



Fronts et dynamiques spatio-temporelles dans l'expérience de la valve à cristaux liquides : effets de forçages spatiaux et rétroaction optique non locale

Florence Haudin

► **To cite this version:**

Florence Haudin. Fronts et dynamiques spatio-temporelles dans l'expérience de la valve à cristaux liquides : effets de forçages spatiaux et rétroaction optique non locale. Physique [physics]. Université Nice Sophia Antipolis, 2010. Français. <tel-00584258>

HAL Id: tel-00584258

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00584258>

Submitted on 8 Apr 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences
Ecole Doctorale Sciences Fondamentales et Appliquées

T H E S E
pour obtenir le titre de
Docteur en Sciences

de l'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis
Discipline : Physique

présentée et soutenue par

Florence HAUDIN

**Fronts et dynamiques spatio-temporelles
dans l'expérience de la valve à cristaux liquides :
effets de forçages spatiaux et rétroaction optique non locale**

Thèse dirigée par **Stefania RESIDORI**

soutenue le 22 octobre 2010
à l'Institut Non Linéaire de Nice

Jury :

Gaetano ASSANTO
Marcel CLERC
Giampaolo D'ALESSANDRO
Eric LOUVERGNEAUX
Yves POMEAU
Stefania RESIDORI

Examineur
Examineur
Rapporteur
Rapporteur
Président
Directrice de thèse

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier ma directrice de thèse, Stefania Residori pour l'enthousiasme avec lequel elle a encadré ce travail, pour le temps et la confiance qu'elle m'a accordés et pour la liberté d'initiatives dont j'ai bénéficié pendant ces trois années passées au laboratoire. Je tiens également à remercier Umberto Bortolozzo pour son aide sur l'expérience et les simulations.

Mes remerciements vont également à Marcel Clerc, René Rojas ainsi qu'à Ricardo Gabriel Elías pour les discussions intéressantes sur la théorie et plus particulièrement sur les fronts.

Au-delà des aspects scientifiques, ces trois années de thèse ont été une expérience humaine très enrichissante, faite de rencontres et de discussions qui m'ont beaucoup appris. Aussi je tiens à remercier parmi les thésards et post-docs : Hidetoshi, Marta, Margherita, Maryvonne, Marianne, Patrice, Lauris, Axel, Emilie, Karim, Laurent, Louis, Nicolas, Tom, Jean-François, Wilfred, Vera... et d'avance, je m'excuse pour ceux que je pourrais oublier... Je souhaite aussi remercier les chercheurs et personnels du labo administratifs et techniques qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de cette thèse.

Je remercie aussi, pour sa confiance, Jean-Pierre Romagnan qui, en tant que tuteur de monitorat, m'a beaucoup appris sur l'enseignement et sur la physique.

Ensuite, je tiens à remercier Giampaolo D'Alessandro et Eric Louvergneaux d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et je remercie aussi vivement les autres membres du jury : Yves Pomeau, Gaetano Assanto et Marcel Clerc.

Enfin, je souhaite remercier mes parents, pour leur soutien et leur disponibilité, mes sœurs Claire-Sophie et Delphine, pour leur écoute et leurs conseils, et mes amis, tout particulièrement Lucie.

Je vous remercie tous, sincèrement.

Table des matières

1	Apparition de structures spatiales dans les systèmes hors d'équilibre	3
1.1	Bref rappel historique	4
1.2	Les différents types de structures spatiales	5
1.2.1	Classification en termes d'analyse de stabilité linéaire	5
1.2.2	Multistabilité dans les systèmes hors d'équilibre	6
1.2.3	Etats structurés	7
1.2.4	Fronts entre différents états	7
1.2.5	Etats localisés	8
1.3	Exemples de modèles générateurs de structures spatiales	9
1.3.1	Processus de réaction-diffusion	9
1.3.2	Le modèle de Swift-Hohenberg	10
1.4	Observations dans des systèmes très variés	11
1.4.1	Dans les réactions chimiques	11
1.4.2	En biologie	12
1.4.3	Dans la nature	12
1.4.4	Dans les milieux granulaires	14
1.4.5	Dans les fluides newtoniens	15
1.4.6	Dans les suspensions colloïdales	15
1.4.7	Dans les fluides magnétiques	16
1.5	En optique non linéaire	16
1.5.1	Formation de motifs en optique non linéaire	17
1.5.2	Bistabilité et structures localisées optiques	19
1.5.3	Expériences où se forment des structures spatiales optiques et applications	20
2	Expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique	23
2.1	Principales propriétés physiques des cristaux liquides	24
2.1.1	Généralités	24
2.1.2	L'énergie libre	25

2.1.3	Propriétés optiques et biréfringence	27
2.2	La valve à cristaux liquides	28
2.3	Dispositif expérimental complet	31
2.4	Modèle théorique	34
3	Propagation de fronts dans un milieu structuré	43
3.1	Approches théoriques de la propagation des fronts	44
3.1.1	Bistabilité et fronts connectant deux états homogènes	44
3.1.2	Les fronts de Pomeau	48
3.1.3	Les fronts entre deux états périodiques	49
3.1.4	Etude analytique et numérique du modèle de la valve optique . . .	52
3.1.5	Fronts homogènes et fronts forcés spatialement dans l'expérience de la valve à cristaux liquides	54
3.2	Observation expérimentale du phénomène d'agrafage-désagrafage dans le cas unidimensionnel	55
3.2.1	Technique expérimentale : principe d'utilisation du SLM	55
3.2.2	Dynamique en l'absence de modulations spatiales : $B = 0$	56
3.2.3	Dynamique avec modulations spatiales : $B \neq 0$	58
3.2.4	Influence des différents paramètres de forçage	59
3.3	Agrafage et propagation de fronts : extension à des cas bidimensionnels . .	63
3.3.1	Introduction et motivations	63
3.3.2	Modulation type rouleaux	65
3.3.3	Modulation de type carrés ou hexagones	68
3.4	Quelques conclusions	71
4	Etats localisés dans la région d'agrafage	75
4.1	Etats localisés bidimensionnels : observation expérimentale	75
4.1.1	Modulation carrée	75
4.1.2	Modulation hexagonale	77
4.2	Approches théoriques existant dans le cas unidimensionnel	79
4.2.1	L'enchevêtrement homocline	79
4.2.2	Désaccord entre théorie et expériences	80
4.3	Etats localisés avec forçage unidimensionnel : observations expérimentales .	81
4.3.1	Diagramme de bifurcation des états localisés unidimensionnels . . .	81
4.3.2	Discussion sur la structure du diagramme de bifurcation	83
4.4	Quelques perspectives	85

5 Effets non locaux translationnels : advection des structures localisées	87
5.1 Analogies hydrodynamiques en optique et singularités de phase	88
5.2 Advection des structures localisées dans l'expérience de la valve optique . .	90
5.2.1 Déplacement contrôlé des structures localisées	91
5.2.2 Régime d'advection : observations de singularités de phase par me- sures interférométriques	93
5.3 Modèle de la valve optique en présence de translation : analyse de stabilité linéaire	97
5.4 Simulations numériques des régimes d'advection des structures localisées . .	100
5.4.1 Cas $L = -8 \text{ cm}$	101
5.4.2 Cas $L = -16 \text{ cm}$	103
5.5 Etats liés et collisions entre les structures localisées	104
5.6 Quelques conclusions	107
6 Rétroaction optique non locale : observation de motifs spiralés et phyl- lotaxie	111
6.1 Introduction à la phyllotaxie	112
6.1.1 Les différents modes de croissance	112
6.1.2 Bref historique et différentes approches	114
6.1.3 Expériences et études numériques où des motifs phyllotactiques ont été observés	116
6.1.4 Motivations : motifs phyllotactiques dans un système optique	117
6.2 La phyllotaxie par des simulations géométriques simples	118
6.2.1 L'algorithme	118
6.2.2 Spirales pour une rotation d'angle ϕ proche de l'angle d'or	118
6.2.3 Autres spirales pour d'autres angles de rotation	120
6.3 Motifs phyllotactiques dans l'expérience de la valve optique	120
6.3.1 Evaluation de la translation	120
6.3.2 Dynamique d'apparition du motif	121
6.3.3 Petites valeurs de l'angle de rotation ϕ	123
6.3.4 Rotation d'angles ϕ commensurés à 2π	124
6.3.5 En fixant l'angle de rotation proche de l'angle d'or : $\phi \approx 137.5^\circ$. .	128
6.3.6 Autres angles de rotation non commensurés à 2π	134
6.3.7 Collisions entre structures au centre du motif	137
6.4 Quelques conclusions	139
7 Conclusions générales et perspectives	141

Introduction

Etymologiquement, la physique est la science de la nature. Si les champs d'étude et les concepts auxquels elle s'intéresse ont évolué au cours des siècles et des avancées technologiques, son but, lui, est resté le même : comprendre et prédire l'évolution des objets de la nature. Et qui en observant cette nature, ne s'est pas un jour émerveillé devant la richesse des phénomènes et des dynamiques, ou étonné devant les formes aussi diverses que surprenantes qu'on peut y trouver, devant leur récurrence également ? Ce n'est que tardivement que la physique, et plus particulièrement la physique non linéaire a commencé à chercher des éléments de réponses à l'origine de ces formes et à développer des modèles qui les reproduisent plus ou moins fidèlement. Il faudra en effet attendre la seconde moitié du vingtième siècle pour que la morphogénèse connaisse ses grands développements.

Le travail présenté dans ce manuscrit de thèse s'inscrit dans ce contexte de genèse des formes et de dynamique spatio-temporelle, en s'appuyant sur des expériences, dans un système optique. Les études réalisées l'ont été dans le cadre de l'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique. Elles visent à caractériser le comportement dynamique et les propriétés de structures transverses optiques. Nous avons considéré plus particulièrement deux types de structures : des interfaces ou fronts entre deux états homogènes dans un système bistable et des structures localisées, qui résultent de l'interaction entre fronts connectant un état homogène et un état périodique. Nous avons cherché dans les deux cas à caractériser les comportements dynamiques et les organisations spatiales originales qui peuvent apparaître dans le système en présence soit de forçages spatiaux, soit d'effets non locaux.

Dans un premier chapitre, nous allons introduire les structures spatiales étendues ou localisées, dans le contexte très large dans lequel elles s'inscrivent.

Au chapitre 2, nous décrirons en quoi consiste le dispositif expérimental en donnant les propriétés principales des cristaux liquides qui entrent en jeu dans l'expérience. Nous introduirons également le modèle théorique qui a été développé.

Le chapitre 3 sera consacré à une caractérisation de la dynamique de fronts entre états homogènes auxquels on rajoute un effet de forçage spatial, dans le cas unidimensionnel tout d'abord, en fonction d'un seul paramètre de contrôle puis en fonction des paramètres

du forçage. Nous présenterons ensuite une extension au cas bidimensionnel pour différentes géométries de forçage (rouleaux, carrée et hexagonale).

Le chapitre 4 s'intéressera aux différents états localisés qui peuvent être générés dans la région de blocage du front. Des exemples seront donnés dans le cas bidimensionnel avec des modulations carrées et hexagonales. Nous reviendrons ensuite à l'étude des états localisés dans le cas unidimensionnel pour lequel une théorie est établie. Nous montrerons comment nous pouvons stabiliser des états localisés de taille différente avec l'objectif de construire le diagramme de bifurcation de ces différents états en fonction d'un paramètre de contrôle. Le chapitre 5 quant à lui, présentera une étude de la dynamique des structures localisées en présence d'effet non local de translation dans la boucle de rétroaction optique. Différents régimes dynamiques seront mis en évidence à la fois expérimentalement et numériquement. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la présence de singularités de phase dans le profil transverse des structures localisées advectées, en essayant de faire quelques analogies avec les comportements observés dans les écoulements hydrodynamiques.

Le chapitre 6 concernera les effets non locaux, mais en plus de la translation sera ajouté un effet de rotation. Nous verrons alors qu'il est possible d'obtenir des modes d'organisations pour les structures localisées rappelant ceux observables dans la croissance de végétaux et qui peuvent être reproduits dans certains systèmes physiques. Nous explorerons différentes valeurs d'angles de rotation et les motifs de structures localisées obtenus.

Suivront enfin quelques conclusions et perspectives.

Chapitre 1

Apparition de structures spatiales dans les systèmes hors d'équilibre

Si l'on observe la nature, on peut y voir des formes récurrentes, des modes d'organisations semblables. Que l'on regarde les rayures qui zèbrent les pelages de certains animaux, les rangées de nuages qui strient le ciel par journée de vent (Fig.1.1a) ou les rouleaux que forment les dunes dans le désert (Fig.1.1b), on peut parfois être surpris de trouver des similitudes en portant son regard dans des directions diverses. En effet, la structuration spatiale est omniprésente et apparaît comme un phénomène général, que ce soit dans la faune ou la flore mais aussi dans de nombreuses expériences en laboratoire. Une revue détaillée en est faite par la référence [1]. L'accent y est mis sur l'idée d'une description mathématique unifiée pour des systèmes en apparence différents mais générateurs de structures appartenant à la même classe. Leur caractère universel est ce qui en fait un sujet d'étude si fascinant et si riche, à la fois un et pluriel.

Dans ce chapitre, nous donnerons une idée du contexte au sens très large dans lequel se situent les études réalisées pendant ce travail de thèse. Loin d'offrir une description exhaustive, ce chapitre introductif donnera dans un premier temps, un bref rappel historique et l'exemple de deux modèles permettant de générer des structures spatiales : celui de réaction-diffusion et celui de Swift-Hohenberg. Nous passerons ensuite brièvement en revue quelques très beaux exemples que peut offrir l'observation de la nature ou bien quelques résultats d'expériences de chimie ou de physique tels que des systèmes de grains ou de fluides mis en vibration. L'idée essentielle qui se cache derrière le côté universel de l'apparition de ces formes est l'existence de mécanismes identiques. En particulier, il faut souligner le rôle important de la diffusion dans l'apparition des structures spatiales. Celle-ci tend à homogénéiser les grandeurs physiques entre les différentes régions d'un système mais dans certaines situations, elle peut, de façon un peu contre-intuitive, être à l'origine d'une structuration spatiale. Nous introduirons aussi la notion d'états localisés qui correspondent au cas où la



FIGURE 1.1 – Exemple de structuration spatiale observable dans la nature : motifs de type rouleaux formés a) dans les nuages et b) dans les dunes de sable dans le désert.

structuration spatiale se fait seulement sur des domaines limités de l'espace disponible. Ces états localisés se présentent alors sous la forme de cellules isolées d'un motif, auxquelles on donnera le nom de structures localisées. Nous terminerons par des exemples empruntés à l'optique non linéaire, cadre dans lequel s'inscrit les études présentées dans ce manuscrit, en insistant précisément sur les structures localisées.

1.1 Bref rappel historique

Le premier système où l'apparition spontanée de structures spatiales a été étudiée en 1831, est une couche de fluide mis en vibration. Pour une amplitude suffisante, la surface du fluide se structure à cause de l'instabilité de Faraday [2]. Ce n'est que près d'un siècle plus tard qu'une explication théorique en sera donnée. Suivirent les expériences de convection de Rayleigh-Bénard [3] au début du 20^{ème} siècle. Une avancée dans le domaine de la genèse des formes est reliée aux travaux de Turing et son important article de 1952 dans le cadre de la chimie et de la biologie [4]. Le modèle de réaction-diffusion a été la première approche théorique développée pour comprendre le problème d'apparition de structures dans un système dissipatif. C'est surtout à partir des années 1970 que de nombreux autres modèles ont vu le jour avec en particulier celui de Swift-Hohenberg datant de 1977 [5] et qui existe sous des formes adaptées à la description de systèmes particuliers. Nous verrons par exemple, que le modèle de la valve à cristaux liquides, qui est le système étudié pendant ce travail de thèse, en est précisément une forme généralisée.

Les grandes avancées dans l'observation expérimentale des structures spatiales remontent pour la plupart au début des années 1990. C'est en effet à cette période que ce thème de

recherche a connu un intérêt et un essor considérables, dans des domaines aussi variés de la physique que la dynamique des fluides, les lasers, l'optique non linéaire, les plasmas, mais aussi en dehors de la physique dans les réactions chimiques ou dans des systèmes biologiques.

1.2 Les différents types de structures spatiales

1.2.1 Classification en termes d'analyse de stabilité linéaire

L'analyse de stabilité linéaire d'un système donne en général de bonnes indications sur son comportement autour d'un état d'équilibre, quand un paramètre de contrôle est amené au voisinage d'une valeur seuil. Il faut cependant toujours rester prudent sur sa validité. Elle doit parfois être complétée par une analyse multi-échelles, pour inclure des ordres plus élevés dans les développements. On considère un système de la forme :

$$\partial_t u = f(u, \partial_x u, \partial_{xx} u, \dots, g)$$

avec $u = u_1(x, t), \dots, u_n(x, t)$, f une fonction non linéaire et g un paramètre de contrôle. Les états stationnaires du système sont donnés par les zéros de la fonction f . On les appelle en général équilibre même s'ils ne correspondent pas à des équilibres au sens thermodynamique du terme, pour un système ouvert.

Si on suppose un système d'équations pour lequel l'état homogène $u = 0$ est solution pour toutes les valeurs du paramètre g , cette solution peut devenir instable au-dessus d'une valeur seuil g_c . Un mode instable de vecteur d'onde q_0 peut alors être sélectionné. Les systèmes peuvent être classés en fonction de leur réponse à une perturbation sous forme d'une seule onde plane u_j de vecteur d'onde q donnée par l'expression $u_j(x, t) = u_{j0} e^{iqx + (\sigma + i\Omega)t}$ comme présenté dans la référence [1]. Le système linéarisé au voisinage de l'état $u = 0$ peut alors se réécrire :

$$\partial_t u = Du$$

avec D la matrice jacobienne. Les trois cas standard d'évolution du taux de croissance de l'instabilité σ en dessous et au-dessus du seuil g_c sont représentés par Fig.1.2. Plus particulièrement :

- pour le type I : $\sigma(q)$ admet un maximum en $q_0 \neq 0$, le mode le plus instable sélectionné par le système. Au-dessus du seuil, il y a une bande de vecteurs d'onde possibles.
- pour le type II : en dessous du seuil critique la solution est homogène. Au-dessus du seuil, un mode critique q_0 est sélectionné. Ce type peut souvent se classer dans le type I,

en faisant un changement d'échelle approprié.

- pour le type III : la relation de dispersion est décroissante et le mode le plus instable est $q_0 = 0$. Autrement dit, l'état est homogène sur toute l'étendue du système.

Pour chaque état, il y a le cas stationnaire et le cas oscillant suivant si $\Omega(q_0)$ est nul ou non.

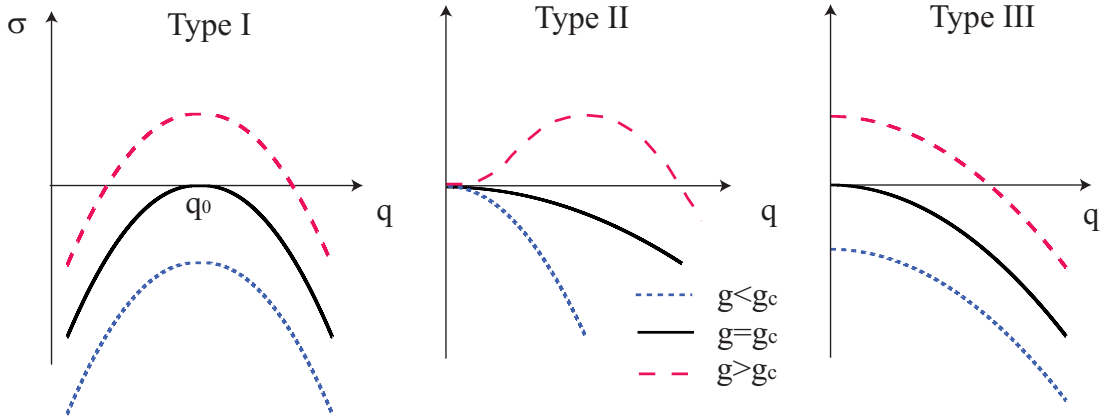


FIGURE 1.2 – Taux de croissance de l'instabilité σ pour les types I, II et III mentionnés dans le texte. Les courbes en pointillés fins représentent un cas en dessous du seuil $g < g_c$, les courbes en traits pleins le cas au seuil $g = g_c$ et les courbes en pointillés larges un cas au-dessus du seuil $g > g_c$.

1.2.2 Multistabilité dans les systèmes hors d'équilibre

La coexistence de plusieurs états d'équilibre pour une même plage de valeurs de paramètres, est possible pour des systèmes fermés mais aussi des systèmes ouverts [6]. On parle alors de multistabilité, caractéristique des systèmes hors d'équilibre.

Pour un système fermé, l'évolution au cours du temps tend à rétablir l'équilibre thermodynamique, à travers une dynamique de gradient et un potentiel peut être défini, décroissant jusqu'à ce qu'un minimum soit atteint. Dans ce cas, en comparant l'énergie de tous les états d'équilibre du système, l'équilibre stable sera celui de plus basse énergie, tous les autres états étant alors métastables. En présence de plusieurs de ces états et avec hystérésis, il peut y avoir nucléation d'une phase dans une autre, mais cette situation correspond en général à un régime transitoire. Pour des systèmes dissipatifs, en revanche, il n'est plus possible de faire la distinction entre l'état stable et les états métastables et la dynamique sous l'effet d'un gradient d'une grandeur physique du système peut perdurer.

Dans le cas où il n'y a que deux états d'équilibre stables, on parle de bistabilité et il est possible d'avoir des connexions entre ces deux états sous forme de front. De plus, des états localisés peuvent être formés par l'association de deux fronts symétriques, définissant un

domaine de taille limitée d'un état au milieu de l'autre état possible pour le système. La question de la dynamique des fronts est alors intéressante à aborder, pour savoir comment le système va évoluer, sachant que cette évolution dépend du type d'états connectés. Ces états peuvent être structurés spatialement ou simplement homogènes.

1.2.3 Etats structurés

Nous avons vu, lors du développement d'une instabilité, en faisant varier un paramètre de contrôle et en l'amenant au-dessus d'un seuil g_c , qu'un mode instable q_0 peut être sélectionné. Il peut parfois aussi exister toute une bande de vecteurs d'onde possibles. Des états spatialement périodiques peuvent alors émerger dans le système, sous forme de rouleaux ou d'hexagones, comme dans les expériences de convection thermique [7]. Les géométries sélectionnées dépendent du nombre de modes instables en interaction les uns avec les autres. Des géométries plus complexes de type quasi-cristallines peuvent aussi être obtenues, dans les cas où un plus grand nombre de vecteurs d'onde instables interagissent entre eux avec des orientations adéquates. Par exemple, la référence [8] reporte l'observation expérimentale d'un motif stable d'ondes stationnaires à la surface d'un fluide avec une géométrie d'ordre 12. Dans l'expérience de la valve optique, des quasi-cristaux avec une symétrie d'ordre N peuvent aussi être générés, en partant d'un état motif hexagonal et en introduisant une rétroaction avec une rotation d'angle $\frac{2\pi}{N}$ [9].

D'autres structures spatiales se présentent sous la forme de labyrinthes. Ce type de motif correspond à des domaines de types rouleaux avec des orientations différentes entre eux. On peut les rencontrer dans le modèle de Swift-Hohenberg par exemple. Expérimentalement de tels motifs ont été observés dans des films minces ferromagnétiques, en faisant varier un des deux paramètres, température ou champ magnétique, en gardant l'autre constant [10]. Dans le cas non stationnaire et en présence de défauts topologiques, des motifs en forme de cible correspondant à des rouleaux avec une géométrie axisymétrique, peuvent aussi être observés. Dans le cas où cette symétrie est brisée, des ondes spirales peuvent apparaître comme dans les réactions chimiques oscillantes [11].

1.2.4 Fronts entre différents états

L'état le plus simple qu'il peut exister dans un système est l'état homogène. Lorsque plusieurs états de ce type coexistent sur une même plage de valeurs d'un paramètre de contrôle, en présence d'un mécanisme de couplage spatial par l'intermédiaire de la diffusion, et d'un mécanisme de brisure de symétrie, un phénomène de compétition pour occuper l'espace peut exister entre les différents états du système. Des interfaces mobiles séparant ces différents états, se développent alors. Les exemples de fronts sont nombreux. On peut

citer les parois entre deux domaines magnétiques ayant des spins opposés ou bien les fronts qui se développent lors de la croissance d'une phase solide dans une phase liquide [12] (Fig.1.3a). Les deux états séparés par l'interface peuvent aussi être un état homogène et un état structuré comme par exemple dans la convection de Rayleigh-Marangoni [13]. Dans les réactions chimiques photosensibles oscillantes, une interface peut séparer un milieu organisé en labyrinthes (partie éclairée avec une fréquence double de la fréquence naturelle du système) et un milieu où se propage une onde spirale (partie non éclairée) [11]. Dans la combustion, les fronts de flamme séparent la région où se trouve le combustible de celle où se trouve le comburant [14] (Fig.1.3b). Enfin, en dehors de la physique ou de la chimie, dans la dynamique des populations, le phénomène de propagation de front est aussi présent. Il est important de souligner qu'en fonction de la stabilité des différents états connectés et en fonction également de leur géométrie, une dynamique parfois très riche pourra être observée.

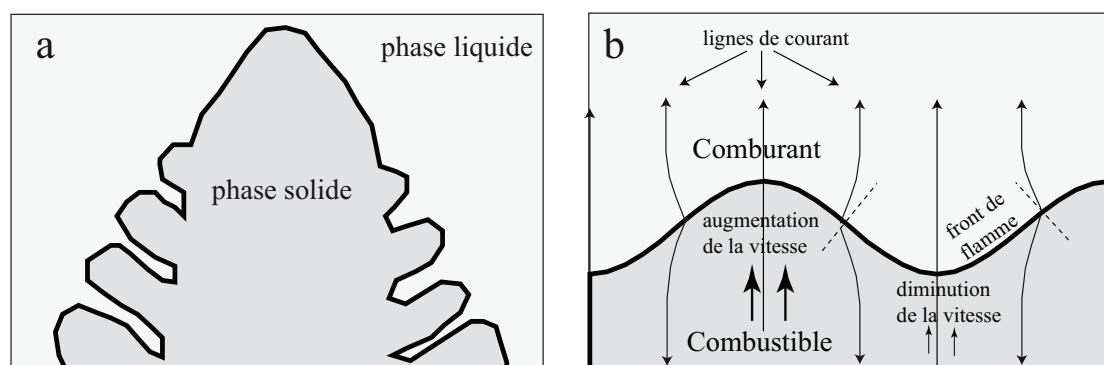


FIGURE 1.3 – a) schéma représentant un front de solidification montrant la phase solide croissant dans une phase liquide et b) schéma expliquant la formation d'un front de flamme.

1.2.5 Etats localisés

Les états localisés apparaissent lorsqu'il y a bistabilité entre deux états. En associant par exemple deux fronts symétriques entre états homogènes, on peut isoler une "bulle" d'un état au milieu d'un autre état mais ce type d'état localisé, schématisé à la Fig.1.4a, est instable, comme expliqué dans la référence [15]. En effet, suivant la stabilité relative des deux états connectés, le domaine localisé tend à s'élargir et à envahir tout l'espace ou à se contracter jusqu'à disparaître.

Par contre, si le système considéré montre une transition sous-critique avec cycle d'hystérésis entre un état homogène et un état périodique, dans la région de bistabilité des états

localisés peuvent être stabilisés. Les oscillations associées à l'état structuré introduisent un phénomène de blocage du front [16], sur lequel nous reviendrons plus longuement au chapitre 3. Ces structures localisées se présentent alors sous la forme de cellules isolées et indépendantes de l'état périodique, et peuvent être interprétées comme la connexion spatiale entre les deux états du système (Fig.1.4b). Plus de détails sur la théorie unidi-

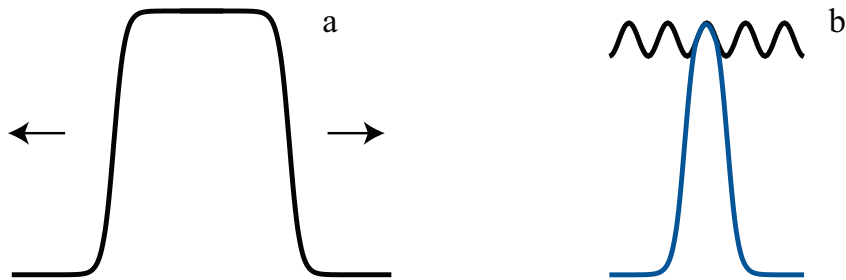


FIGURE 1.4 – a) bulle localisée formée par deux fronts symétriques connectant deux états homogènes et b) état localisé connectant un état homogène et un état périodique.

mensionnelle qui a été développée pour expliquer leur formation sera donnée au chapitre 4. Nous verrons aussi dans le présent chapitre que ces états ou structures localisés existent dans de nombreux systèmes allant des grains et fluides mis en vibration, à des systèmes de végétation en milieux semi-arides ou bien encore en optique non linéaire, où ils pourraient avoir des applications.

1.3 Exemples de modèles générateurs de structures spatiales

1.3.1 Processus de réaction-diffusion

Les équations de réaction-diffusion ont été introduites initialement dans le contexte de la chimie mais elles s'inscrivent en réalité dans un contexte beaucoup plus large. Elles peuvent en effet aussi s'appliquer à des systèmes biologiques ou physiques. Le modèle de réaction-diffusion, prend en compte les deux étapes d'une réaction : comme son nom l'indique, la première est celle où les espèces chimiques interagissent entre elles et la seconde celle où la diffusion va tendre à homogénéiser le plus possible les concentrations dans le système. L'évolution des espèces chimiques peut alors être décrite par le modèle 1.1 suivant :

$$\partial_t \mathbf{u} = \mathbf{D} \nabla^2 \mathbf{u} + f(\mathbf{u}, \mathbf{p}) \quad (1.1)$$

avec \mathbf{u} un champ de vecteur pour les concentrations chimiques, \mathbf{D} la matrice de diffusivité, $f(\mathbf{u}, \mathbf{p})$ une fonction non linéaire du champ de vecteur \mathbf{u} et qui dépend d'un ensemble de

paramètres \mathbf{p} qui peut être mis sous forme de matrice. En particulier, Turing a montré que ces deux processus simples, lorsqu'ils sont associés, peuvent conduire à des instabilités à l'origine d'une grande variété de structures spatiales qui émergent à partir d'une solution homogène quand un paramètre de contrôle dépasse une certaine valeur seuil. Il est important de noter que pour avoir formation de structures spatiales, il faut qu'une des espèces chimiques ait une constante de diffusion très grande devant celle de l'autre espèce. Les termes d'activateur et d'inhibiteur sont souvent employés pour faire référence à ces deux espèces.

Si on regarde le cas simple de l'équation unidimensionnelle pour une seule espèce u , celui-ci peut se traduire sous la forme de l'équation suivante :

$$\partial_t u = D \partial_x^2 u + R(u)$$

D est la constante de diffusion de l'espèce chimique et $R(u)$ une fonction non linéaire. Suivant la nature de cette fonction, des phénomènes différents pourront être décrits par cette équation. Pour des systèmes où plusieurs états homogènes peuvent coexister dans une région de l'espace des paramètres, les solutions typiques que l'on peut observer sont des fronts. Dans le cas où les deux états connectés sont homogènes et stables, les fronts se déplacent à vitesse constante. Nous pouvons d'ailleurs observer ce type de fronts dans l'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique.

1.3.2 Le modèle de Swift-Hohenberg

Le modèle de Swift-Hohenberg a été initialement introduit pour décrire les structures qui apparaissent dans la convection thermique [5]. Il est défini par l'équation 1.2 suivante :

$$\partial_t u = -(1 + \nabla^2)^2 u + \epsilon u - u^3 + g_1 u^2 \quad (1.2)$$

Ce modèle a été très étudié pour la formation de motifs. En jouant sur les paramètres, il est possible d'obtenir différentes géométries pour les états, suivant le nombre de modes instables sélectionnés par le système. Par exemple, dans le cas où le terme quadratique est nul ($g_1 = 0$) et pour $\epsilon = 0.2$, on peut observer des rouleaux (Fig.1.5a) tandis que pour $\epsilon = 0.8$, un motif sous forme de labyrinthe peut apparaître (Fig. 1.5b). Pour d'autres valeurs des paramètres, un motif hexagonal peut aussi se former (par exemple pour $\epsilon = 0.1$ et $g_1 = 0.8$) (Fig. 1.5c). Les transformées de Fourier respectives des trois motifs sont données par Fig.1.5d-f. Nous verrons aussi que ce modèle est très souvent utilisé, en particulier dans le cas unidimensionnel, pour l'étude des états localisés.

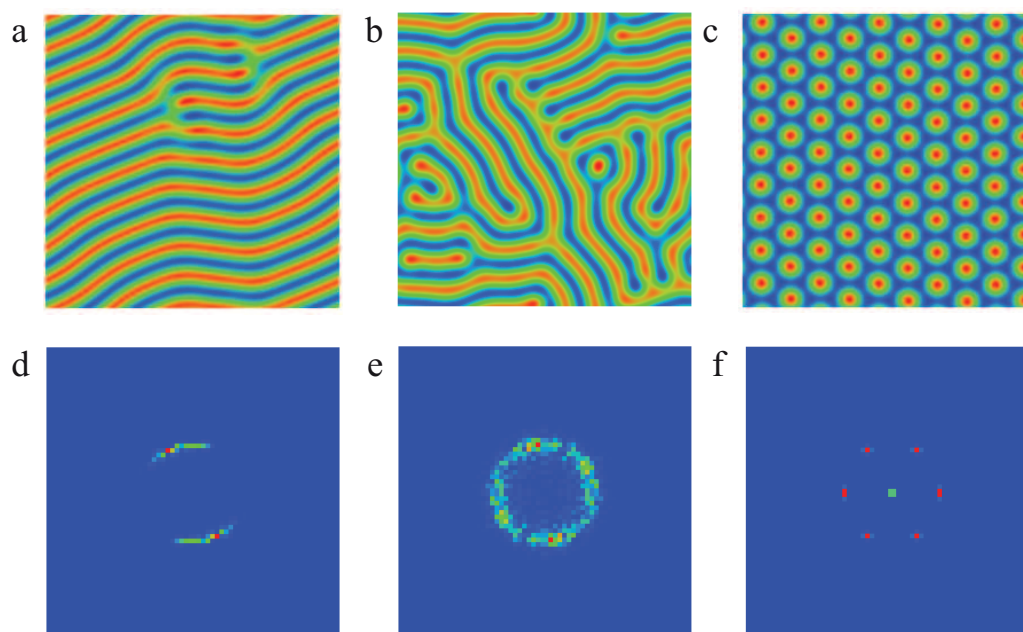


FIGURE 1.5 – a) motif rouleaux ($\epsilon = 0.2$, $g_1 = 0$); b) labyrinthes ($\epsilon = 0.8$, $g_1 = 0$) et c) motifs hexagonaux ($\epsilon = 0.1$, $g_1 = 0.8$); d)-f) transformées de Fourier des motifs a)-c). Le programme utilisé est celui proposé en ligne par M. Cross, intégrant les équations de Swift-Hohenberg : <http://crossgroup.caltech.edu/Patterns/SwiftHohenberg.html>.

1.4 Observations dans des systèmes très variés

Nous allons à présent montrer la diversité des systèmes où des structures spatiales émergent en donnant des exemples existant dans la nature ou générés expérimentalement dans différents systèmes.

1.4.1 Dans les réactions chimiques

Si les prédictions théoriques concernant les modèles de réaction-diffusion remontent aux années 50, leur mise en évidence expérimentale est par contre, beaucoup plus récente puisqu'elle date du début des années 90. Les expériences présentées dans [17] sont les premières à mettre en évidence l'apparition d'un motif de Turing dans une réaction chimique hors équilibre. A la même époque, les auteurs de [18] ont utilisé un système constitué d'un disque de gel pris intercalé entre deux disques de verre poreux, chacun en contact avec un réservoir chimique où les concentrations en réactants sont maintenues constantes et uniformes par un flux continu. Les disques de verre comme le gel sont transparents de façon à permettre la détection de structures spatiales par des méthodes optiques. Les substances chimiques diffusent à travers les disques poreux jusqu'au gel où la réaction a lieu. Un indicateur coloré permet de détecter des variations de concentrations en certaines substances au cours de

la réaction d'oxydo-réduction. A partir de certaines valeurs critiques des concentrations chimiques et de la température, des motifs apparaissent spontanément à partir d'un état homogène. Un paramètre de contrôle possible pour l'étude de la transition de l'état homogène à l'état hexagonal est la température. Par ailleurs, en jouant sur les concentrations chimiques, un motif rouleau peut aussi émerger à partir de l'état homogène (Fig.1.6a).

Dans le cas des réactions chimiques oscillantes de Belousov-Zhabotinskii photosensibles, en jouant sur la fréquence du forçage lumineux, le système peut passer d'un onde spirale à d'autres types de motifs selon la résonance entre la fréquence choisie et la fréquence naturelle de la réaction [11]. Les différents états observables peuvent alors être des fronts entre deux états homogènes avec des "bulles" localisées émergeant dans un des deux états ou bien des motifs de type labyrinthes.

1.4.2 En biologie

Il existe de nombreux exemples en biologie de formations de motifs [19]. Parmi eux, on peut citer le cas de certains micro-organismes tels que les amibes dictyostelium qui peuvent s'agréger en formant des motifs en forme de cibles ou de spirales, semblables à ceux des réactions chimiques type Belousov-Zhabotinskii [20] (Fig.1.6b). C'est un mécanisme chimique, le chimiotactisme, qui régit la dynamique de migration et l'agrégation de ces cellules au cours de leur cycle de différenciation. Les organismes se déplacent alors dans la direction des gradients de substances chimiques qui les attirent. Il peut exister le même type de phénomène mais dans le cas répulsif. Compte tenu de l'origine chimique du processus, il n'est pas si surprenant d'observer le même type d'organisation pour les amibes que dans les réactions chimiques.

Les bactéries aussi peuvent former des motifs spatiaux constitués d'agrégats s'organisant dans divers géométries en fonction des concentrations initiales en substrat [21]. Un autre exemple est donné par la référence [22] pour des bactéries marines advectées par un écoulement. Pour ce système, il existe une compétition entre l'écoulement du fluide et la diffusion des bactéries, avec possibilité qu'une instabilité se développe et conduise à la formation d'agrégats, ayant une structure hexagonale de type nid d'abeilles.

1.4.3 Dans la nature

En observant la faune : l'exemple de la pigmentation sur les pelages des animaux

Un autre très bel exemple d'apparition de structures spatiales est donné par la nature et la variété des pelages que l'on peut observer chez les animaux, uni, zébrures, taches et autres étant autant de motifs possibles [19]. Cependant, il n'existe encore à l'heure actuelle aucune théorie permettant d'expliquer de façon vraiment satisfaisante le mécanisme qui

conduit à l'apparition de ces textures sur le pelage des animaux. Néanmoins, il est possible avec un mécanisme relativement simple de réaction-diffusion de reproduire la plupart de ces motifs en jouant par exemple sur la taille du domaine sur lequel on intègre le modèle [19]. De façon analogue, l'étendue de la surface extérieure de l'animal au moment où le processus de réaction est activé est directement relié au moment dans le développement de l'animal où cette activation a lieu. Ainsi, pour des simulations sur des domaines de petites tailles, le motif obtenu sera essentiellement uniforme comme c'est le cas pour la plupart des petits animaux. Pour des domaines de taille intermédiaire, une première bifurcation peut avoir lieu conduisant à un domaine à moitié d'une couleur à moitié d'une autre. Cela est effectivement observable chez certains animaux. Pour des surfaces plus grandes encore, on passe à des motifs plus complexes, type rayé ou tacheté. Enfin en arrivant à de très grands domaines, l'état le plus observé est un état relativement uniforme et il s'avère dans la nature que la plupart des très grands mammifères ont des pelages uniformes. En gardant à l'idée la notion d'universalité des structures spatiales, la référence [19] souligne le fait que d'autres systèmes sont régis par le même type d'équation comme par exemple un récipient rempli de grains que l'on fait vibrer verticalement. :

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$

Des expériences ont été menées dans ce sens, en prenant des géométries de domaines semblables à celles considérées pour les simulations numériques de réaction-diffusion. Pour ce système, à la place d'augmenter la taille du système, on fait augmenter la fréquence de vibration car cela est équivalent d'un point de vue mathématique. Pour des domaines trop petits, les motifs ne peuvent pas se développer. Pour des fréquences plus grandes, on peut observer des motifs rouleaux puis en augmentant encore la fréquence une transition vers des motifs tachetés. Nous reviendrons dans un paragraphe à suivre sur les structures observées à la surface d'une couche mince de grains mis en vibration.

En observant la flore : l'exemple des milieux arides et semi-arides

En dehors de la faune, en observant la nature, dans les reliefs et les végétaux, on constate également la récurrence de certaines formes. La référence [23] présente un exemple sur la végétation en milieu semi aride. Un modèle a été développé et reproduit la plupart des motifs observés dans ce type de milieu où existe un phénomène de compétition entre des domaines désertiques et des domaines où il y a de la végétation. Il en résulte des motifs parcellés. Deux variables sont introduites dans ce modèle, la densité de biomasse d'une part et la densité d'eau dans le sol d'autre part, et dans les deux équations couplées, les différents termes tiennent compte de tous les phénomènes d'interaction entre les végétaux et les ressources en eau. Les motifs résultant pour une surface plane, en suivant la direction

du gradient de précipitations, peuvent être soit des amas de végétaux sur un sol nu (état localisé), soit des motifs ressemblant à des labyrinthes ou bien encore des trous (défaut de végétation) sur un fond continu (Fig.1.6c). Dans ce type de système, dans des conditions où coexistent une solution périodique et une solution homogène, il peut y avoir des états localisés.

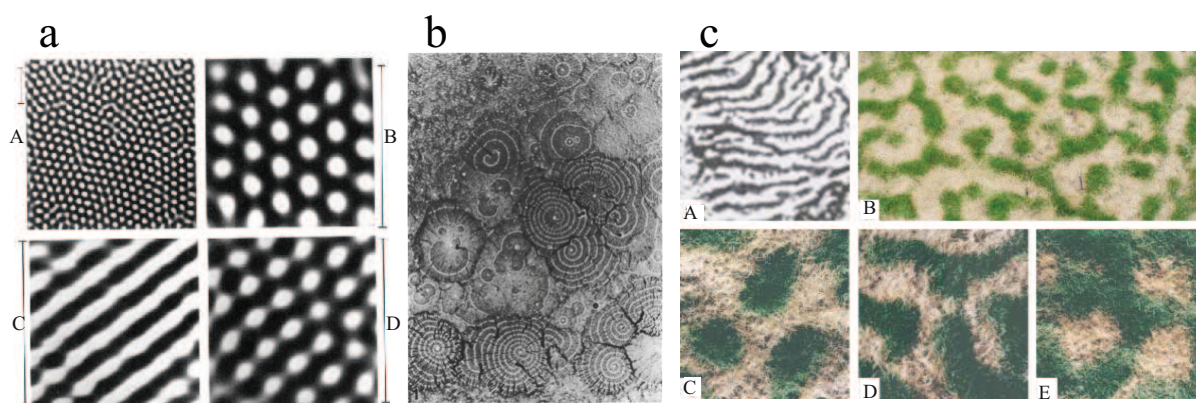


FIGURE 1.6 – a) A et B hexagones, C rouleaux et D mélanges des deux. Les teintes claire et foncée correspondent aux teintes jaune et bleue d'un indicateur coloré indiquant la présence d'ions I_3^- (extrait et modifié à partir de [18]), b) motifs en forme de cibles et de spirales observés chez *dictyostelium discoideum* (extrait de [20] et c) motifs observés de végétation dans des milieux semi-arides (extrait et modifié à partir de [23]).

1.4.4 Dans les milieux granulaires

Il est possible d'observer des structures spatiales à la surface d'une couche mince de grains en la mettant en vibration. Avec une seule fréquence de vibration, des motifs en forme de rouleaux et de réseau carré peuvent se former [24] (Fig.1.7a). Si une seconde fréquence de vibration est ajoutée, il est possible d'obtenir des motifs hexagonaux. Dans ce même type de système, il peut aussi se former des structures localisées, appelées "oscillons" dans ce contexte [25]. Ces structures oscillent entre un état sous forme de petit pic et un état sous forme de creux ou de cratère.

Dans certaines conditions, ces deux types de structures de phase opposée peuvent même s'associer pour former un dipôle. Un paramètre de contrôle pertinent pour passer d'une organisation spatiale à une autre est la fréquence de vibration. Un point intéressant à noter est que pour certains régimes de paramètres, on peut passer d'un régime où le système est complètement structuré et spatialement étendu à un régime où ce réseau devient décomposable en structures localisées individuelles, rendant possible le fait d'avoir des agrégats de taille variable.

1.4.5 Dans les fluides newtoniens

Des motifs étendus et des états localisés peuvent aussi exister à la surface de fluides newtoniens animés d'un mouvement vertical [26] [27]. En jouant sur la fréquence d'oscillations et sur la hauteur de fluide, différents types de motifs peuvent être obtenus, comme des motifs hexagonaux ou alors des états localisés constitués de 3 cellules du motif (Fig.1.7b). Des quasi cristaux peuvent aussi être observés [8]. Pour les oscillons dans des couches minces de fluides newtoniens mis en vibration avec deux fréquences [27], c'est le rapport entre les deux fréquences d'excitation qui détermine le type de structures qui peuvent être stabilisées.

1.4.6 Dans les suspensions colloïdales

Les suspensions colloïdales sont un cas intermédiaire entre les fluides et les grains, puisqu'elles sont constituées de particules d'argile mises en solution. Des motifs périodiques et des oscillons y ont également été observés [28]. La différence essentielle avec les oscillons dans les granulaires est la longueur d'interaction qui est plus grande dans les suspensions colloïdales. Comme dans les sables, les oscillons peuvent apparaître seuls, en doublets de structures de phase opposée ou alors en triplets en phase (Fig.1.7c). En jouant sur les fréquences d'excitation, différents types de structures peuvent être obtenus.

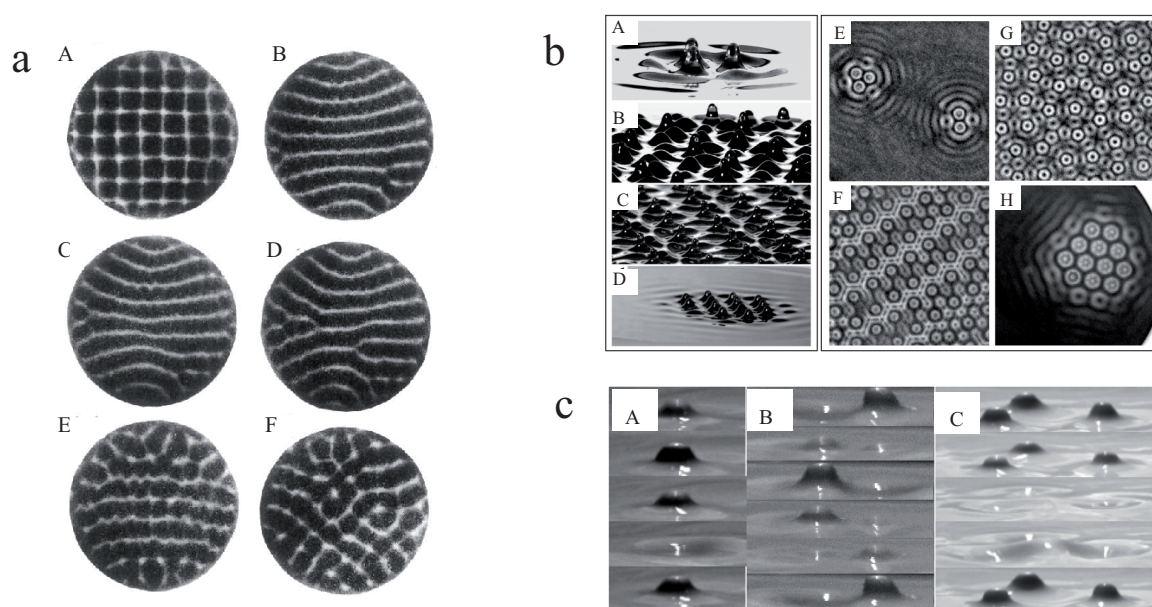


FIGURE 1.7 – a) motifs observés dans des couches de grains mis en vibration (extrait et modifié à partir de [24], b) oscillons à la surface d'un fluide newtonien mis en vibration (extrait et modifié à partir de [27]) et c) oscillons à la surface d'une suspension colloïdale mise en vibration (extrait et modifié à partir de [28])

1.4.7 Dans les fluides magnétiques

Il est possible d'observer des structures spatiales à la surface d'un ferrofluide placé dans un champ magnétique. Ce type de fluide contient des particules magnétiques mises en solution. Placée au voisinage d'un aimant, la surface du fluide se déforme. Récemment, dans ce type de système, l'observation de structures localisées a été reportée en appliquant un champ magnétique stationnaire [29]. En effet, le système présente une transition sous-critique d'un état surface plane à un état motif hexagonal quand on fait varier le champ magnétique. Il faut cependant noter que le mécanisme qui sous-tend ici l'apparition de ces structures est différent car le système est conservatif tandis que les structures que nous avons évoquées jusqu'à présent sont dissipatives, puisque résultant d'un phénomène d'équilibre entre une dissipation importante et un gain d'énergie.

1.5 En optique non linéaire

Les expériences d'optique non linéaire ont connu un essor considérable à la fin du vingtième siècle, avec de nombreuses études sur les structures optiques. On peut classer ces structures en deux catégories : les structures longitudinales qui existent et se propagent dans le milieu optique non-linéaire, dans la direction de la lumière, et les structures transverses qui se développent dans le plan perpendiculaire à la propagation de la lumière. Parmi les structures longitudinales, les solitons ont un profil inchangé au cours de leur propagation en raison d'un équilibre entre les effets diffractifs et les effets focalisants du milieu optique [30]. Ils ont en particulier été très étudiés dans les cristaux liquides nématiques, avec mise en évidence de la possibilité de leur contrôle [31] [32].

Le mécanisme d'apparition des structures transverses optiques est quant à lui différent et lié au développement d'une instabilité, comme nous le verrons au paragraphe suivant. Depuis le début des années 1990, les possibles applications qu'elles semblent être enclin à produire ont motivé les développements les concernant. C'est aussi l'avantage conféré par leur nature optique comparées à celles générées dans d'autres systèmes, qui peut justifier cet intérêt. Par exemple, en optique, il est assez facile de faire varier la taille transverse des structures observées car il suffit pour cela de jouer sur la distance de propagation libre de la lumière. Pour faire changer la taille transverse du système, on peut utiliser une ouverture placée en champ proche. Ces effets sur un motif hexagonal ont été étudiés numériquement et analytiquement dans la référence [33]. A titre de comparaison, dans des expériences de fluide mis en vibration, si l'on veut changer la taille transverse du système et celles des structures, il faut généralement recommencer l'expérience avec un récipient de taille différente. De plus, l'optique de Fourier et les lentilles permettent d'avoir un accès simple au

champ lointain et donc aux modes spatiaux du système. Pour filtrer des modes transverses, il faut alors faire varier le rayon d'une ouverture placée dans le plan de Fourier [34].

Il existe différents systèmes optiques permettant de générer des structures spatiales. Nous nous limiterons ici à des systèmes passifs, c'est-à-dire des systèmes pour lesquels le phénomène de gain est absent. L'expérience de la valve à cristaux liquides dans laquelle nous avons réalisé les différentes études présentées dans ce manuscrit est un exemple de système passif. Le chapitre 2 lui sera entièrement consacré. En dehors de celle-ci, les deux autres exemples de systèmes que nous donnerons seront celui de vapeurs atomiques et celui des microcavités à semiconducteur. Avant de rentrer dans les détails des expériences menées, il est important de comprendre sur quel principe général ces expériences sont construites et notamment comment une instabilité modulationnelle peut conduire à une structuration spatiale du front d'onde de la lumière.

1.5.1 Formation de motifs en optique non linéaire

Schéma de principe

Au début des années 90, un schéma de principe a été proposé, pour induire une instabilité modulationnelle conduisant à une structuration spatiale de la lumière [35]. L'idée essentielle est d'exploiter le phénomène d'interaction de la lumière avec un matériau optique présentant une réponse non linéaire. A la traversée du milieu non linéaire, le champ électrique

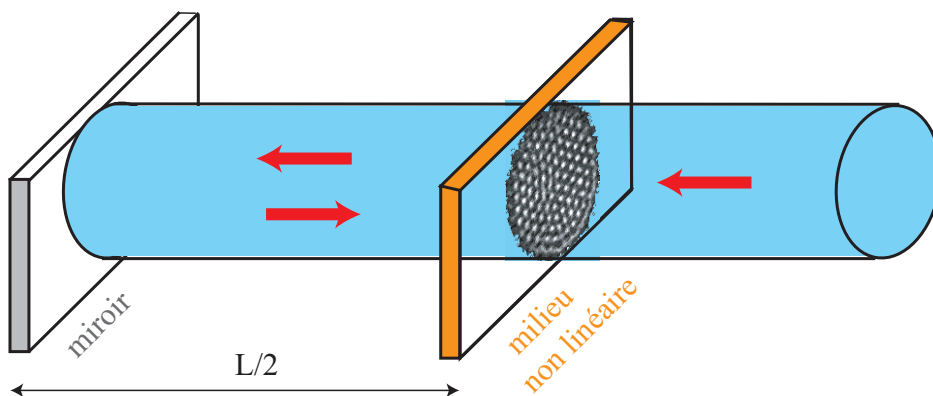


FIGURE 1.8 – Schéma de principe du montage comprenant un milieu optique mince non linéaire et un miroir de rétroaction, avec apparition d'une structuration spatiale du front d'onde de la lumière dans la direction transverse.

va acquérir une phase. Le faisceau se propage ensuite dans l'espace libre sur une distance $L/2$ jusqu'à un miroir qui le réfléchit et le renvoie dans le milieu, comme indiqué sur FIG.

1.8. Le type de non-linéarité fréquemment utilisée est la non-linéarité de type Kerr qui agit de telle façon que la variation d'indice de réfraction Δn au passage de la lumière, est proportionnelle à l'intensité lumineuse du faisceau lui-même. De manière équivalente, on peut dire que la phase ϕ acquise par la lumière est proportionnelle à son intensité. De cette façon, la non-linéarité permet la conversion d'une modulation d'intensité en modulation de phase. En se propageant dans l'espace sur la distance L , la lumière subit les effets de la diffraction, qui convertit une modulation de phase en modulation d'intensité. En retraversant le milieu, il y a de nouveau conversion de la modulation de phase en une modulation d'intensité par l'intermédiaire de la non-linéarité Kerr. Ce jeu successif de conversion de modulations de phase en modulations d'intensité donne lieu à une rétroaction qui conduit au développement d'une instabilité modulationnelle, quand l'intensité de la lumière passe au-dessus d'une valeur seuil.

Modélisation du système

Initialement, le modèle a été décrit dans la référence [36] en considérant un milieu dans lequel on suppose que l'effet Kerr est dû à une photoexcitation de densité n qui relaxe en un temps τ à zéro et dont la longueur de diffusion est l_D , mais d'autres systèmes n pourra représenter une variation d'indice de réfraction, comme dans les cristaux liquides par exemple. Le système peut être modélisé par deux équations couplées pour le champ incident F se propageant suivant la direction longitudinale z et le champ contra-propageant B , auxquelles il faut rajouter une équation décrivant la réponse du milieu :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} &= i\chi n F \\ \frac{\partial B}{\partial z} &= -i\chi n B \\ -l_D^2 \nabla_{\perp}^2 n + \tau \frac{\partial n}{\partial t} + n &= |F|^2 + |B|^2 \end{aligned}$$

avec χ qui caractérise l'effet Kerr (avec $\chi > 0$ pour un milieu focalisant, $\chi < 0$ pour un milieu défocalisant).

Instabilité modulationnelle et développement d'un état structuré

Dans la référence [36], une analyse de stabilité linéaire du système permet de conclure que l'état homogène est instable à partir d'une certaine intensité seuil, de calculer cette valeur et de déterminer les modes les plus instables. Pour avoir plus d'informations sur la symétrie des structures qui se développent au-delà du seuil d'instabilité, une analyse de stabilité faiblement non linéaire du modèle précédent est proposée, en réalisant un développement multi-échelles. Les résultats obtenus permettent de supposer que la distribution de n est

la somme de trois ondes planes dont les vecteurs d'onde sont orientés à $\frac{2\pi}{3}$ radians les uns des autres et dont les amplitudes sont réelles. Dans le cas bidimensionnel, on arrive à l'expression pour n :

$$n(x, y) = (Ae^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} + Be^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} + Ce^{i\vec{k}_3 \cdot \vec{r}} + c.c.)/2,$$

avec $c.c$ le complexe conjugué et :

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = \vec{0}$$

Les équations pour les amplitudes A , B et C des trois rouleaux, sont trois équations de Ginzburg-Landau complexes couplées de la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= \mu A + aB^*C^* - b(|B|^2 + |C|^2)A - c|A|^2A \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \mu B + aC^*A^* - b(|C|^2 + |A|^2)B - c|B|^2B \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= \mu C + aA^*B^* - b(|A|^2 + |B|^2)C - c|C|^2C \end{aligned}$$

où les coefficients peuvent être calculés à partir des équations pour un milieu Kerr avec rétroaction [37]. Ces trois équations sont des équations générales, traduisant le couplage entre trois ondes planes dont les vecteurs d'onde font entre eux un angle de 120 degrés, typique de motifs hexagonaux, comme ceux qui apparaissent dans la valve à cristaux liquides [38]. Les mêmes équations peuvent aussi décrire les motifs apparaissant dans la convection thermique [7]. Si la géométrie du système est unidimensionnelle, le type de motif qui se développe est un motif de type rouleaux. Par exemple, dans un système de cristaux liquides avec rétroaction optique, la référence [39] montre pour ce type de géométrie, comment en jouant sur la forme et l'intensité du faisceau gaussien optique envoyé dans le milieu, une instabilité secondaire peut être induite.

1.5.2 Bistabilité et structures localisées optiques

Les états localisés optiques, désignés généralement sous le nom de structures localisées ou solitons dissipatifs, peuvent être vus comme une restriction à un domaine limité de l'espace du motif hexagonal sous-jacent, dont le principe d'apparition par instabilité modulationnelle vient d'être décrit. L'état localisé le plus simple est celui d'une structure constituée par un seul pic d'intensité. La formation de structures localisées stables et d'agrégats formés par plusieurs de ces structures a été prédite numériquement dans un article pionnier de 1994 [40]. Le modèle considéré est celui de Swift-Hohenberg car il permet de simuler

des systèmes optiques près du seuil de naissance de la bistabilité. En effet, les structures localisées sont observables pour des régions de paramètres où il y a coexistence entre l'état motif stable naissant de l'instabilité modulationnelle et un état homogène stable.

Expérimentalement et numériquement, de nombreuses propriétés de ces structures ont déjà été mises en évidence et référencées du fait du grand intérêt qu'elles suscitent depuis le début des années 90. Une revue sur les solitons optiques dissipatifs dans différents systèmes est réalisée par la référence [30]. La propriété qui en fait des objets intéressants d'un point de vue des applications est la bistabilité qui permet de les allumer ou de les éteindre en appliquant localement une perturbation adaptée et donc de les traiter comme des pixels élémentaires optiques.

1.5.3 Expériences où se forment des structures spatiales optiques et applications

Un premier exemple d'expérience d'optique où des structures dissipatives transverses peuvent être observées est celui des expériences de vapeurs atomiques. Le dispositif expérimental comprend une cellule de vapeurs de sodium et un miroir [41], placée dans un champ magnétique externe B . La cellule contenant le gaz est éclairée par un faisceau laser polarisé circulairement. Le champ transmis voyage jusqu'au miroir qui le réfléchit puis renvoie le faisceau dans le milieu atomique. Dans ce type de système, la non-linéarité provient de la création d'une différence de population entre les sous-niveaux de l'état fondamental du sodium. Suivant l'intensité du faisceau, différents motifs périodiques peuvent apparaître, soit des hexagones positifs soit négatifs selon le cas, auto-focalisant ou auto-défocalisant. On peut passer d'une situation à l'autre en changeant la fréquence du laser par rapport à la résonance atomique. Des structures localisées et des états liés [42] ainsi que des régimes turbulents ou des motifs en forme de fleurs peuvent aussi être observés.

Un autre système d'optique non linéaire où des structures spatiales transverses peuvent se former, est le VCSEL comme *Vertical Cavity Surface Emitting Laser* en anglais. L'existence de structures localisées dans les cavités à semi-conducteur a été mise en évidence relativement récemment [43]. Dans ce contexte, les structures localisées sont appelées solitons de cavité. Le dispositif expérimental utilisé consiste en un laser à émission verticale émettant vers le bas, et agissant comme un amplificateur. En travaillant avec des courants tels que la région centrale soit en dessous du seuil, un faisceau porteur est alors injecté. Un gradient de désaccord par rapport à la résonance du laser est introduit. Dans les régions de fort désaccord, un motif est visible tandis que dans des régions de plus faible désaccord, des solitons de cavité apparaissent, ces deux régions étant séparées par une frontière nette. La propriété remarquable de ces structures, est la possibilité de les allumer indépendamment

les unes des autres en utilisant un faisceau porteur. Cela en fait des objets très intéressants pour élaborer des procédés d'information tout optiques. Une fois allumé, si le faisceau porteur est enlevé, le soliton reste allumé mais en changeant de π la phase du faisceau porteur et en le réinjectant sur le soliton, celui-ci peut être éteint. Il est donc possible de contrôler l'allumage et l'extinction de ces structures.

Des applications des structures localisées observées dans ces expériences peuvent être envisagées. Suivant le système optique et les temps de réponse mis en jeu, elles pourraient être utilisées comme bits optiques de stockage d'information, comme déjà mentionné à travers leur propriété de bistabilité. Il est cependant crucial, si on veut les utiliser un jour dans des applications liées à un ordinateur qui serait tout optique, de comprendre d'abord certains problèmes fondamentaux liés à leur dynamique. Ces questions peuvent être par exemple celle de leur stockage sur des profils d'intensité donnés, leur comportement en présence d'un gradient ou d'un effet de translation. Un autre aspect intéressant est la possibilité de générer de nouveaux types de faisceaux optiques, permettant de piéger de petits objets avec peut-être des applications en biologie ou à la mesure de forces à des échelles très petites, comme cela a déjà été présenté pour d'autres types de faisceaux [44]. En effet, les structures localisées peuvent être des candidats pour réaliser de nouveaux faisceaux optiques de forme contrôlable. Par exemple, dans l'expérience de la valve optique, la diffraction des structures localisées optiques montre des détails intéressants comme l'existence d'un plan de focalisation et un autre où le faisceau a une structure en anneau [45]. Dans un système de deux VCSEL en regard l'un de l'autre, avec l'un des deux agissant comme un absorbant saturable, il peut se former des solitons de cavité émettant un seul mode longitudinal de la cavité, pouvant alors être vus comme des microlasers [46].

Ce ne sont ici que deux exemples d'applications impliquant des structures localisées. Il subsiste à ce jour de nombreuses questions auxquelles il est important d'apporter des réponses pour avoir une bonne connaissance et un contrôle de ces objets.

Chapitre 2

Expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique

L'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique, conçue à la fin des années 1980 [47], est une expérience très riche. Elle permet non seulement d'aborder des problèmes fondamentaux mais aussi des problèmes plus techniques dont pourraient découler des applications. Une description détaillée en est faite par [48].

Sur certaines plages de paramètres, la valve optique à cristaux liquides peut être assimilée au schéma du milieu Kerr avec un miroir de rétroaction comme décrit au chapitre 1. La valve optique peut en effet se comporter comme un milieu mince non linéaire avec un film de cristaux liquides nématiques d'une dizaine de microns d'épaisseur, en présence d'une rétroaction établie par une boucle optique. Différents types de valves optiques existent à l'heure actuelle, fonctionnant soit en transmission soit en réflexion et jouant le rôle de modulateurs spatiaux de lumière. Dans notre cas, la valve optique est construite dans la configuration en réflexion.

Suivant les paramètres expérimentaux, différents types de structures spatiales transverses peuvent être observés dans l'expérience [48]. Ce sont essentiellement les différents effets que l'on peut introduire dans la boucle de rétroaction qui vont déterminer le type de structures, allant de cas très simples de fronts connectant des états homogènes du système, à des cas beaucoup plus complexes telle l'apparition de quasi-cristaux, ou bien encore des régimes de chaos spatio-temporels. Par exemple, des effets non locaux peuvent être rajoutés dans la rétroaction optique, en tournant ou translatant le faisceau de rétroaction par rapport à la situation où il s'image parfaitement sur lui-même transversalement.

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps, décrire les principales propriétés physiques des cristaux liquides qui entrent en jeu dans l'expérience. Nous expliquerons ensuite le principe de fonctionnement de la valve à cristaux liquides et comment elle s'insère dans le montage expérimental vu dans sa globalité. Nous introduirons le modèle phénoménolo-

gique décrivant l'évolution de l'angle de basculement des molécules de cristaux liquides, en présence d'une tension et d'une rétroaction optique. Enfin, nous montrerons comment l'analyse de stabilité linéaire permet de prédire l'apparition de structures spatiales transverses sur le front d'onde de la lumière.

2.1 Principales propriétés physiques des cristaux liquides

2.1.1 Généralités

L'état cristal liquide est un état intermédiaire de la matière, qui existe en général entre l'état cristallin et l'état liquide isotrope pour une certaine plage de valeurs d'un paramètre de contrôle, le plus souvent la température, avec des transitions de phases pour passer d'un état à l'autre [49]. L'état cristal liquide a été découvert seulement à la fin du 19^{ème} siècle dans le contexte de la biologie et de la cristallographie, et possède la particularité de présenter, non pas un ordre de position comme l'état cristallin mais un ordre d'orientation, comme présenté sur Fig.2.1. Il existe différents types de phases cristal liquide : les phases

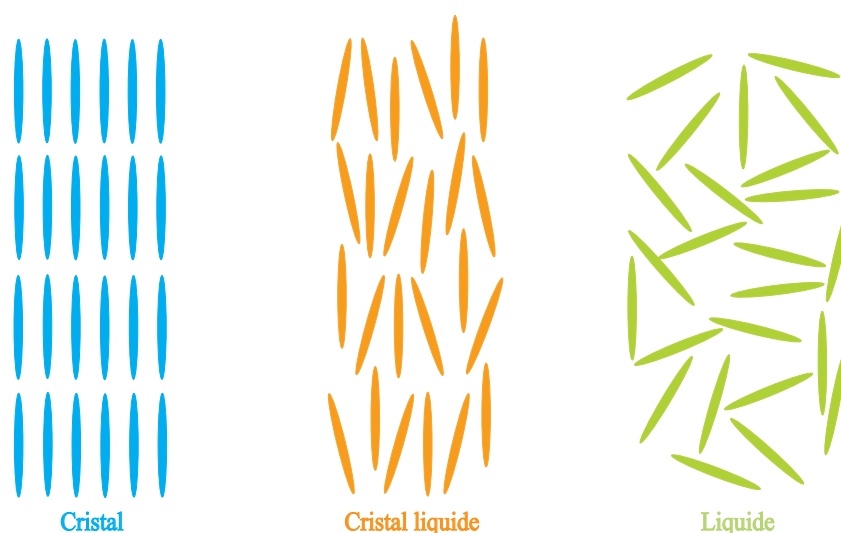


FIGURE 2.1 – De gauche à droite : schémas représentant la phase cristalline, la phase cristal liquide et la phase liquide isotrope

nématiques, les phases cholestériques qui correspondent à un cas particulier d'une phase nématique avec chiralité, et les phases smectiques, organisées en couches. Dans la suite, nous ne considérerons que la phase nématique quand nous ferons référence aux cristaux liquides. Pour ce type de phase, la seule symétrie brisée est celle d'orientation, le paramètre d'ordre étant quadrupolaire. La terminologie nématique vient des lignes de défauts

en forme de fil ou désinclinaisons observées en lumière polarisée et associées à des singularités d'orientation de l'axe optique. Le moment quadropolaire peut être uniaxe ou biaxe. Les molécules de cristaux liquides sont des molécules organiques, très allongées dans une direction, qui peuvent être schématisées sous forme de bâtonnets. Concernant leurs dimensions, elles sont de l'ordre de 3 *nm* dans la direction allongée contre 0.5 *nm* dans la direction perpendiculaire, ce qui leur confère une importante anisotropie, que l'on retrouve en particulier dans leurs propriétés optiques.

2.1.2 L'énergie libre

Une des propriétés essentielles des cristaux liquides est leur capacité à s'orienter dans une direction donnée sous l'action de différents couples. Nous allons voir qu'on peut leur associer une énergie libre qui comprend plusieurs composantes. En l'absence de contraintes extérieures, les molécules tendent à s'orienter parallèlement les unes aux autres et dans une direction fixe, correspondant à une minimisation de l'énergie du système. Cette direction moyenne peut être définie par un vecteur appelé directeur nématique et généralement noté \vec{n} . En pratique, l'échantillon de cristaux liquides est toujours soumis à des contraintes par l'ancrage des molécules imposant des conditions aux limites ou d'autres effets tels que l'application d'un champ électrique ou magnétique. Les molécules tendent alors à s'orienter dans la direction moyenne du champ électrique appliqué.

Il est possible de calculer l'accroissement d'énergie libre \mathcal{F} dû à la distorsion en volume du champ des directeurs :

$$\mathcal{F} = \int f dv$$

avec f l'énergie libre par unité de volume, qui tient compte des différentes contraintes extérieures. Dans le cas d'un ancrage planaire, le film de cristal liquide est confiné entre deux plaques et les molécules sont alors parallèles aux parois. En présence d'un champ électrique appliqué dans la direction perpendiculaire aux parois, deux couples entrent en compétition pour orienter les molécules : le couple élastique d'une part et le couple électrique d'autre part. L'énergie libre par unité de volume f peut alors s'écrire sous la somme de deux termes :

$$f = f_{\text{élastique}} + f_{\text{électrique}}$$

Avant de détailler plus les expressions des deux contributions, nous allons donner de plus amples détails sur les propriétés élastiques et diélectriques des cristaux liquides.

Propriétés élastiques

Une expérience simple permet de montrer qu'un film de cristal liquide peut transmettre un couple en raison de ses propriétés élastiques : c'est l'expérience de Grupp où une couche de nématique est placée entre deux disques, un fixe et l'autre mobile relié à une fibre de quartz fixée sur un autre disque dont on peut mesurer la rotation [49]. Cette expérience permet d'évaluer la constante de torsion d'un nématique. En dehors de la torsion, il existe deux autres types de déformation : en éventail ou en flexion. Les trois types de déformation sont illustrés par Fig.2.2. La contribution élastique à l'énergie libre est appelée énergie libre de Frank-Oseen et elle prend en compte les trois déformations élastiques, soit :

$$f_{\text{élastique}} = \frac{1}{2}K_1(\vec{\nabla} \cdot \vec{n})^2 + \frac{1}{2}K_2(\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \wedge \vec{n})^2 + \frac{1}{2}K_3(\vec{n} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{n})^2$$

avec K_1 , K_2 et K_3 les constantes élastiques associées respectivement aux déformations en éventail, en torsion et en flexion.

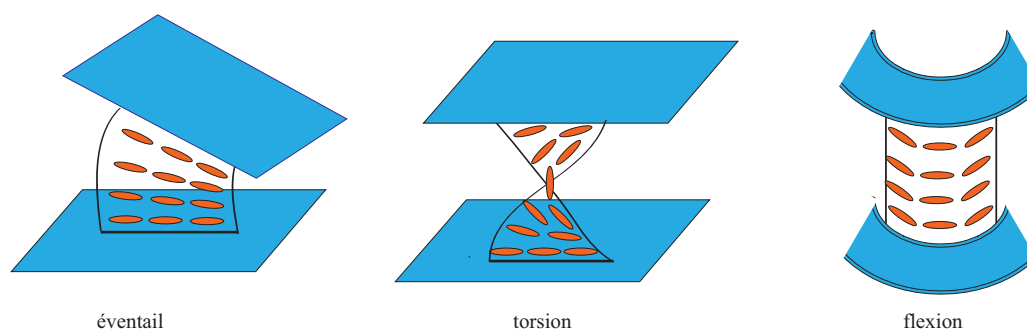


FIGURE 2.2 – Schémas illustrant les trois types de déformations élastiques rencontrées dans les cristaux liquides.

Propriétés diélectriques

Une autre propriété importante des cristaux liquides, couramment utilisée dans les dispositifs d'affichage à partir desquels ils sont fabriqués, est la capacité des molécules à s'orienter dans la direction moyenne d'un champ électrique. En considérant la répartition des charges électriques, on constate que la phase nématique peut être polarisée sous l'effet d'une distorsion mais en pratique la façon la plus classique de la polariser est d'appliquer une différence de potentiel. Cela peut être réalisé en plaçant le film nématique entre les électrodes d'un condensateur. Si on appelle \vec{E} le champ électrique à l'intérieur du condensateur, celui-ci va agir sur le milieu en orientant les dipôles permanents dans sa propre direction et induire une polarisation des molécules \vec{P} proportionnelle à \vec{E} comme $\vec{P} = \kappa\epsilon_0\vec{E}$ avec κ la susceptibilité

diélectrique du milieu. La contribution électrique à l'énergie libre a pour expression :

$$f_{\text{électrique}} = -\frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_a (\vec{E}\cdot\vec{n})^2,$$

où $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$ représente l'anisotropie diélectrique des cristaux liquides, ϵ_{\parallel} (respectivement ϵ_{\perp}) étant la constante diélectrique dans la direction parallèle au directeur \vec{n} (respectivement perpendiculaire).

2.1.3 Propriétés optiques et biréfringence

L'importante anisotropie de forme des cristaux liquides en fait un milieu fortement biréfringent. Cette propriété peut être mise en évidence par l'expérience du bi-prisme nématique. Cette expérience consiste à envoyer un faisceau de lumière dépolarisée dans une cuve en forme de coin rempli d'un cristal liquide nématique dans un ancrage parallèle à l'arête du prisme (Fig. 2.3a). On récupère à la sortie, deux faisceaux réfractés et polarisés linéairement, l'un dans la direction perpendiculaire au plan de réfraction, l'autre dans la direction parallèle à ce plan. Si on note A l'angle du prisme, on trouve pour les angles de déviation des faisceaux δ_o et δ_e des valeurs différentes et inférieures à A . A partir des données expérimentales, on peut déterminer les deux indices de réfraction du nématique, avec la formule :

$$n_{e,o} = \frac{\sin \frac{A+\delta_{o,e}}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

où n_o est l'indice ordinaire et n_e l'indice extraordinaire. Cette expérience illustre la biréfringence des cristaux liquides nématiques et uniaxes. Cette propriété fait qu'un faisceau qui traverse les cristaux liquides ne rencontrera pas le même indice si sa polarisation est dans la direction des molécules \vec{n} (indice extraordinaire n_e) ou dans la direction perpendiculaire (indice ordinaire n_o). En général, s'il y a un angle γ entre la direction de la polarisation et le directeur \vec{n} des molécules (Fig.2.3b), la lumière verra un indice de réfraction qui dépend de γ comme :

$$n(\gamma) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \gamma + n_e^2 \sin^2 \gamma}},$$

avec dans le cas où $\gamma = 0$, $n = n_e$ et dans le cas où $\gamma = 90^\circ$, $n = n_o$. La biréfringence induit donc une différence de phase entre la composante de la lumière polarisée parallèlement au directeur \vec{n} et celle polarisée perpendiculairement.

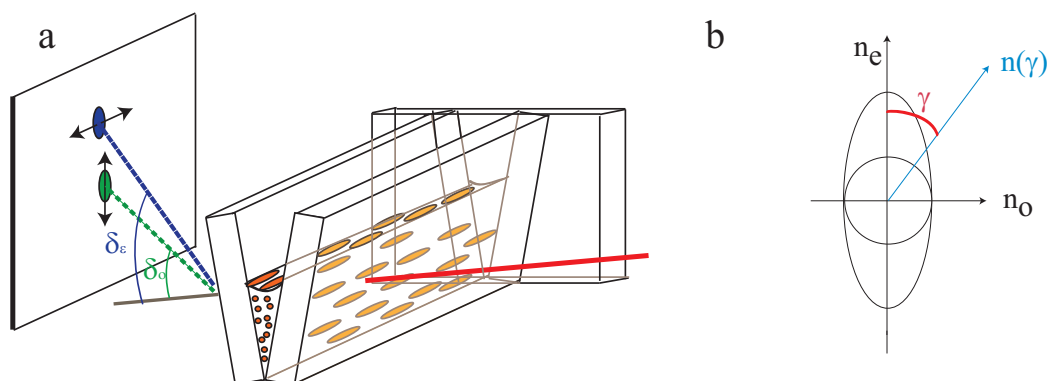


FIGURE 2.3 – a) Schéma de l'expérience du bi-prisme nématique, avec δ_o et δ_e les angles de déviation des faisceaux ordinaire et extraordinaire ; b) ellipsoïde des indices avec n_o l'indice ordinaire, n_e l'indice extraordinaire.

2.2 La valve à cristaux liquides

La valve optique à cristaux liquides est un dispositif qui associe des cristaux liquides nématiques avec un matériau photoconducteur. Un schéma en est donné par Fig.2.4a et le circuit électrique qui lui est équivalent est présenté à la Fig.2.4b. La valve optique est constituée par un film de cristaux liquides nématiques, d'épaisseur $d=15 \mu m$, interposé entre une lame de verre transparent et une lame photoconductrice en Arsenure de Gallium (GaAs) sur laquelle est déposé un miroir diélectrique. La paroi externe du photoconducteur et celle interne de la lame de verre sont recouvertes d'une couche d'oxyde conducteur transparent (ITO comme Indium Tin Oxide en anglais). Une différence de potentiel peut être ainsi imposée aux bornes de la valve à cristaux liquides, qui est insérée dans une boucle de rétroaction optique.

Le rôle de la tension

La tension V_0 appliquée est alternative de fréquence de l'ordre de quelques kHz (contre $10-100 Hz$ pour la fréquence de réponse des cristaux liquides). L'utilisation d'une tension alternative vise à éviter une accumulation de charges et le développement d'instabilités électroconvectives qui peuvent se développer dans les cristaux liquides [49]. Un traitement spécial des parois internes permet d'imposer un ancrage planaire des cristaux liquides (directeur \vec{n} parallèle aux parois). La tension V_0 induit un champ électrique dans la direction duquel les molécules tendent à s'aligner, en faisant un angle moyen noté θ avec la verticale, comme défini sur Fig.2.5a. L'évolution de l'orientation moyenne θ des molécules en fonction de la tension V_0 est donnée par Fig. 2.5b, dans le cas où la valve optique n'est pas éclairée.

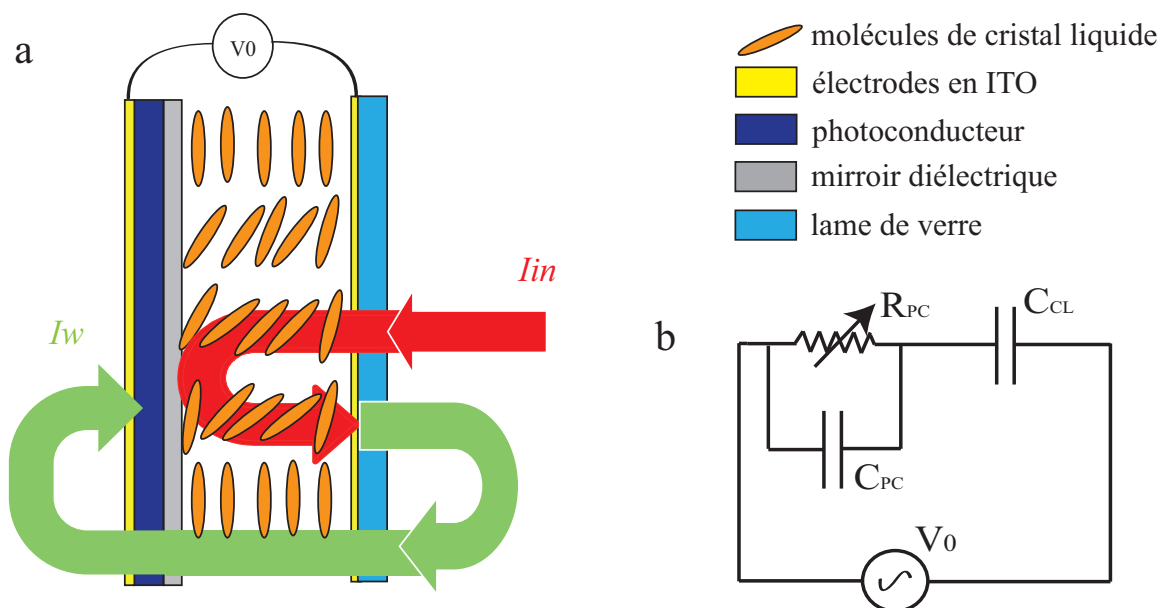


FIGURE 2.4 – a) schéma de la valve à cristaux avec la rétroaction optique; I_{in} représente l'intensité incidente arrivant sur la valve et I_w l'intensité d'écriture sur le photoconductor. Les molécules de cristaux liquides sont représentées par des ellipses oranges; b) schéma électrique équivalent à la valve optique avec respectivement C_{PC} et R_{PC} la capacitance et la résistance du photoconductor, Z_{CL} l'impédance des cristaux liquides et V_0 la tension appliquée.

La courbe théorique montre que la réorientation des molécules se produit à partir d'une

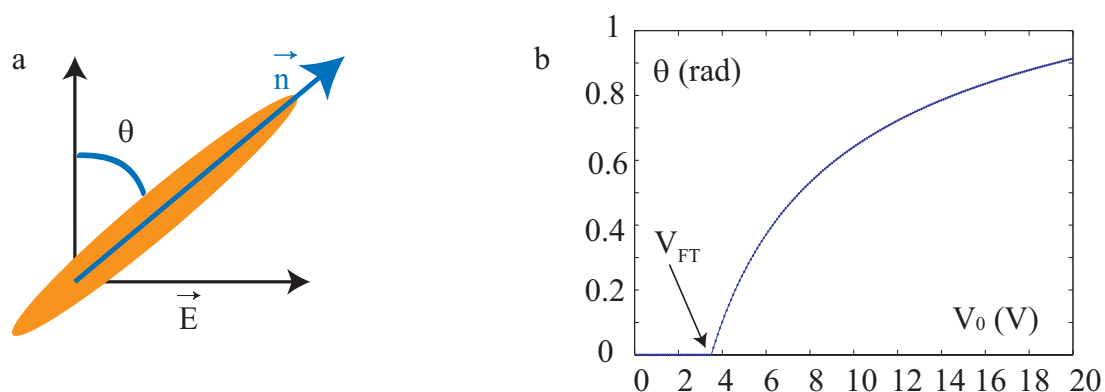


FIGURE 2.5 – a) définition de l'angle de basculement θ que fait le directeur \vec{n} des molécules avec la direction verticale, en présence d'un champ électrique \vec{E} polarisé horizontalement et b) évolution de l'angle θ en fonction de la tension V_0 appliquée aux cristaux liquides; V_{FT} est la tension de Fréederickz, tension seuil à partir de laquelle a lieu la réorientation des molécules.

certaine valeur seuil appelée tension de Fréederickz, notée V_{FT} .

En l'absence de lumière, la tension effective aux bornes de la valve dépend de la tension appliquée V_0 comme :

$$V_{CL} = \Gamma V_0, \quad (2.1)$$

avec Γ la fonction de transfert du circuit électrique équivalent, donnée par l'expression :

$$\Gamma = \frac{1}{1 + \frac{Z_{PC}}{Z_{CL}}}, \quad (2.2)$$

où Z_{PC} est l'impédance du photoconducteur et Z_{CL} celle des cristaux liquides (Fig. 2.4b).

La rétroaction optique : couplage entre non linéarité et diffraction

La situation est différente quand les cristaux liquides sont traversés par un faisceau de lumière, la non-linéarité du milieu assurant la conversion de modulation d'intensité en modulation de phase. A l'intérieur de la valve optique, la lumière est réfléchiée par le miroir diélectrique. Elle voyage alors dans la boucle de rétroaction où elle subit les effets de la diffraction, convertissant modulations de phase en modulations d'intensité, pour arriver ensuite sur le photoconducteur. Celui-ci agit comme une impédance variable en fonction de l'intensité lumineuse I_w qu'il reçoit. Sur Fig.2.6 est présenté le déphasage ϕ de la lumière en fonction de l'intensité I_w , à tension V_0 fixée à 12.8 V. Sur la première partie de la courbe, la phase ϕ est proportionnelle à l'intensité I_w , comme attendu pour un milieu équivalent à un milieu Kerr. Dans la seconde partie de la courbe, il y a saturation de la réponse, correspondant au cas $\theta = \pi/2$, pour lequel toutes les molécules sont alignées dans la direction du champ électrique.

Comparé au cas sans illumination donné par la formule 2.1, la tension effective V_{CL} aux bornes des cristaux liquides, se calcule en fonction de Γ , V_0 et l'intensité I_w comme :

$$V_{CL} = \Gamma V_0 + \alpha I_w, \quad (2.3)$$

avec $\alpha > 0$, le coefficient de réponse du photoconducteur dans l'approximation linéaire. La rétroaction optique rajoute donc un terme à la tension, proportionnel à I_w . Au regard de la formule 2.2 de la fonction de transfert et de la formule 2.3 pour la tension, on comprend qu'un changement d'impédance du photoconducteur, va changer la tension effective aux bornes de la valve optique. Si la tension effective change, une nouvelle orientation moyenne des molécules va être induite. La lumière verra d'autres indices de réfraction ce qui va modifier sa phase, le mécanisme se répétant à chaque tour dans la boucle de rétroaction. Un couplage entre l'orientation des molécules de cristaux liquides et l'intensité lumineuse est donc réalisé par l'intermédiaire de la rétroaction optique .

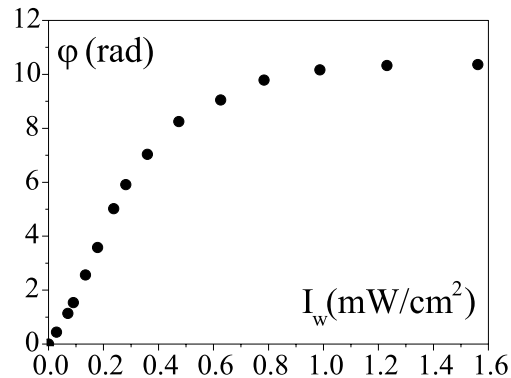


FIGURE 2.6 – Déphasage ϕ de la lumière en fonction de l'intensité d'écriture I_w sur le photoconducteur, pour $V_0 = 12.8 V$.

2.3 Dispositif expérimental complet

La valve à cristaux liquides est insérée dans une boucle de rétroaction optique qui sera décrite plus en détail par la suite. Avant d'arriver jusqu'à la valve, le faisceau laser est préparé en passant par différents éléments optiques. Pour plus de clarté, les parties du montage servant à la préparation du faisceau et celle incluant la boucle de rétroaction seront présentées séparément.

Préparation du faisceau

Avant d'être envoyé dans la valve, le faisceau lumineux, issu d'un laser Helium-Néon, de longueur d'onde 632.8 nm , est élargi à l'aide d'un objectif de microscope et collimaté par la lentille L_1 de focale $f = 25 \text{ cm}$ (Fig.2.7). L'intensité incidente I_{in} peut être ajustée en jouant sur la polarisation à l'aide d'une lame $\frac{\lambda}{2}$. De plus, un profil d'intensité donné peut être imposé, en utilisant un modulateur spatial de lumière (SLM pour Spatial Light Modulator en anglais), placé dans le plan confocal aux deux lentilles identiques L_1 et L_2 . De cette façon, le plan dans lequel se trouve l'écran du SLM est un plan conjugué à celui du photoconducteur. On peut ainsi forcer spatialement le profil d'intensité sur le photoconducteur et inscrire un profil d'indice dans les cristaux liquides.

Configurations de la boucle de rétroaction

La boucle de rétroaction est représentée en vert sur Fig.2.8. Elle comporte un cube polariseur noté CP et deux lentilles L_3 et L_4 de focale $f = 25 \text{ cm}$, identiques aux lentilles L_1 et L_2 . CP sélectionne une polarisation de la lumière incidente I_{in} verticale, la direction initiale du directeur nématique \vec{n} est à 45° . La boucle de rétroaction est fermée par un fais-

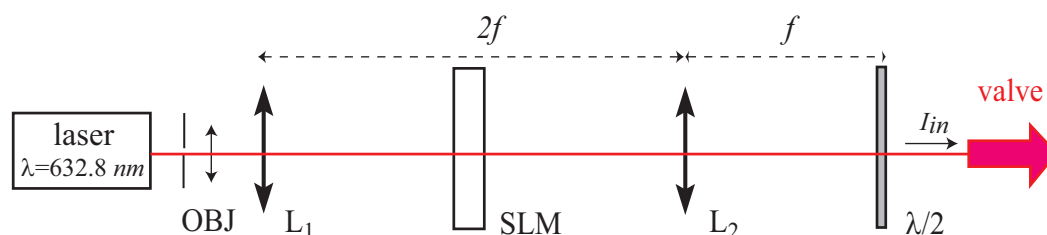


FIGURE 2.7 – Partie du dispositif servant à préparer le faisceau optique avant de l’envoyer dans la valve à cristaux liquides insérée dans la boucle de rétroaction optique. *OBJ* est un objectif de microscope, *SLM* un modulateur spatial de lumière, *L₁* et *L₂* deux lentilles de même focale $f = 25\text{ cm}$ et $\frac{\lambda}{2}$ une lame demi-onde. I_{in} représente l’intensité incidente sur la valve optique.

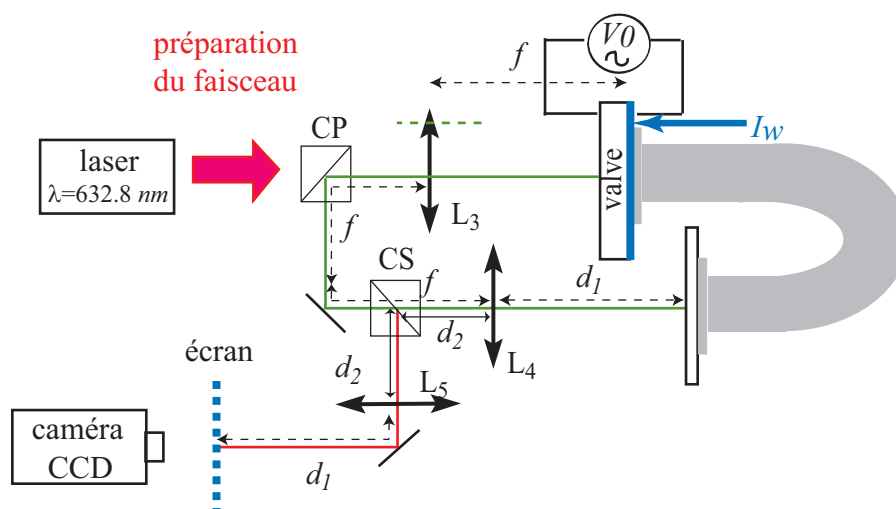


FIGURE 2.8 – Dispositif de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique. Les différents éléments optiques sont les suivants : *CP* est un cube polariseur, *L₃*, *L₄*, *L₅* sont des lentilles de même focale $f = 25\text{ cm}$. V_0 est la tension appliquée aux bornes de la valve et I_w l’intensité d’écriture sur le photoconductor.

ceau de fibres optiques de résolution $10\ \mu\text{m}$, représenté en gris sur Fig.2.8. Ce faisceau de fibres permet d’amener le faisceau optique sans aucune distorsion sur le photoconductor. La lumière passe donc par *CP*, puis *L₃*, elle traverse la valve où elle est réfléchiée et voyage dans la boucle de rétroaction, en passant par *L₃*, *CP*, *L₄* puis par le faisceau de fibres, pour enfin arriver sur le photoconductor.

Le cube polariseur *CP* permet d’introduire des interférences de polarisation, responsables de la bistabilité entre différents états d’orientation des molécules de cristaux liquides. Fig.2.9a montre les effets de ce cube sur la polarisation incidente et celle dans la boucle de rétroaction. Fig.2.9b définit, dans la base (\vec{n}, \vec{n}_\perp) reliée à l’orientation des molécules de

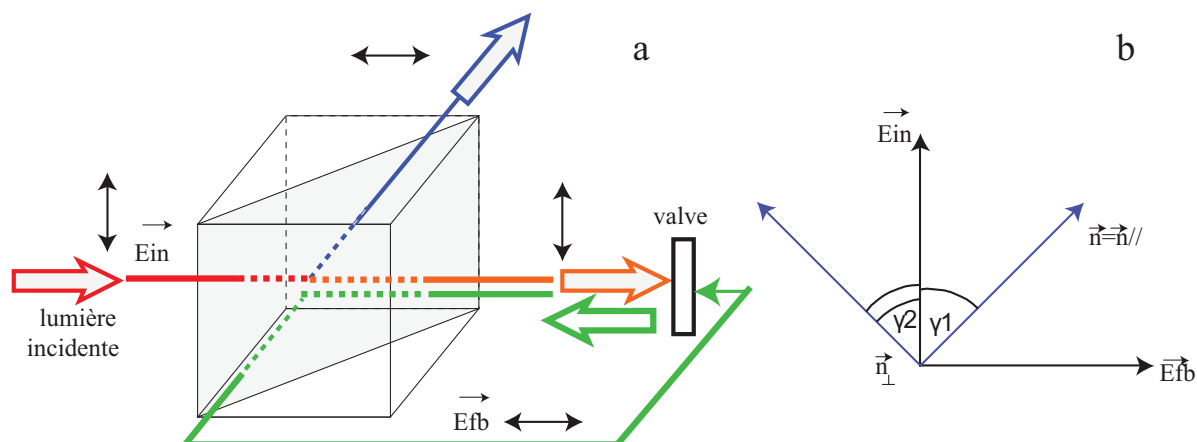


FIGURE 2.9 – a) schéma du cube polariseur inséré dans la boucle de rétroaction et b) polarisation du champ électrique dans la base (\vec{n}, \vec{n}_\perp), avec \vec{n} la direction du directeur nématique et \vec{n}_\perp , la direction qui lui est perpendiculaire, \vec{E}_{in} la polarisation du champ électrique incident et \vec{E}_{fb} la polarisation du champ électrique dans la boucle de rétroaction optique.

cristaux liquides, les deux polarisations \vec{E}_{in} pour le champ électrique incident et \vec{E}_{fb} pour le champ électrique dans la boucle de rétroaction.

Lorsque le plan du photoconducteur coïncide avec le plan focal de la lentille L_3 et lorsque les lentilles L_3 et L_4 sont distantes de $2f$, alors un plan équivalent à celui du photoconducteur est imagé à une distance f de L_4 . Si on déplace l'extrémité libre du faisceau de fibres d'une distance L , on peut introduire de la diffraction sur cette longueur L , appelée longueur de propagation libre. En général la distance L peut être positive ou négative et elle se calcule comme l'écart par rapport à la configuration auto-imageante pour laquelle la boucle de rétroaction a une longueur de $4f$. Lorsque L est négative et pour un régime de paramètres V_0 et I_{in} adéquat, des motifs hexagonaux avec une taille caractéristique proportionnelle $\sqrt{2\lambda|L|}$ peuvent être observés. Nous allons voir que leur existence peut être prédite par une analyse de stabilité linéaire. Des structures localisées peuvent aussi apparaître dans le cas où L est négative. Par contre, dans la configuration $4f$ sans diffraction, seuls des états homogènes et des fronts les connectant peuvent se développer dans le plan transverse.

Enfin, un autre aspect intéressant de l'expérience de la valve optique est la possibilité d'introduire des effets non locaux dans la boucle de rétroaction. Cela peut être réalisé en translatant latéralement le faisceau de fibres ou par rotation d'un certain angle. Les déplacements latéraux ou angulaires peuvent être mesurés par rapport à une position de référence, par lecture sur des repères gradués. Les effets non locaux couplent entre elles des régions spatiales différentes comme nous le verrons aux chapitres 5 et 6, avec des comportements dynamiques riches et parfois complexes.

Système d'acquisition

Dans le montage, un deuxième cube séparateur noté CS sur Fig.2.8, permet de dévier de la boucle de rétroaction une petite portion du faisceau en direction d'un écran et de l'utiliser pour faire des acquisitions. Une caméra CCD (Charged Coupled Device en anglais) permet de filmer la projection du faisceau sur l'écran et de faire des profils ou des films pour étudier la dynamique des structures. Il est aussi possible d'imager le faisceau directement sur la cellule de la caméra, sans utiliser d'écran. La lentille L_5 de même focale f que les autres lentilles, est placée sur le trajet du faisceau de telle façon que le cube CS soit équidistant de L_4 et de L_5 . Pour imaginer sur l'écran ou sur la cellule de la caméra selon les cas, un plan équivalent à celui du photoconducteur, il faut que le faisceau utilisé pour les mesures parcoure le même trajet optique que le faisceau à l'intérieur de la boucle de rétroaction. Ceci est réalisé pour $d_1 = d_2$ (Fig.2.8). La caméra est reliée à un écran de télévision et à un ordinateur servant aux acquisitions. Les images sont ensuite traitées avec le logiciel ImageJ.

2.4 Modèle théorique

Un modèle théorique a été développé pour décrire l'évolution de l'orientation des molécules de cristaux liquides, en présence d'une tension électrique aux bornes de la valve et d'une rétroaction optique [50]. L'orientation des molécules, notée θ , y est définie comme la valeur moyenne de l'angle de basculement des molécules par rapport à la verticale, calculée sur l'épaisseur de la couche nématique. Le modèle comprend deux équations couplées : la première équation pour l'orientation θ des molécules du cristal liquide, la seconde équation pour l'évolution du champ optique \vec{E}_{fb} dans la boucle de rétroaction. L'équation d'évolution pour θ est donnée par la formule 2.4 suivante :

$$\tau \frac{\partial \theta}{\partial t} = -(\theta - \theta_0) + l^2 \nabla_{\perp}^2 \theta, \quad (2.4)$$

avec $l = 40 \mu m$ la longueur de cohérence électrique et $\tau = 30 ms$ le temps de réponse des cristaux liquides. Le premier terme du membre de droite décrit l'effet de la force de rappel élastique s'exerçant sur les molécules. Le deuxième terme θ_0 est l'angle moyen d'orientation en présence d'un champ électrique. Le troisième terme est un terme de couplage diffusif dû aux forces de rappel élastique entre les molécules. Par ajustement avec les données expérimentales, une expression de la solution stationnaire homogène θ_0 dépendant à la fois de V_0 et I_w a été définie par la formule 2.5 :

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{V_{FT}}{\Gamma V_0 + \alpha I_w}} \right), \quad (2.5)$$

avec V_{FT} la tension de transition de Fréedericksz, V_0 la tension appliquée, Γ la fonction de transfert du circuit électrique équivalent à la valve optique et α le coefficient de réponse linéaire du photoconducteur. La solution stationnaire homogène θ_0 est représentée sur Fig.2.10 en fonction des deux paramètres de contrôle de l'expérience, l'intensité I_{in} et la tension V_0 . L'intensité I_w sur le photoconducteur est reliée à l'intensité incidente I_{in} par l'équation 2.6 qui sera établie au paragraphe suivant. On remarque l'existence de plusieurs branches stables, les points oranges indiquant pour chaque branche les points de naissance de la bistabilité. Si l'angle θ est petit, le déphasage de la lumière à la traversée de la cellule

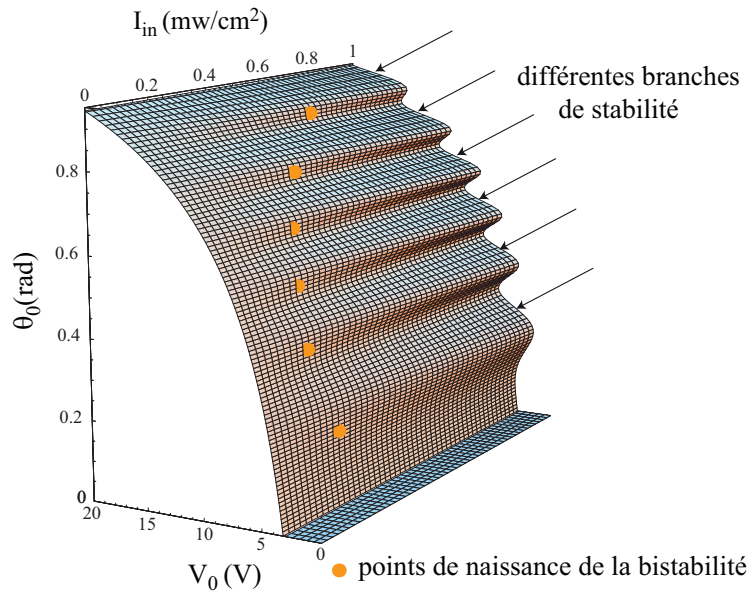


FIGURE 2.10 – Solution stationnaire homogène θ_0 en fonction de la tension V_0 et l'intensité I_{in} (figure extraite et modifiée à partir de la référence [50]).

peut s'écrire sous la forme $\phi = \beta \cos^2 \theta$ où $\beta = \frac{4\pi(n_e - n_o)d}{\lambda}$, avec $n_e - n_o$ la biréfringence du cristal liquide ($n_e = 1.7$, $n_o = 1.5$ l'indice extraordinaire, respectivement, ordinaire), d l'épaisseur de la couche de cristal liquide et λ la longueur d'onde de la lumière.

Calcul de l'intensité dans la boucle de rétroaction

Il a été décrit précédemment comment le cube polariseur de la boucle de rétroaction induit des interférences de polarisation. L'onde incidente sur la valve est polarisée verticalement comme illustré par Fig.2.9a. Dans la base $(\vec{n}_{\parallel}, \vec{n}_{\perp})$, le champ électrique avant traversée des cristaux liquides a pour composantes : $\vec{E} = (E_{in} \cos(\gamma_1), E_{in} \sin(\gamma_1))$, la première composante correspondant à l'onde extraordinaire et la seconde à l'onde ordinaire, γ_1 et γ_2 étant précisés par Fig.2.9b. A la traversée de la valve optique, chaque composante est déphasée respectivement à l'indice du milieu qu'elle rencontre. Chacune d'entre elles, après réflexion

par le miroir, repart dans la direction opposée et repasse par le cube polariseur, qui va à nouveau projeter chaque composante. Pour calculer le champ électrique E_s après passage par le cube polariseur, il faut additionner les deux ondes. En introduisant la phase $\phi = \frac{4\pi}{\lambda}d \cos^2 \theta (n_e - n_o)$, on obtient pour E_s :

$$E_s = E_{in} \left[\sin(\gamma_1) \sin(\gamma_2) + \cos(\gamma_1) \cos(\gamma_2) e^{-i\phi} \right].$$

Le cas où les angles de projection sont tels que $\gamma_1 = -\gamma_2 = 45^\circ$, l'effet d'interférence de polarisation est maximum et le champ électrique E_s à la sortie de la valve est alors donné par l'expression :

$$E_s(z = 0) = \frac{E_{in}}{2} (1 + e^{-i\phi}).$$

L'intensité I_w dans le cas sans diffraction ($L = 0$) se calcule alors comme :

$$\begin{aligned} I_w &= |E_s(z = 0)|^2 \\ &= \frac{I_{in}}{4} |1 + e^{-i\phi}|^2. \end{aligned}$$

La propagation libre

Lorsque la longueur de propagation libre de la lumière L n'est pas nulle, il faut tenir compte de la diffraction. Après passage par le cube polariseur, le champ électrique $E(z) = E_s e^{-i(kz - \omega t)} + c.c.$ subit les effets de la diffraction dans la boucle de rétroaction. Son évolution spatio-temporelle est décrite par l'équation d'onde soit :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = 0,$$

avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le vecteur d'onde suivant z . Dans l'approximation des enveloppes lentement variables ($\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \ll \omega \frac{\partial E}{\partial t}$ et $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial E}{\partial z}$), on arrive à l'équation :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i \frac{\nabla_{\perp}^2 E}{2k}.$$

L'intégration sur une longueur de propagation $-L$ donne le champ de rétroaction E_{fb} :

$$E_{fb} = e^{\frac{iL \nabla_{\perp}^2}{2k}} E_s.$$

Et donc pour $I_w = |E_{fb}|^2$ sur le photoconducteur :

$$I_w = \frac{I_{in}}{4} \left| e^{\frac{iL \nabla_{\perp}^2}{2k}} (1 + e^{-i\phi}) \right|^2.$$

Analyse de stabilité linéaire

L'analyse de stabilité linéaire du modèle de la valve optique décrit par les deux équations couplées 2.4 et 2.5 permet de rendre compte si une taille spatiale caractéristique va émerger à partir d'un état homogène du système. Cette analyse a été réalisée dans [51] pour l'orientation moyenne θ . L'expression linéarisée du modèle 2.4 et 2.5, pour de faibles valeurs d'intensité est la suivante :

$$\tau \partial_t \theta = -(\theta - \theta_0) + l^2 \nabla_{\perp}^2 \theta + \tilde{\alpha} I_w,$$

avec $\tilde{\alpha} = \alpha \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{V_{FT}}{\Gamma^3 V_0^3}}$. Dans la limite de réponse linéaire de la valve optique, c'est-à-dire, lorsque θ varie linéairement avec l'intensité, le modèle devient celui d'un milieu Kerr, avec des variations de phase proportionnelles à l'intensité. Ce type de réponse est très générale en optique. Dans cette approximation, le modèle permet donc de décrire des comportements communs à de nombreux systèmes autres que la valve optique. Le passage de l'équation en θ à celle en ϕ est précisé dans la référence [52] et l'équation pour ϕ obtenue s'écrit finalement :

$$\tau \partial_t \phi = -(\phi - \phi_0) + l^2 \nabla_{\perp}^2 \phi + \alpha_{Kerr} I_w,$$

avec $\phi_0 \approx \beta \cos \theta_0^2$ et $\alpha_{Kerr} \approx -\tilde{\alpha} \beta$.

En premier lieu, la solution stationnaire homogène notée $\bar{\phi}$ peut être calculée en annulant dépendances spatiales et temporelles :

$$0 = \phi_0 - \bar{\phi} + \alpha_{Kerr} \bar{I}_w,$$

avec

$$\bar{I}_w = \frac{I_{in}}{2} [1 + \cos(\bar{\phi})].$$

Soit finalement :

$$\phi_0 = \bar{\phi} - \frac{\alpha_{Kerr} I_{in}}{2} [1 + \cos(\bar{\phi})],$$

avec

$$\phi = \bar{\phi} + \phi_1,$$

où ϕ_1 est une petite perturbation, que l'on suppose être de la forme :

$$\phi_1 = \epsilon e^{iqx} + \epsilon^* e^{-iqx}$$

avec ϵ petit. L'équation pour la perturbation ϕ_1 s'écrit :

$$\tau \partial_t \phi_1 = -(\bar{\phi} + \phi_1 - \phi_0) + l^2 \nabla_{\perp}^2 \phi_1 + \alpha_{Kerr} \tilde{I}_w,$$

avec

$$\tilde{I}_w \approx \frac{I_{in}}{4} |e^{\frac{iL\nabla_{\perp}^2}{2k_0}} (e^{i\bar{\phi}} + 1 - i\phi_1)|^2.$$

En remplaçant ϕ_1 par son expression, on obtient pour \tilde{I}_w :

$$\tilde{I}_w = \frac{I_{in}}{4} |e^{-i\bar{\phi}} + 1 - i e^{\frac{-iq^2L}{2k_0}} [\epsilon e^{iqx} + \epsilon^* e^{-iqx}]|^2.$$

Après développement des exponentielles, regroupement des parties réelles et imaginaires, et calcul du module carré, l'intensité \tilde{I}_w a pour expression, au premier ordre en ϵ :

$$\tilde{I}_w = \frac{I_{in}}{2} \left(1 + \cos \bar{\phi} - \left[\sin \left(\frac{q^2L}{2k_0} \right) + \sin \left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0} \right) \right] [\epsilon e^{iqx} + \epsilon^* e^{-iqx}] \right).$$

En introduisant l'expression de ϕ_1 dans l'équation pour la phase, on arrive à l'équation pour ϵ en ne gardant que les termes en e^{iqx} , l'équation pour le complexe conjugué ϵ^* étant la même pour les termes en e^{-iqx} :

$$\tau \partial_t \epsilon e^{iqx} = -(1 + l^2 q^2) \epsilon e^{iqx} - \frac{\alpha_{Kerr} I_{in}}{2} \left[\sin \left(\frac{q^2L}{2k_0} \right) + \sin \left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0} \right) \right] \epsilon e^{iqx}.$$

En posant $\epsilon = e^{[\sigma + i\Omega]t}$, on obtient :

$$\tau(\sigma + i\Omega) \epsilon e^{iqx} = -(1 + l^2 q^2) \epsilon e^{iqx} - \frac{\alpha_{Kerr} I_{in}}{2} \left[\sin \left(\frac{q^2L}{2k_0} \right) + \sin \left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0} \right) \right] \epsilon e^{iqx} \quad (2.6)$$

En séparant les parties réelle et imaginaire de l'équation, on obtient finalement les équations pour λ et Ω :

$$\tau \sigma = -(1 + l^2 q^2) - \frac{\alpha_{Kerr} I_{in}}{2} \left[\sin \left(\frac{q^2L}{2k_0} \right) + \sin \left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0} \right) \right] \quad (2.7)$$

$$\tau \Omega = 0. \quad (2.8)$$

Pour représenter la solution stationnaire $\bar{\phi}$, il faut résoudre l'équation :

$$\bar{\phi} - \frac{\alpha_{Kerr} I_{in}}{2} [1 - \cos(\bar{\phi})] - \phi_0 = 0,$$

avec $\phi_0 \approx \beta \cos^2(\theta_0)$. Pour une valeur de αI_{in} donnée, trouver les solutions $\bar{\phi}$ revient à chercher les antécédents x_0 qui annulent la fonction $f(x) = x - \frac{\alpha I_{in}}{2} [1 - \cos(x)] - \phi_0$. A tension fixée, la courbe représentant $\bar{\phi}$ en fonction de αI_{in} montre que suivant les valeurs de αI_{in} , le nombre de solutions $\bar{\phi}$ varie et qu'il est d'autant plus grand que αI_{in} est grand (Fig.2.11). Cela est conforme au modèle de la valve pour lequel le nombre de branches de stabilité augmente quand l'intensité augmente à V_0 fixé.

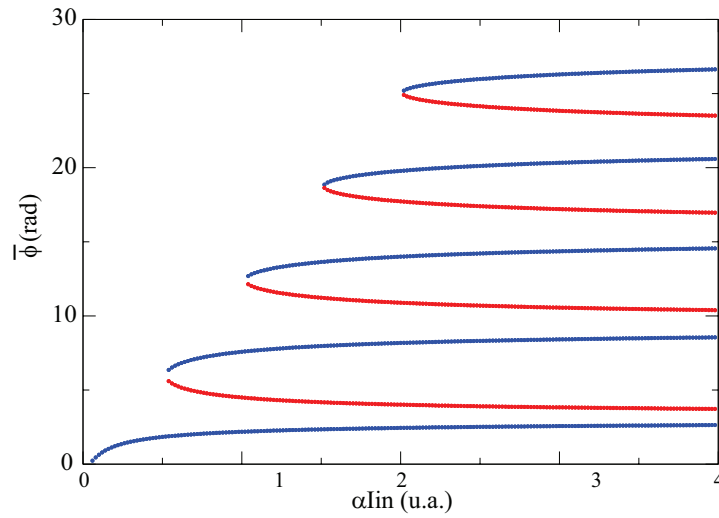


FIGURE 2.11 – Courbe théorique montrant l'évolution de $\bar{\phi}$ en fonction de αI_{in} pour $V_0 = 12.8 V$. Les parties en bleu (respectivement en rouge) correspondent aux parties stables (respectivement instables).

Relation de dispersion et instabilité modulationnelle

Sur Fig.2.12 sont tracées les relations de dispersion $\tau\sigma$ obtenues avec la formule 2.7, pour différentes valeurs de l'intensité I_{in} et à $V_0 = 12.8 V$ fixée. Dans le cas où l'intensité est nulle, la relation de dispersion est décroissante et toujours négative. La solution stationnaire est alors stable. Pour une intensité non nulle, il apparaît des oscillations. Plus l'intensité augmente, plus l'amplitude de ces oscillations augmente elle aussi et la relation de dispersion peut devenir positive. Pour une valeur de αI_{in} au-dessus du seuil, ($\alpha I_{in} = 0.5$ par exemple), la relation de dispersion admet un maximum pour une valeur critique de q notée q_0 correspondant au mode le plus instable. La solution stationnaire n'est alors plus stable au profit d'une nouvelle solution de vecteur d'onde q_0 . L'analyse de stabilité linéaire

prédit donc l'existence d'une instabilité modulationnelle comme anticipé au chapitre 1.

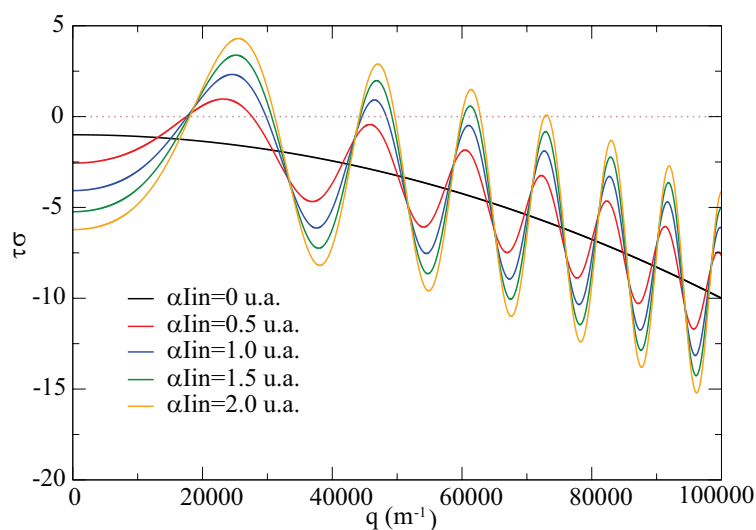


FIGURE 2.12 – Relation de dispersion σ en fonction du vecteur d'onde q pour différentes valeurs de αI_{in}

Structures spatiales observables dans l'expérience de la valve optique

Expérimentalement, quand le système passe au-dessus du seuil, on voit se développer un motif hexagonal. Quand interférences de polarisation et diffraction sont présentes simultanément, on peut observer des structures localisées. Elles apparaissent comme des pics de lumière intenses et isolés sur un fond homogène noir, avec une taille transverse qui dépend de L comme $\sqrt{2\lambda L}$ dans le cas focalisant $\alpha > 0$ et pour $L < 0$, et qui est de l'ordre de quelques centaines de microns. Leur profil transverse présente des oscillations ayant pour origine la diffraction et leur permettent de former des états liés entre elles. La référence [53] fait état de la possibilité de contrôler les interactions entre structures localisées en filtrant des fréquences spatiales dans l'espace de Fourier à l'aide d'une ouverture circulaire. Différents états liés entre structures localisées peuvent être observés, pour différentes distances les séparant.

Des profils expérimentaux de l'état hexagonal et de structures localisées sont donnés par Fig.2.13a et b respectivement.

En dehors des structures localisées de forme circulaire, il existe des structures localisées de forme triangulaire qui coexistent sur certaines plages de valeurs de paramètres avec les structures circulaires [54]. Elles ont la particularité d'avoir des singularités de phase dans le profil de leur champ électrique. Par ailleurs, en imposant un masque de phase adapté, il a été montré qu'il est possible de placer les structures à des positions choisies, sur un réseau spatial généré avec un modulateur spatial de lumière [55]. Certains effets dynamiques ont

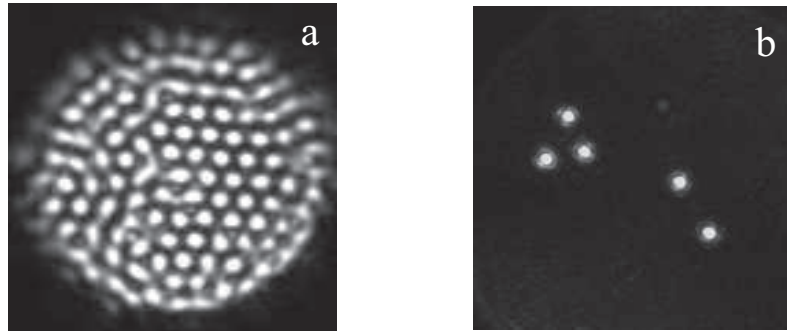


FIGURE 2.13 – Profils expérimentaux a) d'un état hexagonal et c) de structures localisées.

été mis en évidence tel le rebondissement des structures localisées qui oscillent autour de leur positions d'équilibre lorsque deux d'entre elles sont amenées dans un proche voisinage l'une de l'autre [50]. En raison de la multistabilité du système, il est aussi possible d'observer des pics localisés qui se nucléent sur l'état hexagonal [56] [57]. Dans le cas où la longueur de propagation libre est ramenée à zéro, mais toujours en présence d'interférences de polarisation, il n'y a pas de taille caractéristique sélectionnée par une instabilité modulationnelle et dans ce cas, on observe des régimes bistables entre deux états homogènes et des connexions entre eux sous forme de fronts [58]. Nous reviendrons plus en détails sur ces fronts au chapitre suivant. Par ailleurs, des instabilités secondaires peuvent conduire à l'apparition d'une structuration spatiale. Des effets non locaux de translation introduits dans la boucle de rétroaction peuvent conduire à ce type d'instabilités.

Chapitre 3

Propagation de fronts dans un milieu structuré

La connaissance de la dynamique d'une interface se propageant sur un milieu structuré est d'une importance fondamentale dans de nombreux domaines, en physique, en chimie ou bien encore en biologie. En particulier, la structuration spatiale peut entraîner un phénomène de blocage du front connu sous le nom d'*agrafage* et prédit il y a plus de vingt ans [16]. De façon plus précise, en supposant que la dynamique peut être contrôlée par un seul paramètre, l'agrafage consiste en l'existence d'une plage de valeurs de ce paramètre pour laquelle la vitesse du front est nulle. De part et d'autre de cette région, le front s'agrafe et se désagrafe, pour se propager.

De nombreuses études théoriques ont été menées sur ce sujet, le plus souvent dans le cadre des équations de réaction-diffusion [59, 60] ou bien encore du modèle de Swift-Hohenberg [61]. D'un point de vue expérimental, peu de caractérisations détaillées de la zone d'agrafage ont été présentées à ce jour. On peut cependant citer des expériences de gouttelettes sur un substrat hétérogène en présence d'une force extérieure appliquée [62]. D'autres études expérimentales sans aborder le phénomène d'agrafage considèrent néanmoins la propagation de fronts dans des systèmes bidimensionnels forcés, montrant une anisotropie dans la vitesse de propagation du front [63]. En exemple de systèmes où un front pourrait s'agrafer à cause des aspérités du milieu sous-jacent, on peut citer le cas d'interfaces entre états dans les fluides vibrés [64], les interfaces dans les réactions chimiques photosensibles [65], dans les puces microfluidiques [66], dans le processus de coalescence des gouttes, dans le mouillage de surfaces microstructurées [67], le cas du contrôle de la motilité des bactéries [68] ou encore dans la croissance de monocouches auto-assemblées [69].

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps introduire les différents types de fronts et leur dynamique en fonction des états d'équilibre qu'ils connectent. Nous définirons plus précisément le phénomène d'*agrafage* en présence de modulations spatiales en

s'appuyant sur un modèle simple. Nous montrerons aussi qu'au voisinage des points de naissance de la bistabilité, le modèle de la valve 2.4 et 2.5 peut se développer sous une forme plus simple. Nous avons réalisé une caractérisation expérimentale unidimensionnelle de la dynamique en fonction de la tension puis en fonction de différents paramètres de forçage. Nous présenterons ensuite une extension dans le cas bidimensionnel. La présente étude vise surtout à montrer la possibilité d'agrafer des fronts entre états homogènes dans l'expérience de la valve à cristaux liquides, en appliquant un forçage spatial périodique. Au-delà de l'aspect fondamental de l'étude, la technique utilisée permet un contrôle du motif spatial sous-jacent dans la mesure où nous montrerons que sa période, son amplitude ainsi que la valeur moyenne autour de laquelle a lieu la modulation peuvent être choisies.

3.1 Approches théoriques de la propagation des fronts

3.1.1 Bistabilité et fronts connectant deux états homogènes

Un modèle simple en exemple

Pour illustrer la notion de bistabilité entre deux états homogènes et les connexions qu'il peut exister entre eux sous la forme de fronts, on peut considérer un modèle simple et bistable entre deux états homogènes : le modèle de la forme normale d'une bifurcation fourche pour une seule dimension x de l'espace, à laquelle on rajoute un terme diffusif et une brisure de symétrie η . Son équation pour une grandeur scalaire u est donnée par la formule 3.1 suivante :

$$\partial_t u = \epsilon u - u^3 + \eta + D\partial_{xx}u, \quad (3.1)$$

avec D la constante de diffusion et ϵ un paramètre de contrôle. Le système étant variationnel, on peut réécrire l'équation en introduisant le potentiel $V(u)$ ce qui donne :

$$\partial_t u = -\frac{\partial V(u)}{\partial u} + D\partial_{xx}u,$$

avec

$$V(u) = -\frac{1}{2}\epsilon u^2 + \frac{1}{4}u^4 - \eta u.$$

On peut illustrer le comportement du système en utilisant l'analogie formelle d'une bille voyageant entre les minima d'un potentiel à deux puits $V(u)$, où la variable d'espace x se substitue ici à la variable temporelle de la seconde loi de Newton.

Dans le cas où $\eta = 0$ et en prenant $\epsilon = 1$ pour simplifier, le potentiel est complètement

symétrique et le système possède trois états d'équilibre : deux états stables en $+1$ et -1 et un instable en 0 (Fig.3.1b). Dans le mode de représentation choisi, l'état -1 est l'état noir tandis que l'état $+1$ est l'état blanc. Ces deux états stables ont la même énergie et les solutions symétriques les connectant seront immobiles, comme indiqué sur le diagramme spatio-temporel de Fig.3.1e. Dans l'espace des paramètres, si on considère η comme le pa-

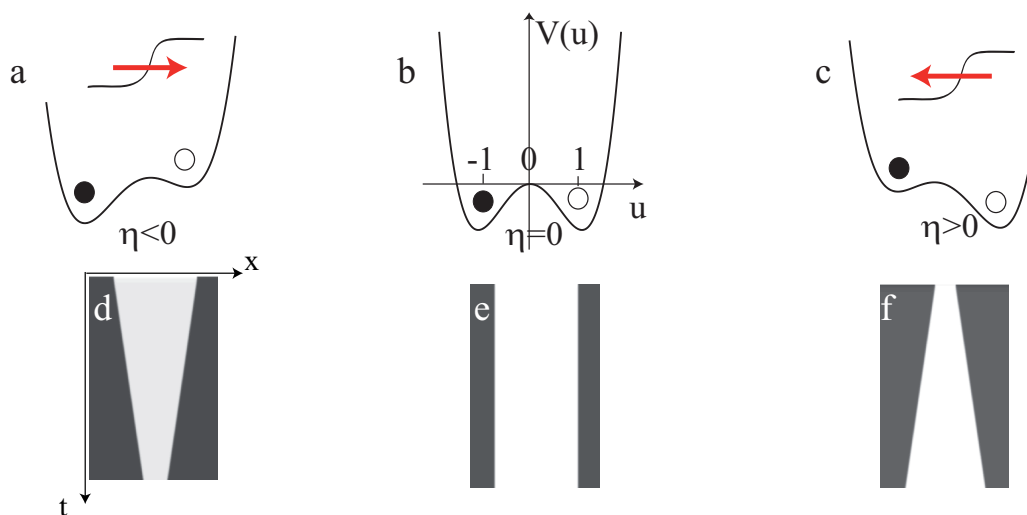


FIGURE 3.1 – a)-c) : potentiels $V(u)$ associés à la forme normale de la bifurcation fourche étendue et imparfaite, avec de gauche à droite les cas : $\eta < 0$, $\eta = 0$ et $\eta > 0$. Les flèches rouges sur les représentations des fronts indiquent leur direction de propagation ; d)-f) diagrammes spatio-temporels correspondant aux trois cas de potentiels représentés au-dessus.

ramètre de contrôle de la dynamique des fronts, alors le point $\eta = 0$ correspond au point de Maxwell, qui par définition est le point où les deux états ont même énergie [70]. Dans le cas où $\eta < 0$, l'état $+1$ est devenu métastable tandis que l'état -1 est à présent le minimum global d'énergie du système. Le front tend alors à réduire l'étendue de l'état blanc, moins stable énergétiquement (Fig.3.1d). Par contre si $\eta > 0$, l'état $+1$ est le minimum global, l'état -1 est métastable (Fig.3.1c) et le front favorise l'extension de l'état blanc (Fig.3.1f). En associant deux fronts symétriques, on peut avoir des domaines localisés ou "bulles" d'un état se nucléant ou se rétractant dans l'autre (Fig.1.4a). L'analyse de leur stabilité révèle cependant qu'elles sont instables [15].

En représentation dans l'espace des phases, le front connectant les états $u = +1$ et $u = -1$ dans le cas où $\eta = 0$ et $\epsilon = 1$, correspond à une connexion hétérocline entre deux points selles, tandis que l'état $u = 0$ correspond à un centre. Cette connexion hétérocline correspond à la jonction de la variété instable d'un des états avec la variété stable de l'autre. Lorsque le paramètre η varie, la solution front peut se déstabiliser et une connexion homocline est susceptible d'apparaître [71], correspondant à un domaine localisé. Des portraits

de phases pour $\eta < 0$, $\eta = 0$ et $\eta > 0$ sont donnés par la Fig.3.2.

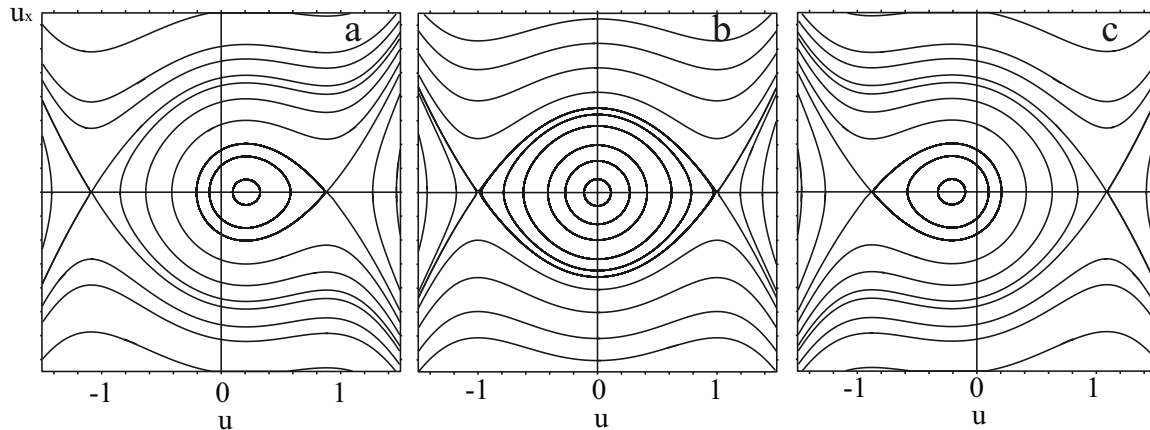


FIGURE 3.2 – Portraits de phase dans l'espace $(u, \partial_x u)$ associés à la bifurcation fourche étendue et imparfaite dans le cas où $\epsilon = 1$ avec a) $\eta = -0.199$, b) $\eta = 0$ et c) $\eta = 0.199$.

Expression analytique du front stationnaire

L'expression analytique du front peut être calculée, pour la forme normale de la bifurcation fourche spatialement étendue sans brisure de symétrie, c'est-à-dire dans le cas $\eta = 0$ [51]. Pour cela, nous revenons au cas général où ϵ est différent de 1, mais en prenant $D = 1$. L'énergie du système peut s'écrire sous la forme :

$$E = V(u) + \frac{1}{2} \partial_x^2 u.$$

Pour calculer l'énergie correspondant au front stationnaire, il faut déterminer le minimum du potentiel, en vérifiant la condition $\partial_u V = 0$. On trouve bien que les solutions satisfaisant cette condition sont $\pm\sqrt{\epsilon}$. En remplaçant dans l'expression de l'énergie E , on obtient :

$$E = V_{min}(\pm\sqrt{\epsilon}) = \frac{\epsilon^2}{4}.$$

Finalement, l'équation satisfaite par u est :

$$\frac{\epsilon^2}{4} = \epsilon \frac{u^2}{2} - \frac{u^4}{4} + \frac{1}{2} (\partial_x u)^2,$$

ce qui peut encore se réécrire sous la forme :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2} (\epsilon - u^2)^2.$$

En regroupant du même côté de l'égalité tous les termes dépendant de u et de l'autre ceux qui dépendent de x et en calculant l'intégrale de chaque membre, on obtient :

$$\int_{u(x_0)}^{u(x)} \frac{du}{\epsilon - u^2} = \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{2}},$$

avec x_0 la position du cœur du front, qui correspond au point où le front présente les plus grandes variations spatiales. L'expression analytique $u(x)$ du front stationnaire est alors :

$$u(x) = \pm\sqrt{\epsilon} \tanh \left[\sqrt{\frac{\epsilon}{2}}(x - x_0) \right].$$

Les signes plus et moins correspondent respectivement aux deux solutions symétriques u_1 et u_2 :

$$\begin{aligned} u_1(x) &= \sqrt{\epsilon} \tanh \left[\sqrt{\frac{\epsilon}{2}}(x - x_0) \right], \\ u_2(x) &= -\sqrt{\epsilon} \tanh \left[\sqrt{\frac{\epsilon}{2}}(x - x_0) \right]. \end{aligned}$$

Calcul de la vitesse du front connectant deux états homogènes en présence d'une brisure de symétrie

On perturbe la solution u et on se place dans le cas où $\epsilon = 1$, soit :

$$u = u_h + w$$

avec u_h la solution stationnaire homogène et w une petite perturbation. En remplaçant dans l'équation aux dérivées partielles, on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = (u_h + w) - (u_h + w)^3 + \eta + \partial_{xx}(u_h + w),$$

En ne gardant que les termes au premier ordre en w , l'équation obtenue est de la forme $\mathcal{L}w = b$ avec :

$$\mathcal{L} = 1 - 3u_h^2 + \partial_{xx}$$

$$b = -\dot{x}_0 \frac{\partial u_h}{\partial x} - \eta.$$

Pour calculer la vitesse du cœur du front \dot{x}_0 , on applique une alternative de Fredholm en cherchant un élément k du noyau de l'opérateur adjoint de \mathcal{L} :

$$\langle \mathcal{L}w | k \rangle = \langle w | \mathcal{L}^+ k \rangle = 0,$$

puisque $b \perp \ker \mathcal{L}^+$. Or l'équation pour la solution stationnaire homogène u_h est la suivante :

$$u_h - u_h^3 + \partial_{xx} u_h = 0,$$

En dérivant une fois par rapport à x , on obtient l'équation :

$$(1 - 3u_h^2 + \partial_{xx}) \partial_x u_h = 0,$$

Cette équation qui peut se réécrire $\mathcal{L}^+ \partial_x u_h = 0$ indique que $\partial_x u_h$ est un élément du noyau de \mathcal{L}^+ , d'où :

$$\langle \mathcal{L}w | \partial_x u_h \rangle = \langle b | \partial_x u_h \rangle = -\dot{x}_0 \langle \partial_x u_h | \partial_x u_h \rangle - \eta \langle 1 | \partial_x u_h \rangle = 0.$$

Finalement, on arrive à l'expression suivante pour \dot{x}_0 :

$$\dot{x}_0 = -\eta \frac{\langle 1 | \partial_x u_h \rangle}{\langle \partial_x u_h | \partial_x u_h \rangle},$$

et après calcul des produits scalaires :

$$\dot{x}_0 = -\frac{3\sqrt{2}\eta}{2}.$$

Ce calcul montre donc pour le modèle 3.1 que la vitesse du cœur d'un front connectant deux états homogènes évolue linéairement avec le paramètre de brisure de symétrie η .

3.1.2 Les fronts de Pomeau

Le scénario établi au paragraphe précédent pour les fronts entre états homogènes est différent de ce qui se passe pour des fronts connectant un état homogène avec un état spatialement périodique. En effet, lorsqu'il y a bistabilité entre un état homogène et un état spatialement périodique, il a été prédit théoriquement un phénomène de blocage du front sur le réseau périodique [16]. Les fronts connectant ces deux types d'état sont appelés front de Pomeau. On peut, par exemple, les rencontrer en considérant la forme sous-critique suivante de l'équation de Swift-Hohenberg unidimensionnelle :

$$\partial_t u = \epsilon u + \nu u^3 + u^5 + (q^2 + \partial_{xx})^2 u \quad (3.2)$$

Pour une plage de valeur du paramètre de contrôle ϵ , le front reste comme agrafé sur le réseau périodique sous-jacent. A droite de la région d'agrafage, le front va, par bifurcations noeud-col successives, nucléer de nouvelles cellules sur le réseau périodique sous-jacent, le terme cellule désignant des périodes spatiales du motif. A gauche de la région d'agrafage, au contraire, le front va progressivement se rétracter en détruisant une à une les cellules qu'il comporte. Ce type de front correspond dans l'espace des phases à une connexion hétérocline entre un cycle limite et un point selle. Par ailleurs, l'existence d'une famille d'orbites périodiques est responsable de la robustesse des fronts de Pomeau [72]. Fig.3.3 donne un profil pour $\epsilon = -0.17$ et $\nu = 1$.

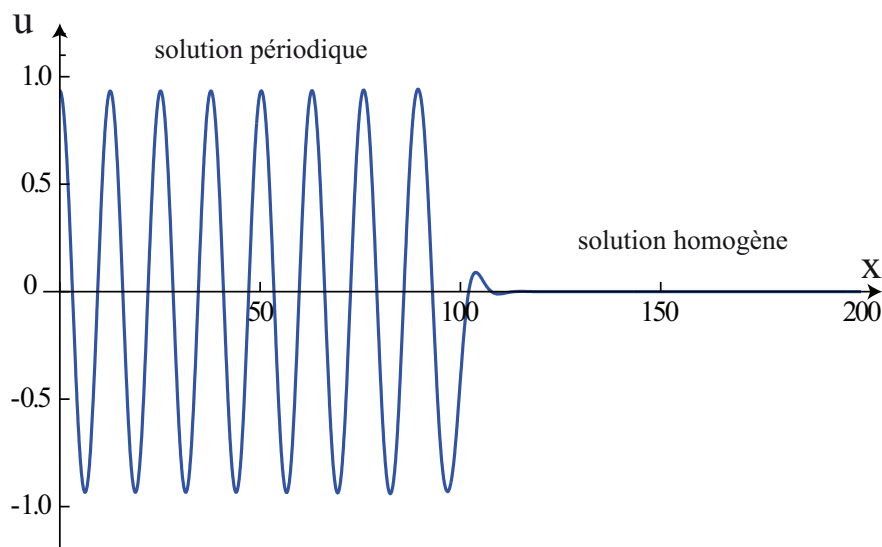


FIGURE 3.3 – Profil d'un front de Pomeau, obtenu par intégration de l'équation 3.2. Les paramètres numériques sont : $\epsilon = -0.17$, $\nu = 1$, $q = 0.4$.

3.1.3 Les fronts entre deux états périodiques

Le modèle de la bifurcation fourche étendue, imparfaite et forcée

En reprenant le cadre de l'équation de la bifurcation fourche imparfaite spatialement étendue sur laquelle nous nous sommes appuyés pour illustrer l'apparition de fronts entre états homogènes, on peut étudier les fronts entre états modulés spatialement, en rajoutant un terme de forçage spatial soit la formule 3.4 suivante :

$$\partial_t u = \epsilon u - u^3 + \eta + D\partial_{xx}u + a \sin(kx), \quad (3.3)$$

avec A l'amplitude du forçage spatial, $k = \frac{2\pi}{p}$ son nombre d'onde et p sa longueur d'onde. Dans le cas où $\eta = 0$, le front stationnaire connectant les états homogènes -1 et +1 (Fig.3.4

a) devient spatialement modulé (Fig.3.4 b). La brisure de symétrie tend à faire se propager

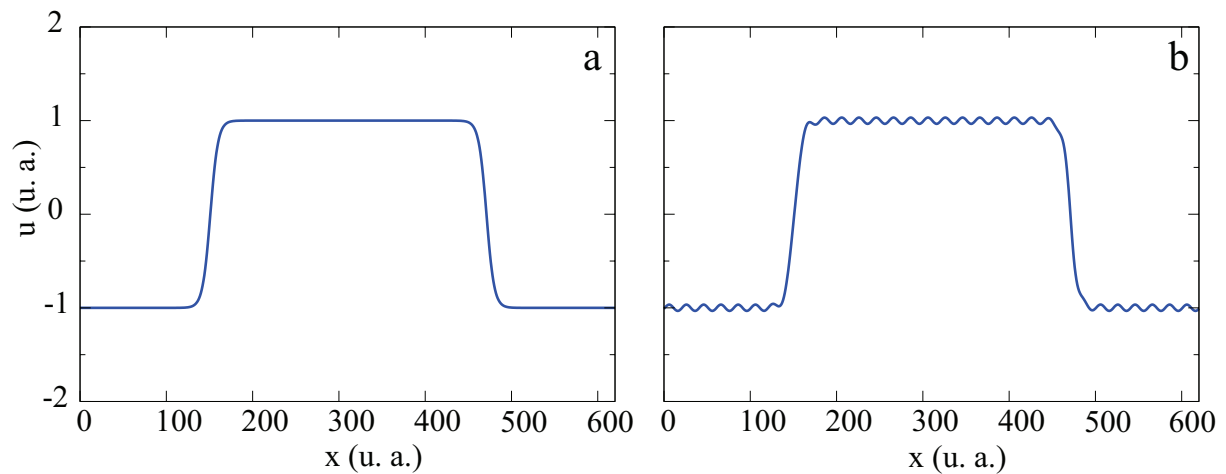


FIGURE 3.4 – a) front connectant les états homogènes -1 et +1 obtenu par intégration de l'équation 3.1 et b) front entre états modulés spatialement obtenu par intégration de l'équation 3.4 avec $A = 0.2$ et $p = \frac{2\pi}{k} = 10$. Pour les deux types de fronts, $\eta = 0$, $D = 10$. L'amplitude u et la variable d'espace x sont exprimées en unités arbitraires, notées u.a.

le front tandis que la modulation périodique tend à le bloquer. Pour η non nul, suivant l'effet qui domine, le front peut soit rester agrafé soit se propager par sauts en dehors de la région d'agrafage. Cette région correspond à un intervalle de valeurs de η noté $[-\eta_c, \eta_c]$, avec η_c une valeur critique de η qui peut se calculer analytiquement en fonction de A et de k . Fig.3.5 décrit l'évolution de la forme du potentiel en fonction du paramètre η dans la région d'agrafage et dans les deux régions de propagation par sauts sur le milieu périodique. Dans la région d'agrafage, l'effet de la modulation spatiale prédomine. Le système reste piégé dans les minima du potentiel (Fig.3.5b) et le front est immobile (Fig.3.5e). A gauche de la région d'agrafage, l'effet de brisure de symétrie est plus important (Fig.3.5a) et le front va alors se rétracter en réduisant cellule par cellule, son étendue sur le milieu périodique (Fig.3.5d). Enfin, à droite de la région d'agrafage, l'état haut du système est le plus favorable d'un point de vue énergétique (Fig.3.5c) et le front va alors s'étendre en nucléant de nouvelles cellules sur le milieu modulé (Fig.3.5f).

Calcul de la vitesse du front dans le cas modulé spatialement

On considère l'équation sous la forme suivante :

$$\partial_t u = u - u^3 + \eta + \partial_{xx} u + a \sin(kx), \quad (3.4)$$

Par rapport au cas homogène, il va s'ajouter à l'expression de la vitesse du front une terme venant de la modulation spatiale du milieu. Le détail des calculs est donné dans la référence

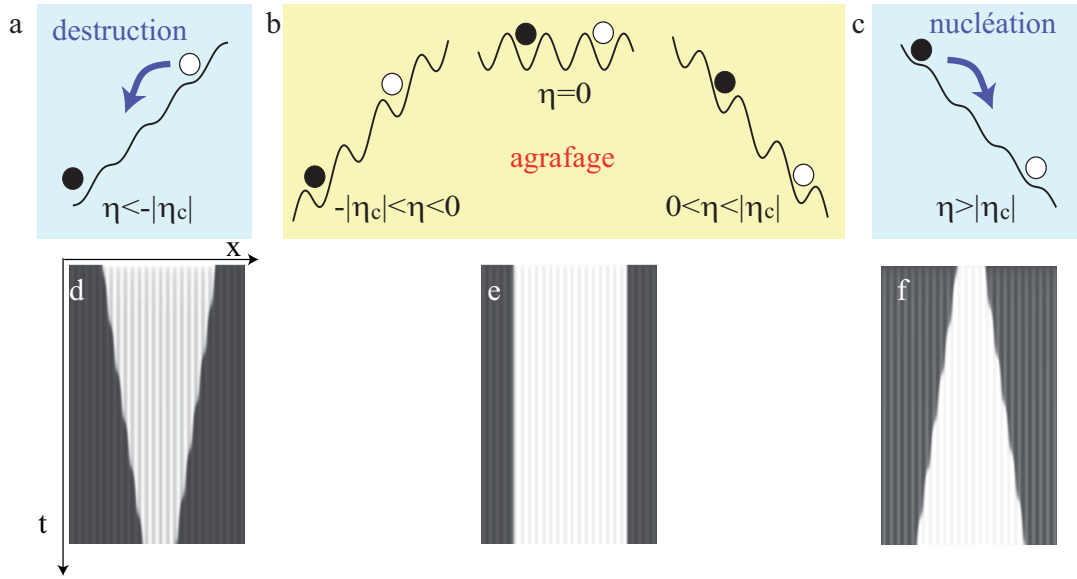


FIGURE 3.5 – a)-c) potentiels périodiques $V(u)$ associés à la forme normale de la bifurcation fourche étendue et imparfaite avec forçage spatial avec pour a) $\eta < -|\eta_c|$, b) $\eta = 0$ et c) $\eta > |\eta_c|$; d)-f) : diagrammes spatio-temporels pour d) $\eta < -|\eta_c|$, e) $\eta = 0$ et f) $\eta > |\eta_c|$. La partie centrale représentée en jaune correspond à la région d'agrafage qui s'étend sur l'intervalle $[-|\eta_c|, |\eta_c|]$, les deux régions représentées en bleu correspondent aux régions où le front se propage soit par contraction (partie située à gauche de la région d'agrafage) soit par extension (partie située à droite).

[51]. Nous en donnons ici les étapes principales.

Dans ce cas, la vitesse du cœur du front toujours notée \dot{x}_0 est de la forme :

$$\dot{x}_0 = -\frac{3\sqrt{2}}{2}\eta - aC(k) \sin(kx_0),$$

dans le cas où ϵ est pris égal à 1 dans l'équation 3.1.

Il faut annuler cette équation pour trouver les solutions stationnaires pour le front, ce qui permet de définir une valeur critique η_c du paramètre η soit $\eta_c = \frac{\sqrt{2}aC(k)}{3}$ et conduit en posant $\delta = \frac{\eta_c}{\eta}$, $z = kx_0$ et $z_0 = \arctan \delta$ à :

$$\frac{1}{\eta} \int_z^{z_0} \frac{dx_0}{\delta \sin(z) + 1} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \int_0^t dt,$$

et finalement après intégration, la position $x_0(t)$ du cœur du front est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{3\sqrt{2}}{2}t = \frac{2}{k\sqrt{\eta^2 - \eta_c^2}} \arctan \left[\frac{\eta \tan(\frac{kx_0}{2}) + \eta_c}{\sqrt{\eta^2 - \eta_c^2}} \right]$$

soit encore

$$\tan \left[\frac{3\sqrt{2}}{4} kt \sqrt{\eta^2 - \eta_c^2} \right] = - \frac{\eta \tan\left(\frac{kx_0}{2}\right) + \eta_c}{\sqrt{\eta^2 - \eta_c^2}}$$

En stipulant que les périodes des tangentes sont égales à 2π soit $\frac{k\lambda}{2} = 2\pi$ et $\frac{3\sqrt{2}}{4} kT \sqrt{\eta^2 - \eta_c^2} = 2\pi$ et en définissant la vitesse moyenne $\langle v \rangle = -\frac{\lambda}{T}$, on obtient que celle-ci suit une loi de la forme :

$$\langle v \rangle = - \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\eta^2 - \eta_c^2}.$$

Si on note $\eta_+ = -|\eta_c|$ (respectivement $\eta_- = +|\eta_c|$) la transition d'agrafage du front (respectivement désagrafage), cette formule se réécrit :

$$\langle v \rangle = \mp \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\eta^2 - \eta_{\pm}^2}.$$

Cette formule pour la vitesse moyenne du front permet d'expliquer l'apparition du phénomène d'agrafage. En effet, dans la région de paramètres où le terme sous la racine est négative, la vitesse devient imaginaire, ce qui correspond d'un point de vue physique à un front immobile [51]. En dehors de cette région de blocage, le terme oscillant dans la vitesse décrit le phénomène de propagation par sauts sur le milieu modulé sous-jacent.

Ce modèle très simple de la forme normale de la bifurcation fourche avec forçage spatial comprend toute la phénoménologie de la dynamique d'un front sur un milieu spatialement modulé.

3.1.4 Etude analytique et numérique du modèle de la valve optique

Développement au voisinage des points de naissance de la bistabilité : modèle de la forme normale

Près des points de naissance de bistabilité (Fig.2.10), le modèle complet de la valve optique 2.4 et 2.5, peut être développé sous une forme normale de type bifurcation fourche spatialement étendue et avec brisure de symétrie et forcée spatialement, étudiée aux paragraphes précédents. Le forçage spatial sur l'intensité est de la forme de type $I_{in}(x) = A + B \sin \frac{2\pi x}{p}$. On repèrera un point de naissance de bistabilité comme $I_{in} \equiv I_c$, $V_0 \equiv V_c$ et $\theta \equiv \theta_0$ et près de ce point le modèle pour une variable Φ s'écrit :

$$\tau \partial_t \Phi = \eta + \varepsilon \Phi - \Phi^3 + l^2 \partial_{xx} \Phi + (b + c\Phi) \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right), \quad (3.5)$$

avec Φ le paramètre d'ordre qui est relié à l'orientation moyenne du directeur des molécules de cristaux liquides par l'expression :

$$\theta \approx \theta_0 + \Phi / (2\beta \cos 2\theta_0 \cot(\beta \cos^2 \theta_0) + (4 + \beta^2 \sin 2\theta_0)/3 - 2/(\pi/2 - \theta_0)^2)^{1/2},$$

et les différents coefficients se calculant analytiquement comme :

$$\eta \equiv \frac{2\alpha}{\pi^2 V_{FT}} \left[1 - \cos(\beta \cos^2 \theta_0) \right] (\pi/2 - \theta_0)^3 \left[\Gamma I_{in} - \Gamma I_c + \alpha(1 - \cos(\beta \cos^2 \theta_0))(V_0 - V_c) \right],$$

$$\varepsilon \equiv \frac{12}{\pi^2 V_{FT}} \left[(\pi/2 - \theta_0)^2 (V_0 - V_c) \right] + \frac{12}{\pi^2 V_{FT}} \left[\left(\frac{\pi^2 V_{FT}}{12} - (\pi/2 - \theta_0)^2 \right) (I_{in} - I_c) / I_c \right],$$

$$b \equiv \frac{2\alpha B}{\pi^2 \Gamma V_{FT}} \left[1 - \cos(\beta \cos^2 \theta_0) \right] (\pi/2 - \theta_0)^3,$$

$$c \equiv \frac{B}{I_c} \left[1 - \frac{12V_0}{\pi^2 V_{FT}} (\pi/2 - \theta_0)^2 \right].$$

avec B l'amplitude du forçage défini précédemment comme $I_{in}(x) = A + B \sin \frac{2\pi x}{p}$.

Fig.3.6a présente l'évolution de la vitesse moyenne du front $\langle v \rangle = \langle \frac{dx_0}{dt} \rangle$ pour le modèle de la forme normale de la bifurcation fourche étendue, imparfaite et spatialement forcée, et pour comparaison, Fig.3.6b montre cette même vitesse pour le modèle de la valve. Pour les deux modèles, on voit l'existence d'une région d'agrafage et de part et d'autre, une évolution de la vitesse moyenne en accord avec la formule 3.5. Près des transitions d'agrafage-désagrafage, cette formule peut se développer sous la forme suivante :

$$\langle dx_0/dt \rangle \approx 3\sqrt{(\eta - \eta_{\pm})\eta_{\pm}} \quad (3.6)$$

La vitesse suit une évolution en racine carrée du paramètre de bifurcation, typique d'une bifurcation nœud-col. η_+ et η_- désignent les frontières de la région d'agrafage. En s'éloignant des frontières de la région d'agrafage, l'évolution devient linéaire comme décrit par la formule 3.5. Au voisinage des points de naissance de la bistabilité, un modèle phénoménologique, plus simple que le modèle d'équations 2.4 et 2.5, permet donc de décrire le système. Ces résultats théoriques prédisent donc le phénomène d'agrafage dans l'expérience de la valve optique. Nous allons à présent voir comment cela peut être mis en oeuvre expérimentalement.

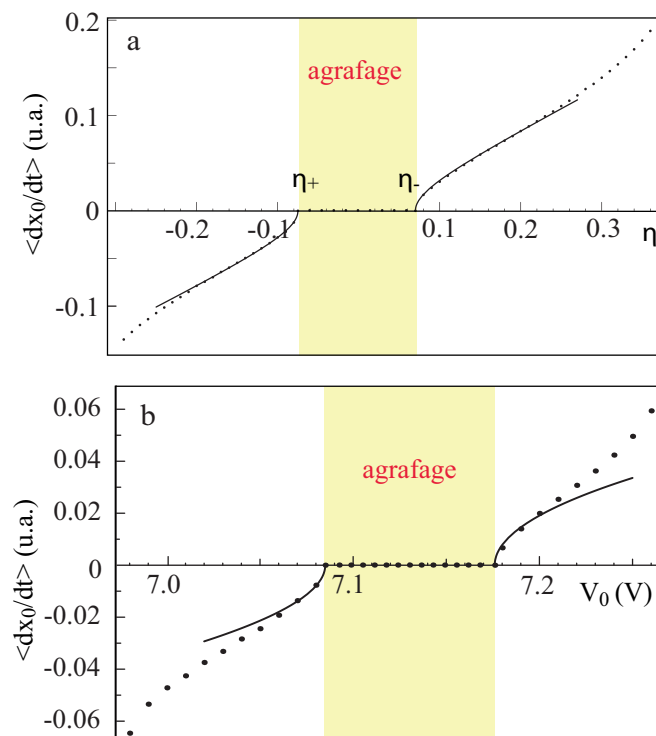


FIGURE 3.6 – Vitesse moyenne $\langle dx_0/dt \rangle$ du front pour a) le modèle de la valve optique et b) le modèle de la bifurcation fourche étendue, imparfaite et forcée. Les points correspondent aux résultats numériques, les lignes aux courbes de régression obtenues avec la formule 3.5; η_- et η_+ désignent les frontières de la région d’agrafage. Le sigle u.a. désigne des unités arbitraires.

3.1.5 Fronts homogènes et fronts forcés spatialement dans l’expérience de la valve à cristaux liquides

Dans l’expérience de la valve, il est possible dans le cas où la longueur de propagation libre est ramenée à zéro, d’observer des fronts entre états homogènes et stables [58]. Les deux états du système correspondent à deux états d’orientation des molécules de cristaux liquides : l’un que l’on qualifiera d’état bas, associé à un bas niveau d’intensité apparaissant noir dans le plan transverse et l’autre qualifié d’état haut, de plus grande intensité et apparaissant blanc. Un profil typique de front entre ces états du système, dans le cas bidimensionnel, est donné par Fig.3.7a.

Comme nous l’avons vu lors de la présentation du modèle de la valve optique, la réponse des cristaux liquides dépend du couple de paramètres (V_0, I_{in}) . Dans un premier temps, l’intensité I_{in} est maintenue constante et V_0 est pris comme paramètre unique de contrôle de la dynamique des fronts. Il joue un rôle équivalent au paramètre de brisure de symétrie η du modèle de la forme normale de la bifurcation fourche.

Pour une valeur donnée de la tension V_0 , l'état le plus stable tend à envahir tout l'espace. La forme du potentiel et la dynamique en fonction de V_0 sont montrées à la Fig.3.7b. Il est très important de noter qu'il existe une seule valeur de tension notée V_{0M} pour laquelle le front est immobile. Cette valeur correspond au point de Maxwell où les deux états stables ont la même énergie [70]. Partant de fronts entre états homogènes, nous avons étudié les

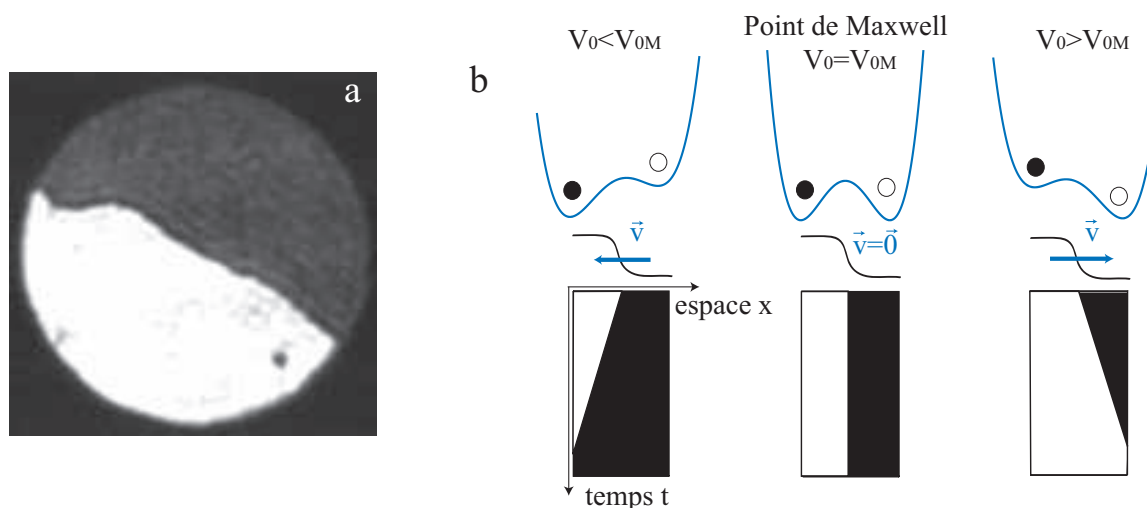


FIGURE 3.7 – a) profil expérimental d'un front bidimensionnel entre deux états d'orientation des molécules de cristaux liquides, observé dans l'expérience de la valve optique, b) potentiels et diagrammes spatio-temporels correspondant de gauche à droite aux cas $V < V_{0M}$, $V = V_{0M}$ et $V > V_{0M}$, avec V_{0M} la valeur de tension associée au point de Maxwell.

effets d'un forçage spatial sur la dynamique du front. En modulant spatialement les états uniformes, ceux-ci se transforment en motifs périodiques. On s'attend à ce qu'il existe une région de paramètres pour laquelle le front reste piégé à cause de la modulation spatiale [16] comme illustré sur Fig.3.8.

3.2 Observation expérimentale du phénomène d'agrafage-désagrafage dans le cas unidimensionnel

3.2.1 Technique expérimentale : principe d'utilisation du SLM

Pour introduire une structuration spatiale sur les deux états homogènes, nous avons utilisé un modulateur spatial de lumière. Il s'agit d'un dispositif à cristaux liquides de résolution 1024×768 *XVGA* codé en 8 bits. Le SLM est placé dans un plan conjugué à celui du photoconducteur de façon à ce que le profil d'intensité imposé sur celui-ci, permette d'inscrire un profil d'indice dans la valve à cristaux liquides, comme expliqué sur Fig.2.7. De plus, le

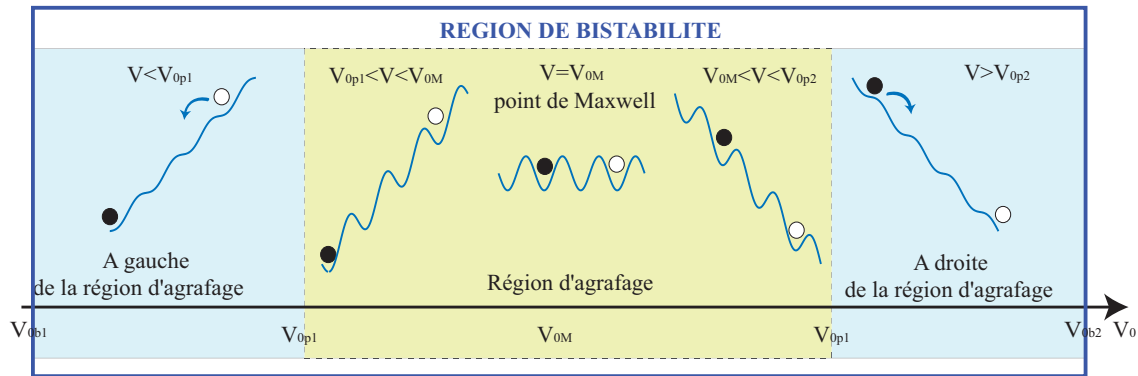


FIGURE 3.8 – Evolution du potentiel en présence d’un forçage périodique à amplitude et longueur d’onde de forçage fixées, en fonction de la tension V_0 , pris comme paramètre de contrôle. V_{0M} représente le point de Maxwell. La région de bistabilité correspond à l’intervalle $[V_{0b1}, V_{0b2}]$, la région d’agrafage à l’intervalle $[V_{0p1}, V_{0p2}]$, représentée en jaune. Les deux régions en bleu sont celles pour lesquelles le front se propage par sauts périodiques sur le milieu structuré.

SLM est connecté à un ordinateur dont l’écran est reproduit sur l’écran du modulateur avec la même résolution. De cette façon, en affichant un profil d’intensité approprié sur l’écran de l’ordinateur, et en ajustant la position latérale du masque sur l’écran de l’ordinateur, on peut forcer une région de la valve avec un masque d’intensité parfaitement contrôlé, étant donné que l’on peut choisir les niveaux d’intensité et la géométrie. Les masques sont créés avec un programme que l’on adapte au type de modulation choisie. Ce sont des images codées en niveaux de gris de 0 à 255 et visualisées avec le logiciel ImageJ. Pour une caractérisation quasi-unidimensionnelle, ces masques sont d’intensité nulle partout sauf sur une fine largeur D d’environ $150 \mu m$ et créent une modulation d’amplitude B et de longueur d’onde p autour de la valeur moyenne A soit :

$$I_{in}(x) = A + B \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right).$$

Pour étudier les effets d’une modulation spatiale sur la dynamique des fronts, une caractérisation en l’absence de forçage spatial, soit $B = 0$, a d’abord été réalisée, en prenant V_0 comme paramètre de contrôle. Nous avons ensuite considéré le cas B non nul. Dans un second temps, l’influence des paramètres de forçage a été testée à tension V_0 fixée.

3.2.2 Dynamique en l’absence de modulations spatiales : $B = 0$

Le masque d’intensité utilisé est de niveau de gris nul partout excepté le long d’une ligne où $A = 210$, pour l’ajustement d’intensité choisi. La première étape consiste à identifier la

gamme de valeurs de V_0 correspondant à la région de bistabilité entre l'état bas et haut du système.

Pour mesurer la valeur de l'intensité I_{in} envoyée dans la valve, on impose un masque bidimensionnel homogène de même niveau de gris que celui imposé le long de la ligne. De cette façon, toute la cellule de détection du puissance-mètre est éclairée par un faisceau homogène. Pour la mesure à $A = 210$, on mesure devant la valve une intensité I_0 de 0.9 mW/cm^2 .

Pour des valeurs de V_0 variant dans la zone de bistabilité notée $[V_{0b_1}, V_{0b_2}]$, la condition initiale générée est un rectangle de niveau de gris maximal, soit 255, dont on ajuste la largeur en fonction des valeurs du paramètre de contrôle V_0 . Cette condition initiale est ensuite enlevée pour la remplacer par le masque avec la ligne homogène. On vérifie si le système est bien bistable autour de V_{0b_1} en envoyant un flash lumineux et en regardant si on peut allumer et éteindre le front. Autour de V_{0b_2} , on procède de la même façon, en s'assurant surtout que l'état haut n'apparaît pas spontanément. Pour chaque valeur de tension V_0 , un film de la dynamique du front est réalisé, un diagramme spatio-temporel en est extrait pour calculer la vitesse. De cette façon, on peut construire le diagramme de la vitesse du front en fonction de V_0 présenté à la Fig.3.9a [73]. Des diagrammes spatio-temporels au voisinage du point de Maxwell et de part et d'autre de celui-ci sont donnés à la Fig.3.9b.

D'un point de vue de la dynamique, nous observons le comportement attendu : l'état le

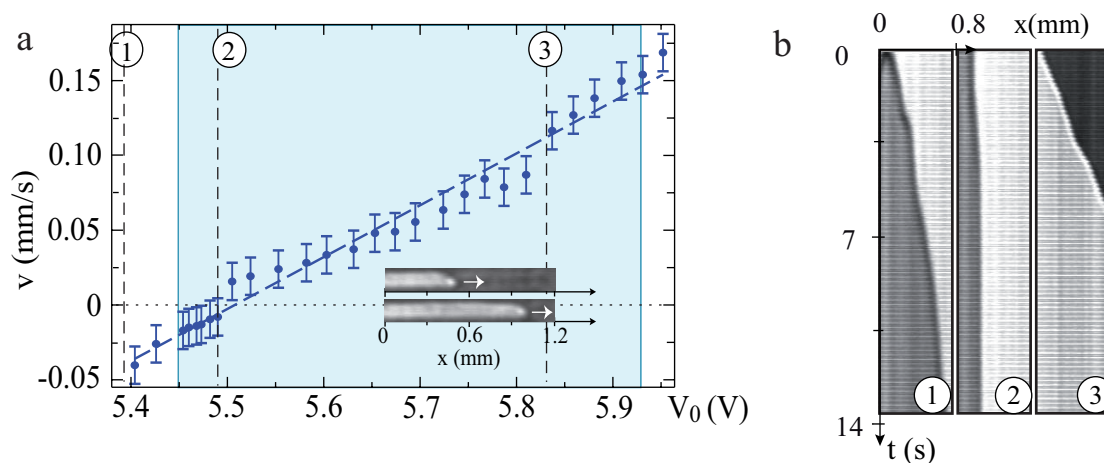


FIGURE 3.9 – a) vitesse v de propagation du front en fonction de la tension V_0 en l'absence de modulations spatiales; la région bleue correspond à la région de bistabilité, les points sont expérimentaux tandis que la ligne en pointillés est une courbe de régression linéaire comme prédit par la théorie. Deux profils expérimentaux séparés par un intervalle de temps de 4 s montrant le front se propageant sont présentés dans la partie inférieure droite de a); b) diagrammes spatio-temporels montrant l'évolution du front dans les régions 1, 2 et 3.

plus stable d'un point de vue énergétique tend à envahir tout l'espace. Si on représente la vitesse du front en fonction de V_0 , on trouve une évolution linéaire autour du point de Maxwell, seul point où la vitesse devrait s'annuler.

3.2.3 Dynamique avec modulations spatiales : $B \neq 0$

On recommence la même procédure que celle avec le masque homogène mais avec le masque modulé périodiquement. La valeur moyenne A est toujours fixée à 210, mais cette fois, l'amplitude B est prise égale à 15. D'un point de vue qualitatif, quand nous appliquons la modulation spatiale, les états uniformes se transforment en états structurés périodiquement, comme on peut le voir sur Fig.3.10. L'intensité devant la valve à cristaux liquides est modulée autour d'une valeur moyenne I_0 avec une amplitude b_0 . Pour cette série de mesures, la valeur moyenne d'intensité $I_0 = 0.9 \text{ mW/cm}^2$ et la modulation est approximativement d'amplitude $b_0 = 0.1 \text{ mW/cm}^2$. Les valeurs de I_0 et b_0 peuvent être modifiées en jouant sur les niveaux de gris A et B du masque d'intensité imposé avec le modulateur spatial de lumière, ou alors en jouant sur le réglage d'une lame $\lambda/2$ (Fig.2.7).

Le diagramme représentant la vitesse moyenne du front $\langle v \rangle$ en fonction de V_0 est donné

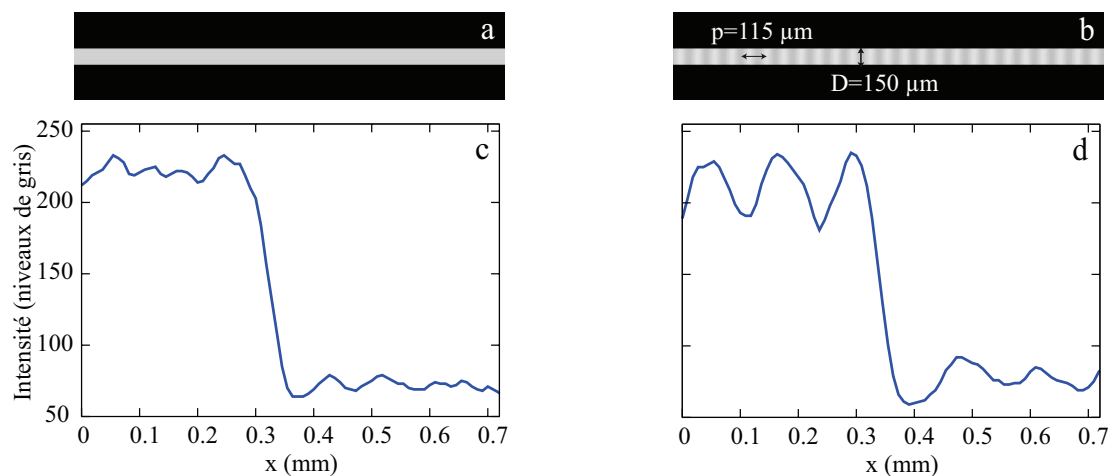


FIGURE 3.10 – a) masque d'intensité homogène imposé avec le SLM ($A = 210$, $B = 0$); b) masque avec modulations spatiales autour de la valeur moyenne $A = 210$ avec une amplitude $B = 15$ et une longueur d'onde $p = 115 \mu\text{m}$; c) et d) : profils des fronts obtenus avec les masques présentés en a), respectivement b).

par Fig.3.11, pour une longueur d'onde de forçage de $p = 115 \mu\text{m}$ [73]. Des diagrammes spatio-temporels pour différentes valeurs de tension sont présentés à la Fig.3.11b. La vitesse du front est nulle sur toute une plage de valeur de V_0 en raison du forçage périodique et met par conséquent en évidence l'existence d'une région d'agrafage du front en accord la prédictions théoriques [16]. En effet, pour pouvoir se propager, le front doit franchir

périodiquement des barrières d'énergie finie, ce qu'il ne parvient pas à faire quand l'effet du forçage est plus important que l'effet de la brisure de symétrie. De part et d'autre de

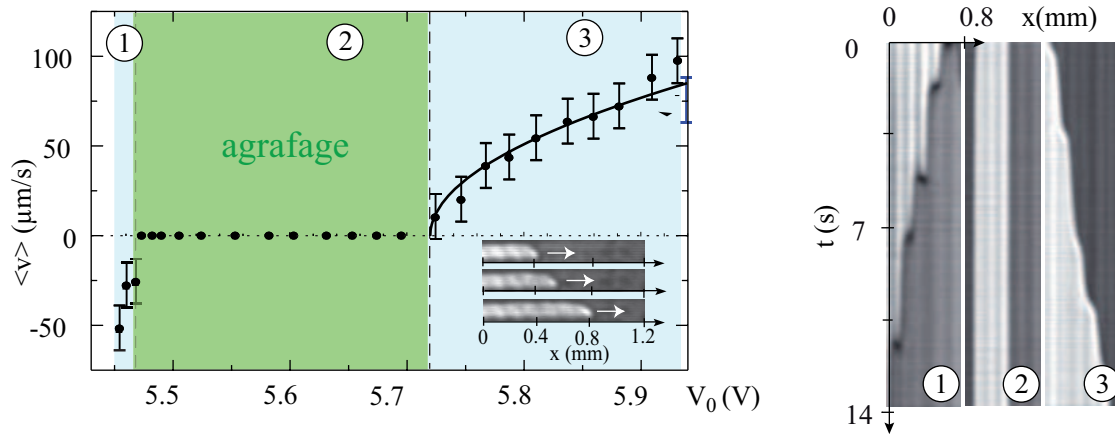


FIGURE 3.11 – a) Vitesse moyenne du front $\langle v \rangle$ en fonction de la tension V_0 en présence de modulations spatiales pour $p = 115 \mu\text{m}$; la partie bleue correspond à la région de propagation dans la région de bistabilité, la partie jaune à la région d'agrafage, la courbe est obtenue en utilisant la formule 3.5; trois profils expérimentaux du front se propageant au temps $t = 0$ (en haut), $t = 3.2$ (au milieu) et $t = 6.4$ s (en bas) comme indiqué dans le cadre en bas de a); b) diagrammes spatio-temporels montrant l'évolution du front dans les régions 1, 2 et 3 indiquées sur le diagramme de bifurcation de la vitesse moyenne.

la région d'agrafage, la propagation du front se fait par sauts périodiques. En particulier, aux frontières de la région d'agrafage, il se produit des transitions d'agrafage/désagrafage qui correspondent à des bifurcations de type noeud-col. La courbe de régression tracée sur Fig.3.11 représente la vitesse calculée en utilisant la formule théorique 3.5, indiquant une évolution de la vitesse en racine carrée du paramètre de contrôle, proche de la transition de désagrafage. En s'éloignant de cette transition, l'évolution se rapproche d'avantage d'une évolution linéaire. Il faut noter que pour ces valeurs de paramètres de forçage et les niveaux d'intensité considérés, la région à gauche de la région d'agrafage est très étroite et qu'il n'est, par conséquent, pas vraiment possible d'évaluer la vitesse de façon précise dans cette région. Dans d'autres situations, il n'y a pas de propagation par sauts à gauche de la région d'agrafage, comme nous le verrons au paragraphe suivant.

3.2.4 Influence des différents paramètres de forçage

Valeur moyenne A

L'influence de la valeur moyenne A autour de laquelle la modulation est réalisée, a été testée. Dans la mesure précédente, A était fixée à 210. On utilise à présent un masque d'intensité à $A = 190$ et cette fois, la valeur de l'intensité I_0 devant la valve en imposant un

masque uniforme à 190, ce qui correspond à une intensité uniforme I_0 est de 0.8 mW/cm^2 à la place de 0.9 mW/cm^2 dans le cas $A = 210$. En suivant toujours la même procédure, nous avons construit le diagramme de bifurcation de la vitesse moyenne du front en fonction de la tension V_0 (Fig.3.12). On note que dans ce cas, on observe une région d'agrafage d'étendue comparable mais celle-ci est décalée vers des valeurs de tension plus grandes, ce qui est en accord avec le modèle de la valve. Par contre, il n'y a pas de phénomène de propagation par sauts à gauche de la région d'agrafage. A partir de la condition initiale, on observe seulement une relaxation vers l'état le plus bas.

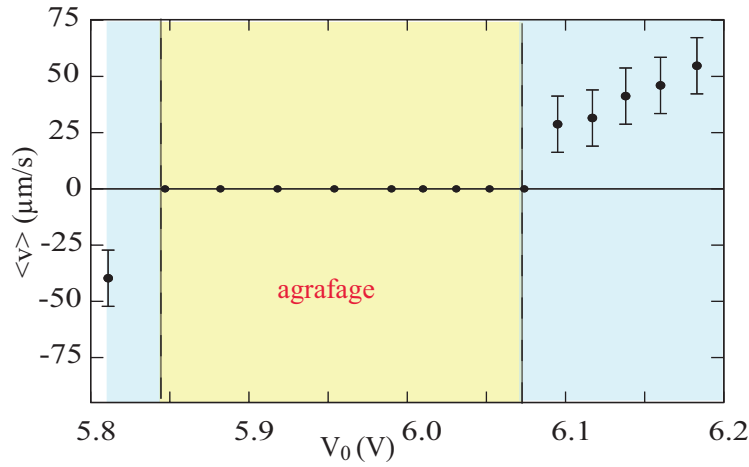


FIGURE 3.12 – Vitesse moyenne $\langle v \rangle$ du front en fonction de la tension V_0 , mesurée dans l'expérience pour $A = 190$ et $B = 15$. La partie représentée en bleu correspond à la région de propagation dans la région de bistabilité, la partie en jaune à la région d'agrafage.

Numériquement, ce phénomène de relaxation vers l'état bas du système sans propagation par sauts périodiques peut aussi être observé. Pour cela, nous avons intégré le modèle de la valve optique 2.4 et 2.5, dans le cas unidimensionnel et en présence d'un forçage spatial de la forme :

$$I_{in}(x) = A + B \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right).$$

Les simulations numériques montrent qu'en jouant sur le paramètre A , on peut effectivement perdre le phénomène de propagation libre par sauts à gauche de la région d'agrafage. En particulier, nous avons considéré deux valeurs différentes de A : 3.5 et 4.5 en unités arbitraires. Nous avons exploré différentes valeurs de V_0 pour localiser la région d'agrafage et regarder ce qui se passe à gauche de celle-ci. Le premier constat est que, de façon semblable à ce qui est observé dans l'expérience, augmenter A a pour effet de décaler la région d'agrafage vers des valeurs de tension plus petites.

Des diagrammes spatio-temporels numériques sont donnés à la Fig.3.13 pour différentes

tensions V_0 et pour $A = 3.5$ (Fig.3.13a-c) et $A = 4.5$ (Fig.3.13d-f). Dans le cas où $A = 3.5$ et $V_0 = 4.9$ V (Fig.3.13a), le système relaxe sur l'état bas. Une explication possible est que la modulation imposée est alors trop importante pour que l'état haut puisse être généré. Entre la situation présentée à la Fig.3.13a et celles pour des tensions plus grandes, $V_0 = 5.0$ et 5.1 V (Fig.3.13b et c), on n'observe pas de propagation par sauts périodiques. Pour $A = 4.5$ et $V_0 = 4.5$ et 4.6 V, respectivement (Fig.3.13d et e), on observe que le front se rétracte par sauts à partir de la condition initiale. Pour une tension un peu plus élevée ($V_0 = 4.7$ V), le système entre ensuite dans la région d'agrafage (Fig.3.13f).

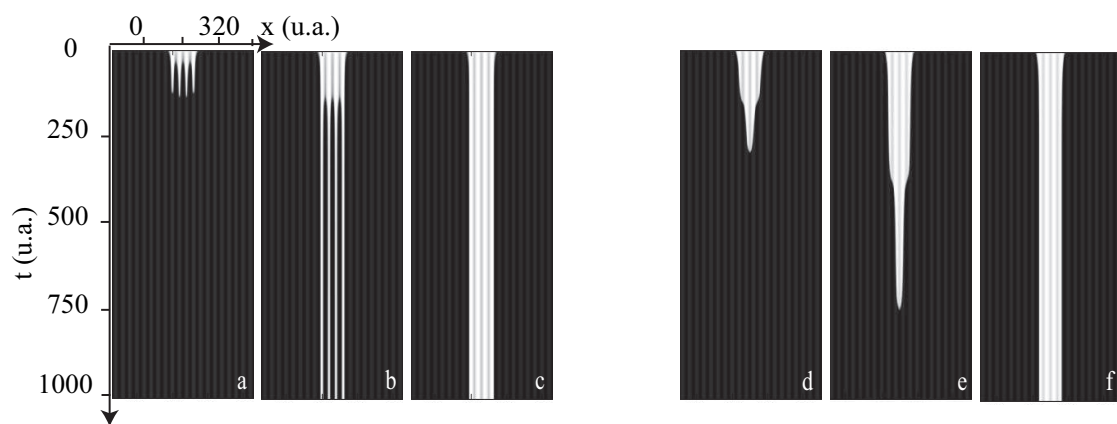


FIGURE 3.13 – Diagrammes spatio-temporels obtenus à partir de l'intégration du modèle complet de la valve, montrant pour a)-c) $A = 3.5$ et d)-f) $A = 4.5$, l'évolution dans la propagation du front pour différentes valeurs de tension V_0 : a) $V_0 = 4.9$, b) 5.0 , c) 5.1 , d) 4.5 , e) 4.6 , f) 4.7 V. Les autres paramètres sont : $\Gamma = 1.0$, $\alpha = 0.3$, $B = 1.34$, $p = 10$.

Amplitude du forçage B

Une autre caractérisation possible du phénomène d'agrafage-désagrafage peut être réalisée en gardant cette fois la tension constante mais en prenant comme paramètre de contrôle l'amplitude B du forçage.

Expérimentalement, nous nous sommes intéressés seulement à la transition de désagrafage du front en mesurant la vitesse moyenne du front $\langle v \rangle$ en fonction de B comme reporté sur Fig.3.14. Cette mesure a été répétée pour trois valeurs différentes de tension : $V_0 = 5.538$, 5.617 et 5.700 V. En comparant les mesures à $V_0 = 5.538$ V avec celles à 5.617 V, on constate que l'agrafage intervient pour une amplitude plus grande dans le second cas. Pour $V_0 = 5.700$ V, on n'observe pas de région d'agrafage car à partir d'une certaine amplitude de forçage, le système sort de région de bistabilité, la modulation spatiale est alors trop importante. Cela est illustré sur Fig.3.15 pour $V_0 = 5.700$ V et B supérieur à 15.

Numériquement, on peut aussi mettre en évidence le rôle de l'amplitude B de la modulation

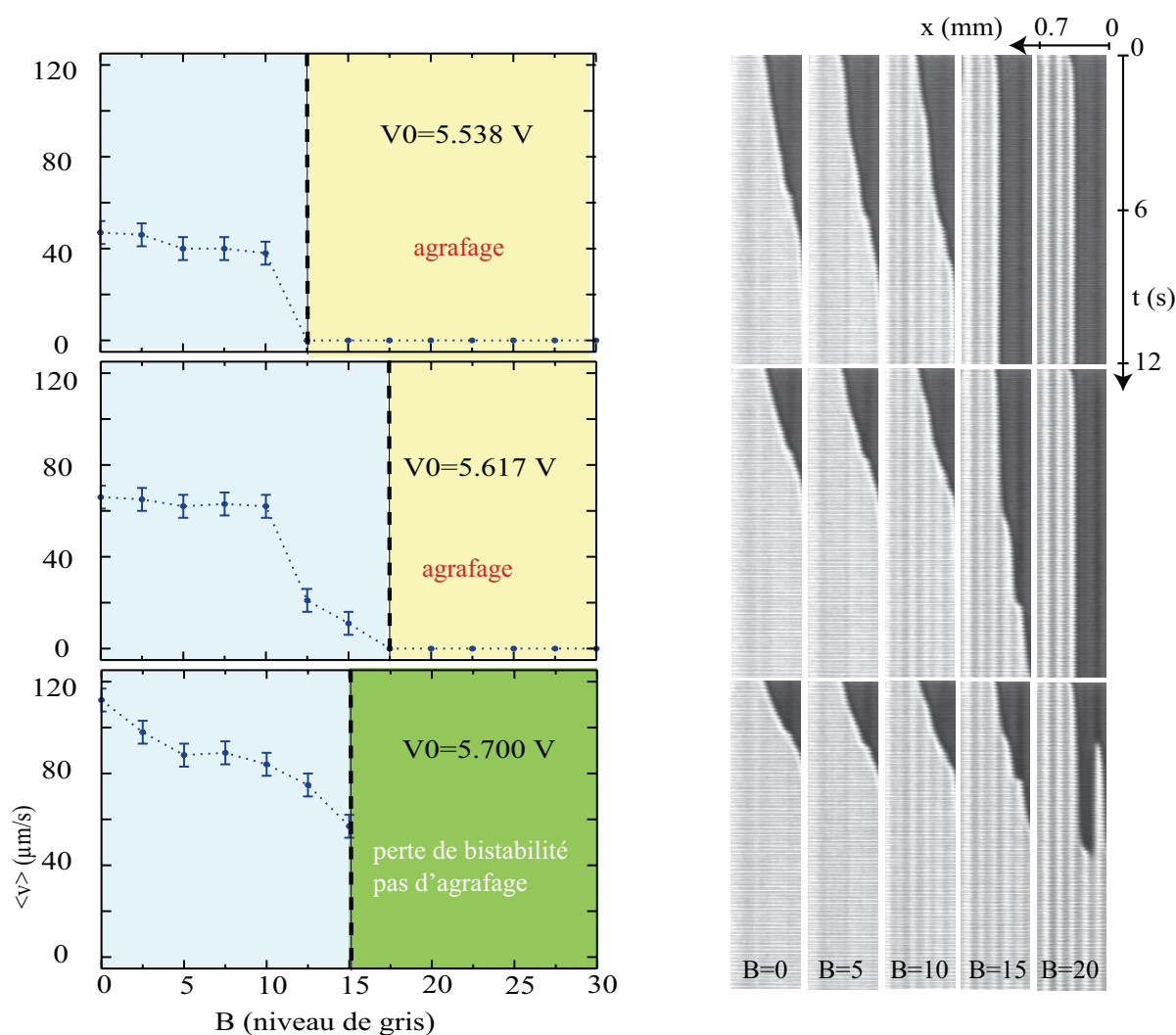


FIGURE 3.14 – A gauche : vitesses moyennes du front $\langle v \rangle$ en fonction de l’amplitude B du forçage en présence de modulations spatiales de paramètres ; $A = 210$, $B = 15$, $p = 115 \mu\text{m}$; la partie en jaune représente la région d’agrafage, en bleu la région de propagation par sauts périodiques, et la partie en vert une région non bistable ; à droite sont représentés des diagrammes spatio-temporels expérimentaux pour différentes valeurs de B .

spatiale. Ainsi les diagrammes spatio-temporels de Fig.3.15 montrent qu’augmenter B à tension constante a pour effet de réduire la vitesse moyenne de propagation du front. De plus, concernant la propagation par sauts, on constate que la largeur des marches entre deux sauts consécutifs dans les diagrammes spatio-temporels, augmente quand l’amplitude B de la modulation augmente. Ces résultats numériques sont en accord avec les résultats expérimentaux.

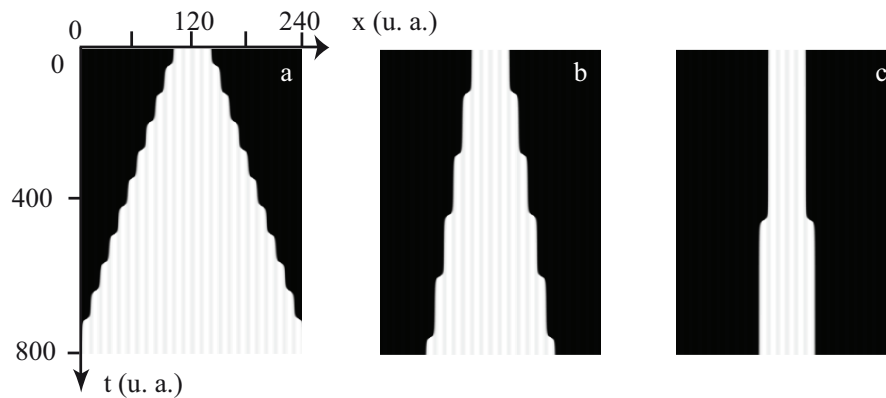


FIGURE 3.15 – Diagrammes spatio-temporels numériques obtenus par intégration du modèle de la valve optique, montrant l’influence de l’amplitude du forçage sur la dynamique du front : a) $B = 0.9$, b) 0.94 et c) 0.95 . Les autres paramètres sont : $V_0 = 5.2 V$, $\Gamma = 1.0$, $\alpha = 0.3$, $A = 4.5$, $p = 10$.

Période spatiale p

Nous avons testé expérimentalement l’influence de la longueur d’onde spatiale p du forçage à tension constante. Lorsque p augmente, l’effet sur la dynamique est d’augmenter l’étendue de la région d’agrafage et de se rapprocher un peu plus d’un système discret en espace. Dans la région à droite de la région d’agrafage, on observe que la vitesse moyenne du front diminue lorsque p augmente (Fig.3.16a). Ce comportement est illustré par les diagrammes spatio-temporels expérimentaux et numériques de Fig.3.16 pour des fronts se propageant à partir d’une condition initiale locale donnée et pour des longueurs d’onde spatiales différentes, à tension constante. On constate que le modèle unidimensionnel de la valve optique est en bon accord avec les observations expérimentales.

3.3 Agrafage et propagation de fronts : extension à des cas bi-dimensionnels

3.3.1 Introduction et motivations

En s’appuyant sur la caractérisation quasi unidimensionnelle qui vient d’être présentée, on peut imaginer une extension à deux dimensions du phénomène de propagation ou blocage d’un front sur un milieu spatialement structuré. Différentes géométries peuvent être imposées avec le modulateur spatial de lumière, en affichant des masques d’intensité bi-dimensionnels avec des paramètres de forçage adaptés.

Le premier cas le plus simple à envisager est de garder la modulation sinusoïdale dans une direction que nous appellerons x et simplement d’étendre le profil dans la direction

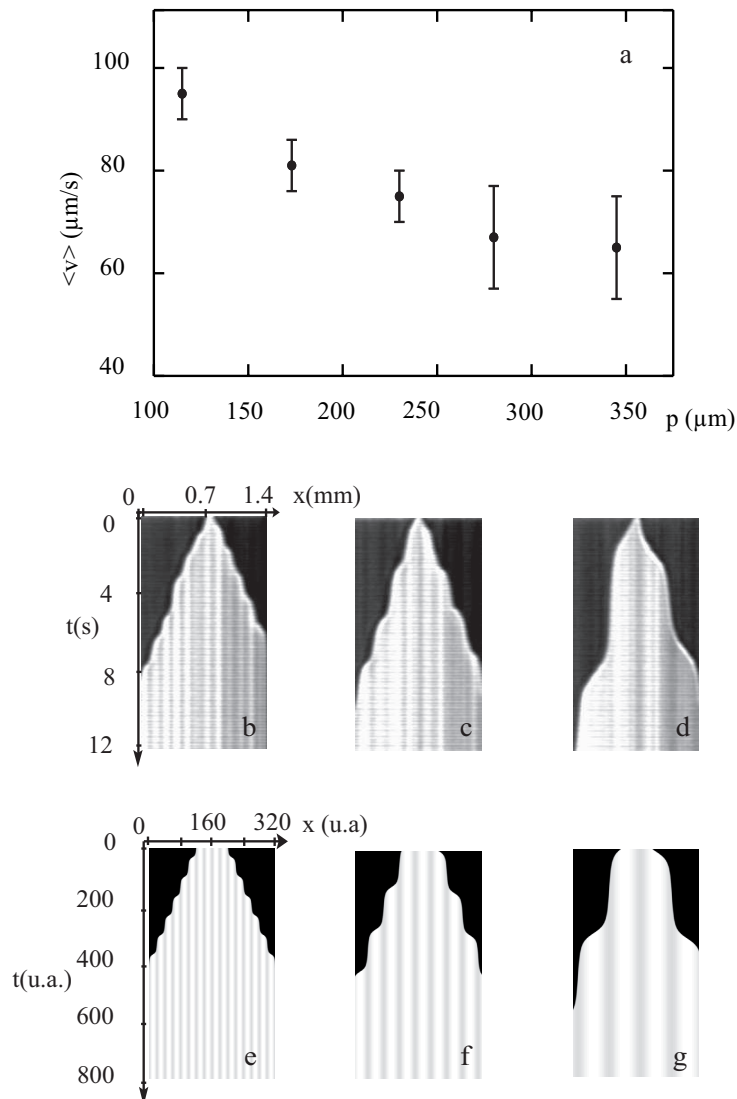


FIGURE 3.16 – a) vitesse moyenne $\langle v \rangle$ mesurée expérimentalement en fonction de la longueur d'onde du forçage p . Diagrammes spatio-temporels b)-d) expérimentaux et e-g) numériques montrant la propagation du front à partir d'une condition initiale locale, pour différentes longueurs d'onde p avec b) $p = 115$, c) 173 et d) $345 \mu\text{m}$; e) $p = 20$, f) 40 et g) 80 u.a. Les autres paramètres sont $\Gamma = 1.0$, $\alpha = 0.3$, $B = 1.4$, $V_0 = 5.35 \text{ V}$.

perpendiculaire notée y . La modulation est alors de type rouleaux et on s'attend à pouvoir piéger le front dans la direction perpendiculaire à la modulation en accord avec le cas unidimensionnel. Par contre, il devrait se propager librement dans la direction parallèle aux rouleaux, direction dans laquelle le front rencontre un milieu homogène. Dans un second temps, nous avons utilisé des grilles isotropes avec des modulations carrées ou hexagonales [74].

3.3.2 Modulation type rouleaux

Pour induire sur le milieu des modulations de type rouleaux, la distribution d'intensité utilisée est définie comme :

$$I(x, y) = A + B[\sin(kx)],$$

avec $k = \frac{2\pi}{p}$. La longueur d'onde du forçage est fixée à $p = 115 \mu m$. Sur Fig.3.17a est

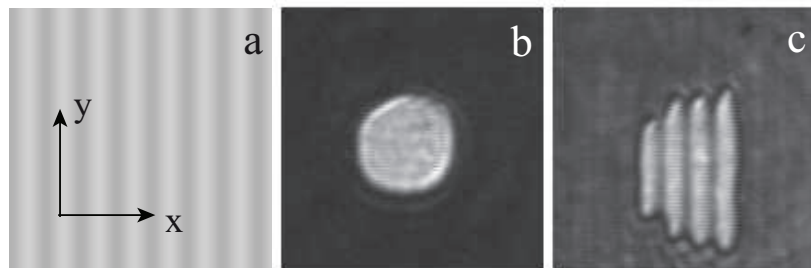


FIGURE 3.17 – a) Masque d'intensité type rouleaux envoyé vers le SLM, b) réponse du système à une condition circulaire initiale utilisée pour générer le front, c) front se propageant dans la direction parallèle aux rouleaux.

présenté un exemple de masque d'intensité permettant de générer la modulation de type rouleaux. Fig.3.17b est un profil de la réponse du système à une condition initiale se présentant sous la forme d'un domaine circulaire, de niveau de gris 255 sur un fond d'intensité 0 et Fig.3.17c montre un profil de front qui peut être obtenu à partir de cette condition initiale. Fig.3.18 montre un autre type de condition initiale sous forme de bande étroite parallèle à la direction de la grille rouleaux imposée ensuite. Trois orientations différentes des rouleaux sont proposées.

Mesure de la vitesse du front dans la direction homogène et dans la direction structurée

Nous avons caractérisé la dynamique du front se propageant sur un milieu modulé avec un masque de type rouleaux. Le front est généré en utilisant une condition initiale circulaire semblable à celle de la Fig.3.17b. Nous remplaçons ensuite le masque de la condition initiale par celui de la modulation de type rouleaux et nous suivons l'évolution dynamique du front. Celle-ci est anisotrope. Si on regarde, la dynamique dans la direction perpendiculaire aux rouleaux, suivant les valeurs de paramètres de tension, le front est soit agrafé soit se propage sur le milieu modulé, conformément aux résultats reportés pour la caractérisation unidimensionnelle. Pour les paramètres choisis, à gauche de la région d'agrafage, la propagation par sauts périodiques existe sur une plage de valeurs de tension V_0 très petite et avant celle-ci le système n'est pas bistable. À droite de la région d'agrafage, on retrouve

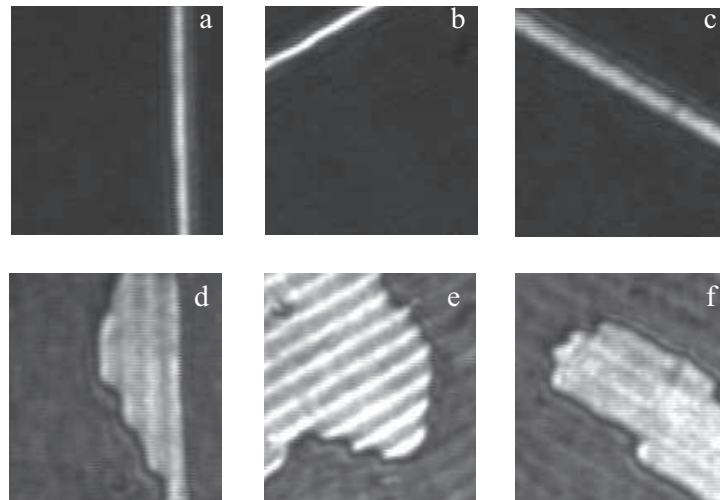


FIGURE 3.18 – a)-c) profils transverses obtenus en imposant comme condition initiale une ligne de niveau d'intensité maximale avec le SLM, pour trois orientations différentes et d)-f) profils de fronts se propageant à partir des conditions initiales, sur des milieux de type rouleaux orientés différemment.

le phénomène de propagation par sauts décrit dans le cas unidimensionnel. Cependant, il semble ici couplé à la propagation le long des rouleaux, qui se fait à vitesse à peu près uniforme, sans phénomène d'agrafage puisque le milieu rencontré est homogène. En effet,

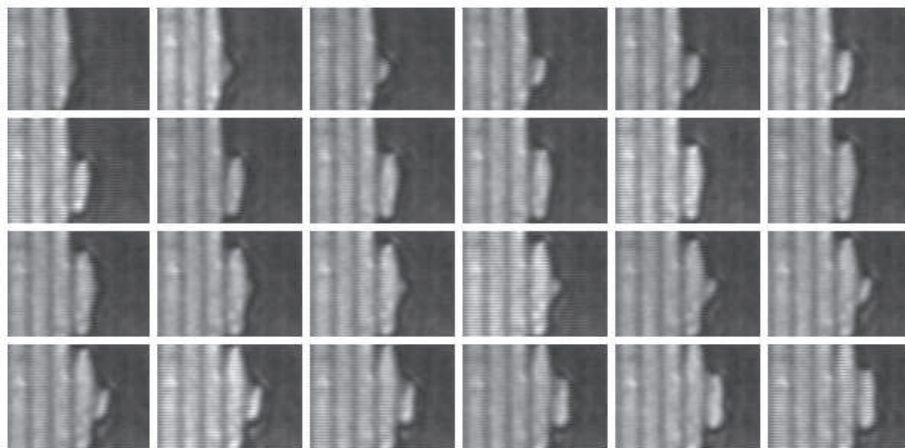


FIGURE 3.19 – Séquence temporelle d'images montrant la propagation du front sur un milieu avec une modulation de type rouleaux ; $V_0 = 5.964 V$, $A = 195$, $B = 15$, $p = 115 \mu m$. L'intervalle de temps entre deux images est de $0.8 s$.

si le système est dans la région d'expansion par sauts périodiques, le front se propage parallèlement aux rouleaux jusqu'à ce qu'il "déborde" perpendiculairement par saut sur le rouleau adjacent. Cette dynamique du front sur les rouleaux est illustrée par la séquence temporelle d'images de la Fig.3.19, pour des paramètres à droite de la zone d'agrafage.

Les résultats sont en accord avec certaines études théoriques et numériques qui ont montré que la propagation d'un front sur des milieux structurés de type rouleaux est anisotrope [75, 76].

La vitesse de propagation du front a été mesurée dans les directions parallèle et perpen-

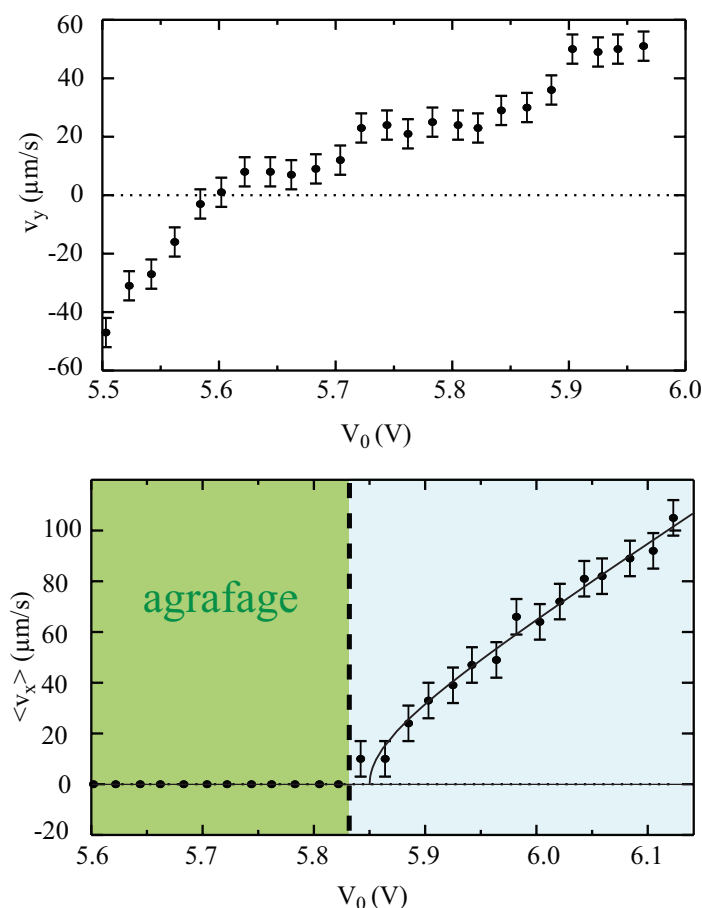


FIGURE 3.20 – Vitesses du front en fonction de la tension V_0 avec en a) v_y et b) $\langle v_x \rangle$, dans le cas d'une grille d'intensité de type rouleaux pour $A = 210$, $B = 15$, $p = 115 \mu m$. La courbe en traits pleins présentée en b) correspond à une regression utilisant l'équation 3.5.

diculaire aux rouleaux, en fonction du paramètre V_0 [74]. Les diagrammes de bifurcation obtenus sont présentés par Fig.3.20. La vitesse v_y dans la direction parallèle aux rouleaux ne montre pas de région d'agrafage et le front se propage de façon à peu près uniforme de part et d'autre du point de Maxwell (Fig.3.20a). D'autre part, dans la direction perpendiculaire aux rouleaux, la vitesse $\langle v_x \rangle$ confirme l'existence d'une région d'agrafage (Fig.3.20b). Dans la région à droite de la région d'agrafage, une courbe de regression de la vitesse obtenue avec la formule 3.5 est représentée en traits pleins sur Fig.3.20b. A nouveau, nous pouvons constater que cette formule est en bon accord avec les données expérimentales. Une regression avec la formule 3.6 évoluant comme la racine carrée du paramètre de

bifurcation, comme cela est attendu dans le cas d'une bifurcation noeud-col, a également été testée mais avec un accord moins bon, et ce plus particulièrement en s'éloignant de la transition de désagrafage. Le modèle de type Φ^4 donné par 3.5 donne une bonne description qualitative de la dynamique du front proche de la région d'agrafage, même dans le cas de l'extension à deux dimensions de la modulation sinusoïdale.

3.3.3 Modulation de type carrés ou hexagones

Avec une modulation de type rouleaux, il est possible d'agrafer le front dans une direction tandis qu'il peut se propager dans la direction orthogonale. Cela laisse entrevoir la possibilité d'agrafer les fronts dans deux directions ou plus, en utilisant par exemple, des modulations carrées ou hexagonales.

Agrafage-désagrafage avec une modulation carrée

Pour générer des modulations carrées, les distributions d'intensité choisies sont de la forme :

$$I(x, y) = A + B [\cos(kx) + \cos(ky)],$$

avec x la direction horizontale, y la direction verticale et $k = \frac{2\pi}{p}$, avec p la longueur d'onde de la modulation spatiale. Pour une première série de mesures, des enregistrements de la dynamique du front ont été réalisés pour une plage de valeurs de tension allant de 5.205 V à 6.004 V par pas de 0.1 V. Des diagrammes spatio-temporels dans les directions horizontale, verticale et diagonale ont été extraits et sont représentés à la Fig.3.21. Les paramètres de la modulation spatiale sont $p = 160 \mu\text{m}$, $A = 190$ et $B = 30$. On peut ainsi constater l'existence d'une région d'agrafage dans les trois directions et les dynamiques de propagation par sauts périodiques de part et d'autre de cette région.

La réponse du système à une condition initiale circulaire affichée par le SLM est présentée à la Fig.3.22a. En prenant le cas où $V_0 = 5.205 \text{ V}$, en partant de cette condition initiale, on peut observer une dynamique de contraction du front. Cette dynamique est illustrée par la séquence temporelle d'images de la Fig.3.22b-j. Le masque permettant d'imposer la modulation carrée pour cette série de mesures est présenté à la Fig.3.23a. Pour une valeur de tension située à droite de la région d'agrafage, les profils de Fig.3.23b-e constituent une séquence temporelle montrant le front qui se propage sur la modulation carrée.

Procédure d'effaçage du front

Toujours en utilisant le SLM, il est possible dans la région de bistabilité de générer un front étendu et en appliquant localement une perturbation sur le masque, en pratique, en passant le curseur de l'ordinateur sur le masque d'intensité, des parties du front peuvent être

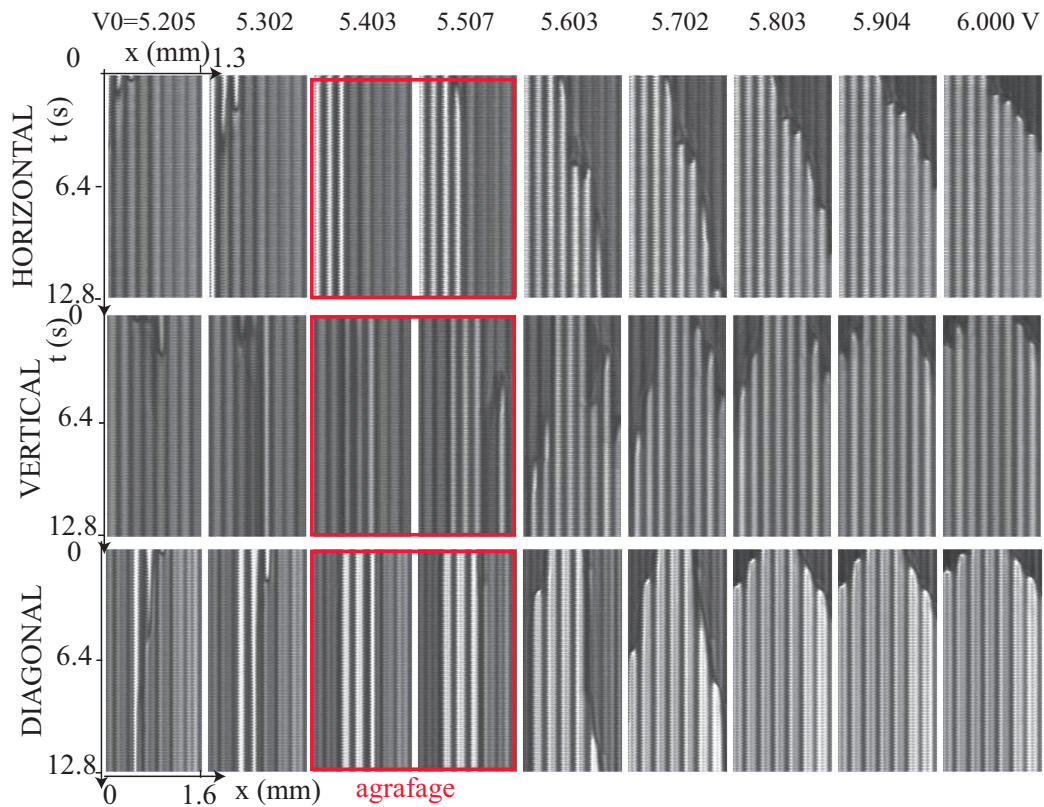


FIGURE 3.21 – Diagrammes spatio-temporels pour les directions horizontale, verticale et diagonale pour un front se propageant sur une grille carrée pour différentes valeurs de V_0 , et pour les paramètres de forçage suivants : $A = 190$, $B = 30$ et $p = 160 \mu\text{m}$.

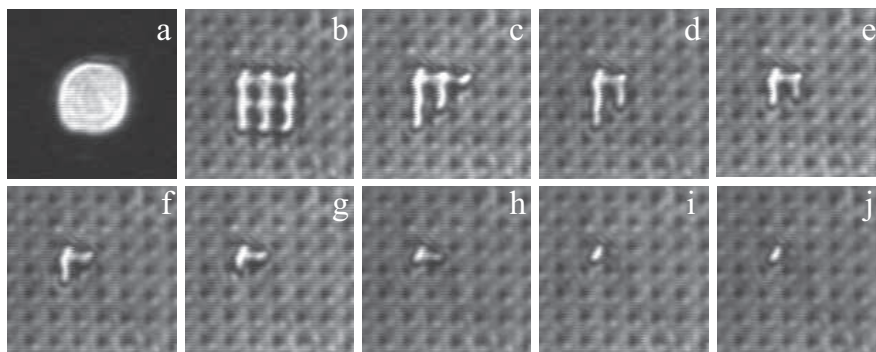


FIGURE 3.22 – a) Réponse du système à une condition initiale circulaire et b)-j) séquence temporelle d'images montrant la dynamique de contraction du front, jusqu'à obtenir une structure localisée de taille comparable à la longueur d'onde de modulation. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 5.205 \text{ V}$ et $I_{in} = 1.4 \text{ mW/cm}^2$ pour un masque homogène de niveau de gris $A = 190$. L'intervalle de temps entre deux images est de 1.6 s .

effacées. Dans la suite, nous parlerons de cellule pour désigner une partie du front modulé associée à une longueur d'onde du forçage spatial. Cette procédure d'effaçage permet donc,

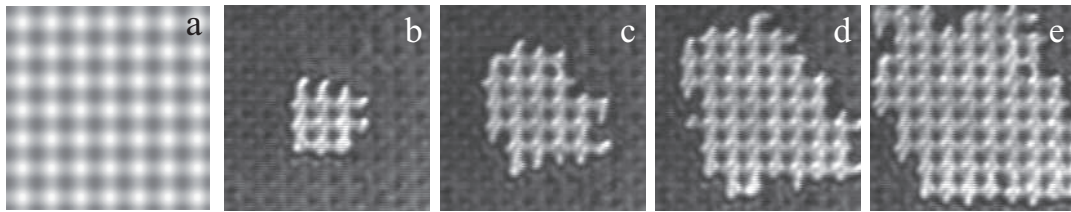


FIGURE 3.23 – a) masque utilisé pour générer la modulation carrée et b)-e) séquence temporelle de profils montrant la propagation du front sur la grille carrée pour $V_0 = 5.702 V$.

partant d'un front étendu à toute une zone de la valve (Fig.3.24a), de générer de nouveaux états d'extensions plus réduites (Fig.3.24b), avec la possibilité "d'écrire" sur le milieu périodique. Nous verrons plus en détails au chapitre 4 comment cette procédure permet de générer des états localisés d'étendue différente.

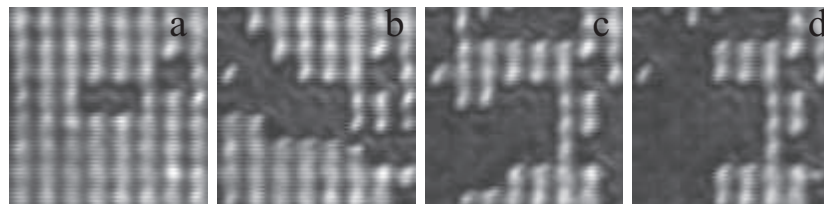


FIGURE 3.24 – Front sur une modulation carrée; a) état initial, b)-d) autres états générés par effacement de certaines cellules du motif périodique sous-jacent. Les différents paramètres sont : $V_0 = 5.803 V$, $A = 180$, $B = 15$, $p = 100 \mu m$.

Propagation sur un milieu modulé hexagonalement

La dynamique sur un milieu modulé hexagonalement a été étudiée, en utilisant des masques d'intensité définis par la formule suivante :

$$I(x, y) = A + B \left[\cos(kx) + \cos\left(\frac{1}{2}kx + \frac{\sqrt{3}}{2}ky\right) \right] + B \left[\cos\left(\frac{1}{2}kx - \frac{\sqrt{3}}{2}ky\right) \right],$$

avec $k = 2\pi/p$. Dans le cas d'une grille hexagonale, nous n'avons pas caractérisé quantitativement le phénomène d'agrafage, ni la vitesse de propagation en fonction du paramètre de contrôle V_0 . Le phénomène existe néanmoins avec dans la région d'agrafage la possibilité de générer des états localisés d'étendue différente, en appliquant la procédure d'effaçage décrite précédemment. Sur Fig.3.25 est présentée une séquence temporelle d'images montrant

l'évolution du front à partir d'une condition initiale circulaire. Les paramètres expérimentaux sont les suivants pour $V_0 = 5.817 V$: $A = 187.5$, $B = 7.5$, $p = 130 \mu m$, avec $I_{in} = 0.84 mW/cm^2$ pour un masque uniforme de niveau de gris 185 et $1.06 mW/cm^2$ à 190.

Pour ces valeurs de paramètres, le système se trouve à droite de la région d'agrafage mais

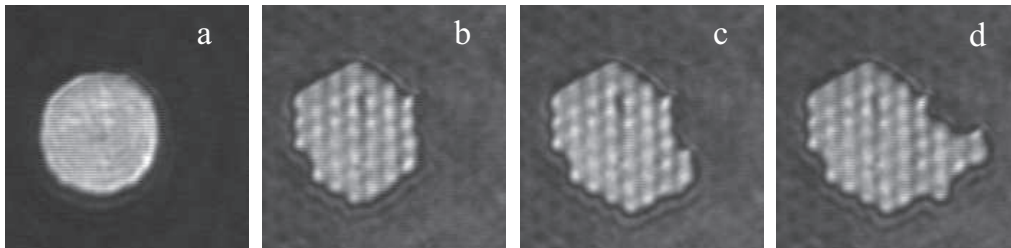


FIGURE 3.25 – a) profil en présence d'une condition initiale circulaire, b)-d) séquence temporelle d'images montrant à droite de la région d'agrafage l'évolution spontanée du front sur une modulation hexagonale. L'intervalle de temps entre deux profils est de 4 s. Les paramètres expérimentaux sont : $V_0 = 5.817 V$, $A = 187.5$, $B = 7.5$, $p = 130 \mu m$, $I_{in} = 0.84 \mu W/cm^2$ pour un masque uniforme de niveau de gris 185.

pas très loin de la transition de désagrafage. Le front s'étend par sauts d'un site du réseau au suivant, en choisissant certaines directions préférentielles en raison des axes de symétrie de la grille hexagonale.

Nous avons vu dans le cas unidimensionnel que la vitesse dépend de la longueur d'onde du forçage. Aussi avons-nous affiché le même masque d'intensité pour la même valeur de tension mais avec un facteur de grandissement différent dans le logiciel qui permet d'afficher le masque d'intensité. Fig.3.26a est une représentation tridimensionnelle en fausses couleurs de l'interface entre les deux états modulés hexagonalement, pour une tension légèrement inférieure à celle pour laquelle la propagation présentée à la Fig.3.25 a lieu. Fig.3.26b montre un profil transverse en niveaux de gris de la même interface qu'à la Fig.3.26a avec en plus un état localisé comprenant une seule cellule de la modulation. Pour les deux facteurs d'affichage de la modulation, le système est dans la région de blocage comme illustré sur Fig.3.26b et c, avec des interfaces ou des états localisés agrafés sur le milieu. Le fait que le phénomène de blocage du front dépende de la longueur d'onde ouvre des possibilités. On pourrait par exemple imaginer des masques d'intensité avec des structures complexes ou fractales, pour lesquels apparaîtrait le même motif à des échelles différentes, en tenant compte de la limite de résolution du système.

3.4 Quelques conclusions

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence la possibilité d'agrafer des fronts dans un système d'optique non linéaire. Dans le cas unidimensionnel, nous avons construit les dia-

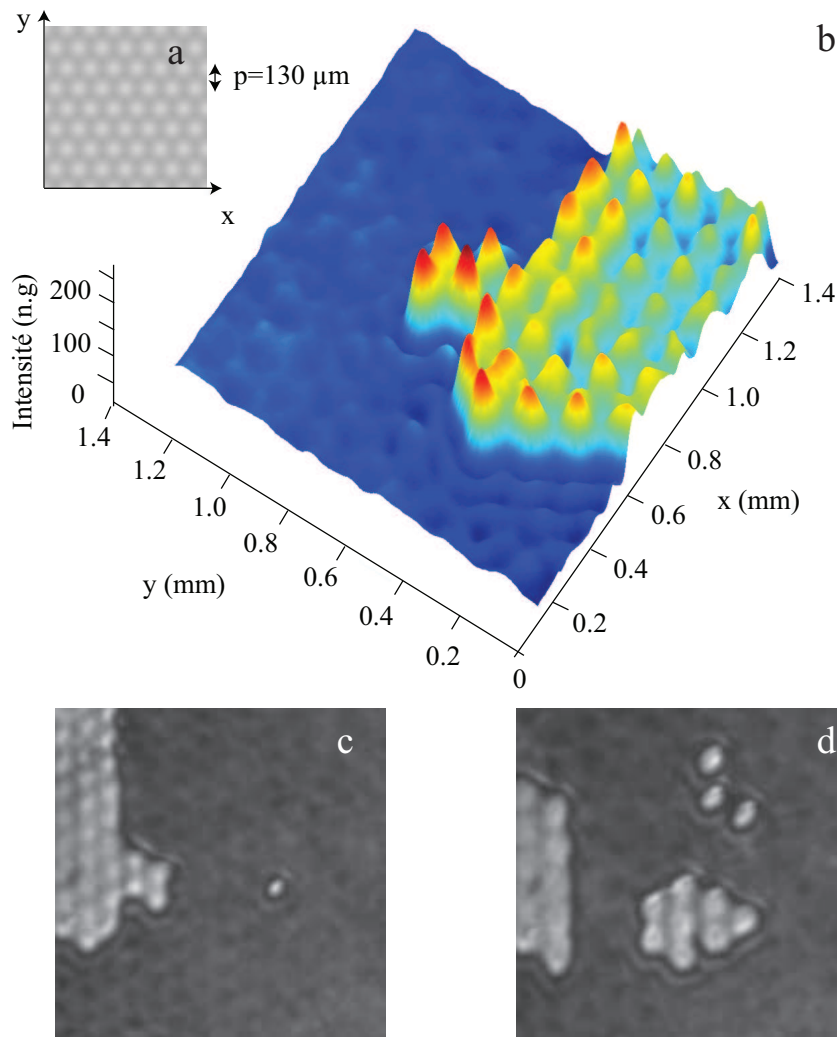


FIGURE 3.26 – a) masque d'intensité affiché sur le SLM pour générer les modulations hexagonales, b) représentation tridimensionnelle en fausse couleurs de l'interface entre deux états périodiques ; interfaces et états localisés pour la même modulation d'intensité que celle de Fig.3.25 avec c) un affichage du masque à 25 pourcents et d) un affichage du masque à 33 pourcents. Les paramètres de forçage suivants : $V_0 = 5.791 V$, $A = 187.5$, $B = 7.5$, $p = 130 \mu m$ pour b) et c), avec $I_{in} = 0.84 \mu W/cm^2$ pour un masque uniforme de niveau de gris 185.

grammes de vitesse en fonction d'un paramètre de contrôle, la tension, dans le cas de fronts entre états homogènes puis pour un front modulé spatialement. L'influence des paramètres de forçage sur la dynamique a aussi été étudiée, à tension constante. Une extension au cas bidimensionnel pour des modulations de type rouleaux, carrés et hexagones a également été réalisée. Il pourrait être intéressant d'adapter la procédure expérimentale à d'autres systèmes. Par exemple, des méthodes identiques ont été utilisées pour étudier le comportement de nuages d'atomes ultra-froids ou des condensats de Bose-Einstein dans des

potentiels modulés de façon arbitraire ou de façon complexe [77].

Enfin, pour notre système, on pourrait imaginer de générer des modulations spatiales plus originales, en sommant plus de vecteurs d'onde satisfaisant la condition : $\sum_i \vec{k}_i = 0$. Des exemples de masques d'intensité que l'on pourrait tester sont donnés par Fig.3.27.

Au delà de son aspect fondamental, cette étude présente une méthode expérimentale pour

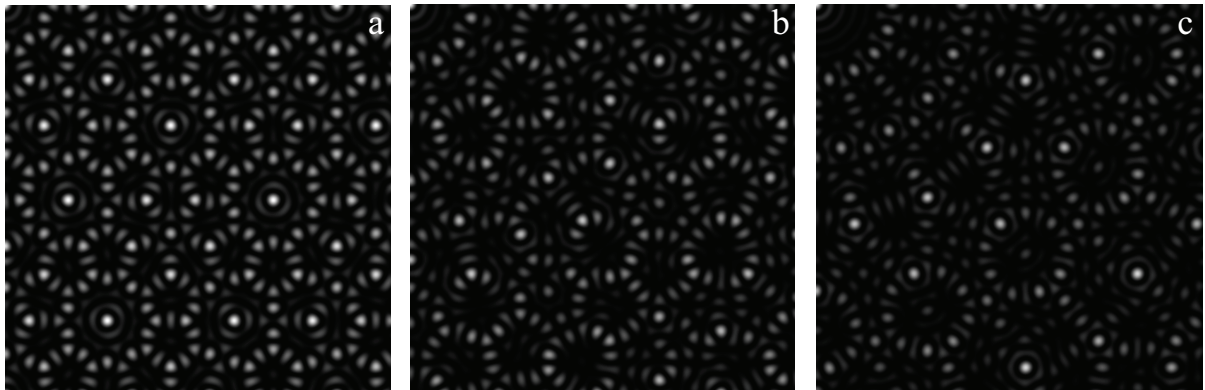


FIGURE 3.27 – Exemple de masques d'intensité pour lesquels $\sum_{i=1}^n \vec{k}_i = 0$ avec a) $n=5$, b) $n=7$ et c) $n=9$.

générer des modulations spatiales de la lumière. De plus, l'agrafage offre la possibilité d'"écrire" sur le milieu structuré, des états localisés constitués de cellules élémentaires du milieu modulé. Cela fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 4

Etats localisés dans la région d'agrafage

Au chapitre précédent, le phénomène d'agrafage a été mis en évidence dans le cas bidimensionnel pour une modulation de type rouleaux et pour des modulations carrées et hexagonales. Dans ce chapitre, nous allons montrer que des états localisés comprenant des nombres différents de cellules du motif périodique sous-jacent peuvent être stabilisés grâce au phénomène d'agrafage. Dans un second temps, nous reviendrons au cas unidimensionnel, pour lequel il est possible d'établir des comparaisons avec les modèles ou arguments théoriques développés. Plus particulièrement, nous avons construit un diagramme des états localisés comprenant des nombres différents de longueurs d'onde du motif périodique, en prenant à nouveau la tension V_0 comme paramètre de contrôle. Une discussion propose des éléments d'explications concernant la structure du diagramme obtenu.

4.1 Etats localisés bidimensionnels : observation expérimentale

4.1.1 Modulation carrée

Dans ce paragraphe, nous allons utiliser un forçage bidimensionnel. Une condition initiale de forme carrée et de niveau de gris maximal (255) imposée avec le SLM, est générée, puis le masque est remplacé par une modulation carrée, pour une valeur de tension V_0 située dans la région d'agrafage. Fig.4.1a montre le domaine localisé de forme carrée obtenu, de taille identique à la condition initiale et possédant 16 cellules de la grille carrée support de la structuration spatiale. En appliquant la procédure d'effaçage décrite au chapitre précédent, consistant à déplacer le curseur de l'ordinateur sur le masque d'intensité, il est possible d'effacer des cellules de l'état localisé, grâce au comportement bistable du système. On peut ainsi générer et stabiliser des états localisés de différentes tailles. En partant de l'état localisé à 16 cellules, par effacement de cellules situées au bord du domaine, de nouveaux états de tailles plus petites peuvent être obtenus. Sur Fig.4.1b, une cellule de

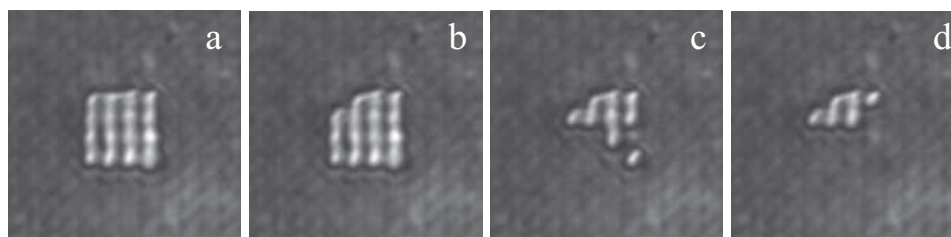


FIGURE 4.1 – Etats localisés comportant n cellules du réseau carré sous-jacent avec a) $n = 16$, b) $n = 15$, c) $n = 8$ plus une cellule isolée et d) $n = 6$. Les paramètres expérimentaux : $V_0 = 5.728 V$, $A = 180$, $B = 15$ et $p = 100 \mu m$.

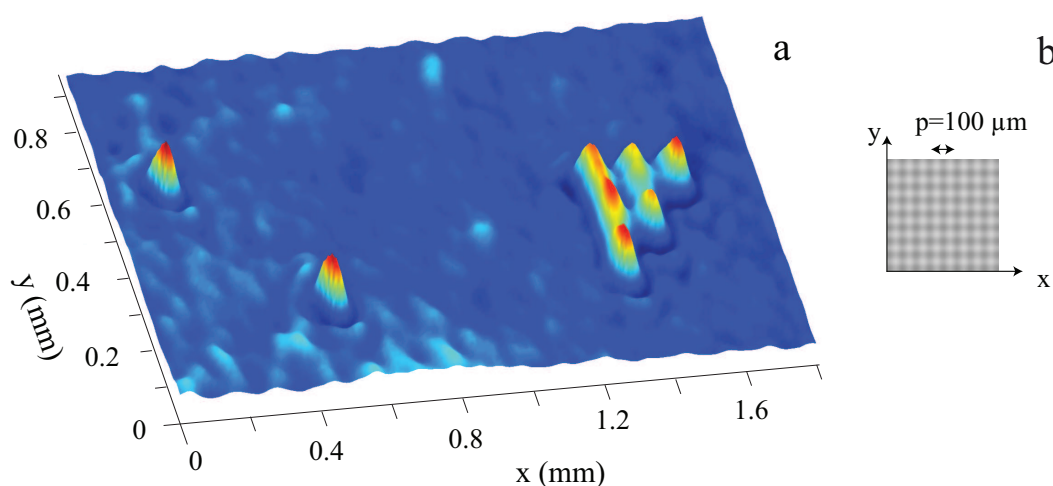


FIGURE 4.2 – a) représentation tridimensionnelle en fausses couleurs d'un état localisé en forme de "F" et de 2 structures localisées formées chacune d'une seule cellule de la modulation sous-jacente et b) masque d'intensité imposé avec le SLM. Les paramètres expérimentaux sont les suivants : $V_0 = 5.728 V$, $A = 180$, $B = 15$ et $p = 100 \mu m$.

l'état présenté à la Fig.4.1a a été effacée dans l'angle supérieur gauche, conduisant à un état localisé comprenant 15 cellules du motif carré. Fig.4.1c et d montrent deux autres exemples. Dans les mêmes conditions expérimentales, un domaine en forme de F a pu être stabilisé (Fig.4.2a). Sur le même profil, on voit également deux états localisés comprenant chacune une seule cellule de la modulation spatiale carrée. Fig.4.2b montre le masque d'intensité affiché par le SLM. Il faut noter que pour une tension donnée V_0 , dans la partie gauche de la région de blocage du front (proche de la transition d'agrafage), il semble y avoir une taille maximale pour le domaine que l'on peut stabiliser. En augmentant la tension V_0 , et donc en approchant le bord droit de la région d'agrafage, il devient plus difficile de stabiliser des domaines de petite taille. En effet, on se rapproche alors de la transition de désagrafage du front et donc le système est proche de développer l'état haut sur toute l'étendue du système [78].

4.1.2 Modulation hexagonale

En remplaçant la modulation carrée par la modulation hexagonale, on peut, en appliquant la même procédure, générer des états localisés de taille différente. La série de mesures

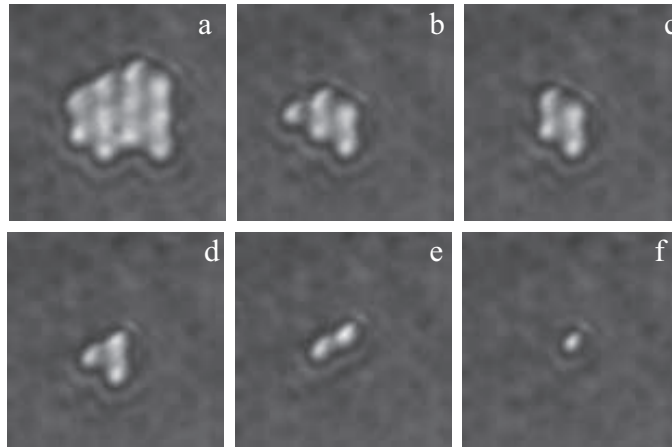


FIGURE 4.3 – Etats localisés comportant n cellules du réseau hexagonal sous-jacent avec a) $n = 11$, b) $n = 5$, c) $n = 4$, d) $n = 3$, e) $n = 2$ et f) $n = 1$. Les autres paramètres sont $V_0 = 5.791 V$, $A = 187.5$, $B = 7.5$, $p = 130 \mu m$.

est la même que celle qui a mis en évidence la propagation un milieu avec modulations hexagonales (Fig.3.25) mais la tension choisie $V_0 = 5.791 V$ se situe dans la région d'agrafage. Pour générer ces états, on part d'un domaine stable généré avec le SLM sous la forme d'une condition initiale circulaire. En appliquant toujours la même procédure d'effacement, avec le curseur de l'ordinateur, on peut stabiliser des domaines plus petits que la condition initiale et ce jusqu'à ne garder qu'une seule cellule du réseau. Les états localisés obtenus comprennent entre onze et une seule cellule du réseau hexagonal. Leurs profils transverses d'intensité sont représentés à la Fig.4.3.

Pour conclure sur ces états localisés en présence de modulations carrées et hexagonales, nous pouvons montrer deux autres exemples en représentation tridimensionnelle et en fausses couleurs. Fig.4.4a est obtenue en partant d'une condition initiale circulaire sur une grille de longueur carrée de longueur d'onde $p = 160 \mu m$. Fig.4.4b montre un grand domaine et, en dehors de celui-ci, une structure localisée avec une seule cellule du motif hexagonal sous-jacent.

Nous allons à présent montrer, que dans le cas unidimensionnel, il est également possible de générer des états localisés d'étendue différente, en essayant de faire des liens avec les approches théoriques qui n'existent pas encore, pour des systèmes bidimensionnels.

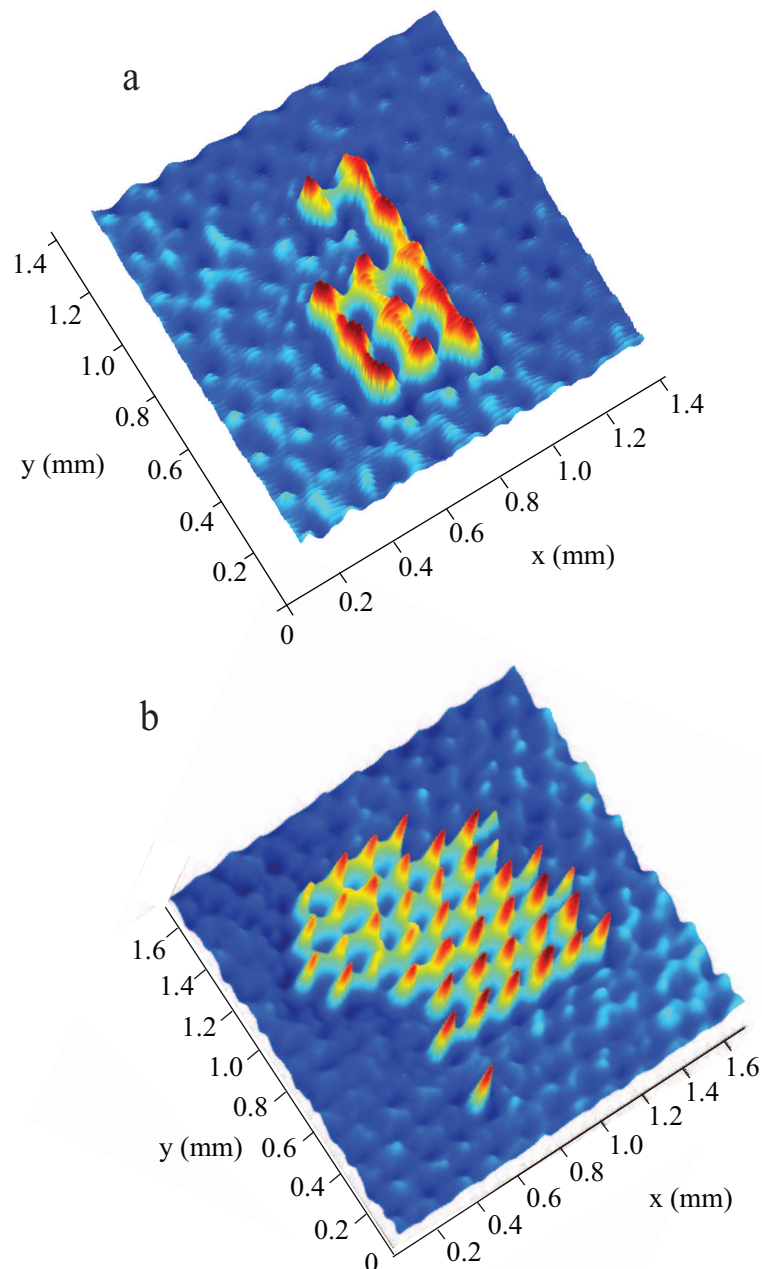


FIGURE 4.4 – Représentation tridimensionnelle en fausses couleurs de profils d'intensité avec en a) un état localisé ayant la forme d'un alpaga ($A = 190$, $B = 30$, $p = 150 \mu m$ et $V_0 = 5.302 V$) et en b) un domaine sur une grille hexagonale et un état localisé comprenant une seule cellule de la modulation sous-jacente ($A = 190$, $B = 20$, $p = 150 \mu m$, $V_0 = 5.702 V$).

4.2 Approches théoriques existant dans le cas unidimensionnel

4.2.1 L'enchevêtrement homocline

Il existe une théorie dans le cas unidimensionnel permettant d'expliquer la formation d'états localisés dans la région d'agrafage. Elle s'appuie sur une description en terme d'enchevêtrement d'orbites homoclines connectant deux états différents dans l'espace des phases [79] [72]. Pour illustrer les points essentiels de cette théorie, nous allons nous placer à nouveau, dans le cadre de l'équation de Swift-Hohenberg unidimensionnelle [80] :

$$\partial_t u = \epsilon u - u^3 - (1 + \partial_{xx})^2 u + g_1 u^2.$$

Cette équation fait intervenir les dérivées d'ordre 4, ce qui implique que l'espace des phase à considérer est lui aussi de dimension 4. Un autre point important est l'existence d'un plan de réversibilité. Pour $\epsilon = 0$, la solution stationnaire homogène $u = 0$ devient instable au profit d'une solution périodique en espace. La solution $u = 0$ correspond à un point fixe tandis que la solution périodique correspond à un cycle limite. Dans l'espace des phases à 4 dimensions, chacun de ces points fixes possède une variété stable et une variété instable. Le paramètre ϵ est pris comme paramètre pour contrôler l'enchevêtrement des orbites homoclines. En le faisant varier, il est possible que la variété instable d'un cycle limite touche la variété stable d'un point fixe, entraînant la tangence des deux orbites homoclines associées à chaque état. Il en résulte une boucle hétérocline. La réversibilité donne lieu à une infinité de boucles homoclines créées par bifurcation noeud-col avant que la tangence entre la variété stable du cycle limite et la variété instable du point fixe n'intervienne. Entre la première et la dernière tangence, correspondant aux limites de la région d'agrafage, il y a une infinité d'intersections entre la variété stable du point fixe et la variété instable de l'orbite périodique, correspondant chacune à un état localisé. Le nombre de fois où l'homocline touche le plan de réversibilité correspond au nombre de longueurs d'onde de l'état périodique que comprend l'état localisé. Cette théorie prédit donc, dans la région d'agrafage, l'existence d'états localisés avec des nombres différents de longueurs d'onde ou "bosses", allant de 1 à l'infini, ce qui correspond à l'état périodique s'étendant à l'ensemble du système.

En traçant la norme au carrée (u) en fonction du paramètre ϵ , le diagramme obtenu serpente, d'où le terme de *snaking bifurcation* en anglais. Une représentation schématique de ce diagramme est donnée par la Fig.4.5 et la région d'agrafage comprise entre la première et la dernière tangence, est notée $[\epsilon_1, \epsilon_2]$. Les chiffres entourés indiquent le nombre de longueurs d'onde du motif inclus dans les différents états localisés. Le diagramme comprend deux branches, une pour les structures possédant un nombre pair de bosses et une autre pour celles possédant un nombre impair. Cela vient du fait qu'en partant d'une structure

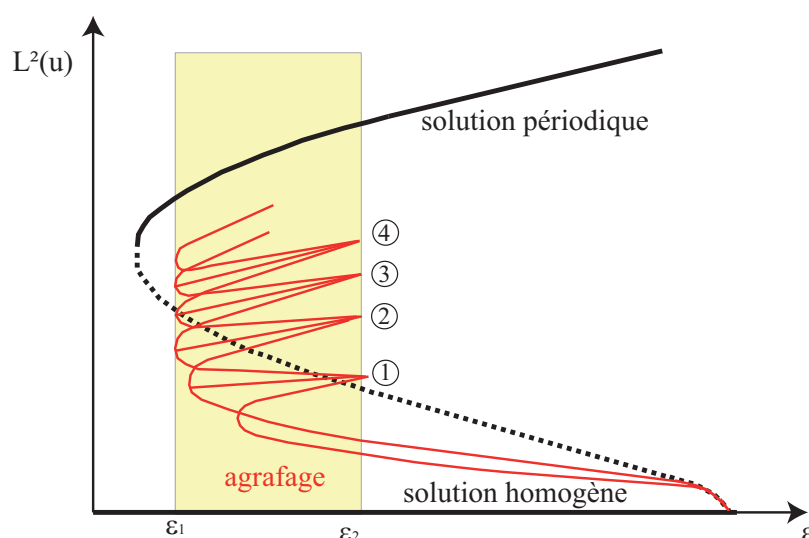


FIGURE 4.5 – Diagramme de la norme au carré de u en fonction du paramètre ϵ , montrant une structure en serpent et en échelle, dans le cadre de l'équation de Swift-Hohenberg. Les chiffres entourés indiquent le nombre de pics de l'état localisé qui peut être stabilisé pour une branche donnée.

ayant un nombre impair $2p + 1$ de bosses, en faisant varier le paramètre ϵ dans le sens d'une augmentation de la taille de l'état localisé, deux nouvelles bosses apparaissent de part et d'autre de la structure existante, ce qui amène le nombre de bosses à $2p + 3$. De façon analogue, en partant d'une structure avec un nombre pair $2p$ de bosses, la structure plus grande suivante sera la structure avec $2p + 2$ bosses.

4.2.2 Désaccord entre théorie et expériences

Si la théorie décrite au paragraphe précédent semble bien établie, il existe néanmoins un désaccord entre elle et les expériences. En effet, s'il est relativement facile d'observer les états périodiques et les états localisés avec une seule bosse, en revanche, il est difficile à ce jour d'observer expérimentalement les états intermédiaires constitués de 2 à l'infini moins une bosses, l'infini correspondant dans une situation idéalisée à l'état périodique. Récemment, diverses études, aussi bien numériques qu'expérimentales se sont intéressées à la bifurcation de type *snaking*, en tentant de trouver une réponse à l'écart entre expérience et théorie, dans différents systèmes physiques. Par exemple, la référence [81] étudie les états localisés qui apparaissent dans le cadre des équations de Donell-Von Kármán, sur la circonférence d'un cylindre auquel on applique une charge conduisant à une instabilité de type flambage. Dans le cadre de la convection, la référence [82] considère les états localisés pouvant apparaître dans un système de taille finie avec la possibilité de les observer en

dehors de la région de bistabilité entre l'état homogène et l'état périodique. La question de l'influence des conditions de bords du système sur le diagramme des états localisés, est aussi abordée dans le cadre de l'équation de Swift-Hohenberg dans la référence [83]. Pour la même équation, les auteurs de [84] présentent une explication possible du désaccord entre les résultats expérimentaux et la théorie, en ajoutant un terme non local. Dans ce cas, la non-localité induit une inclinaison du diagramme de bifurcation avec pour conséquence la disparition des structures localisées comprenant un grand nombre de cellules du motif.

Concernant les systèmes optiques, le problème est abordé dans la référence [85] dans une expérience comprenant une cavité laser à semiconducteur. Une autre alternative à ce désaccord est présentée dans la référence [86]. L'argument avancé est que l'état périodique disparaît par bifurcation noeud-col avec pour conséquence la destruction de la séquence de bifurcations conduisant à l'apparition des états localisés de taille différente. Il subsisterait néanmoins l'état avec un seule bosse du fait d'une réminiscence de l'état périodique.

4.3 Etats localisés avec forçage unidimensionnel : observations expérimentales

4.3.1 Diagramme de bifurcation des états localisés unidimensionnels

La tension V_0 est de nouveau prise comme paramètre de contrôle. Pour générer des états localisés de taille différente dans la région d'agrafage, la condition initiale utilisée est soit un flash de lumière, soit avec le SLM un profil de niveau de gris maximum (255), remplacé ensuite par le masque avec la modulation spatiale. Pour une tension donnée, partant de l'état le plus étendu comprenant n_{max} bosses, des états de taille plus petite sont obtenus avec la même procédure que pour les états localisés bidimensionnels : en effaçant une à une des cellules du front situé au bord de celui-ci, jusqu'à $n = 0$ qui correspond à l'état bas du système.

La modulation spatiale utilisée est de période inférieure à celle utilisée au chapitre 3, pour construire le diagramme de la vitesse, soit $A = 190$, $B = 15$ et $p = 90 \mu m$. Pour construire le diagramme des états localisés, on choisit une fenêtre d'observation du front, comprenant une dizaine de longueurs d'onde de la modulation spatiale. Pour chaque tension et état localisé, un film est réalisé. A partir des images moyennes des films sont tracés les profils le long de la direction de la modulation sinusoïdale. L'intensité moyenne sur la fenêtre d'observation est calculée pour chaque état localisé et pour chaque tension, puis reportée sur le diagramme de Fig.4.6. Comme dans le cas bidimensionnel, les mesures semblent indiquer que pour chaque tension, il existe une taille maximale pour les états localisés que l'on peut stabiliser. Les profils des états bas et haut du système sont donnés à la Fig.4.7

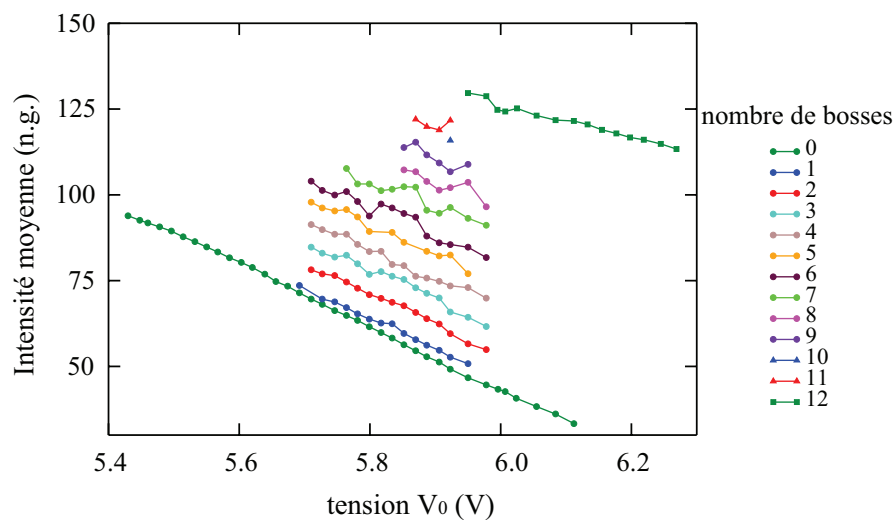


FIGURE 4.6 – Diagramme représentant l'intensité moyenne de chaque état en fonction de la tension V_0 . L'intensité est exprimée en niveaux de gris. Les paramètres de la modulation spatiale sont $A = 190$, $B = 15$ et $p = 90 \mu\text{m}$ et l'intensité I_{in} est de 1.12 mW/cm^2 .

pour une tension $V_0 = 5.950 \text{ V}$ tandis que des profils des états localisés comprenant des nombres de longueurs d'onde de la modulation allant de 0 à 12, sont présentés à la Fig.4.8 pour la même tension.

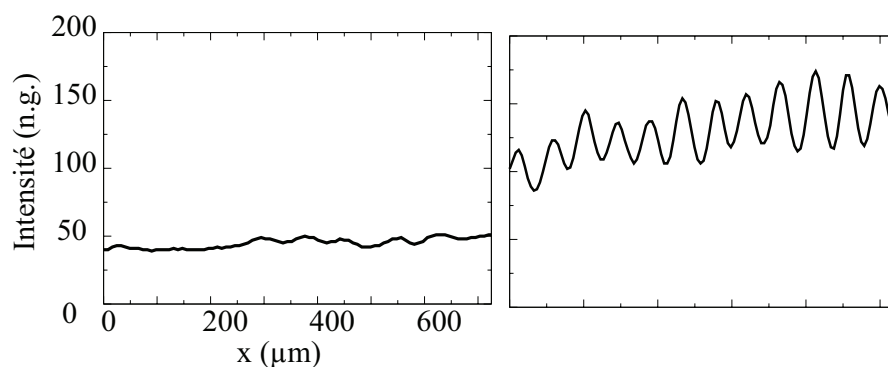


FIGURE 4.7 – Pour une tension $V_0 = 5.950 \text{ V}$, a) état bas et b) état haut modulé spatialement. L'intensité est exprimée en niveaux de gris. Les paramètres de la modulation spatiale sont $A = 190$, $B = 15$ et $p = 90 \mu\text{m}$ et l'intensité I_{in} est de 1.12 mW/cm^2 .

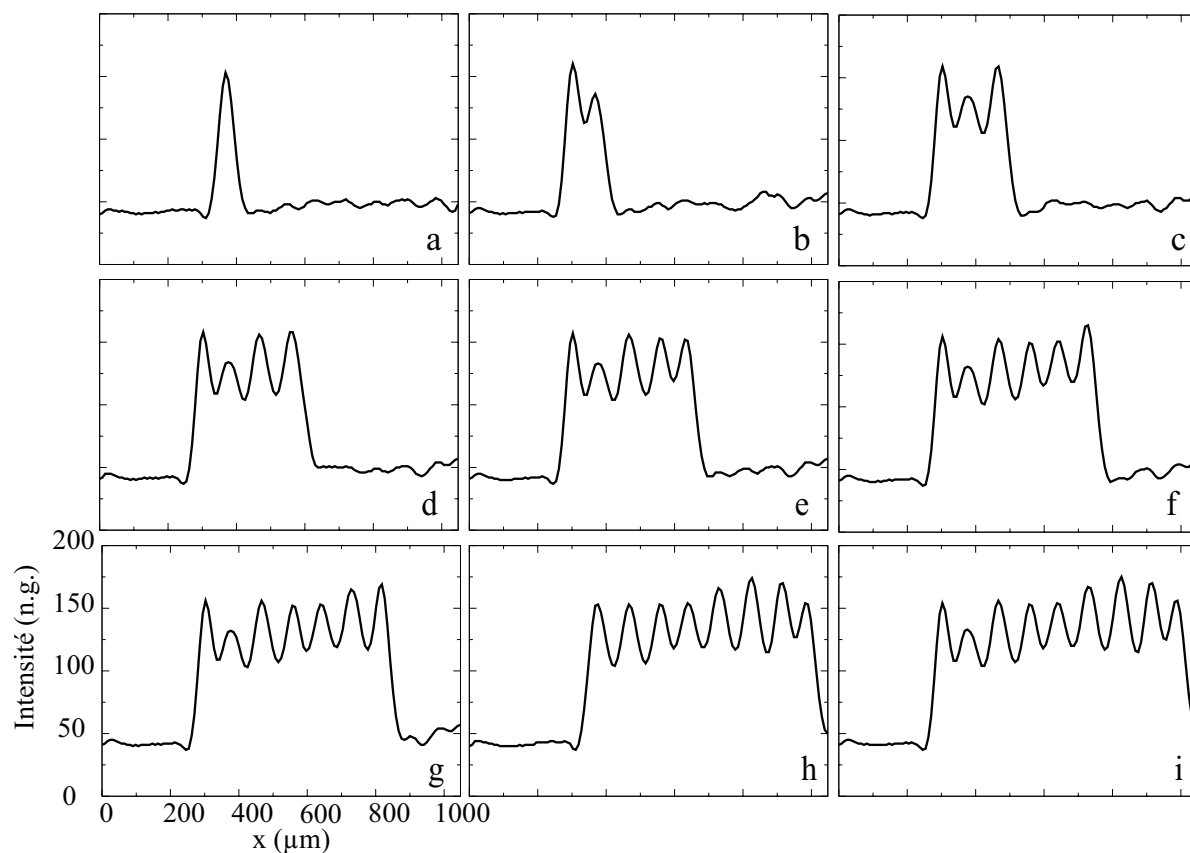


FIGURE 4.8 – Pour une tension $V_0 = 5.950 V$, états formés de nombres différents n de longueurs d'onde du forçage. L'intensité est exprimée en niveaux de gris. Les paramètres de la modulation spatiale sont $A = 190$, $B = 15$ et $p = 90 \mu m$ et l'intensité I_{in} est de $1.12 mW/cm^2$.

4.3.2 Discussion sur la structure du diagramme de bifurcation

L'intérêt de la méthode utilisée avec le SLM est de pouvoir ajuster le forçage spatial sous-jacent, ce qui n'est pas possible dans les systèmes où la périodicité résulte d'une instabilité modulationnelle. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que les théories unidimensionnelles permettant d'expliquer la séquence d'apparition des états localisés de taille différente s'appliquent à des systèmes infinis. Dans l'expérience, le système est limité en taille et peut être fortement soumis aux effets de bords. Les scénarios prédits par les théories peuvent être, par conséquent, modifiés par la taille limitée du système.

Nous proposons ici quelques arguments simples pouvant expliquer la structure observée pour le diagramme des différents états localisés dans la région d'agrafage. En effet, expérimentalement, la taille finie du système fait qu'il n'est pas possible d'avoir accès réellement aux états étendus. Pour la mesure présentée, la taille du système comprend une dizaine de longueurs d'onde de forçage. Ainsi peut-être qu'en se limitant à cette taille, le système

sera complètement dans l'état haut, ce qui correspondrait à l'état motif, mais que, si on avait accès à 100 longueurs d'onde, on verrait qu'en dehors de la fenêtre d'observation, le système est dans l'état bas. L'état comprenant une dizaine de longueurs d'onde ne serait alors qu'un état localisé dans un système plus étendu. Ce point est très important dans la mesure où, si l'on change la définition des états structurés haut et bas, la définition de la région de bistabilité sera différente avec pour conséquence éventuelle, l'existence d'états localisés en dehors de la région de coexistence des deux états étendus.

Un autre point important à noter est la dissymétrie des deux états. En effet, l'état haut est beaucoup plus fortement modulé que l'état bas. Si on s'intéresse à la structure du diagramme, on constate que, plus la tension augmente, plus le système tend à sauter sur la branche état haut et plus il est difficile de stabiliser les états localisés de petite taille. A l'inverse, dans la partie gauche de la région d'agrafage, il est difficile de stabiliser des états avec un nombre de bosses proche de la taille du système. Par contre, plus au centre de la région d'agrafage, pour une même tension, on constate qu'il est possible d'avoir des états localisés avec un nombre n de bosses sur fond d'état bas mais aussi des états avec un déficit de n bosses par rapport à la taille du système, ce qui peut être vu comme un état trou comprenant n longueurs d'onde de la modulation spatiale. Un exemple est donné à la Fig.4.9 pour le cas $n = 2$. Pour une tension un peu plus basse et pour $n = 3$ cellules de la

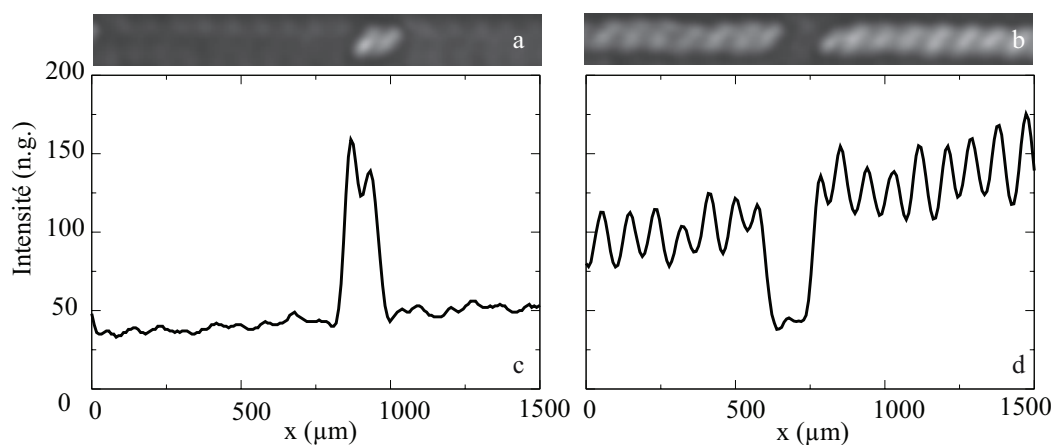


FIGURE 4.9 – a) état formé de 2 bosses sur fond d'état bas faiblement modulé ; b) état formé de 2 trous sur fond d'état haut plus fortement modulé, c) et d) profil en fonction de x correspondant respectivement à a) et b). La tension est la même pour les deux états et égale à 5.923 V. L'intensité est exprimée en niveaux de gris.

modulation, un autre exemple est présenté à la Fig.4.10.

En conclusion, la taille finie du système associée à la dissymétrie entre les deux états permet d'avancer les arguments suivants sur l'existence d'un diagramme pour les états

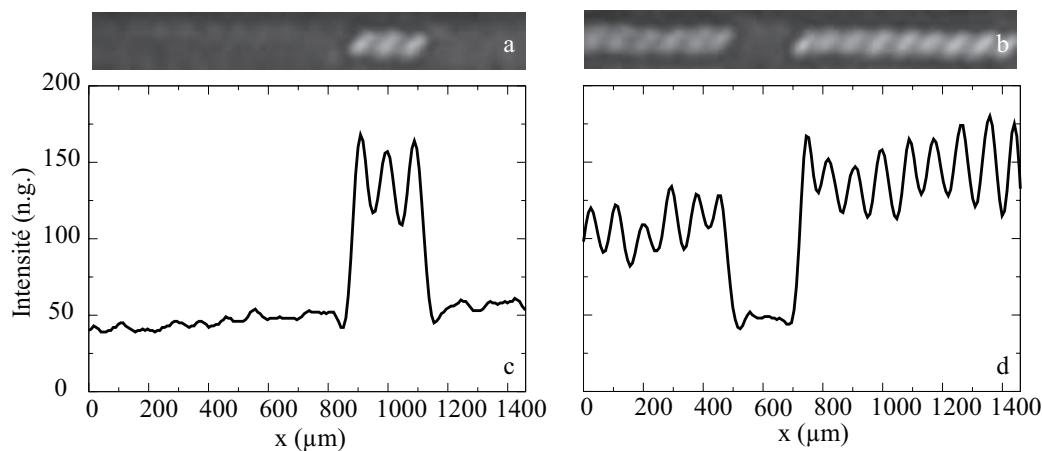


FIGURE 4.10 – a) état formé de 3 bosses sur fond d'état bas faiblement modulé ; b) état formé de 3 trous sur fond d'état haut plus fortement modulé, c) et d) profil en fonction de x correspondant respectivement à a) et b). La tension est la même pour les deux états et égale à $5.870 V$. L'intensité est exprimée en niveaux de gris.

bosses et un diagramme pour les états trous : en effet, dans la partie gauche de la région d'agrafage, seuls les états localisés avec des nombres de bosses inférieurs à environ la moitié de la taille du système sont observés. Par contre, dans la partie droite de la région d'agrafage, il est très difficile d'observer les états localisés avec une ou peu de bosses, le système tendant à développer l'état haut sur tout le système. Les états localisés qu'il est possible d'observer sont des états de type trous. Plus au milieu de la zone d'agrafage, les deux types d'états localisés sont à peu près équivalents, les deux diagrammes se recouvrant.

4.4 Quelques perspectives

Ce chapitre a montré la possibilité d'avoir des états localisés dans le cas bidimensionnel. Dans le cas unidimensionnel, le diagramme des états localisés en fonction de la tension a été construit. Une discussion sur la structure du diagramme obtenu est faite, en tenant compte des effets de taille finie et de la dissymétrie des deux états du système. Ces résultats demandent à être complétés notamment par une investigation numérique de la structure du diagramme de bifurcation.

Chapitre 5

Effets non locaux translationnels : advection des structures localisées

Dans un système physique, introduire un effet de translation dans une direction donnée conduit à une brisure de symétrie. Dans un fluide en écoulement par exemple, des particules de fluide ou bien des quantités scalaires telles que la température peuvent être transportées. De plus, si le fluide en s'écoulant rencontre un obstacle et si les conditions expérimentales amènent le système au-dessus d'un certain seuil critique, des comportements instables peuvent être induits. Des organisations de vortex telles que les allées de von Kármán sont susceptibles de se développer dans la traînée de l'obstacle. Ces rangées de tourbillons répartis de part et d'autre de la direction de l'écoulement correspondent à des vortex tournant dans un sens ou dans l'autre selon l'allée (haute ou basse) dans lesquels ils se trouvent [87]. Dans le cadre quantique, en présence d'écoulements superfluides, des études théoriques ont prédit l'apparition de ce type d'organisations en considérant l'équation de Schrödinger non linéaire [88]. Plus récemment, pour le même système d'un superfluide en présence d'un obstacle simulé par un potentiel, une étude numérique a montré qu'il est possible d'avoir différents régimes avec soit des paires de vortex-anti-vortex soit des allées de von Kármán [89]. La transition entre régimes dépend d'un paramètre de contrôle défini comme le rapport entre la longueur de cohérence du fluide et la taille du potentiel.

Les vortex existent aussi en optique non linéaire où ils correspondent à des singularités de phase du champ électromagnétique. Des rangées de tourbillons semblables à ceux de l'hydrodynamique peuvent aussi s'y former. La présence d'instabilités convectives a été mise en évidence expérimentalement et numériquement dans un système constitué par une couche mince de cristaux liquides nématiques insérée dans un boucle de rétroaction optique avec un miroir incliné [90]. Toujours en présence d'un effet non local de translation, certains motifs bidimensionnels peuvent, même s'il y a globalement un effet de dérive, être

entretenus par les effets de bruit [91].

Dans l'expérience de la valve optique, diverses études ont déjà caractérisé l'introduction d'effets non locaux translationnels dans la boucle de rétroaction. Ces effets peuvent être introduits en déplaçant latéralement l'entrée du faisceau de fibres optiques. En agissant ainsi, le faisceau ne s'image pas sur lui-même après un tour dans la boucle de rétroaction mais se retrouve décalé. Il est ainsi possible d'avoir des interactions entre régions différentes de la valve optique, les rétroactions successives auto-entretenant le phénomène de couplage. Ces études ont mis en évidence qu'une translation du faisceau de rétroaction peut conduire au développement d'instabilités secondaires et donc à l'émergence de nouvelles tailles caractéristiques pour le système. En particulier, partant d'un motif hexagonal réduite à une dimension spatiale avec une ouverture rectangulaire, une translation de la rétroaction génère des instabilités secondaires [92]. Dans le cas bidimensionnel, le même phénomène est mis en évidence avec en augmentant la translation, des transitions vers des motifs rouleaux orientés dans la direction de la translation, puis des motifs carrés, des rouleaux perpendiculaires à la translation et enfin des zigzags [93]. Par ailleurs, dans le cas avec bistabilité mais en l'absence de diffraction, des transitions vers des rouleaux, et des zigzags peuvent être observées en présence d'un effet non local de translation [94]. Plus récemment, il a également été montré que les structures localisées peuvent être contrôlées et guidées en utilisant un modulateur spatial de lumière et en introduisant une translation par l'intermédiaire d'un désalignement d'un des miroirs de la boucle de rétroaction [95]. Dans ce chapitre, nous allons présenter une étude sur les effets d'une translation sur les structures localisées optiques. Nous allons mettre en évidence que cette translation induit un régime d'advection des structures localisées et nous allons étudier expérimentalement et numériquement leur comportement dynamique en fonction de l'effet non local introduit dans la boucle de rétroaction optique. De plus, nous verrons que l'advection entraîne l'apparition de singularités de phase, qui présentent des analogies avec les vortex dans les écoulements hydrodynamiques.

5.1 Analogies hydrodynamiques en optique et singularités de phase

Certaines analogies existent entre l'électromagnétisme et l'hydrodynamique. Des phénomènes semblables y sont observés, comme les interférences existant non seulement avec un champ électromagnétique comme dans les expériences de fentes d'Young mais aussi à la surface d'un liquide qu'on vient exciter avec deux sources, les deux branches d'un diapason par exemple. Dans des situations moins triviales, la lumière dans ses aspects non linéaires peut être vue comme un fluide de photons et décrite par des équations hydrodynamiques.

En 1989, la référence [96] introduit l'idée de vortex optiques dans les lasers en se basant sur les équations de Maxwell-Bloch et en suggérant une analogie avec les spirales observées dans les réactions de Belousov-Zhabotinskii. C'est en effet le même type de bifurcation qui se cache derrière les deux systèmes : la bifurcation de Hopf. Ces vortex optiques correspondent à des singularités de phase du champ électrique, c'est-à-dire des points où la partie réelle et la partie imaginaire sont simultanément nulles. Si on calcule la circulation \mathcal{C} le long de n'importe quelle boucle fermée entourant la singularité, celle-ci est donnée par :

$$\mathcal{C} = \oint \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{l} = \pm 2n\pi$$

avec n un entier appelé charge topologique, définie comme le gradient de circulation autour de la boucle fermée. Dans le cas où les équations du système présentent une symétrie, la charge topologique totale du champ doit être une quantité conservée. Pour satisfaire cette loi de conservation, les vortex ne peuvent qu'apparaître et disparaître par paires comprenant chacune des défauts de charges opposées. En général, l'apparition d'un défaut de phase est liée à une brisure de symétrie, ce qui peut être le cas en présence d'un phénomène d'advection.

Les singularités de phase du champ électrique peuvent être mises en évidence expérimentalement par interférométrie entre un faisceau de référence et un autre faisceau faisant avec le premier un certain angle d'inclinaison. Dans l'interférogramme, une singularité de phase pourra alors être détectée par la présence d'une dislocation dans les franges d'interférences, comme illustré par les schémas de Fig.5.1.

Différentes études dans des expériences d'optique non linéaire ont permis de mettre en

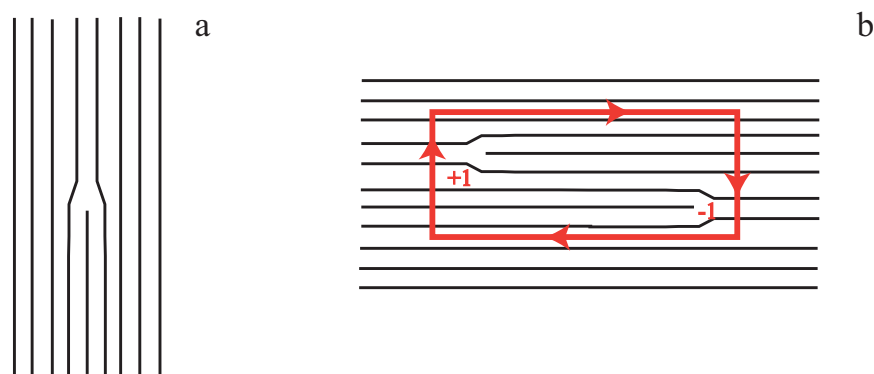


FIGURE 5.1 – a) schéma représentant une dislocation dans les franges d'interférences ; b) circulation $\mathcal{C} = 0$ sur un contour fermé entourant deux singularités de phase de charge topologique opposée.

évidence la formation de vortex optiques. La référence [97] reporte la première mise en évidence expérimentale directe de défauts topologiques, dans une cavité comprenant un

cristal de silicate de bismuth (BSO), en montrant que le nombre de singularités de phase augmente avec le nombre de Fresnel F . La référence [98] met en évidence des phénomènes hydrodynamiques dans un résonateur actif formé par quatre miroirs et un cristal actif de BSO équivalent à un laser de classe A. En inclinant un miroir du résonateur dans la direction du canal décrit par la géométrie quasi unidimensionnelle imposée avec une ouverture rectangulaire, il est possible d'accélérer les écoulements de photons ou bien d'avoir des phénomènes de battements créant des allées de vortex qui rappellent celles de von Kármán en hydrodynamique. Dans la référence [99], à partir des équations de Maxwell-Boch pour un laser, après plusieurs transformations, une équation de type Ginzburg-Landau complexe est dérivée, de structure analogue à celle de Swift-Hohenberg, s'appliquant habituellement à la convection des fluides. Enfin, plus récemment, l'existence de vortex localisés a été mis en évidence dans une expérience de deux VCSELs, couplés, en face l'un de l'autre, l'un fonctionnant comme un absorbant saturable, le second comme un milieu amplificateur [100].

Dans le système de la valve optique, les structures localisées sont décrites par l'équation d'onde pour un champ électrique en interaction avec la matière. Leur caractère localisé fait néanmoins qu'on peut les voir comme des objets plus ou moins particuliers. En considérant cette nature un peu duale, on peut se demander quel sera leur comportement si on les transporte sous l'effet d'une translation. Toujours avec cette idée d'une analogie avec les fluides, on peut précisément s'interroger s'il ne peut pas y avoir émergence d'organisations semblables aux allées de von Kármán quand une structure localisée est advectée sur le fond homogène qui lui sert d'état support. Nous avons surtout cherché la présence d'effets convectifs liés à la brisure de la symétrie et la présence de singularités de phase.

5.2 Advection des structures localisées dans l'expérience de la valve optique

Dans l'expérience de la valve optique, l'effet non local de translation peut être introduit de deux façons. La première méthode consiste à introduire la translation de façon contrôlée en déplaçant au moyen d'une vis micrométrique l'entrée du faisceau de fibres. La lecture de la translation se fait sur la vis micrométrique, permettant de jouer sur la position latérale du support du faisceau de fibres optiques, en calculant la différence par rapport à la situation de référence sans dérive des structures localisées.

Une seconde méthode pour introduire la translation consiste à désaligner un miroir de la boucle de rétroaction. Elle permet d'introduire un déplacement initial des structures localisées dans des directions arbitraires. Elle donne plus de flexibilité en terme de possibilités de dérive et de choix de conditions initiales. Cependant, elle a pour désavantage de ne pas

permettre une mesure précise du déplacement introduit dans la rétroaction.

5.2.1 Déplacement contrôlé des structures localisées

En appliquant la première méthode, pour des structures localisées de taille D voisine de $140 \mu m$ ($L \approx -5 cm$), on a fait varier la translation dx de 0 à $340 \mu m$, au niveau de l'entrée du faisceau de fibres par rapport à la configuration où le faisceau s'imagine sur lui-même transversalement. Les profils d'intensité dans le plan transverse pour des translations dx

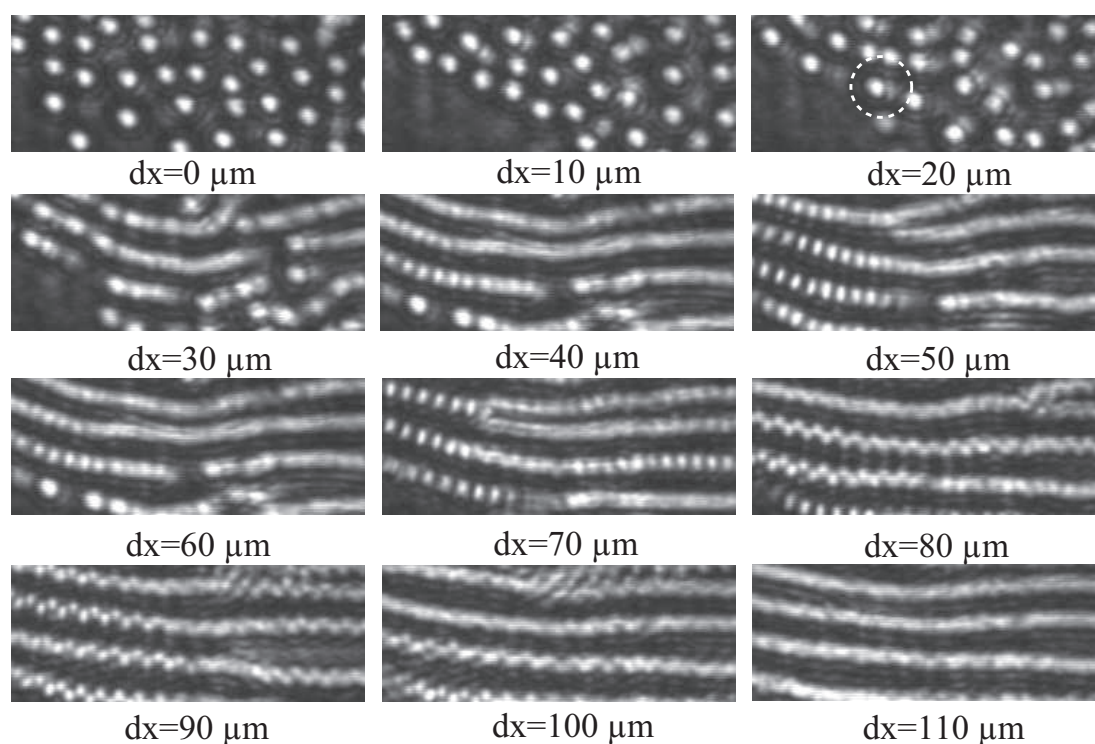


FIGURE 5.2 – Profils expérimentaux de structures localisées pour des valeurs de translation dx croissantes allant de $dx = 0$ à $110 \mu m$.

inférieures à la taille des structures localisées (de 0 à $110 \mu m$, par pas de $10 \mu m$) sont présentés par Fig.5.2. En l'absence de toute translation, pour les valeurs de V_0 et I_{in} choisies, les structures sont mobiles. Pour $dx = 10 \mu m$, elles sont "advectionnées" dans la direction de la translation introduite sans ou avec très peu de modification de leur taille naturelle, c'est-à-dire celle pour $dx = 0 \mu m$. Sur le profil correspondant à $dx = 20 \mu m$, les structures localisées se déforment comme mis en évidence pour la structure entourée par le cercle en pointillés blancs. Pour $dx = 30 \mu m$, les structures localisées sont déformées ou semblent comme entraînées dans un filament lumineux dans la direction de la translation. Pour $40 < dx < 60 \mu m$, on observe une organisation périodique dans la direction de la translation dans laquelle les structures ont une taille plus petite que leur taille sans translation et

sont alignées les unes derrière les autres. Dans la suite, on désignera cette situation sous le nom de structure en collier. Pour cette mesure, la taille des structures dans le collier semble de l'ordre de $D/2$ tandis que la distance entre elles est également proche de $D/2$. Pour $70 < dx < 80 \mu m$, les structures adoptent une autre organisation périodique mais cette fois au lieu d'être parfaitement alignées, les structures, toujours de taille plus petite que leur taille naturelle, s'organisent en zigzag le long de la direction de la translation. Pour $dx = 100$ et $110 \mu m$, l'organisation en zigzag est détruite et les structures localisées apparaissent à nouveau comme entraînées dans un filament dans la direction de la translation.

Pour des translations plus grandes que la taille des structures localisées, les profils d'intensité dans le plan transverse pour dx allant de 120 à $340 \mu m$, par pas de $20 \mu m$, sont présentés par Fig.5.3. Pour $dx \approx 170 \mu m$, on retrouve une organisation en collier avec à

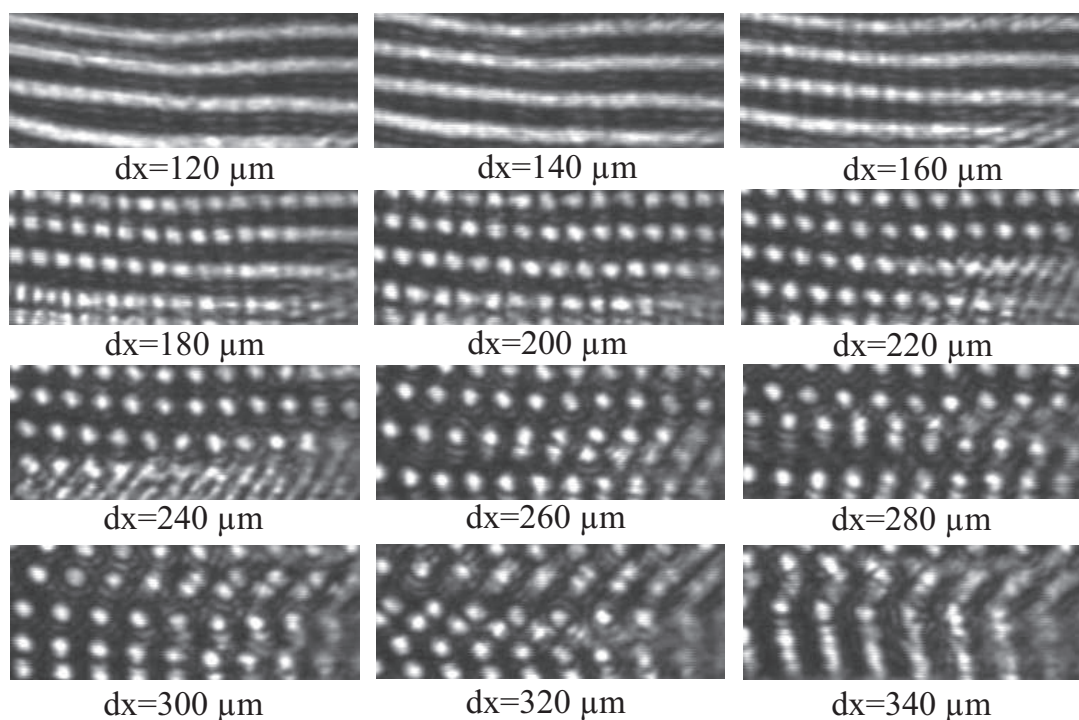


FIGURE 5.3 – Profils expérimentaux de structures localisées pour des valeurs de translation dx croissantes allant de $dx = 120$ à $340 \mu m$.

l'intérieur deux tailles caractéristiques possibles coexistant de l'ordre de D et $D/2$. Finalement, pour $dx > 170 \mu m$, les structures sont complètement séparées les unes des autres avec une taille caractéristique D . Ces résultats sont synthétisés sur la Fig.5.4a qui donne pour chaque dx une évaluation de la taille caractéristique D des structures, mesurée dans la direction de la translation introduite et dans la limite de précision accessible. Une explication possible de l'évolution observée pour les structures en fonction de la translation peut

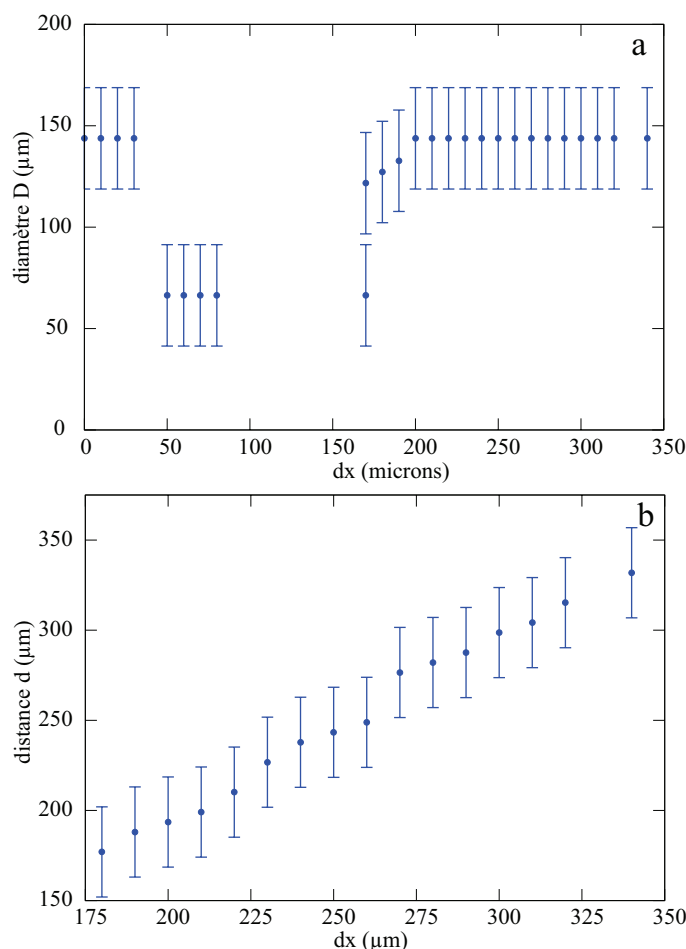


FIGURE 5.4 – a) taille caractéristique D des structures localisées et b) distance d séparant deux structures localisées, mesurées dans la direction de la translation introduite et en fonction de dx .

être la suivante : quand la distance entre elles est plus petite que la taille des structures, celles-ci se recouvrent à cause de la rétroaction non locale. Il en résulte des interactions entre structures. A partir de $dx = 180 \mu\text{m}$, la distance entre structures semble évoluer quasi linéairement avec dx et leur taille reste égale à D (Fig.5.4b). Cette première caractérisation permet de donner une idée des différents régimes qui peuvent être atteints en fonction de dx .

5.2.2 Régime d'advection : observations de singularités de phase par mesures interférométriques

Pour rechercher la présence de singularités de phase dans le profil des structures localisées advectées, nous avons construit un interféromètre. L'un des bras de l'interféromètre est le faisceau habituel après parcours dans la boucle de rétroaction, le second bras est le faisceau

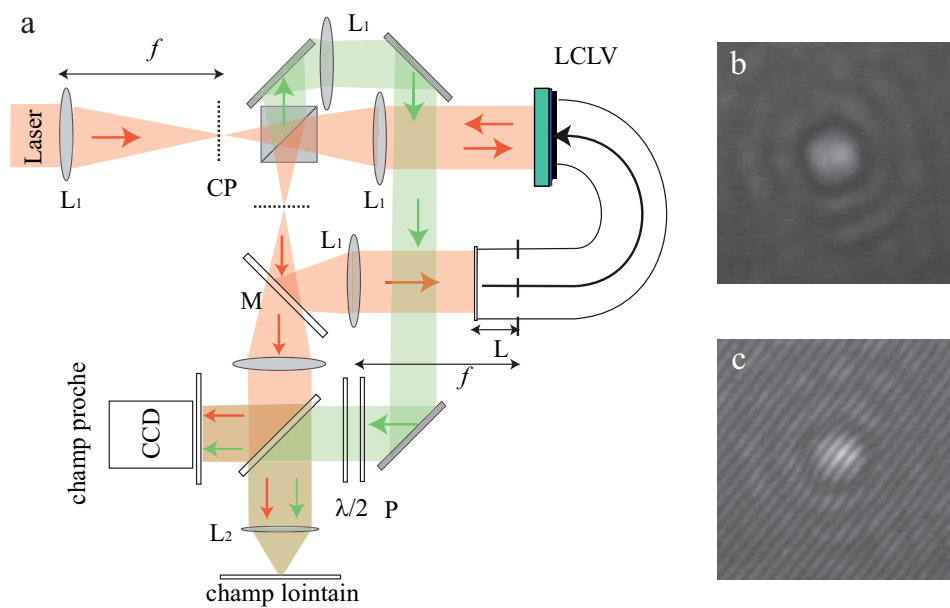


FIGURE 5.5 – a) schéma du dispositif expérimental où a été construit l'interféromètre permettant de détecter la présence de singularités de phase pour les structures localisées en présence de translation; *LCLV* désigne la valve optique à cristaux liquides, L_1 des lentilles de focale $f = 25 \text{ cm}$, L_2 une lentille de courte focale, *CP* un cube polariseur, *M* un miroir, $\lambda/2$ une lame demi-onde, *P* un polariseur; L fait référence à la distance de propagation libre de la lumière; b) profil d'une structure localisée quasi immobile et c) interférogramme de la même structure.

de référence, réfléchi par le cube polariseur, de polarisation horizontale (Fig.5.5a). La présence de singularités de phase, si elles existent, se traduira par des dislocations de franges dans l'interférogramme. La longueur de propagation libre a été amenée à $L \approx -16 \text{ cm}$, ce qui correspond à des structures de taille de l'ordre de $450 \mu\text{m}$. Pour optimiser la détection de singularités de phase, il faut jouer sur la taille des franges en modifiant légèrement l'orientation des miroirs du second bras de l'interféromètre. Cette orientation est ajustée de façon à avoir entre 3 et 5 franges par structure localisée. Des profils expérimentaux de structures localisées quasi immobiles sont donnés par Fig.5.5b dans le cas sans franges, quand le second faisceau est enlevé, et par Fig.5.5c avec franges. Dans un cas idéal sans aucune translation, les structures localisées ont la symétrie circulaire habituelle et leur interférogramme ne présente pas de dislocations de franges.

A partir de cette situation, on désaligne soudainement le miroir M de la boucle de rétroaction. Les structures localisées acquièrent alors une vitesse dans la direction induite par le désalignement et leur profil est d'autant plus déformé que la vitesse communiquée est grande. Des profils transverses de structures localisées advectées dans une direction sont donnés par Fig.5.6a et un profil le long de la direction de déplacement de la structure est montré à la Fig.5.6b. On constate que dans la traînée de la structure localisée apparaît une ondelette. Pour savoir si cette perte de symétrie de la structure localisée est associée à la

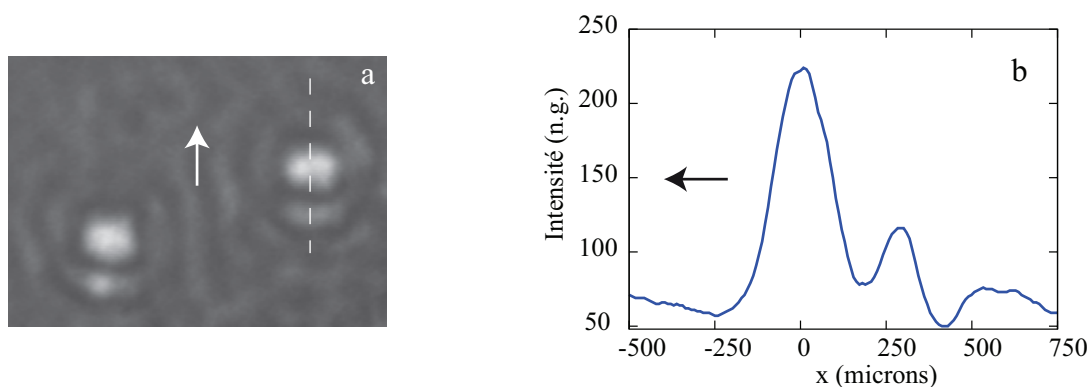


FIGURE 5.6 – a) profils transverses expérimentaux de structures localisées advectées et b) profil expérimental dans la direction de la translation indiquée par la ligne pointillée. n.g. désigne les niveaux de gris.

naissance de singularités de phase, nous avons regardé les interférogrammes de structures localisées dans ce régime d'advection. Ils montrent la présence de dislocations de franges dans les profils des structures localisées, attestant de la présence de singularités de phase. Deux exemples d'interférogrammes de structures localisées advectées dans la direction induite par la translation sont présentés par Fig.5.7a et b pour deux orientations différentes des franges d'interférences, dans des conditions comparables. On distingue nettement un

couple de dislocations de franges à l'avant de la structure et un autre dans le sillage de la structure.

Pour des désalignements du miroir de rétroaction plus grands, il est possible d'observer

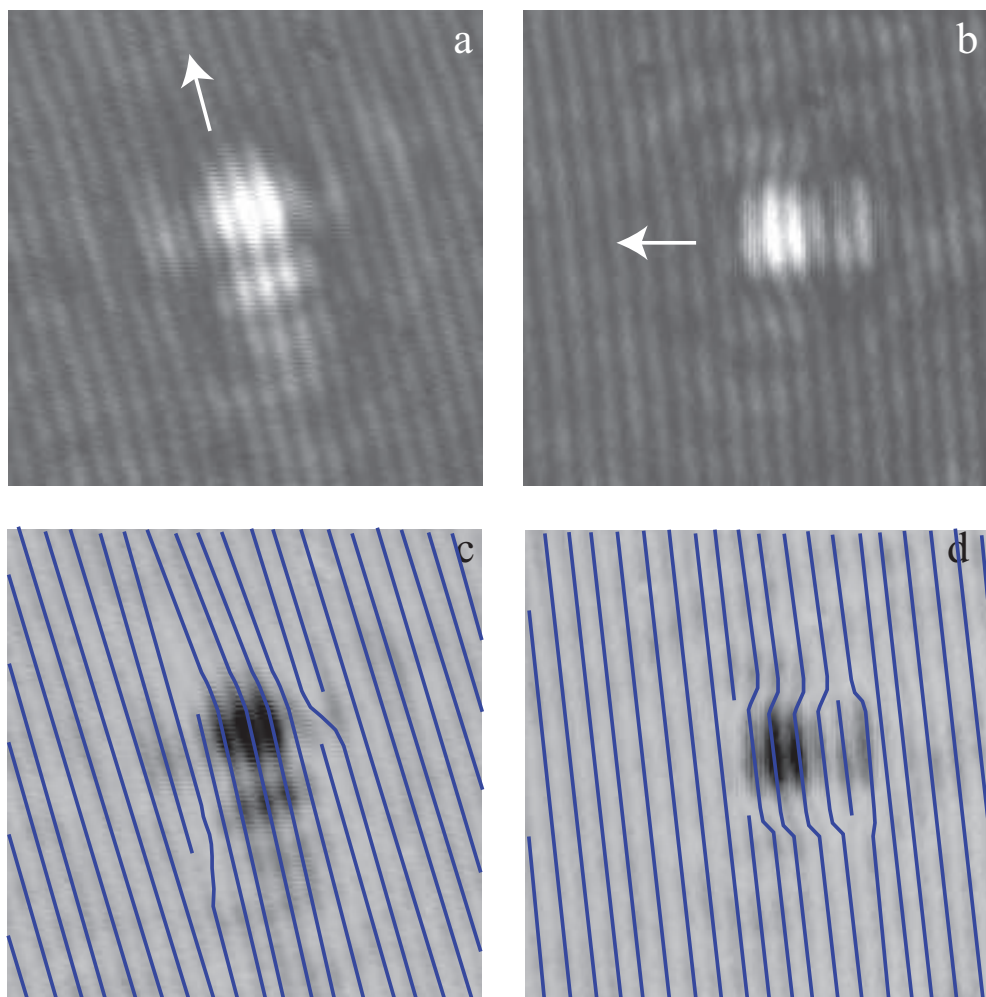


FIGURE 5.7 – a) et b) profils expérimentaux de structures localisées advectées, c) et d) mêmes profils que a) et b) mais en négatif, avec mise en évidence des lignes d'intensité maximale pour localiser les dislocations de franges.

des organisations que nous avons désignées sous le terme de collier. Un profil expérimental de ce type est montré par Fig.5.8a. On y voit une périodicité dans la direction de la translation. Les parties plus intenses sont de taille inférieure à la taille des structures localisées en l'absence de translation, de l'ordre de $120 \mu m$, soit environ le quart de la taille naturelle des structures localisées sans translation. Fig.5.8b montre un interférogramme de ce type d'organisation, révélant la présence de dislocations de franges de part et d'autre de la direction de la translation. Ce même interférogramme est présenté en négatif à la Fig.5.8c

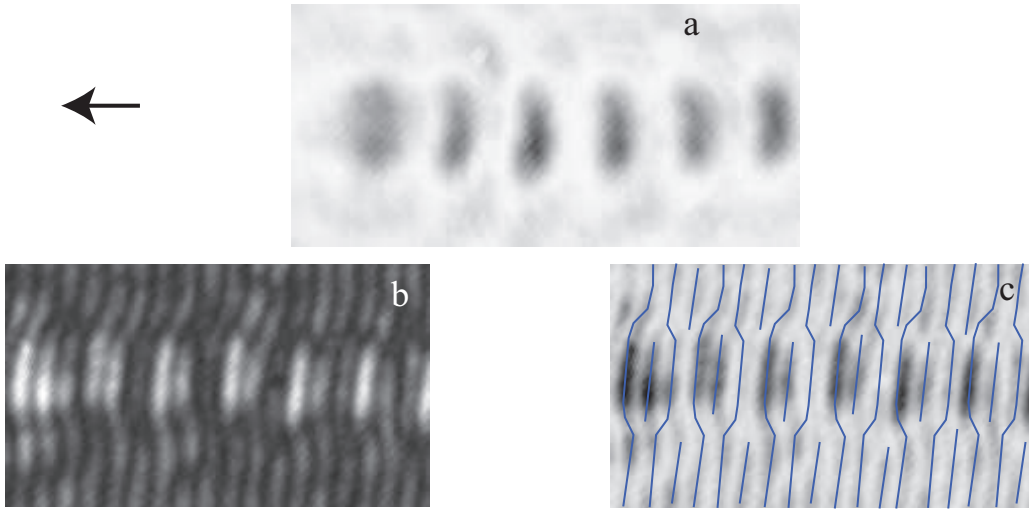


FIGURE 5.8 – a) profil expérimental en négatif pour $L \approx 16$ cm, b) interférogamme montrant dans ce régime de paramètres, l'existence de dislocations de franges associées à des singularités de phase et c) même interférogamme qu'en b) mais en négatif, avec mise en évidence des lignes d'intensité maximale pour localiser les dislocations dans la direction des franges.

avec mise en évidence des dislocations par le tracé des lignes d'intensité maximale dans la direction des franges.

5.3 Modèle de la valve optique en présence de translation : analyse de stabilité linéaire

Nous avons réalisé une analyse de stabilité linéaire du modèle de la valve optique avec rétroaction décrit par les équations 2.4 et 2.5, dans le cas unidimensionnel, en incluant l'effet de translation. Au chapitre 2, l'expression 2.6 de la relation de dispersion $\tau\sigma$ pour la phase ϕ a été établie. Pour tenir compte de la translation dx introduite dans la rétroaction optique, il faut substituer $\tilde{I}_w(x+dx)$ à $\tilde{I}_w(x)$ dans l'équation 2.6, ce qui se traduit par :

$$\tau(\sigma + i\Omega)\epsilon e^{iqx} = -(1 + l^2 q^2)\epsilon e^{iqx} - \frac{\alpha I_{in}}{2} \left[\sin\left(\frac{q^2 L}{2k_0}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{q^2 L}{2k_0}\right) \right] \epsilon e^{iq(x+dx)},$$

où dans le second terme du membre de droite e^{iqx} a été remplacé par $e^{iq(x+dx)}$. En simplifiant par e^{iqx} , en écrivant les exponentielles complexes sous leur forme trigonométrique, puis en séparant les parties réelle et imaginaire de l'équation, on obtient finalement les relations de

dispersions pour σ et Ω . Le taux de croissance σ de l'instabilité est donc régi par l'équation :

$$\tau\sigma = -(1 + l^2q^2) - \frac{\alpha I_{in}}{2} \left[\sin\left(\frac{q^2L}{2k_0}\right) + \sin\left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0}\right) \right] \cos(q \cdot dx),$$

et l'équation pour Ω :

$$\tau\Omega = -\frac{\alpha I_{in}}{2} \left[\sin\left(\frac{q^2L}{2k_0}\right) + \sin\left(\bar{\phi} + \frac{q^2L}{2k_0}\right) \right] \sin(q \cdot dx).$$

On note q_0 le mode q le plus instable dans le cas sans translation et q_c le mode associé au maximum de la relation de dispersion $\tau\sigma$. Pour comparer avec les résultats expérimentaux illustrés par Fig.5.2, L est pris égal à -5 cm . On choisit une valeur d'intensité telle que pour $V_0 = 12.8 \text{ V}$, un mode instable q_0 soit au-dessus du seuil ($\alpha I_{in} = 4.0$).

Fig.5.9 présente sur des graphiques séparés les relations de dispersion $\tau\sigma(q)$ pour différentes valeurs de translation dx . Pour comparaison, le cas sans translation est toujours indiqué en pointillés. Suivant les valeurs de translation introduite, le vecteur q associé au maximum de la relation de dispersion évolue. Sur Fig.5.9b-e, un vecteur d'onde plus grand que q_0 passe un dessus du seuil. Une taille caractéristique plus petite devrait donc émerger dans le système. Sur Fig.5.9f, deux modes, l'un plus grand que q_0 et l'autre plus petit, sont au-dessus du seuil avec des valeurs de $\tau\sigma$ comparables.

De l'analyse des relations de dispersion pour les différentes valeurs de dx , on peut extraire une taille caractéristique Λ pour le système, définie comme $\Lambda = \frac{2\pi}{q_c}$. La courbe représentant Λ en fonction de dx est présentée à la Fig.5.10. Pour $dx < 80 \mu\text{m}$, on observe deux régimes : tout d'abord Λ augmente très légèrement comparé au cas $dx = 0 \mu\text{m}$, ce qui semble en accord avec les observations expérimentales dans le régime où les structures sont simplement advectées. Pour des valeurs de dx plus grandes, il existe un régime où la taille caractéristique Λ est inférieure à la taille naturelle des structures localisées. La plage de valeurs de dx obtenue par l'analyse linéaire semble à peu près compatible avec celle observée expérimentalement pour les organisations de type collier ou zigzag.

On peut également construire une vitesse caractéristique v comme $v = \Omega_c/q_c$. Pour la plage de valeurs de dx comprises entre 0 et $30 \mu\text{m}$, cette vitesse augmente en fonction de dx , en accord avec les comportements expérimentaux observés (Fig.5.11). Il faut noter que les résultats obtenus dans l'expérience dépendent de la valeur de propagation libre choisie L mais aussi du couple de valeurs de paramètres (V_0, I_{in}) . Plus la structure localisée est grande, plus il semble y avoir de tailles caractéristiques plus petites intermédiaires. C'est également ce que semblent indiquer les observations expérimentales.

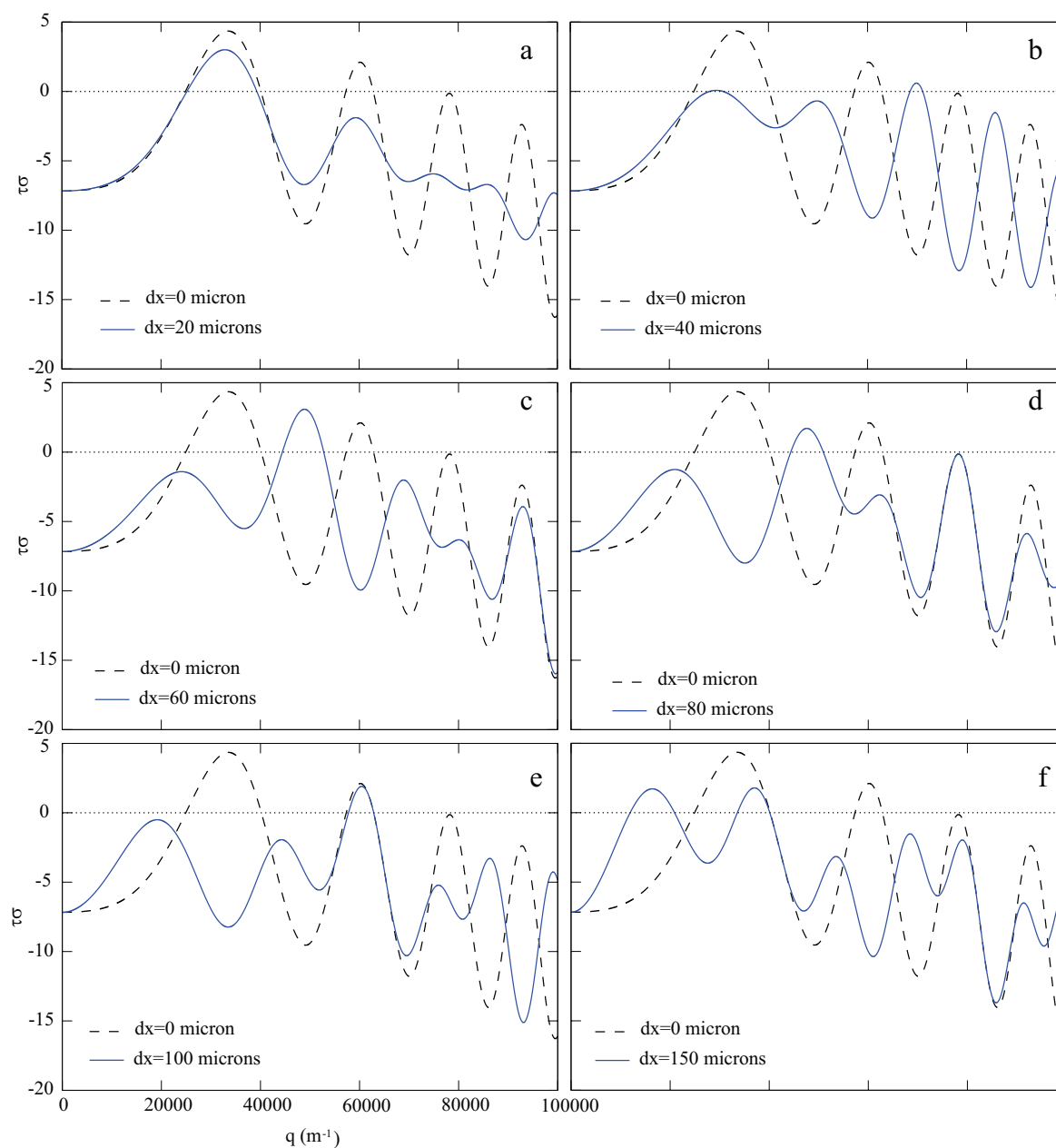
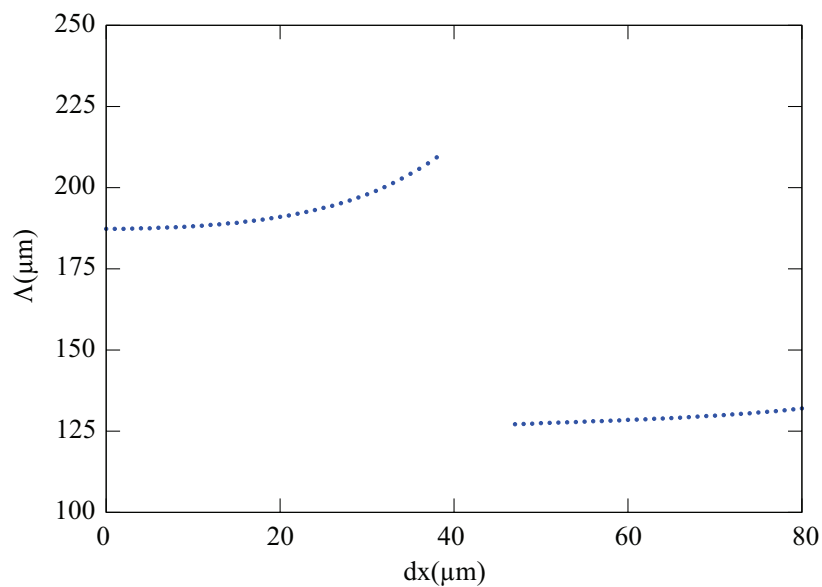
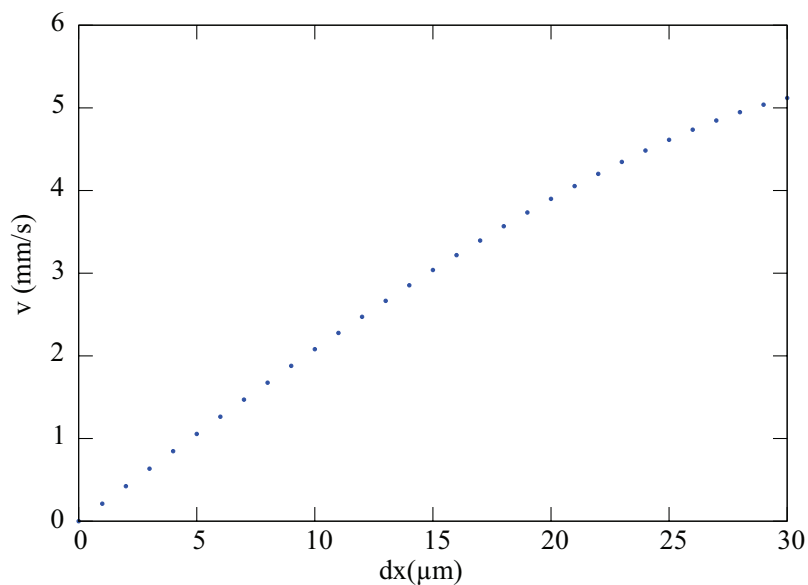


FIGURE 5.9 – Relations de dispersion $\tau\sigma$ pour $\alpha I_{in} = 4$ et $V_0 = 12.8 V$ pour différentes valeurs de translations dx . En traits pointillés est présenté sur chaque courbe le cas sans translation. a) $dx = 20 \mu m$, b) $dx = 40 \mu m$, c) $dx = 60 \mu m$, d) $dx = 80 \mu m$, e) $dx = 100 \mu m$ et f) $dx = 150 \mu m$.

FIGURE 5.10 – Taille caractéristique Λ dans le système en fonction de la translation dx .FIGURE 5.11 – Evolution de la vitesse caractéristique v en fonction de la translation dx .

5.4 Simulations numériques des régimes d'advection des structures localisées

Des simulations numériques du modèle complet de la valve à cristaux liquides 2.4 et 2.5, en présence d'une translation de l'intensité ramenée sur le photoconducteur ont été réalisées. Le code numérique utilisé comprend une méthode pseudo spectrale dans laquelle les

dérivées spatiales et l'opérateur de diffraction sont résolues dans l'espace de Fourier tandis que la dérivée temporelle est calculée par un algorithme de Runge-Kutta adaptatif. Les simulations numériques ont permis de retrouver une part importante des résultats expérimentaux présentés précédemment avec l'avantage d'avoir accès au champ électrique et donc directement aux singularités de phase, alors que dans l'expérience nous n'avons accès qu'à l'intensité. Une information sur la phase ne peut être obtenue que par l'intermédiaire de mesures interférométriques.

Dans les simulations, pour créer les structures localisées, une impulsion gaussienne est générée initialement. Cela correspondrait dans l'expérience à perturber localement le système avec une impulsion lumineuse, dans le régime de bistabilité. Une fois la structure créée numériquement, on attend un nombre de pas d'intégration suffisant à sa stabilisation avant d'introduire une translation de l'intensité de rétroaction sur le photoconducteur. Des conditions aux bords périodiques sont imposées dans la direction de la translation.

Il est important de souligner que dans les simulations, nous n'avons accès qu'à des valeurs de déplacement dx entières si on les exprime en pixels. Pour convertir les déplacements spatiaux en unités physiques, il faut calculer le coefficient de conversion g :

$$g = \frac{nesag \cdot \sqrt{2\lambda L}}{N}$$

avec $nesag$ le nombre de longueurs d'onde du motif sous-jacent que l'on peut faire rentrer dans le système et N le nombre de pixels dans la grille d'intégration. La taille du système est fixée à 512×512 . Pour une taille de structure donnée, on peut donc jouer sur le coefficient de conversion en changeant le paramètre $nesag$. De cette façon, on peut avoir accès à d'autres valeurs de translation.

5.4.1 Cas $L = -8 \text{ cm}$

Pour une première série de paramètres, la longueur de propagation L est fixée à -8 cm , la taille caractéristique $\sqrt{2\lambda L}$ est alors de 320 microns . Pour $nesag = 24$, le coefficient de conversion g est alors de $14.9 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{pixel}^{-1}$. La tension est fixée à $V_0 = 13.0 \text{ V}$ et $\alpha I_{in} = 1.0$. Des profils numériques transverses des structures localisées dans la direction de la translation sont donnés par Fig.5.12, pour différentes valeurs de translation dx . Le profil Fig.5.12a correspond au cas sans translation : le profil de la structure localisée est alors symétrique. Pour une faible translation de $dx = 30 \text{ } \mu\text{m}$, on observe une très légère déformation du profil de la structure (Fig.5.12b). Au fur et à mesure que la translation dx augmente, cette déformation s'accroît. Elle est vraiment effective pour $dx > 50 \text{ } \mu\text{m}$. Elle s'accompagne, en particulier, de la naissance d'une ondelette dans le sillage de la structure localisée (Fig.5.12c). De plus, on constate en comparant les profils de Fig.5.12c et d, que l'amplitude

du pic central et de l'ondelette augmente. Pour $dx = 120 \mu m$ (Fig.5.12e), on voit apparaître une seconde ondelette, située après la première toujours dans le sillage de la structure. A partir de $dx = 150 \mu m$ (Fig.5.12f), un changement qualitatif se produit et il se développe une organisation périodique en forme de zigzag le long de la direction de la translation, semblable à celle reportée expérimentalement par la Fig.5.2, pour $dx = 80 \mu m$.

Pour visualiser les singularités de phase, les profils d'intensité (en négatif) sont superpo-

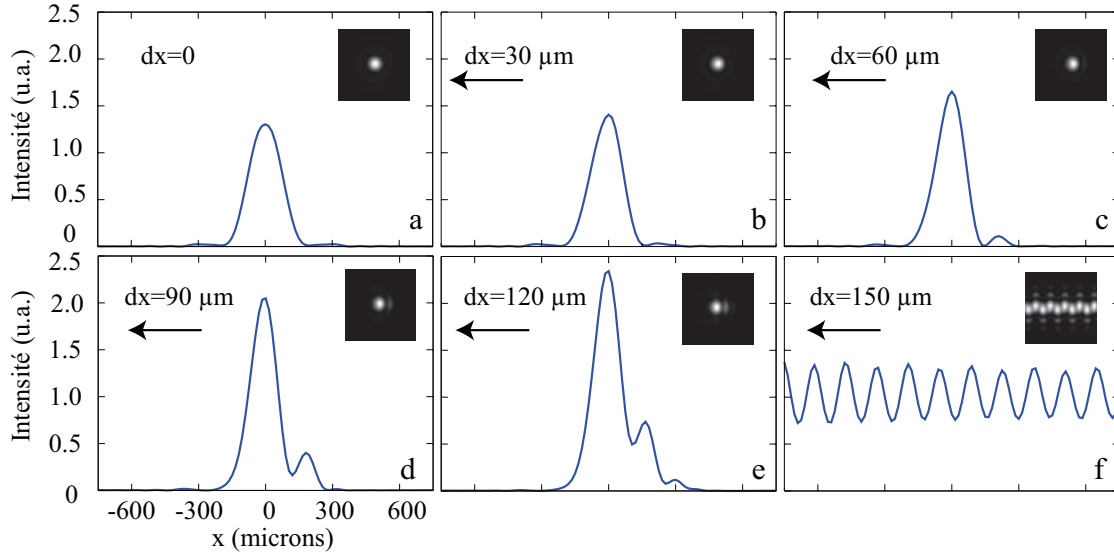


FIGURE 5.12 – Profils numériques des structures localisées dans la direction induite par la translation. Les paramètres sont les suivants : $L = -8 \text{ cm}$, $nesag = 24$, $V_0 = 13.0 \text{ V}$, $\alpha I_{in} = 1.0$, $N = 512$ et a) $dx = 0$, b) $dx = 30$, c) $dx = 60$, d) $dx = 90$, e) $dx = 120$ et f) $dx = 150 \mu m$.

sés au tracé des lignes de champ électrique de partie réelle nulle (en bleu) et imaginaire nulle (en rouge) pour la structure advectée. Les intersections de lignes rouges et bleues correspondent alors précisément à des défauts topologiques du champ électrique. Des profils pour les mêmes valeurs de translation que celles de Fig.5.12 sont présentés à la Fig.5.13. En l'absence de translation, la structure localisée ne présente pas de singularités de phase (Fig.5.13a). Pour $dx = 30 \mu m$, la faible déformation du profil n'est pas associée à la présence de singularité de phase (Fig.5.13b). A partir de $dx = 50 \mu m$, on commence à observer des couples de singularités de phase. Pour $dx = 90 \mu m$, elles sont mises en évidence par des points rouges sur le profil de (Fig.5.13d). Pour cette valeur de translation, il y a un couple de singularités à l'avant de la structure, deux dans la partie plus centrale et enfin deux autres couples plus en arrière, dans le sillage. En regardant le profil de Fig.5.13e correspondant à $dx = 120 \mu m$, on observe que la structure est encore plus déformée. La position des singularités de phase a changé par rapport au cas $dx = 90 \mu m$. Enfin, dans le cas de l'organisation en zigzag, on constate que l'on a aussi périodicité dans la répartition

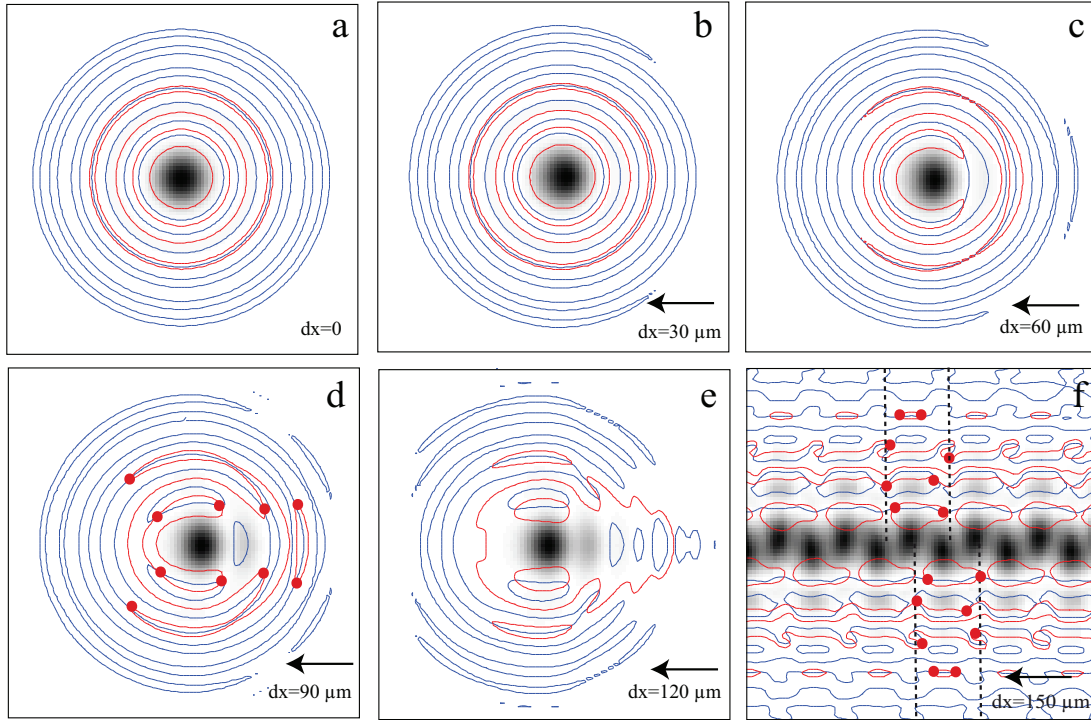


FIGURE 5.13 – Profils numériques d’intensité des structures localisées pour des valeurs de dx croissantes. En bleu (respectivement rouge) sont représentés les contours de partie réelle nulle (respectivement imaginaire) du champ électrique. Les intersections entre des lignes rouges et bleues correspondent à des singularités de phase. Les paramètres sont les suivants : $L = -8 \text{ cm}$, $nesag = 24$, $V_0 = 13.0 \text{ V}$, $\alpha I_{in} = 1.0$, $N = 512$ et a) $dx = 0$, b) $dx = 30$, c) $dx = 60$, d) $dx = 90$, e) $dx = 120$ et f) $dx = 150 \mu\text{m}$.

des défauts topologiques du champ électrique. Sur Fig.5.13f, les singularités de phase sont mises en évidence sur une longueur d’onde spatiale du motif formé. Entre la partie haute et basse de l’allée de vortex, on observe un décalage d’une demi longueur d’onde.

5.4.2 Cas $L = -16 \text{ cm}$

Pour une seconde série de paramètres, la longueur de propagation L est fixée à -16 cm , la taille caractéristique $\sqrt{2\lambda L}$ est alors de 450 microns . Pour $nesag = 16$, le coefficient de conversion g est proche de $14 \mu\text{m}.\text{pixel}^{-1}$. La tension est fixée à $V_0 = 12.9 \text{ V}$ et $\alpha I_{in} = 1.0$. Des profils d’intensité des structures localisées dans la direction induite par la translation sont donnés à la Fig.5.14. Avec ces paramètres numériques, on peut suivre le régime d’advection des structures localisées de 0 à 211 microns , ce qui correspond à 15 valeurs de translation différentes. De façon analogue à ce qui a été observé pour le cas $L = -8 \text{ cm}$, on observe que la structure se déforme avec apparition d’une ou deux ondelettes dans son sillage. A partir de $dx = 253 \mu\text{m}$, une organisation périodique apparaît le long de la

direction induite par la translation mais cette fois-ci, il s'agit d'une organisation en collier (Fig.5.14f). Fig.5.15 présente la superposition des profils d'intensité (en négatif) avec le

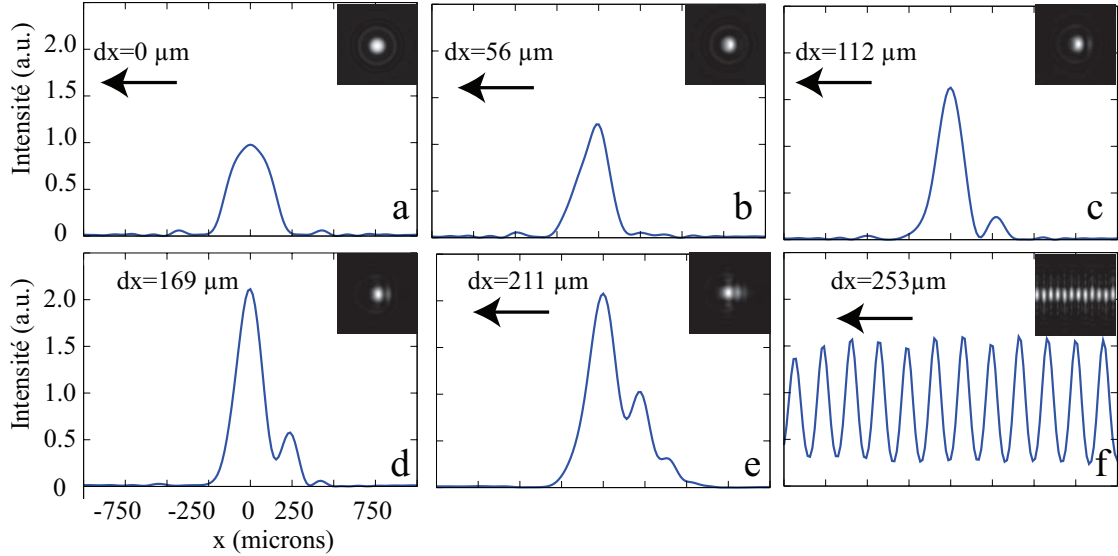


FIGURE 5.14 – Profils numériques des structures localisées dans la direction induite par la translation. Les paramètres sont les suivants : $L = -16 \text{ cm}$, $nesag = 16$, $V_0 = 12.9 \text{ V}$, $\alpha I_{in} = 1.2$, $N = 512$ et a) $dx = 0$, b) $dx = 42$, c) $dx = 84$, d) $dx = 210$, e) $dx = 168$ et f) $dx = 210 \mu\text{m}$.

tracé des lignes de champ électrique de partie réelle et imaginaire nulles (en bleu et en rouge respectivement) pour la structure advectée. L'évolution est qualitativement la même que pour des structures plus petites. Les structures en collier présentent de nombreuses singularités de phases, mises en évidence sur Fig.5.15f pour une période du motif.

En jouant sur le paramètre $nesag$, en restant dans le cas $L = -16 \text{ cm}$, il est possible d'avoir accès à d'autres valeurs de translation pour lesquelles peuvent être observées les structures en zigzag. Pour prenant $nesag = 28$, le coefficient de conversion est de $\gamma \approx 17.4 \mu\text{m}/\text{pixel}$. Pour des translations dx introduites égales à 221 et 246 μm , ces valeurs se situant avant l'apparition de l'organisation en collier, il se forme des organisations en zigzag (Fig.5.16a et b). Des profils expérimentaux semblables sont présentés à la Fig.5.16c et d, pour une longueur de propagation libre $L = -8 \text{ cm}$.

5.5 Etats liés et collisions entre les structures localisées

Les structures localisées peuvent former entre elles des états liés, par l'intermédiaire des oscillations présentes dans leur profil transverse [53]. Lorsque deux structures se trouvent dans un très proche voisinage l'une de l'autre, il est possible qu'elles fusionnent, à défaut

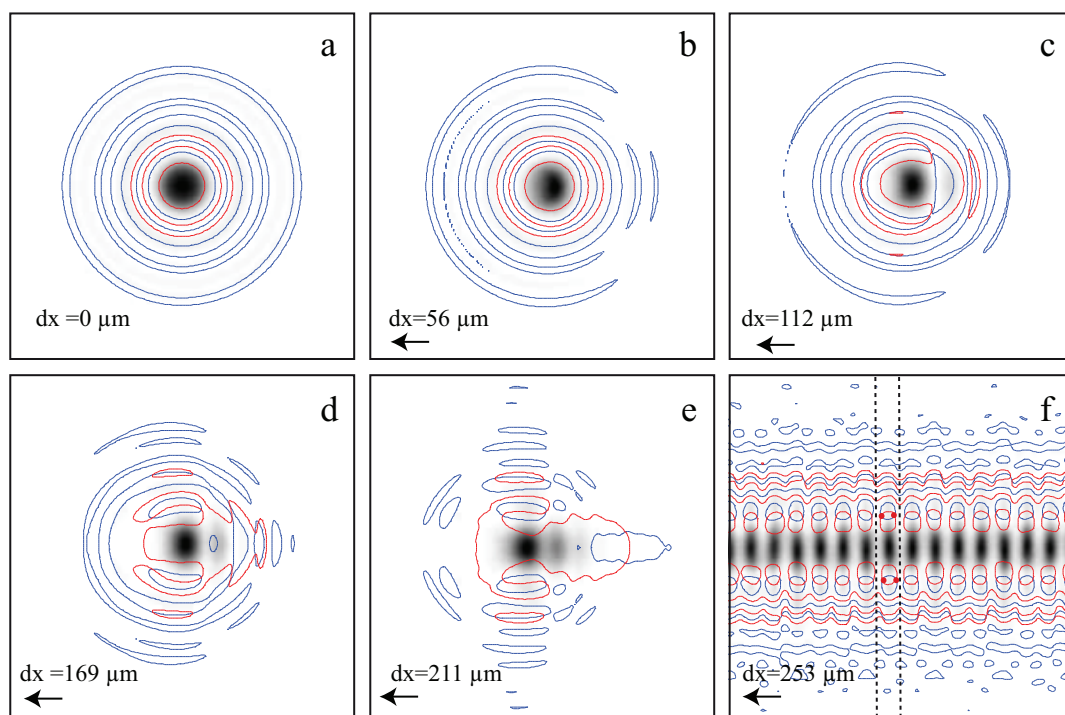


FIGURE 5.15 – Profils numériques d'intensité des structures localisées pour des valeurs de dx croissantes. En bleu (respectivement rouge) sont représentés les contours de partie réelle nulle (respectivement imaginaire) du champ électrique. Les intersections entre des lignes rouges et bleues correspondent à des singularités de phase. Les paramètres sont les suivants : $L = -16 \text{ cm}$, $nesag = 16$, $V_0 = 12.9 \text{ V}$, $\alpha I_{in} = 1.2$, $N = 512$ et a) $dx = 0$, b) $dx = 112$, c) $dx = 169$ et d) $dx = 211 \mu\text{m}$.

de former un état lié stable. Dans ce paragraphe, nous allons montrer qu'il existe des singularités de phase dans les régions de l'espace où deux structures localisées se superposent. Fig.5.17 montre une séquence temporelle d'images expérimentales, où partant d'une distance initiale entre deux structures, celles-ci se rapprochent jusqu'à fusionner en une seule structure. On peut voir des dislocations de franges dans les états intermédiaires où les structures se rapprochent.

Numériquement, le même phénomène peut être observé, partant d'une situation où les deux impulsions initiales utilisées pour générer les structures localisées sont relativement proches. Fig.5.18 montre le cas où les deux impulsions initiales sont distantes d'environ $560 \mu\text{m}$ quand la taille caractéristique $\sqrt{2\lambda L}$ est de $450 \mu\text{m}$. Comme dans l'expérience, les structures localisées se rapprochent (Fig.5.18b-e) jusqu'à "fusionner" (Fig.5.18f) avec dans le transitoire entre l'état initial et la fusion, des états intermédiaires, que l'on peut qualifier d'états liés. Après fusion, il ne reste qu'une structure localisée au centre d'abord un peu ovale, étirée dans la direction perpendiculaire au déplacement des structures (Fig.5.18g) puis la symétrie circulaire est rétablie (Fig.5.18h). Sur les Fig.5.18c et d, on observe dans

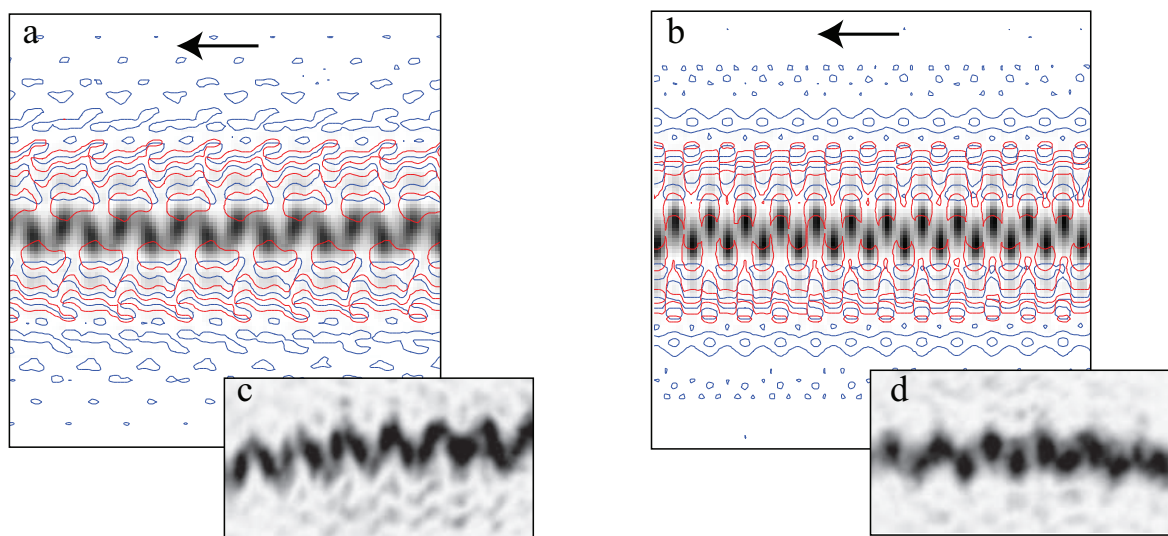


FIGURE 5.16 – Profils numériques d'intensité (en négatif) avec mise en évidence de singularités de phase. En bleu (respectivement rouge) sont représentés les contours de partie réelle nulle (respectivement imaginaire) du champ électrique. Les intersections entre des lignes rouges et bleues correspondent à des singularités de phase. Les paramètres numériques sont : $L = 16$, $nesag = 28$, a) $dx = 221 \mu m$ et b) $dx = 246 \mu m$; c) profil expérimental montrant des zigzags semblables à ceux du profil numérique a) et pour d) semblables à ceux du profil numérique b).

la région où les deux structures se recouvrent, des parties plus intenses ayant une taille caractéristique inférieure à la taille des structures en l'absence de translation. Cette situation rappelle ce que l'on peut observer dans les organisations périodiques de type zigzag ou collier. De plus, en comparant le profil expérimental Fig.5.17d avec le profil numérique Fig.5.18f, on constate un bon accord, avec une structure centrale entourée de 4 "lobes", l'intensité étant un peu plus importante dans la direction parallèle au déplacement.

Pour mettre en évidence l'existence de singularités de phase dans les régions où les structures localisées se recouvrent, nous avons représenté les contours de partie réelle et imaginaire nulle sur 3 profils correspondant à 3 distances différentes entre structures (Fig.5.19). Sur Fig.5.19a et b, les structures sont dans la phase où elles se rapprochent. On constate que la position et le nombre des singularités de phase dépend de la distance entre structures. Fig.5.19c montre un profil juste après la fusion des deux structures localisées. On observe encore la présence de singularités de phase. En attendant davantage, la structure

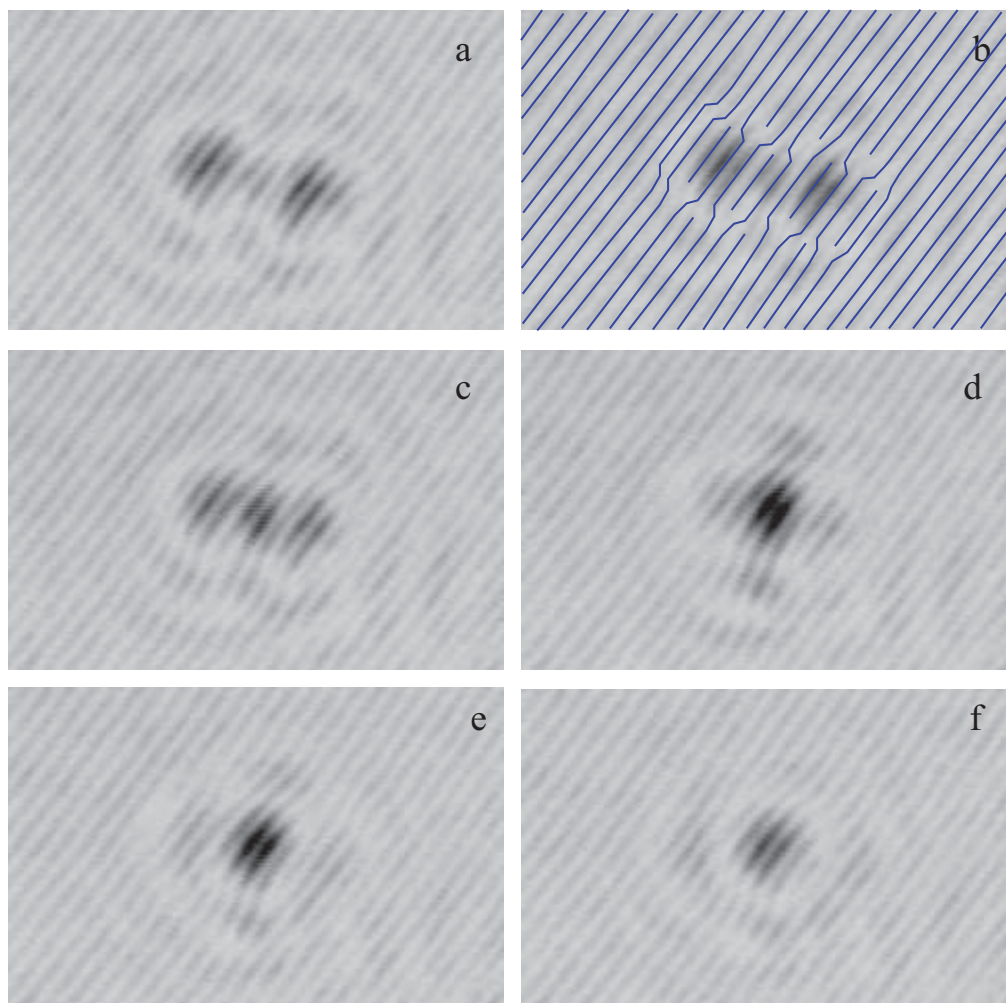


FIGURE 5.17 – Séquence temporelle d’images expérimentales montrant deux structures localisées proches l’une de l’autre et qui finissent par fusionner. L’intervalle de temps entre deux images est de 0.13 s . La présence de dislocations de franges indique la présence de singularités de phase. Elles sont mises en évidence sur b) par le tracé des lignes d’intensité maximale le long de la direction des franges.

retrouve sa symétrie circulaire et ne présente alors plus de singularité de phase.

5.6 Quelques conclusions

Cette étude sur la translation des structures localisées montre l’existence d’un régime où les structures sont transportées dans la direction induite par la translation. Cette advection entraîne une déformation de leur profil et est associée à l’apparition de singularités de phase. Au-delà d’une certaine valeur seuil de translation, un autre régime est atteint avec des organisations désignées sous les termes de collier ou de zigzag. En particulier, ces

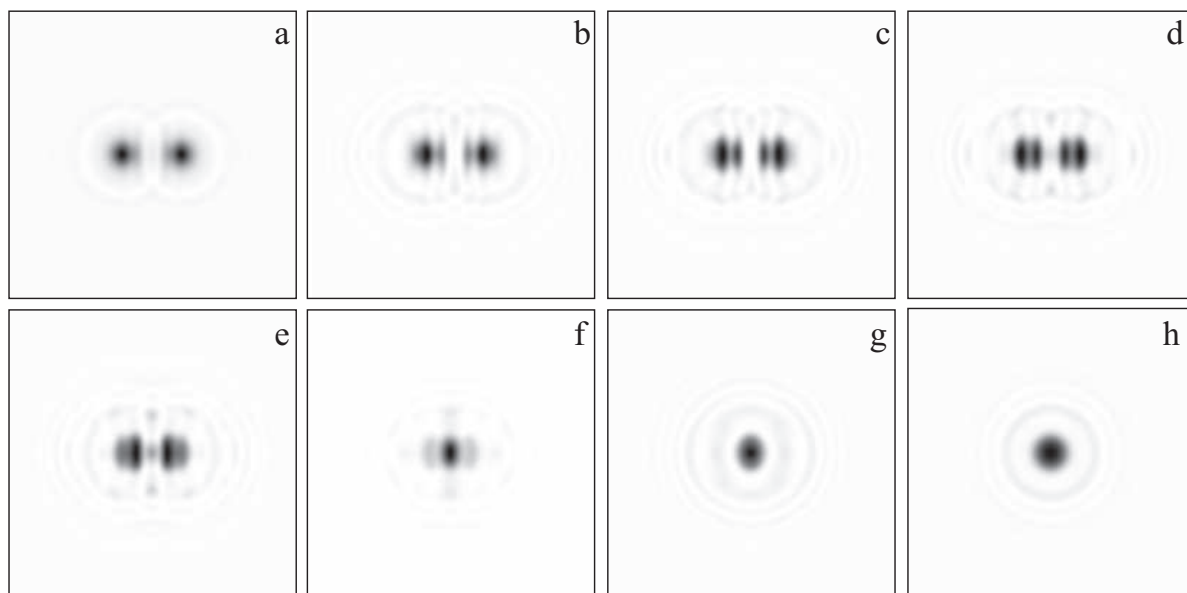


FIGURE 5.18 – Séquence temporelle d’images numériques montrant deux structures localisées se rapprochant l’une de l’autre et qui finissent par fusionner. Les différents profils sont séparés par 4 pas d’intégration numérique du modèle.

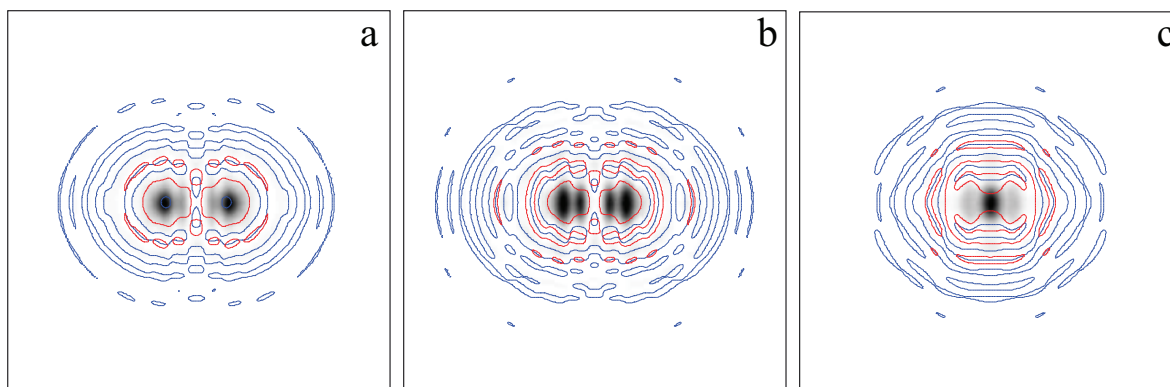


FIGURE 5.19 – Séquence temporelle de profils numériques d’intensité de deux structures localisées avec a) et b) le régime où elle se rapprochant l’une de l’autre ; c) situation juste après fusion. En bleu (respectivement rouge) sont représentés les contours de la partie réelle nulle (respectivement imaginaire) du champ électrique. Les intersections entre des lignes rouges et bleues correspondent à des singularités de phase.

organisations en zigzag peuvent rappeler les allées de von Kármán, des singularités de phase étant distribuées de part et d’autre de la direction de la translation. Enfin, une étude du régime pour lequel deux structures se trouvent à de courtes distances l’une de l’autre et se rapprochent l’une de l’autre, on peut observer dans la région de recouvrement,

des singularités de phases mais aussi des parties intenses de taille inférieure à la taille naturelle des structures, comme celles observées dans les organisations périodiques.

Chapitre 6

Rétroaction optique non locale : observation de motifs spiralés et phyllotaxie

Dans l'expérience de la valve optique à cristaux liquides, différentes études sur les effets d'une rétroaction optique avec rotation ont déjà été menées. Tout d'abord, partant d'un cas bistable avec $L = 0$, l'ajout de rotation dans la boucle de rétroaction conduit à l'apparition de motifs spiralés [101], le nombre de bras de spirales dépendant de l'angle $\phi = \frac{2\pi}{N}$ introduit. Dans ce cas où N est un entier, les structures observées sont stationnaires près du seuil de bistabilité. Cependant lorsque l'on augmente l'intensité lumineuse ou bien la tension V_0 , elles peuvent subir des instabilités secondaires, des rotations lentes et des brisures en petits domaines. Un régime de chaos spatio-temporel peut aussi être atteint [102]. Si la longueur de propagation n'est pas nulle, des structures localisées ou des motifs hexagonaux se développent, suivant si le système est dans un régime de bistabilité ou non. Si une rotation d'angle $\frac{2\pi}{N}$ est induite sur un motif hexagonal, on peut observer des cristaux et des quasi-cristaux avec différentes symétries [38]. De plus, dans le cas $N = 4$ et $N = 6$, des super-réseaux peuvent être observés, ces deux valeurs de N étant compatibles avec la réalisation de couplages quadratiques entre vecteurs d'onde et avec la symétrie d'ordre 4 et 6 prédites pour les super réseaux [103]. En effet dans cette situation, il peut y avoir un phénomène de verouillage de la phase avec combinaisons de vecteurs d'onde de longueur et d'orientation différentes, avec pour conséquence l'apparition de réseaux de géométries plus ou moins complexes, formés de pics d'intensité différente. Il peut également exister un phénomène de frustration géométrique quand la géométrie imposée au système n'est pas compatible avec sa géométrie intrinsèque [104]. C'est le cas par exemple quand N est impair et différent de $N = 3$ qui est la géométrie "naturelle" du système, celle qui émerge de l'instabilité modulationnelle.

Maintenant, si à la place de partir d'un état hexagonal, on se place dans la situation bistable pour laquelle les structures localisées existent et si l'on introduit un angle de rotation

ϕ commensurable à 2π soit $\phi = \frac{2\pi}{N}$, celles-ci s'organisent sur des cercles où elles demeurent immobiles [105]. En général, le nombre de structures sur un cercle est un multiple de N . Si un petit écart $\delta\phi$ par rapport au cas commensurable est introduit, les structures se mettent à tourner, le sens de rotation dépendant du signe de $\delta\phi$.

Si en plus de la rotation, on ajoute un petit effet de translation, les trajectoires circulaires peuvent s'ouvrir donnant lieu à des trajectoires spiralées. Nous allons voir dans la suite que cette configuration expérimentale permet de générer des organisations semblables à celle présentes dans la croissance des végétaux ou phyllotaxie (étymologiquement *arrangement des feuilles*). Nous verrons que divers systèmes physiques permettent de reproduire des modes d'auto-organisation observables chez les plantes, d'où leur caractère universel. Des résultats géométriques obtenus avec un programme itératif simple servira d'aide à la compréhension de la formation des motifs dans notre système optique. Nous présenterons ensuite les différents résultats expérimentaux de motifs obtenus en fonction notamment de la rotation introduite et d'autres paramètres.

6.1 Introduction à la phyllotaxie

6.1.1 Les différents modes de croissance

La phyllotaxie décrit la façon dont les éléments d'une plante, d'une fleur ou d'un arbre croissent. Il s'agit d'un processus itératif. En effet, au cours de la croissance, un élément constitutif du végétal, une feuille ou un bourgeon par exemple, est reproduit en différents emplacements et avec une certaine périodicité. Il existe de nombreux modes de croissance pour les plantes que l'on peut classer en deux grandes catégories : les modes spiralés et les modes verticillés. La différence essentielle entre les deux est le nombre d'éléments par site, appelé noeud. L'angle ϕ entre deux éléments apparus de façon consécutive, est appelé divergence et sera noté ϕ . Parmi les modes observables dans la nature, les plus remarquables sont sans doute ceux que l'on peut voir dans le cœur des tournesols ou sur les pommes de pin comme illustré par Fig.6.1a. Dans cet exemple, on peut voir que les écailles s'organisent en 8 spirales tournant dans le sens trigonométrique et en 13 spirales dans le sens opposé. Ce qu'il y a de très particulier dans ces motifs spiralés, c'est que les nombres de spirales (i, j) dans chaque jeu sont des termes consécutifs de la série de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...). De plus, la divergence ϕ à laquelle ils sont associés est reliée au nombre d'or $\tau_{or} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ comme $\phi = \frac{360^\circ}{\tau_{or}+1}$. Une autre illustration montrant des spirales chez une plante sauvage est donnée par Fig.6.1b tandis que Fig.6.1c montre des modes verticillés chez la plante *Euphorbia helioscopia*, avec la présence de 5 ou 3 éléments par noeud, ces deux nombres apparaissant dans la série de Fibonacci.

Pour schématiser la croissance d'une plante avec apparition de feuilles le long d'une tige,



FIGURE 6.1 – Exemples de mode d'auto-organisation chez divers végétaux avec a) la pomme de pin, b) plante sauvage présentant des spirales et c) structuration à 5 et 3 éléments par noeuds chez *Euphorbia helioscopia*.

on peut utiliser deux modes de représentation. Le premier montre la tige matérialisée par un cylindre avec les feuilles qui s'insèrent le long de celle-ci. Une illustration est donnée à la Fig.6.2a pour une divergence ϕ égale à 180° . Le second mode de représentation, constitue

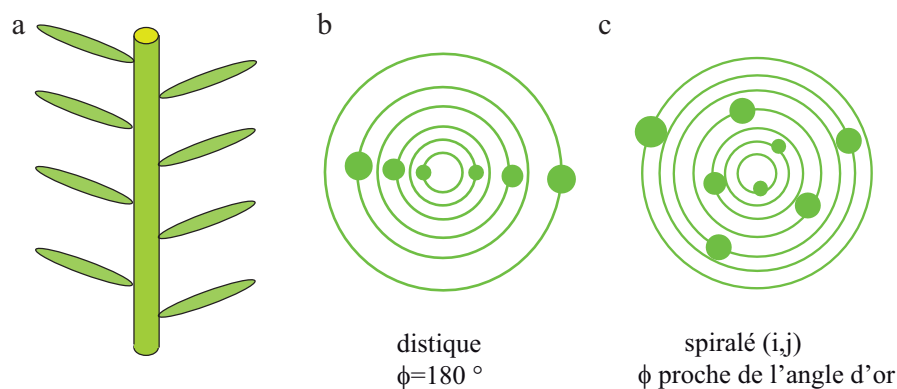


FIGURE 6.2 – Schémas représentant des feuilles croissant dans un mode spiralé le long d'une tige avec a) $\phi = 180^\circ$. Des représentations en vue du dessus sont données pour b) $\phi = 180^\circ$ et c) $\phi = \phi_{or}$.

une vue du dessus comme illustré par Fig.6.2b pour $\phi = 180^\circ$ et par Fig.6.2c pour $\phi = \phi_{or}$. Il existe d'autres modes de croissance liés au nombre d'or, avec pour la divergence ϕ la relation :

$$\phi = \frac{360^\circ}{\tau_{or} + p}$$

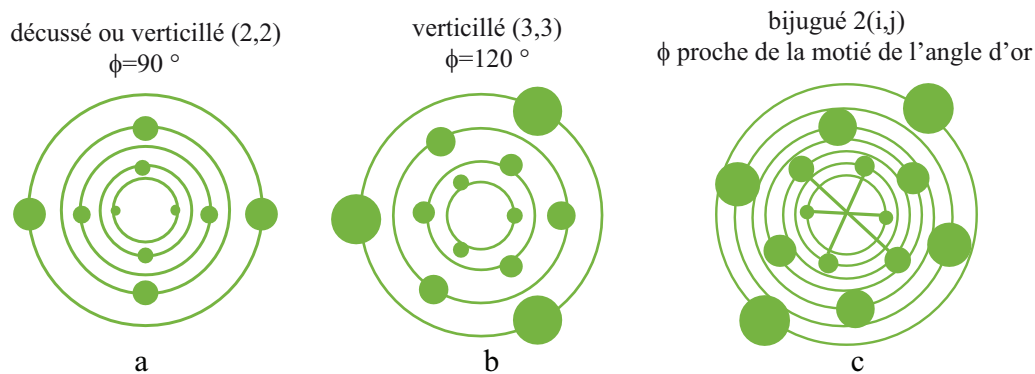


FIGURE 6.3 – Schémas d'autres modes de croissance observés en botanique avec a) le mode décussé ou verticillé $(i, j) = (2, 2)$, b) le mode tricussé ou verticillé $(3, 3)$ et c) le mode bijugué $2(i, j)$.

Le cas $p = 1$ correspond à l'angle d'or tandis que les cas $p = 2$ et 3 correspondent à d'autres modes spiralés parfois désignés sous les termes de seconde et troisième phyllotaxie. Ils sont associés à d'autres suites pour les nombres de spirales : la série de Lucas $(1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, \dots)$ avec $\phi \approx 99.5^\circ$ et la série $(1, 4, 5, 9, 14, 23, 37)$ avec $\phi \approx 78^\circ$.

Comme mentionné précédemment, en dehors des modes spiralés, l'autre catégorie de modes de croissance sont les modes verticillés, pour lesquels il y a plusieurs éléments par noeud. Ces modes peuvent aussi être décrits par deux jeux de spirales (i, j) avec $i = j$. Le cas $i = 2$ correspond au mode décussé avec deux éléments par noeud et $\phi = 90^\circ$ (Fig.6.3a). Fig.6.3b montre pour $i = 3$, le cas du mode tricussé associé à $\phi = 120^\circ$, avec trois éléments par noeud. Enfin, Fig.6.3c représente le mode bijugué qui est un mode spiralé avec deux éléments par noeud et pour lequel la divergence est égale à la moitié de l'angle d'or.

L'émergence de ces structures régulières ne peut pas être le fruit du hasard. Cependant, il n'existe pas à ce jour d'explications certaines de leur origine, mais seulement différentes approches ou modèles en accord avec l'apparition de tels motifs. Néanmoins, le scénario le plus probable avancé pour la croissance fait état d'une région de tissus biologiques en forme d'apex formant une zone de croissance où ont lieu les divisions cellulaires. Des éléments indifférenciés appelés primordias évoluent ensuite en différents éléments botaniques (feuilles, pétales, branches etc...) pour être ensuite advectés radialement à partir de l'apex au cours de la croissance du végétal.

6.1.2 Bref historique et différentes approches

Il existe différentes approches pour expliquer l'organisation des éléments botaniques au cours de leur croissance. Nous allons résumer ces trois approches présentées dans [107]. Elles se situent à trois niveaux d'observation différents et sont complémentaires. Il s'agit

des approches géométrique, dynamique et physiologique.

L'approche géométrique s'appuie sur les travaux des frères Bravais qui utilisent la même représentation en réseaux faits de mailles sur un cylindre que celle introduite en cristallographie, les noeuds correspondant par exemple aux sites d'apparition de feuilles le long d'une tige. Leurs travaux sont les premiers à montrer en 1873 que si la divergence entre deux primordias successifs est égale à l'angle d'or, alors le nombre de spirales dans chaque jeu sont des termes consécutifs de la suite de Fibonacci. Van Iterson a réalisé en 1907 une caractérisation systématique des différents motifs phyllotactiques obtenus par pavage d'une surface avec des disques identiques sur un cylindre. En introduisant un paramètre b caractérisant la compacité du système et défini comme le rapport entre la taille des éléments et le périmètre du cylindre, il a pu construire un diagramme représentant la divergence ϕ en fonction du paramètre b . Celui-ci présente une structure en arbre très complexe, le nombre de possibilités pour la divergence ϕ augmentant quand le paramètre b diminue.

Les différentes approches dynamiques sont fondées sur un principe de minimisation d'énergie et le nouvel élément qui apparaît au cours du processus itératif sera placé au site satisfaisant cette condition. En suivant cette idée, Hofmeister a construit un modèle dynamique pour un système axisymétrique, sur lequel les nouveaux primordias se forment à la périphérie de l'apex, à la position qui minimise l'énergie. A cause de la croissance, ils sont advectés du centre avec une vitesse radiale $v(r)$. L'élément clé de son modèle est l'existence d'une période T entre l'apparition de deux éléments consécutifs. De plus, en dehors d'une région de rayon R_0 , il n'y a pas réorganisation amenant de nouveaux changements. Les simulations numériques basées sur ce modèle conduisent essentiellement à des régimes stationnaires. Comme pour l'étude de Van Iterson, le diagramme obtenu pour ϕ en fonction d'un paramètre de contrôle $G = vT/R_0$ a une structure en arbre complexe.

En 1962, Snow et Snow suggérèrent qu'il n'est pas indispensable d'imposer la période T puisqu'elle émerge spontanément du processus dynamique. Ils ont également construit un arbre, où il peut y avoir coexistence sur certaines plages de paramètres entre des modes spiralés et des modes verticillés [108].

Dans les arbres obtenus avec les deux modèles pour des régimes stationnaires, il existe des branches qui convergent vers les branches $\phi \approx 78^\circ$ et $\phi \approx 99^\circ$. Cependant, la seule branche continue des grandes aux petites valeurs du paramètre de contrôle est la branche de Fibonacci ce qui pourrait expliquer que tant de végétaux croissent avec une divergence proche de l'angle d'or. La question des régimes transitoires est abordée dans la référence [109].

A l'échelle physiologique, différents processus peuvent être suggérés pour expliquer la phyllotaxie. Parmi les scénarios possibles, certains traitent de contraintes mécaniques pouvant

conduire à des instabilités de flambage au cours de la croissance [110]. Une autre approche s'appuie sur la diffusion d'un inhibiteur empêchant un nouvel élément d'apparaître trop près des autres. Cet inhibiteur pourrait être par exemple l'auxine qui suivant les concentrations dans lesquelles elle est produite peut empêcher la formation d'un nouveau bourgeon pour favoriser la croissance d'une tige.

La référence [107] conclut sur le lien entre les différentes approches. La géométrie du motif phyllotactique est gouvernée par la dynamique de formation, cette dynamique étant elle-même initiée par les interactions provenant elles-mêmes de processus physiologiques.

6.1.3 Expériences et études numériques où des motifs phyllotactiques ont été observés

Dans les cinquante dernières années, des prédictions ou des observations de motifs semblables à ceux des plantes ont été faites dans différents domaines de la physique : dans les cellules de convection [111] ou bien encore dans des couches de superconducteurs [112]. Pour un système de gouttes de ferrofluide dans un gradient de champ magnétique, des motifs phyllotactiques ont été reproduits [113]. De façon un peu plus détaillée, l'expérience consiste en un récipient horizontal, rempli d'une huile de silicone placé dans un champ magnétique présentant un faible gradient radial, le minimum se trouvant au centre et le maximum à la périphérie. Une goutte de ferrofluide, lorsqu'elle est placée dans un champ magnétique, va se polariser, formant un petit dipôle dont le moment est parallèle au champ magnétique. Les gouttes sont déposées les unes après les autres, leur introduction de façon périodique simulant la formation des primordias, se déplaçant ensuite à la périphérie où le champ est plus important. Les gouttes de ferrofluide se repoussent entre elles et le mouvement radial des gouttes tient lieu de croissance. L'effet de répulsion existant entre les dipôles impose qu'une nouvelle goutte, une fois déposée, va chercher à se placer dans le plus grand espace disponible et à la périphérie de la région centrale. En jouant notamment sur la période de dépôt des gouttes, différents modes ont été observés allant du mode distique pour de grandes périodes de dépôt à un mode dont la divergence tend vers l'angle d'or, lorsque la période est réduite. Un paramètre de contrôle $G = vT/R_0$ est défini avec v la vitesse d'advection radiale, T la période de dépôt et R_0 la position radiale à partir de laquelle il n'y a plus de réorganisation des dipôles. En représentant la divergence ϕ en fonction du paramètre G , un diagramme peut être construit. En plus de la branche de Fibonacci, il existe d'autres branches qui convergent vers d'autres valeurs de divergence quand le paramètre G devient de plus en plus petit. Un autre exemple d'expérience où des motifs spirales ont été observés, est celui de microstructures en couches de Ag/SiO_2 préparées par co-évaporation d'une poudre contenant à la fois du Ag_2O et du SiO dans des rapports

de masses différents, sur des substrats polycristallins de Al_2O_3 [114]. Ces substrats sont maintenus à une température légèrement au-dessus du point de fusion de l'argent mais bien en dessous de celle du SiO_2 . Cette condition favorise alors la formation de couche de type Ag/SiO_2 . Les deux matériaux ont des coefficients d'expansion thermique très différents à la température choisie et une très forte contrainte se développe au cours du refroidissement. A partir d'une valeur critique σ_c dépendant de l'épaisseur de la couche et de son rayon, la couche de SiO_2 peut devenir instable vis à vis de la formation de modes de flambage. Aux stades les plus avancés du refroidissement, sur les sites où la contrainte est maximale, il apparaît alors des sphérules organisées sur deux jeux de spirales (i, j) , avec i et j des termes consécutifs de la série de Fibonacci.

Numériquement, les résultats de la référence [115] montrent qu'en intégrant un modèle élastique de type de von Kármán-Donnell décrivant des couches sous contrainte, il est possible de reproduire un large spectre de motifs observés chez les plantes notamment pour les épines de cactus de formes différentes. Une analyse y est faite en terme de minimisation de l'énergie élastique au cours de la croissance. Récemment, dans un système de cactus magnétique formé par de petits aimants placés le long d'une tige, des motifs en spirales dans une géométrie cylindrique ont été mis en évidence numériquement et expérimentalement [116].

Malgré toutes ces observations dans des systèmes variés, la question de l'origine de ces motifs phyllotactiques et de leur universalité reste ouverte.

6.1.4 Motivations : motifs phyllotactiques dans un système optique

Concernant l'optique, à notre connaissance, il n'y a pas, à ce jour, d'étude permettant de construire des motifs phyllotactiques. On peut cependant indiquer les travaux présentés dans [117] traitant de la diffraction en champ lointain d'un arrangement de type phyllotactique. Nous proposons donc dans notre étude, d'exploiter la richesse de l'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique dans le but d'observer des modes d'auto-organisation de la lumière semblables à ceux observés chez les végétaux, en utilisant des structures localisées. Dans notre expérience, nous disposons a priori de tous les éléments nécessaires pour pouvoir reproduire cette dynamique de croissance : les structures localisées peuvent en effet jouer un rôle analogue aux primordias et l'on peut générer le processus itératif en introduisant à la fois une rotation d'angle ϕ de rotation et une translation, les deux effets associés devant permettre une advection radiale des structures localisées sur des trajectoires spiralant.

6.2 La phyllotaxie par des simulations géométriques simples

De façon à mieux comprendre la formation de motifs spiralés, nous avons écrit un programme géométrique simple consistant à placer de façon itérative des disques que nous appellerons particules. Entre deux itérations, on introduit à la fois une rotation d'angle ϕ et une translation dr , induisant une croissance radiale du motif.

6.2.1 L'algorithme

On appelle R la position radiale initiale de la première particule placée, dr et ϕ sont respectivement l'expansion de la position radiale et la rotation entre deux itérations. La position de la n ième particule ajoutée repérée par x_n et y_n sera alors :

$$x_n = x_c + (R + ndr) \cdot \cos(n\phi)$$

$$y_n = y_c + (R + ndr) \cdot \sin(n\phi)$$

avec x_c et y_c les coordonnées du centre du système. Les motifs résultant donnent déjà une indication sur le type d'organisation que l'on peut obtenir en fonction des deux paramètres ϕ et dr . On pourra ainsi comparer les motifs géométriques aux motifs expérimentaux.

Il faut noter que les particules sont beaucoup plus rapprochées près du centre du système. En effet, la distance d les séparant varie comme $r\psi$, ψ étant l'angle entre deux plus proches particules.

6.2.2 Spirales pour une rotation d'angle ϕ proche de l'angle d'or

Nous avons réalisé des simulations géométriques en faisant varier l'expansion radiale dr , en gardant la divergence égale à l'angle d'or et en maintenant fixe la position de la première particule placée. On trouve qu'on peut ainsi avoir des transitions d'un mode spiralé $(j, i+j)$ à un mode (i, j) lorsque que l'on part d'une petite valeur dr et qu'on l'augmente progressivement. La taille du système et la taille des particules sont ajustées pour une meilleure visualisation des spirales. Les résultats obtenus sont illustrés par Fig.6.4 et synthétisés dans le tableau suivant :

$R = 50$	dr=1	dr=2	dr=3	dr=10	dr=80	dr=200
i	21	21	13	8	8	8
j	34	34	21	13	13	13
Fig.6.4	a	b	c	d	e	f

Toujours pour une divergence égale à l'angle d'or mais en plaçant la première particule à $R = 50$ au lieu de 200, le paramètre dr est augmenté. Des couples (i, j) différents des

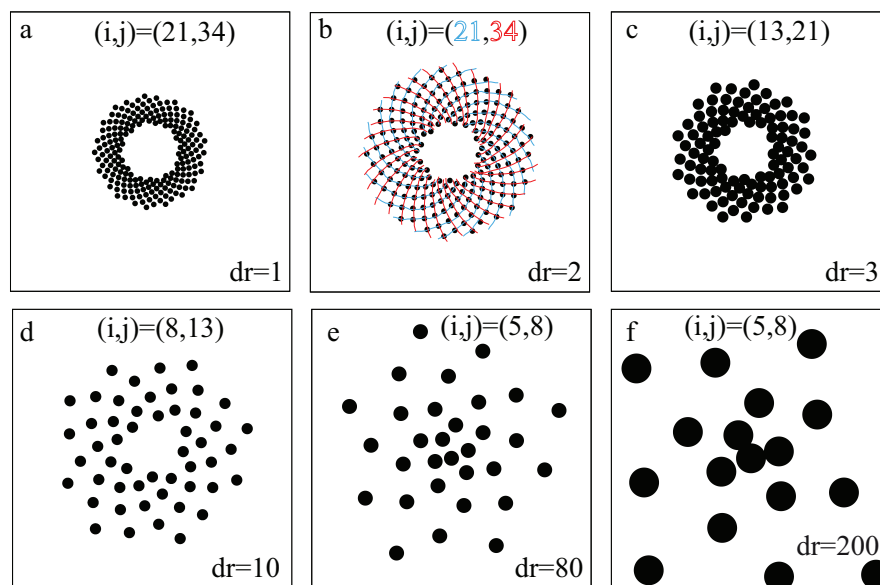


FIGURE 6.4 – Pour une rotation d'angle ϕ_{or} , $R = 200$, influence de dr sur le nombre de spirales : a) et b) $d = 20$, $n = 200$, $N = 2000$; c) $d = 40$, $p = 100$, $N = 2000$; d) $d = 40$, $n = 50$, $N = 2000$; e) $d = 160$, $n = 30$, $N = 6000$ et f) $d = 160$, $n = 20$, $N = 6000$.

précédents peuvent alors être obtenus dans certains cas, pour un même dr . Faire varier R peut donc être un moyen, à expansion radiale fixée, d'obtenir d'autres couples (i, j) , comme illustré sur Fig.6.5 et synthétisé dans le tableau suivant :

$R = 200$	$dr=1$	$dr=2$	$dr=10$	$dr=80$
i	13	13	8	5
j	21	21	13	8
Fig.6.5	a	b	c	d

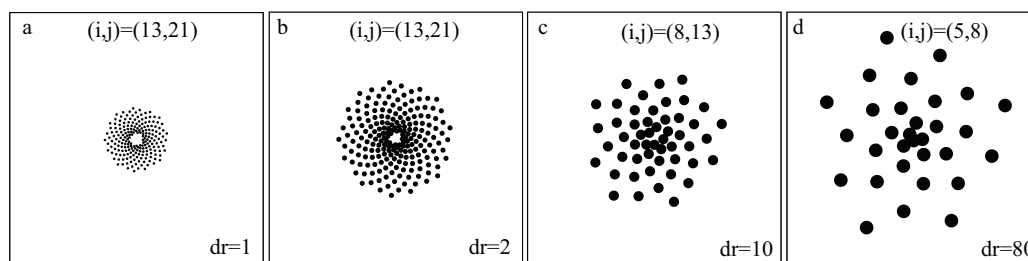


FIGURE 6.5 – Pour une rotation d'angle ϕ_{or} , $R = 50$, influence de dr sur le nombre de spirales : a) $d = 10$, $n = 200$, $N = 2000$; b) $d = 20$, $n = 200$, $N = 2000$; c) $d = 40$, $n = 50$, $N = 2000$ et d) $d = 160$, $n = 30$, $N = 6000$.

Aux vues de ces résultats géométriques, s'il est possible dans l'expérience de contrôler l'expansion radiale, il devrait être possible d'observer ces transitions d'un mode (i, j) à un

mode $(j, i + j)$. Mais en pratique, le système ne réagit pas de façon triviale lorsque les deux effets, rotation et translation, sont associés.

6.2.3 Autres spirales pour d'autres angles de rotation

Fig.6.6 montre en plus du cas où $\phi = \phi_{or}$, les spirales obtenues pour différents angles de rotation, les autres paramètres étant fixés. La première ligne correspond aux spirales phyllotactiques de divergence $\phi = \frac{2\pi}{\tau_{or}+p}$ rad pour $p=1$ à 3. On vérifie bien dans ces cas, que les nombres de spirales dans les différents jeux sont des termes consécutifs des suites de Fibonacci, de Lucas ou de la suite $(1, 4, 5, 9, 14, 23\dots)$. La seconde ligne de Fig.6.6 montre trois cas d'angles proches de cas commensurables, $\phi = \frac{2\pi}{m} + \delta\phi$ rad avec respectivement $m = 2, 4$ et 6 et $\delta\phi = 0.2^\circ$. On y voit que le nombre de spirales est défini par m .

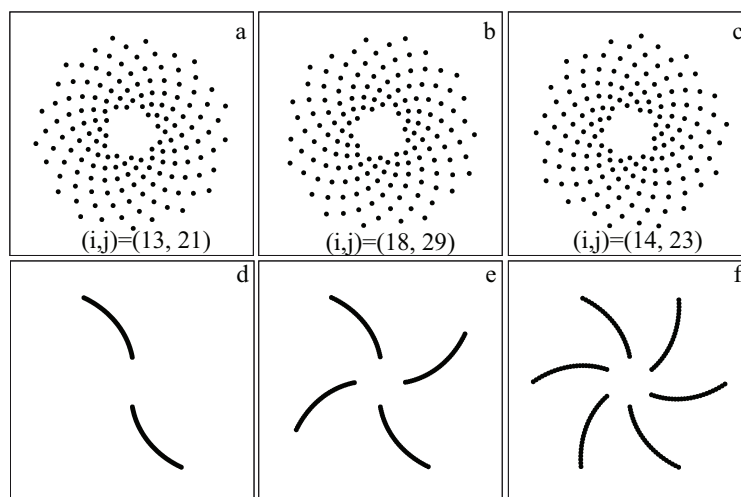


FIGURE 6.6 – Pour $d = 10$, $n = 150$, $N = 1000$, $R = 100$, $dr = 2$; a)-c) $\phi = \frac{2\pi}{\tau_{or}+p}$ rad avec respectivement : $p = 1, 2$ et 3 ; d)-f) $\phi = \frac{2\pi}{m} + \delta\phi$ rad avec respectivement $m = 2, 4$ et 6 et $\delta\phi = 0.2^\circ$.

6.3 Motifs phyllotactiques dans l'expérience de la valve optique

6.3.1 Evaluation de la translation

Dans l'expérience de la valve à cristaux liquides, dans des régimes de paramètres où les structures localisées existent, on introduit une rotation d'angle ϕ et une translation mesurée en utilisant la vis micrométrique de l'entrée du faisceau de fibres optiques. On constate que la réponse du système n'est pas évidente, quand les deux effets sont associés. Différents

angles de rotation ϕ ont été testés, en prenant des valeurs qui interviennent dans les modes d'organisations phyllotactiques : ces angles sont soit reliés au nombre d'or soit proches de valeurs commensurables à 2π . Aussi le paramètre que nous avons systématiquement quantifié est la rotation.

Pour essayer de comprendre la façon dont les différentes régions sont couplées spatialement, nous avons regardé l'effet d'un désalignement du faisceau de rétroaction sur la zone où les faisceaux se recouvrent. Pour cela, nous avons utilisé le modulateur spatial de lumière en imposant un profil circulaire. Dans ce cas, on peut repérer la situation où le faisceau s'image sur lui même quand on voit que les disques issus des différents tours dans la boucle de rétroaction se superposent. En introduisant un désalignement d'un des miroirs de la boucle de rétroaction ou en utilisant la vis micrométrique du support du faisceau de fibres optiques, ces faisceaux lumineux se décalent transversalement les uns par rapport aux autres au cours des rétroactions successives. Mais le centre de la rotation du motif correspond toujours au centre de la région où se superposent les différents disques.

Quand on modifie la position en translation, pour retrouver une situation équivalente autour de cette région centrale, il est nécessaire d'ajuster le couple de valeurs (V_0, I_{in}) . En effet, lorsque les différents faisceaux issus des rétroactions successives se recouvrent moins, le niveau global d'intensité est plus faible et on peut alors compenser en augmentant soit la tension V_0 soit I_{in} .

Compte tenu de la réponse non triviale du système vis à vis de la translation, nous précisons toujours comment nous avons procédé pour les mesures et nous considérerons que le système "ressent" les effets d'une translation quand les trajectoires spiralent. On verra cependant dans la suite que l'on peut dans certaines situations, évaluer un déplacement effectif dans le système. Cette évaluation peut se faire en considérant l'espacement entre deux parties adjacentes d'une même spirale.

6.3.2 Dynamique d'apparition du motif

Pour des structures localisées de taille $140 \mu m$ environ ($L \approx -5 cm$), un angle de rotation proche de l'angle d'or est introduit. En choisissant une valeur de tension légèrement avant le point de naissance la bistabilité, puis en l'augmentant progressivement, on peut voir le motif apparaître. Pour certaines positions latérales de l'entrée du faisceau de fibres, on constate que les structures commencent à apparaître à la périphérie puis remplissent les espaces plus près du centre (Fig.6.7). En changeant la position latérale d'environ $3 mm$, on constate que cette fois, les différentes régions du motif semblent apparaître quasi simultanément. (Fig.6.8). Pour un autre réglage en translation, nous avons testé l'effet de la tension finale sur le remplissage du motif. Dans un premier cas, cette tension est égale à $8.825 V$ (Fig.6.9). Si on recommence la même mesure mais en prenant une valeur finale de

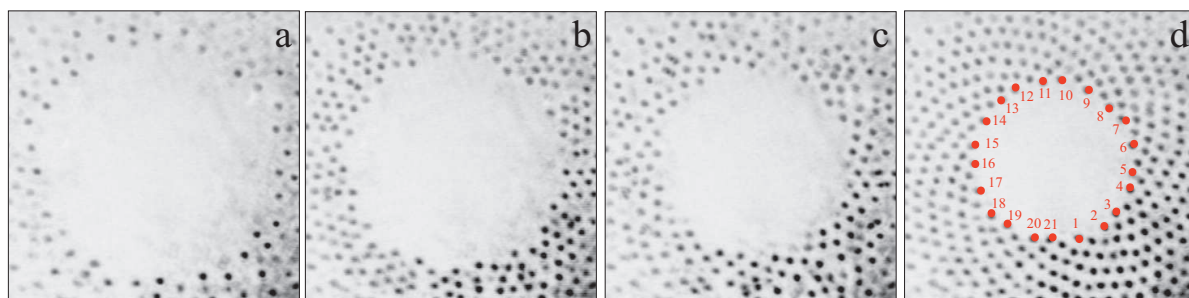


FIGURE 6.7 – Dynamique d'apparition du motif en augmentant la tension à partir d'une situation autour du seuil de naissance de la bistabilité. Lecture de la position transversale sur la vis micrométrique : 9.19 mm , V_0 varie de 8.537 à 8.623 V , $I_{in} = 240 \mu\text{W}/\text{cm}^2$.

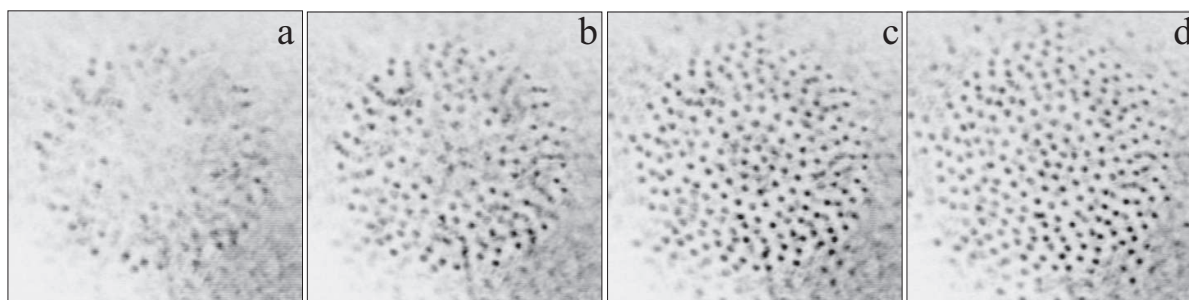


FIGURE 6.8 – Dynamique d'apparition du motif en augmentant la tension à partir d'une situation située avant le seuil de naissance de la bistabilité. Lecture de la position transversale sur la vis micrométrique : 6.00 mm , V_0 varie de 8.489 à 8.592 V , $I_{in} = 240 \mu\text{W}/\text{cm}^2$.

tension plus grande $V_0 = 8.868 \text{ V}$, on arrive à remplir tout l'espace de structures localisées (Fig.6.10).

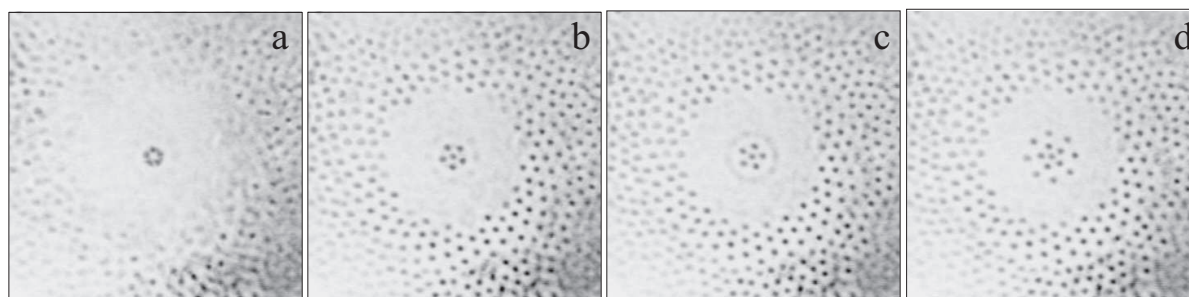


FIGURE 6.9 – Dynamique d'apparition du motif en augmentant la tension à partir d'une situation située avant le seuil de naissance de la bistabilité. V_0 varie de 8.720 à 8.825 V , $I_{in} = 200 \mu\text{W}/\text{cm}^2$

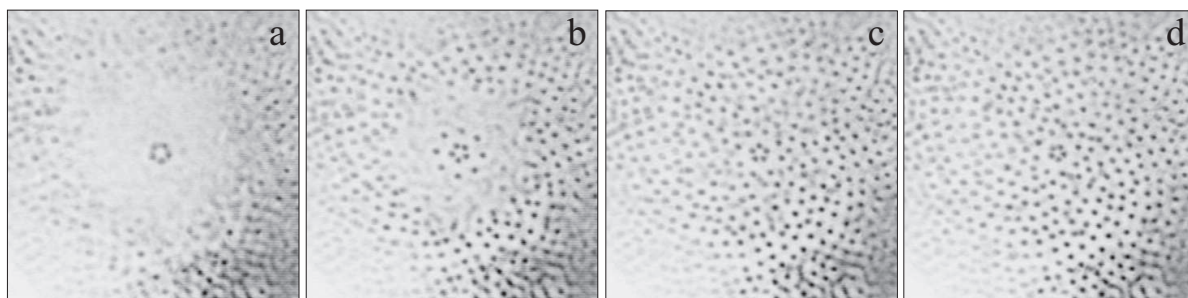


FIGURE 6.10 – Dynamique d’apparition du motif en augmentant la tension à partir d’une situation située avant le seuil de naissance de la bistabilité. V_0 varie de 8.741 à 8.868 V, $I_{in} = 200 \mu W/cm^2$.

6.3.3 Petites valeurs de l’angle de rotation ϕ

Si on introduit un petit angle de rotation ϕ de l’ordre de la dizaine ou vingtaine de degrés, les structures s’organisent sur une unique spirale (Fig.6.11 a). On constate en particulier que la distance entre les structures localisées augmente au fur et à mesure que l’on s’éloigne du centre. Le long du bras de la spirale, on retrouve également toute la phénoménologie décrite au chapitre précédent pour les structures localisées en présence de translation (Fig.5.2 et Fig.5.3). On voit ainsi le long du bras de la spirale, le passage du cas où les structures sont faiblement advectées dans la direction effective de la translation, au cas en forme de filament, suivi des structures en zigzag puis à nouveau sous forme de filament. On retrouve enfin, pour des distances au centre plus grande, la situation où la distance entre structures est plus grande que leur taille caractéristique et augmente le long de la spirale. On peut

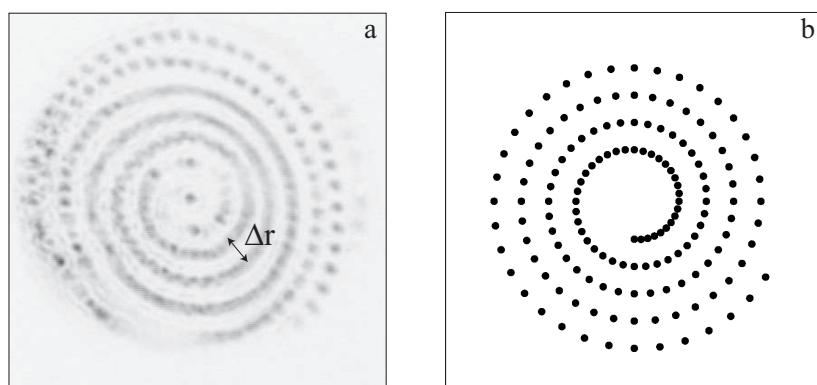


FIGURE 6.11 – a) spirale expérimentale obtenue pour une rotation d’une vingtaine de degrés, $V_0 = 5.355 V$, $I_{in} = 590 \mu W/cm^2$, et b) spirale numérique pour les valeurs suivantes des paramètres : $\phi = 10^\circ$, $R = 100$, $dr = 2$, $d = 10$, $n = 150$ et $N = 1000$.

évaluer une distance Δr sur Fig.6.11a, entre deux enroulements successifs de la spirale, égale environ égale à 2 fois la taille des structures localisées. Cette évaluation reste cependant

difficile à faire dans les cas de motifs plus complexes, tels que ceux constitués de plusieurs jeux de spirales. Pour comparaison, un profil numérique pour un petit angle de divergence est donné à la Fig.6.11b.

6.3.4 Rotation d'angles ϕ commensurés à 2π

$$\phi \approx 60^\circ$$

Les études antérieures sur la rotation dans l'expérience de la valve, ont montré qu'en fixant la rotation à 60° en l'absence de toute translation radiale, les structures localisées s'organisent sur des cercles avec sur chacun d'eux, un nombre de structures multiple de 6 [105]. En introduisant un écart $\pm\delta\phi$ par rapport à la valeur commensurable à 2π , les structures localisées se mettent à tourner sur les disques dans un sens ou dans l'autre selon le signe devant $\delta\phi$. En présence en plus, de translation, les motifs obtenus devraient être des spirales. Cela a été vérifié, en fixant l'angle de rotation autour de 60° et en identifiant la situation semblant la plus proche d'un cas sans rotation. Fig.6.12b correspond à cette situation avec pas ou très peu de dynamique et un motif ayant une géométrie quasi hexagonale. A partir de cette situation, un petit écart angulaire $\delta\phi$ a été introduit. Pour $\delta\phi$ négatif (respectivement positif), on observe 6 spirales tournant dans le sens trigonométrique (respectivement horaire). Les deux situations sont présentées par la Fig.6.12a et c.

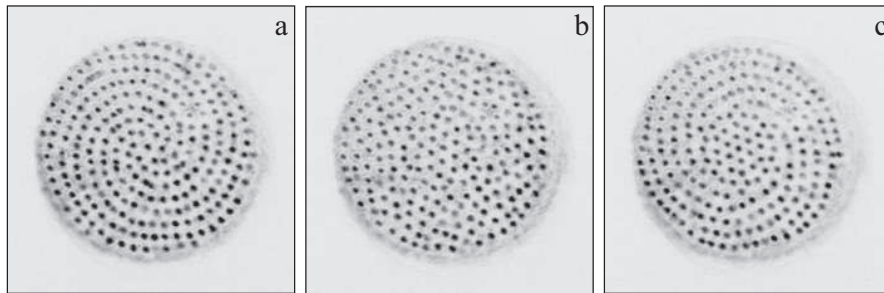


FIGURE 6.12 – Pour une rotation $\phi \approx 60^\circ$: profils extraits des films pour a) $\phi = \phi_1 - \delta\phi$, b) $\phi = \phi_1 \approx 60^\circ$, $V_0 = 5.238 V$, $I_{in} = 290 \mu W/cm^2$ et c) $\phi = \phi_1 + \delta\phi$ avec $\delta\phi = 1^\circ$.

$$\phi \approx 90^\circ$$

Dans les arbres obtenus avec les modèles dynamiques, que nous avons introduits dans la section précédente, cette valeur de rotation correspond au mode décussé (Fig.6.3a). A la Fig.6.13a est présentée une séquence temporelle d'images pour une rotation proche de 90° introduite dans le boucle de rétroaction. Au centre du motif, on observe une alternance entre des modes circulaires et des modes spiralés. Si on regarde le diagramme spatio-

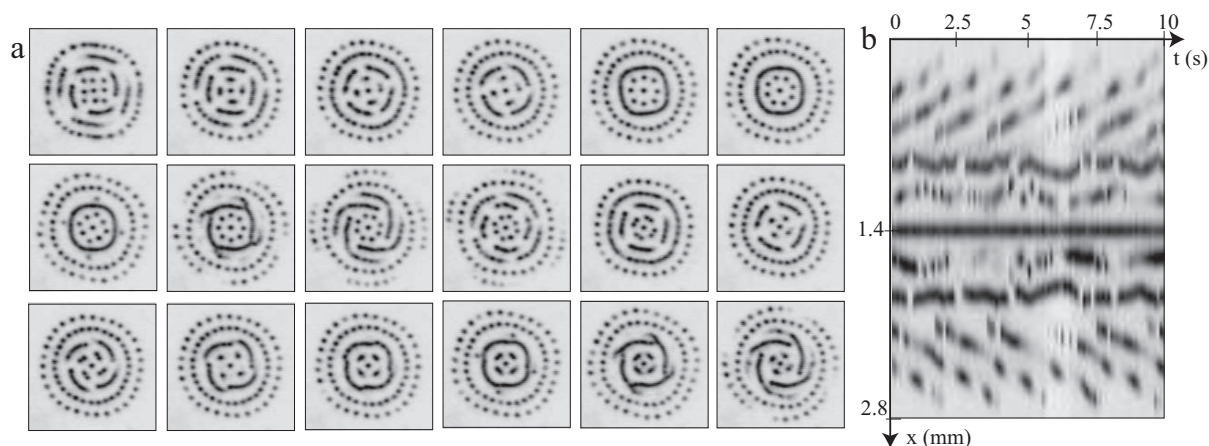


FIGURE 6.13 – a) séquence temporelle d’images pour un angle de rotation proche de 90° avec observation de modes circulaires et spiralés au centre du motif et b) diagramme spatio-temporel correspondant, $V_0 = 13.759 V$.

temporel Fig.6.13b du film dont sont extraits les profils de Fig.6.13a, à la périphérie, il y a une dynamique d’expansion, qui se reproduit périodiquement au cours du temps.

$$\phi \approx 120^\circ$$

Cette valeur de rotation peut être mise en relation avec le mode tricussé (Fig.6.3b), pour lequel trois éléments apparaissent au même noeud. Dans l’expérience, en se plaçant près du seuil de bistabilité, il est possible d’observer autour d’une structure localisée centrale, trois autres structures qui tournent dans le sens trigonométrique sur un cercle dont le rayon diminue pour fusionner ensuite au centre. Il réapparaît aussi de nouveaux triplets de structures par la suite (Fig.6.14c et f). On constate que la collision des structures au centre peut amener pendant à un transitoire à l’existence d’une structure triangulaire (Fig.6.14h). Nous y reviendrons dans un paragraphe suivant.

Pour un autre couple de valeurs de (V_0, I_{in}) plus loin du seuil, le motif est constitué d’un plus grand nombre de structures localisées et la dynamique est comparable à celle mentionnée pour $\phi \approx 90^\circ$, avec des transitions entre des spirales et des cercles au centre de la structure (Fig.6.15a). Le diagramme spatio-temporel associé montre qu’à la périphérie, il y a une dynamique de contraction du motif (Fig.6.15b).

Pour une valeur d’intensité un peu plus grande, il est possible d’observer au centre la même dynamique que celle présentée par Fig.6.14 puis à partir d’une distance radiale indiquée par le cercle en pointillés rouges sur le profil Fig.6.16a, on voit trois spirales avec le long de chacune, les structures qui se déplacent vers la périphérie. Pour comparaison, un profil numérique obtenu par simulation géométrique est donné pour une rotation de $\phi = 118^\circ$ et $dr = 2$. Le diagramme spatio-temporel du film dont est extrait la Fig.6.16a montre une

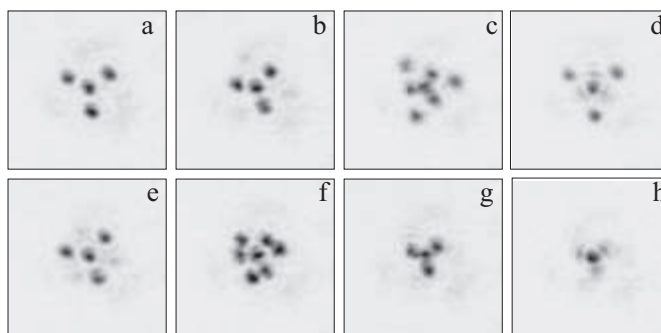


FIGURE 6.14 – Séquence temporelle d'images expérimentales pour ϕ proche de 120° et un voltage près du seuil de naissance de la bistabilité, $V_0 = 5.025 V$, $I_{in} = 630 \mu W/cm^2$. L'intervalle de temps entre deux images est de 1 s.

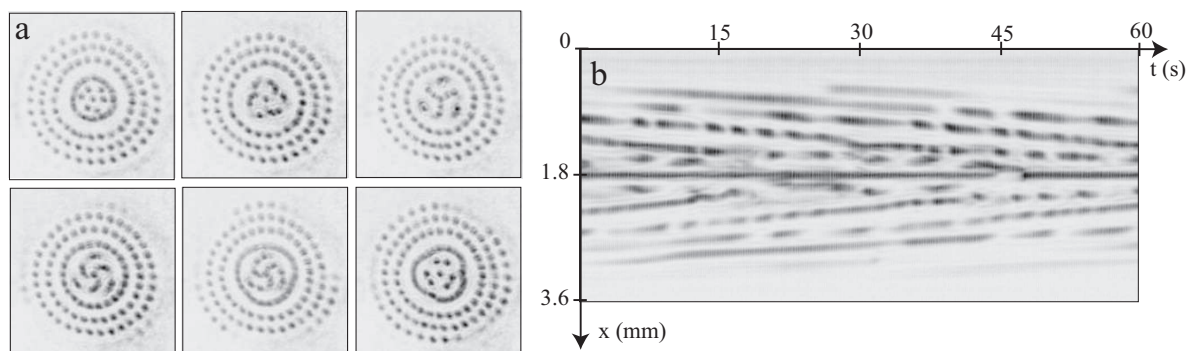


FIGURE 6.15 – a) séquence temporelle d'images expérimentales pour ϕ proche de 120° , près du seuil de naissance de la bistabilité, pour une tension $V_0 = 5.086 V$ et $I_{in} = 310 \mu W/cm^2$ et b) diagramme spatio-temporel correspondant.

expansion radiale du motif (Fig.6.16c).

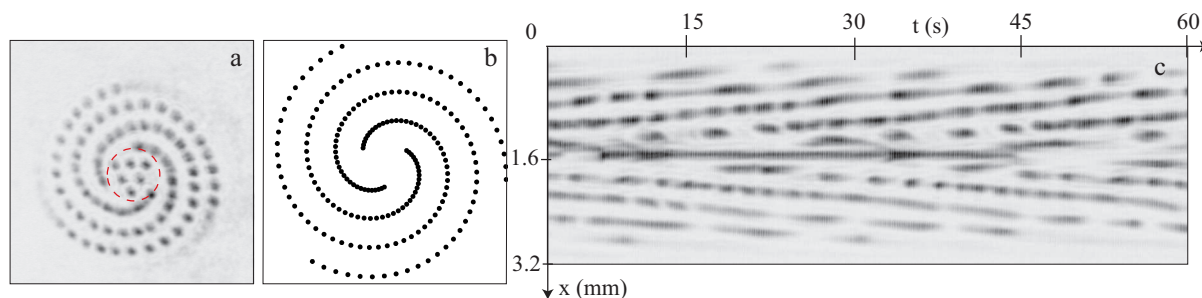


FIGURE 6.16 – a) profil expérimental avec trois spirales pour ϕ proche de 120° , $V_0 = 5.086 V$, $I_{in} = 475 \mu W/cm^2$, b) profil numérique pour les paramètres suivants : $\phi = 118^\circ$, $R = 100$, $dr = 2$, $d = 10$, $n = 200$ et $N = 1000$ et c) diagramme spatio-temporel du film dont est extrait a).

$$\phi \approx 180^\circ$$

Dans les arbres des modèles dynamiques, le mode distique correspond à une divergence ϕ de 180° . En introduisant une rotation proche de cet angle, il est possible d'obtenir des profils comme ceux de Fig.6.17. Si la rotation est proche de 180° mais avec un écart $\delta\phi$, on observe deux spirales symétriques par rapport au centre (Fig.6.17a), le long desquelles les structures localisées s'organisent, la distance entre elles augmentant en s'éloignant du centre. De plus, la distance Δr entre deux enroulements consécutifs est de l'ordre de deux fois la taille des structures localisées. Pour comparaison, un profil numérique pour $\phi = 178^\circ$ est donné par Fig.6.17b. Les profils de Fig.6.18a et b, semblent correspondre à des cas plus proches de 180° car les images sont symétriques par rapport à un centre noté C .

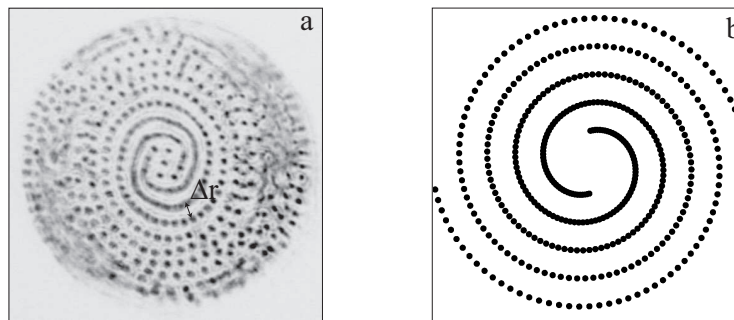


FIGURE 6.17 – a) profil expérimental pour ϕ proche de 180° , $V_0 = 5.345 V$, $I_{in} = 1.03 \mu W/cm^2$ et b) profil numérique pour les paramètres suivants : $\phi = 178^\circ$, $R = 100$, $dr = 1$, $d = 10$, $n = 400$ et $N = 1000$.

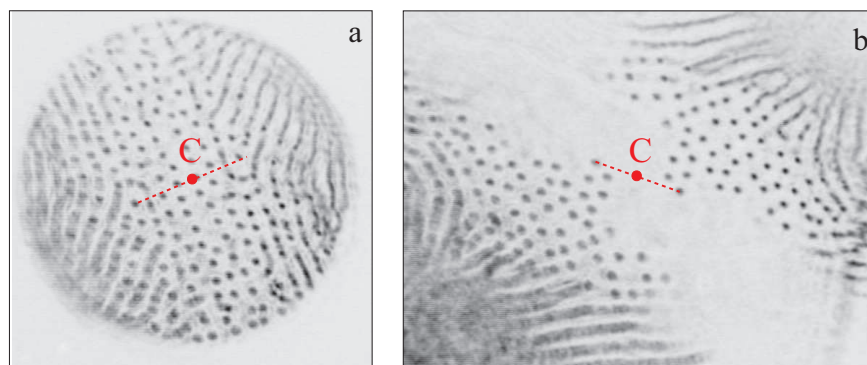


FIGURE 6.18 – Pour une rotation très proche de 180° , images présentant une symétrie centrale avec C le centre de la symétrie indiqué en rouge. Les paramètres expérimentaux sont : a) $V_0 = 5.345 V$, $I_{in} = 1.03 \mu W/cm^2$ et b) $V_0 = 5.240 V$, $I_{in} = 840 \mu W/cm^2$.

6.3.5 En fixant l'angle de rotation proche de l'angle d'or : $\phi \approx 137.5^\circ$

L'angle de rotation a été fixé proche de l'angle d'or pour étudier les modes d'organisation des structures localisées, pour différents paramètres de tension et d'intensité mais aussi en jouant sur la position latérale du faisceau de fibres optiques. La plupart des mesures ont été réalisées pour une longueur de propagation libre L de l'ordre de -5 cm . Les structures localisées ont alors une taille de l'ordre de 140 microns. Deux autres tailles de structures pour $L \approx -3$ et -7 cm ont cependant été testées. Quand cela ne sera pas précisé, la taille des structures sera par défaut celle correspondant à $L \approx -5 \text{ cm}$.

En fixant l'angle à 137.5° pour $L \approx -5 \text{ cm}$, il est possible d'observer un motif de deux jeux de spirales de Fibonacci, 13 tournant dans le sens horaire et 21 dans le sens opposé (Fig.6.19a). Il est important de souligner que ce motif est dynamique. Par exemple, le nombre de structures sur le premier cercle évolue au cours du temps, égal soit à 5 soit à 8. De plus, le motif obtenu n'est pas toujours parfait dans le sens où les nombres de spirales peuvent différer de ceux prévus par la série de Fibonacci. Il peut par exemple y avoir une spirale additionnelle dans un des deux jeux comme sur Fig.6.19b, où une 22ème spirale existe dans le jeu tournant dans le sens trigonométrique.

Pour une autre série de mesures pour d'autres ajustements en translation mais toujours

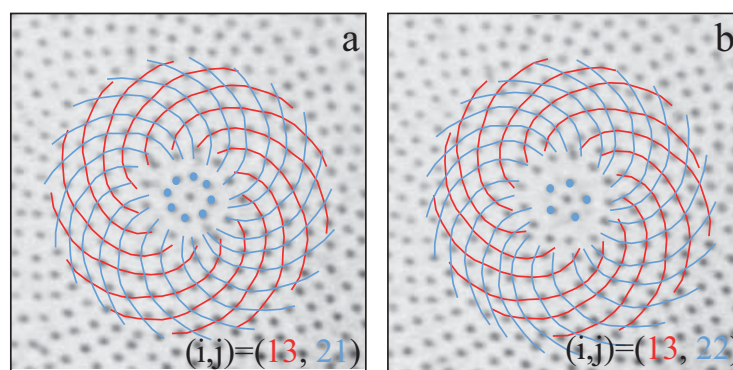


FIGURE 6.19 – Profils expérimentaux pour une rotation proche de l'angle d'or. Les deux jeux de spirales sont mis en évidence, avec en bleu le jeu de spirales tournant dans le sens trigonométrique et en rouge les spirales tournant dans le sens horaire. Les nombres de spirales sont pour a) $(i, j) = (13, 21)$ et pour b) $(i, j) = (13, 22)$. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 6.706 \text{ V}$ et $I_{in} = 180 \mu\text{W}/\text{cm}^2$.

pour un angle proche de l'angle d'or, en partant d'une situation avant le seuil d'apparition des structures localisées, la tension est augmentée jusqu'à ce que des structures soient générées et qu'un motif se développe, suivant la procédure mentionnée précédemment. En regardant Fig.6.20a, on distingue, à la périphérie du motif, des spirales dans l'organisation des structures localisées. Cependant, on peut aussi montrer que les structures localisées

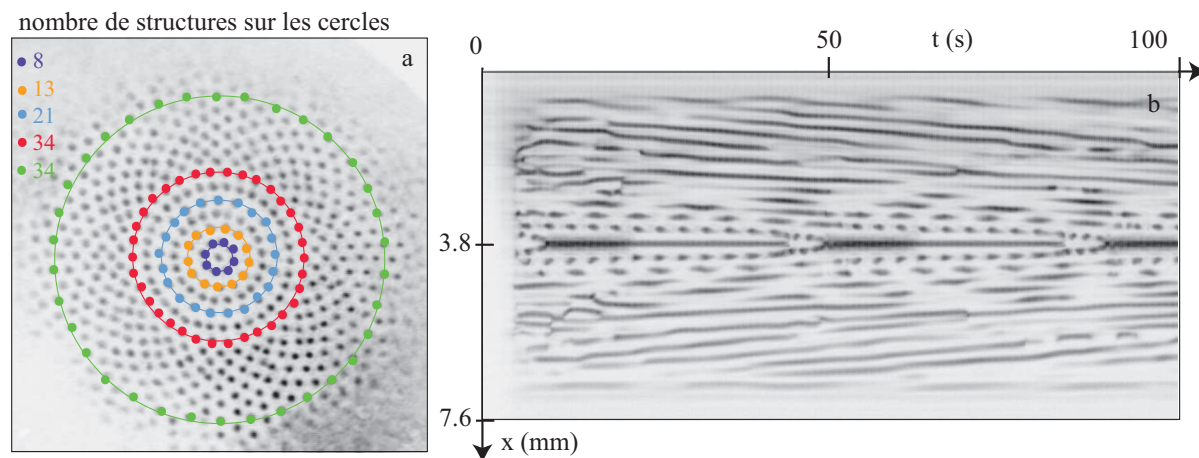


FIGURE 6.20 – a) profil expérimental pour une rotation proche de l'angle d'or : sur les cercles mis en évidence par différentes couleurs, on compte des nombres de structures localisées qui sont des termes de la série de Fibonacci ; b) diagramme spatio-temporel du film dont est extrait a). Les paramètres expérimentaux sont : $V_0 = 6.752 V$ et $I_{in} = 180 \mu W/cm^2$.

se positionnent sur des cercles concentriques avec dans l'ordre en partant du centre, 8 structures sur le cercle bleu foncé, 13 sur le cercle orange, 21 sur le suivant, 21 sur le cercle bleu clair, et 34 structures pour tous les cercles suivants, du cercle rouge au vert, ces nombres appartenant à la série de Fibonacci. A la périphérie les structures se situent toutes à l'intersection de deux jeux comprenant chacune 34 spirales. Sur Fig.6.20b est représenté un diagramme spatio-temporel montrant la dynamique du motif. On peut y voir qu'il y a une périodicité dans la dynamique de la partie centrale de l'organisation et que globalement le motif se contracte vers le centre jusqu'à collision ou fusion des structures situées sur le premier cercle. On peut noter aussi que le nombre de structures sur ce premier cercle varie entre 5 et 8 et qu'au cours d'une de ces collisions, le sens de rotation des structures sur le cercle change.

Structures plus petites (cas $L = -3 cm$)

Pour une taille de structures plus petites, il est possible d'observer des organisations qui rappellent des pétales, des dentelles ou bien encore des formes en soleil. Sans changer la rotation, trois positions latérales de l'entrée du faisceau de fibres ont été testées et pour chacune d'elles, différentes valeurs de tension ont été considérées en partant de situations proches du seuil de naissance de bistabilité à des situations plus éloignées.

Pour cette mesure, on commence en utilisant le SLM par définir une situation où les faisceaux s'imagent sur eux-mêmes. On appelle cette situation $dx = 0 mm$, servant de

référence pour la position latérale de l'entrée du faisceau de fibres optiques. Pour cette situation, trois profils pour trois tensions différentes sont représentés sur Fig.6.21. Proche

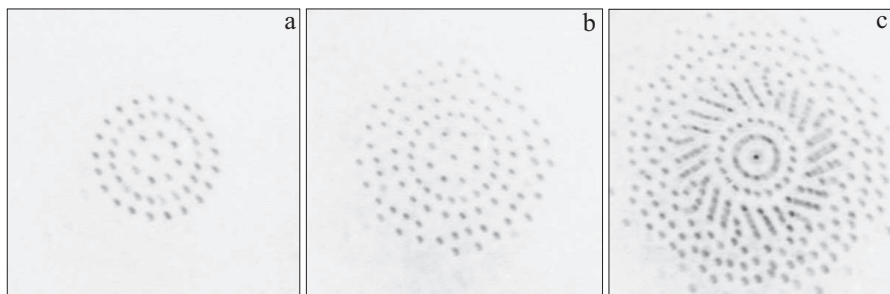


FIGURE 6.21 – Profils expérimentaux pour $L = -3 \text{ cm}$, pour une rotation proche de l'angle d'or, $dx = 0 \text{ mm}$ et différentes valeurs de V_0 : a) $V_0 = 5.954 \text{ V}$, b) $V_0 = 5.965 \text{ V}$ et c) $V_0 = 5.997 \text{ V}$. Pour les différentes valeurs tensions, l'intensité $I_{in} = 500 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ est maintenue constante en présence d'un profil uniforme imposé avec le SLM.

du seuil de naissance de la bistabilité, on peut voir sur Fig.6.21a, que les structures se répartissent sur des cercles avec des nombres de structures différents suivant la distance au centre (8 pour le premier cercle contre 21 pour les deux suivants). En augmentant la tension, on peut faire apparaître de nouvelles structures localisées plus à la périphérie (Fig.6.21b). Les organisations obtenues sont dynamiques. Ainsi on peut observer en général que les structures sur les cercles les plus proches du centre tournent dans un sens tandis que celles qui se trouvent sur des disques plus éloignés tournent dans l'autre, avec parfois entre les deux un cercle immobile. Mais comme nous l'avons mentionné, il n'est pas facile de comprendre ce qui détermine cette dynamique. En continuant d'augmenter la tension, on peut avoir des profils comme celui de Fig.6.21c avec un nombre plus grand de structures localisées. Dans la partie où des rayons apparaissent, formant un motif en soleil, ou sur les deux premiers cercles en partant du centre, on observe des situations qui rappellent les structures en filaments observées au chapitre 5.

En changeant de 2 mm la position latérale du faisceau de fibres, nous avons ajusté le couple de paramètres (V_0, I_{in}) pour se placer à nouveau dans une situation proche du seuil d'apparition du motif. Nous avons fait varier un peu la tension et regardé l'influence sur les motifs obtenus. Sur Fig.6.22a et b, on observe des cercles : un central et deux plus à la périphérie avec 21 structures sur chacun des deux. En augmentant la tension, des nouveaux cercles apparaissent entre le cercle central et les périphériques (Fig.6.22c et d). En augmentant encore la tension, on peut voir apparaître par alternance des modes avec 8 spirales au centre (Fig.6.22e et f) et des modes circulaires (Fig.6.22g et h). Dans la partie centrale, les structures sur les spirales ou les cercles sont dans une organisation en filament. Pour une position latérale du faisceau de fibres optiques plus translatée ($dx = 3.2 \text{ mm}$),

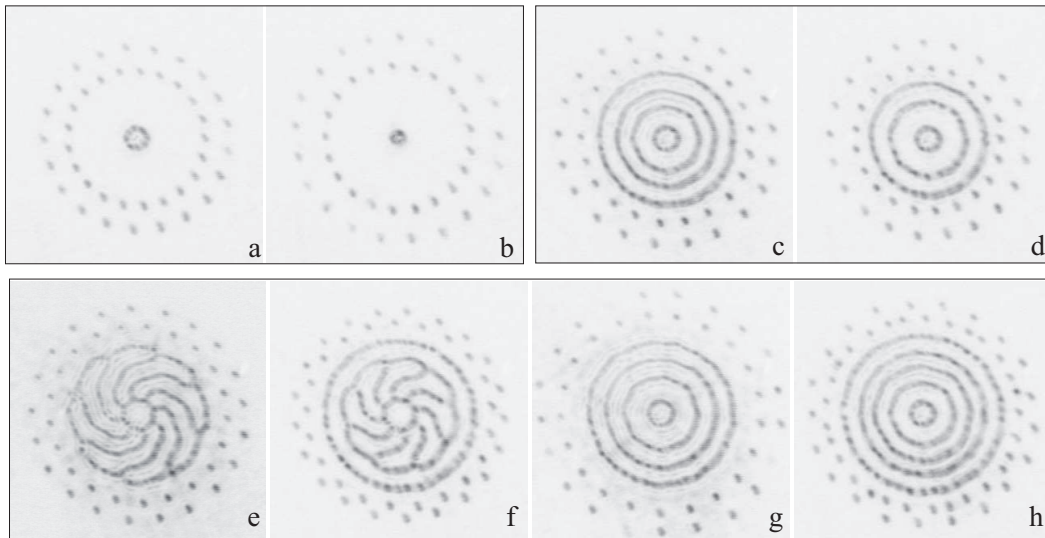


FIGURE 6.22 – Profils expérimentaux pour $L = -3 \text{ cm}$, pour une rotation proche de l'angle d'or, $dx = 2 \text{ mm}$ et différentes valeurs de V_0 : a) et b) $V_0 = 4.919 \text{ V}$, c) et d) $V_0 = 4.936 \text{ V}$ et e)-h) $V_0 = 4.943 \text{ V}$. Pour les différentes valeurs tensions, l'intensité $I_{in} = 500 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ est maintenue constante en présence d'un profil uniforme imposé avec le SLM.

pour une tension assez proche du seuil, on observe des cercles de structures localisées (Fig.6.23a-c). En augmentant un peu la tension, une organisation en soleil comptant 21 rayons, se forme à la périphérie comme illustré par Fig.6.23d-f. Pour une tension encore légèrement plus élevée, on observe un changement qualitatif dans l'organisation. Elle semble formée de pétales (Fig.6.23g-i). Il est intéressant de noter si on regarde la Fig.6.23g par exemple qu'il y a 8 pétales dans le motif en fleur qui part du centre, puis 13 qui viennent s'intercaler entre les 8 pétales, puis 21 pétales sur les deux rangées suivantes.

Structures plus grandes (cas $L = -7 \text{ cm}$)

On se place dans une situation correspondant à $dx = 0$, avec la méthode utilisant le SLM et le profil avec un disque. Le cas de structures localisées un peu plus grandes a été étudié, en partant d'une tension proche de la naissance de la bistabilité, c'est-à-dire avec peu de structures localisées. Les structures interagissent beaucoup entre elles et par instant, il émerge une organisation plus marquée comme on peut le voir sur les profils de Fig.6.24. Pour une autre valeur d'intensité, plus faible, on peut voir des transitions entre motifs près du point de naissance de la bistabilité (Fig.6.25). Dans ce cas, les structures s'organisent sur des cercles dont le diamètre ne fait que décroître au cours du temps, jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une seule structure localisée au centre. Il est intéressant de voir qu'après collision entre les 8 structures localisées d'un même cercle tournant dans le sens horaire, il reste un cercle avec 5 structures localisées tournant dans le sens trigonométrique. Pour une tension

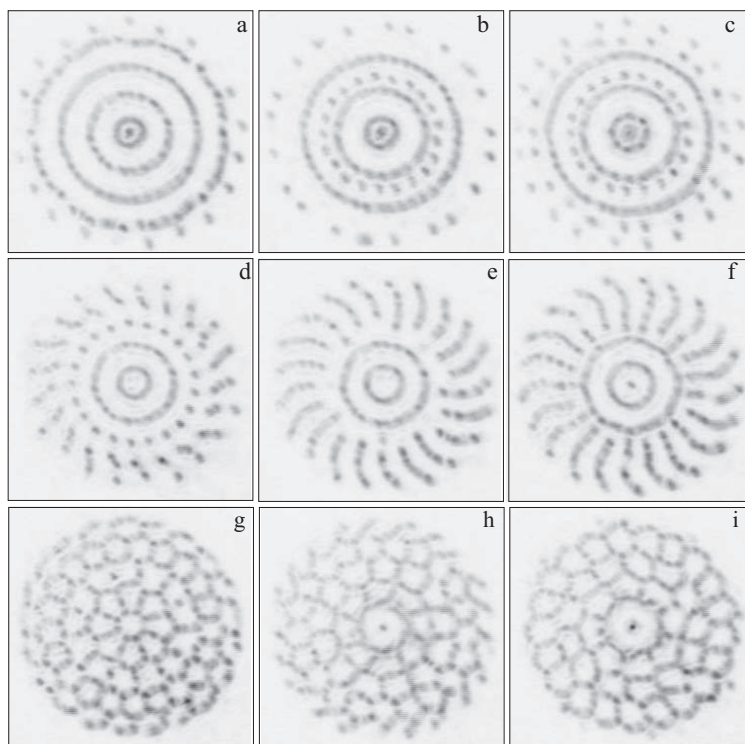


FIGURE 6.23 – Profils expérimentaux pour $L = -3 \text{ cm}$, pour une rotation proche de l'angle d'or $dx = 3.6 \text{ mm}$ et différentes tensions : a)-c) $V_0 = 4.940 \text{ V}$, d)-f) $V_0 = 4.947 \text{ V}$ et g)-i) $V_0 = 4.957 \text{ V}$.

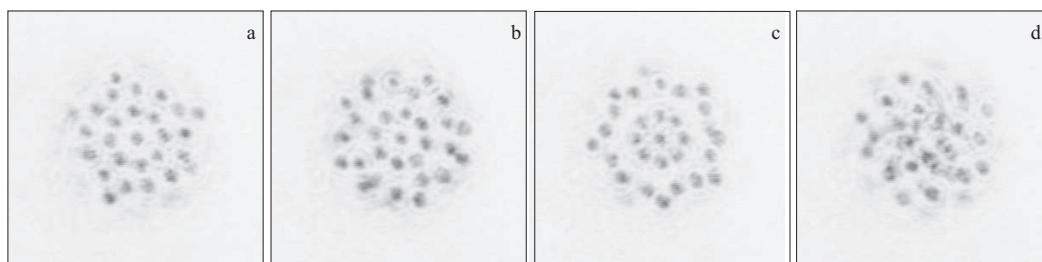


FIGURE 6.24 – Profils expérimentaux issus du même film, pour $L = -7 \text{ cm}$, pour une rotation proche de l'angle d'or, $dx = 0 \text{ mm}$ et $V_0 = 4.962 \text{ V}$.

plus élevée, on observe sur Fig.6.26, des modes spiralés avec 21 spirales dans un sens et 8 dans l'autre. En particulier, Fig.6.26a montre 5 structures sur le premier cercle contre 8 sur Fig.6.26b.

Champ lointain des organisations spiralées

En revenant à la situation de référence $L \approx -5 \text{ cm}$, les champs lointains de motifs ont été étudiés, pour une rotation proche de l'angle d'or. Pour cela, des profils du plan de Fourier

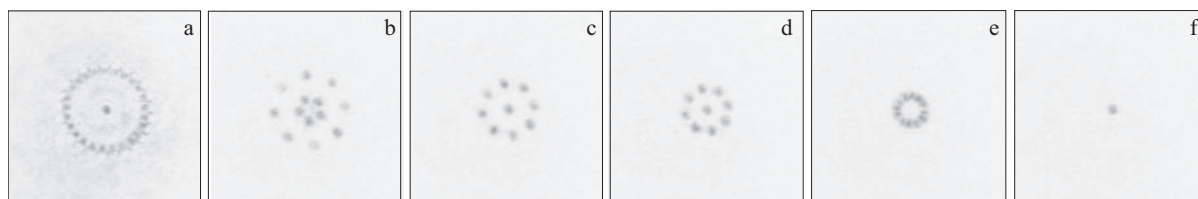


FIGURE 6.25 – Séquence temporelle d’images expérimentales issues du même film, pour $L = -7 \text{ cm}$, $V_0 = 4.990 \text{ V}$, $dx = 0 \text{ mm}$.

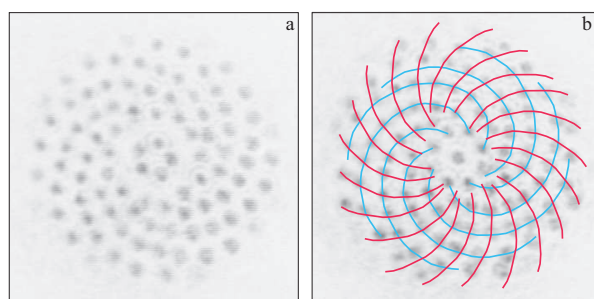


FIGURE 6.26 – Profils expérimentaux pour $L = -7 \text{ cm}$, extraits de deux films différents mais pour la même tension $V_0 = 5.035 \text{ V}$, pour $dx = 0 \text{ mm}$. Les spirales sont tracées en rouge pour le jeu de spirales tournant dans le sens horaire et en bleu pour le jeu de spirales tournant dans le sens trigonométrique.

d’une lentille de courte focale ont été acquis avec une caméra CCD. Nous avons joué sur l’intensité en filtrant de façon à ne pas trop saturer la caméra. Il est intéressant de voir comment évolue le champ lointain lorsque le champ proche est dynamique et passe d’une situation circulaire à spiralée.

Lorsque dans le champ lointain les structures localisées s’organisent sur des cercles, on observe dans le spectre, des spots répartis à peu près équitablement sur un cercle. Sur Fig.6.27c et d, on constate que sur l’avant-dernier cercle extérieur, il y a 18 structures, et que dans le champ lointain, le nombre de spots est lui aussi de 18 (Fig.6.27e et g). Par contre, quand le motif spirale comme sur Fig.6.27d, on peut le voir dans le champ lointain car à la place d’avoir des spots sur un cercle, le champ lointain lui aussi spirale un peu avec une allure en forme de roue dentée (Fig.6.27h).

Dans une situation avec plus de structures localisées, typiquement celle du champ proche de Fig.6.28a, plusieurs profils de champs lointains, obtenus pour différents filtrages, sont présentés à la Fig.6.28b-d.

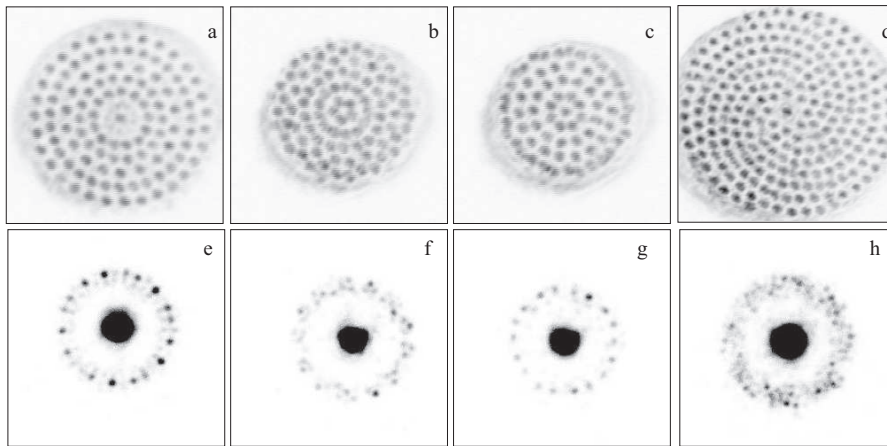


FIGURE 6.27 – Pour une rotation proche de l’angle d’or, a)-d) champs proches et e)-h) champs lointains correspondant.

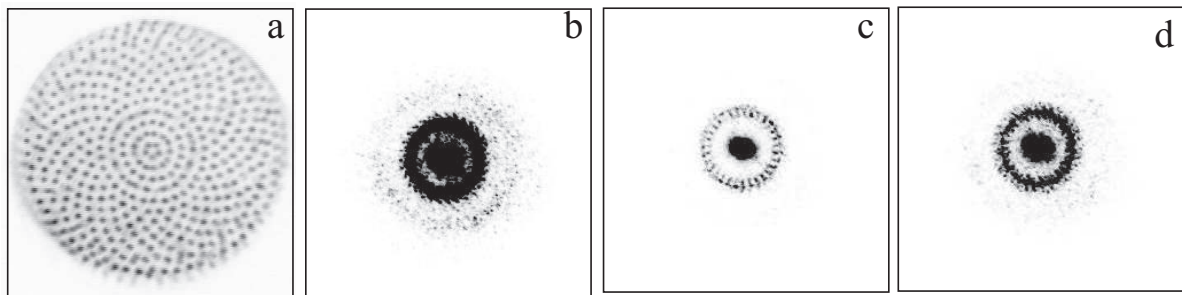


FIGURE 6.28 – Pour une rotation proche de l’angle d’or, a) champ proche et b)-d) champs lointains correspondant, en jouant sur le filtrage.

6.3.6 Autres angles de rotation non commensurés à 2π

Seconde phyllotaxie et série de Lucas : $\phi \approx 99^\circ$

Dans les arbres obtenus avec les modèles dynamiques, cette valeur de rotation est associée à la suite de Lucas (1,3,4,7,11,18...). Pour une rotation proche de 99° , trois séries de mesures ont été faites pour trois positions latérales dx du faisceau de fibres optiques. Dans chaque série, différentes valeurs de tension ont été considérées en partant de cas proches du seuil de naissance de la bistabilité et en augmentant V_0 progressivement (Fig.6.29). Le cas $dx = 0$ correspond à la situation où après les rétroactions successives le faisceau semble s’imager sur lui même comme indiqué précédemment avec la méthode utilisant le SLM. Les deux autres situations en translation correspondant à $dx = 4$ et 8 mm . Comme nous l’avons déjà mentionné, après translation, il est nécessaire d’ajuster la tension et l’intensité, pour retrouver une situation équivalente à celle avant translation. En augmentant V_0 , on constate

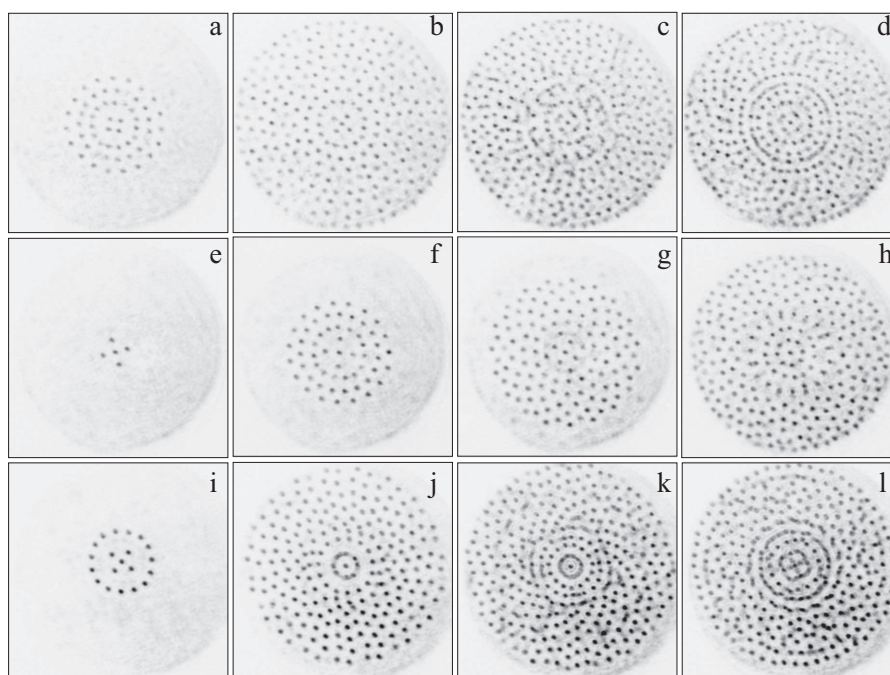


FIGURE 6.29 – Profils expérimentaux pour une rotation d'angle proche de 99° . La première ligne correspond à $dx = 0$, la seconde à $dx = 4 \text{ mm}$ et la troisième à $dx = 8 \text{ mm}$ pour $I_{in} = 280 \mu\text{W}/\text{cm}^2$. Les valeurs des tensions sont : a) $V_0 = 4.981 \text{ V}$, b) $V_0 = 4.995 \text{ V}$, c) $V_0 = 5.020 \text{ V}$, d) $V_0 = 5.030 \text{ V}$, e) $V_0 = 5.065 \text{ V}$, f) $V_0 = 5.070 \text{ V}$, g) $V_0 = 5.080 \text{ V}$, h) $V_0 = 5.098 \text{ V}$, i) $V_0 = 5.098 \text{ V}$, j) $V_0 = 5.112 \text{ V}$, k) et l) $V_0 = 5.148 \text{ V}$.

que les structures interagissent plus entre elles et qu'elles semblent rebondir les unes sur les autres, comme décrit par la référence [50].

Fig.6.30 présente un mode d'organisation des structures localisées obtenu pour cette valeur de rotation. Sur Fig.6.30a, les cercles sur lesquels se positionnent les structures sont mis en évidence tandis que sur Fig.6.30b, pour le même profil expérimental, deux jeux de 19 spirales sont tracés. Le terme attendu par la suite (1,3,4,7,11,18...) serait 18. La différence constatée provient d'un écart d'angle par rapport à la divergence idéale correspondant à la seconde phyllotaxie.

Une séquence temporelle d'images est présentée à la Fig.6.31. Pour ces réglages en rotation, translation, tension et intensité, on observe une dérive progressive du motif vers le centre où il y a collision des structures localisées se trouvant sur le premier cercle. Au cours de l'évolution temporelle, il y a des situations où le motif est en forme de soleil, les structures se trouvant sur des cercles voisins étant globalement alignées. C'est le cas par exemple sur Fig.6.31c, d ou i. Dans d'autres cas, des spirales se distinguent nettement comme sur Fig.6.31a ou e. Il est aussi intéressant de voir varier le nombre de structures sur le premier cercle, entre 4, 7 ou 11 lorsque le premier cercle a un rayon plus grand, ces nombres étant bien des termes de la série de Lucas associée à une divergence proche de 99° .

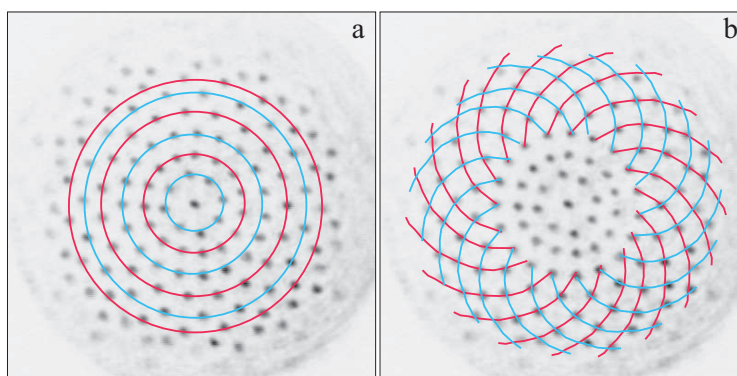


FIGURE 6.30 – Pour le même profil expérimental et une rotation proche de $\phi = 99^\circ$, observation d'un mode verticillé $(i, j = i) = (19, 19)$ à la périphérie avec en a) mise en évidence du positionnement des structures localisées sur des cercles concentriques et b) mise en évidence des deux jeux de spirales permettant de générer le motif. Le jeu de spirales rouge tourne dans le sens horaire et le jeu de spirales bleu dans le sens trigonométrique. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 5.080 V$ et $I_{in} = 280 \mu W/cm^2$.

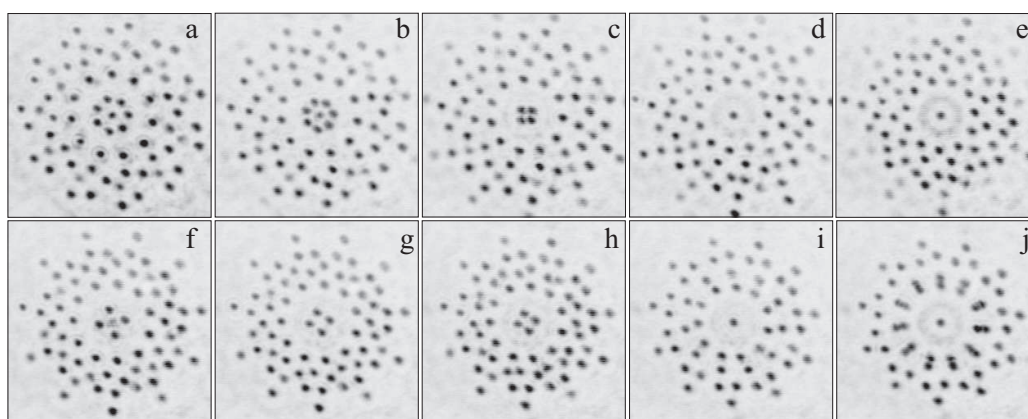


FIGURE 6.31 – Pour une rotation proche de $\phi = 99^\circ$, séquence temporelle d'images expérimentales montrant la dynamique de l'organisation des structures localisées. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 5.048 V$ et $I_{in} = 490 \mu W/cm^2$.

Troisième phyllotaxie : $\phi \approx 78^\circ$

Dans les arbres obtenus avec les modèles dynamiques, une divergence d'angle proche de $\phi \approx 78^\circ$ est associée à la suite $(1, 4, 5, 9, 14, 23, \dots)$. En introduisant dans la rétroaction optique une rotation proche de $\phi \approx 78^\circ$, il est possible d'obtenir un motif avec une structure au centre, puis 5 sur les deux premiers cercles et 14 structures sur le suivant. Enfin, plus à la périphérie, le système s'organise en deux jeux de spirales avec $i = j = 24$. Les cercles sur lesquels sont positionnées les structures localisées sont mis en évidence sur Fig.6.32a tandis que pour le même profil expérimental les jeux de 24 spirales sont tracés sur Fig.6.32b. On

constate une fois encore, un écart d'une unité pour $i = j$, le terme attendu par la suite étant 23. Comme précédemment, cela peut s'expliquer par un écart angulaire par rapport au cas idéal qui donnerait 23 spirales.

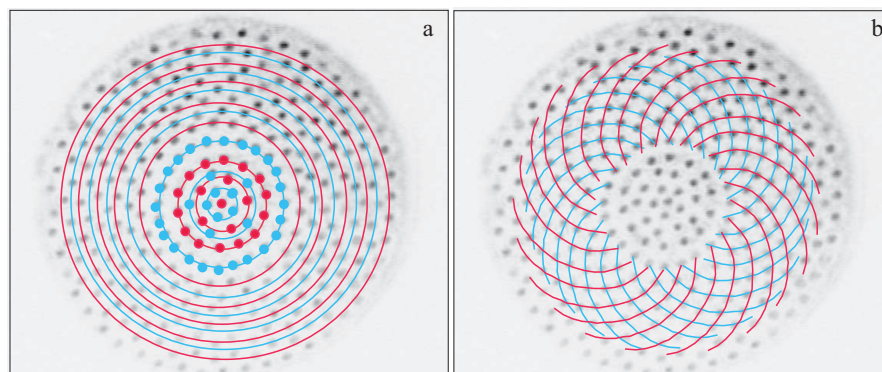


FIGURE 6.32 – Pour le même profil expérimental et une rotation proche de $\phi = 78^\circ$, observation d'un mode verticillé $(i, j = i) = (24, 24)$ à la périphérie avec en a) mise en évidence du positionnement des structures localisées sur des cercles concentriques et b) mise en évidence des deux jeux de spirales permettant de générer le motif. Le jeu de spirales rouge tourne dans le sens horaire et le jeu de spirales bleu dans le sens trigonométrique. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 5.087 V$ et $I_{in} = 260 \mu W/cm^2$.

Angles proches de 160°

Dans les arbres obtenus avec les modèles dynamiques, une divergence d'angle proche de 160° est associée à la suite $(2, 7, 9, 16, 25, \dots)$. En introduisant dans la rétroaction optique une rotation proche de 160° , il est possible d'obtenir un motif avec 9 structures sur le premier cercle, 16 sur le second et 25 sur les 7 cercles suivants. Ces nombres de structures correspondent bien à des termes de la suite mentionnée. Sur Fig.6.33a, les cercles sont mis en évidence tandis que pour la même image expérimentale, Fig.6.33b montre le tracé des deux jeux de 25 spirales aux intersections desquelles se positionnent les structures localisées.

6.3.7 Collisions entre structures au centre du motif

Nous avons vu qu'il est possible que le système ait une dynamique d'expansion, à la périphérie du motif. Dans d'autres cas, il y a une dynamique de contraction au centre, le rayon d'un cercle donné sur lequel se trouvent les structures localisées diminuant progressivement au cours du temps. On peut alors observer sur le cercle le plus proche du centre des variations dans le nombre de structures. Par exemple pour le cas d'une rotation proche de l'angle d'or, le nombre de structures peut passer de 8 à 5 avec changement du sens de rotation. Sur

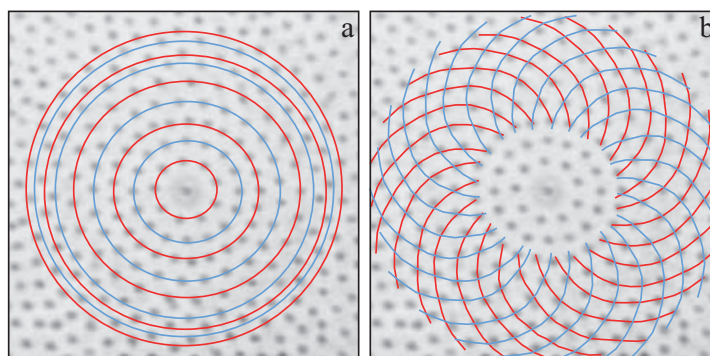


FIGURE 6.33 – Pour le même profil expérimental et pour une rotation proche de $\phi = 160^\circ$, observation d'un mode verticillé $(i, j = i) = (25, 25)$ à la périphérie avec en a) mise en évidence du positionnement des structures localisées sur des cercles concentriques et b) mise en évidence des deux jeux de spirales permettant de générer le motif. Le jeu de spirales bleu tourne dans le sens horaire et le jeu de spirales rouge dans le sens trigonométrique. Les paramètres expérimentaux sont $V_0 = 6.745 V$ et $I_{in} = 180 \mu W/cm^2$.

Fig.6.34a, on peut voir la structure intermédiaire lorsque les 8 structures d'un même cercle sont amenées au proche voisinage les unes des autres. On peut parfois ensuite observer une structure localisée triangulaire qui tourne au centre (Fig.6.34b). Après un certain temps, elle redevient une structure localisée circulaire normale (Fig.6.34c). L'évolution globale au cours du temps est donnée par le diagramme spatio-temporel Fig.6.34d, sur lequel on peut voir le rayon du cercle qui diminue au cours du temps.

Pour d'autres angles de rotation, le nombre de structures localisées sur le premier cercle

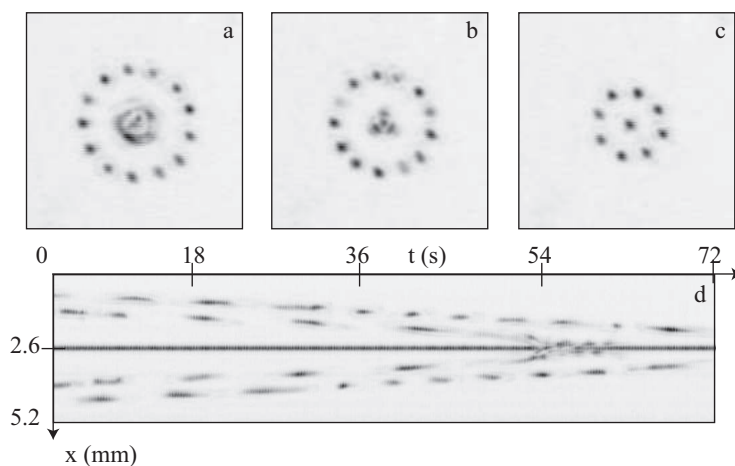


FIGURE 6.34 – a)-c) profils transverses de structures localisées avec une dynamique de contraction des cercles et une rotation proche de l'angle d'or et d) diagramme spatio-temporel correspondant.

est différent. Il doit donc être possible d'observer des structures intermédiaires présentant différentes géométries en fonction du nombre de structures localisées amenées au proche voisinage les unes des autres. Cela est illustré à la Fig.6.35 pour un angle de rotation proche de 99° . Fig.6.35a montre quatre structures localisées sur un même cercle. Un court instant

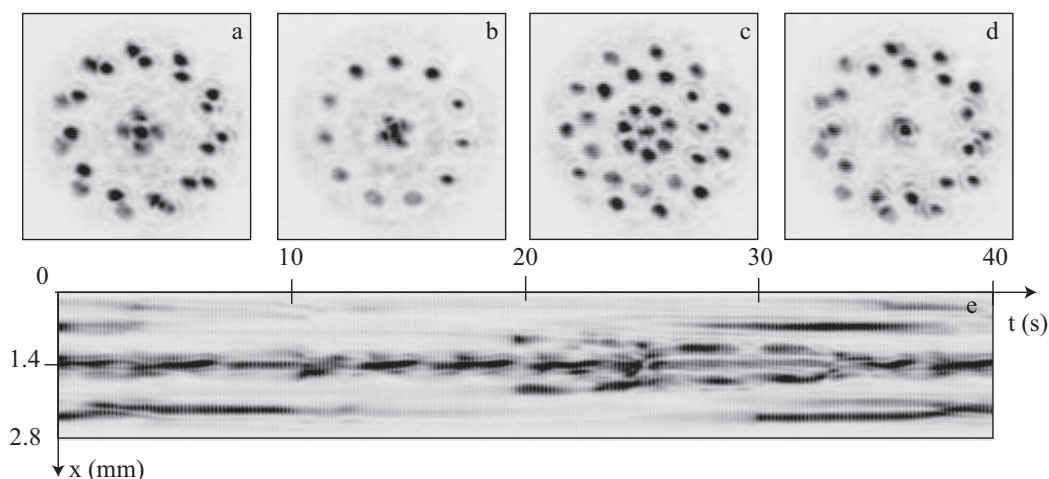


FIGURE 6.35 – a)-d) profils expérimentaux de structures localisées avec une dynamique de contraction des premiers cercles et une rotation proche de l'angle d'or et e) diagramme spatio-temporel correspondant.

plus tard, la structure au centre semble être de nature semblable à la structure triangulaire mais ici avec une symétrie d'ordre 4 comme on peut le voir sur Fig.6.35b. D'autres motifs peuvent être observés avec 7 et 11 structures sur les différents cercles (Fig.6.35c) tandis que Fig.6.35d montre après le transitoire de la structure carrée, un retour à une structure circulaire normale. L'introduction d'une rotation semble donc un moyen d'observer, le temps d'un transitoire, des structures localisées qu'il n'est pas possible de voir spontanément.

6.4 Quelques conclusions

En conclusion de ce chapitre, nous avons vu qu'en présence d'effets non locaux de rotation dans la boucle de rétroaction, il est possible d'avoir des modes d'auto-organisation des structures localisées, semblables à des modes phyllotactiques. Le modèle géométrique permet de décrire les modes principaux observés dans la phyllotaxie mais ne rend pas compte des effets dynamiques tels que les expansions, les contractions du motif ou bien encore la possibilité d'une alternance entre différents modes. L'originalité de cette étude résulte dans le fait que c'est la première à montrer réellement la possibilité de construire des organisations phyllotactiques dans une expérience d'optique non linéaire. On peut donc générer par l'intermédiaire des effets non locaux, une structuration spatiale de la lumière

avec des modes d'organisation complexes et semblables à certains produits par la nature ou reproduits dans différents systèmes physiques.

Chapitre 7

Conclusions générales et perspectives

Dans ce manuscrit, nous avons mis en avant la richesse de l'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique. En effet, si elle existe depuis un peu plus de vingt ans et a déjà fourni de nombreuses réponses sur le comportement de structures transverses optiques, les sujets d'études qui peuvent y être développés sont encore loin d'être épuisés. Dans ce travail de thèse, nous avons abordé deux thématiques principales : la première est la dynamique de fronts entre états homogènes en présence d'une modulation spatiale. Dans ce cadre, nous avons imaginé et développé des méthodes de contrôle de la dynamique en imposant des forçages spatiaux de géométries diverses. La seconde thématique concerne les dynamiques spatio-temporelles et les modes d'auto-organisation des structures localisées en présence d'effets non locaux dans la rétroaction. D'un point de vue très général, notre motivation s'inscrit dans cette idée de générer des organisations particulières de la lumière sous différentes formes, localisées ou étendues, de comprendre et contrôler leur dynamique. Nous avons essayé d'établir autant que possible des liens, non évidents a priori, entre l'optique et d'autres domaines de la physique.

De façon plus détaillée, dans la première grande partie sur le thème des fronts entre états homogènes, nous avons mis en évidence dans notre système optique, un phénomène prédit théoriquement il y a plus de vingt ans : l'agrafage des fronts. Nous avons montré la possibilité de générer des états localisés dont la longueur d'onde peut être choisie en adaptant le pas du réseau sous-jacent. Nous avons également essayé d'établir des comparaisons avec les théories dans le cas unidimensionnel. Au-delà des aspects fondamentaux abordés, nous avons développé une technique d'écriture sur des milieux structurés, dans des régimes de bistabilité, en utilisant un SLM. Le même type d'étude pourrait être développé dans d'autres systèmes où l'on pourrait induire des modulations entre états homogènes.

Dans la deuxième partie, nous avons abordé la question des effets non locaux sur les

structures localisées optiques. Dans un premier temps, nous avons étudié les régimes de transport des structures localisées en présence d'un effet de translation, obtenu en décalant latéralement l'intensité de rétroaction. Le résultat principal de cette étude est l'apparition de singularités de phase quand la symétrie circulaire de la structure localisée est brisée à cause du phénomène d'advection. De plus, au-delà d'une certaine valeur de translation, des organisations périodiques apparaissent le long de la direction de la dérive introduite.

Dans un second temps, nous avons rajouté des effets de rotation. Quand le système ressent une translation effective en plus d'une rotation, il est possible d'observer des modes d'auto-organisation du système qui spiralent. En jouant sur la rotation, il est possible d'explorer différents modes, présentant des nombres de spirales différents qui suivent des lois universelles que l'on retrouve dans la croissance des végétaux et dans divers systèmes physiques.

Ces études peuvent ouvrir la voie à d'autres. L'interféromètre mis en place pourrait être utilisé pour détecter des singularités de phase dans d'autres situations que l'advection des structures localisées circulaires. Il serait par exemple intéressant d'avoir un interférogramme de structures localisées triangulaires, leurs singularités de phase n'ayant été étudiées que numériquement. Dans le cas des effets non locaux de translation et de rotation, une meilleure compréhension du couplage entre les différentes régions pourrait être obtenue en adaptant le code numérique pour inclure les deux effets.

Cependant, la partie qui offre sans doute le plus de perspectives est celle concernant les forçages spatiaux induits sur des états du système. On peut penser par exemple à générer d'autres types de modulations spatiales, plus complexes et pas nécessairement symétriques. On pourrait également imaginer associer différents types de domaines, le front rencontrant alternativement des zones où il pourrait être bloqué puis se désagrégerait en jouant sur un paramètre de contrôle puis rencontrer un milieu homogène. On peut aussi penser à créer "un circuit intégré" avec par exemple un front arrivant à une jonction en forme de T ou de Y.

Une autre caractérisation possible serait, dans le cas avec diffraction, d'imposer une modulation périodique à un état structuré. Partant d'une modulation de longueur d'onde égale à celle du motif spontané, on pourrait faire varier le pas du forçage et voir l'influence du forçage sur l'état structuré.

Enfin, toutes les études, ont été réalisées dans le cas où la longueur de propagation est nulle ou négative, le système étant dans ce cas globalement défocalisant. Il serait intéressant d'élargir les études au cas $L > 0$, correspondant à un cas focalisant, pour lequel il n'existe pas de structures localisées stables mais coexistence entre différents états structurés.

Bibliographie

- [1] M. C. Cross et P. C. Hohenberg, "Pattern formation outside of equilibrium", *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993)

- [2] M. Faraday, *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **121**, 299 (1831)

- [3] H. Bénard, *Ann. Chim. Phys.* **7** (Ser. 23), 62 (1900); Lord Rayleigh, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A.* **93**, 148 (1916)

- [4] A. M. Turing, "The Chemical Basis of Morphogenesis", *Phyl. Trans. R. Soc. London* **237**, 37 (1952)

- [5] J. Swift et P. C. Hohenberg, "Hydrodynamic fluctuations at the convective instability", *Phys. Rev. A.* **15**, 319 (1977)

- [6] L. M. Pismen, "Pattern and interfaces in dissipative dynamics", Springer Verlag Berlin (2006)

- [7] S. Ciliberto, E. Pampaloni et C. Perez-Garcia, "Competition between Different Symmetries in Convective Patterns", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1198 (1988)

- [8] W. S. Edwards et S. Fauve, "Parametrically excited quasicrystalline surface waves", *Phys. Rev. E* **47**, R788 (1993)

- [9] E. Pampaloni, P. L. Ramazza, S. Residori et F. T. Arecchi, "Two-dimensional Crystals and Quasicrystals in Nonlinear Optics", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 259 (1995)

-
- [10] M. Seul, L. R. Monar, L. O’Gorman et R. Wolfe, "Morphology and Local Structure in Labyrinthine Stripe Domain Phase", *Science* **254**, 1616 (1991)
- [11] V. Petrov, Q. Ouyang et H. L. Swinney, "Resonant pattern formation in a chemical system", *Nature* **388**, 655 (1997)
- [12] M. Georgelin et A. Pocheau, "Onset of sidebranching in directional solidification", *Phys. Rev. E* **57**, 3189 (1998)
- [13] M. Schatz, S. J. VanHook, W. D. MacCorwick, J. B. Swift et H. L. Swinney, "Onset of Surface-Tension-Driven Bénard Convection", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1938 (1995)
- [14] C. Clanet et G. Searby, "First Experimental Study of the Darrieus-Landau Instability", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3867 (1998)
- [15] P. Couillet, "Localized Patterns and Fronts in Nonequilibrium Systems", *Int. J. of Bifurcat. and Chaos* **12**, 2445 (2002)
- [16] Y. Pomeau, "Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics", *Physica D* **23**, 3 (1986)
- [17] V. Castets, E. Dulos, J. Boissonade et P. De Kepper, "Experimental Evidence of a Sustained Standing Turing-Type Nonequilibrium Chemical Pattern", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2953 (1990)
- [18] Q. Ouyang et H. L. Swinney, "Transition from a uniform state to hexagonal and striped Turing patterns", *Nature* **352** 610 (1991)
- [19] J. D. Murray, "Mathematical Biology", Springer, Berlin, Second Edition (1993)
- [20] P. C. Newell, "Attraction and adhesion in the slime mold *Dictyostelium*. In *Fungal Differentiation : A Contemporary Synthesis* (ed. J. E. Smith), pp. 43-71. Marcel Dekker, NewYork (1983).

-
- [21] E. O. Budrene et H. C. Berg, "Dynamics of formation of symmetrical patterns by chemotactic bacteria", *Nature* **376** 49 (1995)
- [22] N. G. Cogan et C. W. Wolgemuth, "Pattern Formation by Bacteria-Driven Flow", *Biophys. J.* **88** 2525 (2005)
- [23] J. von Hardenberg, E. Meron, M. Shachack et Y. Zarmi, "Diversity of Vegetation Patterns and Desertification", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 198101 (2001)
- [24] F. Melo, P. Umbanhowar et H. L. Swinney, "Transition to parametric wave patterns in a vertically oscillated granular layer", *Phys. Rev. Lett.* **72**, 172 (1994)
- [25] P. B. Umbanhowar, F. Melo et H. L. Swinney, "Localized excitations in a vertically vibrated granular layer", *Nature* **382**, 793 (1996)
- [26] O. Lioubashevski, H. Arbell et J. Fineberg, "Dissipative Solitary States in Driven Surface Waves", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3959 (1996)
- [27] H. Arbell et J. Fineberg, "Temporally Harmonic Oscillons in Newtonian Fluids", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 756 (2000)
- [28] O. Lioubashevski, Y. Hamiel, A. Agnon, Z. Reches et J. Fineberg, "Oscillons and Propagating Solitary Waves in a Vertically Vibrated Colloidal Suspension", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3190 (1999)
- [29] R. Richter et I. V. Barashenkov, "Two-Dimensional Solitons on the Surface of Magnetic Fluids", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 184503 (2005)
- [30] N. Akhmediev et A. Ankiewicz, "Dissipative Solitons", *Lect. Notes Phys.* 661, Springer Berlin Heidelberg (2005)
- [31] M. Pecianti, C. Conti, G. Assanto, A. De Luca et C. Umeton, "Routine of anisotropic spatial solitons and modulational instability in liquid crystals", *Nature* **432**, 733 (2004)

-
- [32] A. Piccardi, U. Bortolozzo, S. Residori et G. Assanto, "Spatial solitons in liquid-crystal light valves", *Opt. Lett.* **34**, 737 (2009)
- [33] F. Papoff, G. D'Alessandro, G.-L. Oppo et W. J. Firth, "Local and global effects of boundaries on optical-pattern formation in Kerr media", *Phys. Rev. A* **48**, 634 (1993)
- [34] S. Juul Jensen, M. Schwab et C. Denz, "Manipulation, Stabilization, and Control of Pattern Formation Using Fourier Space Filtering", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1615 (1998)
- [35] G. D'Alessandro et W. J. Firth, "Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2597 (1991)
- [36] G. D'Alessandro et W. J. Firth, "Hexagonal spatial patterns for a Kerr slice with a feedback mirror", *Phys. Rev. A* **46**, 537 (1992)
- [37] G. D'Alessandro, E. Pampaloni, P. L. Ramazza, S. Residori et F. T. Arrechi, "Amplitude equations and pattern formation in a liquid-crystal light-valve experiment", *Phys. Rev. A* **52**, 4176 (1995)
- [38] E. Pampaloni, S. Residori et F. T. Arrechi, "Roll-Hexagon Transition in a Kerr-Like Experiment", *Europhys. Lett* **24**, 647 (1993)
- [39] E. Louvergneaux, "Pattern-Dislocation-Type Dynamical Instability in 1D Optical Feedback Kerr Media with Gaussian Transverse Pumping", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 244501 (2001)
- [40] M. Tlidi, P. Mandel et R. Lefever, "Localized Structures and Localized Patterns in Optical Bistability", *Phys. Rev. Lett.* **73**, 640 (1994)
- [41] T. Ackemann et W. Lange, "Non- and nearly hexagonal patterns in sodium vapor generated by single-mirror feedback", *Phys. Rev. A* **50**, R4468 (1994)
- [42] T. Ackemann, Yu. A. Logvin, A. Heuer et W. Lange, "Transition between Positive and Negative Hexagons in Optical Pattern Formation", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3450 (1995)

- [43] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knödl, M. Müller et R. Jäger, "Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities", *Nature* **419**, 700 (2002)
- [44] V. Garcès-Chávez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett et K. Dholakia, "Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam", *Nature* **419**, 145 (2002)
- [45] U. Bortolozzo, F. Haudin et S. Residori, "Diffraction properties of optical localized structures", *Opt. Lett.* **33**, 2698 (2008)
- [46] P. Genevet, L. Columbo, S. Barland, M. Giudici, L. Gil et J. R. Tredicce, "Multistable monochromatic laser solitons", *Phys. Rev. A* **81**, 053839 (2010)
- [47] S. A. Akhmanov, M. A. Voronstov et V. Yu Ivanov, "Large-scale transverse nonlinear interactions in laser beams; new types of nonlinear waves; onset of "optical turbulence", *JETP Lett.* **47**, 707 (1988)
- [48] S. Residori, "Patterns, fronts and structures in a Liquid-Crystal -Light-Valve with optical feedback", *Phys. Rep.* **416**, 201 (2005)
- [49] P. Ostwald et P. Pieranski, "Les cristaux liquides", Gordon and Breach Science Publishers, Tome 1 (2001)
- [50] M. G. Clerc, A. Petrossian et S. Residori, "Bouncing Localized Structures in a Liquid-Crystal-Light-Valve : an Experimental Evidence of Non-Variational Dynamics", *Phys. Rev. E.* **71**, 015205 (R) (2005)
- [51] R. Rojas, thèse de doctorat, "Sur des Gouttes, Cristaux Liquides et Fronts", Université de Nice-Sophia Antipolis, 2005 (<http://tel.archives-ouvertes.fr>)
- [52] U. Bortolozzo, thèse de doctorat, "Control of optical structures in a liquid crystal light valve experiment", Université de Nice-Sophia Antipolis, 2005
- [53] P. L. Ramazza, E. Benkler, U. Bortolozzo, S. Bocaletti, S. Ducci et F. T. Arrechi, "Tailoring the profile and interactions of optical localized structures", *Phys. Rev. E*

- 65**, 066204 (2004)
- [54] S. Residori, U. Bortolozzo et P. L. Ramazza, "Triangular optical localized structures and their transition to a turbulent-like extended state", *J. Low Temp. Phys.* **145**, 277 (2006)
- [55] U. Bortolozzo et S. Residori, "Storage of Localized Structure Matrice in Nematic Liquid Crystals", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 037801 (2006)
- [56] U. Bortolozzo, L. Pastur et P. L. Ramazza, "Bistability between Different Localized Structures in Non Linear Optics", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 253901 (2004)
- [57] U. Bortolozzo, M. G. Clerc, F. Haudin, R. G. Rojas et S. Residori, "Localized states in bi-pattern systems", *Adv. Nonlinear. Opt.*, 926810 (2009)
- [58] M. G. Clerc, T. Nagaya, A. Petrossian, S. Residori et C. S. Riera , "First-order Fréedericksz transition and front propagation in a liquid crystal light valve with feedback ", *Eur. Phys. J. D* **28**, 435 (2004)
- [59] A. Carpio et L. L. Bonilla, "Wave Front Depinning Transition in Discrete One-Dimensional Reaction-Diffusion Systems", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 6034 (2001)
- [60] A. Yochelis et A. Garfinkel, "Front motion and localized states in an asymmetric bistable activator-inhibitor system with saturation", *Phys. Rev. E* **77**, 035204 (2008)
- [61] I. S. Aranson, B. A. Malomed, L. M. Pismen et L. S. Tsimring, "Crystallization kinetics and self-induced pinning in cellular patterns ", *Phys. Rev. E* **62**, R5 (2000)
- [62] U. Thiele et E. Knobloch, "Driven Drops on Heterogeneous Substrates : Onset of Sliding Motion", *Phys. Rev. Lett* **97**, 204501 (2006)
- [63] M. E. Schwartz et T. H. Solomon, "Chemical Reaction Fronts in Ordered and Disordered Cellular Flows with Opposing Winds ", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 028032 (2008)

-
- [64] T. Epstein et J. Fineberg, "Control of Spatiotemporal Disorder in Parametrically Excited Surface Waves", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 244502 (2004)
- [65] J. Armero, A. M. Lacasta, L. Ramírez-Piscina, J. Casademunt, J. M. Sancho et F. Sagués, "Pattern and velocity selection of fronts propagating in modulated media ", *Europhys. Lett.* **33**, 429 (1996)
- [66] A. R. Thiam, N. Bremond et J. Bibette, "Breaking of an Emulsion under an ac Electric Field", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 188304 (2009)
- [67] M. Sbragaglia, A.M. Peters, C. Pirat, B.M. Borkent, R.G.H. Lammertink, M. Wessling et D. Lohse, "Spontaneous Breakdown of Superhydrophobicity", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 156001 (2007)
- [68] C. Douarche, A. Buguin, H. Salman et A. Libchaber, "E. Coli and Oxygen : A Motility Transition", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 198101 (2009)
- [69] J. F. Douglas, K. Efimenko, D. A. Fischer, F. R. Phelan et J. Genzer., "Propagating waves of self-assembly in organosilane monolayers ", *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **104**, 10324 (2007)
- [70] R. E. Goldstein, G. H. Gunaratne, L. Gil et P. Coulet, "Hydrodynamic and interfacial patterns with broken space-time symmetry", *Phys. Rev. A.* **43**, 6700 (1991)
- [71] W. van Saarloos et P.C. Hohenberg, "Pulses and Fronts in the Complex Ginzburg-Landau Equation near a Subcritical Bifurcation", *Phys. Rev. Lett.* **64**, 749 (1990)
- [72] P. Coulet, C. Riera et C. Tresser, "Stable Static Localized Structures in One Dimension", *Phys. Rev Lett.* **84**, 3069 (2000)
- [73] F. Haudin, R.G. Elías, M. G. Clerc, R. G. Rojas, U. Bortolozzo et S. Residori, "Driven front propagation in 1-D spatially periodic media", *Phys. Rev. Lett.* **103**, 128003 (2009)
- [74] F. Haudin, R. G. Elías, M. G. Clerc, R. G. Rojas, U. Bortolozzo et S. Residori, "Front dynamics and pinning-depinning phenomenon in spatially periodic media", *Phys. Rev.*

- E **81**, 056203 (2010)
- [75] M. G. Clerc, D. Escaff, C. Falcon et E. Tirapegui, "Noise induced rolls propagation", *Eur. Phys. J. Special Topics* **143**, 171 (2007)
- [76] M. G. Clerc, D. Escaff et R. Rojas, "Transversal interface dynamics of a front connecting a stripe pattern to a uniform state", *Europhys. Lett.* **83**, 28002 (2008)
- [77] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch et I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms ", *Nature* **415**, 39 (2002)
- [78] M. Clerc, F. Haudin, S. Residori, U. Bortolozzo et R.G. Rojas, "Control and managing of localized states in two-dimensional systems with periodic forcing ", *Eur. J. Phys. D* **59 1**, 43 (2010)
- [79] P.D. Woods et A.R. Champneys, "Heteroclinic tangles and homoclinic snaking in the unfolding of a degenerate resersible Hamiltonian-Hopf bifurcation", *Physica D* **129**, 147 (1999)
- [80] E. Knobloch, "Spatially localized structures in dissipative systems : open problems", *Nonlinearity* **21**, T45 (2008)
- [81] G.W. Hunt, G.J. Lord et A.R. Champneys, "Homoclinic and heteroclinic orbits underlying the post-buckling of axially-compressed cylindrical shells", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **170**, 239 (1999)
- [82] I. Mercader, O. Batiste, A. Alonso et E. Knobloch, "Localized states in closed containers : Homoclinic snaking without bistability", *Phys. rev. E* **80**, 025201R (2009)
- [83] G.Kozyreff, P. Assemat et S. J. Chapman, "Influence of Boundaries on Localized Patterns", *Phys. Rev. Lett.* **103**, 164501 (2009)
- [84] W.J. Firth, L. Columbo et A. J. Scroggie, "Proposed Resolution of Theory-Experiment Discrepancy in Homoclinic Snaking ", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 104503 (2007)

-
- [85] S. Barbay, X. Hachair, T. Elsass, I. Sagnes et R. Kuszelwicz, "Homoclinic Snaking in a Semiconductor-Based Optical System", *Phys. Rev. Lett.* **101**, 253902 (2008)
- [86] U. Bortolozzo, M.G. Clerc et S. Residori, "Local theory of the slanted homoclinic snaking bifurcation diagram", *Phys. Rev. E* **78**, 036214 (2008)
- [87] D. J. Tritton, "Physical Fluid Dynamics", Oxford University Press, Second Edition (1988)
- [88] C. Huepe et M. E. Brachet, "Scaling law for vortical nucleation solutions in a model of superflow", *Physica D* **140**, 126 (2000)
- [89] K. Sasaki, N. Suzuko et H. Saito, "Bénard–von Kármán Vortex Street in a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **104**, 150104 (2010)
- [90] E. Louvergneaux, C. Szwaj, G. Agez, P. Glorieux et M. Taki, "Experimental Evidence of Absolute and Convective Instabilities in Optics", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 043901 (2004)
- [91] G. Agez, P. Glorieux, M. Taki et E. Louvergneaux, "Two-dimensional noise-sustained structures in optics : Theory and experiments", *Phys. Rev. A* **74** 043901 (2006)
- [92] P. L. Ramazza, P. Bigazzi, E. Pampaloni, S. Residori et F. T. Arrechi, "One-dimensional transport-induced instabilities in an optical system with nonlocal feedback", *Phys. Rev. E* **52**, 5524 (1995)
- [93] P. L. Ramazza, S. Bocaletti, A. Gianquinta, E. Pampaloni, S. Soria et F. T. Arrechi, "Optical pattern selection by a lateral wave-front shift", *Phys. Rev. A* **54**, 3472 (1996)
- [94] P. L. Ramazza, S. Ducci et F. T. Arrechi, "Optical Diffraction-Free Patterns Induced by a Discrete Translational Transport", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4128 (1998)
- [95] C. Cleff, B. Gütlich et C. Denz, "Gradient Induced Motion Control of Drifting Solitary Structures in a Nonlinear Optical Single Feedback Experiment", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 233902 (2008)

-
- [96] P. Couillet, L. Gil et F. Rocca, "Optical vortices", *Opt. Comm.* **73**, 403 (1989)
- [97] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza et S. Residori, "Vortices and defect statistics in two-dimensional optical chaos", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3749 (1991)
- [98] M. Vaupel, K. Staliunas et C. O. Weiss, "Hydrodynamic phenomena in laser physics : modes with flow and vortices behind an obstacle in an optical channel", *Phys. Rev. A* **54**, 880 (1996)
- [99] K. Staliunas, "Laser Ginzburg-Landau equation and laser hydrodynamics", *Phys. Rev. A* **48**, 1573 (1993)
- [100] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici et J. R. Tredicce, "Bistable and Addressable Localized Vortices in Semiconductor Lasers", *Phys. Rev. Lett.* **104**, 223902 (2010)
- [101] S. A. Akhmanov, M. A. Vorontsov, V. Y. Ivanov, A. V. Larichev et N. I. Zheleznykh, "Controlling transverse-wave interactions in nonlinear optics : generation and interaction of spatiotemporal structures", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 78 (1992)
- [102] P. L. Ramazza, S. Residori, E. Pampaloni et A. V. Larichev, "Transition to space-time chaos in a nonlinear optical system with two-dimensional feedback", *Phys. Rev. A* **53**, 400 (1996)
- [103] E. Pampaloni, S. Residori, S. Soria et F. T. Arecchi, "Phase Locking in Nonlinear Optical Patterns", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1042 (1997)
- [104] S. Residori, N. Olivi-Tran et E. Pampaloni, "Geometrical frustration in 2D optical patterns ", *Eur. Phys. J. D.* **12**, 15 (2000)
- [105] S. Residori, A. Petrossian, T. Nagaya et M. Clerc, "Optical localised structures and their dynamics ", *Eur. Phys. Lett.* **63**, 531 (2003)
- [106] S. Residori, P. L. Ramazza, E. Pampaloni, S. Boccaletti et F. T. Arecchi, "Domain coexistence in two-dimensional optical patterns", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1063 (1996)

-
- [107] S. Douady et Y. Couder, "Phyllotaxis as a Dynamical Self Organizing Process, Part I : The Spiral Modes Resulting from Time-Periodic Iterations", *J. Theor. Biol* **178**, 255 (1996)
- [108] S. Douady et Y. Couder, "Phyllotaxis as a Dynamical Self Organizing Process, Part II : The Spontaneous Formation of a Periodicity and the Coexistence of Spiral and Whorled Patterns", *J. Theor. Biol* **178**, 275 (1996)
- [109] S. Douady et Y. Couder, , "Phyllotaxis as a Dynamical Self Organizing Process, Part III : The Simulations of The Transient Regimes of Ontogeny" *J. Theor. Biol* **178**, 295 (1996)
- [110] J. Dumais, "Can mechanics control pattern formation in plants", *Current Opinion in Plant Biology* **10** 58 (2007)
- [111] N. Rivier, R. Occelli, J. Pantaloni et A. Lissowski, " Structure of Bénard convection cells, phyllotaxis and crystallography in cylindrical symmetry", *J. Phys* **45**, 49 (1984)
- [112] L. S. Levitov, "Phyllotaxis of Flux Lattices in Layered Superconductors", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 224 (1991)
- [113] S. Douady et Y. Couder, "Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process", *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2098 (1992)
- [114] L. Chaorong, J. Ailing et Z. Cao, "Triangular and Fibonacci Number Patterns Driven by Stress on Core/ Shell Microstructures, *Science* **309**, 909 (2005)
- [115] P. D. Shipman et A. C. Newell, "Phyllotactic Patterns on Plants", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 168102 (2004)
- [116] C. Nisoli, N. Gabor, P. E. Lammert, J. D. Maynard et V. H. Crespi, "Annealing a magnetic cactus into phyllotaxis", *Phys. Rev. E* **81**, 046107 (2010)
- [117] M. Mihailescu, "Natural quasi-periodic binary structure near field diffraction pattern", *Opt. Exp.* **18**, 125036 (2010)

Fronts et dynamiques spatio-temporelles dans l'expérience de la valve à cristaux liquides : effets de forçages spatiaux et rétroaction optique non locale

Résumé

L'apparition de structures spatiales est un phénomène universel. En optique non linéaire, générer des structures transverses et contrôler leur dynamique est important non seulement d'un point de vue fondamental mais aussi d'un point de vue des applications. Ce travail de thèse s'inscrit dans cette logique de caractérisation et manipulation des structures spatiales optiques, engendrées dans une expérience de valve à cristaux liquides. Une première partie est consacrée aux effets de forçages spatiaux sur la propagation de fronts, induits avec un modulateur spatial de lumière. Une étude unidimensionnelle, incluant des comparaisons avec des modèles analytiques et des résultats numériques, montre l'existence d'une région d'agrafage à l'intérieur de laquelle des états localisés de taille différente peuvent être générés. Une extension à deux dimensions est aussi présentée pour différentes géométries du forçage spatial.

La seconde partie s'intéresse aux effets d'une rétroaction non locale sur les structures localisées, apparaissant en présence simultanée de diffraction et d'interférence de polarisation. Dans le cas d'un effet de translation, un phénomène d'advection des structures est observé, associé à l'apparition de singularités de phase dans leur sillage. Au-delà d'un certain taux de translation, un autre régime est atteint avec une périodicité le long de la direction de translation. Dans le cas où rotation et translation sont présentes simultanément, les modes d'auto-organisation des structures localisées présentent des analogies avec certains modes de croissance des végétaux. L'influence des différents paramètres, dont la rotation, est caractérisée sur les motifs obtenus.

Mots-clés : Fronts, Structures spatiales, Dynamiques spatio-temporelles, Valve à cristaux liquides, Phénomène d'agrafage, Forçages spatiaux, Effets non locaux, Phyllotaxie

Fronts and spatio-temporal dynamics in the Liquid Crystal Light Valve experiment : effects of spatial forcings and non local optical feedback

Abstract

The appearance of spatial structures is a universal phenomenon. In nonlinear optics, generating transverse structures and controlling their dynamics is important not only from a fundamental point of view but also for potential applications. This work is carried out in this logic of characterizing and manipulating optical spatial structures, generated in a liquid crystal light valve experiment. The first part of the thesis is dedicated to the effects of spatial forcing on front propagation, which is done by using a spatial light modulator. A one-dimensional study, including the comparison with analytical models and numerical results, shows the existence of a pinning range inside which localized states of different size can be generated. A two-dimensional extension is also presented for different geometries of the spatial forcing.

The second part deals with the effects of a nonlocal feedback on localized structures appearing in the simultaneous presence of diffraction and polarization interference. In the case of a translation effect, an advection phenomenon of structures is observed, associated with the appearance of phase singularities in their wake. Above a certain translation rate, another regime is attained, with periodicity along the direction of the drift. In the case where both translation and rotation are present, the self-organization modes of localized structures show analogies with certain modes occurring in the growing process of plants. The influence of the different parameters, in particular rotation, is characterized on the resulting patterns.

Keywords : Fronts, Spatial Structures, Spatio-temporal Dynamics, Liquid Crystal Valve, Pinning Phenomenon, Spatial Forcings, Nonlocal effects, Phyllotaxis

