temps et les progrès».*

Dans la liste, nous avons donc :

I. Sciences mathématiques.

1) *Mathématiques pures :*

Arithmétique.

Algèbre ou analyse (calcul différentiel, calcul intégral, calcul des fonctions).

[21] Compayré, *L'éducation intellectuelle et morale,* p. 81

Géométrie (élémentaire, supérieur).

2) *Mathématiques appliquées :*

Mécanique (statique, cinématique, dynamique, machines).

Astronomie (mécanique céleste).

Géométrie descriptive (stéréotomie, coupe des pierres).

Métrologie (géodésie).

Physique mathématique.

Calcul des probabilités.

II. Sciences physiques et naturelles [...]

L'arithmétique existe donc dans la division des sciences parce qu'elle est associée, d'après l'auteur, à l'existence institutionnelle d'une chaire dans un établissement scientifique ; sa légitimité est épistémologique, référée à l'enseignement supérieur. Ainsi tandis que certains des éléments de sciences enseignés se voient conférés, par A. Dastre, une double légitimité épistémologique et éducative (il en est ainsi des éléments des sciences de la nature, voire de certaines branches des mathématiques appliquées pas forcément présents dans les programmes officiels, citons par exemple, l'astronomie, la mécanique, la géométrie descriptive enseignées dans certaines écoles normales, et faisant l'objet d'articles développés dans le D.P), son appartenance à l'ordre des mathématiques pures, au même titre que la géométrie ou l'algèbre pourrait *a priori* l'exclure du champ des sciences à forte dimension éducative. Une conclusion peut s'imposer : l' « arithmétique primaire » ne peut revendiquer de filiation directe avec l'arithmétique savante. Science spéculative qui sollicite fondamentalement les facultés d'abstraction, la transposition qu'elle doit subir pour devenir élémentaire doit transformer et les objets auxquels elle se réfère et les méthodes sur lesquelles elle est construite. C'est du moins ce que sous-tend cette conception, certes singulière, révélatrice de la diversité des postures idéologiques des rédacteurs.

Son caractère fondamental et rédhibitoire pour l'éducation, c'est sa dimension abstraite. Et le statut de l'abstraction est au cœur de la problématique pédagogique. A défaut d'avoir appréhendé le statut de l'arithmétique dans cette conception positiviste de la science telle que l'entend A. Dastre, nous trouvons dans l'article non signé, (attribué à « la direction » de l'ouvrage, c'est à dire à F. Buisson et à J. J Guillaume, secrétaire de la rédaction[22]), article intitulé « Abstraction », quelques éléments qui peuvent nous éclairer non pas sur la légitimité de l'arithmétique dans l'enseignement mais du moins sur ce qui la rendait jusqu'à présent impropre à une véritable éducation.

La conception renouvelée d'une arithmétique propre à être enseignée dans l'ordre primaire : le rôle de la pédagogie dans la définition d'un objet d'enseignement, à valeur fortement éducative.

Dans le préambule, l'auteur écrit ainsi : *« Le rôle de l'abstraction et des idées abstraites dans l'éducation intellectuelle est un des points controversés de la pédagogie théorique , un des problèmes délicats de la pédagogie pratique ».* Il ne s'agit certes pas, pour l'auteur de juger de la pertinence des sciences abstraites dans l'éducation intellectuelle, mais de s'interroger sur le possible rôle de l'abstraction : sa critique porte sur la méthode plus que sur la nature même de cette notion.

Il dénonce d'abord le rôle prégnant de l'abstraction dans l'ancienne méthode d'enseignement et l'un des exemples emblématiques qu'il développe, porte justement sur la démarche de l'arithmétique : *« A plus forte raison en arithmétique, suit-on cette marche logique, définissant d'abord le nombre, l'unité, les diverses espèces de nombres, la numération etc., toutes choses abstraites, avant d'aborder aucune application concrète. »*

Cette « *tendance primitive de la pédagogie* », qui consiste à « *partir de l'idée générale de la science à enseigner, la décomposer logiquement en un certain nombre de notions abstraites, définir chacune de ces notions, faire apprendre aux élèves des définitions, puis en déduire les règles ou formules et continuer ainsi en construisant définition après définition, chapitre après chapitre, tout l'édifice théorique de la science , sauf à leur en faire faire ensuite les applications sous forme d'exercices de problèmes, d'exemples »,* s'apparente *« à la marche logique et non à la marche naturelle .»*

Dans l'éclairage qu'apporte le rédacteur, la nature de la science enseignée importe moins que la méthode qui la peut enseigner. La nouvelle méthode qui emprunte à la marche naturelle, c'est-à-dire, la méthode intuitive qui revendique l'héritage de Rousseau et de Pestalozzi peut rendre notamment à l'arithmétique la légitimité éducative qui semblait lui échapper. Plus mesuré qu'A. Dastre, l'auteur n'écarte pas *a priori* le rôle de l'abstraction. Si dans l'éducation première, la substitution de l'intuition à l'abstraction diminue le travail abstractif de l'enfant dans l'éducation, s'appuyant sur les aspects sensoriels (les yeux, les leçons de choses…les bouliers), il n'en convient pas moins que *« la légitimité de la réaction contre les abus des procédés abstractifs et déductifs ne doit pas conduire à leur bannissement ».* Le risque de paresse intellectuelle en résulterait. L'auteur cite enfin les règles

---

[22] P. Dubois, Le dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire ; Répertoire biographique des auteurs, INRP, 2002, p. 83.

pédagogiques pour l'emploi de l'abstraction dans l'enseignement : celle-ci doit être précédée par l'intuition, et être graduée.

Ne pouvant se réclamer d'une légitimité éducative directement dérivée de son appartenance à la science « positive », l'arithmétique apparaît dans l'analyse de l'auteur, comme une science dont la méthode d'exposition logique est susceptible de transformations qui pourront lui conférer une valeur éducative non forcément déliée de sa composante abstractive.

En conclusion, ce ne sont pas les objets de l'arithmétique qui peuvent faire l'objet de la polémique éducative, le « corpus » arithmétique est stable même si effacé du paysage scientifique d'un positiviste, peut- être marginal dans les rangs des nombreux rédacteurs. L'arithmétique telle qu'elle peut déjà vivre, primaire, n'a nul besoin d'une caution positiviste, savante. Le processus d'élémentarisation, porté par la méthode intuitive, confère au texte du savoir une forte pertinence culturelle qui élude sa légitimité épistémologique. La légitimité culturelle du savoir apparaît comme déjà forte, cachant de fait sa légitimité épistémologique originelle.

C'est ce que nous tenterons d'éclairer dans les articles du D.P. qui caractérisent d'abord l'ensemble du savoir arithmétique enseigné, et plus spécifiquement la numération et les propriétés des nombres.

3. 3. L'arithmétique dans le D.P. : définitions et fonctions d'un savoir « primaire ».

3. 3. 1. L'arithmétique dans la première partie du D.P. : une composante prépondérante dans un domaine mathématique tentaculaire ; programme, finalités, méthodes : continuité apparente et anticipation fidèle des programmes, finalités et méthodes à venir.

Comme le montrent T. Assude et H. Gispert[23], l'identification d'un domaine à proprement parler mathématique nécessite une méthodologie qui permet dans le meilleur des cas de définir des réseaux de notions plus ou moins développés ; c'est dans le cadre de ces réseaux que peuvent se révéler la nature du savoir mathématique, les légitimités et pertinences aux titres desquelles ce savoir trouve sa place dans la culture primaire.

D'emblée, les auteurs cités précédemment le soulignent, il convient de remarquer que les rédacteurs des articles qui ont rapport avec les mathématiques appartiennent tous aux institutions primaire ou secondaire ; aucun universitaire ne prend la plume pour se porter garant de la légitimité ou de la pertinence épistémologique du savoir mathématique (ou de l'une de ses

[23] *In* L'école républicaine et la question des savoirs, collectif, dir. D. Denis, P. Kahn, CNRS Editions, 2003 ; T. Assude, H. Gispert, Le recours à la pratique : une finalité ou une démarche de l'enseignement mathématique.

parties) présent dans le D.P. Les mathématiques dans le D.P. sont des mathématiques « transposées » par des praticiens de l'enseignement, des praticiens plus particulièrement soucieux de nouvelles méthodes ; ces nouvelles méthodes participent d'un même projet éducatif dans lequel la dimension abstraite, purement spéculative de l'activité mathématique ne peut exister sans finalité éducative et utilitaire.

Conformément à la séparation opérée dans le D.P. entre une première partie dont la finalité est d'éclairer le lecteur sur la pédagogie, la législation, les historiques et notices consacrées aux départements, provinces et pays étrangers et une seconde partie « dictionnaire de leçons », nous distinguons aussi deux moments dans notre étude. Dans la première partie, ce sont les principes pédagogiques, culturels, les finalités éducatives, sur lesquels s'appuient la légitimité culturelle et la légitimité institutionnelle de l'arithmétique que nous cherchons à déterminer. Ce faisant, émerge une première caractérisation de l'arithmétique primaire, notamment à travers ses liens avec son histoire. Dans la seconde partie, qui révèle, comme nous le postulons, une version « assez fidèle » à la conception institutionnelle du texte du savoir à enseigner, c'est une organisation mathématique que nous cherchons à caractériser.

L'étude faite par T. Assude et H. Gispert montre un ensemble d'entrées (articles ayant trait aux savoirs mathématiques) relativement autonomes les unes des autres. Ainsi, par exemple, des articles comme géométrie, arpentage, et en ce qui nous concerne, comptabilité, problèmes, apparaissent comme isolés : ils ne renvoient ni à des articles dans la même partie, ni à des articles relevant du « dictionnaire de leçons ». Dans ce réseau global peu développé ainsi que le relèvent les auteurs cités, le cas des articles ayant trait à l'arithmétique présente une certaine originalité : « calcul » renvoie à « arithmétique », qui renvoie à l'article du même nom dans la seconde partie ; un réseau semble se constituer autour des procédés de calcul ; ainsi, « abaque » renvoie à « boulier », « arithmomètre » à « boulier » et « système métrique », tandis que « boulier » en appelle à « calcul mental » et « calcul intuitif », ce dernier renvoyant à « numération » dans la deuxième partie du D.P. Soulignons encore que le système métrique fait l'objet d'un renvoi à l'article de même nom dans la deuxième partie du D.P. Il n'y a pas de renvoi explicite entre « calcul » et « calcul intuitif ou mental » ; ils se suivent dans l'ordre alphabétique du D.P. En dépit de ce fait, il nous apparaît cependant, qu'un corpus « arithmétique », qui emprunte aux programmes anciens « calcul, système métrique, arithmétique » se déploie autour d'un élément fédérateur, le calcul.

La singularité de l'arithmétique s'exprime d'emblée à travers deux caractéristiques :

Bien que l'article « arithmétique » soit publié avant la promulgation des textes officiels qui fixeront les programmes (ce qu'attestent les décrets et arrêtés cités dans la partie législation), il est renvoyé, sans que soit soulevée la question des éventuelles modifications que pourrait apporter une nouvelle législation, à l'article du même nom qui, dans la seconde partie du D.P. en dresse un programme en cinquante-six leçons. Certes, le fait qu'un même auteur, H. Sonnet, inspecteur d'Académie honoraire, collabore à la rédaction des deux articles, peut expliquer en partie l'existence d'un lien explicite entre les deux articles, mais il n'en convient pas moins de souligner l'apparente évidence avec laquelle ce programme d'arithmétique, décliné suivant les degrés, trouve sa légitimité comme savoir déjà intégré à un ordre didactique. Cette singularité prend tout son sens si nous nous référons au cas de la géométrie. L'article de la première partie est signée par P. Leyssenne, inspecteur général de l'enseignement primaire ; rédigé juste avant la publication des nouveaux programmes, il permet à l'auteur de réhabiliter un enseignement de la géométrie, absente des programmes de l'enseignement primaire obligatoire depuis la loi Falloux (1850) appliquée depuis le ministère Fortoul. Ce n'est donc pas sur des programmes, des méthodes déjà plus ou moins en vigueur, qu'il élabore son plaidoyer. Ce sont sur des principes que l'auteur tend à établir la légitimité culturelle et institutionnelle d'un enseignement de la géométrie :

Principe pédagogique (la pénétration de la méthode intuitive dans l'enseignement de la géométrie élémentaire, ses rapports avec la leçon de chose),

Principe didactique, lié à la cohérence de l'enseignement de l'arithmétique (une meilleure maîtrise du système métrique et de son application aux mesures des surfaces et volumes),

Principe pragmatique (un éclairage nécessaire sur les applications pratiques que constituent arpentage, levé de plan et dessin),

Principe d'une formation plus rigoureuse dans les écoles primaires supérieures et normales, y compris pour les institutrices, (les démonstrations rigoureuses et méthodiques mais non les développements par trop abstraits doivent trouver existence dans les programmes de ces degrés supérieurs).

Mais l'auteur ne se permet pas d'anticiper sur un programme à venir.

C'est H. Sonnet qui signe un programme de géométrie en trente leçons dans la seconde partie du D.P., les programmes des écoles primaires (1882) et des écoles normales (1881) sont alors publiés.

En conclusion, tandis que la géométrie « primaire » trouve réellement sa légitimité institutionnelle dans le cadre législatif, l'arithmétique « primaire » apparaît, avant les lois Ferry, comme un corpus déjà construit, inamovible.

La seconde singularité s'exprime à travers le lien privilégié qu'entretiennent l'arithmétique et le calcul ; ce rapport explicite tel que le révèle le réseau, nous l'avons perçu encore comme lien de cohérence avec la géométrie. Premier signe de la forte composante calculatoire qui peut caractériser l'arithmétique, il nous semble pertinent d'appréhender les caractéristiques (une possible définition) de l'arithmétique primaire et de ses fonctions à travers l'étude des articles suivants :

Arithmétique ; Calcul, Calcul intuitif, Calcul mental (le thème est fédérateur, omniprésent dans la seconde partie de l'article arithmétique) ; Comptabilité (son lien avec le calcul nous paraît d'évidence, la comptabilité est en partie présente dans les programmes des écoles normales : sa visée apparaît *a priori* comme explicitement utilitaire) ; Problèmes ; c'est un mot clé de la seconde partie de l'article arithmétique.

<u>L'article « Arithmétique » p.114- 118</u>

Il est composé de deux parties : la première est rédigée par E de Resbecq, ancien sous directeur de l'enseignement primaire, elle traite de la législation alors en vigueur, antérieure aux lois Ferry ; la seconde, signée par H. Sonnet, décrit les méthodes et programmes.

Dans la première partie, l'auteur exprime d'emblée, la force de la légitimité culturelle, sociale et de la pertinence institutionnelle de l'arithmétique comme objet d'enseignement : « *Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'importance de cette étude. Indispensable à tous pour ses applications usuelles, l'arithmétique est de plus une discipline incomparable pour l'intelligence. Aussi à ce double titre est-elle inscrite partout aujourd'hui et à tous les degrés dans les programmes de l'enseignement primaire ».* L'obligation de son étude, généralisée, résulte d'une double nécessité : utilitaire dans sa dimension sociale, formatrice *de plus* d'une intelligence dont il conviendra d'apprécier la nature spécifique dans une dimension institutionnelle.

Une première description de ce que recouvre le terme « arithmétique » est donnée par l'auteur, à travers l'éclairage des textes officiels ; elle souligne le rapport ambigu qu'une arithmétique « *Science des nombres* » ou « *Algorithmie* » peut entretenir avec un art anciennement enseigné et cultivé, désigné sous le même nom. « […] *pris dans un sens général pour désigner d'abord l'étude du calcul élémentaire, ensuite les notions d'arithmétique théorique et appliquée susceptible d'entrer dans l'enseignement populaire »,* ou distingué du calcul, parce qu'impliquant *« des opérations plus compliquées que les quatre règles »*, l'arithmétique dont il est question, s'affiche ouvertement « primaire » et fortement corrélée voire confondue au calcul. Les textes auxquels l'auteur se réfère, définissent les « habitats » de cet objet d'enseignement : le calcul élémentaire, matière obligatoire, l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, matière facultative des programmes de l'enseignement primaire (Loi du 15 mars 1850, article 23) ; l'arithmétique, objet d'enseignement dans les programmes des écoles normales primaires (décret du 2 juillet 1866) et élément des épreuves écrites et orales du brevet de capacité (arrêté du 3 juillet 1866). Inscrite dans les programmes d'institutions stabilisées, recouvrant des contenus déjà existants et consistants, l'arithmétique se présente à la fois ancienne et facteur de continuité, garante déjà, d'une certaine forme de viabilité des institutions déjà créées.

Dans la partie « méthodes et programmes », H. Sonnet donne d'abord de l'arithmétique une définition « unifiée », p. 115 : elle ne diffère selon les degrés « *que par l'étendue et les méthodes qu'il convient d'y appliquer [...], tous ces programmes différents dans la forme, convergent vers un but commun qui est de donner aux élèves une connaissance raisonnée de la science du calcul».* La référence à la concentricité des programmes est sensible. Erigé en science, le calcul est l'expression d'une activité intellectuelle qui en appelle à la raison ; l'arithmétique est la science du calcul.

Les méthodes et programmes qu'il décline ensuite suivant les quatre degrés (cours élémentaire, cours moyen, cours supérieur, cours des écoles normales) ont donc pour objet de définir les objets d'enseignement et les principes pédagogiques qui leur confèrent leur pertinence dans des plans d'étude « gigognes ». Les méthodes, comme le laisse sous-entendre l'intitulé du paragraphe, éclairent les programmes qui y trouvent une nouvelle composante de leur légitimité institutionnelle, une légitimité pédagogique. Le texte se présente comme une suite de vingt paragraphes, précédés pour le Cours Elémentaire (désigné désormais par C.E.) et le Cours moyen (C.M.) par une brève référence à un programme dont le possible lien avec un texte officiel ou un règlement pédagogique n'est pas explicité par l'auteur.

Nous lisons ainsi, p. 115 :

Cours élémentaire : le cours ne comprend que les « quatre opérations sur les nombres entiers et l'étude élémentaire du système des poids et mesures [...]

Cours moyen : le cours embrasse, outre les matières comprises dans le cours élémentaire, les opérations sur les nombres décimaux, les principaux caractères de divisibilité, le calcul des fractions ordinaires, les règles de trois, d'intérêt, d'escompte et une étude plus approfondie du système métrique.

Cours supérieur : 16. Indépendamment des matières enseignées dans le cours moyen, le cours supérieur comprend les nombres premiers, la recherche des plus grands communs diviseurs et des plus petits communs multiples ; la conversion des fractions ordinaires en fractions décimales ; les rapports, les proportions, les règles de société, et des notions d'arithmétique appliquée, telles que les rentes, les actions industrielles, la caisse d'épargne.

Cours des écoles normales : 19. Le cours d'arithmétique dans une école normale doit naturellement être consacré à la révision détaillée et approfondie du cours supérieur. Il comprendra entre autre la racine carrée et la racine cubique dont la pratique s'est même introduite dans plusieurs écoles [...].

L'esquisse de l'arithmétique dans les textes officiels de 1882.

Faisant table rase des programmes d'enseignement obligatoire définis par la loi Falloux et anticipant presque fidèlement les programmes officiels que définira, le 27 juillet 1882, l'arrêté sur l'organisation pédagogique et le plan d'étude des écoles primaires publiques, ces textes rendent bien compte de l'importante contribution que les collaborateurs du D.P. apportent à l'édifice du nouveau cadre législatif. Dans la postface de l'édition de la première partie, F. Buisson souligne ce trait. Comme il le signale, la rédaction de l'ouvrage, parfois non homogène, complétée ultérieurement (ce qui ne sera pas le cas des articles ayant trait à l'arithmétique, en dehors du supplément relatif à la tenue des livres) suit l'évolution du contexte idéologique et politique qui réorganise l'édifice primaire. Quand il écrit, s'adressant au lecteur *« Ne remarquera t-il pas souvent en lisant le nom dont un article est signé, que l'auteur de cet article, à la date même où il l'écrivait pour nous, en défendait le principe dans la presse, à la tribune ou dans les conseils de l'Université, et le faisait entrer dans la loi ? »*, peut- on supposer que sa remarque puisse réellement avoir rapport avec le statut institutionnel de l'arithmétique dans les plans d'études ? Des débats, s'il y en eut, pouvaient ils remettre, radicalement, en question l'enseignement d'un art déjà si maîtrisé ? L'instruction spéciale sur l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles normales (3 août 1881) atteste formellement : *« l'arithmétique n'est plus une science à faire »* : les reproches s'adressent plus aux pratiques traditionnelles d'apprentissage qu'au contenu des savoirs auxquels elles se rapportent, ce sont les méthodes dont elles se nourrissent, les finalités auxquelles elles tendent, sur lesquelles doit souffler un nouvel esprit. F. Pécaut, inspecteur général, en 1880, décrit ainsi, après avoir visité les écoles de l'Académie de Bordeaux, les effets pervers de la formation normale d'alors : *« nos élèves-maîtres, issus presque tous du peuple rural, et apportant avec les précieuses qualités du paysan, son esprit exclusivement tourné à l'utilité sensible, au profit prochain et calculable, sont poussés, ainsi que plus tard leurs élèves, dans le sens où ils penchent* *naturellement. Les problèmes d'intérêt, les questions de pur raisonnement sont leur triomphe, avec l'orthographe et la grammaire, toutes choses où le jugement libre et le sens du vrai trouvent peu à s'exercer. De là cette rigidité, cette sécheresse, cette stérilité du savoir qu'on reproche souvent non sans raison, à nos maîtres d'école et qui les empêche d'être, au sens éclairé du terme, des instituteurs de l'intelligence et du caractère. Leur éducation n'est pas, si j'ose ainsi parler, assez libérale, c'est à dire assez profonde et assez personnelle…leur sens intellectuel et moral, insuffisamment éveillé et exercé, fléchit sous la charge des connaissances acquises.* [24]*»*

Les programmes « prémonitoires » d'H. Sonnet réalisent en quelque sorte une transposition des programmes pour l'enseignement primaire élaborés par O. Gréard[25], repris et déclinés trimestriellement le 18 novembre 1871 par J. Simon dans l'instruction relative à l'organisation des écoles. Les programmes d'H. Sonnet anticipent, en termes d'objets d'enseignement, les programmes qui vont être définis par l'arrêté du 27 juillet 1882, sur l'organisation pédagogique et le plan des études des écoles primaires publiques. Nous les donnons ci-dessous ; ils sont précédés par un article intitulé

« EDUCATION INTELLECTUELLE. OBJET. METHODE. PROGRAMME » dont certaines remarques font clairement résonance tant avec les principes pédagogiques d'O. Gréard, explicitement cité dans l'arrêté, qu'avec les directions didactiques préconisées par H. Sonnet.

7° Calcul, arithmétique.

Classe enfantine De 5 à 7 ans	Cours élémentaire De 7 à 9 ans	Cours moyen De 9 à 11 ans	Cours supérieur De 11 à 13 ans
Premiers éléments de la numération orale et écrite. Petits exercices de calcul mental. Addition et soustraction sur des nombres concrets et ne dépassant pas la première centaine. Etude des dix premiers nombres et des expressions demi, moitié,	Principes de la numération parlée et de la numération écrite. Calcul mental. Les quatre règles appliquées intuitivement d'abord à des nombres de 1 à 10 ; puis de 1 à 20 ; puis de 1 à 100. Etude de la table d'adition et de la table de	Révision du cours précédent. La division des nombres entiers. Idée générale de fraction. Les fractions décimales. Application des quatre règles aux nombres décimaux. Règle de trois, règle d'intérêt simple.	Révision avec développement, d'une part pour la théorie et le raisonnement ; d'autre part, pour la recherche des procédés rapides, soit de calcul mental, soit de calcul écrit. Nombres premiers. Caractères de divisibilité.- Principes de la

[24] M. Gontard, La question des écoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, 2nde Ed. CRDP de Toulouse, p. 87.
[25] Gréard O. , 1870, Organisation pédagogique des écoles publiques de la Seine, Programmes et instructions.

tiers, quart. Les quatre opérations sur des nombres de deux chiffres. Le mètre, le franc, le litre.	multiplication. Calcul écrit. L'addition ; la soustraction ; la multiplication ; règles générales des trois opérations sur les nombres entiers, La division bornée aux nombres de deux chiffres au diviseur. Petit problèmes oraux ou écrits, portant sur les sujets les plus usuels ; exercices de raisonnement sur les problèmes et sur les opérations exécutées. Notion du mètre, du litre, du franc, du gramme, de ses multiples et ses sous-multiples.	Système légal des poids et mesures. Problèmes et exercices d'application. Solutions raisonnées. Suite et développement des exercices de calcul mental appliqués à toutes ces opérations.	décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers. – Plus grand commun diviseur. – Méthode de réduction à l'unité appliquée à la résolution des problèmes d'intérêt, d'escompte, de partage, de moyenne, etc. Système métrique, applications à la mesure des volumes et à leurs rapports avec les poids. Premières notions de comptabilité.

En ce qui concerne le cours des écoles normales, soulignons que l'auteur est fort peu disert sur leur programme : l'inclusion nécessaire du programme du Cours Supérieur apparaît évidemment un trait premier, légitimant de fait l'introduction de deux objets nouveaux, les racines carrées et cubiques. Si nous nous référons à l'instruction relative à l'organisation pédagogique des écoles signée de J. Simon, le 18 novembre 1871, nous notons que ces objets existent en effet dans la répartition trimestrielle des matières de l'enseignement primaire ($4^{\text{ème}}$ trimestre de la troisième année, année terminale coïncidant avec le cours supérieur).

Si ce n'est pas dans la graduation des programmes selon les degrés ni dans l'identification de nouveaux objets d'enseignement venant s'intégrer à un ensemble déjà structuré, que nous pouvons appréhender le « nouveau souffle » qui se répand sur toutes les branches de l'instruction primaire, ce sont donc dans les principes pédagogiques et les méthodes qu'ils induisent que se révèle le renouveau prôné par les législateurs et pédagogues du D.P. En fait de « nouveau souffle », nous pouvons plutôt percevoir comme l'émergence d'une légitimité qui doit plus à des principes déjà anciens qu'à un réel changement de perspective. Dans les « méthodes et programmes » que développe H. Sonnet, s'inscrivent anciennes, mais réactualisées les conditions et contraintes auxquelles satisfait l'arithmétique pour constituer une matière d'enseignement primaire.

Les contraintes et conditions générales qui assurent la légitime existence des matières d'un enseignement primaire, de l'arithmétique en particulier.

Elles trouveront leur expression officielle, institutionnelle dans le paragraphe portant sur les objets et méthodes de l'éducation intellectuelle de l'arrêté du 27 juillet 1882. Les contraintes se déclinent en termes de définitions des savoirs et de finalités. Ainsi l'éducation intellectuelle *« ne donne qu'un nombre limité de connaissances […] L'instruction primaire, en raison de l'âge des élèves et des carrières auxquelles ils se destinent, n'a ni le temps, ni les moyens de leur faire parcourir un cycle d'étude égal à celui de l'enseignement secondaire ».* Elle se doit de faire en sorte que les élèves *« emportent de l'enseignement public, d'abord une somme de connaissances appropriées à leurs futurs besoins, ensuite et surtout de bonnes habitudes d'esprit, une intelligence ouverte et éveillée, des idées claires, du jugement, de la réflexion, de l'ordre et de la justesse dans la pensée et le langage ».*

Ce sont les méthodes qui définissent les deux conditions auxquelles doit se plier toute matière d'enseignement primaire ; la première relève de l'acte didactique, la seconde de la nature même des objets sur lesquels l'acte didactique opère : l'enseignement primaire *« est essentiellement intuitif et pratique ; <u>intuitif,</u> c'est à dire qu'il compte avant tout sur le bon sens naturel, sur la force de l'évidence, sur cette puissance de l'esprit humain de saisir du premier regard et sans démonstration non pas toutes les vérités, mais les vérités les plus simples et les plus fondamentales ; <u>pratique,</u> c'est à dire qu'il ne perd jamais de vue que les élèves de l'école primaire n'ont pas de temps à perdre en discussions oiseuses, en théories savantes, en curiosités scolastiques et que ce n'est pas trop de cinq à six années de séjour à l'école pour les munir du petit trésor dont ils ont strictement besoin et surtout pour les mettre en état de le conserver et de le grossir par la suite. »*

Ces contraintes et conditions ne sont autres que celles sur lesquelles O. Gréard fait reposer les principes et la mise à exécution de son organisation pédagogique. La citation de sa formule, dans le paragraphe, « *L'objet de l'enseignement primaire n'est pas d'embrasser sur les diverses matières auxquelles il touche tout ce qu'il est possible de savoir, mais de bien apprendre dans chacune d'elles ce qu'il n'est pas permis d'ignorer »,* révèle sa contribution en terme de définition des savoirs primaires ; elle n'en transparaît pas moins dans les méthodes préconisées. Il suffit de mettre en parallèle les commentaires de ce dernier sur les procédés que doivent adopter les maîtres « *Nos maîtres ne sauraient donc trop faire d'effort pour se contraindre à procéder, en toute chose, du simple au composé, du concret à l'abstrait, de l'exemple à la règle ; à éviter toutes les subtilités de langage et de raisonnement ; à s'en tenir aux principes incontestables ; à toujours ramener leurs leçons aux notions les plus pratiques*

[...], les plus voisines du degré d'intelligence et des habitudes d'esprit de l'enfant.[...] Ecartons donc, de plus en plus, les exercices qui faussent la direction des études primaires, sous prétexte d'en élever la portée : [..]calculs hérissés de chiffres…[...] ce commentaire de l'enseignement primaire sera d'autant plus fécond qu'il se traduira par des démonstrations palpables, par des signes sensibles. <u>Il est indispensable que les yeux de l'enfant perçoivent, que sa main touche. »</u> (Instruction générale, adressée par l'Inspecteur d'Académie à MM les inspecteurs de l'enseignement primaire, 17 août 1868, *II De l'enseignement)*. Les méthodes de l'arrêté du 27 juillet 1882, reformulées ainsi qu'il suit, évoquent indubitablement celles que préconisait O. Gréard : « *En tout enseignement, le maître pour commencer, se sert d'objets sensibles, fait voir et toucher les choses, met les enfants en présence de réalités concrètes, puis peu à peu il les exerce à en dégager l'idée abstraite, à comparer, à généraliser, à raisonner sans le secours d'exemples matériels. »*

C'est en réglant explicitement l'enseignement de l'arithmétique sur les principes de la méthode que décrit ce dernier paragraphe, qu'H. Sonnet confère une dimension nouvelle à cette matière d'enseignement. Ce faisant, il lui octroie d'avance la légitimité institutionnelle que lui donnera les programmes officiels.

Sans nous appesantir, dans cette partie, sur la légitimité et la pertinence institutionnelles de la méthode elle-même, il semble pertinent de préciser quelques caractéristiques de <u>La</u> méthode de l'enseignement, puisque c'est en elle que réside la « rénovation » du savoir. Nous esquissons donc, quelques aspects de la méthode intuitive telle que la définissent les rédacteurs du D.P. Nous pensons alors montrer qu'elle est bien à l'œuvre dans les programmes des divers degrés de l'ordre primaire que commente H. Sonnet.

L'article « Intuition et méthode intuitive », présent dans la première partie du DP, n'est pas signé (donc, vraisemblablement attribué à J. Guillaume), et est publié après la publication des programmes de 1882 (une référence à ces nouveaux programmes est faite dans l'article).

Il est composé de deux parties : l'intuition en philosophie, l'intuition en pédagogie.

Dans la première partie, sont définis « *comme intuitifs, les différents actes de l'esprit jugeant spontanément et affirmant indubitablement sur le seul témoignage des sens, de la conscience ou de la raison »,* et distinguées diverses formes d'intuition, également légitimes comme le sont *« les divers modes d'évidence directe par lesquels la réalité ou la vérité s'impose à l'esprit ».* Sur le postulat que l'intuition est « *le moyen de connaissances le plus naturel dont nous disposions »*, les auteurs posent l'intuition comme la pierre angulaire de l'enseignement primaire.

Dans la seconde partie, sont successivement abordées l'intuition par les sens, puis l'intuition dans les facultés intellectuelles (celle qui ne se borne pas aux leçons de choses). L'intérêt de cette partie réside précisément dans les multiples formes que l'auteur prête à la méthode intuitive. De *l'intuition sensible* procède *la puissance du jugement et du raisonnement spontané*, la méthode intuitive dans l'enseignement consiste « *en une certaine marche de l'enseignement qui réserve à l'enfant le plaisir et le profit, sinon de la découverte et de la surprise, ce qui serait peut-être trop promettre, au moins de l'initiative et de l'activité intellectuelle ».* Nous pouvons penser qu'investissant les sens d'abord, la conscience et la raison ensuite, l'intuition est l'étayage de l'activité intellectuelle de l'élève, quel que soit le degré d'enseignement où se trouve ce dernier. Hégémonique au commencement, l'intuition par les sens concède au cours du temps didactique une part de plus en plus importante à une perception de la réalité, de la vérité, enrichie par la mémorisation des connaissances, des règles, engrangées dans la conscience de l'élève ; cette perception, suscitée pour en appeler à l'initiative de l'élève (résoudre un problème par exemple), en induisant progressivement l'exercice de la raison, devient constitutive d'une rationalité à double composante : pragmatique et culturelle (celle de l'institution).

Des programmes et méthodes dont la légitimité institutionnelle est présente « avant l'heure ».

Une première lecture de la partie de l'article rédigée par H. Sonnet nous montre donc une définition du savoir arithmétique primaire, organisée selon un temps didactique qui se construit à travers un recours constant à la méthode intuitive et son application à des objets anciens, à finalité pratique.

Le CE est l'objet de la plus grande partie de l'article : 8 paragraphes sur les 20 lui sont consacrés. Portant successivement sur le caractère de l'enseignement, la numération, les quatre règles et le système métrique, ils proposent des directives pédagogiques (à l'image de ce que nous pouvons trouver actuellement dans les documents d'application des programmes). L'intuition par les sens caractérise l'enseignement du CE ; il en découle l'éviction de toute définition abstraite, le recours aux nombres concrets que la naturalisation du système métrique rend familier aux enfants et un principe : *« l'idée de chaque opération devra être introduite à propos d'un petit problème d'application usuelle »,* simple, conduisant à un calcul effectif sur des objets semblables. Le calcul intuitif se détache progressivement des objets ; le calcul de tête, inauguré dès le début, toujours à l'aide de petits problèmes très simples, s'appuie ensuite sur la mémorisation par cœur des tables d'addition, puis de multiplication. La maîtrise de ces dernières conduit aux techniques opératoires et à leur application à des petits problèmes usuels, c'est-à-dire au calcul à proprement parler, à son application pratique et aux preuves qui établissent l'exactitude de l'algorithme. L'étude du système métrique sous-tend que les mesures soient montrées et utilisées.

La numération présente un caractère exemplaire : elle apparaît comme savoir premier, fondamental et savoir emblématique pour la méthode intuitive. Premier et fondamental : l'auteur souligne que « *l'addition n'est que l'application de la numération »,* par suite, il en découle que la soustraction qui s'appuie sur l'usage de la table d'addition, la multiplication qui *« n'est autre chose qu'un addition dans laquelle tous les nombres sont égaux »,* la division qui *« n'est autre qu'une suite de soustractions dans lesquelles le nombre à soustraire est toujours le même »* dépendent étroitement de sa connaissance. Donc, nécessaire dés le début (jusqu'à mille) en terme de savoir pratique et de fondement des autres savoirs, la numération se prête de plus aisément à un enseignement selon la méthode intuitive : *« Le meilleur moyen d'apprendre aux enfants à compter consiste à leur faire compter effectivement des objets semblables, comme des pois, des noisettes, ou de simples bûchettes analogues à des allumettes et que l'on a taillées d'avance. Des paquets de dix bûchettes liées ensemble serviront à introduire l'idée des dizaines ; et dix paquets semblables, réunis en un seul, donneront l'idée d'une centaine, etc. Si le maître dispose d'un boulier-compteur, il lui sera facile de montrer comment dix boules de la première rangée sont remplacées par une boule de la seconde rangée [...]. C'est dans cette dépendance des diverses unités que consiste tout notre système de numération. On exercera longtemps les élèves à énoncer un nombre, connaissant les diverses unités dont il se compose, ou à décomposer un nombre énoncé en ses différentes unités ; et ce n'est que lorsque les élèves seront rompus à ce double exercice de numération parlée que l'on abordera la numération écrite, qui ne présentera plus dès lors aucune difficulté ».* Si le passage de la numération parlée à la numération écrite paraît un peu occulté (les conventions de l'écriture positionnelle), l'auteur fait jouer aux matériels didactiques, aux objets sensibles et à leur organisation, la fonction éclairante (aspect groupement, aspect échange) : la perception visuelle conduit à l'idée que l'usage du langage peut permettre à l'enfant de progressivement abstraire. Ce recours au perçu visuellement est aussi le moyen par lequel il propose de faire comprendre que le produit de deux facteurs est indépendant de leur ordre (collection de points disposés en lignes/ colonnes) ; cette propriété trouve sa légitimité dans la preuve qui doit être faite de la multiplication.

Le CM, auquel est consacré 7 paragraphes, traite successivement du caractère général de l'enseignement et des développements relatifs au programme du CE, des nombres décimaux et des règles sur ces nombres, des propriétés de la multiplication, caractères de divisibilité et preuve par 9, des fractions, des règles de trois, d'intérêt, d'escompte, etc .. et de la règle d'alliage ; du système métrique.

« Un peu moins élémentaire », il s'agit toujours d'opérer, *« autant que possible, sur des unités concrètes et choisir comme exemples des problèmes d'une application usuelle ».* Nouvel objet, les nombres décimaux sont censés n'être introduits que sous la condition que le calcul sur les nombres entiers est maîtrisé, les opérations sur ces nombres n'être abordées qu'après avoir insisté sur la numération décimale (déplacement des virgules, zéros à droite) ; l'introduction de la multiplication ne s'appuie plus sur l'intuition, mais sur l'analogie en terme de problèmes. La technique de la division par un nombre décimal (à virgule) est proposée comme une règle…mais on multiplie « *les exemples de multiplication et division, en résolvant des problèmes pratiques ».*

Le 11ème paragraphe porte sur une composante « théorique » de l'arithmétique : les propriétés de la multiplication, l' « exposition » des caractères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 6 et 9, l'usage de ce dernier caractère pour la preuve de la multiplication et de la division. « *On connaît la démonstration »,* commente l'auteur pour les premières ; le recours à l'observation d'un tableau de nombres est le moyen d'éclairer les propriétés de la multiplication. Quant aux caractères de divisibilité, leur exposition « *n'offre aucune difficulté ».* Le paragraphe qui suit éclaire la fonction de ce dernier paragraphe, il traite du calcul des fractions. L'idée d'une fraction ayant été introduite par des moyens intuitifs, comme par exemple la division d'une règle en 12 parties égales, les éléments plus « théoriques » du paragraphe précédent sont donc les outils qui permettent la réduction d'une fraction à une plus simple expression (pas à la plus simple, cette tâche est réservée au cours supérieur).

Le recours à la « méthode de l'unité », (règle de trois élémentée, qui par passage obligé à une unité de grandeur, ne requiert que l'usage des quatre opérations), ouvre le champ des problèmes de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques. Les connaissances liées au système sont élargies, « outillées » par les techniques de calcul sur les nombres décimaux ; les nombres complexes, avec la mesure du temps, trouvent place dans le programme, (implicitement) « outillés », quant à eux par les techniques de calculs fractionnaires.

Le cours supérieur, ne recouvre que trois paragraphes. A la reprise succède l'élargissement du cours précédent ; il porte sur « les nombres premiers, la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit multiple commun, la conversion des fractions en fractions décimales, les rapports, les proportions, les règles de société et des notions d'arithmétique appliquée telles que les rentes, les actions industrielles, la caisse d'épargne ».

Si le paysage évoqué dresse les perspectives d'une arithmétique à la fois théorique et utilitaire, les directives proposées contextualisent les pratiques possibles dans un environnement moins ambitieux.

Il convient de faire appréhender les « artifices » qui conduisent à une expertise en calcul mental.

Pour l'étude des nombres premiers, (§ 18), il faut se limiter « *à ce qui est strictement nécessaire pour la recherche du plus grand commun diviseur et du petit multiple commun ; encore, ces matières qui ne sont pas absolument obligatoires, ne devront être abordées que si les élèves sont suffisamment préparés ».*

Il convient, par contre d'accorder grande importance à l'arithmétique appliquée : « *Les problèmes d'application sur les rentes, les actions industrielles, la caisse d'épargne, n'offrent pas de difficultés nouvelles et ne demandent que de l'attention. Mais ces problèmes sont intéressants, et il y a avantage à les multiplier ».*

L'approfondissement des connaissances relatives au système métrique mérite encore le même intérêt ; il s'agit de « faire ressentir les avantages du système décimal ».

Le cours normal est réduit à deux paragraphes. Elargissement et approfondissement théorique du précédent, il comprend de plus, racines carrée et cubique, et implicitement les logarithmes, puisque c'est par l'usage de ces derniers qu'il est précisé qu' « *on calcule ordinairement ces racines* ». Le programme paraît, de fait, aller déjà de soi.

L'auteur ne prend la peine d'insister que sur un point : « *du choix et de la préparation des exemples à donner dans les cours qu'ils auront à faire* ». Le « *secret de cette préparation* » consistant dans l' « *emploi des opérations inverses* », les critères de divisibilité, les décompositions en produit de facteurs premiers sont par exemple de bons outils pour choisir des fractions dont la somme doit donner un nombre entier.

Si c'est une légitimité culturelle qui peut fonder la présence quelque peu précarisée des propriétés des nombres dans le cours supérieur, (l'expertise en calcul), c'est bien leur pertinence professionnelle qui peut les faire vivre à l'Ecole normale primaire. Garants de la pertinence des exemples, exemples référés aux opérations ou aux problèmes « pratiques », les éléments plus « théoriques » de l'arithmétique révèlent leur fonction principale : assurer une expertise dans l'art de calculer et dans l'art de faire calculer.

3. 3. 2. Conclusion : de la pertinence institutionnelle du programme d'arithmétique.

Si nous nous focalisons sur deux traits spécifiques à la <u>méthode intuitive</u>, d'une part, l'usage premier des facultés sensorielles, et d'autre part, l'initiative, l'activité intellectuelle, de l'élève, nous pouvons penser que l'enseignement de l'arithmétique, tel qu'il doit être conduit d'après H. Sonnet, semble couler ses méthodes didactiques dans le moule de la méthode intuitive. Les objets, les nombres concrets, les mesures, les opérations effectives sur les objets caractérisent le premier trait ; le calcul de tête, la résolution de problèmes, le calcul sont bien révélateurs de l'initiative, de l'activité de l'élève, voire du futur maître. La présence systématique de la preuve, après le calcul, en appelle explicitement au jugement, à la raison.

Au cœur du dispositif, la numération décimale constitue le principe d'intelligibilité de l'ensemble des organisations mathématiques qui relèvent des entiers, des décimaux, du système métrique ; elle irrigue une arithmétique décimale, élémentaire.

Les propriétés des nombres, présentes dès le cours moyen, développées mais au statut quelque peu ambigu dans le cours supérieur, révèlent leur pertinence institutionnelle, d'une part, à travers leur fonction technique dans l'art du calcul, d'autre part, à travers la cohérence qu'elles apportent à la composante moins élémentaire de l'arithmétique primaire. Le terme « théorie », qu'on ne peut éviter d'évoquer quand il s'agit des fractions, des rapports et proportions, est certes absent de l'article ; la méthode en est un substitut : elle induit l'existence d'un savoir tout structuré, satisfaisant au principe d'économie, ne pouvant éviter l'existence d'un environnement technologico-théorique, qui permette la viabilité des fractions, des proportions. Eléments de cet environnement, les propriétés des nombres vivent encore par le biais de leur pertinence épistémologique.

Cette connaissance raisonnée de la science du calcul se construit par le biais d'un recours constant à la méthode intuitive et pratique. Le découpage du savoir selon les divisions (CE, CM, CS), l'introduction des objets de savoirs, les schémas des leçons sont réglés par l'application de la méthode intuitive et pratique. C'est de la méthode que procède le temps didactique.

Cette méthode peut se caractériser ainsi : d'une part, elle sollicite les facultés sensorielles, d'autre part, elle stimule l'initiative, l'activité intellectuelle. Les objets, les nombres concrets, les opérations effectives sur les objets caractérisent le premier trait ; le calcul de tête, la résolution de problèmes, le calcul sont révélateurs de l'initiative, de l'activité de l'élève. La nécessité systématique de la preuve, après le calcul, en appelle au jugement, à la raison.

Par exemple, au C E, il y a éviction de toutes définitions abstraites, recours constant aux nombres concrets que la naturalisation du système métrique rend familiers ; c'est l'intuition par les sens qui caractérise cet enseignement (comptage d'objets matériels, perception visuelle des groupements de 10 bûchettes, les calculs sur les objets).

Le « calcul intuitif », ainsi que le sous-tend l'article non signé de ce premier tome, se détache progressivement des objets ; le calcul de tête, inauguré très tôt à l'aide de problèmes simples, s'appuie ensuite sur la mémorisation par cœur des tables. La maîtrise de ces dernières conduit aux techniques opératoires et à leur application à des petits problèmes usuels. L'idée de toute notion est introduite à partir d'un petit problème usuel, avant d'être définie puis conduit à la résolution de petits problèmes pratiques.

Si le recours à l'intuition par les sens est moindre dans les cours suivants, les références aux problèmes pratiques demeurent constantes.

L'expertise en calcul, la capacité à résoudre un champ de problèmes plus étendu sont les traits spécifiques de l'enseignement du CS. Pour le programme d'EN, succinct, l'auteur ne prend la peine d'insister que sur un point : le choix et la préparation des exemples à donner dans les cours qu'ils auront à faire.

Cette organisation met donc, en évidence que la connaissance raisonnée de la science du calcul se révèle dans deux composantes indissociables : calcul et résolution de problèmes pratiques. Cette importance du calcul, notamment mental, est soulignée par G. Bovier – Lapierre, dans l'article « Calcul » qu'il lui consacre dans la première partie du dictionnaire : l'historique dressé, souligne l'émergence relativement tardive d'un rapport au calcul dans les classes populaires, et son introduction généralisée « *dans tous les pays, dans toutes les langues* », dans « *l'école à tous les degrés* », par l'intermédiaire « *d'excellents traités et manuels populaires* ». De l'abaque et du calcul à l'aide de jetons, puis par lignes (figuration des jetons par des points), il brosse les étapes d'un enseignement populaire, qui trouve par le biais de « *la révolution pédagogique* » dont Pestalozzi est l'initiateur, sa forme opératoire : *« le calcul, comme tout l'enseignement primaire* » est ramené « *à l'intuition, à la vue des objets concrets, aux procédés sensibles* ». Si l'auteur rend compte des abus de la fonction attribuée au « calcul mental », et à l'exercice de la mémoire, il n'en convient pas moins, que « *depuis lors, l'enseignement du calcul n'a cessé de se perfectionner en se généralisant ».*

L'article « calcul mental », rédigé par le même auteur, dans la deuxième partie du D.P., (la partie leçon) peut définir la fonction du calcul mental p. 325: « *Il forme en quelque sorte un petit cours d'arithmétique élémentaire parallèle à l'autre »,* il se doit d'être applicable à tous les degrés de l'enseignement arithmétique. Par contre, tout développement théorique, gratuit, est banni. Il est l'expression même de la méthode intuitive appliquée à l'enseignement arithmétique.

Il existe même des pratiques possibles d'incitation et de stimulation (p. 327) : « *On pourra quelquefois piquer l'émulation et la curiosité des élèves en leur racontant quelques exemples de ces tours de force de calcul mental accomplis par des enfants ».*

Quant aux problèmes, l'article « comptabilité », composante importante de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, dresse une synthèse éclairante des objectifs auxquels doivent satisfaire ceux-ci : « *Outre son utilité pratique résultant des besoins du commerce et de l'industrie, la comptabilité est encore dans l'éducation une excellente <u>discipline</u> par les qualités qu'elle tend à développer. Ce sont surtout l'ordre, la concision, la clarté, l'esprit de suite, toutes choses fort importantes dans la vie ».*

Dans les faits, les programmes et méthodes rédigés par H. Sonnet, sont une anticipation des programmes officiels qui seront publiés en 1882. Ils prennent en compte avant l'heure les contraintes auxquelles doit se plier l'enseignement primaire : fournir une éducation intellectuelle qui ne donne qu'un nombre limité de connaissances, mais suffisant pour répondre aux futurs besoins ; développer de bonnes habitudes d'esprit, une intelligence ouverte et éveillée, du jugement, de la réflexion, de l'ordre et de la justesse dans la pensée et le langage. Ils respectent le principe « l'enseignement doit être intuitif et pratique » : intuitif, c'est-à-dire s'appuyer sur le bon sens naturel, sur la force de l'évidence ; pratique, c'est-à-dire ne pas perdre de temps en discussions oiseuses, faire qu'en 5 ou 6 ans, l'élève se constitue ce petit trésor de connaissances dont il a strictement besoin. Ils imposent la méthode d'enseignement déjà préconisée par O. Gréard, et reprise dans les instructions officielles de 1882.

3. 4. Des organisations mathématiques dans la deuxième partie du dictionnaire de pédagogie (D.P. 2) : esquisse d'un environnement technologico-théorique.

Le programme d'H. Sonnet : analogies et différences avec un programme officieux déjà existant : celui des programmes des brevets de capacité.

Dans la seconde partie du DP, l'article « Arithmétique », rédigé par H. Sonnet est un cours en 56 leçons, ou plus exactement le plan d'un cours dont les développements sont donnés dans des articles correspondants. Il couvre l'ensemble des savoirs enseignés du Cours Moyen à l'Ecole Normale : les parties qui ne sont traitées qu'au Cours Supérieur, ou à l'Ecole Normale, sont désignées par les initiales CS ou EN, initiales que nous reprendrons par la suite.

Le cours est découpé en 7 rubriques : Numération et opérations sur les nombres entiers, Nombres décimaux, Fractions ordinaires, Système métrique, Rapports et proportions, Racines carrées ou cubiques (EN), progressions et logarithmes (EN).

Dans la première partie, la numération fait l'objet des trois premiers paragraphes. Sont désignés successivement (p. 182) :

§ I. Unité, nombres ; nombres abstraits et concrets ; *Numération parlée*, nom des nombres de un à mille. Dizaines, centaines. Décomposition des nombres en leurs divers ordres d'unités ; Enoncer un nombre connaissant les unités des divers ordres dont il se compose. – V. les art. *Arithmétique, calcul* et *numération*.

§ II. Suite de la numération parlée. Unités principales : unités, mille, millions, billions ou milliards. Décomposition d'un nombre en ses divers ordres d'unités. Enoncer un nombre connaissant les divers ordres d'unités qu'il renferme. – V. *Numération.*

§ III. *Numération écrite*. – Chiffres : valeur absolue, valeur relative ou de position. Zéro. Tranches de trois chiffres. – Ecrire un nombre énoncé. Enoncer un nombre écrit. Exercices sur la numération. – V. *Numération.*

Dans cette même partie, les paragraphes XI, XII, XIII portent sur les propriétés des nombres.

Sous l'intitulé « Principes de la division » sont précisées les notions abordées dès le CM :

§ XI. *Principes de la division.* - Diviseurs d'un nombre. Tout nombre qui en divise deux autres divise leur somme et leur différence. Tout diviseur d'un nombre divise ses multiples. Caractères de divisibilité par 2,3,4,5,9,11. Preuve par 9 de la multiplication et de la division. – V. *Diviseurs*.

Les paragraphes XII et XIII sont réservés au CS.

§ XII. C. S. *Nombres premiers*. - Décomposition en produit de facteurs premiers. – V *Diviseurs*.

§ XIII. C. S. Diviseurs communs à plusieurs nombres. Plus grand commun diviseur. Nombres premiers entre eux. Tout nombre qui divise un produit de facteurs et qui est premier avec l'un d'eux divise l'autre. Tout nombre premier qui divise un produit divise l'un de ses facteurs. Plus petit multiple commun de plusieurs nombres. – V. *Diviseurs*.

Il nous faut donc souligner que la structure gigogne de ces plans d'études confirme la présence des propriétés des nombres dans l'enseignement primaire élémentaire. L'enseignement à l'école normale se distingue de ces derniers à travers la présence des deux parties « Racines carrées et cubiques » comportant quatre paragraphes, et « Progressions et logarithmes », en comportant six. Avant même que les programmes de 1882 ne soient arrêtés, l'existence « officieuse » de ce programme atteste de la pertinence institutionnelle d'un ensemble de savoirs, directement liée au fait qu'il relève des objets d'enseignement primaire.

L'éclairage qu'apportent le programme du brevet complet (d'après le Guide des aspirants et aspirantes aux divers brevets de capacité, 1876, rédigé par M.A Lénient, préfet des études de l'Ecole normale de la Seine) et le programme du C. S. extrait de *l'organisation pédagogique des écoles publiques de la Seine,* corrobore le constat.

Il est noté en préambule que « *Ce programme n'a pas de caractère officiel, mais il peut être considéré comme donnant bien la physionomie ordinaire des examens. […] ».* Le découpage est un peu différent du précédent.

Il comprend une suite de paragraphes non numérotés, dans laquelle nous pouvons toutefois distinguer un premier bloc, relatif à la numération et aux opérations sur les nombres entiers, un second bloc portant sur les fractions ordinaires, un troisième sur les fractions décimales, un quatrième sur le système métrique, un cinquième et un sixième respectivement sur les racines carrées et cubiques, un septième sur les rapports des grandeurs concrètes, un huitième sur les problèmes et enfin un neuvième bloc traitant de l'arithmétique appliquée et intégrant notamment progressions et logarithmes. Sans que nous n'entrions dans les détails, ce plan d'études étant particulièrement précis, nous signalons simplement qu'il se déploie fidèlement sur le programme des écoles normales et primaires supérieures. Nous notons cependant que les fractions décimales ne sont pas rabattues sur les entiers, comme dans le programme précédent, mais traitées après les fractions ; le contenu relatif aux propriétés des nombres apparaît plus détaillé et quelque peu élargi. Concluant la partie consacrée à l'arithmétique appliquée, des « *Notions élémentaires sur l'emploi des lettres et des signes dans les calculs comme moyen d'abréviation et de généralisation* » sont aussi citées. Elles précèdent la « définition et principes généraux sur les équations du premier degré, application à la résolution de problème ». L'arithmétique glisse donc insensiblement vers l'algèbre, pour ce qui relève de la résolution de problèmes « pratiques ».

Sont introduits préalablement :

Définitions préliminaires. – Ce qu'on appelle grandeur ou quantité, unité, nombre. – Diverses espèces de nombres.

Numération. – Objet de la numération. – Formulation des nombres. – Numération parlée. – Numération écrite. – Règle à suivre pour écrire en chiffres un nombre énoncé. – Traduire en langage ordinaire un nombre écrit en chiffres.

Dans les deux paragraphes relatifs à ce domaine, Divisibilité des nombres, Nombres premiers, l'enchaînement logique des propositions est souligné.

Par exemple dans le premier paragraphe :

Divisibilité des nombres. – Définitions et principes généraux. – Lorsqu'un nombre en divise plusieurs, il divise leur somme. – Tout nombre qui en divise un autre divise ses multiples. – Lorsqu'un nombre en divise deux autres, il divise leur différence.

Tout nombre qui divise une somme de 2 parties et l'une de ces 2 parties divise l'autre. - Un nombre étant composé de 2 parties, tout nombre qui divise l'une des 2 parties sans diviser l'autre, ne divise pas la somme. - La division du nombre donné et de la partie non divisible par le diviseur donne alors le même reste.

Caractères de divisibilité par 2 et par 5, par 4 et par 25, par 8 et 125. – Divisibilité par 9 et par 3. – Caractère de divisibilité par 11.

Preuve par 9 de la multiplication et de la division. – Théorie et pratique.

Ce qu'on appelle *plus grand commun diviseur* de plusieurs nombres. – Théorie de la recherche du plus grand commun diviseur de 2 nombres. – Tout nombre qui divise deux nombres divise leur plus grand commun diviseur. – recherche du plus grand commun diviseur de plusieurs nombres.

Nombres premiers. – Définition. - La suite des nombres premiers est illimitée. - Méthode suivie pour trouver, quels sont dans la suite naturelle des nombres ceux qui sont premiers,. – Marche à suivre pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, théorèmes relatifs aux nombres premiers.

Théorèmes relatifs aux nombres premiers. – Tout nombre qui divise un produit de facteurs et qui est premier avec l'un d'eux divise nécessairement l'autre. – Tout nombre premier qui divise un produit divise en même temps un des facteurs de ce produit. – Lorsqu'un nombre est divisible par plusieurs nombres premiers entre eux deux à deux, il l'est aussi par leur produit. – Former tous les diviseurs d'un nombre.

Condition nécessaire pour qu'un nombre en divise un autre et pour qu'un nombre soit divisible par un autre. – Détermination du PGCD de plusieurs nombres au moyen des facteurs premiers de ces nombres. Trouver le plus petit nombre divisible à la fois par plusieurs nombres donnés.

Il convient de souligner que l'ensemble des savoirs et tâches définis trouve une part évidente de sa légitimité dans l'organisation de la progression : ces éléments théoriques précèdent la partie relative à la théorie des fractions. Ils constituent l'environnement technologico-théorique qui permet notamment d'éclairer les techniques opératoires sur ces dernières. Cependant le caractère de ce fragment de plan d'étude ne présente pas la simplicité d'une suite de propriétés admises et de techniques à effectuer, suffisantes pour opérer avec exactitude sur les fractions. Le plan, le vocabulaire utilisé (théorie et pratique), induisent l'usage du raisonnement arithmétique, l'existence de démonstrations. La dimension purement utilitaire des notions présentes dans ces paragraphes structurés, proposant les outils de démonstration, ne peut seule être retenue.

Mais plus encore, ces savoirs ne sont pas le monopole des plans d'études pour le brevet complet. L'auteur fait encore référence au programme du cours supérieur des écoles primaires de la Seine, servant de programme pour le brevet obligatoire (ou de second ordre). Ce programme mensualisé présente en novembre et en décembre, respectivement la division des nombres, caractères de divisibilité par 2,3,5,6,9 et la preuve par 9, puis les nombres premiers, la recherche du PGCD de deux nombres, la décomposition en produit de facteurs premiers, la recherche du PPCM et du PGCD de plusieurs nombres avant que les fractions ne soient étudiées en janvier. En tout état de cause, ces éléments théoriques de l'arithmétique primaire ont une existence déjà avérée dans les programmes d'un système d'enseignement primaire. Certes, celui-ci est encore localement situé, mais il est considéré comme le modèle à répandre dans l'ensemble des départements.

Le programme proposé par H. Sonnet peut paraître, à plusieurs égards, moins ambitieux moins théorique que celui pour le brevet complet établi par Lénient dans la période précédente. La méthode « intuitive », dont la fonction est de réformer l'enseignement, modifie t-elle l'organisation du cours, révolutionne t-elle les « leçons » ? C'est ce que nous allons tenter d'identifier dans ce « dictionnaire de leçons » en analysant ce que contiennent les articles « numération » et « diviseurs ».

Les « leçons » sur la numération et les diviseurs dans le D.P.2.

L'article numération (p. 1422- 1425) comprend 7 colonnes. Il est rédigé par G. Bovier-Lapierre, auteur comme nous l'avons signalé de manuels élémentaires. Les paragraphes sont identifiés par des intitulés en italique. Sont successivement présentés :

Nombre ; unité – Unité fractionnaire ; nombre fractionnaire ; fraction ; nombres entiers – Nombre abstrait ; nombre concret- Formation des nombres ; numération – Numération parlée – Numération écrite – Des autres système de numération.

La première caractéristique de cette leçon, c'est qu'elle s'adresse spécifiquement au maître ou au futur maître ; articulant exposé des savoirs et conseils pédagogiques (sous forme notamment d' « *observations »,* l'article commence ainsi :

« Nombre ; unité. – qu'un enfant interrogé au tableau soit invité par le maître à dire combien d'élèves sont assis à la table qui est devant lui ; il compte et répond qu'il y en a *six* par exemple : le terme *six* est un nombre, et l'élève est l'unité. […] D'après ces exemples (qu'on fera bien de multiplier) on voit que *mesurer une quantité quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient une certaine quantité de même espèce, connue ou adoptée par l'usage ».*

Par contre, l'ordre d'introduction et le maintien des notions abordées ne dérogent pas la à la tradition des traités classiques du XVIIIème siècle, celui du traité de Bézout[26] en l'occurrence. Celui-ci introduit successivement : quantité, arithmétique, unité, nombre, nombre entier, nombre fractionnaire, fraction, nombre abstrait, nombre concret.

Chaque paragraphe est introduit par une situation d'enseignement, se poursuit par un exposé du savoir qui peut porter sur une définition (non exprimée en ces termes) une règle et s'achève parfois sur une observation ou un *nota.*

Ainsi par exemple :

« Formation des nombres ; numération. – Quelque grand que ce soit, par exemple, le nombre des haricots contenus dans un sac, tout enfant conçoit parfaitement qu'en ajoutant un haricot à ce nombre (sic), puis un autre et ainsi de suite, on obtient des nombres qui peuvent aller en augmentant ainsi indéfiniment sans aucune limite. […] La *numération* est un système de règles d'après lesquelles tous les nombres peuvent être désignés à l'aide de quelques mots et écrits à l'aide de quelques caractères. »

Pour la « numération parlée », l'auteur procède de même : tout enfant conçoit ce qu'est un et qu'un ajouté à un désigne deux…L'auteur expose alors le cours : « *De même, et probablement à la vue des dix doigts des deux mains, <u>on</u> a formé de dix unités un groupe considéré comme une nouvelle unité plus grande nommée dizaine, et <u>on</u> compte les objets par dizaines […] Mais, par une irrégularité regrettable, les termes septante, huitante et nonante sont peu en usage, et à leur place on dit : soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix ».* Si nous soulignons ce « on » générique, c'est qu'il est, nous semble t-il, révélateur de l'intention didactique de l'auteur. La « leçon », c'est la trame du discours du maître ou futur maître, assujetti à la méthode intuitive, les élèves évoqués sont dans la perception, l'action guidée par le maître.

Poussant la nomenclature jusqu'au billion, considérant que les « trillions, les quatrillions, etc., […] par leur grandeur en dehors de toutes les réalités ordinaires, ne disent rien à l'esprit des élèves », l'auteur pose alors en remarque : *« les unités des divers ordres se*

[26] Arithmétique de Bézout à l'usage de l'Artillerie, de la Marine et du commerce, Nouvelle Edition, à laquelle on a ajouté les nouveaux calculs décrétés par la Convention, par Peyrard, 1795.

succèdent de telle manière que chacune vaut dix unités de l'ordre immédiatement inférieur. Tel est le principe de la numération parlée ».

Nous n'évoquerons que brièvement la numération écrite ; nous ne pouvons y déceler une marque tangible de la méthode intuitive sur la nature du discours tenu. Par contre, l'auteur fait une digression historique sur le zéro ; à fonction purement culturelle, ce paragraphe précède l'énoncé du principe de la numération écrite et des règles pour écrire et lire les nombres. Seul un *nota* spécifie la nature professionnelle du cours présenté : *« Nous n'avons pas besoin de recommander aux maîtres de commencer par des nombres n'ayant pas plus de trois chiffres et de monter graduellement à ceux de six chiffres, puis à ceux de neuf, sans dépasser les billions. Au delà, ce sont des nombres fantastiques dont les élèves n'auront jamais à faire usage ».*

Si la digression culturelle, désintéressée, adressée aux maîtres, (mais qui sait encore à des élèves curieux) caractérisait un paragraphe peu lié à un mode d'enseignement « intuitif », ce dernier propos met en évidence le caractère avant tout utilitaire et pratique de cet apprentissage. A la remarque initiale concernant l'intuition des élèves à percevoir l'infinité des nombres répond paradoxalement ce conseil tout à fait conforme aux finalités « primaires ».

Le paragraphe consacré aux « autres systèmes de numération » offre un bref éclairage culturel sur les numérations liées à des mesures anciennes, voire encore en usage (la douzaine, la grosse, par exemple). L'auteur souligne encore le lien entre la base du système et le nombre de signes écrits qu'il requiert ; il cite à titre d'exemple le système binaire, celui qui exige le moins de chiffres, et éclaire brièvement les notions d'unités du premier, du second et troisième ordre.

Succinct, sans commentaire, la présence de ces quelques lignes peut-elle avoir pour fonction d'éclairer le maître ou futur maître sur la notion d'ordre des unités ?

Toute la suite du cours après ce bref préambule porte sur la « Numération romaine ». « *Nous ne devons pas finir cet article sans exposer la numération romaine, qui est encore en usage aujourd'hui pour les inscriptions gravées sur les monuments, pour les chapitres et les divisions d'un livre, et souvent sur le cadran des horloges ».* Conformément à cette remarque, c'est l'usage qui légitime l'existence de cette numération dans le plan d'étude. L'auteur expose son principe, énonce la règle d'écriture pour les nombres jusqu'à mille. En effet, « *il n'y aurait aucun intérêt pour nous à écrire des nombres supérieurs à mille ».*

Ce cours présente donc la particularité de comporter toutes les définitions, règles, principes communs à tout traité d'arithmétique classique (ce que pouvaient annoncer les intitulés du plan d'études), et conjointement sur certaines parties de proposer une mise en œuvre, un type de discours, marqués par la méthode intuitive. Paradoxalement la méthode intuitive est sollicitée pour introduire des notions (l'infinité des nombres par exemple), que le cours circonscrit dans les limites d'une éducation avant tout pratique et utilitaire. Pour le maître, il faut toutefois remarquer la présence de « digressions » culturelles, voire savantes, qui peuvent solliciter de la part de celui-ci une réflexion sinon désintéressée (dans le sens où celle-ci serait déliée des préoccupations de l'enseignement) du moins plus « théorique ».

L'article « diviseurs » (p. 599 – 603) comprend 8 colonnes et demie. Il est signé par H. Sonnet. Il se caractérise par un enchaînement logique de 27 paragraphes numérotés ainsi que le sont par exemple ceux du traité de Bézout.

Sont ainsi étudiés successivement presque conformément à l'ordre adopté par l'auteur dans son programme de cours :

§ 1 définition d'un diviseur, diviseur commun. § 2 – *Tout nombre qui en divise deux autres divise leur somme.* § 3 – *Tout nombre qui en divise un autre, divise ses multiples*. § 4 – *Tout nombre qui en divise deux autres, divise leur différence*. § 5 – *Caractères de divisibilité. Un nombre est divisible par 2 quand le dernier chiffre à droite est 0 ou un des chiffres pairs, 2, 4, 6, 8.* § 6 – *Un nombre est divisible par 5 quand le chiffre de ses unités est un 0 ou un 5.* § 7 – propriétés des restes dans la division par 2 ou 5. § 8 – *Un nombre est divisible par 4 quand le nombre formé par ses deux derniers chiffres à droite est divisible par 4.* § 9 – *Tout nombre est divisible par 25 quand le nombre formé par ses deux derniers chiffres à droite est divisible par 25.* § 10 – Propriétés des restes dans la division par 4 ou 25. § 11 – *Tout nombre est divisible par 9 quand la somme de ses chiffres, pris en valeur absolue, est divisible par 9.* § 12 – *Tout nombre est divisible par 3 quand la somme de ses chiffres, pris en valeur absolue, est divisible par 3.* § 13 – Propriétés des restes dans la division par 3 et 9. § 14 C. S. – *Tout nombre est divisible par 11 quand la différence entre la somme de ses chiffres de rang impair et la somme de ses chiffres de rang pair, est nulle ou égale à un multiple de 11.* § C.S. – Propriété des restes dans la division par 11. § 16 – *Preuve par 9 de la multiplication.* § 17 C.S. – *Nombres premiers.* § 18 C.S. – *La suite des nombres premiers est illimitée.* § 19 C. S. – Décomposition en produit de facteurs premiers. § 20 C.S. Définition du PGCD, recherche du PGCD de deux nombres par la méthode des divisions successives.§ 21 C.S. définition des nombres premiers entre eux, propriétés du PGCD ; § 22 C.S. – PGCD de plusieurs nombres. § 23 C.S. – *Propriétés des nombres premiers entre eux.* § 24 C.S. – *Quand un nombre est divisible par deux autres nombres premiers entre eux, il est divisible par leur produit.* § 25 – *Un nombre ne peut être décomposé que d'une seule manière en facteurs premiers.* § 26 – Formation *« à vue »* du PGCD de deux nombres décomposés en facteurs premiers. § 27 – Définition et formation

« à vue » du plus petit multiple commun de plusieurs nombres décomposés en facteurs premiers.

En dehors de la recherche de tous les diviseurs d'un nombre et de leur nombre, toutes les notions présentes dans le programme du brevet complet établi par Lénient, sont abordées.

Il va de soi que l'influence de la méthode intuitive ne peut s'exercer comme elle le fait sur le cours relatif à la numération, sur un domaine de savoir, d'une part réservé aux élèves plus âgés, d'autre part, éloigné de tout lien avec les nombres concrets. Quelques commentaires, cependant, peu nombreux, peuvent conférer à ces leçons, le statut d'un « document d'application » des programmes : notons par exemple, que l'auteur précise, à la fin des deux derniers paragraphes qu' « on pourra exercer les élèves à trouver par (ces) procédé(s) le plus grand commun diviseur (le plus petit multiple) des nombres » proposés dans le cours.

La spécificité du cours, si elle existe, réside dans le choix des objets d'enseignement retenus, d'autre part, dans la nature des raisonnements sollicités, et en ce qui concerne ceux –ci dans le vocabulaire utilisé.

Deux tâches, présentes dans le programme de Lénient, sont donc écartées ; gratuites pour l'élève, elles peuvent cependant être pertinentes, pour le maître dans le cadre de la préparation des exemples ou des exercices de calcul qu'il peut proposer.

De ce cours sont d'abord absents tous les termes suivants : définition, théorème, démonstration. Seules les propriétés sont explicitement citées.

Les preuves des propositions reposent sur le principe suivant : de l'étude d'un nombre générique ou d'un cas particulier procède la généralisation ; le recours au langage algébrique est minimal (pour abréviation d'un terme, propriétés des nombres premiers, unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers) ; les raisonnements sont donc purement arithmétique, ils sont exprimés en langage naturel, procèdent par induction.

Les démonstrations suivantes peuvent apparaître comme représentatives.

Les quatre premiers paragraphes présentent les éléments technologiques qui vont produire et éclairer les caractères de divisibilité et le procédé de détermination du PGCD de deux nombres.

Le caractère de divisibilité par 2 est ainsi justifié.

La propriété est préalablement énoncée.

> En effet, tout nombre peut être considéré comme partagé en dizaines et en unités ; or, 10 étant divisible par 2, tout nombre de dizaines, qui est un multiple de 10, est aussi divisible par 2. Pour que le nombre total soit lui-même divisible par 2, il faut donc, et il suffit, que le chiffre des unités soit 0, ou un chiffre divisible par 2. Ainsi 24, 36, 78, 382, 490 sont des nombres divisibles par 2.[…]

Pour la divisibilité par 11, c'est par un procédé de type inductif que s'opère la « preuve » :

On remarque d'abord que l'on a :

10 = 11- 1, d'où 10× 10 = (11 – 1) × 10 = m. 11 – 10, ou 100 = m. 11 – 11 + 1

(en désignant par m. 11, un multiple quelconque de 11).

Multiplions par 10, nous aurons :

100× 10 = (m. 11 + 1) × 10 = m. 11 + 10 = m. 11 – 1 ou 1000 = m. 11 – 1.

Multiplions encore […]

En continuant ainsi on reconnaît que l'unité suivie d'un nombre impair de zéros équivaut à un multiple de 11 diminué de l'unité, et que l'unité suivie d'un nombre pair de zéros équivaut à un multiple de 11 augmenté de l'unité.

Par un raisonnement analogue à celui qui a été fait plus haut à propos de la divisibilité par 9, on en déduit que tout nombre composé d'un chiffre significatif suivi de zéros équivaut à un multiple de 11, augmenté ou diminué de ce chiffre significatif suivant que ce chiffre est de rang pair ou impair, à partir de la droite.

Suit un exemple. Le cas du nombre 659 318 sert d'application à la règle. Le « raisonnement analogue » requis dans la preuve sollicite la décomposition canonique du nombre.

Le procédé de détermination du PGCD par la méthode des divisions successives, est présenté comme dans les traités classiques (celui de Bézout par exemple) à partir d'une étude de cas. Contrairement au traité de Bézout, la règle non immédiatement référée à son usage pour simplifier les fractions, n'est introduite qu'après l'étude de cas, de plus, le paragraphe comporte le tableau présentant l' « opération » que nous n'avons identifié que dans des traités plus tardifs (Lacroix 1811, par exemple). De la justification de chacune des étapes procède le caractère de généralité de l'algorithme. Quelques extraits de cette détermination peuvent éclairer notre propos.

Supposons que l'on demande le plus grand commun diviseur des deux nombres 621 et 184. On commence par remarquer que le plus grand commun diviseur cherché ne peut pas surpasser le plus petit nombre 184 ; mais il pourrait bien lui être égal si celui-ci divisait le plus grand. Essayons donc la division. En divisant 621 par 184, on trouve pour quotient 3 et pour reste 69 ; on en conclut que le plus petit nombre 184 n'est pas le plus grand diviseur cherché. Mais il est aisé de faire voir que ce plus grand commun diviseur est le même que celui qui existe entre le plus petit 184 des deux nombres donnés et le reste 69 de leur division. En effet, la division effectuée donne l'égalité

621 = 184 × 3 + 69

Tout nombre qui divise à la fois 621 et 184, divise aussi 184 × 3, divise une somme et l'une de ses parties, il faut qu'il divise 69. Réciproquement : tout nombre qui divise 184 et 69, divisant 184× 3, divise les deux parties d'une somme, donc il faut qu'il divise la somme. Il en résulte que, si l'on formait d'une part le tableau de tous les diviseurs communs à 621 et à 184, et de l'autre, le tableau de tous les diviseurs communs à 184 et à 69, ces deux tableaux seraient identiques. Donc le plus grand de ces diviseurs serait le même dans les deux tableaux. […]

Le raisonnement étant réitéré pour les étapes suivantes, H. Sonnet peut présenter la disposition de l'opération :

	3	2	1	2
621	184	69	46	23
552	138	46	46	
69	46	23	0	

Et conclure sur la règle:

On voit que la règle consiste à diviser le plus grand nombre par le plus petit, celui-ci par le reste de la division, ce premier reste par le second, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on obtienne un reste qui divise exactement le reste précédent ; ce dernier diviseur sera le plus grand commun diviseur cherché.

Suivent quatre exemples à chercher ; les PGCD sont donnés.

Notons encore que dans le paragraphe suivant l'auteur justifie de la pertinence de l'algorithme : l'existence d'un reste divisant nécessairement le reste précédent est légitimé par la décroissance des restes successifs.

Les preuves des propriétés des nombres premiers entre eux procédent suivant le même principe (l'étude du cas particulier conduit à la généralisation, par le biais des propriétés sollicitées).

La propriété est d'abord énoncée puis justifiée. Ainsi :

Si un nombre divise un produit de deux facteurs et qu'il soit premier avec l'un d'eux, il divise nécessairement l'autre. – Par exemple, 840 étant le produit des deux facteurs 35 et 24, le nombre 12, qui divise le produit et qui est premier avec 35, divise nécessairement 24. En effet, le plus grand commun diviseur des nombres 12 et 35, qui sont premiers entre eux, est 1 ; le plus grand commun diviseur des nombres 12×24 et 35×24 est donc 24. Or 12 divise évidemment le produit 12×24 ; il divise par hypothèse le produit 35×24, ou 840 ; donc il divise leur plus grand commun diviseur 24.

On déduit de ce principe que *tout nombre premier qui divise un produit divise au moins l'un de ses facteurs ;* et que *tout nombre premier qui divise une puissance d'un nombre divise ce nombre.*

On en déduit encore que *si deux nombres sont premiers entre eux leurs puissances sont premières entre elles.* (Suit un exemple numérique)

Il apparaît que la présence des exemples numériques, si elle atteste de la volonté de l'auteur d'éviter tout recours au langage algébrique, n'affaiblit pas la rigueur du raisonnement employé : il serait, sans modification sensible, possible de substituer à ces nombres des valeurs littérales. Les éléments technologiques qui éclairent le raisonnement ont été introduits dans le paragraphe précédent : il s'agit de la caractérisation de deux nombres premiers entre eux, leur

PGCD est égal à 1, de la propriété « *si l'on multiplie deux nombres par un troisième, leur plus grand commun diviseur est multiplié par ce troisième* ».

La présence des corollaires (dont les preuves sont à la charge du lecteur) révèle le développement d'une théorie relative aux nombres premiers, qui se déploie en dehors des limites fixées par le programme. Les deux paragraphes qui suivent confirment ce constat ; ils légitiment de plus l'introduction du langage algébrique dans un raisonnement arithmétique.

§ 24. C.S. *Quand un nombre est divisible par deux nombres premiers entre eux, il est divisible par leur produit.* – Ainsi 360, qui est divisible par 8 et par 9, est divisible par 8 fois 9 ou 72. En effet, soit q le quotient de 360 par 8, on aura :

$360 = 8 \times q.$

Le nombre 9 divisant 360, et étant premier avec le facteur 8, divise nécessairement l'autre facteur q ; on a donc

$q = 9 \times q'$

en désignant par q' le quotient de q par 9.

Par suite, on peut écrire

$360 = 8 \times (9 \times q') = 8 \times 9 \times q' = (8 \times 9) \times q'$

Le nombre 360 est donc divisible par le produit 8×9.

Pour qu'un nombre soit divisible par un autre, il faut et il suffit qu'il contienne tous les facteurs premiers de cet autre, affectés des mêmes exposants.[...]

La présence des nombres chiffrés apparaît comme précédemment superfétatoire. Implicitement convoquées, les propriétés de la multiplication (l'associativité), l'expression algébrisée de la divisibilité d'un nombre, confèrent à la suite des égalités un caractère de preuve qui ne relève plus du seul type inductif.

L'unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers requiert de même l'usage de lettres pour désigner les facteurs d'une possible décomposition distincte de l'exemple numérique proposé. Le traitement de l'égalité « $3 \times 5 \times 7 \times 11 = a \times b \times c \times d\ldots$ » a, b, c, d, représentant « des facteurs premiers que nous ne désignerons pas », souligne l'auteur, s'opère par étape : l'identification du 3 avec une des désignation littérale repose sur une « recomposition » des propriétés déjà étudiées :

Le premier nombre étant divisible par 3, il faut que le second le soit, 3 divise donc un des facteurs de ce second membre ; mais ses facteurs sont premiers, il faut donc que 3 soit égal à l'un d'eux. Supposons a = 3 ; on pourra diviser les deux membres par 3, et il en résultera l'égalité […]

La récursivité du processus induit la conclusion.

Nous pouvons donc noter que le traitement des égalités ne relève plus du registre arithmétique : les opérations effectuées sur les deux membres de l'égalité relèvent d'un traitement algébrique. Il convient, avant de conclure sur la diversité de nature des preuves exposées, de noter la présence évanescente de preuve de type réduction à l'absurde (vraisemblablement sous-tendue pour justifier de la propriété non « prouvée » : si deux nombres sont premiers entre eux, leurs puissances le sont également).

Dans le paragraphe 17 portant sur les nombres premiers, apparaît une preuve relevant de ce type. L'auteur, après avoir défini ceux-ci, et avoir signalé que « *La considération des nombres premiers a une grande utilité en arithmétique »,* (cette utilité restant à préciser dans une conception utilitaire de l'arithmétique primaire), explicite la technique permettant de reconnaître qu'un nombre est premier. « *[...] le moyen naturel est d'essayer la division de ce nombre successivement par 2, par 3, par 4, par 5, etc. jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une division qui donne un quotient plus petit que le diviseur ; si aucune des divisions n'a donné un quotient exact, on peut affirmer que le nombre proposé est premier. Soit par exemple, le nombre 461 ; en opérant comme il vient d'être dit, on parvient jusqu'au diviseur 23, qui donne pour quotient 20 et pour reste 1. Le quotient 20 étant moindre que le diviseur 23, on en conclut que 461 est premier. <u>Car si un diviseur plus grand que 23 donnait un quotient exact, ce quotient serait moindre que 20 ; mais dans une division qui se fait exactement, le quotient est contenu un nombre exact de fois dans le dividende ; le nombre 461 admettrait donc un diviseur moindre que 23, ce qui est contraire à l'hypothèse qui a été faite.</u>*

Il faut bien remarquer que dans ces essais, il n'est nécessaire d'essayer comme diviseur, que les nombres qui sont premiers. Si l'on a reconnu par exemple, que 3 n'est pas un diviseur du nombre proposé, il est inutile d'essayer 6 ou tout autre multiple de 3. Car si le nombre proposé se composait d'un nombre exact de fois 6, il se composerait par cela même d'un nombre exact de fois 3, et serait divisible par 3 [...] ».

Anticipant sur les propriétés qui vont être énoncées et « prouvées », « tout nombre peut être décomposé de manière unique en facteurs premiers », la contraposée de la propriété « *pour qu'un nombre soit divisible par un autre, il faut et il suffit qu'il contienne tous les facteurs premiers de cet autre, affectés des mêmes exposants »,* la partie finale de la preuve repose en partie sur des implicites à la charge du lecteur. Néanmoins, émerge l'esquisse d'une preuve de type réduction à l'absurde.

L'éclairage porté par ces quelques éléments révèle la consistance de preuves purement arithmétiques (premiers principes, caractères de divisibilité) : celles-ci, à partir de la considération de nombres particuliers, sollicitent des connaissances liées au principe de la numération décimale, donc généralisables à tout entier, « montrent » la validité des règles, tout en se référant à la définition de la divisibilité (premiers principes), ou encore à ces mêmes principes (caractères de divisibilité). Le procédé de détermination du PGCD prouve sa validité dans ce domaine du numérique, sa généralisation repose sur celle des premiers principes, la mise en œuvre d'un procédé récursif légitimé comme allant de soi (la décroissance des restes successifs).

Les preuves relatives aux propriétés des nombres premiers induisent l'introduction de quelques éléments du cadre algébrique. Elles empruntent aux deux cadres arithmétique et algébrique : l'étude du cas particulier introduit l'exposé de la preuve, toutefois, pour certaines des propriétés relevées, nous avons constaté la présence superfétatoire des nombres donnés en exemple. Sans modification, si ce n'est en substituant des lettres aux nombres, le raisonnement peut opérer. Le recours aux égalités algébriques apparaît finalement nécessaire pour éclairer ces propriétés.

L'article « diviseurs » présente donc un cours structuré, tout cohérent. L'enchaînement logique des notions ou propriétés étudiées dans les paragraphes permet de définir un ensemble de savoirs liés entre eux, définissant un domaine développé au-delà des seuls outils technologiques relatifs à la théorie des fractions.

Ce cours, dans lequel nous avons essentiellement essayé de caractériser un environnement technologico-théorique (pour la théorie des fractions notamment), laisse par ailleurs appréhender un certain nombre de tâches possibles, à travers les intitulés de ses paragraphes. Nous écartons le type de tâche « Restituer un savoir, une définition (même si le terme est absent), une propriété », privilégions ce qui relève des savoir faire.

Une première rubrique peut porter sur les caractères de divisibilité :

Dire si un nombre est divisible par… ; justifier.

Donner le reste dans la division d'un nombre par … ; justifier.

Une seconde rubrique peut porter sur le PGCD, la décomposition en facteurs premiers et le PPCM.

Donner le PGCD de deux nombres, en procédant par divisions successives.

Décomposer un nombre en facteurs premiers.

Déterminer le PGCD, le PPCM de deux nombres, de plusieurs nombres.

Une troisième rubrique peut porter sur l'usage de certaines propriétés des nombres premiers.

Reconnaître qu'un nombre est premier ou non.

Identifier la divisibilité d'un nombre par un produit de nombres premiers entre eux ; énoncer le critère.

Cela dit, nous n'avons en termes de tâches spécifiées par l'auteur sous le dénominatif « exercices » que celles-ci :

Reconnaître dans une liste de nombres, ceux qui sont divisibles par 2, 3, 4, 5, 9, 11 ou 25.

Décomposer un nombre en facteurs premiers.

Déterminer le PGCD de couples de nombres.

Déterminer le PGCD de 3, 4 nombres.

Déterminer « à vue », à l'aide de leurs décompositions en facteurs premiers les PGCD et PPCM de plusieurs nombres.

Il peut sembler pertinent, pour apprécier réellement la spécificité de ce plan d'études et de ce cours adressé aux instituteurs, d'effectuer une comparaison rapide avec l'enseignement du même savoir dans l'ordre secondaire.

Analogies et différences avec l'arithmétique du « secondaire » : les programmes officiels.

Sur la période étudiée, les programmes de l'enseignement secondaire classique connaissent deux réformes successives qui bouleversent plus spécifiquement l'enseignement littéraire[27]. Les nouveaux programmes de sciences du 2 août 1880 accordent une place importante aux sciences dans la division de grammaire ($6^{ème}$ à la $4^{ème}$), aux mathématiques notamment. Le programme d'arithmétique dressé précédemment présente de fortes analogies avec celui qui est décliné de la $6^{ème}$ à la $3^{ème}$, puis approfondi d'un point de vue théorique en classe de philosophie. Il semble s'inscrire dans celui du programme de sciences de l'enseignement secondaire de jeunes filles (28 juillet 1882) et recouper encore les nouveaux programmes de sciences de l'enseignement secondaire spécial (28 juillet 1882). Etudié pendant les deux premières années, approfondi facultativement la $4^{ème}$ année dans l'enseignement secondaire féminin, il est décliné sur les deux premières années dans l'enseignement spécial (en dehors des logarithmes, objets d'étude en $3^{ème}$ année mais sous la rubrique « algèbre »). Il nous faut noter cependant l'absence, dans ces programmes, d'un intitulé portant sur les propriétés des nombres premiers et l'existence d'un rapport direct, dans l'ordre des notions introduites, entre ces éléments « théoriques » et les opérations sur les fractions.

La lourdeur des programmes entraîne leur réforme en 1885 : les nouveaux programmes de sciences de l'enseignement secondaire, arrêtés le 22 janvier 1885, sont marqués

[27] B. Belhoste, Les sciences dans l'enseignement secondaire français, T. O. 1789- 1914, INRP Economica, 1995, p. 455.

par un allègement significatif des programmes de sciences et de physique[28]. Toutefois, si en raison de la réduction des horaires, l'arithmétique n'est plus enseignée sur l'ensemble des quatre années, de la 6ème à la 3ème, le programme de 4ème ne portant que sur la seule géométrie théorique, l'ensemble des savoirs arithmétiques abordés est pratiquement identique : L' « Arithmétique théorique », recouvrant de plus les propriétés élémentaires des nombres premiers, est, avec l'algèbre (« premières notions de calcul algébrique ») et la géométrie, l'un des domaines étudiés en 3ème . Ce domaine est revisité en classe de philosophie.

La réorganisation de l'enseignement secondaire spécial, le 29 septembre 1886, tend à rapprocher ce dernier de l'enseignement secondaire classique : « *il s'agit de faire du nouvel enseignement, un enseignement « général et classique, [organisé de manière à répondre aux besoins nouveaux de la société moderne et à attirer, vers les études secondaires françaises, les jeunes gens qui n' ont ni le goût, ni le loisir de se livrer à l'étude des langues mortes*[29]*]* » ; il a pour effet d'étaler le programme de 1882 sur 6 années.

Dans ce contexte marqué par le reflux progressif de l'enseignement scientifique dans l'ordre secondaire, reflux dont la dernière vague amène la rédaction de nouveaux programmes de sciences dans l'enseignement secondaire classique en 1890, et la transformation de l'enseignement secondaire spécial en enseignement secondaire moderne en 1891, il nous semble pertinent d'appréhender plus précisément la « résistance » de l'arithmétique enseignée dès lors, dans l'ordre secondaire, son rapport avec l'arithmétique du Dictionnaire de pédagogie.

Certes, les programmes du 28 janvier et du 12 août 1890 réhabilitent l'hégémonie des humanités classiques. Le baccalauréat ès sciences est supprimé, « *Les anciens baccalauréats sont remplacés par un seul baccalauréat de l'enseignement secondaire classique, divisé en deux parties. La première partie comprend pour les sciences une interrogation sur les éléments de mathématiques, d'après le programme de rhétorique. A la deuxième partie, les candidats peuvent choisir entre une série lettres-philosophie, comprenant une interrogation sur les éléments de la physique, de la chimie et de l'histoire naturelle d'après le programme de la classe de philosophie, et une série lettres-mathématiques, comprenant à l'écrit une composition de mathématiques et de physique et à l'oral des interrogations sur les mathématiques, la physique et la chimie, d'après le programme de mathématiques élémentaires* [30]».

Le programme de sciences de l'enseignement secondaire moderne est allégé par rapport à celui de 1886, il conserve toutefois une étendue sans mesure, rapportée à celui de

[28] *Ibid.* p. 499.
[29] *Ibid.* p.509.
[30] *ibid.* p. 516.

l'enseignement classique. Les modifications essentielles relatives à l'arithmétique portent sur l'organisation temporelle des objets d'enseignement, puisque désormais le temps d'étude s'étend sur 6 années.

Que ce soit dans l'un ou l'autre programme, l'arithmétique contrairement à la géométrie ne connaît pratiquement pas d'évolution en terme de contenu, si ce n'est en terme de découpage temporel ; par exemple, en 6ème et 5ème, en dehors de « conseils » portant sur l'éviction de toute théorie, sur la simplicité de l'enseignement, les intitulés sont identiques :

> Classe de 6ème. […] Calcul.
>
> Révision des opérations sur les nombres entiers. – Continuation des exercices de calcul mental. Et des problèmes.
>
> Fractions ordinaires. – Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur. – Opérations sur les fractions.
>
> Nombres décimaux. – Opérations.
>
> Classe de 5ème. […] Arithmétique.
>
> Règle de trois par la méthode de réduction à l'unité. – Intérêt simple. – Escompte commercial . – Rente.
>
> Problèmes simples relatifs aux mélanges et aux alliages. – Révision du système métrique ; exercices relatifs à la mesure des aires et volumes.

Le programme de 3ème, (rappelons que c'est en 4ème qu'est étudiée la géométrie), présente la même configuration, en dehors des propriétés élémentaires des nombres premiers, qui glissent, avec les carrés et les racines carrées (revues d'un point de vue plus théorique, semble t-il) , dans le programme de révision de la classe de rhétorique.

> Classe de 3ème. Arithmétique.
>
> Numération.
>
> Adition, soustraction et multiplication des nombres entiers.
>
> Théorèmes relatifs à la multiplication.
>
> Division des nombres entiers. – Caractères de divisibilité par chacun des nombres 2,5,4,9 et 3.
>
> Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple de deux ou plusieurs nombres.
>
> Opérations sur les fractions.
>
> Fractions décimales. – Opérations sur les nombres décimaux ; quotient de deux nombres entiers ou décimaux à moins d'une unité décimale d'un ordre donné.
>
> Carré. – Racine carrée (règle pratique).
>
> Rapports et proportions.
>
> *Conseils généraux.* – Dans cette classe, au lieu de se borner, comme dans les classes précédentes, à familiariser les élèves avec la pratique du calcul, il faut démontrer les règles, tout en se limitant strictement au programme […]

Quant au programme d'arithmétique de l'enseignement secondaire moderne (15 juin 1891), plus développé que le précédent, il se répartit ainsi :

> Classe de 6ème. Mathématiques.

Opérations sur les nombres entiers. Exercices de calcul mental.

Caractères de divisibilité par 2,5,9 et 3 (règles pratiques).

Fractions ordinaires. Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur.

Opérations sur les fractions ordinaires.

Nombres décimaux ; Opérations (règles pratiques). […]

Le professeur devra s'abstenir de toute théorie.

Classe de 5ème. Mathématiques.

Révision.

Nombres premiers. – Décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers.(aucun développement théorique).

Système métrique. – Exercices relatifs à la mesure des aires et des volumes.

Extraction de la racine carrée d'un nombre entier (Règle pratique).

Règle de trois par la méthode de réduction à l'unité.

Intérêt simple. – Escompte commercial. – Rente.

Problèmes relatifs aux mélanges et aux alliages.

Classe de 4ème. Mathématiques. *Arithmétique*.

Révision.

Rapports et proportions ; - Grandeurs proportionnelles.

Application à l'arithmétique commerciale : escompte, méthodes des diviseurs et des parties aliquotes ; bordereau d'escompte *;* comptes courants ; règles de société et de mélanges ;

Application aux calculs de rentes.

Classe de 3ème. Mathématiques. *Arithmétique théorique*.

Numération.

Addition, soustraction, et multiplication des nombres entiers.

Théorèmes relatifs à la multiplication.

Division des nombres entiers. Caractères de divisibilité par chacun des nombres 2,5,4,9 et 3.

Plus grand commun diviseur de deux nombres. – Propriétés élémentaires des nombres premiers. – Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple de deux ou plusieurs nombres.

Opérations sur les fractions.

Fractions décimales. – Opérations sur les nombres décimaux ; quotient de deux nombres entiers ou décimaux à moins d'une unité décimale d'un ordre donné.

Carré. – Racine carrée.

Il convient de souligner qu'en 3ème le programme d'algèbre comporte une rubrique intitulée « Extension des propriétés démontrées en arithmétique ». Les logarithmes glissent de même dans le programme d'algèbre de la classe de seconde.

Il apparaît, que d'une part, la distance entre l'arithmétique primaire et l'arithmétique secondaire n'est pas si importante, tant en termes d'objets (les classes de 6ème et 5ème, voire de 3ème, étudient les mêmes objets que les classes de cours moyen et de cours supérieur), qu'en termes de méthodes (en ce qui concerne les 6ème et 5ème). S'il y a rupture, celle-ci se traduit vraisemblablement dans le statut plus ou moins théorique octroyé aux objets étudiés en $3^{ème}$, c'est-à-dire dans la nature des démonstrations retenues dans l'ordre secondaire.

D'autre part, le programme d'arithmétique de l'enseignement secondaire moderne, plus ambitieux, présente un caractère de grande proximité tant avec le programme « normal » qu'avec le programme d'arithmétique présent dans le programme de sciences de la classe de mathématiques élémentaires, arrêté le 24 janvier 1891. Celui-ci comprend en arithmétique (nous occultons évidemment les développements relatifs aux domaines géométriques et algébriques) :

Arithmétique.

Numération décimale.

Addition et soustraction des nombres entiers.

Multiplication des nombres entiers. – Produit de plusieurs facteurs. – théorèmes fondamental et ses conséquences.

Division des nombres entiers. – Théorèmes relatifs à la division.

Restes de la division d'un nombre par 2,5,4,25,8,125,9,3. – Caractères de divisibilité par chacun de ses nombres.

Plus grand commun diviseur de deux nombres. Recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres par la méthode des divisions successives.

Nombres premiers entre eux. – Tout nombre qui divise un produit de facteurs et qui est premier avec l'un divise l'autre.

Plus petit commun multiple de deux nombres.

Définition des nombres premiers. – Propriétés élémentaires. – Décomposition d'un nombre entiers en un produit de facteurs premiers. – Composition du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de plusieurs nombres décomposés en facteurs premiers.

Fractions ordinaires. – Réduction d'une fraction à sa plus simple expression. – Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur. – Plus petit dénominateur commun. – Opérations sur les fractions ordinaires. – Extension de la théorie des fractions dont les deux termes sont des fractions ordinaires.

Nombres décimaux. – Opérations (en considérant les fractions décimales comme cas particulier des fractions ordinaires) ; - Calcul d'un produit ou d'un quotient à une approximation donnée.

Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale. Conditions de possibilité – Fractions décimales périodiques.

Carré d'un nombre entier ou fractionnaire. – Composition du carré de la somme de deux nombres. – Le carré d'une fraction n'est jamais un nombre entier. – Définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier à moins d'une unité. – Définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou fractionnaire à une approximation donnée.

Rapport de deux nombres. – Rapports égaux.

Partager un nombre en parties proportionnelles à des nombres donnés.

Mesure des grandeurs. – Définition du rapport de grandeurs de même espèce. – Théorème : le rapport de deux grandeurs de même espèce est égal au quotient des nombres qui les mesurent. –

Grandeurs directement ou inversement proportionnelles. Problèmes. – Règle de trois simple ou composée.

Intérêts simples. – Rentes françaises. – Escomptes. – Question sur les mélanges et les alliages.

Définition de l'erreur absolue et de l'erreur relative. Théorie sommaire des erreurs relatives. – Exercices.

Les progressions, logarithmes et applications de ces derniers, relèvent du domaine de l'algèbre.

Le programme n'est certes pas isomorphe au programme d'H. Sonnet. Le vocabulaire utilisé est déjà significatif : définitions et théorèmes mettent l'accent sur la dimension théorique de l'enseignement. Des développements sont encore présents : les fractions décimales périodiques, les propriétés des carrés, en lien avec les propriétés des nombres, l'extraction des racines carrées et cubiques, les erreurs absolues et relatives, la théorie sommaire relative à ces dernières révèlent un domaine plus large que celui circonscrit par H. Sonnet. La théorie des rapports et proportions est par ailleurs « abrégée ». Le rapport de deux grandeurs homogènes, rabattu sur le quotient de deux nombres, ramène vraisemblablement cette théorie dans le champ du calcul sur les fractions, voire de la résolution d'équations. L'arithmétique appliquée, non totalement éludée, est de fait réduite à sa portion congrue, application d'une théorie désuète. L'enseignement mathématique n'affiche aucune finalité pratique et utilitaire à court terme.

Les enjeux sont aussi divergents : l'arithmétique du cours de mathématiques élémentaires n'est qu'une composante d'un environnement mathématique étendue à l'algèbre, la géométrie, la trigonométrie, la géométrie descriptive, la mécanique et la cosmographie. L'arithmétique primaire est la composante fondamentale de l'enseignement du peuple ; c'est par son biais (le système métrique et donc les mesures), que se justifie la nécessité d'une géométrie primaire, c'est par son entremise (la lourdeur des raisonnements arithmétiques sous-tendus par certains problèmes pratiques, par exemple les problèmes de fausse supposition), que s'introduisent les éléments d'une algèbre primaire.

Mais ces constats ne modifient en rien le fait que le programme d'arithmétique d'H. Sonnet emprunte une part considérable de ces objets d'enseignement au programme d'arithmétique des classes de mathématiques élémentaires : les propriétés des nombres résident, avec des développements peu dissemblables, dans les deux programmes. .

C'est donc, dans le texte du savoir enseigné dans l'enseignement secondaire, qu'il nous faut apprécier les clivages que peuvent produire les finalités éducatives de deux ordres d'enseignement ancrés dans deux cultures distinctes. Le texte que nous avons retenu, est extrait du manuel, « Nouveau cours d'arithmétique, par M. Ph. André, Paris, Librairie classique de F.

E. ANDRE-GUEDON ». Bien qu'édité en 1898, c'est-à-dire conforme aux programmes de 1890 et 1891, nous croyons pouvoir affirmer qu'il présente un éclairage significatif de l'arithmétique enseigné dans l'enseignement secondaire sur la période qui débute en 1882 et s'achèvera en 1902. En effet, nous venons de démontrer, qu'en dehors de la répartition temporelle des objets de savoir dans les *curricula,* le corpus arithmétique ne connaît pas de modification notable. Par ailleurs, et c'est aussi la raison de notre choix, le manuel en est à sa 20ème édition.

L'auteur, pourrait être celui d'une « Arithmétique théorique et pratique », éditée chez Delagrave, adoptée dans 57 départements. (Catalogue des livres scolaires en usage en 1889). A titre de comparaison, en cette même année, l' « Arithmétique » éditée chez Delagrave, de Bovier-Lapierre, est adoptée dans 24 départements, l' « Arithmétique et problèmes », éditée chez Colin, de Leyssenne, l'est dans 71 départements.

L'arithmétique dans un manuel du secondaire : à la recherche des traces de la dualité primaire – secondaire.

Comme le souligne l'auteur dans la préface, l'ouvrage comprend tous les développements « que demandent les programmes de l'enseignement secondaire », mais aussi « diverses questions dont l'importance n'échappera pas à MM. Les Professeurs ». Conforme aux programmes des deux enseignements (classique et moderne), l'ouvrage est divisé de façon à permettre « au lecteur de passer, sans le moindre inconvénient, tout ce qui n'est pas relatif à ses études du moment ». L'ouvrage se présente donc, comme un ouvrage accessible à « des élèves qui connaissent les quatre opérations et quelques notions de mathématiques », tout le long de leur scolarité. Il comprend une « partie théorique, […] traitée avec une clarté d'exposition et une rigueur de démonstration qui », espère l'auteur, « ne laissent rien à désirer ». Et il comporte encore une partie pratique, pour laquelle l'auteur précise : « *nous avons consulté des hommes spéciaux, et fait nous mêmes de nombreuses et minutieuses recherches. On peut donc compter sur l'exactitude des données qui figurent dans nos exercices ».*

Le préambule marque l'étroite articulation entre dimension théorique et dimension utilitaire, conformément à une conception de l'arithmétique discipline éducative, formatrice de l'esprit, mais aussi consubstantiellement utilitaire.

Le cours est divisé en 8 livres.

I . Notions élémentaires. – Numération. – Les quatre opérations.

II. Propriétés des nombres.

III. Fractions.

IV. Système métrique. – Anciennes mesures de France.

V. Puissances et racines.

VI. Proportions. – Questions usuelles.

VII. Progressions.

VIII Logarithmes. – Calcul à l'aide des logarithmes. – Questions usuelles.

Notes.

Chaque livre est à son tour divisé en chapitre, chaque chapitre en paragraphes autonomes numérotés. L'ouvrage comporte 632 paragraphes portant sur des définitions, des règles, des théorèmes, des problèmes types. L'ouvrage comprend encore des séries d'exercices, soit en fin de livre sur les notions abordées dans celui-ci, soit en fin de chapitre.

La conformité des contenus de l'ouvrage avec celui des programmes peut poser question : traditionnellement classées dans les traités d'arithmétiques, les progressions et logarithmes demeurent arithmétiques, alors que les instructions officielles les intègrent dans le domaine de l'algèbre. Au détour des rubriques, ressuscitent encore des objets oubliés des programmes : opérations abrégées (livre II, ch. IV), anciennes mesures. Des objets nouveaux apparaissent encore : nombres incommensurables, opérations sur les nombres incommensurables (livre V, ch. 3). Une multitude de notions relevant de l'arithmétique appliquée aux opérations usuelles confirme la dimension pratique de l'ouvrage : à travers la rubrique « questions usuelles » sont traitées les règles classiques, mais aussi, la règle du « tant pour cent » (terminologie nouvelle), les rentes viagères, les assurances sur la vie, les caisses d'épargne et de retraite, le fond public, les rentes de diverses espèces, les bons du trésor, les changes, … (livre VI, ch. III), les intérêts composés, les annuités, les amortissements, les placements annuels… (livre VIII, ch. III). La nature de ces questions usuelles, listées avec un réel souci d'exhaustivité, nous éclaire t-elle sur une spécificité secondaire ? Nous renseigne-t-elle sur l'étendue singulière des questions auxquelles l'élève, futur « notable » aura à répondre ?

Rien n'est moins sûr ! Ces questions ne s'adressent pas, dans la lettre, à un public spécifié : nous tenterons de le montrer. Elles décrivent des savoir faire (tâches et techniques types) qui rendent compte des conditions de fonctionnement d'un système économique et social. Accéder à la maîtrise technique de ces questions n'est pas s'interroger sur la pertinence de celles-ci, c'est s'approprier un certain nombre de pratiques sociales légitimées par un régime.

Un chapitre, un peu marginal, placé après les notes finales, est à ce titre révélateur : sous l'en- tête « Des Assurances », « les auteurs » font l'apologie d'un certain système étatique (p. 342) :

DIFFERENCES ENTRE LES TARIFS DES COMPAGNIES ET CEUX DE L'ETAT.

Réaliser des bénéfices : tel est le but principal de toutes les Compagnies d'assurances. Venir en aide aux petits capitalistes et aux classes ouvrières, tel a été le mobile de l'Etat.

On comprend dès lors que les tarifs ne peuvent être les mêmes dans les deux cas : ceux des compagnies sont, en effet, un peu plus élevés que ceux de l'Etat.

Ainsi, pour assurer, à l'âge de 25 ans, un capital de 1000f à ses héritiers, lors de son décès, on aurait à payer toute sa vie à une Compagnie d'assurances, une prime annuelle de 22f, 10, et à l'Etat, une prime annuelle de 15f, 85. Seulement, dans le 1er cas, il y aurait participation de 50% dans les bénéfices de la Compagnie.

De même, d'après les tarifs des Compagnies, si l'on versait à 40 ans un capital de 100f, on toucherait à 50 ans une rente viagère de 12f, 97. Pour le même capital versé à l'Etat, une personne du même âge recevrait un rente viagère de 15f,81.

L'arithmétique, qu'elle soit secondaire ou primaire, affiche dans sa composante pratique sa non-neutralité idéologique et politique ; au service de l'Etat, elle exprime la bienveillance de celui-ci à l'égard des classes ouvrières et moyennes.

Elle révèle encore son rôle majeur, au-delà de sa contribution au service du bien public. Toujours dans ce même chapitre, pouvons nous lire, p. 337.

Assurances de survie. Dans cette espèce d'assurance, la Compagnie s'engage à payer un capital, ou à servir une rente, à une personne désignée par l'assuré, mais seulement dans le cas où cette personne survivrait à l'assuré.

Un fils, âgé de 30 ans, est le seul soutien de sa mère qui vient d'atteindre sa 65e année. Ce fils, craignant de mourir avant elle, et de la laisser ainsi dans le besoin, contracte une assurance de 20 000f. Pendant toute l'existence de sa mère, il aura à payer annuellement une somme de 320f. ; mais s'il venait à mourir avant elle, celle –ci toucherait immédiatement les 20 000f. *Pour créer dans les mêmes conditions une rente de 4000f à sa mère, ce qui est plus naturel, ce fils aurait dû donner seulement 96f,20 de prime annuelle.*

Incomparable outil de rationalité, elle tend à transformer les pratiques d'une classe « moyenne », au profit de son seul bénéfice.

Si la dimension utilitaire de l'ouvrage n'est pas, à proprement parler, un trait discriminant, (l'étendue des questions usuelles submerge dans la réalité celle des opérations pratiques que l'ouvrier ou le paysan ont certainement à résoudre ; mais ces questions ne sont pas pour autant connotées comme spécifiques d'une classe sociale, et elles sont aussi présentes dans les programmes primaires), qu'en est-il de sa partie théorique ?

Nous ne nous étendrons pas sur le 1er chapitre du livre I, traitant des « Notions préliminaires – Numération ».

Dans les notions préliminaires (10 paragraphes) sont successivement définies, sans référence évidemment à quelques directives pédagogiques, les termes Mathématiques (qui a « pour objet l'étude des *grandeurs* ou *quantités*), grandeur ou quantité (« ce que l'on peut mesurer ou compter »), compter (« tout le monde sait…), mesurer (« déterminer exactement, au moyen d'une autre grandeur […] qu'on appelle unité […], unité, nombre, nombre entier, fraction, nombre fractionnaire, arithmétique (« science des nombres »). Cette succession de caractérisations enchaînées, puisque chacune d'entre elles repose sur celle qui la suit est traditionnelle. L'auteur ne définit pas cependant les nombres concrets et abstraits.

Cet enchaînement montre quelques analogies avec l'enchaînement proposé par Bovier - Lapierre dans le D.P.2., même si celui-ci n'évoque pas le terme « mathématiques ».

Cependant, tandis que P. André révèle son souci de rigueur à travers une suite de définitions (marquées inévitablement par les perceptions, les actions), Bovier-Lapierre recourt à la méthode intuitive pour donner l'idée de ces mêmes termes. Ce sont à travers les conseils pédagogiques que se révèle la signification des termes.

La numération est exposée sur un ensemble de 17 paragraphes (du §11 au § 27), de sa « définition », (terme absent dans le cours d'H. Sonnet), au moyen de « Rendre un nombre entier 10, 100, 1000…fois plus grand ou plus petit ».

En dehors de ce dernier paragraphe, les diverses rubriques abordées reprennent l'enchaînement classique adopté naturellement par Bovier-Lapierre : formation des nombres (par addition itérée de 1, d'où leur suite illimitée), la numération parlée (noms des nombres – composition d'un nombre – unités principales – classes), la numération écrite (convention pour écrire les nombres entiers – du zéro – règle générale pour écrire un nombre – règle pour lire un nombre – valeurs d'un chiffre). Pas plus que Bovier-Lapierre, l'auteur n'évoque les nombres au-dessus des billions.

Si ce n'est donc en terme de contenu, l'auteur souligne par exemple, rapidement l'irrégularité de la numération parlée, c'est en terme de vocabulaire que réside un certain clivage : au discours émaillé de conseils pédagogiques de Bovier-Lapierre se substitue un enchaînement de propositions numérotées, structurées mettant en évidence définitions et règles. Aux exemples commentés dont procèdent les règles, d'ailleurs plus ou moins mises en évidence dans le cours de Bovier-Lapierre, correspondent des définitions, des règles, exemplarisées dans un second temps dans le cours de P. André.

Les propriétés des nombres, explicitement dénommées, font donc l'objet d'un livre particulier. Précédant celui relatif aux fractions, leur position nous éclaire déjà sur le caractère technologico-théorique des objets étudiés : ils permettent de produire les techniques relatives aux fractions, favorisent leur intelligibilité.

Le livre se caractérise par son aspect « tout-structuré » ; divisé en trois parties, un chapitre 1er sur la divisibilité, un chapitre 2nd sur le PGCD et le PPCM, un chapitre 3ème sur les nombres premiers, il offre, cependant, notamment dans ce dernier chapitre, des tâches sans rapport d'évidence avec les techniques afférentes aux fractions et absentes du cours d'H. Sonnet.

Des savoirs et savoir faire spécifiques de l'ordre secondaire ?

La détermination des nombres premiers, reposant sur la méthode du « crible d'Eratosthène », objet d'une allusion culturelle, introduit l'assertion, de ce fait problématisée, « la suite des nombres premiers est illimitée ». Si la propriété est présente dans le cours d'H. Sonnet, ce « pourquoi » est éludé, mais le « comment » est, en partie, analogue : de la considération de l'exemple particulier, $2\times3\times5\times7\times11+ 1$, pour H. Sonnet, de l'expression générale $2\times3\times5\times7\times11\times13\times17..\times n + 1$, (produit de nombres premiers) pour P. André, procède la même justification.

H. Sonnet. Ou bien cette somme est un nombre premier ; ou si elle admet un diviseur premier, ce diviseur doit être plus grand que 11 ; car les nombres premiers jusqu'à 11 divisant la première partie de la somme ci-dessus, sans diviser la seconde qui est 1, ne peuvent diviser la somme. Dans les deux cas, il existe un nombre premier plus grand que 11.

La recherche de tous les diviseurs d'un nombre et la détermination de leur nombre sont étudiées dans l'ouvrage de P. André, alors que ces questions sont écartées du cours d'H. Sonnet (rappelons qu'elles sont présentes dans le programme des aspirants de Lénient). La première question, sous la rubrique « Problème » § 123 est introduite comme application du théorème : « *Pour que deux nombres soient divisibles l'un par l'autre, il est nécessaire et suffisant que chacun des facteurs premiers du diviseur se trouve dans le dividende avec un exposant au moins égal à celui qu'il a dans le diviseur ».* C'est sous l'expression d'un théorème (§ 124), qu'est énoncé : *« Le nombre total des diviseurs d'un nombre est égal au produit des exposants de ses facteurs premiers augmentés chacun d'une unité ».*

Dans le chapitre « Plus grand commun diviseur- Plus petit multiple commun », réside encore un savoir faire négligé par H. Sonnet : la détermination du plus petit multiple de deux nombres, à partir de leur PGCD (règle § 111), qui s'appuie sur l'une des propriétés du PGCD « *Lorsqu'on divise plusieurs nombres par leur p.g.c.d., les quotients que l'on obtient sont premiers entre eux ».*

Ces premiers constats peuvent nous suggérer que, dans une conception d'un enseignement populaire, à visée utilitaire, mais aussi éducative, ces questions n'ont pas de pertinence. En effet, cette conception suppose, du point de vue utilitaire, la fréquentation des seuls nombres accessibles à l'entendement, la maîtrise du calcul mental et écrit requis pour s'approprier les pratiques sociales de référence, et du point de vue éducatif, l'attention, la rigueur, l'ordre et la méthode que sous-tendent l'exactitude des calculs, l'application des règles, la capacité à raisonner avec rectitude dans des contextes pratiques. Il y a donc éviction de toutes questions à visée non directement pratique.

Un second point de divergence réside dans le formalisme langagier utilisé par l'auteur ; « la clarté d'exposition et la rigueur des démonstrations » revendiquées par l'auteur trouvent leur expression dans une terminologie absente du cours d'H. Sonnet : définitions, théorèmes, corollaires, démonstrations, réciproques truffent l'ensemble du discours. Si H. Sonnet recourt à l'expression « il faut et il suffit », par exemple « *Pour qu'un nombre soit divisible par un autre, il faut et il suffit qu'il contienne tous les facteurs premiers de cet autre, affectés des mêmes exposants »*, la justification reste implicite, demeure à la charge du lecteur, ou même plus simplement relève de l'évidence. La propriété est présentée comme un corollaire (sans emploi de ce dénominatif) de la propriété préalablement justifiée *« Quand un nombre est divisible par deux autres nombres premiers entre eux il est divisible par leur produit »*, (§ 21) l'auteur remarque :

> Ce principe, évident pour deux facteurs d'après ce qui précède, s'étend sans peine à un nombre quelconque de facteurs.

La méthode de démonstration suggérée procède d'une induction « évidente », quant à la notion de « condition nécessaire et suffisante », elle est éludée.

Ce n'est pas le cas dans le manuel de P. André : cette même propriété est ainsi traitée.

> § 122. Théorème V. – *Pour que deux nombres soient divisibles l'un par l'autre, il est nécessaire et suffisant que chacun des facteurs premiers du diviseur se trouve dans le dividende avec un exposant au moins égal à celui qu'il a dans le diviseur.*
>
> 1°. *La condition est nécessaire,* car si les deux nombres proposés sont divisibles l'un par l'autre, le dividende sera égal au produit du diviseur par le quotient, et contiendra, par conséquent, tous les facteurs premiers du diviseur et du quotient avec des exposants égaux à la somme des exposants qu'ils ont au diviseur et au quotient. Donc le dividende contient tous les facteurs premiers du diviseur, avec des exposants égaux ou supérieurs à ceux du diviseur.
>
> 2°. *La condition est suffisante ;* car, si elle existe, on pourra toujours grouper les facteurs du dividende de manière qu'ils forment deux facteurs dont l'un soit le diviseur.

Par exemple, $5^2 \times 3^4 \times 7^5 \times 11$ est divisible par $5^2 \times 3^2 \times 7^4$, car on a (théorème 64[31])

$5^2 \times 3^4 \times 7^5 \times 11 = (5^2 \times 3^2 \times 7^2) \times (3^2 \times 7 \times 11)$.

Sont donc présents dans l'ouvrage des « éléments de logique » clairement identifiés, qui peuvent laisser suggérer que le seul bon sens, l'apparente et indiscutable évidence ne peuvent avoir d'habitat dans un ouvrage secondaire. La règle de détermination du PGCD de deux nombres par la méthode des divisions successives révèle ce parti pris. La règle est énoncée dans un cadre général. Un exemple est le support de la démonstration : l'opération est posée. Il s'agit de déterminer le PGCD de 324 et 132. L'opération donne 12. Nous donnons maintenant la « Preuve ».

Démonstration. – Le *p.g.c.d.* entre 324 et 132 ne peut surpasser 132, puisqu'il doit le diviser : or 132 se divise lui-même, s'il divisait également 324, il serait donc le *p.g.c.d.* On essaie la division qui donne 2 pour quotient et 60 pour reste. 132 n'est point, par conséquent, le *p.g.c.d.* Mais le *p.g.c.d.* entre 324 et 132 est le même que celui qui existe entre 132 et 60. En effet, d'après la première division, on a

$324 = 132 \times 2 + 60$.

Or tout nombre qui divise 324 et 132, divise aussi 132×2 ; il divise donc une somme 324, et l'une des parties (132×2) ; donc (86, corol.) il doit diviser l'autre 60.

Réciproquement. Tout nombre qui divise 132 et 60 divise aussi 324 ; car divisant 132, il divise 132×2 ; il divise donc les deux parties d'une somme (132×2) et 60 ; donc (85), il divise la somme 324.

Les diviseurs communs à 324 et 132 sont par conséquent les mêmes que ceux communs à 132 et 60. Donc le *p.g.c.d.* entre 324 et 132 est le même que celui entre 132 et 60.

On est conduit, par conséquent, à chercher le *p.g.c.d.* entre 132 et 60. 132 : 60 donne 2 pour quotient et 12 pour reste.

On démontrerait de même , comme on l'a fait pour 324 et 132, que le p.g.c.d. entre 132 et 60 est le même que celui entre 60 et 12. La division de 60 par 12 se faisant exactement, 12 est le p.g.c.d. entre 60 et 12, et par conséquent entre 132 et 60, et enfin entre 324 et 132.

La démonstration de la propriété met en exergue le raisonnement arithmétique qui justifie de la récursivité de l'algorithme. Cependant, et nous avons dans les démonstrations précédentes des exemples spécifiques, l'auteur, tout comme H. Sonnet, évite tout recours au langage algébrique : les démonstrations de type inductif consistent en l'étude d'un cas particulier dont procède une généralisation ; celle-ci sollicite les propriétés relatives à la numération, aux opérations, aux propriétés fondamentales, énoncées sans dénomination particulière par H. Sonnet, catégorisées dans les théorèmes (T) et corollaires (C) par P. André. Ce denier opère une classification « terminologique » ; ainsi nous pouvons trouver :

§ 85. (T) Tout diviseur de plusieurs nombres divise leur somme ; (C) tout diviseur d'un nombre divise ses multiples ; § 86. (T) Tout diviseur de deux nombres divise leur

---

[31] Théorème sur les puissances, relatif aux exposants.

différence ;© tout nombre qui divise une somme composée de deux parties et la première de ces partie divise aussi la seconde. § 87. (T) Si un nombre est décomposé en deux parties : tout nombre qui divise l'une de ces parties sans diviser l'autre ne divise pas la somme ; la division du nombre donné et celle de la seconde partie par le diviseur proposé donnent le même reste.

Il y a encore tout comme dans le cours d'H. Sonnet recours minimal au raisonnement de type réduction à l'absurde : il est commun aux deux auteurs pour justifier l'étape d'arrêt de l'algorithme utilisé pour reconnaître si un nombre est premier (par divisions successives des nombres premiers rangés dans l'ordre croissant). Il repose sur un implicite (diviseur et quotient varient selon un rapport inverse). La propriété, seulement évoquée par H. Sonnet, (la preuve est à la charge du lecteur) convoque ce même type de raisonnement dans l'ouvrage de P. André :

Corollaire II. – *Lorsque deux nombres sont premiers entre eux, leurs puissances sont aussi premières entre elles.*

Ces constats nous permettent d'affirmer, qu'en dehors d'un vocabulaire emblématique de « la rigueur mathématique », d'une insistance plus explicite sur la logique du discours, le cours exposé dans ce manuel du secondaire présente de fortes analogies avec celui d'H. Sonnet.

Le contenu des « Notes », comme de certaines propriétés rédigées en petits caractères (la divisibilité par 7, 13, etc., considérées par l'auteur, comme sans utilité, simple objet de curiosité), ne peut remettre en question ce point de vue. Les « Notes », en l'occurrence ne relèvent pas de l'enseignement arithmétique de l'ordre secondaire ; seuls, les élèves des classes de mathématiques élémentaires, aguerris à l'usage du langage algébrique, peuvent y trouver quelqu'intérêt, gratuit et désintéressé.

Ces « Notes », numérotées de I à V, portent sur les « Différents systèmes de numération, I », la « Divisibilité des nombres, II », les « Nombres premiers, III », les « Racines carrées et cubique, IV, V).

La première présente le système de numération duodécimale, la technique du changement de base (exemple de la base douze), trois exercices relatifs à cette technique : ces exemples induisent implicitement une généralisation « inutile. Comme le souligne l'auteur : « *Comme il ne peut être d'aucune utilité de savoir opérer dans ces différents systèmes, on n'entrera dans aucun détail à ce sujet. D'ailleurs, les règles étant les mêmes que pour le système décimal, il est facile de les trouver et de les appliquer ».* Commentaire éloquent sur la pertinence culturelle de cet objet.

Les notes suivantes II et III sont d'abord caractérisées par l'usage du langage algébrique.

Par exemple, les caractères de divisibilité sont généralisés à un entier N quelconque.

N étant tel que N = A + 10 B + 100 C + 1000 D + …, A, B, C, D, .. représentant les chiffres des unités, dizaines, centaines, …, les caractères étudiés dans le chapitre 1 du livre II sont donc revisités. Une ligne lapidaire exprimant l'égalité entre N/ n, et son expression canonique divisée par le même entier n, permet de conclure.

La note relative aux nombres premiers révèle, quant à elle, un caractère réellement plus théorique. Elle présente trois théorèmes et un problème.

Théorème I. – *Lorsqu'un nombre est premier avec tous les facteurs d'un produit, il est aussi premier avec le produit.*

Théorème II. – *Si un nombre premier p ne divise pas un nombre entier a, il divise la différence* $a^{p-1} - 1$.

Théorème III. – *Tout nombre premier p divise la somme 1.2.3.4…(p- 1) + 1.*

Problème. – *Trouver combien il y a, pour un nombre N donné, de nombres inférieurs à N et premiers avec N.*

Si des exemples sont exposés pour « fixer les idées », (sauf pour le premier théorème), les preuves recourent au langage algébrique, et octroient large place au raisonnement de type réduction à l'absurde. Le « petit » théorème de Fermat, le théorème attribué à Wilson, et leurs démonstrations, apparaissent comme des objets emblématiques d'une arithmétique théorique, « savante », à l'extrême limite d'une culture mathématique secondaire ordinaire.

La résolution du problème conduite à partir d'un exemple, conduit à la généralisation, c'est-à-dire à l'obtention de la formule : N (1- 1/a) (1 – 1/b) (1- 1/c)… ; a, b, c, .. représentant les facteurs premiers du nombre N. Le raisonnement purement arithmétique sollicite des connaissances en partie disponibles : nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, notion de multiples, dénombrement de multiples, nombres premiers entre eux, dénombrement des multiples du produit de deux nombres premiers entre eux … La tâche est « gratuite », mais les différentes étapes qu'elle sous-tend, convoquent un ensemble de savoirs et savoir faire nécessairement structurés ; la tâche n'est pas une tâche ponctuelle sollicitant une technique particulière, mais un ensemble de connaissances en réseau. Son caractère n'est donc pas primaire. Est-il pour autant secondaire ? Son habitat dans des « Notes » marginalisées ne le suggère pas.

La présence de ces notes peut mettre en évidence deux traits spécifiques : un manuel à destination du secondaire se doit d'exhiber une composante théorique (même si inaccessible à un grand nombre d'élèves de l'enseignement classique) ; le manuel peut, dans ce contexte, légitimer les rapports qu'entretiennent l'arithmétique théorique et l'algèbre ; toutefois, cette composante, présente dans les toutes dernières pages de l'ouvrage, rédigée en petits caractères, d’ailleurs absente des programmes de l’enseignement se caractérise comme un domaine isolé, sans lien opératoire avec les notions abordées dans le corps de l’ouvrage (si ce n’est pour les caractères de divisibilité, un changement de point de vue quant à la généralisation des résultats).

Quant à la tâche prescrite dans le problème final, son statut est ambigu : isolée, elle constitue un satellite éloigné du réseau des tâches prescrites dans le corpus de l’ouvrage.

L’éclairage que projettent les «exercices sur les propriétés des nombres » à la fin du livre II, p. 48) nous livre, en effet, un ensemble de savoir faire peu distants de ceux exposés dans le cours.

Les 8 premiers exercices (42 à 49) portent sur la détermination du PGCD et du PPCM de deux ou plusieurs nombres ; les techniques peuvent convoquer la détermination du PGCD par la méthode des divisions successives, et ses propriétés, la décomposition des nombres en facteurs premiers et ses applications. Les tâches ne se différencient du type de tâches prescrites dans le primaire, qu’à travers le possible usage de la règle qui permet d’obtenir le PPCM, à partir du PGCD.

Sollicitant directement les savoir faire évoqués dans le cours, sont mentionnées :

La détermination du nombre de diviseurs d’un entier (n° 50). L’effectuation de la tâche, explicitée dans le cours (décomposition du nombre en facteurs premiers recours au théorème) consiste à appliquer les résultats du cours.

La détermination de deux nombres, connaissant leur PGCD et la suite des quotients obtenus lors de la recherche de celui-ci (n° 54). La tâche demande de reconstituer l’opération permettant de déterminer le PGCD : c’est un travail sur la technique.

Un certain nombre d’exercices convoque les notions étudiées non plus comme objet d’étude mais comme outil de résolution.

51. En divisant 427 et 322 par le plus grand nombre possible, on obtient le reste 7, dans chaque division. Quel est ce nombre ?

52. En divisant 1271 et 341 par le plus grand nombre possible, on obtient les restes 11 et 5. Quel est ce nombre ?

53. Combien y a t-il au-dessous de 100 000, de nombres divisibles à la fois par 225 et 315 ?

60. Un propriétaire a fait une plantation de 700 sapins au plus. Si on les compte 6 à 6, 8 à 8, 10 à 10, 12 à 12, il reste toujours 5 ; mais si on les compte 11 à 11, il n’en reste pas. Combien y a-t-il d’arbres dans la plantation ?

61. Trois bateaux à vapeur partent pour la même destination : le premier tous les 4 jours, le second tous les 6 jours, et enfin le troisième tous les 9 jours. Ces bateaux sont partis ensemble ; au bout de combien de temps partiront –ils de nouveau le même jour ?

Les notions de PGCD (n° 51, 52) et de PPCM (n° 53, 60, 61) semblent donc disposer de cette double propriété : être objet d'étude en soi, être outil de résolution dans un exercice de recherche qui sollicite une certaine modélisation. Ce dernier aspect étant plus particulièrement présent dans les deux derniers exercices : l'habillage, le récit, trait commun aux problèmes primaires, jouent ici un rôle, sans rapport d'évidence avec un enjeu utilitaire.

Quels qu'ils soient, ces exercices ne requièrent que des savoir faire communs au primaire et au secondaire.

Une dernière catégorie peut *a priori* tracer une séparation entre les savoir faire attendus des élèves du secondaire, de ceux « autorisés » dans l'enseignement primaire. Leur portée généralisatrice, « abstraite » réside du moins dans l'intitulé des tâches.

55. Deux nombres consécutifs sont premiers entre eux.

56. Tout nombre premier qui ne divise pas un autre nombre est premier avec ce nombre.

57. Tout nombre premier plus grand que 3, augmenté ou diminué de l'unité est divisible par 3.

58. Tout nombre premier plus grand que 3, augmenté ou diminué de l'unité est divisible par 6.

59. Montrer qu'un nombre est divisible par 6, lorsqu'en ajoutant au chiffre des unités 4 fois la somme de tous les autres, on obtient une somme divisible par 6.

Si nous nous interrogeons sur les techniques, les méthodes de raisonnement disponibles dans le cours qui permettent de démontrer ces assertions, il semble probable que la méthode de raisonnement par réduction à l'absurde soit essentiellement l'outil de preuve attendu dans les deux premiers exercices ; quant aux deux suivants, il semble pertinent de penser que sont implicitement convoquées les propriétés des restes dans la division par 3, par 2, des successeurs ou prédécesseurs d'un nombre premier, la propriété de divisibilité par deux nombres premiers entre eux.

Cette dernière propriété, la considération des caractères de divisibilité énoncés dans un cadre général, pour les deux nombres 2 et 3, les propriétés de divisibilité d'une différence peuvent permettre d'établir la dernière proposition.

Les outils de preuve ne sont donc pas, dans un cadre commun qui évite tant que faire se peut tout recours au langage algébrique, étrangers au lecteur du cours d'H. Sonnet ; c'est la nature des tâches, leur absence de finalité utilitaire qui les catégorisent secondaires. La présence de ces tâches dans l'enseignement secondaire classique révèle encore un clivage entre deux conceptions de l'activité mathématique suivant qu'elle est secondaire ou primaire.

Cette dichotomie entre un ensemble de « tâches » primaires, à visée utilitaire (technologie pour les opérations sur les fractions et pour les « artifices » de calcul) et un ensemble élargi à des questions « ouvertes », de pure réflexion, réservées à une élite secondaire est nettement perceptible, si nous étudions le type de tâches proposées dans un cours de mathématiques élémentaires.

L'ouvrage auquel nous nous référons est le suivant : « Eléments d'arithmétique avec de nombreux exercices par F.J. (5ème édition), Tours/ Alfred Mame et fils, Paris/ Poussielgue Frères, (1887), propriété des Frères des écoles chrétiennes.

Nous considérerons que cette dernière caractéristique ne peut raisonnablement influer sur la nature spécifique des tâches prescrites : certains ouvrages, propriétés des Frères des écoles chrétiennes sont d'ailleurs en usage dans les départements ; le catalogue des livres scolaires en usage en 1889 comporte, par exemple, une « Arithmétique et problèmes », rédigé par F.P.B., édité chez Poussielgue et diffusé dans 17 départements.

Le texte d'exposition c'est-à-dire le cours reprend à l'identique, si ce n'est l'importante composante octroyée aux problèmes « pratiques », la composition et la désignation des livres présents dans l'ouvrage de P. André.

En dehors d'une page de garde présentant au lecteur les définitions du vocabulaire (théorème, corollaire, réciproque) et des signes (=, ≤,<, >, ≥) utilisés, le discours exposé ne présente aucune différence significative.

Par contre, les exercices proposés donnent la mesure de la distance qui peut séparer les procédures de résolution primaire, de celles des élèves de mathématiques élémentaires.

Nous donnons ci-après quelques exemples caractéristiques relevés en dehors des traditionnelles questions de cours, d'applications directes du cours (communes aux deux ordres primaire et secondaire).

Numération, p. 7 (12 exercices) :

8. Combien faut-il de caractères à un imprimeur pour paginer un livre de 2748 pages ? On suppose qu'il n'emploie pas plusieurs fois le même caractère.

11. On écrit la suite naturelle des nombres sans séparer les chiffres. Chercher le 18347ème chiffre de cette suite.

12. Si l'on forme la suite 1, 2, 3, 5, 8, 13 , 21, etc. tel que chaque nombre soit la somme des deux précédents, démontrer qu'il y aura toujours quatre nombres au moins dans cette suite et cinq au plus qui comporteront le même nombre de chiffres.

Divisibilité, p. 43 (30 exercices) :

81. Si a, b, c divisés respectivement par d, donnent pour reste r, r', r'', démontrer que la somme a + b+ c, divisée par d donnera le même reste que la somme r + r' + r'' divisée par d.

85. Le reste qu'on obtient en divisant un produit de plusieurs facteurs par un nombre est le même que le reste obtenu en divisant le produit des restes des facteurs.

92. Le carré d'un nombre qui n'est pas divisible par 3 est un multiple de 3 plus un.

99. La somme des carrés de deux nombres ne peut être divisible par 11 qu'autant que ces deux nombres sont eux même divisible par 11.

101. Toute puissance impaire de 1000 est égale à un multiple de 7, 11, ou 13 diminuée d'une unité, et toute puissance paire de 1000 est égale à un multiple de 7, 11 ou 13 augmentée d'une unité.

102. Un nombre est divisible par 7, 11 ou 13, lorsque partagé en tranches de 3 chiffres à partir de la droite, la différence entre la somme formée par les tranches de rang impair et la somme des nombres formée par les tranches de rang pair est divisible par 7, 11 ou 13.

104. Si a est égal à un multiple de b moins un, toutes les puissances impaires de a sont aussi des multiples de b moins un, et toutes les puissances paires, seront des multiples de b plus un.

PGCD (par la méthode des divisions successives), p. 50 (7 exercices) :

108. On a une limite du nombre de divisions à effectuer dans la recherche du PGCD de deux nombres, en prenant le double du rang de la puissance de 2 immédiatement supérieure au plus petit des deux nombres.

111. On sait que lorsqu'on divise deux nombres par leur PGCD, les quotients sont premiers entre eux. Démontrez que si réciproquement ayant divisé deux nombres par un troisième, les quotients sont premiers entre eux, ce troisième nombre est le PGCD.

Nombres premiers, p. 64, (255 exercices) :

113. Deux nombres consécutifs sont premiers entre eux.

121. Le produit de 5 nombres consécutifs est toujours divisible par 120.

133. Si l'on range par ordre de grandeur tous les diviseurs d'un nombre, en commençant par l'unité et finissant par le nombre lui-même, le produit de deux diviseurs également éloignés des extrêmes est constant et égal au nombre lui-même.

134. Trouver le produit des diviseurs d'un nombre.

135. Trouver la somme des diviseurs d'un nombre.

137. Déterminer le plus petit nombre qui admettent 36 diviseurs.

162. Tout nombre premier (excepté 2 et 3) est de la forme 6n +/- 1: la réciproque est-elle vraie ?

170. a et b étant entiers, si $a^2 - b^2$ est un nombre premier, on aura $a^2 - b^2 = a + b$.

174. Trouver, dans la suite naturelle des nombres, n nombres entiers consécutifs non premiers.

175. Quelle est la plus haute puissance d'un nombre premier, 7 par exemple, qui divise le produit des 500 premiers nombres.

176. Généraliser la question précédente.

178. Trouver combien il y a de nombres premiers avec 1000 et plus petits que 1000 ;

179. Généraliser la question précédente.

180. Lorsqu'on divise les p – 1 premiers multiples d'un nombre a par un nombre p, premier avec a, on obtient pour restes, dans un ordre quelconque, les p – 1 premiers nombres entiers.

181. **Théorème de Fermat.** Si a est un nombre entier non divisible par un nombre premier p, la différence $a^{p-1} - 1$ est divisible par p.

Développement du cours, approfondissement des notions abordées, les tâches prescrites à travers ces exercices peuvent se référer à un texte du savoir commun au primaire et au secondaire, elles révèlent pourtant explicitement deux approches distinctes de l'étude. Liés entre eux, les exercices tendent à instaurer un réseau structuré, dans lequel, outils de résolution, les notions étudiées s'inscrivent après une nécessaire réflexion. Les modes de raisonnement sollicités sont élargis : réduction à l'absurde, recherche de contre exemple, modélisation algébrique et recours à un raisonnement de type arithmétique sur des expressions algébriques. Nous noterons encore l'importance relative accordée aux propriétés des restes de la division.

Dans l'enseignement de l'ordre primaire, le travail des techniques, la maîtrise des savoir faire, même si éclairé par un environnement technologico-théorique presque homologue à celui de l'ordre secondaire, représentent l'activité première ; l'absence de tâches « gratuites », spécifiques du secondaire, dont l'enjeu est l'utilisation des savoirs dans des contextes nouveaux, la recomposition et la structuration de ces savoirs, limite donc l'activité mathématique de l'élève, tend à la circonscrire à la réalisation de tâches ponctuelles relevant d'une technique identifiée.

En conclusion, les différences essentielles qui distinguent les organisations mathématiques esquissées dans le cours d'H. Sonnet, de celles qui paraissent émerger dans un manuel du secondaire résident dans :

Un formalisme langagier, qui se déploie dans une terminologie (définition, théorème, corollaire, démonstration) absente du cours d'H. Sonnet, et qui tend à expliciter quelques éléments de logique (la notion de condition nécessaire et suffisante, implicite pour H. Sonnet).

Un ensemble de tâches élargi pouvant révéler une dimension plus « théorique » de l'activité mathématique (modélisation, raisonnement par l'absurde, articulation et croisement de techniques)

Cependant, les environnements technologico-théoriques que peuvent présenter les deux textes de savoir, à savoir, le cours d'H. Sonnet et le cours de P. André, révèlent de profondes analogies : le découpage linéaire, l'ensemble des notions abordées, le type de preuve utilisée (par induction, en procédant du cas particulier au cas général), l'éviction du langage algébrique (hormis pour les « Notes »), le recours minimal au raisonnement de type réduction à l'absurde.

Nous pouvons constater qu'il existe donc des traces d'une dualité primaire – secondaire, (notamment perceptible dans les cours de mathématiques élémentaires) mais plus encore attester que le texte de savoir de référence est « Un ».

Les savoir faire désignés dans le cours d'H. Sonnet ne peuvent d'ailleurs nous donner une description précise de ceux que sont susceptibles de réaliser les élèves des écoles normales ; ce sont donc, plus précisément dans les tâches identifiées dans les sujets des brevets de capacité que nous pouvons en préciser la nature.

3. 5. Les brevets : une description en termes de savoir faire déjà « anciens ».

Les épreuves des brevets élémentaires et supérieurs connaissent peu de modification en ce qui concerne l'arithmétique au cours de cette période. L'arrêté du 18 janvier 1887, ayant pour objet l'exécution de la loi organique de l'enseignement primaire, stipule :

Art. 145.- L'examen pour le brevet élémentaire comporte trois séries d'épreuves.

Art. 146.- Epreuves de la première série. *(épreuve écrite)*

[…] 4).Une question d'arithmétique et de système métrique et la solution raisonnée d'un problème comprenant l'application des quatre règles (nombres entiers, fractions, mesures des surfaces et des volumes simples). Durée de l'épreuve deux heures.

Art. 148.- Epreuves de la troisième série. *(épreuve orale).*

[…] 4) questions d'arithmétique et de système métrique.

5) questions sur les notions les plus élémentaires des sciences physiques et naturelles. *(dix minutes au maximum par épreuve).*

[…]

Art. 150.- Toutes les épreuves du brevet supérieur, soit écrites, soit orales, doivent être subies dans une même session.

Art. 151.- Les épreuves de la première série sont au nombre de quatre, savoir :

1) une composition comprenant deux questions : l'une sur l'arithmétique (et, en outre sur la géométrie appliquée aux opérations pratiques, pour les aspirants seulement) ; l'autre sur les sciences physiques et naturelles avec leurs applications les plus usuelles à l'hygiène, à l'industrie, à l'agriculture et à l'horticulture. (quatre heures sont accordées pour cette composition).[…]

Art. 152.- Pour les épreuves de la deuxième série, les matières sont réparties en sept groupes ci-après énumérés.

[…] 5) arithmétique avec application aux opérations pratiques ; tenue des livres ; et, pour les aspirants seulement, notions très élémentaires de calcul algébrique et de géométrie, arpentage et nivellement.

6) notions de physique, de chimie, d'histoire naturelle, et, pour les aspirants seulement, notions d'agriculture et d'horticulture.[…]

Art. 153.- Les épreuves des deux séries sont notées de 0 à 20. […]

La grande stabilité des savoir faire évalués est perceptible au cours de cette période. Nous établissons ce constat en analysant comparativement les sujets proposés dans le Dictionnaire de pédagogie, antérieurs à 1882 et ceux de l'année 1887 dans l'Académie de Paris.

Le corpus réuni par G Bovier – Lapierre, dans l'article « Brevets » du Dictionnaire de Pédagogie, tome 1, p. 269- 313, est censé représenter un échantillonnage significatif de ces épreuves : il donne un indice du niveau moyen requis pour ces épreuves, à travers des sujets donnés entre 1876 et 1878. Son recueil n'est pas limité aux seuls sujets français, il comporte notamment les sujets des examens donnés dans les écoles normales en Autriche, en Belgique, aux Etats-Unis…

Les sujets français mettent en évidence que pour le brevet élémentaire, la théorie des fractions occupe la place prédominante : 10 sujets sur les 20 pour les aspirants proposent un premier exercice portant sur ce thème, 9 sur 24 pour les aspirantes. Les propriétés des nombres sont donc sollicitées dans ces sujets ou font l'objet de questions de cours ou d'application directe du cours.

Pour les aspirants, le sujet de Douai, propose ainsi, en 1878 : Qu'est ce qu'un nombre premier ? Comment reconnaît-on que 851 est premier ?

Un sujet de Nancy, en 1876 : Comment trouve t-on le reste de la division d'un nombre par 8 et ensuite par 9 ? Démontrez la règle énoncée sur le nombre 5723. Peut-on déduire de cette règle un caractère de divisibilité par 8 et 9 ? Y a t-il un caractère de divisibilité par 24 ? Etablir ce caractère.

Pour les aspirantes, deux types de questions de cours apparaissent aussi.

Le sujet de Caen, donné en 1877 : Expliquer pourquoi on est sûr qu'un nombre donné tel 5728 est divisible par 4, par cela seul, que les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Le sujet de Dijon, donné en 1877 : Comment trouve t-on le PPCM de 756, 847, 1089, 2205. Application à la réduction au même dénominateur de 4 fractions qui auraient pour dénominateurs respectifs ces 4 nombres.

Paris 1876. Dire quelles sont les fractions qui peuvent être transformées en fractions décimales exactes. Donner la démonstration.

Considérés par l'auteur, comme étant en dehors d'un examen de cette nature, car exigeant « la connaissance de la théorie rigoureuse des nombres premiers, telle qu'elle est étudiée dans les cours de mathématique élémentaires de l'enseignement secondaire », apparaissent quatre sujets :

Paris 1876. Démontrer qu'il est impossible de simplifier une fraction quand ses deux termes sont premiers entre eux.

Paris 1877. Démontrer que si un nombre est divisible par deux autres nombres séparément, il ne sera divisible par leur produit que si ces deux nombres sont premiers entre eux.

Paris 1877. Démontrer que des deux nombres dont l'un précède immédiatement et dont l'autre suit immédiatement un nombre premier autre que 2 et 3, il y a toujours un multiple de 6.

Paris 1877. Démontrer que le plus petit de deux nombres donnés est le PGCD de ces deux nombres s'il divise exactement le plus grand ; que dans le cas, où la division des deux nombres donne un reste, le PGCD des deux nombres sera le même que le PGCD du plus petit des deux nombres et du reste de leur division. Déduire de là, la règle à suivre pour trouver le PGCD de deux nombres. On prendra pour exemple, dans le 1er cas, les deux nombres 255 et 15 ; dans le 2ème cas, 348 et 76.

Quant aux questions orales, sur les 25 répertoriées principalement dans l'Académie de Paris, elles portent essentiellement sur le Système métrique (11 questions), puis sur les opérations sur les fractions (6 questions), trois portent quand même sur des notions de divisibilité

12. Qu'entend on quand on dit qu'un nombre est divisible par un autre ? Le nombre 478 est-il divisible par 5 ? Expliquez pourquoi un nombre terminé par 5 est divisible par 5. Ecrivez sur la droite de 23 un chiffre tel qu'on obtienne un nombre de trois chiffres qui divisé par 5 donne 4 pour reste.

13. Dans quel cas un nombre est-il divisible par 9 ? Donnez-en un exemple. Si l'on mettait une virgule entre les deux 4 dans le nombre 144, serait-il encore divisible par 9 ? Pourquoi cette virgule ne change t-elle rien ? Que deviendrait dans le deuxième cas la valeur du quotient ?

14. Quels sont les diviseurs premiers et non premiers de 360 ? Quelle méthode suit-on pour les obtenir ? Qu'appelle t-on nombres premiers ? Un nombre est-il toujours divisible par lui-même et par l'unité ? Quel quotient obtient-on ? Après avoir obtenu les facteurs premiers de 360, comment forme t-on les facteurs non premiers ? Peut-on savoir d'avance le nombre de diviseurs qu'on trouvera ?

Conformes au programme exposé dans le guide pour les aspirants de Lénient (1876), les questions relatives aux nombres premiers, par le biais de tâches absentes du cours d'H. Sonnet le disputent aux questions portant sur les caractères de divisibilité. Le caractère *a priori* plus gratuit de ces questions relatives aux nombres premiers ne semble toutefois pas questionné par Bovier-Lapierre.

Les épreuves du brevet supérieur accordent moins de place et aux fractions et de fait aux propriétés des nombres. Sur les 17 sujets donnés aux aspirants, deux sujets de Paris (1878) traitent de réduction de fractions au même dénominateur (avec théorie raisonnée du procédé), d'une simplification de fraction (avec théorie raisonnée du procédé) ; le sujet de Dijon en 1876, porte sur la détermination du PPCM, son application à l'addition de fractions ; le sujet de Nancy, en 1876, se montre plus théorique :

Donner la définition d'un nombre premier, de deux nombres premiers entre eux. Deux nombres premiers sont-ils premiers entre eux et réciproquement ? Un nombre premier est-il premier avec tous les autres ? Si un nombre premier divise un produit de deux facteurs que peut-on en conclure ? Quelle est la condition nécessaire et suffisante pour que les puissances quelconques de deux nombres donnés soient premières entre elles ?

Sur les 17 sujets proposés pour les aspirantes, le constat se confirme. Deux sujets font cas des propriétés des nombres.

Paris 1878. Exposer les diverses méthodes par lesquelles on trouve le PGCD de deux nombres. Faire voir comment chacune d'elle conduit nécessairement au but que l'on se propose. Application de ces méthodes à la recherche du PGCD des deux nombres 5544 et 936.

Dijon 1877. Trouver tous les nombres entiers qui divisent exactement 3240. Justifier la règle générale à suivre.

Les épreuves orales (aspirants et aspirantes) proposent encore :

Définition des nombres premiers. Y a t-il beaucoup de nombres premiers ? Un nombre étant donné, comment reconnaît-on s'il est premier ou non ?

Ce sont les mêmes types de tâches qui apparaissent dans les sujets de brevet en 1887. Un seul peut-être apparaît un peu différent : c'est un sujet pour le brevet élémentaire des aspirants proposé dans le département de la Seine :

Trouver un nombre qui divisé par 11, par 5, et par 33 donne toujours 1 pour reste ; et, s'il y en a plusieurs, indiquer le plus petit.

L'exercice ne demande pas d'étudier une notion explicitement désignée : nous pouvons supposer que l'identification du PPCM, outil de résolution de l'exercice, requiert de la part de l'élève un minimum de modélisation.

L'arithmétique que définit les épreuves des brevets est fidèle, certes, aux principes défendus par les législateurs, les auteurs du Dictionnaire de Pédagogie, mais elle reste, comme nous pensons l'avoir éclairée, conforme en terme de savoir évalué à une conception déjà ancienne. Les manuels scolaires, qui présentent des recueils de sujets d'examen permettent de confirmer ce point de vue, par exemple, en ce qui concerne le brevet élémentaire. Nous prenons pour exemple l'ouvrage de P.Leyssenne, co-rédacteur du Dictionnaire et auteur de manuels scolaires assez fortement diffusés. Le catalogue des livres scolaires utilisés en 1889 précise que ses ouvrages pour les cours élémentaires et moyens (1ère et 2ème années) sont répandus dans 71 départements.

La Troisième année d'arithmétique, à l'usage des Ecoles primaires supérieures, des Ecoles commerciales et des pensionnats de demoiselles, premier semestre, 13ème édition, Paris, A. Colin, 1903, comprend une liste de sujets donnés donc précédemment dans les divers examens, concours pour les bourses de l'enseignement primaire supérieur, concours d'admission à l'école normale, brevet élémentaire.

Un rapide balayage des 427 problèmes donnés à ce dernier examen permet de constater que 227 portent sur l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, ce qui en soi est conforme aux modalités de l'examen. Les questions dites « théoriques » concernent d'abord les opérations sur les fractions (80 questions), ensuite les techniques opératoires (63 questions), les propriétés des nombres (39 questions), le système métrique (25 questions), et enfin la numération (3 questions).

Il s'agit pour cette dernière rubrique d'exposer la numération écrite (2 fois), la numération parlée (1 fois).

En ce qui concerne les propriétés des nombres, 12 questions portent sur le PGCD (technique de détermination et usage), mais aussi propriété :

397. Quel usage fait-on en Arithmétique du plus grand commun diviseur de plusieurs nombres ? Faire une application numérique et la justifier.

497. Des divers procédés à employer pour la recherche du plus grand commun diviseur de plusieurs nombres. Théorie et pratique. Prendre pour exemple les nombres 21 600, 3432 et 612.

598. Le plus grand commun diviseur de 2 nombres est 18. On demande quels sont ces deux nombres, sachant que la série des quotients qu'on obtient dans la recherche de leur plus grand commun diviseur est 11, 5, 1, 1et 2.

659. Démontrer que les quotients de deux nombres par leur plus grand commun diviseur sont premiers entre eux.

Le PPCM ne fait l'objet que de 3 sujets (identiques):

760. Du plus petit commun multiple de plusieurs nombres. Quel usage en fait-on en arithmétique ? Donnez-en un exemple.

La preuve par 9 est citée 7 fois, la théorie est parfois demandée sur un exemple numérique.

Les caractères de divisibilité (par 4 et 9 notamment) sont étudiés 11 fois ; ils ouvrent parfois sur les propriétés des restes :

774. Comment trouve t-on le reste de la division d'un nombre par 9, sans avoir besoin d'effectuer la division ? Démontrer la règle énoncée sur le nombre 5523. Usage de cette règle pour faire la preuve par 9 de la division des nombres entiers. Prendre comme exemple la division de 16 345 par 931 et expliquez comment on opère.

Plus marginaux trouvent place :

Deux questions sur les décompositions en facteurs premiers :

508. Décomposez en leurs facteurs premiers les deux nombres 1380 et 276. Profitez de cette décomposition pour écrire de suite : 1° Leur plus grand commun diviseur ; 2° Leur plus peit commun multiple. Justifiez votre façon d'opérer.

Une question sur les fractions irréductibles :

421. Démontrer que la fraction 3/ 5 est irréductible. Déduire du théorème sur lequel on s'appuie une méthode pour la réduction des fractions à leur plus simple expression. Application : Réduire à sa plus simple expression 24/56.

Enfin, atypiques dans ce contexte, sollicitant les principes de la divisibilité, nous trouvons :

663. On divise l'un par l'autre deux nombres divisibles eux –mêmes par 23. Le reste trouvé est 41. Ce reste est-il exact ? Etait- il possible d'obtenir ce reste ? Dans le cas de la négative, exposer et démontrer le principe sur lequel on s'appuie.

719. Démontrer qu'un nombre qui divise plusieurs autres nombres divise aussi leur somme.

796. Théorèmes fondamentaux relatifs à la divisibilité des nombres. Caractères de divisibilité par 3 et par 9. Démonstration. Etant donné un nombre entier, si on écrit ses chiffres dans un ordre quelconque et qu'on fasse la différence du nombre ainsi obtenu et du nombre donné, cette différence est toujours un multiple de 9.

En dehors de la recherche des diviseurs d'un nombre et de leur nombre, les sujets n'évoluent guère ; il y a comme dès l'origine une certaine éviction de toutes questions portant sur les nombres premiers, les propriétés de divisibilité. L'accent est porté sur les techniques ; la théorie n'est pas éludée, mais toute tâche est « acceptable » car explicitement liée à un usage ; une technique de calcul en l'occurrence. Une composante de l'arithmétique « théorique » vit dans l'enseignement des écoles primaires supérieures, au grand jour, mais sous couvert de son usage.

Cependant nous éludons, dans le contexte général des écoles primaires supérieures, une question qui peut désormais se poser : ce sont dans ces écoles et dans les cours complémentaires (dont les programmes non officiels s'alignent sur ceux de ces dernières) que les futurs instituteurs préparent le concours d'admission à l'école normale ; l'arithmétique « théorique » interviendrait-elle comme critère de sélection spécifique dans cette épreuve ?

3. 6 L'arithmétique dans les sujets de concours d'admission à l'école normale : des différences peu significatives avec l'arithmétique du brevet élémentaire.

L'arrêté du 18 janvier 1887 définit ainsi les modalités du concours ; l'aspirant doit être titulaire du brevet de capacité et souscrire à un engagement décennal (article 44). Le concours comprend deux séries d'épreuves, (admissibilité, puis admission) ; pour la première série, l'épreuve comporte entre autre, « […] une composition d'arithmétique comprenant outre la solution d'un ou deux problèmes, l'explication raisonnée d'une règle », d'une durée de deux heures (Article 89).

Pour les épreuves de la seconde série, orales, les interrogations portent en particulier sur « l'Arithmétique et le système métrique » (article 92).

Les exigences du concours ne diffèrent donc dans les textes qu'assez peu de celles du brevet élémentaire. Qu'en est-il du contenu des épreuves ?

L'échantillonnage que nous avons recueilli comprend, d'une part, les sujets donnés dans l'Académie de Paris en 1887, d'autre part, la liste des sujets retenus par P. Leyssenne dans son cours d'arithmétique de 3ème année, datée de 1903 et *a priori* représentatif des années antérieures.

Les sujets de 1887 s'adressent encore à des élèves qui ne peuvent être détenteurs que du seul certificat d'études primaires ; ce n'est pas le cas des sujets présents dans le manuel de Leyssenne. Pourtant cette modification des conditions de passation ne semble guère influer sur la nature des questions « théoriques » où peuvent vivre les propriétés des nombres.

En effet, des 16 sujets proposés en 1887 dans les 8 départements de l'Académie de Paris, (Cher, Eure et Loir, Loir et Cher, Loiret, Marne, Oise, Seine, Seine et Marne, Seine et Oise), distingués suivant qu'ils sont destinés aux aspirantes ou aux aspirants, seuls deux proposent ce thème d'étude. Dans le département du Cher, les aspirants doivent énoncer et démontrer le critère de divisibilité par 4, dans le département du Loiret, les aspirants encore doivent « démontrer qu'un nombre quelconque est égal à un multiple de 9 augmenté de la somme de ses chiffres avec leurs valeurs absolues » et donner le caractère de divisibilité par 9.

Implicitement convoqués comme outils, les caractères de divisibilité, voire le PGCD et le PPCM peuvent permettre de réduire une fraction à sa plus simple expression (2 fois, pour les aspirantes dans le Cher, pour les aspirants en Seine et Marne) ou pour réduire des fractions au même dénominateur, voire, « mieux encore à leur plus petit dénominateur commun (2 fois, pour les aspirantes en Eure et Loir et en Seine et Marne).

Les opérations sur les fractions interviennent 10 fois (en incluant les sujets précédents). Les opérations sur les entiers ou les nombres décimaux (multiplication et division) font l'objet de 7 sujets. Le système métrique n'apparaît qu'une fois. Conformément aux notions convoquées dans les épreuves du brevet, fractions et opérations se disputent donc la part influente.

Ce constat n'est pas remis en question dans l'échantillonnage proposé par Leyssenne.

Sur les 200 sujets répertoriés, 108 portent évidemment sur des problèmes pratiques, 38 mettent en jeu les fractions, 41 les opérations sur les entiers et décimaux, 12 convoquent les propriétés des nombres, 1 sujet porte sur l'arithmétique commerciale (définir l'escompte).

Parmi les sujets consacrés aux propriétés des nombres, et que nous pouvons caractériser comme des questions de cours, 3 ont trait à la divisibilité par 9 (2 fois) ou par 4 (1 fois). Le sujet donné dans le Loiret a été retenu par Leyssenne. 6 sujets portent sur le PGCD, les deux méthodes de détermination sont parfois explicitement demandées. Le PPCM intervient 1 fois, introduit par la question de son usage. Enfin, un seul sujet traite des nombres premiers ; il suppose une restitution du cours (définition, méthode de reconnaissance, application de la méthode, décomposition en facteurs premiers, usages de celle-ci).

Cette situation laisse suggérer que les propriétés des nombres n'ont donc pas une influence déterminante sur la sélection des futurs instituteurs. Ce sont plutôt à la théorie des fractions, aux quatre règles et évidemment aux problèmes que semble revenir le pouvoir de sélection.

A titre de comparaison, les concours pour les bourses d'enseignement primaire supérieur présentent un caractère sensiblement différent.

L'arrêté organique du 18 janvier 1887, qui définit les modalités du concours, stipule que les candidats doivent être détenteurs du certificat d'études primaires (article 44), avoir entre 12 et 15 ans (article 45). Les épreuves (article 47) comprennent à l'écrit une composition d'arithmétique et à l'oral, une interrogation sur l'arithmétique et le système métrique. La durée de l'épreuve écrite est semblable à celle du concours d'admission à l'école normale (2 heures, article 48).

S'il est vraisemblablement pertinent de supposer que le problème d'arithmétique appliquée est d'une difficulté moindre dans ces épreuves que dans celles du concours d'admission à l'école normale, il nous faut toutefois noter, la présence non négligeable de questions théoriques ayant trait aux propriétés des nombres. Ainsi, sur les 189 sujets listés par Leyssenne, 97 ont évidemment trait à des problèmes pratiques, mais sur l'ensemble des questions dites « théoriques », la composante liée aux propriétés des nombres n'est pas si négligeable. Sur les 92 sujets restants, 38 portent sur les fractions, 28 sur les opérations, 7 sur le système métrique, et 19 ont trait à la divisibilité.

Parmi ceux-ci, 9 ont trait aux caractères de divisibilité, 6 portent sur le PGCD, 1 sur le PPCM de plusieurs nombres, 1 sur la décomposition en facteurs premiers, 1 encore sur cette dernière et son application à la détermination d'un PPCM, enfin un dernier sujet porte sur l'identification des nombres premiers. Ils requièrent *a priori* les mêmes procédures de résolution que dans les sujets du concours d'admission à l'école normale.

Ce rapide éclairage tend à montrer, nous semble t-il, une arithmétique « théorique » vivante dans l'enseignement primaire élémentaire à travers le programme du cours supérieur. Concurrencée certes, par la théorie des fractions et les opérations, dans les épreuves de sélection des meilleurs élèves, elle résiste notamment à travers l'existence de deux objets, les caractères de divisibilité et le PGCD. Ce constat peut être reconduit en ce qui concerne le concours d'admission à l'école normale.

Ces analyses mettent en évidence, quel que soit le statut conféré aux questions théoriques, quelle que soit l'influence respective des divers domaines (divisibilité, opérations, fractions), la consistance de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, c'est-à-dire aux problèmes tels qu'ils sont définis dans la conception des législateurs et des pédagogues.

Dans cette conception, les problèmes, c'est-à-dire les situations qui mettent l'élève en activité de « résolution réfléchie » et non en position de restitution d'un fragment de cours (les questions théoriques) ne peuvent relever du domaine des nombres « abstraits ».

Erigés comme emblématique de l'activité mathématique de l'élève, du futur maître, mais aussi de l'activité professionnelle du maître quand il enseigne l'arithmétique, les problèmes méritent une caractérisation. A quelles finalités éducatives, utilitaires, répondent – ils, dans le contexte idéologique, social de cette période ?

La réponse nous est en partie donnée dans le Dictionnaire de Pédagogie.

4. Les problèmes dans le Dictionnaire de pédagogie : des enjeux de l'arithmétique et de l'art de l'enseigner.

L'article « Problèmes » se trouve dans la première partie du dictionnaire, p. 2440-2447. Rédigé par P. Leyssenne, auteur de manuels scolaires, comme nous venons de le voir, auteur encore de l'article « Géométrie », (1ère partie du D.P.), il comprend 14 colonnes.

Le discours pédagogique de l'auteur sur la nature des « bons » problèmes, leurs fonctions, l'art de les choisir et d'en régler la résolution, met en lumière la forte légitimité institutionnelle « du problème d'arithmétique ».

En effet, derrière la fonction formatrice du problème (tant pour l'élève que pour le maître) se dévoile la conception de l'éducation primaire ; les règles, les conduites que sous tendent la réalisation efficace de la tâche du maître, (choix d'un problème conforme à l'orthodoxie primaire, choix d'une méthode de résolution adaptée, qui peut d'ailleurs bouleverser des pratiques désormais obsolescentes) sont fortement corrélées aux règles et aux conduites que l'élève devra respecter pour résoudre son problème.

♦ De la fonction des problèmes et de leur choix :

Dès les premières lignes, l'auteur souligne l'hégémonie du problème d'arithmétique, p. 2440 : « […] *le problème, par excellence, le problème tout court, c'est encore le problème d'arithmétique* ». Sur les 14 colonnes de l'article, un peu plus d'une, seulement, est consacrée aux problèmes d'algèbre, de géométrie trigonométrie, de physique, etc.

Pour l'auteur, tout problème se ramène à des calculs numériques, donc à l'arithmétique. L'article se décompose donc en deux parties : Problèmes arithmétiques, Problèmes autres.

La première partie se subdivise en deux paragraphes « Choix des problèmes », « Mode de résolution ».

Après avoir épuisé les diverses sources auxquelles le maître peut se référer pour choisir ses problèmes (son inspiration, un recueil composé par ses soins, des recueils imprimés ou des journaux périodiques), l'auteur met en évidence la question cruciale : le choix du problème doit être déterminé par sa fonction, par les conditions auxquelles il doit satisfaire.

Quelle est cette fonction ? La réponse de l'auteur est limpide…p. 2440, 2441.

« L'arithmétique devant contribuer, même à l'école primaire, à l'éducation générale de l'esprit, tout exercice qui force l'enfant à réfléchir, à chercher, à comparer, à déduire, à juger, semble à ce titre être du domaine de l'enseignement primaire. C'est là, il nous semble, une grave illusion. Il ne faut pas perdre de vue que l'enseignement donné dans nos écoles primaires s'adresse aux masses profondes des populations scolaires rurales, vouées de très bonne heure au travail des champs, et aux enfants des classes ouvrières des villes, que réclament aussi dès l'âge le plus tendre l'atelier, la mine ou le comptoir. [...] Il faut donc tirer le meilleur parti possible de ces quelques années de l'enfance dont nous disposons, et nos programmes doivent avoir en vue l'acquisition la plus prompte et la plus solide des éléments indispensables de chaque science ».

Soumise à des contraintes temporelles et sociales, l'arithmétique élevée au rang d'une discipline éducative « incomparable pour l'intelligence », à en croire H. Sonnet révèle son caractère paradoxal. Sa visée purement éducative est oblitérée par sa fonction pratique et utilitaire. L'arithmétique se « vide » de sa composante « réflexive, déductive », illusoire pour ne conserver que sa composante calculatoire, opératoire pour résoudre les questions d'ordre pratique. Clairement, l'enseignement primaire a pour finalité non de savoir de l'arithmétique, mais de savoir appliquer de l'arithmétique dans des situations envisagées dans leur rapport avec des pratiques sociales. Ne caricaturons pas plus les propos de l'auteur, il s'agit d'évidence d'armer, tant que faire ce peut, dans un contexte social donné comme « naturalisé », le citoyen des classes populaires pour qu'il délaisse des pratiques sociales jugées comme obsolètes ou déviantes.

Si ces premières contraintes, l'immédiateté et la solidité des acquis liés aux opérations pratiques, pèsent sur la nature des problèmes (ceux-ci devront être concrets, attachés aux situations d'une vie quotidienne « transposée »), les secondes résident dans les modalités qui conditionnent une résolution formatrice, éducative du problème pour les élèves. L'auteur énonce dans les 5 colonnes qui traitent du choix des problèmes, les règles auxquelles doit s'astreindre le maître, pour réaliser avec rectitude sa tâche :

1° la dictée de problèmes improvisés est « un des dangers auquel un bon maître ne doit jamais s'exposer ». Quelle que soit l'expertise du maître, une préparation préalable est nécessaire.

2° le répertoire de problèmes composé au cours du temps, par le maître lui-même, se doit d'être actualisé au jour le jour, « jamais terminé ». Et il comporte un danger, celui de ne point respecter la frontière primaire-secondaire, p. 2441 : « *Ce n'est pas, en effet, une tâche facile que de reconnaître, en ce point, la limite exacte qui sépare l'enseignement primaire de l'enseignement secondaire, d'écarter toutes les applications superflues ou nuisibles, de ne retenir que les aliments substantiels et sains facilement assimilables par de jeunes intelligences ; et, si l'on peut espérer que les esprits les plus éclairés, les chercheurs obstinés arrivent à se créer pour eux-mêmes un excellent recueil de problèmes, il est difficile d'admettre que tous les membres du corps enseignant primaire aient à la fois assez de loisirs pour se livrer à un tel travail, la clairvoyance, la sagacité, l'esprit d'ordre et de suite qu'il réclame, et enfin le courage et la persévérance pour le mener à bonne fin ».* Disqualifié pour ces deux bonnes raisons, la non-conformité à l'orthodoxie primaire, la peine occasionnée pour le maître, le répertoire n'est donc pas une source reconnue.

3° Ce sont donc les recueils imprimés qui sont conseillés ; encore faut-il qu'ils contiennent des problèmes adaptés aux populations auxquelles ils sont destinés. Ils doivent être étudiés avec circonspection par le maître et en tout état de cause p. 2442 « *Le recueil est un cadre, un programme. Il ne doit jamais être un guide suivi servilement ».* La responsabilité du maître, ses prises d'initiatives (réfléchies) peuvent donc s'exercer mais à partir d'un cadre de référence. Le manuel, les manuels restent la référence obligée.

4° Quant aux journaux pédagogiques, l'auteur porte surtout un regard critique sur leur usage. Evitant la peine de la recherche, leur usage est « abusif », et il convient que les maîtres perçoivent la nécessité de les résoudre préalablement eux-mêmes.

Ces conseils, que nous pouvons considérer comme les règles qu'il convient de suivre pour accomplir un type de tâche « choisir un problème », précèdent et nourrissent la caractérisation du bon problème. L'article est postérieur à 1881, l'auteur se réfère directement à l'instruction spéciale sur l'application des programmes d'enseignement dans les écoles normales primaires (3 août 1881) :

« *[…] Le maître évitera avec soin de sortir de l'enseignement primaire et de traiter des questions d'ordre purement spéculatif. Il devra se borner conformément au programme, aux théories qui donnent lieu à des applications pratiques ou qui sont nécessaires à l'enchaînement des propositions et à la rigueur des démonstrations. Enfin, il multipliera les exercices et les problèmes en ayant soin de les choisir exclusivement parmi ceux qui se rapportent à la vie usuelle, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture ».*

Conseil relatif à l'enseignement dans les écoles normales, celui-ci est évidemment applicable à l'enseignement primaire. Et l'auteur de préciser : « *Ils* (les maîtres) *doivent donc éviter, par exemple, de donner des exercices ou problèmes sur les divers systèmes de numération, sur les propriétés des nombres, sur les caractères de divisibilité, sur les nombres premiers, sur le plus grand commun diviseur, sur les fractions irréductibles, sur les fractions périodiques, sur les rapports et proportions, sur les racines carrées et cubiques, etc., en dehors des opérations mêmes qu'on a du apprendre sur ces questions ».*

Justification *a priori* des tâches que peuvent comporter les diverses épreuves des examens et concours de l'enseignement primaire, tâches réduites à une restitution ou à une application directe du cours, ce commentaire souligne toutefois la légitimité institutionnelle des notions évoquées. C'est la cohérence même du texte de savoir exposé, en partie homologue dans les divers degrés de l'ordre primaire, quasi isomorphe à son correspondant dans l'ordre secondaire, qui entraîne l'existence de ces objets d'étude. Ils vivent dans les programmes, objets de tâches ponctuelles qui n'en appellent qu'aux techniques exposées dans le cours, parce que les traités classiques, auxquels emprunte le texte du savoir exposé, sont des références « naturalisées ». L'environnement technologico-théorique que définit le texte du savoir exposé apparaît comme immuable : ce sont dans la diversité et la différenciation des savoir faire envisageables que se traduit en partie seulement (si nous éludons le cas du cours de mathématiques élémentaires) le clivage primaire-secondaire.

L'éclairage qu'apporte ce paragraphe tend à confirmer la dimension purement calculatoire et pratique de l'activité mathématique de l'ordre primaire : l'auteur définit une hiérarchie dans une typologie des problèmes. Les problèmes sur le système métrique viennent en tête, puis ceux sur les fractions ordinaires, puis les règles de trois, « les problèmes d'intérêt, d'escompte, de rente, les problèmes sur les actions et les obligations, sur les assurances, les partages proportionnels, les répartitions, les questions si variées du tant pour cent ».(p. 2442)

Pourtant, l'auteur révèle dans le second paragraphe de cette première partie « Mode de résolution des problèmes » des exigences novatrices en matière d'activité mathématique.

♦ Du mode de résolution des problèmes.

Sous forme de conseils (de directives pédagogiques plutôt), Leyssenne souligne l'importance du raisonnement réfléchi dans l'activité de résolution de problème. S'appuyant sur les difficultés rencontrées par les élèves (avec la division notamment), il relève les travers des pratiques : « *Le mécanisme et la formule remplacent quelquefois le raisonnement réfléchi »,* (p.2443), il marque sa réticence, à l'appui d'un exemple, quant à l'emploi abusif de la méthode dite de réduction à l'unité, il redéfinit enfin ce qu'est raisonner : « *[...] il ne faut pas laisser croire aux enfants qu'ils font un raisonnement, lorsqu'ils écrivent le tableau des opérations que comporte un problème. Un raisonnement suppose des phrases et des phrases qui s'enchaînent, qui expriment des idées liées entre elle ».* Contre-exemple à l'appui…

Enfin, il réhabilite les rapports et proportions, bousculant les pratiques établies, et propose explicitement l'introduction, certes, limitée de l'algèbre, la légitimant comme primaire (p. 2445) : « *Quelques bons esprits paraissent redouter pour l'enfant la facilité même que l'algèbre apporterait dans la résolution de ses problèmes. L'effort serait diminué et les ressorts de l'intelligence en seraient affaiblis. Assurément ce reproche est grave, s'il était mérité ; car il faut éviter de détendre les ressorts de l'intelligence à tout âge. Mais l'algèbre, loin de supprimer toute l'activité de l'esprit lui donne un nouvel aiguillon, sous une forme doublement attrayante, par son mécanisme ingénieux, qui fait le bonheur des enfants, et par l'espoir, rarement déçu, qu'il leur donne de trouver les solutions cherchées. »*

Leyssenne révèle ici, nous semble t-il, une conception effectivement nouvelle de la possible activité mathématique de l'élève du primaire ; conjuguant les efforts et le plaisir pour l'élève, la résolution des problèmes d'arithmétique induit l'évolution de cette discipline. Si la recherche, l'induction, activités sans finalité utilitaire ne peuvent, par exemple, conforter la présence des propriétés des nombres, le « plaisir » et les « efforts consciencieux », secourus par quelques notions d'algèbre, sont les ressorts que le « bon maître » selon Leyssenne, doit solliciter. En effet, « *Il faut que le maître et les élèves cherchent* (les problèmes) *et les trouvent* *ensemble. C'est là un art délicat, mais qui caractérise essentiellement le bon maître ; et celui-là excelle en cet art, qui parvient à faire trouver les solutions des problèmes à ses élèves, ou qui les laisse dans la conviction, ce qui revient au même pour l'effet à produire, que ce sont bien eux qui les ont trouvées. Il devra ensuite leur laisser le plaisir d'en trouver un certain nombre de même espèce, en y introduisant graduellement quelques difficultés nouvelles. Il passera ensuite à des exercices plus compliqués, ou d'un autre ordre en suivant la même méthode.[…]On ne saurait trop exciter de bonne heure chez l'enfant la confiance en ses propres forces, et rien n'est plus propre à lui inspirer cette confiance que la satisfaction qu'il éprouve à réussir ses problèmes au prix de quelques efforts. Mais il faut éviter avec soin que des efforts consciencieux de sa part restent trop souvent, ou seulement plusieurs fois de suite, sans résultat ».* Une algèbre limitée, mais facilitant les tâches est doublement légitime : elle vivifie l'activité de l'élève, elle facilite la tâche du bon maître, qui explicitement selon ces directives pédagogiques doit s'abstenir de proposer tout problème complexe à l'origine. Le principe du simple au composé garde sa validité dans le domaine de la résolution de problèmes.

Il va de soi, que dans ce manifeste d'une culture arithmétique primaire profondément marquée par sa dimension opératoire et utilitaire, se projette une conception d'une éducation populaire satisfaisant à deux principes : le principe d'une amélioration relative des conditions de vie du citoyen, le principe de la reproduction des classes. Dans son souci de bien séparer ce qui relève de l'ordre primaire de ce qui par négligence pourrait être spécifié secondaire, l'auteur catégorise implicitement les problèmes qui pourraient traiter des propriétés de nombres comme relevant de l'ordre secondaire. Toutefois, l'arithmétique primaire que définit Leyssenne, voit ses contours se modifier : l'ombre d'une possible zone proximale de développement se dessine, s'étendant sur l'algèbre, reconquérant une théorie oubliée, celle des rapports et proportions.

L'article nous propose donc une description de l'activité mathématique primaire, envisagée tout à la fois du côté de l'élève et du maître ; il met en évidence ses dimensions éducative et utilitaire étroitement liées : les raisonnements réfléchis, au cœur de l'activité mathématique, apparaissent comme des contextualisations de procédures et de techniques. La réflexion porte toujours sur les applications possibles des notions dans un contexte pratique, jamais sur l'étude même des notions.

Un dernier éclairage importe encore pour comprendre l'existence de l'arithmétique primaire. Les paragraphes précédents tendent à démonter la codétermination de l'arithmétique primaire et de l' « arithmétique normale ». Peut-on toutefois apprécier une spécificité de cette dernière ? Il convient dès lors d'appréhender sa fonction dans la doctrine même des écoles normales.

5. L'arithmétique et la doctrine « normale » : une arithmétique au service de la doctrine.

L'arrêté du 18 janvier 1887 consacre tout d'abord l'existence d'un double cursus : culture générale et culture et pratique professionnelles.

Art. 99. Les élèves de deuxième et troisième année seront fréquemment exercés, soit en classe, soit dans des conférences, à l'enseignement oral sur chacune des matières du programme d'étude. […] Les élèves de troisième année font, en outre, à tour de rôle des leçons devant leur professeur et les élèves –maîtres.

Art. 155. Les candidats au certificat d'aptitudes pédagogiques doivent [...] déposer leur brevet élémentaire ou leur brevet supérieur, s'il y a lieu.

Art. 158. L'examen du certificat d'aptitudes pédagogiques comprend :

Une épreuve écrite, laquelle est éliminatoire ;

Une épreuve pratique ;

Et une épreuve orale.

Art. 159. L'épreuve écrite consiste en une composition française sur un sujet élémentaire d'éducation ou d'enseignement.[…] (*durée 3heures).*

Art. 160. L'épreuve pratique consiste en une classe faite par le candidat dans une école primaire publique.[…]

Art. 162. L'épreuve orale consiste :

1° dans l'appréciation de cahiers de devoirs mensuels ;

2° dans des interrogations en rapport avec les autres épreuves déjà subies par le candidat et portant sur des sujets relatifs à la tenue et à la direction d'une école primaire élémentaire ou maternelle, ou sur des questions de pédagogie pratique.

C'est donc en troisième année que les élèves-maîtres subissent successivement l'examen du brevet supérieur qui atteste de la valeur de leur culture générale, puis le certificat d'aptitudes pédagogiques, garant de leur culture et de leur pratique professionnelles.

Le but auquel tend l'école normale, « *Faire acquérir aux élèves des qualités intellectuelles et morales, tout en conservant à l'enseignement son caractère pratique et professionnel»*, n'est autre que l'articulation théorie – pratique dans une formation définie comme totale, intellectuelle, morale et professionnelle. Son effet apparent, l'éviction de toute étude désintéressée, est cohérent avec les principes qui régissent les finalités de l'enseignement primaire. Dans « objet – méthode – programme » de l'éducation intellectuelle (deuxième rubrique, succédant à l'éducation morale, précédant elle même, l'éducation physique) du Règlement du 18 juillet 1887, relatif à l'organisation pédagogique des écoles primaires, nous lisons, (tout en pouvant apprécier la continuité de la politique scolaire amorcée en 1882) :

1) OBJET DE L'EDUCATION INTELLECTUELLE.

L'éducation intellectuelle, telle que peut la faire l'école primaire publique, est facile à caractériser.

Elle ne donne qu'un nombre limité de connaissances. Mais ces connaissances sont choisies de telle sorte que non seulement elles assurent tout le savoir pratique dont il aura besoin dans la vie, mais encore elles agissent sur ses facultés forment son esprit, le cultivent, l'étendent et constituent vraiment une éducation.[…]

2) METHODE.

[…] C'est donc par un appel incessant à l'attention, au jugement, à la spontanéité intellectuelle de l'élève que l'enseignement primaire peut se soutenir. Il est essentiellement intuitif et pratique : intuitif, c'est-à-dire qu'il compte avant tout sur le bon sens naturel, sur la force d'évidence, sur cette puissance innée qu'a l'esprit humain de saisir du premier regard et sans démonstration non pas toutes les vérités, mais les vérités les plus simples et les plus fondamentales ; pratique, c'est-à-dire qu'il ne perd jamais de vue que les élèves de l'école primaire n'ont pas de temps à perdre en discussions oiseuses, en théories savantes, en curiosités scolastiques et que ce n'est pas trop de cinq à six années de séjour à l'école pour les munir du petit trésor d'idées dont ils ont strictement besoin et surtout pour les mettre en état de le conserver et de le grossir dans la suite.

Parce qu'elle consacre la coexistence des deux dimensions -instructive et éducative- dans la finalité de l'enseignement primaire, parce qu'elle prend en compte les contraintes auxquelles cet enseignement doit satisfaire (il doit être intuitif et pratique), la **pédagogie normale**, nouvelle discipline, érigée en science, est la doctrine unifiante qui fonde les nouvelles pratiques professionnelles de l'instituteur. Elle s'oppose aux anciennes méthodes pratiques ; elle est dotée d'une composante théorique, fondée sur la psychologie et la morale, et d'une composante pratique, l'art pédagogique.

La pédagogie enseignée dans les écoles normales supérieures et dans les écoles normales, définit un modèle de formation stable jusqu'en 1920 (Les recherches de Binet en pédagogie expérimentale coïncident avec cette période, mais n'ont pas d'incidence sensible sur cette pédagogie « normale »). Les cours normaux, par exemple, le « Cours de pédagogie théorique et pratique » de Compayré (Paris, 1895) et ses multiples rééditions (au moins 21), à l'usage des élèves-maîtres, « L'éducation intellectuelle et morale » du même auteur, (Paris 1908), les nombreuses contributions du même encore à la rédaction du D. P. de F. Buisson (26 dans le premier tome, 13 dans le second) marquent l'emprise de la pédagogie sur le modèle de formation normal. D'autres universitaires, Marion, professeur à l'école normale supérieure de Fontenay, rédacteur occasionnel du D. P., des directeurs d'écoles normales comme L. Chauvin, « L'éducation de l'instituteur », (Paris, non daté, vers 1890) participent de ce mouvement. La pédagogie normale se caractérise à travers les traits suivants :

C'est une science (malgré des ambiguïtés, Marion, Durkheim, plus encore Binet, n'en ont pas la même acception). G. Compayré écrit : « *Il y a donc une science de l'éducation, science pratique appliquée, qui a désormais ses principes, ses lois, qui témoigne de sa vitalité par un grand nombre de publications, en France comme à l'étranger, et qui a aussi son nom, quoiqu'on hésite à lui donner, la Pédagogie* ». (Cours de pédagogie p. 12).

Elle inverse les perspectives de l'enseignement primaire. « *Nous ne confondrons pas*, écrit G. Compayré, (C. P, p. 55), *l'étude de tout ce qu'il faut apprendre et savoir, et la culture générale de l'intelligence, l'effort éducatif grâce auquel l'enfant sort de l'école, non seulement instruit, mais capable de s'instruire davantage, « instruisable », muni de facultés fortes et souples, d'une mémoire agile et sûre, d'un jugement droit, d'un raisonnement exact* ». Les matières enseignées sont le support d'une activité intellectuelle, d'une éducation, dont la finalité tend à la transformation globale de l'enfant, à la normalisation de ses conduites. Le processus éducatif est un processus totalisant.

Théorique, « *elle étudie l'enfant en lui-même, dans le développement naturel et dans la culture scolaire, de ses facultés* » ; la nature enfantine apparaît, comme analysée en terme d'écart avec celle de l'adulte éduqué. Pratique, « *abandonnant le sujet de l'éducation, elle en examine l'objet, c'est-à-dire l'enseignement et la discipline, les méthodes de l'un, les principes et les règles de l'autre* ». (Cours de pédagogie, préface).

Pour G. Compayré, un des fondateurs et théoriciens de cette pédagogie normale, « *Ce cours ne sera pas une théorie planant dans les nuages de la spéculation pure, loin des réalités de l'école. Il sera vivifié et en quelque sorte commenté par la pratique, par les applications qu'en font immédiatement les élèves-maîtres dans les leçons qu'ils sont appelés à faire* ».(L'éducation intellectuelle et morale, p. 30). L'application de la théorie dans l'école d'application confirme expérimentalement la légitimité du modèle.

En conclusion, l'art pédagogique détermine l'articulation théorie-pratique.

La partie pratique du cours de pédagogie illustre donc les principes qui doivent être à l'œuvre dans l'enseignement de l'arithmétique, pour que celui-ci se conforme au modèle normal.

Pour G. Compayré (C. P., p. 251, les méthodes en général), « *les méthodes d'enseignement devront toujours se conformer et s'adapter à ces trois principes généraux : 1^e^ les caractères propres des connaissances que l'on communique à l'enfant ; 2^e^ les lois de l'évolution mentale aux divers âges de la vie ; 3^e^ le but propre et l'étendue de chaque degré d'instruction*. »

Il définit quatre méthodes générales : la méthode d'induction sous forme expositive ; la méthode d'induction sous forme interrogative ; la méthode de déduction ou de démonstration sous forme expositive ; la méthode de déduction sous forme interrogative.

Précisant que la méthode est déterminée par le choix de la science enseignée, il signale : « les mathématiques ne se prêtent guère qu'à l'emploi de la déduction ». Il écarte encore pour cause d'ambiguïté les termes analyse et synthèse du vocabulaire de la pédagogie.

Son point de vue sur la méthode intuitive est particulièrement intéressant pour saisir, à travers les diverses acceptions que peut recouvrer cette méthode, les conceptions différenciées des acteurs du système sur la démarche de l'enseignement primaire, les diverses interprétations auxquelles la méthode donnera lieu, par exemple, dans les manuels.

Sa question provocatrice, « *Y a-t-il une méthode intuitive* ? » trouve une réponse tout aussi percutante : la méthode dite intuitive, appel constant à l'expérience et à l'observation, qu'on peut encore dénommer méthode intuitive, inventive, heuristique, analytique, et qui revient toujours à faire découvrir par l'enfant la vérité qu'on veut lui enseigner, « n'est autre qu'un fragment détaché de la grande méthode expérimentale ». Il égratigne donc les maîtres de la pédagogie qui en France, comme F. Buisson, directeur de l'instruction primaire, (1879-1896), directeur du D.P. et auteur de l'article Intuition du même ouvrage, définissent la méthode intuitive, comme emblématique de la marche de l'enseignement primaire, car articulant intuition sensible (sensorielle), intuition intellectuelle (la conscience claire de toutes les opérations de notre esprit) et enfin, l'intuition morale : F. Buisson la définit ainsi (D.P., article Intuition) : « *C'est la prise de possession à la fois, par l'esprit, par le cœur et par la conscience, de ces axiomes de l'ordre moral, de ces vérités indémontrables et indubitables, qui sont comme les principes régulateurs de notre conduite* ».

La méthode intuitive peut s'interpréter tant d'un point de vue positiviste que d'un point de vue spiritualiste au sein même de l'ordre primaire. Les deux points de vue ne sont pas absents ainsi que nous l'avons perçu dans certains articles relatifs à l'arithmétique.

L’arithmétique dans le cours de pédagogie de G. Compayré.

La leçon VII, consacrée à l’enseignement des sciences porte en majeure partie sur l’enseignement de l’arithmétique. L’arithmétique, présentée comme de tout temps, élément de la vieille instruction, n’est plus isolée, c’est en quelque sorte, un des éléments novateurs.

G. Compayré résume d’abord son importance : « *[…] l’arithmétique est de toutes les matières enseignées à l’école celle qui contribue le plus à former, à développer les facultés de réflexion et particulièrement le raisonnement* ». Si c’est le haut enseignement mathématique qui contribue particulièrement à l’éducation générale de l’esprit, « *sous sa forme élémentaire elle-même, l’étude des mathématiques aura pour résultat d’imposer d’abord à l’élève une grande concentration d’attention : car dans les vérités mathématiques tout se tient, tout se lie, et une seule minute d’inattention fait perdre tout le fruit du travail antérieur. En outre, le caractère rigoureux de la démonstration mathématique habitue l’enfant à ne pas se payer de mots, à ne se rendre qu’à l’évidence. Il n’y a pas de meilleure école pour enseigner l’ordre la précision, à la fois la suite et la rigueur dans la pensée* ».

L’auteur insiste donc sur la dimension intellectuelle et éducative de « **cette discipline de l’esprit ».** Il en souligne ensuite la dimension utilitaire : compter est presque plus nécessaire que savoir lire ! « Le calcul est d’un emploi journalier et universel ».

De plus, il y a le goût de l’enfant pour le calcul : « *On pourrait croire qu’à raison de leur caractère général d’abstraction les exercices de calcul ne sont pas du goût des enfants, avides avant tout de perceptions sensibles. Il n’en est rien* ». D’où l’étude du calcul dès l’entrée de l’enfant à l’école !

La discipline de l’esprit est donc dotée dans le modèle de formation d’une forte légitimité culturelle.

Présentant les contenus et les méthodes dans les trois cours, l’auteur insiste sur la place du calcul : « *A tous les degrés, le programme exige des exercices de calcul mental et de calcul écrit* ». L’application intuitive des règles sur les entiers prédomine dans le cours élémentaire ; après une révision, qu’impose « une science où tout s’enchaîne », le programme s’élargit au cours moyen, aux fractions, à l’application des quatre règles aux nombres décimaux, à l’étude du système légal des poids et mesures ; il octroie plus de place aux problèmes donnant lieu à des solutions raisonnées. Enfin, le cours supérieur consacre le développement plus considérable de la théorie et du raisonnement ; « *On approfondit le système métrique. On aborde les parties les plus difficiles de l’arithmétique : les nombres premiers, les caractères de divisibilité, les facteurs premiers, le plus grand commun diviseur.*

On étudie la méthode de réduction à l'unité appliquée à la résolution des problèmes d'intérêt, d'escompte, de partage, de moyenne, etc. »

Non réduite à sa simple composante calculatoire, l'arithmétique se définit comme discipline intellectuelle, éducative et culturelle (à travers sa dimension opératoire).

Bien qu'ayant relativisé la notion d'intuition, G. Compayré préconise une méthode d'enseignement intuitive au début et pratique à tous les degrés, d'ailleurs déjà constituée et déjà en usage comme il le précise. Pratique certes, mais comme il le souligne, « *sans cesser d'être pratique, la méthode de l'arithmétique doit tendre à donner aux enfants une connaissance raisonnée de la science du calcul. [...] En arithmétique surtout, comprendre, c'est apprendre* ». L'important, c'est que l'élève acquière l'idée de nombre, « idée qui n'est complète que quand elle contient les idées d'augmentation et de diminution, d'addition et de soustraction » ».

D'où les moyens matériels :

Moyen d'initiation à la numération, des objets concrets, le recours à « l'intuition, au calcul intuitif ». Le passage du concret à l'abstrait : montrer des objets matériels, après que l'élève « se sera suffisamment exercé à opérer avec les objets, les dérober à sa vue, puis employer des nombres concrets : 4 noix, .., enfin «dépouiller le nombre de son vêtement sensible et employer les nombres abstraits ». Marquant une réticence pour les bouliers compteurs (utiles dans les écoles maternelles), il condamne les machines à compter et se fait le farouche partisan du calcul mental, « c'est à dire du calcul fait de tête, sans recours à des nombres écrits ». Excellente « gymnastique intellectuelle » il répond de plus aux nécessités journalières de la vie, et enfin, il prépare au calcul écrit.

Le caractère abstrait de l'arithmétique, tel que semble le définir l'auteur, s'inscrit dans le caractère opératoire de la discipline, dans le calcul.

Le choix des problèmes marque encore l'ancrage de l'arithmétique dans l'éducatif utilitaire : « *Le sujet des problèmes doit être emprunté aux circonstances familières de l'existence, aux faits de l'économie rurale ou industrielle. Le choix doit varier avec les conditions de la vie de l'enfant ; il sera autre à la ville, autre à la campagne* ». Les problèmes se doivent d'être concrets, liés aux conditions de vie locales.

Enfin, G. Compayré énumère les défauts et les progrès constatés par les inspecteurs généraux dans l'enseignement de cette discipline : deux tiers de page pour les premiers, un quart pour les seconds. Notons pour ces derniers : « *L'arithmétique est de toutes les matières celle qui donne les meilleurs résultats... L'enseignement de l'arithmétique est raisonné ; la* *démonstration se fait toujours au tableau noir, et les définitions ne servent qu'à résumer et à fixer les raisonnements* ».

L'existence non controversée d'un enseignement arithmétique souligne *a contrario* l'existence précaire d'un enseignement de la géométrie. A l'école primaire, « *il est simplement question d'emprunter (à cette science) quelques notions qui soient le complément naturel et parfois les auxiliaires de l'arithmétique* ». Ses buts sont exclusivement pratiques. « *Il s'agit de faire servir ces connaissances : 1^{e} à l'intelligence du système métrique ; 2^{e} à l'évaluation des surfaces et des volumes ; 3^{e} à l'étude des opérations les plus simples de l'arpentage et du nivellement. »*

Enfin, en conclusion de cette partie, l'auteur nous donne son sentiment sur la possibilité des leçons de choses en arithmétique et en géométrie. Il n'y en a pas de véritables : *« Ce n'est pas la chose elle-même, la bûchette ou le solide, qu'on veut lui faire étudier (à l'élève). On ne met ces objets sous ses yeux que pour lui faire dégager le plus tôt possible de ces réalités concrètes l'idée abstraite des nombres, l'idée abstraite de la forme géométrique* ».

Dans le cadre de la pédagogie normale, la finalité intellectuelle, éducative et pratique de l'arithmétique est donc affirmée à travers ses contenus et sa méthode d'enseignement. Cette dernière fait référence à la méthode officielle (l'intuition) tout en s'en démarquant, elle confère à l'arithmétique son caractère spécifique de « discipline de l'esprit » ne résultant pas à proprement parler d'une démarche expérimentale. Si la notion de discipline scolaire, dans son acception actuelle, n'existe pas alors, elle apparaît prémonitoire pour l'arithmétique : dans l'article « discipline » du DP, l'auteur (anonyme, vraisemblablement Buisson ou J. Guillaume, secrétaire de rédaction), note en effet : « *L'usage a distingué les mots discipline et doctrine non seulement en ce que l'un regarde l'élève et l'autre le maître, mais en attachant surtout au mot doctrine l'idée de l'enseignement et de direction intellectuelle, au mot discipline, l'idée d'éducation et de direction morale. La discipline est l'ensemble des règles et des influences au moyen des desquelles on peut gouverner les esprits et former les caractères* ». La définition proposée par G. Compayré n'est pas sans évoquer cette dernière.

La pédagogie normale (du moins celle professée par Compayré) présente aussi une caractéristique des savoirs enseignés à l'école normale : ceux-ci ne diffèrent pas fondamentalement de ceux enseignés à l'école élémentaire. En effet, l'art pédagogique sur lequel se fonde l'articulation théorie-pratique, consiste essentiellement à préparer et à réaliser de « bonnes leçons ». Dans « L'éducation intellectuelle et morale », p. 164, l'auteur nous décrit la méthode : « *Pour transposer une leçon d'école normale et en faire une leçon d'école élémentaire, il suffit bien souvent de la réduire à des proportions plus humbles, de déblayer de* *même qu'on ébranche les rameaux des arbres trop touffus ; de choisir enfin ce qui est à la portée des élèves et ce qu'il est réellement utile qu'ils connaissent* ». Les savoirs « élémentaires » sont donc au fondement des savoirs « normaux ».

Que nous révèlent, en conclusion, ces divers éléments d'analyse, quant à la légitimité et à la pertinence d'une arithmétique « primaire », en grande partie homologique dans les écoles primaires élémentaires (le cours supérieur), les écoles primaires supérieures et les écoles normales ?

Une légitimité institutionnelle déjà avérée à laquelle vient se conjuguer une légitimité politique/ pédagogique nouvelle. La préservation des anciens programmes, la conservation d'un texte du savoir toujours référé aux mêmes traités classiques, la présence de certifications déjà éprouvées dans le système d'enseignement primaire du régime précédent, fondent cette légitimité institutionnelle, éclairant par ailleurs l'existence de ce principe d'hétérogénéité historique et institutionnelle sur lequel repose en partie la viabilité d'une institution. C'est dans le « nouvel esprit » qui doit vivifier les méthodes, réformer la nature et les fonctions de l'arithmétique enseignée, que se projette une nouvelle légitimité politique/ pédagogique. La fusion des intentions éducatives du régime républicain et des enjeux didactiques d'une institution primaire, instaurée en service d'enseignement public, se traduisent par une commune acception des finalités intellectuelles, éducatives et pratiques de l'école ; acception que les acteurs, législateurs et pédagogues, (mais n'occupent-ils pas les deux fonctions ?) partagent, sans conteste, dans les principes.

Nous pouvons donc admettre que législateurs et pédagogues, maîtres d'ouvrage et maîtres d'œuvre de l'édifice primaire républicain, inscrivent dans la pédagogie normale les principes fondateurs de l'Ecole primaire républicaine, et que ceux-ci participent de l'instauration d'une arithmétique discipline scolaire. Toutefois, il existe entre les légitimités politique et culturelle d'une discipline (telle que la définissent les pédagogues) un écart temporel que ne peut combler qu'une certaine « publicité », les effets d'un phénomène d'acculturation. Pour diffuser dans la société, se constituer en composante « substantielle » d'une culture primaire en devenir, la discipline doit « émigrer de l'institution ». Or celle-ci est un tout structuré, autarcique, fermé (ces quelques années d'études, ce temps du savoir « volé » partiellement parfois au temps du travail).

Si nous supposons que la légitimité culturelle de tout savoir repose sur le pouvoir qu'il confère à celui qui le détient au sein de la société (que ce savoir soit gratuit ou non, simple marque d'appartenance à un groupe social donné ou marque d'une expertise professionnelle présente ou à venir), il convient de prendre en compte le caractère d'utilité sociale du savoir, caractère qui justifie en retour de la légitimité culturelle de l'institution elle-même.

Ce pouvoir réside, pour le peuple, dans les possibles d'une ascension sociale. Parce que contraindre, par le seul levier de l'obligation scolaire, les classes populaires à recevoir une éducation et une instruction républicaine ne peut suffire, c'est avant même d'instaurer cette obligation, que les législateurs (Ferry, appuyé par Buisson) officialisent le certificat d'études primaires. Se réappropriant le principe, retenu par O. Gréard en 1868, de la nécessité d'encourager la fréquentation scolaire des enfants en offrant « *un but à leur persévérance*[32] », de convaincre les parents que ces quelques années consacrées à l'instruction ne sont pas pures pertes, J. Ferry confère dès 1880 un statut officiel, un caractère national à un certificat départemental déjà populaire dans les départements scolarisés. Se substituant déjà dans ces départements à l'examen d'admission à la première communion, ce rite de passage qu'accomplissent les enfants d'une douzaine d'années avant d'entrer dans le monde des adultes et du travail, le Certificat d'études primaires devient encore sous Ferry « rite d'institution[33] ».

Que l'influence du Certificat d'études primaires et que l'obligation scolaire ne résolvent pas immédiatement les obstacles liés à la variabilité saisonnière de la fréquentation scolaire notamment dans les campagnes, que la réussite au certificat d'études primaires ne puisse couronner la scolarité de l'ensemble des élèves et révéler ainsi l'étendue du phénomène d'acculturation produit par l'école primaire républicaine, sont des faits notoires mis en lumière par les historiens de l'enseignement. (Voir A. Prost, Histoire de l'enseignement en France 1800- 1967, Colin, 1968, p. 97- 105, 2. Les progrès de la scolarisation ; 3. Les inégalités géographiques ; Voir encore P. Cabanel, La République du certificat d'études, Histoire et anthropologie, XIX- XXème siècles, Belin, 2002, p. 53- 51 ; 2. La moitié d'une classe d'âge au certificat). Nous considérerons pourtant que le certificat d'études primaire parce qu'il est rite de passage, rite « d'institution » profondément ancré dans une mémoire populaire actuellement revivifié, est un objet emblématique de la culture primaire. A ce titre, l'arithmétique du certificat d'études primaires peut nous livrer des éléments qui fondent sa légitimité culturelle.

6. Le certificat d'études primaires : une des conditions emblématiques du phénomène d'acculturation que doit produire l'école primaire républicaine ; de la fonction idéologique de l'arithmétique.

[32] P. Cabanel, La République du certificat d'études, histoire et anthropologie d'un examen (XIX- XXème siècle), Belin, 2002, p. 28.
[33] D'après Bourdieu, cité par B. Belhoste, L'Examen, Evaluer, sélectionner, certifier XVI- XXe siècles, INRP, 2002, p. 8, 9.

♦ Le cadre législatif et les caractères généraux d'un diplôme accessible aux classes populaires :

Le premier souci de Ferry est d'uniformiser les modalités des épreuves, disparates selon les départements comme nous le verrons par la suite, de façon à substituer aux certificats départementaux, populaires par ailleurs, un diplôme national. Il s'agit donc de fixer la nature des épreuves et leur niveau. Le second souci est d'ordre politique : Ferry laïcise l'examen, supprimant les épreuves d'instruction religieuse.

Le décret du 16 juin 1880, qui va fixer une réglementation nationale uniforme, reprend en bonne partie l'esprit et le dispositif du certificat mis en œuvre par O. Gréard dans le département de la Seine, tout en assurant la mise en application des deux principes précédents. Moins radical que son prédécesseur (J. Simon en 1872), que certains députés (Barni, Dreo, Leblond en 1877, Barodet en 1879), J. Ferry et son directeur de l'enseignement primaire, F. Buisson, n'imposent pas que le certificat d'études primaires se définisse comme condition nécessaire à l'exercice des droits civiques du citoyen (l'inscription sur les listes électorales[34]).

L'arrêté du 16 juin définit les épreuves écrites : Orthographe, écriture, calcul, rédaction, couture pour les jeunes filles, (dessin linéaire, matière complémentaire non obligatoire dans un premier temps) ; puis les épreuves orales : lecture expliquée, Histoire – géographie, calcul, (Agriculture, matière complémentaire non obligatoire dans un premier temps).

Si nous nous référons au règlement définissant les épreuves du certificat de la Seine (1869), seule a disparu l'instruction religieuse (épreuve orale) ; la lecture et la grammaire (épreuves orales en 1869) fusionnent dans la lecture expliquée de 1880.

Plus spécifiquement en « calcul », nous pouvons observer :

1869 :

A l'écrit : Calcul, durée 1h ; 10 points ; Calcul et système métrique avec solution raisonnée.

A l'oral : Calcul ; 10 points ; système métrique et dessin linéaire, questions d'application pratiques. La durée totale des épreuves orales est de 25 mn.

En 1880 :

A l'écrit : Calcul, durée 1h ; 10 points ; deux questions d'arithmétique portant sur les applications du calcul et du système métrique, avec solution raisonnée.

[34] A ce sujet, voir P. Cabanel, La République du certificat d'études, Histoire et anthropologie, XIX-XXème siècles, Belin, 2002, p. 35, 36.

A l'oral : Calcul ; 10 points ; questions d'application pratique sur le calcul et le système métrique. La durée totale des épreuves est de 25 mn, puis de 15 mn.

L'âge requis en 1869 est situé entre 12 et 15 ans, J. Ferry le fixe en 1880, à 12 ans au 1er octobre de l'année de l'examen.

La réduction apparente du nombre d'épreuves peut s'expliquer par la nécessité de fixer des principes communs, sans imposition formelle d'un modèle unique : rappelons que le certificat d'études de la Seine, peut apparaître comme l'idéal-type du diplôme populaire. Ce qu'il convient de souligner, c'est que sans éluder les transformations que vont subir, au cours du temps, certaines épreuves comme la dictée ou la rédaction, la définition des épreuves de calcul reste stable. Toutefois, la « lourdeur » des épreuves orales, identifiées de plus comme peu sélectives, feront l'objet d'une remise en question. L'épreuve orale de calcul est supprimée le 24 juillet 1888, dans des « Dispositions additionnelles à l'arrêté organique du 18 janvier 1887 », article 258.

De même l'âge requis pour se présenter au certificat, va fluctuer au cours du temps, fonction de la durée de l'obligation scolaire : paradoxalement, la loi du 28 mars 1882, stipule :

Article 6. – Il est institué un certificat d'études primaires ; il est décerné après un examen public, auquel pourront se présenter les enfants dès l'âge de onze ans. Ceux qui, à partir de cet âge, auront obtenu le certificat d'études primaires seront dispensés du temps de scolarité obligatoire qui leur restait à passer.

Les liens entre incitation à la fréquentation scolaire selon la durée obligatoire et obtention d'un diplôme couronnant la fin des études primaires restent donc ambigus.

D'ailleurs, si le diplôme s'avère indispensable (décret et arrêté du 30 octobre 1886, du 18 janvier 1887) pour être admis dans les cours complémentaires, les écoles primaires supérieures ou pour être candidat aux bourses de l'enseignement primaire supérieur, la loi du 2 novembre 1892 interdit certes le travail des enfants avant qu'ils n'aient atteint l'âge de 13 ans révolus, mais l'autorise, dès l'âge de 12 ans, aux enfants détenteurs du certificat d'études.

Le diplôme se présente donc *a priori* comme un rite d'institution pouvant ouvrir sur les voies d'excellence de l'ordre primaire ou directement et de façon anticipée sur le monde du travail. Quoi qu'il en soit, le diplôme tel qu'il se caractérise, fidèle à l'esprit que lui avait conféré O. Gréard, consacre l'éviction des concours cantonaux, puissants vecteurs de stimulation sous le ministère de Duruy.

Ainsi que l'exprime J. Ferry, dans la circulaire du 27 septembre 1880 destinée à expliquer l'esprit de la réforme :

« *Le certificat d'études primaires n'est pas, dans la pensée du Conseil supérieur, une sorte de diminutif du brevet de capacité, et comme un semi-diplôme à l'usage de quelques jeunes gens d'élite se préparant à la carrière de l'enseignement. Il est destiné à devenir très général, à être recherché et obtenu par tout élève qui aura fait, de sept ans à quatorze ans, des études primaires régulières et complètes. Dans un temps qui n'est pas éloigné, je l'espère, à chaque enfant qui se présentera pour entrer en apprentissage le patron demandera son certificat d'études, comme la garantie d'une intelligence et d'une instruction moyenne* [35]*».*

Toutefois, des concours initialement ouverts, par exemple, dès 1869 dans le département de la Seine pour l'obtention des bourses et des livrets de caisse d'épargne, le certificat va conserver ce caractère élitiste, méritocratique : à partir de 1874, dans ce même département de la Seine, les lauréats du certificat d'études primaires sont récompensés par des livrets de Caisse d'Epargne. Comme le souligne si bien P. Cabanel[36] : « *On ne saurait mieux mêler, dans leur destin et dans le travail du temps, le certificat d'étude et la Caisse d'épargne, appelés à devenir des lieux par excellence d'un XIXe siècle studieux, économe et laborieux ».*

Occultant encore le fait que, contrairement à l'ambition affichée par J. Ferry, tous les élèves de l'école primaire ne pourront se présenter au certificat d'études, (les candidats « sérieux » étant présentés et spécifiquement préparés par leurs instituteurs), nous postulons que les épreuves d'arithmétique peuvent nous éclairer sur certains des effets produits par l'école primaire républicaine.

♦ Les épreuves d'arithmétique du certificat d'études primaires : une homogénéisation progressive qui n'en altère pas les principes ou comment la conception des problèmes selon Leyssenne se transpose dans l'arithmétique emblématique du certificat d'études primaires.

Notre corpus est limité : nous présentons tout d'abord l'échantillonnage réuni par Métivier, auteur de l'article « Certificat d'études primaires » dans le premier tome du Dictionnaire de pédagogie. Les sujets antérieurs à la législation de 1880 nous donnent un aperçu des disparités effectives selon les départements, mais nous révèlent encore des caractéristiques qui ne varieront point. Nous étudierons encore les sujets relevés dans la « Nouvelle Arithmétique théorique et pratique, contenant un très grand nombre de problèmes nouveaux, avec un choix de problèmes d'examen pour le certificat d'études, le brevet simple, le brevet supérieur », par le professeur Eysséric, 4ème édition, conforme aux programmes du 27

[35] *Ibid.* p. 39, 40.
[36] *Ibid.* p. 33.

juillet 1882, Paris, Delagrave, 1888. L'ouvrage est diffusé en 1889, dans 54 départements (Catalogue des ouvrages en usage en 1889).

L'article de Métivier : p. 338- 342.

L'auteur présente cinq spécimens d'examens passés en 1877 et 1878 ; il souligne que « le nombre, la nature et l'étendue des sujets sur lesquels peut porter l'examen diffèrent encore notablement d'un département à l'autre » et fait le choix d'en révéler les extrêmes.

Dans le département du Nord, en 1877, les garçons doivent résoudre sous la rubrique « problèmes » deux questions d'arithmétique appliquée à des opérations, requérant des connaissances relatives au système métrique, portant sur des nombres « décimaux » rabattus sur des mesures, des fractions. Le premier problème comporte deux parties liées par un récit, mais supposant, d'une part, des calculs intermédiaires, d'autre part, des techniques reposant sur l' application des quatre règles. Le second problème, ne comportant qu'une question, a trait au système métrique, à la connaissance des monnaies de leur rapport.

I. Un peintre a demandé 42 fr, 40 pour peindre six colonnes qui ont chacune 1 mèt. 40 de tour. Le prix du mètre carré étant de 0 fr, 75, on demande quelle est la hauteur des colonnes. Ce travail ayant été fait en deux jours 1/3 par un ouvrier qui gagne 4 fr, 50 par jour et qui a employé 88 hectogrammes de peinture à 2 fr 40 le kilogramme ; on demande combien le peintre a gagné sur ce travail.

II. Sachant que l'or monnayé vaut 15 fois ½ plus qu'un poids égal d'argent, on demande quelle somme en or on pourrait fabriquer avec 135 grammes d'or pur.

Pour les filles, sous la rubrique, « Arithmétique et système métrique », ce sont également deux problèmes qui sont posés ; le premier ne comportant qu'une question, le second deux questions enchaînées.

I. A combien revient la construction d'un mur long de 10m 5, haut de 3m 25 et épais de 0m 33, si le mètre cube de maçonnerie se paie 42 fr 95 ?

II. On achète, pour 95 fr, une pièce de vin de la contenance de 228 litres ; on la met en bouteilles et on vend le fût 8 fr. Les bouteilles ont une capacité de 0 l 75c : combien en faut-il ? Le cent de bouteille vides coûte 22 fr. : le cent de bouchons 1 fr 80. A combien revient la bouteille pleine, verre et bouchon compris ? L'ouvrier qui met le vin en bouteilles prend 5 fr pour son ouvrage.

A défaut de pouvoir estimer que l'absence de calcul sur les fractions est un facteur discriminant entre garçons et filles, ce ne sont pas en tout cas, ni les contextes mis en scène, ni les techniques opératoires, qui peuvent spécifier le public auquel s'adressent ces épreuves.

Les compositions données en 1878, dans le département du Doubs, sous la rubrique « Arithmétique », proposent pour les filles comme pour les garçons deux problèmes. Pour les garçons, il s'agit de calculer le prix de revient d'un champ mesuré en hectares et ares, compte tenu d'un pourcentage relatif au frais d'acquisition, et d'en fixer le prix de location pour opérer un bénéfice de 5% ; puis dans un second temps, d'évaluer la réduction d'une superficie après tracé d'un chemin « rectangulaire ». Pour les filles, il s'agit d'établir une facture, requérant des multiplications sur des nombres décimaux « rabattus » sur des mesures, « une règle de trois, l'application du « tant pour cent » ; puis dans un second temps, connaissant le prix du quintal de sucre, d'en donner le prix du kilogramme et de l'hectogramme.

Dans les Ardennes, en 1878, les garçons doivent calculer à quelle hauteur s'élève une quantité donnée (en mètre cube) d'eau dans une citerne parallélépipédique dont les dimensions sont connues, puis déterminer le nombre de tonneaux dont la contenance est donnée en litres, pour vider la dite citerne.

A l'oral, ils doivent répondre à 5 questions :

1. Qu'est-ce que multiplier 8 par 0,01 ? Effectuez cette multiplication.
2. **Que faut-il faire pour qu'un nombre soit divisible par 4 ?**
3. Que faites-vous pour rendre un nombre entier 10 fois plus petit ? Pourquoi ?
4. Qu'est-ce qu'un carré ? Comment trouve- t-on sa surface ?
5. Combien faut-il de mètres carrés pour faire 3 hectares ?

Il apparaît donc comme vraisemblable que les propriétés des nombres puissent avoir une « niche » précaire dans les épreuves orales.

Le constat se confirme pour les épreuves adressées aux filles. A l'écrit, ces dernières ont à résoudre un premier problème spécifiquement « féminin » et requérant une certaine familiarisation ave la proportionnalité, le second apparaît déjà comme familier, les campagnes anti-alcooliques qui se déchaîneront quelques années plus tard n'étant pas encore à l'ordre du jour:

1. Une couturière et son apprentie confectionnent ensemble 4 douzaines de chemises à raison de 2 fr, 50 par chemise. Elles font 3 chemises en deux jours. Le travail de l'apprentie étant évalué la moitié de celui de sa maîtresse, on demande le gain total et le salaire journalier de chacune.
2. On a acheté 89 hectolitres, 25 litres de vin à raison de 42 centimes le litre. Il s'en est perdu en route 207 litres, 60. On demande à combien revient l'hectolitre de ce qui reste.

A l'oral, sont posées les questions suivantes :

1. **Rendez le nombre 26 100 fois plus grand et expliquez votre manière de faire.**
2. Le produit de 8 multiplié par 0,01 sera t-il plus grand ou plus petit que 8 ?
3. **Que faut-il pour qu'un nombre soit divisible par 3 ?**
4. Dans une fraction, qu'indique le numérateur ? Qu'indique le dénominateur ?
5. Dans un nombre dont l'unité est le mètre cube, que représente le 4$^{\text{ème}}$ chiffre à droite de la virgule ?

Quelques questions sur la numération et sur la divisibilité peuvent donc accessoirement trouver place dans les questions orales.

Dans le département de Paris, enfin, en 1877, nous trouvons des épreuves à la fois plus consistantes et peut-être plus exigeantes ; les épreuves orales ne sont pas présentes.

Arithmétique.

1. Diviser 34, 25 par 7,3 et expliquer l'opération.

2. On veut former un stère de bois avec des bûches longues de 0m, 85 centimètre. Quelle sera la hauteur du tas, si l'on empile les bûches entre deux pieux distants de 0 m, 92 c ?

3. On achète du vin en bouteille à raison de 1 fr, 50 la bouteille. Le marchand reprend les bouteilles vides à raison de à fr, 20 la pièce ; déduction faite du prix des bouteilles vides, la dépense ne s'élève plus qu'à 91 fr. Combien a- t-on acheté de bouteilles de vin ?

II.1. Réduire au même dénominateur les fractions 2/3, 5/12, 4/7, et expliquer l'opération.

2. Deux vergers ont même surface. L'un est carré, l'autre est de forme rectangulaire. Ce dernier ayant 54 mètres de longueur sur 30 mètres de largeur, on demande de déterminer le côté du premier.

3. On emploie pour faire un hectolitre de bière 500 grammes de houblon à 2 fr, 70 le kilogramme et 5 décalitres d'orge pesant 63 kilogrammes l'hectolitre et coûtant 21 fr le quintal métrique. Combien faut-il d'hectolitres d'orge et de kilogramme de houblon pour faire 24 hectolitres de bière, et quelle sera sur cette quantité de bière le gain brut du brasseur, s'il vend le décalitre 1 fr, 80 ?

Caractéristique par la présence de questions « théoriques » portant sur des nombres abstraits, l'épreuve plus étendu, plus exhaustive n'en possède moins le caractère pratique et utilitaire des sujets précédents. Les « récits » sont truffées d'informations *a priori* prélevées dans le contexte « économique pratique » d'une réalité « familière ».

La composition pour les postulantes possède les mêmes caractéristiques :

I . 1. Diviser ¾ par 7/8 et expliquer l'opération.

2. Quel intérêt produira une somme de 27,854 francs placée pendant 9 mois et 7 jours au taux de 3 fr, 25 p. 100 par an ?

3. On achète pour une robe 9 mètres ½ d'une pièce de soie qui a 3/5 de mètre de largeur. Combien faudra- t-il de mètres de percaline ayant 0 m, 75 de large pour doubler cette robe ?

II. 1. Diviser 1, 053 par 2, 7 et expliquer l'opération.

2. Une personne possède 14, 500 fr. A quel taux doit-elle placer son argent pour se créer un revenu mensuel de 54 fr, 30 ?

3. Deux bateaux partent en même temps, l'un montant, l'autre descendant la Seine. La vitesse du bateau qui remonte le courant est les 2/5 de la vitesse du bateau qui descend. L'intervalle qui sépare les points de départ est de 2 k, 1. Quelles sont les distances des points de départ au point où les deux bateaux se rencontreront ?

A Paris, les épreuves des deux sessions présentent donc toujours une « question théorique » portant vraisemblablement sur les quatre règles (fractions et décimaux) et deux problèmes, non nécessairement complexes en ce qui concerne l'énoncé (données multiples, calculs intermédiaires, questions enchaînées), mais sollicitant des savoir faire plus exigeants (tant pour cent, intérêt). Toutefois, toutes les épreuves ont en commun de proposer des situations dites familières, reposant sur des données numériques exactes dans le contexte économique donné.

Les Sujets relevés dans le manuel d'Eysséric :

Sur les 31 questions proposées, sans référence à leur origine, 6 questions peuvent être catégoriser comme relevant des « questions théoriques » : explication des opérations, ou effectuation d'opérations, ces sujets portent sur des nombres abstraits. Nous relèverons p. 325 :

6. Preuve par 9 d'une multiplication ou d'une division. – Donner des exemples. Il s'agit du seul sujet qui puisse avoir rapport avec les propriétés des nombres.

Les problèmes se caractérisent comme en 1877 et 1878 par leur rapport étroit entre calcul et système métrique. Les problèmes complexes, c'est à dire, à questions peu ou prou enchaînées sont toutefois inexistants : les énoncés sont plus courts. Les « récits » ont connu, nous semble t-il, une certaine évolution.

La Caisse d'épargne fait l'objet de deux questions p. 326, 327 :

15. Un ouvrier gagne 24 fr par semaine ; il veut placer chaque mois ¼ de son gain à la Caisse d'épargne. Combien placera-t-il par an et que lui reste-t-il pour sa dépense journalière ?

24. La Caisse d'épargne donne 3 fr, 25 % d'intérêt par an. Une personne économe y a déposé 80 fr le 1er janvier et 120 fr. le 1er avril ; elle retire son argent à la fin de décembre de la même année. On demande combien elle recevra en tout, capital et intérêt.

La pertinence de certaines dépenses, la valeur du travail, et la générosité sont encore évoquées. A titre d'exemples :

12. Un ouvrier consomme par jour pour 0 fr., 10 de tabac et mange en moyenne 8 hectogramme de pain à 0 fr., 45 le kilogramme ; on demande pendant combien de jours cet ouvrier pourrait se procurer le pain qui lui est nécessaire, avec la somme qu'il dépense en un an pour l'achat de son tabac ?

16. Un père de famille achète une pièce de terre inculte qu'il paie 7 fr., 25 l'are, et la fait défricher par ses enfants ; puis il la revend avec 50% de bénéfice. Combien a t-il revendu l'hectare ? Combien a-t-il gagné en tout si le terrain était de 240 ares ?

30. Un rentier consacre un dixième de ses revenus aux pauvres et les 75 centièmes à ses dépenses personnelles, il lui reste en outre 678 fr. par an. Quel est son revenu annuel ?

Et enfin, émergent les problèmes de fontaines et de pompes, à l'avenir prometteur.

20. Une pompe fournit 2 l, 25 d'eau par coup de balancier et l'on donne 15 coups par minute ; 1° combien de coups faudra t-il pour remplir un réservoir long de 2m, 70, large de 2 m , 40 et profond de 1m, 50 ? 2° Combien de temps ?

28. Un bassin reçoit par demi- heure 45 litres ½ d'eau et perd par un orifice 6 litres ¾ dans le même temps, combien conservera t-il de litres dans 1 heure ½ ?

Pour préciser l'incidence que ces problèmes (l'activité intellectuelle qu'ils supposent, le rapport à l'arithmétique qu'ils induisent) peuvent avoir dans l'instauration d'une culture primaire, nous nous en remettons aux points de vue croisés que peuvent émettre un sociologue, un historien de l'enseignement et un didacticien ; à défaut de s'entendre sur l'existence d'une culture réellement « mathématique », nous pensons que leurs analyses convergent en un point qui est justement celui que nous tendons à éclairer : l'arithmétique primaire se fait culture parce qu'elle transforme le rapport au « monde », au « réel » de l'ensemble des citoyens des classes populaires.

P. Cabanel[37] dresse, dans « Le monde merveilleux du calcul », p. 142 – 147, le constat pour le moins élogieux d'une discipline nourricière d'une « *mémoire amusée, mêlant l'ironie et la condescendance affectueuses, mais aussi, […], une forme de critique à l'égard d'une discipline qui a changé de nom au XXème siècle, […] en passant de calcul à mathématiques* ». En effet, l'arithmétique du certificat d'études, ancrée dans le *« Calcul qui invitait à résoudre de vrais problèmes de la vie, quotidiens ou solennels (lorsque de gros achats étaient envisagés par exemple)* », favorise la mise en œuvre « *d'un type de catégorie intellectuelle spécifique* » : « *mémoire et récit* » à l'opposé de la « *culture et abstraction, versant collège moderne* ». Exprimant sa réticence à l'égard de cette seconde catégorie, « *les mathématiques dites modernes s'installent dans l'abstraction d'un langage sans application directe, au moins telle que les élèves peuvent l'apercevoir* », l'auteur s'attache donc à caractériser ce qui dans le problème de certificat d'études rend compte de la mise en œuvre opératoire de ce registre intellectuel. L'auteur propose cette description du problème (p. 143) :

« *Le problème typique du certificat, telle que la mémoire le retient, se caractérise par le remplissage (du bassin) ou les vitesses différentielles des trains, des thèmes qui nous frappent par leur archaïsme ou leur cocasserie. Mais l'essentiel tenait sans doute dans la structure : ce type de problème propose, en réalité, un récit* (en italique dans le texte), *une sorte de rédaction chiffrée, dont les articulations sont autant de résultats partiels sur lesquels il faut s'appuyer pour arriver en toute sécurité à bon port, tout comme l'épargnant, dans la vraie vie ou dans l'énoncé est invité à capitaliser, somme après somme, pour régler un achat, assurer ses vieux jours, pourvoir ses enfants d'un viatique minimal ».* Pour l'auteur, il semble que le récit joue dans le cheminement intellectuel qui conduit l'élève à la solution, une fonction intra et extra mathématique : que la situation évoquée soit conforme ou non à une réalité supposée, l'élève peut se projeter dans un monde transposé qui n'est point celui d'une abstraction découplée de tout lien au monde de la réalité. Car les problèmes répondent à une exigence (p. 146) : « *De tels problèmes reposent sur des données précises : le taux d'intérêt est le vrai, les dates renvoient au règlement des caisses d'épargne qui servent l'intérêt à partir du 1^er^ ou du*

16 de chaque mois. L'élève apprend, chemin faisant, sur quatre plans : le raisonnement ; l'opération de calcul elle-même ; le fonctionnement de la caisse d'épargne, qui sera très probablement la « banque » de sa vie d'adulte (mais non celle des bacheliers) ; le devoir même de l'épargne ». Mise en scène dans des situations évoquant une réalité possible, l'arithmétique prend racine dans la culture primaire, parce qu'elle tend avant tout à rendre familières à l'élève des pratiques sociales déjà instaurées ou à venir (le crédit dans les années 1950) : elle rend visible son utilité sociale. De plus encore, l'arithmétique se caractérise comme une « discipline intellectuelle plus rassurante », une discipline où la rigueur, l'exactitude, l'application des règles suffisent pour parvenir au bon résultat, tout comme le respect des valeurs républicaines peut garantir au citoyen des conditions de vie plus favorables.

Le point de vue du sociologue, G. Vincent[38] élargit celui de P. Cabanel aux effets produits non sur la seule mémoire populaire et ses traces dans notre culture actuelle, mais sur l'évolution des structures sociales. L'auteur ne limite pas son étude aux problèmes du certificat d'études, mais à ceux d'un ensemble de quatorze manuels couvrant une période plus large : les dates d'édition des ouvrages se situent entre 1913 et 1967 (la première édition de l'un date de 1891). Pourquoi convoquer les éléments d'analyse d'un auteur qui ne s'intéresse pas spécifiquement aux épreuves du certificat d'études au tout début de l'ère de l'école primaire républicaine ? Nous écartons cette objection, parce que, d'une part, la nature des problèmes n'évolue qu'en terme d'habillage, et fort peu pendant la 3ème République, (les constats opérés par Harlé, auteur auquel nous nous réfèrerons en conclusion, le confirme), d'autre part, les épreuves du certificat apparaissent dans le corpus établi par G. Vincent et représentent la synchrétisation des diverses finalités attachées à l'activité mathématique et plus largement intellectuelle de l'élève qui achève sa scolarité.

Dans le chapitre VII (p. 129 – 186) de son ouvrage, intitulé « Calcul et idéologie », l'auteur adopte, d'abord, un autre regard sur la nature des problèmes ; ainsi, p. 137, souligne-t-il : « *Ce n'est pas à la vie des gens que l'arithmétique s'intéresse », « les personnages et le cadre dans lequel ils évoluent sont extrêmement vagues* (p. 136) ».

« *Cette occultation fait d'autant mieux ressortir ce qui, objectivement, est essentiel : la signification socio-économique de l'activité décrite (« un propriétaire achète un terrain »)[…]. Si donc le monde des anciennes arithmétiques n'est pas celui des nombres, réalités*

[37] Cabanel P., La République du certificat d'études, Histoire et Anthropologie, (XIX- XX° siècles), Belin, 2002.
[38] Vincent G., L'école primaire française, Etude sociologique, Lyon, P.U. de Lyon, Ed. Maison des sciences de l'homme, 1980.

intelligibles, il est néanmoins un monde abstrait, c'est à dire, un monde déqualifié, où les choses n'ont plus pour attribut que leurs dimensions et surtout leur valeur ». (p. 138).

Les énoncés donnent donc une description, une image de la société, « commandée par une valeur et un précepte économique » ; ils portent en eux la justification du système économique et social, ils participent du projet d'un apprentissage comportemental conforme au système. Par ailleurs, ils tronquent encore une certaine réalité : « *Cette abstraction est aussi une méconnaissance de certains aspects de la réalité concrète (le travail industriel, la ville) en même temps qu'une représentation de la vie sociale selon les « catégories d'une économie politique ».*

Cette représentation met en évidence un système de valeurs et de normes où épargne se conjugue avec capital, économie avec prévision, bénéfice avec prix de revient, partage proportionnel et inégalité avec la division du travail capitaliste.

Quand l'auteur tend à établir la réalité d'une école « capitaliste », l'existence d'une inculcation idéologique, il nous fournit, quelle que soit notre propre perception (l'école primaire républicaine a-t-elle été, et est-elle encore, vecteur de démocratisation ou facteur de reproduction ?) un argument pour étayer le fait qu'un phénomène d'acculturation s'est bien produit à travers l'enseignement de l'arithmétique primaire. Hors d'un contexte qui se peut avérer polémique, (nous n'entrerons pas plus dans les détails de l'idéologie en question), nous pouvons trouver dans la conclusion de l'auteur, l'expression de la « révolution » qu'a pu opérer l'arithmétique enseignée (p. 186). « *Apprendre l'arithmétique c'est s'habituer à prévoir et à faire davantage, au lieu de vivre comme on a toujours vécu et au jour le jour - à soumettre toutes ses activités à la quantification et à en évaluer les résultats en argent - à vivre non plus dans une étendue et une durée qualitatives et hétérogènes, mais dans l'espace et le temps que font mesurer le calcul arithmétique et géométrique – à soumettre tout ce qu'on fait et tout ce qu'on ressent à la raison calculatrice. Dès lors la vieille sagesse n'a plus cours, ni comme le montrait récemment l'exemple des sociétés rurales en transformation, l'ancienne religion : « Une conception du monde empirique et, à plus forte raison, mathématique, exclut par principe tout mode de pensée qui cherche un sens, quel qu'il soit, dans les phénomènes du monde extérieur*[39] *», chasse donc le sacré du monde ».*

Les effets de cette acculturation arithmétique, décrits comme un passage soudain entre un âge théologique et un âge positiviste « déshumanisé » rend compte, en tout état de cause, d'une transformation dans le rapport au monde et à la réalité. Si contrairement à ce que l'auteur précédent prêtait poétiquement à un enseignement fait de mémoire et d'histoire, c'est-à-dire une acculturation rassurante, pénétrée par la morale et l'utilité sociale, G. Vincent révèle un enseignement, outil idéologique opératoire au service d'un pouvoir économique et politique.

Ces deux auteurs éludent, cependant, ce qui, dans l'activité intellectuelle de l'élève, appartient spécifiquement à l'arithmétique ; que cette activité fasse appel au bons sens, à l'appropriation d'un certain nombre de pratiques sociales, elle n'en repose pas moins sur des savoir faire arithmétiques. Comment se caractérisent-t-ils ? André Harlé[40], apporte à ce sujet l'éclairage du didacticien. Son étude n'est pas spécifiquement orientée sur les épreuves du certificat d'études, mais sur les manuels de cours moyen (propédeutique au certificat d'études) ; elle met, toutefois, en évidence des éléments d'analyse qui nous semblent parfaitement appropriés pour caractériser l'arithmétique du certificat d'études.

A. Harlé, peut affirmer qu'en arithmétique, p. 274, « *il ne s'agit pas d'un enseignement de base, mais d'une formation pratique à vocation utilitaire, applicable (et parfois déjà appliquée) directement à des situations courantes de la vie et qui doivent constituer, selon les instructions officielles « tout le savoir pratique » dont l'élève aura besoin durant sa vie ».* Il montre que « les applications à des problèmes de vie courante représentent l'essentiel des activité de classes, des devoirs et des manuels », consacrant la nature du rite d'institution, le certificat, quant à l'épreuve d'arithmétique. Partageant le point de vue, en partie commun des deux auteurs précédents, il insiste encore sur la double finalité de ces problèmes (p. 275) : « *Ces problèmes sont des applications des mathématiques (en fait, des calculs) à des situations de « vie courante » où interviennent des grandeurs. Ils ont alors une finalité de préparation à la vie pratique : savoir effectuer les calculs que nécessitent certaines circonstances courantes. Mais leur finalité ne s'arrête pas là ! Ils sont aussi des agents d'intégration sociale à un monde d'adultes déterminé par la mise en scène de contextes particuliers.* L'auteur relève cependant, tout comme G. Vincent, le clivage entre les situations réelles et les images simplifiées, tronquées qu'elles revêtent dans les énoncés de problèmes

Nous pouvons donc souligner une certaine convergence des points de vue, quant à l'image de la société reflétée par l'arithmétique, quant à la fonction d'outil d'intégration de cette discipline. Il ne nous appartient pas, dans ce contexte, de discuter la pertinence de cette intégration, nous venons de percevoir qu'elle recouvre des acceptions différentes ; un fait apparaît, quel qu'il en soit, probant : l'arithmétique, discipline scolaire, participe d'un phénomène d'acculturation.

---

[39] M. Weber, cité par M. Aron, Les étapes de la pensée sociale, Paris, Gallimard, 1967, p. 549.
[40] A. Harlé, L'arithmétique des manuels de l'enseignement élémentaires au début du XXème siècle, Thèse de doctorat de 3ème cycle, 1984, Université Paris VII.

Pour conclure, il peut sembler revenir au seul didacticien de jauger de la distance entre l'activité de résolution de ces problèmes et la réalité d'une activité mathématique. Son constat est sévère : les récits, les habillages des problèmes, peuvent non seulement susciter « malaises et incompréhension » résultant d'un « décalage entre la vie de l'élève, le contexte des problèmes et la situation mathématique » ; ils induisent un recours abusif à la mémoire pour retenir les problèmes-types, mais plus encore, ils entraînent la dénaturation des notions mathématiques ; Laissons la parole à A. Harlé, p. 277 : « *Les notions qui sont au programme et qui ont été choisies en fonction de leur utilité sont présentées d'une façon pratique et appliquée : les nombres qui ne prennent pas leur indépendance vis à vis des grandeurs par la distinction « nombres concrets- nombres abstraits, les « Quatre opérations » appliquées aux grandeurs ce qui a pour effet de rendre la multiplication non commutative, le cours sur la proportionnalité qui se réduit à l'apprentissage de la reconnaissance de « problèmes types ».*

Sans remettre en question la pertinence de ce scénario catastrophe décrivant le champ de bataille de l'activité mathématique de l'élève, nous ne retiendrons des points de vue croisés des trois auteurs auxquels nous nous sommes référés que ces éléments de convergence : outil d'intégration (de reproduction ou d'ascension sociale), outil de culture (pratique et utilitaire), l'arithmétique primaire se constitue indéniablement comme composante consistante de la culture primaire. A ce titre, elle participe de la légitimité culturelle de l'édifice primaire pris en sa totalité.

En conclusion, il nous appartient désormais de juger de la pertinence des hypothèses que nous avions émises dans notre préambule. Il convient encore que nous légitimions à partir de notre exploration d'un champ de savoir, propriété d'une institution spécifique (une institution de formation des maîtres), l'existence de déterminations qui peuvent rendre compte de la « fertilité » de ce champ de savoir.

La pertinence culturelle de l'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales est le produit, en cette période où émerge l'école primaire républicaine, d'un processus de co-fécondation entre des conditions déjà instaurées et des conditions nouvelles.

Parmi ces dernières, nous pouvons identifier celle-ci : il peut sembler avéré, à l'éclairage de ce que nous avons montré, que les processus qui conduisent à la définition d'une arithmétique, « discipline scolaire » et à l'instauration du système d'enseignement républicain sont étroitement imbriqués. Les conditions qui règlent les organisations mathématiques et didactiques du savoir à enseigner dans les divers degrés de l'édifice primaire sont fortement corrélées aux contraintes générales qui régulent le fonctionnement du système tout entier, écoles primaires et écoles normales primaires. Inversement les organisations mathématiques et didactiques relatives à une arithmétique « primaire » participent de la régulation du fonctionnement d'une institution totalisante. Cette co-émergence d'un système d'enseignement viable dans son environnement sociétal et d'une arithmétique primaire « discipline scolaire constituée » révèle la co-intervention d' instances qui relèvent du niveau de la société (du politique), du niveau de la pédagogie (nouvelle instance « institutionnelle »), du niveau d'une école préexistante. Il ne s'agit nullement d'éluder les fonctions tout aussi déterminantes que d'autres enseignements, certains déjà ancrés dans l'histoire comme l'enseignement du français, d'autres encore novateurs comme l'enseignement de la morale et de l'instruction civique, assurent dans l'instauration du système : il convient simplement de souligner que le lien de solidarité qu'entretiennent la société, le pouvoir et son école se noue visiblement dans le maillage constitué des enjeux éducatifs, utilitaires, sociaux et politiques d'une arithmétique définie pour le peuple.

Cette situation éclaire une condition nouvelle encore : l'implication explicite de l'Etat dans le phénomène d'acculturation que doit générer le système d'enseignement au travers des disciplines scolaires… La légitimité culturelle de l'édifice primaire tout entier, et en premier lieu d'une institution de formation des maîtres définie comme un appareil d'état au service de cet oeuvre, en résultent. L'engagement de l'Etat sous-tend par ailleurs la reconnaissance d'une nécessité première: la société, ou plus précisément le régime qui s'en fait le porte-parole, a défini précisément les besoins en savoirs, en savoir faire, (disciplinaires et professionnels) des futurs maîtres ; c'est par leur entremise que le système d'enseignement primaire peut répondre des finalités éducatives, sociales et politiques fixées par le pouvoir. Le caractère d'une formation qui procède d'un double cursus (simultané dans ce contexte) s'impose dès lors ; l'appropriation d'un culture générale, l'acquisition d'une culture professionnelle où trouvent place les savoirs élémentaires, l' « art » de les enseigner (la pédagogie spéciale) et la pratique professionnelle sacralisent l'existence d'une institution spécifique.

En dressant ce panorama succinct des conditions novatrices qui contribuent à valider nos hypothèses, nous mettons notamment l'accent sur des déterminations qui relèvent des niveaux du pouvoir et d'une « pédagogie en attente de reconnaissance scientifique », mais qu'en est-il des conditions préexistantes, certes, renouvelées par l'esprit réformateur, qui éclairent la régénérescence d'un système ? L'édifice primaire et, consubstantiellement, les organisations disciplinaires et didactiques qu'il abrite, n'émergent *ex nihilo.* Satisfaisant au principe de l'hétérogénéité historique et institutionnelle, ceux-ci nous livrent dans leur mode de fonctionnement des principes anciens à partir desquels vont pouvoir se développer des principes rénovés, définies par les législateurs (le pouvoir) et par les pédagogues (nouveaux acteurs officiellement intronisés dans le système d'enseignement).

Abordons désormais précisément les conditions et contraintes qui président à la forte pertinence culturelle d'une arithmétique « normale », tentons de dégager les déterminations qui peuvent rendre compte de cette pertinence, de caractériser les « instances » par lesquelles elles semblent produites.

L'arithmétique, articulée en ses deux composantes pratique et théorique, se présente dans les divers degrés de l'ordre primaire, comme référée à une même organisation du savoir.

Ses habitats se révèlent dans des textes de savoir gigognes « isomorphes » à la structure de l'édifice primaire. Organisations mathématiques « emboîtées » et organisations didactiques qui procèdent de la mise en place d'un temps didactique apparaissent étroitement corrélées. Des plans d'études homologues, élémentarisées selon les divers paliers que détermine la méthode concentrique et intuitive à l'œuvre dans l'ensemble du dispositif d'enseignement, procèdent la segmentation d'un texte de savoir selon l'unité didactique que définit la leçon primaire (observation, cours, exercices) et sa durée, c'est-à-dire son repérage sur l'axe du temps scolaire.

Ses niches répondent à tout niveau de la scolarité ou de la formation, des enjeux éducatifs (intellectuels, une rationalité pratique ; sociaux, l'utilité) et des enjeux moraux qu'ils induisent (les valeurs de l'Ecole primaire républicaine).

Cette co-détermination des organisations mathématiques et didactiques relative à l'arithmétique, les fonctions de ce savoir, sinon radicalement novatrices, éclairent dans le contexte la « fusion » des trois niveaux supérieurs de détermination (société, école, pédagogie) dans le processus d'instauration de cette situation.

Par ailleurs, le caractère homologique et tout structuré, qui confère à l'arithmétique sa forte pertinence épistémologique sur laquelle peut tendre à se calquer sa pertinence culturelle, livre l'image d'une organisation mathématique qui, à l'égard du maître, se présente comme un « domaine d'étude » en soi. L'arithmétique n'est pas une juxtaposition de « secteurs d'études » - Arithmétique appliquée aux opérations pratiques – Arithmétique théorique, eux-mêmes dichotomisés en divers « thèmes d'études », finalisés par des « sujets d'études ». D'une part, la domination du domaine arithmétique sur la discipline « mathématiques » peut confirmer ce constat : le domaine du savoir est élémentarisable mais non sécable ; d'autre part, toute tâche relevant de ce domaine de savoir est sinon motivée, car présente dans les organisations mathématiques de degrés inférieurs, du moins motivée par des tâches didactiques propres aux organisations didactiques qui devront être mises en place : l'expertise en calcul (qui n'est d'ailleurs pas le monopole du futur maître), l'expertise en la manière de faire résoudre les problèmes, de les contextualiser peuvent justifier de la consistance de domaine de savoir. C'est donc encore la pertinence professionnelle, la légitimité professionnelle (le nouveau statut du maître d'école l'impose) du savoir qui peuvent être invoquées pour spécifier la culture arithmétique du maître.

Ces considérations laissent toutefois dans l'ombre ce qui relève de la légitimité épistémologique de l'arithmétique normale. Le processus d'acculturation produit par cette matière d'enseignement est déjà largement amorcé : la légitimité culturelle d'une arithmétique populaire, fusion déjà ancienne des deux légitimités épistémologique et politique, est avérée. La visibilité de la légitimité épistémologique d'une arithmétique normale ou primaire est, d'ores et déjà, voilée : ancrée dans une tradition classique, le texte de référence ne peut faire l'objet de discours apologétique provenant de la sphère savante ; il ne peut recevoir une caution positiviste… Il apparaît comme déjà « naturalisé », il n'apparaît pas en terme de texte de savoir comme spécifiquement primaire : ses objets sont définis, il reste aux pédagogues et aux politiques le pouvoir de transformer les méthodes, de modifier les tâches, de définir les nouvelles fonctions du savoir.

La définition et l'organisation d'un savoir référé à un texte de référence peuvent se présenter comme un premier levier de commande permettant d'agir sur la « viabilité » de l'arithmétique normale. Aux mains d'acteurs issus de la sphère savante, du pouvoir en place, mais aussi des mouvements pédagogiques ou institutionnels, ce levier peut jouer sur la légitimité épistémologique, culturelle du savoir.

Etroitement corrélée à cette première détermination et toute aussi dominante, se déploie une science ou peut-être, dans ce contexte, un art d'enseigner le savoir. Egalement dominante, parce que l'institution de formation des maîtres a pour mission de répondre à deux types de besoins consubstantiels, les besoins en savoirs et les besoins professionnels des futurs maîtres… La science ou l'art d'enseigner l'arithmétique innerve, comme nous pensons l'avoir montré, l'organisation mathématique du savoir, contribue à l'articulation de cette dernière avec une possible organisation didactique. Si certaines tâches didactiques du maître apparaissent, en partie, prises en charge par une organisation didactique institutionnelle (programmation des savoirs selon un découpage temporel officiel en référence à la méthode concentrique, manuels de référence définissant l'enchaînement et les contenus des unités didactiques, possibles supports pour recourir à la méthode intuitive et pratique), d'autres tâches demeurent de la responsabilité du maître (l'instauration des contraintes chronogénétiques et topogénétiques, qui régulent le temps du savoir, procède en partie d' une méthode d'exposition réglée par l'art de l'enseigner (conjugaison d'une élémentarisation des savoirs et de la méthode intuitive) par exemple). Mais ce qui spécifie la mission de l'institution de formation, c'est qu'elle apporte un éclairage théorique et technologique pour justifier de ces tâches : la pédagogie « normale », « science » novatrice en recherche de légitimité, et son application à l'enseignement de l'arithmétique nourrissent l'entendement du futur maître ; elles participent de la co-détermination des organisations mathématiques et didactiques élaborées autour des objets de l'arithmétique. Manœuvrée *a priori* par les pédagogues, les acteurs de l'institution, (mais seront-ce les seuls ?), cette détermination, que nous synthétiserons sous l'expression « l'art d'enseigner l'arithmétique », répond particulièrement, nous semble-t-il, de la pertinence et de la légitimité professionnelles du savoir.

Une troisième détermination procède des deux précédentes. Elle ne peut se constituer que parce qu'en amont, une organisation mathématique relative à l'arithmétique relève d'un enjeu didactique et qu'un « art de l'enseigner», de la corréler à une organisation didactique est élaboré. Elle renforce encore la pertinence professionnelle du savoir et dans le même mouvement la pertinence culturelle de l'institution. Elle réside dans la présence de dispositifs permettant d'articuler théorie et pratique. A la culture disciplinaire et professionnelle s'ajoute l'exercice d'une pratique éclairée par cette culture. Que la pratique ne soit qu'application de principes pédagogiques érigés en dogmes, elle n'en éclaire que davantage la nécessité d'un double cursus articulant culture générale, professionnelle et pratique dans une classe. Leçons modèles faites devant des co-disciples et des professeurs, expérimentation dans des écoles d'application, stages, ces divers dispositifs tendent à imposer un modèle pédagogique institutionnel garant d'une doctrine « normale » dans laquelle la discipline arithmétique révèle ses fonctions éducatives. Cette détermination que nous identifions sous l'expression « articulation théorie-pratique », sensible, puisqu'en grande partie garante de l'existence de l'institution de formation, semble fortement dépendante du fonctionnement interne de l'institution et donc sous le contrôle des acteurs de cette même institution : nous éludons toutefois, dans ce cas de figure, les conditions, qui en amont, justifient de l'existence des deux premières déterminations.

Notre dernier indicateur apparaît comme paradoxalement premier dans le processus historique qui produit simultanément une arithmétique « discipline scolaire primaire » et l'institution dans laquelle elle s'inscrit. L'ensemble des fonctions qu'assure l'arithmétique du maître d'école répond de la légitimité culturelle du savoir, nourrit celle de l'institution. Sa fonction est éducative, sociale et politique, composante d'une « pédagogie normale » garante de la stabilité d'un ordre social établi, levier de transformation des conduites des sujets de la société, vecteur de reproduction ou d'ascension sociale. Sa fonction est institutionnelle : sa présence consistante dans le dispositif de régulation et d'évaluation des institutions écoles normales et écoles primaires lui confère sa pertinence culturelle. <u>L'un des traits caractéristiques de cet indicateur «ensemble des fonctions que peut assurer l'arithmétique dans l'institution primaire et au-delà », c'est qu'il est déterminé par l'ensemble des niveaux d'une hiérarchie qui se déploie du « sujet d'étude » (une question d'arithmétique) à la société (la finalité sociale)</u>. La particularité de l'arithmétique du maître d'école, c'est qu'elle semble articuler avec cohérence les fonctions du savoir, déterminées par ces divers niveaux.

En supposant que ces quatre déterminations rendent réellement compte de la viabilité de l'arithmétique au sein de l'institution (de sa forte pertinence culturelle) et plus encore de sa « naturalité » au sein de la société, nous ne pouvons pour autant éluder qu'elles sont ancrées historiquement dans le processus qui réalise l'instauration de l'édifice primaire républicain.

L'arithmétique du maître d'école, bien que rénovée par le nouvel esprit qui souffle sur l'institution, se révèle marquée par une tradition, qui s'illustre notamment dans la définition de ses objets d'enseignement présents dans les traités du XVIII ème siècle, dans son art d'enseigner, dans ses fonctions dont rendent notamment compte des dispositifs de certification finalement peu différents de ceux qui les précèdent dans la 2ème partie du 2nd Empire. Y a-t-il véritable rénovation de cette matière d'enseignement ou achèvement d'une évolution ? Quelle signification revêt le principe de l'hétérogénéité historique et institutionnelle des organisations mathématiques et didactiques ?

Ces questions sont à l'origine de l'étude qui suit, étude qui va nous projeter en amont de l'histoire, à l'époque où émergent simultanément le principe d'une formation des maîtres et une arithmétique révolutionnaire pour le peuple. Nous nous proposons, en effet, d'éclairer les conditions et les contraintes dont procède l'émergence de ces quatre déterminations, à savoir- une organisation du savoir arithmétique pour les maîtres - un art de l'enseigner - les fonctions de ce savoir –une articulation théorie-pratique.

Partie B

Analyse historique d'un processus qui met en évidence l'émergence et la mutuelle fécondation des quatre conditions, qui dans le modèle évoqué précédemment, nous semblent déterminantes dans la co-émergence d'une arithmétique « discipline scolaire primaire » et d'une institution de formation des maîtres, garante de l'existence de celle –ci ; ces conditions résident :

- dans la définition et l'organisation d'un savoir arithmétique, produit de transpositions institutionnelles successives ;
- dans l'évolution des finalités éducatives, politiques, utilitaires qui permettent d'ériger un savoir en un enjeu didactique, caractérisé par sa légitimité culturelle ;
- dans la lente émergence d'un art d'enseigner ce savoir, dont procèdent la formation d'un temps didactique spécifique et la constitution d'une matière à enseigner en « discipline scolaire » ;
- dans la prise de conscience de la société toute entière, que le changement de positions institutionnelles élève/ maître, caractéristique de la posture du futur enseignant ne peut s'opérer que dans une institution de formation : Passage ou rupture, cette articulation entre théorie et pratique qui se traduit par une adaptation des conduites de l'élève –maître nécessite l'existence d'un espace, d'un temps, de réflexivité ou de « formatage », c'est à dire d'une institution fondée sur une doctrine reconnue comme légitime et pertinente par la Société.

Pour éclairer ce processus, nous dressons ci-dessous les quatre tableaux qui permettent d'en identifier les étapes clés. La trajectoire d'un enjeu idéologique et politique qui s'achève pour se constituer en un enjeu didactique, reconnu comme un enjeu culturel par la Société toute entière, s'appréhende à travers l'émergence des conditions qui, d'une part, marquent les jalons dans la définition d'une arithmétique « primaire », consubstantielle d'une « discipline scolaire », d'autre part, participent de l'instauration d'un édifice primaire profondément ancré dans un système étatique.

Définition et organisation du savoir enseigné (d'une légitimité épistémologique et révolutionnaire vers une légitimité culturelle, pragmatique et éducative).

	Programmes et plans d'études	Cours, traités et manuels à caractère « officiel ».
La Révolution française (1789- 1799)		
La Constitution Monarchique (1789 – 1792)	Projet Talleyrand. Projet Condorcet.	
La Convention (1792- 1795)	Décret organisant	Cours de l'Ecole Normale de

	l'instruction dans les premières écoles. Programme de l'Ecole Normale de l'an III	l'an III
Le Directoire (1795- 1799)		Le manuel de Condorcet « Moyens d'apprendre à compter sûrement et facilement ».
Le Consulat (1799 –1804)		
Le Premier Empire (1804-1814)	Décret impérial portant organisation de l'Université : principe d'établir des classes normales (former des maîtres pour les écoles primaires à l'art d'enseigner les premières notions de calcul)	
La Restauration (1814 – 1830)	Extension du principe de certification aux maîtres du primaires : programmes de brevets de capacité gradués selon trois degrés. Elargissement du programme des classes normales : l'enjeu de la formation est l'obtention du brevet de 2nd degré.	Sous la rubrique « Calcul et Arithmétique », le traité élémentaire d'arithmétique de S. F. Lacroix (parmi un inventaire à la Prévert).
La Monarchie de Juillet (1830 – 1848). **Loi Guizot (1833)**	Charte des Ecoles normales (1832). Programmes des deux sortes de brevet de capacité : élémentaire, supérieur. Programme d'arithmétique des écoles normales (1838)	Sous la rubrique « Arithmétique, géométrie appliquée » : Arithmétique de Bézout, Arithmétique de Vernier,…
La Seconde République (1848 – 1852) **Loi Falloux (1850)**	Règlement et réforme des écoles normales : suppression du concours pour l'admission, réduction des programmes (1851).	Nouvelle édition de l'Arithmétique de Bézout, par M. Caillet (1848).
Le Second Empire (1852-1870)	Réintroduction du contrôle des connaissances comme préalable à l'admission à l'Ecole Normale. Définition des épreuves du brevet simple et du brevet complet. Décret autorisant l'élargissement du programme des Ecoles normales à celui de l'enseignement secondaire spécial.	

	Définition du programme d'admission à l'Ecole Normale.	
Les débuts de la Troisième République (1870 –1879)	Projets multiples d'élargissement des programmes des Ecoles Normales.	

Arithmétique et art de l'enseigner (méthodes préconisées ou imposées aux travers d'ouvrages, de cours, de pratiques institutionnelles).

La Révolution française (1789- 1799)	
La Constitution Monarchique (1789- 1792)	Cinq mémoires sur l'instruction publique, Condorcet. Un art d'enseigner fondée sur un mode spécifique de l'étude du savoir, relayé par l'usage du manuel.
La Convention (1792-1795)	L'Ecole Normale de l'an III et la méthode analytique : un point de vue purement épistémologique. L'élémentarisation selon Condorcet : une conception de la méthode analytique envisagée des deux points de vue épistémologique et didactique.
Le Directoire (1795- 1799)	La fonction première des manuels élémentaires.
Le Consulat (1799- 1804)	
Le Premier Empire (1804 – 1814)	Création des premières écoles normales primaires : transmettre l'art d'enseigner les premières notons de calcul dans les écoles primaires.
La Restauration (1814- 1830)	Introduction de la méthode mutuelle, de cours « normaux » et de manuels censés diffuser cette méthode. Résistance de la méthode simultanée pratiquée par les Frères des écoles chrétiennes. De l'analyse des mérites comparés des deux méthodes naissent les débuts de la réflexion pédagogique.
La Monarchie de Juillet (1830- 1848) **Loi Guizot 1833.**	Emergence d'une pédagogie « normale », fondement théorique d'un art d'enseigner, enseignée dans des institutions spécifiques, les écoles normales. Un art d'enseigner qui diffuse encore par le biais du Manuel général de l'instruction primaire, vecteur de transmission des bonnes méthodes, des Conférences pédagogiques.
La Seconde République (1848 –1852) **Loi Falloux 1850.**	L'art d'enseigner ne cautionne plus l'existence des écoles normales.

Le Second Empire (1852- 1870)	Première ordonnance officielle à caractère pédagogique (1857) : c'est dans la méthode d'enseigner que réside en partie la légitimité du savoir enseigné. Emergence de la méthode intuitive et concentrique.
Les débuts de la Troisième République (1870- 1879)	Période de gestation d'une doctrine normale unifiée et totalisante dont l'efficience est subordonnée à l'existence d'une institution tentaculaire, organe de l'Etat. Les principes prônés et appliqués par les autorités universitaires de la fin du Second Empire sont légitimés.

Articulation théorie – pratique : subordonnée à la préexistence d'un art d'enseigner, cette condition qui sous tend la fonction d'une instance de contrôle, ne peut émerger qu'avec la naissance d'une institution de formation spécifique.

La Révolution française (1789- 1799)	
La Constitution Monarchique (1789- 1792)	
La Convention (1792-1795)	
Le Directoire (1795- 1799)	
Le Consulat (1799- 1804)	
Le Premier Empire (1804 – 1814)	
La Restauration (1814- 1830)	Le mode d'enseignement mutuel : la maîtrise de procédés (gestes professionnels réglés mécaniquement en parallèle avec les tâches prescrites aux élèves).
La Monarchie de Juillet (1830- 1848)	Les classes primaires annexées à l'école normale. (Charte des écoles normales) : les écoles normales deviennent des laboratoires d'expérimentation de méthodes que les élèves –maîtres pratiquent dans les classes ; la méthode mutuelle s'efface derrière la méthode simultanée.
La Seconde République (1848 –1852)	Episode des écoles de stage : le frayage ou compagnonnage et sa rapide disqualification.

Le Second Empire (1852- 1870)	Réhabilitation du régime des Ecoles normales : le souci d'améliorer le dispositif des études (la théorie) renouvelle l'esprit des méthodes ; l'articulation théorie – pratique est clairement identifiée par les législateurs, comme un levier de commande dans le phénomène d'acculturation que doit produire l'instruction primaire.
Les débuts de la Troisième République (1870- 1879)	L'organisation du double cursus (culture générale – éducation professionnelle) n'est plus remis en question : le contexte politique ne peut permettre que l'organisation soit immédiatement adaptée aux besoins des formés.

Fonctions de l'arithmétique (ces fonctions définissent une composante de la finalité culturelle assignée à l'instruction publique : politique et pratique, une de ses fonctions réside dans la diffusion du système métrique dont procède la légitimité culturelle de la numération et du calcul décimal ; politique et éducative, une autre fonction est celle de transmettre les valeurs du régime au pouvoir, de normaliser les conduites du citoyen, de contribuer à l'ordre social). Ces fonctions sont notamment décelables dans la nature des certifications qui, d'une part, en amont, caractérisent les savoirs et savoir faire du maître, c'est à dire un reflet des intentions didactiques du pouvoir, et d'autre part, les certifications, qui en aval, révèlent les effets d'un phénomène d'acculturation sur les élèves achevant leurs études primaires.

	Certification et acculturation.	« Naturalisation du système métrique ».
La Révolution française (1789 – 1799)		
La Constitution monarchique (1789- 1792)		Mars 1790 : suppression des droits féodaux relatifs aux poids et mesures ; 26 mars 1791 : création d'une commission chargée d'établir scientifiquement le système.
La Convention (1792- 1795)		1er août 1793 : la Convention vote l'établissement du Système métrique sur toute l'étendue de la République. 5 octobre 1793 : adoption du calendrier républicain. Décret du 18 germinal an III (7 avril 1795) : l'obligation d'adopter le système métrique est faite, la nomenclature est fixée.

Le Directoire (1795- 1799)		
Le Consulat (1799- 1804)		4 messidor an VII (22 juin 1799 : la longueur du mètre est déduite de celle du quart du méridien terrestre ; un étalon est créé. 10 décembre 1799 : adoption du kilogramme. 23 septembre 1801 : date à laquelle doit entrer en application le système légal des poids et mesures. Loi du 2 novembre 1801 : Les nouvelles mesures sont simplement autorisées. 7 avril 1803 : adoption du « franc de germinal », unité monétaire attachée au système métrique.
Le Premier Empire (1804-1814)	Tutelle de principe de l'Université : le maître d'école est assujetti à l'autorité universitaire. L'intention de créer une institution pour maîtriser l'art d'enseigner quelques notions de calcul est affichée… Il y émergence de deux ordres d'enseignement public : la dualité primaire secondaire est consacrée.	12 février 1812 :Décret impérial concernant l'universalité des Poids et Mesures (système seul enseigné y compris dans les écoles primaires). Mars 1812 : autorisation d'utiliser des noms anciens pour désigner les multiples les plus proches des unités métriques ; le système est dénaturé toise métrique, livre métrique...
La Restauration (1814- 1830)	Création des brevets de capacité : l'éradication de la méthode individuelle n'est pas seule visée, le savoir du maître, sa capacité à enseigner le calcul décimal sont évalués.	
La Monarchie de Juillet (1830 – 1848)	Création d'un certificat de fin d'études normales, en sus des brevets de capacité. Ce certificat entérine la capacité à enseigner selon une norme définie (mais aléatoire selon les départements). Création d'un corps d'inspection primaire : l'intention de « normaliser » les savoirs et méthodes se précise.	Loi du 4 juillet 1837 rétablissant le système légal originel. 1er janvier 1840 : obligation d'utiliser le système métrique. 1836 : le calcul décimal, seul enseigné dans les écoles primaires et normales ; envoi de collections de poids et mesures (1838), proscription des manuels portant désignation des anciennes

	Développement des classes d'adultes : aux besoins d'instruction des adultes répond un enseignement dont la légitimité culturelle se conforte. Définition de deux sortes de brevets de capacité : élémentaire et supérieur ; une tentative d'abroger une dualité primaire / secondaire notamment significative en ce qui concerne l'enseignement scientifique. Première apparition du certificat de fin d'études primaires (1836, Seine et Oise) : la certification des savoirs tend à se substituer au rite de passage que constitue l'examen de la communion.	mesures (1839).
La Seconde République (1848 – 1852)	Admission à l'école Normale sur enquête : les compétences intellectuelles sont subordonnées à la docilité cléricale et politique. Un brevet de capacité portant sur les seules matières obligatoires de l'enseignement élémentaire, pouvant porter mention des matières facultatives (arithmétique appliquée aux opérations pratiques). La fonction sociale du maître est dévaluée, mais la légitimité culturelle de l'arithmétique n'est toutefois pas si sensible aux aléas conjoncturels.	
Le Second Empire (1852-1870)	Des épreuves d'examen pour l'obtention des brevets de capacité (simple ou complet), en voie d'uniformisation : (notes sur 10, insistance sur les connaissances exigibles, accent sur les questions d'ordre pédagogique). La réhabilitation du savoir, sa fonction sociale et politique est implicitement réaffirmée.	

	Restauration des examens et concours pour l'admission à l'Ecole Normale. Création du certificat d'études primaires dans le département de la Seine.	

1. De la période révolutionnaire à la fin de la Restauration.

1. 1. L'émergence d'un principe : la nécessité d'une instruction nationale dans laquelle l'arithmétique occupe un statut doublement révolutionnaire.

« *Quel meurtre que de refuser l'Instruction à l'homme »,* écrit Mirabeau *« C'est mutiler une créature humaine dès son enfance que de dédaigner de lui apprendre, au dépens du public si ses parents ne sont pas en état d'y suffire eux-mêmes, la lecture, l'écriture et l'arithmétique.[…] Un gouvernement ne pourra jamais compter au nombre ses hommes, de ses sujets volontaires, sûrs et fidèles, que ceux qui sont en état d'apprendre jusqu'au quatre règles, de savoir leur compte, de connaître et de défendre leur propriété*.» Dans un contexte idéologique où trouve écho un point de vue tel que celui de Mirabeau (L'ami du Peuple, cité par M. Gontard[1]), l'arithmétique au même titre que la langue française se révèle l'un des savoirs qui doit faire naître le « nouveau citoyen ». Avant que ne se pose la question des moyens qui permettront l'application de ce principe de nécessité, ce sont les finalités fondamentales de l'instruction populaire dans une démocratie qui sont dès lors posées. Elles s'expriment dans cette justification où se conjuguent la dimension humaine et philosophique (le développement de l'homme est dans la connaissance) et la dimension sociale et politique (la valeur du citoyen, sujet de la société mais aussi son propre maître, réside dans son savoir). Le statut de l'arithmétique est lié à la fonction sociale et politique de la connaissance ; elle apparaît comme élément constitutif du noyau des savoirs incontournables.

Elle consacre la rupture avec la conception de l'instruction du peuple sous l'Ancien Régime. L'arithmétique, cet enseignement de luxe, pouvant parachever une instruction réduite aux rudiments de la lecture et de l'écriture, se voit reconnaître une légitimité culturelle aussi forte que le « lire et écrire ». Au même titre que la langue française, son existence dans une instruction populaire exige une réforme qui remet en question le dispositif des petites écoles. Rappelons qu'avant 1789, l'instruction primaire est donnée dans les petites écoles par des régents recrutés par l'Eglise, ou par des congrégations religieuses, parmi lesquelles se

[1] Gontard M., *L'enseignement Primaire en France de la Révolution à la loi Guizot (1789-1833), Des petites écoles de la monarchie d' Ancien Régime aux écoles primaires de la Monarchie bourgeoise, Annales de l'Université de Lyon, Société d'édition Les Belles Lettres, Paris,(non daté)*, p.59.

distinguent les Frères des Ecoles chrétiennes. Si ces derniers disposent d'une méthode pédagogique, la méthode simultanée, et d'une culture intellectuelle qui leur permettent d'assurer une instruction élargie au calcul, dans le cadre d'une organisation pédagogique opératoire, les régents pratiquant la méthode individuelle disposent de compétences fort aléatoires. Recrutés par exemple, lors de foires dans le sud est de la France, ne se parent-ils de trois types d'insignes selon le degré de leur instruction ? Une plume d'oie au chapeau, quand ils peuvent enseigner la lecture, deux plumes, s'ils peuvent de plus enseigner à écrire, et trois plumes, si en plus de tout cela, ils peuvent faire connaître les quatre règles. Comme le signale C. Bourlet[2], retraçant l'historique de l'enseignement des mathématiques, l'enseignement du calcul est le privilège des lettrés : « *Pendant longtemps les parents avaient à payer à part et d'après une sorte de tarif supplémentaire les leçons de calcul, considérées comme un enseignement de luxe. […] presque partout les « élèves arithméticiens » paient une surtaxe jusque dans le courant du XVIIIème siècle. Il existait quelques livres ou livrets à leur usage dès le XVIème siècle : un de ceux qui furent le plus souvent réédités est « Instruction nouvelle pour enseigner à connoître le chiffre et à sommer avec les gets » (32 pages). On trouve aussi, sous le nom d'Antoine Catalhan, une « Arithmétique et manière d'apprendre à chiffrer et à compter par la plume et par les gets en nombre entier et rompu), Lyon, 1555 ».* L'introduction de l'arithmétique décimale, chiffrée, remisant aux oubliettes (dans un premier temps) jetons et abaques dans un programme d'instruction populaire, est donc à proprement parler révolutionnaire. L'initiative de Stévin de Bruges, en 1585, pour imposer, en raison de son utilité sociale et économique, le système décimal aux divers corps de métiers, n'avait guère été couronnée de succès ; abacistes et algoristes poursuivent une coexistence sans heurt dans un contexte économique adapté aux besoins de la noblesse mais plus du Tiers-état. Ce sont dès lors, les cahiers de doléances, qui mettant en évidence la priorité première d'unifier le système des poids et des mesures peuvent être identifiés comme l'un des facteurs à l'origine de l'introduction d'une arithmétique à l'usage du peuple.

Si le principe est clairement énoncé (controversé par certains cependant, Voltaire n'y souscrit nullement), les dispositions susceptibles de conduire à son application ne sont pas aussi clairement au cœur des débats. Notons que seuls, quelques cahiers rédigés pour la réunion des Etats Généraux mentionnent la nécessité d'une formation spécifique des maîtres (création d'un examen sérieux, voire d'écoles spéciales pour le recrutement des régents).

[2] C. Bourlet (1911), Nouveau Dictionnaire de Pédagogie, sous la direction de F. Buisson, article Mathématiques, tome 2, p.1259.

Dans ce contexte social et politique, bouillonnant, agité, les projets de réformes ne font pas long feu, mais la Constitution (3 septembre 1791) établit la légitimité du principe :

Article 102 : Il sera créé et organisé une instruction publique commune à tous les citoyens, gratuite à l'égard des parties d'enseignement indispensables pour tous les hommes et dont les établissements seront distribués graduellement dans un rapport combiné avec la division du Royaume ».

La définition « des parties de l'enseignement indispensables pour tous les hommes » d' où découlent la gratuité, l'organisation et la répartition des établissements d'instruction sont les premières conditions identifiées comme nécessaires à l'instauration d'une instruction publique : la question cruciale de cette définition, posée à l'origine, mettra un siècle pour aboutir à une réponse satisfaisante. L'existence, la formation, la fonction précise des maîtres qui constituent la cheville ouvrière d'un dispositif viable vont être plus ou moins explicitement évoquées dans les projets législatifs qui se bousculent.

Le projet de loi sur l'instruction publique, présenté par Talleyrand, en septembre 1791, présente un descriptif succinct d'un programme d'enseignement destiné aux enfants : les règles de l'arithmétique simple, les éléments de toisé, voire dans les localités plus importantes le dessin géométral, constituent la base scientifique de cet enseignement indispensable. Les maîtres, recrutés par le directoire du district, devront subir un examen établissant qu'ils sont tout à la fois « éclairés et vertueux ». La fonction des livres élémentaires y est soulignée : « *Pour réaliser les espérances qui s'ouvrent devant nous, ...il faut, en un mot, que des livres élémentaires, clairs, précis méthodiques,..., rendent universellement familières toutes les vérités* ».

Si le savoir du maître est subordonné au contenu de ces ouvrages, son statut résulte d'un choix opéré par une instance représentative du pouvoir, et d'une certification censé évaluer des compétences intellectuelles et des qualités morales. L'existence et la fonction du maître s'inscrivent donc dans le projet : la maîtrise nécessaire des contenus qu'il aura à enseigner aux enfants et la moralité dont il devra faire preuve définissent les qualités de son « métier ». S'insérant dans un dispositif qui doit consacrer la pertinence sociale d'une nouvelle culture populaire, l'esquisse d'une arithmétique utile et éducative participe de l'instauration du principe d'une nouvelle institution d'enseignement primaire, d'un premier cadre législatif.

1. 2. Le plan Condorcet.

<u>1. 2. 1. Une conception de l'instruction publique indépendante de tout pouvoir temporel mais sous contrôle des « savants » : ce qu'il en résulte, un art d'enseigner à l'écart</u>

de toute influence doctrinale, la pré- existence d'un savoir élémentaire « scolaire » dont le seul habitat légitime est le manuel.

Le plan Condorcet, qui succède en avril1792 à ce premier projet jugé trop ambitieux, présente en terme de programme d'enseignement scientifique un contenu sinon plus détaillé, du moins gradué et éclairé par ses finalités. Sa spécificité va résider d'une part dans les finalités qu'il assigne à cet enseignement, d'autre part, dans l'éviction de tout projet d'instauration d'une institution chargée de la formation des maîtres des écoles primaires.

1.2.1. A. L'absence d'une institution de formation des maîtres des écoles primaires (1er degré d'enseignement).

Ainsi que le souligne G. Schubring[3] , dans les notes adjointes à la réédition du manuel élémentaire de Condorcet, ce dernier récuse tout système de formation, confié « *à des corps enseignants qui se recrutent par eux-mêmes. ...que ces corps soient des ordres de moines, des congrégations de demi- moines, des universités, de simples corporations, le danger est égal. L'instruction qu'ils donneront aura toujours pour but, non le progrès des Lumières, mais l'augmentation de leur pouvoir ; non d'enseigner la vérité, mais de perpétuer les préjugés utiles à leur ambition ».* Il nous faut toutefois relativiser la portée généralisatrice, décontextualisée, de ce parti pris. En l'état, c'est à dire dans une situation encore marquée par l'influence « nocive » des congrégations et notamment des Jésuites, la transmission des savoirs repose effectivement sur les manuels, seuls appareils que l'Etat puisse politiquement contrôler. Condorcet, n'en dénie pas moins la possible existence d'institutions publiques chargées de la formation de certaines catégories de maîtres. C'est ainsi, que dans un texte plus tardif « Sur la nécessité de l'Instruction publique »[4] (Janvier 1793), il souligne l'intérêt de cette mesure, pour l'instruction des maîtres chargés de l'enseignement de l'art militaire, l'art des vétérinaires, des sages-femmes, des chirurgiens. Il écrit : *« [...] s'ils ont été instruits dans une institution publique, si l'on connaît ce qui leur a été enseigné, ce qu'ils ont du apprendre, il devient plus facile de les juger ; si l'on ne sait ce qui leur a été enseigné, il faut examiner non seulement leur capacité, mais leur doctrine ».* Une institution publique peut garantir la transparence des savoirs enseignés et surtout préserver l'instruction de toute doctrine opposée à l'ordre de la raison. Encore faut-il supposer qu'une « doctrine » puisse s'accommoder aux principes qui régissent la théorie scolaire de Condorcet. Les doctrines sont, en général, dans la conception de Condorcet, incompatibles avec l'enseignement de la

[3] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, A.C.L. éditions (Un savant des Lumières, un livre élémentaire pour la République, G. Schubring, p. 160), 1988.
[4] Condorcet, Cinq mémoires sur l'instruction publique, dossier, p. 346, G F Flammarion (1994).

vérité, elles syncrétisent notamment les déviances qu'ont produit les corporations enseignantes. Elles constituent des obstruction au progrès des Lumières ; c'est ce qu'il met en évidence, dans son « Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain » où il oppose constamment la trajectoire historique du perfectionnement de l'espèce humaine, à l'influence rétrograde des institutions, des doctrines, des pouvoirs passés. Seules, donc, des institutions publiques, indépendantes de tout pouvoir, peuvent garantir une instruction détachée de toute doctrine. Quelle qu'elle soit, toute doctrine nie un principe fondamental qui relève de la liberté de l'individu : en effet, comme il est souligné dans le « Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'instruction publique » (O .C., vol VII p.522, 523), *« l'indépendance de l'instruction fait en quelque sorte une partie des droits de l'espèce humaine. Puisque l'homme a reçu de la nature une perfectibilité dont les bornes inconnues s'étendent, si même elles existent, bien au delà de ce que nous pouvons concevoir encore, puisque la connaissance de vérités nouvelles est pour lui le seul moyen de développer cette heureuse faculté, source de son bonheur et de sa gloire, quelle puissance pourrait avoir le droit de lui dire : Voilà ce qu'il faut que vous sachiez ; voilà le terme où vous devez vous arrêter ? Puisque la vérité seule est utile, puisque toute erreur est un mal, de quel droit un pouvoir, quel qu'il fût, oserait-il déterminer où est la vérité, où se trouve l'erreur ? ».*

Le respect de cette indépendance de l'instruction à l'égard de tout pouvoir disqualifie tout plan d'études ou de formation à l'adresse d'une corporation enseignante. La primauté est accordée par Condorcet au savoir élémentaire scolaire ; la nécessité immédiate d'une institution publique, chargée de la formation des maîtres des écoles primaires (le premier degré de son système d'enseignement) est écartée au profit d'un dispositif de recrutement fondé sur la reconnaissance de capacités intellectuelles déjà acquises, et la prise en compte de convenances personnelles et locales et sur une troisième condition « qu'il soit le meilleur de ceux qui réunissant et cette capacité et cette convenance ». . Ce qui est donc premier c'est le concept de savoir élémentaire scolaire : celui-ci doit constituer la matrice de l'instruction qu'emblématise le paragraphe précédent. Le plan des études qui forme la première instruction est conçu comme si ces études « devaient être les seules, et pour qu'elles suffisent à la généralité des citoyens, on les a cependant combinées de manière qu'elles puissent servir de base à des études plus prolongées, et que rien du temps employé à les suivre ne soit perdu pour le reste de l'instruction »[5]. (Second mémoire, p. 130,131). Le rapport au savoir de l'élève, qu'éclaire cette définition sous tend nécessairement l'existence d'une méthode d'enseignement qui répondent aux caractéristiques de ce rapport : le savoir n'est pas réduit à sa seule utilité immédiate ; tout élève, s'il en a les capacités, doit disposer des éléments qui lui permettront d'accéder à des études supérieures. En effet, « le triple avantage » que présente « ce tableau d'une première instruction » est « de renfermer les connaissances les plus nécessaires, de former l'intelligence en donnant des idées justes, en exerçant la mémoire et le raisonnement ; enfin, de mettre en état de suivre une instruction plus étendue et plus complète » (Second mémoire, p. 130). L'instauration de ce type de rapport au savoir définit implicitement, par le truchement de la méthode d'enseignement, l'existence et la fonction du maître : à défaut d'une institution de formation des maîtres, le second mémoire, « De l'instruction commune des enfants » dresse le tableau d'un ensemble de réflexions sur la méthode d'enseigner qui peuvent permettre au maître, assujetti au seul savoir qu'il a à enseigner, d'amener l'élève à s'instruire par lui-même. De même, les livres élémentaires bien faits, à la disposition des maîtres et des élèves, ont pour fonction de nourrir par les méthodes didactiques qu'ils explicitent l'art d'enseigner une discipline particulière. Il reste cependant des tâches dévolues au seul maître : l'anticipation dont infèrent les contraintes chronogénétiques garantissant l'existence d'un temps du savoir, la prise en compte de l'activité effective, et des erreurs des élèves qu'aucun manuel ne peut avoir prévues. Ces tâches, comme semble le signifier Condorcet, supposent des qualités, voire un talent dans l'art d'instruire qu'une institution de formation (le terme est-il d'ailleurs adéquat, dans la théorie scolaire de ce dernier) peut difficilement définir comme enjeux professionnels : n'écrit-il pas (Second mémoire - Des maîtres, p. 151, 152) :

« La fonction d'enseigner suppose l'habitude et le goût d'une vie sédentaire et réglée ; elle exige dans le caractère de la douceur et de la fermeté, de la patience et du zèle, de la bonhomie et une sorte de dignité ; elle demande dans l'esprit, de la justesse et de la finesse, de la souplesse et de la méthode. On sait pour soi tout ce qu'on peut se rappeler avec un peu d'étude et de réflexion ; il faut avoir toujours présent à l'esprit ce qu'on est obligé de savoir pour les autres. Je n'ai besoin pour moi-même que d'avoir résolu les difficultés qui se sont élevées dans mon esprit ; il faut qu'un maître sache résoudre, et qu'il ait prévu d'avance celles qui peuvent s'élever dans des esprits très dissemblables de ses disciples. Enfin, l'art d'instruire ne s'acquiert que par l'usage, ne se perfectionne que par l'expérience, et les premières années d'un enseignement sont toujours inférieures à celles qui les suivent [...]

Si le développement de certaines de ces qualités n'est pas sans faire résonance avec l'appropriation des règles des frères des Ecoles Chrétiennes, il ne peut être envisagé dans la

---

[5] Condorcet, Cinq mémoires sur l'instruction publique, G.F. Flammarion (1994).

théorie scolaire de Condorcet qu'une institution ait pour enjeu de transformer des comportements, s'inspirant en quelque sorte de la doctrine de l'Institut.

Les contraintes qui pèsent sur la fonction de maîtres sont éclairantes : *« Ils ne doivent pas former de corps, leurs fonctions sont incompatibles avec toute autre fonction habituelle »,* (p. 152), en dehors des fonctions publiques où citoyens éligibles, ils peuvent assurer un mandat qui n'exige pas un exercice continu.

Quant au talent d'instruire, proprement dit, s'il se distingue du talent de celui qui contribue au progrès des sciences, il se construit dans un rapport à l'étude qui met en évidence son ancrage épistémologique. Nous pourrions nuancer cette considération : les réflexions de Condorcet, que nous rapportons ci-dessous, s'adressent-elles aussi aux maîtres du premier degré ? Que faut-il entendre quand, Condorcet, explicitant les difficultés qui attendent les rédacteurs de manuels, écrit dans le « Rapport sur un concours[6] » : « *Il faut encore, qu'il* (le manuel), *soit fait de manière que le maître puisse donner les explications dont ils* (les élèves) *auront besoin, et pour remplir les vues du fondateur on ne doit supposer au maître que l'intelligence d'un maître d'école tel qu'on peut en trouver le choisissant avec soin dans la classe d'hommes qui se désignent à cette fonction ».* Le manuel peut-il suppléer, pour les maîtres d'école, à l'étude d'un savoir bien élargi au delà des simples connaissances élémentaires ? Les finalités générales de l'instruction publique, que nous développons dans le paragraphe qui suit, les principes mêmes développés dans le manuel, que Condorcet rédige à l'adresse des élèves et des maîtres des écoles primaires ne nous paraît pas confirmer ce dernier point de vue. Nous pensons donc, que les remarques que nous relevons maintenant, caractérisent, d'une manière qui peut se moduler avec l'étendue du savoir à enseigner, l'art d'instruire de tout enseignant.

C'est ainsi, que Condorcet, éclairant la « Nécessité de ne pas transformer les sociétés savantes en corps enseignants », (Second Mémoire, p. 167, 168) note : *« Le talent d'instruire n'est pas le même que celui qui contribue au progrès des sciences ; le premier exige surtout de la netteté et de la méthode ; le second, de la force et de la sagacité. Un bon maître doit avoir parcouru d'une manière à peu près égale les différentes branches de la science qu'il veut enseigner ; le savant peut avoir de grands succès, pourvu qu'il en ait approfondi une seule. L'un est obligé à un travail long et soutenu, mais facile ; l'autre à de grands efforts, mais qui permettent de longs intervalles de repos. Les habitudes que ces deux genres d'occupation font contracter ne sont pas moins différentes : dans l'un, on prend celle d'éclairer ce qui est autour de soi ; dans l'autre, celle de se porter toujours en avant ; dans* *l'un, celle d'analyser, de développer des principes ; dans l'autre, celle de les combiner ou d'en inventer de nouveaux ; dans l'un de simplifier les méthodes ; dans l'autre, de les généraliser et de les étendre ».* Celui qui veut instruire, forge de même que le savant son talent dans l'étude de la science dont il fait son objet. C'est dans la façon d'étudier cette science, que se distinguent le maître et le savant.

L'art d'instruire, l'art didactique se plie préalablement à une contrainte épistémologique. Il est caractéristique de la conception de l'Instruction publique revendiquée par Condorcet. Celle-ci se démarque totalement d'une conception d' « éducation nationale », prônée par certains de ses contemporains, qui tend à formater les conduites de ses sujets selon un corps doctrinal fixée par un pouvoir

L'élève, en tant qu'être particulier, qui exerce sa raison, engrange les connaissances qui lui permettront de former son jugement, devient un citoyen, de sa propre détermination, sans contraintes doctrinales. Le maître n'est qu'un passeur, un guide : sa fonction n'est pas éducative ; à ce titre, il garantit l'indépendance de l'instruction.

Sans conférer, comme il nous semble l'avoir montré, au manuel élémentaire la fonction substitutive d'un système de formation, Condorcet privilégie, donc, comme Talleyrand, la composition de livres élémentaires : ceux-ci sont les meilleurs moyens de définir les savoirs élémentaires qui doivent être enseignés à tous ; par les méthodes didactiques, censées répondre aux exigences d'une construction rationnelle des savoirs, qu'ils contiennent, ils font partie de l'art d'instruire.

Les manuels élémentaires sont donc, définis comme nécessaires au maître qui enseigne les connaissances élémentaires dans le premier degré d'enseignement. Les maîtres des degrés supérieurs disposent de la liberté de choisir leurs manuels. Dans la conception de Condorcet, nous rappelons que le manuel élémentaire comporte une partie réservée à l'élève et une partie réservée exclusivement au maître. Ainsi, sont caractérisés les manuels élémentaire à venir (second mémoire[7] sur l'instruction publique) : ils « *auraient une double utilité relativement au maître : ils suppléeraient à l'esprit philosophique qui peut manquer à quelques uns ; ils mettraient plus d'égalité entre l'enseignement d'une école et celui d'une autre. Enfin, un maître qui ne se bornerait pas à la simple explication d'un ouvrage, et qui paraîtrait aux enfants savoir quelque chose au- delà du livre qu'ils étudient, leur inspirerait plus de confiance ; or, cette confiance est nécessaire au succès de toute éducation, et les enfants ont besoin d'estimer la science d'un maître pour profiter de ses leçons ».* S'il y a

---

[6] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL (1989), Annexe 1, p. 232.
[7] Condorcet, Cinq mémoires sur l'instruction publique, G.F. Flammarion, p.116.

nécessité pour établir l'égalité dans le savoir des élèves, il n'est nullement sous-entendu que les manuels sont suffisants pour faire de bons maîtres: éventuels palliatifs, ils garantissent du moins que le savoir de ces derniers est supérieur aux simples connaissances élémentaires. La fonction du manuel apparaît donc toute autre que celle que lui octroie par exemple La Chalotais[8] (cité par G. Schubring, p.159) : cette fonction est effectivement pour ce dernier, celle que nous pourrions attribuer à une institution de formation.

Pour Condorcet, les livres élémentaires, exempts de toute influence doctrinale puisqu'ils sont sinon rédigés, du moins contrôlés par les sociétés savantes, sont donc, en premier lieu, les supports d'une instruction indépendante garantissant la liberté, l'égalité dans l'acquisition des savoirs.

Autour du concept de savoir élémentaire scolaire sont instaurées les conditions qui peuvent rendre opératoire une organisation scolaire : des savoirs déterminés par des savants, dont l'existence est subordonnée à celle de manuels élémentaires, un art d'instruire nourri par l'étude et fondé sur un art didactique qui emprunte à la science sa méthode, la méthode analytique. Cet art d'instruire occupe un habitat spécifique dans le manuel élémentaire lui-même. Ces conditions qui créent une instruction publique indépendante de tout pouvoir, ne peuvent qu'écarter le principe d'une institution de formation des maîtres : celle-ci ne pourrait déroger à son principe organisateur « régler les conduites de ses sujets » en fonction d'une « doctrine éducative et politique ». Or, l'instruction publique présente des finalités qui ne peuvent s'accommoder de l'ingérence d'un pouvoir quel qu'il soit.

1.2. 1. B. La finalité de l'instruction publique : de la fonction prédominante des mathématiques sociales.

Il convient en effet de définir la finalité primordiale de l'instruction publique selon Condorcet. Il l'expose dans le « Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'instruction publique », (O.C., vol. VII, p.449,450) : *« Offrir à tous les individus de l'espèce humaine les moyens de pourvoir à leurs besoins, d'assurer leur bien-être, de connaître et d'exercer leurs droits, d'entendre et de remplir leurs devoirs ; Assurer à chacun d'eux la facilité de perfectionner son industrie, de se rendre capable des fonctions sociales auxquelles il a le droit d'être appelé, de développer toute l'étendue des talents qu'il a reçus de la nature,*

[8] La Chalotais, (1764), Essai d'éducation nationale : « Ces livres seraient la meilleure instruction que les maîtres pussent donner, et tiendraient lieu de toute autre méthode…Ces livres étant bien faits, dispenseraient de maîtres formés : … tous seraient bons, … ; ils se formeraient bientôt eux-mêmes en formant les enfants. Il ne s'agirait donc que d'avoir des livres… »

et par là, établir entre les citoyens une égalité de fait, et rendre réelle l'égalité politique reconnue par la loi : tel doit être le premier but d'une instruction nationale.

Diriger l'enseignement de manière que la perfection des arts augmente les jouissances de la généralité des citoyens et l'aisance de ceux qui les cultivent, qu'un plus grand nombre d'hommes deviennent capables de bien remplir les fonctions nécessaires à la Société, et que les progrès toujours croissants des lumières ouvrent une source inépuisable de secours dans nos besoins, de remèdes dans nos maux, de moyens de bonheur individuel et de prospérité commune ;

Cultiver enfin, dans chaque génération, les facultés physiques, intellectuelles et morales, et, par là, contribuer à ce perfectionnement général et graduel de l'espèce humaine, dernier but ver lequel toute institution sociale doit être dirigé ».

Ce sont les finalités caractéristiques d'un projet libéral, consacrant la liberté de l'individu, l'égalité face à l'accès au savoir, la mutuelle fécondation de la science et de l'enseignement, mettant enfin en exergue ce *credo* en la perfectibilité de l'espèce humaine. L'instruction publique, pensée comme organe de la liberté, en appelle explicitement aux principes évoqués précédemment et que développe Condorcet dans son dernier écrit « Sur la nécessité de l'instruction publique », daté de Janvier 1793. Ce qui fonde la nature de cette instruction , c'est son indépendance face à tout pouvoir, soit-il politique et la détermination de savoirs à enseigner qui contribue au bien-être de l'être particulier et à la formation du citoyen éclairé.

Paradoxalement, c'est le « pouvoir » législatif, qui par le biais de la représentation nationale, peut assurer l'indépendance de l'instruction publique, mais celle-ci est tout aussi nécessairement subordonnée la détermination des savoirs à transmettre : les sociétés savantes, qui participent activement du progrès des Lumières, sont seules habilitées, à en concevoir la définition.

Parce que l'instruction doit se borner à ce qui relève de l'ordre de la seule raison, les disciplines scientifiques y trouvent leur consécration : Condorcet, le mathématicien, peut, en particulier, donner aux « mathématiques sociales » dont il est le précurseur, une fonction prédominante dans l'instauration d'une rationalité fondée sur le mutuel développement de la science et de la morale civique.

Dans le « Tableau général de la science qui a pour objet l'application du calcul aux sciences politiques et morales[9] », publié dans le « Journal d'instruction sociale » de juin-

[9] Cité par Alain Pons, Introduction à l' « Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain », Condorcet, G.F. Flammarion, p. 53, 54.

juillet 1793, il en définit le champ, établit leur pertinence individuelle et collective, au sein d'une République éclairée.

« La mathématique sociale peut avoir pour objet les hommes, les choses, ou à la fois les choses et les hommes.

Elle a les hommes pour objet, lorsqu'elle enseigne à déterminer, à connaître l'ordre de la mortalité dans telle ou telle contrée ; lorsqu'elle calcule les avantages ou les inconvénients d'un mode d'élection. Elle a les choses pour objet, lorsqu'elle évalue les avantages d'une loterie, et qu'elle cherche d'après quels principes doit être déterminé le taux des assurances maritimes. Enfin elle a même temps l'homme ou les choses pour objet, quand elle traite des rentes viagères, des assurances sur la vie.

Elle peut considérer l'homme comme un individu dont l'existence, quant à sa durée et à ses relations, est soumise à l'ordre des évènements naturels, et elle peut aussi s'appliquer à la marche des opérations de l'esprit humain.

Elle considère l'homme comme individu, quand elle fait connaître avec précision, et par les faits, l'influence que le climat, les habitudes, les professions ont sur la durée de vie ; elle considère les opérations de l'esprit, quand elle pèse les motifs de la crédibilité, qu'elle calcule la probabilité qui résulte, ou des témoignages ou des décisions.

[...] Cette exposition montrera toute l'utilité de cette science ; on verra qu'aucun de nos intérêts individuels ou publics ne lui est étranger, qu'il n'en est aucun sur lequel elle ne nous donne des idées plus précises, des connaissances plus certaines ; on verra combien, si cette science était plus répandue, plus cultivée, elle contribuerait, et au bonheur et au perfectionnement de l'espèce humaine ».

En cette « mathématique sociale » qui dresse ici un champ des possibles bien peu exploré ultérieurement par le système d'instruction publique, réside en effet une forte légitimité « philosophique ». Dans son « Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix »[10] (1785), Condorcet écrit ainsi :

« Il est aisé d'observer, 1) que le calcul a du moins l'avantage de rendre la marche de la raison plus certaine, de lui offrir des armes plus fortes contre les subtilités et les sophismes ; 2) que le calcul devient nécessaire toutes le fois que la vérité ou la fausseté des opinions dépend d'une certaine précision dans les valeurs [...] La raison suffit tant qu'on a besoin d'une observation vague des évènements : le calcul devient nécessaire aussitôt que la vérité dépend d'observations exactes et précises. [...] Nous oserons ajouter que l'application

[10] Condorcet, Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain, GF Flammarion, (1988), Introduction, p. 52.

du calcul à la discussion d'un très grand nombre de questions qui intéressent les hommes, serait un des meilleurs moyens de leur faire sentir le prix des lumières. […] Mais les lumières ne peuvent-elles pas éblouir les hommes au lieu de les éclairer ? […] L'esprit humain en sera t-il moins exposé à s'égarer parce que l'espace qu'il s'est ouvert est plus étendu ? Telles sont les objections que dans un siècle éclairé on peut encore opposer à l'utilité du progrès des lumières ; et lorsque la philosophie s'unit seulement à l'éloquence et aux Lettres, ces objections doivent paraître spécieuses, peut-être ne sont-elles pas sans quelque fondement : mais elles perdent toute leur force lorsque la philosophie s'unit aux Sciences, et surtout aux Sciences du Calcul ».

Il va de soi que cette conviction de Condorcet, quant à l'utilité de cette mathématique sociale, n'est pas sans conséquence sur l'esprit des programmes de mathématiques du premier degré de l' Instruction publique : le contenu du manuel d'arithmétique rédigé par ce dernier en est un remarquable témoignage. C'est toutefois, en aval, dans les second et troisième degrés que l'importance de l'arithmétique commerciale et politique indispensable à tout citoyen qui exerce une fonction publique, se voit explicitement confirmée.

1.2 2. Les programmes de mathématique du premier degré d'instruction (D'après le second Mémoire, des Cinq mémoires sur l'instruction publique, GF Flammarion, p. 109-180).

Ce plan d'études n'est pas très détaillé ; il est cohérent avec la théorie scolaire de l'instruction publique commune telle que nous l'avons rapidement esquissée. Condorcet conçoit un programme « laïc » (terme qui n'est pas d'usage dans ce contexte politique), étendu à tous les savoirs utiles au citoyen moyen et d'intelligence moyenne, commun aux filles et aux garçons. Le programme est décliné en trois degrés, emboîtés, de 4 années chacun. L'instruction commence à 9 ans, s'achève pour ceux qui auront parcouru les 3 degrés à 21 ans, âge de la majorité civique. Pour le 1er degré, il dresse *a priori*, par cette détermination en aval, l'étendue des savoirs exigibles des maîtres. De la distribution des élèves en quatre classes, préconisée par Condorcet pour le 1er degré d'enseignement, il résulte en effet « qu'il faut que chaque maître soit en état d'enseigner la totalité du cours, ce qui empêche de confier les premiers éléments à des hommes d'une ignorance trop absolue ». Le maître d'école doit donc connaître l'ensemble des connaissances réparties sur les quatre années.

Le premier degré doit comporter, exposées dans des livres spécifiquement destinés aux élèves, les connaissances élémentaires : l'exposition du système de numération termine le livre de la 1ère année « *on y apprendrait à connaître les signes qui désignent les nombres, et la méthode de les représenter tous avec ces dix signes, d'écrire en chiffres un nombre exprimé* *par des mots, et d'exprimer par des mots un nombre écrit en chiffres* » (p. 115). Le maître, quant à lui, doit disposer d'un livre qui doit renfermer (p.115): « *1° des remarques sur la méthode d'enseigner ; 2° les éclaircissements nécessaires pour que les maîtres soient en état de répondre aux difficultés que les enfants peuvent proposer, aux questions qu'ils peuvent faire ; 3° des définitions, ou plutôt des analyses de quelques mots employés dans les livres mis entre les mains des enfants, et dont il est important de leur donner des idées précises* ». La seconde année, (p. 123), « *Les règles de l'arithmétique y seraient enseignées, en se bornant aux quatre règles simples, qui d'ailleurs suffiront pour tous les calculs, si l'on a la sagesse d'employer exclusivement l'échelle numérale dans toutes les espèces de divisions* ». Ces objets ne sont pas séparables de la méthode qui prévaut pour les enseigner : si la méthode peut varier en fonction de la finalité enseignée (« embrasser la science toute entière », constituer la base d'une profession), elle consiste ici à « donner aux élèves les connaissances dont ils pourront avoir besoin dans la vie commune ». Et l'auteur de préciser la matière de l'enseignement (p. 125): *« Il est donc nécessaire, en apprenant l'arithmétique aux enfants, d'insister beaucoup, sur les raisons de toutes les opérations qu'elle exige, et de leur faire multiplier ces opérations, afin de les rendre habituelles ; surtout comme il est important que cette facilité ne se sépare jamais de l'intelligence des principes, il faut leur en faire acquérir l'habitude en les exerçant sur des nombres assez petits, parce que sans cela, leur attention ne pourrait suffire pour suivre l'opération, et pour observer en même temps les principes dont elle n'est que l'application ».* La fin de la seconde année se termine encore par l'exposition des premières notions de géométrie.

La troisième année, (p. 126), « *on exercera les élèves dans l'arithmétique, non plus seulement en leur faisant appliquer les règles à des exemples données, mais en leur proposant de petites questions qu'ils puissent résoudre <u>eux- mêmes,</u> et qui soient susceptibles de se réduire, d'abord à l'application d'une seule des règles, puis à celle de plusieurs à la fois* ». Une fois encore, et l'expression que nous avons soulignée, l'atteste, l'activité intellectuelle de l'élève est au centre de l'acte d'enseignement. L'arpentage, exposé selon une méthode générale, fondée sur des principes applicables à toute situation prolongent les notions de géométrie : exercices sur le terrain, tracé de figures avec la règle et le compas, mais aussi à main levée, complètent la formation mathématique. L'élève, outillé par des principes généraux est armé pour résoudre des problèmes pratiques qui peuvent sortir d'un champ de savoirs limité, réduit à des techniques locales.

La quatrième année, (p. 129), « *on perfectionnerait les élèves dans l'arpentage, on y ajouterait le toisé ; et cette étude offrirait assez d'occasions de les fortifier dans l'habitude de* *l'arithmétique ; enfin, le cours serait terminé par des notions de mécanique, par l'explication des effets des machines les plus simples, par une exposition élémentaire de quelques principes de physique, par un tableau très abrégé du système général du monde ; Cette dernière partie aurait moins pour objet de donner de véritables lumières que de préserver de l'erreur* ».

Le manuel que rédige l'auteur en 1793, éclaire plus encore cette dimension d'une instruction qui favorisant l'esprit critique de l'élève, le protège de l'erreur : il n'est certes, point question d'arithmétique sociale dans ce premier degré d'instruction, mais le manuel en porte les germes comme nous le verrons dans le paragraphe consacré à cet ouvrage.

Les degrés supérieurs consacrent explicitement l'existence d'une instruction « scientifique » dont la finalité réside dans l'élaboration d'une rationalité qui doit fonder l'ordre social, économique et politique. Peut-on, alors, considérer que l'instruction des maîtres du premier degré puisse se réduire à ce qu'ils doivent enseigner ? Il nous paraît concevable que, dans la conception de Condorcet, l'instruction du second degré soit au moins l'instruction minimale requise pour enseigner dans le premier degré ; dans le contexte donné, il est certain que cette hypothèse ne pourrait avoir de pertinence que dans un futur qui justement n'adviendra pas, mais le contenu du manuel élémentaire d'arithmétique sous tend, nous semble –il, dans sa partie réservée au maître, des compétences que n'ont pu développées que des études poussées au delà du premier degré d'instruction. Le maître doit être suffisamment éclairé, pour éveiller le jugement des élèves, les préserver des opinions erronées.

Les degrés supérieurs se divisent en deux parties ; l'une pour l'instruction commune comprend un cours très élémentaire de mathématiques dirigées vers les sciences utiles ; l'autre est réservée aux sciences dont l'utilité est la plus répandue et proportionnées aux facultés et aux goûts des élèves. Il s'agit de l'arithmétique politique et commerciale pour le 2nd degré, des mathématiques appliquées aux sciences physiques, à la morale et à la politique pour le 3ème degré.

Parce que c'est (p. 135) « *aux théories dont l'application est la plus commune qu'il faut donner la préférence [...], il faut mettre les élèves en état d'entendre et de suivre les calculs d'arithmétique politique et commerciale, et les éléments de théorie sur lesquels ces calculs sont appuyés* ». Et l'auteur développe son propos (p. 147): « *Je n'insisterai que sur une seule science, l'arithmétique politique, à laquelle il faudrait donner ici une grande étendue. En effet, cette instruction que nous appelons générale, est cependant aussi l'instruction particulière qui convient à tous ceux qui se destinent aux fonctions publiques : elle n'est vraiment l'instruction commune que parce que tous les citoyens doivent être appelés* *à ces fonctions, doivent être rendus capables de les remplir. Ainsi tout le monde concevra aisément l'importance de l'enseignement de sciences politiques proprement dites ; mais on connaît moins l'utilité, j'ai presque dit la nécessité de celle-ci, parce qu'elle est encore trop peu répandue, et qu'elle exige la combinaison de deux espèces de connaissances qui ont rarement été réunies. La manière de réduire en tables les faits dont il est utile de connaître l'ensemble et la méthode d'en tirer les résultats, la science des combinaisons, les principes et les nombreuses applications du calcul des probabilités qui embrassent également et la partie morale et la partie économique de la politique ; enfin, la théorie de l'intérêt des capitaux, et toutes les branches où se mêle cet intérêt, forment les branches principales de cette scienc*e ». L'arithmétique politique, recouvrant les probabilités, la théorie des intérêts sur les capitaux change la face de l'arithmétique traditionnellement enseignée au XVIIIème siècle. Condorcet présente ici, une partie du programme révolutionnaire de l'Ecole normale de l'an III : les probabilités y recevront une consécration finale (dernière leçon de Laplace), avant d'être écartées durablement des programmes d'enseignement de l'ordre primaire comme secondaire. Condorcet use encore d'un argument dont la pertinence ou plutôt l'impertinence reste d'actualité (p.149) : *« Enfin, c'est l'ignorance trop générale de l'arithmétique politique qui fait du commerce, de la banque, des finances, du mouvement des effets publics, autant de sciences incultes, et pour les intrigants qui les pratiquent, autant de moyens d'acquérir une influence perfide sur les lois qu'ils corrompent, sur les finances où ils répandent l'obscurité et le désordre* ». La charge est offensive : explique- t-elle, qu'outiller tout citoyen du moyen d'accéder à la raison politique, en postulant que les principes de cette dernière sont inséparables des principes du calcul, n'a jamais été l'objectif des régimes qui ont suivi ?

1.2.3. Le manuel de Condorcet : Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité (rédigé en 1794, publié en 1799).

A défaut de disposer d'un plan d'études et d'un traité de référence pour les maîtres, nous disposons d'un outil pour l'élève et pour le maître qui nous permet de cerner les éléments qui sont censés être enseignés précisément dans le premier degré d'instruction.

L'ouvrage est d'un grand intérêt puisqu'il rend compte de la conception de Condorcet quant à la nature du savoir scolaire élémentaire. Cette conception qui s'appuie sur la notion d'élément répond, ainsi que le soulignent C. Coutel et C. Kintzler [11], « à un souci juridique » (comment disposer le savoir scolaire de façon à ce qu'il apparaisse libérateur et progressif ?),

[11] Condorcet, Cinq mémoires sur l'instruction publique, G.F Flammarion, Notes du Second mémoire rédigées par C Coutel et C. Kintzler, p.295.

en faisant appel à un concept épistémologique né avec la science classique et remanié par l'*Encyclopédie*, celui d' « éléments des sciences ».

Dans le savoir existent deux ordres : le savoir du chercheur, le savoir en acte, qui se construit dans l'ordre des découvertes relève de l'ordre historique ; le savoir en exposition ou en traité, qui est une reconstruction de l'ordre des intelligibilités, c'est à dire la science constitué, reconstruite à partir de ses éléments (les concepts dont l'enchaînement règle l'ordre de l'intelligibilité) relève de l'ordre de la raison. Les éléments sont les « concepts qui occupent une position antécédente dans l'ordre des intelligibles : ces éléments, notions premières, sont donc abstraits et tardifs si l'on considère l'ordre historique des découvertes ». Le savoir scolaire, tout en s'inspirant de ce savoir reconstitué après coup, n'est pas identique. Le savoir scolaire élémentaire doit être ouvert : les éléments accessibles peuvent permettre l'intelligibilité de la discipline ; il doit être progressif : l'ordre d'introduction de ses objets infère l'existence d'un temps didactique ; et il doit être économique : conçu comme un tout structuré, l'organisation de ses éléments permet, en dépit des fluctuations du temps d'apprentissage, d'apporter pour le moins à l'élève une somme de connaissances suffisantes en terme d'utilité immédiate. Il est encore tel que ses éléments, variables suivant le niveau des élèves, doivent respecter et la primauté dans l'ordre des intelligibles, et la primauté dans l'ordre de l'apprentissage.

Si le savoir scolaire élémentaire ne peut être identique au savoir savant, il en est toutefois fort dépendant : la distance entre le savoir académique et le savoir scolaire est ajustée par une Société nationale des sciences et des arts, chargée de la révision des savoirs.

Il convient dans un premier temps de définir les conditions historiques et politiques qui conduisent Condorcet à rédiger son manuel.

1.2.3. A . Des conditions qui président à l'élaboration du manuel :

L'œuvre scolaire de la Convention s'exprime dans le principe d'un décret (12 décembre 1792) qui n'aura pas d'application : *« Les écoles primaires formeront le premier degré d'instruction. On y enseignera les connaissances rigoureusement nécessaires à tous les citoyens. Les personnes chargés de l'enseignement dans ces écoles s'appelleront instituteurs »*. Que ce soit pour les partisans d'une Instruction publique, comme Condorcet, ou pour les défenseurs d'une éducation nationale, la régénérescence du système d'enseignement relève du seul moyen contrôlable par le régime : les manuels. Le projet de Condorcet, qui mettait en lumière la nécessité de composer des livres élémentaires est donc, repris avec vigueur dans le « projet de décret »[12] du mathématicien Arbogast (12 décembre 1792).

Projet de décret sur la composition des livres élémentaires destinés à l'Instruction publique […]

Article 3. – Il sera ouvert un concours pour la composition des livres pour les écoles primaires et secondaires. […]

Article 5. – La même Commission *(Commission d'hommes éclairés dans les sciences, les lettres et les arts)* arrêtera pareillement, de concert avec le Comité d'Instruction, les programmes des différents livres élémentaires qui devront servir aux écoles primaires et secondaires.

Article 6. – Ces programmes seront rendus publics : les citoyens français et étrangers sont invités à concourir sur la composition des livres. La Commission juger entre les différents écrits qui seront envoyés, ceux qui mériteront la préférence.

La définition des programmes appartient donc aux savants, mais sous contrôle du politique. La transposition des savoirs à transmettre est donc effectuée par une « noosphère » élargie (la contribution possible des étrangers attestant de la relative universalité de la demande liée à l'idéologie révolutionnaire) et contrôlée par le pouvoir en place. La légitimité épistémologique des savoirs est première, mais subordonnée à une conformité politique.

L'organisation du concours est ordonnée dans le décret du 13 juin 1793.

Paradoxalement, après la chute de la Gironde, la politique éducative conduite par les Montagnards, qui plonge la République dans la Terreur, s'ouvre sous des auspices favorables : **l'article XXII de la Déclaration des droits de l'Homme** (24 juin 1793), rédigé par Condorcet déclare : ***« L'instruction est le besoin de tous. La société doit favoriser de tout son pouvoir les progrès de la raison publique et mettre l'instruction à la portée de tous les citoyens ».*** Dans la réalité, tandis que des projets de décrets utopiques relatifs à l'organisation de l'enseignement primaire se succèdent et sont inévitablement écartés, le décret sur la composition des manuels reste inappliqué. Il faut attendre la loi du 19 décembre 1793 pour que soit réaffirmée cette nécessité :

Décret sur l'organisation de l'instruction publique […] Section III

Article 1. – La Convention nationale charge son comité d'instruction de lui présenter les livres élémentaires des connaissances absolument nécessaires pour former les citoyens, et

[12] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL, (1989), annexe, p. 217.

déclarent que les premiers de ces livres sont les droits de l'homme, la Constitution, le tableau des actes héroïques ou vertueux.

Article 2. – Les citoyens et citoyennes qui se borneront à enseigner à lire, à écrire et les premières règles de l'arithmétique, seront tenus de se conformer, dans leur enseignement, aux livres élémentaires adoptés et publiés à cet effet par la représentation nationale […]

La primauté de la dimension éducative de l'instruction est d'évidence ; à cette contrainte sont soumis les rudiments du savoir eux-mêmes. La nécessaire conformité d'un enseignement pratiqué par des citoyens ne peut s'opérer que par l'usage du livre élémentaire contrôlé par la représentation nationale. Le postulat d'une instruction indépendante de tout pouvoir, de toute doctrine est rejeté. C'est finalement le décret du 29 janvier 1794 qui règle l'exécution de ce dernier décret.

Décret relatif à l'organisation d'un concours pour les livres de classe (La Convention)

Article 1. – Un concours est ouvert jusqu'au 1er messidor prochain (*quatre mois plus tard),* pour des ouvrages sur les sujets suivants : […]

5. Instructions sur les premières règles de l'arithmétique et de la géométrie pratique. « Des instructions sur les nouvelles mesures, et leur rapport avec les anciennes, les plus généralement répandues, entreront dans ces livres (décret du 1er août précédent) »- 5ème classe.

Le jury, constitué entre autres de mathématiciens tels que Lagrange, Vandermonde, Monge et Lakanal, se voit proposer une tâche délicate : les ouvrages sont nombreux et s'avèrent inadaptés. Les difficultés rencontrées pour élaborer ces manuels avaient pourtant amené le comité d'Instruction publique à rédiger un nouvel arrêté (1er brumaire an III) : le comité, « considérant que les ouvrages envoyés au Concours ne répondent pas aux vues de la Convention, désignera nommément dix écrivains », pour « composer les livres nécessaires à l'enseignement dans les écoles primaires ». Lagrange et Legendre sont désignés pour traiter du calcul et de la géométrie, mais appelés à d'autres fonctions (Ecole normale pour le premier), ils ne réaliseront pas de manuels élémentaires.

La réalisation de manuels nécessite en effet, en dehors des injonctions institutionnelles qui tendent à conformer des savoirs exposés dans des livres à l'orthodoxie d'une idéologie, l'application d'une élémentarisation, d'une méthode d'exposition du savoir compatible avec les besoins de « commençants », qui n'ont pas, par ailleurs, pu bénéficier de percepteurs personnels pour s'initier aux rudiments d'une culture minimale. Dans un premier rapport, en octobre 1794, Lakanal[13] souligne la confusion faite par de nombreux auteurs entre abrégés et

---

[13] Cité par G. Schubring, Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL, (1989),p. 161,162.

élémentaires. « […] *Resserrer, coarcter un long ouvrage, c'est l'abréger : présenter les premiers germes et en quelque sorte la matrice d'une science, c'est l'élémenter : ainsi, l'abrégé, c'est précisément l'opposé de l'élémentaire.* » Après ce rapport de Lakanal, le principe du Concours est toutefois remis en vigueur.

Parmi les ouvrages, répartis selon dix classes couvrant le programme des connaissances nécessaires au citoyen, (éducation physique et morale des enfants (pour les parents et nourrices, pour les instituteurs), méthodes de lecture, d'écriture, grammaire, géographie, phénomènes naturels, morale républicaine, agriculture), des manuels notamment liés aux sciences sont couronnés. Par contre, sont écartés tous les ouvrages portant sur les méthodes de lecture et d'écriture : cette situation dresse les perspectives limitées que peut offrir une instruction qui ne peut s'adresser qu'à des citoyens déjà lecteurs. L'élémentarisation telle que la définit Lakanal, fondée sur la méthode analytique est d'une application *a priori,* plus aisée dans le domaine scientifique ; elle a pu être mise en œuvre pour les ouvrages de la 5ème classe, puisqu'un ouvrage est distingué. D'abord attribué à Condorcet, l'ouvrage couronné est finalement reconnu de la main de Sarret. La situation ne s'éclaire qu'après le procès pour plagiat intenté à Sarret, qui conduit des mathématiciens tels que Laplace, Lagrange, Legendre, l'abbé Bossut à étudier comparativement les deux manuels. Quoi qu'il en soit, si nous nous référons à la catégorisation opérée par R. Neyret[14], Sarret peut être classé parmi les scribes, c'est à dire les rédacteurs qui transposent un traité originel conçu par un savant reconnu : l'existence première du traité de Condorcet, les rapports privilégiés qu'entretiennent les deux hommes, tendent à démontrer que le traité auquel il convient d'accorder la primauté est bien celui de Condorcet. Nous tenterons toutefois une brève présentation des deux manuscrits qui coexistent en cette même période.

Les titres de ces deux ouvrages sont éloquents : fi des méthodes, notions, ou instructions, les manuels traitent d' « éléments» : l'élémentarisation prônée par Lakanal a opéré.

Publié en l'an VII (1798) en deux parties, le manuel de Sarret s'intitule, pour la première : *Eléments d'arithmétique à l'usage des écoles primaires ;* pour la seconde : *Observations pour les instituteurs sur les Eléments d'arithmétique à l'usage des écoles primaires.* La première partie présente la théorie de la numération, les quatre premières règles sur les nombres entiers, la théorie des fractions tant décimales que non décimales, le calcul décimal abstrait ; il porte encore sur une instruction sur les nouvelles mesures et monnaies, et

[14] R. Neyret, (1995),Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM. Thèse , Université J. Fourier- Grenoble 1

le calcul des nombres concrets. La seconde partie est précédée d'une notice sur la vie de Condorcet pendant sa prescription. Lakanal,[15] sans *a priori,* d'après les sources, sur le nom de l'auteur, exprime ainsi son jugement sur l'auteur : *« La première partie de cet ouvrage contient de simples éléments d'arithmétique en plusieurs leçons. Ces éléments sont très méthodiques, très clairs, et très propres à être enseignés aux enfants ; mais ils ne comprennent que les quatre premières règles de l'arithmétique appliquées aux entiers et aux décimales : de sorte qu'à cet égard on peut le regarder comme incomplet. […] La seconde partie renferme des observations sur chaque leçon, destinées aux instituteurs, pour leur faire remarquer les points essentiels sur lesquels ils doivent principalement insister dans l'enseignement. Cette seconde partie est en quelque manière unique dans son genre et donne à l'ouvrage un mérite particulier ».*

Sans dénier à Sarret le mérite qui lui revient, à savoir, avoir appliqué à un ouvrage plus complet les principes épistémologiques et didactiques mis en œuvre dans le propre ouvrage de Condorcet, c'est ce dernier manuel qui nous semble devoir servir de support d'analyse. Même inachevé, c'est bien l'ouvrage de Condorcet qui est présent dans celui de Sarret ; la division de l'ouvrage en deux parties, la division en leçons, un fragment non négligeable de la préface, l'emprunt des premières leçons dans les deux parties du manuel, la transformation de la terminologie des nombres, tous ces facteurs ne peuvent que légitimer notre intérêt pour le projet initial de Condorcet et sa partielle réalisation.

Emblématique non pas de la Convention, même si celle-ci peut en revendiquer l'esprit, mais d'une conception de l'instruction publique propre à Condorcet, le manuel s'intitule *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*[16]. Il n'est donc publié qu'en 1799 sur la décision de la veuve de Condorcet. Il est actuellement réédité par les éditions ACL.

Nous considérons que même si son usage n'a pas été généralisé, son existence est emblématique de l'émergence des conditions qui peuvent conduire à l'instauration d'une institution d'instruction primaire. D'abord, il constitue une réalisation, certes marquée par la personnalité de son créateur, de l'intention didactique d'un régime au pouvoir dont s'inspireront ceux qui suivront. Précurseur du manuel scolaire d'arithmétique, il repose sur l'application d'une élémentarisation qui organise

[15] cité par G. Schubring, Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL (1989), p. 167, 168.
[16] Condorcet, (1799), *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité[16],* ouvrage posthume . Prix 1 franc 50 centimes. A Paris, chez Moutardier, librairie au coin de la rue Gît- le- Cœur, n° 28. An VII de la République. In- 18 de 132 pages.

l'exposition d'un savoir dont la légitimité épistémologique et didactique est la première convoquée. Il est en quelque sorte un référent qui nous permettra d'observer des évolutions et des invariances dans les manuels représentatifs que nous étudierons sur les périodes qui suivent : ce sont moins sur les objets de savoir présents dans le traité élémentaire de Condorcet (occultant toutefois, l'étendue initiale des objets envisagés dans le projet) que sur les méthodes d'enseignement postérieures que nous pourrons apprécier l'influence du contexte culturel, scientifique et politique ; il nous semble cependant premier de commencer cette étude par la caractérisation de l'ensemble et de la nature des objets d'enseignement présents dans ce manuel élémentaire.

Le premier obstacle réside dans la distinction de ce qui relève à proprement parler de l'organisation mathématique du savoir et de ce qui relève plus spécifiquement d'un art didactique. La méthode analytique qui régit ici l'art d'instruire n'est elle pas aussi un enjeu didactique pour l'élève ? En effet, concrétisant l'intention didactique du régime au pouvoir, mais finalisant surtout un projet esquissé dans les « Cinq mémoires sur l'instruction publique », le manuel, comme le souligne Lakanal, le traité est novateur tant du point de vue de la méthode, que du point de vue des savoirs en jeu, les deux points de vue étant étroitement dépendants.

1.2.3. B Un manuel novateur.

La pagination du manuel originel sera codée par des parenthèses ; en l'absence de celle-ci, fragment du manuel de Sarret attribué à Condorcet, nous utiliserons le codage numérique de l'édition ACL.

Du point de vue de la méthode : Il est composé d'une première partie destinée à l'élève : *« Dans un enseignement public où l'instituteur a beaucoup d'élèves, il faut un livre aux enfants ; c'est le seul moyen d'établir quelque égalité d'instruction entre ceux qui ont reçu de la nature des facultés différentes »,* écrit Condorcet dans sa préface (p 20). Outil de travail de l'élève, il est la mémoire et le garant des savoirs communs, il lui permet de revenir sur la leçon, d'approprier les savoirs à son rythme. Une seconde partie est rédigée à destination du seul maître : il est encore l'outil de travail du maître. Celui-ci lui permet de s'approprier et de mettre en œuvre la méthode d 'enseignement fondée sur l'analyse ; il l'éclaire sur les éléments de logique qu'il se doit de faire appréhender aux élèves ou simplement suggérer afin de développer les facultés de raisonnement de l'élève ; il le renseigne sur les erreurs des élèves et sur le parti qu'il peut en tirer pour faire progresser les élèves suivant leurs capacités. En prenant en compte la dimension collective de l'enseignement de l'enseignement, la progressivité de l'apprentissage liée à une méthode fondée sur une démarche scientifique et à la diversité des élèves, la fonction formatrice et nécessaire de l'erreur, en définissant des objectifs d'apprentissage ambitieux dans le contexte donné, Condorcet opère une révolution didactique, que ne reprendra qu'en partie le courant pédagogique de la 3ème République.

Du point de vue des savoirs : Le système de numération décimale est le fondement du traité. Objet d'étude dans les trois premières leçons, il est dans les neuf leçons suivantes le principe théorique qui permet l'instauration des algorithmes des règles (les quatre opérations de l'arithmétique et les opérations de preuve), l'intelligibilité de leur fonctionnement, leur contrôle. Le traité met en exergue la légitimité et la pertinence épistémologiques de cet objet et lui confère, par suite, dans la perspective du projet d'Instruction qu'il définit, sa légitimité et sa pertinence culturelle (culture d'un institution en devenir). Toutefois, consubstantiels à ces savoirs nommément présents, résident encore dans le texte du savoir, ces éléments de logique, de raisonnement, ces éléments de la méthode analytique qui régulent l'organisation mathématique du traité que ne pourront reconnaître comme pertinents, les concepteurs de manuels sous la 3ème République.

Le commentaire de J. Guillaume[17], dans le Dictionnaire pédagogique de Buisson est clair : *« D'une étendue moindre que le traité de Sarret, l'ouvrage de Condorcet offre un intérêt considérable : c'est une tentative remarquable pour associer l'enseignement de la logique à celui des opérations du calcul ; mais la méthode employée, exclusivement abstraite, s'adressant au raisonnement et non à l'intuition, n'est pas celle que la pédagogie moderne eût préféré dans un ouvrage élémentaire ».* Révélateur d'un clivage entre deux conceptions de l'élève, l'élève de Condorcet est un sujet doué d'une raison originelle, l'élève de Guillaume est un enfant dont la raison ne peut se fortifier qu'à partir de son intuition sensible, ce commentaire, tout en légitimant la nécessité de la pédagogie républicaine (notion totalement absente de la conception de Condorcet) nous éclaire sur les effets d'un processus. La conception d'une Instruction publique, indépendante de toute doctrine a évolué vers celle d'une éducation qui transforme la personne de l'enfant. L'évolution des méthodes d'enseignement dans le siècle qui va suivre, tout en conservant les objets de savoir nommés dans le traité de Condorcet, n'en dénature pas moins l'organisation mathématique initiale. Bien que revendiquant cet héritage révolutionnaire, l'élémentarisation, comme nous l'avons étudié, pour P. Bert, G. Bovier-Lapierre, les concepteurs des programmes et manuels des années Ferry n'ont qu'un recours pour légitimer ce changement

[17] Guillaume J., Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, tome 2, (1887), article « livres élémentaires de la 1ère République : description de sept ouvrages, p. 1604, 1618.

d'organisation mathématique : la forte pertinence institutionnelle de la pédagogie « normale ». Dans les principes pourtant, la fonction de l'abstraction dans la méthode d'enseignement n'est pas écartée, mais elle n'est pas réellement transparente. La réticence de J. Guillaume à l'égard de l'abstraction ne fait qu'écho aux paradoxes qui émaillent les recommandations pédagogiques, quant à l'enseignement des mathématiques : abstraction et raisonnement ont-ils droit d'existence dans un enseignement élémentaire ? Le débat n'est pas clos…

1.2.3.C. Le programme du traité élémentaire. Définition et organisation d'une arithmétique « scolaire » ; une légitimité qu'éclaire la fonction éducative et sociale de l'arithmétique.

Quel est le programme qu'envisage de fixer ce traité élémentaire ?

Le projet initial de Condorcet est plus ambitieux. Proscrit le 8 juillet 1793, arrêté le 24 mars 1794, il ne peut consacrer que les huit dernières semaines de sa vie à l'élaboration de l'ouvrage. Le témoignage de Sarret qui présente, lui-même, au « concours pour la composition des livres élémentaires », un ouvrage d'arithmétique inspiré des idées de Condorcet, rend compte de son projet : exposer des « Eléments de mathématiques ». Le traité devait comporter les quatre premières règles d'arithmétique, des éléments de géométrie, la théorie des proportions et des équations du premier degré, la théorie des combinaisons, les problèmes indéterminés et les problèmes linéaires. Etendu, ce programme glisse vers l'algèbre, voire les probabilités.

Amputé des « Eléments de géométrie », écourté (la leçon onze introduisant par le biais du quotient de deux entiers les nombres fractionnaires nous laisse dans l'expectative quant à la façon dont il envisageait de les traiter ultérieurement), le traité ne peut donc, nous éclairer que sur une partie du programme initial. Dans tous les cas, son grand intérêt réside dans le fait qu'il est le premier manuel d'arithmétique réalisé au service de l'instruction publique.

Composé de deux parties distinctes, l'ouvrage propose d'abord douze leçons à l'usage de l'élève puis un ensemble de commentaires et recommandations relatifs à chaque leçon, présenté sous le titre « Notes renfermant quelques éclaircissements sur la méthode suivie dans ces élémens […] » à l'usage du maître. Nous pouvons y distinguer ce qu'actuellement nous désignons sous le nom de livre du maître et livre de l'élève. Un livre du maître non réduit comme il existe parfois, notamment quand il est proposé dans le second degré, à une liste d'objectifs et à des corrigés d'exercices !

Définition et organisation du savoir : Objets de savoir et progression, éléments de méthode :

Le manuel de l'élève est donc, constitué d'un ensemble de douze leçons (Condorcet justifie d'ailleurs la légitimité du terme « leçon » dans ses premières notes au maître) conçues comme des exposés de savoir dans lesquels le discours explicite et définit les éléments de savoir, régit leur articulation logique.

La première leçon à laquelle il faut adjoindre une partie de celle de Sarret, en fait de la main de Condorcet introduit l'idée de nombre, distingue quantité discrète et quantité continue pour définir l'arithmétique comme science des nombres, science ayant pour objet l'étude des quantités discrètes. Il définit la numération « manière d'exprimer tous les nombres soit par des noms, soit par des chiffres » et propose la progression relative à cette notion : elle commence « par enseigner la manière d'exprimer dans le discours un nombre quelconque ; ensuite […] celle de l'exprimer en chiffres ». Ceci résume le contenu de la première leçon attribuée à Sarret. <u>Cette première leçon dégage rapidement l'idée de nombre de la perception visuelle de choses qui paraissent semblables</u> « […] nous avons donc l'idée d'*unité*, et celle de ce qui est *un* répété plus ou moins de fois, c'est l'*idée de nombre* » (p.22). L'idée de nombre, telle qu'elle va être étudiée, relève désormais des *idées abstraites.* Dans ses « Observations relatives à l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie », (p.78), l'auteur décrit la procédure intellectuelle qui de l'objet concret (la pomme, le fruit, le corps, la chose) conduit à considérer « une qualité commune à plusieurs objets, sans faire attention à celles qui les distinguent, et [à séparer] l'idée de cette qualité commune, de celles des autres qualité ». Les nombres sont donc des nombres « abstraits ». Il nomme ensuite les dix premiers, les définissant successivement par ajout de l'unité, (p. (2)). « […] *Un* ajouté à *six,* s'appèle *sept* ; *un* et *six* sont … …..…*sept* ». Appuyant son argumentation sur le fait que ce sont des choses qu'on réunit, et sur l'algorithme qui lui permet de construire les nombres (ajout de un), il définit aussi les dix premiers nombres par leurs décompositions additives ; la présence implicite des propriétés de l'addition (commutativité et associativité) précède sa définition de ce qu'est la somme de deux ou plusieurs nombres. Insistant sur la difficulté de mémoriser les noms de nombres, de se faire entendre de tous, si on devait pour chacun d'eux les dénommer différemment, il explique qu'on a donc cherché le moyen de les exprimer tous à partir d'un petit nombre de noms. Arguant de la nécessité de rendre les comptes moins longs, il explique pourquoi on a utilisé des signes qui s'écrivent plus vite et présente les chiffres de 1 à 9, les signes + et = . Il exprime aussi la nécessité de ne devoir en utiliser qu'un petit nombre. Il définit en conclusion ce qu'est la numération « cette manière d'exprimer tous les nombres par un petit nombre de mots, ou de *chiffres* », précise qu'il est possible d'en trouver plusieurs, appelées *systèmes de numération*.

Les savoirs en jeu trouvent leur légitimité dans une pratique sociale, le discours explicite les motifs, insiste sur l'algorithme qui régit la formation des nombres et sur les propriétés liées à leur décomposition additive. Ainsi que nous l'avons souligné, l'auteur détache rapidement les concepts de leur perception sensible ; si le langage naturel éclaire les principes, les techniques, il trouve rapidement sa traduction en terme de signes (rappelons que les traité du XVIIIème siècle évitent toute référence aux symboles, +,-, ×, =, <, > . Les exemples suggèrent ce sur lequel le maître peut exercer ses élèves.

La deuxième leçon (p. (6)- (11)), porte sur la numération orale des nombres supérieurs à dix. Reprenant l'algorithme qui lui a permis de construire les dix premiers nombres et soumettant le langage à la loi de l'analogie (analogie des idées et des mots), à sa méthode analytique qui consiste à décomposer les noms des nombres parallèlement à leur décomposition dans la progression décuple, <u>il révolutionne la terminologie usuelle</u> (à l'époque comme actuellement) ; <u>dix- un, dix- deux, dix- trois, dix- quatre, dix- cinq, dix- six vont se substituer à onze, douze, treize, quatorze, quinze et seize.</u> La trop grande longueur des noms qu'engendrerait l'itération du processus lui permet de légitimer l'usage des noms duante, trente, quarante, cinquante, soixante, septante, octante et nonante. Cent, mille, million, dillion, trillion, quadrillion sont introduits de la même façon. L'expression de mille mille, mille millions, mille dillions, mille trillions par les noms million, dillion, trillion, quadrillion est explicitée, de même qu'à chaque fois la possibilité d'exprimer tous les nombres qui leur sont inférieurs.

Il nous faut souligner la remarquable cohérence du discours avec la construction logique de cette numération orale : la restructuration du langage (ainsi que nous l'avons souligné) est une conséquence de l'élémentarisation des savoirs ; si elle se fonde sur l'objet de savoir en jeu, à savoir la numération, elle prend en compte la dimension humaine de ce savoir, c'est à dire les conditions qui ont permis son émergence ; la nécessité de communiquer entre sujets d'une institution, la volonté de désigner des nombres aussi grands que l'entendement le permet et les limites des capacités de mémorisation et d'invention de l'élève appartiennent à ces conditions. Par analogie, la langue de l'arithmétique doit être conforme à la notion qu'elle est censée désigner ; la logique et l'entendement règlent sa transformation, c'est ce que tendent à faire adopter actuellement certains pédagogues. L'activité mathématique, telle qu'elle est décrite, apparaît bien comme une activité humaine relevant du raisonnement.

Le fait que Condorcet explicite dans cette deuxième leçon, de façon exhaustive, le principe de la numération orale peut nous questionner sur l'utilisation pratique qui pourrait être faite de cette leçon sur un public d'enfants « commençants ». Ce traité s'adresse à des jeunes enfants, Condorcet le rappelle dans le livre du maître, il convient de supposer que ce dernier conçoive que l'idée de quantité et de nombre est construite par l'élève et que la structure logique de la numération, une fois perçue, puisse être appropriée et transférée sur l'ensemble des nombres entiers. Si l'hypothèse paraît illusoire dans le contexte de la classe, elle éclaire toutefois sur la conception que Condorcet se fait de l'élève : un être doué de raison, dont les facultés intellectuelles sont nécessairement à développer dans des domaines bien éloignés de la simple vie quotidienne.

La troisième leçon expose le principe de la numération décimale chiffrée. Il explicite l'aspect positionnel de cette numération en modélisant la numération orale par le moyen de la progression décuple (p. (11)) : *« celui (le chiffre) qui seroit placé à la gauche du premier, exprimeroit autant de dixaines qu'il auroit exprimé d'unités, s'il avoit été seul »* et plus loin (p. (14)) *, « Un chiffre exprimera toujours autant de dixaines, qu'il auroit exprimé d'unités, s'il avoit été moins avancé d'un rang ; autant de centaines, qu'il auroit exprimé d'unités, s'il avoit été moins avancé de deux rangs ; autant de mille, de millions, et ainsi de suite, s'il avoit été moins avancé de trois, de quatre, de cinq, de six rangs, et ainsi de suite.* » Le chiffre 0 est présenté par le biais de son usage : c'est un caractère destiné à indiquer *« que le chiffre qui l'auroit occupé, auroit exprimé des unités [...] »* d'un rang donné. La signification du 0 que Condorcet donne au chiffre s'éclaire, un peu plus loin ; 0 n'est pas un nombre (p. (15)) : « *En effet, l'unité est le plus petit nombre que l'on puisse placer au rang le plus avancé vers la gauche ».* Le caractère 0 n'est pas explicitement le chiffre marquant l'absence d'unités d'un rang donné, son existence est le moyen de distinguer les rangs des autres chiffres, chiffres qui eux expriment des quantités. La construction de l'écriture chiffrée se fait progressivement, d'abord les nombres jusqu'à 99, puis jusqu'à 999 et enfin tous les nombres exprimables. Le lien avec la numération parlée, avec les décompositions additives articule les différentes étapes du discours. Deux paragraphes sont consacrés à l'expression chiffrée des nombres les plus grands et les plus petits qu'on peut écrire avec un nombre de chiffres donné, la relation entre leurs nombre de chiffres (le rôle de l'ajout d'une unité sur le nombre de chiffres du nombre ; c'est notamment à partir de ce discours qui éclaire le fonctionnement de l'algorithme que Condorcet exprime l'idée que tout nombre peut être désigné par cette méthode (p. (16), (17)) : « *[...] en effet, puisqu'en augmentant d'une unité le nombre des zéros qui suivent le chiffre 1, on lui fait exprimer un nombre dix fois plus grand, il est clair qu'on peut lui faire exprimer un nombre plus grand que celui qu'on voudroit écrire : il sera donc exprimé par un nombre de chiffres moindre. »* Il décrit à la suite le processus qui consiste à partir du nombre exprimé avec des 9 à tous les rangs (nombre de rangs correspondant au nombres de chiffres du nombre à exprimer) à diminuer méthodiquement et respectivement les chiffres des unités, puis des dizaines et ainsi de suite. Les paragraphes suivants donnent en quelque sorte les méthodes tout d'abord, pour exprimer avec des chiffres un nombre écrit avec des mots, puis l'inverse. L'étude d'un cas particulier inférieur à mille le conduit à expliciter la technique : l'écriture de gauche à droite suivant l'ordre de prononciation des mots. L'application de la technique aux nombres plus grands est l'occasion de généraliser la façon dont fonctionne l'algorithme sans référence à des exemples. Les exemples choisis ensuite, progressivement parmi les nombres de trois chiffres puis de quatre chiffres permet de définir la fonction du zéro « *[...] il faut écrire un zéro à la place du chiffre répondant à chaque dénomination que vous ne prononcerez pas* ». La méthode permettant d'exprimer avec des mots les écritures chiffrées reprend la même progression : à partir de l'écriture chiffrée d'un nombre de quatre chiffres sont détaillées les opérations successives qui vont consister à déterminer le rang du chiffre le plus à gauche, en commençant par la droite, puis à effectuer la lecture de la droite vers la gauche. Un second exemple portant sur un nombre de neuf chiffres est ensuite proposé. Le cas des nombres comportant des zéros est d'abord évoqué dans un cadre général (p. (21)) : « *S'il se trouve des zéros, vous ne prononcerez point la dénomination qui répond à la place qu'ils occupent [...]* », un exemple sur un nombre de neuf chiffres explicite la méthode générale. La conclusion de cette leçon reprend les contenus des trois leçons (p. (21)) : *« Vous savez maintenant exprimer par des mots et par des chiffres, tous les nombres que vous pourrez former [...] »*

Cette troisième leçon, la plus longue des trois nous éclaire plus précisément sur la méthode préconisée par Condorcet : la notion de généralisation est toujours présente. Nous retrouvons à chaque étape de la formation des deux numérations la dialectique *étude de cas/ généralisation*, la progressivité de l'apprentissage semble réglée sur cette dialectique ; au fur et à mesure que les éléments de savoir émergent (dénominations, chiffres, algorithmes), le jugement et le raisonnement justifient leur existence et c'est l'exercice du raisonnement à travers ce va- et- vient entre étude de cas et généralisation qui construit la cohérence du discours en quelque sorte parallèlement à l'apprentissage. Si l'art de penser ou la logique d'après A. Arnauld et P. Nicole, c'est concevoir, juger, raisonner et ordonner, il nous paraît pertinent d'identifier cet art déjà, dans les premières pages de ce manuel.

Nous serons plus synthétiques sur la suite des leçons ; elles ne portent pas précisément sur les objets de savoir que nous étudions même si elles légitiment pour une grande part l'existence de l'objet « numération ».

La leçon quatre (p. (21)- (28)) porte sur l'addition. En continuité avec les leçons précédentes (la somme a déjà été introduite et former un nombre, c'est ajouter des unités, des dizaines…), elle conduit du « calcul réfléchi d'une somme » suivant notre terminologie actuelle à la « formule de l'opération ». Le motif évoqué pour justifier l'algorithme réside dans la difficulté de mémoriser des nombres trop grands. Clin d'œil à nos pratiques actuelles : le calcul réfléchi de sommes de « petits nombres » était déjà de circonstance !

La formule donnée est notre opération actuelle, la retenue quand elle existe n'est pas marquée, elle est mémorisée. L'introduction de la retenue (qu'on retient) est motivée par le fait qu'il est commode de ne faire qu'une opération au lieu de plusieurs. Le raisonnement s'appuie sur l'étude de cas particuliers, sur la signification des chiffres des nombres. La méthode générale est exprimée pour une somme de trois nombres, suivie d'un exemple puis élargie à tous nombres et à la somme de plusieurs nombres. L'opération est enfin définie comme addition.

La cinquième leçon (p. (28)- (34)) est la leçon sur la soustraction. Condorcet utilise tout d'abord une décomposition additive de 10 pour exprimer une différence et introduire le signe - . Ensuite, pour « ôter, retrancher, soustraire un nombre », Il décrit tout d'abord la procédure qui consisterait à retrancher successivement unités, puis dizaines et ainsi de suite pour en montrer la grande longueur. Donc, par analogie avec la formule de l'addition, il propose la formule de la nouvelle opération, d'abord sur des nombres ne nécessitant pas la prise en compte de retenue. La méthode qu'il explicite pour effectuer des soustractions introduisant la prise en compte de retenues est la méthode par « emprunt » : celle-ci ne nécessite que la compréhension du principe de numération ; la propriété d'invariance des écarts quand on ajoute un même nombres aux deux termes d'une différence n'est pas sollicitée. Notons toutefois que Condorcet établit la légitimité de pouvoir emprunter une dizaine, une centaine ou autre, en mettant en œuvre un raisonnement par l'absurde : il est nécessaire de montrer que le nombre le plus grand, après emprunt, reste le plus grand. En conclusion, après de nombreux exemples commentés, une généralisation formulée, Condorcet définit les termes « différence et soustraction ».

La sixième leçon (p. (35) – (40)) définit l'opération de preuve, moyen de s'apercevoir qu'on s'est trompé dans une addition ou une soustraction. Utilisant dans une première partie, la relation entre somme et différence, Condorcet introduit ainsi la notion de probabilité d'un événement (introduction prudente, comme il est souligné avec abondance de précisions d'ordre didactique dans le commentaire du livre du maître, mais qui n'est pas sans rappeler le statut que Laplace et Lagrange octroient à cette science dans les cours de l'Ecole normale). Il insiste de même à l'intention du maître sur l'origine des erreurs : la « mémoire d'habitude », détachée de la « conscience ». La deuxième partie de la leçon consiste à faire percevoir et faire utiliser les propositions suivantes : la somme de la somme et de la différence de deux nombres est égale au double du premier terme ; la différence de la somme et de la différence de deux nombres est égale au double du deuxième terme. Il n'est pas anodin, que dans les recommandations du maître, Condorcet souligne l'intérêt que le maître doit porter à ceux des élèves qui appréhendent plus aisément ces propositions : le maître est amené à différencier et à évaluer la capacité de certains de ses élèves à abstraire.

La septième leçon (p. (40)- (45)) introduit la multiplication à partir de l'addition itérée ; se situant alors dans le registre langagier, c'est à partir de l'utilité qu'il y a à ramener des sommes successives à l'expression « répété … fois », puis « … fois » qu'il construit la formule de la multiplication d'un nombre par un entier à un chiffre et définit les termes « multiplier, multiplicande, multiplicateur, produit et multiplication ». La propriété de commutativité du produit est explicitée, utilisée pour identifier les produits, en nombre minimal, qu'il est nécessaire de mémoriser pour multiplier un nombre quelconque, par un nombre de un chiffre.

La huitième leçon, (p. (45) – (50)) prolongement de la précédente, s'appuie sur le principe de numération et implicitement sur la propriété de distributivité, pour synthétiser en une seule formule l'algorithme de la multiplication de deux entiers quelconques. C'est finalement, la technique reposant sur le recul d'un rang de chaque produit partiel correspondant respectivement au rang des chiffres du multiplicateur, qui est éclairée. Il est souligné dans le commentaire à l'usage du maître, le soin que ce dernier devra avoir pour que l'élève établisse des liens avec ses savoirs antérieurs (le système de numération et l'addition), accorde son adhésion à ce nouveau savoir et le rôle de l'exercice dans l'appropriation des produits et de l'algorithme.

La neuvième leçon (p. (50)- (60)) expose la méthode qui permet de savoir combien (p. (60)) « *connaissant un nombre […] il faudrait répéter un nombre plus petit pour former le premier* ; *ou bien, quel serait le nombre qui, répété un nombre donné de fois, produirait le premier nombre* ». Distinguant préalablement, ce que nous définissons actuellement (classification de Vergnaud), par division- quotition ou division- partition, Condorcet, arguant de la difficulté d'opérer en un grand nombre d'étapes par soustractions itérées, s'appuie à nouveau sur le principe de numération pour décrire le processus qui permet de déterminer le nombre de centaines, de dizaines et d'unités, du nombre cherché, dans le contexte d'un exemple (2124 par 6). Il définit ensuite, suivant sa progression habituelle, le vocabulaire de l'opération : diviser, dividende, diviseur et quotient. Le discours qui accompagne la mise en œuvre de l'algorithme est illustré sur un exemple (25 348 à diviser par 7) et conduit à la formule :

$$\begin{array}{r|l} 25\,348 & \\ 7 & 3621 \text{ reste } 1 \\ \hline 43 & \\ 14 & \\ 8 & \end{array}$$

Un autre exemple suit : 1634 à diviser par 8. Les commentaires du livre du maître évoquent la rupture que suscite cette règle « assez compliquée », « où l'expérience ait prouvé qu'il se faisait une sorte de séparation des esprits ». « Arrêtés à ce terme », beaucoup d'hommes « n'ont pas pris le temps, l'application qui leur aurait été nécessaire pour le passer ». Il justifie encore pour les enfants, le fait « d'entendre la description verbale des objets eux-mêmes ou d'une opération qu'on exécute, avant de leur faire la description écrite […] de l'opération qu'on leur présente toute exécutée ». Le calcul réfléchi exprimé dans la langue naturelle, mais rigoureuse prévaut dans l'apprentissage, comme l'affirme Condorcet.

La dixième leçon (p. (61)- (64)) porte sur la division d'un entier par un nombre à plusieurs chiffres. L'exposition d'un unique exemple commence par la détermination de l'ordre de grandeur du quotient (toujours en référence au système de numération). Les longueurs qu'induirait l'essai pour obtenir les chiffres du quotient, des nombres inférieurs à dix, conduit Condorcet à proposer des encadrements du diviseur et du dividende entre des ordres de grandeur qui permettent de réduire l'encadrement des chiffres du quotient. Le commentaire à l'usage du maître exprime la nécessité pour ce dernier d'exercer les élèves et de les conduire progressivement de l'étude d'opérations particulières au principe général.

La onzième leçon (p. (65)- (69)) expose la division où l'on divise le reste ; c'est l'occasion pour Condorcet, d'introduire les nombres fractionnaires (sans les citer) : le quotient de 1634 par 8, c'est 204 + 2/8. Après avoir explicité la signification du suffixe « ième », il établit l'égalité : 1634/8 = 204 + 2/8, en s'appuyant sur le registre langagier et le lien entre 1634/8 et la division de 1634 par 8. La définition des termes « fractions, nombres entiers, numérateur et dénominateur » sont finalement donnés. Les dénominations des concepts introduits sont toujours faites après leur exposition ; elles se rattachent aux opérations, aux « manipulations effectuées sur le système de numération ».

La douzième leçon (p. (69)- (72)) présente les opérations de preuve pour la multiplication et la division. Les liens entre les deux opérations sont d'abord sollicités pour vérifier qu'elles sont bien faites. En utilisant un langage algébrique, nous formulons ainsi ces liens : $P = M \times m$ équivaut à $P \div m = M$, avec M entier ou nombre fractionnaire, ou encore $D - r = d \times q$ équivaut à $(D- r)/d = q$;

Le cas où le multiplicateur de la multiplication à vérifier est trop grand fait l'objet d'un traitement particulier (la division s'avérant par trop délicate) ; Condorcet propose de diviser plutôt les produits partiels de la multiplication par chacun des chiffres correspondants du multiplicateur : le quotient finalement obtenu doit être le multiplicateur et il suffit ensuite de vérifier la somme des produits partiels. Condorcet, tout en relevant le grand nombre d'opérations nécessaires, insiste sur son intérêt : la localisation de la partie où se trouve l'erreur. Le commentaire, bref comme pour les deux leçons précédentes, pose en principe, l'effort d'explicitation verbale que doit faire le maître pour que l' « intelligence du texte, lorsqu'on le relit » soit « aidée par la mémoire de ses explications ».

Nous noterons en conclusion, combien la pertinence épistémologique du système de numération prend corps dans ce traité : il est le fondement des savoirs qu'il engendre. Il s'agit de l'apprentissage du « calcul décimal abstrait », les grandeurs traitées sont des objets de l'arithmétique, donc abstraits, comme le souligne Laplace (Cours de l'Ecole normale de l'an III); il ne s'agit pas pour l'élève de se départir de sa perception, de son intuition, mais de les soumettre à ses facultés d'analyse. Il semble que pour Condorcet, l'entendement est inhérent à l'être humain : sa démarche revêt toute la cohérence que peut induire cette conviction ; elle l'entraîne à élémenter le savoir, il accorde donc, aux principes de la numération décimale un soin particulier qui le conduit, par application du principe d'analogie, à révolutionner une langue qui se doit de faire cadrer les idées et leurs désignations. Le maître est le médiateur, qui, d'abord par l'usage d'une langue qui expose, qui explicite, qui conceptualise, qu'il transmet, qu'il fait fonctionner, éclaire et développe l'entendement de l'élève et qui, ensuite, dans le registre de l'écrit, permet à l'élève de fiabiliser, d'automatiser les techniques (les algorithmes), tout en leur conservant leur intelligibilité. L'organisation du savoir relève, semble t-il, d'abord d'une légitimité épistémologique et didactique. Nous essayons maintenant d'analyser la légitimité « culturelle » pour la société, qui peut être conférée aux objets traités par Condorcet.

<u>Légitimité des objets de savoir qui relèvent du domaine de l'arithmétique : les enjeux éducatifs et politiques d'un savoir élémentarisé.</u>

Les objets de savoir étudiés, objets de l'arithmétique révolutionnaire, trouvent une légitimité politique : c'est le système décimal qui fonde le principe d'unification des poids et mesures. La « loi organique du système métrique » décide l'application des divisions décimales à toutes les mesures le 7 avril 1795 ; dans les faits, le principe de la décision n'opère que pour le mètre, il faudra attendre le 10 décembre 1799 pour que le principe soit réalisé pour le kilogramme. Mais plus encore, se dégageant des enjeux d'une éducation citoyenne, ils s'inscrivent dans ce traité comme emblématiques de l'instruction primaire telle que pouvait la concevoir Condorcet dans les « Cinq mémoires sur l'instruction publique ». Ce n'est pas tant leur existence en terme d'objets de savoir qui témoigne de cet état de fait que la méthode préconisée d'une part pour les faire connaître et acquérir, d'autre part pour permettre leur transmission. Il n'est pas de « République éclairée » sans Instruction publique et réciproquement : le citoyen n'existe que parce qu'il est sujet doué de raison et libre. La raison de l'individu devient celle du citoyen si elle s'inscrit dans la rationalité : c'est l'acquisition des savoirs scolaires qui garantissent l'existence de cette rationalité. Le savoir est la pierre angulaire de la rationalité, il s'en suit que « lire, écrire, connaître les quatre règles de l'arithmétique », mais plus encore, constituent les fondements de l'Instruction primaire, leur légitimité est nécessairement épistémologique.

Si plus précisément, nous cherchons à caractériser cette culture arithmétique du primaire telle que la conçoit Condorcet, le contenu de ce traité inachevé en dresse précisément les principes. Rappelons que si le décret du 19 décembre 1793 a pour mérite d'organiser une seconde fois le système éducatif, les programmes et leur « esprit » restent à définir à partir des manuels. Nous émettons l'hypothèse que les objets de savoir choisis par Condorcet, constitutifs des savoirs scolaires n'ont pas pour finalité première l'utilité immédiate telle que la concevront les pédagogues de la 3ème République. Ces savoirs, ces éléments de méthode, cette capacité à s'interroger sur les erreurs probables sont certes utiles au citoyen dans sa vie quotidienne, mais ils engagent encore le jugement de ce dernier quant au fonctionnement de l'Institution d'une « République éclairée ».

Les idéologues de 1799 en ont pleinement conscience. Apprendre l'art du calcul dans le manuel de Condorcet, c'est aussi apprendre l'art du raisonnement, c'est de fait développer ses capacités de jugement. Garat, qui en 1799 rédige l'avertissement du manuel éclaire ce propos (p. (9) du manuel):

« […] La première chose qui distingue ces élémens d'Arithmétique, c'est d'être en même tems des élémens de Logique. Une logique très- ingénieuse et très- exacte préside à toutes les opérations du calcul ; mais cette logique est comme cachée dans les formules de calcul qu'elle a inventées et qu'elle dirige. En rendant cette logique visible (c'est nous qui soulignons) , on enseigne deux arts à- la- fois, celui du calcul et celui du raisonnement. […] Il (le traité) consiste à rendre tellement sensibles tous les motifs et tous les pas qui ont conduit à

la recherche et à l'invention des formules, qu'il soit impossible de se servir des formules, sans que l'esprit repasse sur tous les motifs et sur tous les secrets de leur artifice : alors, l'esprit et la main opèrent ensemble ; tantôt l'esprit précède la main : mais jamais ils ne sont éloignés ; toujours ils se suivent de près ; et le génie qui a créé les formules environne toujours de sa lumière des opérations exposées à devenir plus méchaniques qu'intellectuelles. »

Nous retrouvons dans la préface même (reprise par Sarret), p. 19, les éléments relevés par Garat comme les principes fondamentaux de l'ouvrage :

« *Il m'a paru qu'en général on ne devrait rien enseigner aux enfants, sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs.[…]Ainsi des éléments de ces sciences (l'arithmétique et la géométrie) ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin (c'est nous qui soulignons) , mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique, et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse. »*

Les objets de savoir en jeu sont donc explicitement plus nombreux qu'il ne peut paraître au premier abord ; des éléments de logique sont présents et c'est sur eux que reposera le développement des facultés intellectuelles de l'enfant. La main et l'esprit agissent de concert, l'expression peut caractériser l'objectif du manuel : technicité et réflexivité sur l'activité menée sont indissociablement mêlées. Plus encore, la faculté de raisonner avec justesse dans des situations étrangères au contexte scolaire procède nécessairement de cette instruction.

Le traité traduit la visée plus fortement épistémologique et philosophique que pragmatique qu'annonçait Condorcet dans ces « Cinq mémoires sur l'instruction publique ». Nous avions relevé que dans le second mémoire « de l'instruction commune pour les enfants », Condorcet caractérisant le plan d'étude pour le premier degré d'instruction précisait (p. 130, éd. GF Flammarion), « *qu'on y verra le triple avantage de renfermer les connaissances les plus nécessaires, de former l'intelligence en donnant des idées justes, en exerçant la mémoire et le raisonnement ; enfin, de mettre en état de suivre une instruction plus étendue et plus complète. En remplissant le premier but de l'éducation, qui doit être de développer, de fortifier, de perfectionner les facultés naturelles, on aura choisi pour les exercer, des objets qui deviendront, dans le reste de la vie, d'une utilité journalière (c'est nous qui soulignons). En formant le plan de ces études, comme si elles devaient être les seules, et pour qu'elles suffisent à la généralité des citoyens, on les a cependant combinées de manière qu'elles puissent servir de base à des études plus prolongées, et que rien du temps employé à les suivre ne soit perdu pour le reste de l'instruction. »* Le traité d'Arithmétique, bien qu'incomplet, est conforme à l'esprit de ce programme. La dimension utilitaire des objets étudiés n'est pas première, ces objets sont d'abord les moyens d'exercer les facultés naturelles puis deviennent dans un second temps d'usage quotidien. Les contenus d'enseignement du second degré d'instruction (non réservé à une élite comme nous pouvons le présumer) présentent les perspectives quant au devenir des savoirs arithmétiques. Celui-ci, constitué de façon « à proportionner l'instruction aux facultés des élèves » est divisé en deux parties : la première est la continuation d'un cours d'instruction générale, « la seconde partie sera destinée à enseigner, avec plus de détail et d'étendue, les sciences particulières dont l'utilité est la plus étendue *(c'est nous qui soulignons)*». Et cette utilité est alors commerciale et politique ainsi que la présente l'auteur. L'arithmétique élémentaire est la propédeutique aux mathématiques sociales ; si dans le quotidien, elle doit être d'une utilité quotidienne, elle n'est pas réduite à n'être que d'une utilité immédiate. C'est la fonction modélisatrice du calcul qui fait que « les mathématiques et les parties des sciences physiques fondées sur le calcul », les théories « dont l'application est la plus commune », qui nécessitent de « mettre les élèves en état d'entendre et de suivre les calculs d'arithmétique politique et commerciale, et les éléments des théories sur lesquelles ces calculs sont appuyés » constituent naturellement le prolongement de ces études. Sont consubstantiels le savoir à proprement parler (les éléments de théorie qui fondent l'entendement) et ses fonctions sociales.

Ces divers éléments nous permettent de fonder notre conviction que la légitimité épistémologique et philosophique des savoirs arithmétiques dans le traité de Condorcet précèdent au moins chronologiquement leur légitimité politique et culturelle. Plus précisément nous pouvons supposer que c'est de la première que procède logiquement la seconde.

1.2.3.D. l'art d'enseigner ou art didactique selon Condorcet : une interprétation personnelle de la méthode analytique :

La méthode analytique chez Condorcet : objet d'enseignement, méthode d'enseignement, d'apprentissage ?

En dehors des objets de savoir identifiés, savoirs arithmétiques, éléments de logique, il semble qu'il nous faut leur adjoindre la méthode analytique telle que la conçoit Condorcet. Elle est objet d'apprentissage, d'enseignement dans la mesure où son appropriation est signe de développement des facultés de l'élève ; elle est aussi le moyen qui permet au maître de transmettre les savoirs. Son double usage (elle est peut à peu perçue et appropriée par l'élève « la logique est rendue visible » qui s'instruit par son biais, elle est mise en œuvre consciemment et rationnellement par le maître qui veut instruire) semble attesté par l' existence des deux manuels. N'occultons pas toutefois que les recommandations relatives aux possibles comportements et erreurs des élèves sont aussi un facteur qui pourrait légitimer l'existence du livre du maître dans une simple perspective pragmatique : toutefois, les tâtonnements de l'élève, son cheminement vers la conceptualisation ne peuvent –ils relever d'une conception de la démarche analytique qui ne règle pas seulement l'exposition du savoir, mais aussi son appropriation ?

Dans la préface (p. 20) et en guise de principe, Condorcet, repris par Sarret, explicite en partie sa conception :

« [...] si l'on doit se borner aux premiers éléments, si surtout l'enseignement d'une science a pour objet de former les facultés intellectuelles des élèves, alors il n'est qu'une seule bonne méthode, celle de l'invention, c'est à dire celle qui ne présente les diverses opérations de la science qu'après en avoir démontré le besoin et les motifs, qu'après avoir donné à l'élève qu'on instruit, l'idée de les chercher et jusque le moyen de les trouver lui-même ». C'est donc en premier lieu, l' « outil » utilisé pour rédiger de bons éléments ainsi que le précise Arbogast (mathématicien lui aussi) dans son « rapport et projet de décret sur la composition des livres élémentaires destinés à l'Instruction publique »[18] : « *Je viens aux principes qui doivent diriger la rédaction de bons éléments et je me bornerai à quelques observations. La méthode qui nous fait arriver aux découvertes est aussi celle qui est la plus propre à les communiquer aux autres : car la chaîne d'idées qui conduit l'inventeur peut faire comprendre, même aux esprits d'une capacité médiocre, l'objet inventé, pourvu qu'on se proportionne à l'intelligence de chacun, en développant toutes les idées intermédiaires entre le connu d'où l'on est parti, et l'inconnu où l'on veut atteindre. [...] la méthode analytique doit donc régner partout dans des éléments bien faits ».* La méthode analytique, en tant que méthode du savant, est reconnue par l'institution savante, comme seule méthode de transmission des savoirs : il reste à la « proportionner » à la mesure des capacités des élèves.

La mémorisation sans raisonnement préalable est bannie des méthodes d'apprentissage envisagées, plus encore elle est assimilée à un obstacle à l'instruction. La remarque d'Arbogast « *Un préjugé, accrédité trop longtemps, et qui a contribué plus que tout autre à entraver l'instruction, c'est de croire que les facultés intellectuelles ne se développent que bien après les autres ; que les enfants ne sont capables que de mémoriser et non de raisonner* […] », sans pour autant anticiper sur les recherches piagétiennes (!), fait résonance avec le commentaire de Condorcet, explicitant la fonction du raisonnement (p. (75) de son manuel) : « *On trouve ici des détails qui paroîtront peut-être superflus ; mais je les crois nécessaires, pour empêcher que les élèves n'apprennent la numération chiffrée ou parlée, que par la* *mémoire : ces raisonnements exerceront leur esprit, et les aideront en même- tems à mieux retenir ce qu'on leur enseigne* ». Il expose dans le paragraphe qui précède « la manière dont on auroit pu être conduit à trouver le système de numération, sans cependant y trop insister ». Distinguant, en effet, « instruction commune » et « éducation particulière », il perçoit les limites de ce type d'exposé pour un nombre élevé d'élèves.

Un autre principe, relevé par Arbogast, portant sur la langue trouve sa déclinaison dans les notes du manuel destiné au maître par Condorcet. A la remarque d'Arbogast « *Une autre considération non moins importante, sans laquelle la méthode d'enseigner ne peut atteindre à sa perfection, a pour objet le souci que l'on doit mettre à ce que la nomenclature soit exacte dans tous les livres élémentaires ; car les langues sont des méthodes analytiques, et les raisonnements dépendent presque entièrement du langage*.[…] », Condorcet répond : « *Il m'a paru nécessaire de faire quadrer la numération parlée avec la numération en chiffres. J'ai donc changé ceux des noms de nombres qui rompent l'analogie.[...]* (page (74)).Et encore : « *Il est bon de faire observer ici aux Elèves, les divers usages des mots : premièrement, on s'en sert pour déterminer l'attention d'un autre sur l'idée que ce mot exprime ; ce qui exige que le même mot réponde à la même idée pour tous les individus, et dans toutes les occasions où il est employé ; il en résulte que le que le sens des mots doit être fixe, et déterminé de manière à pouvoir être uniformément saisi par les divers individus. On les emploie aussi pour rappeler sa propre attention sur des idées qui soient constamment les mêmes. Enfin on les emploie, pour être à porter de se rappeler à volonté certaines idées qu'il est utile d'avoir et de conserver* » (p. 78), (79)). La langue, outil de conceptualisation, outil du raisonnement et de la mémoire est définie ici, comme un remarquable objet d'apprentissage.

Nous postulons que la méthode analytique, l'outil du savant, du concepteur du manuel est transposée en cette langue, à l'usage du maître, qui en l'utilisant en fait un outil d'enseignement et à l'usage de l'élève, qui est censé se l'approprier. Il peut sembler pertinent d'identifier dans cet outil, dans cette méthode unificatrice, la composante commune d'un rapport au savoir, rapport en position d'élève, rapport en position d'enseignant, rapport en position de producteur de savoir. Par l'usage d'une même langue, existe une réflexivité commune sur l'activité arithmétique : à travers la méthode analytique qui caractérise l'activité de l'ensemble des sujets, se dessine un rapport institutionnel à un savoir (l'arithmétique élémentaire), spécifique d'une institution savante et humaniste. Certes, il peut être fait objection que la méthode analytique, telle que la met en œuvre Condorcet, n'est pas

[18] Condorcet,Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL, (1989), annexes, p. 214,215.

spécifique à l'arithmétique : ce dernier envisageait de la mettre en œuvre pour des Eléments de géométrie et Arbogast[19], toujours dans son rapport en éclaire la portée généralisatrice et philosophique : « *L'analyse est aux sciences, elle est à l'enseignement, ce que la liberté est aux institutions politiques : l'une et l'autre font sentir à l'homme sa dignité et contribuent à sa perfection* ». D'une portée jugée, sans doute, universelle à l'époque, nous ne nions pas sa dimension transcendante, cette méthode nous paraît, dans le contexte limité du manuel, un élément incontournable, celui qui régit les interrelations entre les objets arithmétiques présents : l'écosystème dans lequel vit la numération en lien avec les opérations, elles-mêmes liées entre elles est subordonné à l'analyse qui en assure la cohérence.

Pour préciser encore notre pensée, la technique collective qui permet de donner sens au *topos* de chacun des acteurs, le maître et l'élève, c'est cette méthode.

Méthode d'enseignement, il nous semble pertinent de lui attribuer le rôle moteur dans le processus d'étude des objets de savoir. Les différents moments de l'étude de l'objet, de la première rencontre (avec l'explicitation des raisons qui induisent son introduction) à l'évaluation (la confrontation d'un rapport personnel à un rapport institutionnel) mettent clairement en évidence la fonction de l'analyse : notons par exemple, comment Condorcet exprime la prise en compte de l'erreur (livre du maître 6ème leçon, p. (135), (136)) :

(a) Il est impossible qu'aucun Elève ne se soit trompé dans les règles qu'on lui a données pour exemples. L'Instituteur a du le remarquer, et montrer en quoi consistait l'erreur, et quelle en étoit la cause.

Il doit ici rappeler ce fait, pour faire sentir aux Elèves l'utilité dont il est pour eux de savoir reconnoître eux-mêmes leurs erreurs.

Mais on peut tirer de ces erreurs où tombent les Commençans des leçons très-importantes, en leur faisant analyser les procédés qui les y conduisent.

Outil de contrôle pour l'élève, l'analyse tend à le rendre autonome dans son activité.

Outil de régulation pour le maître, elle permet à ce dernier d'adapter le processus d'étude en prenant en compte la démarche de l'élève.

Nous pourrions, peut-être un peu brièvement, définir l'organisation didactique des savoirs arithmétiques chez Condorcet, comme une organisation reposant sur la triple fonction de l'analyse :

- Structuration par le biais de l'élémentarisation des savoirs.
- Méthode de transmission (construction ?) des savoirs, permettant de prendre en compte le processus d'apprentissage de l'élève.

[19] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, ACL (1989), annexe, p. 213.

- Méthode d'appropriation des savoirs corrélée à une réflexivité sur la validité de ce savoir

En conclusion, pour les conventionnels, et Condorcet en est un remarquable représentant, le manuel élémentaire participe fondamentalement de l'instauration d'un système d'enseignement primaire, publique. Il est ce par quoi peut se répandre, en toute égalité, un savoir commun à un peuple tout entier. Le texte du savoir contrôlé par les savants, et dans le cas du traité de Condorcet, directement transposé par le mathématicien doublé du « didacticien », présente tant pour les élèves que pour les maîtres la définition première du savoir scolaire élémentaire. Il est pensé comme le vecteur principal d'une « discipline scolaire » dont le phénomène d'acculturation qu'elle doit induire, constitue la condition première de l'émergence d'une culture primaire. La fonction du maître se révèle essentiellement dans un rapport de médiation ; l'articulation théorie-pratique est éludée, puisqu'il n'y a pas à proprement parler de distance entre une méthode pour apprendre et une méthode pour enseigner : la méthode analytique selon Condorcet, appliquée à un savoir déjà élémentarisé, règle l'avancée du temps didactique ; les contraintes topogénétiques et chronogénétiques qui inscrivent le savoir à enseigner dans un cadre temporel, une organisation pédagogique sont certes à la charge du maître, mais procèdent naturellement de la mise en œuvre de la méthode analytique.

1.2. 3. E. Quelques éléments de synthèse sur les contraintes qui assurent au manuel élémentaire une fonction première dans la genèse d'une instruction publique pour Condorcet ; comment ces mêmes contraintes, réinterprétées par les Républicains de la IIIème République rendent compte d'une rupture entre deux conceptions de l'instruction publique :

Si le principe du manuel bien fait, pouvant suppléer à la fonction du maître, moyen privilégié de réformer l'enseignement, ne naît pas sous la Convention, (La Chalotais le préconisait déjà, en 1764, dans son « Essai d'éducation nationale »), c'est bien aux conventionnels qu'il revient le mérite de l'avoir en partie appliqué, et en direction du peuple (ce que ne concevait pas La Chalotais). La légitimité du manuel élémentaire est donc fondée dans ses principes, avant que ne s'en emparent les législateurs de 1793 ; mais entre principes et réalisation, il faut qu'émerge une nécessité. Dans ce contexte social et politique, ce sont les conditions conjoncturelles et idéologiques qui engendrent cette nécessité. La légitimité du manuel élémentaire s'érige désormais explicitement sur les fondements suivants:

Le premier fondement est idéologique ; il repose sur un postulat, communément admis dans le contexte donné : toute institution de formation « formate » ses maîtres et par suite le système d'enseignement dont procède le système de formation (exemple emblématique des collèges jésuites) ; elle crée un esprit de corps, qui se matérialise dans un assujettissement à une même doctrine. Parce qu'elle ne peut dissocier, dans l'organisation pédagogique qu'elle induit éducation et instruction, toute doctrine est dès lors incompatible avec la conception de l'instruction publique propre à Condorcet. Pour ce dernier, s'il y a articulation et non dichotomie entre éducation et instruction, l'éducation appartient à la sphère privée. L'instruction publique ne peut être une éducation nationale dans le sens où l'entendent certains de ses contemporains. Pour les conventionnels, quels qu'ils soient, le manuel élémentaire apparaît plutôt comme une alternative à une formation des maîtres prise jusqu'à présent en charge par des institutions incompatibles avec l'idéal républicain. Alternative, mais non substitution pour Condorcet : l'art d'instruire ne peut se déduire totalement du manuel.

Le second fondement est conjoncturel, pragmatique ; même si cet argument ne peut être retenu parmi les principes sur lesquels repose la théorie scolaire de Condorcet, il nous paraît pertinent dans l'esprit des législateurs. Ne vont-ils pas décréter l'instauration d'une Ecole normale ? Nous pouvons penser que c'est tout simplement l'absence d'une institution dont les acteurs (des maîtres qualifiés) et l'organisation pédagogique permettent de réaliser, dans l'immédiateté, les ambitions éducatives des conventionnels à l'adresse du peuple, qui nécessite cet expédient. En effet, l'éradication des petites écoles de l'Ancien Régime, l'éviction des enseignants congréganistes entraînent la disparition momentanée d'un type de forme scolaire hors du siècle : à défaut d'une institution dont l'organisation ne peut être définie, ni dans ses principes, ni *a fortiori* dans un espace et un temps spécifiques, la Convention s'attache à définir à travers les manuels des contenus de savoir, et les méthodes d'exposition qui les rendront accessibles à tous les citoyens.

Premier dans l'ordre des priorités, le manuel de Condorcet, avant d'être outil de formation du maître, moyen supplémentaire d'apprentissage de l'élève (n'occultons pas dans le manuel, le rôle que joue le maître dans l'apprentissage de l'élève), définit d'abord, la matrice du savoir à enseigner. Il éclaire encore un art d'instruire qui est en germe dans une manière spécifique d'étudier les savoirs et qui tend à se renforcer dans la pratique. Ce traité élémentaire est en quelque manière la matrice d'une discipline scolaire en élaboration.

Avant de poursuivre notre étude de la trajectoire historique de cette arithmétique élémentaire, culture commune au maître et à l'élève, détachée de toute emprise doctrinale, il nous paraît pertinent de nous projeter quelque cent ans plus tard. Quelles traces de la théorie scolaire de Condorcet dans l'organisation du système primaire conçue par les pédagogues de la 3ème République ? Ceux-ci ne revendiquent-ils pas une politique scolaire éclairée par les principes prônés par Condorcet ? Quel lien entre le rapport sur l'instruction publique rédigé en 1792, et l'organisation primaire en 1889 ?

En premier lieu se pose la question relative à la légitimité idéologique des écoles normales et à l'organisation du système d'enseignement public dont ces dernières peuvent ou non constituer le pivot.

En récusant le principe d'une institution spécifique, chargée de la formation des maîtres, Condorcet dénonce implicitement la légitimité idéologique de l'ensemble des conditions et contraintes qui sous-tendent la viabilité d'une institution de formation des maîtres, c'est-à-dire, dans le contexte de l'Ancien Régime, les principes sur lesquels se fondent un corporatisme enseignant, hors du siècle, garant de l'immobilité d'un ordre social. Cette conviction de l'auteur est-elle simplement conjoncturelle ? Peut –on supposer que dans un autre contexte social et politique, Condorcet aurait pu concevoir l'existence d'une « institution » de formation des maîtres, par conséquent d'une doctrine légitime ?

Dans le contexte institutionnel des années Ferry, les enjeux didactiques du système d'enseignement entretenant un fort lien de solidarité avec ceux de la Société, les législateurs n'hésitent pas, nous semble t-il, à réinterpréter les principes qui justifiaient de l'éviction d'une institution de formation des maîtres : **les mêmes principes vont se constituer alors en conditions qui paradoxalement fondent la viabilité de toute institution d'enseignement ou de formation**.

- Dans un contexte politique et culturel donné, tout projet d'une instruction populaire recouvre nécessairement une dimension éducative. Tout projet d'instruction publique est donc subordonné à un ensemble de finalités sociales qui, à défaut de refléter fidèlement celles que l'institution, une fois constituée (un système d'enseignement), aura redéfinies, constituent les principes fondateurs de la doctrine sur laquelle se fonde la légitimité sociale de l'institution. Or toute institution d'enseignement ou de formation n'a d'existence et de légitimité culturelle, que parce qu'elle est fondée sur une doctrine reconnue par un pouvoir : celle-ci garantit la cohérence de son organisation ; elle régit la conduite de ses sujets ; elle s'inscrit dans la définition d'une culture intellectuelle et comportementale caractérisée comme enjeu didactique de l'Institution. Le principe d'une instruction publique indépendante de tout pouvoir ne peut être viable pour les pédagogues de la IIIème République. Si, comme se plait à le reconnaître G. Compayré[20], Condorcet est celui qui a le mieux « célébré les avantages de l'instruction publique », la nécessité de la liberté et de l'égalité, tant s'en faut que sa formule soit pertinente : *« l'instruction assez complète pour* *effacer toute inégalité qui entraîne la dépendance* » est un prédicat absurde qui suppose l'universalité de la science. Et G. Compayré de souligner : « *Notre auteur oublie trop ici que la raison d'être de la Société est précisément la dépendance, la solidarité mutuelle fondée sur la division du travail* ».

- Dès la Convention (l'école Normale de l'an III), il apparaît qu'une institution de formation des maîtres peut être (au moins dans l'urgence) une condition nécessaire à la viabilité d'un système d'enseignement public. Pour les républicains de la IIIème République, la régénérescence du système d'enseignement publique repose nécessairement sur la construction d'un édifice primaire dont la pierre angulaire est l'Ecole normale primaire. L'institution comprend nécessairement articulés une institution de formation des maîtres et un système d'enseignement, pour que puisse opérer une éducation populaire conforme à une doctrine officielle.

- La doctrine unifiante de toute l'institution, l'édifice primaire, repose sur la pédagogie « normale ». La pédagogie « normale », en nourrissant les méthodes d'enseignement, règle l'activité intellectuelle de l'élève, du futur maître, en fonction des facultés naturelles dont il peut user librement, mais plus encore en fonction des attentes fixées par l'institution. Il s'en suit qu'émerge nécessairement parmi les maître un esprit de corps : une corporation enseignante, aux intérêts certes liés à ceux de la Société, mais une corporation toutefois. L'écueil évoqué par Condorcet est donc prévisible : la libre concurrence des maîtres, livrés à une émulation que permet l'absence de tout cadre corporatiste ne peut avoir de sens.

- La culture de cette institution est donc bivalente : elle ne peut être la simple transcription d'un savoir d'exposition présent dans un traité ; les méthodes censées transmettre le savoir à enseigner, en le rendant conformes aux finalités désignées par l'Institution, participent de la définition du savoir scolaire, de la définition de la « discipline » scolaire. La « discipline » scolaire de Condorcet est d'abord intellectuelle et morale : sa finalité tend en particulier à user « des trois opérations intellectuelles dont notre esprit est capable ; la formation des idées, le jugement, le raisonnement [21]». La « discipline » scolaire que définissent les pédagogues de la 3ème République a des finalités plus pragmatiques : la transmission des valeurs de la morale républicaine, l'utilité immédiate. La culture scolaire est donc contextuellement située.

[20] Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire (1887), tome 1, article « Condorcet ».
[21] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, éditions ACL, p . 111.

- L’appropriation de cette culture nécessite l’existence d’un espace spécifique (plus ou moins ouvert) ; s’il n’est hors du siècle, cet espace ne se constitue t-il pas en un ordre primaire, clos ? L’architecture d’une instruction publique, conçue comme un emboîtement de degrés successifs, conforme à un ordre social non fondée sur la reproduction des classes, n’est pas compatible avec l’ordre social républicain, du moins sous la 3ème République. Le déploiement d’un temps didactique régulé par l’Institution (temps que rythment et sanctionnent les examens et certifications diverses) se traduit, certes, par la structure gigogne de l’édifice primaire, mais le temps du savoir qu’il génère, parce que spécifique d’un savoir d’utilité immédiate, est celui de l’ordre primaire, distinct de l’ordre secondaire.
- Ces conditions permettent toutefois que s’élabore un savoir propre à la nature de l’institution, une culture institutionnelle, qui s’ancre à côté d’une culture désintéressée, propre aux classes au pouvoir, dans la culture de la Société. Cette culture, quand les disciplines constituées par l’institution produisent enfin le phénomène d’acculturation escompté, justifient en cela de la pertinence culturelle de l’institution ; la culture primaire est le socle d’une culture commune et fondamentale propre à l’ensemble des citoyens « médiocres » dans le sens où l’entend Condorcet.
- En mettant en cohérence la doctrine institutionnelle de l’édifice primaire avec les finalités officielles (celles que dictent le régime, mais aussi l’opinion publique), avec les enjeux sociaux définies par la Société, les pédagogues de la 3ème République assurent la viabilité interne et renforcent le rôle moteur de l’institution dans la naturalisation d’une culture censée rendre compte des valeurs d’une société républicaine. Dans ces valeurs républicaines, l’égalité de l’instruction pour tous ne peut avoir de place. G. Compayré, dans le même article, ne peut que relever cette utopie : accessible à tous, certes l’instruction doit l’être mais pas égal pour tous : « *Ce serait un amour de l’égalité bien funeste que celui qui craindrait d’étendre la classe des hommes éclairés et d’en augmenter les lumières* ». La fixation de la limite qu’il faut assigner à l’instruction du peuple, oscille entre deux lignes : le possible et le nécessaire ; il convient de ne pas aller au delà de ce qui est possible, ni rester en deçà de ce qui est nécessaire. La perfectibilité humaine, telle que l’entend Condorcet, se décline pour les Pédagogues de la IIIème République, selon deux ordres d’enseignement distincts.

Entre le pragmatisme politique des pédagogues de la 3ème République et la conception libérale d’une organisation de l’instruction publique (organisation consacrant la liberté de l’enseignement, l’éviction de tout enseignement religieux et de toute corporation enseignante, la non obligation scolaire, l’égalité d’instruction entre filles et garçons, et la prééminence de l'enseignement scientifique), c'est évidemment dans le contexte donné, le pragmatisme républicain qui prévaut. Le projet de Condorcet, parce qu'il tend à instaurer, dans la simultanéité, l'instruction publique et un nouvel ordre social subordonné à l'emboîtement des degrés de cette instruction, élude les obstacles qu'induisent les transformations d'une société clivée en deux classes : celle de ceux qui détiennent déjà le savoir et disposent du pouvoir, celle des autres. Les républicains de la IIIème République consacrent la dualité de deux ordres d'enseignement primaire et secondaire, parce qu'un système d'instruction publique est d'abord, subordonnée à l'existence d'un ordre social viable ; l'évolution de l'ordre social peut résulter des effets escomptés ou accidentels produit par le phénomène d'acculturation que génère le système d'instruction publique, mais dans un second temps.

En second lieu, se pose la question de la nature et de l'étendue du savoir élémentaire scolaire.

L'héritage de Condorcet n'est certes pas totalement dénié : son manuel ou du moins les principes épistémologiques et « didactiques » qui ont présidé à son élaboration sont clairement convoqués par les pédagogues de la 3ème République, convoqués certes, mais réinterprétés à la lumière de la « pédagogie normale » ; il en découle que l'enseignement arithmétique des écoles primaires comme des écoles normales ne peut pas couvrir les perspectives qu'entrouvraient la mathématique sociale, la réflexion critique, par exemple, sur un système économique et politique garant de la stabilité de l'ordre républicain.

Le traité d'arithmétique de Condorcet peut apparaître comme le précurseur du manuel élémentaire que va sacraliser la 3ème République, mais parmi les principes qui régissent son organisation, ceux qui le caractérisent comme un réel traité de logique élémentaire ne sont pas retenus. En se substituant à la « méthode analytique », la méthode intuitive et pratique vide le manuel de son contenu théorique abstrait ; la forme demeure : la leçon dont procède le découpage du temps didactique (« Une leçon contient ce qu'il a paru possible d'exposer dans une seule séance, et utile de ne pas séparer ») se constitue en unité didactique. « *Mais après cette première exposition, les développements de cette même leçon, et les opérations sur lesquelles il est bon d'exercer les Elèves, afin de les leur rendre familières, peuvent occuper plusieurs séances* [22]», reprend l'auteur ; les concepteurs de manuels adjoindront à la suite de l'exposé de la leçon, un questionnaire, des exercices oraux , écrits, guidant précisément (en terme de tâches ponctuelles) l'activité d'accompagnement du maître, activité que Condorcet laissait plus librement à l'appréciation du maître lui-même. Les objets de savoir présents dans

[22] Condorcet, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité, éditions ACL, p . 77.

le manuel de Condorcet sont évidemment ceux que conservent les manuels ultérieurs : numération décimale, les quatre opérations, les opérations de preuves… sont bien présents, mais ils l'étaient aussi dans les traités classiques du XVIIIème siècle. Nous ne pouvons souscrire à l'hypothèse, comme nous pensons l'avoir montré dans la première partie de ce travail, que l'élémentarisation opérée par Condorcet, puisse marquer de quelque façon l'esprit des manuels élémentaires de la 3ème République.

1. 3. L'Ecole normale de l'an III.

1.3.1. Les conditions d'émergence d'une institution éphémère : ou comment la transmission d'un art d'enseigner, enjeu initial, glisse vers l'exposition d'un « savoir en acte ».

Si l'élaboration de manuels élémentaires est un des soucis de la Convention montagnarde, celle-ci ne se limite pas à cette initiative. La pénurie des manuels, mais aussi des instituteurs, notamment dans les campagnes, pousse certains membres du comité d'Instruction publique à vouloir appliquer la « méthode révolutionnaire » à la formation des futurs instituteurs. La « méthode », traduite en « Ecole des armes », qui s'était avérée totalement performante pour former, en quelques mois, des techniciens chargés d'assurer la défense nationale en février 1794, leur semble pouvoir se prêter à la formation « accélérée » d'instituteurs. Le contexte politique qui conduit à la chute de Robespierre (27 juillet 1794) ne permet ni l'application de la législation scolaire de Frimaire an II (décembre 1993) ni l'application de la « méthode révolutionnaire »en direction de la formation des instituteurs.

La Convention thermidorienne se remet donc au travail : elle élabore de nouveaux décrets. Tout d'abord, s'inspirant effectivement de la « méthode révolutionnaire », elle approuve le 30 octobre 1794 (9 brumaire an III) le décret relatif à l'établissement des écoles normales (d'après *norma* : la règle, vocabulaire explicité par Lakanal).

« La Convention nationale voulant accélérer l'époque où elle pourra faire répandre d'une manière uniforme, dans toute la république, l'instruction nécessaire à des citoyens français, décrète :

1. Il sera établi à Paris une école normale où seront appelés, de toutes les parties de la République, des citoyens déjà instruits dans les sciences utiles, pour apprendre, sous les professeurs les plus habiles dans tous les genres, l'art d'enseigner.

2. Les administrations de districts enverront à l'école normale un nombre d'élèves proportionnel à la population.[…]

9. La durée du cours normal sera au moins de quatre mois. […]

11. Les élèves formés à cette école républicaine rentreront, à la fin des cours, dans leurs districts respectifs ; ils ouvriront, dans les trois chefs-lieux de canton désignés par l'administration de district, une école normale, dont l'objet sera de transmettre aux citoyens et citoyennes qui voudront se vouer à l'instruction publique, la méthode d'enseignement qu'ils auront acquise dans l'école normale de Paris. »

Nous pouvons considérer que, pour la première fois, l'intention didactique de la société se réalise dans l'instauration d'un système de formation. Il existe un système didactique constitué par des sujets qui viennent, pour certains (il en est prévu 1400), occuper la position d'élèves et pour d'autres la position d'enseignants et d'un enjeu didactique pour les élèves (l'art d'enseigner).

Le décret marque l'adéquation entre l'intention didactique de la société et l'enjeu didactique exprimé ; des initiateurs du projet, Lakanal et Garat[23] précisent ainsi : « *Dans ces écoles, ce n'est donc pas les sciences qu'on enseignera mais l'art de les enseigner ; au sortir de ces écoles, les disciples ne devront pas seulement être des hommes instruits, mais des hommes capables d'instruire.* »

La création de l'Ecole normale tend dans les faits à réaliser deux objectifs ; d'une part, en nuançant l'intention affichée, l'école normale doit assurer la formation de 1400 formateurs d'instituteurs, destinés à enseigner l'art d'instruire dans toute la République ; d'autre part, elle doit permettre la réalisation de manuels destinés à l'enseignement (objectif qui sera atteint en ce qui concerne le secondaire et le supérieur).

Si la distinction entre être instruit et être capable d'instruire est bien perçue par les législateurs, il convient de s'attacher à la façon dont les hommes éclairés, les savants qui ont charge d'enseignement conçoivent leur tâche, spécifiquement en mathématiques et pour les objets arithmétiques que nous étudions.

L'organisation des savoirs enseignés est répartie en douze branches d'étude, réunies sous l'égide de la méthode analytique. Quasi encyclopédique, une grande importance est accordée aux sciences (deux branches sont un peu à part, la morale traitée par Bernardin de Saint Pierre et l'analyse de l'entendement par Garat, mais toujours régies par l' «analyse »). Les savoirs mathématiques relèvent en fait de deux branches distinctes : les mathématiques, objet de l'enseignement de Laplace et Lagrange, la géométrie descriptive enseignée par Monge. La géométrie descriptive est mise à part. Elle serait, d'après les analyses de Jean

[23] Cité par J. Dhombres, L'Ecole normale de l'an III, Leçons de mathématiques Laplace- Lagrange – Monge, (sous la direction de J. Dhombres, Dunod, 1989, introduction, p.1,2.

Dhombres[24] envisagée comme seulement illustrative des mathématiques. La cohérence entre l'intention didactique affichée et la réalisation du plan de formation repose déjà sur un certain nombre de préalables : c'est à des hommes au savoir étendu que peut s'adresser un tel plan de formation ; la méthode d'enseignement préconisée, *i.e.* la méthode analytique exposée et différenciée à travers l'explicitation des objets de savoir auxquels elle se réfère peut être acquise parce qu'elle est apparemment propre à l'homme instruit ; la transposition des savoirs enseignés est la part de travail autonome dont les formés ont la charge.

La conception de sa tâche d'enseignant est clairement explicitée par Laplace[25], lorsqu'il expose le programme de l'école normale, il précise : « *Présenter les plus importantes découvertes que l'on ait faites dans les sciences, en développer les principes, faire remarquer les idées fines et heureuses qui leur ont donné naissance, indiquer la voie qui peut y conduire, les meilleurs sources où l'on peut y puiser les détails, ce qui reste encore à faire, la marche qu'il faut suivre pour s'élever à de nouvelles découvertes : tel est le projet de l'Ecole normale et c'est sous ce point de vue que les mathématiques y seront enseignées* ». Notons que le programme initial déborde de l'ensemble des thèmes qui seront effectivement traités : l'analyse infinitésimale et par suite, la mécanique analytique, la mécanique céleste ne seront pas exposées.

Si la démarche d'enseignement que décrit Laplace peut être définie comme analytique, elle semble dans son interprétation plus proche d'une méthode heuristique, elle sous entend encore que ce sont de nouveaux savoirs et même des objets de recherche qui vont constituer l'enjeu de l'apprentissage. La formation des maîtres de l'école primaire, si nous ne voulons pas la considérer comme absente des préoccupations de Laplace, est considérée comme allant de soi : tout être suffisamment instruit, pour qui la démarche analytique est naturelle (ou naturellement acquise) peut enseigner (plus simplement tout savant, comme lui, sait instruire). Nous pouvons penser que Laplace avait une foi quelque peu abusive dans les capacités de ses « disciples ».

Lagrange, qui assure simultanément des cours à l'Ecole centrale des travaux publics de l'an III (ancêtre de l'Ecole polytechnique, créé le 28 septembre 1794), est chargé de compléter, les cours de Laplace.

Les citations que nous ferons ci-dessous, sont extraites de la réédition des cours de Laplace et Lagrange, dans : L'Ecole normale de l'an III, Leçons de mathématiques Laplace –

---

[24] J. Dhombres, L'Ecole normale de l'an III, Leçons de mathématiques Laplace- Lagrange – Monge, Dunod, 1989.

[25] L'Ecole normale de l'an III, leçons de mathématiques (sous la direction de J. Dhombres), Dunod, 1989, p. 45.

Lagrange – Monge (sous la direction de J. Dhombres), Dunod, 1989.La pagination est donc celle de cet ouvrage.

1.3.2. Le programme traité par Laplace : l'exposé d'un savant (ex-académicien – l'Académie des Sciences a été supprimée le 8 août 1793) dont procède la ré-intronisation dans la sphère des savants officiels :

Dans un contexte qui lui confère la « dignité » d'être dépositaire et transmetteur de la « science officielle », Laplace va faire dix leçons, dont les deux premières et la neuvième traitent du domaine des objets que nous étudions. Il nous semble intéressant d'avoir une vision sur l'ensemble de la progression élaborée par Laplace, elle permet de situer la part accordée à l'arithmétique, d'appréhender sa cohérence et le statut des domaines privilégiés, car en plein développement. Aussi, donnons nous un bref aperçu de la suite des leçons :

Première leçon sur la numération et les opérations de l'arithmétique (programme du manuel de Condorcet).

Deuxième leçon sur les fractions, les fractions continues, les puissances, l'extraction des racines, les proportions, les progressions, la présentation des logarithmes.

Troisième leçon sur l'algèbre (le langage algébrique, les règles opératoires de l'algèbre, le binôme de Newton).

Quatrième leçon sur la théorie des équations.

Cinquième leçon et sixième leçon sur la résolution des équations.

Septième leçon sur la géométrie élémentaire.

Huitième leçon sur l'application de l'algèbre à la géométrie.

Neuvième leçon sur le nouveau système des poids et des mesures (description du système décimal et forme ellipsoïdale de la terre).

Dixième leçon sur la théorie des probabilités.

Un premier aperçu laisse augurer que si les systèmes de numération occupent une place non négligeable dans le corpus présenté, ne serait ce que par le rang qui leur sont octroyés, les propriétés des nombres n'existent pas, en tant qu'objet d'étude. La première leçon d'un abord « élémentaire » confère à la numération et aux règles qu'elle permet de faire vivre, la légitimité et la pertinence épistémologique qui leur reviennent de droit. Laplace présente, là, l'un des fondements du savoir mathématique. Lors de sa première leçon, (p. 45) décrivant le programme arithmétique de son cours, il écrit : « *On exposera d'abord la manière ingénieuse par laquelle, au moyen d'un petit nombre de caractères, on peut facilement exprimer tous les nombres et faire sur eux les opérations les plus usuelles de l'arithmétique. On fera sentir l'avantage de la division de toutes les espèces d'unités en* *parties décimales. En traitant des progressions arithmétiques et géométriques, on insistera sur la combinaison heureuse que l'on a faite de ces deux progressions pour former les logarithmes, l'une des inventions les plus belles de l'esprit humain.* » L'arithmétique, objet des deux premières leçons, est reconnue (ingéniosité, beauté) mais sous une perspective unique : n'est mise en exergue que son utilité pour désigner tous les nombres et pour effectuer les opérations usuelles.

Dans la première leçon, le but de Laplace est de présenter l'arithmétique comme une langue de caractère universel (p.49) : « *L'arithmétique est une langue particulière dont les nombres sont l'objet* […] », régie par un principe qui lui permet de véhiculer les idées plus ou moins complexes. Il présente d'abord la numération avec les chiffres, puis la numération parlée, relevant d'ailleurs les irrégularités de cette dernière. L'exposition de leurs principes est suivie par la description des algorithmes dont relèvent les quatre règles. Le prolongement de la progression décuple, qui règle la numération écrite, lui permet d'introduire les nombres décimaux et de généraliser sur ces nombres les quatre opérations de l'arithmétique. C'est à cette occasion, que le savant cautionné par la Convention peut s'exprimer (p. 51) : « *Dans la société, on a continuellement besoin d'employer des fractions d'unités, ou de diviser l'unité en parties plus petites, et ces parties en d'autres parties. Vous sentez par là de quel avantage il est que toutes les divisions de l'unité soient décimales, parce que de cette manière, toutes les opérations d'arithmétique se trouvent réduites à celles que l'on fait sur les nombres entiers. C'est là ce qui a fait adopter à la Convention Nationale le système de la division de toutes les unités en parties décimales* ». A la légitimité et à la pertinence épistémologique, s'adjoint la légitimité culturelle (utile au citoyen, le nouveau système de numération est de fait reconnu et en cela imposé par l'instance politique). Il examine ensuite, assez rapidement, les intérêts et limites des systèmes de numération binaire et duodécimal, faisant à ce sujet une digression sur les mérites d'« un système d'éducation libre de préjugés » qui aurait pu éviter des « écarts » à de grands savants tels Leibniz. Il illustre enfin comment il est aisé de changer de systèmes de numération.

En résumé, nous trouvons dans cette leçon, les éléments de savoir que nous exposons deux siècles plus tard, à nos futurs professeurs d'école et des justifications d'ordre culturel, dont nous nous faisons nous-mêmes les vecteurs.

Dans la deuxième leçon, les objets introduits peuvent nous suggérer que les propriétés des nombres, du moins en tant qu'outils, peuvent avoir une certaine existence : nous allons tâcher d'identifier cette présence.

La deuxième leçon débute par une définition des fractions ordinaires, leur lien avec le quotient de deux entiers. Suivent alors les fractions égales, réduites au même dénominateur pour permettre leur addition, leur soustraction ; les règles pour les multiplier, les diviser sont ensuite données. Les notions de nombres premiers, de nombres premiers entre eux, de PGCD sont évoqués brièvement comme outils pour réduire les fractions à leur plus simple expression. L'algorithme qui opère par divisions successives est décrit pour déterminer le PGCD de deux entiers. Dans cette première partie, nous remarquons que les propriétés des nombres n'ont d'existence, que parce qu'intervenant dans les techniques relatives aux fractions.

L'algorithme d'Euclide, d'ailleurs précisément décrit dans un langage non algébrique, a une autre finalité : Laplace s'appuie sur celui-ci pour définir les fractions continues ; il relève de façon très elliptique le fait que (p.54), « *si le nombre des décimales est infini, la fraction continue se prolonge à l'infini à moins que le nombre décimal ne soit une fraction ordinaire, réduite par la division en parties décimales, auquel cas la fraction continue se termine ; et cela a généralement lieu toutes les fois que la fraction continue est l'expression du rapport de deux nombres entiers »* . Soulignant l'intérêt de cette théorie des fractions en analyse, il l'illustre par le fait qu'elle a conduit à traduire l' « *impossibilité d'exprimer, par le rapport de deux nombres entiers, celui du rapport du diamètre à la circonférence* », et de « *donner les valeurs des fractions exprimées par de très grand nombres, les plus approchées que l'on puisse obtenir avec les petits nombres* ». Aux fractions continues est reconnue une pertinence épistémologique : d'une part, elles annoncent une théorie des systèmes de nombres intégrant les irrationnels, d'autre part, elles apparaissent comme fortement impliquées dans le domaine du calcul approché.

Il considère ensuite, les puissances, les racines, les exposants (fractionnaires), exprime leur importance dans la « branche d'analyse », appelée calcul exponentiel. Ayant élargi la notion de nombre, via les irrationnels (nombres liés aux grandeurs incommensurables), de la « collection d'unités » au « rapport d'une quantité à une autre prise comme unité », il passe rapidement sur la théorie des rapports et proportions. Le rapport de deux grandeurs est rabattu sur le quotient de deux nombres : la proportion est ramenée à l'égalité des produits des extrêmes et moyens, d'où résulte la règle de trois. La théorie des proportions est réduite à la résolution d'une équation. Il définit ensuite les progressions arithmétiques et géométriques, qu'il cite comme « germes de la théorie des suites, une des branches les plus étendues de l'analyse ». Il présente enfin, la finalité de cette exposition : l'invention de Neper, qui par le biais de l'analyse a fait « la découverte des logarithmes, admirable instrument », et explicite précisément le principe des tables de logarithmes. C'est encore une arithmétique décrite comme langue opératoire que Laplace met en évidence.

Son dernier mot est pour les propriétés des nombres (p. 57): « *Elles ont intéressé la curiosité des géomètres, surtout par les artifices singuliers qu'il a fallu imaginer pour y parvenir* ». Il cite, en exemple, le théorème démontré par Lagrange en 1770 (sans lui en reconnaître la paternité) :

«*Tout nombre entier est composé de quatre ou d'un moindre nombre de carrés* », et à la suite le « grand » théorème de Fermat (nommé quant à lui), pour lequel il précise qu'il n'est pas encore démontré. Il note (p. 57,58) : « *Il est fort remarquable que les grandes découvertes dont l'analyse s'est enrichi dans le siècle, aient peu influé sur la théorie des nombres. Au reste, ces recherches ne sont jusqu'ici que de pure curiosité ; et je ne conseille de s'y livrer qu'à ceux qui en ont le loisir. Cependant, il est bon de les suivre : elles fournissent d'excellents modèles de raisonner ; d'ailleurs, on en fera un jour, peut-être des applications importantes* ». Les propriétés des nombres apparaissent comme des objets qui ne peuvent avoir qu'une existence ambiguë : non fécondées par l'analyse et donc non fécondes dans l'état actuel pour le développement de ses branches, elles ne peuvent avoir qu'un habitat précaire dans le programme : elles ne peuvent susciter l'esprit de recherche que de ceux qui en ont le loisir ; il est douteux que les auditeurs des leçons puissent disposer de ce loisir. Sinon disqualifiées, les propriétés des nombres ne peuvent connaître de reconnaissance institutionnelle que par le biais des méthodes qu'elles induisent : les méthodes de raisonnement peuvent être *suivies* comme des « modèles de l'art de raisonner ».

La neuvième leçon, qui interrompt l'ordre de la progression, introduit une légitimité clairement bivalente en ce qui concerne les objets de savoir auxquels elle se réfère. Via le système des poids et des mesures, le système décimal est le produit d'une nouvelle culture. Le système des poids et des mesures est un objet dont l'enseignement se revendique tant au nom d'une légitimité savante qu'au nom d'une légitimité civique. L'intention de Laplace s'affirme dès le début de sa leçon (p. 117) : « *L'un des plus utiles objets qui vous occuperont, après être retournés dans votre département sera de faire connaître à vos concitoyens, et spécialement aux instituteurs des écoles primaires, ce bienfait des sciences et de la révolution. Je vais donc l'exposer ici avec le détail dû à son importance* ». Il est clair que l'objet enseigné est défini comme transposé directement à l'intention d'un public populaire, sa caractéristique première, son utilité sociale, lève toutes les restrictions quant au bien-fondé de son enseignement, il est l'emblème de la fécondation mutuelle de la science et de la Révolution. Notons encore que pour la première fois, Laplace définit un savoir spécifique à la culture scientifique dont les maîtres du primaire devront être les garants. Le système et le calcul décimal, par suite, reçoivent les retombées de cette argumentation. (p. 117) « *L'identité du calcul décimal et de celui des nombres entiers ne laisse aucun doute sur la division de toutes les espèces de mesures en parties décimales [...]* ». En amont, implicitement, la numération se voit donc accordée une existence incontournable dans les programmes élémentaires et de formation des maîtres.

Notons toutefois que les considérations élémentaires ne sont pas caractéristiques de l'ensemble de la leçon de Laplace : le cœur de son discours porte sur la description fine des expériences qui ont permis d'identifier la forme ellipsoïdale de la terre et par ce bais de légitimer scientifiquement le choix du mètre « la dix-millionième du quart du méridien terrestre ». Ensuite, simplement, il en arrive à des considérations plus pratiques, un paragraphe sur les mesures (p. 122) : « *Toutes les mesures dérivent du mètre de la manière la plus simple ; les mesures linéaires en sont des multiples et des sous-multiples décimaux* ». Il définit les diverses unités (superficie, volumes, capacités, masse…) et précise la terminologie pour les multiples et sous-multiples.

Le dernier paragraphe de sa leçon, lyrique, s'achève sur le « zèle éclairé » qui « surmontera les obstacles » (préjugés et habitudes), dont feront montre ses disciples pour faire adopter ce « bienfait des sciences et de la Révolution ».

Avant de conclure sur les cours de Laplace, il convient de situer la démarche de ce dernier sur l'ensemble de son programme. Ce sont la langue et les méthodes algébriques sur lesquels se fondent les diverses branches abordées qui établissent leur légitimité et leur pertinence pour Laplace. Ainsi, dès les premières lignes de la troisième leçon, il précise (p.59) : « *La considération des nombres indépendamment de leur valeur et de tout système de numération, a fait naître l'algèbre que Newton a nommé pour cette raison, arithmétique universelle.* » L'arithmétique n'est qu'une première étape, c'est l'algèbre qui régit la cohérence du cours. « Universelle », c'est elle qui élargit et unifie le champ des savoirs : résolution des équations, calcul infinitésimal (application de l'algèbre à la théorie des courbes)… Ce qui préside à l'existence de ces objets de savoir dans le programme tient prioritairement à leur légitimité et pertinence épistémologiques *i.e.* à l'analyse par laquelle ils peuvent être générés, étudiés, par laquelle ils donneront lieu à la création d'autres objets.

La dernière leçon sur la théorie des probabilités se situe à un autre niveau ; elle nous interpelle d'ailleurs sur l'existence des objets auxquels elle se réfère, dans le plan de formation des instituteurs. Pris par le temps, Laplace n'exposera pas le calcul différentiels et intégral, ni la mécanique, ni l'astronomie, mais il maintient le cours sur les probabilités : en effet, comme le souligne Laplace dans son programme (p. 47), « *Dans un temps où tous les citoyens sont appelés à décider du sort de leurs semblables, il leur importe de connaître une science qui fait apprécier aussi exactement qu'il est possible, la probabilité des témoignages, et celles qui résultent des circonstances dont les faits sont accompagnés* ». La compréhension des grandes lois de l'univers, mais aussi l'intelligence des affaires des hommes, tant du point de vue économique que du point de vue politique sont éclairées par cette science, lui octroyant toute légitimité. A même titre que le système des poids et des mesures, son existence dans la culture de tout enseignant apparaît de droit.

En conclusion, dans le dessein de Laplace, nous pouvons supposer que c'est sur la légitimité et la pertinence épistémologique de tous les branches de savoir qu'il aborde (en nuançant notre propos pour le système des poids et des mesures et la théorie des probabilités) et qu'il sous entend qu'on peut s'appuyer pour en faire des objets culturels. Objets connus par des sujets de l'institution, qui auront à charge de les enseigner, ces objets recevront ensuite une légitimité culturelle. Laplace se situe résolument dans le champ épistémologique, mais il n'en occulte pas pour autant la fonction que ces savoirs peuvent jouer dans les affaires des hommes (p. 46) : *« Les grandeurs que l'arithmétique et l'algèbre considèrent sont des abstractions de l'entendement, et ces deux sciences sont entièrement son ouvrage. »* annonce t-il, mais pressé par le temps, ce sont les leçons sur le système décimal et la théorie des probabilité qu'il préserve dans son programme.

En réorganisant selon la méthode analytique les diverses branches du savoir mathématique, Laplace rompt avec la tradition des encyclopédistes. Le programme et les leçons bouleversent la structure du savoir d'exposition dont rendent compte les traités classiques du XVIIIème siècle. L'élémentarisation, dans le sens que lui donne Laplace, tend à reconstruire un ordre des intelligibilités, qui sous l'égide de l'algèbre transforme le domaine de l'arithmétique : elle élimine en partie, une théorie des proportions jusqu'alors unifiante, ne fait plus cas des nombres complexes, élargit le champ d'application des fractions continues introduisant de fait la présence des irrationnels, crée une connexion avec la théorie des probabilités.

L'élémentarisation opérée par Laplace n'a par ailleurs qu'une fonction épistémologique, il s'agit de recomposer un savoir d'exposition. Eclairer l'entendement des apprenants, voilà sa tâche. Envisager les moyens qui pourraient conduire à leur transmission, du moins partielle, relève de la tâche des auditeurs : à eux, d'effectuer la transposition didactique qui génèrera un savoir élémentaire scolaire.

Quoi qu'il en soit, la réorganisation du savoir arithmétique légitime plus fortement encore l'existence du système de numération décimal : fondement épistémologique et culturel du programme présenté, il est le principe sur lequel l'arithmétique en terme de langue rend compte de sa dimension première qui est d'être opératoire, art du calcul ; il règle l'existence d'un nouveau savoir, le système métrique. L'arithmétique constituée autour du système décimal, apparaît encore comme la propédeutique à cette arithmétique généralisée : l'algèbre, d'où sa fonction primaire.

Les autres systèmes de numération apparaissent pour justifier, illustrer les avantages du système décimal.

Les propriétés des nombres sont simplement évoqués (outils dans la théorie des fractions), mais l'algorithme d'Euclide assure une fonction plus importante, puisque sur lui s'appuie les fractions continues, objets dont l'existence trouve explicitement une reconnaissance institutionnelle.

L'arithmétique définie, légitimée par Laplace se caractérise donc essentiellement par sa composante numérique, calculatoire, plus ou moins explicitement utiles aux affaires des hommes. Le caractère gratuit, désintéressé que sous tend l'exploration des propriétés des nombres est marginalisé dans cette conception d'une arithmétique compatible avec l'esprit de la méthode analytique.

1.3.3. Les leçons de Lagrange : les compléments d'un « Encyclopédiste » à l'écart de toutes contraintes idéologiques :

Les leçons de Lagrange offre un autre éclairage. Au parti pris de généralité, conjugué parfois à des contingences d'ordre politique, de Laplace, ce dernier (dont les recherches passées, tant sur la théorie des équations que sur la théorie des nombres en font un précurseur non reconnu par ses pairs) s'oppose sur un certain nombre de points. Tout d'abord, les cinq leçons qu'il donne, sont présentées comme complémentaires : il n'a pas le souci de présenter une « synthèse » des diverses branches des mathématiques, fécondées par l'analyse. Son souci d'éclairer la genèse historique et épistémologique de certains savoirs lui est spécifique. La légitimité politique des objets de savoir dont il traite, il n'en fait pas de cas (il n'a pas à se montrer savant dévoué à la cause de la Convention nationale). La rationalité analytique qu'il exprime est davantage liée à une démarche, une méthode, qu'à une recherche de formalisme unificateur. Ce sont peut-être les raisons qui expliquent que des éléments de théorie des nombres trouvent un habitat explicite dans ses leçons.

La suite de ses leçons est précédée par un débat (caractéristique du principe de fonctionnement de l'Ecole normale). En voici un rapide descriptif :

Débat sur les contenus de la première leçon de Laplace.

Première leçon sur l'arithmétique (fractions, logarithmes) : complément à la leçon de Laplace.

Deuxième leçon sur les opérations de l'arithmétique : Laplace a commencé l'algèbre, mais Lagrange justifie un retour en arrière.

Troisième leçon sur l'algèbre et les résolutions des équations du $3^{ème}$ et $4^{ème}$ degré : introduction historique de l'algèbre et analyse critique de diverses méthodes de résolution.

Quatrième leçon sur la résolution des équations numériques (introduction des courbes).

Cinquième leçon sur l'usage des courbes dans la résolution de problèmes divers.

<u>Le débat (p. 193- 201):</u>

Lors du débat qui réunit Laplace, Lagrange et des auditeurs (dont nous pourrons appréhender les préoccupation), Lagrange expose tout d'abord la genèse du système de numération positionnel décimal, l'attribuant au moine Gerber, qui l'aurait appris des arabes. Il s'attarde sur la manière de faire des opérations chez les Anciens (à l'aide d'abaques), soulignant que l'arithmétique des Anciens, transmise jusqu'à présent, ne traite que des propriétés des nombres et non de la manière de calculer. S'il cite ensuite les « machines arithmétiques », fondées sur le principe avantageux du système décimal, il ne les relègue pas moins derrière l'invention des logarithmes, sur laquelle il ne s'étend pas (leçon de Laplace). Revenant à l'arithmétique des Anciens, dont les objets sont les propriétés des nombres, il précise (p. 195): « *Il y a, sur les nombres, des théorèmes qui sont très difficiles à démontrer, et même plus difficiles que tout ce qu'on connaît en géométrie et en algèbre ; tels sont les différents théorèmes concernant les nombres premier*s ». La suite du commentaire est révélateur du tiraillement, chez le mathématicien, entre un certain « pragmatisme » analytique, qui doit être de mise, et un goût évident pour les « pures spéculations mathématiques » : on y perçoit ce balancement entre les deux tendances.

La loi qui génère les nombres premiers est inconnu, mais on a construit des tables de nombres premiers ; ces tables « peuvent servir » : on peut réduire aisément les fractions, c'est bien utile dans la théorie des changes.

On n'a aucun moyen *a priori* de reconnaître les nombres premiers mais « Il y a cependant quelques théorèmes assez beaux relativement à ces nombres ». Lagrange cite alors, à partir de cas particuliers aisément compréhensibles, le théorème de Wilson : « Si n premier, (n – 1) ! + 1 est divisible par n ».

Cet intermède est immédiatement suivi d'un commentaire sur l'intérêt de « notre arithmétique » pour « traiter les fractions de la même manière que l'on traite les entiers ». Absentes institutionnellement des contenus à enseigner, les propriétés des nombres trouvent, pourtant, auprès de Lagrange une certaine légitimité : une certaine utilité est soulignée (artificielle, elle n'est certes pas première, elle semble un peu citée en désespoir de cause), mais leur beauté, leur nature à susciter la curiosité du chercheur, ses spéculations sont clairement appréciées.

Lagrange retrouve le cadre du programme, les leçons de Laplace (p.196) : *« On vous a donné une idée des décimales mais il est bon d'insister un peu là-dessus, puisque, dans le nouveau système des poids et des mesures, toutes les sous-divisions sont réduites en décimales, ce qui facilitera toutes les opérations d'arithmétique sur les nombres et abolira les opérations d'arithmétique sur les nombres, qu'on appelle complexes et qui faisaient le tourment des jeunes gens qui apprenaient l'arithmétique* ». Un argument d'ordre culturel est donc repris, justifiant l'existence du savoir exposé dans la leçon. Elémentairement, Lagrange insiste sur l'intérêt du système, distinguant la notation de la virgule suivant les diverses nations, prenant parti avec des précautions syntaxiques pour l'usage de la virgule. Il souligne encore que la fraction décimale n'a souvent de statut que celui de valeur approchée. Il distingue alors théorie et pratique, trouve dans le passage de l'une à l'autre, une justification des fractions décimales ; il explique d'ailleurs combien il est aisé de passer d'une « fraction décimale périodique » « à sa valeur exacte », citant une démonstration de la règle *a priori* par la division.

Relevons les questions posées, ensuite, par l'auditoire :

Les raisons pour lesquelles on commence les trois premières opérations par la droite, mais la division par la gauche;

La généralisation de l'algorithme qui permet d'écrire un nombre dans une base quelconque ;

La raison pour laquelle zéro, premier terme de la progression arithmétique correspond à l'unité, premier terme de la progression géométrique dans la formation des logarithmes ;

Les motifs qui ont fait préférer le système décimal au système duodécimal.

Les commentaires et réponses de Lagrange, comme de Laplace se situent dans un registre résolument pratique : c'est la commodité, l'aspect ergonomique du calcul décimal qui sont mis en avant ; pour la division, c'est sur l'analogie entre processus de division et écriture accessoirement illimitée à gauche que Lagrange complète l'argumentation. En ce qui concerne la dernière question, si Lagrange reconnaît l'avantage avérée du système duodécimal (la multiplicité des diviseurs, l'aisance d'utilisation dans ce système des opérateurs fractionnaires), c'est sur la commodité du système décimal pour, « dans l'usage des nombres », « s'en former une idée nette », et notamment pour les comparer (il illustre son propos par des exemples dans le cadre des longueurs : le système métrique), qu'il fonde la légitimité du système décimal. Les arguments des deux maîtres sont élémentaires : aux questions qui pouvaient se situer dans un cadre plus théorique (analogie des principes des opérations avec le principe de l'algèbre, généralisation…), ceux-ci répondent par des arguments de bon sens. Les savoirs évoqués, (mettons peut-être de côté les logarithmes) sont catégorisés comme nécessaires, car élémentaires.

Dans sa première leçon, (p. 202- 210), Lagrange distingue tout d'abord deux parties dans l'arithmétique (p.202): *« l'une est fondée sur le système décimal et sur la manière de placer les chiffres pour leur faire exprimer les différents nombres ; cette partie est celle qui contient les quatre opérations ordinaires, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Ces opérations, comme vous l'avez vu, seraient différentes si on avait adopté un autre système ; cependant il ne serait pas difficile de traduire les unes dans les autres si on voulait changer de système. L'autre partie est indépendante du système de numération ; elle est fondée sur la considération des quantités et sur les propriétés générales des nombres. La théorie des fractions, celles des puissances et des racines, la théorie des proportions, celle des progressions arithmétiques et géométriques, et enfin la théorie des logarithmes appartiennent à cette partie ».* Lagrange opère une partition entre l'arithmétique décimale, ordinaire et une arithmétique « universelle qui tient de près à l'algèbre », par simple substitution des lettres aux nombres. C'est de cette seconde arithmétique qu'il va traiter dans cette première leçon. Celle-ci porte sur la théorie des fractions continues, « d'une grande utilité pour résoudre des questions numériques importantes », sur la théorie des puissances, des proportions et des progressions. La théorie des proportions est abordée de façon lapidaire ; il reconnaît (p. 206) : «*De la théorie des proportions, dépendent beaucoup de règles d'arithmétique ; elle est d'abord le fondement de la fameuse règle de trois qui est d'un usage si général […]. On a imaginé ensuite différentes autres règles particulières […], mais on peut s'en passer […]. Tout se réduit à la règle de trois* ». Comme Laplace, Lagrange écarte tous les développements auxquels la théorie des proportions donne lieu dans les traités de l'époque : seule, trouve grâce, la règle de trois, dont la portée est justement générale, car applicable à des contextes particuliers.

Après une digression sur l'inadéquation de l'expression « proportion arithmétique », c'est sur l'intérêt des progressions géométriques dans la solution des problèmes d'intérêt et de rentes viagères qu'il poursuit son discours. Lagrange révèle la préoccupation partagée par les savants de l'époque : réformer la langue, pour en faire une langue scientifique universelle et légitime l'objet « progression géométrique » par un usage « culturel ».

Il termine sa leçon par une réflexion historique et épistémologique sur les logarithmes : leur existence va de soi pour les savants, qui ont charge d'enseignement ; leur légitimité épistémologique est une nouvelle fois confortée.

La deuxième leçon (p. 211, 221) commence par une justification de son contenu : la complémentarité de l'arithmétique et de la géométrie « ailes des mathématiques », chez les anciens, nécessite de s'attacher encore à ce premier domaine (Laplace a commencé l'algèbre- 3ème et 4ème leçons).

Nous relevons chez Lagrange, ce souci plus proche de celui des encyclopédistes, de ne pas occulter l'héritage des Anciens.

Les opérations arithmétiques constituent le premier thème qu'il va aborder. Pour la soustraction, il présente un autre type d'algorithme (de type addition à trous) susceptible de réduire les erreurs. La multiplication le conduit à introduire le « calcul réfléchi » d'un produit (dans notre terminologie actuelle) : le calcul du produit d'un entier par une puissance de 5 revient à multiplier cet entier par la puissance de 10 correspondante, puis à diviser ce résultat par la puissance de 2 qui lui est de même associée.

Il traite ensuite des produits de décimaux. S'intéressant à la précision attendue d'un résultat, il propose une méthode de calcul plus « économique ». Relevant la possibilité de se ramener, par déplacement de la virgule, au produit d'un décimal par un entier, il étend cette simplification au cas de la division de deux décimaux.

Dans cette première partie sur les opérations, Lagrange exhibe des éléments qui justifient encore le bien fondé du système décimal : les techniques de calcul, « les opérations abrégés » en fondent la pertinence.

La seconde partie sur les opérations est l'occasion, pour Lagrange, d'introduire des objets qui appartiennent au cadre de la théorie des nombres. Son propos est d'abord élémentaire : il considère les règles de divisibilité par 9, la propriété des restes (le nombre entier considéré a même reste dans la division par 9 que la somme de ses chiffres). L'usage combiné de l'algèbre et du principe de numération positionnel dans une base quelconque lui permet de généraliser la propriété à tout système de numération. Considérant le système décimal, il étend la propriété des restes aux diviseurs autres que 9 : il expose sur un exemple (le reste de13527541 par 7) l'algorithme de calcul qui lui permet d'obtenir le reste sans diviser ; dans une seconde phase, il simplifie encore l'algorithme en introduisant les restes négatifs. Ainsi, au lieu d'associer aux puissances de 10 successives, leur restes positifs dans la division par 7 :

1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
1	3	2	6	4	5	1	3
1	3	2	-1	-3	-2	1	3

Il fait résulter de cet algorithme (p. 216), « *la propriété connue du nombre 11, savoir que si on ajoute et qu'on retranche alternativement tous les chiffres d'un nombre quelconque, c'est à dire qu'on prenne la somme du premier, du troisième, du cinquième, etc.., et qu'on en retranche la somme du second, du quatrième, etc.., on aura le reste de la division de ce nombre par 11* ».

Le chercheur s'exprime encore, quand il précise immédiatement ensuite (p. 216) : « *Cette théorie des restes est assez curieuse, et à donner lieu à des spéculations ingénieuses et difficiles* » ; il explicite alors le « petit théorème » de Fermat (Soit a entier, p premier ; $a^{p-1} - 1$ est divisible par p) ; il relève que le cas « p entier quelconque » n'est pas résolu. L'enseignant, dont l'objectif est de cautionner les objets étudiés par leur utilité, reprend la parole : cette théorie est utile pour le calcul : disposer de tables des restes est pratique, quand on doit diviser plusieurs nombres par un même diviseur, la propriété des restes dans la division par 9 ou par 11 a une application fort utile : la preuve par 9 ou par 11 pour vérifier multiplication et division (Lagrange en expose la démonstration algébrique).

Les objets dont nous nous soucions (divisibilité, propriété des restes) occupent un habitat dans la leçon de Lagrange : leurs pertinences épistémologiques et culturelles semblent établies pour le mathématicien. Cependant, les précautions oratoires qu'il semble prendre et les remarques pleines de restriction de Laplace à propos des propriétés des nombres en général, ne peuvent nous permettre comme pour le système de numération décimal, d'établir leur légitimité institutionnelle dans le programme que prétend définir l'Ecole normale.

La deuxième partie de la leçon est consacré à l'application de la règle de trois, évoquée succinctement dans sa première leçon pour des raisons qu'il explicite (p. 217) : « *Dans les livres ordinaires d'arithmétique, on a beaucoup compliqué cette règle. On l'a divisé en règles de trois simples, directes, inverses, composées. En général, il suffit de bien entendre l'état de la question [...]* ». En bref, il suffit de bien appliquer la règle de trois. Bien que cette partie nous éloigne de nos préoccupations, il nous semble intéressant d'identifier comment Lagrange conçoit l'existence de cet objet emblématique de l'instruction primaire. Si ce dernier développe donc fort peu les applications de la règle de trois, ce sont les limites de son usage, « quand la loi de l'augmentation et de la diminution est variable », qu'il illustre dans des contextes variés (grandeurs, mécanique) ; il souligne les défaillances purement humaines.

Il prête, pourtant, une attention toute particulière à la règle d'alliage, dont les divers domaines d'application montre l'utilité, « dans presque toutes les affaires de la vie ». Il justifie effectivement son assertion quand il expose la première partie de la règle d'alliage, c'est à dire le calcul de la « valeur moyenne et commune de chaque partie de mélange, quand on connaît le nombre de parties et la valeur de chacune d'elles ». Pour la seconde partie de la règle, celle où l' « on cherche la constitution même du mélange, c'est à dire le nombre des parties de choses qui doivent être mélangées ou alliées, quand on connaît le nombre total des parties et leur valeur moyenne », Lagrange se détache de toute contextualisation : il ramène la résolution de ces « problèmes indéterminés » à la résolution d'équations linéaires en nombres entiers, c'est à dire d'équations diophantiennes, emblématiques de la théorie des nombres. Il recourt pour les résoudre à la méthode des fractions continues. S'affranchissant de la résolution algébrique qui lui assure une solution générale, il s'attache en effet à la détermination des solutions entières. Les fractions continues, déjà légitimées dans le corpus défini par Laplace, trouvent une nouvelle justification dans la leçon de Lagrange : c'est leur fonction utilitaire (les mélanges) qui leur confère le statut d'éléments incontournables dans les savoirs indispensables, nonobstant le léger tour de passe- passe qui permet à Lagrange de les introduire effectivement.

Indubitablement, les propriétés des nombres occupent, pour Lagrange, des habitats, tant dans ce qu'il distingue comme la première partie de l'arithmétique, l'arithmétique décimale, que dans sa seconde partie, l'arithmétique universelle. Plus encore, elles apparaissent, par la « curiosité » qu'elles suscitent, par les « spéculations ingénieuses et difficiles » qu'elles induisent, comme un enjeu, certes non couvert par le sceau de l'Institution, mais comme un enjeu dicible.

Dans les trois leçons de Lagrange, qui suivent, la première dresse un panorama historique de la genèse de l'algèbre et propose une analyse critique des diverses méthodes de résolution des équations du $3^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ degrés, la seconde porte sur la résolution des équations numériques, la dernière sur l'usage des courbes dans la résolution de problèmes : les savoirs en jeu sont spécifiques du développement de l'analyse.

Dans le vaste ensemble des savoirs traités par les deux mathématiciens, ensemble qui se démarque du savoir mathématique des encyclopédistes, parce que recomposé selon la méthode analytique, le domaine de l'arithmétique apparaît considérablement remanié. Sa consistance autour du système de numération décimal est certes, renforcée, mais nombre de ses objets glissent plus ou moins explicitement dans le domaine de l'algèbre.

La légitimité et la pertinence épistémologiques du système décimal résident dans l'efficience de la langue des nombres dont il régit la sémantique et la syntaxe. Cette langue est appelée à se voir conférer, de ce fait, une légitimité culturelle : elle simplifiera les affaires des hommes, en permettant que se généralise l'usage du nouveau système métrique. Cette langue est encore celle qui, sans référence aux systèmes de numération va permettre de donner existence au langage algébrique et à ses procédures de calcul. Pour les deux mathématiciens, explicitement pour Lagrange, le système décimal définit une arithmétique élémentaire, indispensable à tous : l'arithmétique décimale apparaît clairement comme la matrice d'un enseignement mathématique pour le peuple. Les contours de l'arithmétique se dessinent cependant différemment sous l'éclairage des deux mathématiciens.

Pour Laplace, éclipsée par les progrès de l'algèbre et de l'analyse, l'arithmétique des propriétés des nombres occupe une fonction ambiguë, tandis qu'*a contrario,* la théorie des fractions continues absente par exemple du traité de Bézout (1764) tend à s'inscrire dans le champ d'une arithmétique intégrant les irrationnels dans une nouvelle théorie des systèmes de nombres. La théorie des fractions continues fournit une niche consistante à l'algorithme d'Euclide, tandis que les propriétés des nombres vivent plus ou moins ostensiblement quand elles sont outils (réduction des fractions, définition des fractions continues, outil de preuve pour les multiplications et divisions), elles ne représentent pas des objets d'étude en elles-mêmes.

La conception de Lagrange éclaire un autre paysage de l'arithmétique : la réorganisation opérée par Laplace n'est pas remise en question, mais les propriétés des nombres ont une existence visible que ce soit dans l'arithmétique décimale, ou dans cette arithmétique universelle si proche de l'algèbre : leur rôle dans le domaine du calcul, qu'il soit d'ordre pratique (culturel), ou d'ordre mathématique (utilisation pour les équations numériques) est mis en évidence, il tend à asseoir leur légitimité tant épistémologique que culturelle.

En conclusion, nous soulignerons que quatre leçons sur les quinze qui seront données, portent sur l'arithmétique : cette dernière a donc une consistance évidente. Elle tient, nous semble t-il, au fait que l'arithmétique présentée est d'abord science du calcul, et ensuite qu'elle est le passage obligé pour accéder à l'algèbre, enjeu déterminant du programme de l'Ecole normale. Le progrès des Lumières qui cautionne l'existence des objets du programme, et la méthode analytique qui éclaire ces objets rendent parfois indéfinissable la frontière qui opposait arithmétique et algèbre, elles font encore que restent dans l'ombre tous ces objets sur lesquels comme le dit Laplace « les grandes découvertes dont l'analyse s'est enrichi dans ce siècle » ont « peu influé ». La contribution de Lagrange en éclairant la pertinence des objets écartés par Laplace réhabilite une arithmétique « science des nombres ». Il en résulte l'esquisse d'une arithmétique solidement constituée autour du système décimal et de ses applications, mais plongée dans un environnement ouvert sur l'algèbre, où réside évanescent le domaine des propriétés des nombres. La distinction opérée par Lagrange entre une arithmétique décimale, et une arithmétique généralisée, n'est pas sans évoquer des analogies entre la première et l'arithmétique « élémentaire » définie par Condorcet.

1.3.4. Les origines d'un échec et les perspectives: du décalage entre l'application d'une méthode analytique censée assurer une didactification d'un savoir et l'élémentarisation de ce savoir ; de l'émergence de nouveaux traités d'exposition :

Le bilan de l'Ecole normale (20 janvier- 15 mai 1795) est appréhendé comme un échec : les écoles normales de district n'existeront pas. Les jugements portés par les contemporains sont parfois définitifs, comme celui du Montagnard Romme[26] : *« Le but de l'Ecole était absolument manqué* », il relève encore que si on avait « occupé les hommes distingués qui la dirigent, à composer des livres élémentaires », on eût « répandu dans la République beaucoup plus d'instruction ». Ils sont parfois, moins négatifs, comme celui de Daunou[27] : « *On doit convenir […], qu'elle n'a point pris, en effet, la direction que nous avons cru lui prescrire et que les cours, en général, ont plus offert jusqu'ici, un enseignement direct des sciences qu'une exposition des méthodes qu'il faut suivre en les enseignant. […] Ainsi appelés au foyer des Lumières nationales, beaucoup de talents se sont fécondés* […] ». Certes, l'intention didactique affichée par l'institution ne s'était pas réalisée, mais les prémices d'un programme pour l'enseignement secondaire et supérieur étaient présents : ils allaient effectivement conduire à la rédaction de manuels, à la définition des programmes de l'enseignement supérieur. En ce qui concerne le primaire, certains objets considérés comme indispensables au citoyen avaient aussi été définis : le système décimal, les quatre règles, les décimaux et les opérations d'arithmétique sur ces nombres, la règle de trois, et semble t-il aussi, des éléments de théorie des probabilités trouvaient une légitimité et une pertinence tant épistémologique que culturelle. Il restait à définir toutefois un réel programme élémentaire.

[26]Cité par E. Jacoulet, Dictionnaire pédagogique, tome 1, (1887), Nouveau Dictionnaire pédagogique, (1911), article « Normales Primaires (écoles) ».,
[27] *ibid.*

La transposition d'un savoir savant, d'un savoir en marche, de la noosphère savante, vers une institution non définie, sous le contrôle d'une représentation nationale « hors du jeu » ne peut certes conduire à l'élaboration d'un plan d'études pour tous. Une formation accélérée, révolutionnaire, opératoire pour transformer des citoyens en canonniers émérites ne répond pas aux objectifs visés, quand il s'agit non de stratégie militaire, mais de stratégie culturelle :

Il ne sera pas constitué un corps d'élite de formateurs d'instituteurs, il ne sera pas rédigé de manuels élémentaires à l'adresse des classes populaires. Par contre l'arithmétique élémentaire, l'arithmétique décimale, étroitement liée à ce savoir révolutionnaire et donc fondamental que représente le système métrique se voit conférer une forte légitimité tout autant épistémologique que politique que ne remettront pas en question les régimes ultérieurs .

Si le souci d'une didactification du savoir en action en direction du peuple est tout à fait absent des préoccupations des professeurs de l'école Normale de l'an III, notons que ce sont de leurs cours, que les « scribes » selon la terminologie usité par R. Neyret[28], tireront la substances de traités à destination du secondaire, et de plans d'études pour les écoles spéciales. L'influence notable que ces traités et plans d'études joueront sur l'enseignement scientifique de l'ordre secondaire et par suite sur celui de l'ordre primaire nous apparaît comme légitimant l'importance de cet épisode dans le processus historique qui conduit à la définition d'une culture scientifique primaire.

Après cette période et avant la Monarchie de Juillet, les plans d'études qui résistent dans leurs principes, si ce n'est dans une pratique effective, conservent l'incontournable : la numération et le calcul décimal, le système métrique ; s'y adjoint en fonction du contexte l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, c'est à dire les applications de la règle de trois.

La politique scolaire de la Convention a esquissé un cadre législatif, qui tend à partir d'un découpage administratif en circonscription à assurer la répartition des écoles ; ce découpage s'avère délicat, d'autant que les locaux (les presbytères) ne sont pas disponibles, qu'il y a pénurie de candidats pour assumer la fonction d'instituteur. L'évolution du programme d'enseignement elliptique, mais qui comprenait dans le chapitre IV du décret à la constitution des écoles primaires du 17 novembre 1794, les règles de calcul simple et de l'arpentage (rubrique 5), des notions d'histoire et de géographie, des éléments de sciences, après la lecture, l'écriture, la Déclaration des droits de l'homme et du citoyen, la Constitution

[28] R. Neyret, Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM , Thèse 3ème cycle, (1995) Grenoble 1. Ch. B1, § 3.2.2

et la morale républicaine, rend compte d'un affaiblissement des exigences en terme d'instruction. Le décret relatif à l'organisation de l'instruction publique du 24 octobre 1795 stipule seulement :

Article 5. - Dans chaque école primaire, on enseignera à lire, à écrire, à calculer, et les éléments de la morale républicaine.

L'obligation scolaire, implicite car cautionnant le droit d'exercer une fonction publique, relève désormais du bon vouloir des autorités locales, tandis que l'enseignement féminin, soutenue avec conviction par Lakanal, résiste dans ses principes.

L'épisode du Directoire se caractérise par deux traits :

La fonction prédominante du manuel : les acteurs qui oeuvrent dans le sens du progrès de l'instruction, tel François de Neufchateau, Ministre de l'intérieur, chargé de l'Instruction publique, polarisent leur action sur la rédaction et la publication de manuels élémentaires, ceux-ci étant censés fixés l'enseignement qui doit être suivi dans les écoles primaires (message du Ministre au Conseil des Cinq-Cents, le 27 octobre 1798). Un projet rédigé par la Commission d'Instruction publique, quelques jours plus tard, le 22 brumaire an VII, confirme :

Article 8, titre 2. – Le Directoire désignera aux instituteurs les méthodes et les livres dont ils devront faire usage dans leurs leçons. Le Directoire en fera rédiger de nouveau, s'il le juge nécessaire, et nuls, hors ceux-là, ne seront admis dans les écoles, sous peine de destitution de l'instituteur.

Sans suite, l'ambitieux projet du Ministre de l'Intérieur prend fin avec sa destitution.

Le reflux des écoles publiques et la résurrection des petites écoles : si, à peu de frais, c'est à dire en supposant qu'il était possible de substituer dans une même structure institutionnelle (un réseau de petites écoles peu ou prou organisées) un contenu doctrinal à un autre, le Directoire pensait pouvoir éluder la question d'une nouvelle législation scolaire, cette conviction est bientôt défaite. Les titres de certains manuels publiés sont emblématique : l'Abécédaire républicain, le Catéchisme de morale républicaine et autres Epîtres et Evangiles républicains, doivent permettre qu'en conservant la forme, s'opère la transformation d'un contenu éducatif, qu'une doctrine républicaine se substitue à une doctrine ecclésiale. Se heurtant à l'offensive des réfractaires des congrégations, le dispositif de cette transposition doctrinale conforte la ré-instauration des « écoles particulières et libres ».

L'épisode du Consulat : une résurgence du système d'enseignement primaire de l'Ancien Régime et la question de deux ordres d'enseignement distincts :

Le Consulat, moins réfractaire que le Directoire, à l'ordre spirituel que veut instaurer l'Eglise, notamment dans les rangs des masses populaires, favorise le redéploiement des petites écoles livrées au bon vouloir des autorités locales, les sous préfets et la réintroduction d'un enseignement confessionnel. Si la question du savoir à enseigner reste en latence, c'est la légitimité même d'une instruction publique qui est posée : dette ou non de l'Etat envers le peuple tout entier ? Certains n'hésitent pas (Destutt de Tracy[29]) à distinguer la nécessité de « deux systèmes complets d'instruction », le premier destiné à « la classe ouvrière », le second à « la classe savante ». L'instruction populaire doit « *assurer la stabilité des institutions en octroyant aux citoyens une instruction de classes. Le premier degré d'instruction tel que l'avait conçu et nommé Condorcet et qui transparaît dans la dénomination « école primaire » n'a pas de sens* […] ».

L'épisode du premier Empire : la mise en place d'un cadre administratif centralisé ayant pour finalité d'unifier le système d'enseignement public : consécration de la dualité primaire – secondaire et émergence d'un principe portant sur la nécessité d'une institution de formation des maîtres.

Sous le premier Empire, la création de l'Université et l'établissement du monopole universitaire ramènent dans les principes les « petites écoles, écoles primaires » sous la tutelle directe de l'Etat. Le décret du 17 mars 1808 portant organisation de l'Université affirme que « L'enseignement public, dans tout l'Empire, est confié exclusivement à l'Université » (Article 1); il stipule encore que « Nul ne peut ouvrir une école, ni enseigner, sans être membre de l'Université impériale et gradué par l'une de ses facultés » (Article 3). Les instituteurs sont donc appelés à devenir sujets de l'Université, à être gradués, c'est-à-dire à recevoir une instruction qui sera évaluée. L'article 4 précise que « Les petites écoles, écoles primaires, où l'on apprend à lire, à écrire, et les premières notions de calcul » appartiennent à une académie, composante de l'Université impériale. Certes, placées en 6$^{\text{ème}}$ position, la position finale dans l'ordre des écoles, les écoles primaires relèvent donc, dans les principes, d'une organisation enfin centralisée. Plus encore, trois articles décrivent les principes du dispositif qui va tendre à parfaire l'enseignement dans les écoles primaires.

[…] 107. Il sera pris par l'Université des mesures pour que l'art d'enseigner à lire, à écrire, et les premières notions de calcul dans les écoles primaires, ne soit exercé désormais

[29] Destutt de Tracy, Observations sur le système actuel d'instruction publique, Paris, 1801,*in* Histoire de l'enseignement 1800-1967, A. Prost, 1968, p.13

que par des maîtres assez éclairés pour communiquer facilement et sûrement ces premières connaissances nécessaires à tous les hommes.

108. A cet effet, il sera établi auprès de chaque académie, et dans l'intérieur des collèges ou des lycées, une ou plusieurs classes normales, destinées à former des maîtres pour les écoles primaires. On y exposera les méthodes les plus propres à perfectionner l'art de montrer à lire, à écrire et à chiffrer.

109. Les frères des écoles chrétiennes seront brevetés et encouragés par le Grand Maître, qui visera leurs statuts intérieurs, les admettra au serment, leur prescrira un habit particulier et fera surveiller leurs écoles. Les supérieurs de ces congrégations pourront être membres de l'Université. […]

Les deux premiers marquent l'évolution profonde qu'a connu la conception démocratique et libérale de l'instruction publique revendiquée par Condorcet, et plus ou moins conservée par les Conventionnels. En réhabilitant une corporation enseignante, assujettie à une doctrine compatible avec les intérêts de l'Etat, les siens en l'occurrence, l'Empereur peut assurer l'uniformisation de l'enseignement, la formation des citoyens « attachés à leur religion, à leur prince, à leur prêtre, à leur famille ». Le manuel n'est plus premier, si une institution de formation des maîtres, sous la tutelle de l'Université, peut assurer par l'exposition, la transmission des méthodes d'enseigner et de la doctrine. L'architecture de l'édifice primaire se dessine. Du projet de Condorcet, subsiste le principe d'une Société nationale, garantissant la nature et la définition des savoirs : c'est le Conseil d'Université présidé par le Grand Maître.

Habilement, l'Empereur tend à « absorber » l'Institut (article 109) : l'efficacité des frères des Ecoles Chrétiennes, relayée par la bienveillance de l'Empereur, ne peut toutefois leur garantir une indépendance incompatible avec le dessein centralisateur de ce dernier.

Ce décret expose des principes qui se concrétiseront plus tard. Dans la conjoncture donnée, il reste sans application : les petites écoles échappent à l'Université, pour retomber sous la tutelle des congrégations.

Seule, une Ecole normale est créée en 1810 dans le Bas Rhin : instaurée sous l'initiative du Recteur, de l'Inspecteur d'Académie et du Préfet, entretenue aux frais des autorités locales, elle est annexée au Lycée de Strasbourg. Elle dispense d'abord sur quatre années, puis sur trois, un enseignement étendu (Langues française et allemande, histoire, géographie, arithmétique, arpentage, notions de pédagogie, dessin, orgue, piano, catéchisme et culture). Les élèves ont entre 16 et 30 ans, ils doivent posséder les connaissances de base. Soixante d'entre eux sont boursiers, entretenus par la commune et le département. Ces élèves boursiers contractent l'engagement de rester dix ans au moins instituteur de leur commune. L'expérience qui est un succès, consacre l'avance de l'Alsace pour l'enseignement primaire ; elle se répandra doucement dans l'est de la France, sans être pour autant relayée par le pouvoir central.

Un éclairage sur la consistance de l'arithmétique dans l'enseignement primaire sous le premier Empire : enjeu économique et enjeu didactique du pouvoir, le système métrique :

En dépit de l'absence de programmes définis pour l'enseignement primaire, (« les notions de calcul » ne nous éclairent guère sur les objets étudiés), de programme d'études dans les classes normales, (les « méthodes propres à perfectionner l'art d'enseigner à chiffrer » occultent toute référence précise à des contenus de savoir), nous pouvons toutefois relever dans un décret impérial concernant l'universalité des poids et mesures (12 février 1812) une information sur un savoir qu'implicitement Napoléon peut considérer comme exigible : il précise que le « système légal continuera seul à être enseigné dans toutes les écoles de notre Empire, y compris les écoles primaires […]». D'un point de vue législatif, le système métrique révolutionnaire est depuis la suppression des droits féodaux relatifs aux poids et mesures, l'objet d'une attention particulière des législateurs. Après que son établissement sur toute l'étendue de la République est voté le 1er août 1793 par la Convention, et que le calendrier républicain est adopté le 5octobre 1793, le décret du 7 avril instaure l'obligation de son usage et impose définitivement sa nomenclature. Sous le Consulat, le 22 juin 1799, la longueur du mètre est définitivement fixée, en déduction de la longueur du quart du méridien terrestre scientifiquement déterminée, et le 10 décembre 1799, le kilogramme est adopté. La date à laquelle doit entrer en application le système légal des poids et mesures est fixée le 23 septembre 1801. Les traités d'arithmétique, sensibles à ce nouvel ordre en devenir dans l'art de calculer, ont intégré ce savoir dans leur corpus, quand ils ont été rédigés après la Convention, comme celui de Lacroix ou du Baron Reynaud, ou bien se sont dotés d'annexes, quand il s'agissait de rééditions d'ouvrages classiques, comme celui de Bézout. Toutefois, entre une prescription législative, relayée par la fonction du manuel qui tend à diffuser un nouveau savoir, et l'effective pénétration de ce savoir dans la culture de la Société, la marge est grande. Pragmatique, les échanges économiques et commerciaux ne peuvent être compromis, parce que l'art de calculer n'est pas uniforme dans toutes les provinces, Napoléon Bonaparte, édicte la loi du 2 novembre 1801 : les nouvelles mesures sont simplement autorisées ; par contre, le 7 avril 1803 est adopté le « franc de germinal », unité monétaire attachée au système métrique.

Le décret du 12 février 1812, apparaît quelque peu paradoxal : dans l'attente que ne soient définies de nouvelles mesures, le système légal doit être seul enseigné, mais dès mars 1812, autorisation est faite d'utiliser les noms anciens pour désigner les multiples les plus proches des unités métriques ; le système métrique, dénaturé, peut désormais porter sur des toises métriques… Il semble toutefois, qu'en tout état de cause, en dehors des contraintes générées par la conjoncture économique et commerciale, la numération décimale et le calcul décimal qui fournissent les techniques relatives aux opérations sur le mesures, participent, au même titre que la langue française, du projet à venir d'une nation centralisée. Le principe est posé et il n'est pas anodin d'identifier dans la fonction de l'instituteur, le devoir mais aussi le pouvoir qui lui revient : répondre de la « naturalisation » nécessaire d'un savoir. L'application du décret se heurte, semble t-il, à l'absence des moyens. En conclusion, nous pouvons donc affirmer qu'un enseignement de l'arithmétique pour le peuple, trouve une légitimité de principe dans la nécessité de répandre sur tout le territoire un système de mesures favorables aux échanges économiques et commerciaux ; en principe encore, la fonction de l'instituteur, et par conséquent sa formation, peuvent apparaître comme liées à des enjeux qui ne relèvent que de l'Etat.

A la fin de l'Empire, l'Université prend la mesure de la déliquescence du système d'enseignement primaire : des enquêtes menées dans les territoires annexés à l'Empire (Pays-Bas, Basse Allemagne.. .) montrent le retard de l'enseignement français, et mettent en évidence l'influence positive des sociétés philanthropiques dans l'organisation et les progrès de l'enseignement populaire. Contrepoint à ce constat sévère, l'Université est toutefois puissamment organisée. Au nombre de trente deux, les académies sont sous l'autorité d'un Recteur, assisté d'un ou plusieurs inspecteurs d'Académie. Ceux-ci sont aidés par un secrétaire d'Académie et par un Conseil académique constitué de dix membres désignés par le Grand-Maître : un Conseil d'Université présidé par ce dernier, chapeaute le tout. Le corps enseignant, sinon libéré de sa dépendance envers les autorités locales et religieuses, est sous la tutelle de l'Université, c'est-à-dire de l'Etat. Une fois les lycées organisés, il apparaît plausible d'envisager que cette puissante hiérarchie use de son pouvoir pour organiser l'enseignement primaire. C'est ce sur lequel anticipent un certain nombre d'universitaires : le naturaliste G. Cuvier, conseiller de l'Université qui rédige un rapport élogieux sur l'état des écoles primaires en Hollande, en 1811 ; l'Inspecteur général de l'Université Ambroise Rendu, d'ailleurs proche du Grand Maître Fontanes, qui élabore un projet de réglementation applicable aux écoles primaires (1814) et bien d'autres… L'abdication de l'Empereur en mars

1814, ne troublera pas leurs convictions : leur influence marque la politique scolaire et de la Restauration et de la Monarchie de Juillet.

1.4. L'émergence sous la Restauration de deux conditions déterminantes : les méthodes d'enseignement et une certification, le brevet, définissant l'esquisse d'une arithmétique primaire.

La Restauration va donc être marquée d'une part, par la question des bonnes méthodes d'enseignement, d'autre part, par la question de la définition et de l'évaluation des connaissances nécessaires aux instituteurs des écoles primaires.

<u>1.4.1. La question des méthodes d'enseignement.</u>

La première période, libérale jusqu'à l'assassinat du duc de Berry (1820), est marquée par une conviction unanimement partagée : un premier enseignement accordé à tous est une nécessité politique et sociale. En attestent les citations relevées par M. Gontard[30] : ainsi le philosophe Royer-Collard, président de la Commission de l'Instruction publique, qui remplace le Grand Maître dans la direction de l'Université, dans un discours en 1815 : « *le jour où la Charte fut donnée, l'instruction universelle fut promise car elle fut nécessaire » ;* le libéral et philanthrope, de Lasteyrie, qui écrit dans « Nouveau système d'éducation pour les écoles primaires » : « *L'ignorance est la source la plus féconde des maux qui accablent le individus ou de ceux qui ravagent et bouleversent les sociétés » ;* ou bien encore Guizot alors secrétaire général du Ministre de l'Intérieur, en 1816 : « *Il n'est aucune situation, aucune profession qui n'exige certaines connaissances sans lesquelles l'homme ne saurait travailler avec fruit ni pour la société ni pour lui- même ».* En dernier lieu, l'orgueil national ne peut tolérer que dans le pays des Lumières, l'enseignement primaire ne soit nettement inférieur à celui de la Hollande, de la Saxe ou de la Suisse. La viabilité du régime constitutionnel est donc prioritairement dépendante du degré d'instruction et d'éducation des sujets du Royaume.

C'est donc en continuité avec les solutions envisagées par les universitaires à la fin de l'Empire, que sont encouragées les initiatives privées qui vont permettre de diffuser la méthode mutuelle.

<u>Le développement de la méthode mutuelle[31] : une pratique fondée sur une transmission des savoirs par l'application de procédés ; la mise en place d'une organisation pédagogique économique.</u>

---

[30] M. Gontard, L'enseignement primaire de la Révolution à la loi Guizot (1789 – 1833, Annales de l'Université de Lyon, Société d'édition Les Belles Lettres, Paris, (non daté), p. 272.

[31] Nous en dégageons les grands traits, en nous référant aux descriptifs présentés dans les ouvrages suivants : M.Gontard, L'enseignement primaire en France de la Révolution à la loi Guizot, Annales de l'Université de Lyon, Les Belles lettres, Paris, (non daté), p.273- 280 ; C. Lelièvre, Histoire des institutions primaires, Nathan

C'est d'abord une initiative privée d'envergure qui va permettre la diffusion en France de la méthode mutuelle. Inspirée de la méthode d'enseignement qui s'est répandu en Angleterre, en Ecosse et en Irlande, et a permis de réduire remarquablement l'illettrisme dans le peuple, le « monitorial system », la méthode fait l'objet d'un rapport élogieux du philanthrope Alexandre de Laborde. Ce dernier rédige en 1815, un « Plan d'éducation pour les enfants pauvres, d'après les méthodes du docteur Bell et de Mr Lancaster » (les deux précurseurs du monitorial system). Il en décrit le fonctionnement et les multiples avantages. Sous l'autorité d'un seul maître, sont réunis dans une vaste salle plusieurs centaines d'enfants. Le fonctionnement s'appuie sur un premier principe : les enfants sont répartis en classes de même niveau, variables suivant les disciplines, six classes en général. Il en résulte une organisation pédagogique en groupes « niveaux-matières ». Tout élève reçoit un enseignement adapté à son niveau dans toutes les matières ; celles-ci couvriront progressivement la lecture et écriture, la grammaire, l'arithmétique, le dessin linéaire, le chant et le catéchisme. Le second principe est le suivant : le travail de chaque classe est dirigé par un « moniteur », élève sélectionné par le maître pour ses compétences plus avancées. Le maître lui a donné, avant le début de la classe, une instruction particulière : le moniteur transmet alors l'enseignement reçu. Un troisième principe réside dans le classement des élèves dans chaque classe : celui qui garde régulièrement la tête de classe se voit offrir deux possibilités : soit il passe dans la classe supérieure (en dernière position), soit il assiste le moniteur et le remplace quand celui-ci passe dans la classe supérieure.

Le maître règle la conduite de la classe par le biais des moniteurs dont il contrôle le travail.

Un système de récompenses et de sanctions parachève l'organisation pédagogique ; les élèves méritants reçoivent des récompenses, à ceux qui se sont distingués sur l'ensemble de leur étude est délivré un certificat. Des sanctions graduées peuvent aussi être prises : déclassement, mise en quarantaine, retenues, port sur le front d'un écriteau mentionnant la faute commise, exclusion. Les sanctions les plus sévères échappent au maître ; lors d'un procès, c'est un jury d'enfants qui délibère.

Le coût modique de cette organisation règle le problème financier et la question de la pénurie des maîtres : un unique maître pour un millier d'enfants, et une dépense essentiellement consacrée au local et au matériel scolaire. De plus, au bout de trois ou quatre ans, les meilleurs élèves peuvent eux-mêmes ouvrir des écoles mutuelles : le temps nécessaire

---

pédagogie (1990),p. 71-77 ; A. Prost, Histoire de l'enseignement en France 1800-1967,A. Colin (1968), p. 116-119.

à la formation de maîtres compétents n'est plus un obstacle à la diffusion de l'instruction primaire. La fonction du maître est tout autre : oubliés l'enseignement individuel si peu efficace, la dévotion du maître compétent s'épuisant à la tâche ! (Détenteur du savoir, le maître est le transmetteur d'un savoir « prêt à être enseigné » à une communauté réduite d'élèves plus avancés, il est le régulateur du temps didactique. Quant aux moniteurs, ils sont à la fois élèves et répétiteurs au sens propre.

Pour les élèves, le nerf de l'apprentissage, c'est l'émulation : enseignés par des pairs, c'est un rapport au savoir séquentiel et fragmenté qu'ils entretiennent : temps didactique et temps d'apprentissage sont synchrones.

Le dernier avantage, souligné par les libéraux et les philanthropes, apparaîtra bien au contraire comme un péril pour l'Eglise et les conservateurs de l'ordre public. Cet enseignement offre aux enfants une éducation politique et sociale, mais quelle est sa nature ? Madame Guizot[32] écrit en 1817 : « *L'enseignement mutuel est le régime constitutionnel introduit dans l'éducation ; c'est la charte qui assure à l'enfant la part de sa volonté dans la loi à laquelle il obéit* ». L'abbé Affre[33] rétorquera plus tard, en 1826, dans son « Nouveau traité des écoles primaires ou Manuel des instituteurs et institutrices » : « *Toute la morale qui résulte d'une semblable méthode se réduit à ceci : que le meilleur des gouvernements est celui où l'on obéit qu'à ses égaux et où l'on peut aspirer sans cesse à leur devenir supérieur. C'est là évidemment un principe républicain* ».

C'est sa coloration idéologique et politique qui explique d'ailleurs son développement puis son éviction.

La société pour l'Instruction élémentaire se constitue sur l'initiative de deux philanthropes, de Lasteyrie et de Laborde et d'un conseiller d'Etat de l'Empire, de Gerando. Soutenue par le régime des Cent Jours, elle continue à l'être par le régime libéral qui caractérise la première période de la Restauration. Le décret du 27 avril, édicté par l'Empereur, confère à la méthode une certaine légitimité politique.

Décret concernant l'établissement d'une Ecole d'essai d'éducation primaire à Paris, Napoléon

Considérant l'importance de l'éducation pour l'amélioration du sort de la société ;

[32] Cité par M. Gontard, L'enseignement primaire en France de la Révolution à la loi Guizot, Annales de l'Université de Lyon,, Les Belles lettres, p. 279.
[33] A. Prost, Histoire de l'enseignement de 1800 à 1967, A. Colin, texte 23, p. 126.

Considérant que les méthodes jusqu'aujourd'hui usitées en France n'ont pas rempli le but qu'il est possible d'atteindre ; désirant porter cette partie de nos institutions à la hauteur des lumières du siècle ;

Sur le rapport de notre Ministre de l'Intérieur, avons décrété ce qui suit :

Article 1 – Notre Ministre de l'Intérieur appellera près de lui les personnes qui méritent d'être consultées sur les meilleures méthodes d'éducation primaire. Il examinera ces méthodes, décidera et dirigera l'essai de celles qu'il jugera dignes d'être préférées.

Article 2 – Il sera ouvert, à Paris, une *Ecole d'essai* d'éducation primaire, organisée de manière à pouvoir servir de modèle et à devenir Ecole Normale, pour former des instituteurs primaires.

Article 3 – Après qu'il aura été obtenu des résultats satisfaisants de l'Ecole d'essai, notre Ministre de l'Intérieur nous proposera les mesures propres à faire promptement jouir tous les départements des nouvelles méthodes qui auront été adoptées.

Napoléon se place dans un registre autre que celui dans lequel il se situait pendant le Premier Empire ; l'éducation du peuple devient désormais un enjeu politique. L'uniformisation de l'enseignement reste de mise (c'est de Paris, que se diffuseront les nouvelles méthodes), mais c'est parce qu'il sera le meilleur, et tous les citoyens, des villes comme des campagnes recevront cette même instruction.; enfin, l'existence d'une institution de formation est légitimée, socialement et politiquement. Notons qu'en continuité, avec l'ordonnance de 1808, ce sont les méthodes d'enseigner qui sont désignées comme enjeux de la formation : la dimension professionnelle de l'institution de formation est seule mise en exergue.

Les remaniements ministériels et l'Université, après l'effondrement de l'Empire, concourent à la diffusion de la méthode mutuelle, pendant cette première période de la Restauration.

Si l'Etat encourage les initiatives privées, il n'en abdique pas pour autant son contrôle sur l'Instruction primaire ; les vues de l'administration et de la Société sur le rôle de la méthode mutuelle relèvent d'une même conviction, Ambroise Rendu[34], inspecteur général de l'Université, n'écrit-il pas dans son « Essai sur l'Instruction publique et particulièrement l'instruction primaire » en 1819 : « *L'enseignement mutuel grandit, tous les jours : il marche à pas de géant ; il parcourt l'Europe ; il fait le tour du monde ; la terre est à lui ; il éclairera les peuples civilisés ; il civilisera les nations barbares et concourant à la propagation des*

[34] Cité par M. Gontard, L'enseignement primaire de la Révolution à la loi Guizot, (1789, 1833) Annales de l'Université de Lyon, Société d'édition Les Belles Lettres, Paris, (non daté), p. 296.

livres sacrés, s'avançant à la suite et sous les auspices de la religion, il achèvera la conquête de l'univers au christianisme ».

La méthode est marquée d'un sceau quasi officiel : le 8 février 1817, la Commission de l'Instruction publique, consacre, dans le répertoire d'ouvrages « pouvant être mis utilement dans les mains des élèves et des maîtres » un chapitre entier aux méthodes. Si les méthodes pour apprendre à lire et à écrire datent de l'Ancien Régime (1759, 1760), les méthodes d'enseignement sont dans l'air du temps. Sont énumérés ainsi dans le chapitre VII :

- *Manuel pratique* ou *Précis de la méthode mutuel,* pour les nouvelles écoles élémentaires, rédigé par N. Nyon ; Paris, 1816.

- *Abrégé de la méthode des écoles élémentaires* ou *Recueil pratique de ce qu'il y a de plus essentiel à connaître pour établir et diriger les écoles élémentaires, selon la nouvelle méthode d'enseignement mutuel et simultanée* ; Paris, 1816.

- *Guide des fondateurs et des maîtres pour l'établissement et la direction des écoles élémentaires de l'un et l'autre sexe, basée sur l'enseignement mutuel ;* Paris, 1816.

L'Université, soucieuse de mettre en place une organisation pédagogique viable dans les écoles élémentaires, d'éradiquer en premier lieu la méthode individuelle[35], accompagne donc les initiatives privées ; l'ordonnance du 29 février 1816 sur les brevets de capacité exigeait des candidats d'être « en état de donner un enseignement simultané, analogue à celui des frères des écoles chrétiennes », les instructions du 14 juin 1816 exigent désormais les méthodes simultanées ou mutuelles. Ce qu'il convient d'évaluer ce sont désormais les compétences professionnelles des maîtres : celles-ci consistent d'abord en la maîtrise de gestes professionnels, de procédés décrits par ces méthodes, elles définissent avant tout l'art de diriger, d'organiser la classe. La Commission d'Instruction publique n'élude pas la question des savoirs ; ceux-ci sont présents, définis eux aussi par des manuels autorisés ; mais le répertoire tout comme les programmes des brevets de capacité marquent l'absence de liens entre les savoirs à enseigner et les procédés proprement dits. La formation des maîtres, conçue par l'Université, comme une formation purement professionnelle, pratique, donne lieu à des mesures limitées : L'ordonnance du 29 février 1816, stipule :

Article 39. – Dans les grandes communes, on favorisera, autant qu'il sera possible, les réunions de plusieurs classes sous un seul maître et plusieurs adjoints, afin de former un certain nombre de jeunes gens dans l'art d'enseigner […].

[35] Méthode qui comme son nom le précise consiste en un enseignement individualisé, limité dans le temps dans une classe d'élèves dont les besoins sont *a priori* tous distincts. Méthode caractéristique d'un système sans organisation pédagogique.

Le 22 juillet 1817, est édicté un arrêté portant sur l'établissement d'Ecoles modèles d'enseignement mutuel dans douze départements et sur la désignation de vingt quatre départements où un instituteur sera chargé de donner dans son école des exemples des procédés de la méthode d'enseignement mutuel.

Cette formation par « frayage », compagnonnage, dans des cours normaux, voire sur le terrain génère les dérives envisageables : Le 8 août 1818, une circulaire aux Recteurs, précise que les certificats délivrés aux maîtres qui ont suivi le cours normal d'enseignement mutuel, et qui possèdent donc la méthode n'en sont pas moins dispensés d'être examinés sur les matières qu'ils doivent enseigner et de se pourvoir du brevet de capacité. L'acquisition des « procédés » n'est pas conditionnée par la maîtrise des contenus d'apprentissage.

Avant d'être menacée par la réaction Ultra, qui lui reproche sa filiation avec l'idéologie républicaine, et de connaître sous la Monarchie de juillet un sursaut puis le déclin naturel d'une méthode qui oblitère les contenus de savoir, pour ne porter que sur la régulation des conduites des sujets du système, la méthode met en évidence la nécessité d'une organisation pédagogique : une répartition en classes d'élèves de même niveau, travaillant collectivement un même savoir, une organisation temporelle calquée sur une liste de matières à enseigner, l'adoption de règles de conduites définissant les fonctions des sujets du système. En ce qui concerne la formation du maître, nous avons vu, que l'articulation entre culture intellectuelle et formation professionnelle est sinon occultée, du moins s'opère dans l'immédiateté, dans l'exercice de gestes ou de consignes fixés. La pratique s'opère dans la reproduction exacte d'un discours ou d'une conduite « modèle ».

<u>La méthode simultanée : la tentative de sécularisation d'une méthode éprouvée.</u>

Comme peut le laisser sous entendre le paragraphe précédent, les méthodes d'enseignement apparaissent avant d'être des vecteurs de diffusion des savoirs, d'abord des conditions nécessaires à la viabilité du système d'enseignement en devenir. Le répertoire citait un ouvrage préconisant un usage d'une méthode mutuelle et simultanée, le programme des brevets de capacité exigeait dans l'ordonnance du 29 février 1816, la maîtrise de la méthode simultanée. Il convient donc de s'interroger, tout d'abord sur la nature même de cette méthode, et d'envisager comment certains des principes, des méthodes pratiqués par les frères des écoles chrétiennes, « sécularisés », vont finalement marquer le devenir de l'organisation pédagogique des écoles primaires.

L'enseignement simultané, la méthode des frères des écoles chrétiennes trouve son origine dans la « Conduite des Ecoles chrétiennes [36]» de J. B. de la Salle. Cet ouvrage, (nous nous référons à la réédition de 1819, dont il est souligné qu'elle est fidèle à l'ancienne, bien que comportant quelques ajouts) établit une suite de prescriptions d'ordre essentiellement méthodologique, auxquelles il ne faut déroger en aucune façon. La préface en illustre l'esprit : « *Les frères s'appliqueront donc, avec un très grand soin, à se rendre fidèles, à observer tout ce qui leur est prescrit, persuadés qu'il n'y aura de l'ordre dans les Ecoles qu'autant qu'on sera exact à n'en omettre aucune, et recevant cette conduite comme leur étant donnée par Dieu, par l'organe de leur supérieur et les premiers frères de l'Institut* ». Le « bon ordre » et la régulation des conduites inaugurent la suite des conditions nécessaires à la viabilité du système d'enseignement.

La table des chapitres peut suffire à appréhender l'organisation temporelle, matérielle, disciplinaire et pédagogique qu'explicite l'ouvrage. En voici le sommaire :

« Première partie : des exercices qui se font dans les Ecoles, et de la manière dont on doit les faire.

Chapitre 1- De l'entrée dans les écoles et du commencement de l'école

Chapitre 2- Du déjeuner et du goûter.

Chapitre 3- Des leçons en général.

Chapitre 4- De l'écriture.

Chapitre 5- De l'arithmétique.

Chapitre 6- De l'orthographe.

Chapitre 7- Des prières.

Chapitre 8 - De la Sainte Messe.

Chapitre 9- Du catéchisme, de son excellence et de la nécessité de l'étudier.

Seconde partie : des moyens de maintenir l'ordre dans les écoles.

Chapitre 1- De la vigilance que doit avoir le maître dans l'école. […]

Troisième Partie : à l'usage des directeurs et formateurs (des devoirs de l'inspecteur des Ecoles- des soins et de l'application que doit se donner le formateur de nouveaux maîtres- des qualités que doivent avoir ou acquérir les maîtres, de la conduite qu'ils doivent tenir pour bien s'acquitter de leur devoirs dans les écoles).

Chapitre 1 - Du formateur de jeunes maîtres.

Section 1- Aperçu de ses obligations ;

[36] Conduites des écoles chrétiennes, suivie de la Conduite des formateurs et inspecteurs des écoles, J.B. de la Salle, Lyon Busand, 1819.

Section 2- Estime de l'école

Section 3- Conduite du formateur envers ses élèves.

Section 4- Maximes dont le formateur doit remplir l'esprit des jeunes maîtres.

Section 5- Défauts qu'il doit reprendre. […] »

A travers l'organisation pratique de l'école, sont déployés tous les gestes que l'on peut qualifier de professionnels du maître, voire du formateur, gestes comme il convient dans ce contexte, référés à des valeurs morales et spirituelles. Dans cette organisation remarquablement minutieuse, sont explicités des principes plus emblématiques de l'efficacité de la méthode.

Dans la première partie, où l' « on traite les exercices de l'école, ce qui s'y pratique de l'entrée à la sortie », le premier chapitre précise la progression des leçons, distingue les trois ordres de répartition des élèves – commençants – médiocres – avancés, établit la durée et le moment des leçons dans la semaine : Il en résulte un quadrillage temporel minutieux, une organisation pédagogique réglée, dans ses moindres détails, selon un ensembles de conduites définies (§ III, Article 1er, section 1): « *Chaque ordre de leçon a sa place assignée », « Tous les élèves d'une même leçon suivent ensemble ».* Le comportement des maîtres et des élèves est fixé ; le contenu des tables d'alphabet, de syllabes, de chiffres est défini, comme la manière de les utiliser avec les élèves. En ce qui concerne l'arithmétique (chapitre 5), elle ne peut être enseignée qu'aux élèves suffisamment « écrivains » : après avoir appris à « chiffrer » (le matériel didactique comporte des tables de chiffres « romains et français » (*i.e arabes)*), les enfants apprendront successivement suivant les différents ordres, d'abord l'addition, puis la soustraction, la multiplication et enfin la division. Ainsi (p. 95, 96, 97), *« Le maître aura soin d'écrire sur la table, une règle de chaque leçon tous les samedis, ou le dernier jour d'école de la semaine, s'il y a une fête le samedi. Il aura égard que tous ceux qui apprennent l'arithmétique écrivent chacun leur règle, le lundi matin, au commencement de l'écriture, ou le premier jour de la semaine, s'il y a une fête le lundi : il faut pour cet effet, qu'ils aient un petit livre de papier blanc plié en carré. On ne fera apprendre l'arithmétique qu'à ceux qui commenceront à être dans le quatrième ordre des écrivains, et ce sera le Frère directeur ou inspecteur des écoles qu mettra dans cette leçon, aussi bien que dans les autres. On enseignera l'arithmétique, le mardi et le vendredi après midi, depuis une heure et demie jusqu'à deux heures […]. Pour enseigner l'arithmétique, le maître se tiendra sur ou devant son siège, et un écolier de chaque leçon étant debout, fera la règle de sa leçon, marquant le chiffre, l'un après l'autre avec une baguette, et Additionnant, Soustrayant, Multipliant ou*

Divisant à voix haute. Ainsi, pour bien faire une addition, il commencera par les deniers, et toujours par le haut ; il dira, par exemple, 10 et 6 font 16, et ainsi du reste.

Pendant le temps qu'un écolier fera la règle de sa leçon, le Maître lui fera plusieurs questions touchant cette règle, pour la lui mieux faire concevoir et retenir ; et s'il se sert de termes que l'écolier n'entende pas, qui soient des termes de l'art, il les lui expliquera tous, et les lui fera répéter avant de passer plus avant. Le Maître interrogera aussi de temps en temps quelques autres écoliers de la même leçon, pour reconnoître s'ils sont attentifs, et s'ils le comprennent […] Quand un écolier fera la règle de l'arithmétique, de quelque leçon qu'il soit, tous les autres de la leçon auront le visage tourné du côté de la table, en restant assis, ils seront attentifs aux chiffres que l'écolier marquera, et à ce qu'il dira pour faire sa règle. Les écoliers qui écrivent et qui n'apprennent pas encore l'arithmétique, auront la même attention ». Nous passerons sur les modalités matérielles et temporelles relatives à la remise des leçons à faire par les écoliers, celles relatives aux corrections (le maître doit faire connaître à l'élève ses « défauts par la raison », en le questionnant.

Du point de vue des savoirs en jeu, nous pouvons noter que les exemples cités illustrent des calculs sur des mesures (conversion de deniers en sols, puis en livres), mais que l'étendue des savoirs envisagés sur l'ensemble de l'instruction n'en est pas moins assez étendue. Le chapitre 5 ne porte que sur les cinq premiers « ordres » de l'arithmétique, la numération, l'addition, la soustraction, la multiplication et le division, un 6$^{\text{ème}}$ ordre est signalé, dans un article relatif aux prérogatives des inspecteurs ; il porte sur la règle de trois et autres qui en dépendent. La progression dans les savoirs dépend en effet, de l'examen de l'inspecteur des études (p. 355, Article VII): « *Pour être changé d'ordre, il faudra bien savoir celui qui précède et savoir le livret […] L'inspecteur examinera si les règles sont bien rangées, bien opérées, les chiffres bien formés. Il demandera à l'élève raison de ses opérations, puis il lui donnera quelques questions ou problèmes plus difficile de cet ordre, dont il lui fera faire les opérations et démonstrations ».*

La méthode dont procède un mode d'apprentissage spécifique au savoir en jeu, un temps du savoir régulé et contrôlé ne peut en rien se réduire en un procédé mécanique: certes, étroitement contrôlés, le maître et l'inspecteur suscitent des conduites qui doivent révéler la démarche d'un écolier qui sait user de sa raison.

Nous ne nous attarderons pas sur la seconde partie qui met notamment en évidence l'existence des contraintes matérielles qui se constituent en conditions didactiques : elle « expose les moyens nécessaires et utiles dont les maîtres doivent se servir pour établir et maintenir l'ordre dans le écoles » ; celles-ci recoupent d'ailleurs celles préconisées par les promoteurs de l'enseignement mutuel, (matériel..).

C'est sur la troisième partie, que nous retiendrons un instant notre attention. La formation des maîtres, mais les dispositions aussi du formateur, sont au cœur de cette partie. Brièvement, nous pouvons pouvoir dire, sans dénaturer les propos de J. B. de la Salle, que (p. 293) « *Si former de jeunes Maîtres, c'est les dresser à faire l'école suivant la Conduite.. »*, que si cette formation doit être initiée tôt (pendant le noviciat), continuée et perfectionnée, la plus grande partie des formés peut être mise « en état de donner la première éducation aux enfants », à condition « qu'on veuille bien prendre la peine de les y former ». Certes, nous ne pouvons éluder la nature même de l'Institution, la doctrine qui rend compte de l'ensemble des conduites de ses sujets : parmi les fonctions que nourrissent cette doctrine, établir une piété solide, consolider l'esprit de vocation, la dernière est, sans conteste, celle que revendiquera la doctrine « normale », sous la IIIème République. S'il convient de souligner que les deux fonctions sont solidaires dans la doctrine de l'Institut, dans la doctrine « normale », l'esprit de vocation se conjuguera à une totale adhésion aux valeurs républicaines. Les séminaires « laïcs » qu'instaureront les Républicains ne sont pas sans évoquer des analogies avec le système de formation pratiqué dans la Conduite.

Evoquons brièvement le rôle du formateur, le dispositif de la formation (p. 298) : « *Ce n'est pas toujours assez pour le Formateur, après avoir donné ses avis, de mettre le signal à la main de son élève, et de le regarder agir ; il doit lui enseigner la façon de le faire, et de faire usage de ses moyens ; et s'il ne le pouvoit, ou s'il ne le faisoit assez bien, d'après ses leçons, il feroit lui-même ce que le jeune Maître auroit mal fait. S'il est des hommes à qui l'instruction* (c'est nous qui soulignons) *suffit, il en est d'autres pour qui il est nécessaire d'ajouter l'action ; et c'est ce qu'il faut accorder à leur besoin autant que de raison. Le Formateur doit être toujours bien aise que ses élèves lui représentent leurs difficultés, et se faire un plaisir de les résoudre avec bonté et patience, sans hauteur et sans dégoût, entrant suffisamment dans le détail des raisons et des avis qu'il donnera ».* Si nous éludons la charité, la patience, la fermeté aussi, qui définissent la personne même du formateur dans le respect de la doctrine, (ne sont-ce pas pour autant des facteurs déterminants dans la réussite de toute formation ?), la formation repose indéniablement sur une articulation entre instruction et pratique professionnelles. Plus encore, cette formation n'occulte pas la prise en compte des déterminants qui confère à une pratique raisonnée sa dimension opératoire : le comportement envers les futurs écoliers. Il appartient prioritairement au formateur d'éradiquer les défauts de ses élèves, défauts qui vont certes, à l'encontre de la doctrine, mais pragmatiquement compromettent l'efficacité de l'acte d'enseignement. Ainsi, dans la Troisième partie, la section V, (p. 327), « *Défauts essentiels que le formateur doit corriger dans ses élèves »,* commence ainsi :

« *Les défauts ordinaires aux jeunes Maîtres sont, 1° la démangeaison de parler ; 2° la trop grande activité, qui dégénère en pétulance ; 3° la légèreté ; 4° la préoccupation et l'embarras ;5° la dureté ; 6° le dépit ; 7° les acceptions de personne ; 8° la lenteur et la négligence ; 9° la pusillanimité ; 10° l'abattement et le chagrin ; 11° la familiarité et la badinerie ; 12° les distractions et pertes de temps ; 13° les variations de l'inconstance ; 14° l'air évaporé ; 15° une trop grande concentration en soi- même ; 16° le manque d'égard pour la différence des caractères, et des dispositions des enfants qui lui sont confiés ».*

Sans poursuivre plus longuement, ce discours, qui peut paraître apologétique, sur la pertinence d'une formation qui, tout en mettant l'accent sur la pratique avec la régulation des conduites comportementales, n'en repose pas moins sur la transmission des savoirs, nous soulignons simplement la fonction opératoire de cette doctrine : l'organisation réglée, l'uniformisation des conduites des sujets, subordonnées à l'adhésion spirituelle de ces derniers à la doctrine, l'existence d'une programmation tout aussi minutieusement élaborée du savoir, parce qu'elles constituent les conditions de viabilité d'un système d'enseignement populaire, induisent de fait que préexiste en amont une doctrine unificatrice.

Les deux méthodes, qu'elles soient simultanée ou mutuelle, décrivent donc le fonctionnement de deux institutions, deux ensembles de pratiques sociales ; la première fonctionnelle, mais évidemment non sécularisée, doit sa pertinence à sa doctrine ; la seconde, qui ne prétend se référer à aucune doctrine, n'a de légitimité que parce qu'elle répond dans l'immédiateté et de façon économique à des besoins reconnus par l'ensemble de la Société.

<u>La coexistence des deux méthodes : conditions et contraintes.</u>

La période libérale, dont l'ordonnance du 29 février 1816 est emblématique, réunit les conditions favorables à la diffusion de la méthode mutuelle jusqu'en 1820.

Cette ordonnance de compromis ne garantit pourtant pas la paix scolaire. Elle va générer une polémique entre les promoteurs des deux méthodes simultanée et mutuelle. Il En résulte le développement d'écoles primaires revendiquant l'un ou l'autre méthode ;

La coexistence conflictuelle des deux méthodes, la diversité de fonctionnement qu'elles induisent dans les écoles élémentaires prend fin avec la réaction ultra. La politique scolaire qui remet rapidement l'enseignement primaire sous l'autorité de l'Eglise consacre dès 1821, la méthode simultanée comme seule légitime. Le président du Conseil Royal, (organe de substitution de la Commission d'Instruction publique), Cuvier, (successeur de Royer-

Collard), présente en Janvier 1821, à ce Conseil, un projet de règlement pour les écoles primaires. Si nous éludons, les premiers articles qui assujettissent toute instruction à l'enseignement confessionnel et moral à «l'attachement et la fidélité au Souverain, l'amour de la patrie, l'obéissance aux lois », les derniers articles du paragraphe premier éclairent leur conception de l'organisation pédagogique envisagée.

Article 12 – L'enseignement simultané a lieu dans toutes les Ecoles pour la lecture de l'alphabet et des principales syllabes, au moyen de tableaux suspendus qui sont écrits en très gros caractères.

Article 13 – Il y a de même une planche noire suspendue dans la classe pour l'enseignement simultané des notions de calcul. […]

Article 16 – Tous les élèves ayant le même degré d'instruction se servent des mêmes livres.

Article 17 – Les seuls livres qui peuvent être en usage dans les Ecoles sont ceux qui sont prescrits par les Comités cantonaux (*instances de contrôle locales)* d'après la liste adressée par le Recteur.

Article 18 – Toute Ecole est autant qu'il est possible, partagée en trois classes, suivant les divers degrés d'instruction des élèves, savoir la grande, la moyenne, la petite classe.

L'évidente empreinte des Frères des écoles chrétiennes marque cette conception de l'organisation pédagogique du projet ; la division en classes, la pratique de la méthode requièrent la multiplication du nombre d'instituteurs formés. Une question se pose alors : quels peuvent-ils être ? La nécessité de manuels uniformes, « autorisés » conserve son statut de « condition nécessaire », comme depuis 1791 ; cette nécessité, désormais établie, ne sera plus remise en question ; tous les régimes, qui vont se succéder, vont s'attacher à élaborer et répandre les manuels conformes à la finalité qu'ils assignent à l' « éducation populaire ». L'université par le biais du Recteur, reste le garant des moyens d'instruire, des contenus, (des manuels) et de la méthode. Rappelons qu'elle conserve de fait son monopole sur la délivrance des brevets.

Ce projet préliminaire, le reste. C'est l'ordonnance du 8 avril 1824, « concernant l'administration supérieure de l'Instruction publique, le fonctionnement des collèges, les boursiers royaux, les institutions et pensions et les écoles primaires », qui confie explicitement les écoles primaires « catholiques »(y échappent les écoles protestante) à la tutelle de l'Eglise et des évêques.

L'université ne conserve qu'une responsabilité sur les questions d'ordre pédagogique (attribution des brevets, surveillance des méthodes pratiquées par les instituteurs). Les effets sont immédiats : tandis que l'enseignement mutuel dépérit, l'enseignement congréganiste connaît un essor inversement proportionnel.

L'avènement de la méthode simultanée dans les principes, mais dans une réalité circonscrite au champ de manœuvre des frères, rend finalement compte d'une contrainte essentielle : c'est au niveau de détermination du politique que se décide la conformité d'une organisation pédagogique, car celle-ci est nécessairement subordonnée à un modèle idéologique ; dans ce cas, le contexte idéologique et politique ne peut soutenir qu'une méthode reconnue par l'Eglise. Cette disqualification est politique : la résurgence de l'enseignement mutuel sous le régime de Louis-Philippe, n'est finalement éphémère que parce que les législateurs prennent conscience d'un principe : l'éducation primaire n'est pas réductible aux moyens d'apprendre mécaniquement la lecture, l'écriture, le calcul, le chant et le dessin ; c'est donc des deux niveaux politique et pédagogique que doivent procéder les conditions qui peuvent conférer à la méthode sa conformité officielle.

Citée par O. Gréard[37] , la conversation de V. Cousin avec Van den Hende, inspecteur général de l'enseignement primaire en Hollande, éclaire ce propos : « *Et votre enseignement mutuel, qu'en fait-on ? Espérez-vous qu'avec un pareil enseignement, l'instruction primaire puisse former des hommes ; car c'est là sa véritable fin ? Les diverses connaissances enseignées dans les écoles ne sont que des moyens dont toute la valeur est dans leur rapport à cette fin. Si on veut l'atteindre, il faut renoncer à l'enseignement mutuel, qui peut bien donner une certaine instruction, mais jamais l'éducation; et, encore une fois, Monsieur, l'éducation, c'est la fin de l'instruction ».* V. Cousin souscrit à l'analyse.

En l'occurrence, la résistance de la méthode mutuelle, tend à démontrer que tant que l'Etat n'instaure pas un corps d'instituteurs, fonctionnaires, organe de l'Etat, dépositaire d'une doctrine éducative, la question des méthodes d'enseignement reste ouverte. Est-il possible de séculariser la méthode simultanée

C'est ce à quoi va tendre, d'une certaine façon, la politique scolaire du régime jusqu'en 1827. Après avoir réorganisé l'Université, le régime peut s'appuyer désormais sur la puissante hiérarchie administrative mise en place par l'Empereur, mais assujettie au pouvoir de l'Eglise. L'instruction primaire est institutionnellement liée aux Cultes.

1.4.2 L'esquisse d'un programme d'instruction pour les maîtres ; ce qu'il en résulte pour le programme d'enseignement dans les écoles primaires.

[37] O. Gréard, article « Mutuel », Dictionnaire pédagogique et d'instruction primaire, tome 1, (1887), p. 2003. 1911.

Si pendant la période libérale, les méthodes d'enseignement, les manuels et les cours censés les diffuser peuvent échapper en partie au monopole de l'Université, l'Etat doit toutefois reprendre les rênes de l'instruction primaire : l'ordonnance du 29 février 1816 y contribue largement. Les initiatives de l'Etat portent d'une part, sur le contrôle accru de l'Université sur l'instruction primaire, d'autre part, sur les moyens d'accroître la qualification des maîtres. C'est sur ce dernier point que nous portons notre attention. En germe dans le décret napoléonien, la graduation des maîtres est désormais mise en œuvre. Il en résulte comme nous allons le voir, la définition d'un savoir nécessaire au maître, dont pourra procéder l'élaboration plus précise d'un programme d'enseignement primaire.

L'ordonnance dresse en un certain nombre de points, les exigences raisonnables qui seront désormais garantes de l'amélioration du système d'enseignement :

« Article – 10 : Tout particulier qui désirera se vouer aux fonctions d'instituteur primaire devra présenter au Recteur de son Académie un certificat de bonne conduite du curé et du maire de la commune ou des communes où il aura habité trois ans au moins ; il sera ensuite examiné par un inspecteur d'Académie ou par tel autre fonctionnaire que le Recteur délèguera, et recevra, s'il est jugé digne, un brevet de capacité du recteur ». Certes, il y a au préalable nécessité d'un certificat de bonne conduite, délivré sans regard de l'Université, mais c'est bien à cette dernière que revient le pouvoir de garantir la capacité du maître et de lui octroyer le droit d'enseigner (comme lui reviendra le pouvoir de le sanctionner).

« Article – 11 : Les brevets de capacité seront de trois degrés.

Le troisième degré, ou le degré inférieur, sera accordé à ceux qui savent suffisamment lire, écrire et chiffrer, pour en donner des leçons ;

Le deuxième degré, à ceux qui possèdent bien l'orthographe, la calligraphie et le calcul, et qui sont en état de donner un enseignement simultané, analogue à celui des frères des écoles chrétiennes ;

Le premier degré ou supérieur, à ceux qui possèdent, par principes, la grammaire française et l'arithmétique, et sont en état de donner des notions de géographie, d'arpentage et des autres connaissances utiles dans l'enseignement primaire.

Article –12 : Chaque recteur fixera, pour son académie, une époque, passée laquelle il ne sera plus délivré de brevets du premier degré qu'à ceux qui, outre l'instruction requise, possèderont les meilleures méthodes d'enseignement primaire […] ».

Les contenus des examens ne sont pas ni précis, ni ambitieux, mais ils apparaissent comme adaptés à des candidats dont l'instruction est aléatoire. Les méthodes d'enseignement ne sont pas oubliées dans les compétences nécessaires. Le principe d'une graduation va entraîner d'une part l'élargissement du programme de l'école primaire fortement limité par l'ordonnance de 1808, d'autre part, la définition de programmes d'examens.

Cette ordonnance représente un pas décisif pour les progrès de l'instruction ; Buisson y verra « l'acte capital de la Restauration en matière d'enseignement ». Le principe d'une graduation de l'enseignement primaire ne s'apparente t-il pas au projet de Condorcet d'une instruction structurée en degrés ? Ambroise Rendu[38], animateur de la Société pour l'instruction élémentaire et Conseiller d'Etat, l'un des inspirateurs de l'ordonnance, écrit ainsi : « *Le partage de l'instruction primaire en trois degrés résout une foule de questions et renferme de grandes conséquences pour tout l'ordre social* » ; propos novateur dans ce contexte, l'instruction primaire n'apparaît plus uniquement comme garante de l'ordre publique, mais est perçue comme pouvant jouer un rôle déterminant dans un nouvel ordre social.

Le 14 juin 1816, la Commission de l'Instruction publique adresse aux recteurs des « Instructions sur les examens pour la délivrance des brevets de capacité pour l'instruction primaire ». Rappelant aux recteurs leurs prérogatives, les instructions définissent plus précisément les connaissances requises pour chaque degré. Nous en donnons le synoptique.

Matières	**Examen du 3ème degré**	**Examen du 2nd degré**	**Examen du 1er degré**
Religion	Histoire sainte- Ancien et Nouveau Testament Catéchisme du diocèse.	Histoire sainte- Ancien et Nouveau Testament Catéchisme du diocèse.	Histoire sainte- Ancien et Nouveau Testament Catéchisme du diocèse.
Lecture	Imprimés – Manuscrits français Français- Latin	Imprimés – Manuscrits français Français- Latin	Imprimés – Manuscrits français Français- Latin
Procédés pour enseigner à lire **lire**			
Ecriture	Cursive- Bâtarde Lettres majeures- Lettres ordinaires	Bâtarde- Coulée- Cursive- Ronde- Anglaise-	Bâtarde- Coulée- Cursive- Ronde – Anglaise-
Orthographe		Orthographe	Théorie et pratique
Grammaire		Analyse grammaticale	Grammaire –Exposition des principes- Analyse des

[38] Cité par M. Gontard, l'enseignement primaire en France de la Révolution à la loi Guizot, Annales de l'Université de Lyon,Société d'édition Les Belles Lettres, Paris, p. 196.

			phrases dictées.
Calcul	Pratique sur les mesures anciennes et nouvelles- Addition- Soustraction- Multiplication- Division- Calcul décimal	Théorie- Mesures anciennes et nouvelles – Pratique- Addition- Soustraction- Multiplication- Division- Règle de trois et de société	
Arithmétique Mesures anciennes et nouvelles			Théorie et pratique- Les quatre règles- Les fraction décimales et ordinaires- La règle de trois- La règle de société, etc.
Arpentage			Instruments et méthodes Connaissances des figures qui servent à mesurer les surfaces Règle du toisé. Opérations pour rapporter les mesures sur le papier ou pour dessiner les plans
Géographie			Termes de géographie Grandes divisions du globe Principales chaînes de Monts- Principaux fleuves- Peuples célèbres- Productions naturelles des principaux pays, leur industrie, leur commerce.
France			Limites- Divisions administratives, judiciaires, et ecclésiastiques- Situation respective des départements, fleuves et rivières qui les arrosent- Montagnes-

			Genre de culture- Genre d'industrie- Evènements remarquables de l'histoire de France
Méthodes d'enseignement	Simultané- Mutuel	Simultané- Mutuel	Simultané- Mutuel
Connaissances non exigées	Plain- chant- Arts et métiers- Dessin linéaire-	Plain- chant- Arts et métiers- Dessin linéaire-	Plain- chant- Arts et métiers- Dessin linéaire- Notion de la sphère- Perspective-

Dans la table des matières, le noyau commun concerne la religion, la lecture et ses procédés d'enseignement et les méthodes d'enseignement. C'est l'adjonction d'éléments de théorie ou directement l'introduction de nouvelles matières qui établissent la graduation entre les degrés. C'est sous la rubrique « Calcul » pour les troisième et second degrés et sous la rubrique « Arithmétique- Mesures anciennes et nouvelles » que sont indiquées les connaissances relatives à l'arithmétique ; les éléments de géométrie n'apparaissent que sous leur aspect application. Elles relèvent du domaine pratique : arpentage pour le premier degré, elles se dissimulent en partie dans les connaissances non exigées sous les termes « dessin linéaire » pour les trois degrés, sous les termes « sphère et perspective » pour le premier degré.

L'usage des mots « pratique et théorie » est significatif ; la composante pratique constitue le minimum des connaissances requises. La connaissance des mesures pratiques et nouvelles, la pratique des quatre opérations sur ces mesures, d'où par suite le calcul décimal pour les mesures nouvelles, représentent les incontournables *a priori.* La théorie, relative à ces précédents savoir faire, (nous le supposons du moins) et quelques applications de la théorie des proportions (règle de trois…) sont introduites pour les connaissances du second degré.

Des applications plus étendues de la théorie des proportions et les fractions ordinaires et décimales relèvent quant à elles du premier degré. Le découpage proposé peut emprunter à celui d'ouvrages en vigueur dans le secondaire (réédition du traité d'arithmétique de Bézout, de 1801 par exemple, ou traité d'arithmétique de SF Lacroix 1811), il faut toutefois noter l'importance accordée aux mesures anciennes et nouvelles qui atteste explicitement de la nécessité d'éléments directement liés à leur utilité sociale. Le savoir jugé nécessaire par le

Comité d'instruction publique est fortement marqué par une conjoncture politique et économique qui efface en partie l'existence de l'arithmétique révolutionnaire.

Les commentaires des programmes : entre principes et accommodations à la réalité.

Ce sont les commentaires de ces « programmes » qui nous éclairent le mieux sur les attentes de l'institution. Ainsi « Il suffira pour obtenir le brevet de capacité de 3ème degré de savoir bien lire, écrire et chiffrer, et d'être en état de montrer ces trois choses » ; « Le brevet de deuxième degré ne peut être donné qu'à ceux qui possèderont bien l'orthographe, la calligraphie et le calcul.[…] Il (*le candidat)* devra faire des opérations pratiques (*c'est nous qui soulignons*) des quatre premières règles sur des exemples données séance tenante. Enfin, le sujet sera interrogé sur sa méthode d'enseigner à lire, à écrire, à calculer : et à cet égard, toutes choses égales d'ailleurs, on préfèrera celui qui possèdera le calcul décimal ». Les modalités d'obtention de ces brevets s'avèrent moins exigeantes qu'il ne peut apparaître dans le libellé des connaissances requises ; le calcul décimal et *a fortiori* les éléments de théorie semblent être fort peu maîtrisés par le public que peut concerner ces examens. Devant porter sur des connaissances liées à leur usage social, l'examen doit s'adapter aux contraintes culturelles : le système métrique, plus généralement le nouveau système des poids et mesures n'est pas implanté. C'est ce même obstacle qui explique en partie la pauvreté du contenu géométrique du brevet de premier degré ; si les principes de l'arithmétique doivent être connus du candidat, « les procédés de l'arpentage n'étant point partout les mêmes et ces procédés, pour des instituteurs primaires, ne pouvant avoir une véritable géométrie pour fondement, il faudra en attendant qu'il ait été publié des ouvrages élémentaires convenables, se borner à interroger les instituteurs sur les instruments et les méthodes qu'ils emploient suivant la disposition du terrain ». C'est l'absence d'une pratique sociale de référence commune, la conception d'une géométrie « savante » non accessible à un simple instituteur primaire qui réduit la géométrie primaire à sa seule composante pratique. Le candidat au brevet du 1er degré doit révéler sa maîtrise d'un outillage technique lui permettant de résoudre un champ élargi de problèmes, mais dans le domaine circonscrit à la culture populaire : […] tous indistinctement devront être versés dans la pratique du calcul décimal, et faire preuve de notions suffisantes touchant les figures qui servent à mesurer les surfaces. On les interrogera en même temps sur les règles du toisé et sur la manière d'opérer pour rapporter leurs mesures sur le papier et dessiner leur plan ». Si nous pouvons appréhender à travers ces domaines de connaissances, les contours des programmes de l'école primaire et des plans relatifs à l'instruction des maîtres, nous pouvons apprécier les conditions et les contraintes qui président à l'émergence de cette culture du primaire : ancrée dans les pratiques sociales du citoyen, elle tend d'une part à les faire évoluer (d'où la présence ambiguë du calcul décimal, sa légitimité est encore politique mais il est peu pratiqué), d'autre part, elle ne peut s'apparenter à une culture savante (l'accent est mis sur la pratique, le directement utilisable). Plus encore, elle ne peut être définie : ce sont les manuels élémentaires qui absents pour le moment doivent en préciser les contenus. Si nous portons notre attention plus précisément sur la numération et le calcul décimal, nous devons admettre que ces savoirs « habitent » les programmes des trois degrés, mais que le fait que ces savoirs vivent peu dans les pratiques sociales les rend de fait non exigibles. Il est intéressant à cet égard de s'interroger sur ce qu'il est advenu du nouveau système des poids et des mesures qui constituait le vecteur « pratique » du principe de numération décimale. Sa faible implantation peut paraître influer sur les contenus des manuels dans lesquels il était abordé. Prenons comme exemple le traité d'arithmétique de Bézout. Le traité réédité en 1795 « Arithmétique à l'usage de l'artillerie, de la marine et du commerce, à laquelle on a ajouté les nouveaux calculs décrétés par la Convention Nationale, ainsi que les règles d'intérêt, d'acompte et d'alliage par Peyrard » comporte une longue présentation historique, présente le principe de la division décimale, légitime le nouveau système des poids et des mesures d'un point de vue pratique et épistémologique. Peyrard écrit : « On a choisi de préférence les divisions de dix en dix, que l'on appelle division décimale, parce que cette division étant conforme à notre échelle arithmétique facilite et simplifie beaucoup les calculs ». Il propose ensuite onze tables « pour réduire les anciennes mesures de longueur de superficie et de capacités, les anciens poids et les anciennes mesures en mesures, poids et monnaie du nouveau système décrété par la Convention Nationale ». Dès la réédition de 1801, aux «Elémens d'arithmétique » de Bézout (l'idée d'élémentarisation a fait son chemin : elle demeure un principe reconnu et unificateur dans l'enseignement), C. Guillard adjoint l' « Exposition abrégé du Nouveau Système des poids et des mesures d'après le mètre définitif ». Abrégé, certes, C. Guillard réintroduit la « table des poids et des mesures employés dans l'arithmétique et des caractères qui servent à les désigner », réhabilitant en quelque sorte, ou plutôt révélant la résistance des anciennes mesures : monnaie en livres, sou et deniers ; poids de Paris en livres, marcs, onces,… et autres poids ; longueur en toise, pieds, pouces, lignes, points…Le décret que rend Napoléon, le 12 février 1812, concernant l'Universalité des poids et mesures, en dehors de la volonté impériale de ranimer l'enseignement et l'usage du système métrique, révèle son faible usage dans les pratiques sociales.

Garants de la définition des savoirs à enseigner, les manuels élémentaires sont toujours attendus…Cheville ouvrière dans l'organisation des écoles primaires, les comités cantonaux s'en inquiètent. La Commission de l'Instruction publique diffuse donc le 8 février 1817 un répertoire d'ouvrages « pouvant être mis utilement dans les mains des maîtres et des enfants ».

Les manuels sont présentés, matière par matière, chaque matière relevant d'un chapitre. Succédant respectivement aux chapitres relatifs aux prières, syllabaires, exercices de lecture, le chapitre 4 intitulé « Calcul et arithmétique raisonné » préconise les ouvrages suivants :

- Méthode pour apprendre à calculer facilement, chez Renouard, rue Saint André des Arts 1815.
- Rudiments des petites écoles, par M.F. Mazure, Recteur de l'Académie d'Angers.
- Traité élémentaire d'arithmétique, par S.F. Lacroix, membre de l'Académie des sciences, Paris, chez Cournier, quai des Augustins, n° 57.
- Traité raisonné d'arithmétique, par M. L'Abbé Borne ; Clermont Ferrand, 1809.
- L'arithmétique des demoiselles, Paris, 1811.
- Eléments théoriques et pratiques du calcul des changes étrangers, par Rozas ; in vol. 80, Paris, 1809.

Dans cet inventaire, un peu à la Prévert, ne sont présents que des manuels contemporains de la Restauration. Coexistent des ouvrages apparemment fort divers : le traité d'arithmétique de S.F. Lacroix (« à l'usage de l'école centrale des quatre Nations », si nous en restituons précisément le titre), publié en 1811 est un ouvrage à destination du secondaire, les deux premiers manuels, à la simple lecture de leurs titres, semblent au moins avoir été conçus pour assurer la fonction prévue. Très spécifique et semble t-il, non élémentaire, le dernier succède à un ouvrage qu'on imagine mal dans les mains de jeunes paysans. Le Comité d'Instruction publique reconnaît évidemment le statut provisoire des ouvrages indiqués « en attendant que les ouvrages à l'usage des écoles primaires, qu'elle fait composer, aient pu être portés au degré de perfection désirable […] ». La question récurrente de l'élaboration de bons manuels est de nouveau posée ; ce sont les manuels qui fixeront les programmes, c'est bien par le biais des manuels que s'opéreront la formation des maîtres et l'instruction des élèves. Si nous tentons malgré tout de distinguer à travers les contenus de cet ensemble éclectique de manuels, les objets de savoir enseignés qui peuvent se voir conférer une « légitimité provisoire », du moins d'un point de vue épistémologique, c'est au traité de Lacroix que nous devons nous intéresser. Etonnamment, si nous nous référons aux études réalisées par Harlé[39] et Neyret[40] dans le cadre de leurs thèses, au constat établi par B. Belhoste, dans « Les sciences dans l'enseignement secondaire français, 1789- 1914 », ce traité « révolutionnaire » n'est plus le traité de référence dans l'enseignement secondaire, il a été progressivement évincé au profit des rééditions du traité d'arithmétique de Bézout. Rappelons que S.F. Lacroix a rédigé l'ensemble de ses traités, inspiré directement par les cours de l'Ecole Normale de l'an III. Régis par la méthode analytique, telle que l'appréhendait Laplace, ceux-ci sont donc en rupture avec les contenus des traités classiques. Les traités de Lacroix n'ont pu s'adapter aux programmes d'un enseignement secondaire classique réhabilitant inéluctablement la suprématie des humanités classiques ; ils restent certes, des référents pour l'enseignement scientifique supérieur, les classes de mathématiques supérieures, les écoles spéciales, mais leur éviction de l'enseignement secondaire ordinaire révèle d'une part, la déliquescence de l'enseignement scientifique, et d'autre part, la résistance des pratiques issues de l'Ancien Régime. Le traité de Bézout, initialement rédigé en 1764, demeure donc, en usage, il lui suffit de quelques annexes additionnelles portant sur le système métrique pour demeurer compatible avec l'intention didactique de tout régime quel qu'il soit, quand il s'agit d'instruire la classe dominante.

Aussi, peut-il paraître paradoxal que ce traité de Lacroix apparaisse dans le répertoire pour l'enseignement primaire… Le traité abandonné était-il aisément disponible pour l'usage d'un enseignement « populaire » ou la méthode analytique qui gouverne l'organisation de son exposé était-elle supposée plus adaptée à une instruction populaire ?

Une brève analyse du traité peut éclairer plus finement ce que la Commission d'instruction publique pouvait envisager comme relevant des savoirs exigibles des maîtres ; il va de soi que nous ne pouvons émettre d'hypothèse sur l'étendue de ces savoirs, le programme du traité ne peut refléter précisément les exigences des législateurs, mais il n'en convient pas moins que le découpage même du traité, par la progression qu'il induit, permet de plonger les objets présents dans les programmes des brevets dans une organisation du savoir.

1.4. 3. Le traité élémentaire d'arithmétique de Lacroix, à l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre-Nations ; 13ème édition, Paris, 1813. (156 pages)

[39] A. Harlé, L'arithmétique des manuels de l'enseignement élémentaire français au début du XXème siècle, thèse de doctorat de 3ème cycle, 1984, Université Paris VII.
[40] R. Neyret, Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM, Thèse de doctorat de 3ème cycle, 1995, Université J. Fourier, Grenoble 1.

La structure de l'exposé est fidèle à la composition classique : une suite de paragraphes, formant des tout structurés autour d'un notion, dont l'enchaînement, les mises en réseau avec des paragraphes antérieurs assurent l'organisation d'un tout cohérent, tout en réglant la progression. Il est possible d'identifier chez l'auteur, un souci didactique de présenter « les germes » de la science, avant d'opérer leurs combinaisons. Procédant d'une manière assez analogue à la manière de Condorcet, Lacroix explicite les perceptions (pour les grandeurs, par exemple), les opérations, il use d'un langage qu'il tend à faire cadrer avec les idées présentées, ce n'est qu'ensuite qu'il définit les notions, établit des algorithmes. Ainsi, l'auteur prend-il la peine de disserter sur l' « origine » des opérations, des fractions…L'exposé, toujours fidèle à la tradition, et se démarquant cette fois de celui de Condorcet, évite tout emploi de signe algébrique, en dehors de la barre de fraction.

Le traité peut nous apparaître comme découpé en sept parties : la première traite de la numération et des quatre règles sur les entiers ; la seconde porte sur la théorie des fractions ; la troisième étudie les fractions décimales ; la quatrième présente l'exposition du nouveau système métrique et les applications usuelles de l'arithmétique ; la cinquième intègre les proportions, les règles de société et d'alliage ; la sixième traite enfin du calcul des nombres complexes ; la septième conclut sur quelques moyens employés pour abréger les calculs arithmétiques. Ce découpage du savoir, comme nous le montrerons dans le chapitre portant sur la troisième période de notre étude est en rupture avec le découpage du traité de Bézout. L'auteur occulte encore, certains des objets traditionnellement exposés : puissances et racines ; théorie des progressions (la théorie des proportions est d'ailleurs considérablement allégée, se cristallisant sur les usages de la règle de trois) et par suite, théorie des logarithmes. Par contre, l'auteur expose explicitement des notions jusqu'alors peu communes : « quelques moyens employés pour abréger les opérations de l'arithmétique », parmi lesquelles apparaissent « idées des fractions continues ». Lacroix définit une arithmétique peut-être amputée d'une composante calculatoire importante, celle innervée par la théorie des logarithmes, puisque celle-ci relève désormais de l'algèbre, il n'en enrichit pas moins l'environnement technique du calcul exact et approché en développant les opérations abrégées.

Parmi les sept « blocs » envisagés, trois concernent particulièrement les objets que nous étudions, à savoir la numération et les propriétés des nombres.

♦ Sous la rubrique « *De la numération* » (§ 1), l'auteur distingue d'abord, précisément, comment notre perception nous conduit à concevoir deux formes de grandeurs: « *collection de plusieurs choses pareilles ou de plusieurs parties séparées* » désignée par le mot *nombre* ; « *un seul tout, sans distinction de parties » l'étendue* dont le caractère propre est la *continuité.* Cette précision, que fait aussi Condorcet, est emblématique de la méthode que va suivre l'auteur : la langue doit rendre compte fidèlement des idées qu'elle doit véhiculer, le terme « quantité » est indéfini : il distingue donc *quantité discrète ou discontinue* pour la première forme de grandeur, *quantité continue* pour la seconde. L'arithmétique, ayant été définie comme science ayant pour objet, les nombres (§2), il définit (§3) l'*unité,* chose ou partie *« prises pour terme de comparaison ».* Suit la numération parlée (§4), l'explication qui fait que ses nomenclatures ont du répondre à l'exigence d'exprimer commodément « *une infinité de nombres différents* ». Son discours est toujours très proche de celui de Condorcet, c'est l'analogie devrait permettre la coïncidence des idées et de leur expression langagière : il souligne, en note, la proposition de ce dernier, pour rendre la numération parlée régulière « *substituer unante et duante aux mots dix et vingt... ».* La numération écrite n'est abordée qu'après l'exposition du principe qui permet de définir et de nommer les unités d'ordres successifs. L'auteur en justifie de même l'origine (§5) : « *La longueur de l'expression <u>en toutes lettres</u>, des nombres, lorsqu'ils sont un peu grand, a fait imaginer des caractères, exclusivement affectées à leur représentation abrégée, et de là est venu l'art d'écrire les nombres par ces caractères appelés <u>chiffres</u>, ou la <u>numération écrite</u> ».* Nous avons souligné les expressions en italique dans le texte original. Caractérisée, comme adoptant « *une marche à peu près analogue à la numération parlée »,* suit donc la numération chiffrée. Lacroix introduit les neuf premiers nombres, explicite le principe décuple et exhibe le « *zéro , qui n' a par lui-même aucune valeur, et qui ne sert qu'à remplir la place des collections d'unités qui manquent dans l'énonciation du nombre proposé[...] ».* L'auteur expose ensuite la manière d'écrire un nombre sous la dictée, ou de l'énoncer quand il est chiffré, ses recommandations prennent un tour très didactique, quand il insiste sur la présence des zéros. Ce paragraphe s'achève sur la distinction entre nombres abstraits et concrets « *ne particularisant point l'espèce de chose ou d'unité à laquelle ils se rapportent [..]ou désignant l'espèce de leurs unités ».* Il marque ici l'évidence que la formation des nombres ne tient pas à la nature des unités et annonce une exposition des quatre règles indépendante de toute référence aux nombres concrets. Pour un élève lecteur, ce paragraphe présente indéniablement un exposé progressif, sans implicite, ne négligeant aucun des éléments qui permettent de comprendre avant d'exécuter. Il peut apparaître, en partie parce qu'il présente aussi des rapports étroits avec le manuel de Condorcet, comme répondant aux exigences d'élémentarisation des Conventionnels. Ce souci d'éclairer l'entendement du lecteur, tout en respectant les contraintes épistémologiques qui régissent un traité savant, s'exprime de façon culminante dans la digression qui suit le paragraphe où Lacroix démontre ce que nous désignons désormais comme la commutativité de la multiplication ; il note ainsi :

§28. Le raisonnement que je viens de rapporter pour prouver la vérité de la proposition précédente, en est la démonstration ; et il faut bien remarquer que ce qui constitue l'essence de la méthode suivie dans les mathématiques pures, c'est qu'on y admet aucune proposition ou aucun procédé qui ne soit la conséquence nécessaire des premières notions sur lesquelles on s'est appuyé, ou dont la vérité ne soit établie en général, d'après des raisonnements indépendants des exemples particuliers qui ne peuvent jamais former de preuve, et qui ne servent qu'à faciliter au lecteur l'intelligence des raisonnements , ou la pratique des règles. Nous pouvons considérer que le traité élémentaire en revendiquant, semble t-il, son appartenance aux mathématiques pures académiques, telles que les conçoit Lacroix, met d'évidence l'accent sur la pertinence épistémologique des raisonnements arithmétiques, mais définit par là même l'étendue de l'arithmétique. L'arithmétique couvre le champ des objets dont l'organisation, sans recours à une modélisation ou à un calcul algébrique, repose sur la validité de raisonnements arithmétiques, indépendants d'exemples particuliers. Le statut de la « démonstration » s'apparente encore au statut que Condorcet confère à sa méthode : une méthode qui repose sur la dialectique cas particulier – généralisation. Le raisonnement d'où procède la généralisation, porte nécessairement sur des nombres génériques, détachés de leurs désignations particulières.

♦ Dans le chapitre portant sur les fractions, l'origine de celles-ci, conformément à la démarche de Condorcet, est liée à la division des entiers, quand celle-ci ne peut s'effectuer exactement : il s'agit de diviser le reste. Sur « toute division, qui laisserait un reste », le raisonnement montre que (§51) « le quotient se compose de deux parties ; l'une est formée d'unités entières, tandis que l'autre ne peut s'obtenir qu'après qu'on a réellement effectué le partage des unités concrètes ou matérielle du reste dans le nombre de parties marquées par le diviseur : jusques- là (écriture originelle) on ne fait que l'indiquer, en disant : *qu'il faut concevoir l'unité du dividende, divisée en autant de parties qu'il y a d'unités dans le diviseur, et prendre autant de parties qu'il y a d'unités dans le reste, pour compléter le quotient cherché ».* L'auteur définit ensuite les termes de la fraction. Son propos consiste ensuite, en s'appuyant sur « l'idée qu'on attache aux mots *numérateur* et *dénominateur* » à étudier les effets que produisent respectivement la multiplication et la division du numérateur et du dénominateur sur la valeur de la fraction ; la progression induite implique que l'addition et la soustraction des fractions ne sont abordées qu'après leur multiplication et leur division. Cette progression, que nous donnons ci-dessous, présentée dans la table, met notamment en évidence une composante, caractérisée par l'auteur comme une digression, qui porte explicitement sur les propriétés des nombres. Le sommaire annonce :

Des Fractions.

Origine des fractions,

Manière d'énoncer et d'écrire les fractions,

Ce que signifient numérateur et dénominateur,

Changements qu'éprouve une fraction lorsqu'on augmente ou qu'on diminue l'un de ses termes,

Tableau représentant les changements qu'on opère sur une fraction en multipliant ou divisant l'un de ses termes,

Une fraction ne change pas lorsqu' on multiplie où qu'on divise ses deux termes par le même nombre,

Moyen de simplifier une fraction sans lui faire changer de valeur ;

Ce que c'est que le plus grand commun diviseur de deux nombres,

Règle générale pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres,

Caractères auxquels on reconnaît les nombres divisibles par 2, par 5 et par 3,

Ce qu'on entend par nombres premiers,

Ce que signifie en général le mot multiplier,

Multiplication d'un entier par une fraction,

Extraction d'un entier d'une fraction,

Réduction d'un entier en fraction,

Multiplication d'une fraction par une fraction,

Des fractions de fractions,

Ce que c'est que la division en général,

Division d'un nombre entier par une fraction,

Division d'une fraction par une fraction,

De l'addition et de la soustraction des fractions,

Réduction des fractions au même dénominateur,

Additions et soustractions d'entiers joints à des fractions,

Un produit composé de plusieurs facteurs ne change pas, dans quelque ordre qu'on multiplie ces facteurs,

Manifestant le souci de méthode l'auteur, les éléments d'une technologie qui éclaire et fonde les techniques relatives à la simplification des fractions, ont donc une existence explicite dans le traité. La considération parmi l'infinité des fractions qui peuvent désigner une même grandeur, de la plus simple d'entre elles, c'est à dire de celle dont « les termes n'ont aucun diviseur commun » est dite « irréductible », permet à Lacroix, d'indiquer les procédés dont procède la simplification d'une fraction. Suggérant d'abord de diviser par 2, 3 les deux termes de la fraction, il écarte ce tâtonnement peu économique, pour introduire la recherche du plus grand commun diviseur, procédé évidemment plus rapide. La présentation de cette « espèce de tâtonnement facile à découvrir, et qui a l'avantage d'approcher du but à chaque essai qu'on fait » repose sur l'exposition d'un exemple ; la validité du raisonnement, consistant à chaque étape en la justification que le candidat potentiel est bien diviseur et bien le plus grand possible, repose sur une propriété exposée avant que ne soit introduite la notion de fraction, à savoir : « *50. Il est bon de se rappeler que, d'après ce qui vient d'être dit, pour reproduire un dividende quelconque, il faut ajouter au produit du diviseur par le quotient, le reste qu'a laissé la division, lorsqu'elle n'a pas pu se faire exactement ».* Il s'en suit (§61) qu' « en général, *tout diviseur commun à deux nombres doit diviser le reste de la division du plus grand des deux par le plus petit ».* L'algorithme par divisions successives est alors « disposé » sous forme d'un tableau, puis « les raisonnements employés dans l'exemple précédent, pouvant s'appliquer à des nombres quelconques », Lacroix pose alors la règle. Des exemples suivent, illustrant notamment le cas d'une fraction dont les deux termes n'ont de diviseur commun autre que 1.

C'est parce qu' « il n'est pas toujours nécessaire de tenter la recherche du plus grand commun diviseur » (§64), que Lacroix introduit les « réductions qui s'offrent d'elles-mêmes », c'est à dire qui procèdent des caractères de divisibilité. L'argument sur lequel repose la justification des caractères de divisibilité par 2 et 5 est le suivant ; l'auteur considère les restes qu'engendrent la division par 2, puis 5, sur les dizaines jointes aux chiffres pairs pour 2, jointes à 0 ou 5, pour 5.Ainsi, il écrit (§ 64, p. 50) : « *tout nombre terminé vers la droite par un zéro ou par un 5, est divisible par 5 ; car lorsqu'on sera arrivé à la division des dixaines par 5, le reste, s'il y en a un, sera nécessairement 1, 2, 3, ou 4 dixaines ; en sorte que si le dernier chiffre est un 0 ou un 5, l'opération se terminera sur un des nombres 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 tous divisibles par 5 ».* Les caractères de divisibilité par 9 et 3, traités simultanément sollicitent la transformation des puissances de 10 sous la forme de multiples de 9 jointes à l'unité, la décomposition canonique des entiers : le raisonnement de caractère général prend appui sur l'exemple, éclaire la propriété des restes. Contrairement à la démarche adoptée pour les deux premiers critères (donnés *a priori*), l'auteur en déduit la propriété. D'une certaine façon, s'il agit par synthèse dans la première partie de ce paragraphe, c'est plutôt par analyse qu'il opère ensuite. Cet aparté sur les propriétés des nombres s'achève brièvement sur la définition des nombres premiers, des nombres premiers entre eux, et sur la caractérisation nouvelle des fractions irréductibles : leurs termes sont premiers entre eux. L'une des niches que pourrait occuper les propriétés des nombres, à savoir par exemple, la décomposition en facteurs n'est cependant pas occupée : la réduction au même dénominateur qui, conformément à l'ordre qui prévaut pour l'auteur précède les opérations d'addition et de soustraction, recourt à deux techniques. La première classique s'exprime ainsi (§78, p.60): « *pour réduire au même dénominateur deux fractions quelconques, il faut multiplier les deux termes de chacune par le dénominateur de l'autre ».* La seconde qui rend compte du cas où les dénominateurs des fractions ne sont pas premiers entre eux, conduit à l'obtention d'un dénominateur commun plus simple : le procédé de découverte repose cependant sur un tâtonnement qui tend à diviser successivement les multiples du premier, par le second, puis par les suivants, jusqu'à la détermination d'un quotient exact. La perspective est clairement annoncé (§79, p.61): « *On verra dans l'algèbre des moyens pour faciliter l'application de ce procédé ».* Probablement évité, car ne résultant pas d'un raisonnement qui puisse en assurer la portée générale, la recherche du plus petit commun multiple glisse dans le domaine de l'algèbre : la méthode attestant de la vérité de la technique ne pouvant résulter que d'un raisonnement de type algébrique.

♦ Nous ne ferons qu'une brève remarque, concernant la dernière partie du traité. Certainement considérées comme peu probablement exigibles des maîtres de l'école primaire, dans le chapitre intitulé *De quelques moyens employés pour abréger les calculs arithmétiques,* sont successivement exposées : Procédé pour abréger la multiplication et la division des grands nombres, Procédé pour abréger la multiplication des nombres qui comportent des décimales, **Décomposition en facteurs premiers, Idées des fractions continues.** Sollicitant implicitement une technologie élargie, le développement polynomial des nombres pour les deux premiers procédés, le développement de l'environnement technologique et des applications du PGCD pour les deux derniers, ce chapitre présenté en quelque sorte comme une simple annexe, n'en révèle pas moins l'accent porté sur la légitimité épistémologique du calcul et des approximations.

D'un point de vue didactique et fonctionnel, il est clair que l'ouvrage s'adresse à des élèves des Ecoles Centrales, c'est à dire à des élèves dont l'ambition est d'acquérir une instruction scientifique régie par une méthode d'apprentissage calquée sur l' « analyse ». Seule la progression peut suggérer que le dernier chapitre soit peut-être d'un accès moins aisé, et moins exigible, du moins dans un premier temps. Le traité fait un tout, aucun paragraphe n'est censé pouvoir être écarté, et être remis à une étude ultérieure. Il peut toutefois être appréhendé, comme clivé en deux blocs. Le premier couvre les « élémentaires », à savoir la numération décimale, les opérations dans les entiers, les fractions ordinaires et décimales, le système métrique, les questions qui se présentent le plus souvent en arithmétique, c'est à dire les problèmes relevant des quatre opérations ou opérations pratiques dans le nouveau système métrique. La seconde partie s'ouvre sur les proportions, règles de société et d'alliage, s'achève, après un détour dans les nombres complexes, sur les opérations abrégées, l'application de l'arithmétique à la banque et au commerce, et les valeurs des différentes monnaies étrangères.

La comparaison des programmes des brevets et du traité peut nous laisser penser, que le premier bloc, quelques emprunts au second, règle de société, d'alliage, nombres complexes, peut définir vraisemblablement les contenus circonscrits par la Commission d'Instruction publique ; le traité d'autre part, par la méthode novatrice qui le caractérise, peut apparaître compatible avec une exigence didactique non absente des préoccupations des législateurs.

Sa présence, *a priori*, paradoxale, dans le répertoire proposé, peut donc trouver une explication dans la méthode d'exposition qui régit le contenu du traité ; nous noterons encore, que par exigence épistémologique et didactique, exigence caractéristique de la méthode, les propriétés des nombres relèvent d'une « digression » nécessaire.

Le programme, fort elliptique dans le descriptif des brevets, est donc subordonné au sommaire de manuels ou traités dont l'évidente disparité rend compte de la variabilité des savoirs qui peuvent être enseignés.

Notons encore que, si l'enseignement des filles reste fondamentalement sous la tutelle congréganiste, les rares institutrices laïques sont de même soumises à l'obtention d'un brevet, qui lui ne se décline qu'en deux degrés. Garants des prérogatives de l'Université, soulignons que les brevets de capacité résistent aux aléas conjoncturels ; la réaction ultra ne remettra pas en question la pertinence de cette condition nécessaire pour exercer la fonction d'instituteur public.

1.4.4. Conditions d'émergence des écoles « modèles » : une nouvelle conception de l'instruction populaire subordonnée à des finalités « utilitaires » ; la réhabilitation des mesures de l'ordonnance de 1816.

La fin de la réaction Ultra en 1827 coïncide avec l'entrée sur la scène politique d'un nouveau courant néo-libéral : les fins de l'enseignement populaire prennent une orientation, qui s'écarte délibérément du champ des conflits idéologiques. Les arguments tenus par les représentants de ce nouveau courant sont d'ordre technique et utilitaire. A. Rendu, écarté pendant la réaction Ultra et de retour sur la scène politique, le philosophe spiritualiste V. Cousin s'approprient cette nouvelle conception de l'enseignement populaire que promeut notamment le mathématicien et ingénieur Ch. Dupin[41]. Les discours de celui-ci sur les « Avantages sociaux d'un enseignement public appliqué à l'industrie »(1824), sur les « Effets de l'enseignement populaire de la lecture, de l'écriture, de l'arithmétique, de la géométrie, de

[41] M. Gontard, L'enseignement primaire de la Révolution à la loi Guizot, Annales de l'Université de Lyon, Société d'édition Les Belles Lettres, Paris (non daté), p. 396.

la mécanique appliquée aux arts sur les prospérités de la France » (1826) ou encore son « Tableau comparé de l'instruction populaire avec l'industrie des départements » (1827) expriment la nécessité de fonder l'instruction populaire sur des valeurs à l'écart de tout dogme : le développement économique et industriel de la nation. A. Rendu[42], fort de ces constats, formule de même, dans son « Système d'instruction approprié aux besoins des classes de la Société qui se livrent aux professions industrielles et manufacturières » (1827) : « *Une classe nombreuse de la société forme des vœux… pour obtenir un genre d'enseignement qui, plus étendu que celui des petites écoles, moins vague et plus déterminé que celui que lui offriraient les collèges, corresponde mieux à ses besoins réels, à ses habitudes, à ses calculs… D'une part, les petites écoles, même elles du premier degré, donne un enseignement qui demeure étranger à une foule de connaissances nécessaires ou utiles ; d'autre part, les collèges entretiennent les esprits et remplissent les imaginations d'idées qui ne sauraient devenir générales sans devenir dangereuses pour leur universalité même, si voisines elles sont de tout ce qui flatte l'orgueil et irrite les ambitions…L'ordre social est intéressé à ce que toutes les classes et toutes les conditions honnêtes aient à leur portée ce qui leur convient davantage. »* L'enseignement populaire, dans le projet néo-libéral, s'extrait du carcan où l'enferment ses deux dimensions religieuse et morale : une instruction en lien avec le siècle s'esquisse dès lors. Cet enseignement nouveau, scientifique, technique, pratique, prémices de l'enseignement spécial, et des écoles primaires supérieures révèle encore d'autres caractéristiques : les savoirs doivent recouvrir les connaissances nécessaires ou utiles, le dernier terme est novateur ; c'est un enseignement de classes, qui tout en renforçant l'ordre établi, s'avère nécessaire en regard de l'insuffisance de l'instruction dispensée par les petites écoles ; la définition, l'étendue des savoirs enseignés doit relever d'une décision de la société sécularisée. Cette conception diffuse : la naissance des cours spéciaux pour adultes en est le premier signe ; un enseignement pour le peuple comportant les langues vivantes, le dessin, la géométrie, la théorie et les pratiques commerciales trouve donc existence dans les classes d'adultes.

Après la défaite des ultras aux élections de 1827, l'instruction publique est séparée des Cultes. Elle est confiée, en février 1828, à Vatimesnil, nommé Grand Maître de l'Université, puis Ministre. A. Rendu, écarté pendant la réaction, est quant à lui, nommé Conseiller chargé des affaires de l'Instruction publique. Sous leur influence, la politique scolaire retrouve une orientation libérale, favorable à l'enseignement primaire :

---

[42] *Ibid.* p. 398.

L'ordonnance du 21 avril 1828, qui reprend les grandes lignes de celle de 1816, remet définitivement l'enseignement primaire sous l'autorité de l'Université.

Celle du 31 janvier 1829 porte sur les méthodes d'enseignement que doivent suivre les instituteurs et les brevets de capacité dont ils doivent être pourvus : la méthode simultanée devient indispensable pour l'obtention du brevet du 2nd degré ; l'utilisation de livres « bien choisi » et « uniforme » est par suite encouragée ; il est demandé d'instaurer des conférences et examens annuels, dans les cantons, sous la présidence d'un inspecteur d'Académie (leur objet : défaire les instituteurs de leur routine néfaste).

Celle du 24 mars 1829 concerne l'organisation, l'établissement et l'entretien des classes normales primaires. Adressée aux préfets et recteurs, elle tend à renforcer l'action de ces derniers, déjà sollicités par la circulaire d'accompagnement du 6 mai 1828 relative à l'exécution de l'ordonnance du 21 avril. Il s'agit d'inciter les recteurs « à former aussi dans une des principales communes de (leurs) académies, une classe normale » (vœu de l'article 39 de l'ordonnance du 21 avril 1828 et à solliciter l'appui des préfets et des maires. Vatimesnil précise cette fois les enjeux de la formation et la nature des modalités qui permettraient de pourvoir à une véritable formation. 1) le brevet du second degré apparaît comme la finalité minimale de la formation ; les savoirs enseignés recouvrent en plus des connaissances de base, le plain chant (concession à l'Eglise), l'arpentage, le toisé et le dessin linéaire (savoirs liés à une utilité sociale). 2) le Ministre insiste sur le principe d'octroi de bourses permettant à de jeunes gens de se former dans les écoles normales primaires ; accordées par le département ou par les communes, elles garantiraient à ces communes de pouvoir disposer de maîtres compétents. 3) Les préfets doivent soumettre au Conseil Général de leur département le projet d'école normale primaire qui leur semble adapté.

Le ministère de Vatimesnil s'achève sous des auspices favorables : les comités d'arrondissement fonctionnent ; les inspecteurs gratuits, nommés, commencent à modifier les pratiques des instituteurs (la méthode individuelle recule) ; brevets et autorisations sont délivrés par les services du Rectorat ; les écoles de filles commencent à accéder à une vie organisée ; et enfin , neuf écoles normales primaires ont été créées. Si toutes les mesures qui relèvent de l'exécutif, améliorent la situation, celle -ci n'en exige pas moins une réforme structurelle que seule une loi scolaire peut opérer. Le projet d'une loi scolaire sur l'Instruction publique est en germe dès 1828. Le projet initié par Vatimesnil et le Conseil Royal est mis en attente en raison des remaniements ministériels ; il n'y aura pas de loi scolaire sous la Restauration. Par contre, le dernier Ministre de cette période, Guernon de Ranville, membre du courant Ultra, et à ce titre, nommé Ministre de l'Instruction publique et des Cultes (les deux domaines sont à nouveau liés) édicte l'ordonnance du 14 février 1830, concernant les moyens de pourvoir aux besoins de l'Instruction primaire. Elaborée avec le soutien d'A. Rendu, en continuité avec les orientations de Vatimesnil, celle-ci met en avant deux principes : l'urgence de nouvelles dispositions pour améliorer le fonctionnement général de l'enseignement primaire et l'amélioration du sort des instituteurs.

Il s'agit d'établir tant que faire se peut, une école par commune (articles 1,5,6,7) : les conseils municipaux sont fortement interpellés. Pour la première fois, l'Etat et l'Université sont appelés à concourir à l'entretien des écoles primaires, à la composition et à la diffusion de livres élémentaires, à la récompense des instituteurs méritants (articles 11 et 12).

La division des écoles communales en classes de 3 degrés (subordonnées à la qualification des instituteurs) et la carrière des instituteurs, pouvant progresser d'une classe à l'autre font l'objet des articles 2,3 et 11. Un règlement permettant aux instituteurs de bénéficier d'une pension de retraite est proposé.

L'article 10 prône la généralisation des écoles modèles : « Outre les Ecoles primaires proprement dites, il sera établi des Ecoles modèles préparatoires destinées à former des instituteurs. Il y aura au moins une de ces Ecoles par Académie. […] Les Conseils Généraux délibèreront sur l'établissement et l'entretien d'une de ces Ecoles dans le département même, s'il y a lieu, ou sur la contribution du département aux dépenses de l'Ecole commune, qui sera, autant que possible, placée au chef-lieu de l'Académie ».

Cette ordonnance, son contenu et son devenir, peut résumer l'œuvre scolaire de la Restauration : des conditions nécessaires à la viabilité d'une Instruction primaires sont établies dans leurs principes, mais faute d'un cadre législatif ne être instaurées.

La fonction d'instituteur est désormais reconnue comme une fonction sociale, publique, reconnue : n'est-il pas breveté par l'Université ? Sa compétence professionnelle devient un enjeu de l'Etat ; sous l'égide de l'Université, sa formation qui requiert l'existence d'une institution spécifique, doit pourvoir à son instruction, c'est à dire lui apporter une culture adaptée à des pratiques sociales utiles au progrès, elle doit encore l'armer de méthodes d'enseignement sans lesquelles l'organisation du système d'instruction primaire ne peut fonctionner. L'ordonnance énonce encore les modalités d'un dispositif que sous-tendait le contenu des ordonnances précédentes, à savoir : d'une part, la définition des connaissances requises pour enseigner relève d'un choix de la société, que cautionne l'Université par le truchement des brevets ; non plus réduites au « lire, écrire, compter », et à l'enseignement moral et religieux elles sont liées aux pratiques sociales, tendent à s'adapter aux besoins d'un environnement sociétal qui s'industrialise (un enjeu social et politique conditionne leur diffusion) ; d'autre part, les méthodes d'enseignement sont identifiées comme vecteurs indispensable de l'organisation pédagogique du système d'enseignement et de la diffusion des savoirs (un maître d'école doit posséder des connaissances et disposer nécessairement des moyens de les transmettre par le biais des méthodes) ; leur orthodoxie doit être contrôlée par le pouvoir, l'Université : les Ecoles modèles préparatoires en nombre suffisant doivent y pourvoir. Les ministres de la Restauration ont donc contribué à rendre vivaces, résistants des principes que se réapproprieront leurs successeurs.

Si la Restauration ne modifie pas la législation scolaire, elle permet toutefois que se dégagent les lignes de force par le moyen desquelles les législateurs de la Monarchie de Juillet pourront instituer un cadre législatif :

- La tutelle de l'Université doit s'exercer sur l'enseignement primaire public ; la certification des maîtres est l'une des premières conditions. Cette dernière nécessite évidemment la définition d'un savoir exigible. Le découpage de ce savoir dont résultent les trois degrés du brevet, est d'abord opéré par nécessité ; progressivement le savoir minimal tend à s'étendre, conduisant à l'éviction du brevet du 3ème degré.

- La fonction des Ecoles normales (ou modèles) est reconnue comme une nécessité sociale ; elle forme des sujets instruits, dont les conduites doivent (pas encore explicitement) être réglées selon un modèle garant de la stabilité de l'ordre social ; l'institution de formation, sans nécessairement se substituer aux instances de surveillance et de contrôle responsables de l'orthodoxie de l'enseignement primaire, joue toutefois un rôle essentiel pour assurer la compatibilité de l'enseignement primaire avec les attentes de la Société.

- Parallèlement, la méthode individuelle est en voie d'éradication ; la méthode simultanée induit une organisation pédagogique qui, par le biais des manuels commence à régler un temps du savoir primaire élémentaire.

- Le savoir à enseigner, même s'il reste subordonné à l'instruction religieuse et morale, doit être compatible avec les exigences d'un ordre social qui reconnaît la légitimité d'une culture utile aux affaires des hommes et aux intérêts du développement industriel et commercial ; c'est ce que montrent les projets d'un enseignement intermédiaire, la création des cours spéciaux pour adultes.

L'enseignement de l'arithmétique dans les écoles normales (il y en a 34 à la fin de la Restauration, (chiffre cité par Jacoulet)[43] ne repose pas pour autant sur un programme officiel,

[43] E.Jacoulet, Nouveau dictionnaire de pédagogie (1911), Article « Normales primaires (écoles) », partie A-historique, Ch. 2, p. 1416-1427.

un ou des manuels prescrits. L'absence de manuels élémentaires officiels laisse suggérer que le programme peut emprunter partiellement à celui du traité élémentaire d'arithmétique de Lacroix.

2. La Monarchie de Juillet et la Seconde République : de la loi Guizot à la loi Falloux.

En dépit d'une conjoncture politique agitée, caractérisée par de nombreux remaniements ministériels, du moins jusqu'en 1837, la France conservatrice des notables réalise les projets que la Restauration avait élaborés. La Charte Constitutionnelle, révisée le 14 décembre 1830, annonce dans l'article 60, deux grands champs d'étude pour les législateurs :

Article 60 – Il sera pourvu successivement, par des lois séparées et dans les plus courts délais, aux objets qui suivent : […] 8. L'instruction publique et la liberté de l'enseignement.

C'est dans le respect de cette séparation que réside le nœud du problème ; les libéraux, au pouvoir pendant l'éphémère période révolutionnaire, ne peuvent le défaire : le projet de loi scolaire élaboré par le Ministre Barthe et présenté devant la Chambre des pairs le 20 janvier 1831 reste « lettre morte », faute d'une orientation politique pouvant désamorcer l'hostilité du parti de la Résistance (conservatrice). Les libéraux vont toutefois être à l'initiative de deux réalisations déterminantes pour la viabilité d'une institution primaire publique.

La fonction régulatrice des manuels dans le fonctionnement du système d'instruction publique est institutionnalisée ; ils constituent les vecteurs privilégiés de transmission des savoirs à enseigner et des « bonnes méthodes » d'enseignement : l'Université se donne les moyens de pourvoir à l'élaboration et à la prescription d'une liste de manuels élémentaires ; une Commission d'universitaires (Décision du 12 août 1831) est créée à cet effet ; elle ne sera pas inquiétée par les réajustements ministériels.

Plus encore, c'est sous la période révolutionnaire, que sont créés les deux manuels dont le statut officiel (du moins à l'origine) permet de les qualifier d'organes de transmission des intentions didactiques du pouvoir. La « Décision autorisant la publication d'un recueil périodique à l'usage des écoles primaires » est promulguée le 19 octobre 1831 : le Manuel de l'Instruction primaire, dont la rédaction est d'abord confiée à Matter, haut fonctionnaire de l'Université se révèle le moyen de « *diffuser le secret des bonnes méthodes et les principes d'une Education Nationale »,* moyen de diffuser, mais aussi d'uniformiser les conduites des acteurs du système d'enseignement primaire. Il contiendrait : « *1) la publication de tous les documents relatifs à l'instruction populaire en France ; 2) la publication de tout ce qui intéresse l'instruction primaire dans les principaux pays du monde civilisé ; 3) l'analyse des ouvrages relatifs à l'instruction primaire ; 4) des conseils et directions propres à assurer le progrès de cette instruction dans toutes les parties du Royaume.* Conçu comme devant pallier à l'insuffisance du « rayonnement » des écoles normales et à l'usage uniformisé des manuels élémentaires, son rôle de levier sur la politique scolaire engagée sous le ministère de Guizot, se traduit notamment par l'éviction de Matter, au profit d'un proche de Guizot : Lorrain. Ce dernier, co-rédacteur d'ouvrages pour l'enseignement primaire (sur lesquels nous reviendrons), les proches de Guizot, sollicités pour rédiger eux-mêmes des manuels élémentaires, orchestreront la diffusion de leurs livres, par la publicité dont ils feront l'objet dans le Manuel général. Notons, que de caractère officiel jusqu'en 1840, son influence sur la régulation de l'enseignement primaire reste marquée jusqu'en 1967 : évoluant selon les contextes, il change parfois de dénomination, mais comporte toujours dans des proportions variables des éléments d'ordre administratif et une partie scolaire ; il disparaît « après 135 ans de bons et loyaux services », victime des livres scolaires (commentaire de sa dernière édition).

Le journal général de l'Instruction publique est fondé en novembre 1831 ; il est le vecteur de communication des instructions officielles, mais privilégiera dès 1834, l'étude pratique des questions d'enseignement et ce jusqu'en 1852.

La politique scolaire des libéraux de la période révolutionnaire permet donc d'instituer les conditions qui sous la seule autorité de l'Université, peuvent circonscrire et uniformiser le savoir à enseigner, les méthodes d'enseignement, par le biais des manuels.

Mais l'événement emblématique de cette période est l'ordonnance concernant l'établissement d'une Ecole normale à Paris.

<u>2.1. L'Ecole Normale de Paris : l'introduction officielle d'un double cursus dans la formation (culture générale, culture et pratique professionnelles).</u>

♦ C'est le 11 mars 1831, toujours sous le mandat de Barthe, qu'est édictée l'ordonnance concernant l'établissement d'une Ecole normale à Paris.

Son caractère d'urgence se révèle à travers deux dispositions : la durée des études ne doit pas dépasser une année (article 7) ; les élèves-maîtres, dont la bonne conduite doit être attestée, doivent être âgés de dix-huit ans au moins (article 6).

Mais il convient de s'attacher, tout d'abord, aux éléments sinon novateurs, du moins clairement explicités, qui définissent le double cursus de la formations. La culture générale est associée à une culture professionnelle qui se décline en deux composantes : l'acquisition des nouvelles méthodes et leurs applications dans la pratique.

L'article 1 stipule que l'Ecole est destinée « - à former des instituteurs primaires ; - à éprouver ou vérifier les nouvelles méthodes d'enseignement applicables à l'instruction primaire ». Pour ce faire, « Plusieurs classes primaires seront annexées à l'Ecole normale : elles seront confiées par le directeur, soit aux maîtres attachés à l'Ecole, soit aux élèves maîtres » (article 4). La vérification, voire l'expérimentation des nouvelles méthodes, en caractérisant l'Ecole Normale, comme une sorte de laboratoire disqualifie une formation fondée sur la seule acquisition et reproduction de procédés d'enseignement. Cette dimension de la formation, qui peut s'interpréter comme une de ses caractéristiques libérales, se révèle encore dans le programme d'enseignement. Il est stipulé (article 3) : « L'enseignement de l'Ecole normale primaire comprendra indépendamment de l'instruction morale et religieuse, la lecture, l'écriture, le calcul, la grammaire française, la géographie, le dessin linéaire, l'arpentage, des notions de Physique, de chimie et d'Histoire naturelle, les éléments de l'Histoire générale et spécialement de l'Histoire de France ». Largement plus étendu que le programme du brevet du 1er degré, avec l'introduction spécifique des éléments de sciences, quelle que soit la réalité de son application (une année de formation à l'adresse de candidats dont les compétences préalables *a priori* modestes seront fixées dans le règlement du 13 mai 1831), le programme, dans ses principes, légitime comme compatible avec une instruction populaire, un savoir jusque là réservé aux notables.

Il nous faut encore, distinguer en dehors des thèses libérales que peut promouvoir le ministre, les moyens mis en œuvre pour organiser la viabilité institutionnelle de l'Ecole normale. L'organisation tant pédagogique qu'administrative relève exclusivement de l'Etat et de l'Université. La nomination du Directeur et des maîtres relève du Ministre (article 2). La Commission spéciale, chargée de la surveillance de l'Ecole, est composée de fonctionnaires de l'Université choisis par le Ministre (article 12).

Le recrutement des élèves-maîtres définit deux types d'aspirants ; les élèves-maîtres internes, des élèves-maîtres externes (article 5). Des bourses sont accordées aux candidats sur concours par l'Université, sur examen par les départements (article 10), tandis que la gratuité est accordée aux externes (article 11). Un examen en fin d'année, distinct des brevets de capacité, conclut la formation ; les élèves-maîtres, qui n'ont pas échoué, sont inscrits par ordre de mérite, sur un tableau adressé aux préfets des départements dépendant de l'Académie de Paris et aux présidents des comités d'Académie.

♦ Le règlement concernant l'Ecole normale de Paris, le 13 mai 1831, sous le ministère Montalivet, c'est à dire avec la reprise en main du parti de la Résistance, précise, si ce n'est modifie, un certain nombre de dispositions.

Les articles 10 et 11 qui règlent le dispositif d'admission à l'Ecole normale des candidats aspirant à un bourse est elliptique : « Les matières de l'examen et du concours sont, outre l'instruction morale et religieuse {et non pas indépendamment comme dans l'ordonnance du 11 mars 1831}, la lecture, l'écriture, la grammaire française et le calcul. Les examinateurs et les juges ne se bornent pas à constater jusqu'à quel point, les candidats possèdent les connaissances sus- énoncées ; ils doivent s'attacher à connaître les dispositions des candidats et leur degré d'intelligence […] » (article 11). L'admission, prononcée par le seul directeur, repose semble t-il, sur une évaluation non seulement des connaissances acquises, mais plus encore prédictive portant tant sur des compétences intellectuelles que sur la visibilité d'une vocation à venir.

Le titre 2 du règlement *De l'enseignement,* esquisse brièvement la répartition temporelle des objets d'enseignement sur la durée de la formation (tous les jours, sauf dimanches et fêtes du 1er octobre au 15 septembre, article 16). Une répartition semestrielle des matières enseignées semble induire un approfondissement des rudiments dans un premier temps (dont le calcul), l'étude des sciences appliquées dans un second temps. Fait marquant en ces débuts de retour à l'ordre conservateur, l'explication de la Charte Constitutionnelle, fait partie des éléments de l'Histoire de France, enseignée au second semestre. (Article 20).

Composante pratique, de cette culture générale, la rédaction des actes de l'Etat Civil, des procès verbaux (article 21), le moyen de s'exercer à un métier déjà connu, et l'art de cultiver les jardins et la taille des arbres (article 22) sont aussi objets d'enseignement.

La culture et la pratique professionnelles se traduisent en quelques mots (article 23): Les élèves-maîtres sont exercés à la pratique des méthodes d'enseignement « les plus simples, les plus rapides, les plus favorables à l'instruction des élèves ».

La formation est sanctionnée (article 30), par « un certificat d'aptitudes aux fonctions d'instituteurs primaires (avec mention de la conduite, des numéros obtenus, de la méthode dont il connaît le mieux la pratique et la théorie), certificat qui doit être produit pour subir le brevet de capacité ». Le certificat est nécessaire, il n'en compromet pas pour autant le monopole de l'Université sur la délivrance des brevets de capacité. Notons encore que l'article 31, prévoit que les élèves-maîtres, classés dans les quatre premiers rangs, peuvent faire un année supplémentaire pour assurer la fonction de maître adjoint.

Cette organisation pédagogique se conjugue avec une organisation administrative, qui fait de l'Ecole normale, une institution totalement instrumentée par le Directeur et la Commission de surveillance (titres 3 et 4). Les Préfets sont les courroies de transmission de cette organisation auprès des autorités locales.

Si le dispositif élude, dans le contexte donné, l'instauration d'un programme d'enseignement élaboré, la définition d'un quadrillage temporel nécessaire à l'émergence d'une organisation pédagogique dont pourrait procéder l'existence d'un réel temps du savoir et de la formation, il n'en éclaire pas moins des conditions nécessaires à sa viabilité : la présence d'instances de surveillance et de régulation qui ne relèvent que de l'autorité d'une Université couplée à l'Etat, le principe d'une formation qui conjugue culture générale (dont une composante pratique socialement), culture et pratique professionnelles, l'évaluation finale de cette formation garante et de la pertinence de l'institution et de la reconnaissance sociale du futur maître, et enfin la sélection initiale de ces derniers, par le biais de critères portant d'une part, sur les compétences intellectuelles, d'autre part, sur des « qualités » subjectives, spécifiques à la fonction d'instituteur. C'est sur ce dernier point que statue l'arrêté du 9 septembre 1831, « contenant règlement pour les épreuves du concours et des examens que devront subir les élèves-maîtres qui seront admis à l'Ecole normale de Paris ». (Entre temps, le 7 septembre 1831, un « rapport et ordonnance » met à Versailles, un local à disposition du Ministre pour y établir l'Ecole normale de Paris).

Significatives de cet état d'urgence qui président à l'instauration de l'Ecole, les modalités d'obtention des bourses sont elliptiques : l'accent est porté sur la maîtrise de la lecture et de l'écriture, l'orthographe, la grammaire (titre 1, articles 1 à 4), les candidats tirent « au sort des questions d'arithmétique » (article 5) s'ils se présentent au concours de l'Université, montrent, « par la pratique, qu'ils commencent à posséder les quatre premières règles de l'arithmétique » (titre 2, article 3) pour les examens départementaux. Notons que les connaissances relatives à l'instruction morale et religieuses, n'apparaissent pas dans les savoirs explicitement évalués ; les connaissances autres, portant sur la musique, les sciences , la tenue des livres,…, peuvent entrer en compte pour le concours.

Modeste, mais semble t-il, adapté, le dispositif consacre l'existence de l'Ecole normale de Paris.

2.2. La Charte des écoles normales (14 décembre 1832) : l'émergence d'une condition nouvelle qui lie explicitement la viabilité de l'instruction primaire publique à celle des écoles normales.

2.2.1. L'instruction populaire comme service d'enseignement public :

Guizot, représentant emblématique de la France des notables, si ce n'est *stricto sensu* du courant de la Résistance, s'oppose clairement aux thèses libérales en matières d'enseignement. Plutôt que de s'attacher à trancher le nœud gordien que constitue la séparation de deux législations, l'une portant sur l'instruction publique, l'autre sur la liberté de l'enseignement, c'est précisément en s'appuyant sur la conjonction du pouvoir temporel, que représente l'Etat, seul garant d'une Instruction publique, et du pouvoir spirituel et idéologique, influant politiquement, qu'accapare plus spécifiquement l'Eglise forte d'un enseignement congréganiste en pleine expansion, que Guizot va réaliser l'œuvre scolaire de la Monarchie de Juillet.

L'idée clé, à l'origine de sa politique scolaire est la suivante : l'instruction publique doit se définir comme « service public d'enseignement ». Ainsi qu'en témoigne C. Lelièvre[43], cette notion est introduite (p. 61) dans un article du Journal de l'Instruction élémentaire. L'auteur déclare (citation p. 62) : « *L'instruction est une œuvre nationale, elle sera regardée comme un service public ; …la conséquence d'une constitution populaire est que l'instruction primaire doit être considérée comme une affaire de l'Etat ».* Cette conception interprétée dans le registre de la politique scolaire que tend à élaborer Guizot[44] dans son « Essai sur l'histoire et l'état actuel de l'instruction en France », Madaran, 1816, (p. 9,10), est déjà celle du législateur qui en éclaire et les ressorts et la finalité : « *Quand le gouvernement a pris soin de propager, à la faveur de l'éducation nationale, sous les rapports de la religion, de la morale, de la politique, les doctrines qui conviennent à sa nature et à sa direction, ces doctrines acquièrent bientôt une puissance contre laquelle viennent échouer les écarts de la liberté d'esprit et toutes les tentatives séditieuses ».* L'éducation nationale, finalité ultime de toute instruction populaire, ne peut se constituer en service d'enseignement publique, qu'en propageant, préservant le corps de doctrines consubstantiel de l'ordre établi. Déniant la pertinence d'une instruction publique, indépendante de tout pouvoir, qu'il soit temporel ou spirituel, Guizot met en lumière la condition dont procède la compatibilité d'un système d'enseignement public, avec un environnement sociétal stabilisé.

Cette conception « politique » de l'instruction primaire publique n'était sans doute pas absente des projets de ses prédécesseurs : l'exemple de l'Ecole normale de Paris, centralisant et unifiant la formation des instituteurs dans les sept départements relevant de l'Académie de Paris, devait semble t-il se dupliquer, influer sur l'ensemble des institutions existantes.

Cette conception de l'enseignement populaire se révèle explicitement dans l'esprit qui régit la Charte des écoles normales, première étape dans le dispositif qui va fonder l'institution primaire. Conformément à la politique initiée par ses prédécesseurs, l'organisation des Ecoles normales primaires, la diffusion des « bons » manuels, dans un premier temps, sont les premiers leviers sur lesquelles il peut agir. La loi scolaire s'inscrira, dans un second temps, dans un environnement déjà garant des conditions de sa viabilité.

2.2.2. Règlement concernant les écoles normales primaires (14 décembre 1832) :

Le règlement marque donc une étape essentielle dans la stratégie qui règle la politique scolaire de Guizot ; ce dernier n'écrit-il[45] pas « *L'instruction primaire est toute entière dans*

[43] C. Lelièvre, Histoire des institutions publiques (depuis 1789), Nathan Pédagogie, (2002), p. 61- 81.
[44] Op. cité, p. 62.
[45] Cité par E. Jacoulet, Nouveau dictionnaire de pédagogie (1911), article « Normales primaires (écoles), p. 1416.

les Ecoles normales ; ses progrès se mesurent à ceux de ses établissements ». Il se doit donc d'instaurer les conditions qui doivent assurer le bon fonctionnement de l'institution : la première repose sur la réconciliation de l'Eglise et de l'Etat. Sa conviction est déjà établie : « *L'Etat et l'Eglise sont, en fait d'instruction primaire, les seules puissances efficaces…C'est un fait historiquement établi. Les seuls pays, et les seuls temps où l'instruction populaire a vraiment prospéré ont été ceux où soit l'Eglise, soit l'Etat, soit mieux encore l'un et l'autre ensemble s'en sont fait une affaire*[46] *».* Soutenu sans réserve par A. Rendu, V. Cousin, le règlement conserve le principe du monopole universitaire, mais insiste sur la nécessité première de l'instruction morale et religieuse. Nous en donnons ci-dessous quelques extraits pour éclairer notre propos.

Règlement concernant les écoles normales primaires (14 décembre 1832)

Le Conseil Royal de l'Instruction publique

[…] Voulant réunir et coordonner les principales dispositions d'après lesquelles les écoles normales actuellement existantes dans les diverses Académies de l'Université ont été successivement organisées, conformément aux vœux des autorités locales et aux propositions des Recteurs,

Arrête ce qui suit :

Titre premier : *Des objets de l'enseignement*

Article 1 – Dans toute école destinée à former des instituteurs primaires, l'enseignement comprend :

L'instruction morale et religieuse ;

La lecture ;

L'arithmétique, y compris le système légal des poids et mesures ;

La grammaire française ;

Le dessin linéaire, l'arpentage, et les autres applications de la géométrie pratique ; des notions des sciences physiques, applicables aux usages de la vie ;

La musique et la gymnastique ;

Les éléments de la géographie et de l'histoire, et surtout de la géographie et de l'histoire de la France.

L'instruction religieuse est donnée aux élèves- maîtres, suivant la religion qu'ils professent, par les ministres des divers cultes reconnus par la loi.

Article 2 – Le cours d'étude est partagé en deux années.

[46] F. Guizot, Mémoires pour servir à l'histoire de mon temps, tome III, p. 68,69—70, cité par C. Lelièvre, Histoire des institutions (depuis 1789, Nathan Pédagogie, p. 65.

Le programme des leçons est arrêté chaque année par le Conseil Royal, sur proposition du Recteur.

Article 3 – Durant les six derniers mois du cours normal, les élèves-maîtres sont particulièrement exercés à la pratique des meilleures méthodes d'enseignement dans une ou plusieurs classes primaires annexées à l'école normale.

On les forme également à la rédaction des actes de l'état civil et des procès verbaux.

On leur enseigne la greffe et la taille des arbres.

Article 4 – Une bibliothèque à l'usage des élèves- maîtres est placée dans les bâtiments de l'école normale. Une somme est consacrée tous les ans à l'acquisition des ouvrages que le Conseil Royal juge utiles à l'instruction des élèves- maîtres ou en général à l'enseignement primaire. Chaque année le catalogue des livres est vérifié.

Dans cette première partie, est affichée clairement, tout d'abord la volonté des législateurs de réguler, uniformiser l'ensemble des fonctionnements propres aux écoles normales. Le programme tout aussi étendu, voire élargi à la musique et la gymnastique a toutefois été amputé de « l'explication de la Charte Constitutionnelle », c'est à dire d'un avatar d'instruction civique. La durée de formation s'est allongée à deux années, conserve le double cursus « culture générale et pratique, culture professionnelle et exercices pratiques » en privilégiant ces derniers dans la période du dernier semestre. La pratique de l'art d'enseigner est explicitement consignée. La présence d'une bibliothèque, comme dans le Règlement de l'Ecole normale de Paris est désormais officialisée. L'influence du règlement précédemment cité est évidente.

Titre 2 : *Du directeur et des maîtres adjoints.*

Les articles relatifs à ce paragraphe mettent en évidence les points suivants :

Le directeur, nommé par le Ministre sur proposition du Préfet et du Recteur, rétribué sur les fonds de l'instruction primaire (en totalité ou en partie) assure la majeure partie des cours, aidé de maîtres choisis par le Recteur sur rapport de la Commission spéciale et sur approbation du Ministre. La nécessité d'une implantation localement adaptée des écoles normales (cadre de l'Académie) s'exprime dans l'intervention d'acteurs plus « proches du terrain » (maîtres et commissions spéciales), mais toujours sous contrôle du Recteur, c'est à dire de l'Université.

Titre III : *De l'admission des élèves- maîtres.*

Cette partie du règlement rappelle les modalités d'obtention des bourses : sur concours pour les bourses fondées par l'Université sur examen ou concours pour les autres.

Les formes et conditions des examens et concours sont locales aux Académie mais réglées par le Conseil Royal. Les conditions générales d'admission et l'origine du public que peut concerner la formation à l'Ecole normale sont explicitées dans les articles qui suivent :

Article 11 – Nul n'est admis comme élève-maître, soit interne, soit externe, s'il ne remplit les conditions suivantes :

Il doit être âgé de seize ans au moins ;

Produire des certificats attestant sa bonne conduite ; et, en outre, un certificat du médecin constatant qu'il n'est sujet à aucune infirmité incompatible avec les fonctions d'instituteur, et qu'il a été vacciné ou qu'il a eu la petite vérole ;

Prouver, par le résultat d'un examen ou d'un concours, qu'il sait lire et écrire correctement ; qu'il possède les premières notions de la grammaire française et du calcul ; et qu'il a une connaissance suffisante de la religion qu'il professe.

Les examinateurs et les juges ne se bornent pas à constater jusqu'à quel point les candidats possèdent les connaissances exigées ; ils s'attachent aussi à connaître les dispositions des candidats, leur caractère, leur degré d'intelligence et d'aptitude.

Article 12 – Nul n'est admis comme boursier s'il ne prend l'engagement de servir pendant dix ans au moins dans l'instruction publique comme instituteur municipal.

Les boursiers en âge de minorité doivent être autorisés par leur père, leur mère ou leur tuteur à contracter un engagement décennal.

Les articles 13 et 14 règlent les questions de remboursement en cas de rupture du contrat (abandon du cursus de formation par les élèves boursiers), de pensions pour les élèves partiellement boursiers ou libres.

Article 16 – Les instituteurs primaires déjà en exercice peuvent être admis, dans le cours de l'année et particulièrement pendant le temps où vaquent les écoles primaires, à suivre comme externes les cours de l'Ecole normale, afin de se fortifier dans les connaissances qu'ils possèdent, ou d'apprendre à pratiquer les méthodes perfectionnées.

La commission de surveillance examine s'il y a lieu d'accorder à quelques-uns de ces instituteurs des indemnités de séjour pour le temps pendant lequel ils auront suivi les cours de l'Ecole normale. Elle adresse à ce sujet un rapport au Recteur et au préfet.

Des indemnités peuvent aussi être accordées aux maîtres de l'Ecole normale qui auront donné des leçons extraordinaires aux instituteurs admis à suivre les cours de l'Ecole.

Des points novateurs apparaissent. L'abaissement de l'âge minimum d'admission peut s'expliquer par l'allongement de la durée de formation, mais aussi par la réceptivité plus grande de jeunes gens, (le monde du travail ne les a pas encore conduit à se forger des idées non nécessairement conformes à l'idéologie du pouvoir), et un élargissement quantitatif du recrutement. Moins novateur, car déjà évoqué, le principe d'ouvrir l'Ecole normale aux instituteurs déjà en exercice est explicitement prononcé, accompagné de mesures financières qui ne peuvent qu'encourager son application.

Titre IV : *De la Commission de surveillance*

Article 17 – Une commission nommée par le ministre de l'Instruction publique, sur la présentation du préfet du département et du Recteur de l'Académie, est spécialement chargée de la surveillance de l'Ecole normale primaire sous tous les rapports d'administration, d'enseignement et de discipline.

Article 18 – Le directeur de l'Ecole assiste aux séances de la commission avec voix délibérative, hors le cas où il s'agit de statuer sur des questions intéressant la personne ou la gestion du directeur.

Le couple (Commission ; Directeur) constitue la cheville ouvrière dans le fonctionnement de l'Ecole normale, (les articles 19 à 23 décrivent les prérogatives respectives de la Commission et du Directeur). La Commission de surveillance détermine en fonction des besoins, le nombre de boursiers qui doivent être admis, contrôle le budget, surveille l'organisation pédagogique de l'Ecole. Le directeur lui rend compte et de la gestion du budget et des études des élèves- maîtres. Le système n'est pas totalement autonome, du moins il reste sous le contrôle du Conseil Royal et du Ministre par le biais de la Commission qui rend compte à ces derniers de l'ensemble de son organisation. Les articles 24 et 25 que nous reproduisons maintenant décrivent les modalités de certification des élèves maîtres.

Article 24 – A la fin de la première année, la commission décide, d'après les rapports et notes, quels élèves sont admis à passer en seconde année.

Les élèves non admis à suivre les cours de la seconde année ne peuvent plus être boursiers ni élèves internes.

A l'expiration de la seconde année, tous les élèves-maîtres subissent devant la commission un dernier examen, d'après lequel ils sont inscrits par ordre de mérite sur un tableau dont copie est adressée par le recteur de l'Académie au préfet et aux comités du département.

Les examens de sortie comprennent aussi une leçon d'épreuve qui puisse faire juger le degré de capacité des élèves pour l'enseignement.

Article 25 – Les élèves- maîtres qui n'ont pas satisfait à ce dernier examen sont rayés du tableau de l'Ecole normale.

Un certificat d'aptitude est délivré par la commission à ceux qui ont répondu d'une manière satisfaisante ; il y est fait mention de la conduite que l'élève a tenue, et de la méthode d'enseignement dont il connaît le mieux la théorie et la pratique. Ce certificat est produit par les élèves-maîtres lorsqu'ils se présentent pour obtenir le brevet de capacité.

Le dernier article porte sur les modalités de sanctions, ou d'exclusion des élèves-maîtres que peut prononcer la commission.

Ces articles soulignent l'influence de la commission sur la scolarité des élèves-maîtres, la cohérence des articulations entre les différentes instances du pouvoir (commission, préfet, recteur) ; les interrelations entre les différentes institutions qui contribuent à assurer la viabilité du système Ecole normale sont clairement uniformisées, institutionnalisées ; par contre ce qui concerne à proprement parler l'organisation pédagogique du système reste en partie dans l'ombre (c'est à la commission, au directeur qu'incombe dans les faits la charge de son existence). Dans ses principes, le programme d'enseignement, de formation doit satisfaire à deux finalités : la première, en perspective, est l'obtention d'un brevet de capacité, le programme est donc subordonné au programme de ces derniers ; la seconde, qui fonde la spécificité de l'Ecole est le certificat d'aptitude, subordonné à l'examen final, à une leçon d'épreuve, faisant mention de la conduite de l'élève-maître et de sa bonne maîtrise d'une méthode d'enseignement. Spécifique et donc laissant aux Ecoles normales déjà existantes, une certaine marge de latitude, cette seconde finalité permettent, dans les faits, à ces dernières de conserver leur *modus vivendi.*

Ce règlement, censé s'appliquer dans toutes les parties du Royaume tend à répandre le modèle de l'Ecole normale de Paris. Points novateurs : la répartition de la formation sur deux années ; l'abaissement de l'âge des candidats ; la prééminence de l'instruction morale et religieuse ; la véritable prise en comte d'exercices à la pratique professionnelle, et l'émergence de la « formation continuée » (écoles normales sont ouvertes aux instituteurs déjà en exercice).

En ce qui concerne l'arithmétique, les propos du législateur semble éclairer un savoir plus précis, sinon plus étendu ; au calcul, s'est substituée l' « Arithmétique y compris le système légal des poids et mesures » : cette disposition, comme nous le verrons ne sera pas sans influence sur le fonctionnement de l'institution ; au même titre que les éléments de la langue française, le système décimal et le calcul décimal qu'il induit, sont désignés pour participer de l'unification nationale. C'est sur cette fonction politique et économique, que le savoir lui-même, puis les institutions qui permettent sa « propagation » peuvent acquérir une légitimité culturelle.

Par ailleurs, si l'organisation administrative apparaît finement réglée par la cohérence des articulations entre les diverses instances de contrôle (commission nommée par le Ministre pour la surveillance des écoles normales, directeur nommé de même par le Ministre, préfet, recteur), l'organisation pédagogique apparaît moins clairement définie. La durée des études, les plans d'études ne sont pas uniformes comme le montrent les enquêtes menées dans les départements par l'Inspection générale. Ainsi que le signale E. Jacoulet dans l'article « Normales primaires » du Nouveau dictionnaire de pédagogie (sous la direction de F. Buisson1911) : « *De fait, en ce qui concerne les programmes d'enseignement, bon nombre d'écoles normales consacrèrent ceux qu'elles avaient adoptés, à la condition de les faire approuver par le Conseil Royal. Le programme nouveau ne devait être obligatoire que pour les écoles qui allaient se créer, et il convenait en somme à des études dont la durée était fixée à deux années ».*

En ce qui concerne le programme d'étude d'arithmétique, ou plus globalement de mathématiques, il reste subordonné aux traités du « secondaire » jusqu'en 1838. Un plan d'études de l'Ecole normale de Paris est publié dans le journal de l'Instruction élémentaire, n°25, novembre 1832, p. 26 :

4° et 5° Arithmétique et géométrie. Le professeur, après avoir exposé la théorie de l'arithmétique et de la géométrie, familiarise ses élèves avec la pratique, en leur donnant à résoudre beaucoup de problèmes, en les exerçant à toutes les opérations de l'arpentage, du toisé et du lever de plan. Les livres adoptés sont l'Arithmétique de Reynaud et la Géométrie de Legendre. Si la composante théorique s'apparente à l'enseignement qui peut être donné dans les collèges royaux, la composante pratique qui se traduit dans la résolution de problèmes pratiques peut être plus spécifique. A charge pour les professeurs de concevoir les problèmes adaptés.

Parmi les conditions qui conduisent à l'élaboration d'un programme spécifique en 1838, le contexte idéologique et pédagogique occupent une place première. La culture scientifique des futurs maîtres doit être maintenu entre d'étroites limites, par crainte de produire des déclassés, fomenteurs de désordre social ; l'organisation pédagogique des écoles normales doit tendre à une uniformisation, réglée sur un quadrillage temporel homogène. Le programme doit s'inscrire dès lors dans un cadre temporel qui en règle la progression, qui détermine les épreuves des deux brevets élémentaire et supérieur. Il doit consacrer, semble t-il, l'homogénéisation des pratiques, en conformité avec l'intention didactique du pouvoir. Comme nous l'analysons un peu plus loin, ces mesures *a priori* coercitives, en spécifiant une « arithmétique primaire », n'en réduisent pas réellement la dimension culturelle et éducative au profit de la dimension pratique.

Le programme d'enseignement des écoles normales, d'une ambition encyclopédique si nous le comparons aux programmes des brevets sous la Restauration, en de nombreux points analogue à celui défini par les libéraux de la période révolutionnaire, est donc officialisé dans ses principes, avant même que la loi scolaire sur l'instruction primaire ne soit édictée. Si stratégiquement l'instauration de ce programme précède celui de l'enseignement primaire, nous allons toutefois observer que sa légitimité culturelle se fonde sur celle des écoles primaires élémentaires et supérieures qui sont encore à instituer.

2.3. De la légitimité culturelle des programmes d'écoles normales : une révélation en aval, dans la définition des connaissances nécessaires au peuple ; ce qu'il en résulte : des objets d'enseignement déterminés par l'Etat, un enseignement primaire scindé en deux degrés.

Avant que la loi du 28 juin 1833 (dite loi Guizot) n'établisse la division en deux degrés de l'enseignement primaire, Guizot tend à justifier de la légitimité culturelle d'un enseignement gradué, en s'attachant à établir justement celle de ses objets d'enseignement. C'est ainsi qu'il écrit, dès le 2 janvier 1833, dans l' «Exposé des motifs de la loi sur l'instruction primaire» : *Messieurs, le caractère du projet de loi [...] est essentiellement pratique. Il ne repose, en effet, sur aucun de ces principes que l'esprit de parti et l'inexpérience accréditent selon le temps et les circonstances, et qui, lorsqu'ils règnent seuls dans une loi, la rendent presque toujours vaine et stérile. [...] Nous avons divisé l'instruction primaire en deux degrés, l'instruction primaire élémentaire et l'instruction primaire supérieure. Le premier degré est comme le minimum de l'instruction primaire, la limite au-dessous de laquelle elle ne doit pas descendre, la dette étroite du pays envers tous ses enfants. Ce degré d'instruction doit être commun aux campagnes et aux villes [...]. Par l'enseignement de la lecture, de l'écriture et du calcul, il pourvoit aux besoins les plus essentiels de la vie ; par celui du système légal des poids et mesures et de la langue française, il implante partout, accroît et répand l'esprit et l'unité de la nationalité ; enfin, par l'instruction morale et religieuse, il pourvoit déjà à un autre ordre de besoins tout aussi réel que les autres, et que la Providence a mis dans le cœur des pauvres comme dans celui des heureux de ce monde, pour la dignité de la vie humaine et de l'ordre social.[...]*

Mais de ce premier degré à l'instruction secondaire […], il y a loin, […] ; et pourtant, dans notre système actuel d'instruction publique, il n'y a rien entre l'un et l'autre. Cette lacune a les plus grands inconvénients. […]

Nous croyons rendre au pays, un vrai service en établissant un degré supérieur d'instruction primaire, qui, sans entrer dans l'instruction classique et scientifique proprement dite, donne pourtant à une partie nombreuse de la population, une culture un peu plus relevé que celle que lui donnait jusqu'ici l'instruction primaire. […]

La loi se tait, ou elle prescrit et elle organise. C'est par ces considérations que nous avons établi et réglé un degré supérieur d'instruction primaire qui ajoute aux connaissances indispensables à tous les hommes, les connaissances utiles à beaucoup :

les éléments de géométrie pratique, qui fournissent les premières données de toutes les professions ; les notions de physique et d'histoire naturelle, qui nous familiarisent avec les grands phénomènes de la nature […] ; les éléments de la musique ou au moins du chant, qui donnent à l'âme une véritable culture intérieure ; la géographie, qui nous apprend les divisions de cette terre que nous habitons ; l'histoire par laquelle nous cessons d'être étrangers à la vie et à la destinée de notre espèce, surtout l'histoire de notre patrie, qui nous identifie à celle-ci ; sans parler de telle ou telle langue moderne, qui selon les provinces où nous sommes, peut nous être indispensable ou du plus grand prix ». En récusant tout esprit de parti, en soulignant le caractère pratique du projet, le législateur peut définir les objets de savoir qui représentent la « dette du pays envers ses enfants ». Ses arguments sont de trois ordres : une finalité pratique (répondre aux besoins journaliers) ; une finalité politique (unifier la nation, et le système métrique est un vecteur incontournable) ; une finalité spirituelle, mais tout autant politique (préserver l'ordre social). Le programme du premier degré transcende dès lors les seuls rudiments : lire, écrire, compter ; les éléments de la langue française, le système métrique sont des objets de savoir que l'Etat définit comme nécessaires, garant d'un politique d'unification. Sans prêter à l'encyclopédisme, le programme du second degré trouve de même une légitimité fondée sur son utilité professionnelle, et sur l'accès à une culture garante de la cohésion nationale. Recouvrant des connaissances bien plus étendues que le « juste nécessaire », mais distantes de la culture secondaire, le programme du second degré justifie d'une formation des instituteurs compatible avec cet élargissement de l'instruction primaire. Du programme des écoles normales, défini initialement, peut procéder, dans un ordre naturel, la division de l'enseignement primaire en eux degrés, la nature des enseignements qu'ils doivent recouvrer. Ainsi, la loi Guizot (28 juin 1833) stipule :

Titre premier : de l'instruction primaire et de son objet.

Article premier. – L'instruction primaire est élémentaire ou supérieure.

L'instruction primaire élémentaire comprend nécessairement (c'est nous qui soulignons) l'instruction morale et religieuse, la lecture, l'écriture, les éléments de la langue française et du calcul, le système légal des poids et mesures.

L'instruction primaire supérieure comprend nécessairement (c'est nous qui soulignons), en outre, les éléments de la géométrie et ses applications usuelles, spécialement le dessin linéaire et l'arpentage, des notions de sciences physiques et de l'histoire naturelle applicables aux usages de la vie, le chant, les éléments de l'histoire et de la géographie, et surtout de l'histoire et de la géographie de la France.

Le caractère de nécessité, que renforce la présence des « applications usuelles », « aux usages de la vie », est prédominant. Il élude de fait, toute interprétation qui tendrait à identifier une dimension désintéressée dans la nature des « éléments » étudiés. Le caractère essentiellement pratique, qui fonde pour Guizot, la légitimité culturelle du programme, n'est pas le seul que retient V. Cousin, co-initiateur de la loi. Ce dernier, comme nous l'avons vu, avait soulevé dès la fin de la Restauration la question de l'existence d'un enseignement intermédiaire. Sous son influence, le projet Barthe relatif à la loi sur l'instruction primaire, comportait un ensemble d'objets d'enseignement fort élargi ; le projet n'a pas abouti. Fort de l'expérience de cet insuccès, V. Cousin n'insiste pas seulement sur le caractère pratique de cet élargissement des programmes, sur leur nécessité sociale et économique. Guizot est historien, il évoquait notamment sa connaissance de l'histoire, pour justifier de la prééminence de l'instruction morale et religieuse dans un enseignement populaire viable. V. Cousin est un philosophe spiritualiste ; il exhibe, quant à lui, l'une des contraintes à laquelle est subordonnée la pertinence culturelle des objets d'enseignement de l'instruction primaire. Les « objets que doit embrasser l'instruction primaire » d'une part, pilotent le fonctionnement même du système d'instruction primaire et ils doivent d'une part, se voir conférer un caractère d'universalité, ils relèvent en ce sens d'un choix de société. C'est ainsi que le 21 mai 1833, dans son « Rapport à la chambre des pairs sur le projet de loi de l'Instruction primaire [47]», il précise que ce domaine « renferme la question la plus grave de l'instruction primaire » : « *Multipliez ou diminuez les objets que doit embrasser l'instruction primaire, étendez-la ou resserrez-la, et il lui faudra d'autres maîtres ; elle exigera d'autres dépenses, et peut-être d'autres autorité. Mais cette question n'est pas seulement importante par son influence sur toutes les autres ; ce n'est pas moins, Messieurs, qu'une question sociale. Si l'instruction*

[47] V.. Cousin, Rapport à la Chambre des pairs sur le projet de loi de l'instruction primaire, *in* A. Chervel, L'enseignement du Français à l'école primaire, T. O. 1791- 1879, INRP Economica, p. 104.

primaire doit être universelle, la société est au plus haut degré intéressée dans la détermination de la portée et de la limite de l'instruction donnée à tous [...] ; La définition des objets de l'instruction primaire n'est pas un de ces détails qui doivent être livrés à l'administration : il n'y a pas une matière qui soit plus essentiellement législative, et la difficulté de la question ne dispense nullement de la résoudre ». Détournant une situation paradoxale, la loi n'est pas encore votée, l'auteur invoque le fait que l'étendue de l'instruction primaire règle la formation des maîtres ; or ceux-ci, depuis la Charte de 1832, doivent recevoir un enseignement correspondant à un programme officiel. Il est donc implicite, mais tangible, que la Société, par le bais des législateurs a déjà opéré son choix. S'il reste une décision à faire adopter, c'est la division en deux degrés, c'est à dire l'existence de deux programmes gradués. La démarche du philosophe consiste à analyser comparativement, avec beaucoup d'égard pour le second régime, les solutions opposées choisies par la Convention et le Premier Empire : un développement inconsidéré sous la Convention, une réduction un peu trop accentuée pour le Premier Empire. Conforme à la doctrine du « juste milieu » qui caractérise la Monarchie de Juillet, V. Cousin « démontre » que le moyen d'assurer une instruction répondant aux besoins de la société toute entière, réside dans l'instauration de deux degrés d'instruction. La nature et l'étendue des objets de chacun des degrés d'enseignement doivent relever désormais d'un cadre législatif. Dans son « plaidoyer », l'auteur doit encore justifier le programme minimum, mais bien plus étendu de l'école primaire élémentaire, son caractère non seulement nécessaire mais universel : il l'exprime en ces mots : « *La langue française ajoutée à la lecture et à l'écriture, le système légal des poids et mesures ajouté au calcul, sont deux enseignements qui doivent être universels pour que le langage uniforme des lois soit partout compris, et pour resserrer de jour en jour davantage les liens qui unissent déjà toutes les parties de la population, et augmenter encore cette admirable unité française qui est notre gloire et notre force*[48] *».* Ce n'est pas un programme clivé entre rudiments, et nouveaux objets de savoir, qui comme dans l'exposé de Guizot, trouve légitimité en convoquant des arguments distincts, mais un programme étendu par souci de cohérence, qui doit régler globalement la question sociale.

La loi Guizot, promulguée le 28 juin 1833, confère donc à l'instruction primaire son statut organique. Les écoles primaires supérieures qui doivent être instaurée « dans les communes chefs-lieux de département, et les communes « dont la population excède 6000 âmes » (article 10), ne se répandent pas conformément au souhait des législateurs. Initiative prématurée pour certains, l'existence de certaines n'en aura pas moins d'incidence sur

[48] *Ibid.* p. 105,106.

l'ensemble du système de formation des maîtres. Il en est ainsi de l'école primaire supérieure de Paris. Le postulat émis par V. Cousin, affirmant que l'élargissement de l'étendue de l'instruction primaire nécessitait d'autre maîtres, est validée.

L'arrêté de création de l'Ecole primaire supérieure de Paris, le 19 avril 1836, portant exécution de l'article 18 de la loi du 28 juin 1833, présente (article 2) un programme scientifique comportant :

[...] Arithmétique. – Proportions, progressions, racines, logarithmes. Système légal des poids et mesures. Notions de géométrie et ses applications. – Toisé, levé des plans, arpentage. Dessin linéaire. – Mécanique, architecture, lavis. Eléments de physique et de chimie expérimentales. Eléments d'histoire naturelle applicables aux usages de la vie. Notions des machines les plus simples.[…] Cosmographie. […] Tenue des livres. Eléments d'algèbre. Le cours complet est réparti sur trois années. Primaire, cet enseignement doit donc être assuré du moins dans un second temps, par des instituteurs qui devront nécessairement maîtriser ces savoirs : le plan d'études des écoles normales ne peut que s'assujettir à ces programmes plus ambitieux, résultant d'un choix politique ; c'est en partie ce qu'il fera.

En conclusion, le levier de commande dans l'instauration d'une loi scolaire sur l'instruction primaire, c'est l'étendue des « objets que celle-ci doit embrasser ». Une instruction primaire, conçue comme service d'enseignement public, nécessite que la Société, l'Etat définissent explicitement les contenus d'enseignement qui répondent à leurs besoins. Pouvant concéder à l'Eglise une composante, qui tend à désamorcer l'hostilité de cette dernière, voire mieux encore servir à sa propre viabilité, le savoir à enseigner répond d'abord à une finalité sociale, politique et économique : la langue française et le système métrique sont emblématique de ce point de vue, car définis comme « indispensables ». Conférant à ce savoir le statut d'enjeu social et politique, l'Etat s'implique réellement dans la constitution d'un ordre d'enseignement primaire : la formation des maîtres est donc au cœur du processus, elle garantit l'orthodoxie de ce savoir, la compatibilité de l'institution primaire avec son environnement sociétal, mais peut dans un second temps, évoluer en fonction des nouvelles nécessités sociales.

2.4. De l'évolution nécessaire des modalités de certification : objets de savoir et méthodes ; de ce qu'il est censé en résulter dans les écoles primaires.

Le principe de gradation des brevets de capacité, suivant trois degrés, principe qui générait de fait une gradation dans l'enseignement primaire et qui tendait à améliorer la capacité des maîtres (le brevet du 3ème degré est en voie de disparition) n'est plus adapté.

Le 16 juillet 1833, Guizot dans la continuité de la loi du 28 juin 1833, en application de l'article 4 (création d'un brevet de capacité, obtenu après examen, selon le degré de l'école que le candidat veut établir) et de l'article 25 (création de commissions d'instruction primaire, chargés des examens), édicte un règlement qui peut éclairer plus précisément les savoirs enseignés dans les écoles normales de garçons et ceux qui doivent l'être dans les écoles primaires. Soulignons préalablement que l'article 11[49] de la loi Guizot ne s'applique en effet, qu'aux écoles de garçons, qu'elles soient primaires ou normales ; les dispositions de la loi ne s'appliqueront aux écoles de filles qu'en 1836 et les écoles normales de filles ne commenceront à avoir une existence officielle qu'à partir de 1838. Comme nous l'avions éclairé encore, le programme d'enseignement de l'école normale doit couvrir effectivement celui des brevets, mais il garde une spécificité locale : le certificat d'aptitude, comprenant un examen final, une leçon d'épreuve et un rapport faisant mention de la bonne conduite de l'élève- maître et de sa bonne maîtrise d'une méthode d'enseignement.

<u>Règlement sur les brevets de capacité et les commissions d'examen.</u>

Article 1 – Il y aura deux sortes de brevets de capacité, les uns pour l'instruction primaire élémentaire, les autres pour l'instruction primaire supérieure. Ces brevets seront délivrés après examen par les commissions d'instruction primaire, dans la forme qui sera ci-après déterminée.[…]

Article 8 – L'aspirant au brevet de capacité pour l'instruction primaire élémentaire devra satisfaire aux questions qui lui seront faites d'après le programme suivant :

INSTRUCTION MORALE ET RELIGIEUSE {Catéchisme
{Histoire Sainte {Ancien et Nouveau Testament
LECTURE {imprimés {français - latin
{manuscrits ou cahiers lithographiques
ECRITURE {bâtarde/ ronde/ cursive {en lettres ordinaires/ majuscules
PROCEDES POUR L'ENSEIGNEMENT DE LA LECTURE ET DE L'ECRITURE
ELEMENTS DE LA LANGUE FRANCAISE {grammaire {analyse grammaticale de phrases dictées
{orthographe {théorie/ pratique
ELEMENTS DE CALCUL {théorie {numération
{addition/ soustraction/ multiplication/ division
appliquées aux nombres entiers et aux fractions décimales
SYSTEME LEGAL DES POIDS ET MESURES {conversion des anciennes mesures en nouvelles
PREMIERES NOTIONS DE GEOGRAPHIE ET D'HISTOIRE

[49] Art. 11. – Tout département sera tenu d'entretenir une école normale primaire, soit par lui- même, soit en se réunissant à un ou plusieurs départements voisins…[…]

Article 9 – L'aspirant au brevet de capacité pour l'instruction primaire supérieure devra satisfaire aux questions qui lui seront faites d'après le programme suivant :

1) Tout ce qui est compris dans le programme pour l'instruction élémentaire :

Et en outre, pour l'instruction morale et religieuse, quelques développements ;

Pour l'arithmétique, les proportions, les règles de trois et de société ;

2) Notions de géométrie : angles, perpendiculaires, parallèles, surfaces des triangles, des polygones, du cercle ; volumes des corps les plus simples ;

Dessin linéaire ;

Applications usuelles de la géométrie {arpentage/ toisé/ levé des plans ;

Notions des sciences physiques et de l'histoire naturelle applicables aux usages de la vie, et comprenant les définitions des machines les plus simples ;

Eléments de la géographie et de l'histoire générale, de la géographie et de l'histoire de France ;

Notions de la sphère ;

Chant {musique / plain chant {théorie / pratique ;

Méthodes d'enseignement {simultanée / mutuel

Modeste en ce qui concerne le brevet élémentaire, le programme n'en paraît pas moins plus étendu que celui du 2nd degré présenté le 14 juin 1816. Les notions d'histoire et de géographie sont désormais présentes ; le système métrique, intégré en 1816 sous l'intitulé « Calcul » fait l'objet d'une rubrique particulière. L'orthographe et l'analyse grammaticale sont maintenant regroupées sous l'intitulé « Eléments de la langue française », l'orthographe est distinguée sous ses deux composantes théorique et pratique. Le calcul dénommé désormais « Eléments de calcul », conformément à son intitulé dans la loi Guizot, donne une place à la numération, à côté des quatre opérations ; la nature des nombres sur lesquels ces dernières doivent être pratiquées est aussi explicitée : les entiers et les fractions décimales (il ne s'agit plus comme en 1816 d'opérer sur les mesures anciennes et nouvelles). Par contre, disparaissent apparemment la règle de trois, les règles de société et le dessin linéaire. D'un certain point de vue, il satisfait aux limites de la loi : c'est un minimum nécessaire (aucun reproche ne peut être adressé quant à son ambition, quant à son inadaptation aux besoins de la classe des citoyens auquel il est destiné). Le programme est homologue au programme d'enseignement déterminé dans l'article 1 de la loi. En terme de méthodes d'enseignement cohabitent les méthodes simultanées et mutuelles, il convient à ce propos de préciser à nouveau, qu'elles induisent des organisations pédagogiques diverses : en groupes classes de même niveau, pour la première, et une progression qui après la lecture, introduit l'écriture, et enfin le calcul ; en groupes matières de même niveau, pour la seconde, et l'étude simultanée de toutes les matières déclinées suivant des niveaux.

Le programme du brevet supérieur dépasse largement les limites du brevet du 1er degré organisé en 1816. Ce sont notamment l'introduction d'une composante théorique de la géométrie, distinguée de sa composante pratique et l'entrée des sciences (sciences physique et histoire naturelle) qui en génère le sentiment. Il n'est pas sans intérêt de noter la disparition de l'ancien intitulé Arithmétique- Mesures anciennes et nouvelles, et peut-être par conséquent des quatre opérations sur les fractions ordinaires : S'il peut sembler évident que les notions relevant des proportions et règle de trois nécessitent un minimum de théorie sur les fractions, ces dernières perdent toute légitimité en ce qui concerne l'arithmétique sur les entiers et les fractions décimales ; sinon déjà dans les faits, du moins dans les principes, le système décimal et le nouveau système légal de mesures sont culturellement reconnus. La seule tâche demandée au candidat, tâche d'importance si nous nous référons à l'existence d'une rubrique spécifique à cet objet, est de convertir les anciennes mesures en nouvelles.

Si les programmes des brevets jettent un éclairage, sur l'enseignement des écoles primaires et nous le postulons, il apparaît pertinent de s'attacher au « Statut sur les écoles élémentaires communales » édicté le 25 avril 1834. Nous éluderons le cas des écoles primaires supérieures ; elles ne feront pas l'objet d'un statut ; la question de la limite entre instruction primaire supérieure, et instruction secondaire, spécifiquement dans le domaine scientifique n'est pas réglée législativement ; les écoles existantes adoptent des programmes locaux, ainsi que pouvait le laisser sous tendre la loi. Nous ne donnons donc que quelques extraits significatifs du statut sur les écoles primaires élémentaires communales :

Statut sur les écoles primaires élémentaires communales (25 avril 1834)

TITRE PREMIER

1. Dans toute école primaire élémentaire, l'enseignement public comprendra nécessairement,

- L'instruction morale et religieuse,
- La lecture,
- L'écriture, les éléments du calcul, les éléments de la langue française, et le système légal des poids et mesures.
- Des notions de géographie et d'histoire, et surtout de la géographie et de l'histoire de la France, pourront en outre y être données aux élèves les plus avancés.
- Le dessin linéaire et le chant pourront également y être enseignés.

1. Pour être admis dans une école élémentaire, il faudra être âgé de six ans au moins et de treize ans au plus. Toutefois, dans les communes où il n'existerait point de salles d'asiles ou premières écoles de l'enfance, le comité local pourra autoriser l'admission d'enfants de moins de Six ans. L'admission d'enfants de plus de treize ans pourra de même être autorisée dans les communes où il n'y aurait point de classes d'adultes.

2. Toute école primaire sera partagée en trois divisions principales, à raison de l'âge des enfants et des objets d'enseignement dont ils seront occupés.

[…] l'article 4 met l'accent sur l'enseignement moral et religieux, sur les diverses dispositions propres à ce sujet

5. Les enfants de l'âge de six à huit ans formeront la première division. Indépendamment de lectures pieuses, faites à haute voix, ils seront particulièrement exercés à la récitation des prières. On leur enseignera en même temps la lecture, l'écriture et les premières notions du calcul verbal.

6. Les enfants de huit à dix ans formeront la deuxième division. L'instruction morale et religieuse consistera dans l'étude de l'Histoire sainte, Ancien et Nouveau Testament. Les enfants continueront les exercices de la lecture, de l'écriture et du calcul verbal. On leur enseignera le calcul par écrit et la grammaire française.

7. Une troisième division se composera des enfants de dix ans et au-dessus, jusqu'à leur sortie de l'école. Ils étudieront spécialement la doctrine chrétienne. Ils continueront les exercices de lecture, d'écriture de calcul et de langue française ; ils recevront en outre des notions élémentaires de géographie et d'histoire générale, et surtout de la géographie et de l'histoire de la France. L'enseignement du chant et du dessin linéaire, lorsqu'il aura lieu, sera donné de préférence dans cette division.

8. Les diverses connaissances énumérées dans les présents articles seront enseignées aux différentes divisions, d'une manière graduelle, conformément au tableau ci-après :

	1ère division	**2ème division**	**3ème division**
INSTRUCTION MORALE ET RELIGIEUSE	Prière et lectures pieuses	Histoire Sainte	Doctrine chrétienne
LECTURE	(cet exercice comprendra successivement l'alphabet et le syllabaire, la lecture courante, la lecture des manuscrits et du latin)		

ECRITURE	(cet exercice aura lieu successivement sur l'ardoise, sur le tableau noir et sur le papier, en fin et en gros, dans les trois genres d'écriture, bâtarde, ronde et cursive)		
CALCUL	Calcul verbal	Numération écrite et les quatre premières règles de l'arithmétique	Fractions ordinaires et fractions décimales Système légal des poids et mesures
LANGUE FRANCAISE	Prononciation correcte Exercices de mémoire	Grammaire française Dictée pour l'orthographe	Règles de la syntaxe Analyse grammaticale et logique. Compositions
GEOGRAPHIE ET HISTOIRE.			Géographie et histoire générale. Géographie et histoire de France.
DESSIN LINEAIRE			Dessin linéaire
CHANT			Chant

9. Les livres dont l'usage aura été autorisé pour les écoles primaires seront seuls admis dans ces écoles. Le maître veillera à ce que les élèves de la même division aient tous les mêmes livres.

10. Les deuxièmes et troisièmes divisions composeront une fois par semaine ; les places seront données dans le courant de la semaine, et les listes des places seront représentées chaque fois qu'un membre des comités ou un inspecteur viendra visiter l'école.

11. Dans toute division, il y aura tous les jours, excepté le dimanche et le jeudi, deux classes, de trois heures chacune ; le matin, de huit heures à onze heures ; le soir, d'une heure à quatre heures.

12. Il y aura, dans toute école, au moins un grand tableau noir sur lequel les élèves s'exerceront à écrire, à calculer ou à dessiner. Sur une portion de mur appropriée à cet effet, ou sur des tableaux mobiles, seront tracées les mesures usuelles, la table de multiplication, la carte de France, la topographie du canton.

13. Il y aura pour les écoles de chaque arrondissement une répartition des leçons et d'exercices qui sera faite par le comité supérieur et soumise à l'approbation du Conseil Royal.

Les articles suivants porte sur la nécessaire assiduité des élèves à toutes les parties de l'enseignement, sur le contrôle du travail par le comité des élèves de troisième division, sur la répétition, la récitation du samedi matin de ce qui aura été appris par les élèves dans la semaine. Deux fois par an, les élèves sont examinés, classés par ordre de mérite par école ; cet examen permet aussi au comité local de juger des écoles. Ces mêmes examens permettent aux élèves de passer ou non dans une division supérieure.

19. D'après le résultat du second examen, qui aura lieu à la fin de chaque année scolaire, il sera dressé une liste particulière des élèves qui termineront leur cours d'études primaires ; et il sera délivré à chacun d'eux un certificat sur lequel le jugement des examinateurs, pour chaque objet d'enseignement, sera indiqué par l'un de ces mots : *très bien, bien, assez bien* ou *mal.* […]

Le programme sur l'ensemble des trois divisions marque une plus grande ambition que ne l'annonçait l'article premier de la loi : histoire, géographie, dessin linéaire, c'est à dire application de la géométrie, chant sont explicitement présent dans le programme de 3ème division. Ces savoirs empruntent au programme du brevet supérieur, à celui de la Charte des Ecoles normales. La pertinence culturelle du programme de ces dernières est confortée.

Les « éléments de calcul » et le système métrique, s'ils restent circonscrits dans les limites de la loi, présentent toutefois un aspect novateur : le calcul verbal en 1ère division permet que cette matière soit enseignée sur l'ensemble de la scolarité, le découpage du savoir s'apparente dans les deux dernières divisions à celui du début du traité de Lacroix ; les fractions décimales introduites dans la dernière division, après les fractions ordinaires, conformément à la progression du même traité peuvent éclairer les techniques relatives à l'application du système métrique. La cohérence de la progression apparaît conforme à celle d'un traité savant.

En dehors de l'élargissement des programmes, c'est plus encore l'esquisse de l'organisation pédagogique de l'institution qui apparaît novatrice.

Institutionnellement pour la première fois, la division en trois classes étayée par un programme d'enseignement progressif, cohérent en terme d'objectifs d'apprentissage pour des enfants dont les tranches d'âges sont prises en compte, se dévoile comme condition nécessaire au fonctionnement du système. La notion de progression est sous jacente à cette répartition des leçons et exercices que doivent régler les comités locaux. Le temps de l'étude pour les élèves se précise : la récitation du samedi matin, les compositions tendent à définir une organisation de l'étude, dans laquelle l'évaluation prend une place notable. Il n'est pas sans intérêt de constater que dans cette évaluation, est aussi jugée l'organisation de l'étude mise en place par le maître. Nous pensons qu'apparaissent donc au grand jour les grandes lignes d'un temps de l'étude spécifique aux écoles primaires élémentaires. De même, le milieu « matériel » de l'école se constitue : tableaux noirs, affichages ; la nécessaire condition qu'existe un milieu spécifique à l'école, en relation avec les connaissances qui sont l'enjeu du fonctionnement du système, semble s'affirmer.

Ces divers éléments éclairent l'existence d'une méthode d'enseignement, qui *a priori* emprunte la division en classes à la méthode des Frères des écoles chrétiennes, la progression simultanée dans les diverses matières à la méthode mutuelle. L'art d'enseigner, dont procèdent la régulation des conduites des sujets de l'institution (élèves et maître) et l'émergence d'un quadrillage temporel (encore grossier) garant d'une progression dans les savoirs est convoqué, implicitement, comme principal levier de commande du système. Nécessité encore, qui ne peut être officiellement reconnue, la fonction d'un réseau de surveillance, d'une « administration publique primaire » chargée de contrôler, de transformer les pratiques.

Le statut en définissant les grandes lignes de l'organisation primaire en devenir, fait émerger les conditions sur lesquelles l'Etat n'avait pu légiférer, car satisfaisant à un principe dont les législateurs doivent se défendre d'adhérer, le « Tout Etat » : l'uniformisation des méthodes d'enseignement, à travers la « sécularisation de la méthode simultanée ; la mise en place d'une administration primaire public, c'est à dire une inspection primaire affranchie du joug des autorités locales et ecclésiales.

Avant d'aborder les dispositifs stratégiques par lesquelles les législateurs instaureront finalement ces conditions, il nous faut relever que l'article 19 annonce la naissance (prématurée certes) du certificat d'études primaires ; le principe d'une certification des élèves en fin de scolarité, en attestant de l'efficience de l'instruction primaire, peut justifier tout d'abord de la pertinence culturelle de l'institution ; en se substituant peu ou prou à l'examen de première communion[50], à ce rite de passage dans le monde « adulte », il peut révéler ensuite les effets du phénomène d'acculturation, que doit produire l'instruction primaire, la fonction d' « ascenseur social » que cette dernière doit en partie assurer.

La mesure de l'article 19 sera retenue par certains départements ; conférant une nouvelle légitimité à l'instruction primaire, le département de Seine et Oise en met le principe en application. C'est le 19 février 1836 que le Conseil Royal arrête les dispositions relatives à un certificat d'études primaires, applicable sur tout le département.

« Les enfants qui auront terminé leur cours d'étude primaire subiront un examen devant les membres du comité local en présence d'un membre ou d'un délégué du comité supérieur ; et à la suite de cet examen il sera délivré à chacun d'eux un certificat signé du président, du secrétaire et de l'instituteur qui contiendra une note pour chaque objet d'enseignement ».

---

[50] P. Caspard, Examen de soi-même,, examen public,examen d'Etat, *in* L'examen, Evaluer, sélectionner, certifier XVIe- Xxe siècles, sous la direction de B. Belhoste, INRP, 2002, p . 17-74.

Un modèle de rédaction du certificat est donné. L'éventail des matières examinées marque l'obsolescence d'un corpus d'enseignement limité aux seuls rudiments. Les connaissances en jeu intègrent des savoirs directement liés à l'environnement historique et géographique du citoyen, à son activité humaine (dessin linéaire, système légal des poids et mesures). Elles donnent sens à une conception de la culture primaire, comme une nécessité (devoir sinon dette de l'Etat envers tout citoyen).

Que le « Statut sur les écoles primaires communales » ne se révèle applicable et ne s'applique que dans une minorité de communes urbaines déjà mobilisées par la nécessité d'une instruction primaire efficiente est une réalité : ce sont précisément les moyens par lesquels l'Etat peut progressivement généraliser l'application de ce nouveau statut organique que nous devons dès lors appréhender.

2.5. De la régulation du système d'enseignement primaire, fin et moyens : la sollicitation des acteurs du système ; l'usage politique d'un organe officiel, le Manuel général ; la genèse d'un corps d'inspection primaire.

2.5. A. La responsabilisation des acteurs du système : la transmission d'une doctrine d'Etat sous jacente à une conception de l'instruction publique.

La régulation du système d'enseignement primaire suppose préalablement son implantation généralisée : les acteurs sollicités sont dans un premiers temps les Recteurs et les Préfets. Par le biais de circulaires d'application, relative à l'exécution de l'arrêté du 14 décembre 1832, concernant le régime des écoles normales (12 janvier 1832[51]), Guizot poursuit deux buts : « introduire dans la constitution des écoles normales déjà existantes plus de régularité et d'ensemble » (circulaire aux recteurs, p. 100) ; le règlement doit être appliqué *stricto sensu* ; instaurer de nouvelles écoles normales, dont il s'avère que « l'expérience démontre chaque jour plus hautement l'utilité […] à former de bons instituteurs ». D'ailleurs, « le nombre de ce écoles s'est élevé depuis deux ans de treize à quarante sept » (circulaire aux préfets p. 101). Interpellés tout d'abord, pour agir sur le développement et l'uniformisation du réseau des écoles normales, ils le sont ensuite pour œuvrer à l'exécution de la loi organique du 28 juin 1833. Il s'agit d'appeler leur attention leur « attention sur le but général et la portée de cette loi, sur les divers genre d'écoles dont la fondation successives doit les rendre complètement efficaces […] La loi n'a pas entendu se limiter à deux sortes d'écoles, mais à tous les établissements qui peuvent avoir l'instruction pour objet, ni statuer que toutes les écoles primaires élémentaires, d'une part, ni que toutes les écoles primaires supérieures d'autre part, seront absolument semblables dans leur destination ou leur régime […] des écoles de genres divers doivent se combiner, s'enchaîner les unes aux autres, et se prêter un mutuel appui [52]». Guizot préconise un cadre organique élargi, travaille à la cohérence d'un système d'enseignement intégrant les « salles d'asile, recevant les enfants de 2 à 6, 7 ans, et des « écoles d'adultes », « où la génération déjà laborieuse, déjà engagée dans la vie active, puisse venir recevoir l'instruction qui a manqué à son enfance [53]».

La « normalisation » du système qu'impose dès l'origine la stricte application de la Charte des écoles normales mobilise plus spécifiquement une deuxième catégories d'acteurs: les instituteurs déjà en exercice et les directeurs d'écoles normales.

La circulaire relative à la promulgation de la loi du 28 juin 1833 concernant l'instruction primaire, adressée aux instituteurs[54] (avec obligation pour ces derniers d'en accuser réception), le 4 juillet 1833, l'instruction relative aux fonctions et aux devoirs des directeurs des écoles normales primaires[55], le 11 octobre 1834, définissent à travers la fonction sociale du maître, sa mission, la doctrine dont il doit être le garant et le propagateur.

La circulaire articule les quatre dimensions complémentaires du métier de maître.

La fonction publique du maître, bien qu'humblement circonscrite à l'enceinte de la commune, nourrit l'intérêt de l'Etat : « *[...] c'est parce que la liberté n'est assurée et régulière que chez un peuple assez éclairé pour écouter, en toute circonstances, la voix de la raison. L'instruction primaire universelle est désormais une des garanties de l'ordre et de la stabilité sociale ».* (p.125)

La légitimité sociale de cette fonction n'est garantie que par la législation et par le gouvernement ; « *La société ne saurait rendre à celui qui s'y consacre tout ce qu'il a fait pour elle.[...] C'est sa gloire de ne prétendre à rien au delà de son obscure et laborieuse condition, de s'épuiser en services à peine escomptés de ceux qui en profitent, de travailler enfin pour les hommes, et de n'attendre sa récompense que de Dieu. »* (p. 126).

Appelé à partager la responsabilité du père de famille quant à l'éducation des enfants, « *l'éducation de leur cœur et de leur intelligence dépend de lui presque toute entière »,* (p. 127), ses attributions consistent à « *s'appliquer sans cesse à propager, à affermir ces principes impérissables de morale et de raison sans lesquels l'ordre universel est en péril et à jeter profondément dans de jeunes cœurs ces semences de vertu et d'honneur que l'âge et les passions n'étoufferont pas ».*(p. 127 ; 128). L'instruction publique est subordonnée à une

---

[51] Circulaires et Instructions officielles relatives à l'instruction publique, Paris, Delalain, t. 2, p. 100-103.
[52] Circulaire relative à l'exécution de la loi du 28 juin 1833 concernant l'instruction primaire (4 juillet 1833) , Circulaires et instructions officielles relatives à l'instruction primaire, t. 2, p. 122.
[53] *Ibid.* p. 123.
[54] *Ibid.* p. 124- 130.

éducation morale, constituée en doctrine d'Etat. Le maître est d'abord l'éducateur, qui tend à mouler dans le creuset conçu par le pouvoir tous les enfants du royaume.

Et le maître, transmetteur des connaissances indispensables ? C'est sur l'Etat tutélaire, que le maître peut encore se reposer pour assurer cette autre mission : « *En ce qui concerne l'enseignement proprement dit, rien ne vous manquera de ce qui peut vous guider. Non seulement une école normale vous donnera des leçons et des exemples, non seulement des comités s'attacheront à vous transmettre des instructions utiles, mais encore l'Université même se maintiendra avec vous en constante communication […] Je veillerai à ce que le Manuel général, répande partout avec les actes officiels qui vous intéressent, la connaissance des méthode sûres, des tentatives heureuses, les notions pratiques que réclament les écoles, la comparaison des résultats obtenus en France ou à l'étranger, tout ce qui peut diriger le zèle, faciliter le succès, entretenir l'émulation ».*(p. 127).

Nous éluderons la dernière partie de la lettre qui porte sur les rapports que le maître doit entretenir avec les parents (fréquence, bienveillance, mais indépendance), les autorités locales (déférence, respect, voire conciliation avec le prêtre) et l'Université (soumission).

En résonance avec la Charte, les principes de la réglementation qui doivent assurer la cohérence de l'institution, sa viabilité dans la société, c'est à dire une gestion économique saine et rigoureuse, des études sérieuses mettant notamment l'accent sur l'éducation morale et religieuse, trouvent leur expression dans l'assujettissement des acteurs de l'institution à une doctrine fondamentalement morale et religieuse, mais une doctrine d'Etat.

Faisant écho à la lettre aux instituteurs, l'instruction adressée le 11 octobre 1834 aux directeurs des écoles normales primaires[56], relative aux fonctions et aux devoirs de ces derniers éclaire précisément l'importance accordée aux écoles normales dans le processus d'unification nationale qui est l'enjeu de la loi scolaire. Elle met explicitement en évidence à travers la conception de l'instruction populaire qu'elle révèle, conception que le Ministre protestant partage d'ailleurs avec A. Rendu, catholique rigoureux et V. Cousin, philosophe spiritualiste, la fonction de la doctrine « sécularisée » qui la fonde.

Le texte reprend, en les adaptant, les grands principes prônés par la loi organique.

« *Maintenant la loi est en vigueur. […] partout les écoles s'organisent, se multiplient, et l'influence des instituteurs primaires deviendra l'une des plus générales et des plus actives auxquelles soit soumise la société. Or le succès de l'instruction élémentaire, plus peut-être que*

---

[55] *Ibid.* p. 304- 309.
[56] *Ibid.* p. 304 – 309.

de toute autre partie de l'instruction publique, dépend du maître qui la donne ; c'est dans les Ecoles normales, que se prépare l'avenir des écoles primaires ». (p. 304)

« *La loi du 28 juin a assuré la liberté de l'enseignement primaire ; mais en lui donnant pour garantie la concurrence des écoles privées, elle a voulu que les écoles publiques, institués au nom de l'Etat fussent assujetties à des règles générales et animées d'un même esprit* ».(p. 305)

La fonction déterminante des écoles normales dans l'instauration de l'esprit qui doit régler les conduites des sujets de l'institution primaire est affirmée. En résulte l'ensemble des dispositions, les fonctions et devoirs auxquels doivent se soumettre les directeurs d'écoles normales.

Le premier devoir évoqué consiste à « bien administrer ». « *Les écoles normales doivent être administrées avec une régularité qui atteste et garantit le bon ordre moral auquel elles sont soumises. [...] Les habitudes de simplicité, de frugalité et de travail personnel »* (p. 305, 306) doivent régenter la vie des élèves.

Un second devoir concerne les programmes : « *L'enseignement, dans les écoles normales a été réglé par des programmes qui en déterminent les objets et les formes. Vous veillerez à ce que les programmes soient scrupuleusement observés…* ». (p. 306). Tout élargissement du programme d'étude est donc prohibé. « […] *n'oublions jamais que le but des écoles normales est de former des maîtres d'école et surtout des maîtres d'école de village : toutes leurs connaissances doivent être solides, pratiques, susceptibles de se transmettre sous la forme d'un enseignement immédiatement utile aux hommes que leur laborieuse condition prive du loisir nécessaire pour la réflexion et l'étude* ». (p. 306) Par un transfert singulier, l'immédiateté et la nécessaire utilité de l'acte d'enseignement définissent les « objets et formes » de l'enseignement ; la dimension désintéressée de l'étude est proscrite : le loisir de l'étude, parce qu'il n'est pas envisageable pour l'élève, ne peut l'être pour le futur maître.

Parmi les programmes, c'est l'instruction morale et religieuse, qui « réclame une mention particulière », donc un zèle spécifique. Celle-ci, « plus qu'un enseignement pour l'esprit » doit agir sur « les sentiments et dispositions intérieures », suppléer à « l'insuffisance de la première éducation ». « *Il faut pouvoir compter sur sa réalité et son efficacité* ».(p. 307)

Le moyen de réaliser efficacement l'instruction des élèves maîtres (tant générale que morale et religieuse), c'est « l'exactitude de la discipline ». « *La discipline ne suffit point pour donner la moralité ou la science ; mais elle seule met les âmes dans la disposition nécessaire pour les recevoir. [...] c'est en raison de la vigueur ou du relâchement de la discipline que la jeunesse puise dans les écoles, ou ce mépris de toute règle qui la rend rétive au frein des lois,* *ou cette déférence pour l'autorité légitime qui, dans un état libre, relève de la dignité du citoyen ».* (p. 308). Les mécanismes disciplinaires qui doivent régir le fonctionnement de l'institution sont plus largement appelés à réguler l'ensemble de la société ; sur ce point, il est clair que la doctrine « normale » sous jacente relève d'un choix de société ; la morale religieuse est un adjuvant non négligeable, mais c'est sur une doctrine civique que les législateurs fondent la viabilité de l'institution, sa compatibilité avec l'environnement sociétal.

Le devoir des directeurs s'exprime avec emphase dans la conclusion de l'instruction (précédant la demande d'en accuser réception). « *Vos fonctions ne se bornent ni aux soins administratifs, ni aux travaux de l'enseignement proprement dit : une mission plus étendue vous est confiée [...] tous vos moments sont en quelque sorte remplis par un même devoir : il n'y a point de vie privée pour vous. L'Etat vous demande plus que le tribut de votre intelligence et de vos connaissances ; c'est l'homme tout entier qu'il réclame, qu'il dévoue à une œuvre sévère de patience, de persévérance et de vertu* ».(p. 308, 309). Les écoles normales sont appelées à devenir des séminaires, mais des séminaires publics.

En affirmant l'influence de l'instruction primaire sur l'environnement sociétal, les législateurs dressent, en amont, les conditions assurant à l'institution primaire sa compatibilité avec la société : un corps doctrinal garant de la stabilité du régime. Pour assurer sa viabilité interne, c'est à dire la régulation de son fonctionnement, les législateurs disposent d'un moyen déjà identifié comme pertinent par les régimes antérieurs, les manuels.

2.5. B. Les manuels, le Manuel général : l'uniformisation des savoirs enseignés et les conditions d'émergence du temps scolaire primaire ; la pénétration du système métrique dans l'enseignement primaire.

La question récurrente relative à l'existence de « bons » manuels élémentaires est évidemment posée dès la discussion de la loi de juin 1833. V. Cousin soutient un projet de rédaction de manuels, réaffirmant leur fonction déterminante : « *L'instruction peut et doit être unie d'un bout à l'autre de la France ; et cette unité ne sera pas son moindre bienfait par la force nouvelle qu'elle prêtera à l'unité nationale. Cette unité demande surtout un certain nombre d'ouvrages spéciaux sur chacun des objets de l'instruction déterminés par le titre premier de la loi* [57]*».* F. Guizot règle la question de façon sinon originale, du moins conformément aux principes qui l'animent. Ce sont ses proches qui réaliseront les principaux ouvrages nécessaires. A. Rendu collabore à la rédaction de « L'alphabet et premier livre de lecture » ; V. Cousin rédige le « Livre d'instruction morale et chrétienne » ; la « Petite grammaire » est rédigée par Lorain (successeur de Matter à le direction du Manuel général) et

Lamotte. « *La « Petite arithmétique raisonnée » (de Vernier) traite de quelques mécanismes opératoires élémentaires ; les problèmes d'application sont relatifs à la paie des ouvriers, au calcul du temps de travail, au coût des achats obligatoires, à la détermination de la rentabilité d'une tâche ...*[58] *»*. Un ouvrage encore de géographie et d'histoire, rédigé encore par un ami de Guizot est publié en 1835. La diffusion de ces ouvrages est attestée.

Le manuel général : l'émergence dans la société d'un temps scolaire (celui de l'institution école primaire).

La fonction du Manuel Général, parce qu'il établit un rapport direct entre l'Etat et les acteurs du système, est le seul en mesure d'assurer la cohérence entre les principes qui fondent la légitimité culturelle du système et les dispositions qui lui permettent de fonctionner.

Le système est institutionnellement organisé, il convient d'en régler le fonctionnement interne, d'établir les conditions de sa viabilité en tenant compte du réseau des contraintes institutionnelles qui garantissent sa conformité au texte de loi. L'école primaire est une institution qui ne peut s'émanciper hors le cadre rigoureusement dressé par la législation qui en fixe le statut organique.

Ces deux aspects – mise en place des conditions permettant à l'institution de bien fonctionner – instauration d'un cadre qui puisse rendre compte de la conformité de l'institution avec le dessein des législateurs- sont toujours présents dans les mesures prescrites.

En 1835, la manuel général promeut ainsi l'usage de la méthode simultanée au dépens de la méthode mutuelle : le statut des écoles primaires communales édicté le 25 avril 1834 met explicitement en évidence une division en classes qui écarte le principe des « groupes – matières » propres à la méthode mutuelle. Nous pouvons supposer que la doctrine primaire de Guizot ne peut s'accommoder d'un mode d'organisation pédagogique que défendent notamment les libéraux. La méthode simultanée, sécularisée, adaptée au service de l'Etat, représente une condition nécessaire au bon fonctionnement de l'école, elle participe de son économie. Rappelons que Lorrain, directeur du Manuel général, est aussi le co-rédacteur (avec Lamotte) d'une « méthode simultanée », déracinée de son « terroir » congréganiste ; envoyée aux inspecteurs primaire, la méthode devient référence officielle. Le Manuel général, fidèle à sa fonction de transmission des bonnes méthodes, assure donc la publicité de la méthode simultanée de Lorrain et Lamotte auprès de l'ensemble des instituteurs. En février 1836, un des rédacteurs du Manuel[59] (peut-être Lorrain lui-même) déplore l'insuccès d'hommes

---

[57] Cité par C. Lelièvre, Histoire des institutions scolaires, Nathan pédagogie, (2002), p. 78.
[58] *Ibid*. p. 78, 79. Nous n'avons pas trouvé d'autre trace de l'ouvrage.
[59] Extrait cité par A. Chervel, L'enseignement du français à l'école primaire, t.1, INRP économica (1992), p. 117.

instruits et intelligents alors que des hommes médiocres mais suivant une méthode, obtiennent des résultats, il souligne le rôle essentiel que joue une bonne méthode d'enseignement

« *La méthode n'est qu'un moyen, qu'un levier, qu'un appareil, mais la méthode supplée à l'intelligence, aux habitudes d'ordre, de régulation ; c'est un guide qui nous mène au résultat, et presque à notre insu. Sans doute, ce serait exagérer la puissance de la méthode que de supposer que, réduit à son seul secours, on obtiendrait de grands résultats ; mais il faut convenir cependant qu'un instituteur pourvu d'une méthode bien faite et suivie pas à pas, parvient à son but et presque toujours avec succès* ».

L'efficacité de l'enseignement est certes cruciale, mais l'usage d'un mode régulier répond aussi à une autre nécessité : celle de pouvoir juger d'un même fonctionnement dans toutes les écoles du Royaume.

Le rédacteur précise en effet : « *Quand le mode d'enseignement sera régulier, l'inspection et la visite des écoles en seront plus faciles et plus utiles. En entrant dans une école à 11 heures, on doit faire tel exercice ; à midi, tel autre ; à 1 heure, à 3 heures tel autre, et le même exercice doit avoir lieu dans toutes les écoles dirigées selon le mode simultané*[60] ».

Facilitant le contrôle du réseau de surveillance, les comités et ce nouveau corps d' « inspecteurs spéciaux », le mode simultanée est une condition nécessaire à l'uniformisation et à la centralisation du système d'enseignement primaire. Il induit de fait la nécessaire émergence d'une temporalité propre au système qu'il régit ; il s'agit d'implanter dans toutes les écoles un emploi du temps régulier et uniforme, de régler l'organisation temporelle de l'école. D'une certaine façon, la contrainte institutionnelle qui pèse sur l'école - être réglée suivant un découpage temporel qui la rend soumise au contrôle de l'Etat - devient aussi condition nécessaire à sa propre existence.

Cette préoccupation est prise en compte dans le Manuel général ; ainsi pouvons nous lire :

« *Après avoir recommandé le Manuel complet de l'enseignement simultané […], nous croyons faire une chose agréable à nos lecteurs et utile aux instituteurs, en leur indiquant une distribution exacte du travail par mois, par semaine, par jour, par heure*[61].

Nous commencerons aujourd'hui, par le mois de février, et nous continuerons à leur fournir ainsi un cadre de travail préparé pour chaque jour de l'année, et dont il est important de s'écarter le moins qu'il sera possible ». Le Manuel général présente donc un emploi du temps modèle, couvrant la période de Février 1836 à Janvier 1837. Sa déclinaison en fonction

---

[60] *Ibid.* p. 118.
[61] *Ibid.* p.118.

des divisions reste peu ou prou à la charge du maître. En voici un extrait, c'est la classification journalière des études du mardi 12 avril 1836[62] ;

« Mardi 12 avril – classe du matin.

8h 10 Récitation des modes conditionnel, subjonctif et infinitif des verbes dont l'infinitif se termine en « oir ».

9h Composition en écriture.

10h Classe de calcul pour les 3 premières divisions. Les autres réciteront les 31ème et 32ème paragraphes du système légal des poids et mesures.

classe du soir

1h Récitation des prières, du catéchisme et de l'histoire Sainte

2h Classe de lecture.

3h Le maître corrigera le 41ème exercice de la petite grammaire des écoles primaires ; c'est une analyse de verbes dans laquelle l'élève indiquera la personne, le nombre, le temps, le mode et la conjugaison de chaque verbe ».

Le Manuel général peut, en 1837, « la classification annuelle des études » étant achevée, définir le domaine des objets d'enseignement « vus » ou « appris », l'ensemble des tâches effectuées par les élèves. C'est ainsi que les auteurs du Manuel général décrivent les effets de cette organisation : il résulte de « l'application de la méthode simultanée à la classification des études » que « dans le cours d'une année, en supposant une classe médiocre, en donnant des leçons assez courtes, on a vu :

1. Toute l'Histoire Sainte, toute l'instruction morale et religieuse […] ;
2. On a appris de mémoire la petite grammaire des écoles primaires en totalité, et on a repassé la première moitié ;
3. On a appris deux fois le système légal des poids et mesures ;
4. On a fait toute la petite arithmétique raisonnée ;
5. On a fait un grand nombre d'exercices d'orthographe […] ;
6. On a composé treize fois en arithmétique, treize fois en instruction morale et religieuse, treize fois en orthographe et treize fois en écriture ;
7. Enfin, on n'a jamais passé un seul jour sans une heure de lecture et une heure d'écriture.

Ces résultats matériels dépassent de beaucoup ceux qui sont obtenus dans la plupart des meilleurs écoles communales ; c'est que le temps a été bien distribué, que la régularité et l'ordre ont présidé à tous les exercices ».

---

[62] *ibid.* p. 121.

Nous référant à ce qu'expriment A. Mercier et Y. Chevallard, dans « La formation historique du temps didactique »(1987), ch.3, p.18, « *Le quadrillage temporel [...], qui trouve son lieu dans les mécanismes disciplinaires qui organisent l'espace de surveillance est une condition essentielle de ce processus productif de conduites réglées. Le temps du savoir moderne en est issu.*», il nous paraît pertinent d'affirmer que la Monarchie de Juillet donne naissance pour la première fois au temps du savoir primaire et que l'émergence de ce temps du savoir garantit ainsi l'existence institutionnelle de la filière primaire. A l'origine de ce quadrillage temporel, c'est le pouvoir, pouvoir d'un Etat qui se donne les moyens d'appliquer sa législation. Et seul l'Etat, peut définir le temps du savoir pour l'institution qu'il génère, l'instruction primaire publique. Comme l'affirme M. Foucault (cité par les auteurs précédents) « *Il faut cesser de toujours décrire les effets de pouvoir en termes négatifs.[...] En fait le pouvoir produit, il produit du réel ; il produit des domaines d'objets et des rituels de vérité* ». La Monarchie de Juillet en revendiquant par le biais de l'Université, la production de cette nouvelle institution, institution organisée législativement, mais aussi matériellement, lui confère son existence institutionnelle. L'institution primaire peut être enfin ce « *système de pratiques sociales qui relativement à un certain domaine de réalité (lui-même objet culturel), marque sa différence, dont les acteurs sont donc vus comme réalisant une « performance » sociale déterminée, réputée associée à une « compétence spécifique* » (Le rapport au savoir, Chevallard, 88- 89, p. 212, 213). Le « quadrillage temporel » constitue la condition nécessaire qui règle, définit les pratiques sociales spécifiques à l'institution primaire : issu de la l'application de la méthode simultanée à la classification des études, il peut certes emprunter à celui existant dans les Ecoles de Frères des Ecoles chrétiennes, mais sa spécificité tient à la classification des études ; cette classification est celle de la société.

L'organisation temporelle évoquée dans le Manuel général appelle quelques remarques quant à la conception que peuvent se faire les auteurs de ce temps scolaire (comme spécifique à l'institution école primaire).

Le temps de l'enseignement qui se déroule, linéaire, *a priori*, calqué sur le temps de l'apprentissage est fondé sur deux principes : l'ordre et la régularité. Ce temps didactique, né de l'identification des temps d'enseignement et d'apprentissage apparaît comme extrinsèque, imposé de l'extérieur : il se traduit dans la réalisation d'une suite de tâches -réciter, composer, calculer pour l'élève, - faire réciter, composer, corriger pour le maître, qui élude et la nature de l'acte d'enseignement du maître et la prise en compte du temps d'étude pour l'élève. Dans l'esprit des textes officiels ou d'accompagnement, le maître, pénétré des principes de la législation, se doit d'être un exécutant rigoureux des directives émanant des instances universitaires, les manuels garantissent l'orthodoxie du savoir à enseigner, la méthode simultanée en règle le découpage. La transposition didactique des savoirs à enseigner, qui accorderait au maître, une certaine main mise sur la gestion de ce temps ne paraît pas relever de sa charge. Les objets d'enseignement semblent des objets prêts à enseigner ; cette situation n'est pas, nous semble t-il, étrangère à la notion d'immédiateté sur laquelle repose, pour les concepteurs de la loi, l'acte d'enseignement.

Le temps scolaire primaire, tel qu'il se dessine, est imposé, certes, mais il est aussi ancré dans la culture du temps ; il ne peut totalement nier sa filiation avec le temps didactique des Ecoles chrétiennes. Empruntant en partie à un système didactique particulièrement résistant, cette esquisse d'un temps du savoir peut devenir constitutif de la relation didactique qu'il tend à réaliser. Il devient condition intrinsèque à la bonne marche du système.

Le rapport entre cet avatar de temps didactique et le « savoir » annuel dont il génère la « transmission », les auteurs l'analysent en ces termes : il résulte de la répartition des études en fonction du découpage rigoureux du temps ; le temps que l'élève a passé à voir, à apprendre, à réapprendre, à faire des exercices, à composer… Tous les objets de l'enseignement primaire élémentaire ont été effectivement vus. Chaque année, il convient donc, de revisiter, d'approfondir les objets de savoir simplement vus ou déjà appris, dans le même ordre et avec la même régularité. Cette conception concentrique habite simultanément temps d'enseignement et temps d'apprentissage : faire et refaire. L'organisation temporelle génère le fonctionnement cyclique du système, fonctionnement qui en règle donc l'opérationnalité au cours du temps, dans la durée. Organisation disciplinaire et temporelle sont identifiées comme consubstantielle à l'émergence d'un savoir primaire ; ainsi que l'analysent A. Mercier et Y. Chevallard, (La formation historique du temps didactique ; ch. 6, p. 41), cette rigoureuse organisation temporelle « *tend à s'identifier à l'organisation de la progression dans le savoir. […] Le savoir s'étale sur l'axe temporel, et bientôt ne s'en distinguera plus. Le savoir se fait durée, le temps équivaut à du savoir* ».

Le temps du savoir , tel que l'entendent les législateurs, s'il est, au sein de l'institution elle-même, une condition essentielle à sa viabilité interne, doit aussi, être perçu comme pertinent par la société toute entière. Les auteurs du Manuel général prennent en compte cette contrainte. Ainsi, écrivent-ils : « *Que les instituteurs se persuadent que, sans la régularité la plus sévère et la plus rigoureuse dans la distribution du travail et les classifications des études, il est impossible de faire marcher une école, de manière à remplir les engagements* *contractés envers les autorités et envers les familles*[63] ». L'argumentaire ne se réfère pas seulement au monde plus ou moins clos de l'école (élèves, maîtres, comités de surveillance, inspecteurs et objets d'enseignement), c'est à dire à la vie propre de l'école, il légitime l'organisation temporelle comme condition nécessaire à la viabilité de l'école dans son environnement sociétal : l'école se doit de rendre des comptes aux autorités, aux familles, elle a obligation de résultats ; l'organisation temporelle, pédagogique prescrite connaît nécessairement une reconnaissance institutionnelle de la part de la société, puisqu'elle conditionne l'efficacité du système.

L'instauration de ce « temps du savoir primaire », d'abord réponse à des besoins exprimés en terme d'efficacité tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'école, permet de mettre en évidence une autre conception des législateurs : explicitement, l'école contracte des engagements avec les autorités, avec les familles. Ce contrat, que nous nous permettons de qualifier de contrat institutionnel (contrat passé entre le pouvoir, c'est à dire la société et ses sujet) plus ou moins explicitement noué dès l'émergence de l'idée que puisse exister une école de la société, école censé garantir la stabilité des institutions et l'évolution raisonné de la société, confère finalement au système toute sa légitimité culturelle. Alpha et oméga du processus qui produit l'institution primaire, le contrat est enfin revendiqué, comme relevant de la responsabilité du seul Etat. L'institution primaire peut s'intégrer au milieu de la société, peut tendre à se « naturaliser » : les conditions et contraintes qui règlent sa viabilité sont en voie d'être instaurées.

Parmi ces contraintes qui se redéfinissent comme conditions de viabilité interne, l'inscription d'un temps du savoir dans le temps de la société joue un rôle tout particulier : elle appelle nécessairement une transformation des pratiques sociales. Si la loi scolaire n'a pu établir explicitement l'obligation de la fréquentation scolaire, la loi du 22 mars 1841, relative au travail des enfants employés dans les manufactures, usines ou ateliers, évoque sans ambiguïté cette obligation, certes de principe. Elle fixe l'âge minimum à partir duquel ils peuvent travailler (8 ans), la durée de travail en fonction de l'âge (8 h par jour pour les enfants de 8 à 12 ans ; 12 h par jour pour ceux de 12 à 16 ans) et stipule (article 5) :

« *Nul enfant âgé de 12 ans ne pourra être admis qu'autant que ses parents ou tuteurs justifient qu'il fréquente actuellement une des Ecoles publiques ou privées existant dans la localité. Tout enfant admis devra jusqu'à l'âge de 12 ans suivre une école ».* Ceux de plus de 12 ans doivent disposer d'un certificat accordé par le maître, justifiant qu'ils ont reçu une instruction primaire élémentaire. Limitée à la classe ouvrière, s'appuyant sur le sens des

---

[63] *Ibid.* p. 123.

responsabilités des parents, la loi remet à l'institution primaire, la mission de contribuer à l'amélioration des conditions de vie des enfants. Tentative bien modeste, la loi du 22 mars 1841, n'en annonce pas moins la fonction de l'instruction primaire dans la transformation des pratiques sociales. Si la compatibilité de l'institution primaire avec l'environnement sociétal repose sur la stabilité des institutions, elle n'induit pas toute absence de transformations structurelles de ces dernières.

En conclusion, instrument au service de l'Etat, le Manuel général tend donc à instaurer un temps spécifique à l'institution primaire, service d'enseignement public : de ce temps du savoir imposé par l'Etat, les objets du savoir comme le principe de leur répartition temporelles, procèdent les conditions qui président à la compatibilité de l'institution avec son environnement sociétal et à sa propre viabilité. En réglant le temps du savoir, les législateurs engagent le processus qui donne à l'école primaire publique, les moyens de produire sa propre culture, une culture non plus inféodée aux dogmes de l'Eglise, la culture de référence d'une société. Sous la tutelle rigide de l'Université, les instituteurs échappent en partie au joug de l'Eglise et des autorités locales : la légitimité de l'enseignement primaire publique repose sur un corps doctrinal d'Etat, fondée sur une méthode simultanée sécularisée ; mais elle repose encore sur la définition des objets d'enseignement, enjeux didactiques de la Société. Le système légal des poids et mesures est à ce titre emblématique.

Le système métrique.

Se réappropriant le dessein originel qui motiva l'émergence d'une instruction populaire dès la Convention, à savoir, travailler à l'unification nationale en répandant l'usage de la langue française et du nouveau système des poids et des mesures sur le territoire national, les législateurs multiplient les mesures, par le biais de circulaires et d'arrêtés, qui délèguent à l'organisation scolaire la réalisation de ce projet. La reconnaissance de la fonction sociale de l'école en ce domaine n'est donc pas nouvelle, mais la Monarchie de Juillet engage ici l'ensemble des acteurs du système à soutenir son action. L'offensive menée par le gouvernement contre l'usage des anciennes mesures se traduit déjà dans les programmes des examens de capacité ; le système légal des poids et mesures fait l'objet d'une rubrique spécifique. Le 28 juin 1836, le règlement relatif aux examens de capacités des institutrices (adaptation presque conforme de celui pour les instituteurs : les travaux d'aiguilles se substituent à l'histoire et la géographie pour le brevet élémentaire, la composante scientifique est quelque peu réduite pour le brevet supérieur) réaffirme dans une note son impérative nécessité dans les objets d'enseignement : « *L'introduction en France, nécessaire du système des nouveaux poids et mesures* » entraîne de fait la décision que « *le calcul décimal* *seul devrait être enseigné dans les écoles et qu'il serait seulement permis d'exercer les élève à convertir les anciennes mesures en mesures nouvelles* ». Ces dispositions précèdent la loi relative aux poids et mesures du 4 juillet 1837, qui précise :

Article 1 – Le décret du 12 février 1812 concernant les poids et mesures est et demeure abrogé.

Article 2 – L'usage des instruments de pesage et de mesure confectionnés en exécution des articles 2 et 3 du décret précité sera permis jusqu'au 1er janvier 1840.

Article 3 – A partir du 1er janvier 1840, tous poids et mesures autres que les poids et mesures établis par les lois des 18 germinal an II et 19 frimaire an VIII, constitutives du système métrique seront interdits.

Suivent ensuite des articles définissant les interdictions et les sanctions.

La décision de revenir au système métrique originel s'accompagne d'arrêtés et de circulaires aux recteurs : l'arrêté du 2 février 1838 porte interdiction d'enseigner les anciennes mesures dans les écoles primaires, il est suivi d'une circulaire aux recteurs le 14 avril 1838, circulaire relative à l'exécution de l'arrêté.

Entre temps, les écoles primaires et normales se voient doter de collections de poids et mesures. La circulaire aux recteurs, du 1er décembre 1838 nous éclaire sur la nature de ce nouveau matériel didactique : « Les dites collections seront composées comme ci- après :

Un mètre en bois de choix, garni de boîtes en cuivre et plaques en fer divisées en centimètres et un décimètre en millimètres ;

Un double décimètre en buis, divisé en millimètres et garni de plaques en cuivre ;

Une boîte de ½ kilogramme divisé jusqu'en milligrammes, poids en cuivre et ajustés modèles ;

Une série du litre en centilitres, mesure en étain, composé du litre, du demi- litre, du double décilitre, du décilitre, du demi- décilitre, du double centilitre et du centilitre (7 mesures) ;

Un double décalitre en bois ferré ;

Un litre en bois ferré ».

« *Il s'agit de rendre le plus possible générale et effective la publicité de cette loi dans les écoles* », comme le souligne la circulaire aux recteurs. Des placards de ladite loi et du tableau des mesures approuvées sont joints pour être « *immédiatement affichés dans les principaux établissement d'instruction élémentaire* ».

Les cours spéciaux prévus dès 1834 pour perfectionner l'enseignement des instituteurs en fonction, hors temps scolaire, dans les écoles normales primaires se multiplient ; un nombre croissant d'instituteurs sont convoqués à ces cours pour soutenir l'action du gouvernement dans ce domaine.

Les manuels en usage sont eux-mêmes touchés par ce mouvement ; soigneusement examinés par les rédacteurs du Manuel général, tous les manuels d'arithmétique doivent se conformer à cette nouvelle pratique sociale ; critiqués, certains sont clairement désignés comme devant être écartés ou corrigés.

Le 22 octobre 1839, un arrêté relatif à l'enseignement du système métrique décimal stipule qu'il ne pourra être distribué que des ouvrages ne portant aucune dénomination d'anciens poids et mesures.

Courroie de transmission du pouvoir, l'organisation scolaire se voit conférer une évidente légitimité politique. Les efforts engagés par les ministres ne conduiront pas aussi immédiatement au résultat escompté ; la mobilisation de toute l'organisation primaire illustre toutefois la confiance et l'espérance que les ministres de Juillet peuvent mettre en cette institution ; la diffusion de la langue française procède du même esprit : le soin apporté par les ministres à l'usage des nouvelles méthodes de lecture (introduites dès 1831- méthode Hachette- Firmin Didot- méthode Peigné..) atteste tout autant de la fonction sociale prééminente qu'ils accordent à l'institution primaire.

La Monarchie de Juillet réalise explicitement une institution primaire, détachée de son origine ecclésiale. Reprenant la citation de V. Cousin (« De l'instruction publique », tome III, p. 145, cité par M. Gontard[64]) : « *Moins nos écoles doivent être ecclésiastiques, plus elles doivent être chrétiennes* » et rappelant la communion d'esprit qui l'anime avec A. Rendu, catholique rigoriste, et Guizot, protestant convaincu, nous pouvons admettre que l'institution primaire est certes culturellement chrétienne, mais sa fonction sociale, reconnue, tend à modifier la société sécularisée, à travers les conduites de ses sujets ; cette fonction lui confère désormais une autonomie propre. Cette autonomie est relative, mais elle lui est spécifique.

2.5. C. La genèse d'une nouvelle institution, l'inspection des écoles primaires : état des lieux et perspectives.

La création d'un corps d'inspecteurs spéciaux répond à la nécessité première d'organiser effectivement un système d'enseignement public unifié. Si le Manuel général, les manuels élémentaire, les écoles normales primaires participent de cette uniformisation, la mise en place de l'organisation primaire sollicite bien plus encore l'intervention de

[64] M. Gontard, L'enseignement primaire en France de la Révolution à la loi Guizot, Annales de l'Université de Lyon, p. 483.

« missionnaires » chargés d'établir dans un premier temps un état des lieux dans la totalité des départements, de procéder dans un second temps à la transformation des pratiques et à leur contrôle. L'émergence de cette institution est justifiée initialement en juillet 1833, comme « exceptionnelle », mais finalement pérennisée : l'ordonnance du 26 février 1836 crée dans chaque département un inspecteur spécial de l'instruction primaire, chargé aussi de la surveillance des écoles normales. Par le biais de cette instance départementale, l'Université dispose désormais d'une courroie de transmission lui permettant de réguler l'ensemble du système primaire, écoles normales primaires et classes d'adultes compris, de procéder à l'uniformisation des méthodes et des programmes d'enseignement.

L'application du texte sur le nouveau statut des écoles primaires communales (25 avril 1834), instaurant la répartition en trois divisions « à raison de l'âge des enfants et des objets d'enseignement dont ils seront occupés », la réglementation des cours d'adultes fortement encouragés depuis leur émergence sous la révolution de Juillet 1830, peuvent être contrôlées *de facto.* L'action de l'inspection primaire rend compte de la volonté de l'Etat de s'approprier de façon exclusive, la direction de l'enseignement primaire public. Chargés de naturaliser le quadrillage temporel que promeut le Manuel général par le biais d'emplois du temps minutieusement réglés, de veiller à l'utilisation des manuels prescrits par les autorités, et plus largement encore, de contrôler la moralité, l'esprit d'ordre et de discipline des instituteurs, les inspecteurs participent d'une centralisation tant administrative qu'idéologique (C. Lelièvre, Histoire des institutions scolaires, depuis 1789, Nathan pédagogie, p. 65, 70).

En conclusion, l'ensemble de ces dispositifs éclaire les conditions dont procède l'émergence d'un temps du savoir primaire, d'un enseignement unifié. Un enseignement où les savoirs enseignés révèlent une composante répondant à des besoins sociaux et politiques, où les conduites des sujets sont répartis et régulés pour les élèves comme pour les maître, grâce à la mise en place d'un quadrillage temporel rigoureusement réglé, légitime l'instauration d'une institution d'Etat. Dans ce quadrillage s'inscrit l'organisation de l'étude (répartition des savoirs en fonction des divisions, des mois, des journées, des leçons et des exercices, régulation par de nombreuses évaluations) ; de ce quadrillage procède l'émergence d'un temps scolaire qui tend à s'inscrire, comme allant de soi, dans le temps de la société. S'il convient de relativiser le succès de ces mesures, de ne pas occulter les contraintes conjoncturelles qui compromettent la transformation rapide du système d'enseignement public (notamment le devenir incertain des écoles primaires supérieures livrées au bon vouloir des autorités locales), les principes fondateurs d'un service d'enseignement primaire public sont posés. Peuvent-ils être étendus, sans difficulté, à l'institution « Ecole normale primaire » ?

2.6. Un éclairage sur les conditions de vie des écoles normales, à partir des rapports de l'Inspection générale :

Les enquêtes minutieuses dont rendent compte les rapports de l' Inspection Générale soulignent, d'une part, la disparité des fonctionnements internes des écoles normales, d'autre part, les directives censées uniformiser l'ensemble du dispositif.

Ainsi, un questionnaire diffusé dans les écoles normales en 1836-1837 (Archives Nationales F 17 9632) nous renseigne sur les matières enseignées, leur répartition sur l'ensemble du cursus. Ce dernier qui varie entre deux et trois années, tend dès 1838 à se stabiliser sur trois années. Les questions portent donc sur les rubriques d'enseignement : en ce qui concerne l'enseignement scientifique, sont listés : l'arithmétique (numération, les quatre règles, les fractions, les proportions, les logarithmes, le système légal des poids et mesures), le dessin linéaire, les notions de géométrie pratique, l'arpentage, la mécanique, les notions de sciences physiques, les notions de la sphère. Il s'agit de savoir « Par qui et comment est fait ce cours ? Quel succès obtient on ? »

Deux exemples emblématiques peuvent être cités : à Evreux, où la formation dure deux années, l'arithmétique est enseignée en première année seulement, la formation est à l'image de son directeur, médiocre, sous la tutelle des notables. A Strasbourg, où la formation s'étend sur trois années, la première année comprend la numération jusqu'à l'extraction des racines carrées, la seconde année, les proportions, les règles de trois, de société, d'alliage, les progressions et les logarithmes, la troisième année comprend la répétition de l'arithmétique et quelques notions d'algèbre. Le rapport souligne le bien fondé de ce découpage, tout comme il justifie de la pertinence de l'enseignement du dessin linéaire, les deux premières années et des notions de géométrie pratique les deux dernières années à partir des livres de Legendre (ceux-ci devant être remplacés par ceux de Vernier, Deguanet ou de Bergery).

Quant à l'Ecole normale de Paris, sise à Versailles, forte de 86 élèves-maîtres, les rapports de la même année (1836-1837) mettent en avant la fonction « normalisatrice » qu'elle est appelée à assurer. Dans son rapport au Ministre, la Commission de surveillance de l'école relève que « la situation actuelle de l'école de Versailles » est « de nature à appeler sur cet établissement l'intérêt spécial de l'Université, qui lui est nécessaire pour être maintenu dans l'importance toute particulière que lui ont faites les conditions de sa première organisation en la réunion des quatre départements considérables qui concourent à son entretien ». Les écoles annexes sont en bonne voie, un cours de pédagogie va être fait de manière régulière par le Directeur, « qui n'est plus opposé aux conseils » émis par la Commission.

Celui-ci renseigne le questionnaire, en indiquant que pour l'année en cours, l'arithmétique de Reynaud et la géométrie de Bézout ont été remplacées par les deux ouvrages élémentaires de M. Vernier. « *Le cours de mathématique a produit aussi de bons résultats. Le livre a été changé d'après l'avis de la Commission. Les deux ouvrages élémentaires de M. Vernier ont remplacé l'arithmétique de Reynaud et la géométrie de Bézout. Ce changement est avantageux sans doute, cependant l'expérience du dernier examen pour l'obtention des brevets a fait craindre à M. le professeur de mathématiques que cet enseignement ne fut restreint dans des bornes trop étroites, s'il ne l'étendait pas un peu. S'il ne l'avait pas fait cette année, nos élèves, selon lui, auraient eu de la peine à sortir avec avantage de l'épreuve de l'examen. Il est difficile en effet que Messieurs les examinateurs resserrent ainsi le cadre de leurs questions. Je ne crois pas du reste, que le professeur, en sortant un peu du livre de M. Vernier, ait été en opposition avec le désir et les instructions de la Commission de surveillance. Un livre élémentaire, quelque peu étendu qu'il soit, suffit au maître habile qui sait bien ce qu'il doit ajouter pour que ses leçons soient suffisamment complètes. Le dessin linéaire et le dessin des cartes ont été enseignés avec fruit à tous les élèves, et un nombre assez remarquable des élèves de première année ont montré d'heureuses dispositions. Cependant aux épreuves pour les brevets, Messieurs les examinateurs ont paru désirer que les candidats fussent plus exercés à tracer les figures sur le tableau noir et à rendre raison d'une manière plus satisfaisante des proportions et de toutes les règles théoriques qui peuvent être utiles dans l'application. M. le professeur a été prévenu, et il tiendra compte de cette observation dans son cours de la prochaine année ».* Tous les élèves-maîtres de 2ème année ont été reçus au brevet élémentaire, trois au brevet supérieur.

Répartie sur la formation en deux années, l'arithmétique s'étend jusqu'aux proportions la première année, s'achève sur les progressions et logarithmes la deuxième année : c'est un tort rétorque le rédacteur du rapport : « *L'arithmétique doit être complètement enseignée dans la première année du cours normal. Il n'en doit plus être question dans la deuxième année que pour en faire des applications et pour apprendre aux élèves- maîtres à l'enseigner ».* Le rapport mentionne encore l'intérêt d'un enseignement pratique mis en œuvre dans les classes primaires annexées à l'école et l'intervention des élèves – maîtres dans les cours d'adultes : « *C'est dans ces classes qu'ils peuvent prendre une juste idée de la profession de l'instituteur ».* Le fonctionnement presque modèle de l'institution s'illustre encore à travers les conférences données aux instituteurs de la Seine et de la Seine et Oise : des cours d'arithmétique entre autres ont lieu, dont la finalité première tend à favoriser la pénétration du système légal des poids et mesures.

Ces rapports illustrent notamment l'influence des Commissions de surveillance qui relèvent directement du ministère sur l'organisation pédagogique des écoles normales, sur les plans d'études : n'en demeure pas moins la variabilité du cursus de formation, l'absence d'une trame commune pour un savoir à enseigner unifié. Conformément à la tradition qui calque le plan d'étude sur le sommaire d'un traité de référence, le programme d'arithmétique qu'il se décline sur une année, deux années voire trois années, reste subordonné aux traités classiques. Le « Catalogue des livres qui doivent composer la bibliothèque des écoles normales primaires », daté du 9 juin 1835 et communiqué aux Recteurs le 20 février 1836, répertorie sous l'intitulé « Arithmétique, géométrie et applications » : Arithmétique de Bézout ; Arithmétique de Vernier ; les géométries de Vernier – Legendre – de Bergery ; la géométrie pratique de Desnanot ; le dessin linéaire de Francoeur, Lamotte, Boniface et Bouillon ; arpentage et levé de plan par Lamotte ; tableau d'arpentage par Caubert de Rouen ; tables de logarithmes par Callet. Il apparaît que des interprétations locales consacrent l'usage de manuels plutôt en usage dans le secondaire (tel le traité de Reynaud) : il ne peut y avoir spécificité d'une arithmétique « normale », puisque celle- ci est enseignée majoritairement par des professeurs du secondaire. Quant à la parenthèse qu'ouvraient les livres élémentaires de Vernier, elle semble se refermer presque immédiatement : non compatibles avec les exigences des brevets, les manuels de Vernier ne peuvent définir un programme pertinent.

Symptomatiques de l'autonomie relative des écoles normales, des dérives qu'elles peuvent connaître (élargissement des programmes incompatible avec la doctrine « primaire, insuffisance des contenus d'enseignement), ces constats imposent d'une part, de circonscrire précisément les objets d'enseignement et leur inscription dans une organisation temporelle, d'autre part, de définir une pédagogie « normale » garante de la doctrine primaire. C'est donc dans un contexte de réforme qu'est publié le premier programme d'arithmétique pour les écoles normales primaires.

2.7. Le programme d'arithmétique pour les écoles normales.

2.7.A. L'émergence d'une arithmétique « primaire » et d'un temps de l'étude « institutionnel » :

Il est édicté en 1838, simultanément avec le programme de géométrie. S'il se caractérise par son analogie avec le sommaire du traité de Bézout, il comprend toutefois une composante qui lui assure sinon une spécificité primaire, du moins une mission sociale et politique : complétant tout le dispositif législatif visant à éradiquer les anciennes mesures, le programme justifie de l'importance du système métrique. Nous donnons ci-dessous le programme arrêté le 26 octobre 1838.

Programme d'arithmétique pour les écoles normales.

Le conseil, vu la loi du 28 juin 1833, etc . arrête :

Article 1er : Les éléments du calcul et le système légal des poids et mesures seront enseignés complètement aux élèves – maîtres des écoles normales primaires, durant la première année de leur séjour à l'école.

Article. 2. Le cours d'arithmétique sera divisé en 80 leçons, qui seront données, autant qu'il sera possible dans l'ordre suivant :

1er et 2e . Notions sur les grandeurs ; - Leur mesure ; - Unité ; - Nombres abstraits, nombres concrets.

3e , 4e, 5e . Numération des nombres entiers ; - Numération parlée, numération écrite.

6e. Numération des décimales ; - Déplacement de la virgule.

7e. Addition des nombres entiers.

8e. Soustraction des nombres entiers.

9e et 10e Multiplication des nombres entiers.

11e et 12e . Division des nombres entiers.

13e, 14e, 15e, 16e. Les mêmes opérations sur les décimales.

17e. Preuves de l'addition.

18e. Preuves de la soustraction.

19e. Preuves de la multiplication.

20e. Preuves de la division.

21e. Des fractions quelconques ; - Leur définition et leur numération.

22e. Transformer un entier en fraction d'une espèce donnée ; - Extraire les entiers contenus dans un nombre fractionnaire.

23e et 24e. Changement que les fractions éprouvent quand on fait varier leurs termes ; cas où elles ne changent pas de valeur.

25e et 26e. Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur.

27e. Addition des fractions.

28e. Soustraction des fractions.

29e. Multiplication des fractions.

30e. Division des fractions.

31e. Comparaison des règles relatives à la multiplication et à la division des fractions avec le calcul des décimales.

32e et 33e. Réduction des fractions ordinaires en décimales.

34e. Fractions périodiques.

35e et 36e. Système métrique décimal.

37e. Définition du mètre, de l'are, du stère, du litre, du gramme et du franc.

38e. Nomenclature des multiples et sous multiples décimaux.

39e et 41e. Comparaison du poids et du volume d'une quantité d'eau ; - Du poids et de la valeur d'une somme d'argent.

42e et 43e. Comparaison du litre avec le mètre cube, avec le décimètre cube, etc. ; - Du mètre carré et de ses divisions avec l'are, etc.

44^{e}. Un produit ne change pas quand on change l'ordre des facteurs.

45^{e}. Simplification des fractions.

46^{e}. Recherche du plus grand diviseur entre deux nombres.

47^{e} et 48^{e}. Mesures françaises anciennes.

49^{e} et 50^{e}. Réduction d'un nombre complexe en fractions, soit d l'unité principale, soit de l'une de ses subdivisions et réciproquement.

51^{e}. Addition des nombres complexes.

52^{e}. Soustraction des nombres complexes.

53^{e}. Multiplication des nombres complexes.

54^{e}. Division des nombres complexes.

55^{e} et 56^{e}.Conversion des mesures anciennes en mesures décimales.

57^{e}. Conversion des mesures décimales en mesures anciennes.

58^{e} et 59^{e}. Rapports et proportions ; - Leur définition ; - Leur propriétés.

60^{e} et 61^{e}. Règle de trois simple.

62^{e}. Règle de trois composée.

63^{e}. Règle d'intérêt simple.

64^{e}. Règle d'intérêt composée.

65^{e}. Règle d'escompte.

66^{e} et 67^{e}. Règle de société.

68^{e} et 69^{e}. Des caisses d'épargne et de prévoyance.

70^{e}. Formation des carrés.

71^{e} et 72^{e}. Extraction des racines carrées.

73^{e}. Formation des cubes.

74^{e} et 75^{e}. Extraction des racines cubiques.

76^{e} et 77^{e}. Progressions ; - Leurs propriétés principales.

78^{e}, 79^{e} et 80^{e}. Théorie et usage des logarithmes.

Article 3. Il y aura deux leçons par semaine, de deux heures chacune, pendant les dix premiers mois de l'année scolaire ; dans l'intervalle entre deux leçons, les élèves consacreront une étude d'une heure au moins à la rédaction de la leçon précédente et à la solution des problèmes donnés.

Article 4. Le temps qui restera jusqu'au vacances, après les quarante premières semaines, sera employé sous la direction du professeur, à des exercices de vive voix et au tableau sur l'objet des leçons. Tous les élèves devront être interrogés successivement, avec faculté de se reprendre les uns les autres.

Article 5. Dans la deuxième, et s'il y a lieu, dans la troisième année du cours normal, les élèves – maîtres seront exercés à faire des opérations usuelles de l'arithmétique, à mesure que les leçons de géométrie, d'arpentage, de toisé des surfaces et des solides, et autres leçons relatives aux éléments des sciences, leur en fourniront l'occasion.

Article 6. Les commissions d'examen ne dépasseront pas le n° 57 du programme ci-dessus, lorsque les candidats aspireront seulement au brevet élémentaire. Elles épuiseront la série des numéros lorsque les candidats se présenteront pour le brevet supérieur.

Le programme s'inspire dans ses grandes lignes du sommaire du traité de Bézout. Il suffit de nous référer à la table des matières du manuel d'arithmétique de Bézout (l'édition de 1848)[65], (le corpus est inaltéré depuis l'origine, voir note) ; le rabattement des décimaux sur les entiers, l'existence des blocs « Nombres entiers et décimaux, opérations et preuves », « Théorie des fractions », « Système métrique et nombres complexes », « Théorie des proportions », « Applications aux opérations pratiques » sont des traits communs. La résistance des progressions et logarithmes dans le programme d'arithmétique est encore marquante ; Lacroix intègre ces rubriques à son cours d'algèbre. Certes, nous identifions quelques aménagements dans l'organisation du texte du savoir, une importance plus grande attribuée aux objets du système métrique. Dans le traité de Bézout, les objets « système métrique » et « applications du calcul sur les nombres complexes », introduits en annexe pour la première fois dans l'édition de 1795, repris mais modifiés en terme de contenu en 1801 sont finalement intégrés dans les éditions ultérieures (suscitant de fait un décalage dans l'ordre de numérotation de la suite des paragraphes qui constituent le corpus (le système métrique est exposé brièvement dans le paragraphe 30 b.

Le sommaire du traité, fidèle donc au découpage initial du traité et à son contenu se présente ainsi :

Notions préliminaires sur la nature et les diverses espèces de nombres.

***De la numération et des décimales*.**

***Du système métrique*.**

Des opérations de l'arithmétique.

De l'addition des nombres entiers et des parties décimales.

De la soustraction des nombres entiers et des parties décimales.

De la preuve de l'addition et de la soustraction.

De la multiplication.

De la multiplication par un nombre d'un seul chiffre.

De la multiplication par un nombre de plusieurs chiffres.

De la multiplication des parties décimales.

Sur quelques usages de la multiplication.

De la division des nombres entiers et des parties décimales.

De la division d'un nombre composé de plusieurs chiffres, par un nombre qui n'en a qu'un.

De la division par un nombre de plusieurs chiffres.

Moyen d'abréger la méthode précédente.

---

[65] « Eléments d'arithmétique de Bézout, réimprimé conformément à l'arrêté du ministre de l'instruction publique sur le texte de 1781, la dernière publiée du vivant de l'auteur, et sans autre modifications que l'introduction du système métrique et l'application du calcul des nombres complexes aux monnaies et mesures des Pays Etrangers, par M. Caillet, Professeur de Mathématiques, Paris, Dezobry, E. Magdeleine et C, Libraires- Editeurs.

De la division des parties décimales.

Preuve de la multiplication et de la division.

Preuve par 9.

Quelques usages de la règle précédente.

Des fractions.

Des entiers considérés sous la forme de fraction.

Des changements qu'on peut faire subir aux deux termes d'une fraction sans changer sa valeur.

Réduction des fractions à un même dénominateur.

Réduction des fractions à leur plus simple expression.

Différentes manières dont on peut envisager une fraction, et conséquences qu'on peut en tirer.

Des opérations d'arithmétique sur les fractions.

De l'addition des fractions.

De la soustraction des fractions.

De la multiplication des fractions.

Division des fractions.

Quelques applications des règles précédentes.

Des nombres complexes.

Table des unités de quelques espèces, et caractères par lesquels on représente ces diverses unités.

Addition des nombres complexes.

Soustraction des nombres complexes.

Multiplication des nombres complexes.

Division d'un nombre complexe par un nombre incomplexe.

Division d'un nombre complexe par un nombre complexe.

De la formation des nombres carrés et de l'extraction de leur racine.

De la formation des nombres cubes et de l'extraction de leur racine

Des raisons, proportions et progressions, et de quelques règles qui en dépendent.

Propriétés des progressions arithmétiques.

Propriétés des progressions géométriques.

Usage des propositions précédentes.

De la règle de trois directe et simple.

De la règle de trois inverse et simple.

De la règle de trois composée.

De la règle de société.

Remarque au sujet de la règle précédente.

De quelques autres règles dépendant des proportions.

De la règle d'alliage.

Des progressions arithmétiques.

Des progressions géométriques.

Des logarithmes.

Table des logarithmes naturels depuis 1 jusqu'à 200.

Propriétés des logarithmes.

Usages des logarithmes.

Des nombres dont les logarithmes ne se trouvent point dans les tables.

Des logarithmes dont les nombres ne se trouvent point dans les tables.

Remarque . – Des compléments arithmétiques.

Tableau des principales monnaies étrangères.

Tableaux des poids et mesures des pays étrangers.

Le programme peut se démarquer par l'absence de la preuve par neuf et par celles des opérations abrégés : par contre, les fractions périodiques ne sont pas évoquées dans le traité de Bézout ; la détermination du pgcd est présente dans le traité, mais en petits caractères : elle ne traduit pas le caractère de nécessité que peut révéler le programme. Si la prédominance d'une arithmétique élémentaire, au sens de Lagrange et utilitaire (insistance sur le système métrique et les nombres complexes) est avérée, l'existence d'une arithmétique plus théorique apparaît toutefois comme légitime puisque exigible pour le brevet élémentaire : elle est numérotée avant la 57ème position. Cette légitimité peut s'expliquer par la nécessité d'abréger les procédés de simplification des fractions et de maîtriser les calculs que génèrent les paragraphes qui suivent. Spécifiques encore du programme, apparaissent deux paragraphes portant sur les caisses d'épargne et de prévoyance ; il nous faut rappeler que le statut légal des premières a été adopté en 1835, et qu'elles bénéficient de la garantie de l'Etat depuis 1837. La sensibilité du programme au contexte social et politique peut sembler avérée.

Il convient de souligner encore la posture des législateurs quant à la théorie des rapports et proportions. Le traité de Reynaud sur lequel nous reviendrons, « élémentarisation en quelque sorte du traité de Bézout, pour l'enseignement secondaire, se caractérise notamment par l'éviction de cette théorie au profit de la méthode dite de réduction par l'unité ; il apparaît donc que l'usage antérieur de ce manuel dans certaines écoles normales (celle de Paris en l'occurrence) ne puisse justifier en 1838 l'existence officielle de cette méthode.

Eclairant peut-être les débats qui ont conduit à l'adoption de ce programme pratiquement calqué sur le sommaire du traité de Bézout, les rédacteurs du Manuel général illustrent les actions et les polémiques que peuvent produire la définition d'une discipline scolaire primaire.

L'étude de certains extraits de cet organe officiel jusqu'en 1840, permet d'une part, d'identifier l'action de ses rédacteurs pour répandre l'enseignement du nouveau système métrique : la partie officielle du Manuel publie toutes les circulaires du Ministère de l'Instruction publique, relatives à la diffusion du système métrique (envoi de « collections de tous les poids et mesures à toutes les écoles normales 1er décembre 1838, par exemple..) ; la partie non officielle, qui présente les méthodes, procédés pédagogiques, exercices pratiques, bulletin bibliographique, etc., comporte un redoutable appareil critique de tous les manuels d'arithmétique permettant de juger de leur adéquation aux programmes officiels.

Cette étude permet encore d'appréhender les inquiétudes des rédacteurs quant aux exigences d'un savoir primaire et de sa transmission. Parce que la fonction de la résolution de problèmes apparaît fondamentale, au même titre que la rédaction des leçons exposées, les méthodes de raisonnement doivent répondre à des critères d'exigence : la polémique sur la pertinence de la méthode de réduction par l'unité ne peut être évitée. Si les questions relatives à la théorie des rapports et proportions, aux diverses règles sont apparemment réservées aux épreuves du brevet supérieur, elles n'en sont pas moins traitées en totalité lors de la première année. Un rédacteur (H. S., Henri Sonnet[66], peut-être) du Manuel met en évidence, dès 1837, (novembre 1837) la vigueur des débats que peut soulever la question des méthodes de résolution des problèmes. Son article, intitulé « De l'emploi des proportions dans les problèmes d'arithmétique » commence ainsi :

« Supposons qu'on nous fasse cette question très simple : 3 aunes d'étoffe ont coûté 19 f, 50 ; combien coûtent 7 aunes de la même étoffe ? On voit sur le champ qu'il doit y a avoir entre le prix le même rapport qu'entre les nombres d'aunes ; en représentant par x le prix cherché, on aura donc : $3^{aunes} : 7^{aunes} :: 19^{f}, 50 : x$; *le produit des moyens est 136f, 50, en le divisant par le premier extrême, on trouve 45f, 50 ; c'est le prix demandé. Je ne sais ce que cette solution peut laisser à désirer sous le rapport de la rigueur et de la clarté, ou offrir de dangereux pour l'esprit de l'élève ; voici celle qu'on lui substitue. Puisque 3 aunes, dit-on, ont coûté 19f, 50, une aune constituerait le tiers de 19f, 50 ; en divisant 19f, 50 par 3, on aura le prix de l'aune. On trouve 6f, 50 ; or puisqu'une aune coûterait 6f, 50 , il s'en suit que 7 aunes coûteront 7 fois 6f, 50. En multipliant 7 fois 6f, 50, on aura le prix de 7 aunes. On trouve ainsi 45f, 50 comme ci- dessus ».* Et l'auteur d'en dégager le caractère « vicieux », n'évitant pas la proportionnalité mais la convoquant deux fois, par des questions intermédiaires et indirectes. Ainsi, reprend il : « *Telle est la méthode qu'un auteur justement estimé, M. le baron Reynaud, déclare gravement avoir <u>trouvé</u> en 1800, et, qui, sous le nom de « Méthode de l'unité » est devenu l'objet d'une prédilection toute particulière. Nous ne cherchons pas à rabaisser le mérite de la découverte, nous nous contenterons d'observer qu'il n'eût tenu qu'à l'inventeur de trouver cette méthode beaucoup plus tôt, puisqu'elle est employée de temps immémoriale*

[66] H. Sonnet, futur rédacteur de nombreux articles mathématiques du Dictionnaire Pédagogique, sous la direction de F. Buisson. Agrégé des sciences, il vient de reintégrer l'Instruction publique, comme suppléant au collège Saint Louis.

par toutes les personnes qui n'ont aucune idée d'arithmétique. […] Il faudrait donc nous hâter de recourir aux supputations naïves de la classe ignorante. […] Pour moi, je vois dans la popularité même de la méthode de réduction à l'unité un argument de plus en faveur des proportions ». L'auteur élude la possible difficulté liée à la question de l'exposition de la théorie des proportions : *« Ce qui caractérise particulièrement l'enseignement actuel, c'est de ne pouvoir aborder une question sans l'épuiser, et de croire n'avoir rien dit, quand on n' a pas tout dit, ou quand on ne l'a pas dit de toutes les manières possibles »,* avant de décocher sa dernière flèche : Par quels intermédiaires ridicules passer pour résoudre « *7 chevaux ont consommé en 1 jour 136 livres de fourrage, combien faudrait-il de chevaux pour consommer 408 livres de fourrage dans le même temps ? ».*

Si nous ne pouvons trouver trace de l'intérêt que peuvent porter les rédacteurs du Manuel aux savoirs relatifs à la composante théorique de l'arithmétique, la question de la résolution de problèmes « pratiques » sur les mesures apparaît comme déterminante dans les progrès de l'Instruction primaire : dès décembre 1837, sont exposés des problèmes avec leurs solutions. Extraits de l'ouvrage de M. Sagey, ancien élève de l'Ecole normale « Problèmes d'arithmétiques et exercices de calcul- Paris Hachette (date ?) », les énoncés sont traités de façon à ce que les solutions se présentent comme des leçons écrites : « *Au lieu de l'explication strictement nécessaire pour résoudre les problèmes, nous irons pas à pas, en faisant des pauses à chaque point intermédiaire ».* En effet, souligne l'auteur, ce n'est pas faute d'une « instruction suffisante », mais par « absence du talent d'exposer, qui est la qualité essentielle de l'instituteur » que l'enseignement ne porte pas les fruits escomptés ; « *Il ne faut pas être avare de mots pour faire pénétrer quelque chose dans l'intelligence des enfants ».*

Ces observations qui peuvent d'une certaine façon éclairer l'esquisse d'une organisation didactique dans les écoles normales – rédaction de la leçon (la capacité à bien exposer est première) – résolution de problèmes (activité emblématique de la fonction utilitaire de l'arithmétique) – exercices de vive voix (le discours doit favoriser la compréhension). Du point de vue de l'organisation mathématique, s'il semble avéré que les exigences du programme ne dénotent pas avec celles d'un traité classique, il reste une marge d'interprétation en ce qui concerne les rapports et proportions. Les notices bibliographiques du Manuel attestent de l'existence de manuels pour les écoles communales dont les exigences sont variables ; un certain consensus semble se dégager quant à la légitimité des règles de trois simple, composée, d'intérêt et de mélange ; l'usage des proportions est plus controversée…Quelle peut être la technologie, si elle existe, qui éclaire alors ces règles, si ce n'est celle d'un raisonnement de type réduction à l'unité ?

Les rédacteurs du Manuel montrent de façon évidente les rapports qui subordonnent les programmes des écoles primaires à ce programme des écoles normales ; Guizot écrivait dans une circulaire adressée le 11 octobre 1834 aux directeurs d'Ecoles normales primaires : « *C'est dans les Ecoles normales que se prépare l'avenir des écoles primaires* » , l'ouvrage rédigé par M.L. Lamotte, *Système légal des poids et mesures* , rédigé conformément à la loi sur l'Instruction primaire, destiné aux écoles primaires, aux pensions, aux institutions et aux collèges, autorisé par le Conseil Royal de l'Instruction publique reprend explicitement dans sa 6ème édition de 1838, tous les intitulés du programme relatif au système métrique, c'est à dire les paragraphes 35 à 43. Fort de plus de 80000 exemplaires déjà sortis des presses de l'imprimerie, accompagné de 12 tableaux du système légal des poids et des mesures, de prix modique (1f, 50), il constitue, avec le recours de maîtres formés un des meilleurs vecteurs de l'unification nationale.

Les programmes de l'enseignement primaire (élémentaire et supérieur) sont donc subordonnés à celui des écoles normales.

Le découpage du programme qui définit celui des deux brevets : élémentaire (jusqu'au rapports et proportions, non compris) ; supérieur (en totalité, jusqu'aux logarithmes) distingue en fait les deux types d'enseignement.

Le programme, envisagé dans sa totalité, définit dans ses principes un découpage temporel calqué sur le découpage du savoir : il y a émergence « théorique » d'un temps du savoir spécifique à l'institution de formation des maîtres. La numérotation des leçons, leur durée, leur répartition tout au long du temps de la première année de formation tendent à uniformiser un temps du savoir « normal ». Les faits démentent bientôt la pertinence de cette organisation.

Mais avant de nous attacher à l'examen de ces faits et de leur origine, il n'est pas anodin de souligner que la pédagogie, revendiquée comme affaire d'Etat avec l'instauration généralisée de la méthode simultanée de Lamotte et Lorrain, peut présenter une certaine ouverture libérale du moins en ce qui concerne l'apprentissage de l'arithmétique.

2.7. B. La pédagogie normale : d'un catalogue d'ouvrages éclectiques à l'élaboration de manuels spécifiques :

Le « catalogue des livres qui doivent composer la bibliothèque des écoles normales », daté du 9 juin 1835, est communiqué aux recteurs le 20 février 1836. Nous pouvons identifier les ouvrages d'arithmétique conformes aux intentions didactiques du régime, ouvrages dont certains sont effectivement en usage dans les écoles normales. Ainsi, sous l'intitulé « Arithmétique, géométrie et application » sont répertoriés :

Arithmétique de Bézout ; Arithmétique de Vernier ; les géométries de Vernier – Legendre – de Bergery ; la géométrie pratique de Desnanot ; le dessin linéaire de Francoeur, Lamotte, Boniface et Bouillon ; arpentage et levé de plan par Lamotte ; Tableau d'arpentage par Caubert de Rouen ; tables de logarithmes par Callet. Réunissant ouvrages du secondaire (Bézout, Legendre), des ouvrages spécifiquement rédigés par des proches de Guizot (Lamotte) notamment en géométrie, ou par Vernier, cette liste ne révèle pas, du moins en arithmétique, avant 1838, un clivage profond avec l'arithmétique « classique ».

Nous éludons les méthodes pour lire et écrire en grand nombre, les éléments de langue française (discipline nouvelle dans les programmes) qui comportent en dehors d'ouvrages « techniques » (grammaire, vocabulaire) des œuvres ou extraits littéraires (Bossuet, Fénelon, La Fontaine, Boileau …) : nous ne les citerons pas, mais leur part est considérable ; la culture primaire s'élargit assurément. Les ouvrages de sciences contribuent aussi à ce nouvel éclairage.

La liste fournit ensuite une suite non négligeable d'ouvrages pédagogiques. Sous l'intitulé Pédagogie (méthodes d'enseignement et principes d'éducation) sont relevés :

De l'éducation des enfants, par Locke ;

De l'éducation des filles, par Fénelon ;

De l'éducation progressive, par Mr Necker de Saussure ;

Entretien sur l'éducation, par Moeder ;

Cours normal des instituteurs, par De Gérando ;

Cours normal des instituteurs, par Melle Sauvan ;

Manuel de l'Instruction primaire ou principes généraux de pédagogie, par Matter ;

Le visiteur des écoles, par Matter ;

Exposé analytique des Méthodes de l'abbé Gauthier, par L. de Jussieu ;

Instructions sur une bonne méthode d'enseignement primaire, par Levrault ;

Lettre sur l'éducation religieuse, par Deluc ;

Rapport sur l'état de l'instruction primaire en Allemagne, par V. Cousin ;

Rapport au Roi sur l'état de l'instruction primaire en France, par Mr le Ministre de l'instruction publique, 1834 ;

Journal des salles d'asiles ;

Guides des écoles primaires ;

Code de l'instruction primaire ;

Manuel général de l'instruction primaire

L'instituteur, journal des Ecoles primaires.

Une lecture linéaire distingue évidemment des ouvrages prônant des principes d'éducation, d'autres proposant plus pragmatiquement des pratiques d'enseignement, des méthodes éprouvées, puis encore des analyses susceptibles d'éclairer pour les maîtres, la situation de l'instruction primaire dans un cadre plus large, d'introduire des perspectives pour l'enseignement à venir, et enfin des guides, journaux pédagogiques dont les auteurs sont les acteurs du système en réalisation (inspecteurs, instituteurs…). Cette lecture, comme l'intitulé du paragraphe, met essentiellement en évidence le rapport étroit entre principes d'éducation et méthodes. Dans la perspective qu'ouvre la cohérence qui semble unir ces divers ouvrages, les principes d'éducation nourrissent les méthodes d'enseignement et l'efficience des méthodes déjà attestée dans le passé confère à ces principes leur légitimité institutionnelle : il n'y a pas juxtaposition, il y a conjonction.

Nous pouvons distinguer dans ce corpus d'ouvrages une dimension de l'intention didactique des législateurs (s'il nous est permis de la dénommer ainsi). L'ensemble des ouvrages a pour fonction de former les maîtres (normaliens, mais aussi instituteurs en fonction invités hors du temps scolaire à venir se perfectionner) : sur certains, cours, guides… reposent la composante plus procédurale de l'apprentissage des méthodes, les techniques, les savoir faire, mais les autres jouent, semble t-il, un autre rôle ; c'est en se pénétrant des principes d'éducation, des analyses passées, qui justement expliquent, produisent et justifient ces pratiques, que l'enseignant, futur ou en fonction, accomplit sa formation dans sa totalité. L'organisation « didactique » qui se dessine à travers l'emploi qui peut être fait de ces manuels, s'apparente à une organisation modélisable en terme de tâches prescrites et techniques (il s'agit d'user des méthodes autorisées) et d'environnement technologico-théorique (les principes d'éducation). La question de la mise en œuvre de cette organisation reste toutefois ouverte ?

Cet aspect est novateur, car relevant de la seule responsabilité de l'Etat. L'éducation religieuse n'est pas absente, mais sa présence minoritaire met simplement, en arrière plan, l'influence de l'Eglise sur cette possible organisation.

La présence du Manuel Général pour l'instruction primaire étaye cette hypothèse : nous savons qu'il conduira, sous l'influence de son directeur, Lorrain, à l'éviction de la méthode mutuelle, au seul profit de la « méthode simultanée » dont il est le co-rédacteur et donc au retrait plus ou moins explicite des « cours normaux » de Gérando, ou Melle Sauvan. La formation pédagogique des maîtres présente donc deux caractéristiques. Tout d'abord, elle est étroitement contrôlé, à partir d'une liste d'ouvrages autorisés : la disposition que certains inspecteurs de l'instruction primaire montrent pour publier de leur propre chef livres ou journaux ne sera pas toujours approuvée : seule l'Université peut assurer la conformité des manuels. Notons par exemple, que Salvandy rappelle à l'ordre, dans une circulaire datée du 8 décembre 1838, ces rédacteurs pleins de bonne volonté mais dérogeant à l'autorité unique de l'Université. (Leur lourde tâche doit suffire à les occuper, ils n'ont pas à prendre d'initiatives en ce sens). D'autre part, il convient de remarquer que si la pédagogie repose sur l'articulation entre principes d'éducation et méthodes d'enseignement, cette articulation est à la charge du directeur d'école normale : aucun des ouvrages ne présente explicitement un caractère pédagogique, qui lui conférerait la fonction d'un guide dans l'acte d'enseignement. Le Manuel général, le journal de l'instituteur, vont en partie assurer cette fonction ; périodiques, ils ne peuvent toutefois constituer une synthèse de la pédagogie sur laquelle repose la viabilité de l'enseignement primaire public. Nous n'avons pas trouvé trace d'un catalogue modifié, actualisé : toutefois, la diffusion de la « méthode simultanée » de Lorrain et Lamotte est attestée[67], un ouvrage à proprement parler pédagogique connaît un fort succès[68] après sa publication en 1842. A. Rendu, fils du législateur, rédige en 1842, un « Cours de pédagogie, ou principes d'éducation publique, à l'usage des écoles normales et des instituteurs primaires », Paris, Garnier Fr., s.d. Le rédacteur du Dictionnaire Pédagogique (tome 1, 1887) qui écrit la notice biographique de l'auteur, en fait l'apologie (p. 2575): « *pour la première fois, depuis la création des écoles normales, les notions essentielles de la pédagogie et de l'esthétique* (sic), *étaient mises à la portée des futurs instituteurs »*. Les quelques extraits que nous avons pu lire dans l'ouvrage de G. Vincent[69], éclairent une conception de la culture arithmétique voisine en bien des points de celle de Condorcet. Les principes premiers tout d'abord : A. Rendu écrit page 158. *« C'est surtout en enseignant l'arithmétique qu'il faut avoir égard aux grands principes dont nous avons déjà parler à propos de l'enseignement en général. On n'a rien fait, tant que l'on n'a pas été parfaitement compris. Le sens et la raison peuvent seuls, faire avancer[70] ».*

Les méthodes ensuite : le calcul sur les objets est la propédeutique à l'abstraction et à l'analyse. Il écrit page 159 : *« Il est nécessaire de changer en calculs abstraits, cette arithmétique sensible et tangible… Il faut exercer l'esprit des enfants à découvrir la vérité de quelque proposition abstraite[71] ».*

---

[67] C. Lelièvre, Histoire des instituions scolaires (depuis 1789), Nathan Pédagogie (2002), p. 78.
[68] A. Rendu(f) : Article du dictionnaire pédagogique (1887), tome 1, p. 2575. (non signé)
[69] G. Vincent, L'école primaire française, étude sociologique, Lyon, P. U. de Lyon, éd. Maison des sciences de l'homme (1980)
[70] *ibid.* p. 134.
[71] *Ibid.* p. 134.

Et enfin, l'arithmétique se fait vecteur des valeurs morales, et garantit la rationalité de l'individu ; elle lui assure l' « aisance sociale ».

Il écrit page 136 : « *Si les instituteurs ont soin de faire calculer aux enfants les tristes résultats économiques que produisent les vices et les effets avantageux d'une conduite régulière et sage, ils contribueront à l'amélioration des mœurs, ce qui finalement est le but de tout enseignement. [...] Le résultat de l'arithmétique, lorsqu'elle est bien conduite, est d'introduire cet esprit de calcul qui manque souvent aux ménages, qui est la cause d'une infinité de méprises très nuisibles pour l'économie domestique, et qui par contre coup, amène le dérangement des familles, la perte de leur patrimoine et tous les désordres qui s'en suivent. L'esprit calculateur vient à l'appui de la sagesse* [72] *».*

En définissant les principes et les finalités d'une pédagogie spéciale à l'arithmétique, mais participant encore de l'éducation générale, A. Rendu fils, annonce l'émergence d'une arithmétique non circonscrite à un ensemble de techniques à maîtriser. La « discipline scolaire », qu'esquisse l'auteur, se fonde sur un savoir qui en appelle à l'abstraction, à la raison, elle trouve sa légitimité dans une finalité sociale, qui n'écarte pas l'intérêt particulier du sujet. Nous pouvons considérer que de ce point de vue, la fonction éducative et utilitaire de l'arithmétique lui confère une légitimité que ne peut remettre en question aucune doctrine dogmatique.

Si la pédagogie « normale » commence réellement à être enseignée à partir de 1837, elle ne peut garantir la compatibilité des écoles normales avec l'environnement sociétal, c'est à dire avec les intentions didactiques des législateurs, c'est ce que révèle l'esprit réformiste des législateurs, à partir de 1838.

<u>2.7.C. Les vicissitudes des programmes des écoles normales : entre contraintes idéologiques et obstacles pédagogiques, le devenir du programme d'arithmétique.</u>

Le programme édicté le 26 octobre 1838 devait satisfaire à deux contraintes institutionnelles : garantir l'unification des plans d'études, en les élargissant parfois dans certaines écoles, en limitant leurs ambitions dans d'autres ; instaurer un quadrillage temporel susceptible de régler les conduites des élèves-maîtres, de les « assujettir à des règles générales », de les animer « d'un même esprit », de leur donner des « habitudes de simplicité, de frugalité et de travail personnel » conformément aux prescriptions de la circulaire aux directeurs d'écoles normales(11 octobre 1834). Il nous faut noter que les premières Ecoles normales d'institutrices bénéficient de ce contexte idéologique, puisqu'elles naissent pendant

---

[72] *Ibid.* p. 162

cette période (entre 1838 et 1842). Cinq écoles sont créées, et faute de subvention une trentaine de cours normaux.

En ce qui concerne la définition du plan d'étude, les deux dérives sont constatées. Le 5 janvier 1836, un avis porte, par exemple, que la théorie des fractions ordinaires fait nécessairement partie de l'enseignement primaire, et par conséquent des examens que subissent ceux qui se destinent à l'enseignement. Au contraire, la présence de professeurs du secondaire dans les écoles normales, tend à développer l'enseignement scientifique hors « des programmes qui en déterminent les objets et les formes » (Guizot, 11 octobre 1834, circulaire aux directeurs d'écoles normales).

Par ailleurs, l'appareil d'évaluation intermédiaire, l'examen de fin de première année, (article 25 de la loi du 28 juin 1833), devient explicitement sélectif. Il permet de choisir dès la première année, les élèves-maîtres qui postuleront en fin de cursus pour le brevet supérieur, les autres limitant leurs ambitions à l'obtention du brevet inférieur.

L'arrêté relatif aux examens des écoles normales primaires édicté le 17 juillet 1838, c'est à dire juste avant la publication des programmes de mathématiques, stipule (article 1), en effet que l'examen de « la première année du cours normal portera sur toutes les matières que doit comprendre l'examen pour le brevet de capacité élémentaire aux termes du règlement du 19 juillet 1833 », qu'il sera donc dressé deux listes regroupant respectivement les postulants au brevet supérieurs et les autres (article 2) ; les programmes devront être adaptés aux élèves selon leur destination particulière (article 3). Le plan d'études des élèves-maîtres destinés à ne postuler que pour le brevet élémentaire, se calque donc, en regard du programme de 1838, sur le programme des écoles élémentaires.

Révélatrice encore des difficultés que rencontre l'organisation des Ecoles normales primaire, une question[73] est mise au concours par l'Académie des sciences morales et politiques, dès 1838 : « *Quels perfectionnement pourraient recevoir l'institution des Ecoles normales dans ses rapports avec l'éducation de la jeunesse ?* ». Il n'est pas anodin de souligner que ce n'est pas sur l'instruction à proprement parler, mais sur l'éducation que se cristallisent les préoccupations des législateurs.

Les analyses font ressortir d'une part, les contraintes institutionnelles, qui garantissent la légitimité culturelle de l'institution, d'autre part, les contraintes sociales et internes à l'institution qui compromettent sa viabilité.

[73] M. Gontard, La question des Ecoles normales primaires de 1789 à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, (non daté), p. 39.

Pour les premières, c'est le philosophe Jouffroy, rapporteur qui souligne cette légitimité culturelle dans un syllogisme imparable : *L'action de l'Etat s'exerce par les maîtres, les maîtres se forment dans les Ecoles normales, les écoles normales sont donc le ressort qui imprime le mouvement de l'Institution…C'est donc une grande, une immense question que celle de l'éducation de l'instituteur*[74] *».*

Si la nécessaire existence des Ecoles normales reste un point acquis, la question de l'instruction est une fois encore négligée, au profit de la seule éducation. C'est en effet, sur ce sujet, que se révèle la distance entre deux conceptions du métier d'instituteur : la formation des écoles normales ne répond plus aux attentes des législateurs. Quel est l'instituteur auquel s'adresse Guizot, dans sa « Circulaire aux instituteurs », le 4 juillet 1833 ? Dans l'exposé des motifs de la loi, ce dernier insiste certes sur l'importance de sa fonction publique : c'est par lui que « *L'instruction primaire universelle est désormais une des garanties de l'ordre et de la stabilité sociale* », mais cet éducateur appelé à partager la responsabilité du père de famille quant à l'éducation des enfants ne peut prétendre qu'au « digne salaire que donne (sa) conscience seule ». L'instituteur est soutenu « *par un sentiment profond de l'importance morale de ses travaux. […] C'est sa gloire de ne prétendre à rien au delà de son obscure et laborieuse condition, de s'épuiser en sacrifices à peine comptés de ceux qui en profitent, de travailler enfin pour les hommes et de n'attendre de récompense que de Dieu* ». Les normaliens, plus ouverts au monde (notamment grâce à l'existence des externats) ne peuvent que s'irriter de la distorsion entre leur culture « bourgeoise » et les conditions de vie que leur promet leur formation : celle d'un maître d'école de village sans espoir de progression. L'institution forme donc des déclassés qui n'aspirent qu'à rompre le contrat qui les lient à l'institution (échec volontaire au brevet, évasion vers des activités mieux rémunérées).

Une contrainte liée à l'organisation même de l'institution remet en question l'efficacité de la formation : il s'agit du quadrillage temporel dans lequel doit s'inscrire le temps de l'étude dans les Ecoles normales. Si la réforme des études va de pair avec le renforcement de l'éducation morale et disciplinaire, si elle se traduit par une surveillance accrue de la conduite des sujets de l'Institution dès 1837, l'incompatibilité de l'organisation temporelle de l'étude avec une formation opérationnelle n'est clairement dénoncée qu'en 1847, dans le rapport d'une commission présidée par A. rendu. Cette commission, constituée par arrêté le 2 septembre 1845, a pour objet de transformer l'esprit des écoles normales en modifiant le programme général des études, elle doit proposer les éléments permettant de statuer sur la réforme. Celle-ci, sans attendre, s'est déjà appliquée progressivement : l'ambition sinon

[74] *Ibid.* p. 40

l'étendue des programmes a déjà été réduite, à travers des mesures successives. C'est d'abord, un rappel au respect rigoureux des programmes de sciences (1837), l'allègement des programmes d'histoire et géographie (1838). La circulaire du 8 décembre 1843 insiste largement sur le principe que l'enseignement scientifique « ne s'élève jamais au dessus des éléments ». Pour l'arithmétique, les élèves « doivent posséder les raisonnements par lesquels on démontre les quatre opérations fondamentales appliquées aux nombres entiers et fractionnaires ; pour la géométrie, « il faut qu'ils connaissent d'une manière complète l'égalité et la proportion des figures, la mesure des aires et des volumes [..] Dans tous ces domaines, de plus grands développements, loin d'être utiles, iraient directement contre le but qu'on se propose, qui est, je le répète de former des jeunes gens sachant bien ce qu'il est nécessaire qu'ils sachent ».

Mais cette révision des programmes, qui élimine toute tentative de développement « désintéressé » des études, n'est pas le seul facteur déterminant pour réformer l'esprit des écoles normales : c'est ce que met en évidence A. Rendu. Dans son rapport[75], il note, en effet, la disparité du nombre de leçons, de leur durée, selon les années et les établissements : son souci est d'ordre pédagogique. Ainsi, il relève « […] *dans l'organisation des études, il faut avoir égard au degré de développement des élèves et à la faculté qui doit en résulter pour le travail solitaire […] les leçons doivent être plus nombreuses dans la première année que dans les années suivantes où les élèves sont plus avancés et mieux en état de travailler seu*ls ». Il préconise, contrairement à ce qui est pratiqué « […] *que les leçons devront avoir une durée d'une heure et demi pour toutes les branches d'instruction où il y a un exposé des faits et de principes […] telles que l'instruction morale et religieuse, la pédagogie, la langue française, l'arithmétique, la géométrie, les sciences physiques et naturelles etc. Toutes les leçons auraient au contraire une durée d'une heure seulement pour les enseignements qui ne donnent guère lieu qu'à des exercices pratiques comme la musique, etc.* ». Le temps de l'étude, son organisation, comme les objets d'enseignement doivent être pensés dans la perspective qui les légitime : le temps du savoir pour tous les élèves-maîtres doit advenir dans un cadre temporel unifié, réglé non plus strictement en fonction d'un programme officiel qui prévoit des leçons d'une durée de deux heures réparties hebdomadairement, mais adapté à un rythme qui tient compte des besoins des élèves. Il s'agit de réguler le temps de l'étude de façon, certes

[75] Rapport de la commission chargée de la révision du programme d'enseignement dans les écoles normales primaire, A. Rendu, in A. Chervel, l'enseignement du français à l'école primaire, 1789-1879, T. O, INRP Economica (1992), p. 150.

uniforme, mais aussi de le réorganiser en fonction de la nature des savoirs et des facultés d'attention et de réflexion qu'ils imposent de la part des élèves.

Les conclusions de ce rapport accueillies favorablement par les Recteurs, remises par contre en question par les Directeurs d'écoles normales et les instituteurs qui s'inquiètent des allègements de programmes, nourrissent en partie, un projet de loi sur l'instruction primaire proposé par Salvandy, le 31 mars 1847. Le projet, sous la pression du contexte politique, n'aboutit pas. Quoiqu'il en soit, cet épisode révèle que ce sont bien les plans d'études des écoles normales qui pilotent ceux de l'enseignement primaire.

En conclusion, c'est sous la Monarchie de Juillet que s'engage le processus constitutif de l'édifice primaire. Les législateurs définissent, à défaut de toutes les instaurer les conditions de sa viabilité. Le système d'enseignement public primaire est novateur dans ses principes : la fonction sociale qui le motive est explicitement pensé en direction d'une société sécularisée. Relevant de la seule autorité de l'Etat, le système est fondée sur une doctrine politique qui concède à l'Eglise une influence culturelle tout en l'assujettissant à l'organisation d'un service d'enseignement public. La doctrine trouve son expression dans les finalités de l'enseignement primaire, c'est à dire la transmission d'un ensemble d'objets d'enseignement choisis par la société, suivant une méthode d'enseignement qui assure la conformité de cette transmission avec les enjeux didactiques de l'Etat. Parmi les conditions qui peuvent assurer la diffusion de cette doctrine et donc l'existence d'un service d'enseignement public, les législateurs opèrent un choix stratégique, qui prend en compte non seulement l'environnement sociétal, mais aussi la variable temporelle.

L'institution Normale est la première œuvre de la politique éducative de Guizot, parce qu'elle est définie comme l'organe qui peut piloter l'ensemble du système primaire : la loi Guizot, qui organise l'enseignement primaire est seconde chronologiquement, parce qu'elle exige une normalisation dont peut être garante en premier lieu, une Ecole normale non encore institutionnalisée. La Charte des Ecoles normales en 1832 légitime l'existence de ces dernières, en exhibant les deux conditions qui fondent sa nécessité : organe de l'Etat, assujettie à un réseau de surveillance tentaculaire, elle garantit la stabilité de l'ordre moral et social ; par ses plans d'études élargis, elle répond à des impératifs économiques et politiques, le développement industriel, commercial, rural du Royaume et l'existence des cours d'adultes que génère ce développement, l'élargissement du suffrage universel ; ces contraintes sociales exigent une instruction primaire plus étendue. Institution de formation des élèves-maîtres, sa mission ne se limite pas à la formation initiale ; ouverte aux instituteurs en fonction, elle assure encore la formation continuée de ces derniers (conférences pédagogiques, cours suivis en externat, ou pendant les vacances scolaires).

Le plan d'études des écoles normales, élargi, bien que grossièrement défini, cautionne dans un second temps, la transformation des brevets de capacité, en deux brevets élémentaire et supérieur, et par suite l'existence d'un système d'enseignement primaire scindé en deux degrés.

Les législateurs renforcent encore les conditions de viabilité du système, qu'avaient déjà tenter d'instaurer les régimes précédents : la diffusion de manuels uniformes et prescrits par l'autorité, la mise en place d'une organisation pédagogique efficiente. Dans un souci de centralisation et d'uniformisation, ils usent du Manuel général, comme d'un levier de commande officiel, créent une administration primaire universitaire, analogue en bien des points à la puissante administration hiérarchisée et centralisée qui régit l'ordre secondaire depuis le 1^er^ Empire. Il en résulte l'avènement d'une unique méthode d'enseignement, la méthode simultanée « sécularisée », et la création d'un corps des inspecteurs primaires départementaux.

Le temps scolaire primaire peut émerger : il s'esquisse à travers « l'application de la méthode simultanée à la classification des études ». Le quadrillage temporel qui tend à s'instaurer par le biais des emplois du temps, du découpage des savoirs en un progression linéaire, apparaît explicitement comme condition nécessaire au bon fonctionnement du système. Ce levier par lequel l'autorité universitaire peut exercer sa fonction de régulation, de surveillance, maîtriser la conformité du système, est aussi celui sur lequel l'Université peut jouer pour créer, ajuster les cadres temporels du système d'enseignement primaire, les insérer dans le temps de la société. Ce travail, dans la durée et sur la durée, n'est certes pas achevé, à la fin de la Monarchie de Juillet. Si le statut sur les écoles primaires élémentaires communales est appliquée dans certaines écoles urbaines, attestant d'une organisation pédagogique efficiente, inscrite dans un espace temps régulé, l'échec relatif des écoles primaires supérieures (la plupart sont annexées aux collèges dès 1840), le courant réformiste qui souffle sur les écoles normales mettent en évidence les obstacles qu'engendre l'imposition d'un temps du savoir dans des institutions totalement nouvelles, ou constituées dans un environnement local particulier. Les écoles primaires élémentaires communales sont certes guidées par une doctrine nouvelle, mais la méthode simultanée, consubstantielle de leur organisation pédagogique, est dotée d'une légitimité double : politiquement et idéologiquement, dans une société ancrée dans une culture judéo-chrétienne, la méthode conjugue l'ancien (la méthode des écoles chrétiennes, éprouvée) et le nouveau, son adaptation à de nouveaux besoins sociaux, légitimes socialement.

Cette période, parce qu'elle est celle des réalisations réellement tangibles d'une législation scolaire élaborée par un régime engagé et relativement stable sur la durée, nous semble donc cruciale pour les raisons suivantes.

Elle montre que le temps didactique, structurellement (le quadrillage temporel du temps du savoir à l'école élémentaire) et fonctionnellement (les organisations temporelles assimilées au temps du savoir, cohérent pour l'école primaire, inadéquat pour l'école primaire supérieur, non homogènes pour l'école normale primaire) trouve les conditions de son émergence et de son existence à venir dans l'histoire des institutions passées et dans la culture de la société.

Elle montre enfin tout simplement que la transmission des savoirs scolaires fonctionne au temps : la répartition raisonnée conduite ici par la méthode simultanée, du temps en fonction des objets d'enseignement tend à se faire savoir scolaire.

La maîtrise de l'Université sur l'organisation temporelle et pédagogique des écoles primaires élémentaire peut sembler sur le point de s'appliquer, mais elle ne le peut sur les écoles normales primaires. Les projets de réforme, dès 1838, attestent de cette situation : l'Ecole normale primaire ne peut devenir Une.

A défaut de cette maîtrise qui soulève dans les faits, la question de la compatibilité des écoles normales avec l'environnement sociétal (non pas local, mais national), une condition qui résulte de cette volonté de réforme se révèle.

Le programme d'arithmétique, qui *a priori* s'apparente dans un premier temps, aux programmes des traités classiques, se définit comme spécifique, sensible aux intentions didactiques d'une société qui tend à normaliser les échanges commerciaux (le système légal des poids et mesures), régler la conduite des citoyens (l'épargne et la prévoyance sont des thèmes d'études). Il relève d'un choix de la société, et à ce titre ne peut être remis en question. L'art d'enseigner l'arithmétique, ne se réduit plus à l'application d'une méthode d'enseignement : la pédagogie devient une matière à enseigner, une pédagogie qui se spécialise suivant les disciplines : le cours de pédagogie d'A. Rendu, publié en 1842, en est un exemple. Il promeut un enseignement de l'arithmétique, composante fort importante dans la mise en œuvre d'une éducation totalisante du futur citoyen.

Cette arithmétique spécifique, empruntant aux traités classiques, mais répondant encore à de nouveaux besoins sociaux, est dotée d'une double légitimité, culturelle et professionnelle. Elle est clairement identifiée comme vecteur d'acculturation : la maîtrise de l'application du système métrique, l'économie domestique, l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques définissent désormais des savoirs emblématiques de la culture populaire en devenir.

Comme il semble possible de le penser, l'arrêté sur le programme d'arithmétique n'étant pas abrogé, le programme d'arithmétique, couvert pendant la première année du cours normal, reste dans la conception des législateurs, partie intégrante des savoirs indispensables ; les modalités de sélection des élèves en fin de première année, la discrimination entre les deux brevets soulignent une tendance : le programme d'enseignement semble se rabattre sur le programme élémentaire pour les candidats au seul brevet élémentaire. La question de la consistance du programme d'arithmétique peut dès lors se poser : la condition qui peut permettre l'existence d'un enseignement de plus haut niveau réside dans l'existence et le développement des cours d'adultes. Elle éclaire un des traits caractéristiques de cet enseignement normal : l'arithmétique enseignée dans les écoles normales n'est pas à seule destination des enfants, son caractère utilitaire l'est aussi pour les adultes, dont les demandes ne se satisfont pas des rudiments.

2.7. D. Les écoles normales primaires : bilan et perspectives.

Dans le projet des législateurs, il devait y avoir uniformisation des écoles normales primaires.

L'Ecole normale primaire doit se subsister progressivement, sans rupture consommée, à des institutions déjà existantes, ayant acquis une légitimité dans leur environnement local. Celles là, fortes d'une viabilité que leur assurent leurs pratiques enracinées dans leur histoire locale, dans leurs expériences passées, ne peuvent se transformer radicalement ; l'esprit de la formation se doit d'être conforme à celui qu'ont défini les législateurs, mais c'est compter sans la robustesse des structures et organisations pédagogiques, compatibles avec leur environnement spécifique sur lesquelles reposent justement leur viabilité. Il est difficilement envisageable que l'autonomie relative qui leur a permis d'émerger, l'émancipation dont elles ont bénéficiée, parce que l'Etat s'était désengagé, soient remis en question par la rigidité des principes qui devait renouveler leur esprit ; la rigueur de l'organisation disciplinaire, la prééminence des principes d'humilité, de moralité qui devait régir la fonction d'instituteur, la recherche d'une immédiate efficacité limitant le programme des études ou bien s'étaient en partie déjà imposées, ou bien avaient conduit à des organisations temporelles et pédagogiques beaucoup plus ambitieuses en terme de savoir que celle discernable dans la législation. Renouveler la direction des écoles normales primaires en mutant les directeurs est une mesure sans grand effet, comme peut le montrer M. Gontard (La question des écoles normales primaires, p. 29-34).

Elle doit s'implanter dans les départements non encore dotés : les écueils qu'elle rencontre alors sont prévisibles. Tout d'abord, le rapport entre la densité du programme d'études et la durée de l'étude n'est pas cohérent. Embrassant *a priori* le programme des brevets élémentaire et supérieur (prévu pour un cursus de deux années) et une formation pédagogique particulièrement renforcé pendant le dernier semestre de la seconde année, le « plan de formation » se heurte pour sa composante « savoirs » aux même difficultés que les écoles primaires supérieures (par exemple, l'absence d'une organisation temporelle cohérente, identifiée par V. Cousin dans son rapport sur la réforme des programmes de ces écoles). De même la formation pédagogique, proprement dite, est jugée insuffisante. L'esquisse d'organisation didactique de cette formation, que pouvait laisser présager l'usage des manuels préconisés en ce domaine par le Catalogue des bibliothèques des écoles normales, n'a pas de réalité : le temps nécessaire que supposerait son organisation temporelle manque.

Ces analyses conduisent à des mesures concrètes :

1. Le « redoublement » du programme d'enseignement de la première année, en seconde année, pour les élèves-maîtres dont les capacités se sont révélées insuffisantes à la fin de leur second semestre. Les aspirants ne se présentent en fin de formation qu'au brevet élémentaire.

2. L'allongement de la durée des études dans certaines écoles normales primaires. Marquant d'une certaine façon leur autonomie pédagogique, ces dernières créent une condition nécessaire à leur viabilité en leur permettant de conquérir une organisation temporelle qui se doit d'être autorisée par l'Université ; elles remettent en question la cohérence organique du Règlement des écoles normales primaires de 1832. Elles annoncent la réforme nécessaire.

3. La réduction du programme d'enseignement. Cette mesure, que n'admettent d'ailleurs pas de nombreux directeurs et professeurs d'écoles normales est présentée comme légitime pour deux raisons. La première, c'est que le temps « économisé » pourra être plus judicieusement consacré à la formation pédagogique des futurs maîtres. La seconde, c'est qu'en vertu des principes d'humilité, d'efficacité à court terme pour un public d'enfants qui a besoin d'apprendre vite, principes qui doivent guider l'instituteur dans son enseignement, il n'est nul besoin de dispenser à ce dernier une formation de haute culture.

Le nombre de ces écoles, conformément au souhait des législateurs est toutefois, en pleine croissance et dans l'opinion, l'école normale primaire, jouissant de sa légitimité culturelle en tant que nécessaire institut de formation des instituteurs connaît une reconnaissance institutionnelle. Cependant, sa non conformité au cadre législatif inquiète. Son devenir pose question ; si l'Eglise veut lui substituer ses séminaires, le régime tient fermement à ce qu'elle reste une institution étatique. Bien que les analyses précédentes montrent qu'elle échappe à l'Université qui ne peut garantir la conformité de son fonctionnement, et que ce faisant, elle ne produit pas les instituteurs qui répondent à la fonction à laquelle ils étaient initialement appelés, elle doit rester dans le sein des institutions et pour cela, être réformée.

C'est donc, certainement, en partie à bon escient, (les enfants des zones rurales, peu scolarisés, ont besoin de savoirs *a priori* nécessaires et moins ambitieux, et ceci de façon urgente), mais aussi en contradiction avec les promesses de progression dans la carrière pour les maîtres en fonction, que les politiques, en charge de la réforme, envisagent un programme d'enseignement limité à l'essentiel des savoirs directement exploitables auprès des élèves (le programme des écoles primaires), un recrutement élargi des aspirants, fondé davantage sur la motivation que sur les capacités, et un allongement des études certes bénéfique à la formation pédagogique mais aussi à la formation morale et religieuse, c'est à dire à un embrigadement idéologique, qui cette fois, écarterait chez les futurs maîtres la tentation de se laisser séduire par des idées subversives.

Cette réforme, programmée dans les esprits n'a pas lieu.

La crise économique (tant agricole, qu'industrielle) dont les prémices apparaissent dès 1845, génère un climat favorable à l'organisation de l'opposition. Le régime, discrédité par la corruption de la classe dirigeante, ne peut endiguer les menées des chefs républicains, cautionnés par des académiciens comme Lamartine (Histoire des Girondins), des universitaires comme Michelet (Histoire de la Révolution). Les émeutes du 24 février 1848 ont raison du régime : Louis Philippe abdique.

2.8. Les conditions d'émergence de la loi Falloux ; ses effets sur l'institution primaire.

D'une réforme inachevée, l'esprit « Quarante-Huitard » renverse d'abord les perspectives. L'éphémère régime socialiste, qui s'impose dans un premier temps, appelant les instituteurs à se faire vecteurs des idées républicaines (appel du 6 mars 1848) élabore un projet de loi scolaire 27 avril 1848) : imposant la gratuité et l'obligation pour les enfants des deux sexes, supprimant la dualité primaire/ secondaire, élargissant les programmes d'études des écoles primaires et supprimant l'enseignement religieux, conférant à l'instituteur le statut de fonctionnaire de l'Etat, le projet Carnot qui oublie la réforme des Ecoles normales, comme le statut de ces écoles, est bientôt retiré. Le programme de mathématique de l'enseignement primaire s'enrichissait d'une rubrique relative aux mesures des grandeurs, rendait obligatoire le dessin linéaire. Cet intermède prémonitoire, précédant de façon récurrente, comme en 1830, le retour au conservatisme aura toutefois un effet qui va perdurer : le projet de « lectures publiques », faites par les enseignants du secondaire pour promouvoir la culture littéraire des classes populaires (Instruction sur les lectures publiques 8 juin 1848) est un succès que ne renie pas la Réaction.

Le retrait du projet, la politisation de la question scolaire conduisent à l'instauration de deux commissions, l'une parlementaire, l'autre ministérielle, chargées d'un nouveau projet de loi scolaire. Thiers, vice-président de la seconde, en dirige les travaux. La teneur de ses discours publiés dans la « Commission extra parlementaire de 1849 »[76] éclaire les conceptions d'une bourgeoisie conservatrice qui précède le clergé dans sa volonté de reconquête de l'ordre moral.

<u>2.8.A. Une conception de l'instruction primaire : les principes revendiqués par la commission Falloux.</u>

Tout d'abord, les écoles primaires ne relèvent pas d'une nécessité sociale. L'instruction doit rester confessionnelle, l'obligation et la gratuité sont hors propos. « *Lire, écrire, compter, voilà ce qu'il faut apprendre. Quant au reste, c'est superflu* », déclare Thiers. Il reprend encore : « *Oui, je veux restreindre cette extension démesurée de l'enseignement primaire qui serait d'ailleurs la négation de la liberté de l'enseignement ; oui, je dis et je soutiens que l'enseignement primaire ne doit pas être forcément et nécessairement à la portée de tous ; j'irai même jusqu'à dire que l'instruction est, suivant moi, un commencement d'aisance et que l'aisance n'est pas réservée à tous* ». Il s'agit d'éviter tout risque de déclassement social. Il montre la même virulence à l'encontre des instituteurs et de l'enseignement public en général, responsable de la faillite de l'ordre social. « *La véritable cause du mal est dans cet esprit d'orgueil qui existe chez les instituteurs laïcs dont on s'est fâcheusement complu, depuis dix-huit années, à améliorer la condition sans réfléchir que plus on marchait dans cette voie funeste plus on augmentait la dévorante ambition de ces petits maîtres d'école* ». Et il déplore encore les perspectives effrayantes du projet Carnot : « *Si la loi de M. Carnot m'a tant effrayé, ce n'est pas pour avoir diminué les précautions pour l'admission dans l'enseignement, ou pour avoir exclu le clergé de la surveillance, j'y ai vu quelque chose de bien plus funeste encore, c'est l'introduction de trente sept mille socialistes et communistes, véritables anti-curés dans les communes* ». C'est évidemment avec la même hargne qu'il se retourne contre

[76] « La Commission Extra parlementaire de 1849 ». Texte intégral inédit des procès verbaux. Introduction par G. Chenaisseaux. Pari, de Gigord , 1937. (cité par M. Gontard, Les écoles primaires de la France bourgeoise (1833-1875, p. 84 ; La question des Ecoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, p. 52, 53.)

les établissements qui ont formé ces maîtres. Les Ecoles normales, comme l'enseignement laïc doivent être éradiqués. Il n'est point de remède en terme de réforme, pour Thiers le mal est trop profond. « *Allons, dit-il à l'encontre des défenseurs des Ecoles normales, plus d'aveuglement : ne détournons pas la tête pour ne point voir ; il s'agit de bien autre chose, je vous assure, que de savoir s'il y aura un peu plus ou moins d'arithmétique et de science naturelle dans le programme du brevet : eau tiède que tout cela ! Ce sont là vos grandes réformes et vous proclamez excellentes vos Ecoles normales, véritables petits clubs silencieux, foyers des plus mauvaises passions, déplorables d'esprit avec les meilleurs maîtres…Il faut employer sans crainte comme sans retard les remèdes les plus énergiques contre un mal toujours croissant* ». Il s'agit donc « *de confier aux congrégations religieuses le soin de former les instituteurs* ». Les universitaires (Cousin, Rapet…), les catholiques de la commission (l'abbé Dupanloup, en particulier) interviennent pour rationaliser le débat : l'enseignement laïc et les Ecoles normales doivent conserver leur existence.

Au travers de ces débats, il apparaît d'évidence que la légitimité et la pertinence politique de l'institution primaire tout entière sont en question. Le profit que peuvent tirer les citoyens dans leur ensemble, de savoirs plus étendus, ce profit dont une société libérale peut bénéficier n'est plus envisagé. Synonyme de déclassement social, la culture primaire à laquelle peuvent prétendre les classes populaires, liée à une maturation politique nouvelle (la première est-elle cause première de la seconde ?) est subversive. Ce ne sont plus des motifs pédagogiques qui remettent en question l'étendue et la nature des programmes d'enseignement et de formation des maîtres (motifs évoqués par A. Rendu dans les projets de réforme des Ecoles normales en 1847- 1848), ce sont des motifs politiques. L'ordre social est menacé : il faut redéfinir la fonction de l'enseignement primaire ; les conceptions de l'Ancien Régime ré - émergent : il faut substituer aux valeurs libérales, trop entachées de républicanisme, les valeurs de l'ordre moral religieux.

2.8. B. La loi Falloux.

La loi Falloux, portée par les Conservateurs, est réglée par un principe : « *Placer la surveillance au plus près et le contrôle au plus haut*[77] *».* Critique en règle de la loi Guizot, les mots clés du projet sont : mal – remède – loi juste et ferme. La loi, qui crée des Académies départementales, instaure conformément à son principe, un réseau de surveillance hiérarchisé et rapproché : Conseil Supérieur, conseil académique, délégués cantonaux, autorités locales, tous comportant une forte représentation de religieux et de membres du parti de l'ordre (Titre 1er, Des autorités préposées à l'enseignement, chapitre 1 « Du conseil supérieur de l'instruction publique ; chapitre 2 « Des conseils académiques » ; Titre 2, De l'enseignement primaire, chapitre 4 « des délégués cantonaux et des autres autorités préposées à l'enseignement primaire »). Notons toutefois la reconnaissance institutionnelle des inspecteurs primaires dans les conseils académiques (Titre 1, ch. 2, articles 10 et 11).

L'instituteur communal, nommé par le conseil municipal (article 31), est totalement soumis au pouvoir des autorités locales et ecclésiales. Comme l'écrit M. Gontard[78] : « *L'instituteur de 1850, se trouve pris dans un réseau d'obligation qui font de l'école, le portique de l'Eglise, et de lui-même, l'auxiliaire de l'administration et du prêtre ».* L'enseignement laïc est donc sous le contrôle affermi du clergé ; la gratuité et l'obligation sont écartées.

Toutefois, la loi est aussi une loi de compromis : l'Université conserve une certaine existence à travers les fonctions du Conseil supérieur, qui se voit confirmer ses compétences en matières de pédagogie. Ainsi, le choix des manuels relève toujours de son autorité (Titre 1, ch. 1, article 6).

La loi porte encore sur quelques aspects positifs. Le traitement des instituteurs est amélioré (Titre 2, ch. 3, article 38). Elle instaure institutionnellement l'enseignement féminin, même si sous la responsabilité des congrégations enseignantes et encourage les cours d'adultes (Titre 2, Ch.. 5, article 51, Ch. 3, article 54).

Enfin, et c'est évidemment l'effet de ces nouvelles contraintes, les programmes de l'enseignement primaire sont considérablement réduits (titre 2 De l'enseignement primaire, ch. Premier « Dispositions générales » :

« Article 23. - L'enseignement primaire comprend :

L'instruction morale et religieuse,

[77] Cité par M. Gontard (1976) Les écoles primaires de la France bourgeoise (1833-1875) CRDP de Toulouse, p. 90.

[78] M. Gontard, (1976), Les écoles primaires de la France bourgeoise, INRP ; CRDP Toulouse, 2ème édition ; p. 119.

La lecture,

L'écriture,

Les éléments de la langue française,

Le calcul et le système légal des poids et mesures.

Il peut comprendre en outre :

L'arithmétique appliquée aux opérations pratiques,

Les éléments de l'histoire et de la géographie,

Des notions des sciences physiques et de l'histoire naturelle, applicables aux usages de la vie,

Des instructions élémentaires sur l'agriculture, l'industrie et l'hygiène ;

L'arpentage, le nivellement, le dessin linéaire,

Le chant et la gymnastique. »

Si le calcul et le système métrique restent matières obligatoires, l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques (il s'agit de la première dénomination spécifique du domaine concernant l'application de la théorie des proportions aux usages de la vie courante), l'arpentage, le dessin linéaire deviennent matières facultatives. Ce programme induit la disparition des écoles primaires supérieures.

L'existence des Ecoles normales est désormais subordonnée au bon vouloir des Conseils généraux qui peuvent lui substituer des écoles de stage (Titre 2. Ch. 2, Section 3ème) :

« Article 35. -. Tout département est tenu de pourvoir au recrutement des inspecteurs communaux, en entretenant des élèves –maîtres, soit dans des établissements d'instruction primaire désignés par le Conseil Académique, soit dans l'école normale établie à cet effet par le département.

Les écoles normales peuvent être supprimées par le Conseil général du département ; elles peuvent l'être également par le Ministre, en Conseil supérieur, sur le rapport du conseil académique… ».

Le certificat de stage peut suppléer au brevet de capacité ; il valide trois années d'enseignement sur les matières obligatoires. (Titre 2, Ch. 2, Section 1ère, articles 25 et 47).

« Article 25. - . […] le brevet de capacité peut être suppléé par le certificat de stage dont il est parlé à l'article 47, par le diplôme de bachelier, par un certificat constatant qu'on a été admis dans une des écoles spéciales de l'Etat, ou par un titre de ministre, non interdit ni révoqué, de l'un des cultes reconnus par l'Etat. […]

Article 47. – Le conseil académique délivre, s'il y a lieu, des certificats de stage aux personnes qui justifient avoir enseigné pendant trois ans au moins les matières comprises dans la première partie de l'article 23, dans les écoles publiques ou libres autorisées à recevoir des stagiaires.

Les élèves-maîtres sont, pendant la durée de leur stage, spécialement surveillés par les inspecteurs de l'enseignement primaire. »

L'examen du brevet de capacité se circonscrit désormais à un programme piloté par celui de l'école élémentaire :

« Article 46. – […] L'examen ne portera que sur les matières comprises dans la première partie de l'article 23. Les candidats qui devront être examinés sur tout ou partie des autres matières spécifiées dans le même article en feront la demande à la Commission *(d'examen)* Les brevets délivrés feront mention des matières spéciales sur lesquelles les candidats auront répondu de manière satisfaisante ».

La disparition du brevet supérieur, est entérinée : l'existence d'une graduation pouvant révéler et satisfaire en partie, l'ambition, voire l'orgueil des maîtres est supprimée.

Inversant le processus qui du plan d'étude préconisé par la Charte de 1832 pour les Ecoles normales induisait en quelque sorte les programmes de l'école primaire, ceux-ci, allégés vont pouvoir piloter les nouveaux programmes des écoles normales. Avant que ces derniers soient édictés, notons qu'un arrêté du 15 mars 1850, liste les ouvrages autorisés : nous y trouvons la Nouvelle arithmétique de Bézout, par M. Caillet, à l'usage des lycées, collèges, écoles normales primaires et écoles primaires supérieures et un ouvrage intitulé « Traité complet d'arithmétique théorique et pratique » par M. Dumouchel. Le parti de l'ordre réhabilite donc un traité classique, n'opérant *a priori*, aucune discrimination en ce qui concerne l'existence de l'arithmétique dans les plans d'études des deux ordres primaire et secondaire, il prescrit encore un manuel, dont nous n'avons pas trouvé trace, mais qui *a priori* se caractérise par sa double dimension théorique et pratique et par sa « complétude ».

<u>2.8. C. Le règlement des écoles normales, 24 mars 1851 : des moyens de juguler les tendances « subversives » des sujets d'une institution qui doit demeurer ; des conséquences induites .</u>

Publié après le décret du 12 mars 1851, portant règlement du stage dans les écoles primaires (modalité qui substitue à la formation « normale » une formation par frayage), le règlement se substitue donc au règlement de 1832. Il rend compte des points suivants :

1. Le recrutement : les postulants doivent être âgés de 18 ans au moins (au lieu de 16 en 1832). Comme l'âge minimum requis pour l'examen du brevet de capacité reste fixé à 18 ans, les normaliens sont pénalisés de trois années par rapport aux instituteurs libres. Le concours est supprimé au profit d'une enquête approfondie sous l'autorité des inspecteurs

primaires et des recteurs (article 17) : *« C'est le caractère du candidat, ce sont ses antécédents, sa conduite ordinaire, son aptitude, en un mot sa vocation qui doivent surtout déterminer la préférence en sa faveur ».* Les connaissances du candidat passent donc après les preuves de sa bonne moralité.

2. Le programme d'enseignement : il s'agit du programme d'enseignement primaire « approfondi » : « Article 1.-. *L'enseignement dans les écoles normales primaires comprend l'instruction morale et religieuse, la lecture, l'écriture, les éléments de la langue française, le calcul et le système légal des poids et mesures, le chant religieux. Il peut comprendre en outre : l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, les éléments d'histoire et de géographie, des notions des sciences physiques et d'histoire naturelle, applicables aux usages de la vie, des instructions élémentaires sur l'agriculture, l'industrie et l'hygiène, l'arpentage, le nivellement et le dessin linéaire, la gymnastique* ». A l'exclusion du chant religieux, il reprend mot pour mot le programme d'enseignement primaire. Pour la lecture, les ouvrages étudiés devront être d'une « haute moralité » ; l'enseignement du calcul sera « élémentaire et pratique ». Tous les développements apportés par le règlement de 1832 disparaissent ; les disciplines facultatives du programme d'enseignement primaire sont réservées à une petite minorité d'élèves dont la liste sera fixée par le conseil académique en fin de seconde année, et celles-ci ne doivent prêter à de longs développement : le nombre de leçons est limité. Ce programme restreint ne peut donc susciter chez les normaliens le désir d'une ascension sociale : leur médiocrité intellectuelle est garante de leur soumission à un ordre social établi et tout à fait immuable. A la fin de leurs trois années d'études (article 2), les candidats subissent le brevet de capacité ; un très petit nombre peut se présenter à l'examen du niveau supérieur (comprenant les disciplines facultatives). Un classement est ensuite effectué : les notes sont inscrites dans un ordre révélateur – les devoirs religieux tout d'abord- la conduite – le caractère – les aptitudes- et enfin les progrès (article 12). Le classement est ensuite mis à la disposition des conseils académiques qui dressent les listes d'admissibilité.

La vie à l'école normale : elle présente toute les caractéristiques d'un séminaire et d'une caserne confondus. « *Les journées commencent et finissent par une prière commune. La prière du matin et du soir est suivie d'une lecture de piété Les jours de dimanche et de fêtes, légalement reconnus, les élèves sont conduits aux offices publics par le directeur assisté des maîtres adjoints*.(article 20) ».

3. Le personnel (titre 2 « Direction et surveillance ») : il comprend un directeur, 2 maîtres adjoints au maximum nommés par le Ministre sur proposition du recteur et du conseil

académique, auxquels s'adjoint un aumônier. Directeur et maîtres adjoints vivent à l'école. Il n'y a pas de maître externe hormis pour le chant. Ces dispositions écartent la présence de professeurs de l'enseignement secondaire. Les maîtres adjoints, en regard des contraintes qu'ils doivent supporter, ne pourront qu'être choisis parmi les normaliens détenteurs d'un brevet de capacité « complet ». Ce dernier aspect contribue encore à faire de l'institution une structure fermée, coupée des autres institutions.

4. Les sanctions (titre 4 « du régime intérieur »): elles sont évidemment renforcées. La docilité des normaliens est dans ses principes bien assurée : un programme limité excluant tout principe de progrès, un régime « simple et grave » peut rassurer le parti de l'ordre.

Ce règlement déchaîne évidemment la réaction des démocrates, soulève l'inquiétude des universitaires. Par exemple, Eugène Rendu, fils d'Ambroise Rendu, qui vient de publier un rapport sur les écoles primaires de la capitale anglaise et a apprécié les dispositions qui dans ce pays tendent à propager les écoles normales, souligne les excès dans la limitation des programmes, déplore la suppression du concours d'entrée.

« *Pour qu'un instituteur soit digne de ce nom, pour qu'il puisse exercer, en vue du bien, une sérieuse influence, il faut que son esprit soit supérieur, non pas certes à sa profession même, mais au milieu social dans lequel cette profession doit ordinairement s'exercer* ».[79] En soulignant le lien étroit entre savoir élargi et compétences éducatives, en revendiquant une culture nécessaire que les conservateurs considèrent abusivement comme un levier de subversion politique, c'est au nom d'une formation efficace, garantissant la maîtrise éclairée des savoirs et de leur transmission, qu'E. Rendu s'élève contre l'incohérence pédagogique qu'induit l'application de la loi. C'est une tout autre conception du savoir et du savoir faire de l'instituteur, qu'éclaire, sans résultat immédiat au demeurant E. Rendu.

En conclusion, la surveillance renforcée du système d'enseignement, la limitation sévère des programmes d'enseignement, l'ordre et la régularité qu'introduisent la clôture de l'institution école normale, déterminent dans un premier temps les conditions qui assurent à l'institution sa conformité à l'ordre institutionnel et l'enserrent dans ce même temps, dans un réseau de contraintes qui réprime son pouvoir à influer sur l'organisation de la société, à transformer son mode de fonctionnement.

2.9 Le devenir de l'arithmétique : programme d'étude, organisation de l'étude.

L'arithmétique est restée jusqu'à présent fidèle à une tradition du XVIIIème siècle, n'introduisant dans l'ensemble de ses objets de savoir, que le système légal des poids et mesures au dépens des nombres complexes, système dont tous les régimes qui se sont succédés ont admis peu ou prou la légitimité sociale. L'arithmétique peut-elle constituer un réel facteur de déstabilisation sociale ? Ce point de vue n'apparaît pas vraisemblable : l'influence de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques ne contribue t-elle pas au contraire à moraliser et rationaliser les conduites des individus ? La fonction utile à court terme des techniques sollicitées dans les résolutions de problèmes et la fonction idéologique que peuvent remplir les contextes évoqués dans ces mêmes problèmes ne confirment t-elles pas la faculté d'adaptation d'une discipline en devenir à son environnement sociologique et politique ?

Notons que le texte officiel, daté du 15 mars 1850 qui stipule, comme nous l'avons précisé, que « La nouvelle édition de l'*Arithmétique* de Bézout, publiée par M. Caillet, est admise pour l'usage des lycées, des collèges, des écoles normales primaires et des écoles primaires supérieures et que l'ouvrage : *Traité complet d' arithmétique théorique et pratique,* par M. Dumouchel, est admis pour l'usage des écoles normales primaires et des écoles primaires supérieures, propose aussi des manuels en direction du primaire. L'ouvrage intitulé : *Cours élémentaire d'arithmétique raisonnée,* par M. Lenoël, est admis pour l'usage des écoles primaires de même que l'ouvrage intitulé : *L'arithmétique décimale du père de famille,* par M. Blanchard.

Dans un contexte propice aux mesures drastiques pour réduire le savoir du primaire, il semble que l'arithmétique doive à sa fonction utilitaire et sociale (l'arithmétique du père de famille) de conserver une certaine légitimité institutionnelle : raisonnée, en aval, dans les écoles primaires, elle présuppose activité intellectuelle, et se revendique en amont d'une légitimité épistémologique (le nom de Bézout, l'usage de son manuel admis tant pour le secondaire que pour le primaire lui confère *a priori* une existence déliée de contraintes réductrices). Bien entendu, joue sur ce principe, tout ce qui relève de l'usage effectif du traité d'arithmétique de Bézout : les chapitres réellement traités, la qualification des maîtres qui en feront usage, les capacités des élèves maîtres. Nous soulignons simplement que, dans les principes, l'arithmétique que devra connaître le postulant au brevet de capacité « complet » ne semble pas moins étendue que celle étudiée précédemment.

Le programme d'enseignement dans les écoles normales primaires est déterminé par l'arrêté du 31 juillet 1851, quatre mois après le Règlement.

A défaut d'un quadrillage temporel organisant le plan des études selon un emploi du temps journalier, est annexée à l'arrêté la répartition hebdomadaire des leçons sur les trois années d'étude :

---

[79] Rapport de E. Rendu publié dans J.G.I.P 1851, P. 595 (cité par M. Gontard)

Article 3. – Est arrêté ainsi qu'il suit le tableau des exercices dans les écoles primaires : Lever à cinq heures du matin, coucher à neuf heures du soir, prière, lecture de piété, soins de propreté, récréations, travaux corporels, six heures par jour environ.

LECONS PAR SEMAINE

1ére année	Nombre	2ème année	Nombre	3ème année	Nombre
Instruction religieuse et histoire sainte	3	Instruction religieuse et histoire sainte	3	Instruction religieuse et histoire sainte	3
Lecture	6	Lecture	6	Lecture	2
Récitation	3	Récitation	3	Récitation	3
Ecriture	5	Ecriture	5	Ecriture	2
Langue française	9	Langue française	9	Langue française	3
Calcul et système légal des poids et mesures	6	Calcul, système légal des poids et mesures et dessin linéaire	6	Calcul appliqué aux opérations pratiques	6
Chant religieux	3	Chant religieux	3	Eléments d'histoire	1
		Exercices à l'école annexe		Eléments de géographie	1
				Notions de sciences physiques et d'histoire naturelle applicables aux usages de la vie	3
				Agriculture	
				Horticulture	
				Arpentage, nivellement, dessin linéaire	5
				Chant	3
				Exercices à l'école annexe	
	35		35		32

Le découpage des savoirs opéré dans les deux premières années (soulignons que pour la plupart des élèves-maîtres, leur troisième année est un redoublement de la seconde) met en évidence la mission première de l'école normale : former des instituteurs soumis à la religion, ayant une grande maîtrise de la langue française (27 leçons sur 35, les deux années) et possédant le calcul, la maîtrise du système légal des poids et mesure, le dessin linéaire. Programme minimal, qui à raison d'une dizaine d'heures d'étude par jour sous tend une organisation pédagogique passablement rigide et monotone : il s'entend que la dynamique fondée sur la progressivité des apprentissages, l'accès à des connaissances nouvelles ne peut guère passionner la vie d'étude des postulants. Clôture de la vie monacale, cyclicité des exercices et notamment des exercices d'étude caractérisent le dispositif de formation. Ré-approfondir le programme minimal de l'enseignement primaire la première année, s'approprier, plus spécifiquement, les méthodes d'enseignement l'année suivante, en les mettant en œuvre dans les écoles primaires annexes , voilà tout l'enjeu de l'école normale : la fonction sociale de l'instituteur est toute entière circonscrite à la seule école primaire et à l'Eglise où ses talents de chantre et son instruction religieuse lui permettent d'assister le curé ; il n'a plus, *a priori,* aucune compétence pour se mettre au service de la commune (assurer par exemple la fonction de secrétaire de mairie), répondre à la demande d'instruction de ces concitoyens. La troisième année, où *a contrario*, le nombre de leçons hebdomadaires est moindre, propose le programme élargi des disciplines facultatives : l'enseignement du français subsiste, réduit en terme de leçons ; le calcul appliqué aux opérations pratiques (c'est à dire procédant de la règle de trois et de ses applications, voire de la théorie des rapports et proportions) occupe toujours six leçons hebdomadaires : si sa présence en troisième année seulement sous tend que ce savoir n'est pas pour les législateurs un savoir indispensable au peuple, il nous faut noter toutefois la fréquence hebdomadaire relativement élevée de son étude si nous la comparons à celle relative aux différents éléments de sciences, d'histoire et géographie : les disciplines facultatives ne font en moyenne que l'objet d'une leçon par semaine. L'arpentage, le nivellement, le dessin linéaire, applications pratiques de la géométrie connaissent aussi un sort plus favorable. Le profil du postulant au brevet « complet », de l'instituteur d'élite met essentiellement en évidence la capacité de celui-ci à maîtriser le français et à l'enseigner, à maîtriser l' « arithmétique appliquée » et les applications pratiques de la géométrie.

L'arrêté nous éclaire plus précisément sur les intentions des législateurs, à travers le descriptif des matières enseignées. Voici l'extrait du premier article concernant les objets de savoir qui nous concernent :

« V. Calcul. Système légal des poids et mesures. Arithmétique appliquée aux opérations pratiques.

Le cours de calcul sera élémentaire et pratique. On n'y donnera que les explications théoriques indispensables et on ne les fera porter que sur des questions d'une application usuelle.

On s'appliquera particulièrement à bien faire connaître le système décimal et à familiariser les élèves avec l'usage des nouveaux poids et des nouvelles mesures.

On verra dans la première année, la numération, les opérations fondamentales de l'arithmétique et le système légal des poids et mesures.

Dans la seconde année, on enseignera les fractions, les règles de trois, les règles d'intérêt, d'escompte, de partage proportionnel et d'alliage.

Dans la troisième année, on appliquera aux opérations pratiques les connaissances acquises les années précédentes.

L'enseignement du calcul et de l'arithmétique se donnera d'après l'arithmétique de Bézout, dernière édition.

On y consacrera 6 heures par semaine, dans chacune des trois années ».

Nous pouvons noter que comparativement aux horaires prescrits dans le programme de 1838, le nombre d'heures d'études s'est accru (6 au lieu de 2x2), leur répartition temporelle recouvre désormais les trois années, la leçon a pour durée l'heure. Le programme, peu explicite, couvre apparemment, si nous fions aux intitulés, un ensemble d'objets d'enseignement moins dense.

Le paragraphe X porte sur l'arpentage et le nivellement, le paragraphe XI sur les deux composantes du dessin linéaire : dessin des figures planes- dessin en relief.

Le second article précise que les élèves-maîtres s'exerceront à l'école annexe dans les deux dernières années du cours : la présence d'un double cursus, culture générale la première année, culture générale et professionnelle, conjuguée aux exercices pratiques les deux dernières années émerge, mettant, semble-t-il l'accent sur la formation « pédagogique » et professionnelle.

Le noyau dur de l'arithmétique est et demeure. Il est toujours constitué autour du système décimal étroitement uni au système légal des poids et mesures. La composante théorique de l'arithmétique est réduite à l'indispensable. Le découpage du savoir en fonction des années s'appuie sur l'ordre d'exposition linéaire des chapitres du traité d'arithmétique de Bézout : sont retenus les thèmes dont la fonction utilitaire est avérée (il va de soi que propriétés des nombres (divisibilité…), fractions continues, logarithmes ne sont pas présents).

La progression dans le savoir s'articule dans les deux premières années autour de la maîtrise des chapitres « pratiques » du traité, s'achève en troisième année avec la mise en œuvre de ces savoirs dans l'applications aux opérations pratiques. Le temps de l'apprentissage semble se décliner en deux étapes : une étape qui dure deux années où il s'agit de s'approprier des principes et des règles (telles qu'elles apparaissent dans le traité) et une seconde étape où il s'agit de les appliquer (de résoudre des problèmes pratiques).

Il convient de mettre en parallèle cet arrêté avec le règlement du 17 août 1851 ; celui-ci est donc édicté presque simultanément. Le règlement adopté par le Ministre de l'instruction, sur avis du Conseil supérieur de l'instruction publique pour les écoles publiques, stipule ainsi :

« Calcul. Article 30. – L'enseignement du calcul sera dégagé de toute théorie trop abstraite. Le maître se bornera aux principes indispensables pour la pratique des opérations et s'attachera à faire résoudre beaucoup de problèmes relatifs à des questions usuelles et au système légal des poids et mesures ».

De façon analogique, la progression dans le savoir suit les mêmes principes en ce qui concerne l'arithmétique : l'appropriation de principes et de règles, dépourvus de tout développement théorique sans nécessité et une application aux questions d'usage usuel.

Certes, un peu simplement, il apparaît que les éléments d'arithmétique, objets d'enseignement dans les écoles normales primaires, sont le produit d'une « transposition » pragmatique des éléments du traité de Bézout amputé de sa composante théorique, et des savoirs spécifiques au secondaire. L'arithmétique enseigné dans les écoles primaires relève du même processus ; notons que les maîtres qui n'obtiennent pas le brevet de capacité « complet », transmettent plus ou moins intégralement et analogiquement ce qu'ils auront eux-mêmes appris.

2.10. Bilan et perspectives :

En conclusion, ces observations mettent essentiellement en évidence la réduction des programmes d'enseignement, les réformes coercitives qui dans un premier temps semblent condamner l'institution primaire en la soumettant à la double tutelle de deux pouvoirs l'Etat et l'Eglise. Ces deux pouvoirs ont, dans le contexte politique présent, des intérêts communs, mais des intérêts tributaires des aléas du politique : la situation n'est donc pas figée. Par ailleurs, il convient aussi d'insister sur le fait que la loi Falloux est une loi de compromis, et que comme telle, elle n'est qu'une réponse institutionnelle, celle du pouvoir alors en place, à une situation délétère. Répressive, certes, elle n'en reprend pas moins à son compte des principes fortement inspirés des législations passées, principes qui tendent à uniformiser et contrôler, mais aussi à régler, à optimiser le fonctionnement interne du système d'enseignement primaire. Le règlement modèle pour les écoles publiques du 17 août 1851, précédemment cité, diffusé par de Crouseilles (successeur du ministre de Falloux) auprès des recteurs d'Académie donne la mesure de cette volonté des législateurs.

Rappelant certes dans l'article 1 (titre premier *Des devoirs particuliers de l'instituteur*) le principal devoir du maître « donner aux enfants une éducation religieuse, et graver profondément dans leur âme le sentiment de leurs devoirs envers Dieu… », le règlement insiste dans les articles 10 et 11 sur la nécessaire présence d'un matériel didactique « au moins un tableau noir, destiné à des exercices d'écriture, d'orthographe, de calcul et de dessin linéaire », « sur une partie du mur …, ou sur des tableaux mobiles appendus au mur, … des maximes religieuses et morales, les mesures usuelles du système métrique, la table de multiplication, les cartes géographiques de la France et du département ». Le titre quatrième (*De l'enseignement)*, redéfinissant préalablement les limites des programmes d'enseignement (l'enseignement des matières facultatives est subordonné à l'autorisation du Conseil Académique) met de même l'accent sur le nécessaire usage de livres semblables pour une même division, livres autorisés par le Conseil supérieur. Si nous omettons l'accent particulier porté sur ce qui relève du religieux, nous pouvons reconnaître les directives préconisées par Guizot dans le « statut sur les écoles primaires élémentaires communales » édicté le 25 avril 1834. C'est encore, presque intégralement, que nous retrouvons les articles du statut organisant le découpage du temps scolaire (Article 15 du règlement : « Les classes dureront au moins trois heure le matin et trois heures le soir. Celle du matin commencera à huit heures, et celle de l'après-midi à une heure), et la répartition des élèves en trois divisions (Article 16 du règlement : « Les élèves de chaque école seront partagés en trois divisions au moins, selon leur degré d'instruction, et, autant que possible selon leur âge ». Article 17 : « Dans la première division, l'enseignement comprendra la récitation des prières et du catéchisme du diocèse, la lecture, l'écriture et les premières notions de calcul. Dans la deuxième division, il aura pour objet la récitation du catéchisme et l'histoire abrégée de l'Ancien Testament, la lecture courante, l'écriture, le calcul et les éléments de la langue française (théorie et pratique). Dans la troisième division, il embrassera les matières de la division précédente avec plus de développement, l'histoire abrégée du Nouveau Testament, les manuscrits ou cahiers autographiés et le système métrique ». Article 18 : « Les élèves qui recevraient, en tout ou en partie, l'enseignement des matières énoncées dans la section de l'article 23 de la loi organique, formeraient une division séparée ».

L'esprit de réforme qui souffle sur les contenus d'enseignement se garde bien de remettre en cause le statut organique de l'institution primaire : la méthode simultanée des Frères des Ecoles Chrétiennes, « adaptée » à un nouveau contexte culturel, qui n'est que celui déjà envisagée par Guizot, a conquis une légitimité qui s'exprime dans une forme scolaire (espace, temps, contenus d'enseignement) régulée par une conception progressive de l'apprentissage. Seule, est modifiée, la variable « nature des savoirs enseignés » ; variable, certes majeure, puisqu'elle entraîne l'élimination des écoles primaires supérieures ; toutefois, dans l'enseignement primaire élémentaire, cette variable peut apparaître moins influente qu'il ne paraît : que l'enseignement renforcé de la religion et de la morale lèse un enseignement à finalité sociale et économique, il n'en convient pas moins l'apprentissage des rudiments s'inscrit désormais dans un cadre temporel que justifie un système d'enseignement primaire élémentaire.

La question de l'étendue des programmes d'enseignement dans le primaire, et plus généralement des programmes d'enseignement revient au cœur des préoccupations des législateurs quels que soient les régimes.

Pour l'Etat, le Prince-Président et son entourage en l'occurrence, la « culture du peuple » ne peut être réduite à une culture de soumission à l'Eglise, même dans ce contexte où l'alliance du trône et de l'autel détermine la conduite du politique. L'Etat n'a pas les moyens de substituer toute son autorité au pouvoir de l'Eglise, mais ses vues sur les enjeux de l'instruction primaire sont toutes autres que celles de l'Eglise et de ses notables. Favoriser l'expansion économique du pays, tant du point de vue commercial, qu'industriel, qu'agricole est une des idées maîtresses du régime qui se dessine. Le programme de l'enseignement primaire est donc par trop limité ; et c'est la France rurale, la moins scolarisée, celle dont l'inculture compromet le développement de l'agriculture, qui fait l'objet de l'attention du Prince-Président. L'arrêté du 3 juillet 1852 en est le premier signe. L'arrêté portant institution d'une commission pour l'enseignement pratique de l'agriculture tend à sensibiliser les enseignants sur l'enseignement de savoirs liés aux pratiques sociales des paysans. Il est noté ainsi : « *Il importe de familiariser de bonne heure les enfants des communes rurales avec les bons procédés d'agriculture et de leur faire aimer le travail des champs* ». Le savoir primaire réduit certes, est nécessairement appelé à jouer sur les pratiques sociales du citoyen : nécessité pour le pouvoir, cette contrainte que doit prendre en compte l'institution primaire, lui octroie finalement une certaine marge de manœuvre : les programmes d'enseignement, en s'adaptant à leur environnement, sont nécessairement conduits à un élargissement (la finalité d'abord pratique : l'arrêté précise « *la pratique doit être constamment unie à la théorie* »ouvre une brèche à la théorie). La présence d'une théorie, quelle qu'elle soit, s'appuie sur des savoirs, et ces savoirs constitue le socle de la culture primaire. Ils sont présents et légitimes, parce que justifiés par leur fonction dans l'évolution des pratiques sociales. La reconnaissance d'une culture primaire est toute entière dans l'émergence de ce principe : se démarquant de l'éducation et de l'instruction religieuse, elle prend corps dans le siècle.

3. Le Second Empire.

3.1. Entre le sabre et le goupillon, une politique scolaire qui finit par desserrer l'étreinte que le clergé exerce sur l'enseignement public.

Du coup d'Etat du 2 décembre 1851 au rétablissement de l'Empire le 7 novembre 1852, le Prince Président a inauguré une politique dont les enjeux se précisent explicitement dans la Constitution du 14 janvier 1852. Inspirée de celle de l'an VIII, dans l'article premier « *La Constitution reconnaît, confirme et garantit les grands principes proclamés en 1789, et qui sont la base du droit public des français* », elle définit une conception nouvelle du politique qui combine autorité et démocratie, qui doit permettre à un gouvernement dictatorial de s'exercer de par la volonté du peuple (**le suffrage universel**). Que les historiens distinguent deux phases repérées chronologiquement dans cette période (l'une autoritaire, jusqu'en1860, l'autre libérale) ou soulignent l'ambiguïté d'un régime qui joue tantôt la répression, tantôt la démocratie, la longévité relative du second Empire, la stabilité des trois ministères de l'Instruction publique et des Cultes qui se succèderont pendant cette durée, dans la continuité et la cohérence ne régénèrent pas radicalement l'Institution primaire, mais accompagnent sa nécessaire évolution interne en garantissant les conditions de sa compatibilité avec l'environnement sociétal. Ainsi que le souligne A. Prost, si l'Université subsiste, satellisée au niveau départemental, « *Napoléon III se méfie des universitaires, et il ne leur rend pas le pouvoir qu'il reprend aux notables : le neveu fait une administration de la corporation de l'oncle. [...] Le second Empire consacre l'effacement du Conseil. [...] En revanche, il affirme le pouvoir de l'administration dirigée de 1852 à 1869, par trois ministres seulement*[80] »

Nous analyserons brièvement l'action des trois ministères quant à l'implication de l'Etat dans la prise en charge de l'éducation populaire et quant aux modifications que connaissent de ce fait les structures institutionnelles du système, les organisations pédagogiques et la nature des programmes d'enseignement. Ce qu'il importe de souligner, c'est que l'environnement sociétal est un milieu ouvert et dynamique, sensible notamment aux évènements politiques et que c'est dans cet environnement que s'expriment les besoins sociaux auxquels l'école doit répondre par principe. *A priori*, compatible car enserré dans un réseau inextricable de contraintes par la loi Falloux et fermé (sa clôture au monde apparaît d'évidence), le système d'enseignement primaire n'en est pas moins contraint à évoluer puisque l'environnement se modifie et nécessite de ce fait que les contraintes, qui assurent sa viabilité, soient mises en conformité avec cet environnement. C'est, nous semble t-il, avec la prudence mesurée que dicte le régime « ambigu » qui se met en place, que les ministres de l'Instruction publique et des Cultes, en appliquant ce principe, œuvrent pour instaurer une instruction publique populaire, conforme aux intérêts du régime.

3.1. A. Fortoul : l'Etat tend à se réapproprier ses prérogatives sur l'enseignement public.

Les réalisations de Fortoul portent essentiellement sur l'administration de l'Instruction publique : il convient de restaurer l'autorité de l'Etat, de limiter l'ingérence du parti clérical et ultramontain, sans pour autant ouvrir des brèches aux républicains et aux socialistes.

La centralisation du pouvoir de l'Etat s'opère à travers deux actes importants :

Le décret du 9 mars 1852 « rétablit l'ordre et la hiérarchie dans le corps enseignant ». Les membres des Conseils Académiques et supérieurs ne sont plus élus mais nommés, les premiers par le Ministre, les seconds par le chef de l'exécutif. Les instituteurs communaux ne sont plus désignés par le Conseil municipal, mais par le recteur. Ce décret n'est pas sans conséquence pour l'Université : la commission permanente du Conseil supérieur, constitué de huit universitaires est supprimée ; le second Empire consacre l'effacement de l'Université. Le Recteur devient par contre le seul maître de l'enseignement primaire ; s'ajoutent au pouvoir disciplinaire que lui octroyait la loi Falloux, les prérogatives des autorités locales.

La loi du 14 juin 1854 restaure les grandes académies, remplace les recteurs départementaux (trop souvent soumis aux offensives des évêques) par seize nouveaux recteurs dont quatre seulement sont des ecclésiastiques.

Ces recteurs jouissent du prestige de leurs prédécesseurs. Par le biais de ceux-ci et des inspecteurs généraux auprès desquels le Ministre prend directement conseil et qu'il délègue pour veiller à l'exécution de ses décisions.

L'organisation du corps des instituteurs :

Fortoul introduit aussi pour la première fois dans la législation le principe d'une hiérarchie et d'un classement des instituteurs communaux. S'inspirant des projets de 1847 et 1848, le décret du 31 décembre 1853 précise qu'avant d'être nommé définitivement, tout instituteur communal doit exercer pendant trois au moins en qualité d'instituteur suppléant. Divisés en deux classes et rétribués en fonction, les suppléants sont évalués par l'administration, puis titularisés si « compétents et dévoués ». Le décret institue des catégories dans le corps des instituteurs par l'attribution d'une allocation calculée en fonction de l' « ancienneté » du maître. Les caisses d'épargne et de prévoyance crées en 1833 sont supprimées le 29 décembre 1853, après avoir été remplacées par une caisse de retraite pour

---

[80] A. Prost, Histoire de l'enseignement en France, 11968, p. 30.

les instituteurs : sans charge pour l'Etat, la loi sur les pensions civiles du 9 juin 1853 établit le droit à la retraite des instituteurs et fixe les retenues sur traitement qui leur sont applicables.

La régulation du système d'enseignement primaire :

Les initiatives en vue d'améliorer l'organisation pédagogique du système d'enseignement primaires s'inscrivent d'une part dans une certaine continuité, répondent d'autre part à des dysfonctionnements prévisibles.

Pour les premières, nous pouvons noter l'envoi d'une circulaire, le 17 décembre 1853, relative à la publication d'un bulletin de l'instruction primaire spécialement destiné aux instituteurs et institutrices. Il est publié de 1854 à 1857. Il traite, dans sa partie non officielle, de questions pratiques d'enseignement et d'éducation dans les écoles primaires. Fortoul le présente ainsi : « J'ai décidé dans ce but, que le journal général de l'instruction publique, comprendra deux fois par mois, un bulletin de l'instruction primaire […] (*sans coût financier pour les instituteurs, détachable*) et que ce bulletin spécial, devant contenir toutes les instructions et tous les documents utile serait mis à la disposition de tous les instituteurs primaires ». Fortoul ressuscite en quelque sorte le Manuel Général.

L'action de certains recteurs repose encore sur des initiatives préconisées par le Manuel Général, en février 1836. Ainsi, l'usage de l'emploi du temps des écoles pour l'enseignement simultané, dont il est probable qu'il ne s'est guère répandu, semble inspirer au recteur Villemereux son tableau d'emploi du temps[81] (1855). En 1854, il le teste pendant six mois dans l'Académie de la Marne, puis nommé dans le Loiret, il l'impose aux instituteurs du département. Décliné précisément suivant les divisions, il organise le temps scolaire non pas sur l'année, toutes divisions confondues, comme le fait le Manuel Général, mais sur une journée modèle. Le découpage s'opère dans le temps, en fonction des disciplines et des tâches. Nous donnons ci-après la DISTRIBUTION DU TRAVAIL ET DU TEMPS DANS LES ECOLES PRIMAIRES- Première division.

Matin	
De 7h 45 à 8h	Entrée générale. Inspection de propreté. Désignation des aides. Prières. Appel
De 8h à 9h	LECTURE (dans les écoles autorisées, histoire le mardi aux élèves des deux premières divisions)
Pendant 30mn	Dix minutes sont consacrées à la correction du devoir donné sur la lecture de la veille. Puis lecture nouvelle.
Pendant 10mn	Explication par le maître du sens des mots de la lecture ou de certains passages.
Pendant 20mn	Les élèves écrivent le résumé de la lecture ou font le devoir.

[81] A. Chervel, L'enseignement du français à l'école primaire, t. 1, (1992), p. 203-207, Texte 134.

De 9h à 9h30	INSTRUCTION RELIGIEUSE
Pendant 5mn	Etude.
Pendant 10mn	Récitation de la leçon et explications.
Pendant 15mn	Récitation de la leçon par les élèves de la deuxième division, à l'aide de la première. Explications.
De 9h30 à 9h40	Repos ou sortie.
De 9h40 à 10h30	ARITHMETIQUE
Pendant 25mn	La première division prend part aux exercices de la deuxième division.
Pendant 25mn	Correction du devoir donné la veille. Nouvelle leçon. Nouveau devoir.
De 10h30 à 11h	ECRITURE
Pendant 15mn	Leçon d'écriture. Explication des principes.
Pendant 15mn	Correction spéciale par le maître. (Dans les écoles autorisées, dessin le mardi et le samedi pour les élèves de la première division).
PRIERE- SORTIE	
soir	
De 13h à 13h30	Entrée générale. Inspection de propreté. Prière. Appel.
De 13h30 à 15h30	LANGUE FRANCAISE.
Pendant 20mn	Etude de français, c'est à dire rédaction d'un devoir
Pendant 30mn	La première division prend part aux exercices de la deuxième division.
Pendant 15mn	Dictée spéciale à la première division (5mn). Correction de la dictée de la veille particulière à cette division.
Pendant 15mn	Correction du devoir fait au commencement de la classe. Interrogations et explications. Leçon nouvelle.
De 14h30 à 14h40	REPOS ou SORTIE
De 14h40 à 15h40	ECRITURE et LECTURE
Pendant 20mn	Mise au net de la dictée corrigée ou étude.
Pendant 40mn	Ecriture : mise au net d'un devoir.
De 15h40 à 16h	EXERCICES DIVERS.
	Calcul oral. Système métrique. Connaissances usuelles sous la direction du maître.

PRIERE et SORTIE

L'organisation temporelle, minutieusement découpée en intervalles minutés met en évidence un ensemble de conduites réglées s'articulant autour de sept grands domaines d'activités : Lecture, Instruction religieuse, Arithmétique, Langue Française, Ecriture et lecture, Exercices divers. Ces domaines sont communs aux trois divisions, leur inscription dans le cadre temporel aussi : il permet ainsi au maître de mener simultanément la classe pour les trois divisions. Le temps scolaire qui se définit ici, résulte de l'adéquation entre une méthode d'enseignement jugée incontournable et un plan d'étude dont la simplicité en terme de domaines de savoir permet d'être couvert chaque jour : la routinisation et les possibles régulations qu'induisent les définitions précises des tâches accomplies par les sujets du système (durant le temps de la classe) traduisent l'écologie d'un système fermé, uniforme et totalement contrôlé. Le temps scolaire s'inscrit dans le temps de la société, comme un temps à l'écart du siècle.

Les initiatives de Fortoul ne peuvent toutefois contrarier l'expansion des congrégations enseignantes. Si l'enseignement laïc masculin résiste suffisamment pour ne pas être éradiqué, il le doit essentiellement à la double fonction qu'assurent les instituteurs communaux. Secrétaires de mairie, ils trouvent alors auprès du maire, le soutien qui leur permet de continuer à enseigner.

Cette fonction de l'instituteur, les services que fonctionnaire de l'Etat (il prête serment à la Constitution), il se doit de prêter au politique, sera ce qui lui permettra de conserver un statut indépendamment du contexte politique.

<u>3.1. B. Rouland : la ré-émergence d'une conception de l'enseignement populaire éducative et utilitaire.</u>

Rouland redéfinit la mission de l'école dans la société civile, rappelle l'administration à ses responsabilités.

La première circulaire pédagogique ;

Dans son instruction relative à la direction pédagogique des écoles primaires, le 20 août 1857[82], envoyée aux recteurs, s'inquiétant de la désertion des élèves, malgré la création d'écoles (notamment de filles), il rappelle la qualité qui garantit à l'école sa légitimité : «[…] *construire des écoles n'est qu'une faible partie de la tâche. Quand on a rendu l'enseignement accessible, il reste à le rendre profitable. Il importe que les populations puissent toucher du doigt l'utilité pratique de l'instruction* ». Il abonde en conseils, par exemple, « *Dans l'enseignement du calcul, les maîtres s'attachent-ils à exercer le raisonnement, à donner à cet enseignement un caractère tout pratique, en empruntant les problèmes aux circonstances de la vie réelle, aux faits de l'économie domestique, rurale ou industrielle ? S'efforce t-on de faire de l'arithmétique une sorte de cours de logique populaire, appliquée aux besoins, aux relations de chaque jour ?* ». Les instituteurs, « *Comprennent-ils, que dans l'intérêt même de l'enseignement, ils doivent faire en sorte que les familles puissent constater, par les résultats, l'utilité pratique de l'école ?* ». Les mots clés de cette instruction primaire, utilité pratique, logique populaire, caractérisent une conception de l'éducation populaire, qui met en avant des valeurs spécifiquement civiles. Il interpelle, dans le même esprit, l'ensemble de l'administration, inspecteurs primaires, inspecteurs d'Académie, tentant de mobiliser tous les acteurs, pour mettre en mouvement l'institution primaire dans cette voie. Nous pouvons supposer que cette volonté est parfois suivie, voire précédée certains membres de l'administration.

Ainsi, nous pouvons citer encore les initiatives locales de Villemereux, inspecteur d'Académie du Loiret, qui tendent à améliorer l'organisation pédagogique de l'école. En 1857, dans ses « directives pour la préparation de la classe [83]», il préconise l'usage du *Journal de classe*, moyen nécessaire pour régler l'organisation pédagogique de la classe. En préambule, il annonce : « *Deux préparations sont nécessaire pour bien diriger une classe : l'une, pour ainsi dire matérielle, consiste surtout dans des soins d'hygiène, de propreté et d'ordre ; l'autre qu'on peut appeler scolaire ou pédagogique. […] Un bon professeur, quelque rompu qu'il soit à sa tâche, prépare la classe. […] Le soir, donc, lorsque ses travaux du dehors sont terminés, lorsqu'il est libre de toutes préoccupation, il prépare la plume à la main, ce qu'il doit enseigner le lendemain à chaque division.[…] Tout est inscrit et convenablement développé sur le « Journal de classe » dès la veille* (en italique dans le texte) *pour les deux leçons du jour. Le matin, avant l'arrivée des élèves dans l'école, il trace de sa main sur les cahiers, sur les ardoises, sur le tableau noir, les exercices particuliers à chaque division. Ce n'est point pendant la classe, qu'il faut aviser à tout cela ; dans le chemin, l'on marche, l'on ne prépare pas ses provisions ; c'est à l'ouverture et à la fin du sillon que l'on remet son attelage en état. Après de pareils soins, si une autorité scolaire se présente, le maître n'est point interdit, embarrassé […]*

La tenue régulière et intelligente du journal de classe impose tout d'abord un travail assez long ; mais ce travail est largement compensé par l'avantage qu'il assure à l'instituteur, à l'école, aux élèves.

Le maître domine sans effort une tâche dont les difficultés sont aplanies à l'avance ; l'école présente le spectacle d'une exacte discipline, conséquence d'une organisation parfaite ; les élèves se livrent avec empressement et succès à des études où les progrès sont rapides, quand les exercices sont toujours en harmonie ave l'intelligence et la force réelle des enfants ».

Peut-être limitée, locale, l'introduction du « Journal de classe » dans les pratiques de l'instituteur, tend de façon interne à réguler l'ensembles des conduites dans le sein même de la classe, à calquer le temps scolaire sur le temps d'une programmation des savoirs : le

[82] A. Chervel, L'enseignement du français dans les écoles primaires, t.1, (1992), p.208,209, Texte 136.
[83] *Ibid.* p. 212,213, Texte 137.

Journal de classe, certes aussi, moyen de contrôle pour les autorités scolaires, n'en devient pas moins l'outil d'organisation et de régulation d'un temps didactique spécifique à une classe, outil lui conférant, d'une certaine façon, son autonomie propre.

La marque de sollicitude la plus importante que l'Etat exprime à l'égard des instituteurs, est la consultation organisée par le ministre le 12 décembre 1860 (certes, elle ne sera publiée qu'en 1866 !). Il ouvre en effet, par arrêté, un concours entre les instituteurs publiques : « *Quels sont les besoins de l'Instruction primaire dans une commune rurale, du triple point de vue de l'école, des élèves, du maître ?* [84]». Doté de récompenses importantes pour les premiers, mais répondant surtout au besoin des instituteurs d'exposer leurs difficultés et les remèdes envisageable, le concours est un succès : près de 6000 mémoires sont présentés.

Cet état des lieux effectué par les sujets même du système montre la nécessité d'une évolution dans le cadre pédagogique et institutionnel.

Pour les besoins des élèves, les instituteurs estiment qu'il faut élargir les programmes par l'adjonction des matières rejetées dans la partie facultative : histoire, géographie, enseignement agricole, chant apparaissent comme nécessaires. Il faut encore rendre l'enseignement moins abstrait, plus utile, plus pratique. Les questions de l'obligation scolaire, de la gratuité sont évoquées mais sans prise de position consensuelle.

Pour la formation des maîtres, peut-on lire dans le mémoire classé premier, « l'école normale est le meilleur sinon le seul noviciat des instituteurs » ; l'auteur demande encore que soit relevé le niveau d'étude : « *Un programme d'étude normale bien fait nous préservera des demi- savants ; quant aux désertions, qu'on ne s'y trompe pas ; là où elles se sont produites, elles ont été le résultat de l'absence de vocation où de l'état misérables des instituteurs, et non le résultat d'un dégoût pour des fonctions trop modestes* [85]». De nombreux mémoires préconisent aussi le rétablissement des conférences d'instituteurs, propices à diffuser les nouvelles méthodes professées à l'école normale, voire, encore l'organisation de retraites pédagogiques pendant les vacances.

Ces doléances plus ou moins étouffées, trouvent quelque écho dans la presse… Elles traduisent du moins les besoins des sujets de l'institution primaire.

La disqualification du certificat de stage.

---

[84] Cité par M. Gontard, Les écoles primaires de la France bourgeoise 1833- 1875, Annales du CRDP de Toulouse, INRP Toulouse, p.150,151.

[85] Cité par M. Gontard, La question des écoles normales primaires de la Révolution à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, INRP Toulouse, p.71

En 1862, la prééminence de la formation donnée dans les écoles normales est affirmée : dans l' « exposé de la situation de l'Empire en 1862 »- Moniteur 1863, 14 janvier[86], on peut lire : « *Si l'on veut de bons instituteurs préparés par des études complètes, il faut abandonner le régime défectueux qui consiste pour quelques localités à placer des élèves stagiaires dans les écoles publiques désignées par le conseil départemental. Cet expédient autorisé par la loi du 15 mars 1850 est condamné par l'expérience… Nos écoles normales primaires qui forment des instituteurs présentent un excellent système d'enseignement ; car à côté des connaissances scolaires on y développe toutes les notions scientifiques qui sont applicables aux usages de la vie et qui peuvent aider puissamment la bonne entente du travail professionnel. Ainsi se forment de nombreux instituteurs instruits, dévoués et pouvant rendre des services au pays* ».

Le texte est significatif de plusieurs points de vue : d'une part, le contenu même de la loi Falloux apparaît comme sujet à controverse : les écoles de stage n'ont plus d'existence légitime – dans le programme d'enseignement, les notions scientifiques sont réintroduites explicitement. La mission de l'école que définit la fonction de l'instituteur relève d'une nouvelle conception : la première est de favoriser la transmission de connaissances utiles ; la fonction du second est de se dévouer et de rendre service au pays, un service qui ne se limite pas à garantir l'ordre civil, mais à préparer les citoyens à un travail « professionnel ».

Bien que Rouland n'entreprenne aucune réforme de fond, nous ne pouvons que souligner ses contributions au redressement de l'institution primaire.

<u>3.1. C. Le ministère Duruy (23 juin 1863- 18 juillet 1869) : la régénérescence du système d'enseignement public sous l'influence d'un contexte libéral.</u>

Une conception libérale de l'éducation populaire.

Duruy, professeur d'histoire d'humble origine, est un administrateur et non un politique. Inspecteur de l'Académie de Paris en 1861, puis Inspecteur général en 1862, c'est à la passion partagée de Napoléon III pour l'histoire romaine, qu'il doit en partie son entrée en fonction. Ses ambitions sont claires : étendre à tous l'instruction, élever la condition populaire par une éducation générale ; c'est par l'école que peut s'opérer l'éducation à la démocratie, que peut prendre sens le principe du suffrage universel.

Les convictions qu'il tente de faire partager, plutôt que d'imposer sont les suivantes : de l'instruction répandue, résultent l'ordre social, le progrès de l'agriculture et de l'industrie, la grandeur nationale, l'éducation féminine est une condition essentielle pour réaliser ce

[86] Cité par M. Gontard, La question des écoles normales primaire de 1789 à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, INRP de Toulouse, p. 74.

projet : *« Les femmes sont mères deux fois, au jour de l'enfantement et par l'éducation première »*[87].

Les premières mesures du ministre portent d'une part sur le statut institutionnel de l'instituteur. Rappelons que lors des élections d' août 1863, l'instituteur, instrumenté par l'administration avait joué le rôle de fidèle agent électoral, pour asseoir la légitimité du régime impérial. La circulaire du 26 août 1863 aux préfets, celle du 6 décembre 1865 aux recteurs, rappelle aux premiers que l'instituteur public n'est pas un simple fonctionnaire départemental aux ordres de ceux- ci, réaffirme, à l'adresse des seconds, l'indépendance du corps enseignant : les inspecteurs d'Académie ne sont pas soumis aux préfets, ils relèvent d'une unique Administration, celle dont le Recteur est le représentant hiérarchique.

Finalité et enjeux d'une nouvelle législation scolaire : la loi du 10 avril 1867.

Dès l'entrée en scène de Duruy, et en raison d'un climat propice (libéralisation de la presse, une opposition fortifiée au sein du corps législatif)), le débat scolaire se ranime autour des trois principes déjà emblématiques des deux premières républiques : la gratuité, l'obligation et la laïcité.

Fort du soutien de l'Empereur, dont le discours du 15 février 1865 comporte cette déclaration : « *Dans le pays du suffrage universel, tout citoyen doit savoir lire et écrire. Un projet de loi vous sera présenté pour propager de plus en plus l'instruction primaire*[88] *»,* Duruy, qui prudemment a prévu trois projets, un grand (gratuité absolue et obligation pour les enfants de 7 à 13 ans), un moyen (obligation et gratuité relatives, mais assez étendues) et un petit (gratuité et obligation possible par délibération du Conseil municipal), propose un rapport en faveur des réformes à l'adresse de Napoléon III. Publié dans le Moniteur, le 6 mars 1865, le rapport s'achève sur une liste de principes que Duruy propose au souverain d'appliquer :

L'instruction populaire est un grand service public.

1) Ce service doit comme tout ceux qui profitent à la communauté être payé par la communauté toute entière.

2) Le droit de suffrage a pour corollaire le droit d'instruction et tout citoyen doit savoir lire, comme il doit porter les armes et payer les impôts. [89]

---

[87] Duruy, Notes et souvenirs, tome 1, p. 197, 198. Cité par M. Gontard, les écoles primaire de la France Bourgeoise de 1833 à 1875, Annales du CRDP de Toulouse, INRP de Toulouse, p. 167.
[88] M. Gontard, Les écoles primaires de la France bourgeoise 1833- 1875, Annales du CRDP de Toulouse, INRP de Toulouse, p. 171.
[89] *Ibid.* p. 172

En réalité, après trente mois de tergiversation, le texte de la loi du 10 avril 1867, s'il n'élimine pas totalement la référence aux deux grands principes de gratuité et d'obligation, en atténue fortement la dimension réformatrice : l'obligation scolaire de 7 à 13 ans, la gratuité absolue qui conféraient à l'enseignement primaire son statut de service public sont suggérées à travers des dispositions affaiblies. Le développement de la gratuité des écoles publiques est à peine évoqué. La prime d'assiduité encourageant la fréquentation scolaire est transformée en la possible constitution d'une Caisse des écoles, censée répondre à cette finalité et à secourir les élèves indigents.

Par contre, les privilèges accordés jusqu'alors aux congrégations enseignantes sont supprimés. (articles 17 et 18)

Les dispositions pour propager l'enseignement primaire féminin sont prises ; elles seront d'ailleurs élargies à l'enseignement secondaire : Duruy signe le 30 octobre 1867 une circulaire organisant des cours secondaires pour les filles.

L'institution primaire bénéficie de mesures susceptibles d'améliorer son organisation pédagogique : le dédoublement des classes trop chargées fait l'objet de l'article 2, qui prévoit de nommer des adjoints et adjointes sur décision du Conseil départemental. Les contenus de son programme d'enseignement obligatoire sont élargis : « *Les éléments de l'histoire et de la géographie de la France sont ajoutés aux matières obligatoires de l'enseignement primaire (article 16)*. Enfin, les traitements des instituteurs et institutrices apparaissent améliorés. Et notons encore les encouragements dont bénéficient les classes d'adultes, concrétisés par des indemnités octroyés aux instituteurs qui en acceptent la charge (article 7).

Si les conceptions réformatrices de Duruy ne peuvent réellement s'affirmer dans la loi de 1867, elles s'expriment totalement dans l'impulsion qu'il donne à l'enseignement spécial. En subordonnant les programmes et les méthodes d'enseignement des écoles normales à cet enseignement spécial, V. Duruy instaure une formation normale que les pédagogues de la 3ème République n'auront guère qu'à institutionnaliser. Avant que nous n'évoquions plus précisément le devenir des écoles normales, l'élargissement de leurs plans d'études et la consistance d'une arithmétique « normale », il convient de mettre en évidence l'action des « hommes » du Ministre, c'est à dire, des hauts fonctionnaire dans la « naturalisation » du système d'instruction primaire.

L'émergence d'un temps du savoir « concentrique ».

Si la méthode simultanée « réformée » par Guizot induit une division en classe et si les efforts des Recteurs pour imposer tableaux d'emploi du temps et « journal de classe », pour réguler le temps scolaire, sont réels, l'exacte répartition du savoir à enseigner suivant les classes, les méthodes d'enseignement à mettre en œuvre en fonction des compétences des élèves sont, pour la première fois, clairement exposées et mises en application par l'Inspecteur d'Académie, Octave Gréard. Celui-ci, normalien en 1849, agrégé en 1854, inspecteur d'académie en 1864, est chargé de la direction de l'instruction primaire du département de la Seine. S'appuyant stratégiquement sur une enquête établissant les défauts de l'enseignement primaires, l'absence de régularité de cet enseignement, il élabore le règlement d'une organisation pédagogique, des programmes et instructions[90] . Il s'agit, pour O. Gréard, d'instaurer (p. 15) « *en résumé,* (un) *partage des matières en trois cours progressifs, tout à la fois indépendants et connexes ;* (un) *fractionnement de chaque cours en divisions numériques compatibles avec les conditions d'une bonne direction* ;(une) *régularisation des examens de passage et des épreuves relatives au certificat d'études primaires ».*

Le règlement d'organisation pédagogique pour les écoles publiques du département de la Seine stipule :

Article 1er. – L'enseignement dans les Ecoles publiques communales, laïques et congréganistes, de garçons et de filles, du département de la Seine, est partagée en trois cours : Cours élémentaire, Cours moyen, Cours supérieur. […]

Article. 3. – Le programme de chaque Cours, qui, chaque année, devra être exactement rempli, est fixé ainsi qu'il suit :

Matières de l'enseignement	Cours élémentaire	Cours moyen	Cours supérieur
[…] Calcul	Principes de la numération ; exercices pratiques sur les sur les quatre règles (nombres entiers).	Exercices sur les quatre règles (nombres entiers et décimaux)	Etude raisonnée de l'arithmétique (nombres entiers et décimaux, fractions ordinaires). Application aux opérations pratiques.
Système métrique	Nom et usage des mesures métriques	Exercices pratiques sur les différentes mesures.	Application du système métrique à la mesure des surfaces et des volumes.

Elargi au dessin linéaire, dès le cours moyen, le programme qui comporte encore, instruction religieuse, lecture, écriture, langue française, leçons de choses, histoire de France, géographie, chant, exercices de mémoires et couture (pour les filles) retrouve les contours

[90] Extraits du bulletin de l'enseignement primaire du département de la Seine. Organisation pédagogique. Programmes et instructions. Paris . Charles de Mouergues frères, Imprimerie de la Préfecture du département de la Seine 1870.

qu'avait dessinés Guizot. S'adressant explicitement aux filles comme aux garçons, il offre encore un aspect novateur.

L'instruction générale, adressée par l'Inspecteur d'Académie, à messieurs les inspecteurs de l'enseignement primaire, sur la mise à exécution du règlement d'organisation pédagogique[91] explicite les modalités d'organisation des trois cours (paragraphe I). Du principe (p. 21) « *L'uniformité du point de départ et du but n'est pas seulement une garantie de régularité dans l'économie de l'enseignement ; c'est un moyen d'émulation pour les élèves et pour les maîtres une force »*, procède l'instauration des trois cours dont les effectifs sont limités à 60 pour le Cours supérieur, à 80 pour le Cours moyen et à 120 pour le Cours élémentaire. Elle légitime encore le principe d'un classement annuel (paragraphe II) par un examen de rentrée conférant à l'organisation temporelle une fonction déterminante sur les programmes. En effet, écrit O. Gréard : « *si notre ambition est que le plus grand nombre possible d'élèves parcourent le cercle entier de nos études, ce que nous désirons avant tout, c'est qu'il ne sorte de nos mains aucun enfant dont l'intelligence ne soit développée en fonction de ses facultés naturelles et du temps qu'il nous aura donné. Les programmes de chaque Cours ont été préparés de telle sorte, qu'ils présentent, dans chaque ordre de connaissances, un ensemble plus ou moins étendu, mais complet à son degré ».* Tout structuré et complet, le savoir déterminé pour chaque division doit s'avérer suffisant. Le temps du savoir qui doit se déployer, est un temps cyclique, « concentrique », parce que le temps scolaire, qu'induirait l'obligation, n'est pas institutionnalisé.

C'est dans le paragraphe III (p.25-28) « *De l'enseignement* », qu'O. Gréard développe sa conception des principes sur lesquels celui-ci doit se fonder. Le but proposé, *« c'est moins d'élever le niveau de l'enseignement que d'en régulariser la marche, de façon à en étendre le profit réel à tous les enfants [...]. L'objet de l'enseignement primaire, en effet, n'est pas d'embrasser sur les divers matières auxquelles il touche, tout ce qu'il est possible de savoir, mais de bien apprendre, dans chacune d'elle ce qu'il n'est point permis d'ignorer ».* Il en résulte que « *nos maîtres ne sauraient donc trop faire d'effort pour se contraindre à procéder, en toute chose, du simple au composé, du concret à l'abstrait, de l'exemple à la règle ; à éviter toutes les subtilités de langage et de raisonnement ; à s'en tenir aux principes incontestables ; à toujours ramener leurs leçons aux notions les plus pratiques, et, si je puis dire ainsi, les plus voisines du degré d'intelligence et des habitudes d'esprit des enfants ».* Dans cette conception qui ne renie pas le recours à l'imagination de l'enfant au dépens de celui à la mémoire, la fonction incontestable des leçons de chose pour retenir l'attention de l'enfant, émergent des idées clés sur lesquelles reposent le principe d'élémentarisation des savoirs primaires, la dimension utilitaire qui doit présider à la finalité de ces derniers.

O. Gréard n'occulte pas, fidèle à ses prédécesseurs, le pouvoir des manuels dans cette organisation ; il précise : *« Les livres scolaires [...], ont été choisis conformément à ces vues.[...] Mais il faut que le maître compte d'abord sur lui-même pour conduire et vivifier son enseignement ».* Son propos est d'une certaine façon novateur. L'acte d'enseignement relève d'un maître, qui prépare sa leçon, et non plus d'un simple répétiteur, qui expose une leçon reproduite dans un manuel. Cette disposition se révèle notamment dans le soin que montre Gréard à justifier de l'intérêt de la leçon de choses.

Précédent les programmes à proprement parler, le paragraphe IV (p. 28- 34) éclaire leur « caractère ». La lecture et l'écriture sont menées simultanément dès le cours élémentaire. Et de fait « *S'il est possible de commencer presque en même temps le calcul, c'est que l'épellation et la numération, le tracé des lettres et celui des chiffres sont des exercices de même degré et à peu près de même nature [.... Plus que tout autre, évidemment, l'enseignement du Cours élémentaire doit être simple et pratique en orthographe et en calcul, familier et anecdotique en histoire et géographie».*Si «*le Cours élémentaire n'est qu'une première initiation préparatoire, l'objet du Cours moyen est de faire à l'élève un solide fond de connaissances ».* Il s'agit d' « *amener l'enfant au principes essentiels de l'orthographe et du calcul par des exemples multipliés, réduire ces principes au plus petit nombre possible, les résumer sous une forme claire, en faire sortir les règles générales d'application, telle doit être la constante préoccupation du maître ».* La méthode qui semble prévaloir se caractérise donc comme un type de méthode inductive : des exemples multiples procèdent les principes. La graduation qui ne peut s'opérer réellement sur la nature et l'étendue des objets d'enseignement se révèle indubitablement du cours moyen au cours supérieur. Ainsi que le note O. Gréard : « *du Cours moyen au Cours supérieur, nous nous élevons d'un degré marqué. Au fond du savoir acquis vient s'ajouter dans une certaine mesure, le raisonnement, c'est à dire qu'au lieu de partir de l'exemple pour remonter à la règle, l'élève bien affermi dans cette voie, doit être exercé à descendre de la règle à l'exemple, et à en suivre toutes les applications logiques. Mais, dans ce cours comme dans les autres, les principes essentiels demeurent la base de notre enseignement ; les applications utiles, le but ; la simplicité, le caractère. Gardons- nous donc des théories trop élevées d'arithmétique ou d'orthographe ».*

Le caractère incontestablement primaire du programme s'affirme dans son but et son caractère ; l'éviction de toute théorie en résulte. Il n'en convient pas moins de souligner les

[91] *Ibid.* p. 21- 34.

points novateurs du programme : la démarche commune en arithmétique et en orthographe, qui procède de l'induction vers un type de raisonnement *a priori* non complètement détaché de la méthode déductive ; l'importance accordée à la notion d'application. Celles-ci, qu'elles relèvent de la logique, même circonscrite au cadre des opérations pratiques, confèrent au programme une dimension sociale qui le démarque incontestablement d'un programme confessionnel. Notons encore que « *Toutes ces observations concernent les écoles de filles comme celles de garçons »,* bien que pour les filles, mais exclusivement en ce qui concerne l'arithmétique « *toutes les applications de l'arithmétique ne sauraient leur être également utiles. Il va sans dire aussi qu'il est des exercices, tels que l'application du système métrique à la mesure des surfaces et des volumes, sur lesquels il ne convient pas de les pousser trop loin ».*.

L'ensemble du dispositif met en évidence les conditions qui inscrivent l'institution primaire comme une institution viable et compatible à son environnement sociétal : viable car dotée d'une organisation pédagogique efficace, compatible car satisfaisant aux contraintes de l'administration supérieure et aux besoins de la société (l'utilité sociale).

Mais c'est encore le dernier point évoqué par O. Gréard qui peut rendre compte de la fonction sociale de cet enseignement primaire : **le certificat d'études primaires** doit attester d'études « *conduites avec ensemble méthode et persévérance* » ; « *le succès dans les examens du certificat d'études sera le résultat infaillible d'une bonne et diligente direction* ». Et O. Gréard de préciser : « *Vous savez quelle importance l'Administration supérieure attache à cette sanction* ».

Le Certificat n'est pas envisagé comme un simple dispositif permettant d'évaluer conjointement les élèves et les maîtres, O. Gréard anticipe encore sur sa fonction dans le phénomène d'acculturation que doit produire l'institution. « […] *j'ai la confiance,* écrit-il, *que de leur côté, les familles, voyant l'ensemble de notre enseignement, comprendront quel tort elles feraient à leurs enfants, en les laissant interrompre et tronquer leurs classes ».*

Conformes à ces recommandations, les programmes annexés à l'instruction, définissent donc pour chaque division l'ensemble des connaissances à enseigner. Nous donnons ci-dessous les programmes de calcul et de système métrique.

COURS ELEMENTAIRE.

CALCUL

Principes de la numération ; exercices pratiques sur les quatre règles (nombres entiers)

1. Numération parlée. – Enumération des nombres jusqu'à mille. – Rapport entre l'unité simple, la dizaine, la centaine et le mille. – Enumération des nombres supérieurs à mille. – Unités des différents ordres.

2. Numération écrite. – Des chiffres : tracé des chiffres. – Ecriture et lecture des nombres de deux et de trois chiffres. (Insister sur ces nombres avant de passer aux nombres de plus de trois chiffres) – Emploi du zéro. – Indication de la convention fondamentale de la numération écrite. – Lecture et écriture des nombres supérieurs à 999. – Décomposition d'un nombre écrit en chiffres, en unités simples, en mille, en million, etc. – Un nombre étant écrit en chiffres, trouver combien il renferme en tout de dizaines, de centaines, de mille, etc.

3. Indication, par des exemples familiers, du but et des usages des quatre opérations.

4. Addition. – Règle pratique.- Etude de la table d'addition.- Preuve de l'opération. – Exercices oraux. – Exercices écrits.

5. Soustraction. – Règle pratique par la méthode de compensation. – Preuve. - Exercices oraux. – Exercices écrits.

6. Multiplication. – Etude de la table de multiplication. – Multiplication d'un nombre de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul. – Multiplication de deux nombres quelconques. – Règle pratique. – Multiplication de deux nombres terminés par des zéros. – Preuve de la multiplication. - Exercices oraux. – Exercices écrits.

7. Division.- Division d'un nombre de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul. – Règle pratique. – Reste de la division. (Faire l'opération en écrivant les produits du diviseur par les chiffres du quotient). – Preuve de la division. - Exercices oraux. – Exercices écrits.

SYSTEME METRIQUE.

Nom et usages des mesures métriques.

1. Montrer aux élèves le mètre. – Division du mètre : décimètre, centimètre, millimètre. – Faire mesurer des longueurs au moyen du mètre. – Donner une idée du décamètre, de l'hectomètre, du kilomètre et du myriamètre.

2. Donner une idée des mesures de superficie. – Dessiner au tableau un décimètre carré, partagée en cent centimètres carrés. – Are.

3. Mesures de capacité.- Les montrer aux élèves ; faire sous leurs yeux des mesurages.

4. Donner une idée des *mesures de volumes ;* mètre cube ; centimètre cube. – Stère.

5. Montrer les *poids légaux* employés en France.- *Monnaies :* franc. – Monnaies d'argent, d'or, de bronze.

COURS MOYEN

CALCUL

Exercices sur les quatre règles. Nombres entiers et nombres décimaux.

1. Révision des matières du cours élémentaire : règles pratiques des opérations sur *les nombres entiers*, avec développement.

2. NOMBRES DECIMAUX. – *Numération des nombres décimaux.* – Explication du principe, que la valeur d'un nombre décimal ne change pas quand on écrit ou qu'on supprime des zéros à sa droite. – Rendre un nombre entier ou un nombre décimal 10, 100, 1000 fois plus grand ou plus petit.

3. Addition et soustraction des nombres décimaux.- Règles pratiques et applications.

4. Multiplication des nombres décimaux.- Définition de la multiplication, quand le multiplicateur est décimal (le sens du mot *multiplier* n'est plus le même que dans le cas où le multiplicateur est entier). – Règle pratique pour faire l'opération. Exercices et applications.

5. Division des nombres décimaux. – Différence des cas suivant que le diviseur est entier ou décimal (le but de l'opération n'est pas le même dans les deux cas). – Règle pratique pour le premier cas. – Le second cas se ramène au premier. – Trouver le quotient de deux nombres entiers ou décimaux à 0,1 près, à 0,01 près, etc.

6. Premières notions sur les *fractions*. – Réduction d'une fraction en décimales.

7. Problèmes usuels sur les quatre règles. – (Nombres entiers et nombres décimaux). – Règles de trois et règles d'intérêt simple.

SYSTEME METRIQUE

Exercices pratiques sur les différentes mesures.

1. Notions très élémentaires sur la *mesure* des grandeurs. – Le *Système métrique est décimal ;* avantages qui en résultent.

2. *Mesures de longueur.* – Définition du mètre ; multiples et sous multiples du mètre.- Une longueur étant exprimée en mètres, en décimètres, en centimètres, etc., la rapporter à une autre unité de longueur. – Valeur en mètre d'un degré du méridien, du mille marin, de la lieue marine.

3. *Mesures de superficie.* – Mètre carré, décimètre carré, centimètre carré, millimètre carré, décamètre carré, hectomètre carré, etc. – Rapport du mètre carré au décimètre carré ; - Rapport de chacune des unités de superficie à toutes les autres. – Une surface étant exprimée au moyen d'une unité superficielle, la rapporter à une autre unité. – Are, hectare, centiare, myriare.

4. *Mesures de volumes et de capacité.*- Mètre cube, décimètre cube, centimètre cube, millimètre cube. – Rapports mutuels de ces unités de volume. – Stère, décastère, décistère. – Définition du litre : décalitre, hectolitre, décilitre, centilitre. – Rapports de ces mesures au mètre cube.

5. *Mesures de poids.* – Définition du gramme ; multiples et sous- multiples du gramme ; quintal, tonneau. – Correspondance entre les mesures de poids et les mesures de volumes et de capacité ; poids d'un litre d'eau, d'un mètre cube d'eau, etc.

6. *Monnaies.*- Définition du franc, décime et centime. – Poids des monnaies d'argent. – Rapport de la valeur d'un kilogramme de monnaie d'or à celle d'un kilogramme de monnaie d'argent. – Poids des monnaies d'or. – Monnaies de bronze. – Valeur d'un kilogramme d'argent pur ou d'or pur. Connaissant le poids et le titre d'une pièce d'or ou d'argent, en trouver la valeur, etc.

7. *Notions sur la mesure du temps.* – Jour, heure, minute, seconde. – Convertir en secondes un nombre composé de jours, d'heures, de minutes et de secondes : réciproquement, un nombre de secondes étant donné, trouver combien il contient e minutes, d'heures et de jours, etc.

8. *Définition du triangle, du parallélogramme, du trapèze du cercle.* – Règle pratique de la mesure de ces surfaces.

COURS SUPERIEUR

CALCUL

Etude raisonnée de l'arithmétique : nombres entiers et nombres décimaux ; fractions ordinaires. – Applications aux opérations pratiques.

1. *Théorie* très élémentaire de *la numération.*

2. *Nombres entiers.* – Explication *raisonnée* des quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers.

3. *Fractions ordinaires (1).* – Fraction proprement dite, expression fractionnaire. – Principes sur les fractions. – Simplification des fractions. – Réduction des fractions au même dénominateur. – Opérations sur les fractions : addition et soustraction. – Multiplication. – Division.

4. *Nombres décimaux.* – Exposition *raisonnée* des règles du calcul des nombres décimaux. – Analogie des nombres décimaux, d'une part, avec les fractions ordinaires, d'autre part, avec les entiers.

5. *Applications aux opérations pratiques.* – Règles de trois, d'intérêt, d'escompte, de société, par la méthode de la réduction à l'unité. – Problèmes de mélanges et d'alliage. – Exercices empruntés à des questions usuelles telles que les rentes sur l'Etat, les actions et les obligations industrielles, les caisses d'épargne, la répartition des impôts, etc..

6. *Carré et cube d'un nombre.*- Règle pratique pour l'extraction de la racine carrée et de la racine cubique. (Indication très élémentaire et uniquement en vue des applications du système métrique).

(1) Dans l'étude d'ensemble et raisonnée de l'arithmétique, il convient de placer les fractions ordinaires avant les nombres décimaux.

SYSTEME METRIQUE.

Application du système métrique à la mesure des surfaces et des volumes.

1. *Notions élémentaires de géométrie.* – Définition des angles, de la circonférence ; mesures des angles en degrés, minutes et secondes. – Angle droit ; perpendiculaire, obliques. – Définition des parallèles. Définition des polygones, du triangle, du parallélogramme, du rectangle, du carré, du losange, du trapèze.

2. *Mesure des aires.* – Aire du rectangle, du carré. – Aire du parallélogramme, du triangle, du trapèze. – Mesurer l'aire d'un polygone quelconque, en le décomposant, soit en triangles, soit en trapèzes et en triangles rectangles ; en le transformant en un triangle équivalent. – Mesure d'une aire plane limitée par une ligne courbe. – Mesure du cercle.

3. *Des polyèdres.* – Définition de la perpendiculaire à un plan, des plans parallèles. – Prismes, parallélépipèdes, pyramides.

4. *Mesure des volumes.* – Volume du parallélépipède rectangle, du parallélépipède droit, du prisme droit. – Enoncer, sans démonstration, les théorèmes relatifs à la mesure du prisme oblique, de la pyramide. – Volume du cylindre, du cône, du tronc de cône.

5. *Applications.* – Cubage d'un massif de maçonnerie, d'un tas de sable ou de gravier, d'un fossé ; jaugeage d'un vase cylindrique, d'un seau ayant la forme d'un cône tronqué, d'un tonneau ; cubage d'un tronc d'arbre, etc.

Emblématique d'une progression concentrique, le programme reprend pour chaque division l'étude de la numération et des quatre opérations, l'étude du système métrique (ce dernier point est novateur). La graduation telle qu'elle est conçue, repose sur l'élargissement progressif du système de nombres dans lequel numération et opérations peuvent être sollicitées. Le cours élémentaire limite le domaine des nombres aux entiers, le cours moyen, élargit ce domaine aux nombres décimaux, le cours supérieur, l'inscrit dans l'ensemble des fractions. Les recommandations d'ordre pédagogique qui doivent inciter le maître à éclairer le sens nouveau des opérations opérant sur de « nouveaux nombres », et donc à solliciter les facultés d'entendement des élèves déjà un peu aguerris, révèlent encore la présence explicite d'une progressivité dans la méthode d'enseignement. L'art de montrer, de faire sentir les idées et parallèlement de solliciter la mémorisation, (les tables, les règles pratiques) est tout particulièrement adapté au cours élémentaire. Il convient, comme le soulignait Gréard, dans l'instruction (p. 28) : « *Il est indispensable que les yeux de l'enfant perçoivent, que sa main touche ».* Le travail de l'élève, c'est de s'exercer oralement ou par écrit, de mémoriser ce que ses sens lui ont permis d'entrevoir. Le cours moyen met notamment en évidence le statut des définitions : la consolidation des connaissances déjà appréhendées dans le cours élémentaire se traduit par la maîtrise de définitions, des principes. Le rôle du maître consiste à expliquer, à fonder les principes, à définir les objets du savoir. La place considérable octroyée au système métrique, à la définition et aux rapports entre unités de divers ordres, l'introduction des règles de trois et d'intérêt, de quelques notions de géométrie, caractérisent spécifiquement la dimension pratique et utilitaire de cette division. L'élève dispose des moyens d'opérer sur les mesures pratiques.

Le cours supérieur revisite et inscrit les savoirs étudiés dans un environnement technologique assurément plus élevé. L'usage du terme « raisonné » atteste d'une conception qui tend à échapper à l'immédiat concret. Le découpage opéré dans la composante « Calcul » s'apparente à celui des traités en usage dans le secondaire, il n'est plus isomorphe au sommaire du traité de Bézout. La théorie des fractions précède les nombres décimaux, les applications aux opérations pratiques convoquent la méthode de réduction à l'unité, l'extraction des racines carrées et cubiques est présente. La note (1) est d'ailleurs significative : l'étude raisonnée suppose un enseignement d'exposition conforme à l'ordre « savant » ; Gréard ne réfute d'ailleurs pas la substitution du terme calcul au terme arithmétique : il l'utilise lui-même. Les thèmes mêmes des problèmes relatifs à des questions usuelles ne dénotent pas avec ceux des traités classiques. Quant au système métrique, ses applications usuelles cautionnant l'existence de quelques notions de géométrie, il intègre explicitement une composante géométrique non négligeable : trouvent un habitat, certes les formules permettant les calculs de mesures, mais aussi un certain nombre de définitions qui ne peuvent que se référer à une géométrie non spécifiquement « primaire ».

Sanctionnant le parcours de ce cycle d'études primaires, le certificat d'études fait l'objet de l'article 7 du même règlement. Il est « Accordé aux élèves du cours supérieur qui ont subi d'une manière satisfaisante des épreuves sur l'instruction religieuse, la lecture, l'écriture l'orthographe, le calcul, le système métrique, l'histoire et la géographie de la

France, le dessin, et pour les jeunes filles, la couture » et « proclamé à la distribution solennelle des prix » (article 8).

Le règlement est appliqué avec diligence ; les instituteurs sont conviés à des conférences pédagogiques qui doivent en favoriser l'exécution. Dans son « Instruction relative à l'application du règlement d'organisation pédagogique pour l'année scolaire 1869-1870 [92]» le 11 août 1869, O. Gréard constate la pertinence de cette organisation ; il écrit ainsi (p. 59) : « *Nous pouvons aujourd'hui considérer comme établis les principes sur lesquels l'organisation repose, je veux dire :* ***la distribution uniforme des matières de l'enseignement en trois cours progressifs ; l'unité d'économie de chaque cours, embrassant un certain ensemble de connaissances essentielles avec des degrés divers dans le développement ; le classement des élèves d'après leur intelligence et leur savoir ; enfin la substitution du mode d'enseignement simultanée au mode mutuel*** *».* Si le dernier principe est enfin instauré, il convient de souligner qu'il résulte de l'application des principes précédents. La question de l'organisation temporelle qui n'avait pas été clairement réglée dans le règlement (quelle devait être la durée d'un cours ? une année ? Le programme devant rigoureusement être couvert dans la durée du cours !), donne lieu à quelques éclaircissements. Ainsi note t-il et justifie t-il (p. 60) : « *De la division de nos études en trois degré, il ne résulte point que ces trois degrés doivent être nécessairement franchis dans un laps de trois années. Nous devons penser au contraire que, plus intéressé et par suite plus assidu à l'étude, l'enfant, fréquentant l'école de 7 à 13 ans, restera généralement deux années à chaque degré. L'économie des programmes a été d'ailleurs réglée de telle sorte que, si un élève est obligé de nous quitter avant le temps, à quelque degré qu'il s'arrête, il emportera une somme de savoir utile et la possibilité de la compléter ».* La répartition du savoir à enseigner selon chaque degré semble devoir s'inscrire sur une durée de deux années. Le quadrillage temporel que sous tend cette répartition uniforme du savoir sur l'axe temporel est d'ailleurs une préoccupation des instituteurs. Traitant de « *la division mensuelle des matières d'enseignement »*, O. Gréard relève effectivement la demande des instituteurs, démunis quant l'application de progressions parallèles dans toutes les cours du département. *« Etablir dans l'ensemble des matières d'enseignement de chaque cours des coupures qui détermineraient la tâche de chaque mois »* était certes dans ses pensées, mais il a préféré pour une première année d'épreuve *« laisser une plus grande liberté d'action à chaque directeur ».* Pas plus qu'une uniformisation du quadrillage temporel, la refonte des programmes n'apparaît nécessaire : l'organisation pédagogique des écoles du département de la Seine semble selon « des juges autorisés » constituer « les bases des *classes du peuple* ». Et c'est l'intention de l'auteur : « *Nous voudrions en effet, que les écoles primaires devinssent de véritables « classes », classes élémentaires et simples, accessibles au plus grand nombre, mais ayant leur suite et leur couronnement, propres à former des esprits éclairés et sages, imbus de principes exacts, de sentiments honnêtes, qui, dans l'étude de notre histoire nationale, aient puisé avec la notion raisonnée du patriotisme, l'intelligence des conditions morales du véritable progrès, et qui, sachant distinguer par eux-mêmes le faux du vrai, puissent apporter un jour à la défense des saines idées l'appoint d'une opinion réfléchie ».* Ce discours apologétique sur la mission des écoles primaires ne dénotera pas avec celui des Républicains de la IIIème République.

Les modalités du certificat d'études primaires, ce couronnement de la formation des classes du peuple, fixés en 1869, rappelées dans la circulaire, précisent ainsi

Nature des épreuves. L'examen comprend des épreuves écrites et orales. Les épreuves écrites sont éliminatoires. – Ne sont admis aux épreuves orales les candidats qui ont obtenu la moitié, au moins, du maximum des points accordés pour les épreuves écrites.

Epreuves écrites. […] Elles comprennent :

1° Une dictée d'orthographe […]

2° Deux questions d'arithmétiques, portant sur les applications du calcul et du système métrique, avec solution raisonnée ;

3° Une rédaction […]

Le temps accordé pour chaque épreuve, et le chiffre maximum servant à en apprécier le mérite, sont déterminés ainsi qu'il suit :

Nature des épreuves	Temps donné pour les épreuves	Chiffre d'appréciation
Orthographe		10
Ecriture		10
Calcul	Une heure	10
Rédaction	Une heure	10
Couture (pour les filles)	Une heure	10

[…]

Epreuves orales. […]

L'examen porte sur les matières ci-après :

1° Instruction religieuse […]

2° Lecture […]

[92] *Ibid.* p. 59- 76.

3° Grammaire […]

4° Calcul : système métrique et dessin linéaire, questions d'application pratique ;

5° Histoire de France et géographie.

La durée de l'ensemble des épreuves, pour chaque candidat, ne doit pas excéder 25 minutes.

Deux sessions ont pu être tenues en 1869 ; O. Gréard, ayant examiné des compositions écrites, et en tant que membre de la commission pour les épreuves orales, éclaire précisément l'une des fonctions de cette évaluation : elle permet à l'Inspecteur d'Académie de « constater des insuffisances ou des défaillance de direction » et par suite d'adresser des conseils aux maîtres et aux maîtresses. Le certificat est donc un instrument d'évaluation de l'enseignement donné par les instituteurs. Par ailleurs, O. Gréard rappelle le principe auquel doit satisfaire cet examen : « il doit être accessible à la majorité des élèves ». C'est la raison pour laquelle, il informe les inspecteurs « que cette année encore, par mesure de transition, le Certificat d'études pourrait être accordé à tout élève qui justifierait les connaissances prescrites par les programmes du *Cours moyen ».* Plus encore, le Certificat est désormais le passage obligé pour accéder aux écoles réservés à l' « élite ouvrière[93] » telle l'école Turgot, avatar des Ecoles primaires supérieures instaurées par Guizot. O. Gréard est incisif : « *Nul ne pourra être appelé, soit à jouir des bourses du Collège Chaptal, des Ecoles Turgot et Colbert ou de l'Ecole supérieure de filles [...], sans être pourvu du certificat d'études ».* Conjuguant deux caractères sommatif et prédictif, l'examen représente pour l'élève l'emblème d'une possible ascension sociale.

Si nous tentons de caractériser l'arithmétique du certificat d'études à travers les quelques lignes évasives qui tendent à la décrire, quelques aspects qui vont désormais la marquer jusqu' à la disparition de l'examen peuvent nous apparaître. Présente à l'écrit comme à l'oral, elle met en exergue le calcul et le système métriques, mais plus exactement les applications de ces deux domaines ; elle occupe donc incontestablement un rôle important dans l'évaluation, et se caractérise par son aspect pratique et utilitaire. Cependant elle doit conduire à des solutions raisonnées (terme spécifique du Cours supérieur) ; en cela, elle fait résonance avec la notion de « logique populaire », chère au Ministre Rouland.

En conclusion, le Règlement des écoles primaires du département de la Seine en imposant les quatre principes (en gras p. 213) dont procède la régularité de l'enseignement, produit un temps du savoir concentrique. Les matières à enseigner, définies par des programmes explicites, répondant à des finalités qu'évoque Gréard, quand il anticipe sur la fonction des « classes primaires », régulés par les classements, sanctionnés par le certificat d'études commencent à se constituer en disciplines scolaires. Le Certificat d'études primaires qui consacre l'achèvement d'un temps du savoir participe, pour l'élève, « des pratiques d'incitation et de motivation[94] », donne à cet élève, la preuve tangible que l'enseignement primaire répond à une finalité sociale.

Si le temps d'un savoir, concentrique de surcroît, émerge sous ces conditions, il nous faut toutefois souligner l'absence d'un texte d'exposition uniforme, et du quadrillage temporel sur lequel pourrait se calquer ce temps du savoir.

Nous pouvons toutefois avoir un éclairage sur ce que pouvait être un traité de référence pour les écoles primaires dans la conception de l'administration supérieure.

Petite Arithmétique des écoles primaires par Villemereux : exemple d'une transposition d'un savoir « secondaire » à l'adresse des écoles primaires.

L'Inspecteur général Villemereux[95] commet en 1868, un ouvrage, dont nous ne connaissons pas l'usage, mais dont nous devons supposer, compte tenu de la personnalité de son auteur, qu'il est assez représentatif des vues de ces hauts fonctionnaires. La « Petite arithmétique des écoles primaires » par Villemereux, Ancien élève de l'Ecole polytechnique, Agrégé des sciences, Inspecteur général de l'enseignement primaire, 2ème édition, Paris, Ch. DELAGRAVE et Cie, 1868, propose un découpage en quatre livres qui peut évoquer, comme nous le verrons dans le chapitre suivant celui d'un traité du secondaire, tel celui du baron Reynaud, ou encore le programme du Cours supérieur, quelque peu développé. Nous donnons ci- dessous quelques extraits de la table des matières ; elle présente d'une part, une analogie certaine avec celle d'un traité d'arithmétique classique et met d'autre part, en évidence une composante relative aux propriétés des nombres, qui n'apparaissait qu'implicite dans le programme du Cours supérieur.

Table des matières.

Livre 1er.

NOMBRES ENTIERS

Notions préliminaires

Numération parlée.

---

[93] A. Prost, Histoire de l'enseignement en France, 1800- 1967, A. Colin, 1968, p. 290

[94] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin, 1998, p. 41.

[95] Recteur, en 1855, dont nous avons souligné les actions tant dans le domaine des emplois du temps, que dans celui de la préparation de la classe.

Numération écrite.

Chiffres romains.

Suivent six intitulés relatifs aux opérations et à leur preuve dans les nombres entiers.

Notions de la divisibilité.

Divisibilité par 5.

Divisibilité par 2.

Divisibilité par 4 ou 25.

Divisibilité par 8 ou 125.

Divisibilité par 9.

Divisibilité par 3.

Preuve de la multiplication et de la division par 9.

Livre II

FRACTIONS

Fractions ordinaires.

Usages des fractions.

Changement qu'éprouve la valeur d'une fraction quand on multiplie ou quand on divise : un de ses termes ou ses deux termes par un nombre entier.

Simplification des fractions.

Réduction des fractions au même dénominateur.

Addition et soustraction des fractions.

Multiplication et division des fractions.

Fractions décimales (numération parlée et écrite).

Addition et soustraction des fractions décimales.

Multiplication et division des fractions décimales.

Usages des fractions décimales pour l'évaluation des quotients fractionnaires.

Livre III

SYSTEME METRIQUE.

Nomenclature du système métrique.

Unités de longueurs.

Unités de surface ou de superficie.

Unités de volumes ou de capacité.

Unités de poids.

Unités de monnaies.

Mesure du temps. – Calendriers.

Nombres complexes.

Livre IV.

APPLICATIONS USUELLES.

Règles de trois simples.

Règles de trois composées.

Règle d'intérêt.

Rentes sur l'Etat.

Escompte commerciale.

Partages proportionnels.

Règles de société.

Règles de mélange et d'alliage.

Règle de fausse position.

L'ouvrage, qu'un découpage « concentrique » calqué sur le découpage de Gréard, peut, semble t-il, rendre compatible avec un enseignement gradué, présente une première caractéristique : son auteur est un scientifique. L'ouvrage emprunte à une tradition classique spécifique du secondaire mais n'est pas sans évoquer quelque analogie avec le traité de Condorcet.

La numérotation des paragraphes des traités classiques n'est pas présente ; sans dénommer comme le faisait Condorcet, chacune des notions abordées « leçon », l'auteur propose un découpage, certes traditionnel, conforme d'ailleurs à la progression adoptée par Condorcet qui se révèle dans la suite des thèmes étudiés. L'influence que le traité de Condorcet a pu avoir sur l'ouvrage peut s'appréhender d'une part, à travers les exemples, que Villemereux choisit, pour introduire la notion d'unité (le mouton, le soldat), d'autre part, à travers l'évocation d'une nomenclature orale faisant cadrer numération écrite et orale. Ayant introduit l'unité décuple, l'unité de dizaine, il écrit ainsi, page 4 : *« Cette nouvelle unité s'est distingué de l'unité simple par la terminaison ante et l'on a pu dire : unante, deuxante, trois ante, quatreante, cinquante, sixante, septante, huitante, neufante, pour une dizaine, deux dizaines […], ou plutôt comme c'est l'usage : dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, septante, octante, nonante. On a même substitué à ces mots : soixante dix, quatre-vingts, quatre vingt dix ».* Il fait, de même remarquer, qu'au principe qui consiste à énoncer le nombre en ajoutant au mot qui désigne le nombre de dizaines, le mot qui désigne le nombre d'unités, « *qu'à la place des mots dix-un, dix-deux, dix-trois, dix-quatre dix-cinq, dix-six, l'usage exige : onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize ».* Conforme au manuel de Condorcet, les paragraphes relatifs à la numération couvre tous les nombres exprimables jusqu'au trillion.

Les différences entre les deux manuels sont toutefois considérables : le traité de Villemereux est un discours organisé, structuré, il s'apparente à un exposé de principes et de règles. Ces termes sont d'ailleurs présents dans l'ouvrage. L'exposé de Condorcet est certes structuré, mais son découpage linéaire est à charge d'un maître qui doit s'adapter aux élèves, solliciter la réflexion de l'élève plutôt que la mémorisation de certaines étapes ; le tout cohérent et structuré du discours de Condorcet est transformé en une accumulation progressive, marquée par des arrêts (les principes) sollicitant explicitement la mémorisation de l'élève. Dérogeant toutefois, à la structure des traités classiques, chaque notion étudiée précède un questionnaire. A destination de l'élève ou du maître, (le manuel ne comporte pas une partie destinée au seul maître), celui-ci se présente par exemple ainsi.

Questionnaire (succédant au cours sur les notions préliminaires).

OBSERVATIONS IMPORTANTES. – Toutes les fois que la question le comportera l'élève devra donner, soit de vive voix, soit au tableau, un ou plusieurs exemples, autres que ceux du livre, à l'appui de sa réponse.

Qu'est ce qu'une grandeur ou quantité ? – Que signifie le mot unité ? – qu'est ce qu'un nombre ? – Qu'est- ce qu'une quantité continue ? – Qu'est –ce qu'une quantité discontinue ? – Quand l'unité est-elle invariable ou obligée ? – Quand est-elle arbitraire ?

Ce questionnaire est particulièrement éclairant sur la méthode proposée par l'auteur. D'une part, l'enseignement d'exposition que suggère le « cours » est totalement subordonnée au traité classique : les notions de grandeur et de quantité, amalgamés ici, soigneusement précisées par Lacroix, sont associées immédiatement à la notion d'augmentation et de diminution ; mais d'autre part, dans le souci de rendre accessible la distinction entre grandeur continue et grandeur discontinue (discrète pour Lacroix et Condorcet) aux élèves, **l'auteur crée deux objets nouveaux : l'unité invariable et obligée (pour les grandeurs discontinues) ; l'unité arbitraire (pour les grandeurs continues**). Alors que Condorcet définit simplement l'unité et la pluralité en sollicitant l'intuition de l'élève (celle- ci résidant dans une « idée claire » et universelle), le nombre comme « une quantité quelconque exprimée », la distinction entre quantité discrète et continue à partir d'exemples, et dégage presque immédiatement l'idée abstraite du nombre, le subterfuge de Villemereux, lui permet d'une part, d'occulter la distinction entre nombres abstraits et concrets (présente par exemple dans le traité de Bézout), d'autre part, d'introduire le chapitre sur la numération, en s'appuyant sur des constellations de points, le point (objet perceptible) prenant le statut d'unité. Le nombre, qui est « le résultat de la comparaison de la grandeur à son unité » est introduit à partir d'une représentation « figurée ». Le caractère primaire du manuel peut trouver son expression dans ce souci de solliciter la perception visuelle, le rapport avec les grandeurs usuelles de la vie quotidienne ; notons toutefois que l'exposé sur la numération se détache de toute référence à un support visuel, ou à des grandeurs usuelles, dès que la dizaine est définie comme un nouvel ordre d'unité. La teneur du questionnaire conforte le point de vue relatif à ce paragraphe sur les « notions préliminaires » : si la mémorisation par cœur est implicitement convoquée, elle n'exclut pas un certain effort de compréhension de la part de l'élève ; il doit être capable d'illustrer son propos par des exemples « concrets ».

Ce questionnaire, le premier est toutefois, atypique ; ceux qui suivent comportent exclusivement des questions de cours auxquelles l'élève qui aura appris ses règles, pourra répondre en récitant le cours.

Le souci d'élémentarisation de l'auteur se traduit encore par un recours à de nombreux exemples. Les « leçons » relatives aux numérations orale et parlée s'articulent suivant le schéma suivant : les explications, les exemples précèdent la règle ou les définitions (ordre d'unité, classe, base du système décimal, valeur absolue ou relative d'un chiffre). Fait notable, toute cette terminologie est absente du traité de Lacroix, comme de celui de Condorcet. Se démarquant du « cours presque dialogué » de Condorcet qui construit les systèmes de numération orale et écrite en s'appuyant sur le principe décuple et l'analogie des idées et des mots, Villemeureux réglemente l'ordonnancement du système de numération en introduisant une terminologie et des règles propres à en accentuer un aspect technique, dont il est envisageable qu'il l'éloigne peu ou prou détaché du principe raisonné qui le légitime. Le cours peut être appris et restitué en l'état, ce qui n'est pas le cas du traité d'exposition de Condorcet.

Nous pouvons encore relever, que Villemeureux introduit un autre système de numération : les chiffres romains (objets d'études dans les programmes d'études des frères des Ecoles chrétiennes) occupent un habitat, que légitime, selon l'auteur, son application à « certains usages ».

Mis en parallèle, les deux systèmes donnent à l'auteur l'opportunité d'éclairer les principes de la numération « romaine », de revenir sur l'aspect positionnel de la numération décimale, d'établir les principes enfin, de la numération romaine par comparaison avec ceux de la numération décimale.

En dehors même de la structure de l'exposé, c'est la construction épistémologique des systèmes de numération décimaux, qui diffère dans les deux ouvrages. Rappelons brièvement que Condorcet définit la suite des nombres entiers en usant de l'addition itérée de l'unité, que chaque nombre est référé à ses décompositions additives, que numération orale et chiffrée sont abordées de front, et que les signes arithmétiques (+, =), ces ostensifs qui doivent permettre à l'élève d'en apprécier la commodité, la rapidité, la facilité de perception visuelle. Villemereux ne choisit pas cette option ; le texte transposé, élémentarisé est bien celui du traité de Bézout, en ce qui concerne ces premières notions ; aucun signe d'arithmétique n'est présenté avant que ne soient introduites les propriétés de divisibilité.

Souci d'élémentariser, de respecter la graduation des programmes, influence de traités secondaires plus récents (celui du Baron Reynaud sur lequel nous portons notre attention dans les annexes). Les décimales ne sont pas traitées immédiatement après les entiers, ainsi que dans le traité de Bézout.

L'ouvrage, si nous portons notre attention sur sa structure externe, se découpe donc en quatre blocs, identifié chacun sous l'intitulé d'un livre. Nous retrouvons un découpage conforme à celui des transpositions du traité du Baron Reynaud (dans sa partie élémentaire), dans celui du programme du cours supérieur du Règlement de Gréard (en dehors des extractions de racines).

Avant de nous attacher à caractériser l'organisation mathématique relative aux propriétés de divisibilité, telle qu'elle peut se présenter dans les deux premiers livres, nous soulignerons simplement l'absence d'une théorie des rapports et proportions (théorie dont certains législateurs du régime précédent revendiquaient la légitimité « primaire »). Certes, Villemeureux présente la notion de proportionnalité à partir d'exemples, établit l'existence de rapports de grandeurs homogènes égaux et explicite l'algorithme dont procède la résolution d'une équation de type : $a/b = x/c$, a, b, c, désignant des grandeurs données, mais sans la dénommer, il impose dans les exemples suivants la méthode de réduction à l'unité. Elargissant encore définir le domaine consacré aux applications de la proportionnalité, il introduit la méthode de fausse supposition (présente en italique, c'est à dire considérée comme d'un accès délicat, dans le traité de Bézout, présente encore dans le manuel du Baron Reynaud, évoquée mais disqualifiée dans certains traités secondaires réservés aux élèves « scientifiques (Bourdon[96] 1836). Ces éléments attestent de l'importance octroyée aux solutions raisonnées. *A priori*, le raisonnement arithmétique, non nécessairement élémentaire est l'apanage de l'arithmétique « primaire », puisque celle -ci ne peut s'ouvrir à l'algèbre. Emblématiques de cette conception, les problèmes proposés dans la dernière partie de l'ouvrage proposent une typologie dont la longévité va être attestée.

Sous la rubrique « Division et opérations précédentes », nous trouvons par exemple relevant des applications usuelles et sollicitant la « proportionnalité » et la maîtrise du système métrique.

Les problèmes de trains (la sensibilité au contexte industriel et économique)

48. – Deux trains partent, l'un de Paris, à 5 heures du matin, avec une vitesse de 56 kilomètres à l'heure, l'autre de Bruxelles, à 6 heures du matin, avec une vitesse de 40 kilomètres à l'heure ; ils marchent l'un vers l'autre. On demande à quelle heure ils se rencontreront ; la distance des deux villes est de 344 kilomètres.

---

[96] M. Bourdon, Elémens d'Arithmétique, Paris, Bachelier, Imprimeur –Libraire 1836, p. 329 : « Nous avons cru devoir passer cette règle sous silence, parce qu'en général, elle laisse beaucoup de vague dans l'esprit, et que la démonstration rigoureuse de ses procédés est fondée sur certains principes de l'algèbre, principes qui d'ailleurs s'appliquent avec bien plus de facilité à la résolution immédiate de ces mêmes questions ».

Les problèmes d'ouvriers (déjà « classiques » : ouvrage de Bourdon[97] par exemple, rééditions du traité de Bézout (1850), p. 96)

51. – Deux ouvriers, ayant travaillé ensemble à un certain ouvrage, l'un pendant 8 jours, l'autre pendant 5 jours, ont reçu ensemble 47 francs. Ces mêmes ouvriers employés à un autre ouvrage semblable, ont travaillé, le premier 9 jours et le second 7 jours. Ils ont reçu, à eux deux, 57 francs. Quel est le prix de la journée de chacun d'eux ?

Les problèmes de partage proportionnel (réactualisés actuellement…)

55.- Quatre personnes s'associent pour faire un dîner en commun. La première fournit quatre plats ; la seconde, 3 ; la troisième, 2 ; et, la dernière, 1. Survient une cinquième personne qui se joint aux précédentes et qui donne 4 francs pour sa part. Que doit donner ou recevoir chacune des quatre personnes, si l'on veut, que tous les plats ayant les mêmes valeurs, les dépenses soient égales ?

Les problèmes de fontaines

58. – Deux fontaines coulent dans un bassin dont la contenance est de 1, 560 litres. La première, à elle seule, le remplirait en 65 heures ; la seconde, seule, le remplirait en 104 heures. Combien d'heures mettront-elle à le remplir, si on les fait couler ensemble ?

Les problèmes relevant de systèmes d'équations à deux inconnues (sollicitant la méthode de fausse position).

61. – On a payé une somme de 52 francs avec 17 pièces de monnaie, valant les unes 5 francs, les autres 2 francs. Combien a-t-on donné de pièces de chaque espèce ?

Ces quelques exemples ne donnent qu'un aperçu, certes limité, des compétences sollicitées de la part des élèves ; nous soulignerons toutefois, que ces exercices s'ils peuvent s'appréhender comme exercices types, n'en sollicitent pas moins un type de raisonnement qui peut être normé, mais qui ne peut être dénoté comme spécifiquement primaire. La méthode de réduction à l'unité n'est pas une méthode « primaire » ; produit d'une élémentarisation à l'adresse des premières années du secondaire, elle pénètre le primaire.

Il convient désormais d'identifier dans les deux premiers livres, l'organisation du savoir relatif aux propriétés des nombres, c'est à dire découvrir le texte d'exposition définissant un environnement technologico-théorique, les tâches et techniques induites implicitement ou explicitement que peut recouvrir ce domaine de savoir.

Tout d'abord, il y a une fracture très nette entre la première partie du livre 1er et la seconde. La première traite de la numération des nombres entiers et des opérations sur ces nombres sans recours au moindre signe arithmétique : elle sollicite la mémorisation de principes, de règles, elle repose sur la compréhension d'explications renforcées par des exemples numériques.

[97] *ibid.* p. 293

La seconde partie, que nous faisons débuter avec les notions de divisibilité (principes) introduit tout d'abord « les signes de calcul ». Les quatre opérations fondamentales ayant été aborder, l'auteur précise que « *Souvent, au lieu d'en effectuer le calcul, on se contente de l'indiquer, au moyens de certains signes que nous avons à faire connaître »* (p. 43). Sont alors désigner signe d'opérations et signe d'égalité. Nous noterons que le signe de division est indifféremment représenté par « deux points : » ou par « la barre horizontale distinguant dividende et diviseur ». Ce paragraphe préliminaire se révèle effectivement nécessaire, car sans recourir à l'usage des lettres, l'auteur use pour démontrer « les principes de divisibilité » d'un type de raisonnement arithmétique qui par induction, généralise le principe à partir du cas particulier.

Après des rappels sur ce qu'est un nombre divisible par un autre (la division conduit à un reste égal à 0), les définitions des termes diviseur (ou sous multiple, ou partie aliquote), multiples, des exemples, l'auteur avant d'introduire les « signes faciles à distinguer » pour reconnaître qu'un nombre est divisible par un autre, l'auteur établit les principes qui vont permettre cette recherche.

Sans référence à quelque application usuelle, les propriétés de divisibilité légitime l'introduction explicite d'éléments théoriques, d'une technologie qui éclairera les techniques utilisées pour établir les caractères de divisibilité.

Les principes sont les suivants :

1er PRINCIPE. *Tout nombre qui divise plusieurs nombres divise leur somme.*

2° PRINCIPE. *Quand un nombre divise un autre nombre, il divise les multiples de cet autre nombre.*

3° PRINCIPE. *Tout nombre qui divise la somme de deux nombres et l'un d'eux, divise l'autre.*

4° PRINCIPE. *Quand on considère une somme et les deux parties qui la composent, tout diviseur exact de la 1ère partie, mais qui conduit à un reste avec la 2ème, conduira au même reste avec la somme.*

La démonstration du premier principe éclaire la nature des raisonnements utilisés :

Si, par exemple, 2 *divise* les nombres 4, 6, 8, alors 2 *divisera* 18, somme de ces trois nombres. En effet, puisque 4, 6, 8 sont les *parties* dont 18 est la somme, on a l'égalité : 18 = 4 + 6 + 8. Si maintenant les trois *parties* qui composent 18 sont *divisées* par 2, c'est à dire deviennent moitié plus petites, il est clair que la *nouvelle somme* de ces trois *parties,* moitiés plus petites, sera elle-même moitié plus petite. On aura donc la nouvelle égalité : 18/2 = 4/2 = 6/2 + 8/2, Ou bien 18/2 = 2 + 3 + 4, ou bien 18/2 = 9.

Et, en effet, *par hypothèse*, les quotients 4/2, 6/2, 8/2 sont des nombres *entiers*, tels que 2, 3, 4 dont la *somme* est 9. Cette égalité 18/2 = 9 établit que 18/2 est un nombre *entier,* ou que 18 est *divisible* par 2. *Ce qu'il fallait démontrer.*

Si la propriété de distributivité est implicitement utilisée (il est clair que la nouvelle somme est moitié plus petite), notons que le raisonnement peut se prêter à n'importe quels autres nombres ; les écritures arithmétiques jouent un rôle essentiel, dans la cohérence du raisonnement. Ce raisonnement est d'ailleurs clairement défini par l'auteur comme une démonstration ; des « hypothèses » initiales, procède une conclusion « démontrée ».

Les trois autres principes sont établis selon ce type de raisonnement : de cas particuliers, sur lesquels peuvent opérer par le biais des écritures arithmétiques le raisonnement, procède la généralisation.

Les caractères de divisibilité sont donc établis selon la même méthode à partir du traitement d'un cas particulier, mais en sollicitant le principe de la numération décimale (la décomposition en un nombre de dizaines, de centaines, de milliers, selon les cas, et les restes correspondants) ; les observations faites sur la division par 9 des puissances de 10 ; les principes établis dans le paragraphe précédent.

La preuve par 9 fait l'objet d'une démonstration du même type : notons que l'auteur donne la disposition de l'opération selon la « croix en X », légitimant la présence d'un nouvel ostensif facilement mémorisable et contrôlable par le maître. La faillibilité de la preuve est soulignée, mais sa rapidité lui confère une légitimité.

Ce chapitre qui peut présenter un caractère pratique, dans l'existence de procédés faciles à connaître pour distinguer la divisibilité des nombres, c'est à dire pour renforcer les compétences en calcul des élèves, présente toutefois un caractère « théorique » qui n'est pas sans intérêt. Les caractères de divisibilité auraient pu être énoncés, sans explication ; ils donnent lieu à des développements « désintéressés » inadéquats avec une conception de l'instruction publique dont l'utilitaire, l'immédiateté doivent constituer le socle.

Les tâches et techniques induites que nous pourrions tenter d'identifier à partir du questionnaire qui suit la « leçon », ne nécessitent pas (cas de tous les questionnaires) de sortir du cadre de cette leçon. Ce sont des questions de cours, qui sollicitent toutefois de la part de l'élève (à moins que celui -ci n'ait mémorisé par cœur l'exposé) la faculté de trouver des exemples, car nombre de tâches commencent par « démontrez ». Notons, par exemple (p. 57) :

> Démontrez que tout nombre qui divise plusieurs nombres divise leur somme. […] Démontre que tout nombre qui ne divise pas la somme de deux nombres, mais qui divise l'un d'eux, ne divisera pas l'autre ; et que le reste donné par ce dernier nombre sera le même que le reste donné pour la somme.[…]Comment trouvez-vous le reste de la division d'un nombre par 5 ? […] A quel signe reconnaît-on qu'un nombre est divisible par 4. […]

Dans la dernière partie du manuel, consacrée aux problèmes, <u>il n'existe pas de problème</u> relatif à ce domaine.

L'existence de cette composante relative à la divisibilité doit donc essentiellement sa pertinence épistémologique au fait qu'elle constitue un environnement technologique pour les notions abordées dans le chapitre suivant « Les fractions ».

Le livre II commence par un paragraphe portant sur la définition des fractions ordinaires (définition classique à partir de la fraction unitaire (p. 58) « *On nomme fraction une ou plusieurs des parties égales dans lesquelles l'unité a été divisée »*), le vocabulaire, leur énonciation ?

Dans un sous- paragraphe «Usages des fractions », l'auteur établit un lien avec la définition initiale proposée par Condorcet, p. 59 : *2° Les fractions servent à compléter le quotient d'une division qui ne se fait pas exactement.*

Conformément au découpage classique, c'est dans le paragraphe sur la « Simplification des fractions » que sont convoquées les propriétés de divisibilité. La règle ayant été établi qu ' « *on ne change pas la valeur d'une fraction en divisant ses deux termes par un même nombre* » (idem pour la multiplication par un même nombre), l'auteur peut écrire :

« Simplifier une fraction, c'est déterminer une autre fraction qui, sous des termes moindres, a la même valeur ». Peuvent être définis par suite, la notion de nombres *premiers entre eux*, (qui n'ont de diviseur commun autre que 1), une fraction dite irréductible.

Un *nota bene* stipulant qu'il ne faut confondre nombres premiers entre eux et nombres premiers est à l'origine d'une digression sur ces deux notions. (1 est considéré comme premier ?).

La règle est ensuite donnée :

Règle. Pour simplifier une fraction, on divise en même temps, ses deux termes, tout autant que cela est possible, par chacun des nombres premiers, 2, 3, 5, 7, 9(sic),11, etc. jusqu'à ce qu'on ait pu reconnaître que ces deux termes sont premiers entre eux.

C'est dans la remarque finale qu'est finalement évoquée la fonction des caractères de divisibilité :

REMARQUE. Les caractères de divisibilité, précédemment exposés, facilitent singulièrement la recherche des diviseurs communs aux deux termes d'une fraction, et par conséquence à la simplification des fractions.

Nous n'évoquerons pas les questions posées en fin de ce paragraphe : ce sont des questions de cours, ne nécessitant que la restitution du cours exposé.

En conclusion, la composante relative à la notion de divisibilité peut nous interroger sur sa consistance théorique. Amputée de certains de ses éléments (PGCD, algorithme d'Euclide) présents notamment dans les manuels à l'adresse du secondaire, la valeur de sa pertinence épistémologique pour éclairer la technique de simplification des fractions n'apparaît pas d'une force évidente. Des auteurs, bien plus « pratiques » dans leur façon d'établir les critères de divisibilité (Bézout en l'occurrence), n'en élaborent pas moins une théorie des fractions compatible avec les critères académiques. La présence de ce corpus « théorique » éclaire donc une conception de l'Instruction publique, qui ne peut rejeter une certaine dimension désintéressée, spéculative. Peuvent coexister deux types de raisonnement arithmétique : un raisonnement qui conduit à la solution raisonnée des problèmes d'application usuelle, requérant notamment l'usage réfléchi de la méthode de réduction à l'unité, un raisonnement de type inductif, qui portant sur les propriétés des nombres, conduit de l'étude du cas particulier à la propriété générale.

L'ouvrage, s'il peut synthétiser une certaine conception, alors en vigueur, de l'arithmétique primaire, révèle les traits suivants : s'il n'est pas régie par la méthode analytique, propre à Condorcet, il n'élude pas pour autant le recours au raisonnement. Ce raisonnement n'est pas seulement destiné à fortifier une « logique populaire » ; il peut porter sur un domaine de savoir non explicitement lié à un usage pratique. Son étendue ne recouvre pas totalement celle des manuels en usage dans le secondaire, mais en ce qui concerne les objets d'enseignement empruntés, nous pouvons affirmer que l'enseignement d'exposition, la méthode d'apprentissage qu'éclaire le manuel ne peuvent être spécifiquement primaires.

L'œuvre des trois ministères tend donc à affermir les conditions qui assurent la naturalisation de l'enseignement publique primaire. En dépit d'une législation scolaire, les acteurs du système, notamment l'administration supérieure tend à recouvrer son pouvoir sur les écoles primaires. Mais comment peut-elle réellement œuvrer pour réhabiliter la formation dans les écoles normales primaires, mis au pilori par le régime de Thiers, préservées mais précarisées ?

D'un point d'un point de vue législatif, le Second Empire ne peut transformer ni les contenus, ni l'esprit des plans d'études des Ecoles normales mais, d'un point de vue fonctionnel, il va créer les conditions que n'aura qu'à institutionnaliser la IIIème République.

Dans le chapitre qui va suivre, nous attachons à établir les constats ci-dessous.

D'une part, le principe d'une certification fondée sur la maîtrise de connaissances définies et nécessaires est réhabilité aux dépens d'un principe qui tend à préjuger de la docilité politique et des qualités morales des aspirants. Il en découle un élargissement des programmes. En dehors des convictions des ministres qui tendent à rendre à l'Etat son hégémonie sur l'enseignement qu'il soit primaire ou secondaire, cette disposition répond à deux nécessités : celle d'élargir la scolarisation primaire, proprement dite, et celle de répondre aux besoins que crée le développement des cours d'adultes.

D'autre part, le plan d'études des Ecoles normales peut se calquer sur les programmes de l'enseignement secondaire spécial, tant en termes de contenus, qu'en termes de méthodes : la dimension utilitaire et pratique de cet enseignement, avérée, résultant de la fusion de deux conceptions (celle de Salvandy, sous la Monarchie de Juillet, et celle de Duruy), transposée à l'adresse des plans d'études des écoles normales va revivifier l'esprit de ces derniers et les marquer durablement.

En amont, cette décision permet au législateur de définir un programme d'enseignement pour les écoles normales, décliné suivant deux niveaux, conduisant l'un au brevet simple, l'autre au brevet supérieur ; en aval, cette décision tend à renforcer le niveau des études dans les écoles primaires élémentaires, de restaurer la dignité du maître, non seulement instituteurs des élèves, mais aussi des adultes. L'instituteur retrouve une fonction sociale que légitime la dimension utilitaire de l'enseignement qu'il peut dispenser.

L'enseignement de l'arithmétique, dichotomisée en deux composantes par l'introduction de la méthode de réduction à l'unité (controversée dès l'origine, mais finalement résistante), apparaît, dès lors, comme stabilisé et homologue, hors du champ de la dualité primaire secondaire. La première partie, élémentaire, comporte la numération, les quatre règles sur les entiers et fractions, les problèmes relevant des quatre règles (champ élargi par le biais de la méthode dite de réduction à l'unité), la seconde plus théorique s'étend sur les applications de la théorie des rapports et proportions, utilise quelques notions d'algèbre, mais reste toujours liée aux opérations pratiques.

3.2. La réhabilitation d'un savoir élargi : influence de la certification des maîtres

Au début du 2^{nd} Empire, le programme d'arithmétique minimal du maître d'école ne se démarque de celui des écoles primaires élémentaires, que parce qu'il est évalué lors de l'examen du brevet de capacité. Ce sont les modalités de cet examen, qui transformées, semblent, d'une part, préserver puis reculer les limites du programme, d'autre part, restaurer l'articulation entre les connaissances elles-mêmes et l'art de les enseigner. Il apparaît encore que c'est la légitimité des programmes d'enseignement primaire, qui en dernier recours stabilise l'ensemble des savoirs traités : nombres entiers, fractions décimales, mais aussi fractions ordinaires sont incontournables parce que ces nombres sont présents dans les problèmes d'application usuelle que permet de traiter à un niveau élémentaire la méthode de réduction à l'unité.

Edicté le 15 février 1853, par le ministre Fortoul, le Règlement pour l'examen du brevet de capacité d'instruction primaire, qui s'adapte à la loi Falloux, rend compte d'une baisse des exigences dans les compétences exigées (sont éliminés tout développement par trop théorique dans les domaines incontournables, les notions d'histoire et de géographie, les méthodes d'enseignement). Le brevet supérieur perd sa dénomination, il devient un brevet de capacité auquel viendront éventuellement s'ajouter des mentions attestant de connaissances plus poussées. En arithmétique, le brevet de capacité comporte (article 8) l'épreuve écrite suivante :

Une question d'arithmétique portant sur l'application des quatre règles.

Il est accordé trois quarts d'heure au plus pour cette épreuve.

Parmi les épreuves orales :

Questions sur le calcul et sur les applications usuelles du système légal des poids et mesures.

Un quart d'heure au plus est consacré à cette épreuve.

En mention complémentaire, pourraient donc être proposées une épreuve portant sur l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, ou encore une épreuve portant sur l'arpentage, le nivellement ou le dessin linéaire. Les modalités n'en sont pas précisées.

Conforme aux intentions des législateurs, le brevet de capacité consacre le niveau de compétence d'un sujet « idéal » du système d'enseignement primaire élémentaire, les thèmes abordés respectent précisément l'intitulé du programme primaire obligatoire.

La suppression des examens et concours auxquels se sont substitués des critères sans rapport avec la maîtrise des savoirs élémentaires (caractère, conduite, vocation du candidat), un brevet qui perd tout prestige, puisque les mentions supplémentaires relatives aux matières facultatives ne sanctionnent plus un véritable diplôme reconnu supérieur, sont les facteurs qui en dehors d'un contexte politique encore coercitif, tarissent le recrutement d'instituteurs compétents. Réagissant contre cet état de fait, Fortoul prend les premières dispositions.

Le 2 février 1855, l'instruction relative à l'admission dans les écoles normales primaires enjoint aux inspecteurs d'Académie de contrôler les connaissances du candidat. Sans recourir à des examens et concours, il souligne la nécessité « d'arrêter sur le seuil des écoles normales les ignorants et les présomptueux ». L'enquête que doivent mener les inspecteurs d'Académie ne peut s'arrêter aux simples dispositions morales du postulants, mais doit concerner aussi ses aptitudes. Les examens individuels auxquels doivent se soumettre les candidats devront permettre de constater « qu'il possède la pratique des quatre règles ».

Les savoirs précèdent donc les autres dispositions de sélection.

Le 8 mai 1855, deux ans après la publication du nouveau règlement, Fortoul insiste sur l'importance de l'examen du brevet dont « dépend, en grande partie, l'avenir de l'instruction primaire ». Il s'agit, pour le Ministre, de gérer d'une certaine façon, le paradoxe qui consiste « à élever cette instruction au niveau qu'elle doit atteindre », tout en restant dans les limites déterminées par la loi. Il rappelle aux commissions d'examen la nécessité d'interroger les candidats, non seulement sur leurs connaissances mais aussi sur la manière de les enseigner.

Fortoul introduit pour la première fois le système de notation numérique :

« Les commissions adopteront désormais un système de signes exprimant la valeur intrinsèque de chacune des épreuves.

Ces signes, mesures communes d'appréciation, seront les chiffres de 0 à 10 :

10 et 9 = très bien

8 et 7 = bien

6 et 5 = passable

4 et 3 = médiocre

2 et 1 = mal

0 = nul

Tout candidat qui n'aura pas obtenu, pour les quatre épreuves écrites, une moyenne de 20 points, ne sera pas admis aux épreuves orales. La *nullité* d'une épreuve sera un cas absolu d'exclusion.

Des points seront également donnés pour les épreuves orales, et le brevet ne pourra être accordé qu'à ceux des candidats qui, pour l'ensemble des épreuves, auront obtenu un minimum de 40 points pour les aspirants, et (en raison des travaux à l'aiguille) de 45 points pour les aspirantes ».

A défaut d'élargir le programme d'enseignement, Fortoul tend à réintroduire implicitement des questions d'ordre pédagogiques, mais c'est surtout sur la rationalisation, l'uniformisation du principe de certification que son projet est novateur : il « arithmétise » l 'évaluation pour le brevet de capacité, lui conférant un nouveau statut.

Les recommandations qui suivent, attestent de l'implication du Ministre pour parfaire un dispositif de certification dont les résultats ne sont pas ceux escomptés. Chacune des disciplines évaluées fait l'objet de commentaires propres à guider les commissions d'examen. Ainsi, pouvons nous lire dans la partie consacrée aux épreuves écrites :

Arithmétique :

« Les problèmes posés ne doivent pas être résolus uniquement par les chiffres : il faut qu'à l'appui des chiffres, les candidats soient tenus de présenter le raisonnement qui les a conduit à la solution. Trop souvent l'on propose des problèmes oiseux qui n'ont aucune analogie avec les besoins de la vie réelle. Il importe qu'il en soit autrement, et que les candidats soient appelés à traiter des questions dont la solution ne laisse dans leur esprit que des idées justes. Quand, pour se préparer à l'examen, les candidats auront été obligés de s'occuper des applications usuelles, ils seront moins portés à les négliger dans leur enseignement. Les commissions contribueront ainsi à diriger l'instruction primaire dans cette voie d'utilité pratique où elle deviendra de plus en plus profitable aux populations ».

Dans la partie consacrée aux épreuves orales :

« Calcul et système légal des poids et mesures. Les indications données à l'occasion de l'épreuve écrite s'appliquent aussi à l'épreuve orale de calcul.

Il faut comprendre dans cette partie de l'examen l'application des quatre règles aux nombres entiers et aux fractions décimales, ainsi qu'aux fractions ordinaires. La connaissance de ces dernières est indispensable, depuis que l'emploi de la méthode de réduction à l'unité permet de résoudre toutes les questions qui exigeaient autrefois l'étude des règles de trois, de société, d'escompte ».

Ces derniers éléments nous permettent d'appréhender, en partie, la place et la fonction (l'habitat et la niche) de l'arithmétique dans les programmes d'enseignement primaire que reconnaît, comme légitimes l'Etat et, par conséquent, sa pertinence professionnelle dans les programmes d'école normale.

D’une part, la part d’ « utilité publique » dont doit se réclamer ce domaine de savoir doit concourir en premier lieu à rendre légitime (car profitable) son enseignement aux populations. Le Ministre affiche un souci premier : c’est parce que les connaissances arithmétiques servent aux applications usuelles, qu’elles peuvent conférer à l’école sa nécessité.

D’autre part, c’est sa composante numérique (calculatoire) qui est seule apparente, car opératoire, mais cette composante doit reposer sur le raisonnement, l’explicitation d’une démarche raisonnée : elle sous tend l’expression d’une logique « naturelle » qui doit être acquise et communicable. Plus encore, l’introduction de la méthode de réduction à l’unité, parce qu’unificatrice, outil privilégié pour résoudre des problèmes liés aux pratiques sociales, consacre la présence d’un système de nombres explicitement élargi aux fractions ordinaires. La méthode de réduction à l’unité constitue désormais un savoir qui exporté de l’enseignement secondaire par le biais des rééditions du traité d’arithmétique de Bézout, possède un habitat et un niche dans le programme d’enseignement primaire, *a fortiori* dans celui de l’école normale. Les éléments relatifs à la théorie des rapports et proportions se sont peut-être éclipsés des programme, il n’en demeure pas moins que les applications de cette méthode suppose l’existence d’un minimum de théorie relative aux fractions et donc l’existence des propriétés des nombres.

Sous le ministère de Rouland, l’organisation des brevets de capacité s’unifie ; ce sont les Recteurs, missionnés par le Ministre qui choisissent et transmettent aux Inspecteurs d’Académie les sujets de composition des brevets de capacité. Les listes des épreuves du « brevet simple » et du «brevet complet » sont fixées. V. Duruy prolonge l’action de son prédécesseur en élargissant (sans légiférer les programmes des écoles normales) et en réglant les modalités de passation des brevets de capacité.

Si l’arrêté relatif à l’examen des aspirants au brevet de capacité (27 août 1862) supprime parmi les épreuves écrites, l’épreuve d’écriture pour le brevet simple, il ne modifie en rien l’épreuve d’arithmétique : « une question d’arithmétique portant sur l’application des quatre règles». Par contre pour le brevet complet, parmi les 5 épreuves supplémentaires, 3 portent sur les sciences appliquées dont l’une comporte « Trois questions sur l’arpentage, le nivellement et le dessin linéaire ». La géométrie par le biais de ses applications refait une discrète réapparition.

En avril 1864, dans des « Instructions confidentielles pour l'Inspection générale des écoles normales [97]», V. Duruy confirme la nécessité d'élargir les programmes, « à un degré élémentaire et dans un esprit très pratique, sans souci des restrictions, maintenant tombées en désuétude, de l'article 3 du règlement du 24 mars 1851 ». L'article stipulant que les matières facultatives sont réservées après avis de la Commission de surveillance à l' « élite » des élèves-maîtres de seconde année est sinon abrogé, du moins suspendu. Le décret relatif à l'enseignement dans les écoles normales du 2 juillet 1866 se substitue à celui du 24 mars 1851.

Article 1. – L'enseignement dans les écoles normales comprend :

[…] Le calcul et le système légal des poids et mesures ;

L'arithmétique appliquée aux opérations pratiques ;

La tenue des livres ;

[…] Des notions de sciences physiques et d'histoire naturelle, applicables aux usages de la vie […]

Les éléments de la géométrie, l'arpentage et le nivellement ;

Le dessin […]

Article 3. La durée du cours d'étude est de trois ans. Les matières du programme sont réparties entre les trois années, et l'enseignement des matières inscrites comme facultatives dans l'article 23 de la loi du 15 mars 1850 et dans l'article du 24 juin 1865 commence dès la première année […]

V. Duruy, dans ses « Instructions aux Recteurs sur le décret relatif aux Ecoles normales primaires », datées du même jour, légitime l'élargissement de ces programmes à l'adresse de tous les élèves-maîtres : il s'agit de « fortifier l'enseignement dans les écoles normales » pour les deux raisons invoquées ci après. Les cours d'adultes se sont considérablement développés : 154000 élèves sur les 600000 que comptent ces cours sollicitent un enseignement supérieur ; et la loi relative à l'enseignement spécial (21 juin 1865) permet justement aux maîtres d'enseigner ces disciplines, en l'occurrence les « mathématiques appliquées » ainsi que les dénomment la loi du 24 juin 1865. Certes, ces mêmes instructions stipulent encore que « dans le cours d'arithmétique et des éléments de géométrie, on ne s'arrêtera pas aux difficultés des théorie, mais on insistera sur les applications pratiques. Pour la tenue des livres, ce n'est pas à l'Ecole normale qu'on l'apprendra d'une manière complète. Il sera bon, cependant que les instituteurs qui en

[97] A. Chervel, L'enseignement du français dans les écoles primaires, tome 1, 1791 1879, INRP Economica, texte 153, p. 226.

sortiront connaissent les expressions les plus usitées dans le commerce, les livres obligatoires ».

De programme détaillé, certes, il n'y en a point : V. Duruy sans remettre en question ceux du 31 juillet 1850, ceux-ci pouvant encore « servir de base », suggère de les étendre, à l'aide des programmes de l'enseignement secondaire spécial, programmes qui stratégiquement sont déjà dans les mains des directeurs d'Ecoles normales.

Annexé à la circulaire, la répartition du nombre de leçons hebdomadaires par matières d'enseignement définit le découpage temporel de cet enseignement de « mathématiques appliquées » :

Tableau de répartition	1ère année	2ème année	3ème année
6) Calcul Système légal des poids et mesures. Arithmétique appliquée aux opérations pratiques	Nombres entiers. Fractions. Système métrique. (5)	Révision du Système métrique et des fractions. Application aux opérations d'intérêt, d'escompte, d'annuité, de banque, de société, de crédit, de change, etc.. (4)	Révision et compléments du cours d'arithmétique appliquée. Tenue des livres. (3)
7) Eléments de géométrie. Arpentage et nivellement.	Géométrie plane (1)	Suite et fin de la géométrie plane. Arpentage, nivellement. (1)	Révision et fin du cours. Application de la géométrie à l'espace. (2)
8) Dessin linéaire. Dessin d'ornement et d'imitation	Dessin à main levée. Ornement (2)	Dessin graphique. Etude des projections. Dessin d'ornement et d'imitation (2)	Application diverses du dessin. Graphe. Perspectives. Ombres. Lavis. Suite du dessin d'ornement et d'imitation. (2)

Inscrit dans un cadre temporel, empruntant ses contenus et ses méthodes au programme de l'enseignement secondaire spécial, l'enseignement de « mathématiques appliquées » dans les écoles normales peut retrouver officiellement une considération que conforte encore sa place dans les épreuves des brevets.

Le 3 juillet 1866, paraît le Règlement pour le brevet de capacité des instituteurs et institutrices primaires. Commun à tous les aspirants de même sexe, le brevet simple comporte parmi les 4 épreuves écrites, « la solution raisonnée d'un ou de plusieurs problèmes d'arithmétique comprenant l'application des nombres entiers et l'usage des fractions », l'épreuve dure 1 heure. A l'oral, il s'agit d'une épreuve de 20 mn au plus portant sur des questions d'arithmétique et de système métrique. Pour les épreuves concernant l'enseignement facultatif, une première série d'épreuves sur les quatre définies par le texte porte sur « l'arithmétique et la géométrie appliquée aux opérations pratiques, le dessin linéaire et d'ornement » ; la durée de la composition est de 3 heures. L'épreuve orale, concernant toujours la première série d'épreuve dure 1 heure, et porte sur l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, tenue des livres, éléments de géométrie, arpentage, nivellement, dessin linéaire et d'ornement, chant. Pour les aspirantes au brevet de capacité, les épreuves sont semblables à celles des aspirants, pour le brevet simple, en dehors des travaux d'aiguilles réservés à leur effet. Pour le brevet du premier ordre, les épreuves portant sur les sciences appliquées sont allégées : seuls subsistent l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, la tenue des livres, le dessin.

Noyau incontournable, quelque soit le degré du brevet ou le sexe des aspirants, l'arithmétique se présente au même titre que la dictée, comme un sujet de prédilection pour des épreuves qui viennent de plus de se doter d'un appareil docimologique « arithmétique ». Le jugement des épreuves (titre 4 du décret du 2 juillet 1866) s'opère à travers l'usage de « notes ». Les moyennes sont prises en compte pour accorder aux candidats l'admissibilité aux épreuves orales puis à l'admission définitive. L'arithmétique n'est pas seulement objet d'une évaluation sommative, terminale, visant à contrôler l'acquisition des savoirs, elle joue un rôle en amont. Objet d'une évaluation prédictive, elle trouve aussi un habitat dans le programme d'admission aux écoles normales primaires. L'arrêté du 31 décembre 1867 réhabilite un examen dont les modalités s'apparentent plutôt à un concours. Après élimination des candidats qui n'ont pas surmonté l'admissibilité aux épreuves orales, puis la moyenne à ces dernières, est établie la liste d'admissibilité définitive. Celle-ci rend compte « de l'ordre de mérite des candidats ».

A l'écrit, les candidats composent pendant une heure et demi, sur « des exercices pratiques de calcul, et la solution raisonnée d'un ou plusieurs problèmes d'arithmétique ». A l'oral, parmi les 5 épreuves dont la durée est fixée à un quart d'heure au plus, les questions d'arithmétique portent sur « pratique des quatre règles (nombres entiers et décimaux) et calcul mental, principales questions sur la théorie des quatre règles, système métrique: théorie et pratique ». L'examen s'adresse à des candidats qui ont seize ans accomplis et moins de vingt ans. Caractérisée en amont comme en aval, par sa composante pratique et calculatoire, l'arithmétique qui se dessine tant à travers un programme peu détaillé, qu'à travers des examens prédictifs ou sommatifs, demande à être caractérisée plus finement. L'habitat que peut occuper le système de numération décimal apparaît d'évidence, mais celui où peuvent résider les propriétés des nombres peut sembler inexistant ou précaire. Il convient maintenant de se pencher sur le programme de mathématiques des écoles normales tel qu'il peut être envisagé, sous le ministère de Duruy : héritier d'une Charte abolie, appauvri mais revivifié par le programme d'un enseignement à la marge des deux ordres primaire et secondaire.

3.3. L'enseignement secondaire spécial : la fusion de deux conceptions de l'enseignement intermédiaire et l'émergence d'un enseignement scientifique pour le peuple ; la stabilisation d'une arithmétique scolaire à forte dimension utilitaire.

Dès la fin de la Monarchie de Juillet, la situation précaire de l'enseignement scientifique dans l'enseignement secondaire, la concurrence des établissements privés préparant les élèves à l'admission aux grandes écoles scientifique interpelle le Ministre de l'Instruction publique, Salvandy. Ses motivations sont les suivantes : réunifier l'ordre secondaire sous l'égide de l'Université, réhabiliter un enseignement scientifique, et introduire notamment un enseignement des sciences appliquées, à visée directement utilitaire pour former les cadres dont le progrès économique de la nation dépend. Salvandy sollicite dès 1846, un groupe de professeurs de la Faculté des sciences de Paris, « gagnés aux idées industrialistes », ainsi que les caractérise Belhoste[98]. Ceux-ci établissent un « rapport sur les développements à donner à l'enseignement scientifique dans les établissements universitaires de tous ordres », préparent de nouveaux programmes axés sur l'enseignement des sciences et de leurs applications. Salvandy rétablit donc un enseignement obligatoire de mathématiques dans les classes d'humanité. Il crée parallèlement à l'enseignement classique, un enseignement secondaire spécial », dont le programme pratique, appliqué, sans latin, accorde la place prééminente aux sciences et à leurs applications.

Greffé sur l'ordre secondaire, l'enseignement secondaire spécial se présente comme une alternative nouvelle entre l'enseignement classique, garant des humanités, et les classes préparant à l'admission aux écoles spéciales.

En 1847, les concepteurs du programme éclairent le contenu de l'enseignement d'arithmétique en indiquant simplement (Belhoste, p. 227) : *« Dans cet enseignement, qui doit être très simple, très clair et toujours dirigé vers les applications les plus utiles, on suivra exactement le texte par des ouvrages de Bézout, sans notes, ni commentaires ; seulement, on aura soin d'y introduire le système métrique et de substituer, dans les exemples ou les*

[98] B. Belhoste (1995), Les sciences dans l'enseignement secondaire spécial, textes officiels, t. 1, 1789-1914, INRP Economica.

applications, les nouvelles mesures aux anciennes. L'arithmétique jusqu'aux proportions et progressions inclusivement. La géométrie plane. L'algèbre jusqu'à la résolution des équations du second degré inclusivement.

En 1849, après expérimentation, le programme de mathématiques est réparti sur les trois années, les recommandations se spécifient selon les domaines considérés.

Ainsi, en première année, les auteurs précisent pour l'arithmétique (Belhoste, p. 227) :

« Dans cet enseignement, qui doit être très simple, très clair et toujours dirigé vers les applications les plus utiles, les professeurs devront exercer les élèves au calcul ; deux fois la semaine, ils feront rapporter sur copie des problèmes relatifs à l'application de l'arithmétique aux usages de la vie ». L'esquisse d'une organisation didactique où sont définies explicitement des tâches spécifiques aux acteurs du système didactique se dessine. Sont mis en évidence le rôle prééminent du calcul et de la résolution de problèmes. Les deux composantes liées de l'arithmétique, calcul et application aux usages de la vie courante sont mises en évidence. Le programme est répartis sur deux années (progressions et logarithmes sont étudiées en 2ème année. Ce n'est plus exactement sur le découpage du traité de Bézout que se cale la progression, mais sur celui de sa transposition opérée par le Baron Reynaud : (un bloc autonome sur les propriétés des nombres, la « méthode de réduction à l'unité »).

Bien qu'intégré à l'ordre secondaire, cet enseignement non sanctionné par un baccalauréat reste de second ordre. Il résiste peu ou prou sous la forme de cours spéciaux annexés aux collèges et lycées. Quelque vingt ans plus tard, V. Duruy, reprenant le programme de Salvandy, organise à partir des cours spéciaux qui subsistent, un deuxième enseignement secondaire spécial, sans latin, mais s'adressant cette fois aux élèves qui sortent de l'école primaire : c'est l'enseignement secondaire du peuple.

3.3. 1 Plan d'études et programmes de sciences de l'enseignement spécial 6 avril 1866 (Belhoste, p. 413-442)

Appliqué à la rentrée 1867, cet enseignement se décline sur 6 années, la première préparatoire, la dernière complémentaire en fin de cursus. Les programmes sont rédigés « comme un ensemble de cercles concentriques », chaque année formant un « tout complet ». Les concepteurs des programmes tiennent compte que cet enseignement destiné au peuple doit s'adapter à une fréquentation scolaire fluctuante.

La place accordée aux sciences croît en fonction de l'âge des élèves de façon inversement proportionnelle avec celle occupée par l'enseignement littéraire.

Préjugeant de l'attention des élèves et de la capacité du maître, les législateurs fixent la durée de classe à une heure.

Le dessin, cette « écriture de l'industrie » occupe une durée importante et croissante (4 heures par semaine dès les trois premières années, six heures les deux dernières.

Enfin le sommaire du programme reprend celui des classes d'adultes et est censé s'adapter en fonction des localités.

Le passage dans la classe supérieure est conditionné par un examen.

Un certain nombre de ces traits garderont leur actualité dans les programmes des EPS et écoles normales de la 3ème République.

Mais ce sur lequel il convient de se pencher précisément, ce sont les méthodes et les programmes préconisés. Ceux-ci, expérimentés pendant deux années (à partir d'octobre 1863) ont été refondus, sont censés donner naissance à de « bons livres substantiels et courts », une « vraie littérature du peuple ».

L'esprit dans lequel est conçu cet enseignement se révèle dans la circulaire aux Recteurs du 6 avril 1866 (Belhoste, p. 413-416), qui accompagne le programme. Pour V. Duruy, il ne s'agit pas de *« préparer comme au lycée classique, des hommes qui fassent de hautes spéculations de la science ou des lettres leur étude habituelle, mais des industriels, des négociants, des agriculteurs, dont beaucoup d'ailleurs étendant par l'expérience de la vie, <u>cette instruction en apparence plus étroite</u>, sauront rejoindre ceux qui auront cherché pour leur esprit <u>un développement plus large dans des études désintéressées</u> »*. Les termes que nous avons soulignés jettent un éclairage sur cette opposition entre l'étroitesse « apparente » des études spéciales et le développement plus large des études classiques : la gratuité des secondes est le caractère discriminant.

L'esprit de cet enseignement et les méthodes qu'il induit s'illustrent dans ce qui suit.

« Depuis le cours préparatoire jusqu'à la dernière année de l'enseignement spécial, il faudra diriger constamment l'attention des élèves sur les réalités de la vie ; les habituer à ne jamais regarder sans voir ; les obliger à se rendre compte des phénomènes qui s'accomplissent dans le milieu où ils sont placés, et leur faire goûter si bien le plaisir de comprendre, que ce plaisir devienne un besoin pour eux ; en un mot, développer dans l'esprit de l'enfant, l'esprit d'observation et le jugement qui feront l'homme à la fois prudent et résolu dans ses entreprises, sachant gouverner ses affaires et lui-même ».

« Les sciences appliquées mettent son esprit dans cette voie pratique, les cours de littérature, d'histoire et de morale lui donneront le goût de s'élever au dessus des réalités du monde physique pour arriver au beau, au bien, à Dieu ». Ces principes fondent « l'enseignement du peuple », peuvent conférer, dans la lutte engagée entre les peuples industriels, la primauté à une nation dans laquelle « les classes laborieuses auront le plus

d'ordre, d'intelligence et de savoir ». Se réclamant d'une légitimité économique, politique, idéologique, les programmes de mathématiques pensés par les « industrialistes » participent de cet esprit, sont solidaires de l'ensemble des disciplines scientifiques présentes.

V. Duruy précise à cet effet : « *Voilà pourquoi, le progrès industriel est aujourd'hui étroitement lié au progrès scolaire, et comment les questions que l'Université a la tâche d'étudier et de résoudre ont acquis une si grande importance, même pour la prospérité matérielle de la France* ». Appliquées, certes, les sciences enseignées doivent concourir au progrès industriel, tout en gardant un lien avec le savoir en élaboration. Notons pour illustrer l'importance de l'ensemble de ces disciplines, formant une culture toute structurée et complète, dans le cursus des élèves, leur ordre d'introduction et leur nature : l'histoire naturelle en année préparatoire, adjonction de la physique et de la chimie, de la comptabilité en première année, de la mécanique et de la cosmographie en troisième année. Progressivement chacune des matières étudiées s'élargit en ses sous-domaines, ouvrent des champs d'application plus étendus. Le réseau mathématique se ramifie de même façon, se liant à d'autres domaines.

Année préparatoire : « S'adressant à des élèves sortant de l'école primaire, qui connaissent la pratique des quatre opérations sur les nombres entiers, fractionnaires et décimaux », le programme comprend 4 heures par semaine de mathématiques (exercices de calcul et commencement de la géométrie plane). Il consiste « en exercices pratiques » plus qu'en leçons théoriques. L'arithmétique est pratique : les quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux ; nombreux exercices de calcul mental ; application à la solution de questions usuelles. Pour devoir quelques problèmes.

La géométrie consiste essentiellement en l'exécution d'opérations graphiques.

Les quatre heures hebdomadaires de dessin ont pour objet d'exercer l'élève au maniement du « crayon et de la plume », condition nécessaire pour acquérir « la sûreté de la main et la justesse du coup d'œil ».

Première année : elle comprend 5 heures hebdomadaire de mathématiques (arithmétique et géométrie plane, 1 heure hebdomadaire de comptabilité et toujours 4 heures de dessin.

Mathématique. *Arithmétique*

Exposition encore élémentaire mais déjà raisonnée des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux. Etude des fractions. Système métrique, règle de trois, de société, d'intérêt et d'escompte par la méthode de réduction à l'unité. Notions sur les rapports et proportions. Pour devoir, de nombreux problèmes sur les questions usuelles. Et toujours du calcul mental.

Il y a éviction des « démonstrations trop difficiles et trop délicates, ainsi que des définitions synthétiques et abstraites qui ordinairement ne s'adressent qu'à la mémoire ».

Pour la géométrie, les concepteurs du programme usent des mêmes précautions : « le professeur admet comme suffisants les démonstrations par superposition et prend pour base l'évidence, toutes les fois que cela est possible ; en un mot, il n'oublie pas que ses élèves ont environ treize ou quatorze ans et qu'ils sont destinés à devenir des praticiens ». Les deux arguments confortent la légitimité des principes.

Comptabilité. Exercices pratiques

« Ce cours élémentaire a pour but d'apprendre aux élèves à faire quelques uns des calculs usités dans le commerce, [...] à faire les écritures sur lesquelles repose toute la tenue des livres proprement dite ».

Dessin.

Continuation du dessin linéaire et du dessin d'imitation.

Deuxième année : elle comprend en mathématiques, à raison de 5 heures hebdomadaires, l'arithmétique commerciale et la fin de la géométrie plane, la comptabilité 1 heure par semaine et 5 heures hebdomadaires de dessin.

Arithmétique commerciale.

Révision des règles sur le calcul des fractions et propriétés des proportions ; règle pratique pour l'extraction de la racine carrée ; règle de trois, de société et d'intérêt simple déjà apprise par la méthode de réduction à l'unité ; explication des règles d'escompte, de mélange d'alliage, des intérêts composés et des annuités ; exercices numériques sur les rentes et emprunts publics ; détails sur les caisses d'amortissement et la Banque de France ; montrer qu'avec des lettres et des signes de convention, on peut abréger les calculs et généraliser les opérations ; faire pressentir l'algèbre, en écrire les résultats obtenus avec des lettres. Pour devoir, de nombreux exercices sur les questions usuelles.

Le cours de *géométrie dans l'espace* doit conserver un caractère d'utilité pratique.

La *comptabilité* est un cours préparatoire à la tenue des livres.

Le *dessin* est la continuation des cours antérieurs.

Troisième année : elle comprend, 4 heures par semaine, les principes d'algèbre et la géométrie descriptive, 1 heure hebdomadaire de cosmographie, 1 heure de comptabilité portant sur la tenue des livres, proprement dite, 6 heures de dessin, consacrées au dessin géométrique, aux épreuves de géométrie descriptive et au dessin de cinématique.

Mathématiques. Principes d'algèbre.

Introduction en substituant aux résultats chiffrés obtenus dans les problèmes d'intérêt, d'escompte, de société, des lettres. « Les élèves entrent ainsi dans l'usage de l'algèbre d'une manière insensible et sans qu'on ait besoin, pour ainsi dire, de leur expliquer que cette science n'est qu'un moyen abstrait de généralisation ».

Les notions abordées sont : multiplication, polynômes, exposants et coefficients ; multiplication, polynômes ordonnés, division, fractions, proportions, inégalités, équations du premier degré à une inconnue et à plusieurs inconnues.

Pour devoir, de nombreux exercices de calcul algébrique et des problèmes faciles à résoudre.

Quatrième année : par semaine, elle comporte 5 heures de mathématiques (fin de l'algèbre, formules usuelles de trigonométrie, usage des tables de logarithmes et règles à calculer, courbes usuelles, compléments à la géométrie descriptive), 1 heure de comptabilité proprement dite (Bourse, finances et Cour des Comptes), 6 heure de dessin (dont dessin géométrique).

Mathématiques. *Fin de l'algèbre*.

Révision des équations du 1er et 2nd degré à une inconnue ; Problème du second degré. Maxima et minima ; Progression : logarithmes ; usage des tables ; application aux questions d'intérêt composé, à la caisse d'épargne, à la caisse des retraites pour la vieillesse, aux sociétés de secours mutuels, aux assurances, aux rentes viagères, etc. ; calcul des épargnes qu'un père doit capitaliser pour amortir un emprunt, amasser une dot, assurer à sa mort une certaine somme à ses enfants ; nombreux exercices sur des questions analogues.

L'année complémentaire, pour « les élèves montrant des dispositions remarquables » est consacrée à « apprendre en peu de temps ce que le diplôme du baccalauréat ès sciences exige de latin » et à préparer l'accès aux grandes écoles scientifiques. Le programme circonscrit apparaît, en ce qui concerne l'enseignement scientifique comme analogue à celui de l'enseignement secondaire classique, c'est à dire de la classe de mathématiques élémentaires (allégée certes depuis l'abolition de la bifurcation).

L'examen de l'ensemble des programmes d'arithmétique et d'algèbre permet d'identifier l'ensemble des objets présents dans le traité de Bézout. Contrairement au premier programme de l'enseignement secondaire spécial, il est possible d'identifier une certaine fusion entre arithmétique et algèbre. L'introduction des notions d'algèbre, sans rupture avec l'arithmétique, simple prolongement et généralisation de cette dernière a pour effet d'enrichir le champ de problèmes des applications pratiques. L'articulation de cette arithmétique pratique avec la comptabilité, les liens que les calculs numériques peuvent établir avec les domaines de la physique, de la mécanique semblent effacer par ailleurs la composante théorique (faible certes mais présente dans le traité de Bézout) liée aux propriétés des nombres. Dans l'élargissement du programme mathématique (algèbre, géométrie descriptive, trigonométrie, cosmographie, voire la mécanique), le caractère pratique car liée à des applications des objets étudiés semble disqualifier l'arithmétique théorique, l'environnement technologico-théorique qui éclaire la théorie des fractions. En réalité, le programme d'arithmétique et d'algèbre, réunissant les deux disciplines sous une même rubrique n'élimine pas la composante plus théorique de l'arithmétique. En voici le détail :

Arithmétique

1. Notions préliminaires. – Unité. - Nombres entiers. - Numération décimale. – Zéros placés ou supprimés à la droite d'un nombre entier. – Déplacement de la virgule dans un nombre décimal.

2. Opérations fondamentales. – Addition des nombres entiers et décimaux. – Preuve. – Usages .

3. Soustraction des nombres entiers et décimaux. – Preuve. – Usages.

4. Multiplication des nombres entiers. – Le produit ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs. – Preuve de la multiplication. – Usages. – Multiplication des nombres décimaux.

5. Produit de plusieurs facteurs. – La valeur du produit est indépendante de l'ordre des facteurs. – Puissances. – Multiplication de deux puissances d'un même nombre.

6. Division des nombres entiers. – Valeur maximum du reste. – Preuve de la division. – Usages. – Division des nombres décimaux.

7. Division d'un nombre par un produit de plusieurs facteurs. – Division de deux puissances d'un même nombre.

8. Divisibilité des nombres entiers par 2, 3 ,5 ,9 et 11. – Preuve par 9 de la multiplication et de la division.

9. Nombres premiers. – Nombres premiers entre eux. – Table des nombres premiers jusqu'à une limite donnée. – Reconnaître si un nombre est premier.

10. Recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres.

11. Décomposition d'un nombre en facteurs premiers. – Plus petit multiple et plus grand commun diviseurs de plusieurs nombres.

12. Fractions ordinaires. – Changement qu'une fraction éprouve quand on fait varier ses termes. – Nombres fractionnaires. – Expressions fractionnaires. – Une fraction représente le quotient de son numérateur par son dénominateur. – Usages de ce principe dans la division.

13. Simplification des fractions.

14. Réduction au même dénominateur ; plus petit dénominateur commun.

15. Addition des fractions et des nombres fractionnaires. – Soustraction des fractions et des nombres fractionnaires.

16. Multiplication. – Fractions de fractions. – Usages de la multiplication des fractions.

17. Division. – Usages de la division des fractions.

18. Conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale ; quotients périodiques.

19. Addition, soustraction, multiplication et division abrégées. – Erreur relative d'un produit, d'un quotient.

20. Ce qu'est mesurer une grandeur. – Diverses espèces de mesures.

21. Mesures de longueur. – Instrument de mesure et mesurage divers. – Unités adoptées pour les distances itinéraires. – Définition de la lieue géographique et de la lieue marine : leur valeur en mètres.

22. Mesures de superficie. – Mesures agraires.

23. Mesures de volumes. – Mesures pour le bois de chauffage.

24. Mesures de capacité ; leurs formes.

25. Mesures de poids ; leurs formes. – Correspondance avec les unités de volume.

26. Monnaies. – Métaux employés. – Poids et dimensions des monnaies françaises. – Titre. – Tolérance.

27. Mesures du temps. – Jour, mois, année. – Calendrier.

28. Conversion des anciennes mesures françaises et des mesures étrangères en mesures françaises nouvelles.

29. Carré d'un nombre. – Racine carrée. Extraction de la racine carrée d'un nombre entier. – Maximum du reste. – Marche à suivre pour l'extraction d'une racine cubique.

30. Carré et racine carrée d'une fraction. – Racine carrée d'un nombre entier, d'un nombre décimal ou d'une fraction à une unité près d'un ordre décimal donné.

31. Rapport de deux nombres. – Proportions. – Suite de rapports égaux.

32. Rapport des grandeurs. – Grandeurs proportionnelles. – Grandeurs inversement proportionnelles.

33. Règle de trois simple, directe ou inverse. – Règle de trois composée. – Solution de ces questions par la méthode dite de réduction à l'unité.

34. Intérêt de l'argent prêté. – Intérêt annuel. – Valeur d'un capital, connaissant l'intérêt annuel et le taux. Cas du 5 p. 100. – Relation générale entre l'intérêt, le taux et le temps. – Applications. – Intérêts pour un nombre donné de jours. – Méthode des nombres et des diviseurs fixes variant de ½ fr. en ½ fr. – Méthode donnant l'intérêt à un taux quelconque, en partant de 6 p. 100 et pour 60 jours

35. Escompte en dehors ou commercial. – Droit de commission. – Tableau donnant le nombre de jours compris entre deux dates.

36. De la rente. – Emprunts publics. – Rentes sur l'Etat. – Du pair. – Achat de rente, connaissant la cote. – Droit de commission de l'agent de change. – Taux d'une rente. Comparer le taux du 3 p. 100 et du 4 ½ p. 100. – De la caisse d'amortissement. – Comment elle opère. Achat de rentes fin courant. – Report du comptant à la fin du mois. – Déport. – Marchés à terme. – Cotes des fonds publics. – Actions. – Obligations . – Des banques en général. – De la Banque de France.

37. Règle de société ou de compagnie. – Simple. – Composée. – Applications. – Répartition de l'impôt. – Du contingent. – Problèmes des moyennes. – Echéance commune ou échéance moyenne.

38. Règle de mélange. – Mouillage des vins. – Mélange de vins de qualités différentes.

39. Règle d'alliage. – Valeur des objets d'or et d'argent d'après leur titre.

40. Change des monnaies. – Change intérieur. – Change extérieur.

Algèbre

1. Emploi des lettres pour représenter certains résultats de calcul. – Application à des problèmes d'intérêt, d'escompte, de partages proportionnels, etc. – Avantages des représentations algébriques. – Notation adoptée.

2. Formules. – Traduction en valeurs numériques. – Application à des questions d'intérêt et d'escompte, etc.

3. Addition et soustraction algébrique.

4. Multiplication algébrique.

5. Division algébrique. – Cas simples. – Fractions algébriques.

6. Résolution des équations du premier degré à une inconnue.

7. Problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue. – Valeurs négatives.

8. Equations du premier degré à plusieurs inconnues.

9. Problèmes du premier degré à plusieurs inconnues. – Interprétation géométrique d'une équation du premier degré à une seule inconnue ou à deux inconnues, et d'un système de deux équations du premier degré.

10. Equations du second degré à une inconnue. – Interprétation géométrique des racines.

11. Questions de maximum et de minimum qui dépendent des équations du second degré. – Exemples pratiques.

12. Progression arithmétique. Valeur d'un terme de rang donné ; somme d'un certain nombre de termes.

13. Progression géométrique. – Mêmes questions.

14. Des logarithmes. Calcul d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'une racine, etc. – Avantages du calcul logarithmique.

15. Usages des tables à 5 ou à 7 décimales. – Calculs par logarithmes.

16. Intérêts composés. – Temps au bout duquel un capital est doublé, triplé, etc. – Problèmes numériques. – Tableau des sommes produites par un capital de 1 fr. placé de 1 an à 50 ans et à intérêt composé à 3 p. 100, 3 ½ p. 100, 4 p. 100, 4 ½ p. 100, 5 p. 100, 6 p. 100. – Notions sur la caisse d'épargne.

17. Annuités. – Applications. – Dot d'un enfant calculée avec le tableau précédent. – Calcul de l'annuité à placer pour avoir une somme déterminée au bout d'un temps donné. – Amortissement par annuités, l'intérêt étant payé tous les ans. – Tableau des valeurs que produit une annuité de 1 fr. au taux de 4 ¼ p. 100, les intérêts se capitalisant par semestre pendant un temps donné. – Annuité à payer pour éteindre un capital emprunté. – Notions sommaire sur l'organisation et les principales opérations des grands établissements de crédit.

18. Probabilités mathématiques. – Notions générales. – Applications à quelques questions très simples.

19. Table de mortalité de Deparcieux. – Durée de vie probable. – Chance d'atteindre un âge donné.

20. Probabilité qu'ont deux personnes d'un âge donné de vivre dans un certain nombre d'années. – On admettra comme démontré que cette probabilité est égales au produit des probabilités relatives à chaque personne.

21. Notions sur les rentes viagères.

22. Un ouvrier place n fr. par semaine ; trouver la somme à laquelle il aura droit au bout de une, deux, trois années.

(Les données de toutes ces questions seront toujours numériques ; on pourra accepter comme démontrées les formules les plus difficiles, et on exercera seulement les élèves à les appliquer au divers cas qui peuvent se présenter.

Si nous tentons un découpage assez grossier de ces diverses rubrique, nous obtenons ces deux classifications arithmétique – algèbre :

1) Numération décimale. Opérations sur les nombres entiers et décimaux.
2) Propriétés des nombres.
3) Théorie des fractions.
4) Opérations abrégées.
5) Mesures des grandeurs. Système métrique.
6) Carrés, cubes, racines.
7) Notions sur les proportions (lien entre rapport de nombres et rapport de grandeurs). Règles de trois, etc. Méthode de réduction à l'unité.
8) Arithmétique commerciale (Arithmétique appliquée aux opérations pratique)

1) Notions préliminaires. Formules. Applications aux opérations pratiques.
2) Calcul algébrique.
3) Equations. Problèmes. Interprétation géométrique.
4) Théorie des progressions et logarithmes. Usages.
5) Application de cette théorie aux opérations pratiques (Arithmétique commerciale).
6) Probabilités. Applications aux opérations pratiques.

Si nous prenons la peine de reproduire précisément les contenus des deux disciplines enseignées dans le début du cursus ($1^{ère}$ et $2^{ème}$ années pour l'arithmétique, $3^{ème}$ et $4^{ème}$ années pour l'algèbre), c'est d'abord pour établir que l'arithmétique constitue un ensemble de connaissances censé être accessible au plus grand nombre, dans un second temps pour souligner la prépondérance d'une arithmétique commerciale, qui introduit sans rupture avec l'arithmétique, l'algèbre comme un outil « avantageux » pour résoudre un champ de problèmes qui reste attachée au domaine du calcul, et enfin pour souligner que l'ensemble des objets du sommaire du traité de Bézout (y compris les opérations abrégées) est présent, mais rénové (une arithmétique commerciale qui permet à l'élève de s' approprier la connaissance d'un système économique, qu'il est appelé pérenniser). Notons que conformément au découpage opéré par Lacroix, les progressions et logarithmes relèvent de l'algèbre : le lien entre ces deux matières n'en apparaît que plus étroit. L'interpénétration des deux caractérise la seconde comme une arithmétique élargie, généralisée.

Cette rénovation épargne la composante réservée aux propriétés des nombres (existence des nombres premiers, table de ceux-ci, identification d'un nombre premier, notion de PPCM) : la théorie des fractions, la méthode dite de réduction à l'unité pour résoudre les problèmes relevant des quatre opérations constituent les pré-requis pour accéder à la maîtrise de cette science du calcul totalisante ; la présence d'un environnement technologico-théorique minimal est donc nécessaire. L'empreinte du traité du Baron Reynaud marque donc le programme.

Cette rénovation est aussi un élargissement, l'arithmétique ne constitue pas un tout isolé : des relations sont explicitement - avec la géométrie (l'interprétation géométrique que peut induire la résolution de problèmes relevant de mises en équation) – avec les probabilités (son introduction dans les plans d'études était déjà préconisée tant par Condorcet que par Laplace, ce savoir apparaissant comme indispensable au citoyen éclairé).

Nous pouvons donc noter, que conformément aux principes des concepteurs de ce programme, la dimension utilitaire de cet enseignement n'élimine la dimension éducative, formatrice de l'individu à travers le citoyen : ses intérêts personnels sont pris en compte, les dernières lignes des notions (épargne, dot, rentes, héritage) devant être abordées dans la fin du cours d'algèbre (4ème année) en atteste.

Il existe une certaine continuité entre les contenus des plans d'étude conçus par Salvandy et Duruy. Nous pouvons considérer que la conception initialement « industrialiste » de cet enseignement régit encore, en 1866, les contenus, et en partie les méthodes (celles-ci, bien que concentriques n'écartent pas le principe d'une progression dans le savoir) ; les méthodes « concentriques » du plan de 1866 mettent toutefois plus fortement l'accent sur une dimension pratique et utilitaire à court terme.

Cette continuité se traduit notamment à travers la fonction dominante de l'arithmétique commerciale (que nous pouvons vraisemblablement identifier encore sous la dénomination d'arithmétique appliquée aux opérations pratiques). L'influence de l'abolition de la bifurcation (même si elle est spécifique à l'enseignement secondaire) peut se révéler à travers certains constats : en comparant le plan d'études de 1849 (Belhoste p. 226-248) et celui de 1866, il apparaît que V. Duruy restaure une certaine tradition classique (la juxtaposition entiers, décimaux, quelques éléments relatifs à la théorie des proportions) qu'avait rejeté Salvandy. S'il préserve une composante consistante relative aux propriétés des nombres, il réduit encore les développements liés à l'algèbre qu'avait prescrit son prédécesseur.

Enfin, comme le souligne V. Duruy, le programme de cet enseignement scientifique ne se démarque pas à proprement parler d'un programme scientifique secondaire : une dernière année, consacrée à l'étude du latin ne permet-il pas, dans les principes, de préparer le baccalauréat ès sciences ? Si le Ministre introduit pour la première fois le principe qu'une culture scientifique pour le peuple et en l'occurrence pour les futurs maîtres, puisse s'aligner sur la culture secondaire, à quelles fins doit satisfaire cette culture ? Sur quels principes *a priori* applicables à tous les ordres d'enseignement se fondent-elles ? Peut-on finalement caractériser un savoir qui échappe au principe de la dualité primaire secondaire ?

3. 3. 2. Genèse et spécificité d'une arithmétique élémentaire qui se constitue en discipline scolaire dans l'enseignement secondaire.

Jetons tout d'abord un regard succinct sur le programme scientifique de l'enseignement secondaire sous le Ministère de Duruy. Il convient de souligner (Belhoste p. 47,48) un constat : si la bifurcation[99] imposée autoritairement par Fortoul en 1852, est définitivement supprimée par Duruy en 1864, les programmes de sciences (et donc de mathématiques) de cette période, marquent encore de leurs empreintes ceux de 1865, comme ils les marqueront jusqu'en 1902.

Une idée clé est retenu : la répartition et la continuité de l'enseignement mathématique sur plusieurs années (même si au dépens des autres sciences).

Certains principes défendues par les « industrialistes » semblent même renforcées : c'est ce que nous allons tenter de montrer.

Nous mettons en parallèle les conceptions qui conduisent les deux ministres, Fortoul, tout d'abord, puis Duruy pour organiser notamment l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire.

La conception « industrialiste » de Fortoul :

Fortoul écrit le 15 novembre 1854 dans les « Instructions pour la mise à exécution du plan d'études des lycées » (Belhoste, p. 328) :

« Enseignement de l'arithmétique [...]. La connaissance de l'arithmétique est indispensable à tout homme mêlé aux affaires. Le commerçant, l'industriel, l'ingénieur, l'ouvrier ont besoin de savoir calculer avec rapidité et exactitude. Ce caractère usuel de l'arithmétique indique assez que ses méthodes doivent avoir une grande simplicité et que son enseignement doit être dégagé avec le plus grand soin de toute complication inutile.

[99] L'enseignement secondaire se clive en deux divisions : la première division, de grammaire comprend la 6ème, la 5ème, la 4ème ; la division supérieure se décline suivant deux sections -littéraire - scientifique et s'étend de la 3ème à la classe de logique ; il comprend aussi un enseignement préparatoire aux écoles spéciales. Le baccalauréat ès sciences est créé. Les classes de mathématiques supérieures sont maintenues.

Lorsqu'on se pénètre l'esprit des méthodes suivies en arithmétique, on reconnaît qu'elles découlent toutes des principes mêmes de la numération, de quelques définitions précises et de certaines idées de rapport entre les grandeurs, que tous les esprits perçoivent avec facilité, qu'ils possédaient même déjà avant que le professeur les leur fît connaître et leur apprît à les classer suivant un ordre méthodique et fructueux. C'est de cette simplicité de l'arithmétique que le professeur doit avant tout acquérir la confiance, afin que tirant parti de toutes les notions naturelles et de leurs séquences les plus simples, il imprime aux études de ses élèves un mouvement facile et rapide, propre à prévenir le découragement. La véritable logique scientifique consiste dans l'étude rigoureuse de la géométrie. L'arithmétique est plutôt un instrument dont il importe assurément de bien connaître les théories, mais dont il faut avant tout posséder à fond la pratique ». L'arithmétique se démarque sans conteste d'une géométrie « véritable logique scientifique » par sa simplicité, sa dimension pratique : les principes revendiquées par Bézout, son accessibilité aux commençants conservent leur actualité.

Dans le nouveau programme de l'enseignement scientifique du 30 août 1852, l' « enseignement raisonné » de l'arithmétique se répartit donc ainsi :

5$^{\text{ème}}$: révision pratique des quatre règles ; 4$^{\text{ème}}$: début de l'étude élémentaire de l'arithmétique raisonnée ; 3$^{\text{ème}}$: arithmétique, quelques notions d'algèbre ; 2$^{\text{nde}}$: compléments d'algèbre ; classe de rhétorique : exercices sur l'arithmétique et l'algèbre ; classe de logique : révision de toutes ces notions.

La répartition du programme, si nous nous référons au détail de celui-ci, ne diffère guère de celle de l'enseignement spécial si ce n'est en empruntant au traité de Lacroix (ou à celui du baron Reynaud) le traitement différé des nombres entiers et nombres décimaux (nomenclature propre au Baron Reynaud). Nous observons de même, de même que pour l'enseignement spécial, la disparition de la théorie des proportions au profit de la méthode dite de réduction à l'unité et l'intégration du calcul algébrique, l'accent porté sur les approximations. Cette dernière partie qui inclut la théorie des logarithmes se présente à la fois comme complémentaire, en continuité et en prolongement.

Dans le programme pour la section des sciences, les propriétés des nombres se voient concéder un composante élargie : une approche de la théorie des congruences avec les propriétés des restes, une propriété des diviseurs des nombres peuvent suggérer que le champ des techniques qu'éclaire ce domaine peut s'élargir au delà de celui des techniques relatives aux fractions, ou du moins structurer plus finement l'environnement technologico- théorique de la théorie des fractions.

Quels que soient les développements que puissent connaître le domaine relatif aux propriétés des nombres pour la section des sciences, dans sa configuration générale, l'arithmétique enseignée se présente fidèle au principe qui la légitime : usuelle, pratique, ne préservant qu'une composante théorique liée à la nécessité d'une technologie qui éclaire la théorie des fractions.

Elle s'inscrit dans un dans un cadre temporel qui définit à travers la répartition des objets enseignés et les divers points de vue sous lesquels ils sont abordés, une progression, une organisation de ce savoir. Introduite en 5ème, sous sa composante calculatoire « pratique des quatre règles », élémentaire, raisonnée et déjà appliquée aux opérations pratique en 4ème, elle bénéficie d'un éclairage plus théorique en 3ème. Elle est révisée ensuite, elle est la propédeutique à l'algèbre puis s'efface derrière cette dernière et la géométrie. Le programme de mathématiques spéciales, s'il reprend des notions abordées en algèbre pour les approfondir, n'accorde pas de place à une arithmétique qui pourrait être dégagée de sa dimension usuelle.

Transposé à l'adresse des élèves de la division de grammaire (6ème, 5ème, 4ème) puis de tout début de division supérieure (3ème), le traité de Bézout, s'il demeure la caution épistémologique en terme d'objets de savoir (en dehors de la théorie des proportions), donne désormais existence à une organisation du savoir spécifique d'une « discipline scolaire ». Le terme est un néologisme dans le contexte donné, son usage nous permet simplement de mettre en évidence le fait que le « traité d'exposition » initial, emblématique d'une progression didactique linéaire, autonome, et sans référence à un temps d'enseignement, s'inscrit dans un cadre temporel qui le découpe et l'élague, le modifie en lui adjoignant des procédés en marge du savoir savant, spécifiquement élémentaire (la méthode dite de réduction à l'unité), ou issus d'une autre branche savante des mathématiques, l'algèbre.

Les fins et les moyens qui résultent de ces principes et de cette organisation temporelle transforment l'organisation pédagogique traditionnelle :

« L'enseignement de l'arithmétique, écrit l'auteur, *aura donc pour but principal de donner aux élèves la connaissance et la pratique du calcul, afin qu'il puissent dans la suite de leurs études en faire couramment usage ».* S'il insiste sur l'importance des théories des opérations, c'est pour ajouter, qu'il s'agit tout autant d'éviter « les théories inutiles, pour ne pas détourner l'attention de l'élève des objets essentiels ». Des devoirs du professeur, il en relève deux : *« le professeur doit mettre entre les mains de ses élèves un traité d'arithmétique ; le succès de tout enseignement mathématique exige absolument l'emploi*

d'un livre », […], « le professeur doit s'interdire l'usage des exemples abstraits et celui des problèmes dans lesquels les données prises au hasard n'ont aucun rapport avec la réalité ».

Les devoirs du professeur mettent en évidence une certaine révolution pédagogique : le temps de l'étude, qui pour l'élève succède à l'exposition de la leçon par le professeur se modifie. Le temps réservé à la rédaction du cours exposé n'a plus lieu d'être : le manuel est l'aide à la mémorisation, à la compréhension, à la réflexion que doit privilégier l'étude. Le manuel répond à la fonction que lui attribuait originellement Condorcet. Par ailleurs, l'étude de l'arithmétique, à travers les exemples et les problèmes à résoudre se doit d'être ancrée dans la réalité : sa composante « Arithmétique appliquée aux opérations pratiques » est mise en exergue. Ces conditions satisfaites, l'élève délivré du travail de rédaction du cours, peut consacrer tout son temps au calcul, s'attacher à l'exactitude, au contrôle de ses résultats.

Légitimant les contenus du programme, Fortoul insiste sur la prééminence du système de numération décimale par le biais de son usage, justifiant l'éviction de la numération duodécimale et tout autre système de numération.

La théorie du PGCD subsiste, mais débarrassée des « détails » ; elle le doit à une de ses fonctions : faciliter la démonstration de la propriété « Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier avec l'un, divise l'autre ». Cette remarque atteste, nous semble t-il, d'une organisation relative aux propriétés des nombres, plus développée : cette propriété est effectivement absente des traités d'arithmétique de Bézout et Lacroix, du manuel de Raynaud.

Il insiste fortement sur la pratique du calcul dans les nombres décimaux, les méthodes abrégées de calcul et les méthodes d'approximation (simplifiées).

Bien que « les fractions décimales périodiques n'ont guère d'application », il maintient toutefois la recherche de la fraction ordinaire génératrice (mais uniquement).

L'extraction des racines cubiques ne doit faire l'objet que d'indications sommaires, parce qu'elles aisément calculables à l'aide des logarithmes. La pratique du calcul par logarithme précède leur théorie ; l'emploi des tables de logarithmes à 5 décimales et non à 7, sont préconisées ainsi que l'usage de la règle à calcul.

Enfin, il consacre la méthode dite de réduction à l'unité, qui doit être « posée comme règle pratique et simple pour résoudre des questions où des quantités varient dans le même rapport ou le rapport inverse ». L'enseignement des proportions est supprimé, comme le langage qui le caractérisait.

En bref, *« L'arithmétique doit entièrement enseignée sur les nombres chiffrées. Il ne doit être fait aucun emploi des lettres dans les démonstrations. L'usage des lettres sera* *réservé à l'algèbre ».* L'arithmétique demeure certes, ancrée dans sa tradition classique, les nombres « chiffrées », sa langue vernaculaire restent ses caractéristiques profondes. Mais si la frontière entre les deux domaines reste marquée, leur juxtaposition dans l'intitulé du programme, la simultanéité de leur enseignement n'en souligne pas moins leur articulation. Une fissure semble s'être produite dans l'architecture du traité classique : la disparition de la théorie des proportions crée les conditions d'avancée de l'algèbre.

La conception défendue par Duruy : constantes et évolutions.

Certes, en abolissant la bifurcation, V. Duruy réforme profondément le programme de l'enseignement scientifique. Le retour à la géométrie d'Euclide aux dépens de celle de Clairaut, l'affaiblissement de l'enseignement scientifique consacrent le retour des humanités classiques.

Toutefois l'enseignement de l'arithmétique garde pratiquement sa configuration passée, si ce n'est dans sa liaison avec des notions d'algèbre « consistantes ». V. Duruy reprend, voire accentue les principes et les finalités de son prédécesseur. L'arithmétique est avant tout un instrument et comme tel, sa maîtrise préalable conditionne l'accès aux autres sciences, celles-ci ne seront donc abordées que plus tardivement. Dans ses « Instructions sur les nouveaux programmes de l'enseignement scientifique » du 22 septembre 1863 (Belhoste, p. 383-390) ne déclare t-il pas, qu'en classe de 4ème, *« Le cours d'arithmétique est surtout, destiné dans cette classe, à familiariser les élèves avec le calcul ; il doit être très élémentaire, sans cesser cependant d'être raisonné. Les opérations sur les nombres décimaux doivent être présentées comme une simple extension des quatre règles sur les nombres entiers, en sorte que les élèves puissent être mis de bonne heure en présence d'exercices intéressants et variés qui dérivent de notre système décimal ».* Le rabattement des nombres décimaux sur les nombres entiers que ne prescrivait pas Fortoul en 4ème, et l'éviction de toute théorie tend à renforcer les fonctions utilitaires de cet enseignement : le calcul et la résolution d'exercices pratiques.

Il maintient en 3ème, l'arithmétique, les premières notions d'algèbre et la géométrie plane. *« Les élèves apprendront donc, dans cette classe, à manier l'instrument avec lequel on acquiert toute connaissance scientifique : les mathématiques »*, reprend-il. Cette apologie des mathématiques instrumentales pour accéder à la science légitime le report des sciences physiques en 2nde, l'allègement des programmes de mécanique, chimie et histoire naturelle. L'enseignement de l'arithmétique en 3ème se doit de rester simple : les professeurs conscients que leurs élèves « débutent dans l'étude sérieuse des mathématiques », et que beaucoup ne feront pas des sciences leur objet d'étude, « éviteront d'accorder trop de développement à l'étude des nombres premiers et aux théories de géométrie ».

Les programmes modifiés de l'enseignement scientifique du lycée (24,25 mars 1865) s'appuient sur les principes évoqués ci-dessus.

En classe de 4ème, les éléments d'arithmétique n'ont pas subi de modification par rapport à ceux de 1852. En classe de 3ème, les premières notions d'algèbre ont disparu, mais le noyau arithmétique subsiste, quelque peu allégé ou plutôt moins détaillé ; des rubriques disparaissent ; les restes de la division d'un nombre par 2, 3, 4, 5, 9 qui précédaient les caractères de divisibilité ne sont plus mentionnés ; quant à la rubrique « Définitions des nombres premiers et des nombres premiers entre eux.- Recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres. - Décomposition d'un nombre en facteurs premiers » il est explicitement indiqué qu' « on donnera peu de développement à ces propriétés des nombres, dont l'étude sera complété dans la classe de philosophie ou dans celle de mathématique élémentaire [100]».

Moins radicaux que Fortoul, les concepteurs des programmes remplacent l'ancien algorithme des proportions par l'égalité des rapports, mais maintiennent le langage spécifique aux proportions ; les règles de trois, d'intérêt, de société, d'escompte sont réhabilitées. L'architecture du cours retrouve en partie, la configuration du traité classique. Les concepteurs maintiennent toutefois l' « usage des lettres et des signes comme moyens d'abréviation et de généralisation. – Exemples de formules empruntées au cours d'arithmétique » et ajoute en Nota : « S'il reste du temps, le professeur consacrera quelques leçons à la résolution des équations numériques du premier degré à une ou plusieurs inconnues, et aux applications les plus simples que cette théorie comporte ». Si les notions d'algèbre connaissent un allègement certain, voire un effacement complet (faute de temps), le corpus défini autour des objets premiers dans leur ordre d'introduction dans le traité de Bézout, conserve leur pertinence institutionnelle. Entre le traité élémentarisé par les bons soins du Baron Reynaud et le traité originel de Bézout, les programmes d'arithmétique de l'enseignement secondaire finissent par définir la trame d'une organisation mathématique inscrite dans un cadre temporel.

En conclusion, nous pouvons apporter quelques éléments de réponses aux questions posées. Quel que soit l'ordre de l'enseignement classique ou spécial, il y a conjonction des finalités de l'enseignement d'arithmétique : tant utile aux affaires des citoyens, qu'à la

---

[100] Celui-ci reprend le programme de 3ème, section des sciences, complété de quelques leçons sur les propriétés des nombres premiers, les fractions décimales périodiques, les erreurs relatives et l'extraction des racines.

poursuite des études, l'enseignement de l'arithmétique privilégie essentiellement sa composante calculatoire, pratique, instrumentale, que ce soit dans les problèmes de la vie courante ou pour accéder aux autres sciences. Il n'accorde aux propriétés des nombres qu'une présence justifiée par les procédés de calcul qu'elles sont censées éclairer. L'intrusion de la méthode de réduction à l'unité, la pénétration du langage algébrique dans cet arithmétique des « nombres chiffrés » sont légitimées institutionnellement : le but de l'enseignement consiste à bien calculer, à savoir résoudre un champ élargi de problèmes usuels. Cette finalité est hors du champ des enjeux d'une culture ancrée dans les humanités classiques, elle n'en révèle pas moins une nécessité sociale à laquelle se doit de répondre tout enseignement, quel que soit l'ordre dont il relève.

L'influence des réformateurs de 1852 agit durablement à travers la répartition et le découpage temporel du texte du savoir : l'ensemble des objets numération, propriétés des nombres est abordé progressivement jusqu'en 3ème, les notions plus théoriques couronnant l'apprentissage pratique, mais raisonné du calcul. Le caractère de l'enseignement, sa simplicité, les fonctions essentielles du calcul et de la résolution de problèmes, permettent de supposer que les méthodes préconisées en 1952 ne peuvent guère différer de celles sous-tendues dans la conception de Duruy.

Cet enseignement peut donc se caractériser comme un enseignement défini à l'adresse de l'ensemble de la société.

Il est deux aspects de cet enseignement d'arithmétique sur lesquels il semble nécessaire d'éclaircir les conditions qui les ont révélés :

Le premier aspect est le suivant : le traité de référence dont procèdent tous les programmes, qu'ils soient secondaire ou primaire, est le traité de Bézout. Quelles sont les conditions épistémologiques et didactiques qui permettent à ce traité de s'imposer ? Comment s'est opérée sa transposition à l'adresse de l'enseignement primaire/secondaire ? Qu'est-ce qui le distingue d'un traité spécifiquement réservé aux élèves qui se vouent aux études scientifiques ? Quels possibles, annonce cette dernière catégorie d'ouvrages ? L'analyse comparée que nous proposons dans les annexes a pour objet d'éclairer ces questions, de caractériser une arithmétique dont les évolutions conduisent à une stabilité relative mais non définitive.

Le deuxième aspect porte sur les conditions officielles et institutionnelles qui confèrent à ce traité le privilège d'avoir été choisi et de s'insérer dans une organisation temporelle réglée

3.3.3. Un éclairage sur les conditions d'un enseignement de l'arithmétique « réglé » (savoir scolaire et temps didactique) qui s'inscrit dans le cadre temporel du 2^{nd} Empire.

Si nous avons pu rendre compte du pilotage qu'exerce le traité de Bézout ou plus exactement sa transposition inspirée par le Baron Reynaud sur des programmes dont l'inscription dans un cadre temporel nous apparaît comme allant de soi, nous n'avons jusqu'à présent qu'identifier les conditions d'une transposition structurelle, qui transforme un traité d'exposition (garant d'un savoir académique) en un traité scolaire, matrice d'un savoir scolaire, d'une matière d'enseignement. Ces conditions sont d'ordre épistémologique et d'ordre didactique : elles n'en expliquent pas pour autant le choix de cet ouvrage précis aux dépens par exemple de celui de Lacroix.

Par ailleurs, nous pouvons appréhender dans le découpage, la réorganisation du traité, le principe d'une élémentarisation qui procède implicitement de l'existence d'un temps didactique structuré, accompli. L'enseignement de l'arithmétique s'inscrit dans une durée qui satisfait à des contraintes didactiques : il se calque sur une progression linéaire, calquée sur le principe d'une élémentarisation auquel se prête désormais l'organisation de l'exposé du traité transposé. Les programmes détaillés, rédigés sous forme de listes de notions graduées par leur numérotation, semblent constituer une sorte de « projection » du savoir scolaire à enseigner sur la trame d'un temps didactique défini. Ainsi semble accompli ce que Y. Chevallard et A. Mercier identifient dans leur ouvrage « Sur la formation historique du temps didactique » (Chapitre 4, p.26) : […] « *l'organisation du temps didactique va prendre appui sur la matière à enseigner ; mieux, elle s'identifiera à l'organisation du savoir à enseigner, selon une didactique de la décomposition et de la recomposition* ».

Il convient de nous interroger sur une apparente transparence : Pourquoi et comment les programmes du second Empire peuvent-ils se calquer encore, presque fidèlement sur un traité rédigé en 1764 ? Quelle influence, le traité a t-il pu avoir sur l'organisation du cadre temporel dans lequel la matière d'enseignement qu'il régit se concrétise en temps didactique ? Qu'est ce qui peut fonder la légitimité institutionnelle du traité, dans le système « enseignement secondaire » tel qu'il existe en 1867 ?

Il est tout d'abord établi que l'élaboration des premiers programmes scientifiques dans l'enseignement secondaire, est subordonnée à l'existence de traités auxquels ils peuvent emprunter leur contenu, leur organisation (Belhoste[101]). Le premier programme officiel portant sur l'enseignement mathématique est, semble-t-il, le programme d'admission à

---

[101] B. Belhoste, Les Sciences dans l'enseignement secondaire français, T. O. 1789- 1914, INRP Economica, 1995, (préambule et texte 3 p. 73)

l’Ecole Polytechnique, rédigé par Monge et Lacroix en 1800[102]. Les conditions qui établissent la nécessité de ce programme particulier, mais aussi de tous les programmes à venir, sont clairement identifiées et énoncées par le directeur de l’Ecole. Dans une lettre envoyée à Laplace et Bossut, examinateurs de la dite Ecole, il souligne, l’absolue nécessité de concevoir « un programme détaillé, qui puisse uniformiser la méthode d’enseignement à Paris et dans les départements, déterminer les connaissances précisément exigibles et ramener les résultats de l’examen à la plus simple unité ».

Produit par le principe d’une évaluation unifiée du savoir, qui induit la définition précise des objets à enseigner et l’unification des méthodes d’enseignement, le programme met en évidence deux nouveaux constituants de ce qui définira le savoir transposé comme discipline scolaire : un enseignement d’exposition reposant sur le principe d’un « art d’enseigner » un ensemble fixé de connaissances, l’évaluation du savoir enseigné.

Les programmes procèdent bien des traités, mais nous voyons cependant qu’ils répondent à la nécessité de créer un système didactique unifié, garant d’exigences qui ne relèvent plus du seul savoir, mais de la manière de l’exposer et l’évaluer. Tout système didactique infère nécessairement l’existence d’une temporalité spécifique : la structure linéaire des programmes va présider au découpage temporel de la matière à enseigner, va inscrire ainsi, dans le temps scolaire, le temps didactique dans lequel se coulera, se concrétisera le savoir étudié. L’existence des programmes va de fait induire la prise en compte des contraintes chronogénétiques qui pèsent sur le savoir à enseigner.

La première question qui se pose alors est la suivante : Pourquoi les programmes empruntent-ils leur découpage précisément au traité de Bézout ?

L’émergence des programmes scientifiques coïncide donc avec une conception nouvelle des savoirs académiques, la publication de manuels qui mettent notamment en exergue, sous l’égide de la méthode analytique, l’accent sur l’algèbre et ses applications. L’arithmétique classique y a perdu sa consistance, ainsi que nous l’avons rappelé dans le premier chapitre.

Nous pouvons remarquer que ce sont alors les traités rédigés sous la Révolution, les traités de Lacroix en l’occurrence qui constituent les programmes de mathématiques. De 1802 à 1809, les ouvrages de Sylvestre-François Lacroix, protégé de Monge et de Condorcet, professeur à l’Ecole Centrale des Quatre- Nations depuis 1791, instituteur d’analyse à l’Ecole

[102] ibid. p. 373.

polytechnique en 1799 constituent la référence unique dont font mention les programmes des lycées. (Belhoste, p. 79, 85, 86).

L'éviction progressive de ces traités semble coïncider avec la création de l'Université et le reflux de l'enseignement scientifique dans les nouveaux plans d'étude des lycées qui réhabilitent l'hégémonie des humanités classiques. Dès 1809, dans les « nouveaux plans d'études des lycées, 19 septembre 1809 », la liste des traités de référence comprend désormais : les traités d'arithmétique et d'algèbre de Bézout, Bossut, Marie ou Lacroix. L'ordre dans lequel sont cités les auteurs est significatif ; la même liste est encore présente dans les programmes de 1814. C'est sous la Restauration, que l'arithmétique de Bézout, avec le soutien des universitaires, redevient la référence obligée.

Les conditions qui génèrent et l'éviction du traité de Lacroix et le retour en force de celui de Bézout peuvent apparaître comme relevant de plusieurs ordres. Elles sont liées d'une part aux contraintes didactiques et épistémologiques mises en évidence par R. Neyret[103] (voir annexes).

D'un tout autre ordre, sont les conditions qui peuvent réhabiliter un traité dont l'ancrage historique ranime les traditions de l'Ancien Régime, aux dépens d'une arithmétique « révolutionnaire ». La conception réductrice de l'enseignement scientifique que révèle les programmes conçus par les législateurs de la Restauration peut, nous semble-t-il, éclairer les principes qui président à l'élaboration de programmes qui renient tout héritage révolutionnaire.

Les textes officiels de la Restauration ne présentent pas de programmes pour l'enseignement des mathématiques : la référence aux traités d'usage semble implicitement suffisante et prête aux dérives qu'on peut envisager.

C'est sous la Monarchie de Juillet, que le programme d'arithmétique, qu'il soit secondaire ou « normal » conquiert sa légitimité institutionnelle. Le programme de l'enseignement des mathématiques préparatoires dans les Collèges royaux de Paris et de Versailles, publiés le 18 octobre 1833 (Belhoste, p. 130-134) est le premier programme officiel détaillé, non référé explicitement à un traité ; certes, il est octroyé au traité de Bézout, le privilège de régler le développement du programme d'arithmétique. Il se produit alors le phénomène qu'enregistre Belhoste[104] : les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire, et nous pouvons leur ajouter les programmes des écoles normales (1838), publiés

[103] R. Neyret, *Contraintes et déterminations des processus de formation : nombres décimaux, rationnels et réels dans les I.U.F.M,* thèse soutenue en 1995. (p.78)
[104] Belhoste B., op. cité, p. 36.

sous la Monarchie sont en conformité avec les textes des traités édités au XVIII ème siècle et notamment en arithmétique avec celui du traité de Bézout.

Il apparaît donc que les conditions qui permettent à l'ouvrage de Bézout d'inspirer les programmes d'arithmétique peuvent en réalité relever de trois registres : épistémologique et didactique, ainsi que le montre Neyret, mais encore politique.

La seconde question, à savoir, « comment ce programme s'inscrit-il dans une organisation temporelle et pédagogique *a priori* stabilisée en 1867, tant dans l'enseignement secondaire classique que spécial ? », nécessite à nouveau un détour dans un domaine qui ne relève ni du didactique, ni de l'épistémologique.

Belhoste[105] dresse le tableau éclairant d'un enseignement mathématique qui met près d'un demi siècle à trouver une organisation temporelle réglée, enfin viable. Il montre notamment comment l'inscription de cet enseignement dans l'organisation temporelle des lycées puis des Collèges Royaux fluctue en fonction des contextes politiques et culturels, même si le texte en lui même, les grandes lignes de son exposition demeurent. Il faut attendre les réformateurs de 1852 pour que soit finalement réglée l'organisation temporelle de l'enseignement arithmétique et ce, de façon quasi définitive jusqu'en 1941. C'est en effet, sous l'influence des « industrialistes », promoteurs de la Bifurcation, que les méthodes qui vont régler l'enseignement de l'arithmétique peuvent définir les conditions de sa « stabilisation » : un enseignement défini *a priori* comme simple, pratique, dirigé vers les applications les plus simples, qui induit l'activité de l'élève (pratique du calcul, résolution de problèmes), une organisation temporelle dont procède un enseignement dans la durée, une répartition réglée du savoir enseigné, sa révision, son évaluation, une durée de classe fixée à une heure pour tenir compte et de la capacité d'attention de l'élève et des qualités d'exposition du savoir du professeur.

Dans l'enseignement secondaire, l'arithmétique, élémentaire, pratique, fidèle à l'esprit que lui confère le traité de Bézout, en continuité avec les exercices de calcul pratiqués dans les classes précédentes, est essentiellement étudiée sur les deux années de 4ème et de 3ème ; elle est revisitée d'un point de vue plus approfondie, mais distinct suivant le profil des candidats au baccalauréat, en fin de cursus (classe de rhétorique ou de logique).

Dans l'enseignement des écoles normales de 1867, il apparaît d'évidence que la normalisation d'une organisation temporelle et pédagogique ne peut être évoquée. La première condition nécessaire, un nouveau programme officiel minutieusement réglé dans le

[105] Belhoste B., *Les Sciences dans l'enseignement secondaire français, Textes officiels 1789- 1914,* INRP Economica, 1995.

temps, n’est pas imposée. Toutefois, comme il apparaît donc que ce sont, en amont, les exigences des certifications qui permettent à l’arithmétique de s’inscrire dans un temps du savoir spécifique, la réhabilitation de ce levier de pilotage que constituent les brevets de capacités par le biais des programmes qu’ils couvrent, annonce la résurrection d’un enseignement normal répondant aux besoins de la société ; les programmes, les méthodes de l’enseignement secondaire spécial parce qu’ils sont conçus officiellement pour satisfaire à des nécessités sociales et économiques, parce qu’ils sont destinés aux classes populaires, peuvent donc officieusement régler l’enseignement normal.

Le traité de Bézout, objet de transpositions institutionnelles successives et croisées (Restauration, enseignement secondaire, Baron Reynaud ; Monarchie de Juillet, enseignement secondaire (Bézout- Baron Reynaud) et normal (Bézout), Second Empire, enseignement secondaire et spécial (Bézout - Baron Reynaud- « industrialistes ») s’impose définitivement comme le texte de référence d’un enseignement caractérisé par sa dimension expérimentale, dont la légitimité épistémologique (si elle doit être invoquée) relève du domaine des sciences appliquées.

4. Les débuts de la Troisième République.

4.1 L'enseignement primaire : de la résurgence des principes de la 1ère République aux mesures conservatrices de l'ordre moral (4 septembre 1870- 31 décembre 1875).

Conformément au processus qu'entraîne la chute d'un régime autoritaire, à une première étape révolutionnaire va succéder le retour au conservatisme. Avant que les conditions d'un ordre social ne soient restaurées, se bousculent ainsi que de coutume les projets de loi scolaire. Instrument politique aux mains d'un Gambetta, qui réfugié en province tend à organiser la défense contre la Prusse, et la nouvelle république, l'enseignement populaire doit convaincre les Français de leurs devoirs, en faire des soldats dévoués à leur patrie : l'instituteur se doit d'être le vecteur des principes patriotiques et républicains. Si le Ministre n'est guère entendu sur ce point, les républicains au pouvoir ne limitent pas leur champ d'action à ces visées pour le moins de circonstances : « *C'est l'instituteur prussien qui a été l'artisan de la victoire*[106] », la nécessité d'une réforme radicale se porte sur le statut organique de l'instruction primaire publique. La gratuité l'obligation, la liberté de l'enseignement, un programme intégrant « *la part qu'il convient de faire, aux exercices du corps, si étrangement oubliés jusqu'ici* » et les « *dispositions à prendre pour démocratiser l'enseignement et ouvrir les hautes études aux sujets d'élite dont les parents sont sans fortune* [107]» sont au cœur du projet de réforme.

Bref intermède (celui de la Commune de Paris), certes, mais J. Simon, Ministre de l'Instruction publique dans le gouvernement de la Défense nationale, le demeure dans le gouvernement réactionnaire de Thiers. Débordé par les initiatives des socialistes, le Ministre va devoir juguler les excès d'un parti de l'ordre qui tend à restaurer le régime scolaire de 1850.

Concédant aux conservateurs le maintien de l'enseignement religieux, il élabore un projet de loi, qui à défaut, d'être adopté par l'Assemblée peut être considéré, ainsi qu'il le soulignera lui-même[108] « *comme document sérieux dans les annales de l'enseignement* ».

A ce titre, le projet présente l'intérêt de proposer certaines des orientations que les lois Ferry n'auront qu'à institutionnaliser. Nous le présentons ci-dessous :

Projet de loi sur l'Instruction primaire, présenté à l'Assemblée Nationale, par M. Thiers, président de la République, et par M. J. Simon, Ministre de l'Instruction publique. 15 décembre 1871.

---

[106] M. Gontard, Les écoles primaires de la France bourgeoise, INRDP, CRDP de Toulouse, p. 210.
[107] *Ibid.* p. 210.
[108] *Ibid. p.* 218.

Exposé des motifs.

« Notre plus pressant intérêt, notre plus impérieux devoir, » est de *« reconstituer l'instruction publique dans notre pays, de développer l'instruction primaire, de donner cette force à la France contre les agressions de dehors ».* Ce devoir requiert deux moyens : multiplier les écoles ; rendre l'instruction obligatoire.

« Envers qui la Société a t-elle un devoir ? Envers le père qui néglige son enfant ou l'exploite, ou envers l'enfant, condamné par l'indifférence ou l'avidité du père à l'étiolement physique et à la misère intellectuelle ? C'est envers l'enfant : donc il faut rendre l'instruction obligatoire […] On nous oppose le respect du à la liberté de conscience. La liberté de conscience ne serait une objection grave que si l'on prétendait rendre l'école obligatoire, imposer un livre, une doctrine, un maître… ».

Projet de loi.

Article 1er. – Tout enfant, de l'un ou l'autre sexe, âgé de 6 ans révolus à 13 ans révolus, doit recevoir un minimum d'instruction comprenant les matières obligatoires, soit dans l'Ecole communale, soit dans une Ecole libre, soit dans la famille. Le minimum d'instruction sera constaté à la fin de la période scolaire légale par un examen conférant s'il y a lieu un certificat d'études. […]

Article 5. – Chaque année, la commission scolaire délivrera en séance publique, des certificats d'études aux élèves de 13 ans révolus qui ont suivi l'Ecole publique ou libre avec assiduité depuis l'âge de 6 ans révolus. Elles examineront sur les matières obligatoires les enfants qui ont reçu l'instruction dans leur famille […]

L'article 6 stipule que l'inscription sur les listes électorales est subordonnée à l'admission au certificat d'études.

Article 48. – Il y a dans chaque département une Ecole normale d'instituteurs et une Ecole normale d'institutrices entretenues au frais de l'Etat. Le département est tenu de fournir et d'entretenir le local et les dépendances.

Ce projet pourtant modeste, il élude la gratuité totale, ne peut satisfaire les conservateurs : convaincus à juste titre, que l'obligation d'instruction sous tend la laïcité des programmes, ils imposent son retrait.

Après la démission de J. Simon, le 19 mai 1873, l'enseignement primaire se retrouve totalement assujetti au joug de l'ordre moral

4. 2. Hors du cadre législatif, les initiatives d'un Ministre, J. Simon, pour poursuivre l'œuvre scolaire de ses prédécesseurs.

A défaut de pouvoir imposer une loi scolaire, J. Simon, échafaude un plan d'études pour les écoles primaires, qui tend à adapter, à affiner les dispositions que Gréard avait établies.

Le plan d'études, accompagné d'emplois du temps et de répartition de l'enseignement, tend à inscrire, avec souplesse une répartition régulière et progressives des matières d'enseignement dans des cadres temporels compatibles avec la nature spécifique des diverses écoles primaires.

Dans le 1er chapitre, il insiste tout d'abord sur la nécessité d'un plan d'étude et d'un programme détaillé. C'est en établissant un parallèle avec le secondaire, qu'il fait ce constat, soulignant encore l'influence analogue à celle du baccalauréat, que peut avoir le certificat d'études primaires. « *Pour constituer véritablement l'instruction primaire, il faut imiter dans une certaine mesure ce qui se fait dans l'instruction secondaire [...] y créer un système régulier de classes, à partir de la 7ème ou de la 8ème jusqu'à la 13ème au moins, avec un enseignement rigoureusement déterminé et correspondant à chacune, de manière que tout père puisse savoir ce que son enfant apprendra s'il reste à l'école jusqu'à un certain âge, ou combien il devra y rester pour aller jusqu'à tel point. Il faut que de son côté, le maître sache parfaitement ce qu'il doit enseigner à chaque division de son école, en combien de temps il doit l'enseigner, et enfin où il doit être arrivé à une époque donnée de l'année, dans toutes les divisions et dans chacune des branches que comprend son enseignement ».* (p. 13) *[...] Une autre erreur serait de prendre pour tare unique de l'organisation dans les écoles la durée moyenne de fréquentation ».* Adapté, localisé, la répartition sur l'année ne doit pas être sensible aux fluctuations de l'assiduité des élèves.

Le chapitre III précise encore « *Comment le plan d'études doit être approprié aux écoles et non imposé par l'administration ».* Faute de tradition !

Ce sont les recommandations du 20 août 1857 (circulaire relative à la direction pédagogique des écoles primaires, Rouland), rappelées dans celle du 7 octobre 1867 (Duruy) qui doivent en faciliter l'appropriation ; J. Simon réactualise les directions définies par ces prédécesseurs.

« *Cependant, ces directions, présentées sous forme de conseils et résumant en quelque sorte, la substance de l'enseignement pédagogique qui devait être donnée aux maîtres dans les Ecoles normales, n'avaient point le caractère précis d'une règle qui trace nettement à chacun ce qu'il faut faire dans des cas donnés » (p. 32)* : la tenue du journal de classe, la rédaction d'un tableau d'emploi du temps restaient à la charge du directeur d'école et donc parfois lettre morte. J. Simon propose donc un programme de l'enseignement et une répartition des études, variables en fonction du nombre de divisions par écoles.

Il définit encore une condition nécessaire à une bonne organisation des écoles : il ne faut pas « trop gonfler les effectifs des classes élémentaires » et s'astreindre, quelle que soit l'école à répartir les élèves en au moins trois divisions.

J. Simon propose trois types de plans : triennal (écoles de trois divisions, ne disposant pas de maîtres-adjoints), quatriennal, quinquennal.

Un plan quelconque doit satisfaire à ces contraintes : utilité, solidité, variété des programmes ; la distribution des matières en 1 année doit constituer un tout ; « la limitation des matières n'est pas seulement une conséquence d'établir des récapitulations périodiques », elle doit satisfaire à l'obligation d'aller lentement.

Enfin, substituant à « division » la classe, ou plutôt le cours, J. Simon conçoit la répartition du savoir sur l'année.

Le premier cours (élémentaire à Paris) est un cours préparatoire destiné à mettre les élèves en état de travailler, avec le secours continue du maître ; sa durée de principe est d'une année.

Le deuxième cours est celui de l'enseignement fondamental ; il peut couvrir deux années pour un grand nombre d'élèves.

Le troisième cours porte sur les compléments à l'enseignement obligatoire ; une durée d'une ou deux années est prévisible (2 années seraient bénéfiques).

A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous la répartition trimestrielle de l'arithmétique dans le plan triennal (les matières enseignées simultanément dans les trois cours comprennent: l' instruction religieuse, la lecture, l'écriture, la langue française, l'arithmétique, le dessin linéaire, la géographie, l'histoire) :

Son caractère concentrique peut s'appréhender à travers la périodicité des thèmes abordés ; notion d'arithmétique, calcul mental, et système métrique. La progressivité est toutefois tangible sur la durée de l'année : introduction progressive des quatre règles, des unités de mesures. Notons que la répartition trimestriel pour le plan quinquennal est conçue en cohérence totale avec celui donné ci-dessous : le calcul mental et le système métrique sont toujours travaillés ; l'étendue du programme d'arithmétique tend à se calquer sur celle des traités classiques. Si le 4ème cours porte sur la théorie des fractions et sur les règles de trois par la méthode de réduction à l'unité, le 5ème cours porte au 1er trimestre sur la divisibilité des nombres et les nombres premiers, au 2ème trimestre sur les puissances, les racines carrées et cubiques, au 3ème trimestre sur les rapports et proportions, les progressions et règles de trois par les rapports, et enfin au 4ème trimestre sur les logarithmes et leurs usages. Le programme d'un traité d'arithmétique classique a donc été abordé ; les programmes les plus ambitieux des écoles normales (celui de 1838, par exemple) pilotent incontestablement celui de ce 5ème cours, dont l'existence effective apparaît utopique dans le contexte donné.

Trimestres	1er Cours	2ème Cours	3ème Cours
1er	*Calcul mental* Compter de 1 à 1000, par nombres pairs et impairs ; Table d'addition (le commencement)	*Arithmétique.* Numération parlée et écrite ; addition (le commencement) *Calcul mental.* Suite des exercices. *Système métrique* Explication des multiples ; mesures fondamentales.	*Arithmétique.* La division ; division des nombres décimaux. *Calcul mental.* Suite des exercices ; divisions diverses. *Système métrique.* Mesures de surfaces et de volumes.
2ème	*Calcul mental.* Suite et fin de la table d'addition.	*Arithmétique.* Suite et fin de l'addition (nombres entiers et décimaux) *Calcul mental.* Exercices d'addition. *Système métrique* Les sous multiples de toutes les mesures fondamentales	*Arithmétique.* Fractions et leurs réductions. *Calcul mental.* Exercices à la suite en rapport avec l'arithmétique. *Système métrique.* Mesures de solidité, de capacité et de poids.
3ème	*Calcul mental.* Table de soustraction ; commencement de la table de multiplication. *Système métrique*. Le mètre et ses subdivisions.	*Arithmétique.* Soustraction, multiplication (le commencement) *Calcul mental.* Exercices en rapport avec les parties ci-dessus. *Système métrique* Application au système des opérations sur les nombres décimaux.	*Arithmétique.* Simplification, conversion, addition, soustraction et multiplication des fractions. *Calcul mental.* Exercices en rapport. *Système métrique* Continuation des mesures précédentes, mesures monétaires.

4ème	*Calcul mental* Table de multiplication (suite et fin) *Système métrique* Le franc, le litre et le kilogramme, avec leurs subdivisions.	*Arithmétique.* Fin de la multiplication ; premier aperçu de la division. *Calcul mental.* Suite des exercices en rapport. *Système métrique.* Continuation des opérations précédentes.	*Arithmétique.* Division des fractions ; règles de trois. *Calcul mental.* Suite et fin des exercices. *Système métrique.* Suite et fin. Titre des monnaies.

Ce plan d'études, qui fait l'objet d'une instruction aux inspecteurs d'Académie, sur l'organisation de l'enseignement dans les écoles primaires publiques, le 18 novembre 1871, est accompagné d'une seconde annexe qui fixe l'emploi du temps journalier, en fonction de l'ordre des années. Le calcul et le système métrique sont enseignés entre 13 heures et 14 heures en 2ème et 3ème année : le maître fait une leçon pendant 30 minutes, les élèves rédigent le devoir correspondant pendant les 30 minutes suivantes ; en 1ère année, de 10 heures à 10 h 30, les élèves s'exercent au calcul oral et font des exercices « au tableau noir et sur l'ardoise sous la direction d'un aide », puis de 13 heures à 14 heures, c'est la « description et (l') usage des mesures effectives du système métrique sous la direction d'un aide ».

La condition nécessaire d'une régulation du temps scolaire, est donc au cœur des préoccupations du « réformiste modéré » que représente J. Simon.

Parce que cette condition réalisée, induit nécessairement l'élargissement du programme d'études (ce que montre le plan quinquennal), le Ministre, impuissant dans le cadre législatif, ne peut impulser une réforme promouvant une culture primaire plus ambitieuse qu'en s'appuyant sur une condition : si celle-ci est déjà en germe dans l'institution primaire rénovée, compatible avec l'environnement sociétal, mais vivifiée par une organisation temporelle consubstantielle d'une organisation pédagogique efficace qui délivre un savoir construit (utile, solide, dont la cohérence liée à la durée scolaire est accessible à l'élève, aux parents, et bien évidemment au maître), elle légitime en amont une formation normale qui en assure la viabilité.

Parce que ce sont les objets de savoir choisis par la société (l'ensemble des objets du traité de Bézout ou de ses successeurs) qui induisent l'existence d'un temps scolaire régulé, minimal mais plus encore sensible aux enjeux que peuvent se fixer les élèves et leurs parents, l'émergence d'un temps didactique propre à l'institution, indépendant des contraintes conjoncturelles, (le temps scolaire est le temps de l'élève entre 6 et 13 ans) peut régir une nouvelle organisation de l'instruction primaire. Celle-ci, peut piloter en aval, celle qui doit présider à l'organisation « normale ».

4. 3. Des conditions de « survie » des Ecoles normales primaires, pendant les premières années de la IIIème République.

L'élan impulsé par Duruy, pour élargir et renforcer le niveau d'études dans les écoles normales, ne faiblit pas réellement sous les ministères de ses successeurs. Cependant, subordonné à une loi scolaire, qui sous les régimes « réactionnaires », fait procéder le plan de formation des instituteurs du programme d'études conçu pour les élèves des écoles primaires, le plan d'études des Ecoles normales reste légalement attaché à celui de 1851.

Les ministres de l'instruction publique, usent donc, comme leurs illustres prédécesseurs, du stratagème qui consister à procéder par circulaires.

Le premier, Jules Simon (1870-1873), spécifiquement préoccupé par le problème de la formation des institutrices, problème que Duruy, malgré sa volonté, n'avait pu faire avancer, promeut la création de nouvelles écoles d'écoles normales d'institutrices. En effet, l'enseignement féminin est en grande partie aux mains des congrégations religieuses ; la multiplication de ces dernières s'est renforcée ; les institutrices laïques, seules astreintes à l'examen du brevet de capacité, sont majoritairement issues de cours normaux annexés à des pensionnats congréganistes. En 1863, il existe 53 cours normaux et seulement 11 écoles normales d'institutrices (dont 8, tenues elles-mêmes par des congréganistes). L'enseignement, fondamentalement religieux et morale, présente en ce qui concerne les autres savoirs une faiblesse chronique.

C'est une des raisons pour lesquelles, dès 1870, dans Paris assiégé, J. Simon encourage le maire à ouvrir deux nouvelles écoles : une école normale pour les garçons, (le département de la Seine est l'un des seuls à ne pas en posséder) et une école normale pour les institutrices. Son argumentaire, relatif à la seconde, est éloquent ; n'écrit-il pas : « *Nous devons relever le niveau intellectuel des femmes, puisque nous voulons, suivant la pensée de Montesquieu, fonder la République sur la vertu…Il faut reconstituer […] la seule force qui rende invincible, c'est à dire la force intellectuelle et morale. Cette école sera née dans une heure sanglante et plus tard, c'est elle qui nous donnera des mères et des épouses républicaines, et qui fera vivre parmi l'austérité des mœurs sans lesquelles il n'y a pas de peuple vraiment grand* » (Gréard, T. IV, p. 279, cité par M. Gontard[109]). L'école normale de garçons (Auteuil) est effectivement inaugurée en octobre 1872, celle de filles ouvre le 1er

[109] M. Gontard, La question des écoles normales primaires de la révolution de 1789 à 1962, INRDP, CRDP Toulouse, p. 83.

janvier1873. Des créations d'écoles normales de filles se poursuivent, malgré l'éviction de son projet de loi sur l'enseignement primaire (le 15 décembre 1871) : ce dernier reprenait les dispositions mises en œuvre par Guizot pour établir les écoles normales de garçons, mais à l'adresse cette fois des écoles d'institutrices.

Ses successeurs Batbie (1873), de Fortou (1874) s'attachent, quant à eux, à réformer l'enseignement dans les écoles normales : à grand renfort de circulaires aux Recteurs, le premier engage ces derniers à recourir à des mutations de directeurs d'écoles normales (l'importance de leur rôle pédagogique, de leur influence sur le fonctionnement des études apparaît comme un facteur déterminant) et enfin à employer des professeurs du secondaire pour pallier aux insuffisances des maîtres- adjoints (circulaire relative aux réformes à introduire dans le personnel et dans l'enseignement des écoles normales primaire, 1er septembre 1873). Cette dernière disposition, rappelons le, avait déjà été recommandée par Guizot.

De Fortou réitère l'initiative de son prédécesseur : dans la circulaire du 21 février 1874, invitant les écoles normales à faire appel à des professeurs de l'enseignement secondaire, il précise : « *Il ne s'agit point de détruire ce qui est, il s'agit de l'améliorer ; il ne s'agit point de substituer à celles des méthodes de l'enseignement primaires celles qui sont reconnues bonnes, les pratiques, les tendances et les habitudes d'esprit, qui sont autres et qui doivent l'être des professeurs de l'ordre secondaire ; nous voulons, tout simplement, que pour certains enseignements, devenus nécessaires à notre époque, les écoles normales puissent bénéficier à leur tour des progrès que les sciences en général, et la science pédagogique en particulier, ont faits dans ces derniers temps »*.

Arguant du principe, que c'est l'environnement sociétal qui nécessite que soit réactualisé l'enseignement primaire, le Ministre, tout en insistant sur la dualité primaire secondaire, préconise incontestablement un rapprochement des deux ordres.

Il convient de souligner, que c'est encore sous le ministère de Fortou, qu'est promulguée la **loi sur le travail des enfants et des filles mineures employées dans l'industrie, le 19 mai 1874.** Réactualisant la loi du 22 mars 1841, elle réglemente la durée de travail et surtout « *la loi prétend soumettre l'embauche de tout enfant de moins de quinze ans dans un travail durant plus de 6 heures par jour à « la production d'un certificat de l'instituteur ou de l'inspecteur primaire, visé parle maire, qu'il a acquis l'instruction primaire élémentaire* [110]*»*. La loi ne reste pas lettre morte : H. Wallon, successeur de de Fortou, communique aux préfets, le 20 juillet 1875, les « Instructions sur l'application de la loi du 19 mai 1874 sur le travail des enfants en ce qui concerne le service de l'instruction primaire. Les instituteurs sont sollicités pour contrôler, avec rigueur, que le certificat délivré ne le soit « *qu'à des enfants ayant véritablement « acquis l'instruction primaire élémentaire », c'est à dire possédant une connaissance suffisante des matières indiquées dans le paragraphe 1er de l'article 23 de la loi du 25 mars 1850* [111]». La sensible transformation des structures sociales, l'émergence incontestable d'un temps scolaire consubstantiel de la légitimité d'une institution primaire, se révèlent comme légitimes aux yeux de la société toute entière. Si la référence obligée demeure la loi de 1850, la loi sur le travail des enfants en détourne l'esprit, puisqu'elle sous-tend implicitement l'obligation de l'instruction primaire. S'esquissent dès lors, peu à peu, les conditions qui vont permettre à l'institution primaire, et par suite à l'institution Ecole normale de s'inscrire dans le projet culturel et social de la IIIème République.

Ceci étant, sans méjuger de l'œuvre de ces ministres et des recteurs, qui dans le cadre limité de l'organisation pédagogique des écoles primaires, vont parfaire ce qu'avait commencé à régler leurs devanciers, l'enseignement dans les écoles normales conserve sa configuration passée.

4.4. Entre stratégie radicale et tactique locale, l'œuvre des Républicains après leur reconquête de la Chambre : vers la loi du 1er janvier 1879 sur les écoles normales.

Les républicains se répartissent en deux courants : les premiers partisans d'une vaste réorganisation de l'instruction primaire occultent d'une certaine façon, la longueur des débats qui peuvent enliser un projet, de son dépôt à sa promulgation ; les seconds, tel le physiologiste P. Bert, préparent plutôt des propositions de loi restreinte. Les projets de loi sur l'instruction primaire des premiers, vont participer de la genèse des lois fondamentales (1879-1889), ils se caractérisent par leur encyclopédisme de leur programme, l'homologie des programmes primaires et de ceux des écoles normales ; sensibles aux évènements politiques (la dissolution de la Chambre des députés en mai 1877, par exemple), ils ne peuvent aboutir.

Plutôt fidèle à la stratégie de Guizot, et reprenant en partie les dispositifs de la loi de celui-ci, en l'élargissant aux écoles d'institutrices, P. Bert, propose, dès le 20 mars 1876, une loi modifiant les conditions de recrutement des instituteurs et institutrices ; l'article 4 stipule : « *Tout département est tenu de pourvoir au recrutement des instituteurs communaux et des institutrices communales, en entretenant des élèves-maîtres, soit dans des Ecoles normales établies dans le département ou par des groupes de département, soit dans des établissements*

---

[110] A. Chervel, l'enseignement du français dans les écoles primaires, tome 1, INRP Economica, 1992, p. 300.
[111] *Ibid.* p. 302.

d'instruction primaire désignés par le Conseil départemental. […] Les directeurs et professeurs de ces établissements et des Ecoles normales départementales devront être laïques [112]*».* La conclusion « subversive » de l'article compromettait son devenir, mais il n'empêche, que bien que cheminant avec lenteur, le projet aboutit à la loi du 1er janvier 1879 ; elle est promulguée sous le Ministère de Ferry, adepte du même type de stratégie locale.

L'article 1 stipulait : « *Tout département devra être pourvu d'une école normale d'institutrices communales* (au même titre que pour les instituteurs). *Ces établissements devront être installés dans le laps de quatre ans à partir de la promulgation de la présente loi ».* Première action législative des républicains, cette loi réhabilitait totalement la fonction première des écoles normales primaires, fonction établie par Gréard dans un rapport de 1875[113]: « *L'institution des écoles normales vise plus haut que l'examen du brevet de capacité. Si le brevet de capacité est la constatation qu'un candidat possède le minimum des connaissances exigé par la loi, il ne fournit aucune garantie, ni quant à sa valeur professionnelle, ni quant à ses aptitudes morales…C'est cet apprentissage pédagogique et moral que l'institution des écoles normales a pour but d'assurer ».* Les cours normaux, les congrégations enseignantes qui ne peuvent s'assujettir au réseau de contrôle et de régulation mis en place par l'Etat, ne peuvent s'adapter au projet scolaire de la République. L'article 7 prononçant la dispersion des congrégations non autorisés (les jésuites, une fois encore, pouvaient déchaîner la polémique, le sort n'en était pas moins jeté !)

Il convient toutefois de revenir sur les projets « radicaux » des républicains de la première tendance : certains projets dessinent les grandes lignes des programmes qui suivront. Nous relevons notamment le projet Barodet ;

La proposition de loi sur l'Instruction primaire (1er Décembre 1877) présente ainsi sous le titre 1 :

Programme. Dispositions générales.

Article 1. – L'instruction primaire a pour objet l'ensemble des premières connaissances indispensables à tous les hommes pour leur permettre le complet développement de leurs facultés physiques, intellectuelles et morales.

Elle se compose de deux parties : la partie obligatoire, enseignée dans les écoles primaires élémentaires, et la partie facultative, enseignée dans les écoles primaires supérieures.

La partie obligatoire comprend : *Absence de l'Instruction religieuse.* […].

112 Cité par M. Gontard, La question des Ecoles normales primaires, 1789 –1962, CRDP de Toulouse, p. 90.
113Cité par M. Gontard, La question des écoles normales primaires 1789- 1962, CRDP de Toulouse, p. 100.

5. les leçons de choses ;

6. l'arithmétique élémentaire ;

7. le système métrique

8. la mesure des surfaces et des solides ;

9. la comptabilité élémentaire ; […]

14. les premiers éléments du dessin linéaire […]

La partie facultative comprend :

2. L'étude plus approfondie de l'arithmétique et de ses applications ;

3. L'algèbre élémentaire et ses applications ;

4. La géométrie et ses applications ; […]

7. La comptabilité agricole et commerciale ;

Et encore des développements sur les notions de physique et chimie, des travaux manuels. […]

Article 46. – L'enseignement dans les écoles normales primaires comprend : […]

6. L'arithmétique, la géométrie, l'algèbre jusqu'aux équations du second degré, les éléments de la trigonométrie et de la cosmographie ;

7. Des notions de sciences physiques et naturelles ; […]

10. La comptabilité ;

11. Des notions d'économie politique ;[…]

14. Dessin linéaire et d'imitation.

Un cours élémentaire de philosophie (13), la pédagogie, la législation de l'instruction primaire, son histoire depuis 1789 (16) caractérisent, seuls, la dimension purement « professionnelle » dans le programme des écoles normales. Cet enseignement reste proche dans la nature des matières étudiées, en partie du programme de Guizot, mais plus encore de celui de l'enseignement spécial. Suivant le sexe des futurs instituteurs, le programme se différencie : les garçons devront apprendre les éléments topographiques, l'arpentage et le nivellement, s'adonner à la pratique des exercices militaires ; les filles étudier l'économie domestique et s'exercer aux travaux d'aiguilles.

A défaut d'un statut organique, la structure gigogne de l'édifice primaire se dessine, reliée aux éléments d'une tradition scolaire qui remonte à la Monarchie de Juillet.

<u>4.5. De la régulation du temps du savoir : pénétration de la méthode concentrique dans les écoles primaires et variabilité du temps « didactique » dans les écoles normales primaires.</u>

A défaut d'être officiels, des programmes de l'enseignement primaires sont publiés en 1877. Leur intérêt réside dans le fait, qu'au découpage annuel du savoir proposé par Gréard, qu'à la répartition trimestrielle préconisée par J. Simon, succède désormais une répartition mensuelle des matières enseignées. Le quadrillage temporel en s'affinant tend préciser la progression dans le savoir : il justifie de fait un programme d'études détaillé.

Le chapitre premier relatif à la « division des programmes » rappelle les principes d'une « bonne organisation pédagogique » et comporte des recommandations susceptibles d'aider les instituteurs à adapter cette division des programmes à des écoles particulières.

Le rôle majeur du maître est affirmé, mais un nécessaire guidage de l'enseignement l'est tout autant ; ainsi « *Les bons programmes ne manquent pas ; mais quelque bon qu'ils soient, ils sont impuissants par eux-mêmes, ils restent lettre morte, sans des maîtres habiles, qui en deviennent pour ainsi dire l'âme. Le maître lui-même a besoin d'être guidé, d'être rendu attentif à mille précaution, mille industries ingénieuses, mille détails dont dépend le succès. Aussi les conseils qui accompagnent ces programmes en sont-ils la partie principale ».*

Le programme est divisé en trois cours : « Le cours *inférieu*r ou élémentaire est celui des initiaires, des enfants qui ont 6 à 8 ans », « Le cours *moyen* reçoit les élèves dont l'âge ordinaire est de 8 à 10 ans », élèves qui doivent entre autre savoir faire l'addition et la soustraction, « Le cours *supérieur* comprend les élèves les plus avancés », c'est à dire ceux qui connaissent « les quatre opérations fondamentales, les fractions décimales, le système métrique » et ont « une certaine habitude du calcul ».

Laissés à l'appréciation du Directeur de l'école qui doit en adapter les contenus suivant le nombre de classes, les programmes peuvent donner lieu pour un même cours à une division en deux parties. Les auteurs des programmes précisent : « *Dans ce partage d'un programme en deux, on évite de prendre les premiers mois du cours pour une classe, et les derniers mois pour la classe subséquente ; on choisit pour la classe inférieure, dans chaque matière, les parties les plus simples ; l'on réserve pour la classe supérieure les questions les plus difficiles ; on a soin de conserver la suite de l'enchaînement de ses parties, et l'on ajoute, s'il y a lieu, quelque matière nouvelle ».* Le programme de chaque matière, définissant pour chaque division un tout structuré et complet, il s'agit donc de ne point en déroger l'ordonnancement.

Deux recommandations sollicitent encore l'initiative du maître, dans la marge de manœuvre qui lui revient : « *[…] pour qu'un programme ait tout son utilité, il faut pousser au delà de la division mensuelle le partage des matières ; le mois se divise en semaines, et la semaine classique en un certain nombre de leçons, pour chaque matière. On décompose, s'il y a lieu, les indications sommaires du programme, dans leurs éléments principaux, afin de* *pouvoir assigner à chaque leçon son objet bien précis et bien déterminé ».* La tâche du maître est clairement définie : les thèmes du programme nécessitent une « élémentarisation » à la charge du maître, dont procèdent la leçon, et doivent s'inscrire dans un emploi du temps respecté avec rigueur.

Les auteurs du programme disposent dès lors d'arguments imparables pour justifier de l'usage du journal de classe : « *Dans ces conditions, la tenue du journal de classe devient facile, et un simple coup d'œil jeté sur ce même journal permet de constater que toutes les matières du programme sont enseignées avec ordre et exactitude ; en outre, quelques questions prises sur le journal et adressées aux élèves suffisent, dans une inspection, pour montrer quelles sont les parties très-bien sues et quelles sont les parties qui laissent à désirer ».* Outil de travail, de régulation pour le maître, le journal de classe présente bien évidemment un autre avantage : il est ce par quoi le réseau de contrôle et de surveillance du système primaire peut exercer son pouvoir sur le temps du savoir.

Le chapitre II présente les programmes, après quelques directives pédagogiques.

Ainsi pour le degré inférieur : « Les enfants de cette catégorie ne peuvent guère étudier dans les livres ; C'est surtout par le moyen des *entretiens* et des *interrogations* que le maître réveille leur attention et les instruit. […] Savoir se limiter est une perfection ; on se borne donc à des notions courtes, simples et frappantes ». Les matières d'enseignement se « limitent » à l'instruction religieuse, la lecture, l'écriture, la grammaire ou la langue française et l'arithmétique.

Pour le programme du deuxième degré, les matières s'élargissent à la géographie, le dessin et le chant, celui du troisième degré comprend de plus l'histoire de France.

Précédant les programmes mensuels auxquels nous nous intéressons, c'est à dire les programmes d'arithmétique (ainsi dénommés) sont posés les principes généraux qui éclairent, d'une part, l'étendue du savoir enseigné, d'autre part, le caractère qui doit être donné à l'enseignement.

Pour le premier degré, nous pouvons lire (p. 13) : « L'enseignement de l'arithmétique, dans la classe des initiaires, comprend la numération des nombres jusqu'à ceux de cinq ou six chiffres, et le calcul appliqué à l'addition et à la soustraction, avec un commencement de la multiplication. Cet enseignement peut commencer dès les premiers jours que les enfants fréquentent l'école. On a soin de les familiariser de bonne heure avec le nom et la grandeur des nouvelles mesures, ainsi qu'avec celle du temps. On les exerce beaucoup au calcul mental et l'on fait un grand usage du boulier-compteur ».

Pour le deuxième degré, p. 38, nous trouvons quatre « directions pédagogiques » :

I. On fait avancer parallèlement les parties dont se compose le programme : *numération. – table des opérations. – calcul mental. - calcul écrit, etc.*

II. On a soin de revenir souvent sur ce que l'on a déjà vu. C'est par de fréquentes répétitions qu'on assure le succès de l'enseignement. On habitue les élèves à calculer rapidement. Le moyen d'y réussir, c'est de les familiariser avec les tables des opérations fondamentales, avec la lecture et l'écriture des nombres et de multiplier le calcul mental.

III. Il ne suffit pas d'apprendre aux enfants les noms des nouvelles mesures ; il faut s'appliquer à leur en faire connaître la nature, la forme, l'usage, la grandeur absolue et la grandeur relative, surtout à l'égard du *franc,* du *décime* et du *centime.*

IV. Les exercices de calcul mental se font au moyen des tables combinées d'addition, de soustraction, de multiplication et de division. On exerce les élèves à trouver le double, le triple, le quadruple, etc. des nombres ; à en prendre la moitié, le tiers, le quart, etc.

Les deux directions pédagogiques relatives au programme du 3ème degré p. 58 sont les suivantes :

I. L'enseignement d'arithmétique, dans le cours supérieur, a pour objet essentiel : 1° d'achever de graver dans l'esprit des enfants les éléments du calcul, c'est à dire les quatre opérations sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions ; - 2° de les familiariser avec la connaissance et l'usage des nouvelles mesures ; - 3° de les mettre à même de faire l'application des quatre règles à la solution des questions d'intérêt, d'escompte, de partage proportionnel, de mélange, etc.

II. C'est pendant le premier semestre de l'année scolaire qu'il y a le plus d'élèves dans la première classe. Il faut alors voir un peu rapidement les parties les plus essentielles de l'arithmétique, afin que les élèves qui quittent à Pâques, n'abandonnent pas l'école sans les connaître.

Mettant en évidence les deux dominantes du programme, le calcul et la connaissance du système métrique, les recommandations pédagogiques traduisent en terme de méthode des aspects déjà « anciens » et des aspects novateurs. Si les leçons de choses, emblématiques du caractère élémentaire des programmes de Gréard ne sont pas présentes, la fonction du sensible, du concret est tangible pour le premier degré, à travers l'usage du boulier ; le calcul mental est présenté comme l'activité première.

Le deuxième degré, tout en octroyant toujours au calcul mental une fonction importante, évoque un temps de systématisation des principes auquel renvoie la répétition « de ce qui a déjà été vu » ; les contenus sont éludés au profit des types de tâches à conduire. Le maître ne doit pas hésiter à faire réviser ; il doit faire calculer ; il doit faire en sorte que le système métrique soit parfaitement maîtrisé. A la tâche d'élémentarisation que définissait dans le premier chapitre, la nécessité de développer la leçon à partir de l'indication du programme, s'ajoute les tâches relatives à la révision des savoirs ; le temps du savoir n'est pas seulement progressif, il est cyclique. Et enfin, ce qui est totalement nouveau, c'est que la progression dans le savoir ne se calque plus sur le découpage linéaire d'un traité : sont conduits simultanément les apprentissages de la numération, des opérations, du calcul mental et écrit.

Le troisième degré, phase d'achèvement de ce qui a été entrepris, et dont la brièveté est une contrainte prise en compte par les auteurs du programme, définit le caractère de nécessité d'une arithmétique complète, à finalité utilitaire, rassemblant pratiquement tous les objets des traités d'arithmétique classiques ; les finalités de l'enseignement, les buts auxquels doit tendre le maître se traduisent en terme se savoir faire exigible des élèves. Les tâches du maître, subordonnées à une contrainte temporelle qui génère un temps d'étude raccourci, consistent alors à extraire du programme l'essentiel… Charge délicate, si l'on se réfère au programme exhaustif du 3ème degré.

Pour illustrer le caractère concentrique de ces programmes et éclairer plus précisément la méthode qui préside à leur élaboration, nous donnons ci-dessous quelques extraits de ces programmes. L'analyse comparée du programme des trois premiers mois du 1er degré, et des programmes du premier mois des 2nd et 3ème degrés, révèle leur caractère concentrique, la différentiation des tâches demandées aux élèves, les liens qu'entretiennent les divers objets d'apprentissage.

Programme du 1er degré :

1er mois. – *Numération parlée.* – Compter de un à cinq. – Composer et décomposer de toutes les manières possibles le nombre cinq. – Compter de un à dix. – Composer et décomposer dix de toutes les manières possibles, au moyen des quatre opérations de l'arithmétique. – (Faire toutes ces opérations au boulier – compteur). – Nom des chiffres valeur absolue des chiffres.

II^{ème} mois. – *Numération parlée.* – Compter de dix à vingt. – Composer et décomposer le nombre vingt de toutes les manières possibles, au moyen des quatre opérations. – Compter de vingt à trente. – Compter de trente à cinquante.

Numération écrite. – Ecrire les chiffres suivants : 1, 4, 6, 7, 9. – Ecrire les autres chiffres : 2, 3, 5, 8, 0. – Ecriture en chiffres des neuf premiers nombres. – Application à des nombres concrets.

III^{ème} mois. – *Numération parlée.* – Compter de cinquante à cent. – Formation des dizaines (au moyen du boulier – compteur ou de lignes ou de traits). – Valeur des unités relativement à la dizaine et réciproquement. – Compter par dizaines depuis une dizaine ou dix jusqu'à dix dizaines ou cent. – Valeur des unités relativement aux dizaines (de dix à cent) et réciproquement. – Application à des nombres concrets.

Numération écrite. - Lecture des dizaines. – Ecriture des dizaines. – Application à des nombres concrets. – Usage du 0. – Lecture et écriture des nombres de deux chiffres. – Application à des nombres concrets. – Lecture des centaines et des nombres de trois chiffres. – Application à des nombres concret. – Apprendre la première moitié de la table d'addition (1)

IV^{ème} mois. – Révision de la partie vue dans le 1er et le 2ème mois. […]

(1) Cette table, celle de la soustraction et de la multiplication, doivent surtout s'apprendre par des exercices au boulier – compteur ou au tableau noir.

Programme du 2ème degré.

1er mois. – *Numération parlée.* – Compter jusqu'à dix. – Composer et décomposer le nombre dix de toutes les manières possibles au moyen des quatre opérations. – Compter jusqu'à vingt. – Composer et décomposer le nombre vingt de toutes les manières possibles au moyen des quatre règles. – Compter jusqu'à cinquante ne ajoutant successivement un, - deux, - trois, - quatre, - cinq. – Décomposer cinquante en retranchant successivement un, - deux, - trois, - quatre, - cinq.

Compter jusqu'à cent. – Composer les dizaines, - les centaines. – Valeur relative des unités et des dizaines, - des unités et des centaines, - des dizaines et des centaines.

Numération écrite. – Lecture des nombres de un, deux, trois chiffres. – Ecriture des nombres de un, deux, trois chiffres. – Rang des unités, - des dizaines, - des centaines. – Chiffres nécessaires pour écrire des unités, - des dizaines, - des centaines.

Valeur absolue et relative des chiffres.

Répétition de la table d'addition. – Calcul mental appliqué à la numération et à l'addition des nombres abstraits et des nombres concrets.

Exercices d'addition. – Problèmes.

Programme du 3ème degré.

1er mois. – Formation, énonciation et écriture des nombres entiers. – Formation, énonciation et écritures des fractions décimales et des nombres décimaux. – Valeur absolue et valeur relative des chiffres. – Changement qu'éprouve un nombre entier par l'addition ou la suppression d'un ou de plusieurs zéros à la droite de ce nombre. – Changement qu'éprouve un nombre décimal par la transposition de la virgule d'un ou de plusieurs rangs vers la droite ou vers la gauche.

Addition des nombres entiers et des nombres décimaux. – Preuve et usages de la soustraction.

Multiplication des nombres entiers. – Calcul mental appliqué à la numération, à l'addition et à la soustraction. – Problèmes.

Revisitées minutieusement chaque année, les notions abordées dans le cours du 1er degré définissent la trame du programme complet. Les fractions décimales sont introduites dès le 6ème mois : pour la « Formation des dixièmes », il s'agit de « rendre la chose sensible au moyen du mètre, du franc, d'une ligne, etc. ». Si la technique opératoire de la division n'est pas au programme, cette opération relève toutefois du calcul mental. L'introduction simultanée des quatre opérations (effectuées mentalement) et de la numération peut évoquer en partie, la démarche utilisée par Condorcet : celui-ci introduisait en effet les nombres à partir de leur décomposition additive, mais il se limitait à l'addition et menait quasiment de front numération parlée et écrite. Ce n'est pas le fait du programme ; la posture des auteurs, c'est, semble t-il, de légitimer l'introduction précoce de toutes les notions, par le fait qu'il est possible de les « rendre sensibles » et qu'elles peuvent relever du calcul mental.

Du point de vue de la méthode, le recours au sensible et au concret, la cyclicité des tâches prescrites, caractérisent l'enseignement du premier degré, ainsi pour le « calcul mental sur la valeur relative des pièces de monnaie en argent et en bronze », il faut « montrer ces pièces aux enfants ». Le travail de l'élève consiste en l'apprentissage des tables (d'abord avec le support du boulier, ensuite avec les livrets) qui lui permette de calculer mentalement, de maîtriser progressivement les techniques opératoires de l'addition (nombres d'abord « placés », puis à « placer », de la soustraction (d'abord sans retenue, puis avec retenue), de la multiplication, et à partir du 9éme mois, à l'effectuation d' « exercices ».

Le 2nd degré qui emprunte sa répartition des notions abordées pendant les quatre premiers mois, numération, calcul, à celle du 1er degré se singularise toutefois, par l'introduction à partir du 5ème mois d'une forte composante relative au système métrique. Les fractions ordinaires (dont il faut « rendre la chose sensible au moyen d'une ligne, du cercle, etc. ») ne sont introduites qu'au 8ème mois, la méthode de réduction à l'unité appliquée aux règles de trois, n'est abordée qu'au 9ème mois. Si l'élève doit toujours consacrer au calcul mental, une fraction importante du temps de l'étude (le calcul mental est notamment convoqué pour réviser les notions des mois précédents), il fait désormais des exercices et des problèmes (A partir du 8ème mois, il n'y a plus d'exercices, il n'y a plus que des problèmes). Le programme du 2ème degré affiche un caractère essentiellement pratique et concret, sollicite la mémorisation et les techniques de calcul.

Le programme du 3ème degré présente quelques différences avec les progressions spiralaires des deux premiers degrés et un caractère moins inconditionnellement concret que ceux-ci. Si le calcul mental, finalisé par la nécessité de réviser les notions abordés les mois précédents, et les problèmes restent présents dans l'organisation mensuelle comme ils l'étaient dans les degrés inférieurs, le découpage du savoir retrouve une certaine analogie avec celui des traités classiques. Le programme des deux premiers mois réunit l'ensemble des savoirs et savoir faire relatifs à la numération et aux opérations sur les nombres entiers et décimaux. Le programme du 2ème mois comprend encore : Conditions de divisibilité d'un nombre par 2, - par 3, - par 4, - par 6, - par 9.

Le programme des $3^{ème}$ et $4^{ème}$ mois comprend la révision et le développement de tous les objets du système métrique.

Le programme des $5^{ème}$ et $6^{ème}$ mois reprend les intitulés de la théorie des fractions. Sont ainsi cités : […] Changement qu'éprouve une fraction quand on fait varier ses termes. – Simplification des fractions. – Recherche du plus grand commun diviseurs de deux nombres, - application à la réduction des fractions à la plus simple expression. – Réduction des fractions au même dénominateur. – Recherche du plus petit commun multiple entre deux ou plusieurs nombres, - application à la réduction des fractions au plus petit dénominateur commun.

Les propriétés des nombres ont donc une existence établie dans une théorie des fractions déployée dans un environnement technologico-théorique plus étendue que dans le traité classique de Bézout : les intitulés sont sommaires certes, que recouvrent-ils en réalité ? La recherche du PGCD par la méthode des division successives, ou par le recours à la décomposition en produit de facteurs ? Quelle que soit la réponse, des éléments « théoriques » s'inscrivent nécessairement dans le texte des leçons ; légitimés par leur utilité pour opérer sur les fractions, ils caractérisent une arithmétique primaire, pas seulement pratique et concrète.

Les programmes des $7^{ème}$ et $8^{ème}$ mois porte sur l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques ; la méthode de réduction à l'unité appliquée aux règles de trois, succinctement rappelée lors du $6^{ème}$ mois, est convoquée pour les règles d'intérêt, d'escompte, de société, de partage. Parachevant cette partie, les éléments d'une theorie des rapports et proportions sont introduits le $9^{ème}$ mois (« Des rapports par quotient. – Des proportions. – De la propriété fondamentale des proportions »), précédant la « Manière de tenir une comptabilité ».

Enfin, c'est au cours du $10^{ème}$ mois que sont étudiées les puissances et les extractions de racines.

Le découpage du traité de Bézout (transposée en partie à la manière de Reynaud) peut se calquer sur un découpage temporel presque linéaire, parce que ses objets d'études ont préalablement fait l'objet d'une élémentarisation (fondée sur le recours au sensible et sur le calcul oral), et d'un temps d'étude « concentrique ». Il apparaît toutefois, que l'étendue du programme répartie sur une durée moindre que celle des dix mois, le serait-elle d'ailleurs sur les dix mois, puisse difficilement participer de l'instauration d'un temps du savoir construit et solide : le programme couvert anticipe sur celui d'un enseignement intermédiaire (les écoles primaires supérieures, les cours complémentaires) qui pourra justement combler le fossé entre le programme des écoles élémentaires et celui des écoles normales primaires en introduisant une cohérence entre deux temporalités jusqu'alors disjointes (la scolarité primaire de 6 à 12 ou 13 ans, une scolarisation intermédiaire et la formation normale).

Cette organisation temporelle du savoir à enseigner nous apparaît comme parachevant dans ses principes, l'œuvre d'O. Gréard ou de J. Simon : le découpage en leçons journalières, inscrit dans le cadre d'une progression mensuelle, elle-même intégrée dans le programme d'étude annuel, annonce l'élaboration des programmes et des manuels futurs. Ces derniers, comme encore aujourd'hui, en « libérant » l'instituteur de la charge d'élaborer chaque leçon, peuvent jouer un rôle déterminant sur la régularisation du temps du savoir dans les écoles primaires.

De la naturalisation de ce temps du savoir, pourra dès lors, procéder la régularisation de celui des écoles normales et par suite l'instauration et la stabilisation durable de l'édifice primaire tout entier.

Qu'en est-il, en effet, de l'organisation du savoir arithmétique, dans les écoles normales ?

Nous pourrions supposer, que malgré l'absence de directives pédagogiques détaillées, ce savoir arithmétique, enseigné dans les écoles normales primaires, apparaisse comme une matière d'enseignement naturalisée. Ce savoir, dans sa composante pratique (calcul et système métrique) a bénéficié dès l'émergence du principe de certification des instituteurs, d'un habitat reconnu institutionnellement dans les connaissances exigibles de ces derniers. Sa composante moins élémentaire, l'arithmétique appliquée, est explicitement présente dans les plans d'études des écoles normales, depuis la Monarchie de Juillet, et même si quelque peu amputée, ou du moins réservée aux meilleurs des élèves-maîtres, sous la loi Falloux, elle semble avoir résisté par le biais des traités « savants » auxquels elle a toujours fini par se référer, et par le biais d'un examen de certification fort brièvement remis en question (épisode de la loi Falloux). Dans les principes, nous pourrions donc affirmer, qu'il peut exister un enseignement de l'arithmétique dans les écoles normales, unifié, commun dans tous les départements. La réalité est tout autre : les rapports des inspecteurs généraux dévoilent les dérives d'un enseignement dont le programme laisse cours à des interprétations locales, c'est à dire départementales. Ces dérives se traduisent notamment à travers les fluctuations du découpage du savoir enseigné entre les différentes années d'études dans les écoles normales, et à travers les différences sensibles enregistrées dans la répartition hebdomadaire des leçons suivant les départements. Quelques exemples peuvent illustrer cet état de fait :

En septembre 1880, c'est à dire avant que la législation ne réalise l'unification et l'homogénéisation de l'enseignement, une enquête (Archives Nationales – F 17 9568), commanditée par F. Buisson, alors ministre de l'Instruction publique et des Beaux Arts révèle notamment l'inexistence d'une organisation temporelle réglée qui ne peut que peser sur la nature de la matière enseignée, le temps du savoir. La rubrique qui nous intéresse comporte trois sous divisions, dont les deux premières induisent de fait le découpage arithmétique élémentaire (analogue à celle enseignée dans les écoles primaires élémentaires) arithmétique appliquée (proche de celle enseignée dans les écoles primaires supérieures) ; la dernière est une application commerciale de la seconde : la tenue des livres.

Le tableau récapitulatif des nombres d'heures affectées à ces diverses divisions est le suivant : nous donnons sous forme d'un triplet de nombres, les heures relatives respectivement au « Calcul et système légal des poids et mesures », à l' « Arithmétique appliquée aux opérations pratiques » et enfin à « la tenue des livres ». Signalons encore que ne sont répertoriées que les écoles dont les directeurs ou directrices ont bien voulu répondre à l'enquête : l'échantillon peut toutefois sembler significatif.

Ecoles normales	1ère année	2nde année	3ème année
Nice	3-0-0	1-1-0	0-3-1
Priva	2-1-0	1 ½ - 1 ½ - 0	2 pour les deux 1ères divisions réunies - 1
Charleville	3-1-0	3-1-0	2-1-1
Groix	3-0-0	2-1-0	2-1-1
Troyes	4-0-0	3-0-0	0-2-1
Carcassonne	4-0-0	2-2-0	0-2-1
Caen	3-0-0	1-2-0	0-1-1
Bourges	5-0-0	1-1-0	2-1-1
Ajaccio	2-1-0	2-1-0	1-1-1
Dijon	3-1-0	1-3-0	2-1-1
Evreux	3-2-0	2-1-0	2-1-1
Chartres	4-0-0	3-0-0	2-1-1
Quimper	3-0-0	0-2-0	0-2-1
Montpellier	4-0-0	1-1-0	1-1-1
Grenoble	1-3-0	1-2-0	1-1-1
Mende	3-0-0	2-1-0	0-2-1
Angers	5 (calcul et arithmétique)	3 (idem)	4 (idem)-0
Auteuil (*Paris- Garçons)*	2 (sans distinction des divisions)	2 (sans distinction des divisions)	2 (sans distinction des divisions)
Versailles (garçons)	3-1-0	1-2-0	0-3-1

Rennes	4-0-0	4-0-0	0-3-1
Versailles (filles)	4-1-0	3-2-0	1-3-1
Batignolles (*Paris –filles)*	Répartition entre leçon et étude. 1, 1- 1 ½ , 1-0,0	Répartition entre leçon et étude ½, ½ - ½ , 1 – 1, ½	Répartition entre leçon et étude ¾ , ¾ - ¾ , ¾ - 1,1

Il va de soi, que le nombre d'heures consacrées à la géométrie connaît le même type de fluctuation, il est très faible dans les écoles de filles (2 heures en moyenne, réparties sur les deux dernières années, sauf au Batignolles, où il totalise 6 ¼, 2 ¼ la seconde année, 4 heures la dernière). Ce constat n'est pas valable pour le dessin d'art et le dessin géométrique qui, bien que présentant des disparités en terme de quotité hebdomadaire suivant les écoles, n'en est pas moins présent pour les filles que pour les garçons. Quant à la tenue des livres enseignée en 3ème année, elle est la seule à se voir réserver (sauf aux Batignolles) une heure hebdomadaire.

Cet état des lieux peut susciter diverses remarques :

L'accent porté presque exclusivement sur le calcul et le système métrique, la première année, voire la seconde année, c'est-à-dire sur l'arithmétique élémentaire, révèle certes, la prééminence de ces objets dans les savoirs à enseigner ultérieurement à l'école primaire, mais plus encore la faiblesse des élèves-maîtres en ces domaines. Cette « remise à niveau » nécessaire pour des postulants qui n'ont en général fréquenté que les cours moyens d'un enseignement primaire peu ou prou organisé et efficace et qui n'ont pu, dans l'attente de l'âge minimal pour passer le concours, s'adonner à des études plus élevées, ne peut permettre que s'organise dans un premier temps une organisation du savoir unifiée satisfaisant à des exigences communes pour tous les départements. Cette situation exige que ce soit, en amont dans les écoles primaires élémentaires, dans les cours supérieurs particulièrement, mais plus encore dans les écoles primaires supérieures (seules institutions permettant d'intercaler un temps d'études entre la fin des études primaires élémentaires et l'âge d'admission au concours) que s'instaure définitivement un temps d'études, réglé, du calcul et des éléments d'arithmétique appliquée.

Revenons cependant au fonctionnement des écoles primaires. Du mouvement de régénérescence impulsé par les Recteurs, se dégagent progressivement les conditions qui vont assurer la stabilisation de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles normales : l'exemple du modèle d'organisation pédagogique des écoles primaires, mis en place dans le département de la Seine par O. Gréard, devient la référence nationale, l'instauration du certificat d'études primaire élémentaire dans ce même département va se généraliser à l'ensemble des départements, constituer le niveau de référence des candidats à l'admission aux écoles normales jusqu'en 1881. L'ensemble des études normales n'est encore couronné pour beaucoup, que par le brevet élémentaire, brevet qui accorde de fait, une place moins conséquente à l'arithmétique appliquée.

4.6. Les conditions d'existence d'un enseignement de l'arithmétique « normal ».

A défaut, comme nous venons de l'établir, d'un quadrillage temporel, qui puisse assurer l'unité d'une arithmétique « complète », homologue à celle enseignée dans les écoles secondaires spéciales, cette matière d'enseignement dispose toutefois de moyens qui donnent consistance à sa présence dans les plans d'études : des manuels rédigés à l'adresse des candidats au brevet de capacité élémentaire et supérieur (nous en trouvons trace, par exemple, en 1869), quelques traités d'arithmétique à l'usage des instituteurs et institutrices, des élèves des écoles normales, et des aspirants et aspirantes au brevet de capacité (Traité d'arithmétique de Lauvernay, Agrégé de sciences mathématiques, professeur au lycée d'Amiens, Membre de la Commission d'examen de l'instruction primaire, 1ère Partie, Amiens, librairie Toulmé & Leroi, 1879, pour en citer un), le guide des aspirants et aspirantes aux divers brevets de capacité par M.A. Lénient, préfet des Etudes à l'Ecole normale. Les premiers, sous forme de questions-réponses, sont fortement inspirés par les rééditions du traité de Bézout ; nous noterons, toutefois, que ne sont pas abordées les notions relevant de la théorie des progressions et des logarithmes, des opérations abrégées. Le guide des aspirants et aspirantes dessine, ainsi que nous l'avons démontré les traits du programme qui règlera l'enseignement de l'arithmétique pendant toute la période de la Belle- Epoque.

Le traité d'arithmétique de Lauvernay illustre, en dehors de la conception peut- être « secondarisée » d'une arithmétique « normale », l'interprétation du savoir à enseigner qui peut prévaloir dans certaines écoles normales. La conception de l'auteur se démarque assez sensiblement des premiers « cours » que nous pourrons qualifier d'officiels rédigés dans le Dictionnaire Pédagogique à partir de 1877 et dont nous avons établi qu'ils vont avoir une incidence notable et durable sur les plans d'études des écoles normales.

4.7. Le traité de Lauvernay (1879) : éclairage sur une organisation mathématique d'une partie du savoir à enseigner.

Ce traité ne présente que la première partie du domaine, c'est à dire, les premiers chapitres des traités classiques. Il comprend ainsi trois divisions : le livre 1er porte sur les

« opérations sur les nombres entiers » ; le livre second, sur les « propriétés des diviseurs de Nombres » ; le livre troisième, sur les « fractions et système métrique décimal ».

A premier abord, ce découpage emprunte à une tradition que nous avons identifiée dans les traités de Lacroix et du Baron Reynaud, voire de celui de Bourdon : l'étude préliminaire des opérations sur les entiers, un chapitre autonome sur la divisibilité des nombres, le traitement différé des fractions, intégrant les nombres décimaux et leur articulation immédiate avec l'étude du système métrique. L'existence d'un chapitre autonome à la fin du livre III, portant sur les « problèmes résolus » tend à accentuer, semble t-il, son analogie avec le traité d'arithmétique du Baron Reynaud.

En réalité, l'examen plus détaillé du sommaire confirme, certes, certaines de ses analogies, mais il révèle aussi des singularités. Nous le présentons ci-dessous :

Table des matières.

A première lecture, la particularité réside dans la présence d'un chapitre « proportions », dans le livre consacré aux fractions. Lauvernay, se référant en l'occurrence à des grandeurs spécifiques (les longueurs associées à des segments représentés), définit explicitement le rapport de deux grandeurs comme le quotient des deux nombres qui peuvent exprimer leurs mesures, et ce indépendamment de l'unité de longueur choisie. Occultant le cas des grandeurs incommensurables, il peut ensuite opérer sur les proportions comme sur des fractions (expression dont il use d'ailleurs pour désigner les rapports). Notons que ce chapitre « théorique » ne comporte aucun problème pratique, tant pour l'introduire, que pour en illustrer les usages : ceux-ci se trouvent à la fin du livre, dans les exercices et les problèmes résolus. Dans cette première partie du traité du moins, la théorie des proportions est réduite à une application de la théorie des fractions ; les fractions, exprimées par des expressions littérales, octroient à la présence des éléments d'algèbre, une légitimité qui va se trouver renforcée dans un autre chapitre singulier.

Il s'agit du chapitre sur les problèmes résolus. L'auteur « impose », en quelque sorte, la « méthode analytique» pour résoudre les problèmes en questions. « *Elle consiste,* dit-il, *à représenter les nombres inconnus par des lettres et à indiquer à l'aide des signes de l'arithmétique toutes les opérations résultant de l'énoncé du problème que l'on a à faire sur les nombres connus et les inconnus ; puis par des transformations successives, qui ne sont que les applications des règles des opérations arithmétiques, à découvrir une relation entre les données et les inconnues, qui, par son évidence, permet de trouver immédiatement, à l'aide de l'une des six opérations fondamentales, les grandeurs inconnues. Cette méthode, qui est presque la seule employée dans cet ouvrage, est surtout en évidence, dans les démonstrations des règles de la division des entiers, de la racine carrée des nombres, des propriétés des diviseurs, dans la théorie des fractions, etc…Les exemples suivants, empruntés principalement aux compositions écrites des compositions des brevets de capacité, sont traités par cette méthode ; ils feront comprendre <u>et la rapidité du raisonnement et la simplicité des calculs</u> qui résultent de cette application ».*(p. 101)

L'expression que nous avons soulignée, donne consistance à un argument d'une toute autre nature que celui de Bourdon, pour justifier de la pénétration de l'algèbre dans le domaine arithmétique. Ce ne sont plus la rigueur et la cohérence qu'exige la démonstration des propositions qui nécessitent l'usage de la méthode algébrique, mais l'aisance et la rapidité, qui résultent de l'usage de cette méthode pour résoudre des problèmes, et dans les leçons elles-mêmes établir les propriétés. Si l'auteur n'évacue pas explicitement la dimension formatrice du raisonnement « purement » arithmétique, cette valeur qui confère sa consistance à une arithmétique des nombres « exclusivement chiffrés », le choix qu'il opère pour constituer son recueil de problèmes ne peut qu'effectivement inciter le lecteur, à disqualifier un raisonnement de cette nature : la complexité qu'il induirait, voire son insuffisance « à éclairer la raison des choses », leur nécessité, apparaissent implicitement comme des caractères propres à son éviction. Nous appuierons cette considération en présentant quelques prototypes de ces problèmes, et notamment parmi ceux qui relèvent de notre étude. Mais préalablement, il convient d'éclairer en quoi ce traité est en décalage avec une pratique, sinon une tradition qui relèverait de l'initiative du Baron Reynaud. Ce chapitre ne présente donc aucune analogie avec celui de ce dernier : la méthode de réduction à l'unité n'existe pas ; toute résolution de problème résulte d'une modélisation algébrique et de l'application de procédés qui ne sont qu'une extension des opérations pratiquées sur les nombres. Soulignons à ce sujet que les six opérations en question, addition, soustraction, multiplication, puissance, division et racine carrée ont été introduites dans le premier livre.

Si nous nous attachons à l'exposé lui-même, il comporte des éléments qui le situent dans une tradition classique, mais il présente aussi des évolutions caractéristiques d'une transformation de la démarche didactique propre au traité du XVIIIème siècle.

La structure de l'exposé ne s'organise plus selon la suite ordonnée (numérotée) d'articles, garant d'une progression didactique linéaire, qui invite toutefois le lecteur, à des renvois vers des articles antérieurs pour éclairer son entendement. Chaque chapitre forme une leçon synthétique, comportant définitions, principes ou règles et leurs démonstrations, propriétés et corollaires. Chacun des livres s'achève sur un recueil d'exercices en lien avec les chapitres étudiés dans le livre en question. Les nombreux exemples (exercices résolus) qui émaillent les traités classiques, voire introduisent les notions nouvelles apparaissent désormais à la charge de l'élève qui étudie le traité, ou du professeur qui expose la leçon.

Du point de vue de la démarche didactique, le traité peut rendre compte d'une conception des actes d'apprendre et d'enseigner qui emprunte désormais, à celle des « industrialistes ». La tâche essentielle du maître ne consiste plus en la répétition d'un traité de référence, dont résulte la tâche de l'élève, à savoir la restitution des fragments du traité, après mémorisation du discours tenu par le premier. Rappelons, que les questions à l'examen du baccalauréat ès lettres, en 1840 et ce jusqu'en 1854, sont orales, portent sur les intitulés d'un article de traité, et sont gratifiées tantôt d'une boule blanche, tantôt d'une boule rouge, ou d'une boule noire, selon que le candidat donne ou non la « bonne réponse ». Dans la conception de Lauvernay, l'élève, semble-t-il, dispose du traité où sont accessibles tous les principes qu'il doit étudier, et dont il peut user pour résoudre les exercices ; ce n'est plus en recopiant de mémoire, mais en octroyant tout son temps à l'étude que l'élève doit pouvoir évaluer sa mémorisation et sa compréhension des notions étudiées.

Les leçons, ou plus exactement les chapitres que nous proposons d'étudier, présentent toutefois des rapports étroits avec leurs homologues dans les traités classiques.

Le chapitre I, du livre 1, diffère sensiblement dans sa manière d'introduire les notions préliminaires. L'auteur définit d'abord l'Unité et le Nombre : « l'idée d'*unité* est le résultat de la perception de chacun de ces objets {des billes} considérés isolément […] l'idée de *nombre doit être indépendante de la nature des objets de même espèce* que l'on a considérés p.1». Il ne fera pas mention ni des « quantités », ni des nombres concrets et abstraits.

Paradoxalement, c'est en s'appuyant sur les grandeurs (les longueurs en l'occurrence), qu'il donne sens à la notion de fractions, et qu'il exposera la théorie des fractions, les proportions. Il consacre donc un second sous paragraphe à la Mesure des grandeurs, Définition de la fraction. Traditionnellement, est appelée « *grandeur* tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution » ; il lie ensuite directement mesure et nombre : « *Mesurer une grandeur* c'est la comparer à une autre de même espèce, prise pour unité, pour reconnaître de combien de fois cette unité, la première grandeur est composée ; c'est donc le résultat de cette comparaison qu'on a appelé nombre p. 1, 2 ». Il fait alors émerger la notion de fraction, réunissant sous ce même terme fraction « portion isolée de l'unité » et nombre fractionnaire « portion réunie à plusieurs unités p. 2». Il place ensuite le sous paragraphe traditionnel relatif au But de l'Arithmétique : établir les relations entre les nombres, les *opérations,* l'exécution de ces combinaisons entre les nombres, les *calculs.*

Dernière singularité de ce chapitre, l'auteur y inclut la Définition de l'Addition :

« . – Dans l'Addition, on se propose de Former un nombre qui renferme autant d'unités qu'il y en a dans l'ensemble de plusieurs nombres donnés. La suite naturelle des nombres est le résultat de l'addition successive d'une unité au nombre qui précède immédiatement p. 2». Cette considération va à l'encontre de la démarche didactique préconisée dans le manuel de Lacroix, du Baron Reynaud (le traité de Bézout n'en fait pas cas) ; ces derniers définissent l'addition des nombres après avoir construit la suite naturelle par adjonction d'une unité au nombre précédent. Notons que le manuel élémentaire de Condorcet définit certes l'addition, après en avoir exposé le principe, mais qu'elle participe aussi de la construction de la suite des naturels : ces derniers sont définis progressivement et par l'itération de l'unité et par décomposition additive.

Les préliminaires qui, dans tous les traités, éclairent les conceptions des auteurs quant à l'image du nombre comportent des caractéristiques communes :

En terme de notions « Tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution » apparaît de façon récurrente, l'expression pouvant qualifier la « quantité » (Bézout, Reynaud, Bourdon) ou la grandeur (Lacroix, Bourdon, ce dernier considère que quantité et grandeur sont synonymes) ; l' « Unité » est la quantité ou la grandeur quelconque, dont procède la comparaison avec une autre quantité ou grandeur de même espèce, qui définit le nombre Bézout, Reynaud, Bourdon, Lacroix). Lacroix n'occulte pas l'usage du terme quantité : distinguant les deux formes que peuvent présenter les grandeurs, sous forme de « collection de plusieurs choses pareilles ou de plusieurs parties séparées », ou « comme un seul tout », (longueur et étendue), il désigne sous le mot nombre les premières, quantités discrètes ou discontinues, et considère les quantités ou grandeurs continues comme relevant de la géométrie. Ainsi, il écrit : « 3. Le nombre étant la collection de plusieurs choses pareilles, ou de plusieurs parties distinctes, suppose l'existence d'une de ces choses ou de ces parties prise pour terme de comparaison et qu'on appelle *unité* ». Si seul, Lacroix définit explicitement une arithmétique des nombres « rationnels », tous procèdent d'une caractérisation de la quantité ou grandeur, vers celle de l'unité et définissent le nombre comme résultant d'une comparaison avec cette unité. Tous, de même, définissent les nombres concrets et les nombres abstraits.

La démarche de Lauvernay, dans cette introduction, semble donc aller à l'encontre de cette tradition.

La numération parlée et chiffrée est par contre, traitée sans que puissent être établies des différences notables avec l'exposé des traités classiques. Cette introduction simultanée se calque sur celle du traité de Bézout, qui considère la numération parlée comme une connaissance familière. Dans le traité non transformé par Reynaud, les règles de la numération sont étendues simultanément aux décimales, cette option n'est plus celle que retiennent les rédacteurs ultérieurs : les fractions décimales, fractions particulières, font l'objet d'un traitement différé.

Certes, Lacroix, le Baron Reynaud, Bourdon présentent la numération parlée, puis chiffrée dans un second temps, le premier arguant, comme Condorcet, de la pertinence de la seconde « représentation abrégée » pour désigner des nombres très grands que la langue, les lettres ne sauraient exprimer avec clarté. En dehors de ces divergences relatives à l'ordre dans lequel elles peuvent être introduites, ou à l'explicitation plus ou moins accentuée de leurs principes, les exposés ne diffèrent guère : le principe de la progression décuple, les règles et les convention qui en dérivent sont exprimées en langage naturel ; ils répondent à cette nécessité de raviver la signification d'une pratique familière en la rattachant à son principe fondamental : le principe de la numération décimale.

Lauvernay, fidèle à son principe de mettre en exergue les principes, les règles, présente, après avoir « éclairé »[114] la notion *d'ordre*, sous forme de « lois », la loi fondamentale de la numération parlée: « Neuf unités d'un ordre quelconque ajoutés à une unité du même ordre forment l'unité de l'ordre immédiatement supérieur p.3 » ; les règles pour énoncer et écrire les nombres ; la loi de la numération écrite : « Tout chiffre placé à gauche d'un autre représente les unités de l'ordre immédiatement supérieur à celui des unités de cet autre p.5». Le chapitre s'achève sur la caractérisation de cette numération, « *système à base décimale,* parce qu'il nécessite l'usage de dix chiffres p. 6».

Conformément aux traités classiques, à l'exception de celui de Bourdon, Lauvernay ne traite que du système de numération décimal. Il nous semble possible d'interpréter le « formalisme » de l'auteur, ce souci de présenter des définitions, des lois, à l'éclairage de son éventuelle intention didactique : le texte du savoir à apprendre dont procèdera le savoir à enseigner se déploie comme un texte de loi. Recueil de principes mis en exergue, tous enchaînés, le chapitre sur la numération constitue un « tout structuré », non plus étoilé en un réseau d'articles même liés.

Le livre II, portant sur les « Propriétés des diviseurs de nombres présente d'abord, dans son premier chapitre des similitudes avec les traités postérieurs à celui de Bézout, c'est à dire ceux qui comportent une partie consacrée aux propriétés de divisibilité.

Les « Caractères de divisibilité des nombres », commencent par un exposé des principes fondamentaux analogues aux « remarques de Reynaud p. 43-45».

La divisibilité d'un nombre par un autre, lié au reste égal à zéro, dans la division de ce nombre par cet autre ; elle est illustrée par une égalité numérique de type : M = D. q + 0. En dérive la définition d'un nombre premier.

Un 1er principe établissant la divisibilité d'une somme ;

Un corollaire établissant la divisibilité du multiple quelconque d'un nombre ;

Un 2nd principe établissant la divisibilité d'une différence ; autrement dit : « *Tout diviseur d'une somme de deux parties et de l'une des parties divise l'autre partie ».*

L'auteur use de démonstration de type vérification « expérimentale», c'est à dire sur des nombres « chiffrés », convoquant les propriétés de la multiplication (« distributivité » de la multiplication sur l'addition et la soustraction) ou le lien entre multiple et multiplication définie par addition itérée.

[114] *La numération parlée* est l'ensemble des conventions qui servent à é*noncer* tous les nombres à l'aide de quelques mots seulement. A cet effet, les nombres sont classés par groupes appelés *ordres.*

L'organisation de l'exposé, tout en conservant le principe des démonstrations qui, procédant de l'examen du cas particulier conduisent à une généralisation, prend un détour particulier : émerge l'amorce d'une théorie sur les propriétés des restes.

Le corollaire de la propriété 2nde donne lieu à :

« *Tout diviseur de deux nombres divise le reste de leur division ».*

Le principe III énonce : «*Si deux nombres divisés par un troisième donnent le même reste, leur différence est divisible par le troisième,* et inversement, *si la différence de deux nombres est divisible par un troisième, ces deux nombres, divisés par ce troisième, donneront le même reste ».*

Pour exemple, nous donnons le modèle de preuve exposée par l'auteur p. 45 :

Soient 6767 et 403 qui divisés par 37 donnent le même reste 33, on a :

6767 = 37.182 + 33 ; 403 = 37. 10 + 33 ; Et par soustraction :

6364 = 6767 – 403 = 37.17 – 37. 10 = 37. 172 ; Donc le nombre 6364 est divisible par 37.

Inversement, soit 37 diviseur de 6290 qui est la différence entre 6767 et 477 ; 6767 divisé par 37, donne 33 pour reste, je dis que 477 donnera le même reste ; car si le reste de cette seconde division était différent de 33, ce serait un nombre moindre que le diviseur de 37, par exemple 28, et on aurait, q étant le quotient de cette seconde division :

6767 = 37.172 + 33 et 477= 37.q + 28 d'ou par soustraction : 6290 = 37. 172 – 37.q + 33 – 28 ou

6290 = 37(172 –q) + 33 – 28 ; or 37 est diviseur de 6290 et de la première partie 37(172 – q), ce qui est impossible, car cette différence est nécessairement inférieure à 37 ; donc, il ne peut pas se faire que la division de 477 par 37 donne un autre reste que 33.

Il est clair que le schéma de la preuve dans le cadre général, le « littéral abstrait », peut être calqué sur le modèle de cette « vérification expérimentale ». Le cadre numérique induit pour l'auteur la nécessité de recourir à un raisonnement de type réduction à l'absurde, qui d'ailleurs occulte la possibilité d'un reste soustrait supérieur au reste du plus grand des deux nombres.

Le langage algébrique (les lettres du moins) n'intervient que pour désigner un quotient qu'il n'est nul besoin, dans le déroulement de la preuve, de déterminer. L'auteur, qui n'octroiera toute sa dimension instrumentale au langage algébrique, qu'à la fin de ce premier ouvrage (problèmes résolus), n'introduit donc les lettres que pour représenter des nombres dont la détermination n'est pas nécessaire dans le raisonnement. Nous pouvons supposer que sa posture est expliquée par la nécessité de respecter une progression didactique qui ne légitimera la présence des notions d'algèbre qu'après avoir opéré sur les nombres chiffrés. L'éviction d'une démonstration relevant d'une réduction à l'absurde (méthode dont il est notoire, voir les programmes de 1854, qu'elle n'éclaire pas l'entendement de l'élève), ne peut donc, dès lors, justifier l'introduction d'un raisonnement de type algébrique. Les lettres n'ont donc qu'un statut d'abréviation.

En application de ces principes fondamentaux, le dernier notamment, sont établies respectivement les « propriétés » des restes puis les « remarques » consécutives sur le caractère de divisibilité des nombres 2 et 5, 4 et 25.

Les preuves relèvent du modèle décrit p. 47-49.

Pour le « Caractère de divisibilité par 3 ou 9 »ou le « caractère de divisibilité par 11 » l'auteur procède de même parallèlement. Il s'appuie, dans les deux cas, d'abord sur une première propriété :

Pour 9 : « *Tout nombre, composé d'un seul chiffre significatif suivi de zéros, est égal à un multiple de 9, augmenté de ce chiffre significatif ».*

Pour 11 : « *Tout nombre, composé de deux chiffres significatifs au plus, suivi d'un nombre pair de zéros, est égal à un multiple de 11, augmentée de cette partie significative ».*

La seconde propriété énonce respectivement celle des restes :

« Le reste de la division d'un nombre par 9 est le même que celui de la division par 9 de la somme de ses chiffres ».

« Le reste de la division d'un nombre par 11 est le même que celui de la division par 11 de la somme des tranches de deux chiffres en commençant par la droite ». L'auteur « montre » la validité de ces propositions sur des puissances de 10 particulières, puis multiplie ces puissances par le « chiffre » ou la « tranche de deux chiffres » correspondants ; les égalités numériques lui permettent de mettre en œuvre une « distributivité naturelle », résultant des propriétés de la multiplication.

Suivent les remarques établissant respectivement les critères de divisibilité :

« Pour qu'un nombre soit divisible par 9 (respectivement par 11), il faut et il suffit que la somme de ses chiffres (respectivement de ses tranches deux chiffres en commençant par la droite) soit divisible par 9 (par 11) ».

A l'énoncé de ces critères succèdent les méthodes abrégées pour les exécuter : retrait de 9 de la somme, dès qu'il est possible, retrait du plus grand multiple de 11 de la première « tranche », puis de la suivante sans omettre d'y ajouter le reste obtenu et ainsi de suite. Le critère de divisibilité par 11, moins « élégant » que le classique, mais fondé sur une démarche analogue à celle qui prévaut pour 9, peut en légitimer la nécessité.

Le critère de divisibilité par 3 est présenté comme corollaire direct des propriétés énoncées pour 9.

En application sont exposées les preuves par 9 de la multiplication et de la division. Elles sont « montrées » sur des exemples numériques, et par le biais des expressions numériques du type : A = m. 9 + R, qui leur confère plus visiblement un caractère de généralité : le passage du « numérique concret » au « littéral abstrait » est presque suggérée.

C'est le chapitre III, intitulé « Plus grand commun diviseur et plus petit multiple de plusieurs nombres » qui apparaît le plus novateur : développant notamment les propriétés du PGCD, l'exposé peut s'appuyer sur ces dernières pour intégrer la définition et les propriétés du PPM de plusieurs nombres, sans référence immédiate à la décomposition en facteurs premiers.

La première partie de la leçon suit un déroulement familier p. 51-55: définition des diviseurs communs, existence du plus grand (le nombre des diviseurs communs étant limité), définition des nombres premiers entre eux, une première propriété établissant que : « *Tout nombre diviseur d'un autre est le p.g.c.d. {abréviation introduite par l'auteur}de ces deux nombres »,* une seconde propriété, énonçant que : « *Tout diviseur de deux nombres A et B est le même que celui du plus petit d'entre eux et du reste de leur division »,* puis la règle de recherche du p.g.c.d. de deux nombres, justifié en application des deux principes, l'illustration d'un dispositif de calcul (ces deux points sont analogues à leur correspondants dans les traités classiques) et enfin en remarque (comme dans le traité de Bourdon) , le moyen que ce dispositif de calcul présente pour identifier des nombres premiers entre eux, sans achever toutes les étapes de l'algorithme (restes consécutifs, premiers entre eux).

L'exposé de cette première partie peut se démarquer en partie d'un traité tel celui de Reynaud par sa tendance plus appuyée à la généralisation. La deuxième propriété fait désormais l'objet d'une démonstration sans référence aux « nombres chiffrés ». Elle se présente ainsi p. 52:

> Soit q le quotient de A par B, et R le reste.
>
> Tout diviseur de deux nombres divisant le reste de leur division (corollaire du principe II), il en résulte que tous les diviseurs communs à A et B sont diviseurs communs de B et R ; de même que tout diviseur de B et R divise A et B, car il divise B.q, multiple de B, et par suite la somme B.q + R ou A.
>
> Donc, si on forme une table renfermant tous les diviseurs communs de B et R, ces deux tables seront identiques ; par suite, le plus grand des nombres de la première table est le même que le plus grand des nombres de la seconde, c'est à dire le p.g.c.d. des deux nombres est le même que celui du plus petit et du reste de leur division.

L'explicitation du raisonnement dans le registre de la langue naturel demeure prédominant, mais s'introduit aussi, insensiblement, une traduction dans le registre algébrique. Nous noterons toutefois que s'il est fait mention de tableaux de diviseurs, voire de diviseurs communs, aucune méthode quant à la détermination de ces tables n'a été évoquée.

L'auteur développe ensuite quelques propriétés relatives au p.g.c.d., élargissant la perspective dressée par exemple par Reynaud p. 52-55.

Propriété III. – *Tout diviseur commun de deux nombres divise leur p.g.c.d*

Propriété IV. – *Si on multiplie ou si on divise deux nombres par un troisième, le p.g.c.d. des nouveaux nombres est égal à celui des nombres proposés multiplié ou divisé par ce troisième.*

Propriété V. – *Les quotients de deux nombres divisés par leur p.g.c.d. sont premiers entre eux.*

Propriété VI. – *Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier avec l'un de ces facteurs, divise l'autre.*

Les démonstrations procèdent d'une vérification de type expérimental, sur des exemples numériques, pour les trois premières ; la dernière fondamentale, de même type, « court-circuite » en quelque sorte la démonstration classique fondée sur l'algorithme de détermination du PGCD ; elle justifie en cela, l'existence des précédentes. Ainsi p.55:

> Soit le nombre 21, qui divise exactement le produit : 1491.52, 21 étant premier avec 52, je dis que 21 est diviseur de 1491. En effet, 21 et 52 étant premier entre eux, leur p.g.c.d. est 1.
>
> Si on multiplie ces deux nombres par 1491, les produits 1491. 21, 1491. 52 auront pour p.g.c.d. 1. 1491 d'après la quatrième propriété. Or 21 divise évidemment le premier produit et divise aussi le second par hypothèse, donc 21 divise leur p.g.c.d. 1491.

Ce réseau de propriétés plus étendu peut donc, à premier abord répondre, à une nécessité didactique (éviter par un détour une démonstration plus complexe, voir celle de Bourdon) et à une nécessité épistémologique : la sixième propriété éclaire les techniques qui donnent sens aux propriétés des fractions irréductibles.

L'élargissement de cette étude au cas du PGCD de plusieurs nombres rejoint l'exposé traditionnel, nonobstant la présence d'une généralisation des propriétés III et V (les démonstrations étant à la charge du lecteur).

C'est dans l'introduction du dernier paragraphe de ce chapitre que réside la plus grande singularité. Il traite du « Plus petit multiple de plusieurs nombres »p. 56-58.

Conformément au modèle d'exposition du PGCD, s'enchaînent successivement la définition d'un multiple commun de plusieurs nombres, leur existence en nombre illimité, et celle d'un multiple commun « moindre que tous les autres », une <u>première propriété,</u> établissant que : *« Tout multiple P de plusieurs nombres, 56, 63, 119 est divisible par le* *p.p.m. de ces nombres » ,* une seconde propriété énonçant que : « *Les quotients du p.p.m. de plusieurs nombres par chacun d'eux sont premiers entre eux »* et finalement la règle de recherche du P.P.M. de deux nombres A et B.

Les preuves articulent raisonnement sur des nombres « chiffrés » et modélisation algébrique ; le caractère général des propriétés est presque avérée ; l'exemple de la première preuve nous semble caractéristique p. 56:

Soit M le p.p.m. de ces nombres {56, 63, 119}, supposons que R soit le reste de la division de P par M, et q le quotient, on a : P = M.q + R et R < M. Or les nombres 56, 63, 119 divisant exactement le dividende et le diviseur M, sont diviseurs de R ; donc R inférieur à M serait un multiple de ces trois nombres, et par suite, M ne serait pas leur p.p.m., ce qui est contraire à l'hypothèse ; il est donc nécessaire que la division précédente ait lieu avec un reste nul, d'où P = M.q. Ce qui signifie que P est divisible par M.

Apparaît désormais, un type de démonstration, qui avec l'expression de la division euclidienne sous forme d'une égalité et d'une inégalité algébriques, s'écarte de la vérification expérimentale. Quel est le rôle des trois nombres fixés ? Lier la situation au domaine du « numérique concret » dont elle s'écarte assurément ; éviter que le lecteur ne se noie dans une multitude de désignations littérales ? La réponse n'est pas assurée.

Ce type de démonstration met aussi en évidence le recours, presque systématique, à la méthode de réduction à l'absurde. C'est ce même type de raisonnement, qui caractérise la preuve de la seconde propriété. Les nombres 56, 63, 119 sont présents dans les égalités définissant les quotients Q', Q'', Q'''du p.p.m. par ceux-ci, mais ils pourraient de même, sans altérer le raisonnement être remplacés par des valeurs littérales. La preuve recourt encore à un raisonnement par l'absurde. (Supposant qu'ils ne soient pas premiers entre eux, supposant que, par exemple, 3 divise ces trois quotients… etc.)

Les raisonnements s'éloignent, ainsi que nous pouvons l'observer de la simple vérification de type expérimental sur des « nombres chiffrés ».

L'exposé de l'explicitation de la règle de détermination du p.p.m de deux nombres A et B couronne cette évolution p. 58.

« On divise le plus grand par le plus petit ; s'il n'y a pas de reste, le plus grand est le p.p.m. cherché. S'il y a un reste, on cherche le p.g.c.d. des deux nombres, le quotient de la division du produit des deux nombres par leur p.g.c.d. est le p.p.m. cherché ».

En effet, si le plus grand nombre est divisible par le plus petit, leur p.p.m. est le plus grand, puisque celui-ci se divise lui-même. S'il y a un reste, soit D le p.g.c.d. entre les deux nombres proposés A et B, et a, b les quotients de chacun de ces nombre par leur p.g.c.d., c'est à dire soient : A = D.a, B = D. b ; donc A B = D. a. D. b. Considérons le produit D. a. b on a : D. a. b = (D. a)b = A. b et D. a. b = (D. b)a = B. a.

Ainsi le produit D .a. b, divisé par A, donne pour quotient b et divisé par B, donne pour quotient a.

Ce produit étant divisible par A et B, il est multiple de A et B ; d'autre part, c'est leur plus petit multiple, puisque les quotients a , b trouvés sont premiers entre eux, comme quotient de deux nombres par leur p.g.c. d.(propriété V). Enfin ce produit D. a.b est égal au quotient du produit A. B par D,

car A. B = D. a. D. b = (D. a. b)D. […]

L'usage exclusif des désignations littérales, des expressions algébriques modélisant les notions en jeu, la convocation des propriétés de la multiplication (commutativité, associativité) même si non explicitée, accompagnés d'un discours arithmétique sont emblématiques d'un passage progressif dans le « littéral abstrait ».

L'auteur donne ensuite, un exemple, indique que la méthode de recherche du p.p.m. de plusieurs nombres s'apparente à celle du p.g.c.d., mais nécessite de « longs calculs ». Le chapitre suivant est annoncé comme permettant d'user d'une règle « beaucoup plus simple ».

Succinct, ce chapitre, intitulé « Décomposition d'un nombre en facteurs premiers » p. 59-62, définit l'objet du procédé, expose la règle qu'il convoque et ne présente en application que sa fonction pour déterminer p.g.c.d. et p.p.m. de plusieurs nombres, occultant son usage possible pour déterminer tous les diviseurs d'un entier, le nombre de ses diviseurs. Les vérifications sont de type expérimental.

En dehors des propriétés abordées, le traité de Lauvernay se distingue essentiellement du manuel de Reynaud, par l'usage de raisonnements qui oscillent entre deux alternatives : le recours à un certain formalisme algébrique, modélisant un discours arithmétique dont il peut élargir la portée généralisatrice ; le recours à une vérification de type expérimental, ancrée dans une tradition plus ancienne. Quelle que soit la nature de la preuve, celle-ci convoque presque systématiquement la méthode dite de « réduction à l'absurde ».

Dans le manuel de Reynaud, les preuves procèdent d'une vérification de type expérimental sur des « nombres chiffrées », mais sans détour : en opérant « concrètement » sur les nombres, Reynaud « montre » les propriétés : celles-ci se dévoilent directement.

En dehors de l'évolution que connaît la nature même du discours qui s'attachait au traité de Reynaud, nous pouvons encore appréhender les transformations qui, en termes d'objets, et en terme d'organisation, résultent de cette « nouvelle conception « du savoir à enseigner.

Nous pouvons dresser le synoptique suivant :

Manuel du Baron Reynaud	Traité de Lauvernay
1. Un diviseur d'un nombre ne peut être que moindre ou égal à sa moitié. 2. <u>Tout diviseur d'un nombre divise ses</u>	1. <u>Tout diviseur de plusieurs nombres divise leur somme. (3)</u> 2. <u>Tout diviseur d'un nombre divise ses multiples.(2)</u> 3. Tout diviseur de deux nombres divise leur différence.

multiples. 3. Tout diviseur de plusieurs nombres divise leur somme. 4. Si un nombre divise une somme de deux parties et l'une de ces parties, il divise l'autre partie. 5. Quand l'une des parties d'une somme est divisible par un nombre qui ne divise pas l'autre partie, la somme ne saurait admettre ce diviseur. 6. Critères de divisibilité par 2 et 5 7. Critère de divisibilité par 9. 8. Preuves par 9 9. Nombres premiers. Table des nombres premiers. 10. Décomposition en facteurs premiers. 11. Diviseurs d'un nombre. 12. Plus petit nombre divisible par des nombres donnés. 13. PGCD de deux nombres. 14. Le PGCD de deux nombres est le PGCD du plus petit et du reste de la division du plus grand par ce dernier 15. Méthode des divisions successives. 16. PGCD de plusieurs nombres.	4. Si un nombre divise une somme de deux parties et l'une de ces parties, il divise l'autre partie.(4) 5. Tout diviseur de deux nombres divise le reste de leur division. 6. Si deux nombres divisés par un troisième donnent le même reste, leur différence est divisible par ce troisième nombre, et réciproquement. 7. Propriétés des restes et caractères de divisibilité par 2 ou 5 ; 4 ou 25. (6) 8. Propriétés des restes et caractères de divisibilité par 9, 3.(7) 9. Propriétés des restes et caractères de divisibilité par 11. 10. Preuves par 9.(8) 11. PGCD de deux nombres (13). 12. Tout diviseur d'un nombre est le PGCD du diviseur et de ce nombre. 13. Le PGCD de deux nombres est le PGCD du plus petit et du reste de la division du plus grand par ce dernier.(14) 17. Méthode des divisions successives (15). 14. Le PGCD de deux nombres multipliés ou divisés par un même troisième nombre est égal au PGCD de ces deux premiers nombres multipliés ou divisés par ce troisième nombre. 15. Les quotients obtenus en divisant deux nombres par leur PGCD sont premiers entre eux. 16. Si un nombre divise un produit de deux facteurs et si ce nombre est premier avec l'un des deux facteurs alors il divise l'autre facteur. 17. PGCD de plusieurs nombres.(16) 18. Plus Petit Multiple de plusieurs nombres. 19. Tout multiple commun de plusieurs nombres est multiple de leur PPM. 20. Les quotients obtenus en divisant respectivement le PPM de plusieurs nombres par ces nombres sont premiers entre eux. 21. Décomposition en facteurs premiers. 22. Application de la décomposition en facteurs premiers à la détermination du PGCD et du PPM de plusieurs nombres. 23. Table des nombres premiers.(9)

Les deux traités adoptent tout d'abord un découpage qui met en avant des principes généraux (1 à 5 pour Reynaud, 1 à 6 pour Lauvernay) en partie homologues, mais développant pour ce dernier les germes d'une théorie sur les restes, puis les caractères de divisibilité (plus nombreux et étendus, toujours pour le second, aux propriétés des restes).

Ensuite, tandis, que Reynaud développe plus largement les propriétés des nombres premiers et notamment les applications de la décomposition en facteurs premiers (recherche des diviseurs d'un nombre, ppm), avant d'exposer l'algorithme de détermination du PGCD, Lauvernay privilégie les propriétés du PGCD, son rôle dans la détermination du PPM, et les propriétés de ce dernier. Si les nombres premiers entre eux jouent un rôle non négligeable dans ce troisième bloc, les nombres premiers, ne font pas l'objet d'une attention particulière : outils pour la décomposition en facteurs premiers, (d'où la présence de la table), leur fonction est essentiellement technique.

Le traité de Lauvernay définit donc un environnement technologico- théorique, censé éclairer et nourrir les techniques que peuvent requérir les tâches imposées à l'élève pour mener à bien son étude. Ces tâches, en dehors de celle qui peut consister à mémoriser le texte ou certains de ses fragments, apparaissent dans les énoncés d'exercices et de problèmes qui clôturent chacun des livres et la fin de cette première partie du traité. Elles peuvent rendre compte d'une partie de l'activité mathématique de l'élève.

Nous ne pouvons, dans la nature des tâches prescrites à l'élève-maître, voire à l'instituteur identifier une dimension « professionnelle » relative à des connaissances d'ordre didactique. Ces tâches, comme nous allons le montrer, ne peuvent susciter l'interrogation du futur maître sur ce que pourrait être l'activité de l'élève dans une situation de recherche analogue. Ces tâches tendent à construire une expertise dans un domaine de savoir nettement distant de celui qui pourra être celui de l'élève de l'école primaire.

La classification que nous proposons pour caractériser l'activité de l'élève qui étudie ce traité se réduit à deux catégories : la première, qui met notamment en jeu, des « nombres chiffrés », regroupe des tâches qui ne requièrent qu'une restitution directe des propriétés, des règles du cours ; les exercices apparaissent comme des applications visant à évaluer la mémorisation et la compréhension de savoir faire ; la seconde catégorie, nécessite soit une modélisation qui se réfère à un autre domaine (la numération par exemple, pour des propriétés relevant de la divisibilité (hors résultats du cours) ou de type algébrique, soit le recours à un raisonnement de type « réduction à l'absurde ; une recherche non élémentaire conduit l'élève à identifier des notions étudiées comme outils pertinents, non explicitement sollicités.

Les exercices répertoriés à la fin du livre portant sur la numération et les « six opérations » mettent notamment en évidence en ce qui concerne la numération, les liens entre écriture chiffrée et les opérations qui peuvent les définir.

Relevant de la seconde catégorie, les tâches permettent essentiellement d'explorer les techniques et les propriétés des opérations : le système de numération décimal est le

« terrain » sur lequel ces dernières opèrent, la décomposition canonique du nombre et plus précisément sa décomposition en son nombre de dizaines et ses unités, étant majoritairement convoquée.

Nous pouvons identifier, par exemple, une classe concernant « les carrés parfaits et leur écriture chiffrée » p.42.

Si en divisant un nombre par 3, on obtient 2 pour reste, ce nombre n'est pas un carré parfait.

Tout nombre terminé par le chiffre 6, ne peut être carré parfait, si le chiffre de ses dizaines est pair.

Tout nombre terminé par l'un des chiffres 1, 4, 9 ne peut être carré parfait si le chiffre de ses dizaines est impair.

Pour le premier, l'élève doit identifier la liste des naturels, dont les carrés sont nécessairement parfaits, comme une partition de nombres réunissant les multiple de 3, ceux dont la division par 3 donne un reste égal à 1, et ceux dont la division par 3 donne un reste égal à 2 : la division de leurs carrés par 3 ne peut évidemment donner qu'un reste égal à 0 ou à 1.

Les deux suivants nécessitent une première étape d'exploration qui consiste à déterminer les caractéristiques du nombre qui peut donner le carré parfait attendu, une seconde étape qui permet de lui conférer son expression générale dans le système de numération décimale. La résolution finale résulte de la mise en œuvre de l'opération « carrée » et de l'interprétation dans le système décimal des effets qu'a produit l'élévation au carré sur l'expression initiale.

Implicitement sont convoquées les congruences modulo 3 ou modulo 100 (pour les deux derniers), l'auteur anticipe les propriétés des restes qui feront explicitement l'objet du second livre.

Les exercices relatifs aux propriétés des diviseurs peuvent de même se répartir en deux catégories. Sur les 21 énoncés proposés, non ordonnés selon leur degré de complexité, certains relèvent d'une application directe du cours (4), d'autres supposent une recherche moins élémentaire, la mise en œuvre de raisonnements sollicitant des notions abordées dans d'autres chapitres (17 dont certains nettement plus « difficiles » que d'autres). La numérotation est de notre initiative.

Une première rubrique, que nous pouvons intituler « **Application des techniques du cours** » regroupe ainsi **:**

<u>PGCD – PPM – Décomposition en produit de facteurs premiers</u>. p. 62, 63 (la numérotation est de notre propre chef)

14. Décomposer en un produit de facteurs premiers les nombres : 9999, 99999, 999999, 2001, 6001, 8001, 1415554140, 3141600, 20922789888000.

15. Former le p.g.c.d. et le p.p.m. des 4 nombres : 3696, 93636, 41616, 9009.

16. Trouver le p.g.c.d. et le p.p.m. des nombres : 357, 127449, 45499293.

10. Trouver deux nombres dont le p.g.c.d. soit 8, sachant que les quotients obtenus dans l'opération de reccherche de leur p.g.c.d. sont par ordre 3,1, 1, 2.

Caractère de divisibilité.

1. Se fondant sur l'observation suivante : 999 = 27. 37, démontrer qu'un nombre est divisible par 37, si la somme de ses tranches de 3 chiffres à partir de droite est divisible par 37.

4. Montrer que la différence entre deux nombres composés des mêmes chiffres significatifs est un multiple de 9.

Nous ne pouvons que relever l'accent porté sur l'expertise en calcul que suppose la résolution des premiers exercices.

Une seconde rubrique peut, nous semble t-il, réunir les énoncés qui sollicitent une réflexion plus approfondie sur les notions en jeu, ou sur leur lien avec d'autres savoirs ; nous l'intitulons « **Développement des notions du cours ».**

Le PPM : outil et objet d'étude. p. 62,63

8. Trouver le plus petit nombre qui, divisé par 2, donne pour reste 1 ; divisé par 3, donne pour reste 2 ; divisé par 4, donne pour reste 3, et ainsi de suite ; enfin, qui divisé par 11, donne pour reste 10.

12. Quelle est la plus petite puissance à laquelle il faut élever 12 pour que le résultat soit divisible par 32 ou 2^5

13. Quelle est la plus petite puissance de 60 divisible par 72^3 ?

17. Trouver le p.p.m. de 3224 qui soit carré parfait.

18. Trouver le p.p.m. de 1845 qui soit cube parfait.

20. Dire pourquoi le p.p.m. des 11 premiers nombres est le même que celui des 12 premiers nombres.

Convoqué comme outil de résolution pour le premier exercice (le successeur du nombre cherché est le PPM des 11 premiers nombres), pour les deux suivants où implicitement désigné, il requiert l'usage d'une décomposition en facteurs premiers, le PPM explicitement dénommé doit ensuite satisfaire à des contraintes qui nécessitent encore l'usage des décompositions. C'est encore en se référant à cette dernière règle, que l'élève peut répondre à la dernière question (le produit 3. 2^2 , étant nécessairement présent dans la décomposition du PPM des 11 premiers nombres).

Propriétés de divisibilité des sommes, différences, produit de nombres. Cette rubrique répertorie des énoncés dont le caractère s'avère plus général : ils ne font pas référence à des nombres particuliers. p. 62, 63.

2. Montrer que si deux nombres divisés par leur différence, donnent le même reste, la différence des quotients est l'unité.

4 .Si deux nombres ne sont pas multiples de 3, la différence de leurs carrés est un multiple de 3.

6. Montrer que le produit de 3 nombres consécutifs est toujours un multiple de 6.

7. Montrer que le produit de deux nombres consécutifs par le double du plus petit augmenté d'une unité est un multiple de 6.

11. Démontrer que si deux nombres sont premiers entre eux, leur somme et leur différence ont pour p.g.c.d. 1 ou 2.

3. Si, en faisant une multiplication, on oublie de reculer d'un rang les chiffres d'un produit partiel, la preuve par 9 réussira.

9. Montrer que dans la suite 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34…dans laquelle chaque nombre est égal à la somme des deux nombres qui le précèdent, il y a toujours quatre nombres au moins et cinq au plus ayant un nombre déterminé de chiffres.

21. Démontrer que le produit de 15 nombres consécutifs est divisible par le produit des 15 premiers nombres.

Les deux premiers exercices invitent plus ou moins explicitement l'élève à s'intéresser aux propriétés des restes, à l'usage possible de la propriété III. Pouvant conjointement convoquer raisonnement en langue naturelle et modélisation de type algébrique, la résolution du premier, relevant de l'application directe de la propriété, repose sur le fait que la différence des deux nombres étant de fait divisible par elle-même, la différence des deux quotients correspondant ne peut être égal qu'à l'unité. Pour le second, l'élève peut s'appuyer sur les différentes valeurs que les restes sont susceptibles de donner, et traiter des effets que produisent la soustraction qui succède à l'élévation au carré sur le reste finalement obtenu ; mais il peut encore considérer l'expression étudiée comme le produit de la somme par la différence des deux nombres (égalité remarquable énoncé littéralement dans un exercice du livre sur les opérations).

Le troisième et le dernier exercice sollicite l'attention de l'élève sur les propriétés des produits de nombres consécutifs : plus exigeant que le premier, la résolution du dernier qui suppose que soient bien distingués PPM et produit des 15 premiers nombres, nécessite de dénombrer précisément et méthodiquement les multiples respectifs de chacun des 15 premiers nombres. L'exercice 7 peut solliciter et la reconnaissance de la parité du produit (2 nombres consécutifs) et l'identification d'un multiple de 3 résultant de l'étude des restes possibles du premier des nombres dans sa division par 3.

Le 11ème peut convoquer un raisonnement de type « réduction à l'absurde » ou non, conduisant à établir que si un nombre distinct de 1 et 2 divise la somme et la différence de deux nombres premiers entre eux, comme il divise nécessairement la somme et la différence de ces dites expressions, il divise nécessairement les doubles de ces deux nombres : l'application de la propriété VI permet de conclure.

Quant au 9ème problème, qui porte sur une propriété d'une suite de Fibbonacci, l'élève, doit nous semble t-il, résoudre une question sans lien explicite avec les propriétés des diviseurs de nombres ; les notions qu'il doit mettre en réseau sont liées à la numération, aux effets que produisent les opérations sur l'écriture des nombres. L'élève peut tout d'abord identifier et établir que le dernier nombre de p chiffres est nécessairement compris entre 5.10^{P-1} et 10^{P}, que le 4ème terme, exprimé sous forme d'un multiple du dernier nombre de p chiffres et du premier nombre de (p + 1) chiffres, comprendra au vu de son encadrement, nécessairement (p + 1) chiffres, que le nombre de chiffres du 5ème terme peut être égal à (p + 1) ou (p + 2) chiffres, mais que nécessairement le 6ème en comprendra (p + 2). Eloigné des notions directement accessibles dans le cours, cet énoncé qui met en jeu la notion de suite apparaît atypique.

L'énoncé du 3ème exercice qui sollicite la propriété des restes dans la division par 9 d'un nombre, et la prise de conscience de la transformation du multiplicateur quand il y a oubli du décalage d'un produit partiel, est le seul qui puisse prétendre pouvoir répondre à une fonction professionnelle. L'erreur plausible que peut commettre un élève de l'école primaire, n'est effectivement pas décelable à l'épreuve de la preuve par 9. Oublier de décaler le produit partiel d'ordre p, revient à multiplier le nombre non par le multiplicateur m initial, mais par un multiplicateur égal à $(m - c.\ 10^{P} + c.\ 10^{P-1})$, c représentant le chiffre correspondant au produit partiel erroné. La propriété des restes dans la division par 9 montre effectivement l'égalité des deux restes obtenus, et par suite l'identité des deux preuves par 9.

En conclusion, ces exercices , sans habillage « concret », délibérément spéculatifs (en dehors peut-être du 3ème) ne peuvent prétendre revendiquer une dimension « professionnelle » : cette dimension, dans le contexte donné, (voir la première circulaire « pédagogique de Rouland en 1857, les méthodes préconisées par Gréard en 1868), se caractérise par son « utilité » à court terme ; le savoir à enseigner aux « jeunes esprits » est par nature lié aux actes de la vie courante ; dans un premier temps, les opérations simples, pratiques sur les objets concrets sont les seules accessibles, et, dans un second temps, c'est l'expertise progressive qu'acquiert l'élève dans la résolution de problèmes pratiques, qui confère à l'enseignement de l'arithmétique sa légitimité institutionnelle, c'est à dire son utilité fonctionnelle (tant aux yeux des pédagogues, que des parents). Ce sont encore ces mêmes opérations « pratiques » qui sont au fondement d'une progression didactique étroitement corrélée à un quadrillage temporel qui peine à s'inscrire dans le temps de la Société.

Ces problèmes « théoriques » sans lien avec l'activité scolaire des élèves, sans rapport explicite avec des compétences relatives à l'acte d'enseignement existent pourtant dans un manuel destiné aux maîtres, et nous renseignent sur la nature des activités mathématiques qui peuvent être pratiquées dans les écoles normales. Dans ce traité particulier, l'activité de l'élève (futur enseignant, futur breveté) s'articule donc autour de deux pôles, dont la classification des tâches relevées peut caractériser la fonction.

Un premier pôle dont rend compte la classe des énoncés qui privilégient l'exercice des techniques, du calcul sur les nombres ; un second pôle qu'illustre la classe de ceux qui sollicitent plus particulièrement les capacités de réflexion de l'élève. Nous avons établi la prédominance apparente de cette seconde catégorie dans le chapitre relatif aux propriétés des diviseurs ; peut- on pour autant supposer que l'existence de cette catégorie d'exercices répond à une contrainte institutionnelle exprimant la nécessité, pour le futur maître, d'en savoir bien plus que les élèves, et notamment dans un domaine que les élèves auront fort peu à explorer ? Cette hypothèse n'est pas viable : l'institution, en disposant des deux leviers de commande, les programmes et les examens des brevets de capacité, qui conditionnent la transposition du savoir à enseigner, écarte assurément la finalité désintéressée qu'induirait la reconnaissance de ce second pôle d'activité.

Si les propriétés des nombres sont présentes dans le programme (celui de Lénient en l'occurrence (1876)), les tâches auxquelles elles sont censées donner existence, n'apparaissent qu'explicitement dans les épreuves des brevets de capacité. Or ceux-ci, comme nous l'avons établi dans la première partie de cette étude historique, comportent certes des questions dites théoriques, mais celles-ci ne supposent que la restitution d'un fragment de cours bien mémorisé ; la partie « proprement réflexive » de l'épreuve porte sur la résolution d'un ou deux problèmes d'arithmétique appliquée aux opérations pratiques. Les tâches relatives aux propriétés des nombres ne relèvent que de la restitution pure et de l'application directe.

La seconde catégorie n'a donc pas d'existence officielle dans l'évaluation de l'enseignement.

Dans ce contexte où l'arithmétique appliquée, clé de voûte de l'architecture des traités classiques, peut se passer d'un fondement consistant dans les propriétés des nombres (l'algorithme de détermination du PGCD est peut être le seul élément incontournable), ce clivage entre un enseignement assuré désormais, plus généralement, par des professeurs du secondaire (conformément aux circulaires officielles) et les exigences que peuvent définir les examens aux brevets de capacité, peut être analysé comme l'expression d'une dérive vers une « arithmétique secondaire ». Cette première dérive, jugée comme telle par les pédagogues de la IIIème République, qui n'auront de cesse de la dénoncer, de la rectifier, annonce cependant un type d'organisation du savoir légitimé, quelque trente ans plus tard, tant d'un point de vue mathématique, que d'un point de vue didactique.

Les deux recueils de problèmes et d'exercices que nous trouvons à la fin de l'ouvrage de Lauvernay, confirment donc, d'une part, l'absence des problèmes de seconde catégorie dans ce « florilège » des épreuves de brevet, mais d'autre part aussi, l'existence d'exercices consistants et en nombre non négligeable, portant sur la numération et les propriétés des diviseurs, dans les exercices de synthèse qui terminent le traité.

La méthode « analytique », qui est *a priori* pour l'auteur, pertinente pour résoudre toutes sortes de problèmes (y compris ceux relatifs aux propriétés des diviseurs) est à l'œuvre dans le chapitre « Problèmes résolus ». Celui –ci comporte 14 problèmes dont 13 que nous pouvons caractériser comme relevant de l'arithmétique appliquée, le 13ème portant seul sur des nombre abstraits. Tous, sauf les deux derniers, sont des sujets d'examen proposés entre 1874 et 1879.

Ces problèmes, dont l'habillage peut évoquer une « histoire », mettant en jeu des grandeurs attachées au système légal des poids et mesures, nécessitent souvent une lecture en réseau qui permet d'établir des liens entre une inconnue principale et des inconnues dépendant de cette dernière. La modélisation algébrique des combinaisons qui relient ces inconnues aux données du problème conduit à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue.

Les fractions, les nombres décimaux sont les nombres privilégiés sur lesquels l'élève devra exécuter ses calculs : les savoir faire relatifs aux règles de la numération, aux propriétés de divisibilité sont clairement sollicités en terme d'outils, dans l'exécution de la phase finale de résolution.

La modélisation algébrique dont infère la résolution peut procéder soit d'une simple transformation des opérations opérées sur les grandeurs en leur désignation sous forme d'expressions algébriques qui donnent lieu à une équation, (problèmes de types partages inégaux par exemple), soit de la reconnaissance préalable d'une situation de proportionnalité , de son expression sous forme de l'égalité de deux rapports, conduisant comme dans le premier cas à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue (problèmes de pompes, de fontaines et de robinets).

Le contexte des problèmes peut solliciter directement les connaissances de l'élève sur le système légal des poids et des mesures, le sens des opérations sur les grandeurs, évoquer encore des pratiques sociales, prix d'achat, bénéfice, héritage, salaire d'ouvrier, dépenses et revenu annuel d'une famille, rentes annuelles. Le commerce, l'économie domestique sont fortement représentés ; d'un point de vue un peu anecdotique, le produit des cultures viticoles qu'il se réfère à une question de contenance, (2 fois), de mélanges successifs (1 fois), de salaire (1 fois) occupe une place non négligeable.

Trois de ces problèmes peuvent retenir notre attention : les deux premiers parce qu'ils sont emblématiques, nous semble t-il, du « problème de brevet de capacité », le dernier, parce que, bien qu'intégré dans le chapitre, il n'est pas un sujet d'examen.

Pb I. – *Un poteau vertical est partagé en trois parties : l'une blanche a 0^m, 47 de long, l'autre bleue vaut les 5/12 de la longueur totale, et la longueur de la troisième qui est noire s'obtient en ajoutant 0^m, 7 aux 2/9 de la longueur du poteau. Quelles sont les longueurs de la partie bleue et de la partie noire ?* (Aspirantes, mars 1874, Brevet du second ordre).p. 102

Pb III. – *Une pompe peut épuiser un bassin en 7 heures et demie ; une autre l'épuiserait en 5 heures. Si on les fait fonctionner en même temps, combien faudra t-il d'heures pour épuiser le bassin ?* (Aspirantes, mars 1875).p. 104

Pb XIV. – *Un vase contient un mélange d'eau et de vin. On en retire le quart que l'on remplace par de l'eau ; on retire ensuite le quart du nouveau mélange qu'on remplace encore par de l'eau ; après avoir fait une troisième fois, cette même opération le vase contient 3 fois autant d'eau que de vin. Quel est le rapport primitif des volumes d'eau et de vin ?* p. 114

Les deux premiers répondent aux conditions que nous avons énoncées, le second nécessitant toutefois que l'élève attribue une valeur arbitraire ou littérale à la capacité du bassin : Lauvernay lui attribue la valeur numérique de l'unité. Le 3ème problème requiert le même type d'initiative, mais l'absence de toute écriture chiffrée, la présence de deux variables dépendantes, certes, de l'inconnue principale que constitue le rapport primitif, mais dont les rapports évoluent séquentiellement, laisse supposer de la part de l'élève une capacité de modélisation peut-être supérieure aux exigences officielles, ou difficilement évaluable. Bien que la méthode de fausse supposition soit occultée *a priori* disqualifiée, comment évaluer la recherche d'un élève qui adopterait cette méthode ?

L'avant dernier problème, le 13ème est aussi étranger au domaine des problèmes de brevets, contemporains de ce traité :

Pb XIII. – *Le rapport de deux nombres est ¼, si l'on ajoute 3 aux deux termes de ce rapport, on obtient 1/3. Quels sont ces deux nombres ?* p. 113

La modélisation algébrique, opérant linéairement dans le respect de la chronologie des opérations, conduit rapidement la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues à celle d'une équation à une inconnue. Ce type d'exercice, absent des épreuves des brevets de capacité, doit semble t-il, à la nature des nombres en jeu, des nombres abstraits, et à l'enjeu même de l'énoncé, la mise en équation , sa non légitimité par rapport aux exigences officielles.

Les exercices de synthèse (p. 116- 125, numérotés), si nous pouvons les caractériser de cette façon, non spécifiquement liés aux exigences des brevets, confirment l'existence et les caractéristiques des organisations mathématiques relatives à la numération, aux propriétés des diviseurs de nombres.

Sur 93 exercices proposés, 28 se réfèrent explicitement à des notions étudiées dans ces domaines.

Ils sont majoritairement décontextualisés (deux seulement évoquent une mise en scène), ils portent sur des nombres abstraits : nous pouvons les répartir en des classes non nécessairement disjointes, caractérisant les notions, les propriétés ou les règles convoquées.

Une première classe peut caractériser les exercices ayant trait aux <u>Fractions irréductibles</u> : sollicitant les propriétés des nombres premiers entre eux, elle convoque notamment la propriété VI « Si un nombre divise un produit de facteurs et est premier avec l'un des facteurs, ce nombre divise nécessairement l'autre facteur ».

5. Si l'on range par ordre de grandeur toutes les fractions irréductibles moindres que 1 et dont le dénominateur est égal ou inférieur à 13, démontrer que les fractions à égale distance des extrêmes ont même dénominateur et que leur somme est l'unité.

6. Si deux fractions irréductibles ont leurs dénominateurs premiers entre eux, leur somme est aussi une fraction irréductible.

7. Dans quel cas le quotient de deux fractions irréductibles est-il un nombre entier ?

93. Démontrer que le plus p.c.m. de plusieurs fractions irréductibles a/b, c/d, e/f,…est une fraction irréductible dont le numérateur est le p.p.c.m. des numérateurs a, c, e, … et dont le dénominateur est le p.g.c.d. des dénominateurs b, d, f, ..des fractions proposées.

Non développée dans le cours, la dimension « outil » de la propriété VI est donc explicitement travaillée dans l'étude réflexive qui peut suivre la leçon.

Une seconde classe peut regrouper plus largement les exercices qui sollicitent des connaissances relatives à la <u>numération</u> (signification des chiffres, décomposition suivant des puissances de 10) et aux <u>propriétés de divisibilité</u> (propriétés des restes, caractères de divisibilité).

42. Trouver un nombre de deux chiffres qui soit quadruple de la somme de ses chiffres, et tel qu'en renversant l'ordre des chiffres, il forme un nouveau nombre surpassant de 72 unités la somme des mêmes chiffres.

48. Démontrer que la différence entre un nombre quelconque et celui obtenu en renversant l'ordre des chiffres est multiple de 9.

49. Trouver un nombre dont la somme des chiffres soit 10, et tel qu'en intervertissant l'ordre des chiffres, le nouveau nombre surpasse le premier d'un nombre d'unités multiple de 6.

71. Démontrer que si la somme des unités de deux nombres est 10, la somme des chiffres des unités de leur cubes est également 10.

73. Un nombre pair dont le chiffre des unités est 4 ou 8 ne peut être un cube parfait, si le chiffre des dizaines est impair.

84. L'on écrit sur une ligne et dans leur ordre les carrés des 9 chiffres 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 ; on voit que les extrêmes et les nombres équidistants des extrêmes ont le même chiffre à droite. En trouver la raison.

88. Démontrer que si la somme des chiffres des unités de deux nombres est 10, les carrés de ces deux nombres seront terminés par les mêmes chiffres.

66. Montrer que tout nombre est égal à une somme distincte de puissances de 2.

S'inscrivant délibérément dans un cadre qui exclut tout raisonnement de type vérification expérimentale, qui tend à éclairer la « raison de choses », les méthodes de résolution convoquent explicitement une modélisation algébrique, qui après une plausible exploration sur des nombres chiffrés, peut amener l'élève à décomposer le nombre dans le système décimal, soit suivant les puissances de 10, soit sous la forme d'un nombre de dizaines et d'unités, à s'intéresser aux restes des puissances de 10 dans la division par le nombre adéquat pour finalement valider la conjecture. (cas par exemple de l'exercice 49, qui conduit à s'intéresser aux restes des puissances de 10 modulo 6, pour établir que la différence entre les deux chiffres extrêmes doit nécessairement être pair).

Les règles de calcul reposant sur la distributivité de la multiplication (pour les élévations aux puissances demandées) et les propriétés des multiples assurent l'exécution des diverses étapes de calcul.

La propriété « des restes », énoncée dans le cours sous l'intitulé Principe III, qui pouvait constituer une amorce de la théorie des congruences, est exploitée, son usage élargi.

Le dernier exercice, conduisant à établir que tout entier admet un développement suivant la base deux, donne à penser que l'élève puisse établir un rapprochement avec le développement décimal d'un nombre. Après avoir établi l'existence d'un encadrement du nombre entre deux puissances successives de 2, l'élève devrait vraisemblablement identifier l'algorithme qui lui permet successivement d'obtenir, dans l'ordre décroissant, les puissances de 2 contenues dans ce nombre. Etablir sur un nombre « abstrait » la validité de l'algorithme en question apparaît pour le moins ambitieux. Il paraît plus probable qu'un nombre « chiffré » puisse être considéré comme un exemple générique, permettant d'étendre la propriété à tout nombre donné. Cet exercice présente donc comme un lien ténu avec une théorie des systèmes de numération.

Une troisième classe, mieux définie, sollicite la dimension outil du PPM et du PGCD, de la décomposition en facteurs premiers.

23. Deux troupes d'ouvriers ont reçu chacun une même somme ; Chaque ouvrier de la première troupe a reçu 112 fr. et chaque ouvrier de la seconde 144 fr. Combien y a t-il d'ouvrier dans chaque troupe, sachant qu'ils ne sont pas 18 en tout.

44. Trouver deux nombres dont la somme soit 3640, et tels que les quotients de ces nombres par leur p.g.c.d. soit 280, la différence entre le second nombre et le quotient correspondant étant 1884.

52.Quels sont les deux plus petits nombres par lesquels il faut multiplier respectivement 325 et 800, pour que les produits divisés le premier par 3, le second par 7, donnent le même quotient ?

54. Trouver le plus petit nombre qui, divisé par 5, donne pour reste 4, puis par 8 donne pour reste 7, et par 10 donne pour reste 9 ?

31. Quel est le nombre qui ajouté à son carré, donne une somme égal à 210.

32. Quel est le nombre qui, retranché à son carré, donne pour différence 210 ?

Requérant la technique de décomposition en facteur premiers, ces exercices illustrent dans un domaine étranger au domaine des fractions les fonctions possibles du PPM et du PGCD. Induisant une factorisation sous forme d'un produit de deux entiers consécutifs, les facteurs de la décomposition permettent d'identifier ces derniers.

Une quatrième classe caractérise des exercices qui, sans référence explicite à la numération, traite des propriétés de divisibilité de « combinaisons » de nombres. Nous entendrons par combinaison de nombres, des produits de nombres consécutifs ou non, des carrés ou des cubes d'entiers.

69. Si un nombre est premier, son cube surpasse le nombre lui-même d'un multiple de 24.

70. Démontrer que tous les nombres cubes parfaits qui ne sont pas des multiples de 9, donnent pour reste 1 ou 8 quand on les divise par 9.

72. Un nombre impair ne peut être un cube parfait, si diminué ou augmenté de 1 ou de 27, il n'est pas divisible par 8.

75. Démontrer que l'expression $a^5 /120 – a^3 / 24 + a / 30$ est entière si a est entier.

87. Le carré d'un nombre entier, diminué de 1, est divisible par le nombre qui précède immédiatement ce nombre et par celui qui le suit.

89. Une somme de deux carrés ne peut être multiple de 3 que si les deux racines sont multiples de 3.

91. Le produit de quatre nombres consécutifs n'est jamais un carré parfait.

92. Si un nombre n'est pas divisible par 7, sa $6^{ème}$ puissance diminué de 1 est un multiple de 7.

Certains ne sollicitent qu'une modélisation sous forme d'une expression algébrique plus ou moins aisément factorisable, et une interprétation arithmétique en référence avec la suite des nombres (87, 69, 75) : l'examen du produit de n termes consécutifs doit conduire l'élève, notamment pour les exercices 69 et 75, à identifier l'existence de multiples des facteurs qui entrent dans la décomposition de 24 et 120 ; l'élève doit ainsi concevoir que tout produit de n termes consécutifs est nécessairement divisible par le produit des n premiers nombres, tenir compte des contraintes pesant sur la nature du premier terme (69), pour en déduire la divisibilité par un nombre particulier (la divisibilité par 4 dans le cas de trois termes consécutifs dont le premier est pair). L'exercice 91 peut sous tendre le même type d'interprétation : divisible nécessairement par $2 \times 3 \times 4$, l'expression pour être carré parfait doit l'être par $4^2 \times 9$, or parmi 4 nombres consécutifs, il n'est pas possible de trouver deux multiples de 3 ou de 4.

Les exercices 70, 72, 89 sollicitent l'usage des propriétés des restes ; l'élève, après avoir identifié les restes possibles de la racine initiale, dans la division par 3 (70, 89), ou par 8 (72) peut après avoir opéré l'élévation au cube de cette racine hypothétique établir que le nombre élevé au cube a même reste dans la division donné que son reste élevé au cube et en déduire la réponse attendue.

Illustration du petit théorème de Fermat, non évoqué dans le cours, le dernier exercice suppose le même type de raisonnement : le nombre élevé à la puissance 6 aura même reste dans la division par 7 que le reste donné initialement par la division par 7, élevé lui-même à la puissance 6. L'étude exhaustive des différents cas possibles apparaît seul envisageable.

L'organisation mathématique relative à la numération, aux propriétés des diviseurs des nombres révèle donc, l'existence d'une arithmétique démarquée de sa seule dimension opératoire sur les « nombres chiffrés ». Si l'élargissement de l'ensemble des tâches que génère l'usage de la « méthode analytique » n'induit pas totalement l'éviction de la dimension utilitaire de cet enseignement (les propriétés étudiées ne sont pas sans intérêt, pour choisir des nombres auxquels le maître pourra recourir dans la pratique de son enseignement), il engendre cependant, la coexistence de deux finalités complémentaires : la maîtrise de techniques liées à une arithmétique pratique, la maîtrise des éléments technologiques, qui hors du « numérique concret » éclairent ces techniques.

Les développements auxquels donnent lieu les éléments théoriques du cours, l'identification des liens qu' entretiennent la numération, les propriétés des diviseurs, les opérations sur les nombres, qui s'opèrent par le biais des tâches prescrites, confèrent à l'ensemble du savoir traité dans ce manuel l'apparence d'un tout structuré. L'activité réflexive de l'élève, non pas « portée sur des spéculations oiseuses », sur « les curiosités des nombres » trouve alors sa légitimité dans la nécessité de mettre en réseau les notions abordées, de favoriser la construction d'un savoir structuré.

Dans le contexte donné, cette approche « théorique » du savoir à apprendre n'est évidemment pas à l'abri des critiques. Le traité en lui-même, peut poser la question de la pertinence des choix de l'auteur : les nombres premiers (absolus) ne font, par exemple, pas l'objet d'un traitement aussi détaillé que dans le manuel du Baron Reynaud. Bovier- Lapierre a beau jeu, dans l'article « Brevets » du D.P. de vilipender certains sujets, qui analogues à ceux que nous venons de présenter, relèvent d'un cours de mathématiques élémentaires et ne peuvent de fait, répondre aux exigences pratiques du brevet de capacité.

Cette organisation mathématique n'est donc pas celle que les pédagogues de la 3ème République retiendront dans un premier temps, pour définir le savoir à enseigner dans les écoles normales. A défaut toutefois de consacrer l'usage de la « méthode analytique » dans la résolution des problèmes « abstraits », ils n'en conviendront pas moins de sa pertinence pour simplifier la résolution des problèmes pratiques dont la solution arithmétique s'avère complexe.

En conclusion de ce chapitre, nous pouvons donc prétendre que dans cette période, qui précède immédiatement la promulgation et l'application des lois fondamentales, sont déjà réunies toutes les conditions qui vont assurer la viabilité d'un savoir arithmétique dans un plan d'étude « normal ».

Le texte du savoir est défini notamment à travers le programme des brevets de capacité. Les épreuves des brevets de capacité apparaissent pratiquement stabilisées ; le programme de Lénient (1876) que nous avons présenté dans la première partie (partie A) de notre travail demeure la référence. Bovier – Lapierre, dans l'article « Brevets » du D.P., ne remet pas fondamentalement en question la pertinence des sujets; l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques en constitue la pierre angulaire ; les questions théoriques, certes distinguées des questions de pure spéculation, ont du moins un habitat dans les épreuves orales. Le texte du savoir à enseigner, héritier d'une tradition qui couronne justement l'arithmétique appliquée, a cependant évolué sous l'influence de la « méthode analytique », et consacre désormais une existence légitime aux propriétés des nombres ; il montre encore une certaine perméabilité à l'algèbre, qui influant sur les méthodes de preuve conditionne la dimension « théorique » de l'organisation arithmétique.

A défaut de faire l'objet d'une évaluation sommative officielle, les propriétés des nombres sont au moins objets d'étude dans le cursus de formation, car légitimées par la nécessité d'un environnement technologico-théorique relatif aux fractions.

La régulation de l'organisation temporelle et pédagogique des écoles primaires, dont procédera la mise en place de l'évaluation qui en amont, sélectionnera les élèves-maîtres, est en phase d'achèvement. Elle constitue la dernière contrainte qui permettra au savoir enseigné de se couler dans un temps didactique enfin déterminé, de constituer la matière à enseigner en « discipline scolaire » dans les écoles primaire. L'arithmétique primaire, finalisée par sa fonction éducative et utilitaire (vecteur de la « logique populaire », garante d'une rationalité appliquée aux conduites de la vie quotidienne), peut disposer des « constituants[115] » caractéristiques de son statut de « discipline » : un enseignement d'exposition réglé par les programmes et les manuels, des batteries d'exercices, des « pratiques de motivation et d'incitation à l'étude » que nourrissent des méthodes intuitives, actives, l'enjeu du certificat d'études primaires, les « épreuves de nature docimologique » qui régulent la progression dans le savoir, épreuves couronnées par l'obtention du certificat d'études primaires.

Mais cette discipline scolaire en constitution, dont doit procéder le phénomène d'acculturation qui légitime l'existence même de l'institution primaire, suppose que des maîtres cultivés et formés à cette discipline puissent en assurer l'existence. O. Gréard, dans son rapport de 1875, peut établir le caractère de nécessité des écoles normales primaires : les instituteurs ne sont pas de simples « brevetés » ; les écoles normales ont une double fonction : donner une culture générale, une culture professionnelle et exercer les futurs maîtres à la pratique professionnelle. Les conduites réglées en amont des futurs instituteurs seront garantes de la régulation du système tout entier.

Il y a donc co-émergence d'une discipline scolaire et d'une institution de formation des maîtres reposant sur l'acquisition simultanée d'une culture générale et d'une pratique professionnelle.

Il en résulte l'homologie des programmes des écoles primaires et des plans d'études des écoles normales. Et se pose alors la question de la nécessaire articulation entre deux temps du savoir, disjoints dans le temps. La réhabilitation d'un enseignement intermédiaire, que confortent les transformations d'un environnement sociétal sensibilisé aux conditions de travail des enfants, au développement de l'instruction des adultes, peut donc advenir.

L'architecture de l'édifice primaire est largement esquissée.

L'initiative de Ferry, analogue à celle de Guizot, de conférer la primauté aux plans d'études des écoles normales, les programmes des écoles primaires (élémentaires et supérieure) apparaissant comme subordonnés à ces derniers, assied définitivement la légitimité institutionnelle d'une institution d'enseignement et de formation des maîtres.

Les plans d'études, si nous attachons spécifiquement à ceux d'arithmétique, révèlent donc un ancrage dans l'ancien, un ancien déjà efficient dans les contextes passées ; les conditions d'existence de ces plans d'études, dans les écoles normales vont être désormais

[115] A. Chervel, La culture scolaire, une approche historique, Belin, 1998, p. 33- 41.

sensibles non plus seulement à des contraintes politiques ou idéologiques fixées par la Société, mais aux évolutions des exigences en termes de compétences de l'institution « Ecole normale primaire ».

Dans cette arithmétique primaire constituée en discipline scolaire, qui a joué et joue encore dans le contexte donné une fonction essentielle dans la «naturalisation du système métrique », dans la diffusion d'une culture arithmétique pratique et utilitaire, mais aussi morale, se révèlent les autres conditions qui l'ont générée :

La reconnaissance officielle, politique que les futurs maîtres doivent disposer de compétences à la fois théoriques, pédagogiques et professionnelles qui leur permettent de répondre aux besoins en savoir et en éducation de la société. Les besoins théorico-professionnels du maîtres révèlent d'une part, la nécessité d'un savoir « normal » suffisamment étendu pour répondre aux besoins en progrès de la société, d'autre part, de la nécessité de la maîtrise d'un « art d'enseigner ». Un art, qui ne se résume pas à l'application de procédés, mais qui résulte déjà de la codétermination d'une organisation mathématique et d'une organisation didactique. De l'étroite articulation entre la transposition d'un savoir qui, de l'élémentarisation de Condorcet, aboutit à celle d'un traité du secondaire revue par « les industrialistes » et d'une méthode simultanée révisée à la mode de Guizot, puis concentrique et intuitive sous l'influence de Gréard, procède l'émergence d'un art, spécifique objet d'enseignement d'une institution de formation des maîtres.

La reconnaissance officielle et politique que la liaison entre théorie et pratique ne peut être mise en œuvre que dans une institution d'Etat. L'articulation théorie-pratique, mise en œuvre dès l'application de la Charte des Ecoles normales de 1832, avec la création des écoles primaires annexes est réhabilitée. La disqualification du certificat de stage sous le régime de la loi Falloux consacre l'éviction du « frayage », tout comme l'éphémère existence des cours mutuels. Le temps du savoir normal repose nécessairement sur un double cursus dispensant, d'une part, une culture générale, d'autre part, une culture et une pratique professionnelle sous contrôle d'une doctrine « normale ». A. Rendu (f) en rend compte particulièrement : la pédagogie normale constitue l'environnement technologico-théorique qui éclaire cette articulation théorie-pratique.

Quelles sont désormais les perspectives dressées pour l'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales ?

Comme nous pensons l'avoir mis en évidence, la trajectoire de l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, faisant une large place au système métrique et à ses applications, accompagne le processus qui finit par instaurer un édifice primaire compatible avec son environnement sociétal : enjeu politique et social commun aux divers régimes qui se succèdent, la neutralité idéologique d'une arithmétique « pratique » lui confère invariablement une légitimité politique ; sa légitimité culturelle est latente. Par contre, transcendant le caractère pratique, utilitaire, moral des connaissances qu'une institution d'enseignement populaire se doit de présenter de prime abord, l'arithmétique « théorique » devra, semble t-il, trouver dans les conditions internes qui assurent la viabilité de la discipline elle-même, les moyens d'assurer sa légitimité professionnelle et culturelle.

Partie C

Evolution de l'enseignement de l'arithmétique dans la formation des futurs maîtres depuis 1890 : de l'influence croisée des conditions qui modifient la conception du processus d'élémentarisation et qui tendent à aligner la culture mathématique de l'élève-maître avec la culture secondaire, à la réforme des mathématiques modernes qui consacre la disparition d'une élémentarisation emblématique de la doctrine normale.

Les objectifs que nous poursuivons, nous conduisent dans cette dernière partie à distinguer plus précisément un ensemble de conditions pesant sur la viabilité de l'arithmétique enseignée dans les écoles normales et qui ne relèvent ni du niveau politique, ni du niveau de l'institution primaire « hiérarchisée et unifiée ». Comme dans le contexte idéologique et politique qui révèle l'émergence du principe d'un enseignement pour le peuple, la sphère des « savants », des mathématiciens en l'occurrence, exerce une influence mesurée en 1905 (la dualité primaire – secondaire conservant sa légitimité officielle), fondamentale en 1969.

Par ailleurs, des contraintes inhérentes à l'institution primaire (écoles primaires élémentaires et supérieures, écoles normales) conduisent les législateurs à modifier, sinon les finalités de l'enseignement, du moins, les méthodes pédagogiques censées favoriser une élémentarisation opératoire et par conséquent la conception de la formation des maîtres ; ces contraintes en modifiant les plans d'études des futurs instituteurs définissent des besoins théorico-professionnels distincts dont procèdent des modalités de recrutement, d'évaluation liées à l'évolution d'une nouvelle conception de l'articulation théorie-pratique. Ces observations qui mettent en évidence la prépondérance du niveau de détermination du politique, ne peuvent toutefois éclairer le jeu des contraintes et conditions qui tendent à réguler la vie de l'institution normale, des savoirs et compétences qu'elle a pour mission de transmettre après 1969. Le défaut d'anticipation d'une politique éducative officielle qui promeut l'école unique et modifie de fait les finalités de l'enseignement primaire et les perspectives de la formation des maîtres, impose l'intervention d'instances non officielles : des membres mêmes de l'institution normale, des chercheurs (pédagogues et didacticiens) qui, sous couvert peu ou prou explicite d'une politique officielle, définissent eux-mêmes les besoins théorico-professionnels du futur instituteur, conçoivent les principes d'une liaison théorie-pratique opératoire au regard des contraintes conjoncturelles fixées par les instructions officielles.

Nous pouvons donc distinguer deux mouvements dans cette dernière partie : le premier coïncide avec la période où les finalités instructives et éducatives de l'enseignement primaire, fixées par les pédagogues et législateurs de la IIIème République, gardent leur pertinence culturelle ; le second est inauguré par la réforme de 1969.

1. – Evolution de l'organisation arithmétique entre 1890 et 1968.

Eludant dans un premier temps les modifications qui affectent le caractère homologique des programmes des écoles primaires supérieures et les plans d'études des écoles normales, qui instaurent un double cursus successif (culture générale, formation générale), nous nous proposons d'identifier un certain nombre de conditions et de contraintes non officielles qui peuvent éclairer la nature et les fonctions de l'arithmétique enseignée dans les écoles normales entre 1890 et 1920. Notre question est fort simple : peut-on prétendre que la réforme de l'enseignement des sciences dans l'enseignement secondaire a une incidence sur la formation théorique des futurs instituteurs, en l'occurrence en arithmétique ?

1. 1. La réforme de l'enseignement des sciences dans l'enseignement secondaire (1902) : une possible accélération du mouvement amorcé dès 1881 pour légitimer le développement d'une arithmétique algébrisée.

1. 1. A. Positivistes contre industrialistes.

Les hypothèses que nous avions émises dans la partie B de notre étude, à savoir que les plans d'études normaux avaient pour matrice les programmes de l'enseignement secondaire spécial mis en œuvre sous le ministère de Duruy, mettent donc en évidence un enseignement à forte dimension pratique et utilitaire. Cette dimension revendiquée par les « industrialistes », promoteurs de cet enseignement secondaire spécial, est au contraire récusée par les partisans de la réforme des sciences. Ainsi que le souligne B. Belhoste[116] : *« L'esprit général qui préside à la réforme de l'enseignement des sciences est résumé par le slogan des « humanités scientifiques » lancé quelques années plus tôt par Marcelin Berthelot (1891). Il s'agit d'élever l'enseignement scientifique au rang d'un enseignement de culture, adapté au caractère de l'enseignement secondaire ».* Rappelons encore que l'enseignement secondaire spécial a été absorbé en 1891 par l'enseignement secondaire, sous la dénomination d'enseignement secondaire moderne et qu'à l'instar de celui-là il promeut une culture « générale », sans visée utilitaire.

[116] Les sciences au lycée, un siècle de réformes des mathématiques et de la physique, en France et à l'étranger (1996), sous la direction de B.Belhoste, H.Gispert, N.Hulin, INRP, Vuibert, p. 11.

Comment dans ce contexte envisager des liens possibles entre enseignement primaire et un enseignement scientifique secondaire rénové ? Ces liens sont en quelque sorte préexistants : ce sont les savants qui, sans préjugés, exhibent un certain nombre de conditions qui confèrent à l'instruction primaire une pertinence dans l'esprit de la réforme.

Signalons par exemple le manifeste d'Emile Borel[117], dans sa conférence sur « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », sur l'importance du calcul numérique, de la résolution de problèmes concrets et pour la création de « vrais laboratoires de mathématiques » permettant de corréler calculs et constructions effectives.

Ainsi signale t-il (p. 432, 433) : *« Les calculs numériques sont fort peu estimés, en général, des élèves de l'enseignement secondaire ; ils sont regardés par presque tous comme une corvée aussi ennuyeuse qu'inutile. […] C'est enfoncer une porte ouverte que d'insister sur les inconvénients et les dangers de cet état d'esprit. […] je n'oublie pas que le but final de tout enseignement est de former des hommes libres, capables de juger par eux-mêmes, sans se fier à la parole du maître : nous devons donc intéresser les élèves aux calculs numériques et leur en montrer l'importance par des arguments qu'ils soient capables d'apprécier […] Il est inutile d'insister sur l'importance qu'a le choix des énoncés ; le temps n'est plus où l'on donnait des problèmes numériques avec des données au hasard, sans s'inquiéter de la réalité. On a toujours soin, lorsque les données sont concrètes, de les choisir, sinon toujours réelles, du moins possibles. D'ailleurs, les problèmes dans lesquels les données sont des nombres concrets deviennent de plus en plus nombreux. […] Mais les calculs les plus susceptibles d'intéresser les élèves sont peut-être ceux qui se rapportent à des faits concrets qui leur sont familiers ».* Il va de soi que les propos de l'auteur présentent un caractère de généralité qui justifie de la pertinence de certains des objectifs de l'enseignement primaire. C'est d'ailleurs sans équivoque, que rejetant la possible objection d'un enseignement secondaire faisant double emploi avec l'enseignement primaire supérieur, il souligne les qualités de cette dernière formation (p. 438) : *« tout d'abord, je ne ferai aucune difficulté pour reconnaître que, sur plusieurs points, l'enseignement secondaire ne pourrait que gagner de ressembler davantage à l'enseignement primaire. […] l'enseignement primaire forme d'excellents esprits, et le jour où une législation plus démocratique leur ouvrirait toutes grandes les portes de l'enseignement supérieur, ils y feraient une concurrence redoutable aux élèves de l'enseignement secondaire ».* Si les considérations d'Emile Borel mettent explicitement en évidence l'existence de conditions « primaires » qui pourraient s'implanter dans le cadre d'un

[117] E. Borel, 1904, « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », *Revue générale des sciences*, n°10, p. 431-440.

enseignement secondaire rénové, le mathématicien Poincarré, circonscrivant ses réflexions sur « Les définitions mathématiques et l'enseignement[118] » au domaine d'un enseignement mathématique générique, insiste toutefois sur l'un des principes fondateurs de l'enseignement primaire : l'intuition n'est pas le monopole d'une conception primaire de l'apprentissage. Ainsi précise t-il (paragraphe 8, p. 136) : *« Le but principal de l'enseignement mathématique est de développer certaine facultés de l'esprit et parmi elles l'intuition n'est pas la moins précieuse ; c'est par elle que le monde mathématique reste en contact avec le monde réel et quand les mathématiques pures pourraient s'en passer, il faudrait toujours y avoir recours pour combler l'abîme qui sépare le symbole de la réalité. Le praticien en aura toujours besoin et pour un géomètre pur il doit y avoir cent praticiens ».* Il n'est point anodin de souligner qu'à l'instar des « industrialistes », l'auteur caractérise un enseignement adapté à des utilisateurs des mathématiques ; la prise en compte du nombre limité de « Pascal » (la formule d'O. Gréard est encore applicable à l'ordre secondaire) auquel peut donner naissance chaque génération est bien une variable déterminante dans une conception de l'enseignement même réservé à une élite.

S'il convient donc de souligner qu'aux yeux des mathématiciens puisse se dégager une conception de l'enseignement des mathématiques découplée d'une organisation du savoir scindée en fonction de deux ordres distincts, quelles transformations induit cette nouvelle conception ? Qu'advient-il d'une arithmétique, dont la dimension pratique demeure *a priori* inaltérée, mais dont la dimension théorique peut être controversée. H. Poincarré présente les caractéristiques d'une arithmétique éclairée par cette nouvelle conception de l'enseignement (paragraphe 12 p. 141-143) : *« On n'a pas à définir le nombre entier ; en revanche, on définit d'ordinaire les opérations sur les nombres entiers ; je crois que les élèves apprennent ces définitions par cœur et qu'ils n'y attachent aucun sens. Il y a cela deux raisons : d'abord on les leur fait apprendre trop tôt, quand leur esprit n'en éprouve encore aucun besoin ; puis ces définitions ne sont pas satisfaisantes au point de vue logique ».* Si en dehors de l'addition, indéfinissable, les autres opérations peuvent être « définies », la nécessité des définitions et des propriétés ne sous-tendent pas moins le recours préliminaire à « un certain nombre d'exemples concrets ». Si les fractions, la théorie des proportions doivent conduire à des définitions, elles doivent encore permettre le recours à des images géométriques ; le levier du processus de théorisation réside dans le recours à l'intuition directe ou à des souvenirs géométriques. En effet, souligne l'auteur, p. 143 : *« On voit quel rôle jouent dans tout ceci les*

[118] H. Poincarré, (1912), « Les définitions mathématiques et l'enseignement », Science et Méthode, Paris, Ed. Ernest Flammarion, p. 123-151. (l'article concerné est publié une première fois en 1904).

images géométriques ; et ce rôle est justifié par la philosophie et l'histoire de la science. Si l'arithmétique était restée pure de tout mélange avec la géométrie, elle n'aurait connu que le nombre entier ; c'est pour s'adapter aux besoins de la géométrie qu'elle a inventé autre chose ». C'est donc un enseignement décloisonnant les domaines des mathématiques, instaurant une démarche reposant sur l'intuition et le recours aux exemples concrets que promeut l'auteur, sans pour autant sacrifier à l'exigence de définitions établies logiquement. Réhabilitant la nécessité d'associer les éléments de logique à l'art du calcul, le discours de l'auteur n'est point sans évoquer certains des principes mis en exergue par Condorcet dans son manuel élémentaire. Par ailleurs, il convient de souligner encore, si ce n'est le rôle des images géométriques, la fonction du recours aux situations concrètes, à l'intuition, spécifiques de la conception primaire de l'enseignement.

Nous pouvons donc discerner la définition d'une arithmétique scolaire se construisant dans une dialectique entre intuition concrète et géométrique et sollicitation de l'esprit de logique. L'auteur toutefois n'évoque pas précisément la composante relative aux propriétés des nombres ; son absence est peut-être révélatrice. Quoi qu'il en soit, c'est un autre promoteur de la réforme, le mathématicien C. Bourlet qui conduit le procès d'une discipline en partie, obsolescente. Dans un autre manifeste en faveur d'un enseignement mathématique réformé, sa conférence portant sur « La pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire[119] », C Bourlet présente une « plaidoirie » dont certaines des articulations peuvent être mises en parallèle avec celles des discours apologétiques des promoteurs de la réforme des maths modernes. Ce dernier terme n'est-il d'ailleurs pas le mot clé de ces deux réformes…

La légitimité de la réforme réside d'abord dans la nécessité d'harmoniser l'enseignement des mathématiques avec les besoins du progrès humain (le positivisme scientiste était-il si éloignée de l'idéologie moderniste ?) ; ainsi écrit-il, p. 374 : *« Un enseignement moderne ne saurait se contenter de cultiver les facultés de l'esprit, il doit savoir le meubler de faits, nombreux et précis »,* puis encore, p. 376 : *« Il y a un premier point, auquel je faisais allusion à l'instant, sur lequel l'accord est parfais : c'est la nécessité d'harmoniser notre enseignement avec les besoins de la vie. L'industrie, fille de la science du XIXème siècle, règne aujourd'hui en maîtresse dans le monde ; elle a transformé tous les procédés anciens, elle a absorbé en elle presque toute l'activité humaine. Le pauvre paysan qui se sert de machines agricoles et d'engrais chimiques n'échappe pas lui-même à son*

[119] C.Bourlet, (1908), « La pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire », *L'enseignement des mathématiques,* n°6, p. 257-283.

omnipotence. Notre devoir impérieux est donc de préparer les jeunes gens, dont on nous a confié l'éducation, à connaître, à pratiquer et à faire progresser les sciences expérimentales où cette industrie puise ses forces ». Gageons que les propos de l'auteur éclairent des convictions non spécifiquement liées au seul enseignement secondaire. Il en résulte donc un principe, certes imposé aux seuls professeurs de l'enseignement secondaire, mais n'est-il pas de fait un principe déjà primaire, p. 376 : *« Dans nos classes secondaires, le professeur de mathématiques, soucieux non pas d'orner les esprits de ses élèves, mais de rendre service à sa race et à l'humanité, doit résolument écarter de son enseignement tout ce qui n'aura pas une utilité plus ou moins directe dans les applications ».* En écartant la prééminence d'une science essentiellement présente sous son aspect spéculatif, l'auteur érige une notion de l'expérimental qui semble avoir deux fonctions : cette notion est à la base des mathématiques ; elle impose une restructuration des programmes qui consacre l'éviction de la composante théorique de l'arithmétique dans un curriculum ordinaire. Citons par exemple les propos de l'auteur sur la dimension expérimentale que sous-tendent les notions d'arithmétique, p. 374-375) : *« La notion expérimentale de collections d'objets distincts, de leur association, de leur répétition, de leur partage, nous a fourni celle du nombre et de ses opérations élémentaires. […] Ainsi, sur ces bases d'observation, le mathématicien, par la seule force de son raisonnement logique, a construit un édifice immense. Peu à peu, s'éloignant de plus en plus de cette origine expérimentale, il l'a perdue de vue, ou, ce qui est plus grave, il a voulu la perdre de vue ; il a essayé de la masquer sous un appareil verbal, croyant ainsi avoir dégagé sa science de tous les liens matériels qui la faisaient réelle.[…]Les grands mathématiciens de nos jours ont heureusement renoué cette tradition* (le lien à l'expérimental) *[…] En partant de la notion ordinale des nombres entiers, considérés comme des symboles déduits les uns des autres par des règles imposées à priori, il est possible de construire une Mathématique purement symbolique qui concorde formellement avec celle que nous avons tirée de l'observation. Cette concordance n'est pas fortuite, nous l'avons voulue ; mais suffit-elle pour que nous puissions légitimement affirmer que nous avons ainsi libéré notre science de l'expérience ? De quel droit identifierons-nous ces symboles ordinaux, créés arbitrairement, avec ces entités cardinales naturelles que sont les nombres entiers ?Dans quelle mesure les équations, auxquelles nous avons donné des noms de figures géométriques, représentent-elles réellement des objets matériels que l'expérience nous a permis de concevoir ? Autant de questions qui, lorsqu'on les a résolues, précisent et dénombrent les données expérimentales qui sont à la base des mathématiques ».* L'image d'une arithmétique corrélée à ses fondements liés à l'expérience, l'existence des équations, modélisations d'une certaine réalité illustrent donc une conception d'un savoir enseignable car éclairé par un nouvel esprit. Et ce nouvel esprit éclaire l'obsolescence du vieil enseignement, p. 378 : *« Les élèves apprenaient toujours que « la suite des nombres premiers est illimitée », ils avaient simplement cessé d'en connaître la raison. L'unité dans la méthode, la rigueur dans la démonstration, ces qualités essentielles et fondamentales d'un enseignement mathématique, avaient sombré dans le chaos ».* Si H. Poincarré inscrit le champ de l'arithmétique dans le domaine de la géométrie, C. Bourlet décloisonne l'arithmétique et l'algèbre, p. 379 : *« Les anciennes barrières factices que l'on avait dressées entre l'arithmétique et l'algèbre ont heureusement disparu en même temps que celles qui séparaient l'algèbre de l'analyse. Il est passé le temps où l'on prescrivait l'emploi des lettres en arithmétique et où, sous prétexte de simplicité on forçait les élèves à cette gymnastique intellectuelle terrible qui consiste à traduire en langage vulgaire tout ce qui est condensé dans une équation. Depuis vingt ans, l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre a fait dans nos écoles françaises d'admirables progrès dus uniquement aux nécessités de son adaptation aux sciences appliquées ».* Ce constat est spécifique au domaine de l'enseignement secondaire, mais les analyses qui en établissent la pertinence le sont-elles aussi ? (p. 379)

« Il n'est pas, dans le programme de nos classes secondaires, de partie plus délicate que les théories de l'arithmétique. Par un contraste étrange et déconcertant, ce sont précisément ces quatre opérations, rudiments indispensables qui constituent la base des connaissances mathématiques, ce sont les fractions ordinaires et décimales et tout leur cortège dont la théorie est ce que notre enseignement élémentaire présente de plus difficile. Pour bien en saisir les démonstrations synthétiques, il faut un esprit ayant une certaine maturité. Aussi, depuis quelque temps déjà, est-on entré résolument dans la voie rationnelle qui consiste à ne faire apprendre aux jeunes enfants que le mécanisme du calcul et à rejeter l'exposé de ces théories, après l'étude élémentaire de l'algèbre. Nous n'avons même pas encore été assez hardis dans ce triage heureux. A quoi bon fatiguer les cerveaux d'enfants de dix à treize ans par des variations sans fin sur le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple, par des propositions fort élégantes, mais parfaitement inutilisables en pratique, sur les nombres premiers et les fractions décimales périodiques ? Que nos élèves apprennent les opérations fondamentales du calcul des nombres entiers, décimaux et fractionnaires, qu'ils sachent manier imperturbablement le système métrique, et le maître trouvera dans des problèmes de pratique courante matière suffisante pour exercer leur raisonnement. A quoi cela servira-t-il à quatre-vingt-dix-neuf élèves sur cent de savoir que la décomposition en produit de facteurs premiers n'est possible que d'une seule manière ? ».

Indéniablement cette arithmétique élémentaire de l'ordre secondaire se révèle plus pragmatique que l'arithmétique primaire : notons que celle-ci préserve notamment au cours supérieur les éléments théoriques disqualifiés ci-dessus. Mais le caractère novateur de cette conception réside dans la légitimation d'un nouveau domaine de savoir, étroitement associé à l'arithmétique : une algèbre élémentaire non reconnue au niveau de l'école primaire élémentaire.

Si le « rajeunissement « du programme peut déjà s'exprimer à travers l'introduction de la notion de fonction (*« la notion de fonction est à la base de toute étude des phénomènes naturels »* p. 382), de son domaine l'analyse et de l'algèbre, parce que ces domaines ne se heurtent à aucune tradition, il ne peut se réaliser véritablement qu'au travers de l'éviction de la géométrie d'Euclide au profit d'une géométrie des transformations (p. 384) et d'une refonte de l'arithmétique, domaines bien au contraire ancrés dans un ancien qui induit une résistance. Ce sont donc des perspectives que dresse C. Bourlet, perspectives qui éclairent l'éviction d'une arithmétique spéculative au profit de l'algèbre dans un enseignement scientifique secondaire « ordinaire » et la possible préservation de ce domaine théorique au terme d'un cursus spécifiquement scientifique, p. 381 : *« Je ne désespère pas, Messieurs, de voir bientôt toutes les théories sur les diviseurs et les nombres premiers définitivement reléguées dans la dernière des classes de la section scientifique de nos écoles secondaires. Nous avons presque tous connu le temps où l'algèbre occupait cette place réduite et élevée que je voudrais voir réserver aujourd'hui au plus grand commun diviseur et au crible d'Eratosthène. »*

Que cette conception de l'enseignement scientifique secondaire puisse être à l'origine des transformations officielles du plan d'études des écoles primaires et des programmes primaires est une hypothèse que nous pourrons évoquer sur certains points. Mais ce qu'il importe de noter, c'est que le dernier auteur rédige dans ce traité de référence que constitue le Nouveau Dictionnaire de Pédagogie (publié en 1911), un article intitulé « Mathématiques ».

Le titre est déjà révélateur d'une certaine évolution puisqu'au réseau des divers domaines de cette sciences, à l'entrelacement des divers secteurs d'études et des domaines d'application présents dans la première édition du Dictionnaire, succède la désignation d'une science *a priori* réunifiée. Comment l'un des promoteurs de la réforme de 1902 transpose-t-il donc les principes à l'origine de cette réforme spécifique à l'ordre secondaire, dans un système d'enseignement primaire qui, comme nous l'avons établi dans la période antérieure (partie A), promeut des principes non sans analogie avec ceux des réformateurs et tend à renforcer la composante algébrique du domaine mathématique enseigné dans les écoles primaires supérieures et les écoles normales ?

1. 1. B. L'article Mathématiques[120] dans le Nouveau Dictionnaire de Pédagogie (désormais abrégé NDP) : l'arithmétique du futur maître entre tradition et avancée algébrique.

La préface rédigée par F. Buisson présente un ouvrage « nouveau » car « répondant à de nouveaux besoins : si hier, il avait pour objet d' « initier les instituteurs à l'esprit du nouvel enseignement », à « leur faire connaître le grand effort d'instruction et d'éducation laïque auquel ils étaient appelés à collaborer, aujourd'hui, la « transformation est terminée, la situation acquise » ; maintenant, « c'est un guide pratique et sûr, de toutes les connaissances qui leur sont utiles, pour qu'ils orientent convenablement leur enseignement, pour qu'ils connaissent bien l'œuvre à laquelle ils se sont voués et pour qu'ils aient une idée exacte de l'avancée qui attend » qu'il convient de confier aux instituteurs. L'ouvrage révèle donc l'achèvement d'un processus mais il dresse encore des perspectives :

« L'enseignement gratuit des petits enfants jusqu'à treize ans n'apparaît plus comme épuisant le tâche et la dette de la société : non moins obligatoire que l'enseignement universel de l'enfance, celui de l'adolescence va s'imposer chez nous comme ailleurs [...]. Enfin, l'instruction ne peut plus être envisagée à part en soi : il faut qu'elle se rattache, qu'elle se subordonne à une vue nette d'utilité sociale ». S'esquissent dès lors en perspective, la préparation d'un plan d'éducation nationale, l'ouverture du primaire vers le secondaire, l'ouverture de l'un et de l'autre au professionnel et au technique. L'esprit militant qui préside à l'élaboration de ce guide, guide qui n'est plus un recueil de leçons modèles, laisse supposer qu'on puisse discerner deux éclairages : le premier sur des pratiques effectives, éprouvées depuis l'instauration des lois Ferry, le second sur des principes, des possibles qui tendent à transformer le paysage de l'enseignement primaire.

L'article « Mathématiques », signé donc par un mathématicien et non par un « praticien », *a contrario* des articles relevant des mathématiques dans la première édition du dictionnaire, présente à ce propos un caractère révélateur.

Si nous nous référons à l'étude menée par T.Assude et H.Gispert[121], il semble avéré que la présence d'un « domaine unifié », celui des mathématiques, évoquant son correspondant dans l'ordre secondaire, n'efface pas pour autant les oppositions entre « théorie et pratique, utilitaire et éducatif, primaire et secondaire », révélateurs de « la complexité des enjeux et des finalités de l'enseignement des mathématiques dans l'ordre

[120] Nouveau Dictionnaire de Pédagogie, (1911), sous la direction de F. Buisson, p. 1259-1273
[121] L'école républicaine et la question des savoirs, Enquête au cœur du Dictionnaire de pédagogie de F. Buisson, (2003), CNRS Editions, sous la direction de D.Denis et P. Kahn T., p. 175-196 (Les mathématiques et le recours à la pratique)

primaire » (p. 194). Il va donc de soi que la conception de l'enseignement mathématique dans l'ordre primaire que reflète cet article, ne révèle qu'une certaine sensibilité à l'esprit d'une réforme dont les enjeux concernent officiellement l'ordre secondaire. Quelle est d'ailleurs la posture de C. Bourlet dans cet article ? Est-ce encore le promoteur d'une réforme qui a pu ou peut encore avoir des répercussions sur l'enseignement mathématique dans l'ordre primaire ? Est-ce un observateur marquant sa totale adhésion avec les moyens et les enjeux d'un enseignement primaire qui affirme sa spécificité ? Ces questions permettent en partie d'éclairer une situation paradoxale.

Les premières lignes de l'article « Mathématiques » présentent le « double but » de cet enseignement à l'école primaire (p. 1259) : « *1° faire acquérir aux élèves des notions utiles, parfois indispensables dans la vie ; 2° développer en eux les facultés de raisonnement, l'esprit de logique, d'analyse et de méthode. En d'autres termes, cet enseignement doit être à la fois éducatif et utilitaire. On a, trop souvent, le tort de croire que ces deux tendances sont contradictoires, et de n'accorder de valeur éducative qu'aux études abstraites ne donnant lieu à aucune application pratique réelle. C'est une grave erreur* ». Si l'auteur ne modifie en rien les finalités définies en 1882 dans l'article « Arithmétique », le commentaire lui est propre ; cet éclairage qui évoque l'un des ressorts de la réforme de 1902, annonce en quelque sorte la dynamique d'un texte qui « balance » entre préservation d'un corpus traditionnel, légitimé notamment par les instructions officielles de 1880 et mise en regard avec des considérations inspirées par les principes de la réforme de 1902.

Nous retrouvons donc identique à son correspondant de 1882 l'historique du calcul et de l'arithmétique, pratiquement la totalité des programmes et méthodes. De même la rubrique relative aux problèmes d'arithmétiques est la reproduction fidèle de l'article de P. Leyssenne, hormis quelques adjonctions sur lesquelles nous reviendrons. L'intégrité de ce corpus révèle d'une part, l'apparente prédominance de la finalité pratique et utilitaire de cet enseignement : les propos de Leyssenne soulignant le caractère illusoire d'une « éducation générale de l'esprit » en réalité incompatible avec l' « acquisition la plus prompte et la plus solide des éléments indispensables de chaque science » sont fidèlement repris par C. Bourlet ; d'autre part, la résistance d'une arithmétique pratique et théorique (nombres premiers, caractères de divisibilité enseignés certes, avec les mêmes limitations qu'en 1882, à partir du Cours Supérieur).

Si le domaine de l'arithmétique ne semble guère avoir subi de transformations, les deux rubriques « nouvelles », c'est-à-dire, non empruntées à la version antérieure du dictionnaire, permettent au rédacteur d'exprimer des possibles forgés à travers ses propres convictions : faut-il porter au crédit d'une absence de traditions relatives à l'enseignement de la géométrie et de l'algèbre à l'école primaire le fait que l'auteur use d'une certaine liberté pour afficher un certain nombre de principes développés pour réformer l'enseignement de ces domaines dans l'enseignement secondaire ? Ou faut-il penser qu'émerge naturellement le rapprochement des finalités éducatives de l'enseignement primaire supérieur et normal et de l'enseignement secondaire ?

Les deux rubriques que C. Bourlet consacre à ces domaines, la première portant sur l'algèbre (programmes et méthodes) et les problèmes d'algèbre, la seconde sur la géométrie et le dessin géométrique (programmes et méthodes) et les problèmes de géométrie, révèlent tout d'abord l'inscription de ces disciplines dans une culture primaire qui tend à étendre sinon les finalités, du moins le champ des savoirs strictement déterminés par les instructions officielles. Si l'introduction du premier domaine dès l'école primaire était déjà considérée comme souhaitable mais devant être déguisée, dans la première édition du dictionnaire, elle revêt désormais un caractère de nécessité, même si toujours absente des programmes officiels. C. Bourlet complète ainsi l'argument de P. Leyssenne p. 1269 : *« On oublie trop d'ailleurs que les programmes de l'enseignement primaire vont chaque jour grossissant, qu'il faut que l'enfant apprenne aujourd'hui beaucoup et vite. A-t-on le droit de le priver d'un moyen d'acquérir en peu de temps l'art si nécessaire de résoudre tous les problèmes de l'arithmétique sous prétexte que le procédé appartient à une autre science ?* (C. Bourlet d'ajouter) *Et, enfin, comme nous le disions plus haut, y a-t-il un ouvrier qui quelque jour n'ait pas occasion d'appliquer une formule ».* Comme dans sa conférence de 1908, la légitimité de ce domaine de savoir répond au besoin du progrès humain.

L'examen de la première rubrique suggère quelques observations : précédés d'une ultime recommandation à l'adresse des instituteurs qui auraient le tort d'interdire le recours à l'outil algébrique dans la résolution de problèmes complexes, les propos évoquent un enseignement implanté dans les écoles primaires supérieures et les écoles normales, apparemment normalisé. S'il en souligne le caractère de simplicité, celui-ci n'apparaît pas comme particulièrement primaire ; bien au contraire, s'écartant des limites du programme, l'auteur suggère l'introduction de la notion de fonction et l'usage des représentations graphiques. Légitimée par « son utilité incontestable » (son lien étroit avec les lois de la nature étudiées par ailleurs en physique), de la même façon que dans le discours de 1908, la notion de fonction apparaît donc comme un nouvel objet d'enseignement commun aux deux ordres d'enseignement. L'approfondissement théorique du calcul algébrique caractérise encore l'enseignement à l'école normale, p. 1270 : *« Comme il s'agit de former des maîtres,* *il ne sera pas inutile d'insister un peu plus sur le côté théorique du calcul algébrique ».* La nécessaire élévation de la culture théorique du maître apparaît donc sous la plume de C. Bourlet, comme une mission de la formation normale qui au même titre que la formation pédagogique et pratique, légitime l'existence d'un double cursus (culture générale, culture et pratique professionnelles). Extrapolant peut-être, nous pouvons penser que d'une part, s'écartant des limites officielles, C. Bourlet esquisse un programme en partie calqué sur celui de l'enseignement secondaire et que d'autre part, l'auteur affirme sa position militante pour la préservation d'une école normale fidèle à sa mission première et son rejet d'une institution de formation professionnelle (projet dans l'air du temps).

L'exigence de cette élévation de la culture mathématique du maître, du rapprochement de celle-ci avec la culture secondaire est fortement perceptible dans la teneur des propos de l'auteur, relatifs à l'enseignement de la géométrie. Elle se révèle clairement dans la rupture entre deux conceptions, celle qui non encore éclairée officiellement, est élaborée dans la première version du dictionnaire et celle qui inspirée par la réforme de 1902, trouve sa consistance sous la plume de C. Bourlet. A la géométrie élémentaire fortement liée à la pratique, au système métrique, aux mesures, à la géométrie primaire supérieure et normale, déductive mais amputée de tout développement théorique inutile, ancrée dans la tradition euclidienne, se substitue une géométrie à « visée essentiellement pratique » et à ce titre « inséparable de son application la plus immédiate le dessin géométrique ». Ce caractère *a priori* pratique, tel que le développe l'auteur, n'est pas un trait primaire. L'éviction de tout lien avec l'arpentage, le toisé, le levé de plan est déjà un premier argument, les commentaires de l'auteur, p. 1271 (*« La géométrie pure est une science à base expérimentale. […] Toute la géométrie repose sur deux notions primordiales indéfinissables : celle de figure géométrique invariable et celle de mouvement »*) en résonance avec les principes développés dans sa conférence de 1908, un manifeste plus puissant encore. La conclusion de l'auteur consacre, après avoir élargi les problèmes de géométrie élémentaire à « des constructions géométrique », après avoir catégorisé les problèmes destinés aux écoles primaires supérieures et aux écoles normales (lieux géométriques, constructions, relations métriques) l'enjeu foncièrement éducatif de cet enseignement, p. 1273 : *« Il faut avant tout que l'élève retire de tout enseignement scientifique élémentaire des qualités de méthode, d'analyse et de déduction ».* Esquissant la définition d'une discipline à proprement parler scolaire, dotée d'une finalité éducative spécifique, sollicitant des pratiques de motivations pédagogiques et pratiques, intégrant notamment une possible batterie d'exercices impliquant donc une évaluation, l'auteur révèle une conception d'un enseignement en partie prémonitoire : les programmes officiels, comme nous tenterons de l'établir un peu plus loin, ne peuvent réellement abriter une telle organisation mathématique.

Si l'article de C. Bourlet permet d'appréhender une certaine évolution dans la conception d'un enseignement primaire, ou du moins des avancées à venir, que révèlent précisément les compléments que C. Bourlet adjoint au corpus originel de 1882 ? Comment confronté à une discipline « naturalisée », peut-il démêler en celle-ci ce qu'il convient de préserver de ce qu'il est nécessaire de supprimer, parce qu'incompatible avec sa conception d'un enseignement rénové ? Comment un certain nombre de principes posés lors de sa conférence sur « la pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées » peuvent-ils s'insérer dans un discours préservant tous les principes et les positions en partie paradoxales des rédacteurs de 1882 ? En résumé, retrouvons-nous sous la plume de l'auteur, le principe d'un décloisonnement entre arithmétique et algèbre, le principe de l'éviction de l'étude des propriétés des nombres au niveau d'un enseignement élémentaire secondaire ?

Sur le premier principe, nous avons déjà évoqué l'appui inconditionnel du mathématicien pour justifier de l'usage de l'outil algébrique, dès l'enseignement primaire élémentaire, pour la résolution de problèmes ; nous pouvons encore évoquer son point de vue radical sur les dérives dangereuses de certains procédés arithmétiques (méthodes de fausse supposition, supposons-nous, pour résoudre des problèmes modélisables par un système de deux équations à deux inconnues) : *« Toutes les méthodes dites « arithmétiques » en usage pour la résolution de tels problèmes ne sont que de lamentables moyens de fortune ; et il est non seulement sans profit mais même* <u>*dangereux*</u> (souligné dans le texte) *d'habituer des enfants à employer de pareils « trucs » qu'ils oublient quelques heures après les avoir appliqués. On leur donne ainsi l'impression que la science est un amas de règles découvertes au hasard, et on leur enlève toute confiance en la puissance analytique et simplificatrice des mathématiques ».* Notons qu'il n'y a pas pour l'auteur, de perception des mathématiques différenciée selon un ordre d'enseignement : la simplicité et la puissance analytique des mathématiques définissent les caractéristiques de mathématiques unifiées. Ce commentaire apporte donc une caution scientifique au principe déjà évoqué par P. Leyssenne, en 1882. Mais qu'en est-il de la position de C. Bourlet, quant à la résistance des propriétés des nombres à partir du niveau du Cours supérieur ? Peut-il suggérer leur retrait au profit d'un enseignement d'algèbre élémentaire, tout comme il recommande l'éviction de la géométrie euclidienne ?

Il n'en est point question : les instructions officielles définissent des programmes qu'il n'est pas dans les intentions de l'auteur de remettre fondamentalement en question. Distinguer les traces des convictions propres à C. Bourlet impose donc de les identifier dans les commentaires que l'auteur a pu insérer dans les programmes et méthodes, empruntés en grande partie à la publication de 1882. Les programmes du Cours supérieur et des écoles normales présentent effectivement quelques développements par rapport à l'édition précédente. Après avoir précisé comme son prédécesseur que « ce qui distingue ce cours des précédents, c'est qu'on y enseigne un peu de théorie », C. Bourlet fait un constat (p. 1263) en résonance avec celui qu'il évoquait dans sa conférence de 1908 : *« La théorie de l'arithmétique est sans contredit la partie la plus difficile des mathématiques dites élémentaires ; elle présente un caractère plus abstrait et plus synthétique que les théories de l'algèbre et de la géométrie. [...] Il n'y a donc aucune utilité à développer outre mesure la partie théorique, qui n'est guère à la portée de jeunes cerveaux de onze à treize ans ».*

Succédant à ce bref commentaire, le programme rédigé de la main d'H. Sonnet (rédacteur de 1882) énumère les notions officielles, à savoir « nombres premiers, recherche du PGCD et du PPCM, conversion des fractions ordinaires en fractions décimales, rapports et proportions » et toutes les rubriques relatives à l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques..... ». Sous la plume du même auteur encore, la suggestion de conduire parallèlement les opérations sur les entiers et les décimaux, un accent sur les procédés du calcul mental.

Et C. Bourlet reprend la plume (p. 1263) pour insister sur les propriétés des opérations, leurs traductions en langage algébrique : c'est à nouveau sur le terrain de l'algèbre que l'auteur peut avancer ses propres arguments : *« [...] il ne faudra pas non plus craindre d'employer de temps en temps des* <u>lettres</u> (en italique) *dans le raisonnement. Cet emploi soulage beaucoup l'esprit en concrétisant le discours, et prépare l'élève à l'emploi des formules, emploi qui se généralisera en algèbre. De vieux maîtres proscrivent l'emploi des lettres dans l'étude de l'arithmétique sous le prétexte qu'user de lettres, c'est « faire de l'algèbre ». La raison est mauvaise. D'une part, ce n'est nullement l'emploi des lettres qui caractérise l'algèbre, pas même celui de l'introduction du nombre négatif, car l'arithmétique supérieure emploie et est obligée d'employer constamment des nombres négatifs : ce qui caractérise l'algèbre, c'est la notion de* <u>*variable*</u> (en italique)*; et d'autre part les domaines respectifs de l'arithmétique et de l'algèbre ne sont pas nettement délimités ; ils s'enchevêtrent sans qu'il soit possible de les séparer. Avec le développement actuel de l'industrie et des applications de la science, le plus modeste des ouvriers peut être appelé à* *appliquer une formule ; il faut donc qu'il soit accoutumé à voir une lettre représenter un nombre et inversement à savoir substituer un nombre à cette lettre ».* Ce discours apologétique qui s'écarte du cadre institutionnel met en évidence les enjeux nouveaux auxquels doit répondre l'enseignement élémentaire ; didactique (il s'agit d'éclairer cette science qu'est l'algèbre, ses rapports avec l'arithmétique) mais aussi explicitement réformiste (aux gémonies, les anciens maîtres), le texte est une plaidoirie pour établir un nouvel ordre de priorité dans les savoirs. Pourtant conformément aux instructions officielles, résistent dans le corpus les caractères de divisibilité (ils ont entre-temps glissé du cours Moyen vers le Cours supérieur : leur exposition demeure sans « aucune difficulté ») et les nombres premiers au statut toujours ambigu. C. Bourlet peut dès lors ajouter : *« En somme, l'étude des caractères de divisibilité, des nombres premiers, du plus grand commun, sont des exercices de luxe, car ce n'est que dans des cas tout à fait exceptionnel* (en italique) *que ces considérations peuvent trouver une application pratique. Il n'y a pas un homme sur cent mille qui, ayant appris ces questions à l'école, aura, dans toute sa vie, occasion de s'en servir ».* Soulignons que ces propos n'ont en aucun cas une connotation primaire : ils sont en totale résonance avec des constats évoqués dans la conférence de 1908.

C'est enfin, sans sortir du cadre institutionnel (si ce n'est peut-être en liant rapports et proportions avec leurs applications en géométrie) que l'auteur peut éclairer la pertinence du domaine consacré aux applications et notamment à la comptabilité et à sa théorie.

L'éclairage novateur que les propos de C. Bourlet peuvent porter sur l'enseignement de l'arithmétique des écoles primaires supérieures et des écoles normales, ne peut s'étendre sur le programme, puisque ceux-ci sont homologues à celui du cours supérieur. Soulignons simplement que l'auteur déplore la situation des classes préparatoires (en l'occurrence aux écoles normales) qui, assujetties à des programmes de concours, donnent « trop souvent à la théorie une place d'une importance exagérée ». Quant aux points particuliers qui peuvent traduire la conception du mathématicien sur la formation arithmétique dans les écoles normales, ils peuvent résider dans ces deux considérations (p. 1264) : *« ici,* (dans les écoles normales) *comme il s'agit de préparer de futurs maîtres les développements théoriques ne seront plus des hors-d'œuvre, tout au contraire, car il faut que le maître connaisse le fond des choses qu'il enseigne. Pour faciliter cette étude théorique, il sera excellent de faire marcher de front l'algèbre et l'arithmétique et d'y traiter par des procédés identiques les questions connexes ».* D'une part, est donc affirmé la nécessité d'une distance entre la culture primaire supérieure et la culture normale, cette dernière comprenant un environnement théorique nécessaire, d'autre part, émerge ce principe envisagé dans le cadre de l'enseignement secondaire, de l'étude d'une théorie arithmétique nourrie par les apports de l'algèbre. Notons encore que C. Bourlet conserve la totalité des commentaires de son prédécesseur, il adopte évidemment le point de vue justifiant de l'usage des notions théoriques dans la réalisation d'une des tâches essentielles des futurs maîtres : « le choix et la préparation des sujets à donner dans les cours qu'ils seront chargés de faire ».

En conclusion, si nous nous projetons un peu dans le temps, après les réformes de 1920 (écoles normales) et de 1923 (programmes des écoles primaires), nous avons quelques caractéristiques de l'organisation mathématique qui présidera alors dans la culture primaire non élémentaire : une arithmétique non plus hégémonique qui dispute à l'algèbre, aux fonctions et à leurs représentations son pouvoir dans l'activité de résolution de problème et une géométrie bien implantée, pas réellement fidèle à la conception « réformiste », ont dans les faits, désarticulé une certaine image toute structurée d'une l'arithmétique clivée en sa composante théorique et son réseau d'applications pratiques. La réticence du mathématicien à balayer un certain nombre de notions traditionnelles (les propriétés des nombres au cours supérieur) est cependant révélatrice de sa perception d'une inertie, marque de l'implantation d'une certaine culture primaire difficilement modifiable au niveau élémentaire.

Sans insister sur le caractère simplement prémonitoire que nous semble présenter une certaine composante de l'enseignement mathématique présenté ci-dessus, il convient de souligner que celui-ci, juxtaposition d'un ancien et d'un nouveau possible, peut se voir conférer une légitimité épistémologique et pédagogique. Nous pensons avoir montré que la position de C. Bourlet, parfois ambiguë, éclaire des perspectives qui peuvent être envisagées dans l'esprit de la réforme de 1902 ; mais nous ne saurions affirmer que la situation exposée par le mathématicien révèle explicitement une sensibilité au mouvement de réforme impulsé en 1902 dans l'enseignement secondaire.

L'ouvrage que nous nous proposons d'examiner ensuite, propose un éclairage, en partie, complémentaire. Publié en 1910, il est rédigé non par un mathématicien, mais par P. Leyssenne, rédacteur en 1882 de l'article « Problèmes » dans la première édition du dictionnaire. Rappelons sa prise de position pour une introduction mesurée de l'algèbre en arithmétique, mais aussi ses apparentes convictions : un enseignement mathématique circonscrit à une arithmétique unificatrice ; la finalité essentiellement utilitaire de cet enseignement. Quelle image de l'arithmétique des futurs maîtres dévoile l'ouvrage qu'il rédige en 1910 ? Cette image est-elle encore celle qu'esquissaient les auteurs du dictionnaire de leçons de 1882, à savoir H. Sonnet (programme et diviseurs), G. Bovier-Lapierre (numération) ?

1. 1. C. Le « Traité d'arithmétique théorique et pratique, à l'usage des Ecoles normales d'instituteurs et d'institutrices, de l'enseignement primaire supérieure, de l'enseignement secondaire (garçons et jeunes filles) », par P. Leyssenne, 29ème édition, Paris, Librairie A. Colin (1910).

Le titre est déjà évocateur : il met en évidence l'alignement des programmes des écoles primaires supérieures et normales, ce qui n'a rien de novateur, mais encore leur homologie avec celui de l'enseignement secondaire. Dans sa préface, l'auteur, toujours infiniment respectueux envers les instances officielles, présente ainsi son ouvrage : *« Nous conformant à l'esprit comme à la lettre des instructions ministérielles, nous nous sommes abstenus de traiter aucune question d'ordre spéculatif,* (en italique) *et nous nous sommes bornés aux théories qui donnent lieu à des applications pratiques,*(en italique) *ou qui sont nécessaires à l'enchaînement des propositions et à la rigueur des démonstrations* (en italique) *».*

Notons, situation quelque peu anecdotique ou plus encore révélatrice de la continuité des injonctions officielles et d'une certaine conception de l'enseignement, que les expressions en italique reprennent les principes des instructions officielles de 1881 relatives à l'enseignement dans les écoles normales. Quoi qu'il en soit, nonobstant encore que les instructions de 1905 distinguent officiellement les contenus de l'enseignement primaire supérieur de celui des écoles normales, nous considérerons que l'ouvrage illustre une conception assez représentative de l'arithmétique « normale » ; la personnalité de l'auteur, co-rédacteur du dictionnaire pédagogique, auteur d'un manuel mainte fois réédité, légitime notre choix. La préface révèle donc les traces d'une tradition, (insistance sur les problèmes d'arithmétique appliquée, importance du calcul mental et oral), mais aussi des empreintes novatrices : la question des approximations numériques (domaine réservée de l'enseignement secondaire), des notions d'algèbre (inscrite spécifiquement dans le domaine de l'arithmétique), un traité élémentaire de notions financières (réservé précédemment plus spécifiquement au secondaire).

L'ouvrage se décompose donc en dix livres : I Nombres entiers ; II Propriétés des nombres ; III Des fractions ordinaires à deux termes ; IV des fractions décimales et des nombres fractionnaires décimaux ; V Le système métrique ; VI Racines ; VII Rapport et proportion ; VIII Notions financières ; IX Des méthodes abrégés de calcul et des approximations numériques ; X Principes élémentaires d'algèbre et application de ces principes à la résolution de problèmes d'arithmétique. Nous pouvons identifier dans les sept premières rubriques une organisation désormais classique que ne révélaient pas explicitement les programmes du dictionnaire pédagogique. Comment se traduit donc la secondarisation du texte de savoir exposé dans ce dernier ? L 'analyse comparée de ce texte avec celui d'un traité du secondaire[122] (rédigé par Ph.André) que nous avions conduite dans la première partie de notre étude mettait déjà en évidence une forte analogie des contenus et des procédés de preuves : il y avait similitude de l'environnement technologico-théorique dressé au travers des deux exposés, et recours essentiel à un type de raisonnement « arithmétique » inductif, procédant de l'étude d'un cas particulier désigné comme générique ; le recours à des preuves de type algébrique était dans les deux cas minimal, tout comme l'usage du raisonnement par réduction à l'absurde. Nous avions établi que les divergences résidaient d'une part, dans l'usage d'une terminologie spécifique à chaque ordre (le lexique comprenant les expressions « définitions, théorèmes, corollaires, démonstrations » présent dans l'ouvrage secondaire, était absent du texte exposé dans le Dictionnaire de pédagogie), d'autre part, dans la différenciation du niveau d'exigence logique imposé dans les deux exposés (une insistance sensible sur la notion de condition nécessaire et suffisante dans l'ouvrage secondaire, la prise en compte d'une certaine évidence de bon sens dans le dictionnaire de pédagogie). Ces différences sont désormais effacées dans le traité de Leyssenne : l'auteur définit, établit et démontre des théorèmes avec la même exigence de rigueur que s'imposait Ph. André ; il réintroduit encore une théorie des nombres premiers en tous points analogue à celle de l'auteur de l'ouvrage secondaire : deux tâches, la détermination des diviseurs d'un naturel, la détermination du nombre de ses diviseurs réapparaissent.

Si nous pouvons considérer que l'environnement technologico-théorique se calque fidèlement à celui qui désormais semble caractériser un enseignement unifié (nous écartons l'enseignement en classe de mathématiques élémentaires) que révèle de novateur l'ouvrage de Leyssenne ?

Penchons-nous d'abord sur le chapitre I du premier livre « Numération » (p. 10-21). Se distinguant de son homologue dans le dictionnaire de pédagogie (rédigé par G.Bovier-Lapierrre, celui-ci se caractérisant par l'interpénétration des principes théoriques et pédagogiques), ce chapitre traditionnellement découpé en paragraphe ne déroge pas non à la présentation des « notions préliminaires » sur lesquelles nous ne ré-insisterons pas ; toutefois, concédant à la rigueur et à la logique d'un exposé qui porte préalablement sur la numération orale puis écrite des entiers, P. Leyssenne prend la peine, comme son illustre prédécesseur Condorcet, de présenter une numération orale qui cadre avec la logique de sa signification

[122] Ph. André (1898) Nouveau cours d'arithmétique, Paris, Librairie classique de F.E. ANDRE-GUEDON

(p.12). Ainsi énonce-t-il : « dix-un, dix-deux, …, deux-dix-un, deux-dix-deux.. », avant de rétablir, en remarque, le langage de la numération usuelle. Ce souci d'exposer avec une rigueur logique les principes présidant à l'énonciation et à la compréhension de la numération, explique, semble t-il, la présence d'un paragraphe nouveau « Notions sur les différents systèmes de numération ». Celui-ci, clôturant le chapitre II « Des opérations fondamentales » apparaissait dans les « Notes » de l'ouvrage de Ph. André, sous un statut non officiel (objet transfuge du programme de mathématiques élémentaires, caractérisé par ailleurs par son inutilité). Rédigé en petits caractères (relève t-il spécifiquement de l'enseignement « normal »), l'auteur annonce (§ 203, p. 82) : *« Bien que la numération décimale soit exclusivement usitée chez tous les peuples civilisés, il n'est pas hors de propos de faire connaître quelques autres systèmes de numération, qui auraient pu être adoptés, qui même l'ont été partiellement, et qui se prêtent, comme le nôtre, à toutes les opérations de calcul ».* L'auteur souligne donc l'intérêt et non le caractère peu utile de ce nouveau thème d'étude : dix paragraphes lui sont d'ailleurs consacrés. Les paragraphes 204 à 207 illustrent la convention commune qui permet de désigner les nombres dans des systèmes de numération de bases diverses : l'auteur présente ainsi les principes et les écritures qui résultent de ces principes dans les divers systèmes : binaire, octaval, duodécimal, en particulier. Les deux paragraphes suivants (208, 209) présentent respectivement la règle qui permet d'écrire dans un système quelconque, un nombre exprimé dans le système décimal (par divisions successives de ce nombre par un diviseur égal à la base) et la règle inverse (par détermination dans la base décimale des valeurs des unités de chaque ordre de la base donnée). Un tableau et une addition finale suggèrent sans l'expliciter le développement du nombre suivant la base donnée ; il convient de noter que les règles sont exhibées à partir d'exemples dans le système sexennal. Le paragraphe 210, ayant pour objet de définir la règle permettant de désigner un nombre écrit dans une base quelconque dans une autre base quelconque, suggère l'usage successif des deux règles précédentes. Le paragraphe 211 précise que : *« Telles sont les seules notions, sur les divers systèmes de numération, que nous proposons à l'étude des maîtres et des élèves auxquels nous nous adressons ».* Enfin, le paragraphe 212 propose un éclairage « culturel » sur l'origine de ces numérations : un système binaire d'usage en Chine, le système quinquennal chez les peuplades du Sénégal, enfin les traces des systèmes vigésimal, duodécimal, sexagésimal dans le système usuel. L'auteur souligne encore l'intérêt d'un système duodécimal (présence de nombreux diviseurs, utiles dans la pratique) qu'il convient peut-être de regretter au regard du système actuel. Complément à la fois culturel et théorique au corpus sur la numération décimale qui comprend par ailleurs des éléments historiques et techniques sur l'émergence des figures chiffrées (notamment chiffres arabes et chiffres romains), ce paragraphe illustre la conception d'un enseignement octroyant à la composante théorique et culturelle une fonction nouvelle : le futur maître en l'occurrence doit « connaître le fond des notions » qu'il aura charge d'enseigner, pour reprendre les termes de C.Bourlet. Il n'y a pas disjonction entre une culture désintéressée et inutile spécifique à un ordre secondaire et une culture à finalité essentiellement pratique emblématique de l'ordre primaire ; il y a nécessité commune pour les élèves d'une école « moyenne » de maîtriser le fond des notions élémentaires.

L'examen du livre II portant sur les « Propriétés des nombres » nous permet de confirmer ce constat, tout en éclairant un autre de ses aspect : maîtriser le « fond des choses », c'est notamment appréhender tous les procédés abrégés que l'exploration des techniques opératoires éclairée par les principes de la numération décimale et les propriétés des nombres permet de générer. Dans ce principe réside, nous semble t-il, la légitimité initialement « secondaire » d'un livre consacré aux méthodes abrégées de calcul. C'est en s'appuyant sur ce principe encore que l'auteur peut développer un ensemble de techniques non classiques, (absentes par exemple du manuel de Ph. André), pour abréger le nombre d'étapes dans la détermination du PGCD de deux nombres opérée à l'aide de l'algorithme d'Euclide. L'auteur propose ainsi, après avoir mis en œuvre et justifié sur un exemple générique la détermination du PGCD par les divisions successives, la « Simplification des calculs par les restes négatifs » (§ 254, p. 109, 110) : *« Si l'une des divisions donne pour reste un nombre plus grand que la moitié du diviseur, ce qui arrive fréquemment, on abrège les calculs en prenant pour diviseur de la division suivante, au lieu du reste obtenu, l'excès du diviseur sur ce reste.*

Exemple. – Soit à chercher le plus grand commun diviseur de 527 et de 187. L'application de la règle générale donnerait le tableau suivant :

	2	*1*	*4*	*2*
527	*187*	*153*	*34*	*17*
153	*34*	*17*	*0*	

Dans la première division, le reste 153 étant plus grand que la moitié du diviseur 187, on prendra pour diviseur de la seconde division la différence 187 – 153 = 34, nombre nécessairement plus petit que 153.

La théorie se prête à ce changement. En effet, de la première division on tire l'égalité :

527 = 187 x 2 + 153

que l'on peut transformer de la manière suivante :

527 = 187 x 3 – 187 + 153 ou 527 = 187 x 3 – (187 – 153) ou enfin 527 = 187 x 3 – 34

on peut répéter, presque identiquement, sur cette égalité, le raisonnement fondamental de la théorie du plus grand commun diviseur (n° 251-2°)

1° tout nombre qui divise 527 et 187, divisera 187 x 3, qui est un multiple de 187 ; et, divisant 527 et 187 x 3, il divisera leur différence 34.

2° Inversement, tout nombre qui divise 187 et 34 divisera 187 x 3, qui est un multiple de 187 ; et, divisant 187 x 3 et 34, il divisera leur différence 527.

Donc le plus grand diviseur commun de 527 et de 187 est le même que le plus grand diviseur de 187 et de 34.

D'après l'égalité (2), ce nombre 34, obtenu en retranchant le reste 153 du diviseur 187, peut être considéré comme un reste de la division de 527 par 187, mais comme un reste par défaut, un reste que nos appellerons négatif ; car c'est le nombre qui manque à 527 pour que 527 soit un multiple exact de 187, c'est-à-dire égal à trois fois 187.[…]

La conséquence, une division de moins à effectuer justifie donc le procédé : l'économie du procédé lui confère donc sa légitimité. La remarque générale (§ 256) élargit les moyens à disposition pour abréger le nombre d'étapes de l'algorithme (identification d'un reste premier, de deux restes consécutifs premiers entre eux, « suppression » d'un facteur premier contenu dans l'un des termes de la division mais pas dans l'autre, simplification préalable des deux termes en « mettant de côté » les facteurs premiers communs, qu'il conviendra alors de multiplier avec le PGCD déterminé à partir des expressions simplifiées). Ces procédés, présents dans le traité d'arithmétique de Bourdon (1836), évoqués pour les deux premiers dans le manuel de Lauvernay[123] destiné aux instituteurs (1879), caractérisent d'une part, l'importance accordée au calcul, aux procédés de calcul abrégé, et d'autre part, la nécessaire maîtrise de la technologie qui les éclairent.

Nous ne pouvons toutefois affirmer que l'ouvrage de Leyssenne puisse emprunter à l'ouvrage de Lauvernay sa conception d'un enseignement normal. Rappelons que Lauvernay n'hésite pas à proposer tant des démarches de preuves procédant de raisonnement de type purement arithmétique à l'instar de Leyssenne et André, que des preuves mettant en œuvre une modélisation algébrique et donc un raisonnement s'appuyant sur le traitement algébrique d'équations et d'inéquations.

La fonction de l'algèbre, puisque c'est la pénétration de ce nouveau domaine qui confère à ce cours une autre dimension novatrice est circonscrite à la résolution de problèmes pratiques. Il s'agit pour l'auteur, (Livre X, « Principes élémentaires d'algèbre, et application de ces principes à la résolution des problèmes d'arithmétique), de « présenter des procédés élémentaires d'une grande simplicité », permettant de faciliter la résolution des questions pratiques de l'Arithmétique et de la Géométrie usuelles ». Conformément aux principes

[123] Lauvernay, (1879) Traité d'arithmétique, Amiens, Librairie Toulmé & Leroi. (ouvrage étudié dans la partie B, Les débuts de la IIIème République.

affichés dans son article « Problèmes » (principes dont il réexplicite la pertinence) et selon une méthodologie analogue, l'auteur présente d'abord en parallèle solution arithmétique et solution algébrique pour mettre en évidence l'analogie des raisonnement, mais aussi la simplicité, la clarté qui caractérisent la seconde solution. Des problèmes illustrent ensuite au cas par cas, les diverses étapes dans le traitement des équations.

Le langage algébrique n'ouvre donc pas pour Leyssenne, le champ des tâches que pourrait engendrer le cours portant sur les propriétés des nombres. Les énoncés à visée généralisatrice, c'est-à-dire, ne portant pas sur des nombres « chiffrés », nécessitant le recours à une modélisation algébrique, n'ont pas d'habitat dans le recueil d'exercices proposés à la fin du livre sur les propriétés des nombres. En cela, l'ouvrage marque sa différence tant avec l'ouvrage de Ph. André, qu'avec celui de Lauvernay.

Les exercices, au nombre de 37, sont particuliers : il est souligné (p. 85) que la plupart a été donnée « soit à Paris, soit dans les départements, aux examens des deux brevets de capacité, avant l'application de l'arrêté du 5 janvier 1881, d'après lequel les sujets de composition sont aujourd'hui les mêmes pour toute la France et sont envoyés par le Ministère », les autres portent sur des questions ayant été « envoyées en province par l'Administration depuis cette époque, pour les différents examens et concours qui se rattachent à l'enseignement primaire ». La classification et la nature de ces exercices confirment la stabilité de l'organisation mathématique relative aux propriétés des nombres au cours de cette période ;

Il n'apparaît pas de tâches relatives aux différents systèmes de numération.

Les questions de cours (dites questions théoriques) subsistent : 13 peuvent relever de cette catégorie. Citons la démonstration des « principes » : un nombre qui en divise deux autres, divise leur somme…leur différence ; la démonstration des critères de divisibilité, de la preuve par neuf ; les définitions et les propriétés des nombres premiers, des nombres premiers entre eux ; la décomposition en produit de facteurs premiers ; la théorie du PGCD (sur un exemple)...

Les tâches relevant de l'application directe des techniques présentées dans le cours sont majoritaires : 18 peuvent ainsi être caractérisés. La détermination d'un PGCD (soit par divisions successives, soit à l'aide de la décomposition en facteurs premiers), d'un PPCM ; la décomposition d'un entier en un produit de facteurs premiers ; la détermination des diviseurs d'un nombres sont les tâches déjà emblématiques identifiées dès la mise en œuvre du nouveau régime des écoles normales en 1881.

Quelques énoncés, pour certains déjà présents dans l'ouvrage de Ph. André, ensemencent un peu ce champ peu fertile.

6. Démontrer que la différence de deux nombres composés des mêmes chiffres est divisible par 9. – En général, si deux nombres divisés par un troisième donnent des restes égaux, leur différence est divisible par ce troisième nombre.

7. Démontrer que le produit de deux nombres consécutifs est divisible par 2.

8. Donner les nombres de quatre chiffres qui sont divisibles à la fois par 2, 3, 4, 5, 6 et 7 et exposer les principes sur lesquels repose leur détermination.

31. Le sujet du brevet élémentaire – Algérie- le problème des 3 bateaux (cf manuel Lauvernay)

32. Le sujet du brevet supérieur – Orne- les rosiers dans la plate-bande (cf manuel Lauvernay)

33. La planète Jupiter a quatre satellites. Le 1er accomplit sa révolution en 42 heures ; le 2ème en 85 heures ; le 3ème en 172 heures ; le 4ème en 400 heures ; On demande dans combien de temps ces quatre satellites se retrouveront à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui. On devra dire d'ailleurs combien de révolutions chacun d'eux accomplira dans ce temps (Brevet élémentaire. – Seine) *transposé en 1983, à l'adresse des élèves-instituteurs du DEUG-instituteur.*

Le paysage esquissé n'écarte pas, si nous nous référons aux derniers exercices présentés, la possibilité d'une activité mathématique nécessitant modélisation, recours à des notions théoriques fonctionnant comme outil de résolution ; cependant, ce sont majoritairement à la mémorisation de définitions et de techniques, à l'expertise en calcul que font appel la majorité des tâches ainsi proposées. Nous pouvons donc confirmer l'hypothèse avancée à partir du seul examen de l'exposé théorique : la stabilité de l'enseignement arithmétique dans les écoles normales peut caractériser la période qui s'étend de 1881 à 1920. Nous n'évoquons pas dans ce contexte, le programme d'arithmétique, le cours et les problèmes proposés aux élèves-maîtres qui se préparent aux écoles normales supérieures d'enseignement primaire, pendant une quatrième année ; le programme pour les aspirants à l'ordre des sciences recouvre le programme des classes de mathématiques élémentaires ; le langage algébrique (instrument indispensable pour appréhender la théorie des propriétés des nombres, ainsi que le souligne Bourdon) totalement légitimé dès lors, induit l'existence d'une organisation mathématique en tous points analogue à sa correspondante secondaire.

En conclusion, il apparaît que l'élévation du niveau d'exigence en terme de culture arithmétique du futur maître peut se traduire officiellement à travers un alignement de celui-ci avec le niveau secondaire ; en réalité, nous pouvons considérer que les limites imposées par l'organisation mathématique présentée dans la première version du dictionnaire ont été repoussées un peu en delà (un peu plus de théorie en terme de vocabulaire, en terme d'expertise en calcul). Par contre, l'interpénétration de l'algèbre et de l'arithmétique théorique n'émerge pas dans les perspectives ; ce caractère n'apparaît pas pour autant à l'origine d'un réel clivage entre ordre primaire et secondaire.

Si c'est à une organisation pédagogique stabilisée et par conséquent à des organisations didactiques où ont pu s'inscrire des organisations mathématiques déjà éprouvées, que l'enseignement d'arithmétique « normal » doit sa stabilisation, il convient toutefois d'examiner comment corrélativement, a évolué, non le texte du savoir à enseigner, mais le dispositif censé assurer une articulation théorie-pratique. Comment le double cursus simultané (culture générale et pédagogique, pratique professionnelle) résiste-t-il ou se transforme t-il en fonction des nouveaux besoins exprimés par la société ?

1. 2. Des vicissitudes de l'articulation théorie-pratique : la question de l'interpénétration de l'éducation générale et de l'éducation professionnelle.

La multiplication des écoles primaires supérieures et des cours complémentaires, l'élévation du niveau de recrutement des futurs instituteurs (le brevet depuis 1888) et du niveau de formation des professeurs d'école normale recrutés en majorité dans les Ecoles Normales Supérieures de Fontenay et de Saint-Cloud engendrent un certain nombre d'effets pervers : *« Le brevet supérieur se haussait parallèlement et se modelait peu à peu sur le baccalauréat*[124] *»,* il en résulte le développement d'une culture générale, privilégié au détriment de la formation professionnelle. Par ailleurs, cette situation soulève encore la question de la légitimité du double cursus normal : le rapport Massé, du nom du député chargé de présenter ce document au nom de la Commission du budget, émet l'idée de supprimer les écoles normales, de leur substituer un institut pédagogique. L'argument est d'ordre économique et politique : *« Les études à l'Ecole Normale, si on laisse de côté le point de vue pédagogique, sont identiques à celles qui se font soit dans les écoles primaires supérieures soit dans les lycées ou les collèges. […]C'est l'enseignement supérieur qui forme les professeurs de l'enseignement secondaire : pourquoi l'Enseignement secondaire de son côté et même l'Enseignement supérieur ne formeraient-ils pas les maîtres primaires ?*[125] *».* L'évocation de la suppression d'une institution faisant double emploi et de l'abolition de la dualité primaire secondaire (du moins en ce qui concerne l'enseignement « normal ») n'est en 1904 que l'amorce des controverses qui vont ponctuer la lente évolution de l'institution.

124 M. Gontard , La question des écoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, 2ème édition, Annales du CRDP de Toulouse, p. 113.
125 Cité par M. Gontard, p. 116.

Comment les législateurs réhabilitent-ils la légitimité culturelle de l'édifice normal, comment, sur la période qui s'achève avec son éphémère disparition, assurent-ils sa compatibilité avec son environnement sociétal ?

Tout d'abord en réorientant sa mission : la « Circulaire ministérielle du 7 octobre 1905 pour l'application des décrets et arrêtés du 4 août 1905 » insiste sur le renforcement de la formation professionnelle et l'allègement nécessaire des programmes. *« La fonction essentielle de nos Ecoles normales consiste moins à préparer des brevetés qu'à former par une culture spéciale les futurs éducateurs de la démocratie ».* Il en résulte la dissociation du double cursus de formation : de simultané il devient successif. Le décret du 4 août 1905, (article 1) stipule ainsi que l'instruction générale « occupe plus spécialement les deux premières années d'études », tandis que la troisième année est affectée à l' « instruction pratique et professionnelle ». Les programmes élagués permettent que les élèves se présentent au brevet supérieur en fin de deuxième année. Ainsi, précise la circulaire, *« la troisième année, affranchie des préoccupations exclusives d'un examen toujours aléatoire, devait être entièrement consacrée, d'une part, à des études plus désintéressées et d'une portée sociale plus directe, ne comportant pas la sanction d'un examen ; d'autre part, à une connaissance plus complète et plus approfondie des procédés et méthodes pédagogiques, jointes à des exercices plus variés et plus longtemps prolongés ».* Concession à une conception d'une certaine culture humaniste éclairée par une réflexion pédagogique et philosophique, la formation est couronnée par un examen de fin d'études normales portant sur les études et les exercices professionnels de ladite année (article 3 de l'arrêté du 4 août 1905). L'examen comprend (article 4 du même arrêté) :

1° Un travail écrit sur une question de pédagogie. Le sujet à traiter est choisi par chaque élève deux mois avant l'examen sur une liste de sujets arrêtés par le Recteur […]

2° Une leçon faite aux élèves […]

3° Des interrogations sur l'organisation d'une classe, le programme des écoles, les méthodes et les procédés d'enseignement, et particulièrement sur le travail présenté par l'aspirant.

Las ! Quelques quinze années plus tard, la pertinence culturelle et professionnelle de ce nouveau modèle normal suscite à nouveau des critiques. Les « Instructions relatives à l'organisation des cours complémentaires, des écoles primaires supérieures et des écoles normales (décrets et arrêtés du 18 août 1920) » dénoncent à nouveau les travers d'un édifice primaire totalisant dans lequel les divers types d'établissement peinent à affirmer leur fonction spécifique : *« le régime des écoles primaires supérieures se ressent encore du temps* *où elles n'étaient que des excroissances de l'école élémentaire ; les écoles normales possèdent des programmes si voisins de ceux des écoles primaires supérieures qu'un visiteur distrait ne saurait pas toujours discerner à l'audition, s'il est dans l'un ou l'autre de ces deux établissements ».* L'homologie des programmes dans les divers degrés du système d'enseignement primaire, l'application abusive d'une méthode concentrique généralisée, compromettent donc ce qui devrait être : l'instauration « dans les études, depuis l'école élémentaire jusqu'à l'école normale, d'une constante progression ». Dans la troisième partie du document, consacrée aux écoles normales, le Ministre liste précisément les critiques suscitées par le régime normal de 1905 : *« une sorte de malaise règne dans ces établissements. Chaque école normale est, pour ainsi dire, coupée en deux : elle contient un établissement d'enseignement général (ce sont les deux premières années) et un établissement d'éducation professionnelle, une école de pédagogie (c'est la troisième année). Pendant deux ans, les élèves-maîtres préparent le brevet supérieur, conçu lui-même comme un examen de culture générale beaucoup plus que comme un examen de capacité pédagogique. Pendant ces deux ans, ils ne jettent pas un regard sur l'école d'application pourtant voisine. Les études ressemblent alors à celle qu'on peut faire soit dans un collège, soit dans une école primaire supérieure. […]Au contraire, en troisième année, les élèves-maîtres se préoccupent surtout de leur futur métier, on les initie à la science de l'éducation, à la législation scolaire ; ils font à l'école d'application des stages prolongés. Et, s'ils poursuivent leur éducation générale, c'est pour se livrer à des travaux bien différents de ceux auxquels ils étaient habitués les années précédentes : on leur demande un mémoire ou, comme ils le disent eux-mêmes, une « thèse » analogue au mémoire des candidats à la licence ès lettres ou au diplôme d'études supérieures. Bref, on peut reprocher à l'école normale, telle que l'a faite le régime inauguré en 1905, trop de modestie quand elle se borne à rééditer l'enseignement des écoles primaires supérieures, trop d'ambition quand elle adopte des méthodes qui ne conviennent dans les Facultés elles-mêmes qu'à des étudiants de seconde ou troisième années […] Telles sont les défectuosités qui résultent de l'espèce d'incertitude que la dualité de l'école laisse planer sur sa destination […]».* C'est donc une réactualisation du régime de 1887 que promeut le Ministre : *« La réforme de 1920 a pour but de rendre aux écoles normales le sentiment de leur rôle spécial : à aucun moment, depuis l'entrée de l'élève jusqu'à sa sortie, ses maîtres n'oublieront pas qu'il est destiné à devenir instituteur. Son éducation professionnelle doit être l'objet de tous les soins, elle doit commencer dès le premier jour de la première année. Mais pour un homme dont la mission est d'instruire les autres, l'éducation générale fait partie intégrante de l'éducation professionnelle. L'instituteur doit être un homme instruit. Il faut, à* *l'école normale, pousser plus loin qu'à l'école primaire supérieure l'enseignement littéraire et scientifique ».* Le rétablissement du double cursus simultané et l'exigence d'un niveau de culture générale plus élevé que celle de la culture primaire supérieure ne marquent pas pour autant une réelle rupture avec le régime de 1905. Comme le remarque le Ministre : *« L'évolution des écoles normales se poursuit toujours dans le même sens : comme en 1905, comme en 1886, nous voulons élever le niveau de culture des instituteurs et faire d'eux « non des brevetés mais des éducateurs ».* La pérennité de ces finalités et de la structure globale de l'institution (niveau de recrutement, temps de formation, sanctions de la formation, modèle « normal » de formation) confirme par ailleurs, les limites et la fonction d'une culture scientifique relevant d'un ordre spécifique, l'ordre primaire. Ainsi, relève le Ministre : *« Le normalien, qui doit faire ses débuts d'instituteur vers la vingtième année, n'a pas le loisir de faire ample connaissances avec les méthodes scientifiques de l'enseignement supérieur. Du moins est-il nécessaire qu'il en ait comme un avant-goût, qu'il fasse sur l'autel de la science une prélibation, afin qu'il conserve toute sa vie une fraîcheur d'esprit, une curiosité intellectuelle qui sera pour ses élèves comme pour lui-même un condition de progrès ».*

Le décret du 18 août 1920 rétablit donc l'examen du brevet supérieur au terme des études, en 3ème année (article 75), supprimant de fait l'examen de fin d'études normales au seul profit du certificat d'aptitude pédagogique. La nécessaire articulation entre la théorie et la pratique impose donc officiellement la réhabilitation d'un double cursus simultané jusqu'en 1939, réhabilitation qui écarte d'une certaine façon, au sein des écoles normales, la question d'une dualité primaire secondaire. La culture spécifique du futur maître, octroyant à l'Ecole Normale, sa légitimité officielle, doit par nécessité se démarquer de celle de l'enseignement secondaire.

Comment évolue donc officiellement cet enseignement normal, qui *a priori* se calque sur l'enseignement primaire supérieur ? Comment l'arithmétique du futur s'accorde t-elle avec l'évolution des finalités imposées officiellement ?

1. 3. Des effets produits par la méthode concentrique et des transformations qu'ils induisent.

Avant d'examiner plus précisément l'évolution des plans d'études d'arithmétique, et leur rapport avec les programmes qui leur correspondent dans les écoles primaires élémentaires et supérieures, il nous paraît pertinent de dresser un synoptique récapitulant les transformations d'un certain nombre de dispositifs officiels : niveau, programme et modalités de recrutement au concours d'admission à l'école normale, caractérisation du plan d'études

« normal » avec son correspondant des écoles primaires supérieures, modalités de l'examen du brevet supérieur.

Années	**Entrée à l'école normale**	**Caractéristiques du plan d'études**	**Epreuves du brevet supérieur**
1882 (principe de la méthode concentrique)	Certificat d'études : niveau CM (critères de divisibilité)	Homologie des programmes des E. P. S et du plan d'étude normal. Discrimination enseignement masculin/ enseignement féminin. Brevet élémentaire en fin de première année (deux épreuves écrite et orale : une question d'arithmétique et de système métrique (écrit et oral) ; la solution raisonnée d'un problème d'arithmétique appliquée aux opérations pratiques	1ère série : Problème d'arithmétique appliquée aux opérations pratiques ; (pour les aspirants, problèmes de géométrie appliquée aux opérations pratiques) 2ème série : Arithmétique avec application aux opérations pratiques ; (notions élémentaires de calcul algébrique et géométrie, arpentage et nivellement, pour les aspirants)
1888 (principe de la méthode concentrique)	Brevet élémentaire (approfondissement du cours supérieur : divisibilité et nombres premiers). Concours d'admission : 1ère série – une composition d'arithmétique comprenant outre la solution raisonnée d'un ou deux problèmes, l'explication raisonnée d'une règle (durée : 2 heures).	idem	idem
1893 (arrêté du 21 janvier 1893)		Abandon du système concentrique dans les E.P.S. Première année : tronc commun ; 2ème et 3ème années : diversification des cours.	

		Programme d'arithmétique préservé, décliné sur les trois années (éviction de la détermination du PGCD par divisions successives). Programme féminin d'arithmétique : réduction du programme masculin	
1905 le principe du système concentrique, est préservé, sauf dans les EPS.	idem	Analogie des programmes d'EPS et d'écoles normales. Programme des EN : 1ère année : arithmétique pratique et calcul mental. 2ème année : arithmétique théorique. 3ème année : la méthode des sciences mathématiques.	1ère série (aspirants) : Problème d'arithmétique ou de géométrie appliquée aux opérations pratiques et une question théorique ; (aspirantes) Problème et une question théorique d'arithmétique. 2ème série : Arithmétique avec calcul mental (algèbre et géométrie, pour les aspirants)
1910 (arrêté du 25 octobre 1910)	Modification du concours d'admission : Ecrit – la résolution de 2 problèmes d'arithmétique et explication raisonnée d'une règle ou d'un théorème d'arithmétique (durée : 3 heures) ; Oral – une interrogation sur le programme de mathématiques du concours d'entrée, parmi l'ensemble des matières étudiées). Le programme du brevet élémentaire demeure celui du cours supérieur		Idem. Le programme porte sur les deux premières années d'études à l'école normale.
1915 (Décret du 20 juillet	Identification des	Simplification du cours	

1915, arrêté du 5 août 1915, circulaire du 7 décembre 1915)	épreuves du concours avec celles du brevet élémentaire ; « simplification », relèvement de l'âge des candidats au brevet. Le concours confère le brevet. La simplification : suppression des questions théoriques à l'écrit (question de cours), mais résistance de celles-ci à l'oral.	d'arithmétique dans les EPS (éviction des développements théoriques sur la numération, de la détermination du PGCD par divisions successives – Accent sur les problèmes d'arithmétique, le calcul mental ; la 3ème année : révision en vue des examens. Ecoles normales : arithmétique théorique en 2ème année (pas de modification).	
1920 (vers l'abandon du système concentrique et l'habilitation de la méthode progressive)	Le concours d'admission porte désormais sur le programme de la section d'enseignement général des EPS. Son identité avec le brevet est confirmé ; le programme de celui porte donc sur celui de la section d'enseignement général des EPS. Les épreuves : 1ère série Solution raisonné de deux problèmes d'arithmétique, algèbre ou géométrie (1h 30) ; 2ème série – interrogation sur l'arithmétique, l'algèbre et la géométrie (1/4 h).	Création dans les EPS et CC de sections normales disposant d'un programme adapté aux épreuves du concours. L'ordre progressif est consacré dans les EPS : la réduction de la composante théorique de l'arithmétique réaffirmée, au profit notamment de l'algèbre, des fonctions et de leurs représentations graphiques.	Le brevet supérieur est repoussé en 3ème année ; il porte sur les programmes des trois années.
1920-1921 (circulaire du 30 septembre 1920 – réforme du brevet	L'âge requis pour se présenter à l'examen du brevet élémentaire est		Comportant deux séries d'épreuves écrites, orales et pratiques, le brevet

élémentaire ; arrêté du 21 février 1921 modifiant le règlement du brevet supérieur)	abaissé à 15 ans ; le nombre des épreuves est porté de 4 à 6 (les matières importantes) ; celle-ci ne portent plus sur le programme du cours supérieur mais sur celui des EPS.		supérieur porte sur un ensemble élargi de matières. La composition scientifique d'une durée globale de 4 heures, qui comprenait en 1905 une partie mathématique et une partie sur les sciences se scinde : en mathématiques, à l'écrit – composition comprenant un problème d'arithmétique ou d'algèbre (durée : 1heure) et un problème de géométrie (durée : 1h30) ; la différenciation entre enseignement masculin et enseignement féminin subsiste dans la description relative à la composition de sciences. A l'oral, deux interrogations distinctes portant respectivement sur les sciences mathématiques - programme de première année - programme de deuxième année.
1923 – Application du principe de la méthode progressive ; (Arrêté du 23 février 1923 modifiant le programme des écoles primaires élémentaires – Arrêté du 24 février 1923 modifiant le règlement du certificat d'études primaire : il comprend			

désormais deux parties – la première réservée aux candidats ayant 11 ans révolus, sur le programme de CM (deux problèmes d'arithmétique à l'écrit, calcul mental à l'oral) – la seconde réservée aux candidats ayant 12 ans révolus, sur le programme du CS (un problème d'arithmétique ou de géométrie, à l'écrit. une interrogation sur les connaissances scientifiques usuelles, à l'oral).			

Le levier de régulation du système dont vont user les législateurs à partir de 1920, à savoir, l'instauration d'une méthode progressive généralisée à l'ensemble des paliers du primaire, est un dispositif qui émerge donc dès 1893 au sein des écoles primaires supérieures. Réponse, semble –il, aux besoins exprimés par les sujets d'une institution, qui plus clairement que les autres établissements primaires, maîtrise les enjeux de sa mission, à savoir, « articuler éducation générale et développement de compétences professionnelles évaluables en théorie comme en pratique», la méthode progressive opératoire car emblématique d'une formation qui s'acquiert dans une durée programmée, conquiert donc à partir de 1923 l'ensemble du système d'enseignement primaire. Quelle incidence l'application de cette méthode, qui proscrit donc l'homologie des programmes, qui transforme encore les modalités des examens, va-t-elle avoir sur les programmes d'arithmétiques des élèves-maîtres, sur la nature et l'étendue des savoirs qu'ils recouvrent ?

Nous nous proposons donc, d'une part, d'identifier, dans les instructions officielles de 1905 et de 1920 qui définissent les enjeux spécifiques à cette discipline, des invariants et des évolutions, d'autre part, de distinguer ce qui motive dans les plans d'études la résistance de l'îlot théorique relatif aux propriétés des nombres, celles-ci disparaissant en 1923 des programmes des écoles primaires élémentaires.

1. 4. Résistance et évolution de l'arithmétique « normale » entre 1905 et 1923.

Le cadre institutionnel dans lequel s'inscrit la formation mathématique des élèves-maîtres en 1905 est réglé par un certain nombre de principes novateurs. Le Ministre dans sa circulaire du 7 octobre 1905 insiste notamment sur la réorganisation du temps de l'étude : « *Réduire les heures de leçons magistrales données aux élèves, augmenter les heures consacrées au travail et à la réflexion personnelle ; proscrire toute méthode qui ne mette en exercice les facultés actives de l'esprit, multiplier, surtout dans l'enseignement des sciences, les contacts avec la réalité ; élaguer des programmes, par un sacrifice nécessaire, les matières de surcharge qui les encombrent, pour faire place à des enseignements et des notions répondant plus exactement à la mission actuelle de nos instituteurs et de nos institutrices ».* La réorganisation et l'allègement du cadre temporel de l'étude sont donc un des premiers effets produits ; notons qu'en continuité avec les textes officiels précédent, s'il y a toujours alignement des matières relevant de l'enseignement littéraire pour les élèves-maîtres et les futures institutrices, la différenciation subsiste pour l'enseignement scientifique ; la répartition hebdomadaire de celui-ci est donc le suivant pour les futurs instituteurs (arrêté du 4 août 1905) :

1ère et 2ème année	1ère année	2ème année	3ème année	Culture générale	Education professionnelle	Professeurs
Mathématiques	3	4	Mathématiques appliquées	1		8
Physique et Chimie avec expériences	3	3	Arithmétique		1	1
Sciences naturelles	1	1	Physique et chimie appliquées	1		7
			Manipulations scientifiques		1	1
			Hygiène	1		3
			Agriculture théorique	1		1
Total de l'enseignement scientifique	7	8	Total	4	2	21

Et pour les futures institutrices :

1ère et 2ème année	1ère année	2ème année	3ème année	Culture générale	Education professionnelle	Professeurs
Mathématiques	2	2	Manipulations scientifiques			4
Physique et Chimie avec expériences	2	2	Manipulations scientifiques		1	5
Sciences Naturelles	1	1	Manipulations scientifiques			2
Total de l'enseignement scientifique	5	5	Total		1	11

Les matières autres (travaux manuels par exemple) se déclinent évidemment différemment selon le sexe de l'élève-maître ; l'économie domestique, la couture demeurent les domaines réservés des futures institutrices.

La répartition hebdomadaire des matières se présente ainsi :

Pour les instituteurs :

Première année : Arithmétique pratique et calcul mental – Algèbre (1 heure) ; Géométrie (2 heures). Le détail du programme précise pour la première rubrique :

Calcul algébrique ; nombres positifs, nombres négatifs

Opérations limitées aux applications utilisables dans les cours de l'école normale.

Equation du premier degré. – Problèmes.

Progressions arithmétiques ; progressions géométriques ;

Logarithmes. Exemples de calcul par logarithmes.

Deuxième année : Algèbre (1 heure) – Géométrie (1 heure) – Arithmétique (2 heures). Le détail des programmes précise pour la première et la dernière rubriques, cette fois distinguées :

Algèbre :

Révision du cours de 1ère année.

Equation du second degré à une inconnue. – Problèmes simples du second degré.

Intérêts composés et annuités.

Arithmétique :

Notions préliminaires ; nombres entiers. – Somme de deux ou plusieurs nombres entiers.

Numération décimale.

Opérations sur les nombres entiers : addition, soustraction, multiplication, division.

Théorèmes sur les produites et les quotients ;

Caractères de divisibilité par 2, 5 ; 4, 25 ; 9, 3 ; 11.

Notions de calcul mental ; procédés de simplification.

Plus grand commun diviseur de deux nombres par la méthode des divisions successives. – Nombres premiers entre eux.

Nombres premiers ; leur suite est illimitée. – Reconnaître si un nombre donné est premier. – Formation d'une table de nombres premiers.

Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers. La décomposition est unique.

Applications à la divisibilité. – Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple de nombres décomposés en facteurs premiers.

Notions sur la mesure des grandeurs ;

Fractions ordinaires. – Condition d'égalité ; - Simplification. – fractions irréductibles. – Réduction au même dénominateur, au plus petit dénominateur commun.

Opérations sur les fractions.

Fractions décimales ; nombres décimaux. – Notions sommaires sur les fractions périodiques ;

Racine carrée.

Système métrique. – Système C.G.S.

Rapports et proportions. – Grandeurs proportionnelles. – Règle de trois. – Intérêt simple, rentes sur l'Etat. – Notions très sommaires sur les actions et les obligations, et sur les assurances. – Escompte, échéance commune.

Partages en parties proportionnelles. – Problèmes de mélange et d'alliages.

Exercices.

Troisième année :

Les compléments d'instruction mathématique (1 heure hebdomadaire) comprennent le levé des plans et arpentage (10 leçons), la cosmographie (10 leçons) et enfin la méthode des sciences mathématiques (3 leçons). Cette dernière rubrique porte sur « la déduction mathématique : définition ; axiomes et postulats ; propositions ; exemples », « la démonstration, son mécanisme. – Exemples », des « notions sommaires sur le développement et les progrès es sciences mathématiques ». Elle apparaît comme emblématique de la nouvelle orientation culturelle que définissent les directions pédagogiques de cette dernière année, à savoir le développement d'une « certaine culture générale libre et désintéressée capable d'inspirer aux élèves le besoin de continuer à se développer intellectuellement lorsqu'ils auront quitté l'école ».

Quoi qu'il en soit, le programme d'arithmétique de seconde année reste en termes d'objets semblable à son prédécesseur. Son exploration resserrée dans le temps conduit l'élève à reproduire les mêmes tâches que dans la période antérieure. L'éviction de la tenue des livres, l'introduction d'un libellé relatif au calcul mental, aux procédés de simplification (succédant aux critères de divisibilité, cette rubrique conforte la pertinence professionnelle de ceux-ci) sont les seuls traits novateurs de ce programme d'arithmétique. L'étude simultanée en première année, d'une arithmétique pratique et du calcul algébrique (avec l'introduction nouvelle des nombres positifs et négatifs) peut rendre compte de la pertinence de l'algèbre dans l'activité de résolution de problèmes pratiques ; il va cependant de soi, que la séparation des deux domaines en 2ème année, l'absence de référence à l'outil algébrique pour étudier l'arithmétique « théorique », en croisant approches arithmétique et algébrique, apparaissent comme des conditions garantes de la résistance d'un corpus arithmétique traditionnel (une arithmétique « théorique» toute « numérique »).

Nous n'évoquerons que fort brièvement le programme réservé aux futurs institutrices : réduction de celui des instituteurs, il comprend toutefois « des notions élémentaires de calcul algébrique », en première année. La présence de ce nouvel objet révèle donc une légère avancée. Ce trait le distingue encore du programme de mathématique des écoles primaires supérieures féminines, en application lors de la même période. Le programme d'arithmétique à proprement parler comprend l'ensemble des notions évoquées dans le programme des instituteurs ; c'est son esprit qui diffère en terme de développement théorique. Citons par exemple : *« Notions sommaires sur les nombres premiers. – Décomposition en facteurs premiers (On admettra sans démonstration, que cette décomposition est unique).[…] notions simples sur les fractions périodiques (On se bornera à observer qu'on parvient à une fraction périodique quand on réduit une fraction ordinaire en fraction décimale et que l'opération ne s'arrête pas. Il est inutile de parler inversement de la fraction génératrice d'une fraction décimale périodique) ».* En contrepartie de l'absence de la géométrie et de l'algèbre, les futures institutrices reçoivent un enseignement portant sur les « notions de comptabilité ».

Les directions pédagogiques qui éclairent l'esprit des études de la 3ème année, éliminent toute référence à une formation sur les méthodes des sciences mathématiques. C'est au profit d'une culture artistique, et de l'économie domestique, que l'élève-maîtresse doit exercer sa réflexion. La réflexion sur la doctrine pédagogique (applications de la psychologie, de la morale) demeure la composante commune à l'itinéraire réflexif des élèves-maîtres des deux sexes.

Le décret du 18 août 1920 modifiant les chapitres 3, 4 et 5 du titre 1er et les chapitres 2 et 3 du titre II du décret organique du 18 janvier 1887 réorganise donc respectivement les écoles primaires supérieures et les cours complémentaires, les écoles manuelles d'apprentissage et les écoles normales, les modalités relatives aux titres de capacité. Le double cursus dans les écoles normales redevient simultané, étendu sur les trois années (Chapitre 5, article 59), les élèves sont tenus de se présenter au brevet supérieur à la fin de la dernière année (Chapitre 5, article 75), l'enseignement s'enrichit de nouvelles rubriques (article 82) ; il comprend : *1° La morale générale et la morale professionnelle ; 2° Des* *éléments de psychologie et de sociologie appliquées à l'éducation ; des notions de philosophie scientifique ; 3° La pédagogie ; 4° La langue et la littérature française ; 5° L'étude d'une langue étrangère ; 6° L'histoire ; 7° La géographie ;8° L'arithmétique et l'algèbre ; 9° La géométrie ; 10° L'arpentage et le nivellement (pour les élèves-maîtres) ; 11° Les sciences physiques et naturelles avec leurs principales applications ; l'économie domestique, l'hygiène et, pour les élèves-maîtresses, la puériculture ; 12° L'agriculture (pour les élèves-maîtres), l'horticulture ; 13° Le dessin ; 14° Le chant et la musique ; 15° La gymnastique ; 16° Les travaux manuels.* La composante réflexive et pédagogique s'enrichit donc des apports d'une nouvelle science, la sociologie, et d'une philosophie scientifique qui arrache aux mathématiques le monopole de la démarche scientifique et n'est plus réservée aux seuls élèves-maîtres : il est possible d'identifier, avec le retard qu'imposait l'inertie d'une institution somme toute compatible avec les divers établissements primaires, la probable influence de la réforme de 1902. Celle-ci peut se traduire encore dans le rapprochement apparent de l'arithmétique et de l'algèbre.

Les modalités de réorganisation des écoles normales primaires (des écoles primaires supérieures et des cours complémentaires) font plus précisément l'objet de l'arrêté du 18 août 1920. L'articulation, la continuité dans la progression que doivent présenter programmes primaires supérieurs et programme d'écoles normale, se révèle notamment à travers le nouveau dispositif régulant le concours d'admission aux écoles normales (article 86).

Le concours porte sur le programme de la section générale des écoles primaires supérieures. Il comprend deux séries d'épreuves, la première d'admissibilité, la seconde d'admission. Quatre épreuves, chacune d'une durée de 1 heure 30, définissent la première série : composition française, épreuve d'histoire ou de géographie, épreuve de mathématiques comprenant la « solution raisonnée de deux problèmes d'arithmétique, d'algèbre ou de géométrie », une épreuve portant sur les sciences physiques ou naturelles ; les épreuves d'admission, au nombre de neuf, comprennent lecture et explication d'un texte français, des interrogations sur – l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie – la morale et l'instruction civique – l'histoire ou la géographie – les sciences physiques ou naturelles, une épreuve de dessin, l'exécution d'un chant scolaire – d'exercices élémentaires de gymnastique et pour les aspirantes de travaux à l'aiguille. Les mathématiques représentent un coefficient de 2 sur un total de 10 pour la première série, un coefficient de 2 sur un total de 13 pour les aspirants, de 14 pour les aspirantes, pour la seconde série.

Le dispositif du concours traduit d'une part, une certaine perte de pouvoir des mathématiques, puisque l'évaluation porte désormais sur un grand nombre de matières, d'autre part, l'apparente disparition d'une arithmétique hégémonique. L'algèbre et la géométrie ont semble t-il, conquis une importance tout aussi grande.

La réorganisation du cadre temporel qui résulte de la réorientation de la mission des écoles normales, se traduit par une nouvelle répartition d'enseignement (réglée par année et par cours). Nous y notons un certain rapprochement des enseignements masculin et féminin. Nous mettrons en italique les informations spécifiques à l'enseignement des futures institutrices (article 96).

Matières d'enseignement	1ère année	2ème année	3ème année	
Psychologie et sociologie appliquée à l'éducation. Pédagogie. Morale. Philosophie scientifique.	2	2	2(1)	6
Langue française et littérature.	4	4	4	12
Histoire et géographie.	3	3	2 1/2	8 1/2
Langue vivante	2	2	2	6
Total de l'enseignement littéraire	11	11	10 1/2	32 1/2
Mathématiques	3	3	2 (*1*)	8 (*7*)
Sciences physiques et naturelles. Hygiène. Manipulation. *Economie domestique.*	4	4	4 (*5*)	12 *(13)*
Agriculture théorique	½ *(0)*	1/2*(0)*	1*(0)*	2 *(0)*
Total de l'enseignement scientifique	7 ½ *(7)*	7 ½ *(7)*	7 *(6)*	22 *(20)*
Dessin artistique et modelage	2	2	2	6

Dessin géométrique	1	1	1	3
Chant et musique	2	2	2	6
Gymnastique	2	2	2	6
Travaux manuels et agricoles	4 *(0)*	4*(0)*	4*(0)*	12*(0)*
Travaux ménagers (couture, raccommodage, savonnage, …horticulture)	*(4)*	*(4)*	*(4)*	*(12)*
Total	11	11	11	33
Total général	29 ½ *(29)*	29 ½ *(29)*	29 ½ *(27 ½)*	87 ½ *(85 ½).*

L'article 106 éclaire la signification de l'exposant surmontant le nombre de leçons de « pédagogie » de la troisième année : il pérennise, normalise, développe un type de modalités déjà évoquées en 1905 et auparavant : *« Pendant la dernière année, il est institué un exercice hebdomadaire de pédagogie ; il consiste soit en une leçon faite à des enfants[…], soit dans la discussion d'une question de méthode ou de discipline, soit dans la critique d'ouvrages scolaires, de devoirs écrits, soit enfin dans la lecture expliquée d'une page de pédagogie ».*

Il semble nécessaire, avant d'aborder le caractère novateur que doit revêtir l'enseignement scientifique à l'école normale, de préciser les finalités réaffirmées de l'enseignement primaire supérieur et l'esprit dans lequel doit être mis en œuvre cette formation spécifique. Nous n'examinons pas le détail des programmes de la section générale : les instructions relatives à cet enseignement et à celui des cours complémentaires est suffisamment révélateur de la distance qui doit désormais les distinguer de l'enseignement normal.

Les instructions du 30 septembre 1920 relatives à l'organisation des Cours Complémentaires, des écoles primaires supérieures et des écoles normales réaffirment ainsi la mission spécifique à chacun des établissements : les cours complémentaires sont destinés à l' élève désirant « dépasser le niveau de la culture de l'école élémentaire sans quitter sa famille ». Leur mission est de former de « bons agriculteurs, de bons artisans ruraux, de bons fonctionnaires (des instituteurs) aimant la vie rurale ». Cette dernière condition impose que « les cours d'enseignement général des C.C. recevront, entre autres élèves, des candidats à l'école normale » et que « par suite, leur programme sera presque nécessairement celui du concours d'admission à cette école, qui coïncidera désormais, défalcation faite de quelques articles, avec celui des écoles primaires supérieures ». Le parcours du programme sur deux années implique l'étude de toute l'arithmétique et de toute l'algèbre, la première année, le report de toute la géométrie la deuxième année.

La mission de l'école primaire supérieure est autre : « *elle a pour but de former les hommes qui, sous la direction de chefs sortis de l'Université et des Grandes Ecoles, constitueront les cadres de l'armée économique et de l'armée administrative. Le C.C. fait des travailleurs instruits ; l'E.P.S. tend à produire des contremaîtres, des chefs d'ateliers, des commis des diverses administrations ».* Nous ne pouvons que constater, en terme de finalités, la proximité des points de vue du Ministre (A. Honnorat) et de son illustre prédécesseur Guizot. C'est donc le caractère de l'enseignement, sous l'égide du principe de la méthode progressive, qui reflète une évolution effective.

L'enseignement général se doit de respecter un ordre progressif : *« Chaque année d'étude doit marquer pour l'enfant une étape nouvelle ».* Il en résulte un « enseignement moins compact et plus ordonné », une quantité de matières réduite, mais aussi une continuité en terme de méthode avec la précédente. Comme le souligne le rédacteur, il convient parfois de résumer « en insistant plus encore qu'on ne l'a fait […] sur le caractère *pratique* et *concret* que doit prendre l'enseignement dans nos écoles primaires supérieures ».

Les recommandations relatives à l'enseignement scientifique et plus encore aux sciences mathématiques, mettent en évidence ce caractère pratique : *« Le professeur ne devra pas perdre de vue le caractère de l'enseignement primaire supérieur, l'âge et le destin des élèves. Les exercices pratiques devront être multipliés et porter sur des données réelles et non factices : les théories seront soit entièrement évitées, soit réduites à des explications portant sur des exercices concrets. Ce qu'il convient surtout d'assurer, c'est la précision dans les connaissances acquises : assez souvent une vérification expérimentale sera substituée à une démonstration rigoureuse ; il suffira que l'élève distingue bien ce qu'il postule de ce qu'il établit à partir de raisonnements ».* Le parallèle qu'opère plus ou moins explicitement le rédacteur entre raisonnement mathématique et démarche expérimentale introduit naturellement l'émergence d'un objet spécifiquement mis en exergue lors de la réforme de 1902 : le recours aux représentations graphiques tant dans le domaine de l'arithmétique que de la physique, la notion de fonction qu'elles sous-tendent, ouvrent le champ d'activités mathématiques emblématiques des finalités de cet enseignement : *« Il importe de familiariser les élèves avec un mode de représentation très général et de plus en plus répandu de deux grandeurs qui sont « fonctions » l'une de l'autre ».* L'incidence qu'a pu avoir cette dernière recommandation sur la nature de l'enseignement mathématique, sur le reflux d'une certaine arithmétique pure de toute pénétration algébrique au profit de problèmes pratiques sollicitant résolutions algébriques et graphiques mériterait certes une analyse approfondie : nous ne ferons qu'une remarque. Il semble probable, au regard d'un examen comparé très succinct des épreuves de brevets élémentaires et des concours d'admission à l'école normale opéré dans le manuel Général (partie scolaire – supplément contenant les sujets de compositions donnés dans les concours et examens de l'enseignement primaire) en 1919 et en 1927, que l'arithmétique « toute numérique », très en vogue encore en 1919 connaît un déclin évident, concurrencée par la géométrie, et des problèmes pratiques conduisant à l'identification de grandeurs fonctions l'une de l'autre, leur représentions graphiques, voire des problèmes d'algèbre (systèmes d'équations, représentations graphiques), à partir de 1920.

En arithmétique et en algèbre, les recommandations officielles préconisent une répartition des études sur trois années, la dernière consacrée à la révision des deux premières, et un allègement important en 1ère année : *« Le cours devra être d'une extrême simplicité : il sera débarrassé, en particulier, des développements théoriques sur la numération, sur les opérations, sur la recherche du PGCD. Sans doute, il contribuera à donner aux élèves des habitudes de précision dans le langage et de rigueur dans le raisonnement, mais il doit viser surtout à assurer chez l'élève une pratique sûre et rapide du calcul et de toutes les opérations mentales ou écrites que le calcul comporte. Les problèmes d'arithmétique, dont l'influence éducative n'est pas indifférente, occuperont à l'E.P.S. une place prépondérante. Il est essentiel d'en bien choisir les énoncés. Ces problèmes se rapporteront à la vie usuelle et sociale, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture […] Les élèves seront à toute occasion exercer à la pratique du Calcul mental : on ne saurait perdre de vue que très utile dans la vie courante, le Calcul mental constitue une excellente gymnastique pour l'assouplissement de l'esprit. Dès les premiers jours, l'élève sera encouragé aux notations par lettres et initié à une modeste algèbre numérique, dont l'utilité suffisamment définie par les quelques lignes d'algèbre de 1ère et 2ème année, rejaillira sur l'étude des questions auxquelles on n'appliquait jusque là que le raisonnement de l'arithmétique. On s'élèvera en 3ème année, jusqu'à l'emploi de modes de calcul, qui bien que la théorie en soit difficile, sont d'une application de plus en plus fréquentes dans les différents métiers ».* (Sans exposition des principes théoriques !) La légitimité de cet enseignement a donc une coloration essentiellement utilitaire et pratique, conforme à sa finalité : c'est encore cette légitimité qui rend d'une certaine façon obsolescente, un certain type de raisonnement arithmétique. Notons que conformément à ces recommandations, le programme de géométrie ne subissant pas de profondes modifications, l'algèbre, les fonctions et leurs représentations graphiques s'emparent désormais du champ jadis occupé par une arithmétique théorique.

Quelles perspectives nouvelles éclairent les recommandations relatives à l'enseignement mathématique spécifique aux écoles normales ?

« Les programmes de mathématiques continuent, étendent quelque peu en surface, complètent surtout en profondeur, par l'emploi qu'ils impliquent d'une méthode plus sévère, ceux des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures. […] Le moment est venu de considérer d'un peu haut ces problèmes variés, de voir nettement l'extrême simplicité des méthodes d'investigation à laquelle s'oppose la variété si multiple des applications. En réalité, ces problèmes si différents d'aspect, se ramènent à trois, selon qu'ils conduisent à une relation algébrique du premier degré, ou à un système du premier degré, ou à une relation du second degré ». Bien que « toujours rattachés à la rubrique « arithmétique » ou « calcul », les problèmes réunifiés sous l'égide du calcul algébrique définissent un « tout structuré » mettant en réseau l'ensemble des domaines scientifiques et d'applications pratiques.

« Mais l'enseignement des mathématiques doit assurer d'autres profits : son objet principal est d'exercer, de fortifier la faculté de raisonnement. A l'école normale, le professeur veillera avant tout à ce que les élèves comprennent parfaitement les démonstrations. Tout en évitant les cours dictés (les livres qu'il peut choisir, en toute liberté, fourniront après la classe tous les compléments nécessaires), qu'il mette en relief les points essentiels, qu'il expose avec soin les parties délicates, dans une recherche constante d'ordre, d'enchaînement, de rigueur. Le souci de la rigueur dans l'établissement des vérités mathématiques ne prendra point pourtant un caractère tyrannique et exclusif. Le maître peut juger trop délicate, trop ardue, une démonstration particulière qui se présente dans le développement du cours : qu'il la supprime si son opinion est fondée sur de bonnes raisons. L'important est de bien distinguer ce qui est formellement établi et ce qui est simplement admis. Cette condition réalisée, les études poursuivies donneront à l'esprit la solide discipline qui est l'honneur des mathématiques ». Discipline « incomparable » de l'esprit, c'est dans leur rapport aux vérités mathématiques et dans la rigueur que ce rapport impose, que doit se constituer le tout- structuré savoir mathématique « normal ». Mais cette exigence de rigueur n'est qu'en partie prescrite par le législateur : c'est au professeur d'école normale, qu'appartient la liberté d'en fixer le niveau. Concession à la légitimité pré-établie d'une certaine culture mathématique « primaire » définie par les acteurs de l'institution normale, c'est bien aux professeurs que revient la mission de définir la dimension théorique de l'enseignement mathématique.

Distinguant les directives pédagogiques relatives à l'arithmétique et à l'algèbre, le rédacteur s'appuie évidemment sur la progression constante qui doit régler l'enseignement mathématiques des écoles primaires supérieures jusqu'aux écoles normales. Les programmes des premières, désormais débarrassés de toute la théorie relative à l'arithmétique, imposent la répartition de cette théorie entre les deux premières années d'école normale : le temps de l'arithmétique théorique, circonscrit à la seconde année en 1905, est donc révolu. Comme le souligne le rédacteur : *« L'esprit plus mûr des jeunes gens leur permettra de les comprendre ».* Bien que l'auteur insiste fortement sur la continuation des exercices pratiques, ceux-ci devant occuper « au moins autant de temps que l'exposé des questions théoriques », la pertinence de cette arithmétique théorique peut soulever question : son éviction du programmes des écoles primaires supérieures (des programmes du Cours supérieur en 1923) est le révélateur de sa disqualification en terme de savoir « utile», sa légitimité dans le programme des écoles normales n'est pourtant pas désavouée. Si elle conserve une légitimité ancienne liée aux tâches professionnelles qu'elle sous-tend (liées à l'effectuation de calculs mentaux et écrits), à cette légitimité ancienne semble s'adjoindre une composante nouvelle : il existe un domaine de savoir nécessitant des facultés de compréhension et de raisonnement désormais spécifiques aux futurs maîtres, un domaine de savoir n'ayant plus de « correspondant » dans le système d'enseignement primaire élémentaire ou supérieur.

Le programme d'algèbre, quant à lui ne subit pas de profondes modifications, il occupe une heure hebdomadaire, chacune des deux premières années : *« On a seulement précisé certains points et insisté tout particulièrement sur l'usage des graphiques. Les matières ont été, en outre, ordonnées de telle sorte que les redites fussent évitées ».*

En géométrie, les révisions de 2nde année sont supprimées : la géométrie plane occupe la 1ère année, tandis que la géométrie dans l'espace, occupe la 2nde. La Cosmographie, déjà évoquée en 1905, est introduite en 3ème année. Conférant à cette dernière année, un caractère différent des deux précédentes, elle est à lier avec la philosophie des sciences. Novateur, un enseignement portant sur la géométrie descriptive, la trigonométrie et leurs applications adaptable aux diverses régions, élargit les perspectives d'un enseignement scientifique « pour servir aux diverses applications pratiques », spécifiques d'une région.

Notons enfin, le souci du ministre de tendre à confondre les plans d'études scientifiques masculin et féminin. Pour ces dernières, l'enseignement scientifique était « réduit jusqu'à présent à la portion congrue » : *« N'ont-elles pas besoin d'une culture scientifique égale à celle de leurs collègues masculins ? ».* Les programmes des deux premières années sont donc identiques ; en troisième année, la cosmographie est commune, mais à la géométrie descriptive, trigonométrie, arpentage et levé des plans, domaines propres aux futurs instituteurs, se substitue l'économie domestique, adjointe aux sciences naturelles (hygiène, puériculture). Le rédacteur précise encore : *« Les seules différences qui subsistent entre les programmes d'enseignement scientifique des deux catégories d'écoles tiennent à la différence qui existe entre la fonction sociale de l'instituteur et celle de l'institutrice : l'un sera plus souvent que l'autre le géomètre de sa commune et l'institutrice donnera plus souvent que l'instituteur ses conseils et ses soins aux futures mères de famille ».* La démarcation qui subsiste entre les deux enseignements scientifiques trouve donc son origine au niveau des déterminations sociales : elle révèle les limites d'une culture scientifique à visée utilitaire, définies par des pratiques sociales prédéterminées.

Avant d'aborder plus précisément les programmes de mathématiques, un éclairage succinct sur l'enseignement, en 3ème année, des principes généraux de la science et de la morale (la liaison des deux n'est pas anodine) confirme, tout en l'élargissant, l'orientation d'une formation positiviste amorcée en 1905. Cet enseignement qui occupe une leçon hebdomadaire, comprend :

I. Les sciences.

Objets et difficultés de la recherche scientifique – Ses méthodes – Méthode des sciences mathématiques. La déduction - Méthode des sciences physiques. L'expérimentation et l'induction. L'hypothèse. – Méthode des sciences naturelles. L'observation. La classification. L'expérimentation en biologie. – Méthode des sciences morales. Critique des documents et des témoignages. – Les résultats généraux. – Les lois de la nature – Les grandes hypothèses sur la constitution de la matière, sur l'explication de la vie, sur l'évolution des êtres, sur l'histoire de l'univers. – Place de l'homme dans le monde. – Valeur de la science. Ses limites. – La raison et la science

II. La morale […]

La culture humaniste du futur maître, désintéressée (en partie, son rapport à la morale la réinscrit dans une dimension éducative) se dégage sensiblement d'une philosophie des sciences privilégiant les mathématiques. Devons-nous en déduire le déclin d'une discipline dont il faut remarquer que la méthode caractéristique de la science nourricière se résume en « la déduction » ? Ne sont-ce pas les méthodes spécifiques aux autres sciences qui, plus naturellement sont abordées dans les études primaires ? Dans quelle mesure l'arithmétique élémentaire, qu'elle relève d'ailleurs de l'ordre primaire ou secondaire, inductive par nature peut-elle nourrir une réflexion sur les principes généraux de la science ? Nous ne saurions répondre sans solliciter la conception d'une théorie sur les propriétés des nombres apparentée à celle de Bourdon. Il nous faut donc appréhender, en delà d'un sommaire descriptif des programmes, la nature des savoirs que les professeurs, au travers des manuels, exposeront aux futurs instituteurs.

Le programme de mathématiques se présente ainsi :

1ère année :

Arithmétique (1 heure par semaine).

Nombres entiers. Numération décimale. Idée d'une numération à base différente.

Théorèmes sur les sommes, les différences, les produits.

Définition, théorie et règle de la division des entiers à 1 près.

Critères de divisibilité par 10 ; 2, 5 ; 9 et 3 ; 11 ; par 100, 4, 25 ;

Nombres premiers ; leur suite est illimitée. Formation d'une table de nombres premiers. Reconnaître si un nombre donné est premier.

Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers. La décomposition est unique.

Applications. Diviseurs communs et plus grand diviseur commun ; multiples communs et plus petit commun multiples de deux nombres décomposés en facteurs premiers.

Plus grand commun diviseur par la méthode des divisions successives. Nombres premiers entre eux.

Algèbre (1 heure par semaine).

Nombres positifs et nombres négatifs. Calcul algébrique (opérations strictement limitées aux applications utilisables dans les cours de l'école normale).

Equation du 1er degré : a x = b. Discussion. Problèmes.

Etude de la fonction y = a x et de la fonction y = a x + b. signe. Variation. Représentation graphique. Problèmes.

Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues. Discussion. Problèmes. Représentation graphique de chacune des équations.

Géométrie (1 heure par semaine) […]

2ème année.

Arithmétique (1 heure par semaine)

Fractions ordinaires. – fractions irréductibles. Réduction de deux fractions au même dénominateur, au plus petit dénominateur commun.

Opérations sur les fractions ;

Produit de facteurs ; Puissances.

Opérations sur les nombres décimaux.

Quotient à 1/10 près des nombres entiers et des nombres décimaux.

Fractions décimales ;

Conversion d'une fraction ordinaire en fractions décimales. Notions sommaires sur les fractions périodiques ;

Racine carrée à 1/10 près de nombres entiers, de fractions décimales, de fractions ordinaires.

Rapport de deux nombres. Proportions.

Rapport de deux grandeurs de même espèce. Notion sur la mesure des grandeurs. Système M.T.S.

Notions sommaires sur les actions, les obligations, les rentes sur l'Etat, la caisse d'épargne, les assurances, les chèques.

Algèbre (1 heure par semaine).

Equation du second degré à une inconnue ; Somme et produit des racines.

Etude de la fonction $y = x^2$ et de la fonction $y = a\,x^2 + b\,x + c$.

Représentation graphique. Variation de la fonction. Recherche du maximum ;

Progression arithmétique ; progressions géométriques. Usage des logarithmes.

Intérêts composés et annuités ;

Géométrie (1 heure par semaine) […]

Si ce n'est en termes de réorganisation temporelle, et d'accent sur les représentations graphiques et la notion de fonction, ces programmes ne se distinguent pas de ceux de 1905. Le souci d'une certaine progressivité peut encore avoir inverser l'ordre traditionnel des deux méthodes de détermination du PGCD de deux nombres : l'algorithme d'Euclide est second ; mais le programme classique est et demeure.

Pas plus qu'en 1905, la simplicité et la clarté du langage algébrique ne semblent devoir disputer au raisonnement purement arithmétique une fonction dans l'exposition d'une arithmétique théorique.

Qu'importent les directives officielles (n'ouvrent-elles pas des possibles), les auteurs de manuels franchissent le pas.

Nous ne pouvons prétendre que l'ouvrage étudié ci-dessous puisse traduire la transposition généralisée d'un programme nourri par des pratiques homogènes. Toutefois, rédigé par un ancien élève de l'école normale supérieure primaire de Saint-Cloud, ancien professeur d'école normale, professeur agrégé au lycée d'Orléans, l'ouvrage peut révéler un certain nombre de caractères significatifs d'une évolution générale.

Quelles évolutions, en termes de savoirs et en termes de tâches peut suggérer l'ouvrage intitulé « Arithmétique, d'après les programmes de 1920, par M. Faucheux, Ecoles normales – Brevet Supérieur, Paris, Delagrave, 1937 » ?

Respectant le découpage temporel proposé dans les programmes (les extraits de ceux-ci président en première page), l'ouvrage comprend 15 chapitres. Quatre d'entre eux sont consacrés aux objets que nous étudions plus spécifiquement, à savoir : Numération (chapitre 1), Divisibilité (chapitre 5), Plus grand commun diviseur. Plus petit commun multiple (chapitre 6), Nombres premiers (chapitre 7). Chaque chapitre est divisé traditionnellement en paragraphes numérotés.

Le premier chapitre (p. 5-14), débarrassé des « notions préliminaires » classiques, introduit la notion de nombre en plaçant le lecteur en face d'une situation de dénombrement de billes. Le nombre, sans référence au nombre concret ou abstraite (la nature de la bille n'importe pas, pas plus que l'ordre du comptage), l'unité, émergent sans autre recours que la description d'une pratique usuelle (§ 1). Sommaire, le paragraphe 2 présente simultanément les nombres de un à neuf, leur écriture chiffrée ; 0 indique l'absence d'unité. Le paragraphe suivant introduit la question à l'origine de la suite : la liste des nombres étant illimitée, comment résoudre la double difficulté de pouvoir pourtant tous les nommer et les représenter ? C'est en recourant à un compteur, des cadrans gradués de 0 à 9, que l'auteur propose un dispositif « pratique » pour présenter en résumé (§ 6) les principes de la numération décimale. La numération parlée (avec une brève remarque sur les irrégularités de la langue), le tableau de numération, puis la comparaison des nombres clôturent un premier domaine circonscrit à un usage primaire. L'insistance de l'auteur sur l'usage des compteurs marque la prédominance d'une numération envisagée dans sa dimension ordinale. Les paragraphes 13 à 17 portent sur les « notions sur les différents systèmes de numération ». Si ce n'est l'insistance particulière de l'auteur à user de cadrans pour mettre en évidence l'algorithme de la numération, l'exposé du cours sur les changements de base ne diffère guère de celui de Leyssenne. Toutefois, en *nota* émerge un trait différentiateur : l'auteur propose de mettre en parallèle la notion de polynôme (plus précisément la valeur numérique de ce polynôme pour une valeur correspondante à la base) et le développement suivant cette base d'un nombre désigné dans cette base. Moins disert que Leyssenne sur l'histoire des numérations, l'auteur évoque enfin la numération romaine.

Ce sont les exercices, en fin de chapitre (p. 11-14), qui révèlent plus clairement la distance entre les exigences théoriques de Leyssenne en 1910, et celles qui peuvent caractériser la formation après 1923, d'après Faucheux.

Si certains de ceux-ci peuvent apparaître comme classiques (nombre de caractères pour paginer un ouvrage qui contient n pages – nombre d'occurrences d'un chiffre quand on écrit la suite des nombres de m à n – identification du pième chiffre quand on écrit la suite des nombres naturels), parce qu'ils requièrent en particulier la division euclidienne dans les entiers, parce qu'ils ne portent que sur des nombres « chiffrés », de nouvelles catégories de tâches sont introduites.

Des tâches liées aux changements de bases (15 sur 28 exercices) sont désormais présentes.

Une première catégorie peut comporter des exercices du type application du cours :

14. Le nombre 2743 étant écrit dans le système à base dix, l'écrire dans le système à base sept.

Une seconde catégorie comprend des situations qui tendent à problématiser la notion de base :

18. Avec des jetons pesant respectivement 1, 2, 4, 8, 16 grammes, réaliser toutes les masses de 1 gramme à 31 grammes. Généraliser. Montrer que l'usage du système à base deux permet de résoudre simplement la question.

Enfin, une dernière catégorie sollicite explicitement la notion de polynôme.

22. Un nombre s'écrit 174 dans le système décimal. Quelle est la base du système dans lequel il s'écrit 2564 ?

Notons toutefois, qu'aucun sujet de brevet supérieur ne réside dans ce recueil d'exercices.

Le chapitre 5, consacré à la divisibilité (p. 53-65), présente une organisation en rupture avec celle des traités jusqu'alors en usage dans les écoles normales. Ce sont d'une part, les propriétés des restes qui constituent l' « épine dorsale » du chapitre, d'autre part, c'est à travers un recours constant au langage algébrique, au traitement du même ordre, que sont présentés, puis démontrés théorèmes et propriétés.

Relevons par exemple, l'exposé relatif au « Théorème fondamental ».

83. Si deux nombres a et b donnent le même reste r quand on les divise par d, on peut écrire les relations

$a = d\,q + r$

$b = d\,q' + r$ avec $r < d$

Retranchons membre à membre les deux égalités

$a - b = d\,(q - q')$.

Si deux nombres donnent même reste par d, ils différent d'un multiple de d.

84. Réciproque. *Deux nombres différents d'un multiple de d ; comparer leur reste par d.*

Les nombres donnés peuvent s'écrire a et $a \pm md$.

Soit r le reste de a par d.

$a = d\,q + r \quad r < d$.

De ces relations, on tire :

$a \pm md = d(\,q \pm md) + \ r \quad r < d$,

ce qui montre que la division de $a \pm md$ par d donne aussi pour reste r.

Si deux nombres diffèrent d'un multiple de d, ils donnent le même reste par d.

Résumé. Pour que deux nombres donnent le même reste par d, il faut et il suffit qu'ils différent d'un multiple de d.

[Le 1er théorème indique que la condition est suffisante ; le 2ème qu'elle est nécessaire]

Caractéristique d'un exposé qui allie à la concision du langage algébrique la rigueur de la démonstration, le théorème est suivi d'un exemple concret, d'un exercice (On divise deux nombres par leur différence. Que peut-on dire des restes ? des quotients ?). Ses applications (variations sur le thème « énoncés en langage arithmétique et traductions algébriques), ses conséquences (propriétés de la somme des restes, des produits des restes, de la puissance d'un reste, généralisation à une combinaison quelconque de ces diverses opérations) sont énoncées dans le contexte général que permet l'usage du seul langage algébrique. Les caractères de divisibilité suivent ensuite, simples applications du théorème fondamental, ainsi :

88. Divisibilité par 2. Tout nombre entier N peut être mis sous la forme N = 10d + u ; u étant le chiffre des unités ; 10d, nombre exact de dizaines est divisible par 2 ; donc N et u donnent même reste si on les divise par 2.

Règles. 1° Le reste de la division d'un nombre par 2 est le même que le reste par 2 du chiffre des unités. 2° Pour qu'un nombre soit pair (divisible par 2) il faut et il suffit qu'il soit terminé par l'un des chiffres 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8.

La divisibilité par 9 et par 11 met en évidence la résistance d'un raisonnement plus classique : la « constatation » et le recours à l'exemple générique. Ainsi :

94. Divisibilité par 11.

Constatation : 100 donne pour reste 1

Application : 100^n donne pour reste 1.

Ceci étant soit le nombre N = 835472.

Décomposons-le en tranche de deux chiffres à partir de la droite […]

Par suite N donne même reste que

N = 72 + 54 + 83 qui peut s'écrire n = (2 + 4 + 3) + (7 + 5 + 8) x 10 ou encore

n = I + 10P en désignant par I la somme des chiffres de rang impair à partir de la droite, par P celle des chiffres de rang pair […]

Les autres formes du résultat n = I – P (si I > P) ; n = I' – P (avec I inférieur à p, I' représentant la somme de I et d'un multiple de 11tel que I' > P) permettent d'établir l'énoncé classique du critère de divisibilité. Le recours second ici au langage algébrique permet de généraliser plus brièvement qu'en exprimant en langage naturel la validité de la propriété pour tout entier.

Les deux paragraphes qui suivent confèrent encore au manuel ses attribut spécifiques : la sollicitation d'une réflexion théorique plus élevé, d'une capacité à généraliser, la liaison avec l'enseignement primaire.

Le paragraphe 96 porte sur les caractères de divisibilité dans les différents systèmes de numération. La base étant désigné, b, sont ainsi énoncés, accompagnés d'éléments de preuve et mis en parallèle avec ceux relatifs à la numération décimale, les critères de divisibilité par b^n, par les diviseurs de b, par b^2, par b – 1, par b + 1. Le paragraphe 97 évoquent les limites de leur existence dans les classes primaires : ils doivent être rattachés à des groupements d'objets ; la divisibilité par 2 relève du cours élémentaire, la divisibilité par 9 du cours supérieur.

Le chapitre s'achève sur les preuves par 9 des opérations ; celles-ci sont justifiées avec la même exigence de rigueur « généralisatrice », en langage algébrique.

Les 33 exercices proposés en fin de chapitre (du n° 135 au n° 168) confirment l'extension du champ des tâches qu'induit l'usage des modélisations algébriques. L'environnement technologico-théorique « arithmétique » n'est pas à proprement parler distinct de celui des traités antérieurs, si ce n'est l'accent sur les propriétés des restes, la généralisation aux différents système de numération, c'est l'outil algébrique qui transforme les tâches et les techniques.

Un sujet du moins conserve un caractère traditionnel :

142. 1° combien peut-on former de nombres différents avec les trois chiffres 7 ; 5 ; 3 (dans chacun de ses nombres doit figurer chacun des trois chiffres, chacun une seule fois et aucun autre). 2° Montrer que la somme de tous les nombres obtenus est divisible par les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 111. 3° Montrer que la différence de deux nombres quelconques d'entre eux est divisible par 9. (Brevet supérieur, Clermont, 1932)

Certains encore, applications directes du cours, ne nécessitent aucun recours à l'algèbre.

160. Dans le nombre 7.4.82, les deux points représentent des chiffres manquants. Déterminer ces deux chiffres sachant que la division du nombre par 9 donne pour reste 5 (donner toutes les solutions). Même question si le nombre donné est un multiple de 3 augmenté de 1.

Certains de même, supposent un recours à l'induction; ils mettent en jeu la notion de congruences.

145. Reste de la division par 3 des nombres suivants : 27^{32} ; 23^{45} ; 25^{12} ; 20^{14}.

Mais la plupart requiert le recours à une modélisation algébrique permettant de généraliser.

137. Le carré de tout nombre impair est un multiple de 8 augmenté de 1. (Prendre le nombre donné sous la forme 2k + 1)

Application. Si trois nombres a, b, c vérifient la relation $a^2 = b^2 + c^2$, l'un au moins des nombres b et c est pair (démonstration par l'absurde : en supposant le contraire de la conclusion, on obtiendra un résultat incompatible avec l'hypothèse).

139. Montrer que le produit ab(a + b) (a – b) est divisible par 3 quels que soient a et b.

162. Un nombre est composé de trois chiffres. Le carré du chiffre des dizaines est égal au produit des chiffres extrêmes, augmenté de 4. La différence entre le double du chiffre des dizaines et celui des unités est égale au chiffre des centaines, et quand on écrit les chiffres de ce nombre dans un ordre inverse, on obtient un 2ème nombre qui retranché du 1er donne pour reste 390 augmenté du chiffre des dizaines commun à ces deux nombres. Trouver ce nombre. (Brevet supérieur, Nancy, 1927) Ne s'agit-il en réalité d'un problème d'algèbre, dissimulé dans un habillage arithmétique ? Par contre…

164. Un nombre entier est représenté dans la numération décimale avec 4 chiffres ; l'entier formé par les trois derniers chiffres de droite est divisible par 7 ; il en est de même de l'entier formé par les trois premiers

chiffres de gauche. Démontrer que, dans ces conditions, la somme du dernier chiffre de droite et du premier chiffre de gauche est divisible par 7. (Saint-Cloud, partiel).

Et encore :

168. 1° Rechercher les multiples de 9 qui s 'écrivent avec quatre chiffres différents dont les valeurs sont en progression arithmétique. 2° Montrer qu'avec 4 chiffres donnés en progression arithmétique, on peut former 8 multiples de 11 différents, et en utilisant les résultats de l'exercice 166, on montrera qu'on ne peut en former plus de 8.

166. On donne un nombre N multiple de 11. Montrer que si on intervertit deux chiffres de valeurs différentes, l'un de rang impair, l'autre de rang pair, le nombre N' ainsi formé n'est pas un multiple de 11.

Ces quelques exercices introduisent un ensemble de tâches démultipliées inférant la mise en réseau de notions (numération, progression) que ne pouvait faire vivre une arithmétique toute numérique. Cette arithmétique théorique algébrisée introduit par ailleurs, en dehors de l'induction, un raisonnement de type déductif, la réhabilitation du raisonnement par l'absurde.

Nous ne nous étendrons pas sur le chapitre relatif aux PGCD et PPCM (p. 65-82). L'auteur ne semble pas respecter le découpage du programme : l'algorithme d'Euclide est le premier introduit. En dehors du fait que c'est en langage algébrique et avec le souci constant d'établir des conditions « nécessaires et suffisantes », le chapitre comprend les rubriques suivantes, en grande partie traditionnelles : règle de détermination, propriétés du PGCD, nombres premiers entre eux, théorème fondamental « Si un nombre divise un produit et s'il est premier avec l'un des facteurs, il divise l'autre », nombre premier avec un produit, produits premiers entre eux, multiples communs à deux nombres, PPCM, relation entre produit de deux nombres, leurs PGCD et PPCM, applications à certains caractères de divisibilité (nombre, produit de deux nombres premiers entre eux). Ce qui caractérise l'esprit de ce chapitre, c'est le parti pris de l'auteur de situer sa démarche dans un cadre explicitement hypothético-déductif ; citons par exemple la démonstration du théorème fondamental (p. 71)

Hypothèses : n premier avec a ; n divise ab. Conclusion : n divise b.

Démonstration. N et a ont pour pgcd1 ; nb et ab ont pour pgcd b (n° 107 « *Si on multiplie deux nombres par un troisième, le pgcd des produits est égal au produit par ce troisième, du pgcd des nombres donnés*). Or n divise son multiple nb ; il divise ab par hypothèse ; donc il divise leur pgcd, soit b.

Les 61 exercices qui clôturent le chapitre (du n° 169 au n° 230) suscitent déjà une première remarque : 11 d'entre eux sont des sujets de brevet supérieur.

Conformément aux observations faites pour le chapitre précédent, une première catégorie fort peu représentée porte sur des applications numériques du cours (détermination du PGCD de deux nombres, par la méthode des divisions successives n° 169), fidèles aux tâches « traditionnelles ». Elles sollicitent maîtrise et compréhension d'une technique.

170. Recherche du pgcd de deux nombres. Application : le pgcd de deux nombres est 92 ; les quotients des divisions successives sont 2 ; 1 ; 1 et 2, la dernière division ayant un reste nul. Quels sont ces deux nombres ?

Une catégorie d'exercices présente en partie dans les manuels de la période précédente, induisent démonstration et généralisation, mais sans recours nécessaire à une modélisation algébrique.

181. Le produit de 3 nombres entiers consécutifs est divisible par 6.

182. Le produit de 5 nombres consécutifs est divisible par 120.

Quelques problèmes classiques convoquant une modélisation purement arithmétique résistent aussi :

217. Sur le bord d'une route on a planté, d'un côté des arbres tous les 12 mètres, et sur l'autre bord tous les 16 mètres ; il y a au départ deux arbres l'un en face de l'autre ; Y a-t-il le long de la route des arbres l'un en face de l'autre ? Caractériser leur position.

218. On dispose N objets par rangées de 4 ; de 6, de 9, et chaque fois, il reste 3 objets. Rechercher toutes les valeurs possibles de N. (on commencera par étudier la valeur N – 3)

[Forme abstraite du problème : trouver les nombres quii, divisés par 4, par 6 et par 9 donnent pour reste 3]

Certains exercices reprennent encore des résultats du cours ou leur développement : ils convoquent un traitement algébrique. Ils induisent une démonstration.

174. La division de A par B donne Q comme quotient et R pour reste. Démontrer que le pgcd des deux nombres A et B est égal au pgcd des nombres B et B – R. (Brevet supérieur, Dijon)

175. On cherche le pgcd de a et de b (a > b) par divisions successives. Montrer que si un reste est supérieur à la moitié du dernier diviseur, il peut être remplacé dans la suite du calcul par sa différence avec ce même diviseur. Montrer que si on adopte cette simplification le nombre des divisions est au plus égal à l'exposant de la puissance de 2 immédiatement supérieure à a (sic : b en réalité).

Plus largement, l'outil algébrique est sollicité pour obtenir des solutions ou établir des propriétés.

180. Trouver deux nombres entiers positifs, premiers entre eux, inférieurs à 100, dont la somme est égale à 150 et dont la différence est un multiple de 7. (On pourra écrire les nombres cherchés sous la forme 75 + x, 75 – x). (Brevet supérieur, Seine, 1929)

188. Démontrer que si un nombre entier est un carré parfait, le produit de ce nombre entier par le nombre qui le précède immédiatement, est divisible par 12. (Brevet supérieur, Grenoble).

189. Si a est un nombre entier quelconque, non multiple de 5, démontrer : 1° que a^4- 1 est multiple de 5 ; 2° que a^5 – a est multiple de 10. (Brevet supérieur, Dijon)

190. Décomposer l'expression $25n^4 + 50 n^3 - n^2 - 2$ en un produit de facteurs du premier degré et démontrer que n étant un entier quelconque, cette expression est toujours divisible par 24 (Brevet supérieur, Montpellier, 1925)

La pénétration de l'algèbre dans la théorie des propriétés des nombres permet donc de solliciter conjointement les compétences de l'élève en calcul algébrique et en arithmétique théorique : il en résulte l'élargissement notable de l'ensemble des tâches possibles (généralisation, démonstration, problèmes nécessitant une modélisation algébrique).

Le chapitre 7 sur les nombres premiers (p. 82-94) suscite les mêmes remarques que le précédent : il recouvre les objets traditionnels, préserve sa rigueur, son souci de généralisation à travers un recours constant au langage algébrique. Un point novateur, le recours au calcul algébrique permet de présenter un nouveau résultat : la décomposition d'un entier en facteur premiers permet d'établir son nombre de diviseurs (ceci n'est pas novateur) mais aussi la somme de ses diviseurs (produit des développements polynomiaux des facteurs présents dans la décomposition).

Les 43 exercices portant sur ce chapitre (du n° 231 au n° 274) satisfont aux mêmes principes que les précédents. Seuls trois d'entre eux sont des sujets de brevet supérieur.

Certains consacrent la résistance d'une certaine tradition. Portant explicitement sur les notions du cours, ne nécessitant pas le recours à l'algèbre mais des compétences en calcul, ils balisent un champ déjà défini mais développent encore quelques tâches non représentées dans le manuel de Leyssenne par exemple, la détermination de deux nombres connaissant leur somme et leur PGCD, leur PPCM et leur PGCD… Ainsi :

235. Trouver deux nombres connaissant leur somme 72 et leur pgcd 6.

236. Trouver deux nombres connaissant leur somme 144 et leur ppcm 420.

258. Trouver deux nombres connaissant leur pgcd 15 et leur produit 4050.

259. trouver deux nombres connaissant leur pgcd 17 et leur ppcm 170.

241. déterminer les nombres N inférieur à 100 tels que N et 360 aient pour pgcd 12.

243. Rechercher si le nombre 1871 est premier. Dresser un tableau des diviseurs employés et des restes obtenus. En utilisant autant que possibles les calculs déjà effectués, résoudre la même question pour 1867, 1873, 1877, 1879.

247. trouver un nombre entier a sachant que si l'on divise 4933 et 4435 par ce nombre on obtient comme restes respectifs 37 et 19. (Brevet supérieur, Lyon)

255. Avec des carrés de 1 cm de côté, on veut construire un rectangle ayant pour aire 3840 cm^2. Nombre de solutions. Combien de ces rectangles pourraient être construits avec des carrés de 2 cm de côté ? Parmi ces derniers rectangles, combien y en a-t-il qu'il serait impossible de construire en assemblant des carrés dont le côté serait un nombre entier de cm supérieur à 2 ?

Une seconde catégorie requiert nécessairement le croisement des approches arithmétique et algébrique : le calcul algébrique (factorisation, division de polynômes) précède la discussion arithmétique.

246. 1° Trouver tous les groupes de deux nombres entiers a et b premiers entre eux dont la différence soit 30 et qui soient compris entre 200 et 260. Justifier avec précision le procédé que vous suivez. 2°Connaissant la différence d des carrés des nombres a et b, calculez ces nombres Quelles conditions doit remplir d ? (Brevet supérieur, Toulouse, 1923)

252. 1° Quels sont les nombres x et y entiers, positifs ou nuls, satisfaisant à l'équation $x^2 - y^2 = 15$? 2° Même question avec l'équation $x^2 - y^2 = 10$; 3° n étant impair, montrer que le nombre des solutions entières positives ou nulles de l'équation $x^2 - y^2 = n$ est égal à la moitié du nombre des diviseurs de n ; 4° n étant pair, montrer que l'équation $x^2 - y^2 = n$ n'a de solutions entières que si n est multiple de 4.(Brevet supérieur, Nancy, 1930)

268. On donne un entier x ; montrer que tout diviseur commun à $x - 3$ et $x^{3»} + 1$ est un diviseur de 28. En déduire que si $x - 3$ divise $x^3 + 1$, il est aussi diviseur de 28. Réciproque. Application : Déterminer la base b d'un système de numération dans lequel le nombre qui s'écrit 1001 est multiple de $b - 3$.

Enfin, nous pouvons déterminer une dernière catégorie octroyant à l'outil algébrique le pouvoir de généraliser des résultats ou propriétés.

231. Montrer que si a et b sont premiers entre eux, il en est de même de a + b et ab (raisonnement par l'absurde)

253. Combien dans les 1000 premiers nombres, existe-t-il de multiples de 3 ? de 3^2 ? de 3^3 ?.. . on suppose décomposé en facteurs premiers le produit des 1000 premiers nombres ; quel est l'exposant du facteur 3? Généralisation : on décompose en facteurs premiers le produit des n premiers nombres ; comment déterminer l'exposant d'un facteur premier donné a ?

Comment en quelques traits caractériser cette nouvelle organisation mathématique ? D'un point de vue purement arithmétique, nous pouvons prétendre que l'environnement technologico-théorique n'est pas fondamentalement distinct de celui en usage dans les périodes précédentes : certes, une entrée dans la théorie privilégiant d'abord les propriétés des restes dans la division de sommes, de produits, le double usage des langages arithmétique et algébrique sont des traits révélateurs d'une certaine évolution ; toutefois, l'ensemble des objets traditionnels demeurent dans le corpus, sans développement théorique novateur.

Si nous abordons par contre la questions des tâches et techniques désormais abordées dans l'étude, nous pouvons affirmer que le souhait de C. Bourlet « mener de front l'étude de l'arithmétique et de l'algèbre » semble s'être matérialisé non seulement pour l'étude de l'arithmétique pratique, mais aussi pour l'étude de l'arithmétique théorique. Il en résulte donc des tâches différentes qui n'en écartent pas pour autant des tâches « traditionnelles », sollicitant des compétences en calculs arithmétiques et algébriques, des raisonnements croisant induction et traitements algébriques. Le raisonnement arithmétique, requalifiant notamment le raisonnement par l'absurde, nourri par le langage algébrique, permet l'insertion de l'arithmétique « théorique » dans le champ des mathématiques déductives.

Il n'est pas sans intérêt de comparer brièvement le contenu de cet ouvrage et celui d'un manuel destiné aux élèves de la classe de mathématiques élémentaire de l'enseignement secondaire. Nous ne prétendons pas plus que pour le précédent qu'il constitue un ouvrage de référence. Son intérêt réside dans le fait, que présentant l'extrait du programme d'arithmétique officiel du 3 juin 1925, l'auteur se flatte d'en respecter l'ordre et nécessairement l'esprit. Le programme qui reprend fidèlement celui des écoles normales ne présente qu'une différence, il comprend explicitement :

> Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre. Application à la division par 2, 5, 4, 25 8, 125,9, 3 et 11. Caractères de divisibilité par chacun de ces nombres.

Nous ne détaillerons ni l'exposé du cours, ni les exercices proposés à la réflexion des élèves du manuel « Cours d'arithmétique, Hachette, par P. Chenevier, Ancien élève de l'Ecole Normale supérieure, Professeur de Mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. L'exposé, comme les exercices possèdent les caractéristiques de l'ouvrage de M. Faucheux.

Il nous semble possible d'induire, que dans l'esprit des professeurs d'écoles normales, disposant comme le suggéraient les textes officiels, d'une certaine marge d'interprétation, les besoins en savoirs théoriques arithmétiques recouvrent ceux des élèves des classes de mathématiques élémentaires.

Emerge dès lors, institutionnellement mais non officiellement, une certaine conception d'une arithmétique « normale » totalement calquée sur sa correspondante secondaire scientifique. Indéniablement, la composante théorique de l'arithmétique doit répondre à un nouveau besoin, besoin qui ne résulte pas d'une fonction utilitaire à cours terme. Ce n'est plus le principe d'une élémentarisation du savoir, telle que l'avaient défini les pédagogues de 1882 qui préside à la définition du savoir du maître. Celui-ci doit avoir à disposition, sans nécessité de l'enseigner, un savoir qui éclaire amplement une culture primaire régie par la méthode progressive.

1. 5. Des effets de la méthode progressive : une nouvelle forme de l'élémentarisation des savoirs.

Les « Instructions sur les nouveaux programmes des écoles primaires[126] » (20 juin 1923) ne remettent nullement en question les finalités éducatives et utilitaires de l'instruction primaire, pas plus que la nature de la doctrine pédagogique que sous-tendent ces finalité. Les principes à l'oeuvre dans les instructions de 1887 régissent encore celles de 1923 ; Léon

[126] B.A. n° 2517.

Bérard, signataire de ces instructions précise à cet effet : *« A quel besoin répond la réforme ? Le plan dressé par nos lois scolaire s'est-il révélé défectueux ? En aucune façon. […] mais l'expérience a prouvé que, pour obtenir une meilleure application de ces principes, il devenait nécessaire de préciser l'emploi du temps, de simplifier et de graduer les programmes, de vivifier les méthodes, de coordonner les disciplines : préciser, simplifier, graduer, vivifier et coordonner, tel a été notre dessein ».* Les motifs de la réforme résultent de la nécessité de restaurer la pensée des auteurs du plan de 1887. En effet, ceux-ci, bien qu'ayant rédigé des programmes distinct selon l'âge des enfants, n'ont pas été correctement interprétés. Comme l'explicite L. Bérard, *« d'une part, ils ont peut-être éprouvé une confiance excessive pour la méthode dite « concentrique », qui fait reparaître aux divers cours ou aux divisions successives d'un même cours, les mêmes articles du programme en exigeant qu'ils soient traités avec une ampleur croissante. Et, d'autre part, ils ont été trahis, sur ce point encore, par leurs interprètes. Dans beaucoup de départements, peu de temps après 1887, on a vu surgir des programmes locaux qui plaçaient au cours élémentaire des notions que le programme officiel réservait au cours moyen, au cours moyen des notions que le programme officiel réservait au cours supérieur. Les auteurs de manuels scolaire sont tombés – non sans complaisance – dans le même défaut, si bien qu'il est rare de trouver aujourd'hui un livre qui réponde à l'esprit et à la lettre du programme officiel ».* C'est donc le dysfonctionnement d'un cadre temporel régulé par la méthode concentrique qu'il convient de supprimer : ne dérègle t-il pas l'ensemble du temps scolaire, en entraînant le dépérissement du cours supérieur ? Ainsi : *« Le cours supérieur doit cesser d'être un mythe ; il faut remettre en vigueur l'article 9 de l'arrêté du 18 janvier 1887, d'après lequel la constitution des trois cours (élémentaire, moyen et supérieur) est obligatoire dans toutes les écoles ».* La survie du système d'enseignement primaire est en quelque sorte entre les mains d'un cours supérieur qui doit être réhabilité : les mesures permettant sa réinscription dans une organisation scolaire revivifiée, sa fonction essentielle sont ainsi évoquées : *« Aussi bien l'arrêté du 24 février 1923 qui scinde le certificat d'études en deux parties, dont l'une correspond au cours moyen et l'autre au cours supérieur, aura-t-il pour effet, du moins nous le souhaitons, de ressusciter ce dernier cours, sans lequel l'enseignement primaire élémentaire est, pour ainsi dire, décapité. Mais la résurrection du cours supérieur aura surtout pour résultat de mieux marquer les étapes que doit franchir l'écolier de mieux graduer, à mesure qu'il mûrit, les difficultés de sa tâche, la quantité et la qualité de son savoir. C'est surtout en examinant le programme de chaque discipline que nous verrons en quoi consiste cette progression ».* Le prestige du certificat d'études primaires est donc censé ranimer celui d'un cours précarisé, mais s'impose encore un nouveau temps du savoir primaire, un temps du savoir progressif. Le principe qui légitime cette progression tend d'une part, à corriger les dérives d'une méthode, mais d'autre part, à réaffirmer sa pertinence ; ainsi souligne L. Bérard : *« Si vous tourniez toujours dans le même cercle, ou même dans des cercles concentriques, auriez-vous du plaisir à marcher ? Donnez donc à votre élève l'impression qu'il avance, qu'il progresse, qu'il découvre du pays nouveau. A la méthode concentrique préférez la méthode progressive ».* Toutefois, reprend-il : *« La méthode à suivre dans l'enseignement primaire a été définie par les instructions de 1887, en termes qui n'ont rien perdu de leur valeur ».* Elle demeure *« méthode intuitive et inductive, partant des faits sensibles pour aller aux idées ; méthode active, faisant un appel constant à l'effort de l'élève et l'associant au maître dans la recherche de la vérité ».* Et le rédacteur de réaffirmer les enjeux des instructions de 1887 : *« L'enseignement primaire a donc l'ambition d'être à la fois utilitaire et éducative, de préparer l'enfant à la vie et de cultiver son esprit ».*

Comment cette progression, ne remettant en question ni la méthode, ni les finalités, c'est-à-dire, préservant la doctrine normale qui en éclaire les principes, réorganise-t-elle les organisations mathématiques sans modifier à proprement parler les organisations didactiques déjà en place ?

Les instructions portant sur la rubrique « Calcul, arithmétique et géométrie » mettent tout d'abord en évidence une continuité avec les recommandations de 1887 : la reprise quasi fidèle du découpage temporel de l'étude, la préservation des « idées directrices de l'ancien programme ». Si l'ancien horaire prévoyait trois quarts d'heure ou une heure par jour, réservés à l'arithmétique, le nouveau préconise désormais, deux et demie par semaine au cours préparatoire, trois heures et demie par semaine au cours élémentaire, quatre heures et demie au cours moyen et enfin cinq heures par semaine au cours supérieur. La continuité des principes est illustrée par le rédacteur au travers d'une mise en parallèle des textes de 1887 et des programmes actuels. Ainsi fait-il remarquer : *« par exemple, le texte de 1887 : « premiers éléments de la numération orale et écrite » a été traduit, en 1923, par « Compter des objets, en écrire le nombre ». Le texte de 1887 : « Les quatre opérations sur des nombres » est devenu : « Ajouter ou retrancher des groupes d'objets ; additionner ou soustraire les nombres correspondants. – Compter par 2, par 3, par 4 ; multiplier par 2, par 3, par 4… ».*

Substituant aux notions arithmétiques du programme de 1887, les tâches circonscrites que celles-ci imposent selon le degré de maturité des élèves, le texte de 1923 rend compte d'une élémentarisation du savoir non plus à la charge des pédagogues, mais relevant de l'autorité de l'Etat. Ce ne sont plus des notions, ce sont des tâches éclairées par la méthode pédagogique qui prévaut depuis l'origine, qu'exhibent désormais les programmes. Comme le souligne le rédacteur : *« Partout l'opération manuelle précède l'opération arithmétique, l'expression du langage courant précède l'expression du langage mathématique. Partout le souci de marquer que l'enseignement doit être concret, simple, progressif. C'est sur les faits qu'il faut appuyer les calculs, les idées ».*

Ce souci de concrétiser, simplifier, rendre progressif l'enseignement impose donc le rapprochement de la numération décimale et du système métrique. Le rédacteur précise ainsi : *« Il faut signaler pour le cours élémentaire, une intention qui se manifeste dès la première ligne « Numération décimale : le mètre, le gramme… ». Quand on donnera en classe le principe de la numération décimale, après l'exemple des nombres ordinaires (dix unités valent une dizaine), on ajoutera aussi,* sans retard (en italique) *les exemples tout à fait pareils : dix mètres valent un décamètre, dix grammes valent un décagramme. – Ainsi le système légal des mesures, un système décimal, appuiera la leçon sur la numération. L'étude des sous-multiples du mètre, du gramme, se fera plus tard, quand on aura à parler des nombres décimaux. Et ici, plus encre que dans le cas précédent, le système décimal servira de base, et de base presque unique aux études des nombres. Les élèves comprendront ce qu'est un dixième de mètre, un dixième de gramme, avant de comprendre ce qu'est un dixième d'unité. Ainsi le système légal des mesures ne se distingue pas de la numération décimale, du moins à l'origine. Mais on remarquera que le programme dans sa rédaction actuelle, sépare en trois parties, l'étude du système légal : « Système des mesures légales à base dix, à base cent, à base mille ».* Résultant d'une simplification et d'une progression dans les techniques, (en cours élémentaire, les mesures des grandeurs, en cours moyen, le calcul des mesures des surfaces en les exprimant dans un systèmes de numération en base cent, …) ces nouveaux objets d'enseignement, utilitaires, définissent l'un des trait novateurs du programme. Son ancrage dans le concret, dans le « réducteur » se traduit encore dans l'interversion des fractions et des nombres décimaux. L'étude du système légal, amenant naturellement aux nombres décimaux, et sachant que, selon le rédacteur « *rien, logiquement, ne distingue les nombres décimaux des nombres entiers »,* les fractions ordinaires suivent naturellement, car plus aisément accessibles, l'étude des fractions décimales et des opérations dans celles-ci.

Aux yeux des législateurs, c'est donc un réordonnancement justifié par un souci de simplicité et de progression qui réorganise sans pour autant le démanteler, le programme de 1887 des cours préparatoires, élémentaires et moyen. Le programme du cours supérieur connaît un sort un peu autre. Comme le reconnaît le rédacteur : *« Mais voici un changement plus marqué, une suppression qui provoquera peut-être des regrets chez certains maîtres. Le* *programme du cours supérieur ignorera désormais l'étude des nombres premiers, les caractères de divisibilité, le plus grand commun diviseur, e un mot, tout ce qui arithmologie pure ; Faut-il le déplorer ? Evidemment ces questions font la joie de quiconque a du goût pour les mathématiques. Elles continueront d'ailleurs à faire la joie de ceux qui, à l'école normale par exemple, poursuivront leurs études. Mais dans nos écoles élémentaires, pour des enfants qui n'ont pas treize ans, pouvons-nous, en toute tranquillité, laisser subsister des enseignements de luxe ? Des vœux unanimes, répétaient, réclamaient des programmes allégés et pratiques. Un sacrifice a été nécessaire. […] Ajoutons qu'il sera permis de faire faire en classe des problèmes et des exercices de calculs, où les mots « nombres premiers », »diviseur commun », « caractère de divisibilité » pourront être employés. Ce qui est supprimé, c'est le « cours », « l'étude théorique » de cette arithmologie ».[…] Il reste encore, après la suppression de cette arithmologie, assez de calculs au cours supérieur, assez de formules, assez de problèmes, assez de géométrie pour meubler l'esprit de connaissances utiles et lui donner souplesse et vigueur ».* L'éviction de toute théorie de « luxe » confirme donc non une réorientation des ambitions de l'enseignement primaire, mais au contraire la nécessité d'en réaffirmer la nature : *« Calculer, calculer rapidement et exactement, tel est l'objectif principal de l'enseignement mathématique à l'école primaire. La théorie ne doit intervenir que dans la mesure où elle est nécessaire pour justifier la pratique du calcul, la rendre plus agréable à l'enfant qui cherche à s'expliquer ce qu'il fait, la rendre plus féconde en la rendant plus intelligible. […] De nouveaux progrès seront accomplis si l'on s'efforce de rendre cet enseignement de plus en plus concret et de plus en plus pratique ».*

Si la codétermination des programmes primaires et des plans d'études à l'école normale est un principe qui ne peut être remis en question (quels que soient les développements théoriques dont puisse faire l'objet de l'arithmétique normale, celle-ci répond à des besoins éducatifs et professionnels définis par les législateurs), la concentricité des programmes qui induisait une élémentarisation peu ou prou à la charge du maître (voir le cours de pédagogie de Compayré) cède désormais le pas à une méthode progressive qui segmente le programme, en écarte certains objets parce qu'inutiles, renforce la dominante pratique et concrète du programme. La théorie de la numération peut être rabattue sur les principes qui régissent le système décimal, les propriétés des nombres n'ont plus d'habitat dans des programmes élémentarisés par l'application d'une méthode intuitive, inductive et active qui privilégie fondamentalement le recours au concret. Le synoptique des programmes déterminés par l'arrêté[127] du 23 février 1923 en révèle certains des effets.

Section préparatoire (de 6 à 7 ans)	Cours élémentaire (de 7 à 9 ans)	Cours moyen (de 9 à 11 ans)	Cours supérieur (de 11 à 13 ans)
V. Calcul Premiers éléments de la numération. Compter des objets ; en écrire le nombre jusqu'à dix, puis jusqu'à cent. Petits exercices de calcul oral ou écrit (sans dépasser cent). Ajouter ou retrancher des groupes d'objets ; additionner ou soustraire les nombres correspondants. Compter par 2, par 3, par 4. Multiplier par 2, par 3, par 4. Diviser des groupes d'objets en deux, trois, quatre parts égales.	VII. Calcul, Arithmétique, Géométrie. 1° Numération décimale. Le mètre, le gramme, le litre et leurs multiples. Calcul oral. – Table d'addition, table de multiplication. Les quatre règles appliquées à des nombres inférieurs à cent. Calcul écrit. – Les quatre règles appliqués à des nombres peu élevés. (Pour la division, se borner à un diviseur de deux chiffres). Petits problèmes oraux ou écrits portant sur des objets usuels. Premiers exercices de calcul rapide et de calcul mental. 2. Géométrie […]	VII. Calcul, Arithmétique, Géométrie. 1° Calcul et Arithmétique. – Application des quatre règles à des nombres plus élevés qu'au cours élémentaire. Les nombres complexes : le temps (heures, minutes, secondes). La circonférence (degrés, minutes, secondes. Calcul de la longueur de la circonférence. Système des mesures légales à base dix, cent, mille. Multiples et sous-multiples. Calcul des surfaces : rectangle, carré, triangle, cercle. Calcul des volumes : prisme droit à base rectangulaire, cube, cylindre ; Nombres décimaux et fractions décimales. Idée générale des fractions ordinaires. Pratique des quatre opérations sur les fractions ordinaires dans	VII. Calcul, Arithmétique, Géométrie. 1° Calcul et Arithmétique. – Opérations de calcul sur les nombres entiers, les nombres décimaux, les fractions, les nombres complexes. Calcul de certaines surfaces (parallélogramme, trapèze, polygone, secteur de cercle, surface latérale du cylindre, du cône). Calcul de la surface de la sphère. Calculs de certains volumes (prisme droit à base polygonale, cône, sphère). Problèmes. – Solution raisonnée des problèmes sur l'intérêt l'escompte, les partages, les moyennes, les densités. Emploi progressif des lettres, des représentations graphiques et des solutions algébriques du premier degré. Suite et développement

[127] B.A. n° 2508.

		des cas numériquement très simples. Problèmes sur des données usuelles. Règle de trois simple, règle d'intérêt simple. Suite et développement des exercices de calcul rapide et de calcul mental. 2° Géométrie […]	des exercices de calcul mental et de calcul rapide. 2° Géométrie […]

Les effets peuvent apparaître comme réducteurs pour l'arithmétique : il s'agit d'expliciter précisément une progression calquée sur l'extension progressive du champ numérique et des divers systèmes de nombres, introduisant au terme d'un cursus nécessaire les exercices supposant des solutions raisonnées ; par ailleurs, ils consacrent comme toujours, la fonction prédominante du calcul et ils révèlent l'intronisation officielles de nouveau savoirs (l'approche des outils algébriques, les représentations graphiques) et la légitimité primaire d'une géométrie pratique. Les mathématiques primaires n'apparaissent plus comme une arithmétique tentaculaire alimentant un réseau d'applications empruntant à divers domaines, comme la géométrie : l'arithmétique perd une certaine partie de ses développements « théoriques » inutiles, élargit sa composante calculatoire aux formules de calcul des mesures, confortant la légitimité d'une géométrie primaire.

Peut-on prétendre que ces instructions conduisent réellement à l'éviction des développements théoriques de l'arithmétique ? Les propriétés des nombres ne font-elles que la « joie » des futurs élèves-maîtres ? Il semble du moins que les auteurs de manuels, fidèles à leur tendance à ne pas respecter exactement « la lettre et l'esprit des instructions officielles », ne peuvent totalement contribuer à l'éviction de celles-ci. Deux ouvrages destinés au cours supérieur, ouvrages dont la tradition a conservé le nom emblématique des auteurs, illustrent la résistance des propriétés liées à la divisibilité. Certes les auteurs rabattent, tout comme dans le traité de Bézout les nombres décimaux sur les nombres entiers, mais ils préservent l'existence d'une arithmétique théorique temporellement localisée sur l'axe linéaire de leur progression. Ainsi Maurice Royer et Planel Court[128] proposent en janvier les notions arithmétiques suivantes (p. X) : La divisibilité. – Caractères de divisibilité. – Preuves par 9. – Simplification

[128] M. Royer, P. Court, Arithmétique cours supérieur, Librairie A. Colin, 1929.

des expressions. Nombres premiers ; PGCD, PPCM. Les exposés de cours présentent une analogie certaine avec le cours présenté en 1882 dans le dictionnaire de pédagogie. M. Delfaud et A. Millet[129] accordent certes une place plus modeste à ce domaine ; ils réservent toutefois en décembre, deux leçons, la première sur la divisibilité et les critères de divisibilité usuels, la seconde sur la preuve par 9. L'exposé est plus élémentaire : de l'observation procède l'énoncé des propriétés ; sans développement, la technique de la preuve est exposée.

Il va de soi, qu'identifier le même type de dérives dans les ouvrages destinés aux écoles primaires supérieures n'est point tâche difficile. Citons par exemple l'ouvrage rédigé par A. Marijon et A. Péquinot[130] ; les principes généraux exposés dans le cours du Dictionnaire pédagogique en 1882 sont repris et traduit algébriquement de façon à en apprécier le caractère général. Les propriétés des restes et des quotients, emprunt au programme de l'école normale, sont évoquées de même façon, permettant d'éclairer les applications aux caractères de divisibilité et l'incontournable preuve par neuf. Notons toutefois que les auteurs écartent les nombres premiers, et tout développement relatif au PGCD et PPCM et que ces notions se nichent, peu voyantes, dans le chapitre portant sur la division des nombres entiers. De même, l'ouvrage de G. Boucheny et A. Guérinet[131], destiné aux élèves des E.P.S et des C.C., préserve trois chapitres consacrés aux propriétés des nombres : ch. XIII – Propriétés des quotients exacts ; ch. XIV – Divisibilité ; ch. XV – Diviseurs d'un nombre – Nombres premiers et nombres premiers entre eux – Plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple de plusieurs nombres. Les auteurs ont beau reconnaître que ces notions sont effectivement hors programme et que de ce fait, ils s'abstiennent de toute théorie, les notions demeurent, légitimées aux yeux des auteurs, par les applications « pratiques » qu'elles peuvent nourrir.

Officiellement, si ce n'est dans les pratiques effectives, les plans d'études des écoles normales et primaires supérieures de 1920 et les programmes primaires de 1923 créent en terme de théorie arithmétique une rupture entre l'enseignement primaire et l'enseignement normal. Le premier indéniablement réorienté vers le calcul, réaffirmant son caractère pratique, mais aussi sensible à la pénétration de l'algèbre au développement de la géométrie n'est plus le produit d'un simple élagage de l'arithmétique enseignée dans les écoles normales. D'une part, l'élémentarisation fait l'objet d'un cadrage politique officielle, d'autre part, le programme d'arithmétique « normal » défini par les législateurs comme répondant à des

[129] M. Delfaud et A. Millet, Arithmétique, Cours moyen et supérieur (certificat d'études) Hachette, 1928.
[130] A ; Marijon et A. péquinot, Arithmétique des écoles primaires supérieures, librairie Hatier, 1933, p. 108-117.
[131] G.Boucheny, A.Guérinet, l'arithmétique à l'école primaire supérieure et au cours complémentaire, Enseignement général, conforme au programme du 16 août 1920, Paris, Librairie Larousse.

nécessités nouvelles est quasiment l'homologue de celui de la classe de mathématiques élémentaires. Qu'annonce donc ce processus ?

Contrairement à ce que pourrait laisser supposer des programmes allégés, à visée plus pratique encore, ceux-ci sont publiés dans un contexte qui ranime la question de l'école unique, de la pertinence d'une dualité primaire secondaire. En germe dès le début du siècle, ainsi que le souligne A. Prost[132], l'ajustement du primaire et du secondaire est une question récurrente. Du rapport de la Commission Ribot, en 1899, en passant par les actions des « Compagnons » de l'Université Nouvelle, un mouvement d'universitaires anciens combattants, né au lendemain de la guerre 14-18, jusqu'en 1923, l'idée fait son chemin. Confrontée aux « camps primaire et secondaire », comme les dénomme A. Prost, une tendance représentée par P. Lapie, directeur de l'enseignement primaire et cosignataire des instructions relatives aux écoles normales en 1920, P. Crouzet, Inspecteur de l'académie de Paris, en mission de conseiller technique pour la réforme de l'enseignement secondaire en 1923, suggère de distinguer deux cycles dans l'enseignement secondaire, la distinction des deux cycles permettant de rapprocher le premier cycle des lycées de celui des écoles primaires supérieures. A. Prost cite ainsi l'intention de P. Lapie (p. 409) : *« Prenez le premier cycle d'un établissement secondaire et les différentes sections d'une école professionnelle (primaire supérieure ou pratique ; au lieu de vous borner à les juxtaposer, brassez et amalgamer ces divers éléments et vous aurez l'établissement que nous cherchons à définir ».*

Le rapport de P. Crouzet[133]présente ainsi en conclusion les mesures envisagées :

L'œuvre de liaison se résume ainsi :

1° Liaison avec l'enseignement primaire : a. Par l'identification des programmes dans les écoles publiques et dans les classes élémentaires des lycées ; b. Par la fixation de la première partie du certificat d'études à 11 et le droit d'entrée dans les lycées donné par cette première partie ; c. Par l'équivalence de l'examen des bourses et du certificat d'études primaires ; d. Par les nouvelles facilités économiques telles que les bourses d'entretien, offertes à l'élite démocratique.

2° Liaison avec le primaire supérieur et avec le technique : a. Par les cours spéciaux pendant les quatre premières années : b. Par l'accession à la section moderne avec latin obligatoire dans les trois suivantes […]

[132] A . Prost, Histoire de l'enseignement en France 1800-1967A. Colin, 1968, p. 406-420.

[133] P. Crouzet, Rapport à Monsieur le Ministre de l'instruction publique et des Beaux Arts sur l'état présent des projets de réforme de l'enseignement secondaire, le 22 février 1923 ; B.A. n° 2507 (Partie non officielle).

Les cours spéciaux portent sur les matières absentes du programme primaire supérieur : les langues anciennes.

Dans les faits, l'alignement officiel des programmes des petites classes des lycées et des programmes primaires est prescrit par l'arrêté du 11 février 1926. Les analyses d'A. Prost n'en révèlent pas moins la résistance de la dualité (p.413) : *« le petit lycée demeure l'antichambre du grand »*. La libération et l'ordonnance du 3 mars 1945 constituent les conditions qui permettront l'application progressive de cette réforme.

En ce qui concerne l'enseignement primaire supérieur qui concurrence fortement l'enseignement secondaire tout en confortant la résistance des deux ordres primaire et secondaire, il faut attendre le plan du ministre de l'Education nationale du front populaire, Jean Zay, pour tenter une ultime réunification avant que paradoxalement le régime de Vichy n'en impose la réalité. Commençant préalablement par prolonger la scolarité obligatoire jusqu'à 14 ans, c'est dans la lignée du projet de P. Lapie, que le ministre développe un plan reposant sur le principe de cycles successifs ; aux trois systèmes d'enseignement primaire supérieur, technique et secondaire se substituent trois sections parallèles, classique, moderne et technique (A. Prost, p. 418). Il en résulte notamment l'alignement des programmes du premier cycle du second degré (celui-ci intégrant désormais les écoles primaires supérieures). Le décret du 21 mai 1937 stipule donc : *« Les programmes des classes de 6ème, 5ème, 4ème et 3ème des lycées, collèges et cours secondaires, et tous ceux des cours préparatoires et des trois années d'études des écoles primaires supérieures seront aménagés de manière à permettre éventuellement en cours d'étude le passage d'une section à l'autre »*. Les deux arrêtés du 11 avril 1938 assignent des programmes, en fait identiques au premier cycle de l'enseignement secondaire et aux quatre années des E.P.S. (A. Prost, p. 419).

Le programme d'arithmétique des E.P.S. reconquiert du moins une part de sa composante théorique. Un ouvrage[134] destiné aux élèves de ces deux types d'établissement, présente ainsi le programme en page de garde :

1ère année du second degré ;

Numération décimale. Nombres entiers. Nombres décimaux.

Division : quotient de deux nombres entiers à une unité près ; quotient de deux nombres entiers ou décimaux à une approximation décimale donnée.

Reste de la division d'un nombre entier par 2, 5, 9, 3. Caractères de divisibilité par ces nombres. Preuve par 9 des opérations.

[134] Arithmétique du premier cycle du second degré, à l'usage des élèves des 5ème, 4ème et 3ème et des 1ère, 2ème et 3ème années des E.P.S et des C.C. par un groupe de professeur, Collection Foulon, Editions L'Ecole, 1938.

Multiplication et division d'une grandeur par une fraction. Rapport de deux grandeurs. Fractions égales. Opérations sur les fractions exposées à partir de problèmes concrets.

Propriétés des sommes et des différences. Multiplication d'une somme ou d'une différence par un nombre. Mise en facteur.

2ème année du second degré.

Grandeurs proportionnelles. Proportions et partages proportionnels.

Pratique, sur des exemples simples, de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers, de la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple. Application aux fractions.

3ème année du second degré.

Définition de la racine carrée arithmétique. Recherche d'une valeur décimale approchée ; usage d'un graphique, d'une table de carrés, de la règle d'extraction arithmétique donnée sans justification.

Le reflux des propriétés des nombres du programme des E.P.S. apparaît donc comme un phénomène éphémère officiellement. L'œuvre de J. Zay n'est qu'une première avancée : l'enseignement technique reste en dehors de la réforme, les Cours complémentaires, secondaire du primaire traditionnel, subsistent ; la coordination des enseignements primaire supérieur et secondaire reste limitée (A. Prost, p. 419). C'est sous le ministère de J. Carcopino, que l'intégration des E.P.S au second degré est réalisée. La loi du 15 août 1941 transforme les écoles primaires supérieures en collèges modernes. La volonté du ministre de décapiter le fleuron de l'enseignement primaire conduit à l'annexion définitive des E.P.S. par l'ordre secondaire mais les cours complémentaires résistent.

Quoi qu'il en soit, au niveau de détermination du politique, le contexte révèle la poussée irréversible d'une tendance dont la finalité est l'unification d'une culture scolaire moyenne : l'identification des programmes des EPS et des classes de lycée de la 6ème à la 3ème marque une première étape. Le contexte révèle encore l'homologie, du moins en ce qui concerne l'enseignement scientifique, de l'enseignement « normal » et de l'enseignement secondaire. Annonce de la situation qui prévaudra après la réorganisation des écoles normales en 1946, ce contexte suscite toutefois dès cette période, la question de la pertinence d'un enseignement général « normal » analogue à celui qui est donné dans les lycées.

J. Zay présente par exemple, dans le cadre de son grand projet de réforme de l'enseignement le 5 mars 1937, les propositions suivantes[135] : les instituteurs doivent « faire des études de second degré et posséder le baccalauréat » ; les écoles normales deviennent « des écoles professionnelle ouvertes aux élèves pourvus du baccalauréat » ; « les candidats aux fonctions d'enseignement dans les écoles publiques du premier degré reçoivent

[135] M. Gontard, la question des Ecoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, p. 119.

obligatoirement une formation professionnelle dans les Ecoles normales primaires. Ces études sont sanctionnées par le certificat d'aptitude pédagogique » (article 17).

Ce projet soutenu paradoxalement par les républicains et les conservateurs qui s'élèvent contre une doctrine normale à dérives socialiste et antimilitariste, reste lettre morte : il est rejeté par les partis de gauche, l'institution primaire toute entière. La formation régie selon les principes de 1920 conformes à la doctrine normale classique, perdure donc jusqu'au lendemain des désastres de 1940.

1. 6. De l'intermède du régime de Vichy vers la réorganisation des écoles normales : suppression et résurrection d'une institution de formation préservant un double cursus (culture générale et formation professionnelle).

Si ce sont des motivations pédagogiques qui animent les républicains promoteurs d'écoles professionnelles pour les futurs instituteurs, ce sont des motifs d'une toute autre nature qui sont à l'origine de la suppression des écoles normales et de la réorganisation de l'enseignement primaire. La citation des propos du secrétaire d'Etat à l'Instruction Publique et à la Jeunesse en 1940, Ripert, et de son successeur Carcopino en 1941, en illustrent clairement la substance ; Ripert déclare ainsi : *« Le Gouvernement est décidé à assainir particulièrement l'Enseignement primaire et à défendre les maîtres contre toute propagande subversive*[136] *»* ; quant à Carcopino, ainsi que le cite M. Gontard[137], il soutient que « la conception d'où procèdent les Ecoles Normales *« s'est révélée vicieuse…confinés dans l'étude d'un programme trop spécialement établi pour eux, les instituteurs ont souffert d'un isolement intellectuel où n'avait que trop tendance à se développer une certaine idéologie politique. Ainsi s'est formé peu à peu un esprit que l'on a qualifié, dans un sens fâcheusement péjoratif, d'esprit primaire ».*

Les textes officiels réunis par R. Ozouf[138] pour définir « la charte de la nouvelle école française et de son personnel » présentent en préliminaire « la pensée du législateur », c'est-à-dire les nouveaux principes qui doivent présider un nouvel ordre didactique. Citons par exemple la circulaire ministérielle du 9 août 1940 (p. 7) : *« L'instituteur est chargé d'un service national. Il doit former non seulement par l'enseignement, mais par l'exemple, de bons Français ».* L'esprit de la loi Falloux asservissant le maître au pouvoir du régime renaît de ses cendres. En effet comme l'expriment les instructions pour l'application de l'arrêté du

[136] cité par M. Gontard, la question des Ecoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, p. 120.
[137] Ibid, p. 120.
[138] R. Ozouf, Le nouveau statut de l'école et du personnel enseignant primaire, recueil de documents officiels classés et présentés par R.Ozouf, éditions F.N. , SARL F. Nathan..

23 novembre 1940 (p. 8) : *« Il faut grouper les notions de morale autour de la nouvelle devise de l'Etat français : « Travail, Famille, Patrie ». Le but à atteindre est d'amener la jeunesse à pratiquer le bien, d'éclairer les esprits et de hausser les cœurs ».*

Avant d'aborder plus précisément le destin des Ecoles normales, et de la culture générale que doivent acquérir les futurs maîtres, nous évoquerons fort succinctement le statut du nouvel ordre primaire, quelques traits de l'enseignement mathématique.

La loi du 15 août 1941 (p. 9) stipule dans l'article 1 : *« Les études primaires élémentaires comprennent deux cycles. – Il est institué, à la fin du premier cycle, un diplôme d'études primaires préparatoires, dont l'obtention permet de suivre dans les établissements publics soit l'enseignement des cours complémentaires, soit les enseignements classique, moderne ou agricole [...] – le deuxième cycle est sanctionné par le certificat d'études primaires ».* L'intégration des E.P.S. à l'enseignement moderne est donc entérinée. Les cours complémentaires (Appendice p. 203-219) résistent : ils apparaissent « si nécessaires notamment, au recrutement des instituteurs ruraux » (p. 203) ; il en résulte que « pour la section générale, l'enseignement y sera analogue à l'enseignement moderne des collèges ».

Si les valeurs morales et idéologiques changent de coloration dans l'enseignement primaire, notons que toutefois Carcopino, un des principaux artisans de la réforme, ne fait pas table rase d'une certaine tradition primaire. Dans la préface du recueil de textes réunis par R. Ozouf, ce dernier relève ainsi les propos du secrétaire d'Etat à l'Instruction Publique, le 3 septembre 1941: *« les innovations durables sont celles qui, bien loin de faire table rase d'un passé que l'on ne saurait, sans injustice, condamner en bloc, intègrent en elles le meilleur des institutions anciennes [...]Personne plus que moi ne rend hommage à l'excellence des méthodes pédagogiques en usage dans notre enseignement depuis soixante ans ; elles se sont perfectionnées sans cesse, si bien qu'il n'y a peut-être pas au monde un type d'école élémentaire qui, techniquement parlant, puisse soutenir la comparaison avec celui que la France a mis au point ; C'est là un dépôt qu'il nous fallait jalousement conserver ».* C'est donc, d'une certaine façon, au nom du « principe de l'hétérogénéité historique et institutionnelle » que les méthodes pédagogiques échappent au politique.

Sans mésestimer les transformations notables qui confèrent au nouveau programme ses nouvelles finalités idéologiques et politiques, nous ne pouvons prétendre que ces dernières modifient notablement l'esprit du programme de calcul, si ce n'est peut-être à travers la portée réductrice de ce simple terme. Le programme est amputé de celui du Cours supérieur décliné en deux années distinctes et de celui du cours de fin d'études primaires élémentaires (les innovations de J.Zay imposées par la prolongation de la scolarité sont supprimées). Il diffère du précédent si nous le comparons aux programmes des sections enfantines, des cours élémentaires et moyens, par l'absence d'une subdivision entre rubriques relative au calcul et à l'arithmétique et rubriques relatives à la géométrie. En section préparatoire, le calcul occupe deux heures et demie par semaine ; la progressivité est accentuée par des rubriques spécifiant les extensions successives du champ numérique abordé ; la notion de partage disparaît. L'arithmétique et la géométrie occupent respectivement 3 heures au cours élémentaire, 4 heures au cours moyen. Tandis que l'accent sur les problèmes concrets est plus appuyé que dans le programme précédent, la pratique de la preuve par 9, la divisibilité par 2, 5, 3 et 9 sont réintroduites au cours moyen. L'esprit de ce dernier cours réside dans son préambule (p. 28) :

« Toutes les questions inscrites au programme donneront lieu à des exercices simples, toujours concrets, empruntés à la vie courante, et dont les données seront toujours choisies avec simplicité et vraisemblance. Aucune théorie, même la plus élémentaire, ne doit être faite ». Si ce n'est la réaffirmation de principes dont les législateurs du régime n'ont pas le monopole et des programmes beaucoup plus détaillés, interdisant sans doute, plus qu'auparavant toutes interprétations abusives, peu de distance sépare ce programme de ces prédécesseurs.

1. 6. 1. La suppression des écoles normales et l'organisation des instituts de formation professionnelle.

La loi du 18 septembre 1940[139] précise :

Article premier. – Les écoles normales primaires seront supprimées à partir du 1er octobre 1941. […]

4° Les élèves-maîtres et les élèves-maîtresses reçus au concours d'entrée de 1940 seront inscrits en qualité de boursiers d'internat dans les classes de seconde B des lycées et collèges.

Les instructions du 25 septembre 1940 (Ozouf, p. 91- 93) confirme la réorganisation d'une formation procédant d'un double cursus successif : une culture générale à la charge des lycées puis une culture et une formation pédagogiques et professionnelles. Les bourses d'internat permettent d'établir l'égalité entre les candidats qui à l'issue de leurs divers cursus (3ème de lycée, troisième classe des EPS, CC) se présentent au concours.

Dans son discours du 3 septembre 1941 (extraits, Ozouf, p. 93-95), Carcopino éclaire d'une part, l'intention qui motive cette réorganisation (la disparition d'une « caste » au profit de l'émergence d'un « élite »), d'autre part, la fonction des instituts professionnels :

---

[139] ibid. p. 91.

« [...] la législation nouvelle dispose, d'une part, que nul ne pourra devenir instituteur s'il n'est muni du baccalauréat, et, d'autre part, qu'à leur sortie du lycée les élus iront, pendant dix mois, s'initier à leur métier dans les instituts professionnels – soixante-six au lieu de cent quatre-vingts – qui seront créés à cet effet ». La transmission du « dépôt qu'il faut jalousement conserver », à savoir l'excellence des méthodes pédagogiques passées impose donc, qu' « *à cette fin, il est prévu dix mois de stage professionnel dont six mois seront consacrés à l'apprentissage pédagogique, un sera passé dans une école du commissariat général aux sports, trois suivant le sexe, l'origine et la vocation des intéressés, dans une école ménagère, une école technique ou une école d'agriculture ».* C'est ainsi qu' *« à la fois plus affiné d'esprit et plus musclé ; affranchi non seulement des trompeuses grandeurs dont l'accablaient naguère les servitudes électorales, mais encore des préjugés débiles qui naissent à la longue dans l'air confiné des milieux particularistes, cet instituteur ne saurait faillir à sa mission, la plus belle de toutes ».*

Le décret du 15 août 1941 (p. 95, 108) précise le dispositif de formation relatif à l'apprentissage pédagogique (article 1er) : il se compose d'un stage de trois mois dans un des instituts de formation professionnel et d'un stage pédagogique de trois mois dans les écoles primaires publiques. L'arrêté du 16 août 1941 (p. 108-118) définit les modalités de fonctionnement des instituts de formation professionnelle.

L'article 3 donne la répartition hebdomadaire des matières d'enseignement (nombre de leçons d'une heure :

Matières	Nombre d'heures de cours	Nombre d'heures d'exercices pratiques	Nombre d'heures d'étude par semaine
Morale professionnelle	1		
Psychologie de l'enfant	2	2	
Pédagogie générale	3	2	
Pédagogie spéciale	5	6	
Législation et administration scolaire	2		
Histoire régionale, géographie locale, art, folklore	1		
Lecture et explication française	1		3
Hygiène	1		
Dessin	2		
Travail manuel		2	

Chant choral		2	
Education physique		3	
Travail personnel			15
Totaux	18	17	18

La formation régulée comme il se doit selon une discipline conforme à un règlement intérieur, est sanctionnée par un examen final (article 9) consistant en « une épreuve écrite portant sur un sujet de morale professionnelle, de psychologie de l'enfant ou de pédagogie », et par le certificat de stage délivré par l'inspecteur d'Académie dont l'obtention est une condition nécessaire à la titularisation (article 37 du décret du 15 août 1941).

La « pédagogie du calcul » se niche dans la pédagogie spéciale coarctée sur une durée de trois mois, à raison de 6 heures par semaine. Noyée au milieu de rubriques portant sur les autres disciplines scolaires, l'étude du matériel d'enseignement, la pédagogie de chaque âge scolaire, les lectures commentées, l'examen des livres scolaires, les visites de classes en action…, le calcul se réduit à l'intitulé suivant (p. 114) : « L'initiation à la numération et aux opérations. Le calcul rapide. La géométrie. Le système métrique. Calcul appliqué : problèmes (programmes annexés à l'arrêté du 16 août 1941)

Que les limites d'un dispositif dont les défectuosités avaient déjà été identifiées sous la loi Falloux, à savoir le principe d'un certificat de stage sanctionnant une formation par compagnonnage sans réelle articulation entre la théorie et la pratique, puissent être convoquées pour expliquer, en plus du contexte politique, la réhabilitation des écoles normales primaires est une des premières évidences. La seconde qui paradoxalement s'appuie sur les initiatives des successeurs de Carcopino sous le régime de Vichy, c'est que les besoins en savoirs scientifiques du futur maître nécessitent une culture secondaire, sanctionnée par un nouveau baccalauréat, mais que cette culture n'est pas en elle-même suffisante. En effet, aux difficultés suscitées par l' « amalgame », ce phénomène qui devait permettre aux élèves des EPS et des CC de s'intégrer dans un enseignement secondaire moderne conçu par Carcopino avec deux langues vivantes obligatoires, les successeurs de Carcopino répondent en créant « une section « philosophie-sciences », plus connue sous le nom de « sciences expérimentales », à la seconde partie du baccalauréat (1942)[140] . Dans le contexte, adapté à des élèves disposant d'une solide culture primaire scientifique, cet enseignement secondaire pouvait du moins assurer le socle d'une culture homogène à dominante scientifique : elle ne

[140] A. Prost, (1997) Education, société et politique, une histoire de l'enseignement de 1945 à nos jours, Points Histoire, Editions du Seuil, p. 89.

peut pour autant générer *de facto* les compétence à proprement parler professionnelles. C'est ce que révèle la circulaire de novembre 1944 que nous étudions ci-dessous.

A défaut de satisfaire aux besoins théorico-professionnels des futurs maîtres, l'intermède des instituts de formation professionnelle naturalise du moins le principe d'une secondarisation de la formation culturelle des maîtres.

Les ordonnances des 9 août 1944 et du 31 mai 1945 rétablissent les écoles normales dans leur situation en partie originelle. Mais qu'en est-il de l'arithmétique des futurs maîtres ? Comment a évolué cette discipline pendant cette période troublée ?

1. 6. 2. Emergence d'une nécessité : la réorientation de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles normales.

La circulaire du 30 novembre 1944 relative à l'enseignement des sciences dans les écoles normales rappelle en quelque sorte les professeurs à leur mission. Elle précise en préambule :

« L'organisation de la préparation professionnelle des instituteurs pour l'année 44-45 prévoit quelques heures d'enseignement scientifique orienté vers l'application à l'école primaire. Le programme et les instructions qui suivent guident les professeurs dans leurs tâches ». La nécessité d'une liaison entre les connaissances théoriques du futur maître et leur rapport avec l'école primaire est donc envisagée comme une priorité. Le programme dressé en arithmétique est le suivant :

I Arithmétique.

I. Numération décimale, addition, soustraction, multiplication et division des nombres entiers.

Théorie concernant ces opérations. Explication des règles pratiques pour effectuer ces opérations.

Restes dans la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre.

Application à la divisibilité par 2 et 5, 4 et 25, 8 et 125, 9, 3 et 11.

Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres.

Propriétés du PGCD. Nombres premiers entre eux. Propriétés relatives à la divisibilité.

Multiples communs à deux ou plusieurs nombres. PPCM.

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers. Décomposition d'un nombre en un produit de facteurs premiers. Application aux diviseurs et aux multiples.

II Notion de fraction. Propriétés des fractions. Opérations. Fractions décimales et nombres décimaux. Opérations. Conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale, en nombre décimal : condition de possibilité. Recherche de la plus grande fraction décimale ayant un nombre donné de chiffres décimaux et ne dépassant pas une fraction donnée ; constatation dans le cas général de la périodicité des chiffres décimaux (note : la détermination de la fraction génératrice d'un nombre décimal périodique est en dehors du programme).

III Carré d'un nombre entier ou décimal. Problème inverse : racine carrée d'un nombre entier ou décimal à 1 près ou à 1/10 près.

IV Mesures des grandeurs. Rapport de deux grandeurs de même espèce : ce rapport est égal au quotient des nombres qui les mesurent avec la même unité.

Systèmes d'unités ; unités fondamentales et unités dérivées. Système absolu. Systèmes CGS, MTS (note : on se limitera aux principales grandeurs géométriques et mécaniques) ; changement des unités fondamentales ; variations correspondantes des unités dérivées ; équations de dimensions et abréviations des unités dérivées.

Système métrique : unités théoriques, unités usuelles, choix de l'unité.

Juxtaposant des notions ancrées historiquement, emblématiques d'une arithmétique théorique classique, le programme introduit quelques nouveautés « pratiques » relatives aux réformes qui ont modifié le système légal de mesures, elle élude encore toute arithmétique appliquée aux opérations pratiques. Emergeant d'une zone de turbulences, c'est donc une arithmétique théorique du futur maître en grande partie semblable à ce qu'elle était dans les périodes précédentes qui demeure. Les instructions éclairent cette situation.

« Les futurs instituteurs, à leur sortie des classes de baccalauréat sont assez mal préparés à l'enseignement de l'arithmétique, qui tient pourtant – et à bon droit – une large place à l'école primaire. Ceux qui viennent de philosophie-lettres n'ont pas fait d'arithmétique théorique pour le baccalauréat ; les autres en ont fait rapidement et sans souci de l'application aux enfants. Aussi a-t-il paru nécessaire de reprendre à l'école normale, l'enseignement de l'arithmétique et du système métrique, afin que l'élève-maître voie la raison du mécanisme des opérations, des abréviations d'unités, des règles de trois qu'il aura à enseigner plus tard. Peut-être arrivera-t-on ainsi à faire disparaître de l'enseignement primaire des incorrections fréquentes propagées par les manuels et les journaux pédagogiques.

Le programme à développer est à peu près celui de la classe de mathématiques. C'est à ce niveau qu'il doit être donné mais le professeur n'oubliera pas qu'il a un auditoire de futurs instituteurs ; il devra tirer des propositions établies, les applications pédagogiques qu'elles comportent, les conseils d'ordre pratique suggérés par les visites de classes.

Les leçons de pédagogie spéciale sur l'enseignement de l'arithmétique restent nécessairement très générales. Au contraire, au cours de l'heure hebdomadaire nouvelle introduite dans les horaires des écoles normales, le professeur aura le loisir de descendre dans le détail et de traiter toutes les questions sur le vif.

Il est souhaitable d'ailleurs que les leçons modèles ou les leçons d'essai d'arithmétique soient en rapport avec l'enseignement magistral ; de même, il est souhaitable que le professeur, au moment où il aborde la partie pédagogique de sa tâche, s'inspire des instructions ministérielles de 1923 et de 1938 qui restent toujours valables et qui n'ont rien *perdu de leur actualité et de leur portée. Ainsi l'heure hebdomadaire d'arithmétique doit conduire à une amélioration sensible de la qualité d'un enseignement à qui l'école primaire doit déjà ses succès les plus incontestables…mais qui est encore susceptible de renouvellement et de progrès ».*

(La deuxième rubrique porte sur les travaux pratiques de sciences physiques et naturelle : c'est une apologie de la leçon de choses).

La publication officielle et fort rapide de ce texte met en évidence, nous semble-t-il, non seulement la résistance d'un savoir théorique de référence, le niveau d'exigence théorique qu'au cours du temps (depuis 1889) il a fini par imposer dans ses principes, mais encore sa fonction dans la légitimation d'une institution de formation couplant indissociablement culture et formation. La culture secondaire peut apparaître comme une nécessité, elle ne peut se substituer à une formation qui, d'une part, élargit cette culture, d'autre part, la vivifie par ses rapports avec la formation professionnelle. C'est sur l'arithmétique (et les leçons de choses) que peut s'appuyer le législateur en terme de savoir spécifique, pour définitivement réhabiliter l'existence des écoles normales.

1. 6. 3. La réorganisation des écoles normales après 1944.

Si les décrets du 9 août 1944 et du 31 mars marquent la résurrection des écoles normales, celles-ci ne peuvent retrouver leur configuration passée. Le décret du 6 juin 1946 (n°46-1358) définit un dispositif de compromis entre l'ancien et une institution à proprement parler, professionnelle. Les élèves-maîtres sont réintégrés dans les écoles normales où sous le « guidage pédagogique et moral » du directeur, ils suivent une formation de quatre années, les deux premières pour la préparation au baccalauréat, les deux suivantes pour la formation professionnelle. La durée est réduite à deux années pour les candidats recrutés au niveau du baccalauréat. L'article stipule encore qu' « à titre transitoire, la préparation au baccalauréat pourra être faite en trois ans, le temps réservé à la formation professionnelle étant alors réduit à un an » (article 79).

La formation est sanctionnée par un certificat d'aptitude pédagogique évinçant définitivement le certificat de stage.

Le nouveau dispositif juxtapose en fait les deux systèmes précédents. Il ouvre aussi des possibles avec sa mesure transitoire : qu'induit en effet, un recrutement au niveau de la seconde ?

L'article 75 désigne nettement le cursus secondaire que doivent emprunter les futurs enseignants : « *En régime normal, les élèves-maîtres et les élèves-maîtresses sont tenus de se* *présenter à la fin de leur première année d'études à la première parie du baccalauréat et à la fin de la deuxième année, au baccalauréat 2ème partie, Philosophie-Sciences ».*

Les élèves-maitres sont recrutés (article 89) sur concours (un intitulé analogue à ceux du concours de 1920, en ce qui concerne les épreuves de mathématiques) pour l'admission en 1ère année, sur concours encore pour la 3ème année, mais un concours portant plutôt sur la culture générale (en sciences : compte rendu écrit d'un exposé d'ordre scientifique comportant des expériences ou des observations).

Faisons un bref intermède pour nous arrêter sur la nature du savoir mathématique initiale du candidat à ce concours pour l'admission en 1ère année.

La circulaire du 22 février 1946 (L.R., p. 364) relative au concours, notifie notamment en ce qui concerne le programme de mathématique : « Programme établi pour le brevet élémentaire (note du 16 février 1946) et compléments correspondant aux programmes d'algèbre et de géométrie de la classe moderne des lycées et collège ». La note du 16 février 1946 (L.R., p. 322) présente le programme limitatif suivant en arithmétique et algèbre : Rapports et proportions. Grandeurs proportionnelles. Partages proportionnels. Relation y = ax. Représentation graphique.

Grandeurs à accroissements proportionnels. Relation y =ax + b.

Equation et inéquation du premier degré à une inconnue ; interprétation graphique ; problème d'application. Système de deux équations numériques à deux inconnues : résolution algébrique, interprétation graphique. Exemple de cas d'impossibilité et de cas d'indétermination.

Notons encore que plus synthétique que le programme limitatif pour les examens du B.E. et du B.E.P.S en 1938 (M.G.I.P. décembre 37, p. 105), il n'est plus précisé : « *Il y a lieu de considérer comme hors programme : la divisibilité, le pgcd et le ppcm, les fractions irréductibles, les nombres premiers, les méthodes de calcul rapide des intérêts, les relations ente les coefficients et les racines d'une équation du second degré ».* La disparition des sujets relevant d'une arithmétique théorique dans les épreuves de brevets et du concours est avérée dans les pratiques : les sujets des épreuves publiées dans la partie scolaire du Manuel Général entre les années 1944 et 1946 satisfont strictement au programme officiel ou du moins respectent le principe de 1938. Il convient donc de souligner les fonctions prééminentes que la géométrie, l'algèbre, une arithmétique pratique nécessitant le recours à l'algèbre et aux graphiques ont progressivement conquises dans une évaluation de type prédictif. Pour illustrer les caractéristiques de ce 3ème domaine, citons par exemple l'épreuve d'algèbre au concours d'admission publiée le 24 février 1945 dans la partie scolaire du Manuel Général :

Algèbre. – 1° Une automobile part à midi et demie d'un point A d'une route AB, avec une vitesse de 40 km à l'heure, en se dirigeant vers B. Elle s'arrête à moitié chemin en M, pendant une demi-heure, et achève son parcours avec sa vitesse primitive. Elle arrive en B à 17 heures.

Calculer la distance AB ; représenter graphiquement le mouvement du mobile et écrire les trois équations des trois segments de la courbe obtenue en indiquant pour quelles valeurs de x exprimées en heures convient chacune de ces équations ; (Prendre 2 cm pour représenter 1 heure et 1 cm pour 10 km ; origine des temps : midi).

2°. Un cycliste et un motocycliste partent de B dans la direction de A, le premier à 13 heures avec une vitesse de 20 km à l'heure, le second à 15 heures ½ avec une vitesse de 60 km. Ecrire les équations des mouvements de ces deux mobiles et représenter graphiquement ces mouvements.

3°. Calculer l'heure et la distance auxquelles chacun des deux dernier mobiles rencontrera l'automobiliste.

4°. A quelle heure le motocycliste sera-t-il à égale distance des deux autres ? Calcul et construction graphique.

En tout point caractéristique de l'évolution qu'a connue la résolution « raisonnée » d'un problème « de vie courante », le traitement suggéré imbrique désormais étroitement les trois modes de résolution : le calcul subsiste certes, mais il n'est pas non plus anodin, de voir s'effacer le problème « d'arithmétique et d'algèbre » sous l'unique dénomination problème « d'algèbre ». Que ce constat renforce la fonction que l'arithmétique théorique puisse occuper dans la formation générale et pédagogique du futur maître, la réorganisation du concours de recrutement soulève toutefois une question : s'il requiert un niveau de seconde, comment les élèves des cours complémentaires, largement représentés auparavant parmi les candidats, pourront-ils y accéder ?

La circulaire du 10 juin 1947, en réponse à cette question, organise le dispositif transitoire que suggérait une admission en seconde et non en première ; elle institue deux types d'écoles normales : l'une de type A, (deux ans de formation générale, deux ans de formation professionnelle, comme précédemment), l'autre de type B (trois ans de formation générale 2$^{\text{nde}}$ – 1$^{\text{ère}}$ – Philosophie-Sciences, une année de formation professionnelle).

Les écoles normales reçoivent donc trois catégories d'élèves maîtres.

Mais la circulaire du 27 avril 1947 aux Recteurs, aux Inspecteurs d'Académie et aux Directeurs d'écoles normales, révèle bientôt les difficultés inhérentes à la double origine des candidats. Elle souligne par ailleurs le rapport défavorable entre candidats de type A et candidats de type B. Les derniers sont beaucoup plus nombreux. Il convient donc d'encourager les candidatures, de développer et généraliser la formation professionnelle en deux années. Toutefois il semble que la diversification des parcours est une mesure non suffisante pour remédier à la désaffection des candidats notamment masculins. Ainsi que le remarque M. Gontard[141], analysant les propos de M. Beslais, Directeur de l'enseignement du 1er degré en 1948 : le reflux des candidatures s'explique pour des raisons financières, sociales et scolaires : « *raison financière : la dégradation de la fonction enseignante ; raison sociale : « l'enrichissement des campagnes n'est pas favorable à l'orientation des enfants vers la fonction d'instituteur » ; raison scolaire : la transformation des écoles primaires supérieures en collège moderne permet à leurs élèves de préparer le baccalauréat, ensuite ces jeunes gens ne s'orientent que trop rarement vers les écoles normales ».* Les mesures prises au niveau du politique, avancée vers l'école unique, élévation et secondarisation officielle de la formation culturelle des maîtres produisent donc des effets non escomptés. Demeure toutefois la pépinière des cours complémentaires qui alimentent les écoles normales de type B.

Le dispositif mis en place par les législateurs en 46 et 47 montre pourtant, en dehors de la non prise en compte des raisons évoquées ci-dessus (mais le pouvaient-ils ?), la pertinence pédagogique et professionnelle d'une formation « longue » favorisant dans ses principes la liaison théorie-pratique. L'exemple de l'arithmétique apparaît encore à ce titre comme emblématique. La formation générale qui, *a priori,* semble particulièrement adaptée à la formation pédagogique et professionnelle est celle que peuvent délivrer les études conduisant au baccalauréat « Sciences expérimentale ». Le programme de mathématiques (nous nous référons au manuel de V. Lespinard, R. Pernet et J. Gauzit[142] et à celui de F. Brachet, J. Dumarqué et H. Pochard[143]) comprend l'arithmétique, l'algèbre et la trigonométrie, la mécanique et la cosmographie. Le second ouvrage comprend les extraits du programme officiel : en arithmétique est repris (sans la rubrique sur les mesures des grandeurs) l'ensemble des notions présentées dans la circulaire de novembre 1944 ; s'adjoignent à ces notions, les combinaisons et les probabilités simples. Le traitement de ce domaine (exposé de cours et exercices) ne diffère pas sensiblement de celui auquel il donnait lieu dans les manuels destinés aux futurs instituteurs après 1923 (voir manuel de Faucheux, 1938). La culture arithmétique de l'élève-maître issu de cette section apparaît donc comme recouvrant au moins celle esquissée par les programmes de 1920, et élargie à des savoirs qui, depuis le plan d'études de Condorcet n'ont guère été promu au rang de savoir pour le peuple.

La formation professionnelle en deux ans (certes expérimentale) que promeut la circulaire du 15 novembre 1947 met notamment en évidence, en termes de quotités horaires

[141] M. Gontard, La question des écoles normales prmaires depuis la révolution de 1789 à 1962, Annales du CRDP de Toulouse, p. 123.
[142] V. Lespinard, R. Pernet, J. Gauzit, Mathématiques, classes de sciences expérimentales, André Desvigne, Lyon (non daté),
[143] F.Brachet, J. Dumarqué et H. Pochard, Mathématiques, classes de sciences expérimentales, Librairie Delagrave (1948)

un équilibre entre théorie et pratique ; ainsi la répartition horaire au point de vue de la nature des enseignement se définit ainsi :

	1ère année	2ème année
Enseignement magistral	14	15
Education physique	3	3
Exercices pratiques	13	13
Travaux Personnels	18	17

Les horaires de pédagogie spéciale sont de deux heures les deux années. Il est noté que « la pédagogie du calcul et des sciences ne devra pas s'intégrer dans les deux heures prévues pour la pédagogie spéciale mais dans celle indiquée pour l'arithmétique en première année et pour les T. P. en vue de l'enseignement pratique pour la seconde année ».

Préservant une toujours aussi forte composante pédagogique et psychologique, ouverte encore à l' « étude des faits sociaux, celle-ci ayant « pour but d'habituer les élèves-maîtres à considérer les réalités sociales comme des faits, à les voir et à les comprendre sans parti pris, sans crédulité, sans dogmatisme […] de contribuer à introduire l'esprit d'objectivité dans un domaine d'où il est trop souvent exclu », la formation se place encore sous les auspices d'une philosophie censée éclairer le périple réflexif du futur maître dans sa pratique et sur son rôle social. L'esprit d'une doctrine normale positiviste tend à résister. Notons par exemple que l'une des rubriques relatives à l'étude des faits sociaux porte sur les mathématiques d'exploration et de description (enquête, statistiques…). A la philosophie des sciences, éliminée par la réorganisation des études, se substitue en partie, une esquisse des « mathématiques sociales », trace qui peut savoir, de l'influence de Condorcet…

C'est donc une formation restaurée mais non pas novatrice qui renaît après 1946 : le régime d'internat, la fonction morale et pédagogique du Directeur d'école normale, la préservation de méthodes pédagogiques éprouvées, améliorées mais sans rupture, la résistance d'une doctrine « normale » qui depuis l'origine est en quelque sorte garante de sa résistance, sont à nouveau réunis pour réinsuffler à l'institution normale une nouvelle pertinence culturelle. Elle doit encore répondre à sa mission première : former les instituteurs de l'enseignement primaire, c'est-à-dire, permettre à celui-ci de poursuivre sa mission de vecteur dans le phénomène d'acculturation d'une culture primaire. Qu'en est-il de cette culture primaire en 1947 ? Quelles finalités nouvelles les législateurs assignent-ils à l'enseignement primaire ? Comment se traduit désormais la nécessaire codétermination des plans d'études des écoles normales et des programmes primaires ?

La condition fondamentale que représente cette mission, présente *a priori* toutes les garanties pour être réalisée : il est toutefois nécessaire de supposer que l'institution normale puisse recouvrer ses fonctions d'antan. Les textes officiels qui réorganisent l'enseignement primaire en 1945, révèlent en effet une totale continuité avec les textes officiels de 1923 et de 1887.

1. 6. 4. La réorganisation de l'enseignement primaire en 1945 : de la résistance d'une conception définie par les législateurs de la III ème république.

L'organisation pédagogique des écoles primaires connaît quelques modifications.

La circulaire du 18 juillet 1945 définit, après les diverses prescriptions contradictoires de la période précédente, la répartition des élèves en fonction de leur âge. La classe de cours supérieur, d'une durée de un an, pour les enfants de onze à douze ans est supprimée dans les écoles de moins de 5 classes, facultative au dessus. Une classe de scolarité prolongée est instaurée, répondant au principe de la prolongation de la scolarité jusqu'à 14 ans.

L'enseignement dans les écoles primaire se rapporte à « un triple objet : éducation physique, éducation intellectuelle, éducation morale » (article 17), tout comme en 1887.

Si nous portons notre attention sur les horaires et programmes (arrêté du 17 octobre 1945), nous pouvons apprécier quelques particularités (article 4) : *« L'allègement apporté à l'enseignement de l'histoire et de la géographie, des leçons de choses a permis d'accorder plus de temps à la lecture, à l'écriture, au français et au calcul ».* L'accent porté sur ces disciplines se traduit effectivement par l'allongement des horaires hebdomadaires : en calcul, au cours préparatoire et au cours élémentaire, la durée hebdomadaire est de 3 ¾ heures, au cours moyen et au cours supérieur, elle est de 5 heures. En classe de fin d'études primaires élémentaires, la durée de l' « application du calcul » est de 4 heures.

Les programmes de « calcul » dont nous donnons ci-dessous le synoptique, présentent des caractères assez proches des programmes de 1940, progressivité, souci du détail.

Cours préparatoire	Cours élémentaire	Cours moyen
(3 leçons de 15mn par jour) Etude concrète des nombres de 1 à 5, puis de 5 à 10, puis de 10 à 20. Formation, décomposition, nom et écriture. Usage des pièces et billets de 1, 2, 5, 10 francs, du décimètre, du double décimètre gradués	(3/4 d'heures par jour en deux leçons) Formation des nombres de 1 à 20. Table d'addition. Numération de 1 à 100, puis de 1 à 1000 ; compter par millier en liaison avec l'étude des unités usuelles du système métrique : franc, mètre, centimètre, kilomètre, litre, centilitre, hectolitre, gramme,	(1 heure par jour) Nombres décimaux en liaison avec les unités théoriques et pratiques de monnaies, de longueurs, de distances, de poids et de capacités. Changement d'unités (décimales) ; multiplication et division par 10, 100, 1000. Usage et pratique des quatre opérations sur les nombres décimaux.

en cm. Les nombres de 1 à 100. Dizaines et demi-dizaines. Compter par 2, par 10, par 5. Usage du damier de 100 cases et du mètre ruban. Exercices et problèmes concrets d'addition, de comparaison et de soustraction (nombre d'un chiffre, puis de deux chiffres), de multiplication et de division par 2 et5.	kilogramme (sans usage de la virgule). Usage et pratique de l'addition et de la soustraction. Addition et soustraction mentale d'un nombre d'un chiffre. Table de multiplication. Usage et pratique de la multiplication (par un nombre de deux chiffres au plus) dans des problèmes simples empruntés à la vie courante. Calcul rapide de la multiplication et de la division par 2 et 5. Calcul en cm carrés ou en mètres carrés de la surface d'un rectangle dont les dimensions sont exprimées en centimètres et en mètres ; Mois et jours. Heures et minutes. Exercices pratiques de mesures des longueurs en mètres et centimètres. Etude de figures géométriques simples par tracés, découpage et pliages. Carré, rectangle, quadrillages, triangle régulier, cercle, angle droit et demi-angle droit. Usage de la règle, du double-décimètre, de l'équerre (à 45°) ; Observation d'un cube.	Problèmes de la vie courante, traités oralement ou par écrit, avec, éventuellement du calcul mental ou rapide. Divisibilité par 2, 5, 3, 9 ; preuve par 9 de l'addition et de la multiplication. Prix et poids de l'unité et exemples analogues de quotients. Règle de trois. Utilisation des critères de divisibilité pour la simplification d'un quotient et d'une règle de trois. Pourcentages ; expressions inverses (6%, 6/100, 0,06). Application à l'intérêt simple. Fractions très simples de grandeurs : demi, tiers, quart, cinquième, dixième, soixantième. Calculer une fraction d'une grandeur et problème inverse. Additionner, comparer et soustraire des fractions des problèmes très simples ; Mesure du temps : heures, minutes, secondes, années commerciales de 12 mois de 30 jours. Problèmes simples sur le mouvement uniforme et les placements à cours terme. Unités de longueur. Mesure de longueur à l'aide des instruments usuels (chaînes ou ruban d'arpenteur, mètre en bois ou en métal, règles graduées ou réglets). Unités de surface. Calcul de la surface ou superficie d'un rectangle, d'un triangle et d'un trapèze rectangle, d'une figure simple décomposée en rectangles, triangles et trapèzes rectangles. Surfaces latérales de volumes géométriques simples (peinture ou tapisserie) Unités de volumes. Calcul […]

		Longueur de la circonférence […] Notions d'angle droit […] Cercles et circonférences […] Tracé et étude sommaire du triangle régulier […] Notions sur les échelles des plans et des cartes. Notions pratiques sur le cube [.. .]

Le programme du cours supérieur « qui doit être considéré comme un cours moyen (2ème année) pour les élèves forts est une révision de celui du cours moyen « sauf pour l'arithmétique et les exercices d'observation ». A raison d'une heure par jour, il comprend des « Exercices de calcul sur les nombres entiers et les nombres décimaux, en liaison avec la mesure des grandeurs, système métrique, quotient, règle de trois ». Mais il porte essentiellement sur le développement du programme de CM sur les mesures, avec encore un accent sur une rubrique consacrée à la notion de vitesse (cas d'un mouvement uniforme) et sur une rubrique portant sur « Pourcentage, intérêts simples, escomptes, rentes ».

Le programme de la classe de fin d'études est succinct :

> Application du calcul : utilisation des connaissances mathématiques déjà acquises à la résolution de problèmes concrets de la vie pratique, relatifs à la vie sociale et aux activités familiales, dans toutes les écoles ; à la vie rurale et aux activités agricoles, à la vie urbaine et aux activités industrielles, selon le milieu où vit l'enfant.

La réintroduction de quelques propriétés relatives à la divisibilité et à ses applications peut légitimer explicitement l'approfondissement théorique dans le cadre des études normales. Il faut souligner que l'étude de ces notions est reprise dans le cadre de l'enseignement du second degré et *a priori* des cours complémentaires : les programmes de 1947-48 (collection Delalain) prescrivent que « les restes de la division par 2, 5, 9 et 3, les caractères de divisibilité, la preuve par 9 » relèvent encore du programme de 5ème classique et moderne », que « la pratique sur des exemples de la décomposition en facteurs premiers d'un nombre entier, de la recherche du pgcd et du ppcm, avec application aux fractions » font l'objet de l'enseignement des 4ème A, B et moderne. Une arithmétique théorique traditionnelle, amputée toutefois des développements relatifs aux nombres premiers et de l'algorithme d'Euclide se déploie désormais sur l'ensemble du programme de l'école « moyenne ».

Ce constat ne permet pas pour autant d'en déduire que les finalités de l'école primaire se traduisent dès lors différemment que dans les périodes antérieures : celles-ci ne reflètent pas encore l'exigence d'une scolarisation qui doit nécessairement aboutir à un enseignement secondaire. Elles ne traduisent pas les enjeux d'un enseignement, simple propédeutique à des études nécessairement prolongées. L'existence des classes de fin d'études éclaire cette évidence, mais plus encore, les instructions du 7 décembre 1945 relatives à ces nouveaux programmes réaffirment les enjeux d'une formation qui par définition, doit pouvoir répondre aux besoins du futur citoyen. Ainsi les modifications qui portent exclusivement sur l'histoire, la géographe et la leçons de choses, les instructions de 1923 et de 1938 (pour le cours supérieur) relatives aux autres disciplines conservant leur actualité, ont pour objet un double but : « rendre à notre enseignement primaire sa simplicité et son efficacité ancienne en ce qui concerne l'acquisition des mécanismes « fondamentaux » ; de fonder davantage sur les faits, sur l'observation personnelle, afin de donner à la jeunesse française « le grand bain de réalisme » dont elle a besoin ». Les nouvelles directives prescrites aux instituteurs ne sont qu'une reformulation de principes « anciens » : *« Apprendre à observer doit être l'un des principaux soucis de nos éducateurs* (en italique) *».* Les enseignements des quatre disciplines réformées ont toujours « pour but de donner aux enfants des connaissances utiles ; mais, plus encore, ils doivent leur faire acquérir de bonnes habitudes intellectuelles et les protéger contre le verbalisme qui est un fléau ».

Signe particulier, tandis que les recommandations relatives à l'histoire et à la géographie, à la leçon de choses « tiennent » sur une page, celles portant sur le calcul en couvrent vingt et un. Méthodiquement les programmes de chaque division sont commentés, accompagnés de directives pédagogiques. Si le programme circonscrivait déjà précisément l'ensemble des notions à aborder, s'il fournissait la trame d'une progression dans le savoir à travers des contraintes imposées, les instructions relatives aux « Calcul et au système métrique » justifient, d'une part, la conjonction de ces deux domaine de savoir (calcul et S.M.) et d'autre part, définissent les principes à l'œuvre et les enjeux visés dans les tâches du maître qu'impose ce nouveau programme. En préambule, le ton est donné : *« L'observation doit également avoir une large place dans l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie à l'école primaire. Les principes énoncés dans les instructions de 1923 et repris dans celles de 1938 (pour le cours supérieur) restent valables : « Partout, l'opération manuelle doit précéder l'opération arithmétique ; l'expression du langage courant doit précéder l'expression du langage mathématique [.. .]Les modifications [...] ne font que confirmer ces principes ».* C'est donc à une transposition des instructions antérieures que se livrent les rédacteurs du document. Le rabattement de l'approche de la notion de nombre, de l'étude de la numération sur l'étude du système métrique est justifié par la nécessité de partir de l'observation. Ainsi « *dans l'enseignement au cours préparatoire, l'apprentissage des* *nombres doit se faire par l'observation de collections d'objets simples ou usuels, maniés ou dessinés. L'enfant doit être habitué à reconnaître sans énumérer, de un à cinq objets d'abord ; d'abord sur des dispositions géométriques simples, puis sur des objets groupés en ligne, puis sur des objets sans ordre. Les nombres de 5 à 10 peuvent être étudiés et retenus par leur formation avec 5 et un des cinq premiers nombres. Ceux de 10 à 20 sont ensuite réalisés par l'addition ou la réunion d'une dizaine avec un des dix premiers nombres. Cet apprentissage est facilité par l'usage des monnaies, du décimètre ou du double-décimètre, usage qui est indiqué par le programme et qui est familier à beaucoup d'enfants, en dehors même de la classe ».* C'est encore à travers la manipulation de « vrais dizaines d'objets », puis de « dizaines figurées » complétées « par des unités de même nature » que doit se concevoir la formation des nombres de 1 à 99. Il s'en suit que *« la figuration en dizaines et unités entraîne l'écriture, si l'élève sait, au préalable, faire la correspondance des collections et des chiffres et connaît l'usage du 0 ».* Les irrégularités de la numération parlée peuvent induire l'usage préalable de la suite logique des mots nombres (dix-un, dix-deux, etc.) puis par suite une leçon sur le vocabulaire usuel.

Ce rabattement sur l'observable se traduit dans le programme de cours élémentaire par une répartition des notions en rubriques mettant notamment en exergue l'usage du système métrique : Nombres concrets, Système métrique, tables, Calcul mental et rapide, calcul écrit, Usage des opérations, Problèmes. En effet, soulignent les rédacteurs : *« l'acquisition de la notion de nombres entiers, concrets et de leur usage suppose naturellement des leçons de choses diverses, répétées et néanmoins assez méthodiques. Au cours moyen seulement, on rencontrera des exemples de nombres abstraits et indépendant des unités dans l'étude des pourcentages et des fractions simples ».* Nous ne nous appesantirons pas plus sur le programme de cours élémentaire, marqué semblablement par le recours à un observable lié au système légal des mesures de grandeur ; les commentaires du programme du cours moyen se subdivisent ainsi : nombres décimaux et opérations (ceux-ci sont rabattus sur les entiers au moyen de changements d'unité dans le système métrique), problèmes (toujours liés au système métrique), quotient et règle de trois (à partir de grandeurs quotients), fractions, pourcentage et géométrie. La divisibilité intégrée au paragraphe sur les problèmes est ainsi éclairée : *« La condition de divisibilité par 2 et par 5 résulte de l'examen des cent premiers nombres. Le même examen peut servir de vérification à la règle de divisibilité d'un nombre de deux chiffres par 9 ou par 3 : l'extension de cette règle à un nombre de plus de deux chiffres peut être admise sans justification. La règle de la preuve par 9 peut être limitée, comme il est dit dans le programme, à l'addition et à la multiplication. Elle pourra être aussi appliquée à* *la vérification d'une soustraction par addition ».* Le caractère à visée essentiellement utilitaire de cet enseignement qu'illustre fort bien la longueur du programme du cours moyen circonscrivant dans un souci d'exhaustivité toutes les applications pratiques du calcul et du système métrique, fondé sur une démarche expérimentale où certaines des étapes qui succèdent à l'observation, à savoir, l'énoncé d'hypothèses, l'expérimentation, la vérification et la conclusion se révèlent pour le moins évanescentes, pourra conduire à la réforme que nous connaissons : mais en l'occurrence, il présente la trame d'un savoir élémentarisé, tout structuré, complet ou du moins suffisant pour maîtriser l'ensemble des pratiques sociales.

Le programme du cours supérieur dont l'objectif principal reste « calculer vite et bien », dans lequel « le recours au raisonnement déductif » demeure hors du programme, le confirme encore. Les ambitions de l'enseignement primaire sont précisément définies. Ainsi remarquent les rédacteurs : *« Les enfants de l'école primaire pourront constater des propriétés curieuses des nombres et des opérations ; le maître ne se préoccupera pas de les justifier ; il les considérera seulement comme des matériaux qui pourront être utilisés plus tard ».* Toute composante théorique est désormais exclue d'une définition de la culture primaire élémentaire.

Quant au programme de la classe de fin d'études primaires élémentaires, il renforce encore ce constat. Cette classe regroupe des élèves d'une grande diversité, certes mais *« il importe de souligner que cette classe qui s'intègre adroitement à l'ensemble de la scolarité primaire et dont nous avons fait un couronnement ne saurait, à aucun degré, être considérée comme un refuge pour les enfants incapables de faire autre chose. Elle recevra beaucoup d'excellents éléments qui, pour des raisons variées, ne chercheront pas leur place dans le second degré, ni même dans l'enseignement complémentaire ».* Sa fonction est emblématique de l'esprit primaire : *« plus que toutes les autres classes de l'école publique, elle est une préparation directe à la vie. Elle prépare l'enfant à tous les droits généraux de l'homme. Elle le prépare à vivre utilement pour lui et pour les autres dans le milieu où il a grandi. D'où le double caractère de la culture qu'elle dispense, à la fois largement humaine et pratique ».*

Il semble que paradoxalement le perfectionnement des méthodes pédagogiques et les avancées sociales dont procède le rapprochement des deux ordres primaire et secondaire accentue le caractère pragmatique de l'enseignement primaire élémentaire : son identité propre s'inscrit désormais dans une conception d'une arithmétique réduite à sa dimension expérimentale et pratique. Comme le synthétisent les rédacteurs dans leur conclusion relative au programme du cours supérieur : *« Bref, l'observation, qui doit tenir une grande place dans les leçons de choses, d'histoire et de géographie, doit jouer aussi un rôle important dans* *l'étude des premiers rudiments de mathématiques ».* La leçon de calcul et de système métrique emprunte ses caractéristiques à la leçon de choses.

Quoi qu'il soit, le programme et les instructions plus encore que ceux de 1923 et de 1938 constituent désormais le recueil de la doctrine et des méthodes pédagogiques qu'il convient de faire vivre dans l'enseignement primaire élémentaire. La mission principale des écoles normales, en dehors de celle qui consiste à préparer les élèves au baccalauréat, est en quelque sorte prédéterminée : les législateurs, en toute continuité avec leurs prédécesseurs, mais avec une rigueur et une précision qui éludent toute dérive, ont défini la doctrine et les méthodes rénovées ; le niveau de détermination du politique, par le biais des législateurs contrôle le niveau d'un pédagogique qui doit être institutionnalisé.

La réunion des conditions qui président à la résurrection des écoles normales et à la rénovation d'un enseignement primaire élémentaire révèle donc, d'une part, la fusion des deux niveaux de détermination politique et pédagogique, d'autre part, l'apparente résistance des finalités d'une instruction primaire sacralisée par les effets du phénomène d'acculturation observables à l'issue de cette période. Des conditions nouvelles toutefois apparaissent encore.

Certaines sont générées par les deux niveaux de détermination, citées précédemment, à savoir, la secondarisation de la culture générale des élèves-maîtres et le statut officiel de méthodes pédagogiques instituées publiquement et précisément déterminées. La première peut se constituer en obstacle : la distance créée entre la culture du maître et le savoir primaire, la réduction d'une formation professionnelle, ramenée finalement à une durée d'une année et donc trop brève pour rendre opératoire la réflexion du futur maître sur l'articulation entre ses savoirs secondaires et leurs applications pratiques à l'enseignement primaire. La seconde pourrait s'avérer efficiente si elle faisait l'objet d'un travail d'appropriation critique par le futur maître lors de son année de formation professionnelle ; mais sa fonction cachée, n'est-elle pas de se substituer à un travail réflexif approfondi dans le cadre de la formation normale ?

Certaines sont liées à l'environnement sociétal de l'institution normale, à savoir, l'accroissement et le prolongement de la scolarité, le reflux des candidatures des aspirants aux concours des écoles normales et par suite, le recours nécessaire à des maîtres suppléants. Les écoles normales perdent dès lors le monopole qui leur était jusqu'alors dévolu.

D'autres encore sont internes à l'institution de formation. Le personnel des écoles normales, en dehors des Directeurs et des professeurs qui reprennent leur fonction n'appartient plus à l'institution primaire. Comme le signale M. Gontard[144], *« Les Ecoles Normales supérieures primaires de Saint-Cloud et Fontenay, enlevées à l'enseignement primaire par le décret du 19 février 1945 qui reprenait celui de 1942, forment désormais des professeurs certifiés ou agrégés pour l'enseignement secondaire ».* Les professeurs sont désormais des enseignants du second degré non plus détenteurs d'une certaine doctrine normale ; celle-ci devient le quasi monopole du seul directeur, chargé de l'enseignement de la pédagogie… Les contraintes enfin, en partie, monacales qu'impose le régime normal originel, ne sont plus compatibles avec l'évolution du contexte social et idéologique.

Enfin, les enjeux éducatifs et utilitaires de l'enseignement primaire élémentaire définis par les législateurs de la 3ème République, ne répondent plus aux nouveaux besoins exprimés par la société : c'est non seulement en termes de structures, la résistance d'une dualité primaire secondaire qui politiquement s'avère incompatible avec les nouvelles finalités politiques et sociales de la IVème République, mais encore en termes de nouveaux savoirs, qu'une nouvelle réforme couve.

Quoi qu'il en soit, jusqu'en 1968, l'institution primaire, enseignement primaire élémentaire et école normale compris subsiste en une configuration sensiblement conforme à la structure que lui avaient assignée les législateurs de 1947.

Quelle est la suite ? Quel est le devenir de cette arithmétique du futur maître, que nous avons vue résister, en partie inaltérable, depuis 1881 ?

---

[144] M. Gontard, Les Ecoles normales primaires en France de la Révolution de 1789 à 1962, Anales du CRDP de Toulouse, p. 124.

2. La réforme des mathématiques modernes : des effets d'une conception nouvelle du fonctionnement social du savoir enseigné sur la formation initiale des maîtres.

Avant d'aborder la question des effets produits par cette réforme, source de polémiques, sur les plans d'études des futurs maîtres, il nous faut préalablement présenter les limites de cette étude.

D'une part, nous ne prétendons pas avoir consulté une documentation nécessairement pertinente faute d'avoir interroger les nombreux acteurs qui ont pu agir sur ces plans et sur les suivants. S'il convient de souligner que ces acteurs constituent la mémoire vivante de l'institution de formation des maîtres et que leur contribution est certainement nécessaire pour reconstruire l'ensemble des déterminations qui ont permis l'instauration et la régulation des plans d'études de cette institution, le cadre de notre étude ne peut contenir un domaine d'études aussi dense qu'il constitue en lui-même un objet de recherche à part entière.

D'autre part, il nous faut affronter une autre critique : le point de vue *a priori* généralisateur, apporté sur une institution dont le trait spécifique réside justement dans la multiplicité de ses fonctionnements locaux ne peut être en réalité que partiel, modeste, peut-être orienté mais non erroné, c'est du moins ce que nous espérons.

En recherchant à mettre en évidence quelques éléments « émergents » dans ce contexte « bouillonnant », contexte où interagissent des courants issus des diverses instances de la société, nous supposons pouvoir identifier ceux qui permettent d'ajouter une nouvelle dimension à la pertinence culturelle d'une arithmétique du futur maître, une arithmétique toujours clivée en ses deux composantes théorique et pratique. La pertinence « didactique » de ce savoir inaugure par ailleurs, d'une certaine façon, l'émergence d'une science en constitution, la didactique des mathématiques ; cette émergence soulève dans son sillage les questions relatives d'une part, à l'introduction d'un autre type de connaissances liées à l'acte d'enseignement, d'autre part, à la disqualification d'un art d'enseigner réglé par une pédagogie normale érigée en dogme.

Les questions récurrentes auxquelles nous prétendons apporter quelques éléments de réponses vont nous permettre de défricher le sentier qu'il nous semble pertinent d'emprunter.

Quelles sont tout d'abord les conditions et les contraintes qui génèrent l'émergence des plans d'études de 1969 ? D'où procèdent les déterminations qui les définissent ? Qui définit les besoins en savoirs, les besoins professionnels des maîtres ?

En quoi ce plan d'études peut-il ou non contribuer à préserver la légitimité culturelle d'une institution de formation des maîtres ? Comment cette institution « réformée » s'adapte-t-elle à son environnement sociétal ? Comment participe-t-elle de l'émergence de nouvelles institutions, crée-t-elle les conditions qui vont leur permettre de conquérir leur droit d'existence ?

Enfin, et c'est la question cruciale, quelles sont les conditions de vie de l'arithmétique du futur maître dans l'organisation mathématique qu'esquisse un nouveau plan d'études et que définissent des ouvrages de « référence » ? A quels besoins en savoir, à quels besoins professionnels, l'arithmétique du futur maître est-elle censée subvenir ? A quelles fonctions éducatives et sociales la mathématique du futur maître, sa composante arithmétique sont-elles censées répondre ?

2.1. Les acteurs de la réforme et les principes qui fondent sa forte légitimité.

Il convient dans un premier temps de distinguer les divers niveaux dont procèdent les déterminations qui règlent un processus dont la transformation du plan de formation des écoles normales et la restructuration institutionnelle de ces dernières ne sont que des effets « seconds » chronologiquement.

La question des contenus d'un enseignement mathématique apparaît comme primitive. Pourquoi décide-t-on de transformer les contenus et qui peut en prendre la décision ? Voici les deux questions dont les réponses permettent d'identifier les parts respectives de légitimité politique, idéologique, épistémologique, pédagogique, institutionnelle (au niveau des écoles normales et primaires) qui vont pouvoir être octroyées au « nouveau savoir ».

Tentons donc de brosser une brève description des acteurs de cette réforme, d'éclairer le « pourquoi ».

A la toute origine, c'est « la mathématique » elle-même qui enclenche le processus. Celui-ci est initié au niveau de l'enseignement supérieur par le mouvement bourbakiste, dès les années 30. La « rénovation bourbakiste[145] » en disqualifiant les techniques au profit de l'axiomatique, en établissant l'hégémonie des structures aux dépens des objets, tend à combler les lacunes d'un enseignement universitaire sclérosé. Dans le sillage de cette première lame de fond, les mathématiciens J. Dieudonné, G. Choquet et A. Lichnerowicz commencent à propager le principe d'une rénovation de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires (1952 - rencontre à Melun avec deux philosophes suisses ; 1956- réunion organisée à Sèvres sous l'égide de l'Association des Professeurs de Mathématiques

[145] *In* Les sciences au lycée- Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger, sous la direction de B. Belhoste, H. Gisperrt et N. Hulin, INRP, 1996. A. Revuz, La prise de conscience bourbakiste, pp. 68-76.

de l'Enseignement Public (APMEP))[146]. Simultanément le mouvement se propage en Belgique sous l'influence de G. Papy. La légitimité épistémologique d'une réforme des contenus mathématiques concernant l'ensemble de la scolarité apparaît donc comme première.

C'est cependant parce qu'elle se double d'une légitimité économique que la réforme va pouvoir s'imposer. L'Organisation Européenne de Coopération Economique (OECE) met en branle dès les années 1958-1959 le processus qui va permettre à la réforme des mathématiques nouvelles de « *s'inscrire très clairement dans une politique au service de la modernisation économique*[147] *»*. Projet qui, à terme, doit permettre au monde occidental de combler son retard technologique vis à vis de l'U.R.S.S…

Le Colloque de Royaumont (23 novembre - 4 décembre 1959), organisé par l'OECE qui réunit une trentaine de professeurs d'université représentant une vingtaine de pays, a pour objectif de « *promouvoir une réforme des contenus et des méthodes de l'enseignement mathématiques à l'école secondaire (12-19 ans)*[147]*»*. Les conférences et débats sont consignés dans un ouvrage « Mathématiques Nouvelles », publié par l'OECE (1961). Y trouve notamment place le discours historique de J. Dieudonné[148] dont nous citons quelques extraits caractéristiques :

« ... Depuis cinquante ans, les mathématiciens ont été amenés à introduire, non seulement des concepts nouveaux, mais un langage nouveau, langage créé empiriquement pour les besoins de la recherche mathématique et dont l'aptitude à exprimer avec précision et concision les énoncés mathématiques a été souvent mise à l'épreuve et a reçu l'approbation universelle ». Langue universelle dans la communauté des mathématiciens, elle se doit de pénétrer l'enseignement secondaire, vivier de l'université, ne peut s'accommoder du traitement qui lui est octroyé. Et le mathématicien de reprendre :

« Je pense que le temps de « ce ravaudage » est dépassé et que nous devons maintenant envisager une réforme plus profonde, à moins que nous n'acceptions de laisser la situation empirer au point d'entraver tout progrès scientifique ultérieur. Si je voulais résumer en une phrase tout le programme que j'ai dans l'esprit, ce serait par le slogan : « A bas Euclide ! »… ». Cette diatribe concerne certes l'enseignement mathématique secondaire mais l'auteur n'en éclaire pas moins une conception de la démarche de conceptualisation qui ouvre

---

[146] *in* Faire des mathématiques : le plaisir des sens A. Colin, 1991 ; B. Charlot, Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte, pp. 25 –46.
[147] *Ibid.* p. 27.

des perspectives dès l'initiation. Un des deux[149] *« principes directeurs […] est que l'on ne peut développer avec fruit une théorie mathématique sous la forme axiomatique que lorsque l'étudiant s'est déjà familiarisé avec la question à laquelle elle s'applique en travaillant pendant un certain temps sur une base expérimentale, ou semi expérimentale, c'est-à-dire en faisant constamment appel à l'intuition »*. La géométrie euclidienne est désignée comme l'emblème d'un classicisme obsolescent mais c'est la conception même d'une formation mathématique étendue sur l'ensemble de la scolarité qui se profile en arrière plan. D'ailleurs, comme le souligne B. Charlot[150], G. Choquet présente un programme pour l'enseignement primaire et secondaire.

Le mouvement, toujours épaulé par l'OECE (devenue Organisation de Coopération et de Développement Economique – OCDE, le 14 décembre 1961), se propage, porté « en Belgique par Papy, au Canada par Dienes, en Grande-Bretagne par Fletcher, en Pologne par Mme Krigowska [3]» et en France « par J. Dieudonné et le groupe Bourbaki, G. Choquet, A. Lichnerowicz, A. Revuz, N. Picard et G. Walusinski [147]».

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) rejoint les rangs des réformateurs, ajoutant aux cautions précédentes celle des praticiens, la caution de la discipline scolaire elle-même. En novembre 1964, à l'initiative de G. Walusinski qui en est le secrétaire général, l'APMEP crée une Grande Commission (qui deviendra en 1968 la Commission Recherche et Réforme pour éviter tout confusion avec la Commission Lichnerowicz), ayant pour finalité d'élaborer un projet de réforme : la Charte de Chambéry (1968) en marque l'aboutissement.

Notons encore que c'est dans ce contexte que G. Brousseau crée avec J. Colmez en 1964, le Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM) à Bordeaux. L'équipe de recherche composée principalement de professeurs d'école normale de l'académie de Bordeaux consacre ses travaux à l'enseignement élémentaire. Ses membres sont en rapport avec d'autres professeurs d'écoles normales par l'intermédiaire d'un groupe de recherche maths-sciences relevant du département de la recherche pédagogique de l'Institut Pédagogique National (IPN) et en lien encore avec la direction de la pédagogie du

[148] In Le Courrier de la Recherche pédagogique, n° 19 juillet 1963 – Les nouvelles tendances de l'enseignement des mathématiques, p. 2, 3.
[149] Le second porte sur l'honnêteté du pédagogue quant à la rigueur relative de la déduction logique.
[150] *in* Faire des mathématiques : le plaisir des sens A. Colin, 1991 ; B. Charlot, Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte, pp. 27

ministère[151] (ancienne Direction des Ecoles). Le contexte est donc favorable à l'émergence d'une institution spécifique, peu ou prou toutefois dépendante d'un pilotage exercé par l'IPN et le ministère.

L'IPN qui deviendra en 1970 l'Institut National de Recherche et de Documentation Pédagogique (INRDP), puis en 1976 l'Institut National de Recherche Pédagogique (INRP) se caractérise à l'origine comme l'un des leviers principaux de la réforme de l'enseignement mathématique élémentaire. L'institution est le vivier, dès 1960, d'une recherche-action qui mobilise notamment de nombreux professeurs d'école normale, substituant de fait au modèle de la pédagogie normale classique, une pédagogie « nouvelle » au sein de l'institution de formation. Son département de la Recherche Pédagogique crée une Commission spéciale dont la mission est : *« l'introduction de l'esprit moderne des mathématiques dans notre enseignement élémentaire[152] ».* Vecteur de diffusion des recherches auprès des professeurs d'écoles normales et des enseignants, doté de collaborateurs dont l'influence « individuelle » est emblématique (citons par exemple N. Picard), l'histoire de ses rapports de collaboration avec le politique se livre par ailleurs à travers les transformations de sa dénomination : au sommet de sa puissance institutionnelle en 1970, (ne conjugue-t-il pas pédagogie avec recherche et diffusion ?), il subit en 1976, des réductions budgétaires, une réorganisation qui lui retire les moyens de poursuivre ses recherche dans le secteur d'une innovation contrôlée par le Service des Etudes et Recherches Pédagogiques, ce secteur passant sous la tutelle du Ministère. Comme le souligne G. Laprévote[153], il s'agit alors de « *neutraliser un modèle et une recherche perçus comme idéologiquement et politiquement hostiles* », et l'auteur de citer les propos du nouveau directeur de l'INRP :

« L'institut n'était ni accepté, ni désiré : il faut qu'il soit accepté, désiré, et qu'il devienne indispensable aux décideurs politiques. […] C'est le ministre qui définit les missions que l'Institut doit exécuter efficacement en répondant exactement aux attentes des décideurs politiques ».

Si la montée en pouvoir et le déclin de l'institut décrivent une trajectoire homologue à celle d'une certaine légitimité pédagogique du savoir, si elles coïncident encore avec l'histoire de la réforme, que pouvons-nous en augurer ?

---

[151] *In* Actes du XXXème Colloque national des professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres- « Trente ans d'activités de la COPIRELEM au service de la formation des maîtres : acquis et perspectives », Avignon, IREM de Marseille, 2003. M.L. Peltier, Histoire et évolution de la COPIRELEM, p. 8.

[152] *In* Le Courrier de la Recherche Pédagogique, L'initiation mathématique au cycle élémentaire, Mars 1966, n° 27, Publication de l'IPN- R. Gal, chef du département de la Recherche Pédagogique, Présentation.

Dans une première phase d'expérimentation, il y a totale unanimité en ce qui concerne la légitimité d'une réforme inexorable : l'aval de la politique éducative et scolaire est acquise dès l'origine ; peut-on supposer que seule la précipitation avec laquelle les législateurs tenteront de la faire appliquer sera la raison d'un échec ? Mais n'y a-t-il pas toujours incommensurabilité entre le temps du politique et le temps du pédagogue (le temps n'étant pas mesurable, nous devrions certes user du terme durée …) ? Sont-ce à ces seuls niveaux, le niveau du pédagogique et celui du politique que se joue le procès d'une réforme ? Et pouvons-nous éluder les contraintes sociales et politiques qui vont justement accélérer le temps du politique lors des évènements de mai 1968 ?

Mais revenons encore sur les années 1967-1968, années qui précèdent le grand bouleversement. Les fonctions des acteurs se précisent, de nouvelles institutions éphémères se créent, appelées à en générer d'autres pérennes quant à elles.

Du côté des mathématiciens, la Commission Internationale pour l'enseignement Mathématique (CIEM), réunit en août 1967 un colloque à Utrecht sur le thème « Comment enseigner la mathématique pour qu'elle soit utile ? » ; son premier Congrès international pour l'enseignement mathématique sera organisé à Lyon en 1969 [154]. Emerge un argument qui ne relève plus du seul champ épistémologique et que nous retrouverons décliné sous la plume des divers acteurs de la réforme : la mathématique enseignée se doit d'être « utile », utile pour la science, mais indissociablement pour la technologie, pour l'économie. Plus encore, elle légitime la dimension « savante » des sciences humaines : citons le commentaire de M. Armatte[155], convoquant le témoignage de Lévi-Stauss :

« C. Lévi-Strauss est le plus enthousiaste des propagandistes d'une mathématique humaine, au point d'y voir le seul salut pour ces sciences mineures que sont les sciences humaines : « On peut dès aujourd'hui être certain que les jeunes spécialistes des sciences sociales devront désormais posséder une solide et moderne formation mathématique, sans quoi ils seront balayés de la scène scientifique ».

Du côté du politique, en France, la Commission Lichnerowicz est créée par le ministère en janvier 1967 : cet évènement révèle d'une certaine façon l'asservissement des

---

[153] G. Laprévote, Splendeurs et misères de la formation des maîtres- Les écoles normales primaires en France – 1879-1979 ; P.U. de Lyon (1984), p. 189.

[154] *in* Faire des mathématiques : le plaisir des sens A. Colin, 1991. B. Charlot, Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte, p.28.

[155] *in* Les sciences au lycée, un siècle de réformes des mathématiques et de la Physique en France et à l'étranger, sous la direction de B. Belhoste, H. Gispert, N. Hulin, (1996), INRP – M. Armatte, mathématiques « modernes » et sciences humaines, p. 83.

instances politiques aux intérêts des promoteurs de la réforme. A. Lichnerowicz, enseignant à la faculté des sciences de Paris et au Collège de France, préside la Société mathématique de France (SMF) ; il écarte délibérément de la Commission les membres de l'Inspection Générale non favorables au projet de réforme[156]. Les représentants d'un courant plus conservateur lié aux instances pédagogiques institutionnelles sont dessaisis de leurs prérogatives. Le premier rapport de la Commission est publié dès mars 1967. D'une part, il révèle la conjonction des finalités définies par les savants et les politiques, d'autre part, éludant les contraintes temporelles inhérentes à un contexte pédagogique qu'il s'agit aussi de rénover, il propose des réponses à la question du comment : « Comment, compte tenu des contraintes conjoncturelles d'une société en évolution, mettre en place dans l'enseignement des divers ordres, une mathématique nouvelle ? ».

La légitimité tant scientifique que politique de la réforme semble culminer en cette période ; elle est de plus renforcée par la caution des psychologues. Appelé à émettre son avis quant à la rapidité avec laquelle la « refonte nécessaire de l'initiation mathématique dès les classes élémentaires » doit opérer, J. Piaget écrit un article « L'initiation aux mathématiques, les mathématiques et la psychologie de l'enfant » dans la revue « L'enseignement mathématiques », en janvier 1967 (tome 13). S'il ne répond précisément à la question d' « une introduction précoce de telle ou telle notion complexe ou pleine d'embûches lorsqu'on passe de son intuition à sa formalisation » (p. 289), il remet en question le principe défendu par J. Leray[157] : « *l'enfant doit repasser par les étapes historiques qu'a vécues l'esprit humain [...] »*, pour ce qui concerne les opérations mathématiques et confirme, précautions prises : *« [...] il est tout à fait possible et souhaitable d'entreprendre une profonde réforme dans la direction des mathématiques modernes, car, par une convergence remarquable celles-ci se trouvent être bien plus proches des opérations naturelles ou spontanées du sujet (enfant ou adolescent) que ne l'était l'enseignement de ces branches demeuré beaucoup trop asservi à l'histoire. Il faut bien le reconnaître en effet, cette convergence n'a rien que de très explicable : dans la mesure où les progrès des mathématiques remontent aux sources de leur construction en même temps qu'il élargit leur domaine, il rejoint de ce fait même certaines structures fondamentales de l'esprit. »* (p. 291). Il n'en néglige pas pour autant une certaine prudence qu'occulteront ou ne sauront interpréter dans un cadre non plus psychologique mais pédagogique les réformateurs. : *« [...] l'initiation aux mathématiques modernes ne saurait être confondue avec une entrée de plein pied en ses*

[156] *Ibid.* p. 79.
[157] J. Leray, (1966) l'initiation aux mathématiques, *l'enseignement mathématique,* T. 12, p. 235.

axiomatiques. On ne saurait en effet axiomatiser qu'un donné intuitif préalable et, psychologiquement, une axiomatique n'a de sens qu'à titre de prise de conscience ou de réflexion rétroactive, ce qui suppose toute une construction proactive antérieure. L'enfant de 7 ans et l'adolescent manipulent sans cesse des opérations d'ensembles, de groupes, d'espaces vectoriels, etc.. , mais ils n'en ont aucune conscience, car ce sont là des schèmes fondamentaux de comportement puis de raisonnement, bien avant de pouvoir être des objets de réflexion. Toute une *gradation* (souligné par nous) *est donc indispensable pour passer de l'action à la pensée représentative et une non moins longue série de transitions demeure nécessaire pour passer de la pensée opératoire à la réflexion sur cette pensée. Le tout dernier échelon est alors le passage de cette réflexion à l'axiomatisation. La construction mathématique procède par abstraction réfléchissante (au double sens d'une projection sur de nouveaux plans et d'une reconstruction continuelle précédant les constructions nouvelles), et c'est de ce processus fondamental que trop d'essais éducatifs hâtifs prétendent se passer en oubliant que toute abstraction procède à partir de structures plus concrètes.* (souligné par nous). *Mais en conciliant les mathématiques modernes et les données psychologiques, le plus bel avenir s'ouvre à la pédagogie ».* S'il convient de souligner qu'au niveau de l'épistémologie génétique, J. Piaget confirme la pertinence d' « un » enseignement des mathématiques modernes, les caractéristiques qu'il relève (une gradation dans la démarche d'initiation qui soulève implicitement l'organisation du temps du savoir, la nécessité d'un travail préliminaire sur des structures concrètes (non nécessairement « pauvres ») offrent effectivement des pistes pour une recherche pédagogique dont l'aboutissement, une pédagogie adaptée est projetée dans un « advenir ».

Nous venons donc non seulement d'achever la présentation des diverses instances qui aux niveaux des sciences, d'une économie élargie au monde occidental, de la discipline, de la pédagogie, de la psychologie, confèrent à la réforme une légitimité unanime, mais encore d'éclairer l'argumentation psychologique. Le développement intellectuel du sujet procède par des étapes caractérisées par des structures qui entretiendraient des rapports analogiques avec les structures qui jouent elles-mêmes dans les mathématiques modernes. C'est sur ce postulat, car c'est ainsi qu'il va être reconnu par l'ensemble de la communauté des réformateurs que se fonde désormais la pédagogie « nouvelle » : la pédagogie active.

L'APMEP, par le biais de sa Commission Recherche et Réforme, se saisit du principe pour conforter la pertinence de son projet:

« Ce projet veut mettre en évidence dès le niveau élémentaire le rôle prioritaire d'une formation mathématique liée au développement des structures mentales, par rapport à une

acquisition des connaissances qui ne serait pas le fruit d'une construction progressive de ces connaissances ». (Commission R.R. de l'APMEP, 1er degré, 15-12- 1968)

La commission Lichnerowicz reprend dans son rapport préliminaire des idées semblables. Dans le paragraphe III intitulé « Formation des maîtres et expérimentation[158] », l'auteur écrit :

« le professeur de mathématiques, disait déjà Lebesgue, est un professeur d'action ». Les mathématiques doivent être présentées, dès l'initiation, comme le moyen de l'action rationnelle dans tous les domaines.(en italique dans le texte) *[…]*

Une étude expérimentale de nouvelles méthodes d'enseignement est en cours partout dans le monde et certains psychologues, tournés vers l'élaboration des mécanismes mentaux correspondant à l'activité mathématique, peuvent à la fois enrichir une telle étude et en bénéficier.

Pour l'auteur cet argument légitime d'ailleurs en partie, en regard de l'insuffisance encore actuelle des méthodes d'enseignement, la création des Instituts de Recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM).

Il conviendrait encore de citer les mathématiciens comme J. Dieudonné[159], et d'autres qui souscrivent au même principe.

La légitimité consensuelle d'une réforme des mathématiques étroitement corrélée à une réforme des méthodes pédagogiques est donc avérée. Cette intuition qu'organisations mathématiques et didactiques sont co-déterminées, semble unanimement partagée … en théorie.

Abordons désormais les arguments revendiqués encore à l'ensemble des niveaux de déterminations qui définissent les fonctions « nouvelles » des mathématiques modernes.

De l'argument économique, tout d'abord :

Examinons préalablement le point de vue de l'OCDE. Rappelons que les pays membres sont en 1963 : la République fédérale d'Allemagne, l'Autriche, la Belgique, le Canada, le Danemark, l'Espagne, les Etats-Unis, la France, la Grèce, l'Irlande, l'Islande, l'Italie, le Japon, le Luxembourg, la Norvège, les Pays-Bas, le Portugal, le Royaume-Uni, la Suède, la Suisse et la Turquie. La portée internationale d'une rénovation de l'enseignement est un des premiers traits caractéristiques de la réforme : la rénovation de l'enseignement scientifique se révèle le vecteur principal de l'expansion économique. Rappelons encore les

[158] Rapport préliminaire de la commission ministérielle, APMEP n° 258, mai-septembre 1967, Introduction pp. 246-250.

missions de l'organisation en question, elles précèdent la préface du document que nous décrivons ci-dessous :

« *[...] l'O.C.D.E. a pour objectif de promouvoir des politiques visant :*

- *à réaliser la plus forte expansion possible de l'économie et de l'emploi et une progression du niveau de vie dans les pays membres, tout en maintenant la stabilité financière, et contribuer ainsi au développement de l'économie mondiale ;*
- *à contribuer à une saine expansion économique dans les pays membres, ainsi que non membres, en voie de développement économique ;*
- *à contribuer à l'expansion du commerce mondial sur une base multilatérale et non discriminatoire, conformément aux obligations internationales ».*

Le cadre est fixé : il s'agit de définir des besoins en savoir que nécessite une expansion économique « internationale » et d'y répondre.

La préface des « Mathématiques Modernes », guide pour enseignant conçu à partir du « Rapport d'une session d'Etude Internationale sur les nouvelles méthodes d'enseignement des mathématiques- Athènes- 17-23 novembre 1963 », organisé par l'OCDE, jette à ce propos un éclairage sur les fonctions novatrices de ces nouvelles méthodes d'enseignement : n'occultons pas ce rabattement des contenus sur les méthodes elles-mêmes. L'ouvrage dont le texte français a été révisé par A. Revuz s'intitule « Pour un enseignement rénové des sciences » ; il est le 4ème ouvrage publié par la direction des Affaires scientifiques de l'OCDE.

« Ces deux dernières décennies ont été marquées par une véritable <u>explosion des connaissances scientifiques</u>. Ce phénomène a entraîné une <u>révolution technologique</u> qui a <u>bouleversé la vie économique et culturelle du monde entier</u>, et l'on s'est enfin aperçu que <u>l'enseignement traditionnel des mathématiques et des sciences ne répondait plus aux exigences de la science de l'industrie et de l'économie de notre société moderne</u>. Une réforme s'imposait, et plusieurs pays du monde occidental l'ont entrepris. En cela, ils ont été aidés par les travaux du séminaire de Royaumont[160] et du groupe d'experts[161] qui devaient jeter les bases d'une réforme mathématique et en tracer les lignes maîtresses ».

Le raisonnement qui justifie de l'imposition de la réforme nous semble pour le moins manquer d'une certaine rigueur scientifique : nous en avons souligné les maillons. S'il

---

[159] *in* Faire des mathématiques : le plaisir des sens A. Colin, 1991. B. Charlot, Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte, p.43, 44.
[160] Mathématiques nouvelles, OECE, 1961.

convient pour le scientifique de s'interroger plus sur les conditions de possibilité du phénomène que sur une hypothétique origine première , le raccourci présenté est toutefois percutant : à l'explosion des connaissances succède un chaos, qui révèle l'obsolescence d'un enseignement des mathématiques et des sciences. La réforme s'impose, impulsée essentiellement par les mathématiciens. La fonction des mathématiques modernes est clairement affichée : c'est la négation du troisième prédicat que nous avons souligné. Sa fonction est de répondre aux besoins de la science, de l'industrie et de l'économie, voire, mais c'est plus implicite de restaurer une culture « bouleversée ». C'est cette « utilité révélée » que revendique la mathématique moderne pour justifier d'une hégémonie qu'elle enlève aux humanités classiques.

De l'argument d'utilité :

L'argument décliné avec une dimension plus éducative est encore présent dans la Charte de Chambéry :

« *L'économie moderne demande une formation scientifique plus poussée pour un nombre plus grand d'individus…Et pour cette formation, c'est la mathématique qui est requise*[162] *»*.

« *A l'époque des ordinateurs et de l'automatisation, la lecture d'un organigramme et le maniement des symboles doivent faire partie de la culture de tous* [162]».

« *Ce qu'on appelle un peu vite la mathématique moderne, ce qu'il conviendrait mieux d'appeler la conception constructive, axiomatique, structurelle des mathématiques, fruit de l'évolution des idées, s'adapte « comme un gant », nous permettrons-nous de dire, à la formation de la jeunesse de notre temps* [162]*»*.

Si le même raccourci lapidaire justifie d'une mathématique, ressort principal d'une formation scientifique, c'est encore la pertinence d'une langue nécessaire à la constitution d'une culture commune et d'un nouveau mode de pensée rationnel et éducatif que développent les auteurs de la Charte.

Si nous portons encore notre attention sur le rapport préliminaire de la Commission Lichnerowicz[163], nous retrouvons un manifeste qui recourt à un même type d'argumentation, argumentation plus insistante cependant sur la dimension éducative que cet enseignement

---

[161] Programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire, OECE, 1961.
[162] *in* Faire des mathématiques : le plaisir des sens A. Colin, 1991. B. Charlot, Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte, p.36, 37.
[162]
[162]
[163] Rapport préliminaire de la commission ministérielle, APMEP n° 258, mai-septembre 1967, Introduction pp. 246-250.

novateur confère à la formation du citoyen moyen d'une société ouverte. Ainsi, successivement sont évoqués le rôle de l'éducation dans le développement d'une société, l'obsolescence d'un savoir mathématique qui en compromet la pertinence et par conséquence la nécessité sociale d'une mathématique nouvelle (phrases soulignées par nos soins).

« Dans le monde où nous vivons, la meilleure mesure du développement d'une société est sans doute fournie par l'éducation moyenne de ses membres et la répartition harmonieuse de cette éducation à travers disciplines et techniques. Alors que, naguère, il suffisait à un homme de savoir s'exprimer dans sa langue, de savoir la lire et l'écrire, de savoir enfin effectuer sur les nombres décimaux quelques calculs élémentaires pour se sentir pleinement intégré à la société où il vivait, il n'en est plus de même aujourd'hui. Pour se sentir citoyen de plein droit de la société des humains, un homme de la seconde moitié du XXème siècle doit savoir se localiser dans l'espace et le temps, doit pouvoir communiquer avec des communautés étrangères à la sienne, mais il doit surtout percevoir quelques-unes des méthodes de pensée et d'action qui constituent le « savoir- faire » (en italique dans le texte) *qu'est notre science et notre technique.*

La mathématique joue là « un rôle privilégié » (en italique dans le texte) *pour l'intelligence de ce que nous nommons le réel, réel physique, comme réel social ».*

Et l'auteur reprend le discours apologétique de ses collègues mathématiciens : la mathématique est vivante, elle est partout, elle est la syncrétisation d'un nouveau mode de fonctionnement intellectuel (extrait du texte souligné par nous mêmes).

« Notre mathématique sécrète, par nature, l'économie de pensée et, par-là, permet seule de classer, de dominer, de synthétiser parfois en quelques brèves formules un savoir, qui, sans elle, finirait par ressembler à quelque fâcheux dictionnaire encyclopédique infiniment lourd. La mathématique a été, depuis toujours, discipline auxiliaire des sciences physiques et de l'art de l'ingénieur. Elle est devenue désormais, au même titre, discipline auxiliaire, aussi bien d'une grande partie des sciences biologiques et médicales que de l'économie et des sciences humaines. Elle a permis de fonder les éléments d'une analyse des conduites rationnelles. Il n'est presque plus de disciplines qui n'ait recours à elle, soit comme outil, soit comme instrument véritable de pensée. Elle porte partout témoignage du fonctionnement même de notre esprit. »

La puissance des mathématiques manifestée à travers l' « étendue et la diversité des applications » renvoie l'évolution de la société à une « mutation intellectuelle mondiale». Il en résulte l'émergence d'un « problème fondamental mais difficile » : « […] *il faut […] désormais préparer nos enfants et nos étudiants à comprendre et à « utiliser »* (en italique dans le texte) *ce que sont devenues les mathématiques de notre temps ».* Le problème est «*le premier, peut-être des problèmes mondiaux de l'éducation* »… « *Elever le niveau mathématique moyen […] et former suffisamment de mathématiciens qualifiés sont devenus des impératifs de toute nation soucieuse de son indépendance et des possibilités de développement ».* Le projet s'inscrit donc dans un cadre idéologique, politique et économique, qui permet à l'auteur d'affirmer : « *Apprendre aux non mathématiciens à se servir avec efficacité des différentes techniques mathématiques est devenu un véritable service public ».*

Il semble fondé de supposer que la force de cette conviction *a priori* conservée par les législateurs, n'est pas sans lien avec la perversion d'un enseignement caractérisé par certains comme dogmatique, mais dans le contexte donné elle traduit un principe : de la présence généralisée de la mathématique dans les sciences, voire dans toutes les activités humaines résultent son caractère d'utilité première et par conséquent la primauté de son enseignement.

Il est encore une institution que nous n'avons pris la peine de présenter : il s'agit de l'Inspection Générale de l'Education Nationale (IGEN). Ses membres, comme le signale M. Armatte[164], ne partagent pas la même conviction quant à la nécessité d'une réforme radicale. Il convient toutefois de souligner le rôle de ceux qui se font les promoteurs de la rénovation : sous leur influence sont mutualisés les divers apports relatifs à l'organisation de la réforme. C'est sous la responsabilité de ceux-ci par exemple, qu'un rapport élaboré à la suite d'un colloque organisé par l'APMEP sur l'enseignement élémentaire le 1er mai 1965, constitue le premier document de travail d'une commission ministérielle réunie le 22 mai 1965. Sous la présidence des I.G. Beulaygues (écoles élémentaires), Baudet (écoles maternelles), Cagnac (enseignement secondaire) sont discutés par l'ensemble des acteurs du système d'enseignement (professeurs de mathématiques de tous les degrés, représentant des organisations pédagogiques et des syndicats) les programmes proposés.

L'Inspection Générale conserve en partie la fonction qu'elle retrouvera en totalité lors de l'accélération du processus de réforme : elle est la nécessaire courroie de transmission entre les institutions d'enseignement et de recherche pédagogique, et le ministère.

Avant de conclure ce premier paragraphe, il nous paraît pertinent d'apprécier la résonance de ces arguments au niveau de l'école élémentaire. Il apparaît en effet que contrairement au processus mis en place depuis l'ère de l'école primaire républicaine, le savoir enseigné dans les écoles primaires ne peut plus procéder d'une élémentarisation d'un

[164] *in* Les sciences au lycée, un siècle de réformes des mathématiques et de la Physique en France et à l'étranger, sous la direction de B. Belhoste, H. Gispert, N. Hulin, (1996), INRP – M. Armatte, mathématiques « modernes » et sciences humaines, p. 79.

savoir défini et organisé en amont. Les plans d'études dans les écoles normales doivent désormais se développer à partir des programmes expérimentés dans les classes élémentaires. Comment se traduisent les fonctions de la mathématique moderne élémentaire ? Comment reflètent-elles les fonctions attribuées à la mathématique dans le contexte d'une société ouverte au monde ?

N. Picard, collaboratrice du Département de la Recherche Pédagogique (IPN), exhibe un certain nombre des arguments qui éclairent ces fonctions dans son article « Une expérience d'enseignement de la mathématique au cours élémentaire [165]».

Cet article qui constitue le compte-rendu d'une expérience menée en 1964-1965 dans six classes de C.P. affiche une ambition certaine. L'auteur précise en préambule : « *La recherche que nous avons faite cette année constitue* *un théorème d'existence* (nous soulignons) *tant pour les maîtres que pour les élèves, d'une possibilité d'un enseignement de la mathématique dès le début de la scolarité ».*

Quels sont alors les arguments qui fondent la légitimité de cette recherche ?

« [...] on s'est peu préoccupé des besoins et des possibilités des enfants », privilégiant la mémorisation par cœur aux dépens de la compréhension.

L'expérience même de la rédactrice : *« je dirai, sans fausse honte, que j'ai réellement compris ce qu'il y avait derrière « 2+ 3 = 5 » seulement quand j'ai eu fini ma licence de mathématique car j'avais acquis des techniques [...] mais sans jamais réfléchir sur la mathématique elle-même ».*

D'où la « collaboration nécessaire et fructueuse entre mathématiciens et psychologues de l'enfant » et les expériences qui en ont résulté. *« A partir des concepts d'ensembles, de relations, ils* (les enfants) *peuvent découvrir ce qu'est un opérateur et comment l'on s'en sert, découvrir la structure de groupe à partir de groupes finis, utiliser des fonctions numériques et non numériques, tout cela avant dix ou onze ans ».*

Des traits caractéristiques à cette mathématique moderne – « *un désir d'honnêteté intellectuelle qui conduit à poser des axiomatiques »* (constitutives par conséquent d'une pédagogie nouvelle) - *« le désir de généralité »* qui conduit à « une formalisation de plus en plus poussée » et à l' « étude des structures ». Mais là n'est point la finalité de l'enseignement élémentaire : « *la « reconnaissance de structures », cela va être au contraire notre souci constant ».*

---

[165] *In* le Courrier de la Recherche Pédagogique, L'initiation au cycle élémentaire, Mars 1966, n° 27, IPN, pp.12-76.

L'existence d'un langage mathématique promu comme un langage dont les élèves au travers d'expériences peuvent « découvrir tout seuls la syntaxe » et non comme un langage déjà « formalisé » à s'approprier.

La reconnaissance scientifique que l'acquisition d' « un mode de pensée nouveau » ne peut être acquis après douze ans, que les notions ne peuvent être formalisées « avec fruit » qu'en étant déjà familières (nous retrouvons l'empreinte des convictions de J. Dieudonné).

L'obsolescence des programmes scolaires qui ne proposent que « *l'étude de techniques pour la plupart périmées et que (les élèves) n'auront jamais à utiliser* », alors que « *la plupart des jeunes ont soin d'acquérir les connaissances nécessaires à la compréhension du monde moderne* », et l'ennui des élèves dont on ne sollicite ni la créativité, ni l'esprit d'invention, ni l'initiative personnelle : en bref, la sous-alimentation mathématique des élèves.

Enfin, « à l'heure actuelle, l'échec de cette soi-disant démocratisation de l'enseignement » ; « *L'école, bien sûr, ne peut pas tout donner, mais elle pourrait donner beaucoup plus et résorber quelque peu les inégalités que l'on constate entre les enfants dès le cours préparatoire, inégalités dues le plus souvent non à l'âge ou à l'intelligence mais bien plus à la différence des milieux sociaux dont ils sont issus. […] Les enfants vivant dans* (les) *milieux intellectuellement sous-développés pour notre époque* (ceux des travailleurs manuels) *trouvant à l'école un enseignement et une formation qui était bonne en 1880 mais qui n'est plus valable maintenant, se trouvent pour ainsi dire rejetés de la société contemporaine. Il est matériellement impossible de recycler les parents, il ne l'est pas de recycler les maîtres ».*

En recensant ces quelques éléments, il nous semble pouvoir dégager quelques lignes de force : la mathématique moderne définit ses fonctions par opposition avec les mathématiques traditionnelles – elle se doit de répondre aux besoins d'élèves qui veulent comprendre, voire réfléchir sur la mathématique (à l'instar de la rédactrice de façon précoce), avant de mémoriser des techniques (périmées pour certaines) ; ces besoins sont éclairés par les recherches sur la psychologie de l'enfant – elle a pour objet la reconnaissance de structures, l'acquisition d'un langage dont la syntaxe s'élabore au travers d'expériences ; ce langage est une (voire la) clé pour comprendre le monde moderne – elle octroie à l'école le pouvoir de combattre le malthusianisme de l'enseignement traditionnel – elle est, à tous ces titres, utile et crée de fait une distance inéluctable entre le savoir du « travailleur manuel » et celui de ses enfants.

En dehors de ces fonctions sont encore posés des postulats : un mode de pensée nouveau ne peut acquis que s'il fait l'objet d'une initiation précoce ; ce mode de pensée nouveau est accessible à presque tout enfant.

Dans les principes fondateurs du projet de réforme et dans l'implication des diverses instances de la société dans celui-ci, nous pouvons identifier la plupart des éléments qui peuvent conférer à la mathématique une possible légitimité culturelle. Ne sont absents du paysage que l'institution des parents et l'édifice primaire (ou du moins ce qui subsiste de l'architecture républicaine). Les principes sont théoriques, il s'agit désormais pour les acteurs de la réforme de s'impliquer dans le « Comment ? ».

2. 2. De la mise en place de la réforme : des conditions et contraintes qui en (dé)règlent le processus.

Comment appliquer cette réforme ? Cette question dont les réponses doivent permettre de « rénover » la pertinence culturelle du savoir dans les écoles normales et primaires, sa pertinence et sa légitimité professionnelle dans le système de formation des maîtres, s'avère déterminante.

L'existence de programmes viables (mis à l'épreuve dans la durée) et le recyclage des maîtres, la formation des maîtres (et plus généralement des professeurs de mathématiques) constituent les conditions prioritaires sur lesquelles s'accordent toutes les instances impliquées dans le projet.

<u>2. 2. A. Eléments d'une analyse *a priori* opérée par les acteurs de la réforme sur les conditions de faisabilité.</u>

Dans les années 1962-1963, G. Walusinski présente un rapport à la demande de l'UNESCO : Aspects et problèmes de la rénovation de l'enseignement des mathématiques[166] : il liste avec discernement les manières d'opérer et leurs travers. Ainsi, parmi celles-ci :

Première dans un ordre décroissant d'efficacité : « *Les réformes instituées par les organisations nationales ou régionales de l'enseignement : par exemple la réforme des programmes en France ou en Belgique. <u>L'organisation étant centralisée</u>, surtout en France, <u>une réforme des programmes a la plus vaste répercussion</u>. Il est vrai qu'à cause de cela la*

[166] In Le Courrier de la Recherche Pédagogique, juillet 1963, n° 19, IPN, pp. 48-50- Voies et moyens des réformes ; obstacles..

réforme risque d'être longtemps remise, si toutes les conditions requises pour son succès ne sont pas réunies ; en tout cas cette structure centralisée se prête mal à l'expérimentation, surtout que la centralisation correspond à une structure rigide d'examens ».

Parmi les obstacles recensés, après l'insuffisance des volumes horaires consacrés à l'enseignement des mathématiques, l'insuffisance des installations matérielles (notamment des laboratoires de mathématiques déjà chers à Borel (1904)), G. Walusinski relève enfin :

« La crise actuelle de recrutement des maîtres est un obstacle majeur à toute réforme de l'enseignement. Cette crise n'épargne complètement aucun pays ; elle est la plus grave là où une poussée démographique s'ajoute à la croissance normale du taux de scolarisation effective ; elle atteint aux dimensions d'une catastrophe lorsque les conditions économiques offertes aux professeurs ne sont pas du même ordre que celles mises en avant par l'industrie pour recruter les spécialistes dont elle a besoin. On est alors amené à recruter un personnel peu qualifié auquel il serait imprudent de confier la mission d'une mise en pratique de programmes nouveaux sans préparation suffisante.

Enfin, pour des maîtres qualifiés en exercice depuis un certain temps, l'introduction de nouveaux programmes et, plus encore, l'expérimentation de nouvelles méthodes se heurtent à des préjugés tenaces ; le maître a naturellement tendance à préférer les idées dans lesquelles il a été lui-même instruit. L'enseignement est donc fatalement imprégné de traditions ; les modifier, cela paraît souvent les bousculer et cela ne va pas sans difficultés, même du seul point de vue psychologique ».

Le diagnostic lucide et sans complaisance n'est-il pas l'anticipation fidèle du scénario qui va se jouer quelques six années plus tard ? La condition nécessaire réside certes dans l'existence de programmes nationaux, mais sous réserve d'une mise à l'épreuve qui en assure la viabilité ; la faisabilité de la réforme sous-tend encore l'émergence de nouvelles méthodes : c'est sur la nécessaire articulation des organisations mathématiques et didactiques que repose la pertinence culturelle du projet. Qu'en sera-t-il des contraintes que G. Walusinski définit comme obstacles majeurs ? Comment au niveau politique, ces obstacles seront-ils pris en compte, détruits ou simplement détournés ?

En effet, s'il va de soi que cette analyse ne peut être éludée par les réformateurs, il est un domaine qui échappe à leurs domaines de compétences : la dimension législative et administrative de la politique de recrutement et de formation des maîtres (du primaire comme du secondaire) ne peut relever que du niveau politique (peu ou prou éclairé).

Peut-être est-ce la raison pour laquelle cet aspect fondamental de la réforme semble apparaître comme second : les expériences dans les classes pilotes, l'élaboration des programmes semblent des préalables, ce qui d'une certaine façon procède d'une logique temporelle. Les commentaires de N. Picard[167] sont à ce titre éloquent : elle décrit ainsi les étapes (dont nous pouvons supposer que les deux dernières sont synchroniques) du processus de la réforme – refonte complète des programmes – faire prendre conscience au maître « qu'il n'est pas pour l'élève la seule source d'information », qu' il doit « repenser complètement sa classe », s'obliger à « s'effacer » - mise en place par les services publics d'un recyclage des maîtres- « *Ceci n'est un obstacle insurmontable pour personne à partir du moment où l'on en a ressenti la nécessité comme une caractéristique de notre temps ».* Et l'auteur de souligner l'engagement enthousiaste des maîtres dans les dispositions de formation permanente, engagement perçu comme devant être normal…

Il semble par contre que les éléments d'analyse de G. Walusinski inspirent davantage les membres de la commission ministérielle, marquant encore en 1967 la communauté d'esprit des réformateurs et du ministère.

Après son manifeste en faveur d'une rénovation d'un enseignement mathématique, le rapport préliminaire de la commission Lichnérowicz rend compte de la complexité institutionnelle que génère une nécessaire évolution du savoir à enseigner, il définit les principes généraux, suggère « un certain nombre de mesures concernant les premières étapes » de l'action à mener. L'auteur stipule clairement : « *Seul un effort continu, s'étendant sur de nombreuses années, peut améliorer étape par étape, la situation. A cet effort, doivent être amenés à participer tous ceux qui enseignent des mathématiques <u>du premier degré à l'enseignement supérieur</u>* (en italique dans le texte)[168]».

Les principes dégagés sont éclairants :

1° Il convient que l'action systématique envisagée ne provoque <u>aucun désordre, intellectuel ou matériel, et soit engagée sans retard, mais sans précipitation.</u> (souligné par nous).

2° Cette action devrait être développée en étapes de quatre années, chaque étape étant <u>soigneusement élaborée à l'avance</u> (souligné par nous). *Il devrait s'agir là de véritables <u>plans quadriennaux</u>* (en italique dans le texte) *pour l'enseignement des mathématiques et le calendrier de chacun des plans successifs devrait être <u>rendu public à l'avance.</u>* (souligné par nous).

---

[167] *In* Le Courrier de la Recherche Pédagogique, Une expérience d'enseignement de la mathématique à l'école élémentaire, Mars 1966,n° 27, p. 16.
[168] Rapport préliminaire de la commission ministérielle, APMEP, n° 258, mai- septembre 1967, p. 249.

3° Il convient de créer, auprès des université, (en italique dans le texte) *des organismes recevant, pour tous les ordres d'enseignement,* (en italique dans le texte) *vocation d'une part pour susciter, animer, analyser et faire connaître des expériences étendues, d'autre part, pour assurer le perfectionnement des maîtres et l'élaboration de la documentation et l'information nécessaire, sur tous les points nouveaux ou délicats. Dans l'exercice de cette double vocation, ces organismes ne doivent bénéficier d'aucun monopole.* (souligné par nous).

Nous pouvons relever l'ensemble des déterminations identifié par l'auteur du rapport pour que se mette en place la réforme envisagée : la nécessaire prise en compte d'un temps du changement progressif, régulé par les modifications prudentes des contraintes intellectuelles et matérielles qui règlent le temps du savoir ; la publicité faite au nouveau savoir enseigné, en partie garant de sa compatibilité avec l'environnement sociétal ; enfin, la nécessité qu'émerge une nouvelle institution en lien avec l'université, ayant pour tâche l'organisation des expériences d'enseignement et leur analyse, l'information et la formation des enseignants de tous ordres. L'application du troisième principe consacre l'existence des Instituts de Recherche sur l'enseignement mathématiques (IREM) ayant le statut d'instituts d'Université, présents dans chaque académie et liés ainsi que le révèle le « schéma d'organisation » (p.258 du rapport) avec les directions de l'IPN. Dans ce schéma, ce dernier lien atteste que les IREM n'ont effectivement pas le monopole de leur double fonction. Leur création est effective en 1969 : de trois à l'origine (Paris, Strasbourg, Lyon), ils sont au nombre de 25 en 1974, couvrant toutes les académies.

Mais examinons désormais le contexte institutionnel à l'aube des évènements qui vont précipiter la réforme, en dérégler le mouvement programmé.

2. 2.B. Conditions et contraintes générées par le contexte institutionnel et politique.

Le délabrement de l'édifice primaire est le premier à l'origine des mesures qui, prises pour en modifier la structure, vont s'avérer incompatibles d'une part, avec le principe d'une transformation progressive des organisations mathématiques et didactiques, d'autre part, avec le principe d'une médiatisation du savoir rendant intelligible ses fonctions éducatives et sociales.

D'une part, l'école primaire ne propose plus des programmes cohérents avec sa finalité, puisqu'elle ne répond plus à la mission que lui avait dévolue les républicains de la 3ème République, à savoir munir tout écolier d'un bagage limité mais suffisant de connaissances lui permettant d'intégrer le monde du travail. Elle prépare désormais tout élève au collège.

L'institution s'est donc transformée, mais sa mission nouvelle ne s'incarne pas dans les contenus d'enseignement qu'elle est censée transmettre.

Eclairant dans le contexte français les élément d'analyse relevés par G. Walusinski, A. Prost[169]souligne que dès les années 50 : « deux phénomènes, l'un conjoncturel, la vague démographique, l'autre structurel, les progrès de la scolarisation » expliquent « la croissance des effectifs scolaires » : la scolarisation au-delà de la scolarité obligatoire progresse aussi, motivée par la demande des familles, par une économie « qui réclame plus de cerveaux et moins de bras ». L'analyse coïncide certes avec celle des réformateurs…

L'ordonnance du 6 janvier 1959 (dite ordonnance Berthoin) prolonge l'obligation scolaire jusqu'à 16 ans. Le décret du même jour crée un cycle d'orientation de deux années ($6^{ème}$ – $5^{ème}$) qui reste inscrit dans l'établissement d'origine (primaire dans les Collèges d'Enseignement Général, nouvelle dénomination des Cours Complémentaires, secondaire dans les lycées ou collèges). Il en résulte l'accroissement de la scolarisation prolongée. La séparation des deux ordres primaire-secondaire s'efface (institutionnellement) avec le décret du 3 août 1963 (dit Fouchet-Capelle), créant les Collèges d'Enseignement Secondaires (CES) : l'édifice hiérarchisé du monde primaire – écoles primaires – cours complémentaires – écoles normales s'effondre, tandis que l'école primaire devient le premier étage d'un édifice nouveau – écoles maternelles et élémentaires – collège – lycée. Toutefois, le décret du 3 mai de la même année organise la carte scolaire, évitant tout brassage des populations ; par ailleurs, les collèges juxtaposent dès la $6^{ème}$ des sections divergentes – classique – moderne long (traditionnellement secondaires) – moderne court (de type CEG) – classe de transition (classes de fin d'études primaires) ; au cycle d'observation succède un cycle d'orientation ($4^{ème}$ – $3^{ème}$) qui confirme la résistance de « filières » ségrégatives. L'unification du collège, déjà prônée par Capelle ne s'opèrera institutionnellement qu'en 1975 (loi Haby du 11 juillet 1975) ; la loi consacrera alors la disparition des filières dans le cycle d'observation (6°-5°), le passage automatique de l'école au collège.

Dans le contexte donné, en 1968, cette situation soulève deux questions dont dépend la pertinence des deux nouveaux paliers de la scolarité obligatoire : celle des contenus d'enseignement – la conception d'un nouveau savoir scolaire plus étendu, commun et obligatoire, inscrit dans un nouveau cadre temporel – celle du recrutement des personnels

[169] A. Prost, Histoire de l'enseignement en France, 1800-1967, A. Colin (1968), p. 438.

enseignants et de leur formation. C'est dans les mesures mises en place par la politique scolaire de la V^{ème} République pour régler ces questions indissociables que peuvent résider les conditions nécessaires à la rénovation du système d'enseignement. Or cette politique scolaire se caractérise par un défaut d'anticipation rationnelle. Le commentaire d' A. Prost[170] est à ce propos fort éloquent :

« La démarche de la V^{ème} République est en effet empirique. Elle n'applique pas un plan cohérent, qui se dévoilerait à travers les mesures successives dont il assurerait la continuité ; elle obéit aux situations. Une sorte de nécessité interne fait sortir une nouvelle réforme de la réforme précédente, et les structures qui finissent par s'imposer ainsi résultent d'une sorte de développement organique. Ces tâtonnements provoquent d'ailleurs des difficultés qu'un plan logique eût sans doute évitées ».

Cette analyse éclaire notamment la situation des écoles normales. Dans l'édifice primaire restructuré, elles ont avant 1968 conservé leur configuration originelle. Elles ont, en partie, perdu leur finalité professionnelle : A. Prost[171] synthétise en quelques chiffres la mesure de cette déchéance. Entre 1951 et 1964, sur un recrutement de 150 à 160 000 instituteurs, elles n'en ont fourni qu'environ 75 000 dont 1/6ème ont changé de voie. Entre 87 000 et 97 500 suppléants ont été recrutés. La secondarisation de la formation, c'est-à-dire, la prédominance de la culture générale que couronne l'obtention d'un baccalauréat aux dépens d'une formation professionnelle étriquée, condensée sur une seule année, prive de plus l'institution de ses meilleurs éléments (préparation aux Ecoles normales supérieures, entrée dans les centres de préparation au CAPCEG[172], autres voies (l'engagement décennal perd son caractère coercitif).

Le colloque d'Amiens organisé par l'Association d'études pour l'expansion de la recherche scientifique (15-17 mars 1968) révèle le malaise du système d'enseignement tel qu'il est perçu par l'opinion public. Autour du thème « Pour une école nouvelle, Formation des maîtres et recherche en éducation », s'exprime l'ensemble des acteurs mobilisés par la nécessité sociale et éducative d'une rénovation radicale. Ainsi le conseiller d'Etat Roger Grégoire déclare-t-il :

« Si l'élève manifeste peu de dynamisme à l'égard des question scolaires, cela tient à trois raisons :

[170] Ibid. p. 422.
[171] *Ibid*. p. 144.
[172] Le 21 octobre 1960 sont créés le CAPCEG et sont organisés les centres de préparation au CAPCEG, certificat d'aptitude de professorat d'enseignement général de collège. Dispositif permettant de pallier aux difficultés de recrutement dans les CEG, puis CES.

- *on tente de lui transmettre un patrimoine qui lui est indifférent ;*
- *on transmet ce patrimoine à l'aide de modèles qu'il rejette ;*
- *à l'aide d'un système hiérarchique que son bon sens et sa dignité ne peuvent tolérer [173]».*

C'est au cours de ce colloque qu'émergent les principes d'un allongement de la formation initiale des instituteurs « (recrutement post-baccalauréat suivi de deux années de formation universitaire fondamentale et de deux années de formation universitaire en responsabilité) et pour l'organisation de leur formation incluse dans leur service »[174]. Les évènements de Mai 1968 se révèlent donc plutôt comme un épiphénomène : les grèves largement suivies dans les écoles normales traduisent l'urgence de solutions et non une soudaine prise de conscience. Le nouveau ministre de l'Education Nationale, E. Faure annonce d'ailleurs, dès le 24 juillet 1968, dans sa déclaration à l'Assemblée Nationale :

« Je pense que l'école normale devrait être rénovée. Mon inclination serait d'en faire un institut de formation pédagogique dont l'enseignement serait dispensé en liaison avec l'Université. La durée des études serait dans cette hypothèse portée à deux ans après le baccalauréat, les écoles normales ne recrutant plus les élèves parmi les classes de seconde, de première et de terminale[175] ».

S'il ne s'agit point encore d'inscrire l'institution dans un cadre universitaire, (cadre dont il faut rappeler qu'il est évoqué dès 1904 dans le rapport Massé[176]), certains des arguments évoqués ne sont pas sans analogie avec ceux développés par la commission de 1904.

Un premier argument concerne la non pertinence d'une institution qui juxtapose deux formations distinctes et successives, formations dont la première est déjà assurée par le lycée (les écoles primaires supérieures et les collèges en 1904).

Un second argument porte sur la perte de considération sociale dont fait l'objet le statut d'instituteur. La distance entre le savoir académique du maître et celui des parents dont il enseigne les enfants, s'est affaiblie, voire annulée ou plus encore inversée au profit de celui des parents. Cette situation n'explique-t-elle pas une rupture entre deux mondes, le primaire et

---

[173] *In* . Prost, (1997), Education, sociétés et politique, Une histoire de l'enseignement de 1945 à nos jours, Ed du Seuil, p. 161. – Actes du colloque national, Amiens, 1968, Paris, Dunod, 1969, p. 76.
[174] G. Laprévote, (1984) , Splendeurs et misères de la formation des maîtres, Les écoles normales primaires en France 1879-1979, PU de Lyon, p ; 121, 122.
[175] *Ibid.* p. 122.
[176] M. Gontard, La question des écoles normales primaires de la Révolution de 1789 à 1962, 2ème édition, INRDP, Annales du CRDP de Toulouse, p. 115, 116.

le secondaire comme en 1904, un primaire secondarisé et l'université en 1968, dont dériveraient les tendances politiques subversives des instituteurs ?

En 1904 comme en 1968, remédier à cette situation permettrait de surmonter le déclin des « vocations » (en 1904), de susciter des recrutements en nombre suffisant pour répondre aux besoins d'encadrement des populations scolaires (en 1968). Il va de soi que les enjeux économiques que révèlent ces possibles solutions sont par ailleurs déterminants. Dans les deux cas, à moindre coût, (un temps de formation écourté, une capacité d'accueil des élèves-maîtres accrue), les écoles normales peuvent pallier aux besoins en instruction exprimés par la société, tout en restaurant le prestige d'une culture « normale » distincte de la culture scolaire primaire.

Si le rapport Massé est resté lettre morte jusqu'à ce que le ministre J. Zay en réhabilite certains des principes en 1937, que va-t-il advenir désormais des Ecoles normales primaires en 1969 ?

2. 2.C. Les mesures d'application.

Les évènements de Mai 68 induisent au niveau du politique des décisions caractérisées par l'absence d'une anticipation intégrant le facteur « temps ». Les solutions, interprétées essentiellement en termes de contenus disciplinaires nouveaux et de réorganisation pédagogique déstructurée échappent à toute programmation temporelle.

Les travaux de la commission ministérielle présidée par le professeur Lichnerowicz sont réorientés pour parer « au plus pressé », à savoir l'élaboration de programmes. Présent à la séance du 10 mars 1969, E. Faure n'impose-t-il pas lui-même « l'idée d'un tronc commun à mettre en place immédiatement[177] » ? Ainsi que le relève P. Trabal[178], l'effectif de la Commission s'accroît, membres de l'IGEN, des enseignements supérieur et secondaire, représentant de l'édition s'ajoutent aux membres déjà présents ; dotée d'un nouveau statut qui lui confère une fonction « dans le processus décisionnel », la commission subordonnée « au pouvoir politico-administratif » se voit contrainte d'abandonner son projet initial, d'obéir à des échéances qui l'obligent à rédiger des programmes dans la précipitation. Il n'est point anodin encore de relever la présence d'un représentant de l'édition : la fonction du manuel garant de l'orthodoxie du savoir à enseigner, moyen de suppléer à l'insuffisance de la formation ou support de cette dernière, constitue dès lors un levier de commande dans l'application de la réforme.

[177] *In* Les sciences au lycée, un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger, sous la direction de B. Belhoste, H. Gispert, N. Hulin (1996). INRP- P. Trabal, La réforme des mathématiques modernes, discours, polémiques et réalité, p. 182.

N. Picard[179] décrit ainsi, en juillet 1969, les grandes missions dévolues à la Commission :

« Cette commission [...] s'était préoccupée jusqu'en 1968 des programmes de l'enseignement secondaire : c'est ainsi que de nouveaux programmes sont appliqués en 6ème à la rentrée 1969.

Au cours du troisième trimestre de l'année scolaire 1968-69, elle a entrepris la tâche de la rénovation de l'enseignement élémentaire. Au cours de ce trimestre deux sous-commissions ont terminé leurs travaux.

1) élaboration d'un programme de formation en deux ans à l'Université des futurs maîtres de l'enseignement élémentaire.

2) allègement et rédaction des programmes de 1945 et rédaction de commentaires dans l'esprit de ce que souhaitent les animateurs d'expériences.

Deux autres sous-commissions continueront leurs travaux au cours de l'année 1969-70 sur :

1) l'élaboration d'un programme nouveau [...] (documents de base présentés dans la revue).

2) les mesures à prendre pour l'organisation de la formation continue ».

Le projet de programme devient le programme officiel (B.O. n° 5 du 29 janvier 1970) ainsi que le signale le *Nota Bene.*

La mise en place des nouveaux programmes s'opère donc de façon *quasi* simultanée dans les divers degrés – primaire – collège – école normale et dans un laps de temps fort bref. S'il faut souligner le poids déterminant du politique dans ce processus, il n'en convient pas moins d'observer l'accompagnement sans fortes réticences des autres acteurs de la réforme. En termes d'expériences à l'école élémentaire, en terme de recherche pédagogique, en terme de réflexion idéologique, les travaux menés ne traduisent-ils pas des possibles sur la rénovation de l'ensemble du système d'enseignement français ?

Maîtres d'œuvre de la réforme, les membres de la Commission vont donc concevoir une formation à la mathématique pilotée par des besoins identifiés au niveau de l'enseignement supérieur, linéairement déployée sur un axe temporel (n'en est-il pas ainsi de tout programme ?) lui-même gradué en fonction des étapes du développement cognitif de

---

[178] *Ibid.* p. 182.

[179] N. Picard, La mathématique au cycle élémentaire, Recherches Pédagogiques, INRDP (1972) – Présentation, p. 7.

l'élève. Inscrire dans un cadre temporel décliné en deux paliers successifs, (mais n'est-il pas implicite, qu'un troisième palier s'avère dès lors inévitable ?), le processus de mathématisation qui de la reconnaissance des structures conduit à la compréhension et à l'utilisation de ces dernières, voire à une axiomatisation garante de l'acquisition d'un nouveau langage et de l'adoption d'un mode de pensée en convergence avec l'idéologie de la réforme, caractérise, semble-t-il, le projet de la Commission.

2. 2. D. La rénovation des écoles normales.

Examinons tout d'abord la configuration rénovée des écoles normales primaires.

L'ensemble de la scolarité est réorganisé par la circulaire du 6 juin 1969 : le double cursus successif s'achève ; la préparation au baccalauréat est progressivement confiée aux lycées. Désormais les écoles normales vont se consacrer exclusivement à la formation professionnelle des élèves-maîtres et prendre en charge les plans de formation continue des instituteurs.

La circulaire du 6 juin 1969[180] (non publiée au Bulletin Officiel)

Ainsi que le relève G. Laprévote[181], elle reprend pour l'essentiel le projet d'un Inspecteur Général, J. Leif dont l'action au service de la réforme ne se limitera d'ailleurs pas à cette contribution : c'est sous sa direction que sont publiés les ouvrages de la collection « Pédagogie de l'école élémentaire », destinés spécifiquement aux futurs maîtres et enseignants de l'école élémentaire.

Dans le cadre de cette formation professionnelle dont se révèle la dimension fortement expérimentale, les programmes « ont pour objectifs essentiels » :

- *La connaissance précise des matières enseignées à l'école élémentaire.*
- *La connaissance de l'enfant et de l'adolescent ;*
- *La connaissance théorique et l'apprentissage pratique des méthodes et des techniques pédagogiques ; l'initiation à la recherche pédagogique « appliquée ».*
- *La culture générale du maître et l'affermissement de sa personnalité d'homme et d'éducateur.*

La formation est organisée sur deux années :

[180] *Code Soleil. Le livre des instituteurs,* 41ème édition, 1971, Société universitaire d'édition et de librairie, pp. 212 sq.
[181] G. Laprévote, (1984) , Splendeurs et misères de la formation des maîtres, Les écoles normales primaires en France 1879-1979, PU de Lyon, p.122.

La première est *« consacrée à la consolidation des connaissances fondamentales, au développement culturel et à une initiation aux problèmes pédagogiques »*. Initiation qui s'opère à travers l'acquisition d'une culture « théorique » (philosophie de l'éducation, psychologie de l'enfant et de l'adolescent, anthropologie sociale, étude théorique et pratique de la pédagogie), mais encore par le biais d'exercices dans les classes des écoles annexes et d'application et de stages d'observation à chacun des trois niveaux de l'école élémentaire (CP, CE, CM) et à l'école maternelle. La durée des stages est d'environ 15 jours.

Notons que les activités « *sont pratiquées en étroite association ; ainsi dans le même temps, les élèves-maître et les élèves-maîtresses sont appelés à découvrir les conditions sociales, psychologiques et matérielles du travail scolaire […] ; ils étudient les diverses disciplines enseignées à l'école élémentaire en les abordant à un niveau supérieur, en approfondissant leur culture générale et en examinant les problèmes pédagogiques qu'elles posent en elles-mêmes et dans leurs relations nécessaires au sein d'une action pédagogique globale.*

Au cours des stages d'observation, l' élève-maître ne doit ni se cantonner dans un rôle exclusif de spectateur passif, ni être animé par le souci prioritaire, et prématuré, d'un apprentissage du métier ; Il s'agit essentiellement, en l'associant de façon très progressive aux activités de la classe, de lui faire mieux éprouver la réalité des problèmes qu'elles posent ; il doit voir dans les stages l'occasion d'un analyse réfléchie de ces problèmes, sans qu'il soit tenté de les résoudre, en se contentant de solutions empruntées au maître d'application ».

L'itinéraire de formation se révèle donc un itinéraire réflexif, éclairé par la philosophie et la pédagogie théorique : il ne s'agit plus, et la rupture est radicale, d'appliquer un modèle pédagogique pour en apprécier la pertinence. Le développement de la culture générale occupe encore une fonction non négligeable dans cette propédeutique à la professionnalisation. Quand à « la consolidation des connaissances fondamentales », la répartition horaires des diverses disciplines en révèle les « habitats ».

Horaires des première et deuxième années.

Disciplines	1ère année	2ème année
-Philosophie de l'éducation (pédagogie générale)	2h	2h
-Psychologie de l'enfant et de l'adolescent	3h	2h

-Pédagogie spéciale dont au moins la moitié pour le français et les mathématiques	10h	10h
-Anthropologie sociale (et en 2ème année, problèmes du monde contemporain	2h	3h
-Education physique	2h	2h
-Culture esthétique	2h	2h
-Langue vivante	2h	2h
- Options {Philosophie- Anthropologie sociale- Lettres- Langues vivantes- Histoire- Géographie- Mathématiques- Economie sociale et familiale- Technologie- Arts plastiques- Art Dramatique- Musique}	3h	3h

Les élèves peuvent choisir une ou deux options étant entendu que trois heures doivent être consacrées à chacune des options.

C'est donc dans les cours de pédagogie spéciale, dans les options (à l'exclusion des deux premières) que les élèves-maîtres peuvent consolider leurs connaissances relatives aux disciplines enseignées à l'école élémentaire ; la circulaire éclaire quelques orientations quant aux modalités de ces cours ; « *Au niveau de la pédagogie spéciale la responsabilité de la formation incombera au spécialiste de chaque discipline qui pourra s'adjoindre, pour certaines séances de travail, des spécialistes d'autres disciplines ; [...]* (Les professeurs) *s'efforceront de promouvoir un travail en équipe pouvant aller jusqu'à l'intervention simultanée de deux ou plusieurs d'entre eux devant une même classe, ce qui contribuera à faire éclater la traditionnelle notion de cours magistral ».* Accompagner l'élève-maître dans sa démarche réflexive impose d'évidence l'éviction de la pédagogie traditionnelle des pratiques professorales : le modèle du professeur est censé éclairer une autre pédagogie qui ne peut par ailleurs être définie donc imposée.

En partie fidèle aux projets initiaux, la formation sollicite l'intervention de l'université. Ainsi :

« Au cours de la formation reçue à l'école normale, les élèves-maîtres et les élèves maîtresses doivent selon les circonstances et les possibilités, soit participer à des cours et à des travaux pratiques en faculté, soit bénéficier dans leur établissement, de l'apport des maîtres de l'enseignement supérieur.

L'intervention de ceux-ci devra porter essentiellement, sur la linguistique et la mathématique envisagées dans leur rapport avec les deux disciplines fondamentales de l'école élémentaire, le français et la mathématique.

Les heures ainsi assurées par les membres de l'enseignement supérieur ne devront pas s'ajouter aux horaires indiqués ci-dessus plus de deux heures (sic) *pour chacune de ces deux disciplines.»*

Nonobstant le faible nombre d'heures qui peut s'ajouter en sus de l'horaire global, émerge clairement le principe que la culture mathématique des élèves-maîtres ne peut se réduire à la culture secondaire. C'est un savoir scolaire élémentaire éclairé par un savoir «universitaire » qui se révèle l'enjeu de la formation culturelle.

La deuxième année, organiquement liée à la première année comprend :

1° Un stage de trois mois en « situation » où directeurs, directrices et professeurs d'écoles normales, inspecteurs départementaux et conseillers pédagogiques […) collaborent à la formation pédagogiques des élèves ;

2° Les études à l'école normale jusqu'à la fin de l'année scolaire.

La formation pédagogique repose donc sur un préalable très fort : la conjonction des finalités pédagogiques des acteurs de l'institution de formation et des praticiens. Mais il convient de préciser plus finement les fonctions de ce stage dans la formation pédagogique des élèves. Pragmatiquement tout d'abord, « *il convient des placer les élèves-maîtres et les élèves-maîtresses dans des classes confiées à des instituteurs titulaires qui seraient volontaires pour participer à un stage d'information pédagogique à l'école normale ».* La double mission de l'école normale, à savoir former les futurs instituteurs, recycler les enseignants titulaires, s'inscrit dans un cadre institutionnel. Quant au stage en lui-même, il « *vise à placer l'intéressé au contact des réalités scolaires dans des conditions aussi semblables que possibles à celles qu'il connaîtra lors de l'exercice prochain du métier auquel il se destine, qu'il s'agisse de l'organisation de la classe, de la conception et de la mise en œuvre de l'enseignement, des relations maître-élève, des initiatives à prendre, des répercussions de ces initiatives et des diverses activités sur la vie de la classe et les résultats des élèves, ou encore des différents rapports avec l'environnement socio-professionnel (parents, collègues, autorités locales, etc…).*

La situation dans laquelle le stagiaire opère revêt, alors, un caractère d'authenticité plus affirmé que lors d'un stage sous tutelle. Il y trouve l'occasion de mettre à l'épreuve les connaissances qu'il a acquises et la réflexion à laquelle il s'est exercé au cours de sa première année de formation, de prendre une juste mesure des possibilités comme des difficultés de l'action pédagogique, de sa propre efficacité, comme des conditions et des exigences en fonction desquelles celle-ci s'affirme le mieux. Face aux multiples problèmes de *la vie quotidienne d'une classe dont il est seul à mettre les solutions en œuvre et à assumer, temporairement, la responsabilité, il connaît une expérience qui doit être riche d'enseignement pour lui et constituer une puissante motivation pour la période suivante de réflexion et d'exploitation par laquelle s'achèvera, à l'école normale, cette deuxième année de formation.*

Certes, une telle formule n'est pas sans risques. […]

C'est pourquoi, et bien que le début de formation reçue au cours de l'année précédente doive contribuer à atténuer ce risque (absence de profit pour le futur maître, élèves victimes de son inexpérience)*, il convient, pour se prémunir plus sûrement contre de tels dangers, de prendre un certain nombre de précautions […]* à savoir :

« que chaque élève-maître en stage puisse bénéficier des conseils de maîtres expérimentés. Qu'il reçoive « *également la visite, une fois par mois au moins, du directeur ou d'un professeur de l'école normale ou de l'inspecteur de la circonscription. Chaque visite donne lieu à un rapport constituant un des éléments du « bilan » du stage.*

Placée sous le signe de la réflexion philosophique et pédagogique, la formation tend à concilier des contraintes *a priori* paradoxales : c'est sous le contrôle de l'institution, des acteurs du terrain, que doit se dérouler l'itinéraire réflexif du futur maître. Quelle est la consistance d'une démarche réflexive orientée par les conseils du maître expérimenté, <u>évaluée</u> par les acteurs des institutions écoles normales, écoles primaires ?

Sur quels critères communs peut s'opérer l'évaluation d'une telle formation ?

Or ce que révèle précisément le programme de philosophie de l'éducation, c'est l'absence d'une doctrine pédagogique de référence :

« …En posant la question des fins de l'éducation et de l'enseignement, le professeur de philosophie aidera les futurs maîtres à penser ces fins non par référence à des normes établies mais par rapport à des valeurs qui devraient faire, surtout à notre époque, l'objet d'une recherche vigilante et désintéressée en rendant chacun attentif aux véritables problèmes de l'homme. Et c'est précisément la définition de ces valeurs qui peut éclairer l'élaboration des moyens d'éducation et des méthodes d'enseignement[182] ».

La subite disparition d'un modèle pédagogique, certes obsolescent mais normatif, commun à l'ensemble des sujets de l'édifice primaire explique par ailleurs le statut ambigu de la formation philosophique des futurs-maîtres dans le processus d'évaluation.

---

[182] *in* G. Laprévote,(1984) Splendeurs et misères de la formation des maîtres, Les écoles normales primaires en France, 1879-1979, PU de Lyon, p. 126.

La nouvelle organisation du Certificat de fin d'études normales (CFEN) conforte la fonction prééminente de la pédagogie spéciale aux dépens de la formation pédagogique réflexive. Celle-ci peut bien occuper en terme de temps, la part la plus importante de la formation, la non existence d'un modèle pédagogique totalisant dont il s'agit pour l'élève-maître de vérifier expérimentalement la pertinence, rend illégitime toute évaluation purement philosophique. La pédagogie spéciale où se conjuguent approfondissement des connaissances et enseignement d'une « didactique » spécifique à chaque discipline scolaire, peut seule se targuer d'éclairer une articulation entre théorie et pratique. C'est la raison pour laquelle les disciplines et plus spécifiquement le français et les mathématiques se retrouvent au cœur du dispositif d'évaluation.

La délivrance du CFEN résulte d'un double processus d'évaluation : l'appréciation continue et un contrôle terminal. Si la première ne semble pas créer de discrimination entre les objets d'études, il n'en est pas de même pour la seconde. Ainsi :

Les disciplines faisant l'objet des études de formation pédagogique sont groupées en unités de la manière suivante :

I. – Disciplines fondamentales : français et mathématiques.

II. – Formation générale : disciplines à options, culture esthétique, langue vivante, activités socio-culturelles, éducation physique.

III. – Formation pédagogique : philosophie de l'éducation et anthropologie sociale, psychologie de l'enfant et de l'adolescent, pédagogie spéciale.

L'appréciation continue, réalisée semestriellement pour chaque unité, porte « *sur l'examen du dossier des travaux de l'élève- maître (épreuves de contrôle, travaux personnels ou en équipe, notes de lecture, notes prises en cours, etc..)*, elle peut être complétée par un entretien avec deux professeurs. Elle revêt donc un caractère « local », du moins spécifique à chaque école normale tout en s'appuyant sur les plans d'études officiels.

Quant au bilan « *relatif à la troisième unité pour le troisième semestre »*, il « *est constitué essentiellement par le bilan du stage en « situation ».* Le caractère spéculatif de la formation pédagogique est donc quelque peu occulté par l'évaluation d'une pratique pédagogique que peut motiver, il va de soi, une réflexion philosophique. Dans quelle mesure cette dernière est-elle objet d'évaluation, dans quelle mesure est-elle seulement évaluable ? Ce ne sont vraisemblablement pas dans les plans d'études que peuvent résider les réponses…

Le contrôle terminal, plus encore, souligne le caractère paradoxal de cette formation.

A. – Les disciplines fondamentales (unité 1) font l'objet d'un contrôle particulier comportant deux épreuves.

Chacune de ces épreuves, l'une de français, l'autre de mathématique, consiste en un exercice écrit et en un entretien avec une commission. Ces deux parties de l'épreuve sont solidaires et font l'objet d'une appréciation unique.

a) Exercice écrit : le candidat est invité à exercer ses qualités d'analyse et ses aptitudes à dégager et à présenter l'essentiel d'un document d'ordre littéraire ou d'ordre mathématique.

Chaque candidat tire au sort le document sur lequel il est appelé à travailler.

b) L'entretien qui suit cet exercice porte sur les thèmes du document. Il doit permettre d'apprécier la culture du candidat dans la discipline considérée.

(Durées : Exercice écrit : 1 heure – Entretien : 15 minutes.)

B. – En ce qui concerne la formation générale (unité II), les épreuves portent d'une part, sur l'une des matières à option, d'autre part, sur l'une des matières suivantes : culture esthétique, langue vivante, activité socio- culturelle, éducation physique.

Les modalités des épreuves relèvent de la responsabilité des professeurs.

C. – Le contrôle relatif à la formation pédagogique (unité III) est effectué au moyen d'une épreuve pratique de pédagogie. Cette épreuve est réalisée en une séquence d'activité scolaire (1 h, au maximum) animée par le candidat et suivie d'une discussion avec une commission sur les aspects méthodologiques des matières enseignées et les problèmes psychologiques et pédagogiques rencontrés […]

Il convient donc de remarquer que dans cette conception d'une formation professionnelle expérimentale, la philosophie de l'éducation ne peut se définir comme un environnement technologico- théorique susceptible de rendre compte de l'intelligibilité des pratiques du maître : ne doit-elle pas « *être conçue de façon à ne pas détourner* (les élèves-maîtres) *de leur apprentissage ni à les amener à opposer théorie et pratique. Car il est évident qu'ici théorie et pratique ne se séparent pas, la philosophie de l'éducation postulant une intériorisation de plus en plus poussée de l'art d'enseigner*[183] ». C'est bien sur la composante disciplinaire que peuvent prétendre s'ériger les « modèles » pédagogiques relatifs aux divers savoirs, garants de la fonction opératoire de la formation.

[183] In G. Laprévote, Splendeurs et misères de la formation des maîtres, Les écoles normales en France 1879-1979, PU de Lyon, (1984), p. 124- Extrait du plan d'études pour la formation des institutrices et instituteurs dans les écoles normales (MEN).

Avant d'aborder le plan d'études relatif à la mathématique, précisons encore le rôle des acteurs dans l'évaluation de la formation. La délivrance du CFEN est effectuée par une commission qui comprend des acteurs de la formation (professeurs d'école normale, un membre si possible de l'enseignement supérieur) ; le directeur de l'école normale (ou un IDEN), un ou deux professeurs d'école normale et l'instituteur de la classe évaluent l'épreuve de pédagogie pratique. La validation de la formation relève donc de l'institut de formation.

Il n'en est point de même pour le Certificat d'Aptitude Pédagogique : l'examen, amputé des deux épreuves écrites portant sur la pédagogie générale et la pédagogie pratique, de l'épreuve orale (interrogation sur l'administration scolaire et la pédagogie ; appréciation de cahiers de devoirs) pour les détenteurs du CFEN, comporte une épreuve pratique (une classe de 3 heures comprenant obligatoirement éducation physique et chant) évaluée par une commission dont les membres peuvent ne pas appartenir à l'école normale.

« La commission d'examen, nommée par l'I. d'A, comprend l'inspecteur (ou l'inspectrice) primaire, président, un instituteur (ou institutrice) placé à la tête d'une école élémentaire ou maternelle, un troisième membre choisi parmi les titulaires des E.N., lycées, CEG ou écoles élémentaires) ». La validation de l'aptitude professionnelle appartient donc à une institution représentant les acteurs « de terrain ». La fonction de cette épreuve peut susciter quelques questions : la formation « normale » se doit-elle d'être validée ou « invalidée » au niveau de l'école primaire ? L'institution de formation et l'école elle-même, en la personne de ses représentants officiels, n'évaluent-elles pas les mêmes compétences ?

Cette double évaluation successive pose dès lors la question de la cohérence entre des conceptions de la formation qui peuvent être distinctes…, elle évoque encore une lutte d'influence possible entre les tenants d'une innovation rapide et les partisans d'une rénovation plus progressive…

Mais qu'en est-il désormais du plan d'études des institutrices et instituteurs dans les écoles normales ?

2. 3. Présence de l'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales ; esquisse d'une organisation mathématique à travers quelques traités de référence et manuels utilisés.

2. 3. A. Les finalités affichées : un éclairage sur les besoins des instituteurs définis par les promoteurs de la réforme.

En préambule, le *plan d'études* précise, ainsi que le signale G. Laprévote[184] la double mission de la pédagogie spéciale :

« Dans chacune des disciplines principales, la pédagogie spéciale comportera, 1) la révision de la matière et son étude théorique : compléments de connaissances, approfondissement des notions, réflexion, 2) l'étude pédagogique des problèmes que pose l'enseignement de chaque matière, par ses exigences mêmes, et par la considération de la psychologie des enfants de chaque âge ». Dans le cadre de cette formation de caractère professionnel et expérimental s'inscrivent donc deux principes : une culture théorique développée relève des besoins de l'instituteur ; il existe une pédagogie spécifique à chaque matière enseignée, pédagogie liée aux « exigences » de celle-ci et au développement des enfants sans laquelle ne peut opérer l'acte d'enseignement. Dans le cas de la mathématique, il est clair que la visée de la formation, c'est une pratique éclairée par une solide culture théorique :

« Afin de permettre aux futurs maîtres de mieux situer dans un savoir plus complet les connaissances qu'ils auront à enseigner, afin de leur permettre en particulier de mieux comprendre les extensions successives et capitales de l'idée de nombre, il est indispensable de leur donner quelques notions familières sur les ensembles…Ces notions devenues familières aux élèves, on pourra les utiliser dans la construction axiomatique, donnée à titre d'exemple, d'un ensemble essentiel, l'ensemble des nombres rationnels[185] ».

Il s'agit bien d'un changement de perspectives : les objets de savoir enseignés à l'école primaire sont désormais les germes d'une culture mathématique dont le maître doit pouvoir anticiper la croissance, dont il doit percevoir les liens avec le savoir mathématique « tout-structuré » qu'il se doit de posséder. Si le maître a pour devoir d'initier l'élève à la mathématique, il est nécessaire qu'il conçoive l'ensemble de l'édifice dont il pose les fondations pour ses élèves.

Et ce changement de perspectives résulte d'une révolution culturelle ; c'est du moins ce que les rédacteurs du plan d'études évoquent dans leur argumentaire. Les extraits du plan que nous étudions, reprennent les dispositions du projet d'une sous-commission de la commission Lichnerowicz, arrêté en commission plénière le 16 juin 1969[186].

---

[184] G. Laprévote, Splendeurs et misères de la formation des maîtres, Les écoles normales en France 1879- 1979, PU de Lyon, (1984), p. 125- Extrait du plan d'études pour la formation des institutrices et instituteurs dans les écoles normales (MEN).

[185] *Ibid.* p. 125.

[186] *In* La mathématique au cycle élémentaire, n° 40, INRDP, 1972- Formation initiale en mathématiques des maîtres de l'enseignement élémentaire ; p. 84, 85.

La toute première partie évoque sans détour la fonction prééminente de la culture mathématique :

« *1) – La mathématique comme instrument de culture*

La mathématique :

En ce qu'elle est un outil de raisonnement ;

En ce qu'elle constitue une méthode de pensée et d'action ;

Grâce au rôle privilégié qu'elle joue dans l'intelligence que nous avons du réel de quelque nature qu'il soit ;

Est un des éléments constitutifs de la culture de l'homme contemporain.

Le bagage intellectuel de chacun doit comporter un minimum de notions fondamentales de mathématique. […]

Ceci justifie déjà, pour tout futur maître de l'enseignement élémentaire, la nécessité d'une solide formation mathématique au niveau de l'Université : celui qui a une responsabilité dans la formation de l'esprit des enfants doit, plus que tout autre, disposer pour lui-même de ce bagage sans lequel il serait un sous-développé intellectuel dans le monde de demain ».

La validité d'évidence du premier prédicat entraîne le caractère de nécessité du dernier… aux yeux des réformateurs.

Mais c'est au niveau même de l'école élémentaire que s'impose désormais la nécessité d'une élévation de la culture mathématique du maître. Nécessité qui résulte elle-même de celle de transformer l'enseignement élémentaire en s'appuyant sur les résultats positifs des expérimentations engagées.

Les expériences menées « *montrent que l'enseignement élémentaire prend toute sa valeur de formation de l'esprit donnant à chacun – quel que soit le contexte socio-culturel dans lequel il vit – son développement optimum :*

lorsqu'il permet de prendre conscience des possibilités de création, de maîtrise des situations proposées ;

lorsqu'il donne l'occasion de constater que plusieurs situations diverses en apparence relèvent en fait d'un même modèle, ont même structure ;

lorsqu'il donne un moyen d'organiser les informations éparses et d'en tirer parti.

Par leur nature même les mathématiques sont un moyen de choix pour atteindre de tels objectifs. Mais il est bien évident que ces objectifs ne seront réalisés qu'à la seule condition d'utiliser des méthodes suscitant l'initiative des élèves, développant leurs capacités *d'invention, acceptant des solutions diverses […], permettant à chacun par un travail individualisé de progresser au rythme qui lui est propre.*

Or, ce changement (faire découvrir et non transmettre des connaissances d'une manière pré-organisé) nécessite pour le maître de dominer de façon très sûre la matière qu'il enseigne […]

Un maître n'aura de liberté vis-à-vis de ce qu'il enseigne et en conséquence ne pourra accorder une autonomie à ses élèves qu'à la condition de dominer la matière enseignée. Cela nécessite en particulier ***une réflexion sur la mathématique elle-même*** *».*

Instrument de culture non discriminant, la mathématique élémentaire permet de répondre à de nouveaux enjeux éducatifs, mais par là-même, elle impose de nouvelles tâches professionnelles. La liberté du maître (condition nécessaire à l'autonomie de l'élève) repose sur l'étendue de son savoir.

Contraint par des nécessités qui relèvent tant du niveau de la société que du niveau de l'école, le maître n'a d'autre échappatoire pour conquérir une liberté (définie encore comme une nécessité) que d'acquérir bien plus que « des notions fondamentales de base ».

« Le maître ne doit pas être seulement quelqu'un qui sait calculer, bien résoudre des problèmes, qui sait reconnaître dans une situation telle ou telle structure, il doit être capable d'une réflexion sur la mathématique qu'il connaît, avoir pris conscience des relations que les structures mathématiques entretiennent entre elles : les différentes rubriques du programme ne doivent pas être perçues comme juxtaposées. Une telle réflexion permettra en particulier au maître, quelle que soit la classe dans laquelle il enseigne, d'avoir conscience du jalon qu'il est en train de poser, elle pourra s'appliquer, par exemple, aux propriétés des structures construites sur N, Z, Q, bien qu'elles ne figurent pas explicitement au programme».

2. 3. B. Le programme de la commission Lichnerowicz.

Le programme présenté de façon succincte, de manière à favoriser la liberté du formateur, précise toutefois : « *il sera nécessaire de ne pas se contenter d'un enseignement magistral. Le travail consistera à fournir les connaissances et des applications de celles-ci et à s'assurer que les connaissances sont effectivement acquises ».*

1. Logique et ensembles finis.

Ensembles finis. Cardinaux. Parties d'un ensemble fini ; Relation. Relation d'équivalence ; ensemble quotient ; partition d'un ensemble fini.

Applications et dénombrements associés.

Connecteurs logiques ; opérations logiques et opérations sur les ensembles ; algèbre de Boole finie.

Notions sur l'utilisation des quantificateurs.

2. Ordres.

Préordre.

Ordre partiel ; Treillis.

Exemples d'ordre totaux.

3. Algèbre.

Monoïde ; relation d'équivalence compatible ; monoïde quotient ; monoïde ordonné.

Groupe ; définition ; groupe opérant sur un ensemble ; groupes ordonnés ; groupes cycliques ; générateurs d'un groupe.

Exemples d'homomorphisme de groupes.

Anneaux ; anneaux d'opérateurs. Corps.

Analyse des structures de N, Z, Q.

Systèmes de numération, anneau ordonné des nombres à virgule.

Divisibilité et congruences dans Z.

4. Algèbre linéaire.

Espace vectoriel de dimension finie. Base. Sous-espace.

Application linéaire, matrices, exemples de calcul sur les $n \times p$ matrices notamment pour $n \leq 3$ et $p \leq 3$.

Somme directe et projections.

Produit scalaire et normes associées.

Notion d'espace affine.

5. Fonctions numériques. ;

Réflexion sur les propriétés fondamentales de R (la construction de R ne sera pas traitée).

Application linéaire.

Continuité et limites de fonctions numériques.

Exemples de fonctions numériques (notamment fonction en escalier, fonctions affines par morceaux).

6. Mesure et Probabilités.

Mesure définie sur une famille de parties d'un ensemble ; additivité ; encadrement.

Dans les cas finis, algèbre des évènements ; notions de probabilité.

Si le découpage traditionnel, arithmétique, algèbre, trigonométrie,…, est évidemment la première victime de l'innovation, s'il convient de souligner l'évidente éviction de toute référence à la géométrie d'Euclide, les objets de l'arithmétique demeurent. Certes, ils s'intègrent désormais au secteur d'étude de l'algèbre, ils n'en demeurent pas moins présents sous leur dénomination ancienne : systèmes de numération, divisibilité…

L'organisation proposée consacre donc la prééminence de l'algèbre, champ d'exploration des structures intégrant dans sa dimension linéaire une géométrie revisitée…Elle met en exergue la fonction première des notions d'ensembles et de logique, notions fondamentales dans l'organisation mathématique ainsi constituée. Le plan révèle encore précisément l'ambition de ses rédacteurs : la multiplicité des notions qui sortent du champ de l'enseignement élémentaire, produit scalaire, continuité et limites de fonctions, exemples emblématiques, caractérisent une formation qui privilégie une réflexion approfondie sur la mathématique, une vision élargie du domaine à enseigner à l'école élémentaire. D'évidence, l'écart entre le savoir du maître et le savoir « savant » est réduit.

Examinons maintenant les conditions qui président à la mise en place de cette formation mathématique, formation dont nous avons révélé qu'elle s'avère de première « nécessité » pour les auteurs du programme.

2. 3. B. 1. Le cadre temporel et les futurs instituteurs.

Si nous référons à la répartition horaire hebdomadaire fixée pour les diverses disciplines, il apparaît que 2,5 heures peuvent être consacrées à la mathématique dans le cadre de la pédagogie spéciale (10 heures hebdomadaires dont la moitié pour les disciplines fondamentales français et mathématique) ; 2 heures encore peuvent être ajoutées, prises en charge par l'Université. La formation mathématique des élèves-instituteurs occupe donc 4,5 heures par semaine, compte tenu qu'elle porte aussi sur l'étude des méthodes pédagogiques… Il s'agit donc de répartir sur deux années entrecoupées de stages une formation mathématique commune, s'adressant à des bacheliers pourvus d'une culture non nécessairement mathématique. Rappelons que le 10 juin 1965 est entérinée la fin des terminales philosophie, sciences expérimentales et mathématiques élémentaires : leur succèdent les sections A, B, C, D et sont créés les baccalauréats de techniciens. La terminale de sciences expérimentales plus spécifiquement destinée aux futurs instituteurs à l'origine, garantissant en partie une culture commune, laisse place à une multiplicité de cursus possibles dont certains fort indigents en ce qui concerne la culture mathématique.

2. 3. B. 2. Traités de référence et manuels en usage.

A quels traités les organisations mathématiques qu'esquisse le plan d'études peuvent-elles se référer ? Quels sont ceux qui peuvent servir de guide aux professeurs d'école normale ?

Dans le foisonnement d'ouvrages publiés dans les années 60 et 70, il semble difficile d'opérer un choix averti : nos critères de sélection sont donc les suivants.

Leur présence commune dans la bibliographie présentée dans « L'initiation mathématique au cycle élémentaire » dans le Courrier de la recherche pédagogique, n° 27, mars 1966, (IPN) puis dans celle de « La mathématique à l'école élémentaire », n° 40, publié par l'INRDP en 1972 et enfin dans celles élaborées lors du 6ème colloque des professeurs de mathématiques à Bombannes en 1979, nous apparaît comme une première condition ; ces ouvrages sont reconnus tant au niveau de la recherche pédagogique qu'au niveau de l'institution de formation (nous n'éludons pas que les deux niveaux peuvent se superposer).

Leur existence, certes un peu poussiéreuse, dans les bibliothèques des ex-écoles normales de Versailles et de Cergy est une deuxième condition certes plus aléatoire ; elle révèle toutefois le possible usage de ces ouvrages.

Enfin, ces ouvrages révèlent encore l'existence des objets que nous étudions, à savoir, les systèmes de numération et les propriétés des nombres, leurs possibles conditions d'existence dans la formation des maîtres.

Nous considérons tout d'abord les trois ouvrages ci-dessous :

T.J. Fletcher, (1970), L'Apprentissage de la mathématique aujourd'hui. *Essai d'une didactique nouvelle pour l'enseignement du second degré.* OCDL.

Wheeler, (1970), Mathématique dans l'enseignement primaire, *Modèles, patrons et situations de 6 à 12 ans,* traduit Par G. Garrec, J. Tassy, P. Gagnaire, M. Glaymann, OCDL.

Z.P. Dienes, (1965), La mathématique moderne dans l'enseignement primaire, OCDL.

L'existence de manuels spécifiques, transpositions du savoir effectuées à l'adresse des futurs instituteurs nous conduit aussi à retenir les ouvrages qui suivent : ils sont cités dans la bibliographie réalisée lors du colloque de Bombannes, les deux premiers sont publiés dans une collection placée sous la direction de l'I.G. Leif, auteur du projet de réforme :

Ch. Cranney et G. Perrot (1976), Mathématiques et apprentissage du calcul, tomes 1 et 2, collection Pédagogie de l'école élémentaire, Delagrave.

A. Thirioux, L. Sanchez et A. Chapeau (1978), Formation initiale et continue, Collection mathématique contemporaine, Magnard.

Nous écartons dans un premier temps toute référence aux ouvrages et articles de N. Picard, G. Brousseau, et aux manuels ERMEL, privilégiant d'une part, les perspectives qu'ouvrent les premiers traités novateurs, d'autre part, l'éclairage apporté par des formateurs après expérimentation d'une formation « nouvelle ».

<u>1) T.J. Fletcher, (1970), L'Apprentissage de la mathématique aujourd'hui. OCDL.</u>

La préface rédigée par A. Revuz précise à nouveau la finalité de la mathématique et la démarche adoptée par les auteurs de l'ouvrage : « *La mathématique nouvelle permet une pédagogie nouvelle qui assure une plus grande diffusion à la Science, et, sans attenter à sa rigueur ni à sa pureté, met en lumière son rôle dans la vie contemporaine. [...] Si l'on veut* *intéresser le plus grand nombre possible d'esprits à cet incomparable outil qu'est la mathématique et si on veut qu'ils soient capable de l'utiliser, il est bon de leur montrer dès l'abord comment il agit dans la vie quotidienne, et comment la réflexion crée de la mathématique où le bon sens vulgaire n'en voit pas. Etude et mathématisation, c'est ce que l'on veut faire dans ce livre. Le mot situation a été introduit en pédagogie par C. Cattegno et l'idée qu'il exprime est, à coup sûr, extrêmement féconde, mais le mot risque de devenir la tarte à la crème de la pédagogie nouvelle et d'être utilisé sans que l'on comprenne son contenu. Plus que de chercher à le définir à priori, il faut l'illustrer par des exemples : l'esprit pragmatique de nos collègues britanniques y excelle ».*

La pédagogie des situations impose donc l'éviction de toute méthode expositive, ainsi que l'expriment les auteurs : « *Les leçons qui suivent nous montrent différentes façons d'aborder le sujet et différents styles, mais sous cette diversité se cache une stratégie commune. La mathématique ne doit pas avoir pour point de départ un ensemble de théorèmes mais au contraire un ensemble de situations. Une période de découverte, de création, d'erreurs, de tâtonnements et de compromis est nécessaire avant d'obtenir les premiers résultats. Cette phase est particulièrement difficile à analyser ou même à décrire de façon convaincante, cependant, dans ce livre, notre préoccupation essentielle a été son étude. […] Le processus d'abstraction en mathématique commence par l'étude des situations concrètes, puis découvre les structures et utilise enfin une de ces structures, pour résoudre les autres problèmes. On étudiera le procédé dans son ensemble sans se préoccuper des détails internes ».*

Notons encore que les leçons s'adressent au départ à des élèves d'environ onze ans et à un large éventail de ceux-ci.

Le sommaire présente ainsi les rubriques proposées :

[…]

2. Système binaire.
3. Arithmétiques finies et groupes.
4. Méthodes numériques et organigramme ;
5. Ensemble, logique et algèbre de Boole.
6. Relations et graphes.
7. Programmation linéaire.
8. Motifs et connexions.
9. Convexité.
10. Géométrie.
11. Vecteurs.

12. Matrices.

Comme le révèle le sommaire, le seul système de numération explicitement mis en exergue est le système binaire : ce choix résulte, semble-t-il, de la multitude des applications dans lesquelles il va intervenir.

Sous l'intitulé « Système binaire » (pp. 18-52) se déroule en effet : Introduction au système binaire – aperçu historique – une leçon sur les fractions binaires – codes binaires – modèles de réseaux de translation. La richesse des situations explorées qui vont pouvoir être prolongées, légitime la place première de ce chapitre.

Le chapitre, après un rapide exposé des motifs (le développement rapide de la technique des machines nécessitant l'adoption des systèmes de numération binaire et autres ; son usage en terme de langage et de symbolisme, l'intérêt de « son étude associée à celle des systèmes de base quelconque » pour pallier aux difficultés rencontrées par les élèves qui ne travaillent que sur le système décimal) comprend trois études différentes : la mesure d'intervalles de temps à l'aide de notions familières au musicien (double croche définie comme unité de temps, croche, noire, blanche, ronde) ; un jeu basé sur la structure des machines à calculer, et l'aperçu historique introduisant notamment les changements de bases dans des bases autres que deux.

Considérons par exemple la première situation ; les élèves disposent de cartons représentant les diverses notes ; la méthode suggérée dans la leçon évoque la maïeutique socratique. Les questions posées sollicitent l'activité de l'élève : Quels intervalles pouvez-vous mesurer avec une croche… ? Que remarquez-vous ? Comment peut-on encore écrire ces nombres ? Comment représenter avec vos cartons 11 unités de temps… ? Peut-on représenter n'importe quel intervalle de temps inférieur à 32 ? Le maître oriente, intervient pour faire noter « *Tout entier positif peut s'écrire comme une somme de puissance de deux* » et faire vérifier la propriété. Le jeu des interrogations se poursuit, conduisant à l'émergence de l'unicité du développement d'un nombre suivant la base deux. Le maître peut dès lors suggérer la construction du tableau « *qui donne un image des entiers écrits dans le système binaire* ». Le « travail ultérieur » conduit à l'étude de l'arithmétique binaire, puis de l'arithmétique à base quelconque, puis aux applications du système binaire : *« codes binaires, réseau de translation, cartes perforées, machine à calculer ».*

L'objet étudié, le système binaire en l'occurrence s'insère dans un réseau de prolongements : les auteurs précisent ainsi p. 20 : *« cette leçon introduit la notion de permutations et de combinaisons, les exposants, la règle à calcul et les logarithmes. La signification des exposants 0 et 1 se déduit immédiatement […] On peut alors introduire la* *notion d'exposants négatifs. En fait, ceci est une application de l'ensemble des entiers dans l'ensemble des rationnels. Après l'introduction des logarithmes, on pourra prolonger cette application qui appliquera alors l'ensemble des réels sur l'ensemble des réels positifs. Cette dernière notation permet de résoudre des problèmes amusants, des devinettes, elle s'applique à certains jeux et permet de comprendre la multiplication « russe ».*

Le système binaire s'inscrit donc dans un « tout-structuré ».

La deuxième situation sur laquelle nous ne nous étendrons pas met en scène un compteur humain binaire : cinq enfants sont alignés, représentent les puissances de deux ; leur bras droit levé ou baissé, ils codent ainsi le nombre de signaux émis par le maître. La méthode préconisée s'appuie donc explicitement sur le principe d'une progression qui s'opère du « vécu au conçu », de « l'agi au pensé ». Elle permet par ailleurs une première approche du fonctionnement des machines à calculer : le jeu satisfait donc à deux conditions – une cohérence évidente avec une méthode active – l'inscription de l'objet étudié dans un réseau d'applications.

Dans l'aperçu historique (pp. 22-25) qui offre un rapide éclairage sur les numérations anciennes figurées, alphabétiques,… les auteurs choisissent une démarche expositive. L'exemple d'une multiplication effectuée en parallèle dans la numération romaine et indo-arabe leur permet de légitimer la méthode de multiplication par les puissances de deux. Les auteurs suggèrent encore de poursuivre par un bref historique de la numération usuelle (indo-arabe), d'élargir les concepts de numération de position et de zéro aux systèmes de bases quelconques sur de nombreuses leçons : *« Une étude systématique des notations différentes peut conduire à de nombreuses découvertes intéressantes sur les nombres, leur composition et leurs propriétés »*. Les auteurs préconisent encore d'étudier d'autres méthodes de résolution des opérations, exemple à l'appui avec la multiplication « russe », cette dernière introduisant de plus la notion de fraction binaire…

Enfin, les auteurs évoquent les conversions d'une base à l'autre : l'exposé retrouve un caractère maïeutique. « *Pour transformer 234 (base dix) en un nombre de base sept : divisez par 7 (nouvelle base) jusqu'à ce que le quotient soit zéro et le nombre cherché est donné par les restes successifs lus en remontant. Pourquoi ? Discutez ! »*

L'intérêt de l'étude des systèmes de numération se trouve donc affirmé : liés à un réseau d'applications, susceptibles de favoriser des découvertes sur les nombres, pédagogiquement pertinents, ils satisfont à l'ensemble des conditions qui lui assure viabilité dans la mathématique nouvelle.

Les habitats des propriétés des nombres sont identifiés dans deux des blocs du découpage : Arithmétiques finies et groupes – Ensembles, logique et algèbre de Boole.

Il convient pour éclairer l'organisation mathématique dans laquelle ils s'inscrivent, de préciser les notions abordées dans chacun des blocs.

Ainsi, sous « Arithmétiques finies et groupes » (pp. 53- 99) pouvons- nous lire :

1. Emploi du temps, calendriers et horloges
2. Congruences.
3. Codes
4. Arithmétiques finies en tant que systèmes de nombres.
5. Groupes de symétrie.
6. Groupes, anneaux et corps.
7. Polygones réguliers.
8. Règles à calcul pour les arithmétiques finies.
9. Nombres décimaux périodiques.
10. Géométries finies, carrés latins et carrés magiques .
11. Polynômes sur des corps finis.

Sous la rubrique « Ensembles, logique et algèbre de Boole » (pp. 135-200), s'enchaînent :

1. Introduction à l'étude des ensembles.
2. Cartes perforées.
3. Algèbre des ensembles.
4. Formules fondamentales de l'algèbre des ensembles.
5. Applications du langage des ensembles.
6. Applications de l'algèbre des ensembles.
7. La logique des propositions.
8. Remarque sur l'axiomatique.

S'il va de soi que sous les intitulés congruences, arithmétiques finies en tant que systèmes de nombres, résident des notions clairement identifiées comme objets d'étude, il est moins aisé d'identifier la présence des classiques notions de multiples, diviseurs, PGCD, PPCM sous les « application du langage des ensembles ».

Examinons les habitats et les niches des congruences dans le chapitre 3. En préliminaire, les auteurs éclairent son organisation (p. 53) : *« Ce chapitre traite de trois structures mathématiques : groupes, anneaux et corps. Les quatre premiers sous-chapitres introduisent les arithmétiques finies, étudient leurs propriétés et montrent certaines de leurs applications simples. Ces arithmétiques sont soit des anneaux soit des corps. Le sous-chapitre* *sur l'isomorphisme introduit une idée qui sera un thème principal pour tout le chapitre ; cette idée est que deux systèmes mathématiques, bien que constitués d'éléments différents, peuvent avoir la même structure dans la façon dont leurs éléments se combinent pour donner d'autres éléments au moyen d'opérations telles que l'addition ou la multiplication. Dans le sous-chapitre cinq, abordant une nouvelle direction, on étudie les symétries des figures, car c'est là qu'apparaît le plus naturellement la notion de groupe-structure peut-être la plus fondamentale […] ».*

Les congruences s'effacent en quelque sorte derrière les structures qu'elles ont pour mission d'illustrer : la légitimité et la pertinence épistémologiques que leur confère leur statut de support privilégié pour introduire les structures sont clairement évoquées.

Par ailleurs, il s'agit encore d'identifier des structures communes à des systèmes d'éléments distincts (arithmétiques finies et groupes de transformations) et de présenter de possibles applications dans la vie contemporaine (p. 53) : *« Les sous-chapitres suivants illustrent différents aspects de la structure de groupe, notamment les sous-groupes et les classes (d'équivalence) et font aussi apparaître la même structure dans les arithmétiques finies. Les deux derniers sous-chapitres explorent la structure de corps des arithmétiques et indiquent des applications importantes bien que peu usuelles ».*

Conformément à la méthode préconisée, la mathématisation de situations « concrètes » introduit la notion de congruences. Toutefois, il ne s'agit pas pour l'élève de prendre en charge la mathématisation, celle-ci est exhibée dans un exposé relayé par des représentations circulaires : la situation a pour objectif d'introduire des progressions arithmétiques dans les arithmétiques modulo 5 et modulo 6 ; le « prétexte » consiste à identifier les jours où peuvent avoir lieu des réunions, sachant que dans une école qui travaille 5 jours par semaine, ces réunions ont lieu tous les deux jours, sachant que dans une autre école qui travaille 6 jours par semaines, les réunions ont lieu tous les 2 jours. La modélisation de la situation par des schémas circulaires où sont indiqués les jours de la semaine, reliés selon le modèle imposé, précède la numérotation des jours (respectivement de 0 à 4, et de 0 à 5) et la production des progressions arithmétiques dans les arithmétiques modulo 5 et modulo 6.

«Ces suites, écrivent les auteurs p. 55, *sont des progressions arithmétiques de raison commune 2, mais les nombres restent dans l'ensemble 0 - 4 (ou 0 – 5) en soustrayant des multiples convenables de 5 (ou 6). On dit que ces nombres, ainsi traités, forment l'arithmétique « modulo 5 » ou « modulo 6 ».*

L’exploration des phénomènes cycliques qui peuvent affecter un emploi du temps hebdomadaire et leur modélisation sous forme de progressions arithmétiques se poursuivent puis conduisent à des exemples non contextualisés dans des arithmétiques modulo 7 ou 8.

L’intermède qui suit sollicite l’activité de l’élève (ou du lecteur) : trois petit problèmes tendent à évaluer la compréhension de cette modélisation : le jour à mi-chemin entre lundi et mardi – un problème d’horloge défectueuse qui sonne correctement jusqu’à 11 coups (puis jusqu’à 10 coups, puis 9 coups) et dont il faut déterminer quand elle sonnera à nouveau correctement – un événement se produisant tous les n mois, la valeur à affecter à n pour que l’évènement se produise tous les mois de l’année (au bout d’un temps suffisant).

A l’étude des situations succède le sous-chapitre sur les congruences ; un paragraphe présente « Terminologie et base théorique pour le professeur ». Sont tout d’abord évoquées les relations de congruences, le symbole usuel représentant la relation ; sont définies les classes d’équivalence dénommées classes résiduelles ; des exemples éclairent l’exposé.

Les arithmétiques précédemment décrites sont considérées dès lors comme « les arithmétiques de ces classes résiduelles ».

La distinction entre les nombres ordinaires et les classes résiduelles (qui peut être marquée par l’usage de couleur différente pour les élèves) suscite chez les auteurs une digression qui conforte encore la pertinence épistémologique de l’objet : il convient en effet, « à un stade plus avancé du développement des élèves » de faire saisir à ceux-ci (p. 57) « *que les nombres, à leurs stades successifs (nombres naturels, entiers, nombres rationnels, nombres réels, nombres complexes), devraient en réalité être définis comme des classes (ou des ensembles) de nombres du stade antérieur. La définition des classes résiduelles, constituées d’entiers, est peut-être l’exemple le plus simple de ce type de définition, et ainsi, elle acquiert une grande valeur le jour où, au terme de ses études secondaires, ou en première année d’université, l’élève vient à reconsidérer les systèmes de nombres d’un point de vue strictement logique ».*

L’étude de la notion de congruences se révèle donc une première étape dans un processus d’abstraction qui doit conduire à l’intelligibilité de la théorie « moderne » des systèmes de nombres, c’est-à-dire, à la reconnaissance de leurs structures. La tâche liée à l’étude de cette notion est donc motivée pour le professeur par une tâche définie à un niveau d’enseignement supérieur.

Cette digression dont l’objet est donc d’éclairer les enjeux de la notion aux yeux du professeur est suivie de deux leçons caractérisées par le « niveau intuitif » où elles se placent.

« *La première développe l'idée que l'ensemble des classes résiduelles forme un anneau et que si le module est un nombre premier, l'anneau est un corps »* (p. 57-58).

La première leçon (p. 58- 60), s'adressant à des enfants de 12 à 13 ans, recourt à la méthode active que nous avons déjà évoquée : une dialectique entre « agi et pensé » régulée par la maïeutique du maître.

Les élèves, au nombre de 24, *« sont groupés autour d'une grande table ; ils sont numérotés et reçoivent des réglettes de Cuisenaire de cinq couleurs différentes : blanc, rouge, vert, rose et jaune. Les réglettes sont distribuées dans cet ordre, un à chaque enfant, de 1 à 24, avec des question […] ».*

Questions qui doivent conduire à la notion de nombres congrus modulo 5, nombres dont la différence est un multiple de 5… Questions qui tendent encore à établir les propriétés d'une arithmétique finie modulo 5 en utilisant des notations couleurs, et non les nombres de 0 à 4.

La deuxième leçon (p. 60, 61) a pour objet de faire découvrir aux élèves les propriétés de l'anneau des classes résiduelles modulo 9. Elle commence par un jeu : « *On demande aux élèves d'écrire un nombre de quelques chiffres, puis de modifier l'ordre des chiffres et de retrancher le plus petit nombre du plus grand. Ils suppriment un des chiffres du résultat. Ils ajoutent les chiffres restants et en disant la somme au professeur, celui-ci devine le chiffre qui a été supprimé ».*

Les étapes que nécessite la compréhension du tour sont mises en place par le maître (implicitement). Neuf élèves forment une ronde : « *On commence à affecter aux garçons les nombres successifs. Puis, on fait quelques sauts. Qui aura le 29 ? Qui aura le 39 ?… ».* Des nombres sont affectés… *« et, si personne n'en a déjà eu l'idée, on demande aux enfants d'ajouter les chiffres. On trouve alors que la somme des chiffres permet de décider beaucoup plus vite de l'affectation d'un nombre ».*

Et pour finir, après avoir travailler sur l'affectation de sommes et de différences de nombres, il s'agit de revenir au tour initial et de conclure…La compréhension du tour est donc le ressort de l'étude des classes résiduelles modulo 9.

Le paragraphe suivant met en évidence les liens entre codes et congruences : occasion de complexifier les codes alphabétiques : substituer à un code de type $x' \equiv x + 1 \pmod{26}$ un code de type $x' \equiv n\,x \pmod{m}$, en mettant en évidence que m et n doivent être premiers entre eux.

L'étude des congruences, motivée par leur pertinence épistémologique à venir, satisfait aux conditions du processus préconisé par les auteurs : mathématisation de situations concrètes – mise en évidence des propriétés de groupes (anneau ou corps) des classes résiduelles – applications.

Le paragraphe suivant (p. 63-82) « Arithmétiques finies en tant que systèmes de nombres » commence par la comparaison de celles-ci à l'arithmétique du système de nombres ordinaires.

Sont ainsi dressées les tables d'addition et de multiplication dans les arithmétiques modulo 5 et modulo 6.

Des exercices, calcul de sommes, de différences, de produits, de puissances, la résolution d'équations à réaliser successivement dans les arithmétiques modulo 5 et modulo 6 permettent d'établir les comparaisons avec l'arithmétique « ordinaire », illustrent la structure d'anneau de l'arithmétique modulo 6, la structure de corps de l'arithmétique modulo 5, le théorème de Fermat dans l'arithmétique modulo 5.

L'étude des arithmétiques modulo 7 et modulo 9 est ensuite proposée en exercice.

Cette familiarisation avec les arithmétiques finies semble permettre qu'émerge cette considération (p. 64, 65) : « *Une arithmétique finie avec un module quelconque est un anneau ; lorsque le module est un nombre premier c'est un corps ; l'arithmétique mod p où p est premier est appelé le corps de Galois CG(p) ».* Les définitions précises sont reportées à une étape ultérieure. Il s'agit, en effet, d'illustrer la notion d'isomorphisme puis de l'étudier en cherchant à l'identifier entre des ensembles de classes résiduelles donnés.

Cette étape qui apparaît formelle n'est en réalité qu'un passage obligé pour atteindre l'objectif affiché dans l'introduction du chapitre : identifier des structures communes à des systèmes d'objets différents, à savoir aux arithmétiques finies, aux groupes cycliques d'ordre n (n rotations d'angles multiples de $2\pi/n$), aux groupes dihédraux (n rotations précédentes et n symétries par rapport à des axes faisant entre eux des angles de π/n), puis introduire les définitions des groupes, anneaux, corps,…avant de retravailler ces notions pour identifier à nouveau des isomorphismes. Les applications qui suivent dans le paragraphe suivant sortent du champ de notre investigation, bien que s'appuyant notamment sur les corps finis (p. 87) : « *Dans cette leçon on va voir comment le travail sur les droites parallèles en géométrie cartésienne peut, dans un contexte différent, servir à promouvoir des méthodes pour réaliser des expériences en agriculture et en contrôle de la qualité dans les usines …».*

Ainsi, les congruences se définissent comme un concept primitif à partir duquel s'organise l'émergence des groupes-structures et de possibles applications à des problèmes relevant de l'environnement économique.

Le chapitre 5 (p.135- 200), où résident les notions préservées de l'arithmétique « classique », propose tout d'abord une étude des ensembles : objets courants, nombres sont les supports de l'introduction à la terminologie, au langage, aux représentations par des diagrammes de Venn.

Le paragraphe « Cartes perforées » signale un principe et éclaire un moyen, qui vont connaître un certain retentissement (p. 142) : « *En arithmétique, le passage du concret à l'abstrait se fait au moyen des structures. Les cartes perforées jouent un rôle analogue dans l'étude des ensembles. Leur utilisation semble nécessiter une période d'adaptation. En laissant jouer les élèves avec les cartes perforées concernant les élèves de la classe ou de l'école, on arrivera rapidement à cette adaptation ».* Les cartes perforées sont caractérisées comme support privilégié pour faire « ressortir les notions de réunion, intersection, de complémentaire, d'ensemble vide et de différence symétrique ».

Impulsée par la révision de la loi de distributivité sur les nombres, stimulée par l'usage des cartes perforées, suivent l'étude des algèbres des ensembles, la donnée des formules fondamentales (éclairée à l'aide des représentations par les diagrammes de Venn).

Ce sont donc dans les « applications du langage des ensembles » (pp. 150-165) que nous retrouvons des objets familiers. Les premières lignes du paragraphe justifient de l'introduction de ce langage, légitimant de fait la pertinence d'objets anciens (p. 150) : « *La terminologie qui a été introduite fournit un langage approprié permettant l'étude de nombreux sujets des programmes traditionnels. C'est une des principales raisons d'introduire ce langage, mais il y a des difficultés et des dangers ».* Le paragraphe a donc aussi pour objet essentiel d'éclairer ces difficultés, de donner des moyens de les surmonter.

Ainsi, la détermination du p.g.c.d. et du p.p.c.m. application *a priori* immédiate des notions d'intersection et de réunion soulève la question de la notation de deux facteurs égaux dans la définition en extension de l'ensemble des facteurs premiers d'un nombre (exemple à l'appui, le p.g.c.d. et le p.p.c.m. des entiers 24 et 30). Il convient dès lors d'introduire une nouvelle terminologie « diviseurs primaires », de distinguer des facteurs égaux.

Le paragraphe « Facteurs et diviseurs » identifie sous les termes synonymes facteurs et diviseurs d'un nombre donné, tout nombre qui divise exactement le nombre donné.

Ainsi, l'ensemble des diviseurs de 24 : D(24) = { 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} et le dessin d'un segment gradué de 1 à 25 portant un code étoile pour les diviseurs, un code trait pour les non-diviseurs illustrent l'exposé, précèdent un exercice supposant une application directe sur d'autres nombres.

Le paragraphe « Facteurs communs ou diviseurs communs » est développé suivant le même modèle. Exposé : l'ensemble des diviseurs commun à deux ou plusieurs nombres est l'intersection des ensembles de leurs diviseurs ; exemple illustré des deux points de vue - aspect ensembliste – aspect dessin – exercices d'application.

Prétextes, semble-t-il, pour utiliser le langage des ensembles, les notions présentées n'ouvrent sur aucune mathématisation de situations possibles (les auteurs précisaient initialement que l'étude même des notions n'étaient pas envisagée dans ce cadre) : par contre, en remarque, sont éclairées les dérives conceptuelles que peuvent entraînées l'usage indifférenciée des termes « facteur » et «diviseur » (p. 152). *« Un ensemble de facteurs de 24 est {2, 12} ou {3, 8} ou {2, 3, 4}… Chacun de ces ensembles est* *un* (en italique dans le texte) *ensemble de diviseurs. Comme ci-dessus {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} est l'ensemble des diviseurs de 24, mais ce n'est pas un ensemble de facteurs de 24 [...] ».*

L'élimination de cette confusion suppose d'introduire la notion de *nombre primaire* (puissance d'un nombre premier) et de *diviseurs primaires.*

D'où (p. 153) :

« $P(48) = \{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 3\}$; $P(36) = \{1, 2, 2^2, 3, 3^2\}$

Le p.g.c.d. de 48 et de 36 est donné par le calcul : $P(48) \cap P(36) = \{1, 2, 2^2, 3\} = P(12)$

Et le p.p.c.m. par : $P(48) \cup P(36) = \{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 3, 3^2\} = P(144)$.

L'algorithme d'Euclide bénéficie d'une considération autre (pp.153-155) : il fait l'objet de deux introductions distinctes.

La première esquisse une modélisation récursive : à l'exposé de la méthode appliquant les résultats précédents sur les nombres 40 et 68, succède un procédé qui toujours en terme d'application du langage des ensembles (intersection d'ensembles de diviseurs) exemplifie le principe que l'ensemble des diviseurs du p.g.c.d. de 40 et 68 est l'intersection des ensembles des diviseurs de 40 et 68 et des ensembles de diviseurs de toutes les différences successives que 68 et 40 permettent d'obtenir (28, 12, 16, 4). Il en résulte que « *Ceci suggère la méthode pour déterminer le p.g.c.d. en utilisant des différences. Cette méthode s'appelle algorithme d'Euclide,* (en italique dans le texte) *qui est très utile quand on a à faire à de grands nombres et plus tard pour les polynômes ».*

Motivé par son usage en lui-même et pour ses applications futures, l'algorithme assure encore une autre fonction : la seconde introduction débute par un problème « contextualisé », qui peut induire l'émergence de la notion de p.g.c.d. à travers l'exhibition de la formule de Bézout. L'objet se présente encore comme outil de résolution.

Un épicier, ne retrouvant pas sa boîte de poids, découvre des paquets pesant respectivement 4 et 6 kg ; Que peut-il bien pouvoir peser ? Et avec d'autres couples de paquets pesant respectivement 3 et 5 kg ? Et encore…

Le discours des auteurs conjugue exposition de certains faits et questionnements susceptibles de déclencher la découverte, à savoir l'émergence du résultat attendu (p. 155) :

« Si h est le plus petit nombre qui divise a et b, alors h est la différence d'un multiple de a et d'un multiple de b ».

La leçon ainsi exposée peut ainsi introduire *« mis à part des exercices classiques sur le p.g.c.d […] l'étude de quelques équations simples de Diophante. De nombreuses devinettes classiques se traitent de cette manière. »*

L'intégrité d'une certaine arithmétique classique se découvre donc à travers ces lignes ; certes, le changement de langage, dont les auteurs soulignent par ailleurs les ambiguïtés, peut sembler disqualifier le langage arithmétique ; rénove-t-il pour autant la nature du raisonnement arithmétique ?

Le paragraphe suivant sur les « Ensembles de multiples » ouvre une perspective résolument « moderne ». Il s'agit d'opérer des classements d'ensembles de multiples de nombres donnés en s'appuyant sur le support des diagrammes de Venn (l'usage des craies de couleur est préconisé pour noter entiers et classes). Les divers cas de diagrammes (présence d'intersections, ensembles inclus, ensembles disjoints, présence de deux ou plusieurs ensembles) sont présentés. L'ensemble des nombres multiples communs à deux ou plusieurs autres nombres donnés, rattaché à sa figuration « hachurée » sur un diagramme de Venn, conduit dès lors à la définition du p.p.c.m. des nombres donnés.

En remarque, (p. 159) sont exposés les motifs de la leçon : Elle « *ne conduit pas à un algorithme permettant la détermination du p.p.c.m. Elle a pour objet de présenter une situation riche en possibilités ; la notion de p.p.c.m. est présentée avec une optique plus large que dans le cas habituel. Pour utiliser le langage des algébristes, la notion introduite ici, est celle d'<u>idéal</u>* (en italique dans le texte). *Un idéal est un sous-ensemble S d'un anneau R, tel que : 1° S est un anneau ; 2° si on multiplie un élément quelconque de S par un élément de R, on obtient un autre élément de S. […] De la même manière, la première leçon sur le p.g.c.d. était une leçon sur les idéaux et faisait appel au théorème suivant : dans l'anneau des entiers relatifs, tout idéal est un idéal principal ».*

Les raisons d'existence de ces leçons résident d'une part, dans la pertinence épistémologique des savoirs qu'ils vont nourrir (pertinence envisagée à un niveau d'enseignement supérieur : des structures dans une conception nouvelle des systèmes de nombres) et d'autre part, dans le fait qu'une familiarisation précoce avec ces notions s'inscrit dans la pédagogie nouvelle. Cette familiarisation est possible dans le contexte envisagé : le langage ensembliste, le recours au support des diagrammes de Venn éclairent les notions de p.g.c.d. et p.p.c.m. tout comme inversement celles-ci tendent à rendre opératoires les premiers.

Nous devons par souci de rigueur, signaler l'existence de la divisibilité en terme de « relation » dans le chapitre 6 « Relations et graphes » (p. 201 – 223).

Présentées en préliminaire comme des phrases d'usage fréquent dans les mathématiques élémentaires, « est diviseur de », « est congru à », « est multiple de » exemplifient la notion de relation binaire. Cette notion est ensuite étudiée dans des contextes caractérisés par leur diversité (vie quotidienne, divers domaines mathématiques). Présente dans une tâche (Exemples p. 203), la représentation de la relation « est multiple de « entre l'ensemble {2, 15, 17, 8, 50} et l'ensemble {10, 4, 1, 5, 20, 3} est un « prétexte » pour illustrer la notion de fonction (ou non fonction en l'occurrence). C'est encore pour illustrer la notion de « relation d'ordre », que la considération de la relation « est diviseur de » dans l'ensemble des nombres {1, 2, 3, 5, 10, 15, 120} trouve place (p. 217) dans le cadre de la leçon D. L'ouverture des situations considérées (contextes sans référence à des connaissances mathématiques) s'explique par la fonction « primaire » que les auteurs octroient aux notions d'ensemble et de relation. L'étude menée est « *en fait, plus directement lié(e) à l'expérience quotidienne des enfants, plutôt qu'aux opérations sur les ensembles […], il n'y a pas la moindre nécessité (aux niveaux élémentaires) d'adopter l'ordre logique – ensembles : relations – comme ordre pédagogique inévitable, […]* (mais plutôt) *l'utilisation simultanée des deux points de vue ».* (Conviction des auteurs).

La préservation de certains objets de l'arithmétique classique dans cet ouvrage dont la fonction est d'éclairer une possible culture mathématique secondaire rénovée, est avérée. Vivifiés par leur fonctions nouvelles (intelligibilité d'un monde contemporain ouvert nécessitant une élévation de la culture mathématique moyenne), compatibles avec une pédagogie elle-même modélisée selon le processus d'abstraction mathématique, les systèmes de numération, les propriétés des nombres demeurent objets d'enseignement. S'ils le sont au niveau du second degré, ils apparaissent comme nécessairement contenus dans ceux des futurs instituteurs, légitimés *a fortiori* par les arguments précédents.

L'ouvrage, par ailleurs, se caractérise par les directions qu'il propose au professeur, par les compétences qu'il sous-tend chez celui-ci ; les capacités de celui-ci à distinguer les visées en terme d'acquisition d'un savoir à venir, à accompagner la découverte de l'élève sont par exemple, des faits marquant.

Il semble donc pertinent de se pencher sur les savoirs et la démarche didactique que proposent ces auteurs britanniques au niveau de l'école élémentaire.

2) Wheeler, (1970) Mathématique dans l'enseignement élémentaire, OCDL.

L'auteur a collaboré à la rédaction du précédent ouvrage ; la publication de l'édition originelle date de 1967. La démarche pédagogique mise en œuvre est donc la déclinaison de celle du précédent ouvrage à l'adresse des maîtres de l'école primaire.

Un bref examen des motifs qui président à l'élaboration de ce guide révèle leur analogie avec tous ceux déjà présentés : l'initiation précoce à la mathématique moderne résulte de la nécessité d'une familiarisation, dès les plus jeunes années, à des expériences porteuses de découvertes ; l'étendue des situations mathématiquement exploitables est universelle ; le modèle traditionnel d'un apprentissage fondé sur la mémorisation et l'acquisition de recettes applicables à la résolution de problèmes-types est incompatible avec la conception nouvelle de l'activité mathématique. A ce dernier titre, l'auteur éclaire la conviction de son cénacle (p. 8) : *« nous ne croyons pas que l'on puisse tracer une frontière nette entre l'activité intellectuelle du mathématicien créant de nouvelles mathématiques et l'activité de l'enfant étudiant les mathématiques, nouvelles pour lui».* Les mêmes mots clés, création, liberté, situations (notamment référées aux expériences occasionnées par le contexte social) truffent l'exposé. Un principe déjà appliqué dans l'ouvrage précédent (ne serait-ce que dans l'organisation de son découpage en chapitre) est clairement évoqué : il ne s'agit pas de proposer un ensemble de situations régulant un temps du savoir linéairement déroulé (p. 9) : *« [...) l'enseignement qui essaie de simplifier l'étude en fractionnant la matière en chapitres isolés, dont certains sont privilégiés – selon le schéma d'un hypothétique escalier à monter – n'aide pas les enfants mais provoque des blocages».*

C'est donc un principe que ne retiendront que partiellement les promoteurs de la réforme française, qu'exhibe alors l'auteur : *« Il est clair que nous entendons par « mathématiques modernes » plus une attitude pédagogique qu'une liste de thèmes caractéristiques. C'est une question secondaire de marquer la différence de valeur entre des « mathématiques traditionnelles » et « modernes ». Mise à part la réduction du temps consacré à un travail de routine consistant à imiter des modèles, il n'y a aucune raison de jeter par-dessus bord les mathématiques enseignées traditionnellement à l'école primaire. Mais si les mathématiques demeurent, les méthodes, elle, doivent changer ».*

Sans dénier la fonction du calcul dans l'enseignement, l'auteur inscrit simplement celle-ci dans un réseau d'activités susceptibles de favoriser « la mise à jour d'algorithmes, de procédures d'ordre logique ». Il conteste par là même l'hégémonie du tout-numérique (p. 13) : *« Nous sommes en faveur de l'enseignement de géométrie plane et de géométrie des solides, de l'emploi des coordonnées, des graphes, de l'algèbre la plus simple de nature numérique, et de certains thèmes dits modernes : les ensembles, les structures algébriques – les plus simples encore et sur des exemples –, la topologie élémentaire et d'autres de même ».* Il précise par ailleurs, qu'il ne confond pas l'étude de ces notions avec le « traitement formel qu'ils subissent dans la majorité des manuels ».

Mais c'est plus encore dans la caractérisation de la posture du maître que l'auteur exprime l'étendue de la rénovation de cet enseignement (p. 14) : le maître « *devrait avoir fait lui-même l'expérience de la méthode de redécouverte et de créativité ; il devrait être sensible aux conflits que peut faire surgir la communication dans cette matière ; il devrait laisser aux enfants la liberté de construire leur mathématique ».*

Eclairant d'une certaine façon une conception possible de la formation des maîtres (reconstruire ses connaissances en adoptant une démarche ouvrant vers la confrontation), l'auteur définit encore la tâche du maître : proposer des situations (implicitement) permettant à l'élève de construire par lui-même son savoir. L'esquisse de la situation a-didactique se dessine…

Loin encore d'éluder les difficultés qu'induit cette nouvelle posture, c'est une compétence professionnelle innovante que définit alors Wheeler (p. 15) :

« A tous les niveaux, quand la liberté est de mise, le professeur peut ne pas être celui qui sait tout. Ainsi le problème de l'insuffisance momentanée doit être compris comme le prix qu'il faut payer pour que le travail soit mieux fait en fin de compte. Chez l'enseignant, la capacité de supporter une marge d'insécurité peut bien être une qualification professionnelle supérieure à celle qui consiste à se tenir une marche au-dessus des élèves ».

Si le caractère momentanée de l'inconfort de cette situation doit impliquer de fait la capacité du maître à s'auto-former, à aiguiser sa « réflexion sur la mathématique » dans sa pratique quotidienne, nous obtenons dans cet ensemble de compétences, le modèle nouveau du maître moderne.

Le but du livre est donc de procurer au maître des situations explorées, accompagnées parfois d'un éclairage théorique qui en révèle les liens avec des concepts « modernes ». Le livre est présenté « comme une contribution aux recherches en cours et à l'enrichissement pédagogique que chaque enseignant doit poursuivre tout au long de sa vie professionnelle ».

Nous soulignons ci-dessous, ce qui apparaît comme la dernière qualité inhérente à la fonction de maître « moderne » : la capacité à entrer dans une démarche de formation continuée.

Disposant de l'esquisse des contenus abordés, adoptant résolument la posture du maître modèle, nous pouvons dés lors, découvrir le sommaire de l'ouvrage, repérer l'existence des objets que nous étudions.

La table des matières se présente ainsi :

Le découpage proposé est bien caractéristique de la démarche de l'auteur : un ensemble de situations référées à des thèmes évoquant pour certains des rubriques classiques (numération de position, mesures), pour d'autres des notions modernes (partitions, ensembles), pour d'autres encore des supports d'activités ou des activités, un type de raisonnement (l'induction), des propriétés (*a priori* hors champ exclusivement mathématique). Aucune progression par « petites marches » ne peut organiser cette suite de thèmes.

Les objets de l'arithmétique sont disséminés dans plusieurs chapitres, par exemple les fractions surgissent dans le dernier paragraphe du chapitre 7 « Géoplans ». Conformément à l'organisation de l'ouvrage de T.J. Fletcher, les notions peuvent être sollicitées dans des situations relevant de thèmes divers : les notions de « multiple », de « diviseur » interviennent dans le paragraphe « Graphes » du chapitre 5 « Représentation visuelle » ; les congruences émergent dans le chapitre 2, vivent explicitement dans le chapitre 4, (nous étudions plus précisément ces chapitres), résident encore dans le paragraphe « Equivalence » du chapitre 12 « Identique, différent ». Faire-valoir des notions « modernes » qu'elles peuvent illustrer, les notions peuvent se permettre d'exhiber plusieurs raisons d'exister : la mise en réseau de situations diverses ; leur contribution à l'élaboration de modèles applicables à des situations diverses, c'est-à-dire à l'émergence des structures.

Etudions donc les conditions d'existence des objets particuliers auxquels nous nous intéressons : les système de numération et les propriétés des nombres. Deux chapitres peuvent être distingués.

Dans le chapitre 2 « Modèles avec des nombres », sont successivement proposées des situations ayant trait à :

Multiples – Nombres premiers – Modification des lignes – Un jeu sur l'addition – Papier et pliage – Modèles avec des réglettes – Modèles avec des points – Modèles et plaques à trous – Produits – Modèles relationnels – Invention (petits problèmes inventés par de jeunes enfants).

Dans le chapitre 4 « Numération de position », nous trouvons :

Développement d'un abaque – Changement de base de numération – Restes – Calendrier – Un jeu de couleur – Une partition.

Nous allons donc décrire certaines des situations proposées, caractériser la méthode pédagogique exposée, identifier la notion abordée, la nature du rapport qu'au niveau élémentaire elle peut entretenir avec la notion appréhendée par le maître. Il s'agit donc de caractériser les fonctions des objets de savoir étudiés dans l'acquisition d'un mode de pensée permettant à l'enfant de « s'engager sur la voie de l'abstraction » mathématique ; n'est-ce pas en effet l'enjeu premier ? En un mot encore, nous cherchons à comprendre la conception de l'apprentissage défendue par l'auteur ou plus exactement « la construction des mathématiques » par l'enfant, entendue par celui-ci, à partir de situations relatives aux objets que nous étudions. Rappelons que pour l'auteur, (p. 10, 11) *« La construction des mathématiques par l'enfant ne se fait pas dans le vide. Dés le départ, il se trouve dans un contexte social qui l'influence de multiples façons. L'environnement lui apporte un certain nombre d'expériences vécues et un langage à employer à leur propos. Sa pensée est particulièrement guidée par son besoin de comprendre ce qui l'entoure et de se faire comprendre lui-même. […] Il acquiert aussi des modes de pensée et des comportements qui sont approuvés et encouragés par ceux qui l'entourent ; certains d'entre eux le conduisent aux mathématiques. […] Il nous semble que l'étude des mathématiques doit être considérée comme un acte de découverte (ou re-découverte) individuel prenant place dans un contexte social.*

Dans le chapitre 2 (pp. 16- 55), les modèles avec des nombres sont exhibés à partir de la table de Pythagore des nombres de 1 à 100 (tableau de 10 lignes, dix colonnes). En préliminaire, une remarque à l'adresse du maître souligne la richesse des possibilités offertes par ce tableau pour découvrir « des modèles construits avec des nombres », et notamment pour explorer le champ d'études des multiples.

La « discussion » (terminologie de l'auteur) qui suit, comporte des remarques à l'attention du maître, des questionnements à l'adresse des élèves.

Les premières dégagent les « variables didactiques » de la situation, variables que le maître doit modifier pour éviter la rigidité et au contraire faire émerger une activité mathématique : la modification du nombre de lignes est une première variable ; la nature du questionnement en est une autre. La structure de la situation ne diffère pas, mais il y a dans ce cas, mobilisation de la pensée mathématique pour étudier les effets de cette action. Entre question ouverte « Que pouvez-vous dire de cette table ? » et questionnement de type socratique, la démarche pédagogique doit préserver la créativité particulière à certains élèves. Dans le second des cas, le déroulement des questions (exemple à l'appui) procède du particulier au général. En effet, les questions liées tout d'abord à la lecture d'un tableau de nombres puis à l'identification d'un algorithme ont pour finalité la mise en œuvre d'un processus d'abstraction. Ainsi que l'écrit l'auteur : *« Après avoir concentré l'attention sur la relation entre les positions des lignes et des colonnes d'une part, et les chiffres des unités et des dizaines d'autre part, nous avons fait un pas vers l'abstraction en considérant des nombres supérieurs à 100 par rapport aux colonnes, et nous avons choisi des nombres si grands* (autre variable didactique)*, qu'il est impensable qu'un enfant puisse prolonger effectivement sa table pour les inclure. »*

Les notions explicitement étudiées sont liées à la notion de structure (celle du tableau), à la notion d'algorithme, voire encore à la notion de numération de position. Implicitement encore, pour les élèves intervient la notion de congruence modulo 10.

Les modèles des nombres pairs, impairs et multiples de 3, obtenus en entourant ces derniers, et en observant leur organisation à la suite d'un questionnement de type socratique, introduit la notion de « modèle » (spatial ou graphique en l'occurrence).

Le paragraphe sur les « Multiples » (pp. 18-22), introduit une notation pour désigner les ensembles de multiples ; la notation qui peut être créée par les élèves, est la suivante : M(2) désigne l'ensemble des multiples de 2.

La « discussion » porte sur l'observation des modèles construits avec divers ensembles de multiples et relève la nécessité de supprimer les ambiguïtés en précisant (et non en définissant) le sens des mots. Ainsi, M(2), M(5), M(10) conduisent à des modèles en colonnes : tous les nombres des colonnes appartiennent au modèle ; M(3) conduit à un modèle en diagonales : le modèle contient des éléments dans toutes les colonnes. M(4) relève certes d'un modèle, mais qui se distingue des deux précédents…il ne répond ni au contraintes du premier, ni au contraintes du second. Il convient de noter la nécessité d'user du langage ensembliste : élément, ensemble.

Cet intermède sur l'ambiguïté des terminologies précède une série d'exercices (à l'adresse des élèves comme du maître, semble t-il).

Il s'agit d'expliquer la structure des modèles (en colonnes pour M(2), M(5), M(10)), en diagonales pour M(3), de décrire ce dernier modèle en terme de déplacement sur les cases du tableau, d'en faire autant pour les modèles de M(4), de M(5), d'expliquer les variations de déplacements horizontaux…Description, questionnement du même type, comparaison sont généralisés aux cas des modèles de M(6), M(7), M(8), M(11), M(13), M(14), M(21)…

Emergent alors des remarques : inclusion de certains modèles dans d'autres ; « les éléments communs à M(6) et M(4) sont les multiples communs de 4 et 6 (12, 24, 36, …), cet ensemble possède son propre modèle. »

Des codages distincts pour les deux ensembles de multiples permettent de « visualiser » sur le tableau le modèle obtenu ; une autre suggestion « superposition de feuilles d'acétate» est faite pour exploiter les modèles de multiples communs de deux nombres : la double coloration des nombres permet d'identifier l'intersection des deux ensembles. L'auteur stipule que la méthode peut s'étendre à la recherche des multiples communs de trois ou plusieurs nombres ; il exemplifie encore le procédé pour les multiples communs à 3 et 5, introduit la définition de nombres premiers entre eux, il présente ensuite le cas de 3 et 6, il révèle que dans ce cas, l'intersection est M(6).

L'exploration guidée du tableau est donc l'occasion d'introduire les notions classiques de multiple, multiple commun, nombres premiers entre eux, en les situant dans un contexte modélisable « visuellement », susceptible de favoriser des questionnements sur les relations arithmétiques entre les nombres[187] et d'exhiber naturellement quelques notions sur les ensembles. La structure du tableau, parce qu'elle est propice à une modélisation d'abord intuitive (visuelle) qui s'interprète d'abord en terme d'algorithme de déplacements, parce

[187] Dans le modèle en « diagonales » M(4), « Nous pouvons remarquer par exemple, que le long d'une diagonale les nombres augmentent de 12 ; la somme des chiffres augmente de trois. Est-ce toujours vrai ? Quand cette propriété n'est-elle plus vraie et pourquoi ? », p. 22.

qu'elle permet d'exhiber divers modèles, de les comparer, apparaît comme le support privilégié d'une exploration, première étape dans le processus d'abstraction mathématique.

Support encore de l'activité du paragraphe suivant, « Nombres premiers » (p. 22, 23), le tableau révèle l'existence des nombres premiers. Le questionnement du maître toujours de type socratique, conduit à la mise en œuvre du crible d'Eratosthène. Il sollicite encore la réflexion de l'élève (voire du maître) : après avoir suggéré de barrer 1, les multiples de 2, de 3, de 5, de 7, mis à part 2, 3, 5, 7, l'auteur demande (p. 22) : « *Devons-nous aller au-delà des multiples de 7 ? Pourquoi ? Que faut-il faire pour obtenir tous les nombres premiers inférieurs à 256 ?* », il propose encore d'observer la position des nombres premiers par rapport aux multiples de 6, questionne, et exprime le raisonnement arithmétique (relayé semble t-il par le support visuel du tableau) qui permet d'établir que « tout nombre premier (mis à part 2 et 3) est suivi ou précédé par un multiple de 6 ».

Objet traditionnel, clairement identifié comme un objet d'enseignement primaire par l'auteur, la notion de nombre premier s'inscrit dans la conception rénovée de l'enseignement mathématique ; les questionnements à son propos peuvent s'insérer dans une « discussion » emblématique de la pédagogie nouvelle : il ne s'agit pas seulement d'appliquer une méthode de détermination, mais de s'interroger sur la validité de l'algorithme (à quelle étape, faut-il suspendre le procédé ?) et encore sur les propriétés de ces nombres premiers.

Ces deux paragraphes illustrent donc un principe : il y a préservation des notions classiques de l'arithmétique, voire « primarisation » de la notion théorique de nombres premiers, parce que la pédagogie rénovée peut écarter toute activité mathématique, réduite pour l'élève à la mémorisation et à l'acquisition de recettes.

L'auteur développe ensuite l'exploration de ces modèles en modifiant le nombre d'éléments par ligne (paragraphe « Modification des lignes », p. 23, 24) : le maître ne possède t-il pas la liberté d'agir ainsi, d'en user et de fait d'en étudier les conséquences ?

L'examen de deux tables, l'une possédant 7 éléments par ligne, et l'autre 6, soutenu par un questionnement de même nature que dans le paragraphe sur les multiples, a pour objet de faire émerger des modèles possédant des propriétés analogues à celles étudiées pour les modèles du premier tableau, à savoir (p. 24) :

1. *Modèles en colonnes : M(2), M(5), M(10)*
2. *Modèles en diagonales : M(3), M(9), M(11)*
3. *Modèles en diagonales (les nombres appartiennent à certaines colonnes : M(4), M(6), M(8), M(12).*

Le travail sur les modèles permet, semble t-il de réactiver une réflexion sur les propriétés de divisibilité : les propriétés du modèle d'un ensemble de multiples d'un nombre donné selon que le nombre d'éléments des lignes est multiple de ce nombre donné, premier avec ce nombre donné, le rapport entre un modèle qu'on se fixe pour un ensemble de multiples donné et le nombre d'éléments qu'il faut dès lors affecter à une ligne, les généralisations suggérées (Y a-t-il plus d'une réponse ? Pouvez-vous généraliser ce résultat ? Imaginez d'autres questions) font émerger des invariants (si un nombre en divise un autre, son modèle contient l'autre et réciproquement par exemple), peuvent solliciter (implicitement) la notion de congruence (Que faut-il pour que les multiples de 7 se répartissent comme les multiples de 3 dans la table de Pythagore ? Y a t-il plus d'une réponse ?).

La démarche du particulier au général illustre encore une étape de la pédagogie rénovée : les propriétés des nombres tendent à échapper aux seuls modèles visuels, s'inscrivent désormais dans l'émergence des relations entre ces modèles transformables d'ailleurs « géométriquement ».

Une approche plus explicite des congruences, bien que le terme ne soit évidemment cité, est opérée dans le paragraphe suivant « Un jeu sur l'addition » (p. 24-26).

Les colonnes du tableau de nombres, comportant 7 éléments par ligne, sont désormais dénommées par les lettres A, B, C, D, E, F et G. L'identification de la colonne où réside la somme de deux nombres quelconques pris respectivement dans deux colonnes fixées amorce la notion d'addition dans l'ensemble des classes résiduelles modulo 7. Les divers essais proposées conduisent donc à des notations du type : C + F = B et E + A = F… ; la démonstration apportée par une discussion est indiquée à une page ultérieure…

L'exploration des formules alphabétiques est poursuivie jusqu'au moment où se pose la question d'une analogie avec un jeu de même nature avec la table de Pythagore (10 éléments par ligne). Comme souligne l'auteur (p. 26) : *« Avec la table de Pythagore, il semble que la propriété dépend uniquement des chiffres des unités des nombres choisis ».* La généralisation avec les autres tables est donc étayée par une première remarque de l'auteur : *« Le chiffre des unités est le reste de la division par 10* », impulsée par deux questions : *« Avons-nous un résultat analogue pour la table dont les lignes ont 7 ? Est-ce une propriété des restes de la division par 7 ? ».*

Loisir ensuite à l'élève (au maître) d'exploiter un nouveau jeu, en conservant les mêmes règles mais en remplaçant l'addition par la multiplication.

Les tableaux de nombres se présentent donc comme les supports de situations dont les diverses modélisations, suscitées par l'art didactique du maître (ce que nous dénommons maïeutique socratique) permettent d'approcher les notions de multiples, de diviseurs, de nombres premiers entre eux, voire de classes résiduelles modulo n d'un point de vue qui se veut généralisateur, sans pour autant user d'un formalisme ensembliste.

Emergentes dans une situation liée au tableau de nombres, les propriétés des restes vont encore faire l'objet d'une étude spécifique à travers d'autres situations.

L'exploration des situations que nous présentons ci-dessus, ne représente qu'une partie des exploitations possibles suggérées par l'auteur ; certaines exploitations ne relèvent plus spécifiquement du domaine que nous avons délimité. Dans les exercices proposés à la perspicacité du lecteur (consigne ouverte : essayez de découvrir des propriétés de ce type de tables de nombres) résident par exemple la table d'addition des classes résiduelles modulo 10, ou encore la table étudiée p. 310, dans le paragraphe « Equivalence » du chapitre 12 « Identique, différent », représentant les suites périodiques des classes résiduelles modulo 10 des puissances successives des nombres de 1 à 9 (tableau illimité à droite).

Dans ce chapitre, il nous faut encore signaler la présence des congruences modulo 10, (ou plus précisément des propriétés des chiffres des unités, si nous empruntons le vocabulaire de l'auteur), dans le paragraphe « Modèles relationnels » (pp. 45-54).

Evoquant préalablement la notion théorique, à savoir l'approche du concept de logarithme, que peut illustrer l'activité précédente (le calcul des puissances successives de 2 dans le paragraphe « Produits »), l'auteur propose dans ce paragraphe de modéliser à l'aide de diagrammes sagittaux les progressions géométriques modulo 10 que permettent de construire les suites géométriques définies par l'expression : $u_n = u_0 \times r^n$; u_0 représentant un entier entre 2 et 9, r représentant tout d'abord 2, puis les entiers de 3 à 9. Il va de soi que ces notations sont absentes de l'ouvrage, elles sont traduites en langage arithmétique. L'enjeu est donc d'obtenir des « modèles relationnels » représentant ces suites périodiques, de comparer leurs structures, de remarquer que ces observations « *peuvent nous apprendre certaines propriétés sur les restes des divisions par un nombre donné »*, ceci, après avoir remarqué que *« le chiffre des unités d'un nombre est aussi le reste de la division par 10 de ce nombre »*. Le lecteur est donc invité à généraliser l'étude de la situation dans les arithmétiques modulo 6 et modulo 7. Il s'agit en effet, d'obtenir « des informations qui […] aideront à comprendre le concept mathématique caché derrière les premiers modèles ».

Ce dernier paragraphe apporte, nous semble t-il, un éclairage déterminant sur la posture du maître de l'école primaire : la capacité de celui-ci à saisir dans toute situation proposée les notions théoriques qui en fondent la pertinence épistémologique, d'une part en amont à un niveau d'étude bien supérieur, d'autre part, au niveau d'étude présent dans la cohérence des situations proposées, nichées dans les diverses rubriques de l'ouvrage. Implicitement, le niveau d'exigence en terme de culture mathématique s'aligne sur celui imposé par les rédacteurs du programme d'études des maîtres de l'enseignement français : la pédagogie rénovée est bien subordonnée à une culture mathématique sans laquelle ne peut être évoquée la liberté du maître.

Avant de proposer un bref éclairage sur le chapitre 4, notons le souci de l'auteur de consacrer un thème spécifique portant sur l'induction (p. 56-72) : son propos (p. 56) consiste à éveiller l'attention du maître sur les « problèmes qui se posent lorsqu'on essaie de généraliser pour tirer une loi mathématique de quelques expériences particulières » et à souligner par ailleurs, qu' « une bonne part de l'activité portant sur les modèles faits avec des nombres dépend d'une démarche inductive, procédé intuitif que l'on emploie souvent sans même en avoir conscience ». La légitimité de ce type de raisonnement n'est pas remise en cause, « la pensée mathématique n'irait pas loin sans lui » écrit l'auteur, le recours à des « représentations visuelles peuvent souvent aider à dégager la structure de l'aspect - propriétés des cas particuliers ». Les exemples traités, révélant la variabilité du caractère de certitude d'une conjecture, ne relèvent pas de notre champ d'étude.

Abordons maintenant le contenu du chapitre 4 (pp. 73-100).

L'idée clé du premier paragraphe « Numération de position » peut, nous semble t-il, se résumer ainsi : l'aspect algorithmique de la numération de position peut présenter un certain caractère opératoire dès qu'il s'agit d'opérer sur les nombres ou d'analyser leur relations ; il y a nécessité de comprendre ses principes. Cinq observations, à l'adresse du maître, évoquent successivement ce que recèle la notion en question, les méthodes pédagogiques, la présence des lois occultées par les procédés formels de calcul, l'habilitation d'un calcul « réfléchi », l'abstraction du concept de nombre :

1) La structure cachée que représente l'écriture usuelle chiffrée ou littérale du nombre, à savoir sa décomposition canonique dans le système décimal ;

2) Trois méthodes pédagogiques permettant d'expliciter la signification du nombre, à savoir : la méthode traditionnelle (apprentissage simultané du comptage et de la notation, puis après une familiarisation avec ces règles, analyse de celles-ci), la méthode consistant « à familiariser l'enfant avec un matériel approprié (par exemple les blocs multibases de Dienes) […] modèle concret des puissances de la base », enfin, une méthode permettant « de découvrir par tâtonnement avec l'enfant certaines des décisions qu'il faut prendre lorsqu'on veut faire une construction suffisante ». (p. 75)

3) L'existence des propriétés d'associativité et de distributivité ; les procédés formels de calcul rendent « inutile la prise de conscience de ces lois d'associativité ou de distributivité », alors que « le complexe « numération de position – associativité – distributivité » est si étroitement indissociable dans nos procédés habituels de calcul ».

4) La fécondité des procédés de calcul (caractérisés par leur diversité, par la maîtrise des outils utilisés) chez l'enfant, pour que se dégagent du complexe précédent les lois d'associativité et de distributivité.

5) Enfin, la distinction entre les désignations conventionnelles des nombres, et entre ces désignations et les nombres représentés.

Le paragraphe « Développement d'un abaque » (p. 78-80) situe explicitement la démarche didactique du maître dans la troisième approche pédagogique : une approche « constructiviste », le matériel pré-structuré n'est pas utilisé.

Invités à jouer au « négociant qui souhaite faire un état des lieux des marchandises qui sont chargées ou déchargées de son bateau », les élèves sont conduits à user tout d'abord de procédures de comptage reposant sur la correspondance terme à terme. Les objets sont préalablement déplaçables (cailloux), la nécessité de groupements apparaît quand le procédé devient peu économique, l'aspect positionnel (abaque de sable : lignes tracées sur le sable) émerge ensuite (faute d'objets pour désigner tous les groupements). Le choix de la base appartient aux enfants ; des additions et soustractions sont opérées.

Etant supposé que les enfants « ont compris que les puissances s'accroissaient vers la gauche », l'abaque de sable laisse place à un abaque classique (tiges, perles) : il s'agit de « transporter l'inventaire ». Enfin, le compte du boulier doit se traduire en symboles écrits sur le papier.

La construction de la notion de numération positionnelle par l'enfant repose donc sur le jeu des contraintes (variables didactiques) imposé par le maître…sur la mise en œuvre d'un raccourci historique de la genèse de la numération de position.

Nous balayons maintenant le paragraphe « Changement de numération » (pp. 80-83). Si l'auteur souligne tout d'abord la diversité des bases à disposition de l'élève, notamment de celles qui peuvent se référer aux expériences sociales de l'élèves (le système monétaire britannique), il évoque (p. 81) une opinion répandue (non cautionnée par le rapport de « Mathematical Association de 1956) : *« les enfants comprennent mieux notre numération de position, s'ils en ont fait l'expérience dans d'autres bases que la base 10 ».*

Suit alors une brève explication sur le lien entre le codage d'un nombre exprimé dans une base x quelconque, et la suite des termes de son développement polynomial. Des exercices invitent ensuite le lecteur à s'exercer aux changements de bases, à identifier les bases dans lesquelles sont effectuées diverses opérations, à s'interroger sur les caractères de divisibilité dans une base donnée, sur la primarité d'un nombre écrit dans une base non décimal (21 en base six).

L'idée clé qui se dégage de l'ensemble de ces activités, c'est que le maître doit faire en sorte que les enfants comprennent que les propriétés des nombres sont indépendantes de leurs diverses écritures possibles.

Etudier des numérations dans des bases autres que la base décimale n'a pas pour seule fonction d'éclairer les principes d'une numération positionnelle, cette étude qui s'étend par ailleurs aux symboles oraux, tend à dégager le nombre de ses représentations, à l'abstraire. Pour les élèves, s'il n'est envisageable de mener la « discussion en termes de sons et de symboles », le recours à des objets concrets s'avère opératoire : comptage d'objets ou des doigts à haute voix dans des systèmes de bases différentes, usage de réglettes de Cuisenaire. « *« On peut aussi utiliser les réglettes de Cuisenaire pour mettre en rangées parallèles des longueurs équivalentes qu'on peut ranger de plusieurs façons. [...] la même longueur peut s'exprimer par 23 (base dix) et par 32 (base sept) et le choix de la base est indiqué par le choix des réglettes pour mesurer la longueur ».*

Le paragraphe intitulé « Numération binaire » (pp. 83-87) présente préalablement une situation de dénombrement. Un tableau de 4 interrupteurs électriques alignés horizontalement est placé sur le mur de la classe ; il s'agit (p. 84) d' « étudier rapidement le nombre des opérations différentes qu'ils nous permettent de faire ». L'étude se limite (à ce niveau) à l'identification des divers aspects que peut présenter le tableau.

Bien qu'évoquant le fait que le dessin serait possible, l'auteur suggère (un plus grand nombre d'interrupteurs rendant cette procédure peu économique) l'usage des symboles 0 pour « fermé » ou « en haut », 1 pour l'inverse. L'écriture des codages respectant la « structure spatiale du tableau » permet donc l'obtention d'un ensemble de 16 codes, dont l'auteur stipule immédiatement qu'il ne s'agit de nombres mais d' « étiquettes relatives à la position des interrupteurs ». Dans la situation donnée, il n'existe pas de relation d'ordre, ni de loi de composition de deux de ces symboles.

Le passage du codage binaire à la numération binaire nécessite donc une réflexion : le maître sollicite son « expérience antérieure » et établit relation d'ordre et loi d'addition… Doit-il les imposer à l'élève pour explorer la situation, l'auteur ne nous éclaire pas !

Il propose plutôt une autre situation (p. 85) : *« Combien de poids différents peux-tu faire si tu possèdes seulement une série comprenant un poids de 1 u, 2 u, 4 u, 8 u » (u étant un* *poids-unité déterminé à l'avance) ou « Combien de longueurs différentes peux-tu construire si tu as seulement une réglette blanche, une rouge, une rose et une marron ? ».*

L'introduction d'un codage binaire, le recours à un support structuré permettent dès lors d'interpréter les symboles comme des nombres.

Le système binaire tel qu'il est ainsi présenté, ouvre deux perspectives : la modélisation des situations duales (codages des branches d'un réseau, p. 247), la numération binaire. Il est pour l'auteur, légitimé par ses nombreuses applications, son importance en mathématiques, mais non par sa pertinence pour éclairer la numération usuelle.

Les deux derniers paragraphes de ce chapitre traitent donc explicitement des « Restes », des applications qu'engendrent les propriétés de ceux-ci (pp. 87-99).

Discours émaillé de questionnements de type socratique, le premier paragraphe est un cours traitant des critères de divisibilité par 3 et par 9, puis généralisant l'usage de ce critère aux autres bases.

Exemples préalablement à l'appui, l'auteur administre la preuve du critère de divisibilité par 3, à partir d'un cas particulier. Sollicitant explicitement la loi de distributivité pour décomposer les puissances de 10 en somme d'un multiple de 3 et de 1, convoquant les propriétés de divisibilité, son « analyse » qu'il juge par ailleurs « longue et formelle » est définie comme une des démonstrations de cette règle. (Il est implicite qu'un raisonnement par induction permette la généralisation de la méthode).

Etendue au nombre 9, la méthode est dénommée (p. 88) : *« Cette méthode qui consiste à faire la somme des chiffres s'appelle faire la preuve par 9 ».*

Une observation, « le fait que la base de numération dirige notre raisonnement » soulève dès lors les possibles : ne serait-ce applicable qu'en base dix ? dans quelles autres bases serait-ce applicable ?

A partir de l'observation de l'écriture des multiples de 3 dans les bases de quatre à sept, le lecteur doit se poser la question d'une « intuition rationnelle », finir par généraliser (p. 89) : *« Dans toute base, il y aura au moins un diviseur pour lequel la règle est applicable. Pourquoi ? Pouvons-nous dire dans quelles bases il y en aura plusieurs ?*

Ce cours caractérisé par un discours qui n'expose pas, mais qui implique la réflexion, la capacité à explorer, à généraliser, situe clairement l'activité du maître, si ce n'est aussi celle de l'élève, dans le champ de l'activité spécifiquement mathématique. Il ne s'agit pas seulement de connaître, il s'agit de savoir pourquoi on connaît, de redécouvrir ce qu'est une intuition, d'en valider la pertinence.

Analysons maintenant en dernier lieu, les paragraphes portant sur les applications.

L'observation du calendrier du mois de janvier 1967 (le 1er janvier est un dimanche) ouvre sur l'étude d'un ensemble de nombres porteurs de propriétés. Il s'agit d'un tableau de nombres ; en lignes sont données les jours de la semaine, du dimanche au samedi ; en colonnes sont désignées les semaines.

Question ouverte ? *« Que remarquons-nous ? ».*

L'identification des lignes en terme de début de progressions arithmétiques de raison 7, le fait que les nombres d'une même ligne donnent le même reste dans la division par 7 (*« cela peut ne pas sauter aux yeux »*) comme le souligne l'auteur, conduit au codage des jours par un nombre égal au reste des nombres qui leur sont affectés, dans la division par 7.

Implicitement présentée, la notion de congruence modulo 7, c'est à dire la propriété des restes permet alors d'identifier le jour correspondant à chaque date du mois de janvier.

Mais évidemment, il faut étendre la méthode à la détermination des jours correspondant à n'importe quelle date de l'année…Il convient donc pour chacun des mois de l'année d'ajouter un correctif modulo 7 qui permettra d'identifier le jour correspondant à toute date possible. Et l'auteur de souligner (p. 91) :

« La plupart des enfants peuvent avancer dans cette étude sans qu'on les aide beaucoup. Ceux qui sont passionnés peuvent alors continuer leur recherche pour trouver le jour de la semaine correspondant à une date quelconque ».

Le bel avenir de cette situation n'est plus à souligner…Une situation peut-elle légitimer l'existence de la notion qui permet d'en réaliser un modèle opératoire ? La question peut se poser.

Le « jeu des couleurs » qui est ensuite évoqué, présente de fortes analogies avec la situation proposées par T.J. Fletcher (leçon, p. 58) : approche de l'arithmétique finie modulo 5 à partir des réglettes de Cuisenaire. Dans le processus didactique envisagé, l'auteur préconise, malgré son possible degré de trop grande abstraction, de classer les résultats du jeu de l'addition dans un tableau dont la « structure » est un « stimulant » pour « provoquer une recherche plus approfondie des propriétés de cette addition ». Notons que pour les élèves, il n'est point envisagé de passage du code couleur à un code numérique.

La gratuité du jeu n'est qu'apparence : son « intérêt intrinsèque » est encore un trait spécifique du modèle de construction de la mathématique primaire ; une première familiarisation « concrète », « intuitive » (sont-ce des termes adéquats ?) avec des notions qui ne sont pas élémentaires, mais qui doivent être connues du maître. L'auteur, en effet, présente explicitement des éléments de cours, rédigés sous forme de remarques et marqués par leur caractère expositif. Sont ainsi précisés que : l'étude a porté sur une arithmétique finie – les éléments de cette arithmétique peuvent être considérés comme des « classes » de nombres usuels – ces classes forment une partition de l'ensemble des nombres entiers – les classes représentées par des couleurs peuvent être encore codées (à l'appui des résultats obtenus dans le tableau additif des codes couleur) avec les entiers de 0 à 4, ces entiers désignant les restes des nombres dans leur division par 5 – l'arithmétique considérée peut désormais s'appeler « arithmétique des restes ou « arithmétique des classes résiduelles », voire encore en langage mathématique, « Arithmétique des classes résiduelles modulo 5 » – la partition de l'ensemble des nombres entiers naturels peut être « montrée », schéma à l'appui – l'arithmétique modulo 5 est un corps – et enfin, il n'existe ni ordre, ni négatifs, ni nombres rationnels dans l'arithmétique finie modulo 5.

Evidemment explicitées, ces remarques apportent des éléments sur la consistance de la culture mathématique du maître ; au niveau élémentaire, celui-ci ne peut proposer l'exploration de ce type de situation que s'il dispose d'un éclairage théorique suffisant pour apprécier les enjeux « supérieurs» que vise l'étude de la situation. En conclusion, proposition est faite, au maître comme, semble t-il, à l'élève, de s'exercer à modéliser des situations reposant sur des supports concrets (réglettes de Cuisenaire : prolongement à une arithmétique finie modulo 6 ; cadran d'une montre : arithmétique modulo 12, travail sur les comptines….).

L'éclairage apporté par ces deux ouvrages dont l'articulation révèle en particulier le principe nécessaire d'une formation mathématique étendue sur l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire, nous permet de mettre en évidence un certain nombre d'observations :

La démarche didactique proposée semble régie par une conception spiralaire de l'apprentissage ; l'approche des notions dans des situations modélisables, référées à des contextes différents, l'exploration progressivement plus approfondie de ces situations (par exemple la situation introduisant la notion de congruences à l'aide des réglettes de Cuisenaire) nous semblent permettre de confirmer cette hypothèse. Les structures proposées aux divers niveaux de l'enseignement ne diffèrent pas, c'est la nature de leur étude qui régule progressivement leur degré de formalisation, l'étendue de leur champ d'application.

Les objets de l'arithmétique classique (système de numération, multiples, diviseurs, propriétés des restes) sont préservés parce qu'ils satisfont à deux conditions prédominantes : leur étude, à tous niveaux, se prête à l'exhibition de structures (de modèles) ; ce sont des objets de savoir dont la pertinence épistémologique est avérée non seulement au niveau de l'enseignement supérieur, mais encore au niveau élémentaire (le travail sur la numération ouvre sur l'étude des propriétés des opérations).

La pédagogie des situations, modèle de la méthode d'enseignement préconisée par les auteurs, impose plusieurs contraintes : la capacité du maître à maîtriser les structures sous-jacentes à une situation, à modifier la situation en jouant sur ses variables, en un mot, la capacité du maître à envisager et à analyser les notions qui sont visées à un niveau supérieur. Comme nous l'avons déjà évoqué, mettre en œuvre une pédagogie des situations impose de détenir une solide culture mathématique.

Un dernier point nous semble encore marquant : le caractère pragmatique de cet enseignement, caractère souligné par l'auteur de la préface de l'ouvrage de T.J. Fletcher, A. Revuz. Ce pragmatisme, nous l'appréhendons plutôt comme une lucidité pédagogique. Les commentaires de Wheeler, dans son dernier chapitre sur « les ensembles », nous semblent à ce titre évocateurs : sans s'opposer formellement à l'enseignement des ensembles à l'école élémentaires, ses propos en exhibent les dérives (déjà identifiées) tout en concédant à l'enseignement classique un certain mérite (p. 330) : *« Un nombre sans cesse croissant de livres entreprennent d'expliquer l'usage conventionnel des ensembles, et leurs méthodes offrent plus ou moins d'intérêt. Mais ils ne visent qu'à amener le lecteur ou l'enfant à comprendre un langage formel, spécialisé, et hautement compétent. Le danger principal d'un enseignement délibéré des ensembles comme aspect élémentaire d'une structure mathématique plus complexe que les enfants saisiront en fin de compte, est son effet restrictif. L'enseignement traditionnel de l'Ecole Primaire tourné à l'excès vers le calcul numérique n'empêchait pas les enfants de penser et d'apprendre beaucoup sur les choses et leurs relations, même si cela n'était pas désigné nommément comme des mathématiques. L'introduction de collections d'objets, - le contenu du sac de maman, les meubles d'une pièce, etc., - afin que l'enfant soit « conduit » à penser plus clairement, est une menace pour l'imagination de l'enfant ».* L'auteur souligne encore une interprétation rigide des travaux de Piaget (p. 340) : de ceux-ci, *«on en tire souvent l'idée que le concept de conservation étant nécessaire, il ne reste qu'à attendre qu'il se forme naturellement. C'est une supposition dangereuse. Si la conservation est un concept intellectuel très utilisé, il y a beaucoup de situations dans lesquelles il ne nous apporte aucune aide ».*

S'inscrivant donc *a contrario* d'une méthode qui élude toute la complexité inhérente au langage mathématique, à la définition au niveau élémentaire de concepts par exemple, qui se prête à une interprétation rigide des travaux de Piaget, la pédagogie des situations se caractérise donc comme une pédagogie « rénovée » et non point « innovante » ; la fonction qu'elle octroie à un calcul que nous définissons actuellement sous l'expression calcul réfléchi, la reconnaissance d'un calcul « automatisé » qui nécessite au niveau de l'enseignement d'être interrogé, préserve, nous semble t-il, la légitimité de l'activité traditionnelle de l'arithmétique.

La transition s'avère aisée… Le 3ème ouvrage que nous étudions, se classe, nous semble t-il, dans un courant pédagogique que nous caractériserons comme totalement « innovant ». L'ouvrage est-il réellement comparable ? A défaut de pouvoir comparer la conception de l'enseignement et de l'apprentissage de toutes les notions évoquées ci-dessus, pouvons nous du moins effectuer des parallèles entre les démarches didactiques ?

<u>3) Z.P. Dienes, La mathématique moderne dans l'enseignement primaire, (1965), OCDL.</u>

En avant-propos, l'auteur pose quelques postulats : l'initiation à la mathématique moderne doit être initiée dès la maternelle par le biais d'expériences, en donnant le goût des activités mathématiques. Le but est ambitieux, c'est la « *compréhension complète de tous les détails de l'activité mathématique par tous les enfants de l'école […] La compréhension mathématique universelle peut s'obtenir à condition d'y mettre le prix».*(p. 7)

Les moyens sont clairement définis (p. 8, 9) : *« C'est une grande quantité de matériel didactique ».* C'est encore la volonté du maître d' « *enseigner […] une « nouvelle » mathématique, ou du moins l' « ancienne » mathématique considérée d'un nouveau point de vue. L'ancien point de vue consiste à regarder l'enseignement mathématique comme l'apprentissage de processus mécanisés. Le nouveau point de vue consiste à considérer ces processus comme formant un entrelacement de structures de plus en plus complexes ; il s'agit de mettre les enfants à même de découvrir quelles sont ces structures, comment elles sont constituées, comment elles sont reliées les unes, et cela en les plaçant dans des situations qui illustrent ces structures.[…] le maître doit complètement changer d'attitude. La « réponse » correcte passe au second plan ; l'aptitude essentielle consiste à savoir trouver son chemin à travers des situations de plus en plus complexes ; il faut mettre l'accent sur l'activité dynamique de recherche, plutôt que sur l'aspect « statique » de la réponse. La vision de la structure des évènements est plus importante que le symbolisme formel qui les exprime. L'activité de recherche des enfants, isolés ou par petits groupes, prend le pas désormais sur la leçon magistrale donnée par le maître en face de sa classe ; la discussion collective aboutit à des conclusions dûment enregistrées, à condition que le maître sache respecter le dynamisme constructif de la pensée de l'enfant ».* Et l'auteur de citer les travaux de psychologie théorique et de pédagogique pratique, actuellement en cours pour concourir à la réalisation de la « compréhension mathématique universelle ».

Un certain nombre de points semblent pouvoir être dégagés :

La reconnaissance (la découverte) des structures est l'alpha et l'oméga de l'initiation à la mathématique moderne.

Le degré de complexité des structures semble se définir comme le levier d'une progression dans le savoir.

La vision de la structure précède en terme d'importance le formalisme qui désigne celle-ci ; ce qui n'induit pas l'absence de ce formalisme.

La posture du maître est totalement nouvelle : il n'expose pas, il doit favoriser l'expression du « dynamisme constructif de la pensée de l'enfant », en proposant des situations progressivement complexifiées entraînant une dynamique de recherche de la part des enfants. Il permet enfin l' « enregistrement » des conclusions issues de la discussion collective.

Avant que nous ne précisions les hypothèses épistémologiques et pédagogiques qui fondent la conception du processus de mathématisation envisagée par l'auteur, il nous semble pertinent de pouvoir éclairer celles-ci, en les mettant en regard avec l'organisation de son ouvrage. La table des matières est la suivante :

a. Introduction.
b. Les ensembles et les opérations sur les ensembles.
    i. Réunion d'ensembles
    ii. Intersection d'ensembles
    iii. Ensembles complémentaires.
    iv. Différence de deux ensembles.
c. Les attributs et les opérations logiques.
    i. Description du matériel logique.
    ii. Jeux préliminaires.
    iii. Conjonctions.
    iv. Disjonctions.
    v. Implications.
    vi. Symbolisme logique.
    vii. Relation entre la logique et les ensembles.
    viii. Développements ultérieurs.
d. Le nombre et l'origine de sa notation.
    i. Le niveau d'abstraction du nombre.
    ii. L'addition des nombres.
    iii. La soustraction des nombres.
    iv. Multiplication des nombres.
    v. Couples de nombres et ensembles formés par ces couples.
    vi. Introduction des puissances.

vii. Processus à suivre dans l'étude des puissances.
viii. Exercices de comptage dans toutes les bases.
ix. Quelques faits concernant les nombres.

e. La phase structurée : concept de valeur positionnelle, addition, soustraction.
i. Echanges en quantités équivalentes.
ii. Echanges avec monnaie.
iii. Premier jeu des valeurs positionnelles(avec les blocs multibases).
iv. Second jeu des valeurs positionnelles (avec arbres).
v. Comparaison des deux jeux de valeurs positionnelles.
vi. Addition.
vii. Soustraction.
viii. Groupements utilisant plusieurs bases.

f. Applications pratiques des groupements.

L'introduction (pp. 11-14) présente donc le modèle retenu par l'auteur, pour décrire le processus d' « acquisition des notions abstraites en mathématique ». Notons ici l'éviction de toute référence à des notions non abstraites qui pourraient par ailleurs relever de la mathématique.

Le processus se compose de trois phases : une phase préliminaire de tâtonnements, d'exploration hasardeuse, qui peut être « guidée dans le sens d'une maturation », si l' « activité ludique se canalise sous la forme de « jeux » aux règles définies » - une phase intermédiaire « plus structurée » ; il y a jeu avec les règles ; *« la pensée apparaît plus consciente et plus dirigée. On peut ainsi parvenir à l' « instant de la découverte »*, (en italique dans le texte)*, instant où le schème directeur apparaît brusquement dans son organisation d'ensemble».* – la troisième phase, c'est *« l'accomplissement de la découverte [...] suivi d'un besoin irrésistible d'exploiter la nouvelle découverte ».* Elle conduit à deux types de démarches : la première savante « *analytique* », la seconde « *pratique* ». La première est introspective, il s'agit de s'interroger sur le savoir appris ; la seconde conduit à l'exploration de situations que cette découverte permet de maîtriser. Les deux se caractérisent par leur fonction psychologique (p. 12) : *« La fonction psychologique de la démarche analytique comme de la démarche pratique consiste à amarrer solidement la nouvelle découverte à sa place dans la panoplie de nos concepts, de manière à pouvoir retrouver le concept adéquat au moment opportun ».* Le processus d'abstraction mathématique se traduit ainsi en terme d'implémentation d'une nouvelle structure dans un tout-structuré opératoire.

Il nous faut encore relever l'une des idées clés, idée sans laquelle la progression qu'esquisse le sommaire n'est qu'un lexique de concepts juxtaposés. La fonction du langage mathématique, notamment des symboles, le rôle qu'il détient au moment où s'accomplit la découverte, le rendent indispensable, passerelle obligée dans la voie de l'abstraction. S'il y questionnement à son sujet, ce n'est qu'en terme d'abus, ou de moment d'introduction (avant ou après l'accomplissement de la découverte ?). La conviction de l'auteur est celle-ci : *« Une série d'expériences bien enchaînées, suivie de l'introduction de symboles, est certainement plus efficace que des efforts continuels pour associer les symboles à leur « signification » par des « explications ».* Il est ainsi posé que les symboles sont nécessairement convoqués pour participer de la genèse du nombre chez l'enfant : le sommaire en légitime la présence.

L'objectif de l'ouvrage est donc de décrire en terme de dialectique entre expériences et processus d'abstraction, une méthode d'enseignement du concept de nombre. L'auteur s'appuie sur sa propre expérience (p. 13) : *« Puisque toute connaissance procède finalement de l'expérience, on ne s'étonnera pas que je préfère recourir à mon expérience personnelle directe [...] ».* Les hypothèses qui fondent par ailleurs sa démarche, imposent des thèmes d'expériences, sans rapport avec des situations liées à des questions d'ordre « pragmatique », (p. 13) : *« [...] je suggère l'introduction d'une certaine série d'exercices artificiels, susceptibles de guider les jeunes enfants tout au long du développement logico-mathématique des concepts apparentés à l'idée de nombre ».*

Il apparaît donc évident que la numération, ce codage lui-même structuré du nombre ne peut s'insérer dans cette progression, qu'une fois suffisamment formé le concept de nombre.

En effet, reprend l'auteur (p. 13), *« le nombre est une abstraction. Les nombres n'ont pas d'existence réelle. Les nombres sont des <u>propriétés</u>* (en italique dans le texte)*; mais ce sont des propriétés relatives à des ensembles d'objets, non aux objets eux-mêmes. [...] C'est pourquoi il existe un monde intermédiaire entre le monde des objets et celui des nombres, à savoir <u>le monde des ensembles</u>* (en italique dans le texte). *[...] Les relations entre ensembles conduisent à des considérations d'ordre <u>logique</u>, tandis que les propriétés des ensembles conduisent à des considérations d'ordre <u>mathématique</u>* (les expressions soulignées sont en italique dans le texte). *On trouvera ci-dessous la description d'une série d'expérience qui intégrera en un tout organique l'acquisition des concepts de la logique, des ensembles et des nombres ».*

Le sommaire présente ainsi les composants de ce tout organique, régulé sur l' axe temporel d'une progression linéaire.

Notons que 29 pages concernent les activités susceptibles de permettre « le développement logico-mathématique des concepts apparentés à l'idée de nombre », 39 portent précisément sur le nombre, sa notation, 4 pages (paragraphe « Applications pratiques ») évoquent les mesures de grandeurs.

L'exposé, découpé en paragraphes répertoriés dans le sommaire, est un discours à l'adresse du pédagogue, du maître. Il comporte des éléments d'informations sur la terminologie, les ambiguïtés du langage (d'où l'émergence de notion d'univers, quand on pense ensemble, la distinction entre « le même » et « égal », la distinction entre symbole et ce qui est symbolisé…), des propositions d'activités en classe qui par la même occasion illustrent la signification des notions en jeux, rythment la progression. La curiosité, la réflexion du lecteur ne sont pas explicitement sollicitées : on lui expose une possible démarche progressive, cohérente. Les situations présentées, certes artificielles, sont empruntées au monde environnant (élèves de la classe, créatures ou objets divers) quand il s'agit de s'intéresser à l'étude des ensembles, ou ont pour support un matériel structuré (jeu de blocs logiques, caractérisés par 4 attributs – forme – couleur – épaisseur – grandeur), dans les chapitres III et IV.

Au terme des chapitres II et III, l'élève a donc construit les compétences logico-mathématiques préalables à l'accès au concept de nombre.

Il connaît la notion d'ensemble, les opérations sur les ensembles ; il sait que OOO = 3 n'a pas de sens (ou du moins son maître le sait) ; *« Le premier membre de l' «équation » est un ensemble, ou plutôt le symbole d'un ensemble ; le second membre est une propriété de l'ensemble »*(p.23). Il connaît encore le langage de la logique, ayant établi une correspondance entre celui-ci et celui des ensembles, à grand renfort de diagrammes de Venn.

Une nouvelle étape est nécessaire avant que ne puisse être abordée la numération à proprement parler. Dans le chapitre IV, « Le nombre et l'origine de sa notation », sont répertoriées les diverses méthodes qui vont permettre préalablement à l'enfant d' « acquérir des bases solides pour les concepts de nombres » et proposés des commentaires à l'adresse du maître. (p. 50).

1) le niveau d'abstraction du nombre (pp.41, 42) : c'est la première étape. *« Le nombre est une propriété des ensembles ».* Le nombre des éléments d'un ensemble peut être abrégé, noté N. On écrit ainsi : N{cercles petits épais} = N{rectangles petits minces} (p. 42) ; le symbole 3 (propriété des deux ensembles précédents) désigne en fait « une propriété commune à un grand nombre d'éléments, à savoir les ensembles formés de trois éléments ». Et encore N{triangles carrés} = 0. Il faut en effet concevoir qu' « *on passe de l'univers des objets à l'univers des ensembles, et les propriétés qui*

permettaient de classer les objets ne définissent plus des ensembles mais des nombres ».

2) Les opérations sur les nombres (pp. 42-50) : c'est l'étape suivante. La construction des opérations sur les nombres se calque fidèlement sur celle opérée sur les ensembles ; réunion, ensemble-différence, considération d'ensembles d'ensembles - *« Dans un produit l'un des facteurs se rapporte à des ensembles, l'autre à des ensembles d'ensembles ».* (p. 45)

3) Les couples de nombres et ensembles formés par ces couples (pp. 46-50). Etape finale, pour exercer l'élève au « maniement d'univers abstraits ». Ainsi que l'introduit Dienes (p. 46) : *« Un nombre est un énoncé concernant les éléments de l'univers des ensembles. Après avoir créé les nombres de la sorte, nous pouvons en faire les éléments constitutifs d'un nouvel univers, et repartir en énonçant les propriétés concernant les éléments de ce nouvel univers ».*

C'est dans le paragraphe f) « Introduction des puissances » (pp. 50-53) qu'est introduit le concept de numération : « Moyens de communication permettant d'exprimer ces concepts dans des situations vécues », ce code « consiste en un système de symboles appropriés », qui « dans notre civilisation s'appelle la numération de position ».

Comme *« la valeur de chaque symbole dépend non seulement de sa forme, mais encore de sa position par rapport aux autres [...] sa valeur positionnelle,* (qui) *elle-même résulte de la notion de puissance »,* c'est cette dernière notion qui est préalablement étudiée.

Inscrite dans un environnement ensembliste, la notion de puissance se traduit en terme de niveaux d'univers : le niveau des ensembles (premier niveau), le niveau des ensembles d'ensembles (deuxième niveau), le niveau des ensembles d'ensembles d'ensembles (troisième niveau)… Citons l'auteur (p. 51) : *« Par exemple 64 objets peuvent se partager en 8 groupes de 8 objets chacun. Le premier chiffre 8 se rapporte à l'univers des ensembles, le second à l'univers des objets. Quand on « descend d'un niveau » en passant de l'ensemble de 8 ensembles à l'ensemble de 64 objets, on effectue sur les ensembles une opération sur laquelle, nous l'avons vu, se fonde la multiplication de 8 par 8. On dit que 64 est la seconde puissance de 8, parce que nous avons ramené deux niveaux à un seul : en partant de l'univers des ensembles d'ensembles et de l'univers des ensembles, nous arrivons à l'univers des ensembles ».* Notons que cette remarque et les exemples commentés qui suivent s'adressent au pédagogue ; pour les élèves des expériences concrètes sont « absolument nécessaires […] pour construire les situations correspondant aux puissances des nombres ». Les expériences évoquées consistent à faire des regroupements d'enfants par 3, le premier jour, puis à faire des regroupements de groupes de 3, le second jour, …Il y aura les groupes du 1[er] jour, les groupes du 2[nd] jour, les groupes du 3[ème] jour…. Sans «*besoin de calculer la grandeur de chaque groupe dans la numération décimale, on se contentera d'écrire* 3^0, 3^1, 3^2, 3^3,3^4 *en disant :*

Le nombre de personnes par groupe le jour d'ouverture est 3^0 *ou 1 ;*

Le nombre de personnes par groupe le premier jour est 3^1 *ou 3*

Le nombre de personnes par groupes le second jour est 3^2 *ou 9 et ainsi de suite ».*

L'auteur, suggérant d'étendre le projet à des « caravanes d'enfants provenant d'écoles différentes de même base » pour introduire additions et soustractions dans différents systèmes de numération, postule que ces opérations contribuent « à former la notion de valeur positionnelle ». Il n'élude pas cependant l'existence de matériel tout préparé permettant de construire les ensembles qui représentent les puissances… La finalité de tout ceci réside dans le fait qu'«*on améliorera considérablement la profondeur d'abstraction et la généralité des concepts mathématiques correspondants, par rapport aux méthodes pédagogiques traditionnelles ».*(p. 53)

Le « Processus à suivre dans l'étude des puissances », paragraphe g) (pp. 53-57) évoque encore ce jeu des groupements d'enfants, rythmé récursivement au cours des jours, variant en fonction de la base choisie, et la nécessaire introduction d'un symbolisme :

« doux », c'est à dire représenté dans un tableau figurant le nombre d'élèves par groupe, et les groupes rangés dans l'ordre décroissant des jours qui leur correspondent;

« plus méchant », c'est à dire utilisant « les chiffres simultanément de plusieurs façons différentes » de façon à susciter les questions sur le jeu (à quel nombre se joue t-il ?), sur le jour où a été formé le groupe. Les conventions relatives à l'écriture des puissances sont alors exhibées.

En conclusion, cas particulier, l'auteur explicite le fondement de la numération décimale.

Le paragraphe h) « Exercices de comptage dans toutes les bases » n'est pas à commenter… Les supports sont divers (haricots, jetons), ou encore blocs arithmétiques multibases. La finalité des activités proposées réside dans la consolidation des « fondements mathématiques de la numération ». Celle-ci est encore supposée permettre de commencer à associer la notion de *quantité* avec celle d'ordre, situation dont la complexité est analysée (p. 61) par l'auteur en terme de connexion entre équivalence logique (premier aspect qualitatif) et égalité mathématique (second aspect quantitatif[188]).

---

[188] 1° «davantage » est lié au fait qu'on *avance* dans la suite, et « moins » est lié au fait qu'on *recule* ;

Construction de la suite numérique dans des bases autres que dix, écritures d'un même nombre dans des bases distinctes, toutes ces activités répondent à un enjeu, ainsi que le désigne l'auteur (p. 63) : *« Tout le processus d'acquisition que nous venons de décrire a pour effet de rendre les enfants capables* *d'insérer* (en italique dans le texte) *la notation décimale courante dans le schéma mathématique plus général et plus vaste qu'est le groupement en ensembles mesurés au moyen des puissances de la même base ».*

L'exploitation de ces activités ne recouvre pas ce seul aspect : le paragraphe suivant « Quelques propriétés formelles des chiffres » (pp. 63,64) suggère encore de s'intéresser aux « propriétés des figures numériques et des chiffres qui servent à les écrire ». C'est ainsi que sont exhibés quelques exemples : identification de la parité ou de l'imparité d'un nombre en base 3, en base 4, critère de divisibilité par 3 dans les mêmes bases, parité et imparité en base 2…

En conclusion de ce chapitre, le paragraphe « Quelques « faits » concernant les nombres » (pp. 64-65) nous livre la signification épistémologique et pédagogique de ces activités : le but des jeux est de « faire prendre conscience des relations qui régissent les nombres et des propriétés qui les caractérisent ». Cette phase est la « phase de tâtonnement, dans le cycle de formation du concept de nombre ». Accélérateurs du « processus de conceptualisation », les jeux permettent désormais d'aborder « la seconde phase, dans laquelle apparaît une activité mathématique consciemment structurée », phase où vont pouvoir intervenir « les matériels fortement structurés, notamment les blocs multibases », phase dont la finalité est une « vue d'ensemble des propriétés des opérations élémentaires des nombres ».

Le chapitre suivant « La phase structurée : concept de valeur positionnelle, addition, soustraction » présente un ensemble d'activités graduées ayant des objectifs spécifiques :

Pratiquer des « échanges en quantités équivalentes » (pp. 66-69), c'est pour l'élève, exploiter ses capacités à « changer d'univers », à savoir être capable « de former l'ensemble de toutes les collections possibles correspondant à un nombre donné d'unités ». Notons que la collection primitivement introduite est constituée à l'aide du matériel multibases, la base étant fixée. Le « nom de nombre commun » donné à tous les éléments de cet ensemble correspond

---

2° quand on passe d'une collection à l'autre, la quantité augmente d'autant d'unités qu'on fait de pas en *avançant.*
Le premier point est un aspect qualitatif, le second un aspect quantitatif de la connexion. Dans le premier, il s'agit d'une équivalence logique entre :
« la collection A contient davantage d'unités que la collection B » et « la collection A est plus loin que la collection B en avançant dans la suite » […] Dans le second aspect, il s'agit d'une égalité mathématique entre : « la quantité qui représente l'excès d'unités de la collection A sur la collection B » « le nombre de pas dont il faut avancer dans la suite en allant de B vers A ». Il est probable que la relation logique doit être apprise avant la relation mathématique correspondante.

à celui qui possède « le moins de pièces possibles ». Comme le souligne l'auteur, (p. 68) : *« Il faudra pratiquer ces échanges pendant longtemps avant que leur réarrangement apparaisse naturel ».*

Le jeu du banquier (base 5) que propose le paragraphe « Echanges avec monnaie » (pp. 69-71) se décline en deux étapes. Les échanges récursifs de cinq pièces d'une certaine couleur contre une pièce d'une couleur autre sont d'abord facilités par une association avec le matériel multibases. La règle du jeu consiste à « acheter » les pièces en bois du matériel multibases à l'aide des pièces et donc d'associer leur valeur au groupement figuré. Une variante est proposée : il s'agit cette fois de donner la valeur en monnaie des pièces en bois, pour permettre aux élèves de découvrir les relations entre les pièces de monnaie. Enfin, le support du jeu ne comprend plus que les pièces de monnaie : le but du jeu est de transformer une quelconque collection de pièces de monnaie en une collection comportant le moins de pièces possibles.

Le « premier jeu des valeurs positionnelles (avec des blocs multibases) » (pp.71-72) est un jeu de dé, proposé en base 3, (2 faces 0, 2 faces 1, deux faces 2). Le premier tour correspond à un gain (quand le dé le permet) de pièces du matériel multibases associées à la puissance 4, le second tour, à un gain de pièces associées à la puissance 3, … le cinquième tour au gain des pièces « unités ». Il s'agit dès lors, après avoir enregistré les coups du groupe d'élèves dans un tableau (analogue à un tableau de numération) de lire le nom du gagnant : la validation est une « validation par le milieu » ; celui qui a la plus grande quantité de bois est le gagnant. Le prolongement à d'autres bases est suggéré.

Le « second jeu des valeurs positionnelles (avec arbres)» (pp. 72-74) présente un autre contexte pour le jeu de dé. Un arbre en base 2 (ou en base 3 ou 4) est dessiné, chaque branche se subdivisant respectivement en 2, 3 ou 4 sous-branches numérotées suivant la base, de droite à gauche, dans l'ordre décroissant. L'arbre est réalisé de façon à pouvoir représenter 4 ou 5 niveaux de subdivision ; les niveaux « en montant » sont associées successivement aux puissances de la base, rangées dans l'ordre décroissant. Le but du jeu consiste à grimper progressivement, en respectant l'ordre des tours, des premières branches aux dernières, et de pouvoir « cueillir le fruit le plus mûr », sachant que l'arbre fruitier en question est « exposé au soleil du côté gauche ». Le gagnant est évidemment celui qui arrive au fruit le plus sucré. La validation peut s'opérer dans le registre spatial ; le gagnant est celui qui est le plus à gauche. L'auteur précise en note, que le jeu sera d'autant efficace, que l'arbre étant dessiné sur un sol, l'élève aura pu se mouvoir sur les lignes du dessin… L'enjeu, semble t-il, comme dans l'activité précédente, est de susciter la réflexion de l'élève sur la valeur positionnelle des chiffres dans une situation de comparaison de grandeur (quantité de bois, maturité du fruit…).

La « comparaison des deux jeux de valeurs positionnelles » (pp. 74-75) permet le parallèle entre « trajet montant le long de l'arbre » et « collection de pièces de bois ». Doit-il induire une connexion entre aspect ordinal et aspect cardinal du nombre ? Nous pouvons peut-être le supposer. En effet, p. 75, *« Le jeu de l'arbre permet d'étudier des problèmes de type « un de plus » ou « un de moins » […]. Ce qui précède peut se comparer avec la recherche d'une collection qui surpasse d'une unité une collection donnée ».* Il semble plausible que l'articulation entre le trajet codé et la transformation de la collection apparaisse aux yeux de l'auteur, comme une « structuration consciemment opérée » par l'élève. Quelle que soit la valeur de notre hypothèse, pour l'auteur, la comparaison des deux situations, quand il s'agit d'ajouter ou soustraire un ou deux unité permet à l'élève de *« se familiariser avec la pratique des noms de nombres correspondants à diverses situations et d'un autre côté se familiariser avec la pratique des trajets montant le long de l'arbre ».* Elle permet encore « *en court-circuitant les noms de nombres* », d'étudier directement *« la correspondance entre les collections de pièces de bois et les trajets dans l'arbre ».*

Après l'addition et la soustraction, dans des bases non décimales (4 par exemple) évidemment générées à partir de la réunion d'ensembles, de la différence entre deux ensembles, le dernier paragraphe « Groupements utilisant plusieurs bases » présente deux intérêts : d'une part, il dévoile l'activité qui consacre l'aboutissement de la seconde phase du processus de conceptualisation, d'autre part, il révèle une situation qui par ailleurs peut s'insérer dans le champ des pratiques sociales (analogie avec les systèmes de mesure des grandeurs non métriques). La pratique d'activités surtout pertinentes culturellement en Grande-Bretagne (utilisation des bases 12 et 36 – conversion de 50 pouces en 1 yard (36 pouces) et 1 pied (12 pouces) doit conduire les enfants à considérer que ces situations ne sont *que « des aspects d'un même schème général, et non comme des données indépendantes qu'il faut apprendre par cœur séparément ».* C'est ainsi, conclut l'auteur, *qu'on arrivera à la troisième et dernière phase du cycle de formation du concept, celle de la <u>confirmation</u> et de l'<u>exploitation</u> ».* (Les expressions soulignées sont en italique).

Nous avons donc présenté les postulats épistémologiques et pédagogiques à l'origine de l'élaboration de l'ouvrage, le descriptif des deux premières phases du processus de conceptualisation du nombre qui résulte de la prise en compte de ces postulats. Nous avons par ailleurs, confirmation que l'influence de la conception pédagogique de l'auteur, davantage que celle de la conception « pragmatique », est perceptible au niveau de l'enseignement élémentaire français : les nombreux ouvrages de l'auteur, citons par exemple, la série « Les premiers pas en mathématiques », co-rédigé avec E.W. Golding, OCDL, dont le premier tome « Ensembles, nombres et puissances » est publié en 1966, se constituent en ouvrages de référence à l'usage de la classe (sources bibliographiques retenues en préliminaire de cette étude). Chercheurs et pédagogues se situent dans un courant porté par cette conception : citons par exemple, N. Picard, modèle-type du promoteur qui conjugue cette double posture. Qu'il s'agisse de ses ouvrages à destination des futurs maîtres et des enseignants en exercice, voire des parents, (citons par exemple le tome 1, de la série « Activités numériques », OCDL, 2ème édition, (1970)) ou de l'ouvrage réalisant la synthèse de son travail de recherche « Agir pour abstraire, Apprentissage des mathématiques et conquête de l'autonomie » OCDL, (1976), ceux-ci révèlent une démarche didactique inspirée par les travaux originels de Dienes[189].

Quel éclairage, l'ouvrage de Dienes peut-il jeter sur les savoirs nécessaires au maître, sur les compétences que sous-tendent l'éviction de la leçon magistrale et l'instauration d'une dynamique de recherche ? Certes, nous devons éluder une variable d'importance : pas plus que les ouvrages précédents, celui-ci ne prétend s'inscrire dans un cadre temporel généré par un quelconque programme. Cet éclairage ne révèle donc que la posture du maître dans un cadre temporel régulé en fonction des étapes du processus de conceptualisation. Celui-ci esquisse une organisation temporelle que les pédagogues, promoteurs devront inscrire dans le temps scolaire.

Il semble d'évidence que la culture mathématique du maître, à l'instar de celle que semble esquisser Fletcher et Wheeler, comprend un environnement technologico-théorique suffisamment élargi pour que puissent vivre les notions de bases, de numération, de propriétés des nombres. Rappelons dans l'ouvrage de Dienes que l'élève, dès l'initiation, peut s'interroger sur les propriétés des « figures numériques » des nombres exprimés dans diverses bases.

La démarche didactique de Dienes éclaire cependant une composante primitive d'une culture élémentaire, que Wheeler n'évoque qu'à la lisière du savoir exploré : les ensembles et le langage logique sont, pour Dienes, dès l'initiation, les pierres angulaires de la conceptualisation mathématique.

Il est dès lors aisé d'opposer deux conceptions du processus de mathématisation.

[189] N. Picard, (1976), Agir pour abstraire, OCDL, p. 13.

Adopter les postulats de Dienes, c'est concevoir qu'une familiarisation avec les concepts primitifs d'ensembles, de logique élémentaire, est un préalable nécessaire à la découverte d'une notion. Construire le réseau de structures qui révèle toute la signification du concept, avant de pouvoir le désigner, (le symboliser), l'utiliser, (ce qui coïncide avec la troisième phase du processus), ce n'est pas explorer des situations porteuses de modèles, susceptibles de favoriser un travail sur ces modèles, ce n'est pas non plus appréhender dans une perspective ultérieure l'esquisse des structures formelles qu'illustrent ces situations.

Il y a par conséquent opposition entre situations modélisables extraites de l'environnement social (voire scolaire – les tables de Pythagore) et exercices « artificiels » conçus non pour exhiber, après un travail de recherche, les éléments d'une structure, mais pour exemplifier (nous ne saurions dire « définir ») des notions mathématiques, des éléments de logique formelle.

Si, dans les deux conceptions que nous distinguons, les besoins en savoir du maître ne sont pas consubstantiellement distincts, les tâches didactiques auxquelles ces besoins répondent, présentent par contre des dissemblances.

Fort brièvement, en supposant que les situations décrites puissent exister dans un système didactique, nous pouvons comparer en termes de « moments de l'étude [190]» deux modèles-types de processus d'étude. Séquentiellement, dans la conception « pragmatique » des britanniques, les activités d'étude et de recherche, précèdent les exercices ou les problèmes, qu'il y ait entre deux institutionnalisation partielle ou non. L'institutionnalisation ne peut être totale, puisqu'elle s'inscrit dans le contexte d'une formation mathématique non circonscrite par des programmes ; l'institutionnalisation, si nous pouvons réellement la définir ainsi, dresse plutôt les perspectives qu'éclairent l'exploration des situations. *A contrario,* l'étude, dans la conception de Dienes, s'articule en une suite de thèmes dont émerge linéairement le réseau structuré des notions primitives qui vont constituer l'environnement technologico-théorique du concept visé, à savoir le nombre et sa désignation. Le processus est légitime épistémologiquement : le nombre est une propriété des ensembles ; le développement logico-mathématique des connaissances de l'élève s'inscrit dans le champ d'un travail formel sur des règles (non des techniques ; la tâche est motivée par la règle) opérant sur des êtres mathématiques « artificiellement » créés ; la recherche réside, à ce niveau d'initiation, dans la reconnaissance de structures préalablement exhibées (enjeu définie par N. Picard, précédemment).

---

[190] Y. Chevallard, (2001) Organiser l'étude- Structures et fonctions, *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactiques des Mathématiques,* p. 14.

Le déroulement linéaire des activités, des tâches professorales qu'elles imposent, présentent encore l'intérêt, contrairement aux ouvrages britanniques, de définir une progression didactique qu'il conviendra (et c'est là tout le problème) d'inscrire dans « un » temps scolaire. Les tâches du maître, s'il adopte la posture du modèle défini par Dienes, ne peuvent l'entraîner à une prise d'initiatives. Ces tâches où il s'agit d'exhiber l'esquisse intuitive d'un concept, de le rendre familier à l'élève à l'aide de manipulations, de représentations, de symbolisation, de l'insérer progressivement dans un réseau structuré dont pourra surgir la découverte consciente du concept de nombre, désignent les jalons visibles d'une progression linéaire vers le savoir. Eludons un postulat : la docilité de l'élève à entrer dans ces jeux « gratuits », à s'élever au-delà de la tâche et de son application est une condition avérée. Le modèle comportemental du maître se réfère indéniablement au principe d'une dialectique théorie-pratique, tout comme le modèle « pragmatique » des britanniques ; sa caractéristique, que justifie la mission de l'enseignement, à savoir « la compréhension mathématique universelle », c'est d'imposer un cheminement unique, dans un univers tout mathématique, et non une exploration buissonnière à la recherche d'entités mathématiques dans les situations de l'environnement social.

Ce « traité », dont nous allons retrouver l'organisation dans les programmes et les ouvrages pédagogiques et les manuels, n'occulte qu'une question : la question du temps. Le temps de la conceptualisation peut-il être isomorphe au temps scolaire, celui que fixe les programmes ? Le système d'enseignement est bien obligé d'admettre le postulat d'une congruence entre le temps de l'enseignement et le temps de l'apprentissage : accepter et adopter des programmes, les mettre en œuvre est sa mission première. Comment le temps de l'abstraction, de la conceptualisation va t-il désormais s'inscrire dans « un » temps scolaire ? Quelles modifications, la pertinence épistémologique et pédagogique de cette nouvelle conception du temps va t-elle produire dans l'institution de formation des maîtres en l'occurrence ?

C'est donc plus précisément dans les deux ouvrages adressées aux futurs maîtres et aux instituteurs, que nous tenterons dans un premier temps de répondre à ces questions : quels sont les besoins en savoirs, à quelles directives pédagogiques se référer, quel type d'organisation temporelle mettre en place, pour devenir un maître sachant bien enseigner la mathématique moderne ?

Il convient cependant, avant d'aborder cette étude, d'évoquer la période pendant laquelle vont émerger les réponses à ces questions.

2.3. C. La formation générale dans les écoles normales primaires à l'aube de la réforme.

Rappelons que la formation dans les écoles normales procède d'un double cursus successif : la formation générale, c'est-à-dire, la préparation au baccalauréat et la formation professionnelle en deux années, que nous avons évoquées précédemment. La circulaire du 6 juin 1969[191] stipule (p. 189) que la poursuite normale des études, après une seconde A (littéraire) ou C (scientifique), aboutit à l'obtention d'un baccalauréat D (sciences) ou B (sciences économiques). La réalité peut être autre… de même que le principe d'une formation professionnelle amorcée dès la première année, à travers les activités de surveillance de cantine, de patronage, des stages en colonies de vacances et des travaux pratiques de Psychologie. Il convient donc de souligner que la formation mathématique des élèves-maîtres n'est pas homogène. En effet, renforçant ce constat, l'existence de deux concours d'admission (p. 355) entérine le fait que le public des normaliens est marqué par sa diversité.

Le premier concours, pour l'entrée en première année (formation générale, puis formation professionnelle) comporte deux séries d'épreuves, dont notamment :

- *Mathématiques : solution raisonnée de deux problèmes de difficultés graduées, l'un portant sur la géométrie, l'autre sur l'arithmétique ou l'algèbre ou sur les deux matières. (2h1/2 Coef.3)* (première série)
- *Interrogation de mathématiques (15mn Coef.3)* (seconde série)

Au même titre que le français, les mathématiques ont donc une fonction importante. Les élèves-maîtres recrutés à ce niveau disposent *a priori* d'une bonne maîtrise des notions du collège.

La circulaire stipule encore (Arrêté du 15 avril 1969) qu' *« aux épreuves de mathématiques de chaque concours, deux sujets – l'un de mathématiques classiques et l'autre de mathématiques modernes – seront offerts au choix des candidats ».* Un examen sommaire de ces sujets, éclairant donc la culture de « bons » élèves de 3ème, nous permettra dans un second temps, de définir une apparente culture commune à l'ensemble des élèves-maîtres.

Le second concours pour l'admission en 3ème année ne porte quant à lui, que sur deux épreuves :

1ère série. – Dissertation (coef.3 pour la dissertation, 2 pour l'orthographe, 1 pour l'écriture).

Compte rendu écrit d'un exposé scientifique comportant expériences (coef.3)

---

[191] Non publiée au B.O. Code Soleil, le livre des instituteurs, 41ème édition, (1971), pp. 189-356.

2ème série. – Explication de texte (coef.4)

Exposé sur un sujet d'ordre général, tiré au sort (coef.4) ;

Dessin ou schéma d'un mécanisme simple (coef.2).l

Emblématique de savoirs « secondaires » disjoints en fonction des filières, le concours porte donc sur une culture « générale » indéfinissable en termes de contenus, si ce n'est en français.

Revenons brièvement sur les contenus des épreuves du concours d'admission en 1ère année. L'examen de ces sujets sur la période qui précède la réforme, révèlent l'hégémonie de deux domaines, la géométrie et l'algèbre ; le raisonnement arithmétique s'efface au profit de la modélisation et de la résolution algébrique quand il s'agit de résoudre des problèmes référés à une certaine vision de la vie quotidienne. La tendance amorcée dès 1905, sous l'influence des promoteurs de l'enseignement des sciences en 1902, renforcée par la secondarisation de la formation générale, est tangible : exemple prototypique, le problème de cyclistes (voire de marcheurs, d'automobilistes, de canotiers ou autres) ne relève désormais plus d'un raisonnement arithmétique (si ce n'est que la vérification peut demander un calcul) mais d'une modélisation fonctionnelle, de mise en équation, de représentations et lectures graphiques. Susceptibles de solliciter des « changements de cadres », arithmétique, algébrique, fonctionnel, graphique, ces problèmes permettent donc une évaluation synthétique de la culture mathématique des candidats. L'arithmétique survit pourtant ; fractions, problèmes de partages inégaux, de mélanges, problèmes d'arithmétique « théorique », conservent toutefois une légitimité de principe.

La consultation des Annales Vuibert [192] nous permet de fonder ce constat. Nous avons en effet relevé les sujets d'arithmétique, ou d'arithmétique-algèbre, proposés entre 1951 et 1960, en 1964. Rappelons qu'en 1953, une décision ministérielle ayant pour objectif d' « unifier les sujets dans tous les centres d'examen de la France métropolitaine[193] » conduit A. Vuibert, à publier des sujets-types. A partir de ces documents, nous avons prioritairement identifié le premier type de sujets : ainsi le sujet :

Grenoble 1951, repris à l'identique dans l'épreuve Algérie 1954.

Un jeune homme se propose de remonter un fleuve en canot à vapeur dont la vitesse est 18km /h en eau calme. La vitesse du courant est 3km /h.. Le jeune homme quitte l'embarcadère A à 14h.

---

[192] A. Vuibert, Annales du concours d'admission aux écoles normales, librairie Vuibert, bd Saint-Germain, 63, Paris 5ème, années 51 à 60, 69 à 72, 75.

[193] Annales 1954, page de garde.

1° A quelle heure doit-il faire demi-tour s'il veut être de retour à A 4 heures plus tard ?

2° Quelle distance sépare de A le point extrême B qu'il aura atteint ?

3° Représenter graphiquement, en fonction du temps x écoulé depuis l'heure du départ, la distance y du canot à l'embarcadère (1cm vaut 20 mn sur Ox ; 1cm, 2,5km sur Oy).

En circonscrivant notre recherche, à des sujets accordant une fonction à la numération et aux propriétés des nombres, nous pouvons retenir en 1952, le sujet Arithmétique- Algèbre de 1952 :

Soient deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy. A tout nombre inférieur à 100 on associe un point A ayant pour abscisse le chiffre des unités et pour ordonnée le chiffre des dizaines. […]

2° Comment sont répartis les points A correspondants aux multiples de 10 ?aux multiples de 11 ? aux multiples de 9 ?

En 1953, l'épreuve de France métropolitaine est un problème de proportionnalité mettant en jeu des intervalles, qu'il faut finir par modéliser à l'aide de l'expression d'une fonction ; les sujets-types proposent deux sujets ayant trait aux fractions, dont l'un nécessitant une modélisation algébrique.

En 1954, en France métropolitaine, le problème proposé dans un cadre arithmétique (configuration d'objets disposés dans un quadrillage carré), conduit à une modélisation et à des résolutions algébriques. Les sujets –types ne révèlent rien.

En 1955, le sujet « unifié » propose un exercice d'arithmétique :

Calculer le PGCD et le PPCM des nombres suivants : 210, 5775, 8330.

Tous les calculs devront figurer sur la copie.

Les sujets-types proposent encore un problème de partage proportionnel.

En 1956, le sujets « unifié » traite des fractions : l'outil algébrique est requis. Le sujet-type n°1 (sur 20) met spécifiquement en œuvre l'arithmétique « théorique » :

Soit le nombre N = 28 665 000.

1° Décomposer ce nombre en produits de facteurs premiers.

2° Par quel nombre entier, le plus petit possible, faut-il multiplier N pour obtenir le carré d'un nombre entier n ? Mêmes questions pour que le nombre obtenu soit le cube d'un autre nombre entier

3° Quel est le plus petit diviseur de N qui donne pour quotient le carré ou le cube d'un nombre entier ? Calculer le quotient dans les deux cas.

4° Trouvez tous les diviseurs de N qui sont des carrés parfaits. Montrer que tous ces diviseurs sont les termes du développement de trois binômes et d'un trinôme. En déduire une méthode pour trouver le nombre de ces diviseurs.

En 1957, le sujet de France métropolitaine met en jeu la numération et quelques propriétés des nombres :

On désigne par x un nombre de cinq chiffres, par A le nombre que l'on obtient en écrivant un 1 à la droite de x, par B le nombre que l'on forme en écrivant un 1 à la gauche de x.

1° Exprimer A en fonction de x.

2° Exprimer B en fonction de x.

3° On se propose de déterminer x par la condition A = kB, k étant un entier donné.

a) Le problème est-il possible si k n'est pas inférieur à 10 ?

b) Le problème est-il possible si k est pair ?

c) Etudier les diverses valeurs possibles de k et en déduire les solutions du problèmes.

Le sujet-type n°2 (sur les 20 habituels) révèle l'existence du PGCD, dans un contexte où il apparaît comme outil de résolution (problème-type de pavage).

Une salle rectangulaire mesure 6,11 mètres de long et 4, 03 mètres de large. Elle est carrelée avec un nombre exact de carreaux carrés égaux.

1° Calculer le côté d'un carreau et le nombre total de carreaux, sachant que ce côté mesure un nombre entier de centimètres supérieur à 1.[...] il s'agit ensuite de dénombrement (carreaux de deux couleurs disposés en damier…) puis de calcul de prix de revient..

En 1958, le sujet « unifié » conduit à modéliser une situation à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues. Un paramétrage ouvre sur la prise en compte du critère de divisibilité par 2, pour rechercher des possibles ($x + y = 42$, $3x + 5y = N$).

Notons l'importance plus sensible, accordée à l'arithmétique dans les sujets-types. Le second, traitant des fractions demande préalablement le calcul d'un PGCD pour simplifier une fraction et caractériser alors la propriété des termes de la fraction réduite. Le troisième propose :

1° Calculer le plus petit commun multiple des quatre nombres 45, 56, 72 et 77.

2° Montrer qu'il y a une infinité de nombres N, qui divisés successivement par les quatre nombres précédents donnent pour reste 12.

3) Quels sont les nombres N ayant moins de 6 chiffres ?

4) Déterminer le pus petit nombre N qui soit multiple de 17 ?

Fractions, étude de la somme de n entiers consécutifs, de n carrés ou cubes consécutifs, mobilisent l'outil algébrique, réhabilitent une arithmétique théorique sans référence aux problèmes contextualisés.

L'année 1959 semble confirmer cette tendance. Le sujet de France métropolitaine porte sur la numération :

Un nombre N de trois chiffres admet c comme chiffre des centaines, d comme chiffre des dizaines, u comme chiffre des unités. Il répond aux conditions suivantes :

A. La différence entre le nombre N, écrit (cdu) et le nombre (udc) obtenu en inversant l'ordre des chiffres est 297.

B. *Le produit du chiffre des centaines par celui des unités est 40.On demande :*

1° de calculer c- u, puis c + u et d'en déduire c et u ;

2° d'achever la détermination de N, qui doit être divisible par 75.

Les sujets de la 2ème session de septembre, (que nous n'avons relevés jusqu'à présent, faute d'y avoir identifié les objets étudiés – situation aussi applicable aux sujets assez rares dans ces ouvrages, relatifs au concours d'admission en 1ère), présentent pour certains cette même tendance : ainsi respectivement, l'exercice proposé dans le département de l'Indre, le problème d'algèbre donné en Indre-et-Loire, le problème d'arithmétique de Rennes.

Donner tous les diviseurs de 120.

Application : Déterminer le nombre entier x qui satisfait l'égalité x(x + 1)(x + 2) = 120 ; (Indre)

On considère 7 nombres entiers positifs consécutifs pris dans leur ordre naturel. (Exemple : 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18).

1° En désignant par x le 4ème de ces nombres, évaluer n fonction de x les trois nombres qui le précèdent et les trois qui le suivent.

2° En déduire que la somme des 7 nombres est un multiple de 7 et que la somme de leurs carrés est aussi un multiple de 7.

3° Trouver 7 nombres entiers positifs consécutifs, sachant que la somme de leurs carrés est un nombre de 4 chiffres qui s'écrit 282y, y étant le chiffre des unités. (On commencera par chercher la valeur possibles ou les valeurs possibles de y.) (Indre-et-Loire)

Un nombre entier N, de quatre chiffres, dont aucun n'est nul, est tel que le chiffre des unités simples, a, est égal au chiffre des unités de mille et que le chiffre des dizaines, b, est égal au chiffre des centaines.

1° Vérifier que, quels que soient a et b, le nombre est toujours divisible par 11.

2° Trouver la relation qui relie a et b pour que N soit divisible par 9.

3° Déterminer le nombre n qui est divisible à la fois par 9 et par 5 (a et b ne sont pas nuls).

4° Déterminer tous les nombres N qui sont divisibles à la fois par 9 et par 2 (a et b ne sont pas nuls).

5° Quels sont, parmi les nombres n trouvés au 4°, ceux qui sont divisibles par 4 ? Trouver, le plus simplement possible, leur PGCD et leur PPCM.

Les sujets de 1960 ne confirment pas la réémergence de cette composante arithmétique fortement algébrisée ; les sujets-types par contre, proposent à nouveau des thèmes portant sur les propriétés des nombres et la numération.

Le sujet-type n° 1 :

1° Décomposer 360 en un produit de facteurs premiers.

2° A quelles conditions est-il un diviseur, un multiple de 360 ? Montrer que tous les diviseurs de 360 sont les termes du développement du produit de trois polynômes arithmétiques.

3° Le plus grand commun diviseur de 360 et d'un nombre inférieur à 360 (?) *est 45. Quel est ce nombre ?*

4° Le plus petit commun multiple de 360 et d'un nombre inférieur à 360 est 1800. Quel est ce nombre ? Montrer que les solutions sont les termes du développement du produit d'un nombre par deux polynômes arithmétiques.

Le sujet-type n° 2 :

On considère le nombre N = cdu dont le chiffre des unités est c, celui des dizaines de et celui des unités u et le nombre N' = udc dont les chiffres sont les mêmes mais sont écrits dans l'ordre inverse. c étant supérieur à u, on pose c = u + a ;

1° Evaluer en fonction de a la différence D = N – N'.

2° Montrer que cette différence ne peut jamais être un carré parfait.

3° On sait que D = 198 et que u a la plus grande valeur possible ; Calculer N, sachant qu'il est multiple de 9

4° On suppose maintenant que D = 297. Le nombre cd formé par les deux premiers chiffres est double du nombre du formé par les deux derniers. Montrer que u ne peut avoir qu'une seule valeur, que l'on déterminera. En déduire la valeur de N.

Le sujet-type n° 3 :

1° Décomposer 1111 en un produit de facteurs premiers.

2° Trouver deux nombres entiers dont le produit est égal à 1111.

3° Un nombre de quatre chiffres est un carré parfait. Si l'on ajoute une unité à chacun des chiffres de ce nombre, on obtient un autre nombre carré parfait. Trouvez le nombre primitif.

La présence aléatoire de l'arithmétique n'en révèle pas moins son appartenance à la culture préalable du futur normalien. Sa fonction ambivalente, prétexte à une modélisation algébrique, mais aussi support d'une réflexion sur le principe de la numération et sur les propriétés des nombres, peut justifier de sa pertinence dans un dispositif d'évaluation. La réforme du second degré de l'enseignement secondaire n'affecte pas, semble t-il, la consistance de cette culture arithmétique, les sujets ne diffèrent guère, « collant » au programme du collège. Le second trait marquant de cette arithmétique du candidat à l'admission, c'est qu'elle recouvre l'ensemble des savoirs théoriques retenus par les formateurs actuellement, tout comme elle recouvre encore une partie de la culture arithmétique de l'élève-maître des périodes antérieures : il n'est nul besoin d'insister sur l'analogie entre les épreuves présentées ci-dessus, et les épreuves théoriques proposées actuellement aux épreuves du concours ou présentes dans un manuel d'arithmétique destiné aux instituteurs en 1938. En terme de composante théorique, nous pouvons donc remarquer la résistance des tâches relevant du type de celles présentées.

Analysons maintenant les épreuves de « Mathématiques modernes », qui vont être proposées concomitamment avec les épreuves de « Mathématiques traditionnelles » au choix du candidat entre 1969 et 1972. La distinction entre les deux types d'épreuves s'efface à partir de 1973, la mise en place des nouveaux programmes sur l'ensemble des classes de collège s'étant effectuée. Le concours est à nouveau départemental.

Sous la rubrique « Mathématiques modernes », les épreuves esquissent désormais une organisation mathématique des objets de l'arithmétique, plongée dans un environnement ensembliste et logique.

L'étude des arithmétiques finies modulo n, le travail sur les ensembles de diviseurs, leurs « images graphiques », l'approche de la notion d'idéal à travers la caractérisation des ensembles de multiples occupent une place d'une certaine importance dans l'ensembles des thèmes traités (algèbre des ensembles, fonctions…), du moins en 1969.

En 1969, quatre sujets peuvent apparaître comme emblématiques :

Amiens – Algèbre.

On désigne par N l'ensemble des entiers naturels. Lorsqu'on divise un nombre entier naturel par 6, il ne peut y avoir que six restes possibles : 0, 1, 2, 3, 4 et 5.

Dans la suite du problème, on appellera M, P, Q, R, S, T les sous ensembles de N contenant respectivement les nombres donnant respectivement pour reste 0, 1, 2, 3, 4 et 5 dans une division par 6. On notera par exemple, $P = \{ x ; x \in N$, x donne pour reste 1 dans une division par 6}.

1° Exprimer de la même manière les ensembles M, Q, R, S et T et compléter les expressions suivantes : $9 \in \ldots$; $18 \in \ldots$; $43 \in \ldots$; $765 \in \ldots$; $1969 \in \ldots$

2° Donner quatre éléments distincts de l'ensemble S.

3° A quel ensemble appartiennent les nombres de la forme $x = 6k + 4$, $k \in N$?

Même question pour les nombres de la forme $x = 6k - 1$, $k \in N$.

4° Montrer que, si $a \in M$, alors $(a + 6) \in M$.

De même, démontrer l'implication suivante : $a \in P \rightarrow (a + 6k) \in P$, quel que soit k appartenant à N.

5° soit $a \in Q$ et $b \in T$. On pose $a = 6k + r$; déterminer r. On pose $b = k + r'$; déterminer r'.

A quels ensembles appartiennent les nombres suivants : $a + b$; $a - b$; $b - a$, $a \times b$; $3a + 5b$; $3a - 5b$; $a^2 + b^2$; $(a + b)^2$?

Notons que les sujets classiques n'éludent pas l'arithmétique (numération – Bordeaux, problème de « cyclistes » - Caen…)

Caen.

A. – On considère les ensembles I, J, E : $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; $J = \{0, 1, 2\}$; E est l'ensemble des nombres entiers qui s'écrivent $2^x . 3^y$, où x est un élément quelconque de I et y un élément quelconque de J.

1° Montrer que 9, 12, 48 sont des éléments de E et que 10, 15 ne sont pas des éléments de E. A chaque élément de E, on associe le point P de coordonnées (x, y) dans un plan rapporté à un repère quelconque $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Construire l'ensemble G, de tous les points P. On appellera G l'image graphique de E.

2° Soit a, b deux éléments quelconques de E : $a = 2^x . 3^y$; $b = 2^{x'} . 3^{y'}$

Démontrer que b est diviseur de a si, et seulement si, $x' \leq x$ et $y' \leq y$. (on rappelle que b est un diviseur de a s'il existe un entier q tel que $a = b.q$) ;

En déduire l'ensemble D_a des diviseurs de a et son image graphique.

Préciser par exemple l'ensemble D_{24} des diviseurs de 24.

3° Soit d le plus grand diviseur commun aux nombres a et b ; On pose $d = 2^u . 3^v$ Exprimer u en fonction de x et x'. Exprimer v en fonction de y et y' ; Quel est le point L, image de d ?

Quel est l'ensemble D_d des diviseurs de d ? Quelle est l'image graphique de cet ensemble ?

4° Soit m le plus petit multiple commun aux nombres a et b. On pose $m = 2^r . 3^s$

Exprimer r en fonction de x et x' ; exprimer s en fonction de y et y'. Quel est le point M, image de m ?

B. – On appelle nombre naturel primaire toute puissance d'un nombre premier (par exemple 2^5, 3,…). On considère ici que 1 n'est pas un nombre premier.

1° Quel est le sous-ensemble, F, de E, dont les éléments sont des nombres naturels primaires ? Quelle est son image graphique ?

2° Soit un élément quelconque, a, de E. Quel est l'ensemble P_a des diviseurs primaires de a ? En particulier, quel est l'ensemble des diviseurs primaires de 1 ?

Montrer que, pour tout a, $P_a \subset D_a$.

3° Soit deux éléments quelconques, a, b, de E. Montrer que b est un diviseur de a si, et seulement si, $P_b \subset P_a$.

4° Soit d et m le p.g.c.d. et le p.p.c.m. de a et b. Exprimer P_d en fonction de P_a et P_b.

et P_m. en fonction de P_a et P_b.

5° On pose $d = a \wedge b$ et $m = a \vee b$. Pour trois nombres quelconques, a, b, c, de E, exprimer en fonction de P_a , P_b, P_c les ensembles suivants :

$P_{(a \wedge b) \wedge c}$; $P_{(a \vee b) \wedge c}$; $P_{(a \wedge b) \vee c}$; $P_{(a \vee b) \vee c}$.

Rouen :

Soit Z l'ensemble des entiers relatifs et n un entier strictement positif (n >0).

On note nZ l'ensemble des éléments de Z multiples de n : $nZ = \{nx / x \in Z\}$.

1° Enumérer cinq éléments de chacun des ensembles suivants : 2Z, 3Z, 4Z, 6Z.

2° Comment peut-on définir chacun des ensembles suivants :

$2Z \cap 3Z$; $3Z \cap 6Z$; $4Z \cup 6Z$? On pourra, en particulier, se demander si l'on peut trouver n et n' tels que :

$2Z \cap 3Z = nZ$; $3Z \cap 6Z = n'Z$. Est-il possible d'écrire $4Z \cup 6Z$ sous cette forme ?

3° On considère la relation binaire, notée R, définie sur Z par

$x R y \leftrightarrow (x - y) \in 4Z$. Démontrer que R est une relation d'équivalence ;

4° On note ā la classe d'équivalence de l'élément a pour la relation R. Démontrer que tout x ∈ Z est élément de l'une des classes suivantes : 0, 1, 2, 3. (notation du texte : chiffres surmontés d'un point).

Enfin, le sujet des Antilles.

Rappel : a et b étant deux nombres naturels distincts ou non, «a divise b » signifie : il existe un nombre naturel m tel que b = a.m.

Le problème étudie certaines propriétés de l'ensemble, E, des diviseurs de 36. On désigne par D(a) le sous-ensemble de E qui comprend tous les diviseurs du nombre naturel a et uniquement ceux-ci.

Exemple : D(6) = {1, 2, 3, 6}.

1° Déterminer en extension l'ensemble E et le sous-ensemble D(18).

2° Peut-on déterminer un nombre b tel que D(b) = {1, 3, 4, 9} ?

Préciser tous les nombres a tels que D(a) soit inclus dans le sous-ensemble {1, 3, 4, 6, 9}.

3° On donne D(6). Déterminer les valeurs possibles de b qui vérifient simultanément

6< b< 36 et D(6) ⊂ D(b).

b ayant une des valeurs trouvées, on considère un sous-ensemble D(c) (c ≠ 6, c ≠ b). On étudie la relation « est inclus dans » définie dans l'ensemble {D(6) ; D(b) ; D(c) ; D(36)}.

Selon les valeurs de b et c vérifiant les conditions précédentes, la représentation sagittale (c'est-à-dire avec des flèches), de cette relation prend quatre aspects différents. Donner un exemple numérique et dessiner une représentation complète pour chacun de ces quatre cas.

N.B. – Il est permis, aux candidats qui le préfèreront, de dessiner les représentations cartésiennes (la relation étant symbolisée par un point situé à l'intersection de deux lignes de rappel)).

Les années suivantes, 1970, 1972, 1975 (année qui ne distingue plus sujets « modernes » et sujets « traditionnels ») ne consacrent plus de façon aussi prégnante la présence de thèmes arithmétiques. Les tâches identifiables du type, identifier l'appartenance d'un élément à un ensemble caractérisé par les propriétés de ses éléments, exhiber des éléments de cet ensemble, le définir en compréhension ou en extension, étudier les opérations sur les ensembles en lien avec les opérations logiques appliquées sur les propriétés qui caractérisent les éléments de ces ensembles, étudier des relations (ordre partiel, total, équivalence) demeurent : elles ne convoquent plus spécifiquement les notions de multiples et diviseurs (étude partielle de la relation d'équivalence entre les couples d'entiers, qui permet de définir l'ensemble des rationnels – Paris 1972 (classe expérimentale) – qui permet, dans un plan référentiel, de définir une droite – Paris 1972).

Les épreuves de 1969 éclairent donc, d'une part, la conception de la mathématique moderne, primitive, telle qu'elle peut vivre dans le premier degré du secondaire, d'autre part, la fonction importante que les notions d'arithmétique reformulées dans un contexte ensembliste et logique peuvent jouer dans l'évaluation initiale des élèves-maîtres. Est-il illusoire, dans une situation d'évaluation, de vouloir apprécier l'influence des conceptions de la conceptualisation revendiquées par les auteurs précédemment étudiés ? Les images graphiques des ensembles de nombres évoquent sans conteste les « modèles » avec des nombres de Wheeler, mais le langage formalisé, dont la compréhension est un préalable nécessaire avant toute démarche exploratoire, emprunte plutôt au modèle de conceptualisation défini par Dienes : l'activité du candidat requiert certes, une réflexion sur les propriétés des nombres, mais celle-ci est initialement subordonnée à la compréhension et à l'utilisation d'un langage, de représentations qui en dernier lieu constituent les enjeux de la résolution : le fond demeure, mais c'est la forme qui prévaut. La forme esquisse des perspectives (les notions d'ordre partiel ou total, sont peut-être sous jacentes, dans le dernier problème) mais quel peut être le savoir perçu par le candidat ?

A contrario de la démarche préconisée par le « pragmatisme » britannique, la « forme » initialement exhibée n'est que la coquille de notions qui ne se prêtent qu'à un travail sur la forme elle-même. En un mot, chacun des problèmes pourrait être « déshabillé » recouvrer une traduction traditionnelle … Occultons-nous dans ce cas, la prise en compte de la démarche logique du candidat ? Eludons-nous l'évaluation de la capacité du candidat à user des implications logiques (premier problème) ? oui, dans la mesure où les notions de logique ne sont pas désignées, non, dans la mesure où le raisonnement arithmétique pourrait être pertinent, solliciter implicitement par exemple, la preuve d'une implication logique.

La rénovation des contenus illustrée ici, ne présente pas un caractère « pragmatique » : les notions apparaissent comme détournés de leur fonction première, à savoir satisfaire à une curiosité qui porte sur les propriétés des nombres elles-mêmes ; elles fournissent le support d'un travail sur des structures « éthérées ».

Cet éclairage sur la culture mathématique des futurs élèves-maîtres, radicalement rénovée, à partir de 1969, cohérente avec le programme des écoles normales défini précédemment, laisse toutefois dans l'ombre, la mise en œuvre de plans d'études au niveau de la formation professionnelle. Ceux-ci, non publiés au B.O., mais envoyés dans les écoles normales révèlent les conditions et les contraintes, qui vont finalement présider à la mise en œuvre d'une formation mathématique « rénovée ».

Les réponses apportées, insatisfaisantes dans le contexte des institutions citées, révèlent la difficulté d'implémenter une nouvelle organisation mathématique dans un écosystème didactique dans lequel les organisations didactiques institutionnelles ne peuvent s'adapter aussi brutalement. Cette difficulté réside notamment dans le clivage qui se révèle entre deux temps du savoir, celui défini par les promoteurs de la réforme, celui préservé par une tradition désormais obsolescente : à la conception d'un temps du savoir accompli qui fait l'élève citoyen « éclairé » au terme de sa scolarité primaire, ne peut se substituer la conception d'un temps du savoir « spiralaire » qui laisse tout élève en demeure de poursuivre la construction d'un savoir « vivant ». En effet, s'il y a dans le contexte donné, nécessité d'une réforme tant au niveau des institutions qu'au niveau des contenus d'enseignement, la durée que nécessitent les expérimentations initiées, la lenteur qui caractérise la transformation progressive des savoirs et des pratiques, c'est-à-dire des méthodes pédagogiques (d'ailleurs invoquée par les réformateurs), celle-ci sont clairement occultées : dans ce mouvement d'histoire qu'accélère le politique, les nouveaux contenus de savoir sont imposés sans le recul nécessaire que réclament pourtant des réformateurs éclairés.

2. 3. D. Le plan des études pour la formation des institutrices et des instituteurs dans les écoles normales[194] : entre culture arithmétique « normale » et culture mathématique innovante – une institution en recherche de légitimité culturelle.

Le document envoyé dans les Ecoles normales révèle d'une part, la forte pertinence professionnelle d'une certaine « arithmétique normale » et d'autre part, sa sensibilité aux déterminations qui définissent une conception nouvelle de la mathématique scolaire.

Le préambule, qui fait référence à l'annexe I de la circulaire n° IV 69 1087 du 6 juin 1969, présente les principes de programmes « élaborés lors de l'instauration de la formation expérimentale en 2 ans ». Il y est bien souligné que les programmes ne peuvent être suivis à la lettre, *«d'autant moins que certains pourraient être prochainement reconsidérés, notamment ceux de mathématiques, en fonction d'une part, des exigences que pose aujourd'hui l'enseignement de cette discipline d'autre part, des liaisons qu'il convient d'établir, à son sujet, avec l'enseignement supérieur ».*

Le programme de mathématiques fait l'objet de trois rubriques : des observations qui mettent en évidence des principes ; le programme en lui-même ; des éléments sur l'étude pédagogique.

La première rubrique éclaire un état des lieux, ranime quelques « vieux démons » convertis à la doctrine « moderne ».

Tout d'abord la culture mathématique initiale des futurs maîtres : *« L'enseignement des notions mathématiques qu'ils ont reçu diffère très sensiblement d'une section à l'autre, dans sa substance aussi bien que dans son esprit. Or, l'arithmétique est la base de l'enseignement à l'école primaire. Il est donc essentiel que tous les élèves-maîtres, quelle que soit leur origine, révisent ou étudient sérieusement un programme commun d'arithmétique, d'un niveau suffisant pour dominer leur enseignement ».* Il est clair que les rédacteurs des plans d'études légitiment la pérennité d'une discipline emblématique de l'institution primaire républicaine, relèvent la nécessité d'une culture arithmétique approfondie commune à tous. La dimension professionnelle de la formation est dès lors subordonnée à une culture générale suffisamment consistante. Par ailleurs, la nature même de l'enseignement envisagé ne peut être en totale rupture avec sa nature « historique ». L'enseignement de la mathématique à l'école primaire, « *étant concret et instructif [.. .], il paraît nécessaire d'exercer la réflexion*

[194] Document ronéoté (Ministère de l'éducation nationale) ; Archives des centres de formation des PEN, d'A. M. Chartier, déposées à la bibliothèque du siège de l'IUFM de Versailles. Origine : Ministère de la Pédagogie des enseignements scolaire et de l'orientation : enseignements généraux. (future Direction des Ecoles).

des élèves- maîtres dans la forme qui correspond le plus directement à la nature de cet enseignement, […]. C'est ainsi que la notion de nombre entier aura pour support les collections d'objets (et l'étude des fractions, la mesure des grandeurs) ». Occulter les apports de la mathématique moderne n'est pas dans l'intention des auteurs : ils concèdent, ainsi que nous l'avons signalé précédemment au début du paragraphe 3, que les élèves-maîtres doivent être éclairés sur « les extensions successives et capitales de l'idée de nombre » et doivent être familiarisés à la notion d'ensemble ; ils évoquent cependant deux notions connotées comme traditionnelles, à savoir le concret, (et non pas les ensembles comme univers transitoire entre objets et nombres), le caractère instructif de l'enseignement (et non pas son caractère formatif, éducatif, initiatique dans un processus où il n'est qu'une étape première).

Bien qu'absente des programmes primaires, la géométrie plane et spatiale existe dans le plan d'études ; elle trouve justification dans sa présence dans les programmes du 1er cycle.

Enfin, en marge de ces considérations qui évoquent plutôt une rénovation progressive de la formation, sont mises en exergue des directives d'ordre pédagogique. La première précise le dispositif, seul garant d'une articulation théorie-pratique opératoire : l'organisation temporelle de l'étude doit privilégier les apports théoriques, qu'ils soient disciplinaires ou pédagogiques la première année ; *« On s'efforcera de traiter le programme de pédagogie spéciale, en entier au cours de la première année. Le bref horaire prévu en seconde année sera consacré à l'étude des difficultés techniques ou pédagogiques signalées à l'attention du professeur, par les élèves, à l'issue de leur stage en situation ».* A l'itinéraire réflexif, proposé sur les deux années, régulé dialectiquement par un va-et-vient entre expérience et réflexion théorique, se substitue pragmatiquement un itinéraire un peu autre : la théorie nourrit initialement une pratique qui porteuse de difficultés identifiées, permet dès lors de réinterroger, de compléter la théorie.

La seconde redéfinit les modalités de la leçon du professeur d'école normale ; elle reprend précisément celles arrêtées par la commission Lichnerowicz ; il s'agit de faire en sorte, que l'enseignement de la mathématique « devienne et demeure centre permanent de réflexion et d'intérêt » pour les instituteurs futurs.

En conclusion, il convient donc de souligner la conviction des rédacteurs que puissent résister certains caractères de la formation arithmétique classique et la prudence dont ils font preuve, quant à la légitimité officielle de leur programme. Identifiant les niveaux de déterminations qui pèsent, dans le contexte donné, sur la vie de la mathématique « normale », à savoir la discipline et plus précisément les programmes qui l' « incarneront », un enseignement supérieur s' « ingérant » directement dans le dispositif de formation, les rédacteurs révèlent donc le possible asservissement de l'institution de formation à deux nouvelles instances institutionnelles.

Le programme ne présente guère de nouveautés par rapport aux programmes classiques ; nous retrouvons ainsi le découpage traditionnel présenté ci-dessous.

I. Les entiers naturels.

Notion de nombre entier naturel. Addition, Soustraction, Multiplication, Division dans les entiers naturels ; théorie concernant ces opérations.

Principe du système de « rémunération » (sic). Notion de base.

Numération décimale.

Opérations dans le système décimal.

Notions de congruences. Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre.

Divisibilité par 2 et 5, par 4 et 25, par 8 et 125, par 9, 3, 11.

Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. PGCD.

Nombres premiers entre eux. Propriétés relatives à la division.

Multiples communs à 2 ou plusieurs nombres. PPCM.

Définitions et propriétés élémentaires des nombres premiers.

Applications aux diviseurs et aux multiples ; Condition pour qu'un entier soit un carré parfait.

II. Les fractions et les nombres rationnels.

Fractions. Fractions équivalentes. Simplification des fractions. Fractions irréductibles. Réduction à un même dénominateur.

Nombres rationnels. Egalité. Comparaison. Opérations sur les nombres rationnels.

Condition pour qu'un rationnel soit le carré d'un rationnel.

Fractions décimales. Condition pour qu'une fraction ordinaire soit convertie en fraction décimale.

Nombres décimaux. Comparaison, addition, soustraction, multiplication. Valeurs approchées à 1/10 près par défaut et par excès d'un nombre rationnel ; représentation par des nombres décimaux ; la suite des valeurs approchées par défaut d'un nombre rationnel présente une période, (l'étude générale des nombres décimaux périodiques, les « fractions génératrices » sont en dehors du programme).

Définition du quotient à 1/10 près par défaut et par excès d'un nombre décimal par un autre.

III. La mesure des grandeurs.

Rapport de deux grandeurs de même espèce.

Le rapport de deux grandeurs de même espèce commensurables avec l'unité est égal au rapport de leurs mesures ;

Grandeurs directement et inversement proportionnelles.

Il n'est nul besoin de rechercher dans les nouveaux programmes de mathématiques des collèges et lycées, leur empreinte sur celui-ci. Les lignes de force qui se dégagent sont celles que révèle le programme de la classe de mathématiques élémentaire « entré en vigueur en 1962 ».

Brièvement, notons d'abord que dans ce dernier apparaissait une rubrique « Les nombres : extensions successives de la notion de nombre », absente du programme de la classe de sciences expérimentales la même année : la culture mathématique « normale » recouvrant en principe le programme de sciences expérimentales ne comprenait donc pas cet élargissement théorique. Les trois paragraphes regroupés sous cet intitulé, à savoir « les entiers naturels », « les nombres relatifs », « les nombres rationnels » sont « destinés à résumer, en une sorte de synthèse, les notions sur les nombres acquises dans les classes précédentes, en procédant à une mise au point destinée à faire apparaître les quelques propriétés fondamentales qui permettent de dégager l'idée de certaines « structures » […] ». Ainsi peuvent être exhibées la structure d'anneau des entiers relatifs, la structure de corps des nombres rationnels. Le principe de cette mise au point est donc retenu dans le plan d'études de 1969.

L'arithmétique à proprement parler, reprend précisément le descriptif du programme de la classe de mathématiques élémentaires (hormis son premier paragraphe portant sur l'analyse combinatoire). L'émergence de la notion de congruences, les développements suggérés écartent de fait, l'ancien programme de sciences expérimentales réduit à une composante utilitaire ; ce dernier précisait en effet : *« Les théories des multiples, des diviseurs communs, du plus grand commun diviseur, des nombres premiers ne sont introduites qu'en vue de leurs applications pratiques. On évitera donc les problèmes théoriques dont elles peuvent être l'occasion ».*

Le programme d'arithmétique révèle certes une évolution sensible, le renforcement de sa dimension théorique, mais cette évolution se règle « sagement » sur un programme déjà éprouvé…

Dans le dernier point du plan d'études est abordée la composante pédagogique de la formation : nous pouvons découvrir ainsi :

Etude pédagogique.

Arithmétique.

1°) l'apprentissage du calcul ; ses bases théoriques. Le calcul au CP : les moyens, les étapes. Le calcul au CE : les grandeurs et la numération ; les opérations : sens et technique.

2°) Le calcul au CM : étude des principaux points du programme – Les nombres entiers – Les nombres décimaux – Les fractions – Les grandeurs proportionnelles ; utilisation du tableau des valeurs numériques correspondantes – La règle de trois – Le système métrique.

3°) Les problèmes – Construction et rédaction d'un énoncé – Mise en forme d'une solution.

4°) Le calcul mental.

Géométrie.

L'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

Son but ; ses méthodes ; ses limites.

L'emploi des instruments ;

La leçon de géométrie au CE, au CM, les aires.

Mot clé, le calcul conserve une place prépondérante parmi l'ensemble des activités abordées d'un point de vue pédagogique ; notons aussi la présence du système métrique, d'une règle de trois rénovée : les traces de l'héritage classique subsistent. Quant à la résolution de problèmes, les observations à son sujet semblent la désigner, comme l'une des techniques qui, incontestable, nourrit les compétences professionnelles du futur maître. Ce tableau rend, semble t-il, compte de l'ensemble des techniques et des éléments technologico-théoriques que ces dernières peuvent requérir, nécessaires au futur maître. Il éclaire par ailleurs, l'évidente co-détermination des programmes de l'école primaire et de la composante pédagogique du plan d'études. Se pose dès lors, la question de la cohérence entre le plan d'études théorique, clairement désigné comme provisoire, et la composante pédagogique de ce plan d'études. Celle-ci, déterminée par les programmes de l'école primaire, implique la réadaptation du plan d'études initial : c'est ce que vont révéler les manuels à destination des maîtres, publiés quelques années plus tard.

Il convient donc d'identifier dans les programmes de mathématiques modernes de l'enseignement primaire, les intentions éducatives, (peut-on préserver l'expression « instructives » ?), pédagogiques des législateurs pour étudier leur traduction au sein de l'institution de formation des maîtres. L'institution recouvre par ailleurs, dans ce contexte, la fonction qui originellement a établi sa légitimité culturelle : elle se constitue comme instrument au service de l'Etat pour mettre en œuvre un nouveau processus d'acculturation. Les discours apologétiques tenus par certains de ses sujets, pour accompagner le mouvement de réforme, révèlent une adhésion sinon totale de l'institution, du moins le soutien inconditionnel de certains de ses membres, membres non nécessairement mathématiciens. Les préfaces, publiées dans la revue du Journal des instituteurs entre février et juin 1969 sont des manifestes pour une réforme rapide et radicale. Citons par exemple Ch. Touyarot[195], professeur de psychopédagogie à l'Ecole normale de Caen. Son constat est celui d'un manque essentiel : *« On n'a jamais réellement considéré que l'école élémentaire avait une tâche spécifique d'éducation en ce qui concerne la logique et la mathématique : les programmes ne font mention ni de l'un ni de l'autre […]. Le second n'apparaît pas ; à sa place, on trouve le « calcul », c'est-à-dire, essentiellement la connaissance des nombres, la pratique des*

[195] Ch. Touyarot, (1969), Pour une éducation logique et mathématique, *J.D.I* n°8, (février), n° 9 (mars).

opérations, le système métrique, des éléments de géométrie et la résolution de problèmes pratiques-types ». Et l'auteur de souligner la « convergence entre logique et mathématique », et d'aborder les apports de la mathématique : *« [...] la mathématique contemporaine offre une gamme infiniment plus riche de situations où la créativité de l'enfant peut se donner carrière, qu'il s'agisse de manipulations, de schématisations ou de raisonnements ».* Dans la préface suivante (mars), l'auteur relève l'ensemble des arguments pour « justifier une véritable éducation logique et mathématique » : la caution du psychopédagogue renforce la pertinence du programme à venir : *« Ainsi les nombres entiers se construisent-ils, par un processus qui semble aller de soi, le suivant étant obtenu par l'addition d'une unité au nombre précédent. Or le mélange des trois aspects sous lesquels le nombre apparaît (cardinal, ordinal, mesure), la confusion faite entre ordre et addition, le caractère prématuré de l'introduction de l'opération, l'insistance abusive sur la notion de nombre concret, vont créer les conditions de confusions systématiques et d'échecs futurs, conditions masquées par une apparence de réussite au niveau des petites classes. Le point de vue mathématique est sur ce point éclairant : le nombre, loin d'être un fait premier, repose sur des relations entre collections ; la correspondance terme à terme entre éléments de plusieurs collections permet de conclure que celles-ci ont le même nombre d'éléments et d'aboutir à la création de classes d'équivalence d'ensembles qui ont le même nombre d'objets. Chacune de ces classes est caractérisée par un nombre. Mais avant de parvenir à ce type de propriété commune, il aura fallu conduire les enfants à reconnaître les propriétés quelconques ; reconnaître par exemple que deux objets ont une même propriété, c'est découvrir qu'une relation (« même couleur » par ex.;) est satisfaite pour ces objets ; si dans un ensemble d'objets quelconques nous cherchons tous ceux qui ont même couleur, nous obtenons des classes d'équivalence pour cette relation. Toutes les activités de groupement, de tri, de classement, de rangement, qui nécessitent des mises en relation, apparaissent comme les assises de tout l'édifice mathématique [.. .] ».* Sans éluder les liens qui peuvent exister entre le rédacteur et l'auteur de la collection « Itinéraire mathématique » (F. Nathan), nous pouvons supposer que l'appropriation du point de vue mathématique par un acteur de l'institution non mathématicien et que la publicité accordée à cette nouvelle éducation à travers une revue pédagogique largement diffusée, définissent des conditions susceptibles d'accélérer le processus de rénovation au sein de l'institution de formation elle-même.

<u>2. 3. E. La rénovation des écoles primaires : la réorganisation du temps scolaire, le programme de 1970</u>.

Abordons brièvement les modifications qui précèdent la mise en vigueur des programmes de 1970. L'arrêté du 7 août 1969 instaure officiellement le « tiers temps pédagogique » : entérinant la disparition du cloisonnement disciplinaire, les disciplines d'éveil à dominante intellectuelle (sciences, histoire, géographie) et à dominante esthétique sont à l'origine d'un nouveau découpage temporel. La durée hebdomadaire est réduite de 30 heures à 27 heures. Elle se répartit en trois parties ; 15 heures sont consacrées aux disciplines « fondamentales » ou « instrumentales », français et calcul, 6 heures sont réservées à l'éducation physique, les 6 dernières à l'éveil. La rénovation pédagogique scientifique, expérimentée depuis les années 64, précède officiellement et la rénovation de l'enseignement mathématique et celle de l'enseignement du français (commission Rouchette, crée en 1964).

La pédagogie de l'éveil, en réalité, non circonscrite au seul enseignement scientifique, se caractérise plutôt comme une tentative de rénovation de la pédagogie traditionnelle. Aux disciplines, se substituent des « activités », la leçon magistrale (que pouvait spécifiquement illustrer la leçon de choses) est disqualifiée, incompatible avec le principe d'une pédagogie active.

Notons encore que la circulaire du 6 janvier 1969, relative aux compositions, notes et classements, supprime la notation décimale, instaure, sous le couvert d'études docimologiques, une évaluation littérale : A, B, C, D, E. (Le 9 juillet 1971, la notation sur 20 sera restaurée).

C'est donc dans une institution pédagogiquement rénovée (du moins dans les principes) que peuvent s'appliquer les nouveaux programmes.

<u>Le programme du 2 janvier 1970 (Arrêté ministériel) et les instructions (Circulaire du même jour).B.O.E.N. 29.1.70.</u>

Les considérations précédentes laissent donc présumer que le programme « 1945 modifié 1970 » se révèle comme le principal levier de pilotage du plan d'études mathématique dans les écoles normales. Conformément à sa désignation, c'est en terme de modification, spécifiquement d'allègement, et non en terme de rupture radicale, que le programme annexé à l'arrêté présente l'ensemble des notions à étudier. Certes, contrairement aux programmes des périodes précédentes, précisément définis, il propose la trame d'un champ d'études simplement ensemencé : le temps de l'enseignement mathématique à l'école primaire n'est désormais que le temps de la lente maturation des fruits d'une récolte bien plus tardive…

Respectant un découpage temporel selon les trois niveaux CP, CE, CM, le programme définit donc succinctement :

Cours préparatoire

Activités de classement et de rangement.

Notion de nombre naturel. **Nommer et écrire des nombres.** Comparer deux nombres. Somme de deux nombres.

Cours élémentaire

1) *Eléments de mathématiques.*

Les nombres naturels : nom et écriture.

Somme et différence de deux nombres pratique de l'addition et de la soustraction.

Produit de deux nombres ; pratique de la multiplication.

Quotient exact .

Division avec reste : quotient entier.

Pratique de la division par un nombre d'un chiffre.

Calcul mental.

2) *Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.* […]

3) Exercices pratiques de mesure et de repérage. […]

Cours moyen

1) *Eléments de mathématique.*

Nombres naturels et décimaux : nom et écriture.

Multiplication et division par 10, 100, 1000…

Opérations et leurs propriétés ; suites d'opérations ; pratique des opérations ; **preuve par 9 des opérations** ; calcul mental.

Divisibilité des nombres naturels par 2, 5, 9 et 3.

Exemples de relations numériques. Proportionnalité.

Fractions. Produit de deux fractions.

2) *Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.* […]

3) Mesures : exercices pratiques. […]

Les instructions, comprennent des « Considérations générales » et les « Commentaires du programme ». Les premières reprennent l'argumentaire développé par la communauté plurielle des promoteurs de la réforme, listant à nouveau les besoins auxquels cet enseignement doit désormais satisfaire ; ils se traduisent en terme de réponse « aux impératifs qui découlent d'une scolarité prolongée et de l'évolution contemporaine de la pensée mathématique, à la nécessité de la « maîtrise d'une pensée mathématique disponible et féconde » permettant de « mesurer le pouvoir que […] donne l'outil mathématique sur la vie réelle » ; bénéficiant des apports générés par « les progrès de la connaissance du développement psychologique de l'enfant », reposant sur la certitude du profit que « l'ensemble de la formation peut tirer d'un tel enseignement », ils définissent les fonctions d'une discipline qui promeut un nouvel humanisme scientifique.

Les principes directeurs n'écartent pas pour autant la présence des mesures d'adaptation que nécessite le délai requis pour une mise en œuvre opératoire de la rénovation. C'est la raison pour laquelle le programme se présente comme un programme « allégé », préservant le découpage traditionnel selon les trois niveaux ; la rédaction diffère certes, mais les « commentaires […], sans introduire pratiquement de terminologie nouvelle, annoncent et préparent une rénovation plus profonde et satisfaisante ».

Les prémices de la rénovation résident donc dans les principes et non dans les contenus : la prépondérance du calcul réduit à sa dimension techniciste est désormais remise en question ; ce sont les notions numériques, désignées sous la rubrique « Eléments de mathématique » qui occupent l'avant-scène ; quant à la géométrie, aux mesures (lieu où réside l'emblématique « Système métrique »), elles glissent dans les « Exercices d'observation et travaux sur les objets géométriques », elles relèvent des « Activités d'éveil ». Le caractère novateur du programme réside encore dans l'itinéraire réflexif qu'il « impose » au maître. En effet, les rédacteurs espèrent que « la nouvelle rédaction du programme et l'allègement substantiel de celui-ci inviteront les maîtres à réfléchir sur le contenu mathématique de leur enseignement ». Les commentaires ne peuvent être considérés comme un cours mais comme un guide « spirituel » traitant plus précisément des notions dont il convient de renouveler la présentation.

La conclusion définit donc la nature spécifique d'un enseignement renouvelé, qui ne peut pour autant renier son ancrage traditionnel : *« En dépit de son désir d'être une approche, la plus correcte et la plus précise possible de quelques concepts fondamentaux abstraits par nature, l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire demeure résolument concret ».* Et, les rédacteurs de souligner la fonction de la manipulation effective, de l'intuition, puis de la réflexion, dans le processus d'acquisition de la notion de nombre… « *C'est par des démarches de cette nature, faites d'actions et de réflexion, que l'enfant contribuera à construire son propre savoir et connaîtra la joie de découvrir et de créer ».*

Les commentaires du programme présentent déjà un caractère particulier : ce n'est point par niveau mais par thèmes que vont être éclairés les points forts du programme. Parmi les notions sur lesquelles nous portons particulièrement notre attention, à savoir la numération, et les propriétés des nombres, seule la première fait l'objet d'un développement. La résistance des secondes, et notamment de « la preuve par 9 », objet culte d'une arithmétique « traditionnelle », *a priori* paradoxale dans ce vaste projet d'allègement ne peut trouver explication qu'en tenant compte des documents de base, préliminaires à ce programme, voire, du projet de programme réalisé par la commission R. R. de l'APMEP.

La rubrique, citée à tous les niveaux de la scolarité, « nombres naturels : nom et écriture » légitime donc l'existence d'un commentaire détaillé sur la présentation nouvelle dont elle doit être l'objet ; le plan des commentaires est d'ailleurs significatif :

1ère partie. – Nombres et opérations.

L'ordre dans lequel les rubriques sont énumérées ci-dessous n'est pas nécessairement l'ordre chronologique de leur présentation dans les classes. Il appartiendra à chaque maître d'organiser sa progression selon les possibilités des élèves et ses préférences personnelles.

1. Notion de nombre naturel.
2. Nommer et écrire les nombres.
3. Comparer deux nombres.
4. Opérations – Propriétés – Pratique.
5. Relations numériques : tableau de nombres, opérateurs numériques ;
6. fractions comme opérateurs ;
7. Décimaux.
8. problèmes.

2ème partie. – Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.

3ème partie. – Mesures : exercices pratiques.

La présentation suggérée, relative à la première rubrique, est directement inspirée par le courant des rénovateurs situés dans la mouvance de Dienes ; l'esprit dans lequel doit s'opérer la démarche didactique se révèle au travers de ces lignes : *« L'emploi systématique de la correspondance terme à terme permet de classer des ensembles et d'attribuer à chaque classe un nombre : Ainsi, la classe de tous les ensembles qui ont autant d'objets que l'on a de doigts dans une main définit le nombre naturel « cinq ». [...]On insistera sur le sens des expressions : autant que, plus que, moins que ».*

La rubrique « Nommer et écrire les nombres » adopte naturellement le principe d'une suite d'activités mettant en oeuvre successivement des «jeux de groupements préalables à la numération » (groupements récursifs d'élèves, en base quatre, trois, cinq, dix, douze…), l'usage de tableaux permettant la « notation » des résultats. Un dernier conseil suggère de ne point dépasser cent au CP, et dix mille au CE, pour la numération orale, numération sur laquelle les rédacteurs ne sont d'ailleurs pas diserts.

Il convient donc de souligner qu'implicitement le maître est invité à emprunter les démarches explicitées dans les ouvrages déjà en usage, ceux de Dienes, des chercheurs ou pédagogues comme N. Picard, ou plus encore à se former véritablement. Le programme n'est plus un guide pour la pratique. La rubrique consacrée aux « Problèmes » éclaire encore la nouvelle posture du maître contemporain : si celui-ci n'est plus assujetti à un ensemble de tâches prédéterminées par un programme détaillé, éclairées par des manuels uniformes, c'est que les rédacteurs anticipent sur ses capacités d'initiatives, sa créativité, son aptitude à s'adapter à un environnement ouvert. Ainsi, *« La classe avec sa vie propre, l'enseignement que l'on y donne en toutes matières, le monde extérieur, fourniront de nombreuses occasions d'exercer, à chaque niveau et selon les possibilités des enfants, cette activité privilégiée qu'est la résolution de problèmes, qu'ils soient numériques ou non numériques ».* Fi donc des problèmes-types. *« Les thèmes des problèmes seront les plus divers ».* Cependant, *« ils permettront en particulier une certaine initiation des élèves à la vie courante de leur époque, que l'enseignement élémentaire se doit de leur donner [...]. Toutefois, les situations retenues dans ce domaine correspondront aux préoccupations et aux intérêts réels des enfants. Elles seront, suivant les cas, soit des motivations pour l'introduction de notions nouvelles, soit des applications de propriétés ou de relations préalablement étudiées par les élèves ».* La tâche du maître se révèle donc, en l'absence de tout guide pratique, fortement complexe : susceptible de susciter l'intérêt de l'élève, de comporter une certaine coloration « utilitaire » et d'entretenir le processus de mathématisation mis en œuvre par l'élève, le problème se situe au cœur d'un réseau de contraintes. Mais comment le définir précisément en termes d'activités cognitives ? Les rédacteurs en soulignent les traits caractéristiques :

« Il y a problème si, connaissant un certain nombre d'informations concernant une situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicités initialement.

Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés.

Les élèves doivent apprendre à passer d'une situation à un schéma mathématique qui la décrit ; inversement, un bon exercice consiste à imaginer des situations décrites par un schéma donné.

C'est dans de telles activités que s'affermit la pensée mathématique des élèves et qu'ils prennent mieux conscience du pouvoir qu'elle leur donne sur le monde extérieur ».

Si la caractérisation du problème, en dehors du fait que ne soit pas spécifiée la nature numérique des données, ne diffère guère du modèle commun, il n'en est point de même pour la démarche de résolution : la modélisation (la schématisation), censée dévoiler le réseau des relations mathématiques qui décrivent la « situation » est clairement mise en exergue. Le pouvoir que peut conférer l'aptitude à modéliser, chez l'élève, ne se réduit plus à l'effectuation de tâches virtuellement liées aux pratiques de la vie courante ; il n'en est d'ailleurs nullement question. La capacité à modéliser rend compte de l' « affermissement d'un mode de pensée » universel. Au maître incombe le devoir de proposer des « situations » modélisables, situations dont il aura préalablement identifié les structures sous-jacentes. Vaste besogne…

Il nous faut donc, pour identifier les intentions « officielles » des législateurs quant aux propriétés des nombres, rechercher l'éclairage des documents de base, support de ce programme non totalement commenté. Le projet de programme de mathématique pour le cycle élémentaire[196], élaboré par la sous-commission Lichnerowicz responsable de cette mission, propose notamment une liste de rubriques (dont l'ordre non imposé garantit la liberté de l'enseignant), accompagnée d'informations explicitant les notions en jeu en fonction du niveau où ces dernières sont abordées. La conception de l' « approche d'un concept » conçue comme une succession d'étapes (« sensibilisation par des activités diverses, familiarisation à l'aide d'exemples et de contre-exemples suffisamment nombreux, représentations et prise de conscience, imagination d'autres situations analogues, explication éventuelle »), les liens entre concepts et donc l'imbrication des rubriques, l'obligation de « suivre le rythme des enfants », légitiment aux yeux des rédacteurs cette répartition non linéaire. Dans le découpage du programme, nous pouvons dès lors, identifier :

Rubriques sur lesquelles porteront les activités mathématiques pratiquées au niveau élémentaire.	Ces notions ne peuvent être raisonnablement explicitées avant le :
3 – Notion de cardinal	C.P. – Activités pré-numériques. – Correspondance terme à terme. – autant que, plus que, moins que (en utilisant les correspondances terme à terme). – Codage.

[196] La mathématique au cycle élémentaire, n° 40, INRDP, pp. 8-66 ;

4 – Codages de cardinaux : (numération) Codages d'ordinaux : (numérotation)	C.P. – Groupements suivant certaines bases (3, 4, 5, 2…). – Notions d'échanges. – Codage numérique du résultat de groupements et d'échanges. – décodage. – Comparaison de cardinaux en utilisant des codes. C.E. – Changement de base. C.M. – Ordre sur les codes de cardinaux. – jeux utilisant des processus récursifs. – introduction de la notation exponentielle. – Numérotation.
7 – Relations numériques	[…] C.M. – être multiple de. – être diviseur de. – découverte de la notion de nombre premier. – congruences. – applications linéaires.

Matrice du programme officiel comme le révèlent les éléments (par ailleurs bien plus développés) relatifs à la numération, le projet présente l'intérêt de commenter les notions de la 7ème rubrique, c'est-à-dire les notions, en partie préservées dans le programme officiel mais sans éclairage explicite. C'est dans le paragraphe VII, portant sur les « Relations Numériques », qu'après avoir dressé le champ des activités exploitables pour étudier les « fonctions numériques » (sous-paragraphe VII. 1), ajouter, retrancher, multiplier, diviser…, les rédacteurs présentent les exemples permettant d'introduire les notions relatives à la divisibilité. Dans le sous-paragraphe VII. 2 (pp. 41-43), « Relations numériques », l'étude des relations «Etre multiple de », « Etre diviseur de » (à grand recours de représentions sagittales, de schémas cartésiens) est, semble t-il, essentiellement légitimée par le fait qu'elle permet d'exhiber des relations, des relations réciproques, des relations d'ordre quand l'ensemble de départ est égal à l'ensemble d'arrivée ; ces activités sont toutefois présentées comme propédeutiques à la « découverte des nombre premiers ». Ceux-ci émergent effectivement à partir de l'examen d'un diagramme représentant la relation « est multiple de », puis réinterprété à l'aide de la relation « est diviseur de » dans l'ensemble des cardinaux (représenté évidemment partiellement) : résultent de ces observations quelques propriétés, à savoir, l'infinité de l'ensemble des multiples d'un nombre, l'existence de nombres qui ne possèdent que deux diviseurs, les nombres premiers. Les congruences font l'objet d'un sous-paragraphe spécifique : VII.3- Notion de congruence (pp. 43-46). Une situation

« exemplaire » est ainsi décrite, accompagnée de schémas, de tableaux, de fléchages « modélisants »… Il s'agit d'étudier les composées d'une rotation d'un quart de tour, « dénommée application », opérant sur un ensemble de quatre points, codés littéralement, a, b, c, d. Ces points déterminent le partage d'un cercle en quatre « arcs de cercle de même longueur. La rotation, c'est-à-dire, l'application codée 1, conduit après compositions successives, à l'obtention de « chaînes d'applications », permettant de définir quatre classes, à savoir les éléments d'un ensemble A tel que A = {0, 1, 2, 3}. L'existence d'une opération sur ces classes permet dès lors d'établir la « table de composition des classes » et d'exhiber ainsi un groupe commutatif opérant sur l'ensemble {a, b, c, d}. Le second exemple est inspiré des situations proposées par Wheeler et Fletcher : l'exhibition d'une arithmétique finie modulo 4 à partir d'un jeu avec les réglettes Cuisenaire. Les rédacteurs prévoient encore quelques activités envisageables en CP et en CE : création de « frises » illustrant la notion de progression arithmétique dans une arithmétique finie (nous semble t-il…). Des thèmes encore sont évoqués, accessibles au CE et au CM : déjà proposés par les auteurs britanniques, ils portent sur les comptines, les jours de la semaine, le cadran de l'horloge… Citons le dernier thème (p. 46) : « - *Au restaurant d'enfants, les tables sont de 4 couverts. Lorsque les enfants sont placés une table reste incomplète avec 3 enfants. Que se passe- t-il s'il arrive 6 enfants ? s'il en sort 5 ? Après l'arrivée des enfants, une table est incomplète avec deux enfants. Qu'en conclure ? ».* Thèmes encore empruntés aux auteurs britanniques, les codages de messages sont aussi présentés.

Le projet éclaire donc le champ des thèmes qui peuvent justifier de l'existence des objets « propriétés des nombres » : moyens d'illustrer les notions de relations, de structures de groupe, leur légitimité est avant tout épistémologique, pédagogique en second lieu (la pédagogie nouvelle étant consubstantielle à la mathématique elle-même). Il convient par ailleurs de noter que la « preuve par 9 des opérations » ne fait l'objet d'aucune remarque… Sa présence dans le programme officiel ne traduirait-elle que le souci d'une rénovation non « brutale » ? Nous n'insisterons pas sur la conception plus radicale de la rénovation que promeut le projet (les deux premières rubriques, largement explicitées, portent sur la logique, sa liaison avec un travail sur les ensembles et les relations), nous retiendrons simplement l'absence d'une rubrique « problèmes », vraisemblablement aspirée sous l'intitulé de la 11$^{\text{ème}}$ rubrique « Représentations ». Celle-ci exhibe en quelque sorte, sans référence à une conception passée, l'idée clé de l'enseignement de la mathématique, à savoir la fonction abstractive de la modélisation : *« Une des conclusions tirées des recherches effectuées au* *cours des cinq dernières années sur l'enseignement de la mathématique au niveau élémentaire est l'importance de l'utilisation de représentations schématiques pour favoriser la découverte de différentes notions. L'utilisation de schémas est une étape importante vers l'abstraction. En effet, une situation étant donnée, sa représentation par un schéma suppose : - l'élimination des éléments non signifiants, - le tri des éléments significatifs, - la mise en relation de ces éléments ».* Il ne s'agit pas pour autant de disqualifier les situations concrètes : « *De plus, une situation « concrète » faisant, en général, appel à plusieurs notions mathématiques, la plupart du temps, il est possible de schématiser de plusieurs manières ».* La mathématique étant donc « dense » dans l'ensemble des situations explorables par les élèves, la résolution de problèmes concrets n'est au mieux que la phase terminale d'un processus d'abstraction qui a nécessairement extrait la situation de son contexte attaché au réel.

Toujours en quête de conditions pouvant justifier de la présence des propriétés des nombres dans ce programme « allégé », nous pouvons encore déceler dans le projet de programme commis par la commission R. R. de l'APMEP[197] quelques éléments en faveur de cette présence. Notons qu'au CM, les rédacteurs du projet préservent sous un intitulé explicite « Arithmétique » les notions suivantes (p. 277) : Multiples et diviseurs d'un nombre naturel ; Divisibilité par 2, 5, 3, 9. Si les commentaires relatifs au programme éludent ces notions, le paragraphe IV (p. 279) récapitulant les enjeux des activités proposées à ce niveau éclaire en particulier leur pertinence épistémologique. Signalons tout d'abord que les auteurs ne réfutent pas la légitimité d' « une connaissance solide de techniques applicables aux problèmes qu'ils (les élèves) peuvent rencontrer dans la vie courante » ; mais celle-ci ne justifie pas de l'ensemble des activités menées. En effet, soulignent les auteurs, *« La dernière année d'école primaire n'est plus pour aucun élève, sa dernière année d'école »,* les problèmes ne peuvent se réduire aux seuls problèmes d'application concrète. Le champ des problèmes est désormais ouvert : *« Le principal objet de ces problèmes est de rendre le savoir mathématique de l'élève plus sûr et plus vivant. On pourra imaginer des « contes mathématiques » à l'exemple du professeur Dienes… Il serait intéressant que commencent à se dégager à travers cette vaste fresque de modèles mathématiques, les structures essentielle : ordre partiel ou total (naturel ou non), monoïdes et groupes. Rejetant toute idée de théorie à ce sujet, le seul objectif serait de mettre les enfants en contact avec ces phénomènes mathématiques : des opérations, ou plus généralement des relations apparemment étrangères, appliquées à des êtres très*

[197] Projet de programmes pour les écoles maternelles et primaires, n° 258, (1967), APMEP.

différents, se comportent de la même façon (on songe, par exemple, aux divers modèles du groupe de Klein) ». Légitimées par les « niches » qu'elles peuvent occuper, les propriétés des nombres peuvent donc avoir un « habitat » dans le programme. Notons évidemment, qu'elles s'inscrivent dans la composante rénovatrice du programme.

Interrogeons nous maintenant sur l'incidence de ce programme officiel de 1970 et des textes préliminaires qui l'ont nourri, sur le savoir enseigné dans les écoles normales. Peut-être n'est-il pas anodin de signaler l'existence d'un certain clivage entre l'appropriation de ce programme par une institution de formation, qui somme toute, se projette d'ores et déjà dans une période d'accomplissement de la réforme et une appropriation qui se doit d'être plus mesurée (ou du moins officiellement plus adaptée) par les acteurs du terrain. La circulaire ministérielle du 4 septembre 1971 a pour objectif essentiel de rassurer les instituteurs sur les finalités de ce nouveau programme : l'échéance de l'application de la réforme a fait l'objet d'interprétations erronées ; « *il apparaît qu'une confusion s'est établie entre l'enseignement de mathématique moderne et la rénovation de l'enseignement des mathématiques [...]Des maîtres ont pu concevoir certaines inquiétudes à la suite d'émissions télévisées et de stages très spécialisés consacrés les unes et les autres aux « mathématiques modernes ». Il faut souligner que ne doit être entretenue aucune confusion entre ces initiatives qui relèvent de l'expérimentation et préparent un avenir plus lointain et la mise en œuvre du nouveau programme à l'école élémentaire dont le but essentiel est d'aborder avec un esprit nouveau des notions connues de tous ».* Officiellement sont donc déjà identifiées les dérives que ce programme va pouvoir engendrer. Assujettis à un programme renouvelé dans son esprit qui de fait ne révolutionne pas les notions abordées mais discrédite les organisations mathématiques et didactiques traditionnelles, les instituteurs (hormis ceux en contact avec les courants pédagogiques « innovateurs ») n'auront d'autre recours pour actualiser leur enseignement qu'à celui des manuels « contemporains ».

Eludons dans le contexte de ces premières années, les premières controverses qui naissent, jetant le doute sur la pertinence de la réforme (questions soulevées par l'union des Physiciens, dissensions au sein de l'APMEP avec la création de l'UPUM fortement opposée à la réforme) : c'est plus spécifiquement le champ de l'enseignement secondaire qui alimente les polémiques.

2. 3.F. Le savoir enseigné dans les écoles normales.

L'examen de manuels, désignés officieusement comme ouvrages de référence, dans des publications *a priori* révélatrices du fonctionnement social de l'institution de formation des maîtres, a pour objectif premier d'éclairer de possibles organisations mathématiques et didactiques, d'appréhender leur articulation avec celles qu'esquissent les programmes et projets élaborés pour l'enseignement élémentaire.

2. 3. F. 1. Eléments d'analyse fournis par deux manuels à destination des futurs maîtres.

1) Ch. Cranney et G. Perrot, mathématiques et apprentissage du calcul, tomes 1 et 2, Collection « pédagogie de l'école élémentaire », sous la direction de J. Leif, inspecteur général de l'instruction publique, Delagrave, 1976.

La date de publication des ouvrages peut nous permettre de supposer que leur contenu est le produit d'un travail de transposition régulé par les expérimentations au sein de l'institution primaire et nourri par les interprétations des professeurs d'écoles normales ; la caution apportée par un inspecteur général, particulièrement impliqué dans le mouvement de rénovation, caractérise encore ces contenus comme conformes à une certaine conception de la politique éducative. L'apprentissage du calcul est clairement désigné comme objet de l'ouvrage.

Auteur de la « présentation », J. Leif présente d'abord un ouvrage, fruit de collaborations multiples (instituteurs, groupes de formation continue, chercheurs de l'INRDP et des IREM). Il insiste encore sur ses objectifs : *«celui de provoquer et de nourrir la réflexion du lecteur plutôt que de lui fournir, toutes faites, des « solutions pédagogiques » ; celui de faire considérer l'activité elle-même au moins autant que les contenus de celle-ci ».* L'ouvrage, en deux tomes, se présente comme un recueil non exhaustif de « thèmes signifiants pour examiner les démarches qu'ils impliquent, faire appel à l'information et à la connaissance qu'ils exigent ». Enfin, point fondamental de l'ouvrage (qu'éclaire d'ailleurs son titre), disparaît dans cette présentation de l'enseignement « l'opposition – quelquefois mise en avant – entre calcul et mathématique » ; en effet, précise J. Leif, « *on notera, dans cet ouvrage, le souci de faire percevoir et comprendre les rapports entre la théorie mathématique, la mise en œuvre pédagogique et l'adéquation des outils mathématiques aux situations auxquelles les élèves sont confrontés, grâce à une recherche de l'exercice mental visant la plus grande cohérence possible […]il apparaît alors qu'en exerçant l'élève à celui-là* (le calcul) *on renforce, chez lui, la compréhension de celle-ci* (la mathématique) *et inversement ».* J. Leif insiste donc particulièrement sur deux aspects : la réhabilitation du calcul que justifie la mutuelle fécondation de celui-ci et de la mathématique, la conception d'une articulation théorie-pratique dans laquelle l'appel à la connaissance, à la théorie est le levier premier du processus d'enseignement.

Dans leur avant-propos les auteurs, reprécisant les objectifs mis en exergue par J. Leif, caractérisent par ailleurs leur ouvrage en l'opposant aux nombreux manuels en usage « n'explicitant que rarement ou insuffisamment les démarches choisies et les raisons de ces choix » et réduisant l'enseignement des mathématiques « à une juxtaposition d'activités, sans lien bien définies entre elles, à un saupoudrage de notions, tout au long de la scolarité, chaque notion devenant en quelque sorte un objectif terminal, voire un cul-de-sac ».

Leur interprétation des objectifs généralement assignés à l'enseignement mathématique à l'école primaire, à savoir, «Compter et résoudre les problèmes pratiques de la vie réelle » Apprendre à « raisonner », « Faire acquérir des connaissances en mathématiques, en vue de préparer les élèves à l'enseignement secondaire », met en évidence la conception « pragmatique » d'un enseignement mathématique :

Elle préserve des activités traditionnelles (le premier objectif demeure « primordial », mais l'éviction des « recettes servant à résoudre des problèmes-types » est une nécessité) ;

Elle habilite clairement les deux types de raisonnements inductif et déductif dans des activités qui ne se scindent plus en deux domaines « calcul « et « géométrie » et elle n'octroie pas le monopole du raisonnement au seul enseignement des « Eléments de mathématique », le raisonnement occupant une fonction privilégiée dans les activités d'éveil où résident d'ailleurs géométrie et mesures ;

Enfin, il n'est réellement de « connaissances mathématiques jugées indispensables à la sortie de l'école élémentaire ». « Savoir-faire », plutôt que « Savoir », « outil de résolution ou de représentation », *« les « connaissances » mathématiques qui interviennent au cours de la scolarité élémentaire ont donc un statut de moyen plutôt que d'objectif ».*

Les finalités de l'enseignement étant posées pour les élèves, quelles sont les idées directrices de l'ouvrage ? Les auteurs les définissent (en gras) :

L'information mathématique est nécessaire.

Elle ne fournit pas les solutions pédagogiques.

La juxtaposition de « solutions pédagogiques » en réponse à des questions ponctuelles ne permet pas de réflexion réelle sur l'enseignement.

L'ouvrage propose donc un itinéraire réflexif, autour de thèmes « signifiants ». Pour chacun d'eux, sont proposés successivement : une information mathématique (non supérieure au second cycle secondaire, mais imposant un effort (exercices)) ; une réflexion pédagogique sur des démarches utilisées dans des classes.

Notons encore que certains des thèmes traités sont accompagnés d'une bibliographie.

Le premier tome, scindé en deux parties, « Des ensembles aux nombres naturels », « Comment calculer », comprend 7 chapitres. Les trois premiers, « Représentations d'ensembles », « Produit cartésien d'ensembles », « Equivalence et ordre » éclairent le « déroulement pédagogique favorisant la construction du nombre au CP » et constituent de fait les premières bases de la formation mathématique du futur maître, de l'instituteur qui se recycle ; les notions abordées sont en effet sollicitées par la suite. C'est dans la seconde partie que réside le chapitre qui fait l'objet de notre attention. Le chapitre 6, « Donner un nom à chaque nombre naturel » succède aux thèmes, « Fonction de deux variables- Loi de composition interne » et « Calculer avec une ou deux lois de composition interne », il précède les « techniques opératoires de l'addition et de la soustraction ».

S'inscrivant dans un périple réflexif qui tout en légitimant les éléments d'une mathématique contemporaine devant être inclus dans la culture du maître, suscite l'esprit critique de celui-ci (analyse de la consistance de certaines tâches assignées aux élèves (pp. 27-31), la présentation théorique et pédagogique de la numération se révèle relativement succincte (pp. 162-177). Les références bibliographiques ont vraisemblablement pour fonction d'orienter plus précisément la réflexion du lecteur. Les auteurs citent en l'occurrence le chapitre XII de l'ouvrage de J. Itard et P. Dedron – *Mathématiques et Mathématiciens* (Paris, Magnard, 1959) pour la description des systèmes de numérations écrites en usage au cours des siècles et de leurs incidences sur le calcul numérique, le traité de Wheeler pour son chapitre IV conjuguant réflexions et analyse d'une initiation, enfin le livre de N. Picard – *Activités numériques I* (Paris, OCDL, 1969) pour son chapitre II sur la numération présentant un aperçu historique, la description et l'analyse d'un déroulement pédagogique.

Les objectifs des auteurs sont donc conformes aux principes qu'ils se sont fixés : *« réfléchir au fonctionnement du système de numération décimale qui permet d'obtenir les écritures canoniques des nombres naturels, aux informations que contiennent ces écritures ».* Dans la première partie, « Le système de numération décimale. Information mathématique », le lecteur, ayant admis qu'un « alphabet » fini de 10 signes permet dans le système décimal de désigner avec des « mots de longueur finie » chacun des « éléments de l'ensemble infini des nombres naturels, rencontre d'abord « Un moyen de former les noms des nombres » en examinant les indications successives d'un compteur kilométrique. Conformément à la démarche utilisée par Wheeler, une question (p. 163), « *Que se serait-il passé si l'alphabet n'avait comporté que trois signes 1, 2 et 0 ? »*, sollicite la réflexion du lecteur, l'introduction des désignations des naturels en base trois. Suivent deux exercices censés évaluer la compréhension de l'algorithme. Le lecteur doit porter ensuite son attention sur l' « Examen de la suite ordonnée des noms des nombres » ; l'étude porte sur la numération en base deux. Doivent émerger, toujours selon le procédé didactique de Wheeler et à partir de l'examen des suites de nombres disposées verticalement, des observations liées à la longueur des écritures (lien implicite avec les puissances de la base), liées à la périodicité des chiffres variant en fonction des « colonnes ». Suivent des exercices de rangement de nombres.

La troisième étape « La suite des puissances de la base », permet enfin d'assigner à une écriture du type 100..0, le nombre représenté (c'est-à-dire la désignation décimale de la puissance de la base dans laquelle le nombre est exprimé). La notation exponentielle est dès lors exhibée, illustrée avec les nombres 3 et 10. Vient alors le moment pour le lecteur de s'interroger sur le « Rôle des puissances de la base dans l'écriture d'un nombre ». Motivé par le fait que N, muni de la seule relation d'ordre, nécessite une patience certaine pour désigner un nombre quelconque en base trois par exemple (écriture de la suite des noms…), éclairé par les observations précédentes, à savoir l'existence de « la translation qui fait correspondre les écritures de moins de quatre chiffres aux écritures de quatre chiffres commençant par 1 », (en base trois), le lecteur découvre ainsi, schéma à l'appui, que le nombre désigné par 1201 en base trois est la somme du nombre d'éléments d'un ensemble A, qui s'écrit 1000 (en base trois) et de celui d'un ensemble B, qui s'écrit 201 (en base trois). Aboutissement du cheminement, le développement du nombre suivant la base trois peut dès lors être exhibé ; la présentation proposée, trouve, aux yeux des auteurs, sa légitimité dans le fait qu'elle permet « de bien cerner la taille du nombre ». Le dernier paragraphe de cette première partie « Information contenues par l'écriture décimale » exploite les renseignements fournis par la décomposition canonique d'un entier naturel : restes dans la division par les puissances de 10, distinction entre nombre de dizaines et chiffre des dizaines, encadrement entre deux multiples successifs d'une puissance de 10…

Cette démarche privilégie, semble t-il, le passage de la dimension ordinale de la numération à sa dimension cardinale.

La deuxième partie du chapitre « Le système de numération décimale. Remarques pédagogiques », propose non pas un déroulement pédagogique, celui-ci pouvant *a priori* s'esquisser à travers le périple précédent, mais des réponses à des questions pratiques (pp. 171-175).

« *Faut-il attendre d'avoir étudié un système de numération à base pour utiliser les écritures ?* La réponse est de bon sens : la familiarité des enfants avec les désignations orales et écrites des nombres ne peut être ignorée ; c'est la relation entre désignation écrite et procédures de groupements et d'échanges, qui constitue l'enjeu d'un travail sur une « langue distincte» . *« […] les connaissances d'origine scolaire lui permettront d'analyser et d'enrichir la langue usuelle ».*

« Convient-il d'étudier d'autres systèmes de numération ? » Distinguant les fonctions des manuels (décrire des moyens d'études), de celles des programmes (définir des contenus) les auteurs reconnaissent la légitimité des systèmes de base autre, présents presque dans tous les ouvrages. Celles-ci facilitent la compréhension du fonctionnement d'un système de numération, la compréhension des techniques opératoires, elles paraissent « un bon outil pédagogique », à condition de ne point être trop nombreuses (trois, cinq et dix suffisent) et de ne point être imposées durablement à des élèves déjà familiarisés avec la numération décimale. Et les auteurs d'évoquer les écueils : virtuosité à coder et décoder sans recours au calcul…

Quelques remarques éclairent ensuite le lecteur sur l'apparent obstacle que représente le zéro : certes, ayant acquis assez récemment le statut de nombre, son introduction au CP dans le cadre de l'étude de la numération n'en apparaît pas moins naturelle. Mais c'est sur la numération orale que ne peuvent éclairer les autres systèmes de numération, sur son association nécessaire avec la numération écrite que les auteurs insistent particulièrement ; renvoyant le lecteur à un article décrivant la fabrication et l'utilisation d'un « dictionnaire de nombres », insistant sur les aspects langagiers de la numération orale, ils établissent un parallèle entre ce « système de numération complexe » et l'organisation des nombres complexes, soulignent l'existence des irrégularités de la langue numérique, leur lien avec les propriétés des nombres ainsi désignés.

La conclusion du chapitre est significative : les auteurs caractérisent leur point de vue comme « assez restrictif en ce qui concerne les objectifs du travail sur la numération ». Ce qu'il importe à leurs yeux, c'est que «*la mise à la disposition des enfants de l'outil numérique soit pour le maître un objectif prioritaire ».* Et, par suite, que *« si de plus, le maître poursuit d'autres objectifs, il est essentiel qu'il puisse les expliciter ».*

Le caractère pragmatique des commentaires pédagogiques des auteurs, que conforte leur référence à un programme interprété en continuité et non en rupture avec le programme de 1945, apparaît d'évidence ; il n'en convient pas moins que l'une des lignes de force du programme, à savoir susciter la réflexion du maître sur les notions théoriques sous-jacentes qui rendent compte de la cohérence du programme, guide le cheminement du lecteur dans un environnement technologico-théorique éclairé au travers de tâches et de techniques relevant effectivement du second cycle scientifique de l'enseignement secondaire. La culture théorique du maître suppose donc l'élaboration d'une culture mathématique « homogène » que ne peut prétendre avoir produit l'enseignement de cette discipline dans les diverses filières du lycée. Il n'est pas anodin, que la rubrique « Information mathématique » prédominante, se présente comme déterminant les conditions nécessaires à la mise en œuvre d'une démarche pédagogique.

C'est dans le second tome qu'est introduit le thème relatif aux « Congruences-Preuves des opérations ». Clôturant la première partie de l'ouvrage, « Comment calculer (suite) », ce chapitre succède aux thèmes suivants : Construction des opérateurs. Opérateurs numériques. – Des chaînes d'opérateurs aux opérateurs fractionnaires. – Domaines d'utilisation des opérateurs à l'école élémentaire. – Techniques opératoires de la multiplication et de la division avec reste. La deuxième partie de l'ouvrage porte sur « Mesure et nombres décimaux ».

Chapitre atypique (pp.157-185), il se caractérise d'une part, par l'absence de toute référence bibliographique, d'autre part, par sa présentation : ne sont pas distinguées les deux parties, « Informations mathématiques » et « réflexions pédagogiques ». Ces dernières sont « présentées tout au long d'un chapitre essentiellement …mathématique ! ». La remarque préliminaire des auteurs révèle par ailleurs le statut ambigu de ce thème (p.157) : *« Malgré de nombreux allègements par rapport au programme de 1947, la circulaire du 2-1-1970 [...] prévoit l'étude au cours moyen, de la preuve par neuf des opérations. S'il est aisé d'appliquer les règles de fonctionnement, l'algorithme, pour faire la preuve, la compréhension de ce fonctionnement suppose une étude théorique assez précise, mais accessible au lecteur ayant* *assimilé les notions présentées dans cet ouvrage ».* Sans remettre clairement en question la pertinence épistémologique de l'objet « preuve par neuf » dans le programme élémentaire, les auteurs désignent précisément un thème spécifiquement théorique. L'existence de la preuve par neuf dans le programme élémentaire implique donc que la culture mathématique du maître comprenne les éléments d'une théorie des congruences qui en éclaire le principe de fonctionnement. Les objectifs du chapitre sont énoncés (p. 157) : - Présentation d'un nouvel outil mathématique : les congruences et étude de leur champ d'application ; - Utilisation, pour l'élaboration de cet outil, de diverses notions déjà abordées : partition, relation d'équivalence, application ; opérations ; numération. – Explicitation et réflexion sur le principe de fonctionnement…et l'utilité de la « preuve par neuf » et d'autres « preuves ». Cette dernière ligne augure assez de la nature un peu critique du jugement des auteurs…

Quoi qu'il en soit, le lecteur est donc conduit à réinvestir ces connaissances. Première étape : « De nouvelles relations définies sur N : les congruences ». Sont présentées des « activités permettant de réaliser des partitions de N », à savoir, « enroulement de la demi-droite numérique sur des polygones réguliers », « distribution des cartes comme au bridge », « enroulement de la demi-droite sur un prisme à base régulière » et enfin « écriture de la suite des entiers dans un tableau ». Décrites à grands renforts de schémas, d'éléments de fiches techniques (réalisation de planchettes cloutées pour figurer des polygones), questionnées selon la technique « socratique », les activités conduisent ensuite à l' « étude mathématique de ces situations ». Sont alors exhibées les notions de partition, de classes, de relation d'équivalence. La notation « est congru à » est dès lors présentée, deux définitions proposées, p. 162 :

« pour x, y, n naturels $x \equiv y(n)$ signifie que l'écart entre x et y est un multiple de n (Définition 1).

pour x et n naturels, $x \equiv r(n)$, r étant le reste dans la division euclidienne de x par n (Définition 2) ».

La « Comparaison des deux définition de la congruence modulo n » (p.163) permet, organigrammes à l'appui, de distinguer deux types de tâches : la première définition permet de « déterminer si deux naturels quelconques sont dans la même classe, sans que cette classe soit mise en évidence ; la seconde « permet une comparaison indirecte des éléments de N, en ayant recours à l'application f qui à tout entier associe son reste dans la division euclidienne par n » et de créer encore « une partition de N en n classes à partir de l'application f ».

Entracte dans cet exposé « théorique », deux remarques signalent l'analogie de ces deux démarches avec les activités de classements proposées aux élèves (à l'aide de balance, ou à partir de blocs logiques). Enfin, les deux définitions sont convoquées pour réaliser la tâche suivante, à savoir : *« Comment, à partir des écritures de deux naturels x et y dans une base donnée, reconnaître s'ils sont ou non congrus modulo n ? ».* A la suite sont proposés deux exercices, applications directes des deux techniques précédemment exposées.

Concluant cette première partie théorique, les auteurs proposent des « Exemples faisant intervenir la notion de congruences », c'est-à-dire, sans développement, un inventaire de thèmes : le calendrier, les angles et rotations (proposés en exercice)…y trouvent naturellement place.

La seconde partie théorique présente la « Construction de lois de composition internes dans les ensembles de classes de congruences ». L' « étude d'un cas particulier : la congruence modulo 5 » conduit à la détermination des deux lois de composition (additive et multiplicative) à l'obtention de deux tables de Pythagore ; le cas général, modulo n est ensuite évoqué. Deux exercices, élaboration et comparaison de tables permettent d'introduire la notion de groupe commutatif.

Enfin, la « Preuve par neuf », aboutissement de tout ce périple théorique est présentée (pp. 171-178).

Adoptant préalablement un point de vue généralisateur, les auteurs présentent le principe des preuves de l'addition et de la multiplication reposant sur les propriétés des congruences modulo n. La possibilité de définir une partition de N en n classes, de déterminer une « addition » et une multiplication » des classes justifient le procédé. Si deux exemples, modulo 8 et modulo 7, éclairent le principe de fonctionnement, des remarques sollicitent immédiatement l'esprit critique du lecteur : le terme preuve est inadéquat, le procédé ne conduisant à aucune certitude quant à la validité des opérations (exemple à l'appui), c'est donc l'expression « épreuve » qui doit lui être substituée. Le propos des auteurs se porte donc sur les caractéristiques qui justifient de l'intérêt d'une telle épreuve, à savoir, sa facilité d'utilisation et sa fiabilité. Le paragraphe suivant « Comparaison de différentes épreuves en base dix » a pour objet de cerner les limites des « épreuves » par deux, cinq et sept. Il s'agit en effet, p. 173 « de déterminer le nombre de classes de la partition de N, de façon à obtenir une fiabilité suffisante pour une complication du calcul acceptable ».

L'épreuve par neuf, p. 175, est donc exhibée comme répondant aux contraintes fixées ; en effet, les propriétés de la numération décimale « permet(tent) de simplifier la démarche de la recherche du reste dans la division par 9 ». Enoncé sous le statut d'un « théorème », nous pouvons lire : *« Tout naturel est congru modulo neuf à la somme de ses chiffres ».* La preuve, d'abord illustrée sur un exemple est généralisée à tout entier A désigné par l'écriture $a_n \ldots a_2\, a_1\, a_0$. Ses inconvénients n'en sont pas moins soulignés : elle ne permet pas d'identifier la non prise en compte des zéros intercalaires ou terminaux dans une multiplication, le non alignement des virgules dans une addition de décimaux… En conclusion, bien que légitimée au même titre que l'évaluation de l'ordre de grandeur d'un résultat, sa fonction au niveau élémentaire ne semble pas ouvrir sur un autre usage que celui d'outil de vérification d'une technique opératoire… Notons encore que les propriétés de divisibilité présentes dans le programme ne font ici l'objet d'aucune observation, mais que le lecteur est toutefois invité à résoudre un exercice pouvant susciter une curiosité à ce sujet : *« Montrer que tout naturel est congru modulo trois à la somme des chiffres de son écriture en base quatre. Déduisez-en une épreuve pour l'épreuve par trois en base quatre ».*

Conformément à la démarche proposée par Wheeler, les auteurs proposent un périple réflexif à partir d'un certain nombre de situations « concrètes » ; il n'existe pas de thème consacré à la résolution de problèmes. Les situations évoquées, des énoncés traditionnels appréhendés de ce nouveau point de vue, point de vue où l'apprentissage du calcul conserve une fonction primordiale, en dressent vraisemblablement un éclairage significatif. L'ouvrage met donc en évidence la fonction prééminente de l'information théorique ; le thème, atypique, sur les congruences, révèle notamment, qu'à travers l'élaboration d'un nouvel outil, le maître doit être capable de mettre en réseau les notions théoriques qui éclairent par ailleurs le processus de construction du nombre, d'appréhender un environnement technologico-théorique garant de l'intelligibilité des techniques des « épreuves ». Cette intelligibilité théorique n'est pas sans lien avec une possible réflexion pédagogique : elle éclaire par ailleurs les possibles erreurs des élèves. La capacité à généraliser, à user d'un raisonnement inductif (référence à Wheeler), à nourrir une réflexion pédagogique à partir d'une information théorique apparaît comme une composante constitutive de la posture du futur maître.

La dimension par ailleurs pragmatique, que nous avons cru déceler dans la manière dont les auteurs interprètent le programme officiel, masque toutefois l'influence évidente d'une conception pédagogique « théorique » perceptible au travers des références bibliographiques.

Les perspectives entrouvertes dans l'ouvrage de N. Picard, *Activités numériques 1* OCDL (1970) ne sont pas celles d'une innovation expérimentée à grande échelle, dans le cadre d'une « recherche-action ». Le lecteur désireux d'approfondir sa réflexion pédagogique, découvre certes des éléments, qui lui permettront notamment d'envisager un découpage par niveau, quelques indications pour une organisation temporelle, des situations d'apprentissages (existence de fichiers « Numération ») ; mais, il est plus encore invité à s'approprier une démarche pédagogique théorique, éclairée par l'analyse d'un déroulement expérientiel qui justifie de sa pertinence.

<u>N. Picard, Activités numériques 1, chapitre 2, OCDL (1970).</u>

L'ouvrage est destiné, conformément aux objectifs définis dans l'avant-propos, à informer les maîtres, les parents et bien évidemment les « étudiants se destinant à l'enseignement élémentaire », il propose une étude séparée des différentes notions « afin d'une part, de bien mettre en évidence la progression de l'abstraction au cours de la scolarité élémentaire, et d'autre part, de pouvoir, parallèlement à l'information pédagogique, donner une information mathématique théorique » (p. 3). La co-détermination du pédagogique et du mathématique se présente donc comme le levier de pilotage du processus d'apprentissage.

Le chapitre II de l'ouvrage (pp. 37-100), « La numération », succède à « La notion de cardinal » ; il se subdivise en six paragraphes qui proposent successivement un éclairage historique et mathématique, puis pédagogique sur les systèmes de numération (les deux premiers paragraphes), l'étude des relations entre numération et opérations ($3^{ème}$ paragraphe), « Numération et ordre » (paragraphe 4), « Numération écrite et numération orale » (paragraphe 5) et enfin « Prise de conscience de la récurrence – Notation puissance » (paragraphe 6).

Que révèlent les contenus de ces paragraphes sur les besoins en savoirs du maître (qu'ils relèvent de la mathématique ou de la pédagogie), sur sa posture d'initiateur à un nouveau mode de pensée ?

D'un point de vue mathématique, il nous semble qu'aux yeux de l'auteur l'éclairage de la genèse historique des systèmes de numération permette d'une part, de mettre en évidence les principes qui régissent la numération décimale en les confrontant à ceux des systèmes passés, d'autre part, de présenter en filigrane l'émergence de la pensée abstractive à travers l'usage du symbolisme. C'est en effet, essentiellement la dimension mathématique de ce périple historique où sont évoqués les « codages de cardinaux dans les numérations non positionnelles » à travers les numérations égyptienne, romaine, grecque, hébreu, « Les numérations de position » à travers l'usage des abaques, qui transparaît dans les analyses comparées de ces divers systèmes ; les fonctions « culturelles » de la notion étudiée sont subrepticement évoquées en préliminaire (« transmission d'information de type numérique »). Le second paragraphe « Analyse des règles d'une numération de position » se clive en trois parties : « la base de la numération », « écriture d'un cardinal dans une numération de position », « décodage d'un cardinal écrit dans une numération de position ». Destiné aux maîtres, ce paragraphe met, nous semble-t-il, en évidence les quelques idées clés qui doivent permettre à ceux-ci, d'une part, de concevoir les principes qui régissent la numération de position, d'autre part, de disposer des représentations qui conduiront les élèves à l'abstraction de cette notion. Il convient préalablement de préciser que l'analyse proposée porte sur des représentations de cardinaux non codés numériquement.

S'appuyant sur les exemples des bases trois et deux, l'auteur insiste donc sur les modalités de groupement qu'impose le choix d'une base de numération ; pour la base trois (p. 42) : « *dés que l'on a trois objets, il y a* *obligation* (en italique dans le texte) *de les grouper ».* *« Chacun de ces objets doit alors être considéré comme* *un objet de nouvelle espèce* (en italique dans le texte) ». « *Le processus est récursif* (en italique dans le texte) et éclairé par un organigramme». La suite des « objets » ordonnés selon le rang de leur espèce est figurée par un arbre dont les rameaux extrêmes situés en « haut » figurent les objets de première espèce. L'écriture d'un cardinal dans une numération de position résulte « naturellement » du passage de la représentation en arbre à une représentation dans un tableau où sont indiqués en colonnes la suite des objets de diverses espèces. Il convient de porter dans les colonnes adéquates (p. 43) « *le nombre d'objets de chaque espèce qu'il n'a pas été possible de grouper en respectant la règle du groupement ».* Les nombres sont cette fois désignés par des chiffres. La convention peut dès lors, légitimée culturellement, être introduite. Comme sur un abaque, les « objets » seront rangés selon l'ordre décroissant des rangs attachés à leur espèce. Le décodage, s'appuyant sur la « congruence » d'un abaque et d'un arbre, permet donc de réaliser l'arbre permettant de « trouver l'ensemble dont le cardinal s'écrit 11010 dans la numération à base deux ».

Le maître, armé théoriquement, peut désormais aborder le point de vue pédagogique. L'étape précédente éclaire précisément les tâches dévolues au maître pour que les enfants soient successivement capables de (p. 46) :

1° Grouper des objets suivant un mode imposé ce qui correspond à fabriquer des objets d'espèce 2 à partir des objets d'espèce 1.

2° Considérer les objets d'espèce 2 comme des objets et non pas un simple assemblage d'objets d'espèce 1. Il est donc nécessaire de donner un nom à chaque espèce d'objets.

3° Comprendre le processus récursif. Cela conduira à considérer ce processus pour lui-même et à inventer des jeux comportant un processus du même type.

4° Coder par une écriture le résultat d'une expérience.

Doit-on souligner que les exemples de « premiers jeux » sont les jeux de rondes suggérés par Dienes ? N. Picard propose la transcription de cette expérimentation. Les jeux suivants conduisent les enfants à « emboîter » des boîtes de façon à distinguer les « objets d'espèces différentes ». Aux manipulations, succèdent les premières représentations : « rondes » et « boîtes » suggèrent l'usage de code couleur, de courbes différenciées (pointillés …) : il s'agit de décoder. Le lecteur dispose d'un repère chronologique : ces jeux de décodage sont programmés en début du 2ème trimestre de CP, les premières fiches *Numération 1* sont désormais à portée des enfants. L'introduction du tableau de numération (colonnes désignées par les noms affectés aux objets de différentes espèces) en base deux, puis d'un matériel structuré permettant les échanges en base trois, cinq…, conclut cette première étape vers l'abstraction du concept de numération. Notons que l'auteur présente tout au long de ces descriptions et analyses les obstacles rencontrés par les enfants. Le maître dispose donc d'une progression, de descriptifs et d'analyses de situations, de quelques repères chronologiques et d'un recours à des fiches conçues dans l'esprit de cette organisation didactique. Nous ne signalerons que quelques principes qui *a priori* justifient de la présence du paragraphe qui suit : « Numération et techniques opératoires ». Le lien originel qui existe entre les opérations sur les ensembles et les opérations sur les nombres, impose que l'intelligibilité des techniques opératoires soit préparée par un travail sur les ensembles, transcrit ensuite en termes de cardinaux d'ensembles. C'est la raison pour laquelle l'auteur, privilégiant le sens des techniques, propose l'exploration de celles-ci dans des bases autres que la numération décimale. En CP, il semble donc pertinent, que la technique opératoire de l'addition précède ou accompagne l'étude de la numération.

Le thème consacré à « Numération et ordre » propose deux types d'activités : l'écriture de la suite des cardinaux en construisant une suite d'ensembles figurés par le matériel multibases *a priori* accessible aux jeunes enfants mais analysée par l'auteur comme assez difficile (obstacle des échanges) ; l'utilisation d'un alphabet, expérimentée en CM2 par l'auteur lui-même. Cette expérience considérablement commentée traduit l'intérêt d'une démarche permettant aux élèves d'élaborer un « lexique », satisfaisant à des « règle d'orthographe » (pas de zéro en tête, définition de la succession des éléments de l'alphabet, c'est-à-dire des chiffres) : les « mots » obtenus à l'aide d'un arbre définissent dés lors une relation d'ordre sans référence à la notion de cardinal. Succédant à un travail sur les « fonctions prédécesseur, successeur » dans des bases de deux à dix, à des remarques concernant les « compteurs, machines à fabriquer des lexiques » et l'isomorphisme existant entre les lexiques permettant de désigner les naturels, le cinquième paragraphe « Numération écrite et numération orale » (pp. 84-87) présente le moyen d'éluder la difficulté résidant dans la structure hybride de la numération parlée (p. 84) : *« Les mots désignant les cardinaux dans la numération parlée ne sont pas un reflet fidèle de la structure de la numération de position écrite à base dix ».* La solution suggérée consiste en l'élaboration d'un lexique permettant de construire un isomorphisme entre le lexique déterminé par les « 24 lettres de l'alphabet de la numération parlée », les mots nombres et le lexique de la numération positionnelle. *« Les enfants (à partir du CP) fabriquent chacun leur dictionnaire de nombres […] »* (p. 87). Ne privilégiant que la structure d'ordre des entiers naturels, cette démarche propose donc une approche algorithmique de la numération. Celle-ci est légitimée tant épistémologiquement que pédagogiquement : la structure du lexique est à la fois un moyen de rendre intelligible le fonctionnement de l'algorithme et un moyen d'abstraire le nombre désigné à travers divers lexiques tous isomorphes.

Le dernier paragraphe « Prise de conscience de la récurrence : notation puissance » (pp. 87-99) répond à une nécessité de même nature : les exercices sur la numération sollicitant l'utilisation d'un processus récursif (p. 87), *« il est important qu'à partir d'un certain moment les enfants explicitent ce processus ».* Dans l'ouvrage de Dienes et Golding[198], cité en bibliographie, les auteurs présentent déjà ce type d'argument (p. 46) et l'associent encore à un autre motif (p. 51) : *«il serait sans intérêt de faire apprendre aux enfants à compter par cœur dans différentes bases, si on ne leur procurait pas en même temps les expériences qui leur permettent de comprendre les relations de structures entre comptage, groupement et puissances. […] l'étude préalable des puissance, et notamment des propriétés des exposants, est indispensable avant de pouvoir aborder celle des opérations arithmétiques de la*

[198] Z. P. Dienes, E.G. Golding, (1970) Les premiers pas en mathématique, Ensemble, Nombres et Puissances, O.C.D.L.

multiplication et d'acquérir dans ce domaine une compréhension complète ». L'enjeu des exercices proposés est donc la prise de conscience « explicite » de cette notion : la notion d'équivalence est au cœur du processus mis en œuvre du CE2 au CM, pour qu' enfin soient exhibées la notation et les propriétés des puissances. Couronnant l'ensemble du dispositif, l'écriture du développement d'un nombre suivant la base dans laquelle il est initialement désigné, les calculs de changement de base sont alors accessibles aux élèves.

Le processus didactique ainsi présenté illustre une conception de l'enseignement caractérisée pat la totale interpénétration du mathématique et du pédagogique. La maîtrise des notions sous-jacentes à toute activité (et notamment les primitives, à l'origine du développement logico-mathématique de l'enfant) est le levier principal de toute mise en œuvre pédagogique. Le maître d'œuvre de ce processus de mathématisation doit donc maîtriser un environnement technologico-théorique suffisamment ouvert pour percevoir consciemment les objectifs notionnels qu'il vise dans l'étude des situations présentées. Par ailleurs la possible appropriation d'une telle démarche peut apparaître au lecteur comme le moyen de le délivrer de toute incertitude quant à la rectitude mathématique et pédagogique de sa posture.

S'il n'est pas dans les intentions des auteurs de ces ouvrages pédagogiques d'imposer des démarches cautionnées par les recherches en cours, il est toutefois évident qu'ils tendent à susciter la réflexion du lecteur sur les applications des modèles élaborées. Ainsi, les articles de G. Brousseau sont-ils censés éclairer l'entendement du lecteur sur certains des thèmes évoqués : citons par exemple : « Un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les naturels au CP et au CE1, *La Mathématique à l'école élémentaire,* APMEP, (1972) ; *Qui dira vingt ?* Dossiers pédagogiques de la radio et de la télévision scolaire, octobre 1974. Cette réflexion se limite cependant aux applications… Il ne s'agit pas de susciter la réflexion de l'élève maître ou de l'instituteur sur la pertinence même de la modélisation du « processus pédagogique ». La partie précédant le premier article cité, à savoir « Processus de mathématisation [199]», est *a priori* délibérément écartée : l'explicitation de la modélisation du « processus pédagogique » élaborée par G. Brousseau qui éclaire pourtant l'organisation des « leçons et séries d'activités » n'est pas évoquée. Eludant l'incidence qu'une approche en termes de structures peut avoir sur la modélisation des situations pédagogiques, des modèles mentaux de l'élève, des dialectiques pédagogiques (dialectiques de l'action, de la formulation

[199] G. Brousseau, (1972), Processus de mathématisation, APMEP, n° 282, pp. 57-70 ; Un exemple de processus de mathématisation : l'addition au CP et au CE1, pp. 71-84.

et de la validation), sur la conception du rôle du maître enfin, dans l'organisation du processus de mathématisation, le lecteur se doit d'adopter quelques postulats posés par le chercheur, à savoir par exemple, p. 71 : *« L'emploi précoce et familier d'une formalisation efficace m'a paru être une des clés du problème de l'enseignement de l'algèbre, de l'arithmétique et de la logique. Il m'a semblé que l'on pouvait gagner là plusieurs années si l'on arrivait à comprendre comment pouvait s'opérer l'acquisition d'un langage formel, la création d'une syntaxe, l'accroissement ou la reprise d'un répertoire. C'est au cours des deux premières années de scolarité que la question décisive de savoir si l'enfant disposera, à l'école primaire, d'une écriture mathématique, est tranchée et l'on ne peut faire de pari intéressant en enseignement élémentaire sans l'avoir d'abord en partie résolue ».*

En conclusion, ce que révèle les contenus des deux tomes de ce traité pédagogique nous paraît, à bien des égards, emblématique d'une conception « moderne » de la formation mathématique du futur maître : sensible aux turbulences que traverse l'enseignement élémentaire, elle se fonde tout à la fois sur une interprétation pragmatique du programme élémentaire de 1970 et sur l'exigence d'une formation théorique non pas de haut niveau, mais d'un niveau équivalent à celui d'un bachelier scientifique. Ne pouvant imposer une méthode pédagogique officielle, mais dans la nécessité de substituer à la méthode traditionnelle des directives pédagogiques rénovées, elle promeut une réflexion sur les déroulements pédagogiques issues des recherches innovantes, voire leur adoption (ces recherches et leurs applications bénéficiant d'une assez large diffusion). Ostensiblement, ce ne sont donc pas les manuels en usage, qui contrairement à ce qui s'opère au niveau de l'école, peuvent piloter la formation ; celle-ci est nourrie par les apports d'une recherche transposée à l'adresse des enseignants.

Le second ouvrage que nous analysons ci-dessous succinctement ne présente pas les mêmes caractéristiques ;

2) A. Thirioux, L. Sanchez, A. Chapeau, Formation initiale et continue, Collection mathématique contemporaine, Magnard, 1978.

Notons que les trois auteurs appartiennent au « corps » des professeurs d'école normale ; le premier est co-rédacteur d'ouvrages destinés aux élèves. L'ouvrage présenté comme cohérent avec l'esprit de la collection à usage des élèves est « caractérisé par un souci constant de sérieux et d'efficacité », ainsi que le signalent les auteurs.

Rassemblant 46 rubriques, de « Symbolisation » aux « Problèmes à l'école élémentaire », auxquelles s'ajoutent les « solutions des exercices pour les maîtres » et un index, l'ouvrage se décompose pour chacune d'entre elles en une partie « Théorie » et une partie « Applications pédagogiques ». Le manuel se présente donc comme un ensemble de leçons, suivies parfois d'exercices pour le maître, toujours accompagnées d'une liste d'activités illustrant les notions mathématiques abordées. Nous pouvons supposer qu'une de ses fonctions réside dans le fait qu'il peut constituer le livre de référence du maître désirant avoir une vision globale de l'ensemble des notions qu'il abordera à un niveau déterminé, manuel de l'élève à l'appui.

Examinons plus attentivement les chapitres consacrés à la numération et aux propriétés des nombres. Ils s'insèrent dans le sommaire, conformément au périple initiatique préconisé par les promoteurs de la réforme : après l'étude des notions d'ensembles, de logique, de relation, d'ensembles équipotents, de cardinal, après une exploration de l'ensemble N (ordre et opérations), le chapitre 20, (pp. 140-146), intitulé « Ecriture des entiers naturels. Bases » est introduit. Dans un exposé « magistral » où figurent des définitions, des exemples et des conclusions, sont données : la définition d'une base de système de numération, (nombre égal au cardinal de l'ensemble des naturels qui lui sont inférieurs), celle des chiffres (symboles désignant ces nombres inférieurs à la base) puis celle d'un « mot ». L'ensemble M des mots obtenus en juxtaposant les mots « chiffres », compte tenu de la règle interdisant de prendre pour chiffre le plus à gauche zéro, fait dès lors l'objet d'une étude permettant de le mettre en bijection avec l'ensemble N. Les auteurs définissent une application entre M et N, c'est-à-dire la relation qui à tout mot fait correspondre son développement polynomial suivant une base fixée ; le lecteur est conduit à suivre la démonstration que l'application est une surjection (recours à la division euclidienne préalablement présentée chapitre 19, liée un peu plus loin au « principe de groupement »), puis invité à prouver par lui-même que l'application est aussi injective. Des études d'exemples sont proposées en base quatre et dix, précédant des exercices d'écritures de cardinaux dans des bases diverses, de changements de bases, d'identification de bases – soit à partir de l'écriture d'un cardinal donné dans la base à déterminer – soit à partir d'opérations effectuées dans la base inconnue. Réminiscence des exercices « traditionnels », trouve place en dernière position l'exercice suivant (p. 145) : *« Combien utilise-t-on de caractères pour paginer un livre ayant 283 p. ? Pour paginer un livre, on a utilisé 300 caractères. Quel est le nombre de pages de ce livre ? ».*

Les « Applications pédagogiques » proposent trois rubriques : « Présentation des nombres de deux chiffres au Cours Préparatoire », « Présentation des nombres de trois chiffres au cour élémentaire » et « La numération en base dix à l'école élémentaire ». Pour la première, notons p. 145 : *« Avant d'étudier le nombre dix et son écriture, on présente les principes fondamentaux de la numération (groupement, position) en utilisant d'autres bases que la base dix (base trois, base quatre par exemple), ce qui permet d'éviter d'aborder simultanément ces principes fondamentaux et un nouveau nombre ».* La même démarche est proposée pour la seconde rubrique. Quant à la dernière rubrique, elle définit l'étendue des ensembles de nombres étudiés en fonction du niveau : jusqu'à 99 en CP, 1000 en CE1, 10 000 en CE2, 1 000 000 en CM1 (et nombres à virgule), tout nombre en CM2. Le guidage proposé ne doit pas être un carcan et ne peut suggérer que des possibles, soulignent les auteurs : certes, mais il semble indéniable que l'itinéraire réflexif du lecteur ne peut guère l'entraîner au-delà des sentiers proposés par les manuels. Les chapitres 22 (pp. 162-169) et 23 (pp. 170-172), consacrés respectivement aux « Congruences » et à la « Preuve par 9 des opérations dans N » renforcent cette hypothèse. La culture mathématique du maître doit être suffisante pour maîtriser les techniques que peuvent approcher peu ou prou les élèves : les notions sous-jacentes précèdent donc les applications pédagogiques qu'elles nourrissent ; il n'est cependant nullement question de « développements exagérés, inutiles à ce niveau ». La théorie des congruences se limite à l'étude du cas particulier des congruences modulo 9. La définition de la relation « a même reste dans la division par 9 », l'énoncé des propriétés la caractérisant comme relation d'équivalence, la détermination des classes d'équivalence constituent un premier bloc « magistral » ; la définition d'une addition dans l'ensemble des classes d'équivalence, ses propriétés, puis de façon analogue la définition d'une multiplication (sollicitant cette fois le lecteur pour en étudier les propriétés) déterminent une seconde partie. Sous le titre « Caractères de divisibilité par 9 », sont ensuite démontrées que toute puissance de 10 est congru à 1 modulo 9, (définition de la « multiplication dans les classes et induction), que le produit d'un naturel par une puissance de 10 est congru à cet entier modulo 9, et qu'enfin tout entier est congru à la somme de ses chiffres modulo 9. Le caractère de divisibilité par 9 est alors énoncé puis le lecteur est invité à reprendre toute l'étude en remplaçant successivement 9 par 2, 3, 5, 7 puis à généraliser pour n. Notons dans ce chapitre, l'absence de toute référence à la structure de groupe.

Les applications pédagogiques : elles recouvrent les objectifs notionnels du programme de 1970 pur le CM, à savoir, caractères de divisibilité par 2, 5, 9 et 3, préparation à l'étude de la preuve par 9 des opérations. La démarche présentée vise à la compréhension du caractère de divisibilité par 3 ; une progression suggérée propose d'étudier successivement les caractères de divisibilité par 5, 2, 3 et 9.

Caractérisons cette démarche : l'élève complète un tableau donnant les restes dans la division par 3 de la suite des nombres de 0 à 11 ; il observe ; il fait la représentation sagittale de la relation « a même reste dans la division par 3 que » ; il constate l'existence de trois restes différents : apparition d'un tableau où sont répartis les nombres en fonction de leur reste. Il est questionné (p. 169) : « *Un nombre quelconque peut-il être inscrit dans l une des trois colonnes […] dans deux colonnes différentes ? »* (Rappel pour le maître : chapitre sur les partitions). La désignation d'une classe est introduite (chiffre surmonté d'un rond) ; Il s'agit d'observer les éléments de la classe de 0 (l'aide du maître est « souvent nécessaire »). L'élève vérifie la règle, l'exploite pour déterminer des multiples de trois. Il est enfin amené à déterminer la classe d'un nombre modulo 3 : en binôme, l'un des élèves complète un tableau de nombres dont il s'agit de calculer la somme des chiffres, puis la classe de cette somme, l'autre effectue les divisions par 3, reporte la classe dans un autre tableau ; de la comparaison des deux tableaux doit émerger la règle. Si nous mettons en parallèle le déroulement suggéré, cette succession de micro-tâches qui permettent d'effleurer les notions implicitement évoquées par les techniques imposées, avec l'ouvrage élémentaire « Mathématique Contemporaine[200] », CM2, 1976, nous retrouvons, inséré dans une même organisation qui procède des ensembles aux techniques opératoires, en passant par l'écriture des nombres et les incontournables bases, un déroulement en partie isomorphe à celui proposé dans les chapitres relatifs à la divisibilité : 51- Divisibilité – divisibilité par 5 ; 52 – Divisibilité – divisibilité par 2, par 4 ; 53 – Divisibilité par 3, par 9 {I Divisibilité par 3, II divisibilité par 9, III Addition et multiplication des classes modulo 9}. De même, le chapitre 54 « Preuve par 9 » est le « répondant » de la rubrique proposée dans le manuel de formation : sont posées en remarques les conditions évoquées dans l'ouvrage de Cranney et Perrot, qui légitiment la pertinence de la preuve par 9 ; sont désignées à partir d'exemples ses insuffisances ; sont enfin proposées en applications pédagogiques, l'élaboration par les élèves de la table d'addition des classes modulo 9. L'interprétation que nous proposons, de cette conception de la formation peut apparaître restrictive ; en réalité, nous postulons que la lucidité des auteurs, c'est-à-dire, leur perception pragmatique des pratiques effectives des instituteurs confrontés à la mise en œuvre d'un programme dont ils ne peuvent appréhender les finalités épistémologiques, les conduit à privilégier le principe suivant : le manuel étant le recours premier de l'enseignant, celui-ci

[200] Thirioux, Gaspari, Leyrat, Mathématque contemporaine, CM2, Magnard.

doit assurer les fonctions que lui avait dévolues Condorcet. Suppléer aux insuffisances du maître (éclairage théorique, applications et non réflexions pédagogiques), proposer une programmation linéaire, cohérente d'un point de vue épistémologique et pédagogique, telles sont les finalités auxquelles peuvent prétendre répondre conjointement le manuel de formation et les ouvrages destinés aux élèves. Le manuel se révèle en effet un guide, permettant d'interpréter non pas un nouvel ordre pédagogique, (le schéma didactique que sous-tend la leçon extraite du manuel élève, n'est en rien innovante), mais une nouvelle organisation des savoirs. Ainsi, le chapitre consacré aux « Thèmes », (pp. 292-299), précise-t-il : *« Le mot « thème » revient fréquemment dans les revues pédagogiques. De qui s'agit-il ? Au lieu de découper d'une manière classique le programme, on se propose d'aborder des questions très diverses à partir d'un sujet déterminé ».* Certes, quelques exemples illustrent ce propos : « chemin et – topologie – sur une carte –horaires – mots ; mots et – mots équivalents – classes de mots – opérations dans les classes de mots… », le principe est éclairé ; mais les manuels de la collection « Mathématique Contemporaine » n'en préserve pas moins un découpage linéaire par notions et non par thèmes. La leçon « rénovée » garde en partie, sa configuration traditionnelle, imposée par un découpage temporel séquentiel…

Le contenu du chapitre consacré aux « Exercices et problèmes » confirme cette apparente tendance à « réactualiser » dans un souci de continuité, des pratiques inamovibles. Les auteurs se proposent (pp. 300-310) « d'indiquer quelques généralités concernant la place, la présentation, la structure des exercices et des problèmes ». Ils présentent préalablement une première classification : « Entraînement et fixation (exemple de techniques opératoires), recherche mathématique (illustrée à partir de la détermination exhaustive des sous-ensembles d'un ensemble), application des mathématiques à des situations réelles ». Si les notions « novatrices » détiennent, semble t-il, le monopole de l'activité de recherche, l'application des mathématiques aux situations réelles ouvre au lecteur le champ d'une réflexion nourrie par des principes « traditionnels »…

Il y a nécessité de choisir « une véritable situation réelle » : celle-ci réside dans le manuels scolaires dont il s'agit « d'adapter les exercices ». Comme en 1928, (référence à un rapport des inspecteurs généraux sur le calcul), la « méthode des problèmes-types » est proscrite, tout comme la recherche collective du problème. Par contre, les deux méthodes explicitées dans le rapport des inspecteurs généraux (non daté, *a priori,* contemporain du précédent) que citent les auteurs, à savoir, « la méthode analytique ou régressive », « la méthode synthétique ou progressive » donnent lieu à deux exemples, qui permettent aux auteurs de conclure (p. 305) :

« Lors de la résolution d'un problème concret, il est indispensable de donner aux enfants l'habitude de bien dissocier diverses phases ;

1° On réfléchit, on cherche (il semble qu'on procède par une double démarche rapide des données aux inconnues et des inconnues aux données (référence implicite à la méthode analytique) *comme on perce un tunnel à partir de 2 versants), on explore la situation, on la mathématise. C'est l'occasion pour dessiner des diagrammes, faire des schémas…* (référence implicite à la méthode synthétique).

2° On utilise les outils mathématiques adéquats, et dans cette phase, on ne fait plus référence au concret.

3° On interprète les résultats.

A côté de ces observations, somme toute assez conservatrices, émergent des thèmes novateurs ; l'étude de la structure d'un problème (liaisons logiques entre les questions d'un problème) peut permettre aux élèves de se préparer au raisonnement déductif.

Les auteurs présentent encore les « Divers moyens techniques de résolution de problèmes » : privilégiant les plus fréquemment utilisés, ils relèvent les « Equations », (exemple d'un problème additif), les tableaux (combinatoire, opérateurs, proportionnalité, graphe de bijections…), et enfin l'arbre de choix.

La résolution de problèmes telle que la présente les auteurs, comprend évidemment un caractère novateur : les techniques de résolution ne recouvrent plus le seul champ des techniques opératoires, celles-ci s'intégrant vraisemblablement à la panoplie des « outils mathématiques » ; la phase de recherche, de modélisation est explicitement mise en évidence mais il y a encore l'insistance des auteurs à souligner une certaine continuité avec les méthodes « classiques », leur souci de développer un thème en lien avec l' « ancien » bien succinctement évoqué dans les Instructions officielles. C'est la raison pour laquelle nous postulons que les besoins en savoirs théoriques et pédagogiques esquissés à travers les contenus de l'ouvrage, diffèrent sensiblement de ceux définis en partie par Ch. Cranney et G. Perrot : la culture théorique du maître doit lui permettre de maîtriser les notions abordées à l'école élémentaire, elle ne s'élève guère au-delà d'une culture mathématique primaire qui apparaît prédéterminée ; la culture pédagogique du maître résulte d'une actualisation des méthodes pédagogiques, méthodes qui préservent une organisation pédagogique classique (leçon, exercices, problèmes, progression linéaire) mais renouvellent les techniques à disposition de l'élève pour effectuer des tâches relatives à des notions « nouvelles ». Cette conception « pragmatique » qui distingue les deux dimensions (posées comme indissociables par les promoteurs de la réforme), à savoir, les dimensions mathématique et pédagogique de la rénovation, privilégiant la première en accommodant la seconde, est encore celle que révèle, nous semble t-il, la démarche proposée dans la collection « Itinéraire mathématique ».

Illustrons ce propos à l'éclairage de l'ouvrage destiné à la classe de CM2[201]. La présentation des « éléments de mathématique » est une transposition fidèle des principes développés dans les Instructions officielles ; c'est donc en termes de situations que les auteurs précisent leur démarche. Tout point de départ est « une situation susceptible d'éveiller leur intérêt, de susciter une recherche ». Cette situation est « presque toujours concrète », sa « présence assure un soutien permanent à l'activité mathématique ». « *La vie courante n'est pas exclue de ces problèmes, bien au contraire, et dans ce domaine, on ne craint pas d'attirer l'attention des enfants sur certaines questions largement exploitées à notre époque, telles que pourcentages, statistiques, probabilité, etc. ».* Tout en préservant la « dimension utilitaire » de l'enseignement mathématique, la définition élargie de la notion de situation permet donc d'établir une continuité avec les finalités des mathématiques traditionnelles. Mais c'est plus précisément dans le sommaire de l'ouvrage, dans le schéma pédagogique que sous-tendent les leçons, que se révèle la résistance d'une organisation pédagogique traditionnelle. Le sommaire annonce 92 leçons, qu'il convient implicitement d'inscrire dans une programmation temporelle annuelle. Les leçons portent sur des notions (hormis peut-être quelques situations : un chapitre, « Cheminement » (ch. 15), des situations intégrées dans les rubriques « problèmes » ou présentées succinctement en introduction). Nous pouvons relever parmi ces leçons :

1. Ecrire et nommer les nombres naturels – Le système décimal (un peu d'histoire).

2. Autres systèmes de numération ; groupement par 3 ; groupement par 12 .

5. Numération – Système binaire.

38. Multiples – Diviseurs d'un nombre naturel.

39. Nombres premiers.

45. Restes d'une division par 2 – par 5 – par 3 – par 9 (*propriétés des restes ; critères de divisibilité*).

La leçon 38 s'organise par exemple sur le schéma suivant : Multiples, exemples, définition, exercices d'application ; Diviseurs, liste de diviseurs, synthèse, vocabulaire

[201] M.A. Touyarot, Cl. Hameau, Mathématique au CM2, Collection Itinéraire mathématique, Cours complet, F. Nathan, (1976).

« multiple », « diviseur », exercices d'application ; Problèmes (thèmes portant sur les calendriers, les années bissextiles, mettant en œuvre l'usage implicite du PPCM). La leçon 39 introduit la définition, une « propriété curieuse » (la décomposition en produit de facteurs premiers), la recherche des nombres premiers (le crible d'Eratosthène). D'évidence, il convient de penser, que le maître familiarisé avec quelques notions nouvelles, n'a pas à transformer radicalement le déroulement pédagogique de sa leçon.

Dans cette conception pragmatique de la rénovation, le programme d'études étant défini à partir d'une interprétation des I.O. privilégiant l'émergence de nouveaux « êtres mathématiques » et éludant parfois le caractère transitoire de leur fonction (les bases, par exemple), mettant l'accent sur de nouveaux modes de représentations (schémas, graphes, arbres), il s'agit prioritairement d'implémenter un curriculum « actualisé » dans une organisation pédagogique fidèle à l'organisation traditionnelle.

Nous avons donc cru pouvoir discerner deux conceptions de la rénovation à travers ces deux ouvrages destinés en particulier aux futurs maîtres : dans les deux, il semble que les besoins en savoirs mathématiques nécessitent une culture isomorphe à celle définie par les programmes de l'enseignement secondaire scientifique (cette remarque étant toutefois à relativiser si nous nous référons uniquement au second ouvrage étudié) ; les divergences résident essentiellement dans leur interprétation de la rénovation pédagogique. Dans l'ouvrage de Cranney et Perrot, la réflexion pédagogique suscitée par les études relatives aux expériences menées ne conduit pas à des directives possibles ; elle définit un itinéraire réflexif, balisé par les apports d'une recherche expérimentale appliquée à des notions précises. Dans l'ouvrage d'A. Thirioux, les applications pédagogiques évoquent les dispositifs permettant de faire vivre des notions actualisées dans un environnement pédagogique qui ne peut radicalement se transformer ; le recours au manuel, garant de la stabilité de l'organisation pédagogique (une progression dans le savoir congrue à un découpage temporel) semble implicitement désigné comme un levier de commande de la réforme.

2. 3. F. 2. De l'influence d'un troisième courant rénovateur ; la mobilisation des formateurs dans la « Recherche –Action », le groupe ERMEL.

Il n'est point dans notre intention de négliger l'importante contribution que les publications des IREM (celles de Bordeaux en l'occurrence si nous nous référons à la bibliographie publiée dans les actes du colloque de Bombannes), de la COPIRELEM, de l'APMEP, ont pu avoir sur la définition et les fonctions du savoir enseigné dans les écoles normales. Nous ne ferons pas davantage référence à des ouvrages tels que ceux publiés dans le cadre du « Projet mathématique Nuffield[202] » ou encore aux « 6 thèmes pour 6 semaines » d'André Myx, Cedic, (1977) : le parti pris des auteurs de promouvoir l'organisation d'une étude privilégiant les thèmes, et de fait une démarche pédagogique favorisant l'autonomie de l'élève, (les problèmes de Nuffield sollicitent celui-ci, en le questionnant à la manière « socratique), de réfuter tout principe d'un découpage linéaire du savoir à enseigner, est à mettre en parallèle avec la position des auteurs britanniques Fletcher et Wheeler.

Nous portons spécifiquement notre attention sur les ouvrages publiés par l'Equipe de Recherche Mathématique à l'Ecole Elémentaire, parce que nous supposons que ceux-ci reflètent l'image assez fidèle de la mathématique et des méthodes pédagogiques transmises au sein de l'institution de formation des maîtres, depuis l'élaboration du premier ouvrage en 1977.

Nous fondons cette supposition (sans éluder, comme nous l'avons signalé d'autres sources d'influence) sur les faits suivants :

Les ouvrages sont le fruit d'une collaboration entre chercheurs de l'INRP, professeurs d'écoles normales et instituteurs : la légitimité des contenus présentés relève de divers niveaux de détermination – recherche pédagogique – écoles normales – écoles primaires.

La conception de l'apprentissage qu'ils défendent tient compte de l'évolution des courants tant pédagogiques que didactiques. Cette conception procède donc d'une transposition « pragmatique » de théories permettant des approches croisées des situations d'apprentissage.

Ils révèlent certes, une certaine sensibilité aux évolutions que doivent générer les nouveaux programmes de 1977, 1978, 1980 ; l'ouvrage de CP, publié en 1977, se caractérise peut-être comme la crête d'une déferlante rénovatrice, précédent son brusque reflux, mais la conception de l'apprentissage des auteurs, éclairée par des recherches qui évoluent elles-mêmes, semble fort bien s'accommoder des contraintes institutionnelles fixées par les législateurs. Les grandes finalités définies par la réforme de 1970 restent, semble t-il, les lignes de force d'un enseignement mathématique élémentaire compatible avec la nouvelle mission de l'école. Citons à ce propos N. Gaudelet[203], co-responsable de la rédaction d' «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire », cycle moyen, (1981) SERMAP

[202] Je fais et je comprends (1967) – La mathématique commence (1967) – Problèmes (1973) (série verte, série rouge) OCDL
[203] N. Gaudelet, Les maths « modernes » et après ?, dossier « les mathématiques », J.D.I., n° 8, avril 1988.

HATIER. Soulignant dans un article du « Journal des instituteurs et des institutrices », les dérives interprétatives des instructions de 1970, à savoir, l'introduction des ensembles et des bases considérés abusivement comme objets d'apprentissage et non point comme outils d'intelligibilité, elle éclaire encore le contexte dans lequel émerge la question du bien fondé de l'évolution des contenus d'enseignement et par suite, la rédaction de nouveaux programmes perçus « comme un retour aux mathématiques traditionnelle ». Cette dernière perception est un leurre ; ainsi écrit-elle : *« Il nous semble utile des les rappeler* (les considérations générales de la circulaire du 2 janvier 1970). *Elles devaient sous-tendre la mise en place de la réforme dont les idées sont reprises tant dans les instructions de 1977, 1978, 1980 que dans celles en vigueur* (celles de 1985) *»*. Ces considérations (scolarité prolongée, évolution de la pensée mathématique, approche correcte et compréhension réelle des notions mathématique…) reprises et réinterprétées en toute continuité avec les commentaires originels nous permettent, semble t-il, d'attester de l'apparente compatibilité entre la conception pédagogique des rédacteurs des ouvrages de la collection ERMEL et les finalités désignées par les I.O. Mais peut-être devrions-nous plutôt souligner la marge d'interprétation que peuvent laisser ces programmes officiels et la capacité des équipes de recherche-action à adapter leurs expérimentations à des contraintes officielles qu'ils ont pu, en partie, anticiper.

Les ouvrages étudiés : Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire – Cycle préparatoire, SERMAP O.C.D.L. (1977) – Cycle élémentaire (tome 2), SERMAP O.C.D.L. (1978) – Cycle moyen (tome 1), SERMAP Hatier (1981).

Ne s'adressant pas spécifiquement à des élèves-maîtres mais à l'ensemble des acteurs des systèmes d'enseignement et de formation, les ouvrages comprennent une partie « Aspects théoriques et objectifs pédagogiques », analogue *a priori* aux ouvrages préalablement étudiés. Leur organisation générale diffère sensiblement suivant qu'il s'agit du manuel de CP - une seconde partie consacrée à la « Progression », une troisième partie portant sur des « Séquences pédagogiques », du tome 2 du manuel de CE (ouvrage dans lequel se trouvent les notions que nous privilégions) – une deuxième partie scindé en deux blocs - progression en CE1 – progression en CE2, du tome 1 du manuel de CM (tome privilégié pour la raison évoquée précédemment) – un chapitre « Numération et opérations » distinguant plusieurs rubriques : Objectifs, Activités au cycle moyen, Numération au CM1, Opération au CM1, Numération et opérations dans N et D au CM2.

Le fait de disposer de documents publiés pendant la période où sont officialisés les nouveaux programmes de l'école primaire nous amène d'une part, à caractériser la nature des savoirs mathématiques et pédagogiques répondant aux besoins de la formation des maîtres tels qu'ils peuvent être appréhendés par les auteurs des ouvrages, d'autre part, à identifier une éventuelle évolution de ces besoins liée à trois types de contraintes : les transformations des programmes, les avancées des recherches, la mise en place d'une programmation du savoir inscrite dans la durée du temps scolaire de l'école élémentaire.

Présentons tout d'abord les enjeux auxquels sont censés répondre les principes qui président à l'élaboration de ces ouvrages ; diffèrent-ils sensiblement au cours du temps ou confirment t-ils la résistance des finalités des programmes de 1970, évoquée par N. Gaudelet ? Il convient de souligner que l'hypothèse d'une évolution possible n'est pas à écarter, mais qu'elle ne peut se traduire en terme de rupture : la cohérence des équipes réunies autour d'un responsable « inamovible » J. Colomb, la résistance d'un noyau constitué par M.N. Audigier (INRP) et Y. Clavier (E.N. de Versailles), révèlent *a priori* le principe d'une parfaite continuité.

L'avant-propos qui en 1977, nous livre les principes organisateurs de l'ouvrage de CP, met en exergue la co-fécondation de la mathématique et de la pédagogie des mathématique, p. 9 : *« [...] les savoirs mathématiques constituent non seulement le point d'arrivée de la pédagogie des mathématiques, mais aussi- de façon implicite pour les élèves et plus explicite pour l'enseignant- son point de départ. Ces savoirs constituent donc une référence permanente qui doit orienter la démarche, structurer les démarches, normer et contraindre l'imagination des pédagogues. Eclaircir les voies de passage qui vont du mathématique au pédagogique et du pédagogique au mathématique a constitué notre souci principal ».* Les objectifs généraux déclinent à nouveau les finalités affichés dans les instructions officielles : l' « initiation au langage mathématique » nécessite que « faire des mathématiques » ne se réduise pas à « savoir des mathématiques » mais à la « fréquentation journalière » d'êtres mathématiques (référence des auteurs à N. Bourbaki). Ecartant la pertinence du principe de l'utilité sociale, professionnelle de la mathématique », soulignant le caractère pernicieux d'une utilité scolaire (réussir mais dans quel sens ?), c'est en terme d'acquisition d'un langage structuré et structurant que se justifie l'apprentissage de la mathématique, p. 15 : *« Bref, l'apprentissage des mathématiques, au niveau le plus modeste, pourrait être considéré comme l'appropriation d'un nouveau langage, d'une langue structurée et qui se révèlerait structurante ».* Du nécessaire travail d'articulation, ou plus précisément de rupture, entre les deux registres de la langue, la langue maternelle et la langue mathématique, résulte donc la caractérisation de la tâche du pédagogue, p. 16 : *« Ainsi, la tâche des pédagogues semble* *devoir se déployer dans deux directions : d'une part, en direction du travail sur les écritures, sur l'élaboration des symboles, sur la mise à jour des règles qui rendent certaines écritures licites, d'autres incorrectes, certains énoncés ambigus, d'autres inutiles ; d'autre part, en direction du travail sur le raisonnement, qui est pour de jeunes enfants un travail dans la langue orale (et peut être seulement un travail sur la langue orale au CP) ».* Forts, semble t-il, de leurs expériences, les auteurs évoquent encore le risque pédagogique qui consiste à confondre la « pédagogie de l'action sur les choses » et la pédagogie du « concret ». Ainsi, p. 18, *« La notion de manipulation semble donc devoir être non abandonné mais élargie. Manipuler, ce n'est pas seulement manier des objets physiques. En tant qu'elle est activité opératoire, la manipulation peut porter aussi bien sur des choses, que sur des opérations ou même sur des symboles ».* Le pédagogue doit faire en sorte, que pour l'élève, avec ou sans matériel, faire des mathématiques, ce soit « penser ».

La présentation de l'ouvrage de CM, rédigé par G. Belbenoit, doyen de l'Inspection Générale de la formation des maîtres, décrit un travail qui en continuité avec les précédents, est garanti comme un « produit » adapté « aux besoins des enfants ». L'ouvrage répond encore aux finalités que prévoyaient les programmes de 1970 : *« Les maîtres y trouveront mieux que des recettes : des indications directement utilisables pour guider les enfants dans leurs activités mathématiques ; de quoi approfondir ainsi leur propre réflexion sur la finalité réelle de ces activités et sur les conditions de leur fécondité ».* L'auteur souligne encore l'adéquation de l'ouvrage avec les instructions nouvelles : *« Parce qu'on est au cycle moyen (et comme dans les instructions qui viennent de paraître), l'accent est mis sur la résolution de problèmes. Et à cette lecture le non-spécialiste comprend que si les mathématiques méritent à l'école primaire le statut de discipline fondamentale, c'est dans la mesure où, bien comprises, elles constituent une authentique activité d'éveil ».* Anticipant les instructions de 1980, ou plus exactement interprétant les instructions de 1970 dans le sens qu'il convenait, semble t-il, de leur donner, l'ouvrage présente encore aux yeux du doyen un autre avantage : *« On se préoccupe à juste titre actuellement de la culture des instituteurs (et de leurs inspecteurs) ; Ce livre arrive à point nommé. La riche expérience qu'il renferme complètera utilement les récentes instructions officielles et facilitera leur mise en œuvre ».*

L'avant-propos ne fait, par contre, aucune allusion aux nouveaux programmes. L'ouvrage « constitue à la fois un bilan de recherche et un manuel de travail pour les maîtres du cycle moyen ». Il présente les lignes de force du travail exposé, les caractéristiques de son contenu : *« Dans ce premier tome, après avoir tenté de préciser ce qu'est pour nous une* *activité mathématique à l'école élémentaire et montré comment il est possible pour l'enfant de construire ses connaissances mathématiques, nous proposons des activités relatives aux thèmes suivant : problèmes, calcul mental, algorithmes, numération et opérations… ».* L'ouvrage se présente en continuité avec ceux précédemment publiés ; l'influence des Instructions officielles de 1970 demeure (présence des thèmes, absence d'un découpage linéaire, perspective à long terme[204]). Par contre, les auteurs mettant effectivement l'accent sur les problèmes (thème non absent mais peu développé en 1970), insistent encore sur « l'importance des activités d' «entretien » et des activités d' « évaluation ». Cette préoccupation illustre assez bien l'esprit plus « pragmatique » qui anime les nouveaux programmes.

Dans les objectifs généraux sont définis quelques uns des enjeux de l'enseignement mathématique : ceux-ci sont-ils distincts de ceux envisagés en 1977 ? Ils répondent à « la nécessité pour chaque enfant d'accéder à une culture scientifique » : cette nécessité pilotait déjà les dispositifs pédagogiques précédents. Evoquons maintenant la conception de l'activité mathématique définie par les auteurs : sa caractérisation n'est point en contradiction avec l'esquisse plutôt formelle proposée en 1977 ; plus encore, elle tend à concilier deux approches complémentaires, une première qui l'affilie aux activités d'éveil, une seconde, proprement dite mathématique, qui la relie à sa dimension « langagière », à l' « appropriation d'une langue structurée et structurante ». Le point de vue des rédacteurs est en effet, le suivant p. 9 : *« Il n'y a activité mathématique que s'il y a production d'un langage, élaboration de modèles, transformation d'écritures. Dans ce cas, le temps consacré à l'activité mathématique est considérablement réduit. En effet, une très grande partie de la séance de mathématique est consacrée à des observations, à des manipulations, à des expériences qui préparent l'activité mathématique ultérieure ».*

En quels lieux réside donc l'évolution, tant est qu'elle existe ? Il semble que c'est dans les principes qui peuvent éclairer la conception d'une pédagogie du calcul opératoire qu'elle puisse s'immiscer. En s'appuyant sur une analyse comparée des éléments pertinents ou obsolètes de la pédagogie traditionnelle (les habitudes, la mémorisation outrancière), en précisant les limites présentées par les pédagogies concentriques et progressives (du facile au complexe, du concret à l'abstrait), en évoquant les controverses générées par les méthodes actives (référence à Claparède et Freinet) et en analysant les démarches d'apprentissage

[204] « Enfin, le cycle Moyen apparaît comme le premier temps fort dans le développement de certains comportements : aptitude à chercher, à communiquer, à démontrer, à justifier. Ces comportements encore mal assurés, devront s'affirmer, s'affiner tout au long de la scolarité ». p. 7.

éclairées par la « Didactique des mathématiques », à savoir, la voie privilégiant l'apprentissage des structures (Dienes), celle favorisant « la construction du savoir par l'élève », (la théorie des situations), les auteurs caractérisent les éléments qui fondent leur démarche. Si celle-ci privilégie en 1981 la construction du savoir par l'enfant, elle n'en apparaît pas moins comme le produit d'un processus : ce principe éclairait-il explicitement la démarche envisagée en 1977 ? Le statut provisoire que les rédacteurs confèrent d'ailleurs en toute « humilité » au bilan de leurs travaux tend à confirmer ce constat : ce sont donc dans les principes pédagogiques, empruntés à des cadres théoriques et mis à l'épreuve des réalités du terrain que résident les facteurs d'évolution. La réhabilitation explicite du calcul sous toutes ses formes (mental notamment), de la résolution de problèmes, que promeut avec insistance le nouveau programme de CM de 1980, peut être mise en parallèle avec ce constat de l'équipe ERMEL : deux points essentiels, l'apprentissage à la résolution de problèmes, qu' « il est difficile de rattacher à l'une ou l'autre théorie » (celles de la didactique des mathématiques), « la place de l'exercice », qui tend à justifier de la pertinence d'une certaine forme de « mémorisation, d'automatisme», nécessitent l'élargissement du champ d'une recherche-action pédagogique hors des sentiers tracés par les I.O. de 1970, et en partie, hors des cadres théoriques censés les baliser.

S'il nous est permis de supposer que ces ouvrages peuvent se définir comme des ouvrages de référence pour les professeurs d'écoles normales, que les démarches pédagogiques qu'ils développent, sont pour les raisons évoquées précédemment légitimées tant du point de vue épistémologique que des points de vue pédagogique et institutionnel, il nous est dès lors possible de mettre en évidence l'émergence d'une instance dont la fonction s'avère déterminante dans la préservation d'une institution de formation des maîtres articulant culture générale et formation professionnelle. La culture indissociablement mathématique et pédagogique du maître est désormais pilotée au sein des écoles normales par une institution, qui tout en s'adaptant aux contraintes conjoncturelles, préserve encore aujourd'hui les principes indéfectibles d'une mathématique du futur maître liée à la pratique « ordinaire ».

Examinons plus précisément les savoirs mathématiques qui peuvent définir la culture du maître. Quels sont les savoirs mathématiques, points de départ et d'arrivée, requis pour mettre en œuvre une démarche pédagogique opératoire ?

Conformément à l'itinéraire initiatique conduisant au concept de nombre puis à la numération, les rappels théoriques proposés dans le premier paragraphe de la première partie de l'ouvrage de CP évoquent l'ensemble des notions abordées dans les autres manuels. Le point qui nous semble spécifique réside dans le souci des auteurs de présenter une axiomatisation de la construction des nombres naturels (chapitre 7, pp. 62-76) dont l'enjeu est d'éclairer la démarche pédagogique proposée en CP. La distinction entre nombre ordinal et nombre cardinal les conduit donc à présenter la « construction d'une suite d'ensembles « emboîtés » », à présenter la « définition d'un ordinal », la « notion de cardinal » et enfin les « Ordinaux finis et cardinaux finis : nombres naturels ». Les savoirs mathématiques se définissent comme au point de départ de la démarche pédagogique mise en œuvre ensuite. De ce fait, se trouve justifiées les deux propositions des auteurs relatives à l'introduction de la numération : la voie « groupement-échanges » qui sous-tend un travail ultérieur sur l'ordre ; la voie « compteurs », qui procède de l'analyse d'une suite ordonnée d'écritures à l'explicitation des règles d'échanges et de groupements au niveau du dénombrement. Le contenu théorique relatif à la numération et destiné au maître, recouvre l'ensemble des apports présents par exemple dans l'ouvrage de N. Picard : nous ne nous attarderons pas sur une analyse comparée des deux ouvrages ; des rubriques analogues mettent en évidence la maîtrise d'une technologie historique et mathématique qui éclaire les principes de la numération positionnelle. Il nous semble par contre essentiel d'insister sur le souci des auteurs de présenter un exposé explicitement référé à une théorie mathématique, de relever encore l'éclairage théorique que les notions d'ordinal, et de cardinal portent sur la démarche didactique préconisée pour la construction du nombre. Nous n'éluciderons pas plus les caractéristiques que l'approche pédagogique des auteurs permet d'appréhender dans les descriptifs et analyses de situations expérimentées (buts des activités, tâches des élèves, découpage d'une organisation temporelle en différentes phases, « renforcement »…). Nous relèverons seulement l'existence de situations ayant conservé jusqu'aujourd'hui une certaine « publicité », le jeu du banquier (aspect groupement-échanges), les compteurs (aspect algorithmique), le dictionnaire de nombres (emprunt explicite à l'ouvrage de N. Picard).

L'ouvrage de CE, en continuité avec le précédent, présente pour le chapitre « Numération » un plan permettant d'aborder les aspects théoriques, « Les caractéristiques des différents systèmes de numération » avant une présentation de cette notion au cycle élémentaire. Sont ainsi précisés et articulés (p. 8) :

I. Les caractéristiques de la numération.

1.1 Base de numération.

1.1.1. Construction algorithmique.

1.1.2. Construction par groupements successifs.

1.2. Notation exponentielle – Décomposition canonique d'un naturel.

[…]

1.3. Classification des numérations.

1.3.1. Numération d'addition.

1.3.2. Numération hybrides.

1.3.3. Numération de position.

1.3.3.1. Caractéristiques.

1.3.3.2. Le zéro.

1.4. La numération orale.

II. La numération au cycle élémentaire.

L'organisation du savoir ainsi présenté rend compte d'une part, des connaissances mathématiques requises pour maîtriser les savoirs à enseigner, d'autre part, des liens que ces connaissances entretiennent avec la démarche pédagogique préconisée : il conviendra de souligner le rapport de la numération orale avec les numérations hybrides. Les objectifs relatifs à la numération au cycle élémentaire peuvent être dès lors explicités : un travail sur les écritures des nombres convoquant leurs règles de fonctionnement (le travail sur les bases se révélant un moyen et non un but en soi), un travail sur les diverses écritures permettant de renforcer la familiarité des élèves avec le nombre, avec ses propriétés, enfin la mémorisation d'un répertoire minimal pour la numération orale. En CE1 sont repris le jeu du banquier, l'utilisation des compteurs ; parallèlement à un travail sur l'ordre des écritures sont ensuite introduites les décompositions d'un nombre suivant les puissances de la base. En CE2, les activités convoquant respectivement les liens de la numération avec les décompositions additives, avec l'ordre, les activités favorisant la mémorisation des mots du lexique oral et la maîtrise des règles de construction des noms des nombres inférieur à 10^6, soulignent à nouveau la fonction éclairante des apports théoriques sur le processus pédagogique mis en place.

L'ouvrage de CM ne comprend plus, en ce qui concerne la numération, d'éclairage mathématique : les apports des ouvrages précédents circonscrivent semble-t-il, la culture mathématique nécessaire au maître. Le périple proposé aux élèves les conduit à se familiariser aux numérations complexes (pp. 135-138), aux numérations anciennes (pp. 139- 143), avant de revenir au système décimal. Les savoirs théoriques engrangés par le maître (ceux que définissent l'ouvrage de CE) apparaissent comme plus directement transposés à l'adresse de l'élève : celui-ci, au terme d'une progression dans laquelle il nous faut souligner le rôle des activités de calcul mental, s'est désormais approprié les règles de fonctionnement de la numération écrite et parlée ; il a en partie parcouru le cheminement théorique proposé au maître dans le manuel de CE.

Si la numération, définitivement découplée du système métrique, tend à s'inscrire dans un environnement mathématique « stabilisé », qu'en est-il des propriétés des nombres ? Ont-elles un habitat en 1981 dans l'ouvrage de CM ?

Il est inutile de rechercher un chapitre spécifique portant sur les congruences, la divisibilité ou la preuve par 9. Elles existent pourtant, exilées au fin fond du chapitre 5, « Division », pp. 190- 223. Présent sous la rubrique « Division dans N au CM2, le paragraphe IV « Division et divisibilité » (pp. 215- 223) atteste de la résistance de notions qui n'existent plus explicitement dans le programme de 1980. Sans légitimer davantage l'existence de cette rubrique, les auteurs définissent des objectifs qui mettent notamment en avant les procédures possibles, c'est-à-dire des procédures de calculs permettant de solliciter la réflexion de l'élève sur les propriétés des opérations, sur les propriétés de la numération. Ainsi écrivent-ils, p. 215 :

« L'objet des activités proposées dans ce paragraphe est de conduire les élèves à :

-élaborer des procédures permettant de déterminer rapidement le reste de la division d'un nombre par un autre.

-élaborer et utiliser des procédures particulières pour savoir si un nombre est multiple de 2, 4, 5, 3 ou 9 (ou pour trouver le reste de la division d'un nombre par ces naturels) ».

Le rôle du maître consiste notamment à familiariser les élèves avec le vocabulaire, à mettre en évidence les équivalences entre les expressions permettant de caractériser la notion de multiple. La première situation proposée « Restes dans la division par 7 » a pour support un tableau de nombres : suite des nombres à partir de 0 répartis dans un tableau de 7 colonnes. La situation n'est pas nouvelle, son exploitation diffère pourtant en partie : l'un des enjeux va consister à identifier la colonne à laquelle appartient un nombre, sans effectuer la division classique. L'élève peut donc décomposer le nombre sous la forme de multiple de 7, user d'une technique voisine de l'algorithme mais sans calcul du quotient, voire passer à la décomposition canonique du nombre. C'est donc en terme de réinvestissement des notions préalablement abordées que peut se justifier une telle activité. Introduite à l'aide de supports analogues, la divisibilité par 2, 4, 5 impose aux élèves de convoquer leurs connaissances sur la numération et sur le répertoire multiplicatif. La divisibilité par 3 et par 9 conduit après de possibles procédures s'appuyant sur la décomposition des nombres sous forme de multiples de 3 ou de 9 à l'explicitation des critères usuels (décomposition canonique, reste des puissances de 10 dans la division par 3 ou par 9). Les exercices de renforcement, mais aussi des problèmes sont ensuite proposés. Ainsi :

« - Quelqu'un dit : « Cette année mon âge est un multiple de 7. L'an prochain, mon âge sera un multiple de 5 ». Quel peut-être l'âge de cette personne ?

- Pierre range ses billes en tas ; S'il fait des tas de 5, il lui reste deux billes et s'il fait des tas de 9, il lui reste 1 bille. Il m'a dit qu'il avait moins de 100 billes. Peut-on savoir combien il en a ? ».

Ces notions peuvent donc encore être légitimées parce qu'elles conduisent à la résolution de problèmes. Les auteurs émettent par contre, à l'égard de la pertinence de la preuve par 9, un jugement fort réservé… *« Le seul intérêt serait alors de démystifier la sacro-sainte croix de « la preuve par 9 » ; c'est-à-dire d'expliciter son mécanisme (en particulier pourquoi avoir choisi 9 et pas 7), d'en discuter la fiabilité et donc de valoriser les autres moyens de contrôler des calculs que les élèves connaissent ».* Ils n'en exposent pas moins, prudence oblige, l'exemple de l'addition et de la multiplication et une justification générale..

S'il va de soi que l'ouvrage de cours moyen élude ce que pourraient être les éléments d'une théorie de la divisibilité nécessaires à l'entendement du maître, il demeure que la divisibilité reste un savoir à enseigner à l'école primaire : les finalités ambitieuses qui pouvaient justifier de sa présence dans l'esprit des réformateurs, à savoir une approche des congruences, des arithmétiques finies, de la structure de groupe, ne sont certes plus invoquées ; elles doivent à la numération, comme à l'origine, au nouveau statut du calcul et de la résolution de problèmes désormais, de rester inscrite dans ce programme officieux de l'école primaire et par conséquent implicitement dans le plan d'études d'une formation qui peut en éclairer les contenus.

Nous pensons donc avoir identifié un certain nombre d'éléments qui tendraient à montrer qu'une certaine composante de la formation mathématique des futurs maîtres, celle qui se fonde sur une articulation théorie-pratique éclairée par la recherche-action, est compatible d'une part, avec les modifications qui vont affecter les programmes de l'école primaire entre 1980 et 1995 (nous nous appuyons sur l'analyse de N. Gaudelet) et peut échapper, d'autre part, en terme de composante minimale, disciplinaire et didactique, aux réorganisations structurelles, temporelles imposées au niveau de la politique officielle.

3. La « contre-réforme » et ses suites.

Abordons préalablement le premier point, c'est-à-dire, les modifications apportées au programme de 1970.

<u>3. 1 Les programmes de l'école primaire après 1970 et avant 1995 : des effets d'une contre-réforme inévitable</u>.

Si les dérives engendrées par une interprétation « abusive » des programmes de 1970, sont parfaitement appréhendées par les promoteurs de la réforme et l'opinion publique, il convient de préciser que ces dérives révèlent en réalité un double dysfonctionnement : l'inadéquation des méthodes pédagogiques (entendues dans leur généralité) avec les nouveaux objectifs de l'école ; la dénaturation d'un programme d'enseignement où les moyens mis à disposition du pédagogue, deviennent, faute d'information, des objets à enseigner.

La « Pédagogie par objectifs » qu'éclairent les orientations exprimées par la loi du 11 juillet 1975 est censée pouvoir écarter le premier obstacle. Ainsi que l'explicite le ministre de l'éducation, René Haby, dans un numéro spécial du Courrier de l'Education, en avril 1976 :

« Une éducation moderne se proposera désormais de faire acquérir à l'élève non seulement certaines connaissances culturelles mais aussi des méthodes de pensée et d'action, des capacités (être capable de ...) et des comportements intellectuels, manuels, sociaux, etc.

La démarche qui conduit à l'élaboration des programmes s'en trouve inversée. Il convient de fixer d'abord avec précision les objectifs à atteindre, puis d'en déduire les contenus et les méthodes propices à la réalisation de ces objectifs ; [...]

Dans sa classe, le maître va devoir jouer un double rôle : faciliter l'acquisition du savoir, de la méthode, et de la logique propre à chaque discipline enseignée ; se préoccuper en même temps d'utiliser ces apports pour susciter le développement des capacité, d'attitudes, de traits de personnalité, dépassant le seul cadre de la matière enseignée[205] *».* Les fonctions du maître, induites par les deux missions qui lui sont conjointement dévolues, relèvent explicitement d'un domaine de formation dans lequel les matières enseignées échappent à leur définition en termes d'objectifs purement disciplinaire. Il y a inversion des perspectives traditionnelles, mais aussi « modernes » : au savoir de s'adapter à l'élève, pour favoriser son développement personnel. C'est donc dans une nouvelle posture du maître, éducateur et initiateur, que peut émerger le recours premier.

La circulaire sur la pédagogie de soutien à l'école élémentaire, (28 mars 1977), qui propose plusieurs types d'action de soutien (par exemple, groupes distincts permettant de différencier les démarches d'apprentissage) illustre encore la volonté des législateurs de faire bouger le modèle traditionnel de l'organisation pédagogique. Elle rend compte, tout d'abord, de l'incompatibilité de cette dernière avec les enjeux d'une politique éducative dont

[205] *In* A. Chervel,(1995) L'enseignement du français à l'école primaire, T.O. tome 3, 1940-1995.INRP Economica, p. 256.,

l'ambition d'unifier le système d'enseignement de l'école et du collège, d'en faire un « système éducatif » et de proposer à tous les élèves un accès à une même culture, est remise en question par l'irruption d'un nouveau phénomène : l'échec scolaire. La pertinence des actions de soutien reste encore aujourd'hui, au cœur de la problématique d'un système éducatif unifié.

Dans ce contexte où la volonté d'une démocratisation de l'enseignement se traduit ostensiblement dans les finalités des textes officiels, où les pratiques effectives tendent à révéler les obstacles que génère la gestion d'un système en expansion, les excès d'une réforme pensée initialement pour instaurer un nouveau fonctionnement social apparaissent comme directement liés aux difficultés rencontrées. L'interview[206] accordée au *Monde de l'Education* par R. Haby en mai 1976, est à ce titre, significatif :

« On est allé trop loin dans certaines réformes. […]

- Pensez-vous que l'orientation prise par l'enseignement moderne des mathématiques à l'école primaire doit être poursuivie ?

- L'utilité des mathématiques modernes pour faire comprendre certaines notions est indéniable : par exemple la notion de multiplication à partir du concept d'opérateur. Mais il y a aussi un type de connaissances qui assurera d'autant mieux cette compréhension : c'est celle de la table de multiplication et de la technique opératoire utilisée concrètement quand on fait une multiplication à plusieurs chiffres.

- Mais, à l'école primaire, les mathématiques modernes ont surtout consisté à introduire une pédagogie plus concrète, reposant sur des manipulations, des gestes…

- L'élément nouveau n'est pas dans la pédagogie concrète, laquelle a toujours existé à l'école élémentaire, mais dans l'introduction de concepts plus larges que ceux que l'on utilisait auparavant – les notions de base, de multiplicateur… - qui sont au contraire assez abstraits, même si on les aborde à travers des idées concrètes. C'est là le danger. L'importance accordée au niveau de compréhension, et donc au niveau d'abstraction, fait que presque tout le temps disponible est utilisé pour ce type d'exercices, et qu'on n'en a presque plus pour des choses davantage liées à la technique, à la connaissance pratique, à la répétition.

- Vous pensez qu'un coup de frein est nécessaire.

[206] *ibid.* pp. 258-262.

- L'expression est excessive. Il faut poursuivre cet effort de compréhension ; mais il faut l'associer à la maîtrise des mécanismes de base.[…] Les notions d'ensembles, de sous-ensembles, d'intersection, de complémentarité,…, tout cela est très intéressant pour l'esprit. Mais, à la limite, cela pourrait être considéré, à l'école primaire, comme une discipline nouvelle, importante certes pour la formation générale, mais qui ne doit pas se substituer à des connaissances de « calcul », qui restent utiles dans la vie courante et qui le sont aussi pour la formation de l'esprit : la table de multiplication est une manière de structurer le champ des nombres dans l'esprit des enfants… […]

(des dérives engendrées par les manuels)

- […] Si, par exemple, la réforme Lichnerowicz de l'enseignement des mathématiques, au lieu d'être livrée aux auteurs de manuels, avait pu faire l'objet de fiches élaborées par des maîtres que ne tentaient pas nécessairement le souci de l'originalité ou le besoin d'arriver avant les autres, établies par un organisme relativement serein parce que officiel, on aurait peut-être pu éviter certains excès…

Cette interprétation des effets produits par la réforme, qui traduit la perception du niveau politique, mais en partie aussi, par le biais des questions du journaliste, celle de l'opinion publique, met donc en évidence la résistance d'une pédagogie concrète, fidèle à une certaine tradition ou du moins non corrélée à un nouveau mode d'enseigner, le statut ambigu d'une mathématique moderne séparable du « calcul » et les éléments responsables des désordres observés, à savoir, les manuels. La fonction prééminente du manuel (ou des fiches) « uniforme », garant de l'orthodoxie officielle du savoir à enseigner, de sa compatibilité avec le système d'enseignement est clairement évoquée : l'absence d'une instance constituée par des acteurs du terrain, des praticiens, contrôlée officiellement et chargée de transposer le texte d'un savoir esquissée dans le programme de 1970, c'est-à-dire, un texte défini pragmatiquement comme un allègement du savoir enseigné depuis 1945, explique l'échec d'une rénovation ni prudente, ni mesurée.

Les Instructions Officielles qui vont être publiés à partir de 1977 transforment progressivement les programmes du cycle préparatoire, puis du cycle élémentaire et enfin du cycle moyen, pour en 1985 restructurer l'ensemble du programme primaire. Dans quelle mesure évoquent-elles un retour aux programmes traditionnels ? Quelles caractéristiques de l'ordre « moderne » préservent-elles ?

Les Instructions officielles relatives à l'enseignement des mathématiques au cycle préparatoire (B.O. n° 12, Arrêté du 31-3-77) se décomposent en deux parties. La première présente le programme et les objectifs (ce dernier terme révélant spécifiquement la percée de la nouvelle « mode pédagogique »). Développant en réalité le réseau des activités que comprenait le programme elliptique de 1970, elles ont le mérite de définir plus explicitement un champ d'études élargi, au travers de tâches simplement formulées. Le champ d'études se répartit ainsi entre :

1. Manipuler et connaître les objets et les collections d'objets.

- Reconnaître des propriétés,
- classer et ranger,
- Mettre en correspondance.

2. Connaître le nombre.

a) Dégager la notion de nombre.

- Mettre en correspondance terme à terme : « autant que », « plus que », « moins que ».
- Classer des collections d'objets ;
- Associer un nombre à une collection d'objets.

b) Présenter la numération décimale écrite et orale.

- Ecrire, nommer les nombres.
- Présenter la numération décimale écrite et parlée.
- Etudier des nombres de un et de deux chiffres.

Ecrire et utiliser des égalités du type 27 = 20 + 7

c) Comparer les nombres. […]

3. Calculer sur les nombres.

a) Somme et addition. […] ;

b) Etudier et traiter quelques problèmes simples.

4. Se situer dans l'espace et l'organiser. […]

Le programme se présente donc comme une explicitation du programme en 3 lignes de 1970. Les types d'activités relatives à l'approche du nombre demeurent, le champ des nombres est précisé, et l'activité de résolution de problème est clairement signifiée.

Les objectifs présentés en préliminaire se déclinent d'ailleurs en totale continuité avec ceux de 1970.

« L'observation et l'analyse de ces situations multiples et variées (de même nature que celles de 1970, tirées du vécu, liées à ses intérêts spontanés ou provoqués) *auront pour objectifs généraux :*

a) De faire apparaître les éléments et structures communs afin de dégager les notions essentielles que l'enfant doit acquérir ;

b) De représenter les modèles correspondants à l'aide de signes, de symboles ou sous forme schématique (diagrammes, tableaux…), et ainsi, à la fois de préciser ces notions et de les rendre conceptuellement utilisables ;

c) De répondre aux questions, de donner une solution aux problèmes qui peuvent se poser en mettant en œuvre les techniques acquises ce qui permet à l'enfant de confirmer ses connaissances ».

Introduisant explicitement une dimension plus pratique (acquisition de techniques, résolution de problèmes), les objectifs couvrent un domaine plus large, ils n'en remettent pas pour autant en question les objectifs « réformateurs ».

La seconde partie du document présente des « Instructions complémentaires » : celles-ci tendent d'une part, à renforcer ce constat, d'autre part, à expliquer l'illusoire perception d'un retour à un enseignement traditionnel. Les remarques générales insistent sur le rôle moteur de la recherche, de la formulation et de la résolution de problèmes dans l'activité mathématique de l'élève, aspect qui peut paraître nouveau car mis en exergue… Demeurent par ailleurs, en ce qui concerne les nombres, les « activités prénumériques », une « approche de la notion de nombre », la « Découverte de la numération », un ensemble de tâches pour les élèves évoquant précisément les activités prescrites dans les instructions antérieures. Ce qui diffère est cependant d'importance : si les tâches de classement, de correspondance terme à terme, l'usage mesuré de petites bases, « deux peuvent suffire, quatre et cinq par exemple », explicitement désignées comme « moyens pédagogiques », les tâches de groupement et d'échange restent présentes, elles sont dégagées du discours « mathématique » qui les inscrivait dans un environnement technologico-théorique. Le lexique ensembliste qui, semble-t-il, avait induit les dérives observées, c'est-à-dire l'apprentissage de définitions détachées de la syntaxe, du nouveau langage dans lequel elles s'inséraient, subit une sévère érosion : au terme « ensemble » se substitue le plus souvent le terme « collection », l' « étude formelle de la réunion de deux ensembles disjoints » pour introduire l'addition est clairement écartée. Deux rubriques spécifiques portant sur le calcul mental et les techniques opératoires rappellent les finalités premières de toutes ces activités : la connaissance des nombres, leurs écritures diverses et leur propriétés, la mémorisation des tables, la maîtrise des calculs <u>en base dix.</u>

L'arrêté du 7 juillet 1978, (B.O.E.N. n° 30b, 27 juillet 1978) qui présente les objectifs du cycle élémentaire, le programme se caractérisant comme une suite d'instructions attachée à des objectifs, procède du même esprit.

Les objectifs ordonnés suivant une logique qui ne se prétend ni chronologique, ni susceptible de suggérer une progression, sont les suivants (nous ne détaillons que les instructions relatives à la numération et aux problèmes) :

1. Ecrire et nommer les nombres.

- Maîtriser l'usage et les modes de fonctionnement de la numération écrite et orale des nombres naturels.

- Savoir désigner un nombre par des écritures additives, multiplicatives, soustractives,…Savoir reconnaître et traduire des situations faisant intervenir les écritures ci-dessus.

- Maîtriser l'utilisation et le sens de l'égalité en travaillant sur des écritures différentes désignant le même nombre.

2. Comparer les nombres.

3. Calculer sur les nombres

[…]

- Savoir analyser et traiter quelques problèmes faisant intervenir les opérations et fonctions étudiées.

- Savoir reconnaître des situations relevant de la division ; savoir déterminer par des méthodes empiriques le quotient et le reste.

- Savoir calculer mentalement chaque fois que c'est possible.

4. Repérer et mesurer.

5. Activités géométriques.

Une première rupture avec les instructions de 1970 réside dans la disparition des « Eléments de mathématique » qui recouvraient l' « ancienne arithmétique ». Les « Instructions pédagogiques et types d'activités » mettent en lumière la fonction principale de toute activité mathématique, à savoir, « permettre aux élèves de développer des attitudes de recherche », et le rôle des « situations » dans la démarche pédagogique que cette fonction exige. Sont ainsi explicitées plusieurs classes de situations : les premières sont conçues pour introduire de « nouvelles notions ou de nouvelles techniques ; les secondes permettent le réinvestissement de celles-ci dans « des situations différentes » ; les dernières dénommées « situations-problèmes », « beaucoup plus ouvertes » favorisent la recherche « dans de multiples directions ».

L'éclairage apportée sur le premier objectif précise explicitement l'étendue du champ des désignations, les fonctions de ces désignations : « *La numération, ou étude des écritures usuelles des nombres, n'est pas un préalable aux autres activités numériques ou opératoires, elle en est une composante* ». De fait, l'étude de la numération initiée au CP est poursuivie, mais il est souligné qu'« *il est nécessaire de dépasser les manipulations du type groupement ou échange qui peuvent devenir des obstacles à des procédure plus rapides et il faut permettre aux enfants de travailler directement sur les écritures (par exemple : comparaison directe de nombres entre eux sans recourir aux collections* ». Sans nécessiter une analyse systématique, l'étude de la numération orale, non conçue « comme une simple lecture des nombres écrits, doit conduire à une réflexion sur la façon dont sont construits les noms des nombres ». Par ailleurs, l'écriture du « nombre d'éléments d'une collection » pouvant être donnée sous forme additive, multiplicative et soustractive, voire en utilisant les notations exponentielles, cette situation apparaît comme un moyen de renforcer le sens de l'égalité, de travailler les propriétés des opérations et d'aborder les techniques opératoires. L'insistance des rédacteurs du programme sur la fonction importante des transformations d'écritures, sur les calculs que celles-ci induisent, sans référence explicite aux opérations sur les ensembles qu'elles peuvent traduire, peut apparaître comme un des traits qui distingue ces instructions des précédentes. Pour l'élève, les propriétés des opérations ne peuvent faire « l'objet d'une étude systématique » : implicitement convoquées au détour des « calculs », elles deviennent notions familières.

Une rubrique est encore spécifiquement consacrée aux « Problèmes ». Les rédacteurs précisent et illustrent les divers types de problèmes présentés dans le préambule des instructions pédagogiques : ils définissent notamment, avec grande précision, la suite des compétences que peut solliciter une situation-problème : définir plusieurs directions de recherche, trier des données, les compléter si nécessaire, s'assurer qu'elles suffisent, les organiser et les traiter, valider les réponses, communiquer les résultats, réfléchir éventuellement sur sa démarche, la comparer à d'autres démarches précédemment élaborées. Car enfin, « *outre l'intérêt proprement mathématique de telles activités, celles-ci doivent pouvoir constituer le trait d'union le plus efficace avec l'ensemble des activités d'éveil (par l'exploration des divers domaines de la réalité physique ou sociale qu'elles impliquent) ».*

Si nous circonscrivons notre exploration au domaine numérique, nous devons admettre que l'ambition première de certains promoteurs de la réforme, à savoir, exercer les élèves à la reconnaissance des structures, ne peut éclairer les grandes lignes de ce programme ; celui-ci, écartant les repères « théoriques » qui truffaient le programme de 1970 et légitimaient les activités développées, n'en conserve pas moins la trame ; en ce qui concerne la numération, l' approche demeure « moderne », cette approche met l'accent (déjà évoqué en 1970) sur la prédominance du système décimal et met en avant ses rapports privilégiés avec le calcul. Les problèmes évoqués succinctement dans les instructions de 1970 occupent désormais un domaine étendu : leurs fonctions, explicitement définies, révèlent une transposition pragmatique mais non contradictoire de celles évoquées en 1970 ; la reprise du terme « situation » peut être révélateur de cette continuité.

L'arrêté du 16 juillet 1980 (B.O.E.N. n° 31, 11.9.80) présente un programme en totale continuité avec le précédent ; éclaire-t-il plus précisément des aspects que certains identifieront comme les vecteurs d'une tendance caractérisée comme empiriste ? Ou satisfait-il plutôt aux enjeux redéfinis au niveau du politique, enjeux que R. Haby[207] ré-interrogeait ainsi en 1976 :

« Il y a, depuis cinq ou six ans, une tendance consistant à limiter l'école primaire aux apprentissage fondamentaux (lecture, écriture, calcul) et à insister sur l'éveil de la curiosité et sur l'observation. On considérait que tout ce qui est acquisition de connaissances peut être repoussé au niveau des collèges. […] Il est vrai qu'il y a certaines connaissances qui, désormais, seront acquises à l'école moyenne, et dont l'enseignement primaire n'a plus à se préoccuper. Mais peut-être est-on allé trop loin ».

Dans la première partie du document, sont présentés les objectifs ; en préliminaire, c'est en continuité avec les cycles précédents que sont rappelées les finalités des activités mathématiques ; elles ont pour objet :

- de réorganiser, d'enrichir et d'approfondir des connaissances antérieures (dans le domaine des nombres naturels par exemple) ;

- d'acquérir de nouvelles connaissances (dans le domaine des nombres décimaux, de la division ; (il y a là rupture : les nombres décimaux sont introduits, comme les fractions, sous un statut de « nouveau nombre » et non plus de codages reposant sur le choix d'une nouvelle unité).

- de développer des savoir-faire et des comportements (procédures de recherche, de preuve…) dans tous les domaines.

Les objectifs couvrent les rubriques suivantes :

1. – Situations – problèmes.
2. – Ecrire, nommer et comparer les nombres naturels.
3. – Ecrire, nommer et comparer les nombres décimaux ;
4. – Calculer sur les nombres.
5. – Représenter et utiliser des fonctions numériques ;
6. – Mesurer.
7. – Activités géométriques.

---

[207] *In* A. Chervel,(1995) L'enseignement du français à l'école primaire, T.O. tome 3, 1940-1995.INRP Economica, p. 259.

Fidèle au découpage proposé pour le cycle élémentaire, enrichie d'une rubrique relative aux notions nouvelles (3), l'organisation du programme met notamment en évidence la place des « situations-problèmes ». D'ailleurs le terme primitif « problème » n'est plus cité : les « instructions pédagogiques » qui explicitent dans une seconde partie les notions et activités sous-jacentes aux objectifs, précisent par ailleurs, après avoir redéfini la typologie en trois classes des situations – problèmes, une des tâches de l'enseignant : *« Un apprentissage spécifique, d'ordre méthodologique, est nécessaire »*, pour que les élèves progressent dans leur capacité à résoudre les problèmes. Nous retrouvons ainsi, soigneusement distinguées et explicitées les diverses compétences déjà évoquées au niveau du cycle élémentaire : rechercher, sélectionner et organiser l'information ; résoudre des problèmes ; valider des solutions ; communiquer les démarches et les résultats. L'éclairage pédagogique apporté sur le second objectif met en évidence d'une part, la continuité d'une étude initiée au CP, la consolidation et l'extension des connaissances vers lesquelles elle doit tendre, et d'autre part, l'intérêt d'établir un parallèle avec la désignation des durées en raison de l'analogie entre les règles de construction. Deux rubriques « Systèmes de désignations orale et écrite des nombres », « comparaison de nombres » explicitent, pour le maître, les principes qui guideront sa démarche (un appui par exemple, sur la relation entre désignation orale des nombres et leur décomposition en fonction des puissances de 10 qui coïncident avec les bases subalternes de la numération orale), des activités favorisant la maîtrise du fonctionnement de la numération positionnelle (distinction entre nombre et chiffre des dizaines, comparaison avec d'autres systèmes de numération…)

Le programme se révèle donc un guide pédagogique, non point un recueil de recettes qui éliminerait tout effort de réflexion, un cadre structuré ne prêtant plus en termes d'activités à des interprétations détachées d'un cadre « pragmatique ».

Si nous devions justifier d'une possible interprétation caractérisée comme empirique du programme, nous pourrions signaler que les références explicites aux propriétés des opérations et *a fortiori* aux propriétés des nombres sont effectivement absentes du document ; nous pourrions encore souligner que l'accès aux techniques opératoires expertes n'est que l'aboutissement d'un processus expérimental permettant l'évolution de techniques intermédiaires visant l'économie des procédures. Cette possible interprétation, réductrice, ne peut être que démentie, si nous postulons (évoquant le jugement du doyen de l'Inspection générale de la formation des maîtres) que le contenu du manuel de CM, élaboré par l'équipe ERMEL éclaire fidèlement l'esprit de ce nouveau programme.

A quels nouveaux besoins, les programmes arrêtés le 23 avril 1985, sont-ils censés répondre ? En quoi modifient-ils les contenus, les méthodes, l'esprit des programmes antérieurs ?

Le Ministre de l'Education nationale, J.P. Chevènement apporte clairement un certain nombre de réponses à la première question. Dans l'introduction des nouveaux programmes, signée de sa main, sont en effet exposées les conditions qui motivent la rédaction d'un texte officiel dont la fonction première consiste à être largement diffusée.

La « publicité » (une publication dans une édition accessible à tout public) dont font l'objet les nouveaux programmes, répond à la nécessité d'informer conjointement parents et instituteurs sur les objectifs fixés officiellement et sur les connaissances que tous les élèves doivent acquérir au terme de chacun des trois cycles. « Trait d'union » entre les instituteurs et les parents, le document peut assurer plusieurs fonctions : contribuer à une collaboration pour favoriser le progrès des élèves ; en définissant les « instructions générales que les instituteurs doivent appliquer », favoriser une unification de l'organisation pédagogique générale (les méthodes à proprement parler demeurent de la responsabilité de chaque enseignant) soumise implicitement au contrôle des parents.

La concision et la clarté des programmes répondent à un souci d'intelligibilité qui d'une part, permet de circonscrire le domaine du savoir scolaire primaire et de le rendre « visible » aux yeux de l'ensemble de la société, d'autre part, doit entraîner la réalisation de nouveaux manuels. Ainsi, que le souligne le Ministre : *« Je souhaite que les auteurs* (des futurs manuels) *s'en inspirent, non seulement pour le contenu, mais aussi pour la forme simple et claire ».*

En filigrane de ces considérations s'esquisse le profil d'une politique éducative qui renoue avec les principes qui présidaient à celle de la 3ème République : l'Etat, c'est-à-dire, le niveau de détermination du politique, se réinvestit avec rigueur dans une réorganisation du système éducatif qui réhabilite le statut des disciplines et restaure officiellement la co-détermination des programmes primaires et des plans de formation des maîtres. Peut-on vraiment identifier dans les propos du Ministre une certaine réhabilitation des « savoirs » ? S'il semble pertinent de supposer que les contenus de l'enseignement mathématique ne sont pas remis en question, les dérives engendrées par une mise en œuvre peu efficiente de la pédagogie de l'éveil sont évoquées par le Ministre : *« Ces nouveaux programmes sont raisonnablement ambitieux. Ils définissent les apprentissages fondamentaux – lire, écrire,* *compter – avec un accent particulier mis sur la lecture, l'orthographe et la grammaire. [...] On y a ajouté des notions et connaissances pratiques de sciences et de technologie, utiles dans le monde moderne, des éléments d'histoire, de géographie et d'instruction civique, injustement négligés dans les années passée ».* Il est certain que la réintroduction des matières d'enseignement traditionnelles interpelle le lecteur sur la réémergence d'une culture pratique et utilitaire ; et elle révèle encore une vision pragmatique d'un enseignement primaire finalisé par des enjeux <u>définis</u> en terme de savoir et de savoir faire. Examinons maintenant le point de vue du Ministre en ce qui concerne la formation des maîtres : sa conception qui, si nous mettons en aparté la nouvelle mission de l'école, peut évoquer celles de Guizot ou de Ferry : elle s'exprime à travers un discours de type logico-mathématique : *« L'école doit donc assurer les apprentissages de base nécessaire pour accomplir un bonne scolarité réussie au collège [...]Beaucoup de difficultés que rencontrent au collège et plus tard les élèves et les professeurs trouvent leur racine dans une scolarité élémentaire défectueuse. [..] La qualité de l'école élémentaire est la condition déterminante d'une véritable égalité des chances de tous les enfants pour la poursuite de leurs études. La publication de nouveaux programmes, exigeants et rigoureux, est le premier élément d'une école élémentaire de qualité. La formation des instituteurs portée à quatre ans après le baccalauréat, à l'université et dans les écoles normales, en est le deuxième élément. Son contenu et ses modalités seront prochainement fixés, conformément aux nouveaux programmes des écoles ».* Que l'analyse du Ministre puisse prêter à polémiques (les finalités de l'enseignement secondaires se sont-elles adaptées aux besoins d'un nouveau public ?) ne relève pas de nos préoccupations. Le fait est que l'enseignement élémentaire, appréhendé comme le palier primordial pour la poursuite des études, implique que soient modifiées les deux conditions qui en assurent le bon fonctionnement : des programmes légitimés culturellement, une formation des maîtres adaptée aux nouveaux enjeux de l'école.

Si les programmes pris en leur totalité marquent une évolution que nous avons brièvement abordée, que nous apprend précisément le programme de « Mathématiques » ?

Clivé en trois partie, il décrit successivement la « nature et objectifs » de l'enseignement, des « Instructions » et enfin les « Programmes ».

Ainsi que le signalait N. Gaudelet, nous ne pouvons que constater la résistance des principes fixés dans les instructions précédentes : *« L'enseignement des mathématiques vise à développer le raisonnement et à cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction. Il apporte une exigence de rigueur dans la pensée et de justesse dans l'expression. Il fait acquérir des* *connaissances et des compétences dans les domaines numérique et géométrique, tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'intelligence ».*

Les Instructions présentent l'intérêt de préciser officiellement certaines obligations du maître, mais plus encore de confirmer la pertinence de types d'activités et d'objectifs déjà présents dans les instructions d'avant 1970.

« Les travaux et exercices donnent lieu à une reprise ordonnée des apports essentiels, transcrite et conservée par l'élève dans son cahier. Celui-ci doit être tenu avec beaucoup de soin ». Garant d'une institutionnalisation des savoirs ou savoir faire, concurrençant les seules fiches, outil de communication avec les parents, de contrôle pour l'institution, le cahier de mathématique est un premier dispositif pour réguler officiellement les pratiques enseignantes ; il est encore la mémoire du savoir pour l'élève, son outil de travail.

« Lors de la construction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif : ils découvrent les notions comme des réponses à des questions ». Totalement fidèles aux principes évoqués dans les instructions publiées après 1977, les auteurs mettent en évidence la fonction des problèmes dans l'ensemble des activités mathématiques. Certes, le terme « situation-problème » disparaît, mais subsiste la présentation de leur typologie, de la méthodologie que requiert la résolution ; *« occasion pour l'élève de s'approprier le langage mathématique, en restant attentif aux interférences avec la langue courante, et d'accéder à l'organisation logique des raisonnements »*, résoudre un problème, c'est encore pour le maître, l'occasion *« de constater réussites et échecs, en s'efforçant de comprendre ce qui les détermine ».* Insistant encore sur la nécessité de développer l'aptitude des élèves à prouver, à utiliser une argumentation de type mathématique, les rédacteurs révèlent peut-être une des orientations novatrices des programmes, à savoir, un accent évident sur l'usage de la langue, ils n'en confirment pas moins la résistance des moyens et finalités de l'enseignement mathématique. La possibilité d'utiliser l'informatique en lien avec la recherche d'algorithme, le développement des capacités logiques de l'élève clôturent les instructions. Si ce n'est en termes de tâches professionnelles (la restauration officielle du cahier de mathématiques), en termes d'activités mathématiques explicitement définies, nous ne pouvons que constater l'influence notable des instructions précédentes.

Les programmes, quant à eux, présentent structurellement des différences majeures. Non déclinés à partir d'objectifs, ils se découpent, en trois domaines de savoir : Arithmétique, Géométrie, Mesure de quelques grandeurs (Préparation de la mesure au cours préparatoire).

Le découpage classique, couronnant par ailleurs la réintronisaion d'une géométrie élémentaire, confère effectivement au programme sa concision et sa simplicité. Les contenus sont les simples reprises des objectifs proposés dans les instructions d'après 1977, auxquelles se sont adjointes quelques tâches plus explicitement désignées.

Découverte des nombres jusqu'à 100, apprentissage de l'addition au CP, prolongement en continuité des acquis du cours préparatoire, travail sur les nombres jusqu'à 10 000 et découverte de la multiplication et de la soustraction, approche de la division au CE, consolidation et prolongement des acquis concernant les nombres entiers et les opérations…résume le parcours initiatique des élèves. Un synoptique des programmes d'arithmétique nos donne ainsi :

ARITHMETIQUE

C.P.	C.E.	C.M.
Classement et rangement des objets et des collections d'objets selon des critères simples et composés. Ecriture et nom des nombres de un ou deux chiffres selon la numération décimale. Découverte des nombres de plus de deux chiffres. Utilisation des écritures additives. Distinction du nombre ordinal et du nombre cardinal. Comparaison de deux nombres. Utilisation des signes = (égal), ≠ (différent de), < (inférieur à), > (supérieur à). Ecriture d'une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant. Problèmes faisant intervenir la somme de deux ou plusieurs nombres. Familiarisation avec	Ecriture et nom des entiers naturels. Comparaison et utilisation des signes =, ≠, <, >. Problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication. ; désignation d'un nombre par des écritures différentes. Transformation des additions, soustractions et multiplications pour élaborer les techniques opératoires. Utilisation des propriétés des opérations ; acquisition des procédures de calcul mental, et mise en œuvre systématique ; utilisation des parenthèses. Calcul sur les nombres ; - Connaissance et maîtrise des techniques opératoires. - Construction, utilisation et mémorisation de la table de	Ecriture, nom et comparaison des entiers naturels. Nécessité d'introduire de nouveaux nombres : nombres décimaux et nombres s'écrivant sous forme de fractions simples. Ecriture et nom des nombres décimaux ; Désignation d'un nombre décimal par l'addition, la multiplication, la soustraction et la fraction ; passage d'une écriture à l'autre. Comparaison des nombres décimaux (intercalation, encadrement). Problèmes relevant de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division ; élaboration, dans l'ensemble des décimaux, des techniques opératoires, mentales ou écrites, et des procédures de calcul approché (ordre de grandeur et

l'utilisation des parenthèses, construction, utilisation et mémorisation de la table d'addition. Construction et utilisation de la technique opératoire de l'addition, en particulier avec retenue. Problèmes exprimés sous la forme a + . = c. Initiation au calcul mental.	multiplication. Reconnaissance de problèmes relevant de la division, détermination du quotient et du reste par une méthode empirique de calcul. Ordre de grandeur et encadrement d'un résultat. Utilisation, dans l'ensemble des entiers naturels des fonctions numériques : n → n + a et n → n x a, et leurs réciproques, problèmes relevant de ces fonctions.	encadrements). Reconnaissance et utilisation des fonctions numériques : n → n + a et n → n x a, et leurs réciproques, définies dans l'ensemble des nombres décimaux. Problèmes relevant de ces fonctions et plus particulièrement de la proportionnalité (exemple de la règle de trois). Application des procédures de calcul mental dans l'ensemble des décimaux, en utilisant des techniques opératoires, et les propriétés des fonctions numériques étudiées.

Ces programmes qu'il nous semble pertinent de caractériser comme le texte coarcté du domaine de savoir défini dans les précédentes instructions, révèlent la pertinence d'une évolution qui s'est déjà opérée.

Si nous ne pouvons prétendre que l'ensemble des manuels publiés à partir de 1985 satisfont aux contraintes suggérées par J.P. Chevènement, il est une collection du moins, qui peut en toute légitimité, afficher sa conformité avec les intentions éducatives et instructives officielles. La collection « Vivre les mathématiques » (Ed. A. Colin- Bourrelier) détient en effet le privilège de pouvoir revendiquer la caution l'Inspecteur Général Louis Corrieu. Son influence sur la réorganisation des programmes et plans d'études des maîtres, le fait qu'il dirige la collection « Vivre les mathématiques » sont, nous semble t-il, des motifs suffisants pour nous pencher sur les contenus des manuels de cette collection.

Un bref périple à la rencontre des notions et activités proposées dans le fichier de CP (1985) et à l'éclairage du guide pédagogique de CP (1985), « conforme au nouveau programme », permet d'appréhender comment le programme peut s'inscrire dans un découpage temporel, qui tout en s'inscrivant sur l'axe temporel linéaire d'une année scolaire, promeut pourtant une progression dans le savoir de type spiralaire. Dans le fichier de l'élève, en dehors du respect rigoureux des notions abordées dans le programme, nous pouvons souligner encore quelques traces, réminiscences de la théorie ensembliste : des schémas ensemblistes pour travailler sur les nombres de 6 à 9, et sur leurs écritures additives. Les activités de groupement demeurent (par 6 et par 4) avant de donner sens à l'écriture chiffrée de dix. Les grandeurs, monnaie, longueurs sont introduites en fin d'année, l'approche du concept de nombre et la numération ayant été abordées sans recours aux « archaïques » nombres concrets. Dans le guide pédagogique[208] les auteurs après avoir repris les grands principes qui désormais, depuis 1970, définissent la mission de l'école (évolution de la pensée scientifique, scolarité prolongée, acquis de la psychologie de l'apprentissage), éclairent le « nouveau » modèle pédagogique que sous-tendent désormais les programmes de 1985. Le modèle « heuristique » qui identifiait l'activité mathématique de l'élève à celle du mathématicien n'est pas totalement disqualifié, il est associé à un modèle plus traditionnel dans lequel reprennent place des activités privilégiant la fonction des techniques. Ainsi, précisent les auteurs : *« A côté de la fabrication d'outils adaptés à la vie active, l'enseignement des mathématiques se voit assigner un objectif plus ambitieux, le développement global de l'enfant dans un contexte d'interdisciplinarité. S'il est vrai que les mathématiques trouvent une partie de leur puissance et de leur pouvoir sur le monde, dans les nombres et la mesure, leur domaine ne se limite pas au numérique et s'étend à l'organisation de l'espace et à l'épanouissement de la pensée logique. [...] Un enseignement bien conçu devra donc respecter un équilibre entre la construction de notions ou de schémas de pensée et la mise au point de techniques susceptibles d'être réinvesties ou parfois même appliquées mécaniquement : entre les deux pôles s'instaurera ainsi un enrichissement dialectique ; parmi ces techniques, le calcul occupe une place privilégiée, car sa pratique bien comprise permet d'atteindre tous les niveaux d'objectifs ».*

Indissociablement liées aux finalités ainsi définies, les règles pour la démarche d'apprentissage peuvent alors être caractérisées :

Donner la priorité aux activités : construction, manipulation, dessin, coloriage ;

Varier les rythmes pour éviter la lassitude ;

Solliciter l'imagination et la créativité.

Expliciter les possibilités des situations de jeux.

Organiser une approche spiralaire des notions.

[208] J. Hardy, M.A., J. Jardy, C.P., J.G. Soumy, P.E.N. Vivre les mathématiques, guide pédagogique C.P., sous la direction de l'I.G.E.N, L. Corrieu, A ; Colin- Bourrelier.

Faire une large part aux expériences individuelles et au tâtonnement, favoriser les méthodes du type « essais erreurs ».

User de pratiques pédagogiques largement différenciées ;

Rechercher progressivement une certaine rigueur dans l'organisation, la formulation, la représentation et la mémorisation.

Considérer que, pour l'enfant, un résultat est important s'il apporte une réponse à une question qu'il s'est posée.

La construction du concept de nombre ne diffère pas essentiellement dans ce nouveau modèle de la conception novatrice des années 70 ou du moins elle préserve un certain nombre d'idées clés ; la primauté des activités censées permettre l'accès à la conservation des quantités, la correspondance terme à terme, une insistance particulière sur l'aspect ordinal du nombre par le biais de la comptine, de l'algorithme consistant à ajouter 1, rendent compte de la résistance des postulats primitifs. En ce qui concerne la numération, objectif principal de l'enseignement mathématique au CP, les notions de groupement, de symbolisation constituent les aspects à privilégier ; les bases, simples outils pédagogiques subsistent mais sur une période qui doit être écourtée. En résumé, la démarche d'apprentissage peut se décrire en terme de passage : de la manipulation des collections à leur représentation symbolique et enfin à leur codage. En CE1, il semble que le lien entre les deux aspects ordinal et cardinal du nombre soit plus particulièrement travaillé.

S'il semble donc que les postulats sur lesquels repose désormais l'approche pédagogique des concepts de nombre et de numération s'inspirent fidèlement de ceux qu'avaient imposés les promoteurs de la réforme (nonobstant l'éviction des principes qui induisaient l'étude des notions éclairant la pertinence épistémologique de ces postulats, à savoir les ensembles, les opérations sur les ensembles), pouvons-nous de même constater la résistance des propriétés des nombres, identifier les arguments qui en préserveraient la légitimité dans un manuel de référence ?

Les manuels de CM publiés plus tardivement, en 1990 pour celui de CM1, en 1991 pour celui de CM2, peuvent du moins témoigner des effets d'une certaine expérimentation du programme officiel. L'introduction du manuel de CM1 re-transpose à l'adresse des élèves plus âgés, les principes de la démarche pédagogique que commande la construction d'une notion : sa fréquentation évoquant le contexte d'une recherche, sa structuration liée à sa mathématisation et à sa formulation, son application sous-tendant validation et contrôle. Cette caractérisation de la démarche d'apprentissage peut être mise, sans équivoque, en parallèle avec celle préconisée par l'équipe ERMEL. Légitimerait-elle la présence des propriétés de divisibilité en CM2, puisque celles-ci ne peuvent se targuer de leur caractère utilitaire ? Rappelons que les programmes du collège publiés en 1985, écartent les notions de divisibilité de l'enseignement du premier degré (elles étaient avant 1985 étudiées en 5ème).

Le manuel de CM2 consacre effectivement un chapitre à la « Divisibilité ». Si en préambule sont invoquées des dispositions de la loi d'orientation de 1989, nous pouvons *a priori* prétendre que pédagogiquement ce savoir est cautionné officiellement. Dans la présentation de la loi d'orientation, nous pouvons identifier la consécration des principes déjà à l'œuvre dans la démarche pédagogique préconisée par les auteurs ; ainsi :

« Une pédagogie « en étoile » permet de varier les approches de chaque notion, une construction « spiralaire » favorise à la fois les révisions systématiques et les enrichissements progressifs ».

Le chapitre 37 « Divisibilité » propose donc un problème de recherche (déterminer un nombre de marches dans un contexte consistant à modéliser le nombre cherché comme un multiple de 7, respectivement congru à 1 modulo 5, à 1 modulo 3 et à 1 modulo 2) , une suite d'activités permettant aux élèves de « construire » la notion de multiple, la notion de diviseur, d'aborder implicitement la décomposition en produit de facteurs premiers par le biais d'une chaîne d'opérateurs, à identifier les règles de divisibilité par 2, 5, 10, 9 et 3. Observation, induction, application rythment la démarche de l'élève. L'existence de ce chapitre peut s'expliquer par le fait, qu'en dehors d'une tradition que nous n'osons souligner, sont sollicités des rapports avec des notions désignées officiellement, à savoir les chaînes d'opérateurs, la division euclidienne, le calcul mental ; l'élève par ailleurs vit des activités conformes au schéma pédagogique officiel : il doit chercher, mathématiser, formuler et appliquer. Certes, l'étude des nombres premiers déjà éludée dans l'ouvrage de CM de l'équipe ERMEL reste dans l'oubli : subsiste donc un îlot émergent d'une arithmétique théorique qui semble de fait imposer la résistance de cette dernière dans la culture mathématique du futur instituteur.

En conclusion, comment pouvons-nous caractériser l'évolution des programmes d'arithmétique sur cette période qui s'étend de 1970 à 1989 ? Comment se révèle ce que certains identifient comme le mouvement d'une contre- réforme, dans le domaine de ce savoir ? Qu'est ce qui demeure inaltéré tout au long de cette période ?

L'examen des seuls textes officiels montre que les principes sur lesquels reposent la définition des contenus à enseigner, la mise en œuvre d'une pédagogie active permettant une approche spiralaire des notions et leur construction suivant une progression qui n'est ni concentrique ni progressive (dans le sens traditionnel), gardent leur pertinence officielle. L'érosion du domaine relatif à la théorie des ensembles, l'éviction de son étude envisageable par interpolation, ne sont sensibles qu'à travers l'éviction d'un lexique spécifique : nous faut-il rappeler que les programmes de 1970 sont décrits comme un allègement de ceux de 1945, et que les commentaires qui accompagnent l'ensemble des thèmes à aborder ont pour fonction première de susciter la réflexion des instituteurs sur les rapports qu'entretiennent les savoirs primaires avec la mathématique savante et sur l'éclairage que cette mathématique et les apports de la recherche psychologique peuvent produire pour rénover la pédagogie. Les programmes ultérieurs se définissent davantage comme des réajustements nécessités par les dérives qu'ont engendrées l'inefficience d'un recyclage confié à des instances non contrôlées officiellement et la diffusion de manuels considérés à défaut comme des « catéchismes officieux ».

Si les effets d'un mouvement que certains ont beau jeu d'identifier comme celui d'une contre-réforme inévitable sont perceptibles, ils ne traduisent que les limites en terme de forme et non en terme de fond des instructions de 1970. En abandonnant au corps des instituteurs (et de leurs inspecteurs) la mission de réformer des pratiques minutieusement réglées jusqu'en 1970 par des instructions officielles et des manuels « uniformes », les législateurs (ou du moins les zélateurs d'une réforme immédiate) se sont tout simplement leurrés sur l'évidence d'une conversion de ces pratiques. Nourris par les expérimentations mises en place après 1970, les programmes peuvent sembler réhabiliter des activités éludées en 1970, le calcul, la résolution de problèmes ; en réalité, en continuité avec les activités traditionnelles, ces dernières définissent les leviers qui commandent une nouvelle pédagogie active. Transposé dans le cadre d'une organisation pédagogique à nouveau restructurée autour des pôles disciplinaires, de domaines d'études, de secteurs d'études (si nous nous référons aux mathématiques en 1986), le concept fondamental de situation, désormais attaché à une typologie (problème de découverte, problème d'application, problème de réinvestissement ou de recherche) rend compte de l'émergence d'une nouvelle démarche pédagogique officielle qui peut être imposée parce que clairement définie.

La clarté et la concision des programmes qui retrouvent effectivement une forme non sans rapport avec les programmes classiques, peuvent certes suggérer l'éviction de certaines des ambitions du programme originel. Si nous ne pouvons valider ce constat, en ce qui concerne l'approche du nombre et la numération, les fonctions que pouvaient occuper les propriétés des nombres ne sont plus évoquées. Qu'elles résistent pour les auteurs de manuels officieusement conformes parce qu'elles fournissent des situations de recherche liées à la compréhension de la numération, à la division euclidienne, au calcul, n'en révèle pas moins l'absence d'un lien qu'implicitement elles pouvaient entretenir avec la notion de structure dans le programme de 1970.

3. 2. L'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales après 1979 : les illusions perdues des promoteurs d'une formation privilégiant une culture de haut niveau mathématique.

Comme le montre le plan de formation des instituteurs en 1969, les législateurs en posant le principe d'une formation incluant la participation de l'université dans des domaines telles que la linguistique et la mathématique, définissent les exigences d'une culture générale homogène pour l'ensemble des futurs instituteurs et relevant de l'enseignement supérieur. Cette collaboration de principe ne s'opère en réalité que dans un nombre plutôt restreint d'écoles normales. Les « Actes du 5ème colloque national des professeur d'école normale », Auberive (1978), IREM, U. de Reims, en présentant le point de vue d'un certain nombre d'acteurs de l'institution, dresse un descriptif que nous supposons assez révélateur des conditions de vie de la mathématique dans la formation des futurs instituteurs.

3.2.A. Fragments de vie : vers une réorganisation de la formation des instituteurs.

Les participants du colloque d'Auberive représentent l'ensemble des instances engagées initialement dans la réforme des mathématiques modernes, à savoir, I.R.E.M., E.N., A.P.M.E.P., C.O.P.I.R.E.L.E.M. Leur perception du fonctionnement de la formation est donc celle d'une réalité confrontée à un projet initial qui subordonnait l'efficience d'une liaison théorie-pratique à l'élévation de la culture mathématique des élèves-maitres. Cette « liaison théorie-pratique[209] » fait l'objet d'une réflexion conduite par un groupe de travail animé par C. Comiti (IREM et Université de Grenoble) et par R. Guinet (EN de Grenoble). Une analyse conduite à partir de trois axes – la définition du contenu mathématique – le choix des méthodes pédagogiques – le rôle des enseignants du supérieur en classe de formation professionnelle aboutit à un premier constat d'insatisfaction général. Les contraintes imposées par le cadre institutionnel, à savoir un concours de recrutement sans lien avec les exigences de

[209] Du constat des différences dans la formation à la mise en évidence de l'uniformité des contraintes, Actes du 5ème colloque des PEN, Auberive, 1978, IREM, U. de REIMS, pp. 19- 21.

la formation, la grande variabilité de la culture mathématique des élèves-maîtres dont résulte la diversité de leurs besoins, les difficultés rencontrées par les P.E.N. pour « mener une réflexion cohérente sur la formation aussi bien initiale que continue des instituteurs », pour intégrer des structures de recherche (en particulier, liaison parfois peu aisée avec les IREM) et pour pratiquer un travail interdisciplinaire avec d'autres PEN ou collaborer avec les CPAEN, sont soigneusement désignées comme des déterminations compromettant la mise en œuvre de la liaison théorie-pratique. Les différences relevées mettent en avant les fluctuations que connaissent le temps de formation et le taux d'encadrement (rapport du nombre d'élèves-maitres par PEN). Elles révèlent encore la diversité des rapports qu'entretiennent les contenus disciplinaires (unité I) et les contenus pédagogiques (unité III) : le professeur de mathématiques peut n'intervenir qu'en unité I, laissant au professeur de psychopédagogie l'exclusivité de l'enseignement en unité III ou intervenir dans les deux unités, distinguer ou non celles-ci…Quant au rôle des enseignants du supérieur, dans les « rares écoles normales » où ces derniers interviennent, il traduit tout autant la diversité des fonctionnements de la formation : tantôt, l'enseignant du supérieur assure l'enseignement théorique, laissant au PEN la composante pédagogique, tantôt il peut y avoir co-intervention des deux enseignants, tantôt encore, chacun d'entre eux assure la prise en charge totale d'une classe.

Si le constat unanime des participants de ce groupe d'étude est celui d'une insatisfaction quant à la mise en œuvre d'une liaison théorie – pratique, il n'en demeure pas moins, qu'au-delà des contraintes conjoncturelles et des diversités de fonctionnement, le souci de concevoir « une formation mathématique de haut niveau du futur instituteur » est le moteur de la réflexion à venir. Les questions que soulèvent les auteurs de la seconde partie du compte-rendu[210] sont donc les réminiscences des enjeux originels de la formation rénovée :

Comment parvenir, dans les conditions actuelles de la formation des instituteurs, à faire vivre aux normaliens les rapports entre ce qu'ils auront enseigner à l'E.E. et les connaissances plus théoriques que l'on souhaite leur voir acquérir au cours des années de F.P. ?

Comment arriver à approfondir leurs connaissances mathématiques tout en les préparant à affronter les problèmes auxquels ils seront confrontés dans les classes ?

Comment ne négliger ni le contenu mathématique, ni l'analyse des démarches didactiques ni les problèmes liés au choix pédagogique ?

---

[210] Les différentes conceptions de la théorie, de la pratique et de la liaison théorie-pratique, Actes du 5ème colloque des PEN, Auberive, 1978, IREM, U. de REIMS, pp. 22-23

Sans nous attacher davantage aux ressources déployées par les formateurs pour que puisse émerger au cœur de la formation des temps pour la liaison théorie- pratique (activités, stratégie de formation initiale), portons notre attention sur certains des contenus de savoir que sous-tend cette conception de la formation.

« Ce qu'on fait en math en F.P.[211] », thème de la réflexion d'un des groupes réunis lors de ce même colloque, donne ainsi lieu au compte-rendu de quelques expériences de formation professionnelle. Leur intérêt réside dans le fait que deux des expériences ont été conduites sans intervention de l'enseignement supérieur et que la dernière, au contraire résulte de la collaboration des PEN et des universitaires.

Il s'agit pour les deux premières d'expériences menées à l'école normale de garçons de Caen entre 1977 et 1978 et à l'école normale de garçons de Lyon entre 1975 et 1978. La dernière s'est déroulée à l'école normale de Grenoble en 1977-1978. Il convient de souligner un premier constat (non isolé) du PEN de Caen, J. Lecoq : le manque de temps ; 135 heures (90 en FP1, 45 en FP2), à savoir l'horaire d'un élève de TC pendant le premier trimestre.

Nonobstant les contraintes conjoncturelles évoquées précédemment, les formateurs calquent les contenus de leur enseignement sur le programme de 1969. L'arithmétique y occupe une place conséquente. A Caen, si J. Lecoq privilégie la démarche de résolution de problèmes pour « déconditionner » ses élèves des cours magistraux, susciter leur intérêt pour l'étude de problèmes, c'est encore pour compléter leurs connaissances (notamment en arithmétique précise l'enseignant). A Lyon, le « noyau » constitué par des cours de soutien comprend notamment parmi 6 rubriques : « Numération – Etude de systèmes de numération non positionnelle- Etude de systèmes de numération positionnelle », « Arithmétique dans N – Diviseurs et multiples – PGCD et PPCM – Naturels premiers – Congruences ; preuve par neuf ; critères de divisibilité ». Trouvent évidemment place parmi les 6 : Ensembles de nombres – Relations – Lois de composition – Logique ; Ensembles. A Grenoble, le découpage du programme en un ensemble de thèmes induit une répartition de ceux-ci entre les enseignants du supérieur et des PEN. Ainsi, la numération à l'école élémentaire est à la charge du PEN, tandis que l'approfondissement théorique de la numération relève de l'enseignement supérieur ; de même, la divisibilité est octroyée au PEN, tandis que les congruences sont traitées par l'enseignant du supérieur.

---

211 Ce qu'on fait en math en F.P. Actes du 5ème colloque des PEN, Auberive, 1978, IREM, U. de REIMS, pp. 81-147.

A l'éclairage de ces considérations, nous pouvons supposer que l'évolution des programmes de l'école élémentaire n'a pu avoir d'incidence sur la définition des connaissances théoriques censées répondre aux besoins du futur instituteur.

Certes, la préoccupation des participants du groupe d'étude s'est cristallisée sur « les objectifs de connaissances théoriques souhaitables » au terme de la formation, signalent les rédacteurs du compte-rendu, invoquant le manque de temps : ils n'ont pu évoquer l'aspect pratique auprès des élèves de l'école élémentaire. Quoi qu'il en soit, c'est une grille d'objectifs isomorphe à celle présentée en 1969, qu'ils actualisent, mettant en parallèle ce qui dans chaque thème peut relever soit de l'unité I (disciplinaire) soit de l'unité III (pédagogique). Les rédacteurs ont beau se défendre de n'avoir en aucun cas élaboré un programme actuel ou futur, il est tentant d'imaginer que ce plan d'études, fidèle aux exigences de 1969, nourri par les expériences, résistant aux contraintes conjoncturelles, pourra avoir une certaine incidence sur la formation des instituteurs après la réforme de 1979. Deux conditions peuvent conforter cette hypothèse : la marge de liberté qui sera octroyée aux écoles normales pour adapter leur contenu de formation à une réorganisation qui privilégie notamment l'allongement de la durée des études ; la présence des PEN certes réduite mais maintenue au sein des écoles normales. Soulignons donc encore que les objectifs que définit cet ensemble de connaissances « souhaitables », en conformité avec ceux de 1969, sont aussi ceux que se sont appropriés, qu'ont certainement adaptés un certain nombre de sujets de l'institution « normale ».

Ainsi pouvons- nous relever (p. 96-97) parmi les thèmes qui recouvrent tous ceux de 1969 :

Numération / Comprendre un système de numération quelconque. Etablir une méthode pour coder, décoder tout naturel écrit dans une base donnée (Unité I exclusivement)

Arithmétique / Congruences ; Divisibilité : recherche des diviseurs d'un naturel, nombres premiers, PPCM- PGCD, décomposition en facteurs premiers (unité I) / Critères de divisibilité ; Preuves (unité III).

A la veille de la réforme de 1979, nous pouvons donc observer qu'autour de la problématique théorie- pratique résistent les conditions qui présidaient à la rénovation de la formation des instituteurs en 1969 : l'exigence d'une culture mathématique de « haut niveau », cette exigence reflétant en 1979 un niveau en rapport avec des expérimentations

« satisfaisantes », l'existence d'une pédagogie éclairée au travers de nouveaux programmes, pédagogie tant que faire se peut, directement liée aux contenus théoriques.

Cet accent porté sur la dimension théorique par les formateurs nous interpelle dès lors sur la valeur même de l'évaluation. Les diverses modalités de celles-ci sont évoquées dans les actes du colloque[212] p. 38 : sous la seule responsabilité du PEN, ou de l'enseignant du supérieur (en l'occurrence), l'évaluation s'opère par le biais de devoirs, de contrôles en temps limité ; ces derniers portent sur des exercices ou des problèmes, les devoirs peuvent faire l'objet d'un contrat… L'opacité qui couvre en réalité le processus d'évaluation de la formation est difficilement compatible avec le principe d'une formation de haut niveau, relevant de l'enseignement supérieur et donc attestée par le bais d'une sanction non plus interne aux écoles normales mais officielle, « publique » et cautionnée par l'université. Cette situation est, sans doute, quelle que soit la qualité de l'enseignement diffusée au sein des écoles normales, quelle que soit encore la pertinence d'évaluations adaptées au public des normaliens, la condition la plus « remarquable » qui puisse, modifiée, transformer l'image de la formation normale. Le sceau universitaire doit marquer le « permis d'enseigner » du futur maître.

3. 2. B. La réorganisation des écoles normales : l'arrêté du 25 juin 1979, portant sur la formation des élèves-maîtres (25 A – 27 1556) ; la circulaire du 26 juin 1979 relatif à l'organisation de la formation initiale des instituteurs (25 C n° 79 195, 27- 1558) ; l'arrêté du 13 juillet 1979 créant le DEUG mention enseignement du 1er degré.

C'est *a priori* conformément aux besoins exprimés par les sujets de l'institution Ecole normale (PEN et autres intervenants) que semble devoir se mettre en place le nouveau dispositif de formation.

L'arrêté redéfinit préalablement (article 1) les responsabilités des diverses instances dans la formation dans les écoles normales ; c'est sous l'autorité des Recteurs, Inspecteurs d'Académies, directeurs des service départementaux de l'Education, que la responsabilité de la formation est dévolue aux directeurs d'écoles normales en liaison avec les IDEN. La nécessaire collaboration entre acteurs du système d'enseignement primaire et acteurs de l'institution normale est un rappel qui n'est pas sans évoquer la délicate conjonction des besoins exprimés par le « terrain » et des objectifs fixées par l'institution normale.

[212] Evaluation des connaissances mathématiques des F.P. Actes du 5ème colloque des PEN, Auberive, 1978, IREM, U. de REIMS.

La formation (article 2) se répartit désormais en une année de formation de base, comportant notamment une période d'observation et de sensibilisation à la profession d'une durée d'un trimestre, et en deux années de formation approfondie. La 3ème année comprend un stage en responsabilité étendu sur un trimestre.

La durée hebdomadaire de la formation est portée à 30h, dont 24 sont inscrites dans le cadre des Unités de Formation (article 3).

La nouveauté réside en effet dans une organisation en unités de formation dont le nombre et la nature sont fixés par le Ministre de l'Education (article 4). Les unités de formation se définissent comme des « éléments homogènes correspondants à des objectifs précis et intégrant cours, des activités pratiques, des stages, des travaux individuels ou de groupes. Chaque unité fait l'objet d'une évaluation distincte, elle correspond encore à un horaire de 70 heures au maximum d'activités encadrées.

Une partie des enseignements est organisée conjointement par les Universités et les Ecoles Normales (article 5).

Un jury constitué par le Recteur, présidé par l'Inspecteur d'Académie (ou son remplaçant), comprenant d'une part, le directeur d'école normale, des personnels participant à la formation (inspecteurs départementaux de l'éducation nationale, professeurs d'école normale, conseillers pédagogiques) et d'autre part, des membres de l'enseignement public supérieur, secondaire ou primaire, valide la formation des première et seconde années (articles 7, 9).

L'ensemble de la formation est sanctionné par le Certificat d'Aptitude Pédagogique (article 10).

L'arrêté définit donc les grands traits d'une formation qui emprunte son organisation des études à la formation universitaire. L'habilitation officielle de l'université à participer de la formation des maîtres est clairement prononcée. Soulignons que cette clause, qui répond au besoin d'une élévation de la culture des instituteurs, besoin exprimé tant par le politique que par les acteurs de l'institution normale, n'est sans doute pas celle que pouvaient privilégier les PEN… L'allongement de la durée de formation, une collaboration plus officiellement imposée avec les acteurs du terrain, certes, mais une part de la formation qui leur échappe explicitement ! Ainsi que l'évoque C. Comiti[213], en retraçant un point d'histoire :

---

[213] C ; Comiti, Laison préprofessionnalisation formation professionnelle des maîtres, Actes du XIV ème Colloque Inter – IREM des PEN (1987), Angers, p.25.

« Cette réforme a été en général mal vécue par les EN qui en particulier considéraient les Universitaires non compétents dans le domaine de la formation des instituteurs, craignaient une attitude hégémonique de l'Université et redoutaient des conséquences sur leur avenir (crainte hélas justifiée puisque cette réforme était immédiatement suivie d'une suppression de 480 postes de PEN !) ».

Examinons, après le cadre institutionnel, ce que nous révèle la circulaire relative à l'organisation de la formation.

Les « objectifs et principes de la formation » évoquent sans conteste des notions familières : *« la formation vise à donner aux futurs instituteurs et aux futurs institutrices une qualification professionnelle affirmée, s'appuyant elle-même sur une formation générale élargie, l'ensemble amorçant et permettant la formation permanente. Elle tend à former des éducateurs autant que des enseignants ».*

C'est donc la raison pour laquelle la formation est orientée vers « les objectifs, les enseignements et les activités de l'école maternelle et élémentaire », est fondée « *sur une connaissance précise du développement physiologique et psychologique de l'enfant et une maîtrise rigoureuse des matières à enseigner ainsi que des méthodes et des techniques appropriées. Elle s'enrichira d'un élargissement de la culture générale et d'une ouverture sur les aspects fondamentaux de la vie civique, économique, sociale et culturelle* ». Elle « *se nourrira encore d'une réflexion sur la mission éducative de l'école et de la profession, sur ses fondements, ses finalités et ses devoirs* ».

Un thème novateur, ou du moins le traitement dont il fait l'objet, apparaît alors : il s'agit de la question de la polyvalence, jusqu'à présent considérée comme de première nécessité. Elle demeure certes, sous ce statut mais « *cette polyvalence sera complétée au choix de chaque instituteur, par l'approfondissement de connaissances et le perfectionnement de compétences dans certains domaines qui constitueront « les dominantes » de sa formation ; ainsi sera préparée son insertion dans une équipe éducative, constituée de non spécialistes, mais de maîtres ayant reçu une formation de base commune et présentant des qualifications ou des compétences complémentaires dont ils peuvent faire bénéficier l'ensemble de l'équipe ».* D'une certaine façon, pour la première fois, le moule d'une formation uniforme se fissure, induisant par suite la promotion d'un « nouveau » type de pratiques pédagogiques officielles : le travail d'équipe.

Les principes en découlent :

« rigueur tant dans la définition des contenus de la formation que dans les démarches pédagogiques, dans la progression de la formation et de son évolution » ;

« intégration étroite de la formation pratique et de la formation théorique ; Cours, stages, observations, travaux personnels et en groupes, ainsi que toutes activités, seront soigneusement imbriquées au sein des unités de formation » ;

«la formation implique aussi bien l' engagement de la responsabilité personnelle de l'élève-instituteur dans sa progression, que l'exercice de l'initiative des responsables pour en adapter les contenus et les modalités au contexte propre à chaque Ecole Normale et à chaque région ».

Les principes, sans remettre nécessairement en question l'itinéraire réflexif fondé sur une dialectique entre expérience et théorie de l'élève-maître en 1970, illustrent toutefois une démarche moins expérimentale, réglée par un dispositif défini, rigoureux qui articule *a priori* visiblement théorie et pratique. Quant au dernier principe évoquant clairement le contrat existant entre élèves-maîtres et institution normale, il consacre presque paradoxalement l'autonomie dont peuvent faire preuve les Ecoles normales. Il n'y a pas paradoxe, si nous nous référons à l'orientation de la politique scolaire : confrontés à la complexité et à la lourdeur d'un système éducatif centralisé, les législateurs promeuvent la déconcentration[214] (transfert de compétences administratives, avec maintien de la subordination hiérarchique). Il y a paradoxe, si nous considérons que la réforme de 1979 trouve une de ses origines dans l'inadéquation de la formation normale jusqu'alors délivrée…Le paradoxe est finalement débusqué, si nous fixons notre attention sur les nouvelles modalités de la formation et de l'évaluation, sur la fonction déterminante que l'Université joue notamment dans la sanction des contenus « théoriques ».

Evoquons brièvement le déroulement de la formation (paragraphe 2) :

La première année, en dehors du stage de sensibilisation signalé précédemment, a encore pour objectif « la consolidation et l'enrichissement des connaissances de base », l' « acquisition des premières compétences professionnelles». Les deux trimestres qui suivent le stage initial sont consacrés à un enseignement, à des activités comprenant deux stages trimestriels de deux semaines (le dernier en responsabilité), permettant à l'élève-instituteur d'acquérir 8 unités de formation de base. Ces unités de formation relèvent de la seule

[214] C. Lelièvre, (2002) Histoire des institutions scolaires (depuis 1789), Nathan pédagogie, p. 216.

responsabilité de l'école normale ; les stages doivent être liés aux objectifs des unités de formation.

La formation approfondie, objet des 2ème et 3ème années, doit permettre à l'élève instituteur d'acquérir 22 unités de formation, dont 10 organisées conjointement par l'E.N. et l'Université ; ces dernières constituent le DEUG mention premier degré. Comme en première année, chacun des trimestres de la formation approfondie (hormis le trimestre final de stage en responsabilité), comprend un stage de deux semaines dont les enjeux répondent à des objectifs communs aux unités de formation suivies.

Nous pouvons donc penser, qu'exception faite d'une organisation plus rigoureuse, coulée dans un découpage temporel synchrone avec des activités d'études segmentées en unités de formation précisément définies, les stages satisfont comme dans la période antérieure à la nécessité d'une dialectique entre apports théoriques (disciplinaires ou pédagogiques) et expérimentations pratiques ; le stage de sensibilisation, sous le guidage de l' inspecteur départemental et de professeurs de l'école normale, permet à l'élève-instituteur d'établir un bilan de ses besoins, de définir le contrat réciproque qui le lie à l'institution.

Ces premières considérations énoncées, la circulaire présente ensuite les Unités de Formation (paragraphe 3).

A l'énumération des notions abordées dans des programmes se substitue donc une organisation en U.F. A chacune d'entre elles, correspond « - des objectifs précis – des contenus détaillés – un horaire – un ensemble d'enseignement et d'activités correspondant aux objectifs poursuivis – une évaluation distincte ». Les élèves-instituteurs doivent au terme de leur formation en avoir acquis 30, parmi lesquelles 20 sont organisées sous la seule responsabilité de l'E.N., et 10 relèvent de la responsabilité conjointe de l'E.N. et de l'Université.

« A la formation polyvalente de l'instituteur, correspondent les unités de formation de base, au nombre de 23 :

	Unités de formation.
Français	3
Mathématiques	2
Mathématiques- Technologie	1
Activités d'éveil	5
Dont	
Histoire et Géographie	1

Sciences expérimentales	1
Musique	1
Arts Plastiques	1
Activités manuelles	1
Education physique et sportive	2
Pédagogie à l'école maternelle	1
Pédagogie du cycle des apprentissages	1
Pédagogie des cycles élémentaires et moyens	1
Etude du développement physiologique et psychologique de l'enfant	2
Philosophie de l'éducation et pédagogie générale	2
Connaissance de l'environnement politique, économique, social et culturel	2
Etude d'une langue et d'une civilisation étrangère	1

« Aux dominantes » de formation correspondent 7 unités de formation optionnelles choisies par l'élève-instituteur. Ces unités de formation constituent un approfondissement des connaissances et des compétences dans des domaines relevant des unités de base. Les unités de formation optionnelles ne sont organisées qu'au cours des 2ème et 3ème années.

En ce qui concerne l'évaluation et le contrôle de ces unités de formation (paragraphe 4), le législateur en remet la charge aux responsables de la formation ; l'évaluation doit du moins comprendre obligatoirement un exercice pratique ou conduite d'une séquence pédagogique dans une classe, et des contrôles de connaissances périodiques. Le contrôle des U.F. constitutives du DEUG, reste à définir (constat du législateur…).

Le paragraphe 5 met encore en lumière le « pouvoir » dont peut se prévaloir le directeur d'école normale sous sa tutelle hiérarchique : *« La définition des plans annuels propres à chaque école normale est effectuée sur proposition du directeur d'Ecole Normale, et approuvée par le Recteur. L'organisation détaillée et la mise en œuvre de la formation dans le cadre du plan annuel ainsi adoptées, sont de la responsabilité du Directeur d'Ecole normale* ». Sont enfin désignés les membres des équipes de formateurs, responsables des enseignements et activités : Universitaires, Inspecteurs départementaux, professeurs d'école normale, conseillers pédagogiques.

S'il convient de relever le caractère de forte nécessité du postulat que sous-tend l'efficience d'un tel dispositif, à savoir l'existence d'une conjonction de vue entre universitaires, professeurs d'école normale et représentants de l'institution école primaire (la circulaire porte la signature de R. Couanau, Directeur des Ecoles, pour le Ministre et par délégation), il nous faut encore préciser la nature et la fonction de ce DEUG mention 1er degré. Comment s'insère-t-il dans un dispositif censé favoriser la collaboration des trois instances désignées au-dessus ?

Signé conjointement par le ministre de l'Education, Beullac, et le Ministre de l'Université, A. Saunier-Séité, l'arrêté définit préalablement (article 1) un diplôme qui sanctionne une formation pluri-disciplinaire orientée vers l'enseignement pré-élémentaire et élémentaire. Sont habilitées à le délivrer les universités ayant signé une convention avec le Ministère de l'Université et le Ministère de l'Education (article 2). La durée totale d'une unité de formation, supérieure ou égale à 70 heures, doit être répartie de façon à ce qu'un tiers soit pris en charge par un professeur d'université, un maître de conférence ou un maître assistant, un autre tiers soit réservé à des activités pédagogiques (article 3). Le DEUG (mention enseignement 1er degré) comprend 10 unités de formation dont 6 obligatoires (article 5). Enfin, ce sont des examens terminaux qui permettent l'évaluation des unités de formation ; le diplôme est délivré par un jury présidé par un professeur d'université, ou un maître de conférence (article 7).

En annexe, nous trouvons la liste des unités de formation obligatoires.

1. Etude du développement physiologique et psychologique de l'enfant. (1)
2. Philosophie générale et philosophie de l'éducation (1)
3. Connaissance de l'environnement politique, économique, social et culturel (1)
4. Langue et littérature française (1)
5. Mathématiques (1)
6. Langue, littérature, civilisation d'un pays étranger (1).

Les 4 unités de formation optionnelles du DEUG, sont choisies par l'élève-instituteur, en fonction des dominantes envisagées, par groupe de 2 dans 2 groupes de matières à savoir :

Sciences expérimentales – Histoire et géographie – Arts – Education physique et sportive – Langue et littérature française - Etude du développement physiologique et psychologique de l'enfant – Mathématique (2) – Langue, littérature, civilisation d'un pays étranger (2).

(2) Les U.F. optionnelles seront conçues comme un approfondissement des connaissances et compétences acquises par l'étudiant au titre des U.F. dans les matières obligatoires.

La formation mathématique de l'élève instituteur comprend donc désormais une composante (mathématiques et mathématiques–technologie) relevant de la seule responsabilité de l'école normale, et une composante constitutive du DEUG, impliquant celle de l'Université.

La réforme en imposant l'Université comme partenaire institutionnel dans la formation des instituteurs, et en préservant par ailleurs la responsabilité des directeurs d'écoles normales dans la définition et la mise en œuvre des plans d'études, peut donc engendrer trois types de réorganisation : dans les écoles normales, où la collaboration de l' enseignement supérieur et des professeurs d'école normale a déjà produit des protocoles de formation opératoires, l'allongement de la durée de formation ne peut que favoriser la réflexion en cours ; dans les écoles normales qui n'ont pas pu entretenir avec l'enseignement supérieur de partenariat constructif, les injonctions officielles pourront soit, susciter une collaboration effective, nourrie par les expériences des précurseurs (celle de l'école normale de Grenoble par exemple), soit, accentuer la rupture entre théorie (un savoir académique, propriété des universitaires) et une pratique (réservée plus spécifiquement aux responsables traditionnels de la formation) ; dans ce dernier cas, la non obtention d'un DEUG liée aux insuffisances de l'élève-instituteur dans la maîtrise du savoir « académique » et impliquant l'échec au certificat d'aptitude pédagogique, sera nécessairement perçue par l'intéressé comme une rupture du contrat institutionnel initial. Ce ne sont pas sur l'évaluation de savoirs disciplinaires que sont recrutés les élèves-instituteurs et c'est sur leurs compétences professionnelles que doit se prononcer l'institution le C.A.P..

En effet, conformément au décret 78-873 du 22 août 1978, deux concours sont ouverts respectivement : -l'un aux candidats bacheliers : concours externe, -l'autre aux candidats bacheliers, justifiant de services rémunérés d'instituteurs suppléants : concours interne.

Semblables, si ce n'est que la première épreuve de la 1ère série porte sur l'étude d'un texte, pour le concours externe, sur l'étude d'un texte « portant sur un problème d'éducation » pour le concours interne, en dehors de l'orthographe et de l'écriture, les modalités des deux concours (circulaires 79- 151 et 79-1055 du 8 mai 1979) ne convoquent aucun « savoir » disciplinaire. C'est la culture générale, domaine indéfini si on la réfère à la culture diversifiée des bacheliers en fonction des filières suivies, qui est objet d'évaluation. L'épreuve scientifique (1ère série) porte donc sur l'analyse de documentation à caractère scientifique : d'une durée de 3 heures, affectée d'un coefficient 7 (sur un total de 20 pour les épreuves de la 1ère série), elle doit permettre d' « apprécier les capacités d'analyse, de logique, d'organisation et de synthèse » du candidat.

Les législateurs conservent donc les modalités de recrutement des bacheliers appliquées par leurs prédécesseurs en 1969 ; cette condition que les professeurs d'école normale identifient unanimement en 1978, comme une contrainte (ce qui est évalué n'est pas lié au projet de la formation) dans la mise en œuvre de la liaison théorie-pratique, semble donc dans le cadre de la réforme pouvoir être négligée. L'allongement de la durée de formation, la participation de l'enseignement supérieur, sont donc les deux nouvelles variables qui institutionnellement doivent améliorer l'efficience de la formation.

Nous pourrions exhiber la présence d'un autre levier de pilotage dans la rénovation du plan de formation : le contenu officiel des unités de formation mathématique. Nous écartons dans un premier temps cette variable : nous tenterons d'éclairer les « élucubrations » qui suivent à la fin du prochain paragraphe. D'une part, nous ne disposons pas des documents qui en définissent les grandes lignes, (ils n'ont pas été publiés au B.O., mais transmis comme ceux de 1969 directement aux écoles normales), nos recherches limitées par le temps n'ont pu nous permettre de nous les procurer. D'autre part, il nous semble licite de supposer, qu'au regard du programme officiellement publié au B.O. daté du 11 mars 1986, les exigences en termes de contenus théoriques arithmétiques n'ont pas été abaissées, et reflètent semble t-il, la préservation de ces notions entre 1969 et 1986. Par ailleurs, la fonction officielle du descriptif de ces Unités de formation est explicitement définie par les législateurs non comme un cadrage rigoureux et imposé, mais comme une trame qu'il revient aux écoles normales d'adapter à leur mission spécifique. Nous émettons donc l'hypothèse que les contenus de la formation disciplinaire, envisagés avant 1979 par les responsables de la formation, ne subissent pas de modifications profondes dans les écoles normales où ces responsables poursuivent leurs activités ; par contre, nous n'occultons pas le fait qu'au cours de cette période, au sein mêmes des écoles normales, sans contrôle « officiel » puissent se développer une conception de la formation intégrant de nouveaux savoirs ou de nouvelles méthodologies censés favoriser la mise en œuvre de la liaison théorie-pratique (les apports de la didactique des mathématiques, les laboratoires d'essais pédagogiques) ; nous n'occultons pas plus que le niveau d'exigence « théorique » défini par l'ensemble des responsables de la formation puisse en fonction d'une collaboration plus ou moins étroite, considérablement fluctuer suivant les lieux. Nous postulons encore que, quels qu'ils soient, ces effets ne révèlent que les capacités d'adaptation (ou de non adaptation) aux contraintes conjoncturelles (et non pas éducatives et professionnelles) qu'impose le cadre législatif : plus précisément si le texte officiel fixe dans ses principes les finalités de la formation, finalités qui depuis 1969 sont évidemment celles de l'institution normale, il revient à cette dernière le monopole d'en préserver la consistance, de poursuivre la réflexion sur la mise en œuvre d'une formation opératoire ; c'est ce monopole que nous tenterons de préciser à la fin du paragraphe suivant.

Il nous semble donc pertinent, avant d'aborder les conditions internes à l'institution de formation qui vont permettre la stabilisation d'un savoir spécifique au futur maître, d'évoquer l'amoncellement des contraintes conjoncturelles qui successivement opacifient le projet d'une formation des maîtres soigneusement régulée dans le temps, satisfaisant à des objectifs clairement définis au sein de chaque école normale.

3. 2.C. Zone de turbulences : ou de ce qu'il advient de l'articulation théorie-pratique dans une institution où se multiplient les plans de formation initiale.

En 1979-80 et 1980-81, le plan de formation est appliqué conformément aux modalités envisagées.

Nous aborderons successivement les modifications relatives à l'organisation du DEUG-instituteur, aux modalités de recrutement, à l'évolution de l'organisation temporelle des stages.

La circulaire 82-422 du 1er octobre 1982[215] réorganise un diplôme universitaire, dont il semble que la cohérence avec la polyvalence ne soit plus conforme aux visées des législateurs. Il s'agit donc de recomposer la formation à l'école normale, de maintenir le découpage en unité de formation mais de les regrouper en 5 groupes, et d'instaurer un « DEUG à dominante disciplinaire» de « couleur universitaire ». Il s'agit donc de dévoluer plus précisément à l'université l'enseignement et l'évaluation d'une discipline choisie par l'élève instituteur, le DEUG mention 1er degré restant placé sous la responsabilité de l'Université.

Le contenu de la formation relevant de l'école normale comprend 20 unités de formation, dont 16 constituent le tronc commun obligatoire, 2 un complément de polyvalence et 2 relèvent d'un secteur optionnel. Le tronc commun obligatoire comprend désormais :

> 1. Philosophie générale, Philosophie de l'enfant et pédagogie générale ; 2. Etude du développement physiologique et psychologique de l'enfant ; 3. Connaissance de l'environnement économique, politique, social et culturel ; 4. Connaissance de l'environnement culturel régional ; 5. Français A ; 6. Mathématiques A ; 7. Education physique et sportive A ; 8. Sciences sociales ; 9. Sciences expérimentales ; 10. Mathématiques – Technologie ; 11. Education musicale ; 12. Art plastiques ; 13. Activités manuelles ; 14. Stage 1 – cycle « maternelle » ; 15. Stage 2 – cycle des apprentissages ; 16. Stage 3 –cycle élémentaire et moyen.

En mettant l'accent sur la polyvalence qu'exige la fonction de l'instituteur, « éducateur et enseignant », cette réorganisation qui repose maintenant sur un ensemble de 5

[215] *In* Le livre des instituteurs, Code Soleil, 1983.

groupes d'unités[216] remet d'une certaine façon en question la fonction primordiale accordée aux « disciplines » du DEUG primitif. Les compléments de polyvalence comprennent une formation de mathématiques (Mathématiques B), deux de français (Français B – Français C), une formation en Education physique et sportive (E.P.S. B). Le secteur optionnel doit comporter au moins une unité de formation transdisciplinaire. L'emprise des disciplines fondamentales, le Français et les Mathématique, placées sous l'égide directe de l'Université se desserrent, transformant donc les modalités d'évaluation du DEUG mention 1er degré. Ces modifications tendent à restaurer un diplôme de caractère réellement pluri-disciplinaire : la dominante s'intègre à la formation sous forme d'un enseignement optionnel.

L'organisation des enseignements en unités de formation est abandonnée : lui est donc substituée la mise en place d'un tronc commun obligatoire (comprenant les matières de type A), définissant avec les enseignements complémentaires et les enseignements optionnels les contenus du nouveau DEUG. Soulignons encore que les législateurs précisent : *« Dans chaque matière de type A ou B, 25% au moins des enseignements devront être consacrés à l'étude de la didactique des disciplines concernées ».* Institutionnellement la didactique se voit octroyer une part non négligeable dans le temps de l'enseignement, premier signe d'une reconnaissance officielle…Il semble donc que cette période marque sinon une rupture, du moins une évolution certaine dans la conception officielle de la formation des maîtres : la mise en œuvre de la liaison théorie-pratique n'est plus seulement subordonnée à la maîtrise d'un savoir mathématique qualifié de « haut niveau », et d'un savoir de nature philosophique, psychopédagogique censé en légitimer l'étendue ; s'imbriquant à la formation disciplinaire, la didactique tend à plonger les savoirs à apprendre et à enseigner dans un environnement technologico-théorique qui leur confère une nouvelle légitimité professionnelle.

Le devenir de ce DEUG-instituteur s'avère en définitive sans grand avenir, puisqu'il est abandonné à la rentrée 1984[217]. Les élèves-instituteurs recrutés au niveau du baccalauréat reçoivent une première année de formation à l'école normale, puis préparent un DEUG à l'université. Ils passent une journée par semaine à l'école normale et effectuent un stage en responsabilité au cours de chacune des deux années du DEUG.

---

[216] 1. L'enfant, son éducation, son environnement ; 2. Les disciplines de base à l'école élémentaire ; 3. Les activités d'éveil à dominante scientifique ; 4. Les activités d'éveil à dominantes artistique et technologiques ; 5. Stages aux divers paliers de la scolarité.

[217] Sources non officielles. N. Faingold, Un peu d'histoire, *in* Pratiques de formation : P.U.F., F.A.R., & Cie, Collectif Education Formation Recherche, Ecole normale du Val d'Oise, juin 1991, p. 23.

Abordons maintenant la politique de recrutement qui explique en partie la disparition d'un DEUG-instituteur dont la faible légitimité officielle traduit de fait un hiatus entre les finalités d'une institution universitaire et de l'institution de formation des maîtres.

Les sources que nous citons proviennent des archives personnelles de J. Bolon[218] .

Un premier arrêté, le 27 avril 1982, fixe les modalités d'organisations des concours exceptionnels de recrutement des instituteurs : le concours post-DEUG. Un peu plus (dans les principes) que précédemment, quelques compétences liées aux disciplines scolaires semblent prises en compte…

Epreuve de la deuxième série : Français et mathématiques : analyse d'une documentation permettant d'apprécier les qualités de compréhension et d'expression du candidat de même que ses qualités de logique et son aptitude à utiliser divers modes de calcul et de représentation (durée de l'épreuve : trois heures ; coefficient 10).

Une note d'information, datée du 26 mai, précise les motifs du dispositif en question : *« Le faible recrutement d'instituteurs au cours des dernières années fait apparaître un important déficit pour la rentrée 1982, le nombre d'élèves instituteurs étant inférieur au nombre total de postes à pourvoir pour satisfaire les besoins».* Elle stipule encore : *« le concours comportera trois parties : 1) Une épreuve éliminatoire, destinée à vérifier le niveau du candidat en français et en calcul […] ».* Elle explicite enfin le dispositif de formation qui en résulte : *« Les candidats reçus seront nommés stagiaires, et seront directement affectés sur un poste d'enseignement dans le département où ils seront admis, sur un emploi budgétaire vacant. Ils seront titularisés après une année de stage et bénéficieront d'une action spécifique de formation adaptée ».* Adjointe à cette note, un document adressé aux Recteurs d'Académie, daté du 13 mai 1982, annonce les modifications à venir : des modalités de formation qui seront précisées « ultérieurement » pour les élèves-instituteurs issus de concours externes, « la nécessité d'ouvrir des concours départementaux distincts (l'organisation reste académique), masculins et féminins, ou des concours mixtes » en fonction de la proportion des instituteurs de l'un ou l'autre sexe déjà en activité ; *« dans la plupart des départements, il y aura donc lieu de prévoir quatre concours : – un concours externe masculin – un concours externe féminin – un concours interne masculin – un concours interne féminin ».* La volonté ministérielle d'écarter tout recours à un recrutement d'instituteurs suppléants se traduit encore à travers l'organisation du concours ouvert aux

[218] J. Bolon, Maître de Conférence à l'IUFM de Versailles, formateur (entre autres fonctions) des maîtres depuis 1981.

candidats relevant de cette catégorie : le concours interne organisé à leur adresse « *ne comportera plus désormais qu'une épreuve unique consistant en un commentaire oral prenant appui sur une fiche-mémoire suivi d'un entretien avec le jury. Ce commentaire portera, au choix du candidat, soit sur une expérience pédagogique qu'il a vécue lui-même au cours des suppléances effectuées, soit sur des textes ou documents d'ordre pédagogique proposés par le jury (durée : 45 minutes pour la préparation et la rédaction de la fiche ; 30 minutes pour le commentaire et l'entretien)* ». Le relevé exhaustif des diplômes donnant droit à l'équivalence du DEUG requis pour satisfaire aux conditions d'inscription, la campagne de publicité conduite autour de ce concours, révèlent le caractère d'urgence d'une réorganisation de la politique de recrutement des instituteurs : c'est non seulement en terme quantitatif mais aussi en terme qualitatif et encore en terme d'équilibre entre sexes, que doit s'opérer cette nouvelle vague de recrutement.

Il en résulte ce que nous révèle la circulaire n° 82-306 du 16 juillet 1982 (B.O. n°29), relative aux élèves-instituteurs et instituteurs stagiaires :

La formation dans les écoles normales doit répondre aux besoins spécifiques de trois catégories de public : des élèves-instituteurs recrutés au concours interne de 1981 et ayant demandé à exercer la fonction d'instituteur – des élèves-instituteurs recrutés au concours interne de 1982 – des instituteurs stagiaires recrutés aux concours spéciaux (niveau DEUG) de 1982. Motivée par « la politique de limitation des emplois poursuivie les années passées et les créations indispensables qui ont été réalisées à la rentrée », l'importance de l'actuel recrutement impose « une formation professionnelle spécifique », la « mobilisation des moyens de formation », la « solidarité des enseignants » envers les enseignants débutants. Le choix politique d'un recrutement exceptionnel et non d'un appel à des suppléants conduit donc à reconsidérer la formation comme une « formation professionnelle d'adulte », fonction des besoins exprimés par les stagiaires, comme une « aide à l'exercice du métier » et comme « une préparation aux épreuves écrites terminales » (pour les catégories concernées).

En fait, la première catégorie n'a pas à subir l'épreuve écrite terminale : elle suit une année de formation en alternance. La formation complémentaire s'échelonne sur 4 ans, 1 an avant la titularisation, 3 ans après. La seconde catégorie subit les épreuves terminales, elle suit après l'année de suppléance, une formation initiale la préparant à ces dernières. La formation complémentaire s'étend sur 5 ans, 2 ans avant la titularisation, 3 ans après. Enfin, la dernière catégorie bénéficie d'une « formation centrée sur le métier » étendue sur 3 années, 1 an avant la titularisation, 2 ans après.

Le décret n° 83- 114 du 3 juin 1983 institue les concours spéciaux post-DEUG pour une période de 3 ans.

Il est donc inutile d'insister sur la multiplicité des plans de formations que les écoles normales doivent pouvoir faire vivre entre la rentrée 1982 et la rentrée 1987.

Examinons enfin comment les stages, fortement imbriqués dans le plan initial aux contenus des unités de formations, s'insèrent désormais dans la réorganisation de la formation. Il va de soi que les contraintes qui modifient leur organisation, relèvent non du niveau de détermination pédagogique mais d'un niveau politique confronté à une situation d'urgence (mettre en grand nombre des enseignants non-suppléants devant des élèves).

L'historique, présenté par N. Faingold[219] dans un document interne à l'école normale du Val d'Oise, permet d'apprécier avec clarté les grandes étapes d'un processus imposé officiellement qui finalement, impliquant la mobilisation des capacités de réflexion et d'initiatives au sein des écoles normales, permet l'émergence de méthodologies de formation innovantes et compatibles avec des contraintes conjoncturelles absentes du projet initial.

La formation de 1ère année :

Le stage de sensibilisation d'un trimestre est supprimé en 1981-82. En 1ère année, s'instaure le système de l'alternance (un temps de responsabilité dans les classes, un temps à l'école normale) et des doublettes (deux élèves-instituteurs sur le même poste). Six unités de formation (de 40 heures), assurées par l'école normale parachèvent cette formation de base.

Expérience controversée, (remise notamment en question par les parents), pertinente dans les cas où elle favorise la recherche sur la formation (laboratoires d'essais pédagogiques, créations d'équipes pluri-catégorielles formateurs – terrain), l'alternance n'est pas reconduite

Le stage de sensibilisation est en partie rétabli en 1982-83 et 1983-84 : réduit à 2 ou 3 semaine, sans guidage institutionnalisé d'un IDEN ou de PEN, il est suivi d'une formation comprenant à nouveau 8 unités de formation, assurées par l'école normale. Les Unités de Formation, dites de « paliers », c'est-à-dire correspondant aux trois cycles de l'écoles primaire sont supprimées : leur sont substitués des stages correspondant respectivement aux trois cycles de la scolarité, comme stipulés dans le tronc commun du DEUG à dominante.

[219] N. Faingold, Un peu d'histoire, *in* Pratiques de formation : P.U.F., F.A.R., & Cie, Collectif Education Formation Recherche, Ecole normale du Val d'Oise, juin 1991, p. 23-27.

A cette expérience guère plus satisfaisante, (l'intérêt des unités de paliers, cadres possibles d'interventions pluri-disciplinaires se révélant *a contrario),* succède donc la formation initiale spécifique post-DEUG (F.I.S).

La formation initiale spécifique (F.I.S.).

Si la formation, conformément au décret du 3 juin 1983, doit permettre, durant les deux années qui précèdent la titularisation, « trente semaines de formation théorique et pratique s'articulant avec des périodes de prise en responsabilité pour constituer une formation en alternance », celle-ci se traduit dans les faits, quasiment partout, par la juxtaposition d'une première année sur le terrain, d'une seconde année comprenant trente semaines de formation à l'école normale. Certaines promotions, en 1985, bénéficient toutefois d'une formation à l'école normale précédent la période de stage en responsabilité.

Le projet de loi Savary, objet de multe négociations, voté finalement à l'assemblée nationale le 22 mai 1984[220], finalement retiré, a du moins le mérite de souligner la mission de formation des enseignants de l'Université ; en dévoluant à cette dernière la responsabilité de formation des enseignants, elle favorise le développement des rapports entre recherche et formation, la collaboration entre Université et Ecole normale. Cette dynamique se concrétise sous le Ministère Chevènement, dans le cadre de la rénovation du DEUG en 1984, à travers l'émergence de la notion de « préprofessionnalisation ». Les Universités sont censées introduire dans le curriculum des étudiants de 1er cycle des modules « destinés à permettre à chaque étudiant de confronter son projet professionnel initial aux réalités de la profession ». Cette décision coïncide donc avec l'émergence de la volonté ministérielle d'allonger à 4 années la formation des futurs instituteurs. Le DEUG incluant un module de « préprofessionnalisation aux métiers de l'enseignement » placé sous la responsabilité de l'université, suivi d'une formation professionnelle de deux années relevant de l'école normale, définirait alors le curriculum du futur maître. Comme le signale C. Comiti en 1987 (note précédente), entre projet et réalisation la distance est considérable. L'unique module mis en place par les Universités engagées dan cette rénovation est le module de « préprofessionnalisation aux métiers de l'enseignement » : l'expérience peut apparaître comme concluante dans les Universités où le partenariat avec les Ecoles normales était déjà effectif (citons par exemple l'école normale de Grenoble), elle ne traduit pas en 1987, la

[220] C. Lelièvre, (2002) Histoire des Institutions scolaires (depuis 1789), Nathan pédagogie, pp. 205-207.
C. Comiti, Liaison préprofessionnalision – Formation professionnelle des maîtres, Actes du XIV colloque inter-IREM des PEN, Angers 1987, p.26.

situation générale. A défaut de mobiliser l'ensemble des Universités sur ce projet de rénovation du DEUG, ainsi que le signale C. Comiti, le projet de loi Savary est à l'origine de la création, au sein des Universités, d'une structure de Service Commun de Formation des Maîtres et des Formateurs : ces Structures, Centres Universitaires de Formation des Enseignants et des Formateurs (C.U.F.E.F) vont pouvoir dès lors s'impliquer dans la formation des instituteurs, d'une part, par le biais des modules de préprofessionnalisation, d'autre part, à partir de 1986 par le biais des modules de préparation au concours de recrutement des instituteurs.

L'arrêté[221] du 20 mai 1986, relatif à la formation des élèves-instituteurs, officialise donc une formation répondant à des besoins révélés dans la période qui précède : l'élévation du niveau culturel prérequis pour acquérir une formation professionnelle (l'héritage de la formation initiale spécifique), mais encore la consolidation et l'élargissement d'une culture générale au sein d'une école normale qui dans le contexte conjoncturel ne peut déléguer à l'Université la totale responsabilité d'une sensibilisation « aux métiers de l'enseignement ». Demeure en effet, au cœur de la problématique le problème de l'articulation théorie-pratique : et c'est bien, semble t-il, la réflexion engagée sur ce problème qui peut légitimer une formation « normale » d'une durée de deux années. En effet, dans le meilleur des cas, l'Université propose aux étudiants désireux de se vouer à l'enseignement une sensibilisation à la profession : le temps de l'étude au sein de l'Université ne peut toutefois se juxtaposer à un temps de la formation professionnelle qui repose consubstantiellement sur une dialectique apports de connaissances théoriques – pratique professionnelle. Par ailleurs, se révèlent encore les limites de la formation post-DEUG, limites fortement corrélées à la brièveté du temps réel de formation, à savoir, trente semaines à l'Ecole normale. Il semble donc envisageable de supposer que la nouvelle configuration de la formation trouve spécifiquement son origine dans la prise en compte de ces deux variables de commande liée à la mise en œuvre de la liaison théorie-pratique : l'élévation de la culture « disciplinaire » du futur instituteur, le temps nécessaire à la mise en place d'une dialectique entre théorie et pratique.

Les dispositions permanentes de l'arrêté définissent donc la formation des instituteurs comme « la seconde partie d'une formation en quatre ans, organisée dans les écoles normales, mais non plus exactement sous l'autorité de l'ensemble des instances citées dans les textes

[221] *In* A. Chervel, (1995), L'enseignement du français à l'école primaire, T.O., tome 3 : 1940-1995, INRP economica.p . 382-283.

officiels de 1979 : ce n'est plus en liaison avec les Inspecteurs départementaux de l'Education Nationale mais en liaison « avec les présidents d'Université ou d'autres établissements d'enseignement supérieur participant à la formation par convention » (article 1) que s'organise désormais la formation…Cette substitution n'est pas anodine : ne remet-elle pas en question la collaboration parfois étroite entre Ecoles normales et « terrain » qu'avait suscitée la succession des mesures relatives au statut formatif des stages ? Qualifiée de « formation professionnelle supérieure », la formation comprend lors du dernier semestre de la seconde année un stage en responsabilité d'une durée de 8 semaines. La formation est assurée par les professeurs de l'E.N., inspecteurs-professeurs, instituteurs maîtres formateurs ainsi qu'enseignants-chercheurs (article 2). L'horaire de formation théorique et pratique (non compris les stages externes) est porté globalement à 1890 heures (article 3).

La réorganisation de la formation en 1986 révèle par ailleurs un certain nombre de points de rupture avec les aménagements successifs du plan de formation de 1979. Les concours de recrutement des instituteurs tendent fort progressivement, tout au long de cette période, à s'orienter vers une évaluation de savoirs « académiques » : la mise en place des modules de préprofessionnalisation ou de leurs avatars permet l'instauration en 1986, d'un concours externe se distinguant nettement des précédents.

Le décret du 14 mars 1986 (n° 86-487) instaure les modalités d'un concours externe (toujours distinct suivant le sexe des candidats) comportant 4 épreuves d'admissibilité (lettres – langue française ; mathématiques ; sciences – technologie ; histoire ou géographie), 4 épreuves d'admission (entretien sur un sujet relatif à l'éducation, appréciation des capacités en éducation physique et sportive, art plastique et musique), une épreuve facultative de langues étrangères.

Au DEUG-instituteur, auquel est subordonné le certificat d'aptitude pédagogique, se substitue (article 9 de l'arrêté relatif à la formation des élèves-instituteurs, 20 mai 1986) un contrôle terminal comprenant, outre l'évaluation du stage en responsabilité, quatre épreuves :

1) Une épreuve écrite portant sur les programmes de philosophie, d'histoire et de sociologie de l'éducation, de pédagogie générale et de psychologie, y compris dans les domaines de l'école maternelle ainsi que de l'adaptation et de l'intégration scolaire (durée : 4 heures, coefficient :3).

2) Une épreuve écrite de français portant sur les programmes de cette discipline (durée : 3 heures, coefficient 3).

3) Une épreuve écrite portant sur le programme des disciplines figurant dans la liste de la formation disciplinaire, telle que prévue à l'annexe du présent arrêté. La forme et la durée de cette épreuve varient selon la discipline, laquelle est tirée au sort par chaque élève-instituteur (coefficient 2).

4) Une épreuve orale, dont le sujet est tiré au sort par chaque élève-instituteur, portant sur la connaissance du système éducatif et des activités complémentaires de l'école, ainsi que sur les problèmes économiques, sociaux et culturels concrets des milieux d'exercice et de leurs conséquences scolaires et pédagogiques (durée de la préparation : 1 heure, durée de l'épreuve : 20 minutes, coefficient 1).

C'est donc encore sous l'égide de la philosophie, de la psychopédagogie, domaines privilégiés de l'activité réflexive du futur maître qu'est consacrée une formation professionnelle plus spécifiquement orientée vers la maîtrise de la langue et « contrainte » par la nécessité de réduire l'échec scolaire, de favoriser l'élévation du niveau culturel moyen. De la circulaire du 1er juillet 1981 sur les zones d'éducation prioritaire, emblématique d'un certain point de vue de la politique éducative du Ministre Savary (développer l'autonomie des acteurs du système éducatif, compenser par une augmentation des moyens éducatifs le déséquilibre entre populations « moyennes » et populations localement défavorisées) à l'annonce du Ministre Chevènement (22 mai 1985) de conduire 80% d'une classe d'âge au baccalauréat, la dimension éducative de la formation prend sinon le pas sur la dimension instructive, du moins assure un rôle majeur dans le projet politique que définissent les législateurs. Il semble que la politique de décentralisation inscrite dans le cadre de la réforme institutionnelle instaurée par la loi du 2 mars 1982[222] ne soit pas sans influence sur la nature et la fonction de la dernière épreuve de ce contrôle terminal.

Ce que semble mettre en exergue l'épreuve terminale, remet-il réellement en question le poids des « savoirs » ? Le concours de recrutement soulignait l'insistance du législateur à prendre en compte une culture « disciplinaire » minimale. Celle-ci est certes nécessaire mais non suffisante : en effet, au regard des contenus de formation[223] définis dans l'annexe adjointe à l'arrêté, nous pouvons considérer que l'équilibre entre la formation disciplinaire et la formation pédagogique générale et professionnelle est assuré. Le « domaine de formation » consacré à la « formation disciplinaire (scientifique, méthodologique et didactique) occupe

[222] C.Lelièvre, (2002), Histoire des institutions scolaires (depuis 1789), Nathan pédagogie, p. 217.
[223] Ces contenus se répartissent en 4 domaines : 1) Formation pédagogique générale théorique et pratique (incluant les stages) ; 2) Formation disciplinaire (scientifique, méthodologique et didactique) ; 3) Formation au rôle administratif et social de l'instituteur ; 4) Approfondissement optionnel.

795 heures sur les 1890 prévues pour l'ensemble de la formation, tandis que les stages (non compris le stage terminal en responsabilité de 216 heures) couvrent 270 heures ; l' « approfondissement optionnel », 4ème domaine de formation, qui peut porter sur l'une des disciplines relevant de la formation disciplinaire comporte lui-même 100 heures de formation. A défaut d'un contrôle terminal qui ne porte que sur le français et une discipline tirée au sort, chaque discipline fait l'objet d'un contrôle continu : ainsi pouvons-nous extraire du tableau récapitulatif.

Domaines de formation	Horaires	Coefficients du contrôle continu	Coefficients du contrôle terminal
2. Formation disciplinaire (scientifique, méthodologique et didactique)			
Français	150 h	2	3
Mathématiques	135 h	2	
Sciences et technologie (dont informatique : 70 h)	190 h	2	
Histoire-Géographie et Education Civique	120 h	2	2
Education physique	100 h	1	
Education artistique.	100 h	1	

Notons encore que le contrôle du stage terminal en responsabilité est affecté d'un coefficient 8, les autres stages relevant du contrôle continu étant affectés d'un coefficient 2.

Cette répartition souligne donc la volonté du législateur d'articuler et non plus de juxtaposer les évaluations de type théoriques et pratiques en jouant notamment sur la fonction du contrôle continu.

Au terme de cette première période de turbulences, quels sont les effets produits sur les plans d'études de mathématiques dans les écoles normales et plus particulièrement sur l'Arithmétique du futur instituteur ?

Officiellement, même si nous ne disposons pas de la trame communiquée par les législateurs en 1979 aux Directeurs des Ecoles normales, nous pouvons prétendre que le principe d'élever à un « haut niveau de formation mathématique » la culture disciplinaire de l'élève-instituteur reste de mise. L'élévation du niveau de recrutement, la participation officielle de l'enseignement supérieur en sont des révélateurs. Si la réorganisation du DEUG-instituteur peut sous-tendre une légère réadaptation du niveau d'exigence requis, les nouvelles modalités du concours de 1986 ravivent du moins le principe d'une culture minimale commune, prise en charge, en théorie, par l'Université. Par ailleurs, l'évolution des programmes et des méthodes pédagogiques de l'enseignement primaire, qu'accompagnent les apports de la recherche pédagogique et didactique, ne remet pas en question la préservation des objets d'enseignement présents dans le programme officiel de 1970. S'il y a éviction de la théorie des ensembles, effacement d'une composante formelle censée favoriser au développement logico-mathématique de l'enfant, il n'en demeure pas moins que les objets d'enseignement définis dans le programme de 1970 sont ceux qui ont servi d'objets à la recherche pédagogique et didactique ; ce sont donc ces objets qui vivent encore dans les programmes d'après 1977, puisque légitimés par la reconnaissance officielle des didactiques spécifiques aux disciplines (T..O. de 1986). La co-détermination des programmes de l'enseignement primaire et des plans d'études, que rappelle explicitement J.P. Chevènement en 1985, permet donc de supposer que la culture théorique du futur maître reste fortement liée à celle qu'avaient envisagée les promoteurs de la réforme : une culture théorique suffisante en 1970 pour appréhender dans chaque situation les modèles mathématiques sous-jacents, pour déduire les procédés pédagogiques qu'il convient de mettre en œuvre, est-elle consubstantiellement distincte de celle envisagée en 1986 ?

Le programme de la formation dispensée dans les écoles normales d'instituteurs et d'institutrices (Circulaire n° 86-134 du 14 mars 1986- B.O. n°11, 20 mars 1986) confirme la résistance d'un corpus mathématique théorique consistant.

D'une durée de 135 heures (quotité moyenne pratiquement invariante au cours de la période inaugurée en 1969, exception faite de celle consacrée à l'enseignement mathématique dans le cadre de la formation initiale post-DEUG (F.I.S.), *« l'enseignement des mathématiques doit permettre à l'élève-instituteur d'établir un lien entre théorie et pratique, d'analyser des documents ou des manuels, et de comprendre le développement de la pensée logique de l'enfant ».* La consolidation des connaissances en relation avec les programmes et instructions, l'adaptation des compétences acquises antérieurement à la formation « normale » constituent le second versant des objectifs à atteindre. Le programme (paragraphe 2.02) comprend 4 rubriques :

1) Contenus relatifs à la discipline

-Structures algébriques de base : loi interne, structure de groupe, groupe cyclique en liaison avec la géométrie.

- Arithmétique : ensembles équipotents, ensembles finis, cardiaux. Etude de N (génération, ordre, opérations, numérations : dénombrement, congruences) – Combinatoire – Probabilités simples.

-Décimaux et rationnel : introduction, ordre, opérations ; approximations ; complétion de Q

-Relations, applications, fonctions : équivalence et ordre ; fonctions et variables (croissance, taux, interpolation, extrapolation) ; fonctions linéaires (proportionnalité) polynômes, exponentielle – Paramètres. Mise en équation – Représentation graphique.

2) Aspects didactiques et pédagogiques

-Développement de la pensée logique de l'enfant.

-Mise en relation avec les théories psychologiques et didactiques. Etat actuel des connaissances (courants psychologiques et épistémologiques)

-Aspects pédagogiques : études des pratiques pédagogiques aux différents niveaux de l'école élémentaire et pré-élémentaire.

-Elaboration d'une progression sur un thème donné ou recherche sur un sujet particulier de didactique, réalisée par chaque élève-instituteur, en liaison avec les stageS

3) Mathématiques appliquées

-Mesure et mesurage : mesure de longueur, aires volumes masses, capacités, durées, températures. Techniques de mesurage. Erreurs et encadrement.

-Liaison avec la technologie […]

-Orientation : utilisation d'une carte, navigation, Eléments d'astronomie.

-Eléments de statistique : divers modes de représentation, lecture et interprétation;

4) Informatique

-Notions d'informatique : algorithmes, organigrammes. Eléments de programmation. Procédures.

-L'outil informatique : traitement d'un problème, introduction de notions nouvelles.

En dépit de l'oubli apparemment fortuit de la géométrie (échanges épistolaires[224] entre COPIRELEM et Direction des Ecoles, COPIRELEM et Inspection Générale (L. Corrieu)), de l'absence de commentaires ramenant à une plus juste mesure les exigences sous-tendues par les intitulés du programme (les membres de la Copirelem réunis lors du colloque de Quimper (voir référence bibliographique) jugent ces exigences excessives, relevant du niveau d'un DEUG scientifique), ces rubriques présentent la configuration d'un domaine de savoir, à la fois ancien et novateur. L'articulation Mathématiques – Mathématiques appliquées peut évoquer le principe que la « pénétration réciproque » des deux domaines, cher à C. Bourlet (1908) renaît des cendres d'une réforme révolue ; par contre, l'informatique, la prise en compte officielle de la didactique des mathématiques, plongent aussi le programme dans la vague d'un développement scientifique lié au mouvement de la réforme de 1970.

Le programme d'arithmétique traduit spécifiquement cet ancrage dans deux dimensions complémentaires : les intitulés à proprement arithmétique font sans équivoque référence à une arithmétique rénovée ; la présence de la combinatoire, les probabilités simples

[224] *In* Actes des 12ème et 13ème colloques inter-IREM des PEN de Mathématiques, Guéret (1985), Quimper (1986), COPIRELEM et IREM de Limoges, Brest, Rennes, Paris VII.

définissent un lien avec une certaine « mathématique sociale » telle que pouvait l'entendre Condorcet. Le caractère pluridisciplinaire sur lequel les Instructions précédentes mettaient déjà l'accent à travers la rubrique « Mathématiques – Technologie » (évocatrice par ailleurs des laboratoires de mathématiques de Borel -1904) est nettement affirmé.

Officiellement les programmes livrent donc des objectifs de connaissances théoriques en continuité avec ceux fixées par les promoteurs de la réforme, c'est-à-dire, fidèles au principe d'une formation mathématique de haut niveau, cautionnés désormais par les besoins d'une articulation théorie-pratique éclairée par les apports d'une didactique « officialisée ».

Que révèle dès lors la « réaction d'humeur » de la COPIRELEM, et au travers de cette instance, la perception d'un nombre représentatif des acteurs de la formation ?

Entre les objectifs de connaissances théoriques caractérisés comme« souhaitables au terme de la formation professionnelle en 1979» (paragraphe 5.A) et ceux définis par le plan d'études officiel de 1986, quel clivage, consécutif à l'ensemble des contraintes originelles puis conjoncturelles s'est finalement produit ?

Des différentes acceptions de la définition d'une théorie envisagée dans son rapport avec la pratique professionnelle.

Il convient tout d'abord de souligner que le choix des sources documentaires susceptibles de nous éclairer n'est évidemment pas exhaustif ; il permet simplement d'induire des interprétations diverses.

Si nous postulons que les expériences conduites dès les années 70, au sein de l'école normale de Grenoble, mettent en évidence un fonctionnement représentatif du savoir mathématique dans la formation des futurs instituteurs, les objectifs affichés dans le programme officiel présentent dès lors une forte analogie avec ceux qu'illustrent un ouvrage rédigé par certains des formateurs investis dans cette formation. L'ouvrage « Formation mathématique des instituteurs avec ouverture sur l'informatique[225] », publié en 1981 et relatant une expérimentation initiée en 1974, évoque, sans déroger au « principe moderne » d'un découpage par thèmes, l'ensemble des objectifs officiels. Les auteurs, universitaires, présentent en avant-propos un enseignement « original par son contenu et ses méthodes », mis au point entre 1974 et 1979, qui « leur paraît pouvoir apporter des éléments utiles à la réflexion sur la partie mathématique de la formation des instituteurs » bien utile, sous-entendu

[225] N. Balacheff, J. Kuntzmann, C. Laborde, (1981), Formation mathématique des instituteurs avec overture sur l'informatique, CEDIC.

en cette période de remise en cause de la formation. Découpé en trois parties, « information et informatique » (3 chapitres), « Thèmes d'aujourd'hui » (4 chapitres) et « Thèmes pour demain » (6 chapitres) l'ouvrage propose ainsi de découvrir :

1ère partie : Information – informatique ; Exemples de modèles : calcul modulo n ; Structures d'information – Algorithme.

2ème partie : Désignations – Codages – Ecriture des naturels. (un certain nombre des activités décrites sont présentés dans les actes du colloque d'Auberive (1978)) ; Opérations ; Ensembles – Relations ; Espace géométrique.

3ème partie : Outils de calcul – Calcul mental ; Graphes et Arbres ; Langage ; Erreur et Faute ; Combinatoire ; Probabilités.

Il convient donc de noter que les congruences conquièrent une nouvelle légitimité, (tout comme l'algorithme de détermination du PGCD), en termes de concepts permettant notamment d'illustrer la notion de programme ; la réintégration de la combinatoire et des probabilités confirme l'existence d'une arithmétique élargie à un réseau de notions qui étendent son champ d'application. Cette arithmétique enrichie semble en voie de stabilisation, si nous mettons en parallèle ses contenus avec les programmes de 1986.

S'il nous faut insister encore sur l'apparente cohérence que semblent révéler les objectifs de la formation spécifique à l'école normale de Grenoble et les intentions officielles de 1986, nous devons signaler l'expérimentation relative à la mise en œuvre du DEUG à dominante entre 1982 et 1986. Figurant sous forme d'un enseignement optionnel, l'expérimentation de cette formation mathématique est relatée dans une publication[226] de l'Institut de Formation des Maîtres de Grenoble (I.F.M.), présentée encore lors du XIVème colloque inter-IREM d'Angers en 1987[227]. Cette expérimentation « constructive » (qui n'est évidemment pas unique) légitime en quelque sorte la deuxième rubrique du programme officiel : un objectif spécifique peut se dévoiler officiellement, celui auquel se sont assujettis les chercheurs de l'IFM de Grenoble. Citons par exemple M. Eberhard : « *l'objectif de notre action de formation était d'associer le plus étroitement possible une formation dans la discipline considérée, les mathématiques, et une réflexion sur les processus de transmission et d'acquisition des connaissances mathématiques à l'école élémentaire qui mettent en œuvre*

[226] Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques (DEUG 1er degré), n° 19 Avril 1987, *Les publications de l'IFM,* Collaboraton Ecole Normale Université.
[227] M. Eberhard, La didactique des mathématiques dans la formation des instituteurs, *in* Actes du XIVème colloque inter-IREm des PEN (Angers), pp.7-12.

des éléments introduits et étudiés ces dernières années par les chercheurs en didactique des mathématiques[228] *».* En supposant qu'il n'y ait pas rupture entre les objectifs fixés par le premier ouvrage et ceux poursuivis dans le cadre d'un enseignement optionnel quelques années après, l'ensemble de ceux-ci est une anticipation des objectifs officiels de 1986. Nous ne prétendons pas désigner l'Institut de Formation des Maîtres de Grenoble comme le précurseur de l'Institut modèle conçu par le législateur : l'exemple de cet institut nous paraît simplement représentatif.

Si l'ouvrage « Formation mathématique des instituteurs et ouverture à l'informatique » ouvre des perspectives sur la question des contenus mathématiques théoriques nécessaires au futur maîtres, cette question des contenus fait l'objet, en octobre 1981, d'une analyse un peu distincte des membres de la Commission permanente des IREM pour l'enseignement élémentaire (COPIRELEM). Un document ronéoté[229], intitulé « Suggestions pour un programme de formation initiale des instituteurs (mathématiques) » présente, en terme de nécessité, un contenu de formation éclairé par les expériences engrangées depuis un décennie et issues d'une collaboration de chercheurs des I.R.E.M. et de professeurs d'école normale. Ce contenu s'appuie par ailleurs sur « les premiers résultats de la recherche en didactique des mathématiques »

Les contenus ainsi définis peuvent être donc caractérisés comme relevant d'une co-détermination du mathématique et du didactique : leur caractère de nécessité résulte encore de la prise en compte des contraintes que ne peut éluder le formateur dans le cadre de sa pratique. L'accent porté sur la didactique est déjà perceptible dans le plan du document : I- Objectifs du cours de didactique ; II – Principes fondamentaux ; III – Propositions de programmes de mathématiques et de didactique des mathématiques ; IV – Conséquences pour la formation des instituteurs ; V – Conséquences pour l'institution de formation des instituteurs.

Sans prétendre préjuger que les auteurs de ce document confèrent à la didactique des mathématiques une fonction prééminente dans une mise en œuvre opératoire de la liaison théorie- pratique, les objectifs définis en exhibent du moins explicitement les leviers de commande :

« Le cours de didactique des mathématiques a pour objet de rendre les élèves-instituteurs aptes :

---

[228] *Ibid.* p. 8 ;
[229] Document de travail, Archives personnelles de J. Bolon.

-à concevoir ou à choisir des activités adaptées à la formation des élèves, pour une bonne genèse des concepts mathématiques

-à conduire ces activités (qu'elles soient préparées ou non par celui qui les conduit) dans différents styles,

-à connaître le résultat de leur travail, à travers celui des élèves,

-à comprendre les phénomènes d'enseignement,

-et à modifier leurs choix et leur pratiques de façon pertinente pour améliorer leurs résultats ».

En résultent quatre principes fondamentaux : « Nécessité de la pratique mathématique (*« Aucune formation pédagogique ne peut corriger un bas niveau mathématique »*) ; « Existence d'un enseignement spécifique » (*« la formation des maîtres ne peut pas se réduire aux deux composantes actuelles : l'une purement mathématique, l'autre purement pédagogique ou didactique au sens classique. […] L'étude des phénomènes d'enseignement qui dépendent spécifiquement de la connaissance enseignée se constitue en une activité et un domaine de connaissance propre dont aucune composante ne peut être exclue ; Nous l'appelons : la didactique des mathématiques »* ; « Importance de la liaison entre la didactique et les mathématiques » (*« Il est particulièrement souhaitable de séparer le moins possible pour le futur instituteur, l'étude de la discipline et celle de son enseignement »*) ; « Nécessité de différents types de contacts avec le système éducatif » (*« Que l'enseignement soit considéré comme art, ou science, la formation ne doit pas se faire sans que soient établis différentes sortes de contact (expérimentaux, pratiques…) entre le futur maître et le système éducatif »*). Que les expérimentations passées fondent désormais un art (ou une science) d'enseigner qui ne soit plus un « adjuvant », combinaison instable basée sur la connaissance de l'environnement technologico-théorique de la mathématique élémentaire et du développement psychologique de l'enfant et sur l'application d'une pédagogie générale régie par le principe de l'éveil, est désormais un postulat admis par une communauté représentative des formateurs de maîtres. Comment ceux-ci définissent-ils alors les contenus mathématiques nécessaires aux futurs maîtres pour répondre à ces objectifs, satisfaire à ces principes ?

Les propositions de programmes, corrélant, il va de soi, mathématiques et didactique, nous éclairent sur un certain nombre de points :

Susciter le plaisir, l'intérêt des élèves-maîtres (notamment au travers de pratiques sociales ou professionnelles), « favoriser la pratique, la mise en œuvre familière des mathématiques, […] améliorer l'appropriation de certains concepts élémentaires par des exemples de mathématisation », sont les ressorts à l'origine des pratiques de motivation qui doivent orienter la démarche du formateur. Réconcilier l'élève-maître « avec les mathématiques et la pensée rationnelle » dans le cadre d'un cours de soutien, de façon à lui faire acquérir un niveau « disons d'un bac D » définit une seconde série d'objectifs. En mettant en évidence les moyens susceptibles de surmonter les obstacles liés à la nature d'un recrutement ne sélectionnant pas sur les « savoirs », les rédacteurs réhabilitent en quelque sorte une image de la culture scientifique « moyenne » du futur maître, celle que les législateurs des périodes d'avant 1969 concevaient comme une référence (correspondant au bac « sciences expérimentales », puis au bac D).

Le programme est justifié comme il se doit par le principe d'une scolarité prolongée, scolarité qui impose au maître d'appréhender les développements théoriques dont feront l'objet les notions qu'il enseigne à l'école élémentaire ; il se présente ainsi :

Les nombres naturels (génération, ordre, opérations, dénombrements, numération, calculs, congruences)

Fonctions et variables (croissance, taux de croissance, interpolation, extrapolation, fonctions de différents types de croissances : linéaire, polynôme, exponentielle, relation x.y = z, constantes, variables, paramètres.

Les nombres rationnels et les nombres décimaux (nécessité, ordre, opérations, désignations, calculs, approximation, suites d'approximation et complétion de Q)

Relations entre éléments géométriques du plan ou de l'espace permettant de faire des constructions.

Transformations géométriques simples (certaines isométries ou affinités), leur utilisation à l'étude ou à la production de figures et les instruments nécessaires.

Usage de ces notions dans par exemple l'utilisation d'une carte, l'orientation, l'astronomie, la navigation, le métrage… etc.

Notions sur le langage mathématique et la démonstration (mise en évidence à l'occasion des activités ci-dessus).

Notions d'informatique (algorithmique, organigramme, programmation) éventuellement utilisation de machines (à l'occasion d'activités mathématiques)

Ce programme, dont il nous semble pertinent de supposer qu'il ne peut être que cohérent avec le cadre officiel suggéré au travers des fiches présentant un descriptif « adaptable » du contenu des Unités de Formation, révèle donc (si nous exceptons le domaine relatif à la géométrie) la stabilisation du corpus théorique relatif à l'arithmétique. Les numérations, les propriétés des nombres au travers notamment des congruences préservent leur habitat dans les plans d'études des instituteurs ; légitimées épistémologiquement dans une conception « réformiste » de la formation, légitimées encore dans une conception délibérément « didactique », ces notions existent certes, mais les développements dont elles font l'objet dans la formation restent dans l'ombre. C'est dans ce domaine que nous pouvons en partie apprécier les clivages entre les diverses conceptions de la formation.

Dans l'ouvrage « Formation mathématiques et ouverture à l'informatique », les congruences sont un prétexte à l'introduction de notions informatiques et à un réinvestissement de connaissance de niveau secondaire ; pragmatiques, les membres de la COPIRELEM présentent un programme, *a priori*, adapté à un niveau scientifique secondaire, qui compte tenu de la durée de la formation et des apports de la didactique ne peut prétendre se calquer sur celui d'un DEUG scientifique. Pour conforter ce dernier point de vue et montrer qu'il est partagé par un assez grand nombre de formateurs, il suffit de consulter le « Rapport sur les exigences préalables aux U.F. de didactique[230] », élaboré en Mai 1980 lors du VIIème colloque des professeurs d'école normale. Préalables ou intégrées aux unités de formation, les connaissances (dont le niveau minimal n'a pu être établi, soulignent les rédacteurs) reflètent une culture mathématique fortement liée aux contenus de l'école élémentaire, reprise approfondie du collège et du tout début du lycée. Les tests proposés couvrent les rubriques suivantes : Numération, Combinatoire, Arithmétique, Ensembles numériques, Calculs numériques, Proportionnalité. Pourcentages, Signification d'une expression littérale. Calcul littéral, Utiliser, interpréter des représentations, Mesure, Géométrie, Math. Technos.

Les objectifs relatifs à la numération sont les suivants : Maîtriser les systèmes de numération usuels – Connaître des numérations non décimales.

Les objectifs relatifs à l'arithmétique : Connaître et maîtriser le vocabulaire de l'arithmétique élémentaire – Maîtriser les notions suivantes : divisibilité, nombres premiers, PGCD, PPCM – Maîtriser quelques algorithmes simples (opérations, progressions, relation de récurrence).

Le niveau des tests relatifs à ces domaines relève ouvertement du niveau collège ; ils pourraient être extraits d'ouvrages de 5ème, voire 4ème en usage pendant cette période. Les tâches relatives à la numération consistent à donner l'écriture chiffrée d'un grand nombre exprimé littéralement, à déterminer le prédécesseur d'un nombre exprimé par une puissance de 10, à coder des nombres dans un système de numération « musical », la croche désignant l'unité, à identifier si ce dernier système est un système positionnel.

[230] Archives de J.Bolon.

Les tâches relatives à l'arithmétique sont plus nombreuses ; elles évaluent les connaissances de l'élève-instituteur portant sur les propriétés des opérations, les progressions arithmétiques, les propriétés de la division. La rubrique « Multiples, Diviseurs, P.G.C.D, P.P.C.M. » reprend explicitement les types d'exercices proposés en classe de 5ème (voir par exemple l'ouvrage « Faire » des mathématiques, A. Deledicq et C. Lassave 5ème, CEDIC, 1978), à savoir détermination de listes de multiples bornées, d'ensembles de diviseurs, de PGCD et de PPCM de plusieurs nombres (nombres inférieurs à 1000), identification de nombres premiers inférieurs ou égaux à 111 (après rappel de la définition). La rubrique sur la « Divisibilité » sollicite la connaissance des critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9, celle encore des propriétés des restes dans les divisions par 2, 3,4, 9 et 11. Trouvent encore des exercices classiques, toujours d'actualité (Annales du CERPE) induisant une généralisation et le recours à un traitement algébrique d'un niveau 4ème ou 3ème :

Vérifier que le naturel 5757 (base dix) est divisible par 101. Montrer que le naturel xyxy (base dix) est divisible par 101.

Montrer que tout naturel de six chiffres de la forme abcabc est divisible par 7, par 11, par 13 et que lorsqu'on divise ce nombre par 7, le quotient trouvé par 11 et enfin le dernier quotient par 13, on trouve le naturel abc.(idée du sujet du CERPE Lille 96)

L'image des connaissances de base du futur instituteur reflète en arithmétique la culture moyenne du collégien. Comment dès lors développer et approfondir cette culture minimale ? Il semble précisément que c'est dans la diversité des possibles que sous-tend cette question que réside l'origine du clivage. La première option est celle que peuvent prétendre adopter en toute légitimité les formateurs situés dans la mouvance de la COPIRELEM, des IFM : leur volonté d'élever la culture mathématique moyenne des futurs maîtres est indissociablement liée à leur ambition de mettre en œuvre une liaison théorie- pratique, enjeu défini et (nous le supposons) clairement perçu par le futur maître. La seconde option consiste à éluder la contrainte liée à la culture initiale du futur maître et à ses besoins spécifiques ; l'approfondissement de la culture du futur maître est alors envisagée (conformément à ce que peut induire le cadrage officiel) comme une formation scientifique supérieure. Un certain nombre d'élèves instituteurs de l'école normale de Versailles reçoivent par exemple, dans le cadre de leur U.F. de mathématiques, en 1983, un enseignement d'arithmétique dont le niveau d'exigence théorique ne relève plus du lycée. Ce cours, dont nous n'avons pu retrouver le nom de l'auteur, est une photocopie de trois leçons calligraphiées. Mis à notre disposition par J. Bolon, alors professeur dans ce même établissement, il répond à l'exigence de plonger l'ensemble des notions élémentaires abordées à l'école élémentaire dans un environnement technologico-théorique permettant d'appréhender quelques aspects fondamentaux de la théorie des nombres. La leçon sur la division aborde préalablement l'algorithme d'Euclide, propose en exercice la détermination du PGCD de « grands nombres », puis conduit à la résolution d'équations diophantiennes… Les nombres premiers entre eux sont immédiatement mis en relation avec le théorème de Bezout, puis avec le lemme de Gauss, conséquence du théorème ; PGCD et PPCM sont généralisés au cas de n entiers ; les exercices, essentiellement des équations diophantiennes, revêtent parfois un habillage qui n'est point sans évoquer le contexte de l'école primaire : *« Un coq coûte cinq sous, un poulet trois sous et trois poussins un sou. On a acheté cent volatiles pour cent sous. Combien de chaque sorte ? (tiré d'une ancienne publication chinoise) ».* Ils reprennent des modèles classiques, rénovés en terme de contexte : *« Les durées des révolutions sidérales des quatre premiers satellites de Jupiter sont approximativement 42 heures, 85 heures, 172 heures et 400 heures. A un instant donné les quatre satellites forment une certaine configuration C par rapport aux étoles fixes et par rapport à la planète ; Calculer l'intervalle de temps séparant deux occurrences successives de C Préciser le nombre des révolutions sidérales effectuées par chaque satellite pendant cet intervalle de temps ? ».* Les leçons suivantes « Divisibilité » et « Congruences » se caractérisent tout autant par leur exigence de rigueur théorique, le souci des généralisations ; tout au long des leçons le futur instituteur affronte des théorèmes, leurs démonstrations ; il est interpellé par des considérations qui l'invitent par exemple à s'interroger sur l'existence de grands nombres premiers…Nous signalerons simplement, qu'au détour du cours sur les congruences, le futur instituteur rencontre la fonction d'Euler, le théorème de Fermat, le théorème des restes chinois ; les exercices conservent pour certains leur caractère anecdotique : *« (tiré d'un manuscrit chinois de 1275) – Par sept reste 1, par 8 reste deux, par neuf reste trois ; quel est ce nombre ? (il s'agit en fait du plus petit) […] – (tiré d'un manuscrit chinois non daté) Soit un nombre. Il n'a pas de reste par cinq. Divisé par 715 il reste 10. Divisé par 247 il reste 140. Divisé par391 il reste 245. Divisé par 187 il reste 109. Peut-on trouvé le nombre ? (utiliser les théorèmes « G » et « B » pour « simplifier » les congruences).*

Il va de soi que l'arithmétique du futur instituteur présente, dans cette conception de la formation, une caractérisation spécifique à une conception universitaire ; les contenus enseignés débordent largement du programme d'arithmétique de terminale C : la résolution des équations diophantiennes, les propriétés des nombres premiers sont les enjeux de ce processus réflexif qui conduit par ailleurs le futur maître à aborder des problèmes de recherche, pour certains, adaptables à l'école élémentaire. Si ce dernier point peut évoquer une liaison avec les enjeux de l'école élémentaire, demeure toutefois posée la question du niveau d'exigence théorique que peut raisonnablement imposer une formation générale polyvalente. Combien d'élèves-instituteurs ont-ils acquis au terme de leur formation, le niveau de maîtrise de ce cours délibérément théorique ?

Par ailleurs, en cette même période, la note de service n° 84-114 du 29 mars 1983, qui a pour objet de préciser les modalités de la formation spécifique des instituteurs stagiaires recrutés au concours spéciaux propose six modules d'environ 100 heures chacun (Sciences de l'éducation, Français, Mathématiques, Complément de polyvalence, Palier de la scolarité, Option). Le module de mathématiques offre un éclairage tout autre : éludons les objectifs qui tout en mettant l'accent sur une « formation d'adulte » ne dérogent pas aux principes généraux (approfondissement, préparation à une formation continuée…). Les « Contenus proposés relatif à la discipline » sont précédés d'une « mise en garde » : *« Toute théorie sans retombée immédiate aux niveaux pré-élémentaire, élémentaire ou en 6ème et 5ème est à proscrire ».* Suivent ensuite : Nombres entiers naturels ; numération ; multiples, diviseurs ; décimaux, rationnels, opérations.- Relations, fonctions numériques. Problèmes simples de dénombrement. - Formes géométriques (espace et plan) Transformations. Constructions, Repérage. Quadrillages. – Approche de la notion de mesure des grandeurs. – Développement de la pensée logique chez l'enfant et genèse de notions en relation avec les activités mathématiques (espace - quantité - relation – nombre - symbole) – Verbalisation de cette pensée logique (formation progressive à la rigueur syntaxique). Il va de soi que tout développement sur les congruences ne peut être que proscrit…

Ces observations n'ont donc pour objet que l'illustration d'un enseignement de l'arithmétique dont les modalités et les exigences peuvent considérablement fluctuer suivant les lieux ou les plans d'études. Les réticences émises par les membres de la COPIRELEM à l'égard d'un programme « ambitieux » sont donc légitimement fondées. Mais comment, sans revenir à une doctrine normale unificatrice, à des programmes rigoureusement détaillés, à des préceptes pédagogiques érigés en dogmes, concevoir une formation compatible avec les finalités éducatives de la politique scolaire et les besoins exprimés par les futurs instituteurs et leurs formateurs ? Une réponse quasi officielle est fournie par l'Inspecteur Général L. Corrieu lors d'une séances plénière organisée pendant le colloque inter-IREM des P.E.N. d'Angers en mai 1987. En éclairant l'objectif et les dispositifs de formation que sous-tend la réorganisation de la formation imposée par les textes officiels de 1986, L. Corrieu[231] s'appuie ouvertement sur les objectifs et principes mis à jour par la COPIRELEM en 1981. L'acquisition de la « polyvalence didactique », enjeu de la formation du maître pour lui permettre de « faire face à sa tâche », exige des savoirs et leur mise en relation. Ceux-ci peuvent être envisagés en fonction de 5 aspects : des contenus spécifiques (connaissances des programmes et une « profonde » connaissance des mathématique, *« aucune habileté pédagogique ne peut pallier une insuffisance des contenus »*), la didactique (permettant l'articulation des deux structures précédentes avec les modèles de l'apprentissage et l'épistémologie génétique), la connaissance du terrain, la connaissance d'autres contenus (non directement liée à l'enseignement mathématique, connaissance de l'enfant, philosophie de l'éducation), la mise en rapport (la présentation des notions pour mettre en évidence les liaisons, maintenir l'intérêt de l'élève-maître). Il en résulte donc une formation articulée en deux partie : une partie théorique (« sous la responsabilité du professeur d'école normale, avec intervention des Universitaires et des hommes du terrain (I.D.E.N et I.M.F.) comprenant mise à niveau, « détermination des connaissances et compétences que l'on peut exiger de l'élève », « détermination de la procédure d'enseignement », « illustration de cette procédure (leçons d'essais, L.E.P…) » ; une partie pratique sous la responsabilité d'hommes du terrain…S'appuyant en conclusion sur les apports des recherches menées pour définir les contenus et les méthodes actuels de l'enseignement des mathématique (notion de dialectique outil- objet, approche des notions en « spirale » ou « en réseau »), l'Inspecteur Général souligne encore la fonction prépondérante d'un programme primaire interprété à la lumière de ces recherches.

Cette nouvelle réorganisation garantit donc la légitimité professionnelle d'une mathématique théorique consistante, d'une arithmétique préservée aux travers des objets numération et congruences ; elle révèle encore l'image d'une formation explicitement nourrie par les apports de la didactique. Par ailleurs, elle se caractérise encore comme satisfaisant à une condition identifiée par les P.E.N. : la réhabilitation d'un concours de recrutement composé d'épreuves « théoriques » ayant, entre autres, comme objectif de « dépister les candidats présentant des lacunes graves[232] ». L'épreuve de mathématique fait l'objet d'un éclairage officiel[233] : *«Il s'agit, pour des sujets ne privilégiant pas les contenus, d'apprécier*

---

[231] L. Corrieu, 1987, Quelques réflexions sur les mathématiques et la formation, *in* Actes du colloque inter-IREM d'Angers, pp. 19- 21.
[232] J.M. Vernet, P.E.N. Avignon, Le nouveau concours – sa préparation – les épreuves, *Actes des 12ème et 13èmes colloques inter-IREM des PEN de mathématiques, 1985, 1986, p. 155.*
[233] Texte non référé, Archives de J. Bolon, publication postérieures à mars 1986, antérieure à la session de 1987.

l'aptitude au raisonnement logique (déduction, induction, utilisation de contre-exemple, détection des erreurs, contrôle de la validité d'un argument) ; la capacité d'appréhender un problème ouvert et de se poser des questions face à une situation ; la maîtrise des techniques particulières (calcul numérique ou algébrique, géométrie). Les thèmes importants concerneront les éléments d'arithmétique ; la mathématisation et la résolution de problèmes faisant intervenir équations, fonctions et limites ; la recherche d'ensembles de points et les problèmes de construction ; les transformations géométriques élémentaires. On peut concevoir un énoncé commençant par une résolution de problème (niveau CM ou collège), avec des prolongements plus techniques, des variantes ; ou des généralisations afin que les candidats puissent mettre en valeur leur compétence. On peut envisager également des exercices indépendants (3 ou 4) permettant des contrôles divers : la mise en œuvre de plusieurs techniques à partir d'une question de niveau CM ; l'analyse ou la comparaison de textes mathématiques extraits de manuels et se rapportant à une notion déterminée ». Si les principes posés définissent un modèle d'évaluation liant explicitement des connaissances relevant du collège (voire du lycée – les limites) à des situations issues de l'enseignement élémentaire, la régulation des modalités de mise en œuvre n'est évidemment pas immédiate. C'est ce que révèlent les analyses présentées à ce sujet, en 1986 et 1987 dans les actes des colloques des P.E.N. de Quimper et Angers : les contraintes inhérentes à des institutions marquées par leur diversité induisent des temps de préparation au concours fortement variables, des exigences en terme de niveau de préparation tout aussi diversifiées (en 1986, J.M. Vernet précise que « pour 2/3 des P.E.N. présents (représentant 60% des académies) il semble que le programme ait été écrêté et limité aux stricts pré-requis pour enseigner au niveau élémentaire). En 1987, l'analyse de C. Rimbault[234]met en évidence la résistance d'un certain nombre de facteurs : la fluctuation des modalités de préparation, l'existence ou non d'un lien entre les préparateurs et les responsables de l'élaboration et du choix du concours, le faible niveau des préparationnaires…Il révèle encore quelques aspects positifs : une assez forte corrélation entre préparation et réussite au concours (en dépit d'une tendance au « bachotage »), l'intérêt (discutable) des annales publiées par l'A.P.M.E.P. et l'I.R.E.M. de Bordeaux (entre danger d'un concours stéréotypé et outil de travail). L'analyse des sujets répartis en 6 catégories (Géométrie, Mesure des grandeurs, Fonctions comme outils de résolution, Etude de suite, Exercices d'arithmétique, Logique) révèle la forte prédominance des « premières catégories (plus de la moitié des sujets, voire de la 4ème (10 sujets sur 29).

[234] C. Rimbault, Préparation au concours d'entré à l'école normale, *Actes du XIVème colloque inter-IREM des PEN, Angers 1987, pp. 175-182.*

L'arithmétique, pourtant placée au premier rang dans le cadrage officiel, ne porte que sur 4 sujets (l'irrationalité de $\sqrt{3}$, problèmes classiques niveau 5$^{\text{ème}}$ relevant du PPCM, induction d'un critère de reconnaissance de décomposition d'un nombre en somme de trois nombres pairs consécutifs) ; le commentaire du rédacteur est éclairant : *« Tous ces exercices ne semblent pas ouverts à des candidats n'ayant pas fait d'arithmétique depuis longtemps ».*

A défaut d'avoir examiné les annales du concours entre 1986 et 1989 mais au regard des contenus théoriques proposés dans les premières épreuves du CERPE, nous pensons pouvoir induire que, tout en préservant la fonction notable de la géométrie et des fonctions dans le cadre de la préparation, les préparateurs mettent à partir de 1987 l'accent sur l'arithmétique élémentaire. Il semble par ailleurs pertinent de supposer, au regard des difficultés relevées par l'auteur de cette analyse, que des notions relevant plus spécifiquement du lycée (les suites en l'occurrence) connaissent une certaine érosion, stabilisant le niveau d'exigence du concours au niveau du brevet des collèges.

Que la nature, sinon la fonction de ce concours, soit désignée comme l'un des motifs à l'origine de la suppression des écoles normales en 1989 est clairement établi au niveau politique si nous nous référons au rapport Bancel : sa viabilité éphémère traduit cependant la nécessité du principe qu'une formation professionnelle opératoire est subordonnée à la maîtrise d'une culture mathématique, arithmétique en particulier, « minimale ». L'introduction d'un concours, dont les limites réelles (non officielles si nous évoquons le cadre institutionnel), à savoir une polarisation sur les savoirs « théoriques », expliqueront son éviction, traduit encore les « illusions perdues » d'un certain nombre de promoteurs de la rénovation de la formation. Qu'une formation rénovée des instituteurs, relevant de l'Université, demeure au cœur de la problématique officielle, la suite des évènements le confirme. Mais il apparaît d'évidence que le niveau d'exigence théorique, placée explicitement sous la responsabilité des P.E.N., n'est plus sous l'influence d'un savoir universitaire. Les pré-requis étant assurés comme le signale J.Bolon[235] *« Nous avons écarté l'évaluation des compétences mathématiques, les normes étant assez stables à ce sujet»,* les obstacles résident plutôt dans l'établissement de « critères hiérarchisés d'évaluation formative en matière professionnelle ». Le créneau de l'Université, c'est dans le champ de la recherche en didactique des mathématiques qu'il peut désormais résider ; c'est sur la « polyvalence didactique » du futur maître que les apports de la recherche peuvent désormais jouer une fonction déterminante.

[235] J.Bolon, Evaluation en formation initiale, *Actes du XIVème colloque inter-IREM Angers, 1987, pp. 167-174;*

S'il convient de souligner l'intérêt et les limites du concours de recrutement, nous ne pouvons encore éluder le cadre institutionnel dans lequel s'inscrit l'épreuve terminale. Certes celle-ci, tirée au sort par le candidat, dotée d'un coefficient 2 sur un total de 17, ne paraît guère influente dans l'évaluation globale ; sa nature et sa fonction présentent pourtant l'intérêt de définir un dispositif d'évaluation à forte dimension professionnelle dont la transposition dans le cadre institutionnel des IUFM est l'emblème d'une nouvelle conception de la formation. Le cadre proposé par les Inspecteurs généraux Fauvergue et Corrieu[236] dans leur synthèse des séminaires inter-académiques de mathématiques (12 janvier 1987) suggère ainsi :

L'épreuve terminale.

[…] Elle pourrait consister en un travail écrit d'une durée de 3 heures. Sans renoncer à vérifier des connaissances mathématiques, cette épreuve devrait revêtir un caractère nettement professionnelle ; elle pourrait proposer : - une comparaison d'approches d'une même notion dans divers manuels – la sélection et l'organisation de documents pour la préparation d'une séquence, dont les objectifs ont été fixés – l'analyse de productions d'enfants (erreurs, procédures…) – la résolution d'un problème, sa mise à la portée des enfants, son exploitation dans le cadre d'un processus d'apprentissage – la critique d'un document pédagogique ».

Inscrite dans une organisation temporelle modifiée, non plus terminale mais intermédiaire, l'épreuve esquissée évoque, sans conteste, celle qui pilote désormais les plans d'études des IUFM.

Que nous révèle en conclusion la résistance d'un certain corpus arithmétique pendant cette période d'instabilité qui s'étend de 1969 à 1989 ?

Des plans d'études en mathématiques dont le niveau d'exigence officiel demeure élevé.

Il semble toutefois que l'illusion de la « compréhension mathématique universelle » accessible à tous, emblème de la réforme promue par les mathématiciens, s'estompe au cours du temps : la légitimité épistémologique et idéologique d'une culture mathématique de haut niveau s'éclipse en partie au profit de la pertinence didactique et professionnelle de celle-ci.

[236] *ibid.* p. 167.

La corrélation du didactique et du mathématique, initialement inaugurée au travers des expérimentations inspirées de la théorie de Dienes, restructurée en fonction des avancées des recherches menées sous l'égide de G. Brousseau, fil conducteur d'une recherche-action (ERMEL) qui présente le mérite d'éclairer des possibles dans le cadre de pratiques ordinaires, apparaît en effet, au terme d'un processus de réflexion sur la liaison théorie-pratique soumis à de nombreuses perturbations, comme le levier de commande d'une formation professionnelle opératoire.

Quelles que soient les fluctuations que subissent au cours de cette période les limites relatives à l'environnement technologico-théorique des connaissances arithmétiques du futur maître, il convient de souligner que les programmes de l'enseignement primaire préservent en termes d'objets (hormis, peut-être l'emblématique règle de trois) l'ensemble des savoirs classiques. Les recherches en didactique, les recherches « pédagogiques » se sont portées sur des objets anciens : l'immuabilité du paysage arithmétique de l'élève (en l'occurrence l'incontournable « preuve par 9 ») peut valider l'hypothèse d'une arithmétique du futur instituteur, insensible aux contraintes conjoncturelles. Cette période troublée masque en effet l'absence d'une problématique fondamentale, à savoir celle qui relève d'une réflexion sur les contenus d'enseignement : l'émergence de cette problématique en 1989 (la Commission Bourdieu –Gros), l'instauration simultanée d'une Commission Nationale des Programmes (C.N.P.) et des IUFM annoncent alors *a priori* une nouvelle dynamique de la politique éducative.

Mais ne faut-il pas plutôt appréhender dans les orientations fixées en 1989 les enseignements issus de la période passée ?

L'institution primaire et les écoles normales ont été confrontées à deux phénomènes générés au niveau du politique :

Une prolongation de la scolarité sans réflexion préalable sur les contenus d'enseignement ; la réforme des mathématiques modernes, en créant l'illusion d'une « compréhension mathématique universelle » accessible à tous, permet momentanément l'économie d'une telle réflexion.

Un problème de recrutement des instituteurs lié à deux contraintes : recruter en grand nombre, assurer une formation rénovée qui restaure le statut social de l'instituteur.

L'institution primaire s'adapte : les programmes affichent une continuité en termes de principes ; le noyau dur est préservé ; l'évolution des méthodes que tendent à réguler les directives officielles (pédagogie de l'éveil, pédagogie de soutien) se traduit en fait à travers l'influence croissante de la didactique. Emergent ainsi une nouvelle approche du concept de nombre, une nouvelle démarche d'apprentissage de la numération, une nouvelle conception des fonctions de la résolution de problèmes (le concept ouvert de « situation » conduisant d'une part, à une théorisation didactique de celles-ci, d'autre part, plus pragmatiquement à une réflexion sur l'activité de résolution de problèmes)…Ces aspects novateurs gardent dans leurs principes, semble t-il, une légitimité institutionnelle. S'estompent par contre au cours de cette période des exigences liées à des compétences non évaluables en termes de techniques : reconnaître des structures isomorphes, user d'un langage formel…

La rénovation de la fonction sociale de l'instituteur impose initialement aux yeux des législateurs l'élévation d'une culture générale commune : le mythe d'une polyvalence pluridisciplinaire de haut niveau, cautionnée par l'Université, donne finalement naissance à une « polyvalence didactique » répondant désormais aux besoins identifiés par les sujets de l'institution normale ; l'existence d'un DEUG mention premier degré, disqualifié au profit d'un DEUG à dominante, déchu lui-même par un DEUG universitaire (ou considéré comme tel) ne peut être compatible avec la mission d'une institution en partie dessaisie du contrôle de la culture générale de ses élèves-instituteurs. C'est donc, après une sanction universitaire garantissant, semble t-il, un niveau de culture générale minimal, que l'élève-instituteur peut bénéficier d'une formation didactique lui permettant de « faire face à sa tâche ».

Paradoxalement *a priori*, c'est pourtant un concours de recrutement d'un niveau assez semblable à celui qui était en vigueur quand les écoles normales assuraient la préparation au baccalauréat des élèves-maîtres, qui est restauré en 1986. Sans remettre en question le bien-fondé de ce dispositif qui confirme la pertinence professionnelle du principe selon lequel une formation opératoire requiert une culture minimale, nous ne pouvons toutefois éluder qu'il s'avère finalement incompatible avec la mission que l'institution puisant dans ses propres ressources s'est finalement dévolue : fonder sur l'articulation théorie-pratique une formation tout à la fois disciplinaire et didactique.

Quoi qu'il en soit, les réorganisations successives, les fluctuations du niveau d'exigence théorique, préservent une arithmétique du futur instituteur consistante car fortement corrélée à sa correspondante à l'école primaire : les besoins théorico-professionnels du futur maître, tels que peuvent les définir les formateurs en 1989 ne peuvent guère différer de ceux qu'ils traduisaient en terme d'objectifs en 1981 (document de travail de la COPIRELEM), du moins en ce qui concerne l'arithmétique.

En conclusion, il nous semble pertinent de souligner l'influence déterminante d'un niveau pédagogique et universitaire qui interfère, quelles que soient les contraintes conjoncturelles qui pèsent sur l'organisation de l'institution de formation, avec les niveaux du politique et de l'école. La définition des besoins théorico-professionnels des futurs maîtres échappent en partie aux deux niveaux de détermination précédemment cités et consacrent, en ce qui concerne l'arithmétique du maître, la légitimité de ses composantes pratique et théorique : la légitimité culturelle des deux activités traditionnellement mathématiques, le calcul (sous toutes ses formes), la résolution de problèmes (pratiques ou « spéculatifs) fournit, quel que soit le contexte politique ou idéologique, le motif d'une réflexion historiquement pédagogique puis didactique (période contemporaine) qui marque profondément la culture mathématique scolaire. La pertinence culturelle de l'arithmétique du futur maître telle qu'elle peut être revendiquée par les acteurs de l'institution de formation nécessite toutefois sa reconnaissance aux niveaux du politique et de l'opinion publique. En effet, le caractère opératoire du modèle de formation, en ce qui concerne plus généralement les mathématiques, ne peut se révéler qu'à partir de l'instant où les enjeux d'une politique éducative sont clairement énoncés, les moyens institutionnels pour les couvrir officiellement établis.

Le contexte actuel, comme les contextes historiques analysés, mettent donc en évidence l'étroite codétermination du niveau du politique et du niveau des institutions d'enseignement et de formation des maîtres. La résistance du corpus arithmétique du maître pourrait traduire dès lors l'existence « invariable » du Minimum de Culture Mathématique et Professionnelle requis pour préserver le noyau dur de la culture mathématique scolaire primaire. Il semble en effet avéré que, ni un recrutement au niveau de la licence, ni l'influence d'un conseil national des programmes (censé poursuivre la réflexion sur les contenus d'enseignement initié en 1989, et dont certains des membres sont précisément des formateurs IUFM), n'ont dans les faits remis en question le corpus théorique de l'arithmétique du futur maître… Les perspectives sont donc sinon absentes du moins limitées. Nous pouvons par exemple supposer, que la généralisation des licences pluridisciplinaires au sein des Universités déchargent les formateurs IUFM d'une certaine remise à niveau disciplinaire, une certaine érosion de la composante théorique de la formation pourrait alors se produire… transformant la nature des besoins théorico-professionnels du futur maître et permettant le renforcement de la réflexion de celui-ci sur la liaison théorie-pratique.

CONCLUSION

Conscients du cheminement « erratique » que nous avons poursuivi tout au long de cette exploration historique, nous allons toutefois tenter d'apporter quelques éléments de réponses à nos questions initiales, d'établir quelques rapports entre des situations contextuellement distinctes. Ces mises en parallèle vont avoir pour objet d'exhiber quelques indicateurs nous permettant peut-être d'expliquer cette apparente transparence de l'arithmétique du futur maître.

L'arithmétique du futur maître a évolué plus ou moins sensiblement tout au long des périodes étudiées : c'est ce que nous avons tenté de montrer. Le texte de référence du savoir s'est modifié au cours du temps ; les tâches et les techniques ont suivi cette évolution. Toutefois, inamovible, une arithmétique du futur maître, clivée en ses composantes théorique et pratique, traverse les périodes.

L'arithmétique « toute numérique » des traités du XVIIIème siècle, matrice d'une « discipline scolaire » tant à destination de l'enseignement secondaire que primaire (plus tardivement pour ce dernier), marque fortement l'arithmétique officielle des futurs maîtres jusqu'en 1920. Algébrisée à partir de cette période où le principe d'une progression dans le savoir impose le développement du domaine de l'algèbre et sa pénétration dans la composante théorique de l'arithmétique, l'organisation mathématique de l'arithmétique théorique se transforme : si l'environnement théorico-technologique des propriétés des nombres n'évolue pas, le langage algébrique modifie profondément les tâches et les techniques que pouvaient sous-tendre ces objets. Les exercices et les problèmes introduisent des activités mathématiques à visée, semble-t-il, purement « désintéressée et spéculative » (du moins au sens donné par les législateurs de 1881).

La réforme des mathématiques modernes introduit une nouvelle conception algébrique de l'arithmétique. Les nouveaux systèmes de nombres que révèlent les arithmétiques finies (par exemple) résident, éphémères, dans le paysage mathématique de la culture générale des futurs maîtres.

La contre-réforme réhabilite au sein des écoles normales une arithmétique peu ou prou, libérée du joug « des algèbres » ; préservée par sa pertinence professionnelle et didactique au sein de l'institution de formation (les thèses des années 1994-1995 sur la formation, les stratégies de formation apparaissent comme des indicateurs), sa composante théorique résiste, non sans révéler le retour à certain ordre « traditionnel » : l'exposé et les exercices proposés dans le manuel de Leyssenne (1910) ne sont pas sans lien avec la nature de certaines des exigences requises pour les épreuves théoriques en arithmétique du CERPE (nous nous référons aux analyses de M.L. Peltier[1]).

La résistance d'une arithmétique spécifique aux plans d'études des institutions de formation des maîtres peut s'expliquer actuellement, mais aussi dans les périodes passées, par ce que T. Assude (2004) définit comme le « primat des besoins théorico-professionnels ».

Nous avons supposé que ce sont ces besoins qui pilotent l'évolution des plans d'études et qui, en l'occurrence, expliquent l'évolution de l'arithmétique et la résistance de certains de ses secteurs d'études : aussi avons-nous tenté de corréler, fort laborieusement il est vrai, ces besoins (ou du moins leurs premières esquisses) avec les conditions de vie de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs maîtres.

Il nous faut préalablement évoquer un point que le politique se fait fort de rappeler aux sujets de l'institution de formation. Ces besoins répondent aux exigences d'une institution dont la mission est d'une part, d'adapter ces exigences aux enjeux éducatifs et instructifs de la société toute entière (précisément d'un Etat représentant l'ensemble de ses citoyens), d'autre part, d'être à l'origine d'un phénomène d'acculturation qui accompagne l'évolution sociale et scientifique de la société, selon les directives idéologiques du régime en place.

Ce premier constat (de principe) sous-tend qu'inévitablement les exigences de l'institution sont cohérentes avec les enjeux définis par l'Etat pour son école. Il va donc de soi qu'une institution de formation compatible avec l'environnement sociétal est nécessairement un instrument d'Etat. L'existence de l'institution est fonction des déterminations qui relèvent du niveau de la société, et plus précisément de la politique éducative. Ce premier constat a donc pour objet de mettre en avant que, par principe, les déterminations qui relèvent de la société, de sa politique éducative, jouent (ou du moins devraient jouer) un rôle prééminent.

Ces besoins théorico-professionnels traduisent la reconnaissance officielle (qui justifie de la légitimité culturelle de l'institution) d'au moins quatre nécessités sensibles aux évolutions conjoncturelles : les différentes interprétations que génère l'expression de ces nécessités selon les périodes, révèlent, quand nous les croisons, non pas les éléments d'un processus révolutionnaire qui permettrait à tout savoir de s'inscrire dans la culture des futurs maîtres mais du moins les conjonctions favorables ou défavorables d'un certain nombre des niveaux de déterminations (société, institution de formation, écoles, savants…) qui définissent ces besoins.

[1] M.L. Peltier, La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : « Entre conjonctures et éternité », Thèse de doctorat (1995), Paris VII.

Nous allons donc tenter de mettre en évidence des corrélations entre la légitimité plus ou moins forte de ces quatre « nécessités » et les conditions qui les génèrent et les modifient.

- La nécessité qu'un savoir nourrisse une culture commune à l'ensemble des citoyens et que par conséquent ce savoir relève d'un choix de société ;
- La nécessité que le savoir et l' « art didactique » qui lui est propre (la codétermination des organisations mathématiques et didactiques) soient deux constituants indissociables dans une formation opératoire ;
- La nécessité que la liaison théorie-pratique procède d'une dialectique entre réflexion sur les objets à enseigner et réflexion sur la mise en pratique ;
- La nécessité que les fonctions sociales et éducatives du savoir soient clairement définies et pour les élèves et pour les maîtres, (la clarté de ces définitions conférant à l'institution de formation son « identité propre »).

Nous nous proposons de mettre en parallèle des périodes, des évènements qui peuvent présenter un certain nombre de caractéristiques analogues et d'identifier des effets qui révèleraient une certaine récurrence. Trois « séries » d'évènements nous apparaissent comme significatifs

<u>La première série :</u>

Les cours de l'Ecole Normale de l'an III et la réforme des maths modernes marquent l'achèvement de processus en grande partie déterminé au niveau de la sphère des savants, des mathématiciens pour ce qui relève de notre champ d'études. Il convient encore de souligner que la société (les représentants du peuple sous la Convention, les législateurs sous la 5ème République) accompagne et tend à contrôler l'irruption d'un nouveau texte de savoir, désigné comme enjeu didactique pour la société. Certes, les contraintes conjoncturelles qui caractérisent les deux périodes peuvent apparaître totalement dissemblables : il est aisé d'opposer l'instabilité d'un régime révolutionnaire à la relative stabilité d'un régime républicain en termes d'institutions ; le contexte où émerge, précaire, le principe d'un plan d'éducation nationale est fort distinct d'un contexte où le principe est depuis longtemps appliqué mais où se pose cependant la question de la mission des systèmes d'enseignement. Dans les deux cas, c'est toutefois cette dernière question qui semble imposer l'intervention des savants : quand les fonctions instructives et éducatives d'un système d'enseignement (à venir ou achevé) sont à définir ou à modifier, les savants sont sollicités.

Dans les deux cas, nous pouvons considérer que l'influence des savants sur la définition d'un savoir « scolarisable » en 1795, d'un savoir scolaire en 1969, est perceptible.

Le Système métrique et l'arithmétique décimale (numération et calcul) s'inscrivent progressivement dans le champ des savoirs indispensables à tous. Certes leur légitimité épistémologique est immédiatement subordonnée à leur légitimité politique et économique (vecteur d'unification nationale et de développement social) : bien que « révolutionnaire » à l'origine, la nature de cette légitimité politique, insensible aux divers régimes qui transforment la société, entraîne la « naturalisation » d'une arithmétique élémentaire à forte composante utilitaire.

Les promoteurs de la réforme des maths modernes ne prétendent pas introduire de nouveaux savoirs, mais restructurer des organisations mathématiques obsolescentes ; ils transforment radicalement l'approche du concept de nombre, ils détachent la numération d'un système métrique qui la rendait « intuitive et palpable », ils consacrent l'éviction de la règle de trois. Il est notable de souligner que c'est moins l'appui du politique (celui-ci se désengage dans un second temps d'un processus qu'il ne peut contrôler) que l'émergence d'un nouveau niveau de détermination, (les didacticiens, dont l'influence officielle reste à démontrer) qui permet la préservation de nouvelles organisations mathématiques (celles par exemple, relatives à l'approche du nombre, de la numération, de la proportionnalité) au sein de l'institution.

Ces influences révèlent aussi des limites.

La pénétration de l'algèbre dans le champ de l'arithmétique, l'éviction de la théorie des rapports et proportions qu'elle induit, ne sont avérées qu'au terme d'un processus que ne pilotent plus les mathématiciens (nous nous limitons à l'enseignement primaire, nonobstant la bifurcation et la réforme de 1902 qui concernent spécifiquement l'enseignement secondaire).
Le langage algébrique s'introduit d'abord subrepticement, puis plus explicitement comme un langage abrégé, plus simple, pouvant se substituer avantageusement au langage arithmétique pour résoudre des problèmes pratiques.

Ce qui subsiste des mathématiques modernes, quelques traces évanescentes des notions de structures dans la présence des divers systèmes de nombres à l'école élémentaire et au collège, ne peut nous paraître explicable que parce qu'en amont, ces notions constituent les prémices d'une culture mathématique non plus destinée à tous mais réservée à un certain nombre d'élèves…

Dans les deux cas, les finalités premières posées par les mathématiciens, à savoir, fournir à tout citoyen l'usage d'un mode de pensée universel (porté par la méthode analytique pour les premiers, par le « structuralisme » pour les seconds) peuvent *a posteriori* être qualifiées d'utopistes socialement. Convenons toutefois, que ces finalités, transposées dans un registre pratique, pédagogique, ou encore didactique, permettent toutefois des évolutions notables dans la restructuration des organisations mathématiques et didactiques : la page relative à la leçon d'arithmétique sur la numération, dans les cours préparatoires des années 1945, est définitivement tournée.

La codétermination des programmes pour les élèves et des plans d'études pour les maîtres qu'impose l'acculturation du savoir, présente encore des caractères analogues dans les deux contextes donnés. Le savoir du futur maître relève nécessairement d'un enseignement « supérieur » (le terme est inapproprié en 1795, disons que la distance entre le savoir savant et le savoir du maître est faible). Les motifs qui légitiment cette exigence relèvent encore de deux registres. La méthode analytique comme le structuralisme sont consubstantiels des savoirs à enseigner. Tout d'abord, ces modes de pensée fondent l'art didactique ; la méthode analytique, comme le structuralisme, instaure pour la première un type d'organisation didactique, transforme pour le second, les organisations didactiques traditionnelles. Par ailleurs, élémentariser le savoir, c'est-à-dire, présenter les germes de la science dans le premier cas, favoriser la reconnaissance des structures dans le second cas, impose la maîtrise d'un savoir étendu. Les exigences en terme de savoir présentent donc de fortes analogies.

Notons encore dans les deux situations les effets que l'irruption abrupte d'un savoir savant peut produire : une formation accélérée et l'élaboration de manuels. L'efficience de cette formation accélérée, dans les deux cas, ne se traduit pas au niveau de l'enseignement primaire ; les manuels (nous excluons les manuels rédigés à l'usage de l'enseignement dans les écoles centrales), substituts à un programme et à une méthode d'enseignement, révèlent tout autant leurs limites.

En marge du premier contexte, il faut toutefois mettre en avant une conception plus pragmatique qui n'est point sans incidence sur le devenir du savoir « scolaire » élémentaire : la fonction du manuel élémentaire de Condorcet, dont nous pensons avoir établi que l'auteur ne le substitue pas à une institution de formation (au sens de La Chalotais), mémoire de l'élève, outil de travail pour le maître, éclaire un certain nombre des conditions qui stabiliseront l'ordre didactique sous la III ème République : un programme unifié (l'égalité de l'enseignement), un texte de savoir à disposition de l'élève (à l'origine de la leçon), l'exposé d'une méthode didactique (cours de pédagogie normale) ; une exigence en terme de savoir du maître corrélée étroitement à celle qu'impose le savoir de l'élève (homologie des programmes). Condorcet ne réfute pas le principe d'une gradation du savoir adaptée aux « capacités » des citoyens. Il existe un palier de connaissances indispensables, accessibles aux « médiocres » (« moyens » au sens de Condorcet), le 1er degré. Pour les maîtres du premier degré, Condorcet définit un niveau d'exigence qui peut paraître moindre que ses contemporains mathématiciens ; il n'en prétend pas moins que le futur maître doit avoir étudié, d'une façon spécifique, l'ensemble des objets qui couvrent les quatre années du premier degré d'enseignement.

Le manuel élémentaire scindé en ses deux parties, l'une pour l'élève, l'autre pour le maître, peut donc apparaître comme la marque emblématique du mathématicien ; c'est encore par le biais du manuel (mais dans ce cas non contrôlé par la « représentation nationale ») que les réformateurs des maths modernes chercherons à suppléer les manques d'un « recyclage » non anticipé. La nécessité du manuel est affirmée dans les deux contextes ; toutefois, les fonctions du manuel ne recouvrent pas celles d'un substitut à une institution de formation.

La seconde série :

La consécration des écoles normales primaires sous la Monarchie de Juillet et sous la IIIème République coïncide avec la mise en place d'un réseau de surveillance et de contrôle tentaculaire dans une institution primaire, en voie d'instauration pour la première période, constituée pour la seconde.

Dans les deux contextes, il faut tout d'abord relever que la mission instructive et éducative de l'enseignement primaire est définie ; le système d'enseignement primaire est compatible avec son environnement sociétal ; les savoirs sont désignés, circonscrits officiellement par un Etat qui conçoit le système d'enseignement primaire comme un « service public ». Les fonctions sociales et éducatives du savoir scolaire sont en résonance avec les intentions didactiques du régime : l'arithmétique est un vecteur de l'unification nationale, tant sur le plan politique, économique que moral. **S'inscrivent officiellement dans un temps scolaire qui tend à se naturaliser, les deux activités emblématiques de l'arithmétique : calculer et résoudre des problèmes pratiques.**

Et le choix du texte de savoir porte invariablement sur un traité de 1764, et sur ses transpositions à l'adresse de l'enseignement secondaire sous le Consulat.

Pourquoi le traité de Bézout ? Pourquoi demeure-t-il le traité de référence ?

Il n'a pas de coloration idéologique, son contenu est « purement » arithmétique, il se présente comme un tout-structuré, un tout complet à fonction essentiellement pratique et utilitaire, accessible aux « commençants » et lui est adjoint, depuis 1795, un complément sur le système métrique.

Plus encore, sa structure et sa progression suggère un découpage temporel, que des programmes détaillés et calqués sur son organisation, permette d'inscrire dans le cadre temporel des Collèges Royaux de la Monarchie de Juillet (de façon plus ou moins efficiente).

Conçu comme un recueil pour permettre de répondre aux questions de mathématiques des examens des armes savantes, il lui est conféré d'emblée la fonction de support des organisations mathématiques qui pourront vivre dans un enseignement normal, naturellement sanctionné par des certifications. Comme dans l'enseignement secondaire, ce sont ces dernières (les brevets de capacité pour l'enseignement élémentaire ou supérieur) qui vont piloter les plans d'études.

Le texte demeure le texte de référence d'un enseignement de l'arithmétique élémentaire : il révèle dès lors la fragilité (en ce qui concerne ce domaine) d'une frontière entre un ordre primaire et un ordre secondaire.

Si sa transposition par l'œuvre du Baron Reynaud modifie quelque peu les plans d'études (traitement différé des nombres entiers et des fractions décimales, accent sur les propriétés des nombres, éviction de la théorie des proportions au profit de la méthode de réduction à l'unité), s'il y a renforcement de sa composante « Arithmétique appliquée aux opérations pratiques », il faut chercher l'influence de l'enseignement secondaire (l'enseignement spécial de Salvandy) relayée par la politique éducative de Duruy pour expliquer ces transformations.

Le texte de référence du Dictionnaire de pédagogie conserve en 1882 les caractéristiques du traité originel, (si ce n'est une insistance légère sur la pertinence d'un langage algébrique substitut avantageux, car simple et pratique, du langage arithmétique), nous ne pouvons prétendre que la réforme de 1902 transforme et l'esprit et les méthodes de l'enseignement d'arithmétique dans les écoles normales. L'article « Mathématiques », signé par C. Bourlet, révèle par contre la mise en œuvre d'un processus : l'arithmétique, discipline incontestée de l'enseignement primaire, devient un domaine d'études au même titre que la géométrie et que l'algèbre.

Les deux périodes peuvent se caractériser par le fait que les besoins théorico-professionnels des futurs maîtres sont définis conjointement par la Société et les acteurs de l'institution : les évolutions de l'arithmétique sont pilotées par les conditions qui garantissent à l'institution de formation sa compatibilité avec la société (nous éludons l'épisode de la loi Falloux), mais plus encore avec les institution primaires.

La méthode simultanée, sécularisée par Guizot, intuitive et concentrique jusqu'en 1920, induit une élémentarisation qui modifie fort peu les organisations mathématiques de l'arithmétique. L'homologie des programmes et la pédagogie de Compayré semblent permettre l'accomplissement, sous la III ème République, du projet initié par Guizot.

Mais à cet accomplissement succède une évolution qui ne pouvait se produire sous la monarchie de Juillet : la stabilisation de l'institution, la « naturalisation » d'un temps du savoir induisent un questionnement sur le découpage temporel du savoir et sur son extension.

Une des conditions qui, dès lors, transforme l'arithmétique du futur maître, résulte de l'introduction de la méthode progressive. Cette méthode, qui sans remettre le moins du monde une méthode d'enseignement active, intuitive et concrète, réorganise la répartition temporelle des objets d'enseignement du traité de Bézout ou plutôt de sa transposition par le Baron Reynaud. La théorie de l'arithmétique est officiellement le domaine réservé des futurs instituteurs (officieusement les manuels offrent un autre éclairage). Les conditions qui, dès l'origine, sont convoquées pour légitimer une composante théorique dans la formation du maître (l'expertise en calcul permettant d'outiller le maître dans ses tâches professionnelles) ne peuvent plus être seules. La pénétration de l'outil algébrique, jusque là circonscrit à la résolution des problèmes pratiques, dans le domaine des propriétés des nombres, révèle une exigence d'une nature différente : la distance entre la culture arithmétique du maître et la culture arithmétique primaire s'accentue, induisant le rapprochement de la première avec la culture scientifique des classes de mathématiques élémentaires de l'enseignement secondaire. Cette situation peut résulter d'un phénomène interne : les exigences des professeurs d'écoles normales, issus des Ecoles normales primaires supérieures, le fonctionnement en circuit clos qui fait que ces derniers sont issus du rang des normaliens, tendent à favoriser l'élévation du niveau des études.

Le système hiérarchisé des certifications internes à l'édifice primaire à travers sa fonction prédominante comme « ascenseur » social, peut apparaître comme un des leviers de commande de ce processus qui opère, toutefois, dans le seul cadre de l'ordre primaire.

Dans ce contexte, la codétermination des organisations mathématiques (propres à l'ordre scolaire) et didactiques peut résider encore dans le cadre d'une pédagogie normale peu sensible à ce phénomène (les objets et les méthodes propres au savoir primaire demeurent), la liaison théorie-pratique (application d'une méthode et d'une philosophie érigées en dogme) peut subsister.

Ce type d'organisation primaire hiérarchisé, totalisant, constitué en ordre, semble entraîner un phénomène de gradation du savoir qui, hors des contraintes officielles, sous l'influence des acteurs de l'institution, permet l'émancipation d'un savoir qui ne relève plus de son ordre originel, l'ordre primaire. La dualité demeure, sa signification en terme de savoir (scientifique) s'estompe. Le phénomène produit révèle une condition qui contribue à la viabilité de l'institution de formation au cours du temps et qui paradoxalement remet en question une de ses fonctions spécifiques : l'élévation de la culture arithmétique du maître est l'indicateur d'une institution qui transmet du savoir, qui doit nourrir les futurs maîtres d'un savoir qui gonfle de ce fait inexorablement, mais comme il n'y a pas un savoir primaire ou secondaire (du moins en arithmétique), ce savoir qui perd sa spécificité « normale » ne légitime plus l'existence d'une culture générale, monopole d'une institution de formation. Le savoir « théorique » enseigné dans les écoles normales est donc au cœur de la problématique concernant la pertinence d'un double cursus (culture générale, culture et pratique professionnelles). Abordons cette question dans des contextes où elle s'est explicitement posée.

La troisième série :

Deux épisodes éphémères peuvent être encore, sur certains points, mis en parallèle : la loi Falloux et le régime de Vichy. Tout d'abord, le savoir du maître, dans les deux cas appréhendé comme le fondement d'une doctrine subversive, fait l'objet de mesures radicales. Dans le premier cas, rabattu sur le savoir primaire élémentaire, son insuffisance se révèle rapidement. L'arithmétique présente toutefois un cas un peu particulier ; bien qu'amputée officiellement dans le corpus obligatoire de sa composante « arithmétique appliquée aux opérations pratiques », l'arithmétique, nous le supposons, peut opposer une certaine résistance. La partie scolaire du Manuel Général, la référence officielle au traité de Bézout (édition de 1851) laissent supposer que les pratiques légitimées par les besoins sociaux (le développement des cours d'adultes) ne sont pas nécessairement conformes aux directives officielles. Dans le second cas, secondarisée, la formation générale des futurs maîtres est couronnée par un baccalauréat spécifique, orientée vers les sciences, le baccalauréat « Sciences Expérimentales », qui préserve fidèlement l'arithmétique enseignée pour l'examen du brevet supérieur.

En second lieu, c'est la question de la liaison théorie-pratique qui est totalement reconsidérée : la pratique procède désormais du « compagnonnage » ; la réflexion sur la pratique est évincée au profit de l'application de procédés. Le « certificat de stage » se substitue au certificat d'aptitude pédagogique (certificat d'aptitude final dans la charte des Ecoles normales de 1832, notifiant la maîtrise de la méthode d'enseignement simultanée).

La suppression des Ecoles est éphémère, parce que ses deux réformes mettent en évidence *a contrario* deux nécessités : la nécessité d'une codétermination des programmes primaires et normaux qui, dans le premier cas, impose que le savoir du maître soit plus étendu que celui des élèves et qui, dans le second cas, impose une transposition du savoir secondaire vers le savoir primaire ; la nécessité qu'une méthode d'enseignement, avant d'être mise en œuvre, induise un itinéraire réflexif pour le futur maître (du savoir appris au savoir à transposer en savoir enseignable).

Ces divers épisodes peuvent illustrer l'émergence des corrélations entre les nécessités qui pilotent les besoins théorico-professionnels des futurs maîtres, l'influence des niveaux de déterminations qui les pilotent. La non prise en compte de l'une d'entre elle compromet la viabilité de l'institution et cette conséquence, répercutée au niveau de l'enseignement primaire, la réhabilite officiellement un peu plus tard.

La sensibilité relative de la « discipline scolaire primaire » à l'évolution que connaissent les besoins théorico-professionnels du futur maître traduit tantôt la conjonction favorable des niveaux de détermination qui définissent ceux-ci, tantôt leur incompatibilité. Inversement le rapport de cohérence entre les fonctions de la « discipline scolaire primaire » et les enjeux sociaux et éducatifs fixés par les législateurs est à l'origine de la réémergence, de la redéfinition des besoins théorico-professionnels.

Ces épisodes illustrent encore la lente « naturalisation » d'un principe à l'œuvre dès l'origine : le principe officiel de l'Ecole normale de l'an III (nous écartons une vision exclusivement secondaire de ce projet de plan d'études national), à savoir, qu'un enseignement à destination du peuple, impose l'appropriation d'un savoir <u>et</u> de l'art de l'enseigner, que ce savoir et cet art doivent nécessairement traduire une conformité avec les enjeux idéologiques de la société (la représentation nationale). Il y a dès l'origine co-émergence de ce principe et d'une école « normale » (*norma* comme la règle ainsi que le souligne Lakanal).

Quant à la nécessité d'une pratique réfléchie, expérimentée, subordonnée à une organisation pédagogique réglée et inscrite dans un cadre temporel défini, il nous faut convenir qu'elle relève d'une tradition qu'emblématise la Conduite des Frères des Ecole Chrétiennes. Guizot, sécularisant la méthode simultanée, applique de façon opératoire, le principe de l'hétérogénéité institutionnelle et historique du savoir : en imposant dans les écoles primaires une méthode qui sous-tend un « art d'enseigner », il légitime l'existence de séminaires « laïcs » dispensant une culture générale, morale et professionnelle ; les gestes professionnels du maître, éclairés par la doctrine « normale » sont nécessaires pour que s'instaure une organisation pédagogique dans laquelle pourront se couler les organisations mathématiques (en l'occurrence) et didactiques.

Nous admettons la fragilité de ces considérations : l'absence de recul dont nous révélons ici l'étendue, ne nous permet pas de dresser des perspectives. Nous laissons en friche le champ des questions que nous suggérait la situation des plans d'études dans les IUFM.

Nous avons toutefois pu établir qu'il existait, au cours des périodes étudiées, une forte corrélation entre les conditions qui permettent aux objets de l'arithmétique de vivre dans les plans d'études des futurs maîtres et la valeur de leurs légitimités et pertinences épistémologiques et professionnelle : les besoins théorico-professionnels du futurs maîtres, définis conjointement ou non par l'institution de formation, les législateurs, l'école ou encore les mathématiciens, ont une fonction de régulation sur les plans d'études ; l'arithmétique du futur maître, « spécifique » a résisté jusqu'à présent.

Nous avons pu encore observer que la codétermination des fonctions de l'arithmétique, liées aux finalités officielles et à leur réinterprétation au sein de l'institution de formation, et des enjeux éducatifs et sociaux affichés par la société, pouvait rendre compte de la viabilité conjointe d'une arithmétique primaire et d'une arithmétique « spécifique » du futur maître.

Nous avons encore pu identifier que le savoir (un savoir particulier, l'arithmétique) par le biais des fonctions sociales et éducatives qu'il exerce, participe fortement de l'émergence et de la stabilisation des institutions : en ce sens, le savoir peut apparaître comme premier dans le « façonnement de nos sociétés ». Inversement, les conditions de vie des institutions, subordonnées aux enjeux de la politique éducative de la société, ont une certaine incidence sur la viabilité de deux savoirs codéterminés par principe : le savoir scolaire et le savoir du maître.

Les outils, que nous avons utilisés pour interroger la résistance de l'arithmétique du futur maître et à travers celle-ci la légitimité institutionnelle d'une institution de formation des maîtres, peuvent, nous semble-t-il, constituer des moyens pour analyser les conditions de vie de l'arithmétique dans les plans d'études actuels et à venir des IUFM. Il s'agirait de s'interroger aujourd'hui sur l'évolution des quatre grandes nécessités qui caractérisent les besoins théorico-professionnels du maître, à savoir, un texte du savoir, un art didactique, une liaison entre théorie et pratique, les fonctions de ce savoir, et sur le processus d'imbrication des niveaux de déterminations qui définissent les besoins théorico-professionnels du futur maître.

Par exemple, il semble qu'actuellement la reconnaissance officielle des besoins théorico-professionnels qui légitiment et l'existence d'une institution reposant sur la mise en œuvre d'un double cursus (culture générale, formation didactique/pédagogique, pratique professionnelle) et la nature des plans d'études (notamment en arithmétique) résulte de l'émergence de nouveaux besoins théoriques : les savoirs didactiques. La légitimité et la pertinence institutionnelles de ceux-ci semblent revendiquées à divers niveaux de déterminations (didacticiens, acteurs de l'institution primaire, conseil national des programmes…). Quelles sont les conditions qui ont généré cette situation ? Qui peuvent aujourd'hui conférer ou non à ces savoirs une légitimité culturelle ?

Ce que révèle l'évolution officielle du savoir arithmétique « théorique » du futur maître pourrait traduire un certain retrait du niveau de détermination des « mathématiciens » : d'un niveau primaire supérieur, ce savoir évolue progressivement (officiellement) vers le niveau du baccalauréat « sciences expérimentales » ; sous la période « moderne » il est censé relever de l'enseignement supérieur ; en 1981, les professeurs d'écoles normales définissent un niveau scientifique analogue à celui du baccalauréat D ; à partir du recrutement DEUG, l'arithmétique semble se stabiliser alors que le niveau mathématique en son ensemble se calque sur celui du collège (voire du début du lycée). La définition d'une nécessité (en terme de savoir mathématique théorique) semble s'être modifiée sans affecter la résistance d'une arithmétique du futur maître. La codétermination des plans d'études et des programmes primaire pourrait alors expliquer cette résistance d'un savoir qui, au niveau de l'école, peut apparaître légitimée dès l'origine par ses deux fonctions emblématiques : savoir calculer et résoudre des problèmes. Quelles sont les conditions qui induisent cette codétermination ? A quel(s) niveaux de déterminations se sont-elles constituées ?

Les fonctions d'un savoir relèvent encore du choix d'une société : au niveau du politique s'élabore officiellement, la définition de la mission de l'école et par conséquent des fonctions du savoir. La mission de l'école est sur le point d'être redéfinie. A quels niveaux de déterminations peut être subordonnée la loi à venir ? Quelle incidence cette redéfinition des besoins en savoir et des besoins éducatifs, peut avoir sur l'ensemble des quatre nécessités qui définissent les besoins théorico- professionnels du futur maître et pèsent sur la viabilité d'une institution ?

Voici un aperçu de l'étendue des questions sans réponse : les outils que nous avons forgés pourraient peut-être permettre, à qui le voudrait, d'achever ce travail incomplet.

Bibliographie

Références bibliographiques didactiques.

Artaud M. (1989), *Conditions, contraintes et discours apologétiques dans l'émergence de l'enseignement mathématique à l'âge classique,* DEA de didactique historique, Université Cl. Bernard, Lyon.

Artaud M. (1997), Introduction à l'approche écologique du didactique : l'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IXème école d'été de Didactique des Mathématiques.* Houlgate : ARDM et IUFM de Caen.

Assude T. (1998), Evolution de l'enseignement de l'arithmétique et formation des maîtres. *Actes du XXVème colloque de la COPIRELEM.* Loctudy.

Assude T. (2003), L'étude du curriculum de mathématique entre changements et résistances : lien entre écologie et économie didactique. *Document pour l'habilitation à diriger des recherches.*

Bosch M. & Nin G. (1991), L'institution dans la culture: légitimités et pertinences. *Actes de la VIème école d'été de Didactique des Mathématiques.* Plestin- les-Grèves.

Chavallard Y. (1985), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La Pensée Sauvage, Grenoble. (2ème édition 1991).

Chevallard Y. & Mercier A. (1987), *Sur la formation historique du temps didactique*. Publication de l'IREM d'Aix-Marseille, n°8 : Marseille.,

Chevallard Y. (1989), Le concept de rapport au savoir, rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Séminaire de didactique des mathématiques et d'informatique*. LSD- IMAG : Grenoble.

Chevallard Y. (1989), *Sur l'enseignement des fractions au collège, ingénierie, recherche, société*. IREM Aix-Marseille.

Chevallard Y. & Jullien M. (1989), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques.* 19 (2).

Chevallard Y. (1999), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques.* 19 (3).

Chevallard Y. (2002), Organiser l'étude. Ecologie et régulation. *Actes de la 11ème école d'été de Didactique des Mathématiques.* La Pensée sauvage, Grenoble.

Houdement C. (1995), *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies.* Thèse de doctorat, Université de Paris VII. IREM.

Harlé A. (1984), *L'arithmétique des manuels de l'enseignement élémentaire au début du XXème siècle.* Thèse de doctorat. Paris VII. UER de didactique des disciplines.

Kuzniak A. (1994), *Etude des stratégies de formation en mathématiques utiliséespar les formateurs du premier degré.* Thèse de doctorat, université de Paris VII. IREM.

Neyret R. (1995), *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM.* Thèse de doctorat. Université J. Fournier. Grenoble 1.

Peltier M.L. (1995), *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : « entre conjecture et éternité ».* Thèse de doctorat, Paris VII, IREM.

Références historiques (Histoire de l'enseignement, textes officiels, « points de vue » sur les mathématiques et leur enseignement).

Albertini P. (1998), *L'Ecole en France, XIX- XX èmes siècles, de la maternelle à l'Université*, Carré Histoire, Hachette Supérieur.

Assude T. & Gispert H. (2002), *Les mathématiques dans les(s) dictionnaires de pédagogie de F. Buisson,* document de travail.

Bancel D. (1989), *Créer une nouvelle dynamique de la formation des maîtres,* rapport au ministre d'état, ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et du sport.

Belhoste B. (1995), *Les Sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels.* Tome 1. 1789-1914. Paris, INRP et Economica.

Belhoste B. (2002), *L'examen, Evaluer, sélectionner, certifier ; XVI- XX siècles.* Numéro spécial de la revue Histoire de l'Education. INRP.

Belhoste B., Gispert H., Hulin N. (1996), *Les sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger.* Paris, INRP et éditions Vuibert.

Bkouche R., Charlot B., Rouche N. (1991), *Faire des mathématiques : le plaisir du sens.* Bibliothèque européenne des sciences de l'éducation, A. COLIN.

Borel E. (1904), « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », *Revue générale des sciences,* n°10.

Bourdieu & Gros (1988), *principes pour une réflexion sur les contenus d'enseignement (mars 1989),* brochure, Commission Bourdieu Gros.

Bourlet C. (1908), « La pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire », *l'enseignement mathématique,* n° 10.

Buisson F. (1882-1887), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire.* Paris, Hachette.

Buisson F ; (1911), *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire.* Paris, Hachette.

Cabanel P. (2002), *La république du certificat d'études : histoire et anthropologie d'un examen (XIX-XX s.)* Histoire de l'éducation. Belin.

Chervel A. (1998), *La culture scolaire, une approche historique*. INRP et Economica.

Chervel A. (1993), *L'enseignement du français à l'école primaire. Textes officiels.* Tome 1 : 1791-1879. INRP et Economica.

Chervel A. (1995), *L'enseignement du français à l'école primaire. Textes officiels.* Tome 2 : 1880-1939. INRP et Economica.

Chervel A. (1995), *L'enseignement du français à l'école primaire. Textes officiels.* Tome 3 : 1940-1995. INRP et Economica.

Condorcet (1988), *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. G.F. Flammarion.

Condorcet (1994), *Cinq mémoires sur l'instruction publique.* G. F. Flammarion.

d'Enfert R. (2003), *L'enseignement mathématique à l'école primaire, de la révolution à nos jours, textes officiels,* tome 1 : 1791- 1914, Paris, INRP.

Denis D. & Kahn P. (2003), *L'école républicaine et la question des savoirs: enquête au cœur du dictionnaire de pédagogie de Ferdinand Buisson.* CNRS Editions.

Dubois P. (2002), *Le dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire. Répertoire biographique des auteurs.* Service d'histoire de l'éducation. INRP.

Gontard M. (? années 1960), *L'enseignement primaire en France de la Révolution à la loi Guizot (1789-1833) : des petites écoles de la monarchie de l'Ancien Régime* *aux écoles primaires de la monarchie bourgeoise.* Annales de l'Université de Lyon, société d'édition Les Belles Lettres, Paris.

Gontard M. (?), *Les écoles primaires de la France bourgeoise (1833-1875).* 2ème édition. Annales du CRDP de Toulouse. INRDP.

Gontard M. (1962), *La question des écoles normales primaires de 1789 à 1962,* Annales du CRDP de Toulouse. INRDP.

Gréard O. (1870), *Organisation pédagogique des écoles publiques de la seine, Programmes et instructions.* Paris, Hachette.

Gréard O. (1887), *Education et instruction, Enseignement primaire.* Paris, Hachette.

Gréard O. (1889- 1902) *La législation de l'instruction primaire en France depuis 1789 jusqu'à nos jours. Recueil des lois, décrets, ordonnances, arrêtés, règlements, décisions avis, projets de lois,* Paris, Delalain.2ème édition.

Laprévôte G. (1984), *Splendeurs et misères de la formation des maîtres. Les écoles normales primaires en France 1879- 1979.* Lyon : Presses universitaires de Lyon.

Lelièvre C. (1990), *Histoire des institutions scolaires.* Nathan Pédagogie.

Ozouf R. (1941), *Le nouveau statut de l'école et du personnel enseignant primaire, recueil de documents officiels classés et présentés par R. Ozouf,* Ed. F.N. SARL F. Nathan.

Poincarré H. (1904), « Les définitions mathématiques et l'enseignement », *Science et méthodes,* Paris, Ed. E. Flammarion.

Prost A. (1968), *Histoire de l'enseignement en France. 1800-1867.* A. Colin, Paris.

Prost A. (1992), *Education, société et politiques. Une histoire de l'enseignement en France de 1945 à nos jours.* Seuil, Paris.

Terral H. (1999), *L'école de la République, une anthologie. 1878-1940.* Documents, actes et rapports pour l'éducation. CNDP.

Vincent G. (1980), *L'école primaire française, étude sociologique.* Presses Universitaires de Lyon, Ed. Maison des Sciences de l'Education.

Bulletin universitaires, contenant les ordonnances, règlements et arrêtés concernant l'instruction publique, 1828-1849.

Recueil des lois et actes de l'instruction publique, Paris, Delalain. 1848-1891.

Bulletin administratif de l'instruction publique, 1850-1863.

Bulletin administratif du ministère de l'instruction publique, 1864-1932.

Bulletin officiel du ministère de l'éducation nationale (1944- 1995).
Circulaires et instructions officielles relatives à l'instruction publique, Paris, Delalain, 1802- 1900 (12 tomes).
Code Soleil. Le livre des instituteurs. 41ème édition, 1971, Société univesitaire d'édition et de librairie.
Extraits du bulletin de l'enseignement primaire du département de la Seine, Ch. De Mouergue frères, 1870.
Journal des instituteurs, n°8, n° 9, année 1969 ; n° 8 avril 1988.
Journal officiel de la république française (années consultées : 1940-1941)
Lois et règlements, 1946.
Manuel Général de l'Instruction Primaire, partie administrative. 1932-1967, (années consultées 1944, 1946).
Mémoires et documents scolaires, fascicule 108. Organisation pédagogique et programme d'enseignement des écoles, Paris, 1891.
Plan d'études pour la formation des instituteurs et institutrices dans les écoles normales (1969), document ronéoté. Archives d'A. M. Chartier, Bibliothèque siège de l'IUFM de Versailles.
Plans d'études et Programmes pour les différents établissements et examens publiés par les divers éditeurs scolaires, Delalain, Hachette…, disponibles à l'INRP, rue d'Ulm, avant la rentrée 2003.
Archives Nationales F 17 9568 (année 1937), *F 17 9632* (année 1881).

L'ensemble des textes officiels qui ont fait l'objet de notre étude nous a été accessible grâce au recueil réuni par A. Chervel. Nous avons donc utilisé ses sources, complétant parfois (dans le domaine de l'enseignement des mathématiques) certains d'entre eux. Le recueil réuni par R. d'Enfert, malheureusement un peu trop tardivement pour nous éviter des recherches laborieuses, présente précisément (ce que ne faisait pas A. Chervel) les références des textes que nous avons cités entre 1791 et 1914. Nous avons essentiellement utilisé les ressources de l'INRP (textes officiels, manuels), avant que l'Institut ne quitte la rue d'Ulm.

Traités, leçons, manuels d'arithmétique, documents internes aux institutions de formation.

André Ph. (1898), *Nouveau cours d'arithmétique.* Paris, Librairie classique de F.E. ANDRE- GUEDON.

Balacheff N., Kuntzmann J., Laborde C (1981), *Formation mathématique des instituteurs avec ouverture sur l'informatique, CEDIC.*

Bert P. (1895), *Deuxième année d'enseignement scientifique.* 32ème édition. A. Colin.

Bézout (1795), *Arithmétique à l'usage de l'artillerie, de la marie et du commerce.* Nouvelle édition avec les nouveaux calculs décrétés par la Convention par Peyrard. Paris.

Bézout (1801), *Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie, tome 1.* Paris, Richard, Caille, Ravier, an VIII.

Bézout (1848), *Eléments d'arithmétique de Bézout, par M. Caillet.* Paris, Dezobry, E. Magdeleine & cie, Libraires-Editeurs.

Boucheny G & Guérinet A. (postérieur à 1920), *L'arithmétique à l'Ecole primaire supérieure et au cours complémentaire,* Paris, Librairie Larousse.

Bourdon (1836), *Elémens d'arithmétique.* 14ème édition, Paris, Bachelier, Imprimeur-Libraire.

Bovier-Lapierre G. (1882), *Cours gradué d'arithmétique pour l'enseignement primaire, degré élémentaire.* Livre de l'élève, Librairie Ch. Delagrave.

Brachet F, Dumarqué J, Pochard H (1948), *Mathématiques, classe de sciences expérimentales,* Librairie Delagrave.

Buisson F. (1882-1887), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire.* Paris, Hachette.

Buisson F ; (1911), *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire.* Paris, Hachette.

Compayré G. (1885 ?), *Cours de pédagogie théorique et pratique,* 2ème édition classique, Paul Delaplane.

Compayré G. (1908), *L'éducation morale et intellectuelle,* Paris, Hachette.

Condorcet (1988), *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité.* Art, Culture, Lecture- Editions.

Cranney Ch. & Perrot G. (1976), *Mathématiques et apprentissage du calcul,* tomes 1 et 2, Collection Pédagogie de l'école élémentaire, Delagrave.

Delfaud M. & Millet A. (1928), *Arithmétique, cours moyen et supérieur (certificat d'études),* Hachette.

Dhombres J. (1992, *L'Ecole Normale de l'an III, Leçons de mathématiques de Laplace – Lagrange – Monge.* Dunod, Paris.

De la Salle J.B., (1819), *Conduite des écoles chrétiennes, suivie de la conduite des formateurs et inspecteurs d'école.* Lyon, Busand.

Dienes Z.P. (1967), *La mathématique moderne dans l'enseignement primaire,* OCDL

Dienes Z.P. & Golding E. G. (1970), *Les premiers pas en mathématique, Ensembles, Nombres, Puissances,* OCDL.

ERMEL (1977), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle préparatoire,* SERMAP OCDL.

ERMEL (1978), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle élémentaire,* tome 2, SERMAP OCDL.

ERMEL (1981), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle moyen,* tome 1, SERMAP Hatier.

Eysseric (1888), *Nouvelle arithmétique théorique et pratique.* 4ème édition. Paris, Delagrave.

Faingold N. (1991), « Un peu d'histoire : modalités de l'alternance, formation des instituteurs 1979-1986 », *Pratiques de formation : PUF, FAR & Cie,* Collectif Education Formation Recherche, Ecole normale du Val d'Oise.

Faucheux (1937), *Arithmétique d'après les programmes de 1920, écoles normales,* Paris, Delagrave.

F. J. (1887), *Eléments d'arithmétique avec de nombreux exercices.* 5ème édition. Tours / Alfred Mame et fils ; Paris / Poussielgue Frères. Propriété des FEC.

Fletcher T. J. (1970), *L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui : Essai d'une didactique nouvelle pour l'enseignement du second degré,* OCDL.

Foulon (1938), *Arithmétique du premier cycle du second degré par un groupe de professeurs,* collection Foulon, Edition l'Ecole.

Hardy J., Jardy M.A., Soumy J.G. (1985), *Vivre les mathématiques,* guide pédagogique, fichier, cours préparatoire, A. Colin- Bourrelier.

Hardy J., Jardy M.A., Soumy J.G. (1990), *Vivre les mathématiques, CM1,* A. Colin-Bourrelier.

Hardy J., Jardy M.A., Soumy J.G. (1991), *Vivre les mathématiques,CM2,* A. Colin-Bourrelier.

Lacroix S.F. (1813), *Traité élémentaire d'arithmétique, à l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre-Nations*, 13ème édition, Paris.

Lauvernay (1879), *Traité d'arithmétique, 1ère partie.* Amiens, Librairie Toulmé & Leroi.

Lespinard V, Pernet R, Gauzit J (postérieur à 1942), *Mathématiques, classe de sciences expérimentales,* André Desvigne, Lyon.

Leyssenne P. (1903), *la troisième année d'arithmétique à l'usage des EPS, des écoles commerciales et des pensionnats de demoiselles.* 13ème édition, Paris, A. Colin.

Leyssenne P. (1910), *Traité d'arithmétique théorique et pratique à l'usage des écoles normales d'instituteurs et d'institutrices, de l'enseignement primaire supérieur de l'enseignement secondaire.* 29ème édition, Paris, Librairie A. Colin.

Marijon A & Péquinot A. (1933), *Arithmétique des écoles primaires supérieures,* Librairie Hatier.

Mathématiques nouvelles (1961), OECE.

Peltier M. L. (2003), « Trente ans d'activité de la COPIRELEM au service de la formation des maîtres : acquis et perspectives», *Actes du XXXème colloque national* Avignon. La Pensée sauvage. RDM.

Picard N. (1970), *Activités numériques I,* OCDL.

Picard N. (1976), *Agir pour abstraire,* OCDL.

Reynaud (1832), *traité élémentaire de mathématiques et de physique, suivi de notions sur la chimie et l'astronomie, à l'usage des élèves qui se destinent aux examens pour le baccalauréat ès lettres, 2*ème édition, Paris, Bachelier, père et fils.

Royer M. & Court P. (1929), *Arithmétique, cours supérieur,* Librairie A. Colin.

Thirioux A , Sanchez L, Chapeau A (1978), *Formation initiale et continue,* collection Mathématique Contemporaine, Magnard.

Touyarot M. A. & Hameau Cl., (1976), *Mathématique au CM2,* collection itinéraire mathématique, Cours complet, F. Nathan.

Villemereux, (1868), *petite arithmétique des écoles primaires.* 2ème édition, Paris, Ch. Delagrave.

Vuibert, *Annales du concours d'admission aux écoles normales.* Librairie Vuibert. Années 51 à 60 ; Années 69 à 72 ; Année 75.

Wheeler (1970), *Mathématique dans l'enseignement élémentaire, Modèles, patrons et situations de 6 à 12 ans,* OCDL.

Actes du 5ème colloque des PEN, Auberive (1978). IREM Université de Reims.
Actes du 6ème colloque des PEN, Bombannes (1979).IREM de Bordeaux. COPIRELEM.
Actes des 12ème et 13ème colloque inter-IREM des PEN de mathématiques, Guéret 85, Quimper 86, COPIRELEM et IREM de Limoges, Brest et Rennes, Paris VII.
Actes du 14ème colloque inter-IREM des PEN (1987), Angers, IREM de Nantes.
Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques (DEUG 1er degré), n°19, avril 1986, Les publications de l'IFM, Collaboration Ecole Normale Université.
Le courrier de la recherche pédagogique, n°19, juillet 1963, IPN.
L'initiation mathématique au cycle élémentaire, *Le courrier de la recherche pédagogique,* n° 27, Mars 1966, IPN.
La mathématique au cycle élémentaire, *Recherches pédagogiques,* INRDP (1972)
Rapport préliminaire de la Commission ministérielle, APMEP, n° 258, mai-septembre 1967.
Rapport sur les exigences préalables aux UF de didactique, Mai 1980, brochure.
Suggestion pour un programme de formation initiale des instituteurs (mathématiques), (1981), document de travail de la COPIRELEM, (Archives de J. Bolon).

ANNEXES

Sommaire :

Le traité de Bézout et l'influence des rédacteurs de manuels postérieurs à Bézout.

Nous reprenons dans cette partie certaines des analyses conduites par R. Neyret[1] dans sa thèse.

1. Le traité d' E.Bezout.

R. Neyret consacre un chapitre à l'étude du processus de transposition didactique que subit le traité d'arithmétique de Bézout pour générer le texte d'un savoir compatible notamment avec les divers degrés du système d'enseignement primaire, pour produire le découpage et les modifications que nécessite la transmission de ses objets de savoir à des sujets qui ne sont plus des candidats aux Ecoles Militaires. S'appuyant sur les travaux de Chevallard et Jullien[2], il présente d'abord ce traité comme le produit du travail de transposition didactique qui consiste à élaborer une « théorie moyenne » à propos des systèmes de nombres. Rédigé par un mathématicien pour des élèves destinés aux armes savantes, il satisfait à deux contraintes : rendre compte d'une légitimité et d'une pertinence épistémologiques, répondre aux besoins d'un exposé didactique, linéaire et pratique. L'ouvrage, constitué d'une suite de 245 paragraphes numérotés, présente, ainsi que l'analyse R. Neyret, un découpage des savoirs suivant trois blocs.

Le découpage des savoirs dans le traité de Bézout.

♦ Les nombres entiers sur lesquels se rabattent les parties décimales (Bézout ne retient, comme le précise R. Neyret que la partie technique des décimaux, écartant de fait les problèmes savants que l'utilisation des écritures décimales illimitées pouvaient faire vivre) : Après avoir défini quantité, unité, nombre, en référence toujours plus ou moins explicite aux grandeurs, (§ 5. *Le nombre exprime de combien d'unités, ou de parties d'unité, une quantité est composée*. […]), distingué nombre entier, nombre fractionnaire (composé d'unités entières

[1] R. Neyret, Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants, 1995, thèse de doctorat, Grenoble 1.

[2] Chevallard Y, Jullien M. (1989), *Sur l'enseignement des fractions au collège, Ingénierie, recherche, société,* IREM d'Aix- Marseille.

et de parties de l'unité), fraction (parties de l'unités), et différencier les nombres abstraits (sans désignation de l'espèce des unités) des nombres concrets (avec désignation de l'espèce des unités), Bézout expose les principes de la numération décimale d'abord sur les entiers. La définition de la numération, l'exposé gradué de ses principes, des règles d'énonciation, s'étendent sur neuf paragraphes (7 à 15) ; l'exposé est brièvement interrompu par trois paragraphes qui abordent l'évaluation des quantités plus petites que l'unité, le partage de celle-ci en unités plus petites, en référence aux usages de certains arts, la définition des nombres complexes (nombre composé de parties rapportées à différentes unités) et des nombres incomplexes (ne renfermant qu'une seule espèce d'unité). Le paragraphe 20, après cet intermède qui convoque les fractions, sans les nommer, introduit les décimales : *« Mais de toutes les divisions et subdivisions qu'on peut faire de l'unité, celle qui se fait par décimales, c'est à dire en partageant l'unité en parties de dix en dix fois plus petites, est incontestablement la plus commode dans les calculs. Elle est fort en usage dans la pratique des mathématiques ; la formation et le calcul des décimales sont absolument les mêmes pour les nombres ordinaires ou entiers : nous allons le faire connaître ».* Les quantités plus petites que l'unité sont donc, pour la commodité du calcul, mais aussi en conformité avec la pratique mathématique, appelées à être évaluées en décimales. Bézout consacre donc neuf autres paragraphes (du 21 au 30) à expliciter l'extension du principe de numération décimale aux quantités plus petites que l'unité. L'exposé des quatre règles sur les entiers et parties décimales, conduites simultanément en raison de leur analogie, n'évacue pas totalement la présence des fractions : traitant du cas de la division, la division avec reste le conduit à exprimer un quotient sous forme d'un nombre fractionnaire, mais là encore, le principe de la numération décimale lui permet de ramener l'écriture du quotient à celle d'une écriture décimale. Comme le souligne R. Neyret « *Toute expression fractionnaire a ici disparu au niveau de l'écriture du quotient. L'expression « tous les restes de la division peuvent être réduits en décimales § 68» jette un voile discret sur les liens qui relient le nombre décimal ainsi trouvé et la fraction qui apparaissait avant dans l'écriture du quotient ».* Si Bézout évite les écritures décimales illimitées, semblant réduire le champ numérique aux nombres liés à des mesures de grandeurs plausibles, il n'en considère pas moins certaines dont le grand nombre de décimales qu'elles comportent les écartent du domaine des mesures de grandeurs usuelles. C'est dans les paragraphes (§ 69 à 74) consacrés aux opérations abrégées, rédigés en petits caractères, que nous les trouvons. Dans ces paragraphes, qui ont pour objet de donner le moyen d'obtenir rapidement une valeur approchée suffisante pour le résultat d'une multiplication ou d'une division, l'auteur insiste clairement sur la fonction simplificatrice et utilitaire du principe de numération décimale ; il écrit ainsi : *« Comme on emploie ordinairement les décimales dans la vue de faciliter les calculs, en substituant à un calcul rigoureux, une approximation suffisante, mais prompte, il n'est pas inutile d'exposer ici un moyen d'abréger l'opération[…] ».* Implicitement la technique exposée est justifiée par les propriétés des développements polynomiaux qu'induisent la désignation des nombres dans le système de numération décimale. Dans cette partie, il apparaît que c'est sur le principe de la numération décimale, longuement développé, étendu aux nombres inférieurs à un, que reposent l'ensemble des techniques en jeu, la technologie qui les éclaire plus ou moins explicitement. C'est ce principe qui assure aux entiers et aux parties décimales une fonction prépondérante dans le traité : la commodité des règles de calcul qu'il régit, renforce son caractère accessible et pratique, répond à cette exigence première de l'auteur.

♦ Une théorie des fractions intégrant le bloc précédent. En effet, les fractions définies dans les notions préliminaires, puis occultées dans la première partie, sont à nouveau caractérisées (§ 78. *Les fractions considérées arithmétiquement sont des nombres par lesquels on exprime les quantités plus petites que l'unité*), énoncées, codées et liées au quotient de deux entiers dans le paragraphe « Des entiers considérés sous la forme de fraction. Pour Bézout, des résultats fractionnaires obtenus à partir de calculs sur les fractions et dont les numérateurs sont supérieurs au dénominateur, (« *qui ne sont pas des fractions à proprement parler»*), il convient d'extraire les entiers qui y sont renfermés. C'est en divisant le numérateur par le dénominateur qu'on obtient donc ces nombres fractionnaires. Les fractions pouvant elles-mêmes être considérées comme des quotients d'entiers (§ 96 […] *On peut encore envisager une fraction sous un autre point de vue : on peut considérer le numérateur comme représentant une certaine quantité qui doit être divisée en autant de parties qu'il y a d'unités dans le dénominateur).* Les fractions s'apparentent donc aux nombres du premier domaine par le biais des fractions décimales. Précédant les paragraphes consacrés aux nombres complexes, la théorie des fractions (propriétés, règles de calcul), permet donc d'opérer sur ces nombres en les ramenant à des nombres fractionnaires. Bézout prend toutefois le soin de rappeler les anciennes règles de calcul sur ces nombres peu maniables. R. Neyret rattache à cette partie les paragraphes relatifs à la formation des carrés et des cubes, à l'extraction de leurs racines : les racines carrées ou cubiques sont présentées comme ne différant guère des nombres fractionnaires : l'algorithme de l'extraction de la racine, défini comme une 5$^{\text{ème}}$ opération arithmétique, permet d'obtenir une approximation décimale aussi précise que voulue de ces racines).

♦ Un troisième bloc autonome constitué autour de la théorie des rapports et proportions, de ses applications à la résolution des problèmes pratiques, qui repose sur les savoirs exposés dans les deux premières parties (techniques des opérations sur les entiers et sur des fractions obtenues à partir des nombres complexes, sans que pour autant les propriétés des proportions soient liées à celles des fractions : le rapport géométrique de deux quantités s'obtient en divisant l'un par l'autre, (§ 168), mais bien que les quantités en question, choisies pour exemplifier et instituer les propriétés, soient entières ou exprimées sous forme de nombres fractionnaires, les démonstrations dont use l'auteur pour légitimer les propriétés n'établit pas de lien explicite avec celles utilisées pour opérer sur les fractions). Elle comprend encore l'application de cette théorie et celle des logarithmes. Dans cette dernière partie, par le biais des logarithmes, le système des nombres exprimables à l'aide des décimales s'élargit aux racines de degrés quelconques, le champ des problèmes résolvables (intérêt et escompte composés) s'étend. Le principe de la numération décimale, la progression décuple, à travers la multiplicité de ses applications liées au calcul, parce qu'il permet les désignations exactes ou approchées de toute espèce de nombres, se voit conférer une légitimité épistémologique essentiellement à travers sa composante technique.

♦ **<u>Le cas particulier des propriétés des nombres :</u>** Les propriétés des nombres n'occupent qu'une part bien modeste dans le traité : outils pour opérer sur les fractions, pour faire la preuve des multiplications et des divisions, les critères de divisibilité, les notions de multiples ou de diviseurs, de nombres premiers, apparaissent comme voilés dans un environnement technologique peu architecturé. **La preuve par 9** (§ 76) : la technique est exposée à partir d'un exemple portant sur la multiplication (65498 multiplié par 454, donnant un produit de 29736092) et précède une justification que nous donnons ci-dessous.

« *Cette règle est fondée sur ce principe, que pour avoir le reste de la soustraction de tous les 9 qu'un nombre peut renfermer, il n'y a qu'à chercher le reste que ces chiffres, ajoutés comme des unités simples, donneraient après la suppression des 9. En effet, si d'un nombre exprimé par un seul chiffre suivi de plusieurs zéros on retranche tous les 9, le reste sera exprimé par ce seul chiffre : si de 4000, ou de 500, ou de 60000, vous retranchez tous les 9, le reste sera 4 ou 5 ou 6, etc., ce qui est aisé à voir.*

Donc le reste que donnerait, par la suppression des 9, un nombre tel que 65 498 (qui est la même chose que 60000, plus 5000, plus 400, plus 90, plus 8), sera le même que celui que donneraient 6, plus 5, plus 4, plus 8, c'est à dire le même que si l'on ajoutait ces chiffres comme des unités simples.

En voici maintenant l'application à la preuve de la multiplication.

Puisque 65498 est composé d'un certain nombre de 9 et d'un reste 5, et que le multiplicateur 454 est composé aussi d'un certain nombre de 9 et d'un reste de 4, il ne peut s'en falloir que du produit de 5 par 4 ou 20 que le produit ne soit divisible par 9 ; ou en ôtant les 9, il ne doit s'en falloir que de 2 que le produit ne soit divisible par 9 ; donc il doit rester au produit la même quantité que dans le produit des deux restes après la suppression des 9 qu'il renferme.

On pourrait faire aussi cette preuve de la même manière par le nombre 3.

A l'égard de la division, elle devient facile à éprouver, après ce qui a été dit (70). Après avoir ôté du dividende le reste qu'a donné la division, on regardera le résultat comme un produit dont le diviseur et le quotient sont les facteurs, et par conséquent on y appliquera la preuve par 9, de la même manière qu'on vient de le faire […] ». Dans le sous-paragraphe qui suit, rédigé en petits caractères, l'auteur souligne la faillibilité de cette vérification.

Convoquées implicitement, « aisées à voir », les propriétés telles que celles de la somme ou du produit de deux multiples, les propriétés des restes fondent la règle : l'exemple présenté comme générique, qui les éclaire, en appelle au principe de la numération (la décomposition canonique du nombre), aux congruences des puissances de 10 modulo 9 (reposant sur une procédure qui consiste à retirer successivement tous les 9). La compréhension du principe trouve son ressort dans celle de procédés opératoires familiers, le caractère de la démarche inductive n'a d'autre objet que de légitimer une technique locale dont la finalité relève du calcul : les opérations doivent être éprouvées. L'élargissement de la règle à d'autres nombres que 9 n'est pas totalement occultée : 3 est aussi candidat, mais il appartient au lecteur d'apprécier l'opportunité de s'y intéresser. Le caractère de la preuve par 9 « purement utile pour vérifier les multiplications et les divisions sur les entiers et les décimales » n'écarte pas totalement l'existence d'une technologie qui l'éclaire et la produit, mais celle-ci reste toute aussi locale que sa technique. Le constat s'étend aux caractères des autres propriétés évoquées.

C'est dans le paragraphe « **Réduction des fractions à leur plus simple expression** » que sont donnés la définition des nombres premiers (§ 93) et les caractères de divisibilité (§ 94). Comme simplifier les fractions revient à diviser numérateur et dénominateur, par 2, autant que faire se peut, puis par 3, 5, 7, 11…, Bézout les dénomme : nombres premiers, qui n'ont de diviseurs que l'unité et eux-mêmes. Soulignant que la seule difficulté réside dans le fait de savoir *« quand est-ce qu'on peut diviser par 2, 3, 5, etc. »,* il expose les critères de divisibilité sous forme de principes. Pour 2 et 5, il ne donne aucune justification explicite ; pour 3, il expose un exemple et invite le lecteur qui voudrait connaître la démonstration de cette propriété à opérer ainsi qu'il a été fait pour la preuve par 9 ; *« A l'égard du nombre 7 et des suivants, quoiqu'il soit facile de trouver de pareils règles, comme l'examen qu'elles supposent est aussi long que la division, il faudra utiliser la division ».* C'est à leur unique fonction, techniques pour simplification des fractions, que les principes de divisibilité doivent leur existence dans ce paragraphe. Outil encore à cet usage, la propriété évoquée par Bézout pour justifier de la prescription de ne diviser que par les nombres premiers (§ 94) : *« [...] La raison pour laquelle nous prescrivons de ne tenter la division que par des nombres premiers 2, 3, 5, 7, etc., c'est qu'après avoir épuisé la division par 2, par exemple, il est inutile de tenter de diviser par 4, puisque si celle-ci pouvait réussir, à plus forte raison la division par 2 aurait- elle pu encore se faire ».* Présentée comme la méthode la plus directe pour simplifier les fractions, la recherche du PGCD est indiquée dans un paragraphe (§ 95) rédigé en petits caractères, signe qu'à première lecture, cette méthode peut être écartée. La méthode de détermination par divisions successives, l'algorithme d'Euclide (tel que nous le désignons actuellement) pour obtenir le PGCD est exposée tout d'abord sous forme d'une règle, puis éclairée à partir d'un exemple :§ 95. « *De tous les moyens qu'on peut employer pour réduire une fraction à une expression plus simple, le plus direct est celui de diviser les deux termes par le plus grand diviseur commun qu'ils puissent avoir : voici la règle pour trouver ce plus grand diviseur.*

Divisez le plus grand des deux termes par le plus petit ; s'il n'y a point de reste, c'est le plus petit terme qui est le plus grand diviseur commun. S'il y a un reste, divisez le plus petit terme par ce reste, et si la division se fait exactement, c'est ce premier reste qui est le plus grand diviseur commun. Si cette seconde division donne un reste, divisez le premier reste par le second, et continuez toujours de diviser le reste précédent par le dernier reste jusqu'à ce que vous arriviez à une division exacte. Alors le dernier diviseur que vous aurez employé sera le plus grand diviseur commun des deux termes de la fraction. Si le dernier diviseur se trouve être l'unité, c'est une preuve que la fraction ne peut être réduite.

Prenons pour exemple la fraction 3760/ 9024.

Je divise 9024 par 3760 ; j'ai pour quotient 2 et pour reste 1504.

Je divise 3760 par 1504 ; j'ai pour quotient 2 et pour reste 752.

Je divise le premier reste 1504 par le second reste 752 ; la division réussit, et j'en conclu que 752 peut diviser les deux termes de la fraction 3760/9024, et la réduire à sa plus simple expression qu'on trouve, en faisant l'opération être 5/12.

En effet, on a trouvé que 752 divise 1504 ; il doit donc diviser 3760 qu'on a vu être composé de deux fois 1504 et 752 ; on voit de même qu'il doit diviser 9024, puisque 9024 est composé de deux fois 3760 et de 1504.

On voit de plus que 752 est le plus grand diviseur commun que puissent avoir 3760 et 9024 ; car il ne peut y avoir de diviseur commun entre 9024 et 3760 qui ne le soit en même temps de 3760 et 1504 ; et entre ces deux- ci, il ne peut y en avoir un qui ne soit en même temps diviseur commun de 1504 et 752 ; mais il est évident qu'entre ces deux, il ne peut y avoir de diviseur commun plus grand que 752 ; donc, etc. »

Comme pour la preuve par 9, l'exemple ne se réduit pas à une simple application, il donne lieu à la justification, convoquant de même des propriétés implicites (divisibilité des sommes et des différences, des produits). Le PGCD existe donc en tant que tel, légitimé par la technique qu'il produit pour la simplification des fractions, mais marginalisé. La taille des caractères du paragraphe dont il fait l'objet en est le premier signe tangible, la non présence des propriétés explicitement désignées, qui génèrent sa définition semble confirmer cette situation. La notion de plus petit commun multiple que pourrait légitimer la présence du paragraphe « Réduction des fractions aux même dénominateur » (§ 90, 91), n'existe pas dans le traité. Le dénominateur commun est défini comme produit de tous les dénominateurs primitifs.

Les propriétés des nombres apparaissent comme ne devant leur existence qu'aux techniques qu'elles peuvent éclairer. Elles sont présentes dans 5 paragraphes (§ 76, § 92, 93,94,95) où, pour résumer, sont présentées successivement la preuve par 9 et les propriétés des restes dans la division par 9 (avec élargissement possible pour le lecteur à la division par 3), l'introduction du principe consistant à réduire une fraction à sa plus simple expression, la définition des nombres premiers et leur fonction dans les procédés de simplification, les principes établissant les caractères de divisibilité et enfin la détermination du PGCD par la méthode des divisions successives. (Ce dernier paragraphe apparaissant comme marginalisée par la taille de ses caractères : il n'est pas essentiel, réservé au lecteur plus « savant »).

Produisant des outils pour vérifier des calculs, pour opérer sur les fractions, les propriétés des nombres révèlent donc une composante parcellaire, non structurée d'un environnement technologique par ailleurs fortement constitué autour du principe de la numération décimale, de la théorie des fractions et de celle des rapports et proportions.

Cet aperçu général marque l'adéquation entre le texte du savoir exposé dans l'ouvrage et les contraintes auxquelles il doit satisfaire.

♦ D'un point de vue épistémologique, la cohérence de cette théorie moyenne à propos des systèmes de nombres repose sur les liens étroits qu'entretiennent fractions et parties décimales, et sur les algorithmes de calculs que règle le principe de numération décimale. L'usage des logarithmes conjugué à la commodité des fractions décimales élargit le champ des nombres sur lesquels il s'agit d'opérer. Si la construction des nombres réels n'est pas encore réalisée (Dedekind, Weierstrass, Cantor, courant XIX ème), dans le contexte donné, Bézout expose une théorie des systèmes de nombres, qui doit être considérée comme l'exposé d'un savoir savant.

Notons que le contenu du traité est indiscutablement indépendant de toute influence algébrique : il s'agit d'un traité de pure arithmétique. Rédigé en langue vernaculaire, il ne comporte aucun des signes d'opérations, aucun signe d'égalité, seules sont utilisés les barres de fractions, le codage traditionnel des proportions (pour illustration, citons l' introduction de la « marque » d'une proportion géométrique après sa définition sur un exemple : § 164 *[...] Les quatre quantités 3, 15, 4, 20 forment une proportion géométrique, parce que 3 est contenu dans 15 comme 4 l'est dans 20. Pour marquer qu'elles sont en proportion géométrique, on écrit ainsi 3 : 15 : : 4 : 20 [...]*

♦ D'un point de vue didactique et fonctionnel, le traité doit en réalité répondre à trois finalités : assurer l'acquisition de savoir et savoir faire, présenter les réponses à des questions d'examen, constituer un ensemble cohérent de connaissances nécessaire et suffisant à des applications pratiques.

La structure de l'exposé.

Pour les candidats à l'admission aux Armes Savantes, la suite de paragraphes numérotés, répartis dans la préface suivant les rubriques que nous avons données, présente des définitions, des exposés de principes, illustrés par des exemples, des techniques algorithmiques exemplarisées dont certaines identifiées par l'auteur comme plus complexes (elles sont rédigées en petits caractères, comme par exemple, les algorithmes relatifs aux opérations abrégées, la recherche du PGCD,…). Chaque paragraphe constitue un tout : il répond à une question de l'examinateur hypothétique, mais s'insère aussi dans une progression linéaire calquée sur la numérotation qui confère à l'ancien (les paragraphes qui précèdent) une fonction technologique plus ou moins explicite.

A une tâche prescrite, répond la définition, l'exposé du principe, l'explicitation de la règle ou technique, voire la démonstration de cette dernière.

Certaines de ces organisations mathématiques vont connaître, pour pénétrer les organisations didactiques de l'enseignement secondaire, puis de l'édifice primaire, des évolutions dont nous étudierons les effets dans l'enseignement dispensé sous la IIIème République.

La progression suggérée (numérotation des paragraphes et renvois à des paragraphes antérieurs), qui apparaît explicite, dans la réédition de 1795, dresse en quelque sorte une programmation des apprentissages, statue sur l'ordre d'introduction des savoirs ; le traité révèle sa fonction didactique. Le découpage du texte en ces « tout-structurés» autour d'un objet, les paragraphes, confère aussi au traité sa fonction de support pour les épreuves d'admission.

<u>La dimension fonctionnelle, pratique du traité</u> :

Le caractère pratique du traité s'appréhende à première lecture sous l'aspect d'un réseau de techniques de calculs exacts ou approchés, applicables plus ou moins implicitement à toutes les mesures de grandeurs liées aux usages de la vie. Garant de la pertinence de ces techniques, l'usage du principe de numération décimale et de la théorie des fractions (notamment en ce qui concerne les nombres complexes) renforce la composante utilitaire du traité. Peut-être rejetées après l'exposé des éléments théoriques, les applications aux problèmes (règles …), n'en marquent pas moins la fonction sociale des savoirs introduits.

Nous pensons que faisant siens les arguments développés par Stévin, dans « La Disme », en 1585, Bézout octroie notamment au principe de numération décimale une légitimité non seulement épistémologique mais sociale et culturelle : la construction théorique, qui confère au traité unité et cohérence, emprunte aux objets qu'elle convoque des qualités qui ne relèvent pas du seul savoir mais aussi de leur accessibilité, de leur clarté, de leur capacité à exister en dehors d'un traité. *« J'ai tâché d'aplanir la route, soit en simplifiant des raisonnements déjà employés, soit en substituant de nouveaux qui m'ont paru plus clairs, soit en employant un langage familier et simple »*, écrit l'auteur dans son préambule ; destiné à des *commençans*, voués à se former aux métiers des armes, et donc à mettre en pratique les savoirs engrangés, l'ouvrage se révèle un traité d'algorithmie, un traité de calcul pratique pour lequel l'absence de toutes références aux notations ou au calcul algébriques, la discrétion des notions relatives aux propriétés des nombres, renforcent le caractère « élémentaire »et utilitaire, mais adapté à un public destiné aux sciences appliquées. Cette particularité tend à le définir comme une référence compatible avec les projets des concepteurs de l'enseignement spécial.

2. L'ouvrage modifié : Arithmétique de Bézout avec les notes du Baron Reynaud (1828).

Les évolutions identifiées par R. Neyret, comme étant du fait de nouveaux rédacteurs de manuels, soucieux de préserver l'arithmétique des avancées de l'algèbre, trouvent, il est certain, une illustration dans les programmes arrêtés pour l'enseignement classique sous le ministère de Duruy. R. Neyret souligne la stabilité de la « théorie moyenne » relative aux systèmes de nombres que constitue l'architecture du traité jusqu'au début du XXème siècle (la notion de rapport « élément unificateur » de la théorie résiste fortement à sa réduction aux équations, emblématique du domaine algébrique, ainsi que l'envisageait Laplace (Cours de l'Ecole Normale de l'an III), elle se traduit effectivement dans les programmes « classiques » de 1865, par l'éviction sensible des notions d'algèbre, la réhabilitation d'une théorie des rapports en 3ème, « remorquée » toutefois par la méthode de réduction à l'unité enseignée en $4^{ème}$. Malgré l'épisode de la bifurcation, qui apparaît comme assujettissant cette théorie au domaine algébrique, le traité de Bézout peut demeurer texte de référence. Toutefois, l'organisation des intitulés reprend en grande partie celle par exemple du Baron Reynaud. En 1828, celui-ci rédige à la suite du livre de Bézout, *Traité d'arithmétique à l'usage de la marine et de l'artillerie,* Bachelier, Paris, des notes, dont l'avertissement est un programme en soi. *« La clarté des méthodes arithmétiques convient à la faiblesse des commençans, et les formes variées dont elles sont susceptibles, en exerçant l'esprit des jeunes gens, les disposent à saisir les considérations abstraites de l'algèbre. Les procédés algébriques, employés de trop bonne heure, accoutument les élèves à se laisser aveuglément conduire par le mécanisme des transformations, tandis que les considérations fines et ingénieuses qu'exigent les solutions arithmétiques forment le raisonnement et le préparent aux artifices brillants de l'analyse ».* Propédeutique à l'algèbre, l'arithmétique se doit plier à des contraintes garantes de sa consistance. Ses méthodes doivent être d'accès aisé : le Baron Reynaud étend le champ d'application des problèmes d'arithmétique à l'aide des quatre opérations à l'aide du procédé intitulé plus tard « méthode de réduction à l'unité ». De nombreux problèmes, requérant traditionnellement l'usage de la théorie des rapport et proportions, ne relèvent plus que de la multiplication et de la division : la théorie des fractions y gagne encore en légitimité. Nous exposons un des exemples relatifs à l'usage de cette méthode dans le paragraphe suivant : il est extrait de son ouvrage rédigé pour l'enseignement secondaire.

Et surtout, un chapitre autonome sur la divisibilité, censé enrichir l'environnement technologico-théorique lié à la théorie des fractions, est constitué : il comprend les propriétés relatives à la divisibilité d'une somme de nombres, les critères de divisibilité par 2, 5, 9, 10, 11, la notion de nombres premiers, la décomposition en produit de facteurs premiers et la recherche de tous les diviseurs d'un nombre, du PGCD, du plus petit nombre divisible par des nombres donnés.

L'introduction des nombres décimaux (le terme est désormais utilisé) suit les fractions, contrairement à l'ordre préconisé par Bézout, qui traite des nombres entiers et parties décimales simultanément.

Si pour ce dernier, l'analogie des techniques que requièrent les opérations, une fois établi le principe de la numération décimale, semble en justifier l'origine, pour le Baron Reynaud, les fractions décimales introduites après les fractions ordinaires apparaissent comme fractions particulières dans l'ensemble des fractions ordinaires (terme regroupant pour l'auteur fractions et nombres fractionnaires, à la différence de Bézout), elles ne dérivent pas seulement d'une extension du principe de la numération décimale aux quantité plus petites que un, mais en référence avec ce principe l'auteur peut introduire la réduction des fractions ordinaires en décimales et inversement. Ce nouveau découpage modifie donc l'organisation du traité, renforce l'influence de la théorie des fractions, réhabilite les propriétés des nombres. Ce traité étant toutefois toujours destiné aux candidats pour l'admission aux armes savantes, nous porterons plus précisément notre attention sur les manuels élaborés alors pour le secondaire.

Il apparaît d'ores et déjà, que l'ensemble des programmes conçus pendant cette période (1847- 1867), tout en s'inscrivant dans une tradition dont le traité de Bézout demeure l'emblème, (résistance de la « théorie moyenne des nombres » qu'il réalise, permanence de la forte composante relative à l'arithmétique appliquée aux opérations pratiques, qu'elle repose sur l'influence plus ou moins fluctuante de la théorie des proportions), met en évidence l'influence de manuels comme celui du Baron Reynaud, mais aussi celui d'un traité moins renommé que celui de Bézout, à partir de 1830 (d'après les analyses de Belhoste[3]), celui de Lacroix. Ce dernier présente une organisation, qui concède aux propriétés des nombres une place explicite dans le chapitre consacré aux fractions et dans celui relatif aux « moyens employés pour abréger les calculs arithmétiques ».

Cette influence s'illustre donc, à travers l'introduction d'un chapitre autonome sur les propriétés des nombres et à travers le traitement séparé des entiers et des fractions décimales, celles-ci apparaissant comme cas particuliers des fractions. La part accordée aux nombres complexes, renforçant la pertinence de la théorie des fractions, conserve son importance ;

[3] B. Belhoste, (1995), Les sciences dans l'enseignement secondaire français, textes officiels 1789- 1914, Dunod, p. 36,37.

rappelons que ces traité sont contemporains d'une période (1812, 1837) qui remet en question la pureté originelle du système légal des poids et des mesures républicain : les mesures dites *usuelles* raniment le nom des mesures anciennes et l'usage des divisions non décimales.

3. Le traité du Baron Reynaud :

Le Baron Reynaud ne rédige pas des manuels en seule direction des élèves se destinant aux armes savantes ; en 1832, il publie un « *Traité élémentaire de mathématiques et de physique, suivi de notions sur la chimie et l'astronomie* à l'usage des élèves qui se destinent aux examens pour le baccalauréat ès lettres, 2ème édition, Paris, Bachelier, père et fils », dans lequel nous retrouvons le contenu arithmétique qu'il a développé dans le traité de 1828. Les évidentes analogies en terme d'objets d'enseignement qui apparaissent dans les deux manuels dénotent de l'irréductible consistance d'un corpus « mathématiques élémentaires », indépendant des institutions dans lesquelles il doit être enseigné. En effet, que ce soit à titre d'Examinateur pour l'admission à l'Ecole polytechnique, à l'Ecole Spéciale Militaire, à l'Ecole de Marine, ou à simple titre de rédacteur de manuel pour le secondaire, l'auteur définit un même ensemble d'objets d'enseignement, censés circonscrire le domaine de l'arithmétique ; cependant, si pour les aspirants aux Ecoles Militaires, ces objets relèvent bien du domaine de l' « Arithmétique », conformément à l'usage en œuvre depuis Bézout, ces mêmes objets se répartissent entre les deux domaines « Arithmétique » et « Algèbre » pour les élèves se préparant au baccalauréat ès lettres.

Le traité élémentaire de mathématiques dont l'auteur s'attache *« à présenter les théories mathématiques sous le point de vue, qui* (lui) *a paru le plus clair et le plus simple »* raison, qui lui a fait *« éviter de laisser apercevoir les difficultés qui sont au dessus de la portée de la plupart des commençans »* se divise en quatre sections : L'arithmétique, qui *« renferme la numération et le calcul des nombres entiers, les caractères relatifs à la divisibilité des nombres, les fractions ordinaires et décimales, le Système métrique, et les solutions des problèmes de l'Arithmétique, à l'aide des seules combinaisons des quatre règles ».* (Nous soulignons les expressions en italique dans le texte original) ; pour l'algèbre, deuxième section, l'auteur écrit : *« Je fais voir, dans les préliminaires, comment on a été conduit à inventer les signes algébriques, et à représenter les nombres connus et inconnus par des lettres. Je donne les quatre opérations fondamentales de l'algèbre, les fractions littérales, la résolution des équations et des problèmes du premier degré, la formation des quarrés et des cubes, l'extraction de la racine quarrée et de la racine cubique des nombres, la résolution des équations du second degré, la théorie des rapports et proportions, les applications de* *cette théorie à la solution des problèmes , les progressions, la théorie des logarithmes, les combinaisons, les puissances, la formule du binôme* de Newton, *et les fractions continues. »*

La troisième et la quatrième section sont respectivement consacrées à la géométrie et à la trigonométrie rectiligne et sphérique ; la cinquième à la physique, la sixième à l'astronomie. Et l'auteur de ne pas manquer de souligner que les quatre premières sections, en dehors de la statique, couvrent les connaissances mathématiques exigées pour l'admission à l'Ecole Navale de Brest : l'examinateur ne peut totalement s'effacer.

L'auteur propose donc un découpage des savoirs enseignés qui rejette dans le domaine de l'algèbre toute la deuxième partie du traité de Bézout (y compris la 5ème opération arithmétique : l'extraction des racines). L'auteur éclaire dans sa préface les motifs qui pourraient justifier de cette rupture : l'arithmétique comporte tout ce qui est à la portée des commençants, elle est la propédeutique à l'algèbre. Elle constitue un « tout structuré », un « tout complet ». Le chapitre IV, qui en couronne l'édifice et s'intitule « Problèmes d'arithmétique », consacre les divers usages de la méthode élémentaire de réduction à l'unité. Nous donnons quelques extraits du premier paragraphe de ce chapitre :

59. « Nous allons faire voir que *les seules combinaisons des quatre règles suffisent pour mettre en état de résoudre tous les problèmes de l'arithmétique ».* (C'est nous qui soulignons).

« Nous supposerons, pour plus de simplicité, que les fractions qui entrent dans les énoncés ont été réduites au même dénominateur […].

Suivent 3 problèmes ne relevant que d'une multiplication, ou que d'une division.

« 4ème problème. *Quatre ouvriers ont fait 20 mètres d'ouvrage ; combien 9 ouvriers en feront –ils ?*

4 ouvriers ont fait 20 mètres,

un ouvrier ferait donc le quart de 20 m, ou 20m/4,

les 9 ouvriers feront 9 fois 20m/4, ou (20m × 9)/4, ou 45 m. (Nous ne respectons pas les écritures originales : la barre de fraction est placé sous le produit).

La progression suggérée du traité de Bézout, qui, après l'exposé des principes et des techniques de base, tend à complexifier le champ d'application des algorithmes présentés, peut effectivement induire le principe d'une séparation entre ce qui relève réellement de notions élémentaires et un domaine ouvert constitué autour de la théorie des rapports et proportions ; cette théorie des rapports et proportions apparaît comme le domaine privilégié, semble-t-il par le Baron Reynaud, pour l'introduction raisonnée des mécanismes algébriques. Ce dernier, en effet, après avoir légitimé l'emploi des lettres pour désigner des quantités connues ou inconnues, avoir exposé l'arsenal technique des règles de l'algèbre, marque à la fois la rupture et la continuité entre les deux domaines, en usant simultanément des deux langages naturels et algébriques dans la deuxième section de son traité ; mais pour lui, il ne s'agit plus de traiter des notions ou des méthodes à partir d'exemples numériques. Si Bézout démontre ainsi la propriété fondamentale de la proportion géométrique :

178. La propriété fondamentale de la proportion géométrique est que *le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ;* par exemple dans cette proportion 3 : 15 : : 7 : 35, le produit de 35 par 3 et celui de 15 par 7 sont également 105.

Voici comment on peut se convaincre que cette propriété a lieu dans toute proportion géométrique.

Si les antécédents étaient égaux à leurs conséquents, comme dans cette proportion

3 :3 : : 7 :7, il est évident que le produit des extrêmes serait égal au produit des moyens. Mais on peut toujours ramener une proportion à cet état (175), en multipliant les deux conséquents par la raison. Cette multiplication fera, à la vérité, que le produit des extrêmes sera un certain nombre de fois plus grand qu'il n'aurait été, ou sera un certain nombre de fois plus petit, si le rapport est une fraction ; mais elle produira le même effet sur celui des moyens ; donc puisque après cette multiplication, le produit des extrêmes serait égal au produit des moyens, ces deux produits doivent aussi être égaux sans cette même multiplication.

175 Il suit de ce que nous venons de dire sur les proportions arithmétiques et géométriques :

[…]

2) Si dans une proportion géométrique vous multipliez chacun des deux conséquents par le rapport, vous les rendrez pareillement égaux chacun à son antécédent : car multiplier le conséquent par le rapport, c'est le prendre autant de fois qu'il est contenu dans l'antécédent : ainsi dans la proportion 12 : 3 : : 20 :5, multiplier 3 et 5 chacun par 4, et vous aurez 12 : 12 : : 20 : 20. Pareillement dans la proportion 15 : 9 : : 45 : 27, chacun par 15/9 ou 5/3 qui est le rapport, vous aurez 15 : 15 : : 45 : 45.

Le Baron Reynaud écrit :

154. […]

1° Dans toute proportion (géométrique), le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ; car la proportion

a : b : : c : d exprime que a/ b = c/ d, et en chassant les dénominateurs, cette égalité donne ad = bc.

L'identification algébrique d'une grandeur à un nombre ramène ainsi la théorie des rapports et proportions à la résolution d'équations ; l'auteur consacre-t-il l'éviction de la théorie des proportions, telle qu'elle avait déjà été opérée Laplace dans ses leçons de l'Ecole Normale de l'an III, et qu'a tenté d'imposer, sans succès d'évidence, selon J. Dhombres[4], Lacroix[5] ? En réalité, la théorie demeure : les propriétés développées dans les traités classiques sont présentes, exprimées dans leur langage spécifique, mais les démonstrations sont algébrisées : elles reposent sur la théorie des fractions littérales exposée dans le troisième paragraphe du

[4] J. Dhombres, Cours de l'Ecole normale de l'an III, Leçons de mathématiques, Dunod, 1992.
[5] Lacroix S. F., Traité élémentaire d'Arithmétique, à l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre- Nations, Paris, an VIII, Eléments d'algèbre, à l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre- Nations, Paris, an VIII.

premier chapitre d'algèbre. Le chapitre traitant « Des rapports et des proportions. Problèmes » existe donc, toujours dans le manuel, mais dans le domaine de l'algèbre ; il est singulièrement réduit : onze paragraphes répartis en trois parties, définissent d'abord les rapports arithmétiques et géométriques, puis les proportions arithmétiques et géométriques et enfin l'usage des proportions pour résoudre des problèmes (Règles de trois simples et composées, directes et inverses, problèmes sur les intérêts simples et composés). Par le biais du langage algébrique, le Baron Reynaud met en évidence les algorithmes de résolution des problèmes génériques, liés à l'application de la théorie des rapports et proportions (problèmes dont les valeurs numériques sont substituées à des variables littérales) : la théorie des proportions trouve sa finalité dans un recueil de « formules » applicables aux usages de la vie. Notons que ces problèmes ont pour la plupart, déjà fait l'objet d'un traitement dans la première section de l'ouvrage, dans le chapitre « Problèmes d'arithmétique ».

La frontière que définit le Baron Reynaud entre les deux domaines arithmétique et algèbre semble trouver son explication dans la commodité d'un langage algébrique qui oppose à la lourdeur des justifications arithmétiques la simplicité de sa formulation, mais qui par ailleurs ne peut être accessible aux « commençans ». La légitimité d'une arithmétique « élémentaire » repose sur une nécessité didactique.

Amputée du bloc constitué autour de la théorie des rapports et proportions , qui dans le traité de Bézout, la rend consistante d'un point de vue tant théorique que pratique, l'arithmétique que définit le Baron Reynaud dans la première section, apparaît de fait, comme une arithmétique où sont ranimés des objets oubliés ou à l'apparence accessoire, les propriétés des nombres, où s'entrouvre un champ d'application des problèmes pratiques élargi par l'usage d'une méthode reposant sur la combinaison des quatre règles (la méthode de réduction à l'unité). Le sommaire de la première section est le suivant :

ARITHMETIQUE

Chapitre premier : De la numération et du calcul des nombres entiers abstraits.

§ 1er Définitions

§ II De la numération des nombres abstraits.

[...]

§III Des quatre opérations fondamentales.

[...]

§ IV De la divisibilité des nombres.

Numéros.

15. Propriétés générales des diviseurs ; de la divisibilité par 2 et par 5 ; des nombres pairs et impairs

16. De la divisibilité par 9 et par 3.

17. De la preuve par 9.

18. Des nombres premiers.

19. Décomposer un nombre en ses facteurs premiers.

20. Trouver tous les diviseurs d'un nombre.

21. Trouver le plus petit nombre divisible par des nombres donnés.

22 et 23.Calculer le plus grand commun diviseur de plusieurs nombres.

Chapitre II. Des fractions ordinaires et des fractions décimales.

[…]

Chapitre III. Des mesures de France anciennes et nouvelles.

[…]

Chapitre IV. Problèmes d'Arithmétique.

59. Problèmes qui ne dépendent que d'une multiplication ou d'une division.

60. Problèmes sur des ouvriers, sur des draps, etc.,…

61. Problèmes sur les mesures de France anciennes et nouvelles, sur les monnaies étrangères, sur les échanges.

62. Règle de compagnie ou de société.

63. Problèmes sur les intérêts simples et composées.

64. Règle d'escompte.

65. Problèmes sur des mélanges. Règle d'une fausse position.

66. Règle de double fausse position.

67. Problèmes sur des fontaines, sur des courriers, sur des joueurs, etc., …

Le sommaire de l'arithmétique définit un découpage en 4 blocs, ainsi qu'il est souligné dans l'avertissement, *De la numération et du calcul des nombres entiers abstraits, Des fractions ordinaires et des fractions décimales, Des mesures de France anciennes et nouvelles, Problèmes d'arithmétique.* Les deux premiers traitent des nombres abstraits, sans référence aux grandeurs (excepté le paragraphe classique introduisant les définitions préliminaires, singulièrement réduit).

§1e. Définitions.

1. L'arithmétique est la partie des mathématiques qui a pour but principal d'enseigner à effectuer diverses opérations sur les nombres. Un *nombre* est la collection de plusieurs *unités.* L'*unité* est une *quantité* prise arbitrairement pour servir de comparaison entre plusieurs autres quantités de même espèce. Nous entendons par *quantité* tout ce qui est susceptible d'augmentation et de diminution. On appelle *nombre entier* la réunion de plusieurs unités de même grandeur. Un nombre est dit *abstrait ou concret*, suivant qu'on fait *abstraction* de la nature de ses unités, ou qu'on y a égard.

Les deux derniers circonscrivent le champ d'application des règles exposées dans les deux premiers sur les nombres concrets. Cette partition du corpus en une composante théorique, et une composante pratique, révèle encore le souci d'une organisation didactique cohérente. De l'exposition du système de numération décimale, procèdent les algorithmes des règles sur les nombres entiers. Succède alors, un chapitre autonome relatif aux propriétés des nombres, qui définit l'environnement technologique, structuré, dans lequel pourra être introduit la théorie des fractions. Contrairement à la posture de Bézout, qui introduit les outils technologiques que nécessitent les techniques opératoires sur les fractions, au fur et à mesure, qu'il en est besoin, celle du Baron Reynaud consiste à organiser une théorie élémentaire qui éclairera et nourrira en aval celle relatives aux fractions. Dans cette nouvelle démarche didactique, qui outille l'élève en amont, et non plus dans l'immédiateté, une île se constitue autour de la divisibilité, se substituant à un éparpillement d'îlots sans relations construites. Dans ce contexte, émerge alors un champ de techniques qui ne sont plus simplement subordonnées à celles que requiert la théorie des fractions.

Organisation du paragraphe IV *De la divisibilité des nombres.*

Soulignons préalablement, ainsi que le note Neyret, la condition qui permet au Baron Reynaud d'asseoir la légitimité épistémologique de ce chapitre. La division dans les entiers est dans le traité de ce dernier une opération qui conduit à la détermination d'un quotient entier exact (division sans reste, abordé initialement) ou d'un quotient entier et d'un reste (division avec reste). Cette division « euclidienne » qui conduit à l'éviction des écritures fractionnaires pour désigner les quotients non entiers, constitue pour cet auteur, le fondement des raisonnements dont il usera pour démontrer les propriétés de divisibilité. Cette posture n'est pas celle de Bézout qui définit la division comme l'opération qui permet la détermination d'un quotient, nombre qui multiplié par le diviseur donne le dividende : le quotient désigné sous forme de nombre fractionnaire (entier accompagné d'une fraction) est alors, par un léger tour de passe- passe, mis en évidence par Neyret, ramené à sa réduction en décimale.

Les démonstrations exposées par Reynaud s'appuieront donc sur cette règle *: un nombre est divisible par un autre revient à vérifier que dans la division de ce nombre par cet autre, le quotient est entier exact.

<u>La structure de l'exposé :</u>

Caractérisé par l'enchaînement logique des propositions qui le composent, le chapitre couvre donc 9 paragraphes. Certains, comme le souligne l'auteur dans son avertissement, ne relèvent pas du programme du baccalauréat ès lettres. Précédés d'une étoile, ils constituent la technologie qui éclairent les principes requis pour opérer sur les fractions : ils portent sur les propriétés des diviseurs. Sont ainsi, exclus à première lecture, même « s'il sera bon d'y revenir ensuite », comme l'indique Raynaud, les paragraphes 15, 16, 17 et 20. L'auteur ne peut concéder que les limites du programme compromettent la rigueur et la cohérence de son exposé.

Le paragraphe 15 présente l'objectif du chapitre : fournir des remarques fournissant le moyen d'abréger les calculs. Il ne s'agit donc pas de se pencher sur les propriétés des nombres à titre désintéressé. L'auteur établit en préambule les 6 « remarques », sur lesquelles s'appuieront les démonstrations des principes suivants.

1) *Un nombre n'est jamais divisible par un autre plus grand que sa moitié.* (référence à *)

2) *Quand plusieurs nombres ont un diviseur commun, leur somme a le même diviseur.* (référence à* et exemple numérique « On voit que »)

3) Il résulte de (2) que les multiples d'un nombre admettent tous les diviseurs de ce nombre. (vérification sur un exemple : un multiple de 10)

4) Quand un nombre composé de deux parties, et l'une de ces deux parties ont un diviseur commun, l'autre partie admet nécessairement ce diviseur. (référence à * sur une différence, vérification sur un exemple).

5) Il résulte de (4) que quand l'une des deux parties est divisible par un nombre qui ne divise pas l'autre partie, la somme ne saurait admettre ce diviseur. (Vérification sur un exemple numérique).

6) Tout nombre pouvant être décomposé en deux parties dont l'une est le chiffre des unités, et dont l'autre terminée par un zéro, est divisible par 2 et par 5, il résulte de (4) et (5) que pour qu'un nombre soit divisible par 2 ou par 5, il faut et il suffit que le chiffre des unités admette ce diviseur.

L'auteur termine donc ce premier paragraphe en donnant les caractères de divisibilité des nombres 2 et 5, explicitant au détour la terminologie relative à la parité.

Le paragraphe 16, lié au suivant porte sur la divisibilité par 9, son application à la preuve par 9 de la division.

§16. *Un nombre quelconque est un multiple de 9 augmenté de la somme de ses chiffres.* En effet, les égalités $10 = 9 + 1$, $100 = 99 + 1$, $1000 = 999 + 1$ font voir que chaque dixaine, chaque centaine, chaque mille, etc. est un multiple de 9 augmenté de 1 ; un nombre quelconque est donc composé de plusieurs multiples de 9 augmenté d'autant d'unités qu'il y a dans tous ses chiffres. Ce qui démontre le principe énoncé. […]

Suivent un exemple, puis l'énoncé du caractère de divisibilité par 9, la propriété du reste dans la division par 9.

§ 17. […] *Le reste de la division par 9 d'un produit quelconque, est égal au reste de la division par 9 du produit des deux restes que l'on obtient en divisant par 9 chacun des facteurs.*

La démonstration, exprimée en langage naturel, procède en s'appuyant sur les remarques du §15, s'achève sur un exemple.

Le paragraphe 18 définit les nombres premiers, exemplarise à l'aide des paragraphes précédents ce que sont les nombres non premiers et finit par établir le procédé qui permet de lister les nombres premiers, sollicitant à ce sujet la première remarque du § 15. Une table des nombres premiers dont la détermination peut être suggérée au lecteur est donnée, comprenant les nombres *depuis 1 jusqu'à 433.*

S'achevant sur la définition des nombres premiers entre eux et la dénomination des *facteurs premiers* ou *diviseurs premiers,* le paragraphe introduit le suivant portant sur la décomposition d'un nombre en facteurs premiers.

§ 19. L'auteur expose la règle « *on le divise* (le nombre à décomposer) *successivement par chacun des nombres premiers 2, 3, 5, etc. , qui n'excèdent pas sa moitié, jusqu'à ce qu'on obtienne un quotient exact [...] On continue ces calculs jusqu'à ce qu'on parvienne à un quotient qui soit un nombre premier. Le nombre proposé est égal au produit de ce dernier quotient, par tous les diviseurs qui ont fourni des quotients exacts ».*

Le procédé est suivi d'un exemple, qui reprend chaque étape, tout en sollicitant les caractères de divisibilité, pour abréger la recherche. Ainsi sont successivement établis :

$1155 = 3 \times 385$; $385 = 5 \times 77$ et $1155 = 3 \times 5 \times 77$; $1155 = 3\times 5\times\ 7 \times 11$

Article à nouveau hors programme, le paragraphe 20 expose la méthode pour trouver tous les diviseurs d'un nombre, sans pour autant expliciter le liens qu'il pourrait entretenir avec les paragraphes qui suivent, § 22, 23 relatifs au PGCD de deux , puis plusieurs nombres. Raynaud explicite la méthode mais fournit aussi le dispositif du calcul.

§ 20. Pour *trouver tous les diviseurs d'un nombre,* on le décompose d'abord en ses facteurs premiers ; ces facteurs et leurs produits 2 à 2, 3 à 3, 4 à 4, etc. , sont les diviseurs demandés.

Exemple. *Trouver tous les diviseurs de 1155.*

On dispose le calcul de la manière suivante :

$$\begin{array}{r|l} 1155 & 3 \\ 385 & 5,\ 15 \\ 77 & 7,\ 21,\ 35,\ 105 \\ 11 & 11,\ 33,\ 55,\ 165,\ 77,\ 231,\ 385,\ 1155 \end{array}$$

Une explication éclaire le dispositif, suivie d'un exemple qu'il appartient apparemment au lecteur de vérifier.

Lié au paragraphe 19, l'article 21 donne le procédé pour obtenir le plus petit nombre divisible par des nombres donnés.

§ 21. *Pour obtenir le plus petit nombre divisible par des nombres donnés, il suffit de former un produit dans lequel chacun des facteurs premiers de ces nombres entre autant de fois qu'il se trouve dans celui des nombres donnés où il entre le plus grand nombre de fois.*

Sans commentaire, suit un exemple.

Les deux derniers paragraphes portent sur la détermination du *plus grand commun diviseur* de deux nombres §22, de plusieurs nombres §23.

Conforme, semble t-il aux directives des programmes, la seule méthode présentée est celle des divisions successives. Aucun lien avec les paragraphes 19 ou 20 ne permet d'envisager d'autres procédés de détermination : l'auteur ayant du faire l'économie des développements théoriques relatifs aux propriétés des nombres premiers (la teneur du § 21 en est une illustration : une règle, un exemple), nous pouvons supposer qu'effectivement ne puisse être exploitée la décomposition en facteurs premiers ; en ce qui concerne le paragraphe relatif à la détermination des diviseurs d'un nombre, sa fonction apparaît comme limitée à l'application du principe exposé dans le paragraphe qui précède.

Le paragraphe 22 : Après avoir défini le *plus grand commun diviseurs de plusieurs nombres*, l'auteur « pour fixer les idées », considère un exemple :

> […] nous considérerons les nombres 48 et 18 : leur plus grand diviseur commun ne pouvant surpasser 18, on est conduit à diviser 48 par 18, car dans le cas où la division réussirait, 18 serait le plus grand diviseur demandé ; cela n'arrive pas dans notre exemple, 48 divisé par 18 donne le quotient entier 2, et le reste 12. Par conséquent, d'après, la *première remarque*[6], on a $48 = 18 \times 2 + 12$. Il résulte de cette égalité et des propriétés du n° 15, que le plus grand commun diviseur de 48 et 18 est le même que celui de 18 et 12. En effet, tout diviseur commun à 48 et 18, divise la somme 48, et 18×2 qui est l'une de ses parties (n° 15, 3) ; il doit donc diviser l'autre partie 12 (n° 15, 4) ; d'ailleurs, tout diviseur commun à 18 et 12, divisant chacune des parties, 18×2 , et 12, divise la somme 48 (n° 15, 2) ; les diviseurs communs de 48 et 18 sont donc les mêmes que ceux de 18 et 12 ; le plus grand commun diviseur de 48 et 18 et donc le même
>
> Ces raisonnements étant applicables à des nombres quelconques, on voit que *le plus grand commun diviseur de deux nombres est le même que celui qui existe entre le plus petit de ces nombres et le reste de la division du plus grand nombre par le plus petit.*
>
> La question est ainsi réduite à chercher le plus grand commun diviseur de 18 et 12 ; pour l'obtenir on divise 18 par 12, ce qui fournit le quotient 1 et le reste 6. Le plus grand commun diviseur de 18 et 12 est le même que celui de 12 et 6 ; et 6 divisant exactement 12, ce dernier plus grand commun diviseur est 6. Le plus grand commun diviseur de 48 et 18 est donc 6.
>
> On dispose ordinairement le calcul de cette manière :

Quotiens ……………..	2	1	2	
Dividendes et diviseurs.	48	18	12	6
		36	12	12
Restes…………………	12	6	0	

> En général : *Pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres, divisez le plus grand par le plus petit ; si le reste est zéro, le plus petit nombre sera le plus grand diviseur cherché ; s'il y a un reste, divisez le plus petit des nombres proposés par ce 1er reste ; si le reste de cette division est zéro, le 1er reste sera le*

[6] L'auteur introduit les signes abrégés pour exprimer les quatre règles, concession à une introduction limitée des signes de l'algèbre.

diviseur cherché ; dans le cas contraire, divisez le 1er reste par le 2ème ; si le 3ème reste est zéro, le 2ème reste sera le diviseur cherché ; s'il n'est pas zéro, divisez le 2ème reste par le 3ème. Continuez à diviser les restes successifs les uns par les autres jusqu'à ce que vous parveniez à un quotient exact ; le reste qui divisera exactement le reste précédent sera le plus grand commun diviseur demandé.

Suit alors le cas particulier des nombres premiers entre eux.

Le paragraphe 23 généralise le procédé de recherche du plus grand diviseur commun à plusieurs nombres « *il suffit de chercher successivement le plus grand commun diviseur entre le premier nombre et le deuxième, entre le plus grand diviseur commun obtenu et le troisième nombre ; et ainsi de suite jusqu'au dernier des nombres donnés ; le plus grand commun diviseur fourni par la dernière opération est celui des nombres donnés.*

Suit une vérification sur un exemple.

D'un point de vue épistémologique, le découpage opéré par le Baron Raynaud introduit donc un nouveau bloc relatif à la divisibilité des nombres qui répond à la nécessité de préserver la consistance d'une arithmétique « des nombres chiffrés », amputée d'une théorie des proportions qui relève désormais de l'algèbre. Relevons les différences qui résident entre les postures de Bézout et du Baron Raynaud.

Dans son traité, Bézout, quand il est besoin d'user des propriétés des nombres, les lie immédiatement à la tâche dans laquelle elles sont sollicitées, établit leur validité en s'appuyant sur des nombres ou plus exactement sur la désignation de ces nombres dans le système de numération décimal et sur les algorithmes qui, de façon « naturalisée » peuvent opérer sur ces nombres.

Les vérifications faites par Bézout relèvent non pas de la simple constatation, mais d'une démonstration de « type expérimental » comme peut la caractériser R. Bkouche[7] « […] elle ne fait appel qu'à la connaissance des opérations arithmétique et de l'écriture décimale, à l'exclusion de toute théorie de la divisibilité ». Certes, mais pour autant elle ne satisfait pas à la remarque que fait ensuite le même auteur : « […] elle ne fait pas apparaître la *raison des choses,* c'est-à-dire ce qui explicite son caractère de *nécessité ».* En effet, si « aisées à voir », les propriétés des opérations sont implicitement convoquées, la vérification sur les nombres particuliers révèle un schéma de démonstration applicable à des nombres génériques, et donc garant de la validité d'une propriété générale.

Des éléments de la théorie de la divisibilité sont donc présents, mais comme satellites autour de la théorie des fractions.

[7] R. Bkouche, B. Charlot, N. Rouche, (1991), Faire des mathématiques : le plaisir du sens, ch. V , Les mathématiques comme science expérimentale, p. 88, 89.

La rupture opérée par le Baron Raynaud peut s'appréhender à travers les phénomènes suivants:

L'auteur élabore une théorie autonome, qui repose sur un enchaînement logique de propositions à caractère général liées entre elles.

Les remarques du §15, la définition de la division « euclidienne » sur laquelle se fonde la notion de diviseur, le principe de la numération décimale sont explicitement posés puis convoqués pour « démontrer » les propriétés qui en résultent. L'usage des signes abrégés du langage arithmétique (égalité, opérations), de « dispositif de calculs » est dialectiquement lié à l'emploi de la langue naturel. La place de la démonstration, toujours de « type expérimental » est de ce fait modifiée : la démonstration précède la règle ou le procédé (voir la détermination du PGCD), comme telle elle repose sur des propositions clairement établies et convoquées. Le type de preuve reste, certes, apparentée à une vérification empirique (l'usage de l'expression « on voit », présente dans les deux traités, peut l'attester), mais contrairement à la fonction qu'elle occupe dans le traité de Bézout, à savoir, éclairer un procédé ou une technique qui permet l'effectuation d'une tâche relative aux fractions, elle participe de l'élaboration d'une théorie de la divisibilité spécifique d'une arithmétique élémentaire.

Cet environnement technologico-théorique structuré, cohérent permet donc l'existence d'une organisation mathématique pour laquelle l'ensemble des tâches accessibles s'élargit en delà des tâches fixées dans le traité de Bézout : décomposer un nombre en facteurs premiers, trouver tous les diviseurs d'un nombre, déterminer le plus petit nombre divisible par des nombres donnés.

Le découpage et les remaniements qu'opère le Baron Raynaud sur le traité de Bézout traduisent une fracture épistémologique dont les effets ont une forte incidence sur la progression didactique du traité originel. Elle tient, nous semble t-il, à la conception différenciée de la nature du nombre que présente Le baron Raynaud, suivant qu'il envisage le nombre comme relevant de l'arithmétique, ou comme relevant de l'algèbre. Dans le traité de Bézout, les nombres, quels qu'ils soient, sont implicitement « transfigurés » dans leur système de désignation : comme tels, ce sont sur leur figures « sensibles » que l'œil voit opérer ce que la tête commande et que la main exécute. Pour le Baron Raynaud, la première conception de la nature du nombre est bien celle de Bézout, c'est celle sur laquelle il élabore son traité d'arithmétique élémentaire : le « nombre » dont il est question traduit son origine empirique, non en référence explicite aux grandeurs, mais en référence à leur système de désignation, le système décimal. Ces désignations, ces ostensifs, sont les supports « sensibles » sur lesquels peuvent opérer les raisonnements, les vérifications de « type expérimental ». Ces nombres là habitent tout d'abord les deux premiers chapitres de la section arithmétique ; ils peuvent, sans rupture, se travestir ensuite en nombres concrets (être accompagnés de la désignation de la nature des unités qu'ils désignent) dans les deux derniers chapitres.

« Le passage du numérique concret au littéral abstrait » (R. Bkouche, déjà cité) qui met en évidence la deuxième conception du Baron Raynaud, le nombre délié de toute appartenance à un système de désignation, ne peut se concevoir sans que ne soient transgressées les règles du discours arithmétique : les nombres désignés par des lettres ne peuvent relever que de l'algèbre. Les propriétés des diviseurs de ces nombres envisagés désormais d'un point de vue algébrique font bien entendu l'objet d'une étude. Nous les trouvons, donc, dans la section algèbre, premier chapitre, après les préliminaires, à la fin du paragraphe consacré aux « Fractions littérales », sous la rubrique « Propriétés des diviseurs de nombres et fractions irréductibles ». Clôturant la section algèbre, le dernier paragraphe du 4ème et dernier chapitre « Des combinaisons et des puissances » présente les fractions continues, notion pour laquelle l'algorithme de détermination du PGCD occupe une nouvelle fonction technologique, spécifique *a priori* de la seconde conception relative à la nature du nombre : une conception algébrique.

Nous faisons le choix de ne pas nous pencher plus précisément sur la teneur de ces paragraphes :

D'une part, ils ne relèvent pas, pour le Baron Raynaud du domaine de l'arithmétique et nous attachons à cerner sa conception des propriétés des nombres dans le cadre arithmétique qu'il revendique.

D'autre part, parce que le contenu de ces paragraphes présente de fortes analogies avec celui de paragraphes présents dans le traité d'arithmétique d'un autre auteur renommé, Bourdon, que nous allons maintenant étudier. Celui -ci adopte une posture différente : **La ligne de démarcation que trace l'usage du langage algébrique entre arithmétique et algèbre est totalement remise en question par ce dernier. De ce fait, le point de vue de Bourdon sur la divisibilité des nombres est un point de vue arithmétique global, qui transcende la nature empirique ou purement abstraite du nombre : l'auteur use simultanément des deux registres langagiers arithmétique et algébrique.** Nous n'occulterons pas le fait que son ouvrage ne s'adresse pas aux candidats du baccalauréat ès lettres mais aux élèves qui se destinent aux études scientifiques. Mais il nous semble douteux que Bourdon puisse pour autant prétendre que la qualité des lecteurs détermine la frontière entre arithmétique et algèbre : nous postulons donc que son traité d'arithmétique définit sa conception de ce domaine de savoir, comme nous prétendons que la conception du Baron Raynaud se révèle en 1832 dans le manuel que nous venons d'étudier.

D'un point de vue didactique, la structure de l'exposé du traité de Raynaud conserve sa configuration d'usage : une progression suggérée, calquée sur la numérotation de paragraphes constitués en tout structuré ; une élémentarisation qui se traduit par l'explicitation de propriétés non spécifiées dans le traité de Bézout ; une démarche didactique qui tend à « outiller » théoriquement le lecteur avant de lui soumettre les propriétés ou procédés exposés. Relevons encore, en ce qui concerne la divisibilité des nombres, que les tâches dont relève cette organisation mathématique peuvent exister en dehors de toute référence à la théorie des fractions.

D'un point de vue fonctionnel, l'ensemble de l'exposé relatif à l'arithmétique constitue un tout structuré, satisfaisant au principe d'économie. Consistant, il expose d'une part, tous les savoirs et savoir faire utiles à la vie de tous les jours, d'autre part, et le chapitre consacré à la divisibilité des nombres en rend particulièrement compte, il se définit comme propédeutique à l'algèbre. De la rigueur du raisonnement arithmétique, procéderont la compréhension et la maîtrise raisonnée des procédés algébriques.

Si nous examinons l'organisation de ce traité, en incluant les deux sections, arithmétique et algèbre, et en occultant la fracture entre arithmétique et algèbre opérée dans le traité, nous pouvons identifier des analogies avec celui des programmes de l'enseignement spécial en 1849 et de l'enseignement secondaire classique sous la bifurcation. Le découpage du traité apparaît homologue à leur ordonnancement. Cependant, il existe une différence fondamentale : alors que pour Reynaud, l'arithmétique précède l'algèbre, dans les programmes de Salvandy, puis de Fortoul, arithmétique et algèbre sont menées de front. L'influence du traité reste en partie marquée dans les programmes de l'enseignement secondaire spécial de Duruy, (nous avons montré les liens qui subsistaient entre celui-ci et celui de Salvandy) ; certes, le rabattement entiers-décimaux, le langage des proportions propres au traité de Bézout réapparaissent, mais les propriétés des nombres conservent leur habitat, tout comme la méthode dite de réduction à l'unité.

Examinons maintenant en quoi, cet ouvrage destiné aux candidats du baccalauréat ès-lettres, peut se différencier d'ouvrages influents rédigés à l'adresse des élèves qui se destinent aux sciences. Nous considérerons le traité d'Arithmétique rédigé par Bourdon[8].

[8] M. Bourdon, Elémens d'Arithmétique, ouvrage adopté par l'Université, quatorzième édition, Paris, Bachelier, imprimeur-libraire, 1836.

4. Le traité d'arithmétique de Bourdon :

Inspecteur général des études, Bourdon est aussi examinateur pour l'admission aux Ecoles Militaires, quand il rédige l'ouvrage en 1836. Il fait partie de la section de l'état et du perfectionnement des études du Conseil Royal, en 1847, à titre d'inspecteur général de l'ordre des sciences. Son traité d'Arithmétique se distingue tout à la fois de celui de Bézout et du manuel du Baron Reynaud : comme nous l'avons annoncé, c'est dans sa posture quant à la pénétration de l'algèbre dans le domaine de l'arithmétique qu'il affiche cette différence. Son ouvrage destiné à *« des jeunes gens qui ont à subir des épreuves difficiles, et dont les premiers pas dans la carrière des sciences, doivent se faire d'une manière sûre et profitable »,* consacre l'usage d'un langage algébrique qui fonde la rigueur et la cohérence du texte exposé.

Dans son avertissement, Bourdon explicite la division de son ouvrage en deux parties dont la seconde est précédée par des notions sur les signes algébriques, les opérations algébriques et leurs applications : il légitime l'intrusion de l'algèbre dans un ouvrage arithmétique en posant les arguments suivants : *« Je ferai observer premièrement, pour ma justification, que tous les auteurs qui ont voulu comme moi, faire connaître certaines propriétés des nombres, mais sans employer les signes de l'Algèbre, n'ont pu les présenter que d'une manière incomplète et peu méthodique ; encore même ont-ils été forcés de faire usage des signes abrégés des opérations arithmétiques. La marche que j'ai suivie, au contraire m'a permis d'établir un enchaînement entre ces propriétés et leurs applications les plus importantes. En second lieu, ces propriétés, dont la connaissance est indispensable à ceux qui veulent posséder l'arithmétique à fond, ne sauraient entrer dans les Elémens d'Algèbre, sans rompre la chaîne des théories qui constituent cette autre partie des Mathématiques ».*

L'arithmétique constitue un tout, ce n'est pas une simple propédeutique à l'algèbre : les propriétés des nombres ne sont pas des outils mais constituent explicitement des objets d'étude. La rigueur, la cohérence du langage algébrique s'oppose à un langage purement arithmétique qui ne peut tout seul assurer l'élaboration d'une chaîne de théories relative aux propriétés des nombres.

De ce nouveau point de vue arithmétique, qui conjugue l'emploi du langage arithmétique et du langage algébrique quand le premier ne peut rendre avec rigueur de la raison des choses, le traité de Bourdon traite de tous les objets présents dans le traité de Bézout, et comporte de plus un paragraphe sur les fractions continues.

La première partie, divisée en quatre chapitre, traite d'abord de notions préliminaires, parmi lesquelles la numération décimale, développe ensuite les opérations sur les nombres entiers (chapitre 1), puis expose les fractions (chapitre 2), les nombres complexes (chapitre 3), les fractions décimales et le nouveau système des poids et mesures. Vierge de toute notation algébrique, elle répond à la première finalité donnée par l'auteur : « *Etablir méthodiquement la nomenclature des nombres et la manière de les écrire en chiffres ; chercher dans leur mode de représentation, et dans la nature des opérations auxquels ils peuvent donner lieu, des procédés propres à conduire aux résultats de ces opérations […]».*

La seconde partie de l'ouvrage traduit sa seconde ambition : *« considérer ensuite les nombres d'une manière générale et indépendante de tout système de numération ; pénétrer pour ainsi dire, dans leur intérieur, pour y découvrir les propriétés relatives à leur composition et à leur décomposition ; déduire de ces propriétés, soit de nouveaux procédés, soit des modifications et des moyens de simplifier les procédés déjà connus ; poser enfin, autant que possible, des règles fixes pour résoudre toute espèce de question, en faisant ressortir les rapports qu'ont entre elles les différentes quantités qui font partie des énoncés[…] ».* Suivent donc, dans cette seconde partie, intégrant les notions élémentaires d'algèbre, un chapitre V intitulé « Propriétés générales des nombres », puis un chapitre VI traitant de la formation des puissances et de l'extractions des racines carrées et cubiques, un chapitre VII portant sur les « Applications des règles de l'arithmétique. Théorie des rapports et proportions », un chapitre VIII sur la théorie des progressions et des logarithmes. Pour chacun des chapitres, sa fonction est légitimée par l'auteur : le VI ème permet le passage de l'Arithmétique à la Géométrie, le VII ème joue un rôle prédominant dans les questions usuelles du commerce et de la banque, le VIII ème est indispensable aux calculateurs, quant au chapitre V, les développements théoriques qu'il comporte, conduisent à modifier économiquement les procédés abordés dans la premières partie de l'ouvrage, à en développer les éléments (les théories des fractions décimales illimitées périodiques, les propriétés des fractions continues peuvent être introduites dans un environnement technologico-théorique qui leur assure viabilité). L'élargissement de cet environnement, qui emprunte à l'algèbre l'aisance de son langage, légitimé par l'auteur, puisqu'il ne tend qu'à élargir un point de vue sur des objets clairement définis comme arithmétiques, détruit la frontière posée par le Baron Raynaud entre les deux domaines. A l'arithmétique consistante mais purement numérique de ce dernier s'oppose une arithmétique « généralisée », plus consistante encore mais liée à l'algèbre par son langage.

Les propriétés des nombres dans le traité :

La première partie du traité : Bien que non explicitement présentes dans la première partie de l'ouvrage, quelques éléments des propriétés des nombres ont un habitat dans le chapitre consacré aux fractions.

Elles résident comme dans le traité de Bézout dans la rubrique « Réduction d'une fraction à de moindres termes » et concernent 5 paragraphes regroupés (50 à 54).

Sans emprunter au registre algébrique, l'auteur commence par justifier (§ 50) le principe de ce procédé « pour se faire une idée nette de la fraction », quand celle-ci comporte des termes trop grands et bien que, proposant sur un exemple un procédé de simplification résultant des divisions successives par 2, puis par 3, il écarte « cette méthode facile » qui « ne peut être généralisée maintenant ». La manière introduite « consiste à déterminer directement le plus grand nombre qui divise à la fois les deux termes des fractions ». Dans le paragraphe 51, l'auteur, soucieux de cette rigueur et de cette méthode qu'il revendique, donne des définitions : multiple, sous multiple ou partie aliquote, nombre premier, nombres premiers entre eux. Bourdon appuie les définitions à partir d'exemples numériques. Nous donnons ci-dessous l'une des définitions, sur laquelle, comme pour Raynaud, se fondent ses raisonnements.

> « Un nombre est dit *multiple* d'un autre nombre lorsqu'il le contient un nombre entier de fois, c'est à dire quand le premier nombre est exactement divisible par le second »

La seconde partie du paragraphe est le lieu de l'exposé et de la preuve des trois principes qui garantiront la rigueur des règles, objets des paragraphes suivants.

> Premier principe : *Tout nombre qui divise exactement un autre nombre, divise aussi un multiple quelconque de cet autre nombre.*
>
> Deuxième principe : T*out nombre décomposé en deux parties divisibles l'une et l'autre par un second nombre, est lui-même divisible par ce second nombre.*
>
> Troisième principe : *Tout nombre qui divise séparément une somme décomposée en deux parties et l'une des parties, divise aussi l'autre partie.*

Les preuves procèdent d'un exemple numérique et d'un renvoi à une propriété de la multiplication, pour le premier, de la référence à la nature des quotients pour les deux suivants (raisonnement par l'absurde, pour le troisième, supposant l'existence d'un quotient égal à un nombre fractionnaire).

Dans le paragraphe 52, l'auteur peut alors exposer, de manière raisonnée, la manière de déterminer le plus grand commun diviseur de deux nombres 360 et 276.

Introduisant préalablement la proposition « évidente » que le PGCD de deux nombres ne peut surpasser le plus petit des deux, son explicitation de la méthode, validée par les principes exposés l'amène, comme Raynaud à la présentation d'un dispositif de calcul :

	1	3	3	2
360	276	84	24	12
84	24	12	0	

Puis à l'énoncé de la règle générale (analogue à celle proposé dans le traité de Raynaud).

De même que le dernier auteur cité, mais en apportant des arguments que Raynaud ne cite pas, il établit que si le PGCD de deux nombres est 1, ces deux nombres sont alors premiers entre eux et que réciproquement, examinant la nature du procédé, qui montre que les restes vont décroissant et procédant par l'absurde, il en déduit que ce dernier reste est nécessairement 1.

Le paragraphe 53 est le lieu de deux exemples, permettant effectivement de réduire des fractions à de moindres termes.

Le paragraphe 54 expose le cas d'une fraction dont les termes sont premiers entre eux. L'auteur peut introduire les fractions irréductibles, et faire, en remarque, une observation relative à l'algorithme de détermination du PGCD :

En général, *dès qu'on parvient, dans le cours des opérations, à un reste, que l'on sait être un NOMBRE PREMIER, si ce reste ne divise pas le reste précédent, on est certain que les deux nombres proposés sont premiers entre eux ; et il est inutile d'aller plus loin.*

En conclusion, l'auteur précise qu'il reviendra sur la recherche du PGCD, « recherche qui est une des opérations les plus importantes de l'Arithmétique ».

Dans cette première partie pratique élémentaire, la détermination du PGCD, par divisions successives, trouve donc un habitat, parce qu'elle est de « nature opératoire ». Outil pour réduire les fractions, l'algorithme est analysé par l'auteur, d'un point de vue plus « fin » que celui de Raynaud : les propriétés de divisibilité des nombres sollicitées à chaque étape de l'algorithme éclairent sa nature récursive, la limitation du nombre de ses étapes, une fonction annexe, celle d'identifier de façon abrégée deux nombres premiers entre eux.

Mais si l'algorithme est nécessaire à l'élaboration des propositions sur lesquelles repose la théorie des fractions, il ne fait qu'annoncer le chapitre V, seconde partie : « propriétés générales des nombres ». Ce parti pris de généralisation singularise le deuxième point de vue arithmétique de l'auteur : les nombres sont désormais envisagés comme indépendants de tout système de numération.

La seconde partie du traité : Bourdon expose ainsi dans le chapitre V :

Propriétés générales des nombres :

108..109. Introduction. Notions sur les signes algébriques.

110..113. Notions élémentaires sur les signes algébriques.

114..115. Applications des règles précédentes.

§ I *Théorie des différents systèmes de numération.*

116..125. Théorie générale des systèmes de numération.

§ II *Divisibilité des Nombres.*

126..135. Principes sur la divisibilité des nombres.

136..140. Caractères de divisibilité d'un nombre par d'autres.

141. Preuve par 9 et par 11 de la multiplication et de la division.

142..143. Autres caractères de divisibilité.

144..145. Recherche de tous les diviseurs d'un nombre.

146. Remarque sur les nombres premiers.

147. Formation d'une table des nombres premiers.

148. Réduction des fractions au dénominateur le plus simple.

149..151. Remarque sur le plus grand commun diviseur de deux nombres.

152. Procédé pour trouver le plus grand commun diviseur entre plusieurs nombres.

153..154. Remarque sur les fractions irréductibles.

§III *Des fractions décimales périodiques.*

155..165. Propriétés des fractions périodiques.

159..160. Sommation des fractions périodiques.

161..162. Autres propriétés des fractions périodiques.

§ IV *Des fractions continues.*

163..165. Notions préliminaires sur les fractions continues.

166..167. Loi de formation des réduites consécutives.

168..173. Propriétés principales des réduites.

174. Usage des propriétés précédentes.

En introduction, § 108, Bourdon présente sa démarche : « *Avant de pénétrer davantage dans la science des nombres, et pour en découvrir plus facilement (c'est nous qui soulignons), de nouvelles propriétés, il est indispensable d'emprunter à l'Algèbre, quelques uns de ses matériaux, tels que les lettres et les signes, à l'aide desquels on indique d'une manière générale et abrégée (même remarque) les opérations et les raisonnements que comporte la résolution d'une question* ». La différence entre les postures de Raynaud et Bourdon réside explicitement dans l'expression de cette prise de position. Raynaud emprunte à l'algèbre les signes qui lui permettent d'abréger les opérations, voire de les généraliser, Bourdon, ce qui lui permet de généraliser et abréger et les opérations et les raisonnements (sans pour autant considérer, qu'algébrisés, ces raisonnements perdent leur spécificité arithmétique).

La première partie du chapitre portant sur les éléments d'algèbre est le pendant des deux premiers chapitres de la première partie sur les nombres désignés littéralement : désignation, opérations.

Ensuite se dessine un premier bloc « Des systèmes de numération » : l'auteur, prenant appui sur la numération décimale, définit la *base* d'un système de numération, « le nombre des chiffres qu'on emploie », la convention qui permet d'écrire tout nombre, « dans un système de numération analogue au système décimal » : *« tout chiffre placé à la gauche d'un autre exprime des unités autant de fois plus grandes, par rapport à celles de cet autre chiffre, qu'il y a d'unités dans la BASE […].*

L'auteur exemplifie le procédé dans le système septenaire (§117), met en évidence sur un exemple, la fonction du zéro, pour optimiser un système de numération positionnel (§118).

Les paragraphes 119 et 120 traitent successivement de la manière de résoudre les questions suivantes : *Un nombre étant énoncé en langage ordinaire, ou écrit dans le système décimal, traduire ce même nombre dans le système dont la base est B.*

Un nombre étant écrit dans un système quelconque dont la base est B […], l'énoncer en langage ordinaire […], le traduire dans le système décimal.

La démarche de l'auteur consiste à exposer en langue naturelle (119), en se référant à cette base B, le procédé qui, par divisions successives par le nombre B, permet d'obtenir le nombre des unités d'ordre respectivement croissant. La règle suit, puis des applications numériques l'illustrent; Partant de la dénotation littérale dans un système de numération positionnel de base B, « …kgfdcba », Bourdon se ramène au développement polynomial de ce nombre suivant la base B (développement qu'il dénomme « formule »), qu'il traduit ensuite en langage naturel, pour en expliciter le calcul (former les différentes puissances, multiplier par les coefficients respectifs, sommer tous les produits partiels). Suit un exemple numérique.

Le paragraphe 121 propose une manière simplifiée de résoudre cette dernière question : Il l'expose d'abord sur un exemple numérique, énonce la règle ensuite : « *Multipliez le premier chiffre à gauche du nombre proposé, par la base B écrite dans le système de numération décimal, et ajoutez au produit le second chiffre (en partant de la gauche) ; multipliez la somme ainsi obtenue, par la base B, et ajoutez au produit le 3ème chiffre ; et ainsi de suite.*

Sans se référer à la modélisation algébrique qui rend compte de ces deux procédés, puisque le nombre des chiffres du nombre étudié est *a priori indéterminé,* Bourdon établit l'équivalence des procédures induites par les écritures ci -dessous :

Soit abcdef un nombre exprimé dans le système de numération de base B :

$abcdef = f + eB + dB^2 + cB^3 + bB^4 + aB^5$; $((((aB + b) B + c) B + d) B + e) B + f$

Le paragraphe 122 soulève la question qui consiste à passer d'un système de base B' à un système de base B''. La méthode préconise dans un premier temps la procédure qui sollicite le passage au système décimal. Un exemple illustre le procédé.

Le paragraphe 123 traite de l'effectuation des quatre opérations écrits dans un système quelconque. L'auteur souligne les analogies avec les procédés valables dans le système décimal ; il illustre ces opérations sur des exemples.

S'appuyant sur ces exercices, il propose succinctement, dans le paragraphe 124, le moyen de passer directement d'une écriture dans un système de base B à un système de base B' : « Traduire la base B' dans le système de base B et appliquer la règle du §119 dans la base B » ou encore « traduire la base B dans le système de base B' et appliquer l'une des règles des paragraphes 120 ou 121, en effectuant les opérations dans le système B' ».

Le paragraphe 125, clôturant cette théorie « générale » des systèmes de numération, méthodique et exhaustive, souligne les avantages du système duodécimal (le grand nombre de diviseurs de la base) et l'inconvénient majeur qu'induirait son usage : le bouleversement de la nomenclature usuelle.

Ce chapitre, qui n'existe ni dans les transpositions successives du traité de Bézout, ni dans le traité de Lacroix, rend compte tout à la fois d'une conviction de l'auteur, quant à l'épistémologie de cette science de l'arithmétique et quant à la démarche didactique qui prévaut pour accéder à ce savoir. L'arithmétique n'est pas un « art » raisonné, dont la connaissance a pour ultime fin la maîtrise de savoirs et savoir faire applicables aux opérations pratiques ; science autonome, non subordonnée à une algèbre dont elle ne constituerait qu'une approche élémentaire (Raynaud), elle s'élève au dessus du « numérique concret », généralise, développe de « nouvelles propriétés ». Quant à la démarche didactique de l'auteur, annoncée dans l'avertissement, elle trouve encore son expression dans les dernières lignes de la partie préliminaire consacrée aux notions algébriques : « *Ces notions étant établies, nous <u>allons revenir sur nos pas</u>, (c'est nous qui soulignons) c'est à dire reprendre quelques uns des objets traités dans la première partie, pour les approfondir davantage ; nous parviendrons ainsi à de nouvelles propriétés, et à des moyens de modifier ou de simplifier les procédés des diverses opérations de l'Arithmétique* ». L'arithmétique, en terme de savoir ne peut donc résulter que de deux parcours progressifs, par suite successifs, garants d'une consistance qui réside dans l'appréhension du nombre hors de tout système de désignation numérique. Ré-abordée sous cette seconde perspective, la première partie revisitée s'intègre à un ensemble unifié tout structuré.

Le bloc qui suit la théorie générale des systèmes de numération porte sur la « divisibilité des nombres » (§ II): il se décline en deux composantes. La première (§ 126 à 135) présente des définitions (126) déjà énoncées dans la première partie et expose quatre principes indépendants des systèmes de numération dans lesquels peuvent être exprimés les nombres ; elle constitue l'environnement technologique-théorique dans lequel s'inscrira la seconde partie, seconde partie où les nombres considérés s'expriment alors dans le système décimal.

Voici ces principes (les définitions sont analogues à celles énoncées dans le § 51).

127. Premier principe : *Tout nombre entier P qui divise exactement l'un des facteurs du produit A × B, divise nécessairement le produit ;* ou ce qui revient au même, *tout nombre entier qui en divise exactement un autre, divise nécessairement les multiples de cet autre nombre* (voyez n° 51) {Démonstration algébrique, utilisation de la propriété de la multiplication que nous appelons aujourd'hui associativité}.

128. Second principe : *Tout nombre entier P qui divise exactement un produit AB, et qui est premier avec l'un des deux facteurs divise nécessairement l'autre facteur.*

Supposons, par exemple, que P, diviseur exact du produit AB, soit premier avec A, je dis que P doit diviser B.

En effet, puisque A et P sont deux nombres *premiers entre eux*, il s'ensuit que, si on leur appliquait le procédé du commun diviseur (52), on parviendrait, après un certain nombre d'opérations, à un dernier reste égal à 1.

Appelons R, R', R'', R'''….1, les restes successifs de cette série d'opérations (R, R', R'', R'''…s'énoncent R prime, R seconde, R tierce).

Cela posé, si au lieu d'opérer sur A et P, on appliquait le procédé aux produits A × B, P × B, il est facile de voir que, dans cette nouvelle série d'opérations, on obtiendrait les mêmes quotiens que dans la première ; mais que les restes seraient respectivement R × B, R' × B, R'' × B, …, 1 × B. Par conséquent, comme le plus grand commun diviseur entre A et P est 1, celui des produits A × B et P × B, est nécessairement 1 × B ou B.

D'un autre côté, il suit du même principe établi au n° 51 que *tout nombre qui en divise deux autres, divise leur plus grand commun diviseur,* puisqu'en vertu de ce principe, il doit diviser le reste de chacune des divisions auxquelles donne lieu le procédé du n° 52. Or P divise A × B par hypothèse ; il divise aussi évidemment P × B ; donc il divise 1 × B ou B ; *ce qu'il fallait démontrer.*

{Cette démonstration que nous prenons le soin de reprendre textuellement occupe une fonction qui se montrera essentielle pour préserver l'existence de l'algorithme de détermination du PGCD par la méthode des divisions successives (voir les programmes d'arithmétique dans l'enseignement scientifique sous la Bifurcation) ; élément technologique pour établir le principe, qui éclaire lui-même la notion de fraction irréductible (numérique et littérale), l'algorithme occupe une niche qui lui confère donc une forte légitimité épistémologique}.

129. Troisième principe : *Tout nombre premier absolu (*Simplement premier) *P, qui divise exactement un produit A* × B, *doit diviser l'un des deux facteurs*. {Conséquence e la définition de deux nombres premiers entre eux et de l'article 128}

Suivent plusieurs conséquences :

130. 1°) *Tout nombre premier absolu, qui divise A^2 et en général un puissance quelconque A^m de A, doit diviser A.* {Conséquence 129}

131. 2°) *Tout nombre P, premier avec chacun des deux facteurs d'un produit A* × B, *est aussi premier avec ce produit.* {Référence à 129, raisonnement par l'absurde}

132. 3°) *Lorsqu'un nombre N a été formé par la multiplication de plusieurs autres, A, B, C, D…, ce nombre ne peut avoir d'autres facteurs PREMIERS que ceux qui entrent déjà dans A, B, C, D…* {démonstration comme conséquence directe de 129, et implicitement de 128}

Notons une reformulation de l'auteur, qui pourrait éclairer de façon implicite l'unicité de la décomposition en facteurs premiers dont il n'est pas fait cas dans le traité.

[…]un nombre étant formé par la multiplication de plusieurs autres, on ne peut l'obtenir de nouveau en multipliant des nombres qui renfermeraient des facteurs premiers différens de ceux qui entrent dans les nombres déjà multipliés.

Quatrième et dernier principe. *Tout nombre N, divisible par deux ou plusieurs nombres a, b, c, … premiers entre eux, est divisible par leur produit.* { démonstration à partir des expressions algébriques, référence à 128}

134. *Conséquence.* Si a, b, c,…étant des nombres *premiers entre eux,* chacun entre comme facteur dans N un certain nombre de fois exprimé par n, p, q, …, le nombre N est divisible exactement par $a^n\ b^p\ c^q$.., et par tous les nombres qu'on peut obtenir en multipliant deux à deux, trois à trois, etc. , les diverses puissances de a, b, c…comprises depuis la première jusqu'à celle dont le degré est marqué par n pour a, par p pour b…En effet, a, b, c… étant des nombres premiers entre eux, il en est de même de a^n , b^p , c^n , donc (n°133), leurs produits deux à deux, trois à trois…. doivent être aussi des diviseurs exacts de N. Ce principe sert de base à la *recherche des diviseurs d'un nombre, tant simples que composés […].*

Enfin, terminant la partie consacrée aux propositions « vraies dans tous les systèmes de numération, l'article suivant établit le principe dont procéderont les preuves qui justifient des caractères de divisibilité et les propriétés des restes.

135. *Caractères de divisibilité par d'un nombre par d'autres.*

Il existe des signes auxquels on peut souvent reconnaître qu'un nombre est ou n'est pas divisible par d'autres nombres, <u>ce qui est utile dans la pratique.</u> {L'expression que nous soulignons annonce l'une des finalités principales des articles qui vont suivre : transformer économiquement des procédés abordés dans la première partie de l'ouvrage}.

Les raisonnemens dans lesquels nous seront entraînés pour établir ces caractères, reposent sur le principe suivant : Soit un nombre A décomposé en deux paries B et C, en sorte qu'on ait A = B + C (1)

1°. *Si un quatrième nombre D divise exactement les deux parties B et C, il divise exactement leur somme.* (voyez n° 51)

2°. *Si le nombre D divise l'une des parties B, sans diviser l'autre C, il ne divise pas non plus A ; et le reste de la division de A par D est égal à celui de la division d C par D.*

{S'appuyant sur l'expression A/D = B/D + C/D (2), l'auteur démontre « facilement », la première proposition en se ramenant à des considérations sur la nature des quotients (nombres entiers et non fractionnaire ;

pour la seconde proposition, il exprime algébriquement la divisibilité de B par D, la non divisibilité de C par D, mettant en évidence le reste qui sera évidemment commun aux deux nombres A et C}.

La seconde partie peut alors s'articuler autour de plusieurs axes : **tout d'abord les caractères de divisibilité des nombres dans le système décimal**, application des principes énoncés.

L'auteur traite des propriétés des nombres (caractère de divisibilité et propriétés des restes) 2 et 5, 4 et 25, 8 et 125 (§ 136), 3 et 9 (§ 137, 138), 11 (§ 139, 140), de la preuve par 9 et par 11 de la multiplication et de la division (§ 141). Chaque article commence par l'énoncé du caractère de divisibilité, se poursuit par une démonstration dont procède ensuite l'énoncé de la propriété des restes et s'achève sur une application.

Article 136, il procède en appliquant le principe 138 sur des nombres exprimés numériquement ; seule concession au langage algébrique, il précise « Tous les nombres pairs sont compris dans la formule 2n, et les nombres impairs dans la formule (2n + 1) ».

Pour les articles suivants, il recourt simultanément à l'examen « empirique »des puissances de 10, aux propriétés de divisibilité qu'induisent le retrait ou l'ajout d'une unité et à l'usage des lettres et des développement polynomiaux d'un nombre quelconque exprimé dans le système décimal. C'est donc par « induction expérimentale » que Bourdon établit que $10^n - 1$ est divisible par 9 et par 3, mais l'expression qu'il établit pour justifier de la validité des règles est la suivante : soit N = …..hgfdcba, c'est à dire « d'après le principe fondamental de la numération décimale » ; $N = a + 10b + 10^2c + 10^3 d + 10^4 e$..

$$\text{S'écrit encore } N = \;+ (10-1)b + (10^2-1)c + (10^3-1)d + e(10^4-1) + \,..$$
$$+a \quad +b \quad + \quad c \quad\quad + \quad d \quad\quad + \quad e \quad\quad +\ldots$$

La propriété du nombre 11.- *Tout nombre est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme des chiffres de rang impair , à partir de la droite, et la somme des chiffres de rang pair, est zéro ou un multiple de 11.*(139, 140), convoque un raisonnement en partie analogue. La preuve que « *toute puissance d'un degré pair, de 10, diminuée 'une unité, donne un résultat divisible par 11 »* relève de même d'une vérification de « type expérimental, avant d'aboutir à la généralisation :

$10^{2n} - 1$ est divisible par 11 ; par contre la preuve que « *toute puissance d'un degré impair, de 10, augmentée d'une unité, donne un résultat divisible par 11 »* repose sur la transformation de l'expression $10^{2n+1} + 1$ en $(10^{2n} - 1)\,10 + 11$.

La fin de la démonstration reprend un déroulement analogue à celle de l'article 137. .Nous noterons simplement que la méthode de démonstration par « récurrence » (telle qu'actuellement dénommée) n'est pourtant pas étrangère à l'auteur, et que celle-ci pourrait vraisemblablement être appliquée par l'auteur à la première de ces deux propriétés. En effet, il en use notamment dans le paragraphe consacré aux fractions continues pour établir la loi de formation des réduites successives.

Les mêmes schémas de démonstration sont convoqués pour démontrer les preuves par 9 et par 11 : l'énoncé, suivi d'une application, précède ce qui doit en « rendre raison d'une manière générale » : un calcul algébrique sur les expressions exprimant les divisions euclidiennes de deux nombres quelconques A et B par 9 (par exemple), interprété selon le principe 135.

Paragraphe 142, l'existence des caractères de divisibilité par les nombres premiers, 7, 13, …n'est qu'abordée dans son principe, non traitée « car de pure curiosité » ; par contre, le lecteur est invité à identifier dans un système de base quelconque B, les nombres qui jouissent de propriétés analogues à 9 et 11 dans le système décimal et à démontrer ces propriétés. Enfin, (§143), les caractères de divisibilité par les multiples des nombres premiers 2, 3, 5 sont exposés et justifiés.

Regroupant les paragraphes 144 à 147, se dessine un second axe abordant plus précisément **les nombres premiers et leurs propriétés**.

Introduite par la question « Soit N un nombre dont il faut trouver tous les diviseurs tant simples que composés », c'est à dire par l'une des tâches pour laquelle elle peut faire fonction de technique, la décomposition en facteurs premiers et son application à la question posée fait l'objet de l'article 145. L'auteur présente le procédé général qui consiste à diviser successivement autant de fois qu'il est possible le nombre par le nombre premier le plus petit, puis à opérer de même sur le quotient résultant, avec le nombre premier qui supérieur au premier candidat, est encore le plus petit possible compte tenu du quotient résultant …. L'usage des écritures algébriques permet donc à l'auteur de modéliser les étapes successives de son raisonnement :

$N = a^{n} \times N'$; $N' = b^{p} \times N''$, d'où finalement $N = a^{n} b^{p} c^{q} d^{r}$, avec a, b, c, d nombres premiers, et l'explicitation de l'expression « décomposé en ses facteurs simples ».

Convoquant alors le principe exposé à l'article 134, l'auteur conseille « de suivre un certain ordre » et de former, pour cela deux tableaux, qu'il présente à partir d'un exemple. S'agissant du nombre 5880, le premier tableau correspond à la recherche des diviseurs simples, le second à la formation de tous les diviseurs tant simples que composés :

Premier tableau. – Recherche des diviseurs simples **Second tableau.**

5880	2	1,	2,	4,	$8 = 2^3$
2940	2	3,	6,	12,	$24 = 2^3 \times 3$
1470	2	5,	10,	20,	40
735	3	15,	30,	60,	$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
245	5	7,	14,	28,	56
49	7	21,	42,	84,	168
7	7	35,	70,	140,	280
		105,	210,	420,	$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$
		49,	98,	196,	392
		147,	294,	588,	1176
		245,	490,	980,	1960
		735,	1470,	2940,	$5880 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2$

Le commentaire n'est que l'explicitation méthodique du principe brièvement esquissé dans l'article 134.

L'article 145 développe ensuite l'expression du nombre total des diviseurs d'un nombre, dans le cadre général. En se référant à l'expression d'un nombre quelconque $N=a^n b^p c^q d^r$ et en généralisant le moyen d'obtenir tous les termes du second tableau, il en tire la formule générale : (n + 1) (p + 1) (q + 1) (r + 1).

De ce même procédé de décomposition d'un nombre en facteurs premiers, l'auteur déduit une méthode « abrégée » pour s'assurer qu'un nombre est premier (article 146): il s'agit de suspendre l'épreuve qui consiste à diviser par les nombres premiers ordonnés dans l'ordre croissant, lorsque le diviseur candidat atteint la partie entière de la racine carrée du nombre. Après un exemple, la démonstration repose encore sur l'articulation des langages naturel et algébrique ; [...] soient deux nombres A et B, dont le produit est égal à N ; et désignons par R la racine carrée de N. On a : A× B = R×R. Or pour que cette égalité subsiste, il faut évidemment que si l'on a A > R, on ait par compensation B < R ; ce qui prouve qu'il ne peut exister un diviseur de N, plus grand que R, par cela seul qu'il n'y en a pas de plus petit. Ainsi, le nombre est premier.

Pédagogue, l'auteur n'en redonne pas moins un procédé accessible au lecteur peu familier des racines carrées : suspendre l'épreuve « quand on parvient à un quotient moindre que le diviseur essayé ».

La formation d'une table des nombres premiers peut alors faire l'objet de l'article 147. L'auteur expose la méthode dont il cite le nom « Le crible d'Eratosthène ».

Un dernier axe se constitue encore autour des notions abordées dans la première partie de l'ouvrage : Réduction des fractions au même dénominateur (§ 148), Remarques sur le plus grand commun diviseur (§ 149, 150, 151, 152), Remarques sur les fractions irréductibles (§ 153).

La notion de nombre premier et la décomposition en facteurs premiers occupent une fonction dominante dans cette dernière partie.

L'auteur peut énoncer et justifier la règle qu'il faut suivre pour obtenir le plus petit multiple commun aux dénominateurs de deux ou plusieurs fractions : *Décomposez (§144) les différens dénominateurs dans leurs facteurs premiers ; formez ensuite le produit de tous ces facteurs élevés respectivement à la plus haute des puissances auxquelles ces facteurs se trouvent élevés dans les différens dénominateurs.* Le produit ainsi formé est *le nombre demandé.*

Il établit de même deux nouveaux procédés pour déterminer le plus grand commun diviseur de deux ou plusieurs nombres ; il montre d'abord :

(§149) *[...] le plus grand commun diviseur de deux ou plusieurs nombres est le produit des facteurs premiers communs à ces nombres, élevés respectivement à la plus faible des puissances auxquelles entrent ces facteurs dans les nombres proposés.*

Conséquence. *Tout diviseur commun à plusieurs nombres divise leur plus grand commun diviseur (n°52).*

(§150) Application de ces propriétés à la détermination du plus grand commun diviseur de deux nombres A et B :

Commencez par rechercher tous les diviseurs du nombre A (§144) ; déterminez de même tous les diviseurs du nombre B. Voyez ensuite quel est le plus grand de tous les diviseur communs aux deux tableaux ; vous obtenez ainsi le nombre demandé.

[...]après avoir seulement décomposé les deux nombres en leurs facteurs simples (§ 144), faites un produit des facteurs premiers communs élevés respectivement à la plus faible des deux puissances auxquelles ces facteurs entrent dans les deux nombres. .

La possibilité d'envisager d'autres méthodes de détermination du PGCD, d'ailleurs non nécessairement plus économique que la méthode par divisions successives n'est pas le seul objectif de l'auteur ; ces éléments théoriques (caractères de divisibilité, facteurs premiers) ont encore une fonction essentielle, elles fournissent le moyen d'abréger le procédé « ordinaire ». C'est ce que développent les articles suivants :

(§ 151) Les principes exposés à l'article 149 entraînent qu'« *on peut*, sans inconvénient*, supprimer dans l'un, un facteur premier qui s'y trouve en évidence et qui n'entre pas dans l'autre,* ou encore « *supprimer un facteur qui est évidemment commun aux deux nombres* , pourvu qu'à la fin de l'opération subséquente, on en tienne compte, *en multipliant le résultat auquel on parvient, par le facteur supprimé* »

(Suppressions qui conformément au n°52 « *peuvent se faire dans chacune des opérations que comporte le procédé ».a)*.

Ces moyens présentent pour l'auteur deux intérêts : celui certes d'abréger les calculs, mais de constituer encore un outil indispensable à la recherche du plus grand diviseur algébrique.

L'article 152 expose une règle « économique » pour déterminer le plus grand commun diviseur (que dans son souci d'abréviation, il finit par désigner par la notation pgcd). Exposant tout en le justifiant le procédé général, qui consiste, indépendamment de la complexité des nombres, à déterminer le pgcd des deux premiers nombres, puis le pgcd de celui-ci avec le 3ème et ainsi jusqu' à la recherche finale du pgcd du dernier pgcd obtenu et du dernier nombre donné, il conclut sur une remarque de bons sens : il y a avantage à opérer préalablement sur les deux « les plus simples », voire à se ramener à la règle 150. Complément théorique des éléments exposés dans l'article 54 sur les fractions irréductibles, l'article 154 établit, en s'appuyant sur le principe exposé en 128, la réciproque de la propriété « si une fraction est irréductible, ses deux termes sont premiers entre eux », c'est à dire « une fraction dont les deux termes sont premiers entre eux, est une fraction irréductible » et par suite que « la fraction résultant de la division des deux termes par leur pgcd, est irréductible ». Conséquence encore donnée : « deux fractions irréductibles ne peuvent être égale, à moins qu'il n'y identité d'une part entre les numérateurs, d'autre part entre les dénominateurs ».

Dans sa volonté de constituer un tout structuré, conçu comme un ensemble de propriétés qui fonde théoriquement et éclaire les éléments d'arithmétique exposés dans la première partie de l'ouvrage et qui, de fait, introduit des notions nouvelles, donne naissance à des tâches qui développent le champ d'application de cette théorie des propriétés des nombres, l'auteur se doit d'apporter un éclairage élargi sur la théorie des fractions. S'intègrent donc, dans le chapitre V, les paragraphes III, *Des fractions décimales périodiques,* et IV, *Des fractions continues.* Ils sont explicitement liés à des questions esquissées ou implicitement envisageables dans la première partie de l'ouvrage.

L'évaluation d'une fraction ordinaire en fraction décimale, tâche abordée dans le chapitre IV traitant *Des fractions décimales et du nouveau système des poids et mesures,* (qui ne convoquait que le principe de la numération décimale et l'algorithme de la division), est désormais plongée dans un environnement technologico-théorique, qui permet d'élucider les conditions qui définissent la nature de cette fraction décimale.

Avant d'exposer les nouvelles propriétés que l'auteur va pouvoir établir, notons que la notion de fraction se réfère, pour ce dernier, comme pour d'ailleurs ses contemporains, à « une partie de l'unité », caractérisée par 2 termes ; le dénominateur « indique en combien de parties l'unité est divisée », le numérateur, qui désigne « combien on prend de ces parties ». Elle se réfère aussi au quotient du numérateur par le dénominateur ; la fraction décimale est rabattue sur l'écriture décimale « à virgule (une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, relevant alors de la catégorie des fractions « ordinaires »).

Considérant le procédé ordinaire qui génère la fraction décimale (revue en 155) et à la lumière des propriétés des diviseurs des puissances de 10, Bourdon démontre que :

§ 156.*Toute fraction ordinaire dont le dénominateur ne renferme pas d'autres FACTEURS PREMIERS que 2 et 5, est réductible en une fraction décimale d'un nombre LIMITE de chiffres décimaux.*

Sollicitant le principe 129 (tout nombre premier qui divise un produit, divise nécessairement l'un des facteurs), et s'appuyant toujours sur le procédé (155) qui met en évidence, dans ce cas, la périodicité des restes non nuls, l'auteur établit :

§ 157. *Toute fraction ordinaire dont le dénominateur renferme un ou plusieurs FACTEURS PREMIERS autres que 2 et 5, qui n'entrent pas en même temps dans le numérateur, donne lieu à une fraction décimale d'un nombre de chiffres décimaux ou ILLIMITE ou INFINI. De plus, cette fraction décimale est PERIODIQUE.*

Les nombreux exemples présentés en 158 et examinés amènent l'auteur à dégager une nouvelle tâche et à en expliciter la technique.

§ 159. […] *toute fraction décimale périodique, simple ou mixte, provient d'une fraction ordinaire ; et l'on peut retrouver facilement la fraction qui lui a donné naissance.*

La technique repose sur le mécanisme algébrique, qui évite dans ce contexte la référence au langage des limites (limites de séries géométriques convergentes de raison 1/10). Par exemple, pour les fractions périodiques simples (§159):

[…] Soit 0, abcde abcde… la fraction proposée, et désignons par x la valeur inconnue de cette fraction. On a d'abord x = 0, abcde abcde…(1).

Multiplions les deux nombres de cette égalité par 10^5 […] ; il vient 10^5 x, ou 100 000 × x = abcde, abcde abcde…[…] 100 000x – x =99999x ; 99999x = abcde ; x = abcde/99999

Ce qui prouve qu'une fraction décimale périodique simple est équivalente à une fraction ordinaire qui a pour numérateur l'ensemble des chiffres de la période et pour dénominateur un nombre composé d'autant de chiffres qu'il y a dans la période.

Sont alors sollicitées les propriétés de divisibilité qui sur les exemples permettent d'obtenir une fraction irréductible génératrice. Il en est de même pour le cas des fractions décimales périodiques mixtes ; les procédés algébriques mis en œuvre par l'auteur aboutissent à des règles telles que (§160) explicitant le passage de l'écriture 0, pqrs abcde abcde… à (pqrs abcde – pqrs)/ 999990000 {écriture d'origine sans parenthèse sous forme fractionnaire}

Une fraction décimale périodique mixte quelconque est équivalente à une fraction ordinaire ayant pour NUMERATEUR l'ensemble des chiffres de la partie non périodique et de la première période, diminué de la partie non périodique et pour DENOMINATEUR un nombre formé d'autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période, suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres dans la partie non périodique

Inversement (§161), l'étude de ces formules, croisée avec des considérations sur le procédé présenté en 155 et sur les fractions irréductibles conduit l'auteur à établir :

1) Toute fraction dont le dénominateur ne renferme aucun des deux facteurs premiers 2 et 5, ou est premier avec 10, donne lieu étant réduite en décimales, à une fraction périodique simple.

2) Toute fraction IRREDUCTIBLE dont le dénominateur renferme un des deux facteurs 2 et 5, ou tous les deux, donne lieu à une fraction périodique mixte dont la période doit commencer par autant de chiffres qu'il y a d'unité dans le plus grand des deux exposants de 2 et 5, qui entrent au dénominateur.

En 162, l'auteur propose brièvement une généralisation de ces propriétés dans le cas d'une base quelconque B ; le soin est laissé au lecteur de démontrer ces propriétés analogues à celles précédemment étudiées.

Sans occulter le paragraphe final, consacré aux fractions continues, nous n'aborderons que brièvement son contenu.

Tout d'abord, la légitimité de sa présence dans l'arithmétique de Bourdon est certes, indiscutable : le chapitre développe une nouvelle branche greffée sur la théorie des fractions et sur le domaine des calculs approchés : « Les fractions continues doivent leur naissance à l'évaluation approchée des **fractions** dont les termes sont considérables et premiers entre eux». Il ne s'agit pas d'étendre cette théorie à un système de nombres élargi aux « nombres incommensurables ou nombres irrationnels tels que les désignent Bourdon» : un nombre irrationnel pouvant toujours être (p. 284) « remplacé, *mentalement,* par un nombre fractionnaire exact qui ne diffère du nombre proposé que d'une quantité aussi petite que l'on veut, et qui par conséquent, peut être prise tellement petite, qu'on ne doive avoir aucun égard que l'on commettrait en négligeant cette quantité », cette caractéristique tend à rabattre leurs propriétés sur celles des fractions. Ce point de vue est d'ailleurs commun à de Bézout. Notons que ce chapitre, envisagé d'un même point de vue est aussi présent dans la partie algèbre du manuel de Reynaud (algèbre dont nous avons établie qu'elle était en grande partie ancrée sur des notions que la tradition considérait comme arithmétiques).

Bourdon présente cette théorie élémentaire (et il insiste sur ce caractère) des fractions continues en soulignant qu'elle requiert toutefois, des notions d'algèbre plus étendues. Conscient des développements nécessaires que supposerait un exposé exhaustif, il renvoie le lecteur à l'étude des « Additions »de Legendre, à l' « Algèbre » d'Euler, voire en fin de chapitre, à « La théorie des nombres » de Legendre » et à la traduction par Poulet-Delisle des « Disquisitiones Arihméticae » de Gauss.

Ce chapitre au statut quelque peu marginal (nous verrons son existence conditionnée par l'évolution du savoir savant et les contraintes didactiques s'effacer des programmes de l'enseignement classique, voire de ceux de mathématiques spéciales) conforte, par ailleurs, dans ce contexte, le caractère tout structuré que présente le chapitre V. Les propriétés des fractions irréductibles, le procédé de détermination du PGCD par divisions successives y occupent des niches fondamentales, conférant aux savoirs et savoir faire dont ils relèvent une légitimité épistémologique accrue.

Le paragraphe comporte donc, après une étude de cas (la détermination des encadrements de la fraction 159/493, progressivement affinés que génère le procédé qui aboutit à l'expression de cette dernière sous forme de fraction continue, § 163) la définition générale d'une fraction continue :

> En général, on entend par fraction continue, *une fraction qui a pour numérateur l'unité, et pour dénominateur un nombre entier plus une fraction, qui a elle-même pour dénominateur un entier plus une fraction ; et ainsi de suite.*

Ou pour généraliser plus largement au cas des nombres plus grands que l'unité :

> Une fraction continue est une expression composée *d'un entier plus une fraction qui a pour numérateur l'unité, et pour dénominateur, etc…*
>
> Telle est l'expression $a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \dots}}}$

Sans insister sur le nombre fini d'étapes que comporte le procédé, l'auteur établit dans le § 164, l'analogie du procédé avec celui qui permet de déterminer le PGCD des deux termes de la fraction. Illustrée par des exemples, cette première partie introduit la théorie élémentaire proprement dite.

Caractérisée par l'usage exclusif d'expressions littérales, par l'abondance de raisonnements articulant mécanismes algébriques et langage arithmétique, procédant fréquemment de la méthode de *réduction à l'absurde*, présentant explicitement une démonstration relevant du principe de récurrence (pour établir la loi de formation des réduites consécutives), la théorie introduit d'abord les définitions de *fractions intégrantes* (les fractions 1/a, 1/b, 1/c…), les *quotiens incomplets* (les dénominateurs ab, c, d..) , les *quotiens complets* (par opposition les expressions

b + __ 1______ ; c +__ 1___
c +1/(d +..)   d +1/(e+..)

et les *réduites* ou *fractions convergentes (* expressions obtenues en convertissant en un seul nombre fractionnaire les expressions a + 1/b ; a + 1/ (b + 1/c) ; etc…

Elle comporte ensuite la démonstration de la loi de formation des réduites consécutives, puis l'étude des propriétés de ces dernières qui constitue, sans référence au langage des limites, une approche de la convergence de deux suites adjacentes. Elle s'achève sur l'application de cette théorie à la détermination de la valeur approchée à un degré d'approximation fixée d'une fraction : d'une manière qui peut apparaître assez paradoxale, dans un contexte où les approximations décimales, les opérations abrégées, confèrent aux fractions décimales une forte légitimité tant épistémologique que pratique, c'est une fraction décimale, c'est à dire l'expression approchée au cent-millième près du *rapport de la circonférence au diamètre,* qui est l'objet de cette application…

Nous pouvons, désormais, établir les axes de convergence, identifier les points de vue divergents, sur le réseau tout structuré qui émerge autour des propriétés des nombres dans ces deux traités en usage sous la Monarchie de Juillet, traités dont le premier, semble-t-il, marque indéniablement les programmes du second Empire.

<u>Des axes de convergence</u> : Quelle que soit la démarcation opérée par les auteurs cités entre algèbre et arithmétique, les propriétés des nombres occupent un habitat qui transforment indéniablement l'environnement technologico-théorique du corpus arithmétique (voire algébrique si nous considérons le découpage opéré par Reynaud). Le corpus, dans ce qu'il a de commun aux deux auteurs, reste consubstantiellement lié aux traités classiques du XVIIIème siècle, celui de Bézout en l'occurrence, mais il intègre, désormais, une composante technologique qui éclaire plus largement les fondements de la théorie des fractions, en élargit les développements. Nous rappelons à sujet que l'émergence de cette composante technologique relative aux propriétés des nombres est présente, certes, dans les « Notes sur Bézout », rédigées par Reynaud (1832, 14ème édition), mais qu'elle est aussi en germe (sans intitulé explicite, mais à travers une liste de paragraphes regroupés) dans le traité de Lacroix (1811). Ces deux ouvrages gardent donc tout deux un fort ancrage dans une tradition ancienne : ils proposent une même présentation de la « théorie moyenne des nombres », la notion de « rapport » y jouant le rôle unificateur ; ils se caractérisent tous deux, comme des traités d'algorithmie, accordant la prééminence aux opérations, qu'elles soient exactes, abrégées.

Les deux ouvrages se soumettent à des contraintes didactiques qui conduisent à un découpage en une première partie où les nombres, rabattus sur leur désignation dans le système décimal, emblématiques du « numérique concret », conduisent à des raisonnements qui relèvent de « vérification de type expérimental ». Les schémas de démonstration n'en sont pas moins transposables dans le « littéral abstrait ».

La détermination du PGCD par la méthode des divisions successives occupent un habitat dans ces parties que nous pouvons brièvement caractériser comme relevant d'une Arithmétique pratique.

<u>Les points de divergence</u> : Comme nous l'avons identifié dans l'avertissement de l'ouvrage de Bourdon et dans la fracture que Reynaud opère entre arithmétique et algèbre, l'arithmétique du dernier est une arithmétique raisonnée qui ne peut porter que sur du numérique concret ; l'arithmétique du premier est une arithmétique généralisée, qui nécessite le recours au langage et aux calculs algébriques.

L'arithmétique de Reynaud trouve donc sa consistance dans un chapitre sur les propriétés des nombres « chiffrées » et dans l'introduction d'une méthode « dite de réduction à l'unité », qui induit l'éviction (dans ce domaine) de la théorie des proportions, mais nourrit un chapitre consacré aux problèmes d'arithmétique.

Bourdon intègre le chapitre consacré aux propriétés des nombres, dans la seconde partie de son ouvrage : les propriétés des nombres sont considérées indépendamment de tout système de numération, puis réinterprétées dans le système décimal, voire dans un système de base quelconque. Cette posture lui impose de consacrer un chapitre préliminaire à la théorie des systèmes de numération.

Il s'en suit que le réseau développé autour des propriétés des nombres est évidemment plus développé (du point de vue arithmétique, que revendique chaque auteur) dans le traité de Bourdon, que dans la parie arithmétique de Reynaud. Emblématique, l'algorithme de détermination du PGCD (celui dit « d'Euclide) occupe des niches nombreuses dans le premier traité: réduction des fractions à leurs moindres termes, outil dans la démonstration de la propriété « Tout nombre premier qui divise un produit, et qui est premier avec l'un des facteurs, divise nécessairement l'autre facteur », outil pour identifier deux nombres premiers entre eux, (sans nécessairement conduire l'algorithme à sa dernière étape), outil encore pour former les fractions continues. Il n'occupe que la première fonction dans la partie arithmétique du manuel de Reynaud.

La consistance de ce domaine, si nous la mettons en parallèle avec celle très limitée du traité de Bézout, tient donc, à l'usage d'un langage algébrique minimal, tel du moins qu'il est défini dans le contexte donné. Moins développées dans l'ouvrage du Baron Reynaud, celui-ci utilisant les signes des opérations, l'égalité mais non les exposants et n'usant donc que d'exemples numériques, les propriétés des nombres constituent dans le traité de Bourdon un tout cohérent, élargi à des applications qui en renforcent la consistance (fractions périodiques, fractions continues). En dehors du langage algébrique, c'est encore la nature de schémas de preuve mis en œuvre, qui différencie la structure des deux exposés. Indéniablement, en dehors de la terminologie (Reynaud fait des « remarques », Bourdon expose des « principes »), ce sont dans les « raisonnements » que s'opposent les deux conceptions des auteurs. Les démarches de preuves procèdent, pour Reynaud, d'une induction qui conduit de l'examen du cas particulier à une généralisation exprimée en langage naturel. Soucieux d'édifier une théorie des nombres « abstraits », c'est à dire spécifiquement liés à leur désignation par des lettres, reposant sur des principes généraux, Bourdon privilégie la modélisation algébrique, l'interprétation arithmétique des mécanismes algébriques, les raisonnements dits « de réduction à l'absurde » ou d'induction, mais explicitement lié à un principe de récurrence opérant sur des nombres « abstraits, généraux ».

Ces différences qui mettent évidemment en évidence les natures des démarches didactiques (Reynaud conçoit son manuel pour des élèves qui ne se destineront pas nécessairement aux sciences, Bourdon, bien au contraire, cible un public pour lequel ces dernières constitueront le domaine d'étude privilégié), s'illustrent dans le clivage que nous tentons de définir ici :

Une arithmétique raisonnée mais indissociablement pratique et utilitaire (une arithmétique définie par tout « ce qu'il n'est point permis d'ignorer »), propédeutique d'une algèbre tout aussi nécessaire, dont les formules, synthèses des procédures arithmétiques, des solutions raisonnées constituent le fer de lance. Il y a autonomie relative d'un premier bloc, la partie arithmétique, mais la partie algèbre s'inscrit linéairement dans la continuité de ce premier bloc.

Une arithmétique « généralisée », qui se déploie sans rupture dans le passage du « numérique concret » au « littéral abstrait ». La démarche didactique proposée n'est pas linéaire, elle procède d'un mouvement spiralaire qui oblige le lecteur à revenir sur ses pas, à considérer ce sur lequel il s'est expérimentalement exercé, d'un point de vue qu'élargit la considération des nombres non rabattus sur leur système de désignation.

En conclusion, il apparaît d'évidence, que sous le ministère de Duruy, les programmes d'arithmétique de l'enseignement secondaire (classique et spécial) et par suite des écoles normales (à partir de 1867 et ce jusqu'à 1920), sont fortement inspirés par les transpositions du traité de Bézout à la « manière du Baron Reynaud » : les objets du corpus traditionnel gardent leur appartenance à l'arithmétique, en dehors de la théorie des progression et des logarithmes ; les propriétés des nombres et la méthode de réduction à l'unité font désormais partie intégrantes du corpus institutionnel, les nombres relèvent du « numérique concret », la théorie trouve sa consécration dans sa composante « arithmétique appliquée aux opérations pratiques ».

Que peut apporter, dans ce contexte, le point de vue apporté par un traité « savant » ou du moins destiné à des élèves qui ont déjà suivi un enseignement secondaire classique ?
Le principe, dont, anticipant sur le devenir de l'arithmétique dans les plans d'études des écoles normales, nous savons qu'il finira par générer un autre éclairage sur l'arithmétique et notamment sur le domaine des propriétés des nombres. En introduisant peu ou prou le langage algébrique dans le domaine de l'arithmétique, en rejetant la contrainte qui consiste à n'opérer que sur le « numérique chiffrée », l'arithmétique « généralisée » peut couvrir non seulement un champ élargie de théories liées à d'autres domaines (fractions continues), revendiquer la nature arithmétique d'objets qui tendent, dans les programmes, à renier leur appartenance originelle (les progressions, les logarithmes), mais transformer encore la nature même du raisonnement arithmétique. Ces raisonnements, qui dans le processus didactique suggéré par Bourdon, procèdent d'une mise à distance, d'un recul par rapport à la nature concrète des nombres, nous semblent caractériser une arithmétique qui certes, ne répond plus à une simple finalité utilitaire, à savoir résoudre les questions usuelles, mais peut répondre à une nécessité pratique pour un élève- maître, à savoir, « disposer d'un savoir suffisant, revisité d'un point de vue élargie, pour pouvoir enseigner les éléments de ce même savoir ». Il convient évidemment de relativiser quant aux perspectives, que peut dresser cette anticipation : ce n'est pas une transposition directe et fidèle du traité de Bourdon qui constituera la trame du texte de savoir enseigné dans les écoles normales au début du XXème siècle, mais ce texte pourra être envisagé, nous semble t-il, comme résultant de la fusion des deux points de vue étudiés, celui de Reynaud, celui de Bourdon.

Auteur :

Galisson Marie-Pierre

Titre

Evolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs : analyse écologique et historique.

Résumé.

Motivée à l'origine par la recherche des conditions qui permettent à des objets de savoir de résister au cours du temps dans les plans d'études des futurs maîtres, cette étude propose une analyse écologique et historique portant sur la trajectoire de deux objets de l'arithmétique « actuelle » des futurs professeurs d'école : la numération et les propriétés des nombres. Emblématiques d'une arithmétique articulant composante pratique et composante théorique, ces objets apparaissent *a priori* comme insensibles aux contraintes conjoncturelles qui transforment les institutions et à l'évolution du savoir « savant ».

L'analyse écologique et historique du processus qui permet aux objets « Numération » et « Propriétés des nombres » de s'implanter dans les plans d'études des maîtres de l'enseignement primaire, nous a conduit à caractériser ce que peuvent recouvrir les « besoins théorico-professionnels » du futur maître au cours des périodes étudiées.

Ces besoins s'expriment dans la présence de certaines conditions et des liens qui les mettent en corrélation. Ces conditions sont les suivantes :

L'existence d'un texte de savoir choisi, contrôlé par la société.

La présence d'une « théorie » éclairant l'art « didactique » relatif à ce savoir.

La mise en application de cette théorie en lien avec le savoir : la liaison théorie – pratique.

La définition transparente (aux yeux de la société) des fonctions sociales et éducatives des objets de savoir.

Ces conditions qui se révèlent historiquement comme les leviers de pilotage des plans d'études et de l'organisation de l'institution de formations et qui, tout en modifiant la définition des besoins théorico-professionnels du futur maître, préservent l'existence de certains objets de savoir (n'en transformant pas moins leur environnement), nous apparaissent donc, aujourd'hui encore, comme des moyens d'éclairer les conditions d'existence d'une arithmétique « actuelle » et d'exhiber les conditions favorables à une arithmétique « potentielle ».

Mots clés :

Arithmétique, numération, propriétés des nombres, formation des maîtres, organisations mathématiques, besoins théorico-professionnels.