Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer

Caroline Poisard

UNIVERSITÉ AIX-MARSEILLE I – Université de Provence
U.F.R. Psychologie, Sciences de l'Éducation

N°attribué par la bibliothèque

|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

THÈSE
Pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ AIX-MARSEILLE I
Formation doctorale : Systèmes d'apprentissage – Systèmes d'évaluation
Présentée et soutenue publiquement

par
Caroline Poisard
Le 1er décembre 2005

Titre :

Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer

Directeur de thèse : Alain Mercier

JURY

Denise Grenier, MCF, UJF, Grenoble (examinateur)
Samuel Johsua, Professeur, UP, UMR ADEF, Aix-Marseille (président)
Alain Mercier, Professeur, INRP, UMR ADEF, Aix-Marseille (directeur)
Charles Payan, DR, CNRS, Grenoble (rapporteur)
Sophie René de Cotret, Professeure, UM, Montréal, Québec (rapporteur)

" *Celui qui ne comprend pas,*
et qui le dit,
est celui qui fait le plus évidemment preuve d'intelligence,
car il a compris qu'il n'a pas compris
et c'est ce qui est le plus difficile à comprendre.
Remercions-le, car il fait un cadeau à tous ceux, qui autour de lui, croyaient, à tort, avoir compris.

Cette phrase à la Raymond Devos pourrait être répétée comme une comptine à l'école en introduction de tous leurs cours par les professeurs de sciences. "

Albert Jacquard, *La science à l'usage des non-scientifiques.*

Remerciements

Le soutien de Samuel Johsua, directeur du CIRADE (aujourd'hui UMR ADEF) et celui de Maryvonne Bellec directrice du service municipal dont dépend le centre d'animation scientifique et technique *Les Domaines* (7ème secteur de Marseille), m'ont permis d'obtenir l'aide financière de la Région PACA, aide nécessaire à la réalisation de ce travail.

Je remercie Alain Mercier (directeur de thèse) pour l'intérêt qu'il a porté à mon projet, original par son contexte et donc délicat à diriger ; Samuel Johsua, de présider le jury ; Charles Payan (rapporteur) et Denise Grenier (examinateur) de m'avoir soutenue et engagée sur des pistes de travail riches et pertinentes tout au long de ma thèse et d'avoir accepté de participer au jury ; ainsi que Sophie René de Cotret (rapporteur) qui finalise le jury en apportant un point de vue extérieur et international.

Mes remerciements s'adressent également à :

- L'ERTé *Maths à modeler* dirigée par Sylvain Gravier (également responsable de l'équipe CNAM à Grenoble) pour m'avoir intégrée dans l'équipe et apporté un soutien indispensable pour la réalisation de ce travail. Les réunions de travail grenobloises ainsi que l'Université d'été d'Animath ont constitué des échanges précieux.

- Tous ceux qui ont participé à l'étude par l'intermédiaire du centre *Les Domaines* dirigé par Elisabeth Bernadberoy. Les enfants, les animateurs et les professeurs pour leur travail soigné et leur bonne humeur. Je ne les nommerai pas ici, par respect de leur anonymat. Un grand merci à Elisabeth et Marie Bernadberoy pour s'être attelées à la tâche de relecture.

- L'équipe marseillaise de l'INRP : Colette Andréucci, Jean-Pierre Froment et Pierre Vérillon ainsi qu'Annie Rombi.

- L'équipe de l'IUFM Uniméca de m'avoir accueillie dans ses locaux à Château Gombert, en particulier Alain Berthon pour son aide informatique, ainsi que le secrétariat qui a accompagné mes déjeuners du midi.

- L'IUFM de Marseille : Yves Chevallard de s'être intéressé à ce projet, Christian Reymonet, Christine Niel et Claude Maurin de m'avoir donné l'opportunité de réaliser des séances avec des professeurs des écoles.

- Jean-Pierre Richeton de l'APMEP de Montpellier pour son invitation à animer un atelier.

- L'équipe didactique de l'IREM de Marseille qui a étoffé les expérimentations sur le boulier en 5ème et en 4ème ; les professeurs, Marie-Christine de Redon et Anne-Marie Russac et les élèves.

- Ceux que j'oublie ici !

Enfin, je finirai en remerciant ceux qui m'ont soutenue pour obtenir un post-doctorat à l'Université d'Auckland en Nouvelle Zélande : Alain Mercier, Sylvain Gravier, Denise Grenier et Charles Payan ; ainsi que Gary Burkhart pour son cours de Communication scientifique en anglais, of course…

Table des matières

Introduction

L'enseignement qui nous intéresse est celui des mathématiques, le niveau celui du cycle 3 du primaire. Une des particularités essentielles de ce travail est qu'il ne se situe pas dans le cadre classique des observations en didactique des mathématiques, celui de la classe intra muros. Notre priorité est d'analyser des situations qui vivent en relation avec le milieu de la classe, mais physiquement dans un autre lieu : un centre d'animation scientifique et technique qui reçoit des scolaires.

Notons dès à présent que l'enjeu didactique habituel c'est-à-dire à l'école, s'observe en référence au programme scolaire et se mesure lors des évaluations notées ou chiffrées pour les élèves. Pour nos observations, il ne s'agit pas d'observer des élèves mais plutôt des enfants qui participent à une animation en mathématiques. Les ateliers n'ont pas les mêmes objectifs que l'école, ni les mêmes contraintes.

Nous ne voulons pas mettre les deux en compétition mais pointer la complémentarité des deux démarches. En première analyse grossière certains diront : l'école veut apprendre et le centre veut distraire, mais la dichotomie n'est pas si simple car plaisir et apprentissage sont étroitement liés. Actuellement, d'un côté l'école s'interroge sur un enseignement à remodeler voire à rénover en particulier en sciences, et de l'autre l'animation scientifique doit pouvoir pointer un minimum d'intérêt didactique pour être crédible. L'apprentissage à l'école est régi par le programme scolaire officiel, repérable et visible clairement, mais celui des partenaires est plus souple et moins visible de l'extérieur. Il est fort probable que l'intention didactique des centres de culture scientifique soit plus faible que celle de l'institution scolaire. C'est peut-être là, avant même la notion de plaisir que peuvent se distinguer ces deux approches. Mais pourquoi l'apprentissage serait-il directement proportionnel à l'intention didactique ? Les lois de la nature ne se décrivent souvent de cette manière qu'en première approche… D'ailleurs, les enfants apprennent beaucoup sans qu'aucune intention didactique ne préside cet apprentissage. Clairement, les objectifs affichés de l'école et de ses partenaires (musées, associations, entreprises…) sont de permettre aux enfants d'acquérir une culture pour comprendre et agir dans le monde qui les entoure. Souvent, l'école est écrasée par le poids des programmes et du passage dans la classe supérieure. L'animation scientifique garde une relative indépendance sur le contenu. De plus, l'objectif de l'animation est de prendre le temps de susciter un intérêt chez les enfants pour les sciences, de piquer leur curiosité.

Aussi, un des points essentiels de cette étude est de montrer qu'il existe des objets mathématiques matériels. De la même façon qu'il existe des objets physiques ou chimiques, il existe des objets mathématiques dont la manipulation donne du sens à des concepts mathématiques théoriques. La fabrication et l'étude d'un avion en papier, d'un planeur en balsa, d'un circuit électrique ou d'une maquette du système solaire semblent plus communes que celles du boulier ou des tours de Hanoi. Notre propos est de montrer la pertinence de la fabrication et de l'étude d'objets mathématiques pour l'enseignement des mathématiques en classe ou avec un partenaire scolaire. Cette étude se réalise en particulier par des questions relatives aux modes de fonctionnement.

Le titre de la thèse : *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer* induit les grandes lignes de ce travail.

Le contexte est celui de l'animation scientifique et technique avec l'analyse d'ateliers d'animation. Les acteurs que nous regardons sont physiquement dans le centre d'animation *Les Domaines* à Marseille, ce sont :

- les animateurs du centre que nous nommons A1 et A2,
- les professeurs des écoles qui ont choisi cette sortie scolaire et que nous nommons P1, P2, P3 et P4,
- les enfants qui sont des élèves de CM2.

Ainsi, le Chapitre 1 se consacre à la définition de l'animation scientifique en général et à l'étude de trois cas particuliers : l'animation au centre des *Domaines*, l'animation comme sortie scolaire et l'animation en mathématiques.

Ensuite, aux Chapitre 2 et 3, nous précisons la manière dont ce travail s'inscrit dans une définition des mathématiques comme une science expérimentale qui se construit autour d'expériences, de réalisations matérielles, de manipulations, d'observations et de mesures comme c'est le cas en sciences physiques et en sciences de la vie et de la terre. En particulier, nous définissons les *objets mathématiques matériels* comme des *ostensifs maniables* dont l'étude rencontre la théorie mathématique. Nous développons l'exemple du boulier chinois qui permet d'étudier la définition du système de numération positionnelle en base dix et les algorithmes de calcul. Ainsi, nous classons les différents objets mathématiques matériels qui pouvaient convenir à notre étude au Chapitre 2. Puis nous expliquons l'intérêt de l'atelier sur les instruments à calculer au Chapitre 3. Nous développons le contexte historique de la mécanisation du calcul et l'étude du mode de fonctionnement des instruments à calculer, plus spécifiquement ceux qui composent l'atelier c'est-à-dire : le boulier chinois (ou suan-pan), les bâtons à multiplier (Néper et Genaille-Lucas) et la règle à calcul. Nous pointons aussi le lien entre la mécanisation et des notions mathématiques clefs : la numération positionnelle, les algorithmes de calcul et la notion de retenue dont nous proposons une définition.

Cette première partie de nos recherches a donc consisté à mettre au point un atelier d'animation en mathématiques pour des scolaires. Les contraintes étaient induites par le centre d'animation d'une part et par l'école d'autre part. Pour le centre d'animation, il fallait mettre en place un atelier en accord avec les principes de fonctionnement : la production d'objets (comme support d'une activité), un objet par enfant et par séance. La deuxième chose à prendre en compte était le programme solaire du cycle 3. En effet, pour que l'atelier soit choisi par les professeurs des écoles il fallait bien qu'à travers l'atelier ceux-ci reconnaissent des notions importantes pour le programme de mathématiques.

Le Chapitre 4 présente les observations sur l'atelier *Instruments à calculer,* observations de quatre classes de trois écoles différentes de Marseille sur l'année scolaire 2003/2004. Nous explicitons ici la méthodologie : observations des classes aux *Domaines*, entretiens avec les acteurs (animateurs, professeurs et enfants), questionnaires aux enfants et comptes-rendus des séances rédigés par les enfants. Les citations des questionnaires ont été reprises dans l'ensemble des chapitres et l'enjeu de ces-derniers est développé aux Annexes 4 et 5. Ce chapitre complète les résultats sur les spécificités de l'animation scientifique et la sortie scolaire, ainsi que sur le rapport aux mathématiques et la définition de la retenue des élèves et des professeurs.

Ensuite et après nous être essentiellement intéressés à la phase de *fabrication* des instruments, nous abordons au Chapitre 5 l'*étude* des instruments à calculer. Nous définissons les situations de recherche et développons quatre exemples de situations de recherche avec le boulier chinois. Cette étude permet de rapprocher calcul et raisonnement. Elle montre aussi, comme le rappelle Lebesgue, que :

> " Notre enseignement n'utilise pas encore pleinement ce fait historique, le plus important peut-être de l'histoire des sciences : l'invention de la numération décimale. " (Lebesgue, 1975, p 9)

Par conséquent, en partant du contexte original de l'animation scientifique à développer en mathématiques pour des élèves de cycle 3, nous construisons des situations mathématiques riches et adaptées pour la formation des enseignants.

Chapitre 1 : L’animation scientifique et technique et ses rapports avec l’institution scolaire

Pour commencer, il nous faut expliquer la motivation première qui nous a conduits à cette étude. Nos expériences conjuguées de professeur de mathématiques et d'animatrice aux *Domaines* nous ont amenés à analyser ces deux institutions : l'école et les lieux de culture scientifique et technique. Ce chapitre répond à nos premières questions : *Qu'est-ce que l'animation scientifique ? Comment la définir ? Quels sont ses rapports avec l'institution scolaire ? Quelles sont les spécificités des Domaines ? Quelles sont les animations qui existent en mathématiques ?*

1. Présentation du lieu d'observations : *Les Domaines*

1.1 Les spécificités des *Domaines*

Le lieu d'observation de cette recherche est le centre d'Animation Scientifique et Technique *Les Domaines* à Marseille. Ce centre municipal dépend de la mairie du 7ème secteur (13ème et 14ème arrondissements), plus particulièrement du service dirigé par Maryvonne Bellec qui a créé le centre en 1992 et l'a dirigé jusqu'à la rentrée 2002. L'équipe pédagogique du centre se compose actuellement d'Élisabeth Bernadberoy, la directrice et des animateurs spécialisés. Depuis dix ans, l'objectif du centre est de développer la découverte et la pratique d'activités en sciences et techniques, pour des enfants de huit à douze ans environ. Cette spécificité fait des *Domaines* le seul centre municipal de ce type en France.

Pendant le temps scolaire, le centre accueille des élèves de CM1 et CM2. Le professeur choisit un thème d'activité (espace, optique, eau-air, énergies, électronique…) proposé par *Les Domaines*. Les séances se déroulent sur trois journées. Chaque classe est divisée en trois, deux groupes sont avec des animateurs pour construire des instruments avec divers outils (scies, perceuses électriques…) et le troisième groupe travaille avec le professeur pour des séances dites de *Théorie*. Par ailleurs, pendant les vacances scolaires, le centre reçoit des enfants de plus de dix ans, principalement des élèves de Sixième et Cinquième, qui s'inscrivent à la semaine (cinq jours) sur un thème d'activités : électronique, drôles d'engins, microfusées, son, chiffres en forme… Certains centres aérés viennent aussi à la journée pendant les vacances. Par ailleurs, il existe un club électronique le mercredi. Ces activités d'éveil scientifique proposent de développer l'esprit critique et la curiosité, et de tisser un lien entre l'enfant et la culture scientifique et technique. En outre, *Les Domaines* est un centre de ressources en formation pour les animateurs (stagiaires BEATEP : Brevet d'État d'Animateur Technicien de l'Éducation Populaire[1]) avec la mention scientifique et technique.

Le centre est reconnu par l'ensemble des partenaires du Réseau des Sciences et Techniques au niveau régional, national et international. Il est partenaire du Centre de Culture Scientifique, Technique et Industrielle (CCSTI) Provence, de l'Association des Musées et Centres pour le Développement de la Culture Scientifique, Technique et Industrielle, de l'Association Nationale Les Petits Débrouillards, de l'Association Nationale Sciences et Techniques Jeunesse (ANSTJ)… Comme l'ensemble des acteurs de la culture scientifique et technique, une des ambitions principales des *Domaines* est de rapprocher science et société.

Le centre est implanté dans les quartiers Nord de Marseille, mais possède un cadre agréable et convivial développé par l'équipe : un parc avec balançoires et tourniquet, tables de ping-pong, ballons de foot et de basket. À l'intérieur, les enfants disposent d'un espace détente et lecture

[1] Le BEATEP a été remplacé récemment par le BPJEPS (Brevet Professionnel de la Jeunesse et de l'Education Populaire et du Sport) avec la spécialité Animation culturelle.

avec des bandes dessinées, des périodiques, des jeux. À notre initiative, une partie de l'espace des jeux est consacrée aux casses têtes : la Tour de Hanoi, des pavages, les combis… Les locaux s'organisent autour de quatre salles :

- un atelier d'électronique (avec les fers à souder, les pinces, les composants…),
- un atelier (avec scies et perceuses électriques, et tous les outils : marteaux, serres-joints… à disposition),
- une grande salle (dans laquelle il est nécessaire d'installer le matériel à chaque animation) et
- la bibliothèque (avec livres, périodiques, documentation et vidéos) qui est utilisée par les enseignants comme salle de *Théorie*.

Les enfants viennent à la journée avec leur pique-nique. Aussi, lors des stages de vacances, un tournoi de ping-pong est organisé tout au long de la semaine, et le dernier jour un goûter clot les activités. L'importance de ce cadre sympathique a été confirmée lors des entretiens et questionnaires (avec les enfants et les parents) réalisés lors de notre travail de DEA.

On peut dire que dans ce centre, l'innovation consiste à imaginer des ateliers de production d'objets soulevant un phénomène à caractère scientifique et pour nous, plus précisément mathématique. Le double objectif de l'animation scientifique : celui de recherche de plaisir pour les enfants avec une finalité d'apprentissage est un des points délicats à produire dans de bonnes conditions. Notons aussi que ce centre présente la particularité de ne pas avoir un fonctionnement associatif comme la plupart des organismes de culture scientifique et technique pour les enfants. Il dépend de la mairie du 13$^{\text{ème}}$ arrondissement de Marseille et les animateurs du centre sont titulaires d'un BEATEP (ou BPJEPS).

Pour mieux situer *Les Domaines* dans le paysage de la culture scientifique, citons comme exemples les deux associations les plus connues : Les Petits Débrouillards et l'ANSTJ (Association Nationale Sciences et Techniques Jeunesse). Leur fonctionnement associatif induit des contraintes de budget strictes, la collaboration de bénévoles et de personnel et c'est souvent au niveau de la formation et du recrutement des animateurs que peuvent se répercuter des dysfonctionnements. Les démarches d'animation des deux associations sont différentes : petites expériences pour les Petits Débrouillards et travail autour d'un projet pour l'ANSTJ (Coquidé et Prudor, 1999). Bien que Maryvonne Bellec, à l'initiative de la création des *Domaines* soit aussi très impliquée dans l'Association Nationale des Petits Débrouillards qu'elle a présidée, les deux approches ne sont pas similaires.

Développons maintenant l'organisation pédagogique des *Domaines*. Chaque atelier possède une fiche technique pour la construction, avec une explication scientifique du mode de fonctionnement des objets. Les activités ne s'organisent pas autour d'une résolution de problème qui aboutit à une réalisation, mais le centre essaie de développer l'approche de chaque construction autour de petites expériences, en introduction de la phase de fabrication. Soulevons ici le danger de la finalité de construction d'objets à caractère scientifique qui ne doit pas être l'unique objectif des animations. En plus de la phase de réalisation, il faut consacrer le temps nécessaire pour montrer, expliquer l'intérêt des fabrications et le phénomène scientifique qui se trouve alors mis en évidence. La philosophie du centre se situe dans le contexte actuel de pédagogie active ou école moderne (Freinet). Citons aussi l'opération La main à la pâte (Charpak, 1996) et le Plan de rénovation de l'enseignement des sciences et techniques à l'école (Ministère de l'Enseignement, septembre 2000) dont le but est d'optimiser l'enseignement des sciences.

Lors de la fabrication et de l'utilisation des objets, les enfants suivent les indications de l'animateur en s'aidant entre eux. La participation, l'argumentation, l'autonomie, la curiosité des enfants sont notamment encouragées. Par contre, les enfants ne participent pas, comme dans la démarche de projet suggérée en technologie au collège, à la phase d'élaboration des fabrications (analyse du problème, étude des solutions techniques, Lebeaume et Martinand, 1998). Par exemple, l'analyse de dessins, graphes ou procédures de construction n'est pas significativement développée dans les ateliers. Toutefois, en électronique l'étude de montages pratiques et théoriques permet aux enfants de découvrir les représentations des schémas électriques ; ou encore pour le stage en mathématiques pendant les vacances, les enfants se familiarisent avec un programme de construction géométrique et l'utilisation de la règle et du compas en traçant un œuf sur une planche de bois qu'ils découpent ensuite à la scie électrique.

Pour l'école, il y a un programme à suivre, des sujets à traiter, la classe supérieure à laquelle il faut accéder… Aux *DomaineS*, les objectifs et les contraintes sont d'un autre ordre, examinons-les. Avec les scolaires, chaque enfant construit son objet pendant la demi-journée considérée, si le temps est trop court, la phase d'utilisation et d'explication sera réduite voire mise de côté. L'objectif premier du centre est que l'enfant construise son objet et que celui-ci fonctionne. Une grosse part des explications est laissée volontairement à l'école, la démarche du professeur va donc déterminer l'intérêt didactique des séances aux *Domaines*.

En revanche, pendant les vacances, la contrainte du même nombre d'objets et des mêmes constructions pour chaque enfant disparaît. L'animateur peut donner le choix des réalisations (sur la thématique choisie), proposer des petits montages supplémentaires aux plus rapides et permettre de tâtonner, d'expérimenter : les animations s'adaptent à la demande des enfants. Suivant la dynamique du groupe, le stage peut se dérouler de manière bien différente, au fil des idées des enfants. Dans ce cas, la partie explications ne peut pas être laissée à l'école. L'instituteur n'intervient plus directement, et ce sont les parents qui sont les premiers témoins des activités réalisées. Même si la portée didactique des ateliers semble plus faible à priori dans ce cas-là, l'intérêt n'est pas nul, il se mesure par contre différemment, mais ce n'est pas l'objet de cette recherche.

Ainsi, dans les deux cas il n'y a pas d'évaluation des connaissances, ce sont les réalisations qui montrent le travail effectif des enfants et leur implication dans son élaboration. De plus, la demande de production écrite est très faible.

1.2 *Les Domaines* et l'école

Dès ce paragraphe, nous utilisons l'analyse des entretiens que nous avons réalisés avec les quatre professeurs des écoles qui ont participé à cette étude. Nos questions de recherche relatives à ces entretiens ainsi que les transcriptions et les récapitulatifs sont en Annexe 4.

Tentons d'analyser les liens entre *Les Domaines* et l'école, la place et le rôle de ces deux institutions.

- Le type de visite

Triquet (1999) s'est concentré sur la relation école-musée et a élaboré une typologie des visites scolaires pour une exposition au musée. Il propose trois types de visite : la visite de *sensibilisation*, de *structuration* ou d'*investigation* qui sont fonction du moment d'insertion de la visite dans le temps didactique de la classe. Ainsi, les objectifs poursuivis, la nature de la préparation (par le professeur et sa classe) et les modalités de fonctionnement de l'exposition sont les variables représentatives du type de visite. Le choix d'une visite revient au professeur. Le tableau suivant reprend les caractéristiques des trois types de visites.

	Visite de sensibilisation	**Visite de structuration**	**Visite d'investigation**
Objectifs	Créer une accroche, se familiariser avec un thème (en introduction d'un cours)	Illustration, complément, enrichissement d'un cours (en conclusion d'un cours)	Pendant une séquence. Temps fort pour l'apprentissage
Préparation	Faible. Effet de découverte souhaité, prévalence de l'après	Forte	Forte
Exposition	Conduite assez libre, sans animateur	Conduite avec un animateur	Visite autonome guidée par des fiches-outils

Tableau 1 : Typologie des visites scolaires au musée d'après Triquet (1999)

La variable exposition n'est pas envisageable pour nous, les animations aux *Domaines* sont d'un autre ordre, mais il est intéressant de regarder les deux autres variables : les objectifs et la préparation. Ceci va nous permettre de situer les quatre professeurs (P1, P2, P3 et P4) qui ont participé à notre recherche. En effet, nous allons voir que deux professeurs décrivent explicitement la *visite de sensibilisation*, un troisième l'atteste implicitement et le quatrième se situe vers la *visite d'investigation*. La question posée lors des pré-entretiens (Annexe 4) portait sur la préparation des séances aux *Domaines* et sur la préparation d'une sortie scolaire en général. Les réponses pour *Les Domaines* et pour toute autre sortie sont en fait les mêmes.

Regardons des extraits des pré-entretiens avec P1 et P2 qui privilégient " l'après " sortie c'est-à-dire la visite de sensibilisation. Pour P1, l'objectif des séances est de montrer aux enfants que l'on peut apprendre ailleurs qu'à l'école. On remarque d'ailleurs que pour lui, une visite de type structuration n'est pas envisageable, ce serait sans intérêt :

> " Je pense aussi que le meilleur c'est ce que les enfants apportent, ce qu'ils ont compris, comment ils se sont appropriés ce qu'ils ont fait, comment ils peuvent l'expliquer aux autres… Et après éventuellement, je leur apporte matière, mais ils doivent d'abord aller chercher eux-mêmes. Finalement, je ne suis qu'un guide. […] Mais je veux aussi découvrir avec les enfants, puis avec leur matière à eux exploiter ce qu'on a vu en sortie. […] Je ne leur apporte pas tout le savoir, sinon je ne vois pas l'intérêt de faire la sortie s'ils savent déjà tout." (Pré-entretien avec P1)

L'objectif des séances pour P2 est " d'aborder les maths d'une autre manière. " et de construire des objets avec une approche ludique. De plus :

> " Ce n'est pas la peine d'en dire trop. […] Suivant ce que l'on fait, ce n'est pas forcément préparé avant. Ils savent toujours où et pourquoi ils vont. Et il y a forcément une exploitation après. " (Pré-entretien avec P2)

Ensuite, P3 a dit à ses élèves qu'ils travailleraient en mathématiques aux *Domaines* et son objectif est de travailler autrement :

> " En fait ce qui est intéressant pour les gamins, je pense c'est qu'ils s'adaptent à des nouvelles situations, à de nouvelles problématiques qu'on leur donne de nouvelles situations de travail. " (Pré-entretien avec P3)

Ainsi, les professeurs des classes 1, 2 et 3, envisagent la sortie aux *Domaines* comme une sortie de sensibilisation.

À l'inverse, P4 a rappelé qu'il avait utilisé le livret sur les instruments à calculer que nous lui avions fournis pour préparer les séances. Ensuite, il a mentionné qu'il faisait très peu de sorties et que lors d'une sortie il s'impliquait " à fond ! " Il a détaillé l'exemple de la sortie voile par laquelle il aborde en classe beaucoup de sujets connexes : étude historique, météo, vents, vocabulaire scientifique, lecture de textes d'auteurs et de navigateurs… L'objectif des séances est de travailler en petits groupes sur le thème de l'évolution de l'Homme. Au départ, son objectif n'était pas centré sur les mathématiques.

> " Pour montrer que les choses ne se font pas faites du jour au lendemain. Qu'il a fallu tâtonner. […] Leur faire comprendre que ce qu'on connaît aujourd'hui ne sera plus vrai demain. " (Post-entretien avec P4)

P4 est donc le seul professeur à avoir un contenu de connaissances précis sur lequel il veut travailler. Nous situons P4 au niveau de la visite d'investigation.

D'autre part, nous avions observé sur l'année scolaire 2002/2003 un professeur qui venait sur le thème de l'électronique et qui bâtissait les séances pour une visite de structuration. Après des expériences en classe sur les matériaux conducteurs et résistants qui n'avaient pas permis de trancher sur les propriétés de l'eau, l'enjeu des séances aux *Domaines* était de comprendre si l'eau est conductrice ou résistante face au courant. L'atelier comprend la fabrication d'un détecteur d'humidité (avec un LED qui s'allume lorsque les sondes sont au contact de quelque chose d'humide) et c'est avec cette réalisation que le professeur conclut son cours d'électronique.

Ainsi, on peut affirmer que selon le choix du professeur, les ateliers aux *Domaines* permettent les trois types de visites : sensibilisation, structuration ou investigation. Maintenant, rapportons comment les professeurs envisagent l'école et *Les Domaines*.

- Les professeurs

Pour les professeurs, les deux avantages principaux des *Domaines* sont que d'un part le travail se fait en petits groupes (tiers de classe), même lorsque les élèves sont avec leur professeur ; et d'autre part qu'il y a tout le matériel nécessaire pour manipuler, fabriquer des objets dans de bonnes conditions de sécurité. Ce sont les deux particularités que possède *Les Domaines* face à l'école. Tous les professeurs les ont mentionnées lors des entretiens, en insistant chacun sur d'autres particularités que nous développons ici.

P1 remarque que : " En classe, on vise l'efficacité et on a toujours une solution bien clef en main. Et apprendre, ce n'est pas forcément ça, en fait en classe on les met en situation scolaire ! " Il mentionne aussi très bien la dérive du faire faire :

> " Mais, est-ce qu'il ne pourrait pas y avoir à la base une fiche technique ? Au lieu de laisser l'animateur être le transmetteur : " On fait ci, on fait ça ". Les enfants pourraient avoir une fiche technique avec le matériel dont ils ont besoin, avec l'image du produit fini et imaginer eux-mêmes les étapes intermédiaires. Ceci dit, ils ont appris des choses qu'ils n'auraient pas apprises à l'école, donc c'est très bien. " (Post-entretien avec P1)

P2 pense que *Les Domaines* vient en complément de l'école. Il est plus confiant concernant l'intérêt de la phase de fabrication : " Si les enfants ne font simplement qu'utiliser les instruments, à mon avis ils perdent la motivation. C'est évident, ils n'en verraient plus l'utilité. "

Lors du post-entretien, P3 s'est surtout focalisé sur les séances qu'il a gérées au centre. Nous avons dû le questionner sur la partie fabrication qui lui a " un peu échappée ". Cependant, il met en avant une " progression extraordinaire " de la fabrication à l'étude des instruments.

De l'entretien avec P4, il ressort que pour lui la notion de plaisir est importante : " Les enfants ont pris du plaisir ! Ils ont raconté chez eux comment ça se passait. J'ai eu des échos des parents, qui m'ont dit que c'était vraiment très bien. " Les élèves, " ils n'ont pas dit c'est bien, ils ont dit : C'est super ! ". D'ailleurs, Clément (1986) définit le plaisir comme la " clef essentielle du succès d'une animation scientifique ", le plaisir est important, même nécessaire il doit être partagé par l'ensemble des partenaires pour renouveler une animation, mais bien sûr, " il ne peut être l'unique critère d'une évaluation d'une animation ". Du reste, P4 remarque aussi que pour l'atelier *Instruments à calculer*, la technologie est le point de départ et pas l'enjeu principal de l'atelier comme c'est le cas sur d'autres thèmes.

Ainsi, le centre doit être envisagé comme un complément de l'école qui permet de travailler en petits groupes et en technologie, mais comme nous allons le voir, il est nécessaire de créer un lien entre les savoirs aux *Domaines* et ceux à l'école. C'est par une étude en sciences que le professeur doit envisager ce lien qui peut se dérouler à l'école (avant, pendant ou après les séances) ou aux *Domaines* (pendant les séances).

- Les enfants-élèves

Nous parlons ici d'enfants-élèves parce qu'aux *Domaines* comme dans toutes les associations d'animation, on ne parle pas d'élèves mais d'enfants. Nous rejoignons la philosophie de l'animation socioculturelle, l'enfant est au cœur de la relation, comme personne ; alors que l'école avec des élèves, situe l'enfant comme un apprenant.

Au-delà des fabrications, l'ambiance générale du centre, les particularités de l'animation scientifique constituent ce que les enfants apprécient particulièrement aux *Domaines*. Par exemple, lors de l'entretien avec Roméo, en plus des fabrications et du travail en groupe, il ose mentionner que le parc pour les récréations, est mieux qu'à l'école !

> **I : Qu'est-ce que tu as pensé de ces trois jours ?**
> Ro : C'était bien. C'était beaucoup mieux que la classe.
> **I : Alors, pourquoi c'était beaucoup mieux que la classe ?**
> Ro : Déjà, il y a beaucoup plus de constructions. […] Et en plus il y a une grande cour de récréation. Les pauses m'ont semblé plus longues que celles de la classe. C'était mieux de travailler en groupe, ce qu'on a fait en groupe, c'était quand même mieux. En classe c'est très, très rare qu'on travaille en groupe. Donc là c'était bien de travailler en groupe. En plus, on sort un peu de l'école donc ça change un peu. Parce que sinon, on reste toute la journée dans la classe en fait… On va bien entendu dans la cour, mais bon… (Post-entretien avec Roméo de la classe 3)

- La sortie scolaire et la notion de lien

Un point important est la notion de lien à développer entre le professeur, représentant de l'institution scolaire et le centre d'animation. En post-entretien, P1 a très bien expliqué spontanément cette notion de lien :

> " Cette année, pourquoi ça a été riche ? Parce que tu faisais l'intermédiaire entre le centre d'animation scientifique et toute la partie didactique, ce qui m'a permis de me poser des questions. Bon, quand même je ne dis pas que *Les Domaines* ça sert à rien sans personne, parce que s'il n'y avait pas ça, il y a des choses que je ne ferais pas du tout avec mes élèves. […] Justement, comme je n'étais pas vraiment satisfaite de mes stages précédents, parce que j'avais l'impression que ce n'était que de l'animation. J'ai vraiment tenu à faire le lien moi-même : Qu'est-ce que j'ai appris ? ". (Post-entretien avec P1)

P1 fait référence ici aux comptes-rendus : " Qu'est-ce que j'ai fait ? Qu'est-ce que j'ai appris ? " que ses élèves ont remplis après chaque journée au centre. Le support (livret, discussions) que nous avons apporté à P1 concernant l'atelier ainsi que les comptes rendus des élèves constituent donc un lien nécessaire pour ce professeur. À la suite de l'initiative de P1, nous avons demandé aux trois autres classes de remplir une fiche de compte-rendu pour chaque journée (Chapitre 4).

D'autre part, P4 mentionne un autre lien, celui entre l'école et les parents d'élèves. Il souligne l'importance de " montrer aux parents tout ce qui se fait dans la classe ; parce qu'ils ne se rendent pas compte de tout le boulot qu'on peut faire ! " (Pré-entretien avec P4).

Du côté des élèves, c'est la relation avec les parents qui est importante. Arrivés chez eux, les enfants montrent ce qu'ils ont fait c'est-à-dire la trace matérielle de ce qu'ils ont appris. De plus, ils essaient d'expliquer le mode de fonctionnement. Comme tous les enfants interviewés, Esther explique cela :

> " Quand je rentrais des *Domaines*, j'étais toute contente. Je me languissais d'expliquer à mes parents comment fonctionnaient les bâtons, le boulier. C'était drôle. D'habitude c'est le contraire, c'est eux qui m'expliquent. " (Post-entretien avec Esther de classe 4)

Ainsi, pour envisager une sortie scolaire, il faut considérer trois pôles :
- le partenaire scolaire (musée, association…)
- l'école (l'institution)
- et les parents d'élèves (la famille, la maison).

Ces trois pôles constituent trois lieux de travail pour les élèves. L'école est le lieu de prédilection des apprentissages. Ceux-ci peuvent être complétés par l'intervention d'un partenaire scolaire qui possède des spécificités complémentaires à l'école. Enfin, les parents valident, encouragent, valorisent ce que l'élève a appris. De plus, le partenaire scolaire peut aussi intervenir directement à l'école.

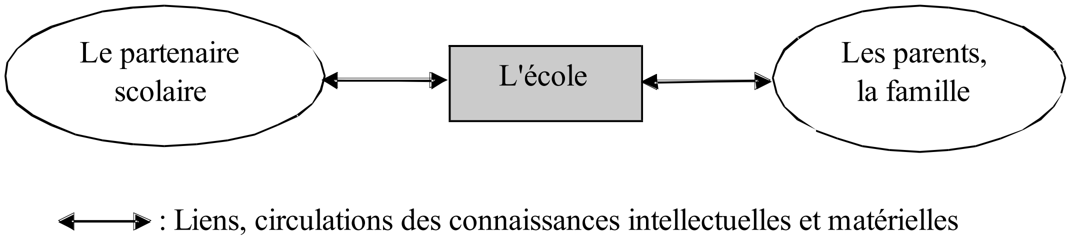


Figure 1 : Schéma des trois pôles en relation lors d'une sortie scolaire

Entre ces pôles, les connaissances vont circuler, être formulées, reformulées, questionnées, institutionnalisées, etc. Et pour notre cas particulier, en plus des connaissances, les objets matériels vont circuler, montrer ce qui a été appris, soulever des questions, etc.

C'est à l'école en particulier à qui revient la charge de permettre aux liens de se développer et aux échanges de fonctionner, pour que les élèves puissent construire leur savoir. Entre l'école et les parents d'élèves, ce lien existe même lorsqu'il n'est pas envisagé de partenaire, mais le partenaire permet d'envisager celui-ci d'une autre manière. Notons d'ailleurs qu'avec l'intervention d'un partenaire scolaire, l'école change de statut, elle devient aussi un *moyen de communication* entre le partenaire scolaire et les parents d'élèves. En effet, il n'existe pratiquement pas de lien direct entre le partenaire et la famille. Par contre, lors des stages pendant les vacances scolaires, l'école est absente de ce schéma et les liens existent directement entre les parents d'élèves et *Les Domaines* (ou le musée, l'association…).

1.3 Comment définir l'animation scientifique aux *Domaines* ?

Après s'être intéressés aux *Domaines* et à ses particularités par rapport à l'école, nous allons développer l'organisation des *Domaines* par rapport aux autres institutions d'animation et regarder en particulier le rôle de l'animateur. La référence principale de ce paragraphe est la thèse de Sousa Do Nascimento (1999) sur les pratiques des associations de culture scientifique et technique françaises.

L'animation scientifique trouve ses origines principalement dans deux pratiques : l'animation socioculturelle (particularité française) et la vulgarisation scientifique. Plus précisément, nous dirons que l'animation scientifique est une pratique de la vulgarisation inspirée des méthodes d'animation socioculturelle, pratique assez récente qui date des années 60-70.

Tout d'abord, l'animation socioculturelle est issue du mouvement d'éducation populaire. Elle possède quatre pôles autour desquels les pratiques d'animation sont construites : le discours libertaire, l'idéologie participationniste, l'occupation du temps libre et la technicité.

Pôle de la pratique	Visées
Discours libertaire	Développement des potentialités créatives des individus, prise de conscience, élucidation de la culture
Idéologie participationniste	Valorisation des savoirs de la vie quotidienne, intégration des individus à la société
Occupation du temps libre	Organisation des loisirs
Technicité	Transmission de techniques, transmission de compétences (pratiques commerciales, technologiques, sportives, artistiques et de gestion)

Tableau 2 : Les pôles et les visées de l'animation socioculturelle d'après Sousa Do Nascimento (1999, p 60)

Les animateurs sont sensibilisés aux méthodes de pédagogie active et à la communication de groupe. De plus, on notera bien que :

> " La visée éducative de l'animation n'est centrée ni sur la théorie ni sur la pratique, mais sur le processus de la production d'une "œuvre culturelle" qui est réalisée par le participant lui-même. […] L'enjeu, dans ces situations, ce n'est pas seulement l'appropriation des techniques de fabrication d'un objet de haute valeur culturelle mais la valorisation de l'individu comme porteur de savoirs et producteur d'un objet personnalisé " (Ibid, p 59 et 60)

Nous sommes confrontés à la notion d'œuvre, *œuvre culturelle* induite par la pratique des animations (Sousa Do Nascimento, 1999). Nous verrons plus loin deux autres références à ce concept : *l'œuvre matérielle* (Deforge, 1990) et *l'œuvre du savoir* (Chevallard, 2001).

Ensuite, la vulgarisation des sciences se définit par le volonté de rendre accessible la science au plus grand nombre. Elle est pratiquée soit par un scientifique volontaire, spécialiste d'un domaine qu'il veut faire partager, soit par un vulgarisateur formé à l'animation socioculturelle et aux sciences.

Sousa Do Nascimento a élaboré un modèle d'analyse de l'animation scientifique en fonction de l'intention, de l'enjeu et du rôle prédominant de l'animateur. Ce modèle est utilisé pour étudier le discours de trois associations de culture scientifique : Les Petits Débrouillards, l'ANSTJ et Graine de Chimiste.

Intention	Enjeu	Rôle prédominant de l'animateur
Élucidation	Valeurs (conscientisation, démystification)	Militant
Production	Procédures (règles, normes, techniques de fabrication)	Technicien
Médiation	Culture scientifique et technique partagée	Médiateur
Instruction	Connaissances scientifiques	Instructeur
Loisirs	Plaisir, sensibilisation	Amuseur

Tableau 3 : Les modèles d'analyse de l'animation scientifique d'après Sousa Do Nascimento (1999, p 71)

Pour *Les Domaines*, l'enjeu est celui de la production matérielle afin de sensibiliser les enfants à la culture scientifique, l'animateur est donc un *technicien-amuseur-médiateur.* Tout au long des animations, son rôle se modifie selon l'intention spécifique. L'instruction et l'élucidation ne sont pas totalement absentes, mais ne font pas partie des objectifs prioritaires. Le terme *animateur* est très large, le Musée des Arts et Métiers préfère celui de *démonstrateur,* qui est à la disposition des visiteurs pour faire vivre les collections exposées, raconter leur histoire, expliquer le fonctionnement des objets. Alors que le Palais de la Découverte revendique celui de *médiateur scientifique,* qui crée " l'esprit palais ", c'est-à-dire rend " compréhensible par tous la science et ses applications. À tout moment de la journée, des médiateurs scientifiques réalisent des expériences spectaculaires et traduisent la science en dialoguant avec vous ! " [2]

D'autre part, la typologie des *opérations d'animation* est aussi variée. En fonction du mode d'interaction entre les participants, Sousa Do Nascimento (Ibid, p 88) propose quatre catégories d'opérations : *expositive* (conférences, rencontres avec des laboratoires), *expérimentalisée* (manipulations, fabrications, terrain, en général des associations), *spectalisée* (mise en scène artistique, théâtre, cinéma…) et *médiatique* (avec un média, presse, Internet…). Les animations des *Domaines* sont des opérations expérimentalisées.

Affinons cette typologie en regardant les activités mises en place pendant une opération d'animation c'est-à-dire les *actions d'animation*. *Les Domaines* participe aux six catégories proposées (Ibid, p 99) :

- *Action de Formation*, accueil de stagiaires BEATEP, libre accès à la bibliothèque pour des professeurs et des animateurs. Le modèle de formation aux *Domaines* est celui de l'imitation animateur-formateur appelé *modèle homomorphe,* modèle proche du compagnonnage et répandu dans les associations de culture scientifique et technique. (Ibid, p 143)
- *Action Médiatisée*, participation à la Fête de la Science.
- *Atelier Ponctuel*, participation à Curieux de Sciences, Le Souk des Sciences, Sciences au collège…
- *Atelier Pédagogique*, travail avec les scolaires et pendant les vacances.
- *Action Club*, club électronique.
- *Diffusion d'Information*, production de fiches techniques, fiches de travail, malle, liens étroits avec les partenaires de la culture scientifique et technique locaux.

Enfin, Sousa Do Nascimento (Ibid, p 171) propose trois axes d'analyse des *ateliers ponctuels* d'animation : situationnel, communicationnel et épistémologique (analyse réalisée pour les trois associations). Pour notre part, nous analysons un atelier pédagogique lorsque sa gestion revient au professeur et nous n'avons donc pas choisi ce cadre d'analyse pour notre étude.

En effet, nous proposons une analyse d'atelier pédagogique avec des scolaires et en particulier des séances avec le professeur lors de l'étude des instruments à calculer. Nous avons privilégié l'étude du savoir mathématique que nous avons pu mieux observer avec les professeurs. Nous jugeons la phase de fabrication des instruments avec les animateurs très importante, au niveau affectif et psychologique. Par contre, la contrainte de production des objets fait passer au second plan l'étude de ces objets.

[2] Ces citations proviennent des sites Internet listés en bibliographie.

De plus, le professeur contrôle la mémoire didactique de la classe (Brousseau et Centeno, 1991). En effet, les animateurs du centre possèdent une mémoire à très court terme répartie sur trois journées, alors que le professeur jouit d'une mémoire à long terme sur l'ensemble de l'année scolaire. Ceci engendre deux conséquences pour le déroulement des animations. Premièrement, les enfants ont la possibilité de renégocier auprès des animateurs leur statut par rapport à celui de l'école, et effectivement les professeurs remarquent que le niveau qu'ils supposent d'un élève est différent lors de la sortie aux *Domaines*. Mais deuxièmement, étant donné le temps très court, l'articulation des connaissances sera inférieure lors des animations.

Enfin, la manière dont nous avons envisagé l'étude, proche des *situations de recherche* (Grenier et Payan, 2003), nécessite du temps et n'est donc pas envisageable pendant les ateliers avec les animateurs.

2. L'animation scientifique et technique en mathématiques

Peut-on aller au musée avec sa classe pour faire des mathématiques ? Les musées proposent-ils des activités de fabrication d'objets ? Les associations de culture scientifique s'intéressent-elles aux mathématiques ? Nous proposons quelques exemples d'expositions et d'animations en mathématiques.

Les liens vers les sites Internet des musées et associations que nous citons, sont listés dans la bibliographie. Les citations proviennent des sites Internet.

2.1 Les musées

Le Musée national des techniques du CNAM (Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris) possède une des collections les plus riches au monde. Il a été créé, comme le CNAM, en 1794. Les expositions sur les machines à calculer, les instruments de mesure, de traçage développent une approche historique des mathématiques. En particulier, le boulier, les bâtons de Néper et la Pascaline ont été reproduits en grand format et peuvent être manipulés. Pour les scolaires, sont envisagés des visites thématiques ou des ateliers pédagogiques avec la réalisation d'objets et la visite du musée avec manipulations d'instruments. Concernant ces ateliers pédagogiques, les activités *mesure du temps* (cadran solaire, clepsydre, astrolabe, horloge…) et *le point en mer* (instruments de navigation, cercle de Gunther, sextant, boussole…) peuvent être envisagées pour une visite en mathématiques. Le musée a mis au point un *Guide pour l'enseignant* pour préparer la visite avec une classe et des *Carnets pédagogiques* pour les professeurs et les élèves. De plus, le musée participe avec les IUFM, à la formation initiale et continue des enseignants en histoire des techniques.

Le Palais de la Découverte a été créé à la fin des années 40, sous l'initiative de Jean Perrin. Pour faire " découvrir un autre visage des mathématiques ", l'atelier *Mathématiques amusantes* fait appel à des connaissances du niveau cycle 3 du primaire. Des casses tête, puzzles et coloriages (disposition de briques, dominos…) sont utilisés lors de ces animations dont l'accès est libre : on arrive et on repart quand on veut. Le Palais assure aussi une mission d'aide et d'accompagnement aux projets pour les groupes (ressources pédagogiques et formation des enseignants). Pour les scolaires deux types d'activités sont proposés :

- soit " les exposés, accompagnés d'expériences ou illustrés par des maquettes, diapositives, simulations informatiques, etc. ",
- soit " les ateliers, les parcours ou les activités d'éveil, caractérisés par une participation plus active des élèves. "

En mathématiques les exposés servent à montrer qu'il s'agit bien d'une science vivante, qui évolue (le nombre Pi, les nombres premiers, polyèdre, géométrie…). Les forums sont des exposés qui répondent directement aux questions posées par les élèves, sans thématiques prédéfinies, du moins totalement (l'infini, des maths, pourquoi ?…). Dans les ateliers, les élèves sont placés en situation de recherche active : exploration, interrogations, conjecture, preuve… dans le même esprit que l'association Math en jeans.

La Cité des Sciences et de l'Industrie (Paris) est un immense pôle de diffusion de la culture scientifique et technique en activité depuis une vingtaine d'années. C'est un peu une version combinée et moderne du musée du CNAM (techniques) et du Palais de la Découverte (sciences). Pour l'accueil des classes, des ressources pédagogiques sont à disposition des enseignants et des élèves. La Cité organise des formations avec les IUFM pour les futurs professeurs, des journées thématiques pour les enseignants (travail sur les IDD, TPE…), des aides pour préparer une visite de classe pour la journée ou la semaine (classe Villette, sur un thème en sciences) ou encore à l'année (cycles pédagogiques). En mathématiques, la Cité propose de voir, vivre et toucher les mathématiques, de parcourir son histoire, découvrir les applications scientifiques, techniques et sociales. Les thèmes abordés sont : *géométrie, nombres et mouvements* (Pythagore, symétries, cartes, manège inertiel…), *complexité et prédilection* (triangulation de Delaunay, planche de Galton, pendule, fractales…), *l'esprit des mathématiques* (démonstration, modélisation…). Les expositions en informatique sont aussi utiles en mathématiques : *un algorithme pour allumer un mur de lampes, calculer avec des circuits…*

Le Musée Universitaire de l'Histoire des Sciences et des Instruments Scientifiques à Modène (en Italie) possède un laboratoire de mathématiques et une section sur les instruments anciens. La collection de machines mathématiques est composée d'instruments construits à partir de descriptions tirées de la littérature scientifique et technique de la Grèce classique au début du 20$^{\text{ème}}$ siècle, ainsi que d'expérimentations sur leur possible utilisation didactique. Les machines mathématiques du laboratoire sont classées en plusieurs familles : les pantographes (permettant de tracer l'image d'une figure par une transformation donnée : symétrie axiale, centrale, rotation, translation… ou par la composition de plusieurs transformations), les traceurs de courbes (droites, coniques, ellipses, lemniscates, limaçons…), des maquettes (pour visualiser des propriétés, théorèmes….) et des machines (mesolabon, trisecteur). Ce musée est le support de recherches en didactique, concernant le concept de fonction, les nombres complexes, les probabilités et les transformations géométriques et coniques. Le musée met en avant que l'utilisation des instruments en mathématiques permet d'éveiller un intérêt, d'aborder une question de manière nouvelle, inhabituelle et spontanée tout en développant une dimension historique, en reliant mathématiques, société et culture. Aux manipulations concrètes s'ajoutent des expérimentations virtuelles.

Cette étude n'est pas exhaustive, nous pourrions poursuivre avec le musée Blaise Pascal des Sciences et Techniques à Clermont-Ferrand (musée Ranquet), le musée des Instruments Anciens de Marseille-Provence, le musée de l'Homme à Paris, le musée de l'Histoire de l'Éducation à Rouen, ainsi que des musées dédiés spécifiquement aux mathématiques : le Mathematikum en Giessen en Allemagne, Il Giardino di Archimede à Firenze en Italie… Mais, la présentation précédente suffit à montrer que les musées proposent des expositions et des ateliers en mathématiques, concernant des thèmes variés. Les musées des techniques produisent des approches pluridisciplinaires avec la fabrication d'instruments (musée du CNAM, musée universitaire de Modène).

Pour finir, notons le développement des outils pédagogiques des musées en direction des scolaires, avec des fiches de préparation pour les professeurs et les élèves ainsi que des coopérations avec les IUFM (La Villette et le musée du CNAM en particulier). Toutefois, les recherches en didactique restent assez rares, c'est au musée universitaire de Modène qu'elles semblent être le plus développées. Nous rejoignons Bartolini Bussi (2000) sur l'intérêt d'une approche historique en classe de mathématiques, en particulier la fabrication et l'étude d'instruments anciens qui motivent les élèves et donnent du sens au travail.

2.2 Les associations

En animation scientifique, il existe deux types d'associations : les associations de vulgarisation où les animateurs sont des professionnels de l'animation, ayant reçu une formation en sciences et techniques, et les associations de spécialistes, de chercheurs dont l'initiative se dirige vers la vulgarisation de leur domaine d'étude.

Les associations les plus connues sont les CCSTI (Centre de Culture Scientifique et Technique) qui sont présentes dans la plupart des grandes villes. Mais il existe d'autres associations, régionales ou nationales qui développent des activités de ce type. En mathématiques, il existe Math en Jeans (Méthode d'Apprentissage des Théories Mathématiques en Jumelant des Établissements pour une Approche Nouvelle du Savoir) qui propose de faire de la recherche avec un chercheur-référent, et Animath, association pour le développement des animations et des ateliers en mathématiques dans laquelle des chercheurs sont impliqués. L'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) encourage aussi ce type d'activités. D'autre part, chaque année est organisé à Paris le Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques par le CIJM (Comité International de Jeux Mathématiques).

Enfin, notons l'initiative de l'équipe Combinatoire Naïve et Apprentissage des Mathématiques du laboratoire Leibniz à Grenoble. La particularité de cette équipe est son souci de diffusion, de vulgarisation, de sensibilisation des mathématiques et des résultats de la recherche, auprès du tout public et des scolaires. L'équipe a réalisé un site : *La valise maths à modeler* qui consiste en un ensemble de situations de recherche initiées par des jeux tels que la tour de Hanoi, les pavages... Les situations sont expérimentées dans divers endroits (en classe, Fête de la Science, expositions…) et à divers niveaux (du primaire à l'université). (Grenier et Payan, 1998 et 2003)

Certaines associations diffusent des malles et des expositions. En voici quelques exemples en mathématiques :

- Altaïr, fonctionne avec des séjours vacances scientifiques, encadrés par des étudiants en sciences. Cette association possède divers thèmes en mathématiques : les échecs, les messages codés, les probabilités, l'infini, la musique, les fractales, l'économie.
- APMEP Lorraine, l'exposition *Objets mathématiques.*
- ASTS, une malle *Mathématiques* et les expositions *À la recherche du zéro* et *Le kaléidoscope.*
- CCSTI (Centre Science, Cap Sciences, Espace des Sciences et Forum des Sciences), les expositions *Pourquoi les mathématiques ? Maths en Méditerranée, Maths dans la nature, Maths dans la vie quotidienne, Descartes, doutes et certitudes du chercheur, Ordre et chaos dans la nature, Jeux logiques et mathématiques, Pythagore, tout est*

nombre, Jeux et stratégie, Les hasards de la vie, Quand les sciences parlent arabes, Mille et un chiffres, Les fractales, Les symétries…

On trouve donc des associations qui offrent des expositions en mathématiques, cependant ce n'est pas l'unanimité. Ceci révèle plutôt de la singularité initiée par un responsable, comme c'est le cas pour Atlaïr et le CCSTI Centre Science.

Par ailleurs, les actions médiatisées comme la Fête de la Science se déroulent souvent sans le support d'une exposition et sont alors construites sur des initiatives personnelles et locales. Il existe une philosophie à laquelle les animateurs doivent adhérer et donner vie. C'est souvent les animateurs qui ont le choix de la thématique à présenter. Il est forcé de reconnaître que les mathématiques ne sont pas le choix de prédilection. Pour s'en convaincre, on pourra se référer à l'Encyclopédie pratique des Petits Débrouillards (1998), bien connue des animateurs scientifiques mais qui possède assez peu d'outils pour développer des animations en mathématiques.

3. Conclusion

L'année 2000, année mondiale des mathématiques a vu naître des initiatives de vulgarisation et de diffusion des mathématiques. Mais, face à des thématiques d'actualité comme les énergies renouvelables, le développement durable ou le recyclage, les mathématiques restent au second plan.

De manière générale, un chercheur passionné peut intervenir à l'école ou la classe aller visiter un musée. Mais, le partenaire scolaire doit être pensé en complémentarité de l'école. Avec ses atouts spécifiques, le partenaire permet d'introduire, d'approfondir ou de conclure sur des notions précises, il enrichit donc le travail de la classe. Ce travail sera d'autant plus riche que la mise en relation des savoirs de l'école et de ceux du partenaire sera développée par les professeurs. Le professeur doit contrôler la mémoire de ce qui s'est passé lors de la sortie scolaire et y ajouter la mémoire didactique des séances à l'école.

Pour notre étude, au centre des *Domaines*, la complémentarité réside surtout dans le travail qui s'organise en groupe et qui permet aux enfants de fabriquer des objets scientifiques qui témoignent au professeur et aux parents de ce qu'ils ont appris. Ce contexte de l'animation nous fait rencontrer la notion *d'œuvre culturelle* (Sousa Do Nascimento, 1999). En effet, la valorisation personnelle est la ligne directrice des pratiques de l'animation où l'enjeu est la production par les enfants d'objets matériels et de savoirs associés. Nous verrons au Chapitre 4 l'œuvre associée à la fabrication et au Chapitre 5 l'œuvre associée à l'étude d'instruments.

Chapitre 2 : Réflexion sur les mathématiques et les objets mathématiques

Tout d'abord, nous introduisons l'idée d'expérimental en mathématiques qui sera développée au Chapitre 5. Mais ce chapitre clarifie surtout notre étude et le vocabulaire que nous avons choisi. De quoi parlons-nous ? D'instruments à calculer et de système décimal positionnel, des retenues sur le boulier, de l'algorithme de la multiplication avec les bâtons de Néper. Nous étudions des objets mathématiques intellectuels (système de numération, retenue, algorithme) et des objets mathématiques matériels (boulier, bâtons à multiplier). Ce choix de vocabulaire est nécessaire pour tout d'abord nommer puis étudier ces objets. Le professeur doit donner à ces objets matériels le statut d'objets mathématiques afin d'atteindre toutes les notions théoriques cachées a priori.

1. Les mathématiques

Au fil de nos recherches et de nos lectures, nous avons pu remarquer que suivant les auteurs, les mathématiques étaient considérées ou non, comme une science. En effet, consulter un ouvrage sur l'histoire des sciences ou sur l'enseignement des sciences laisse toujours une part de mystère quant à savoir si l'auteur s'est préoccupé des mathématiques. D'où nos questions : Est-ce que les mathématiques sont considérées comme une science ? Si oui, est-ce une science comme les autres ?

Au niveau historique, l'émergence de la géométrie s'explique par le besoin de nouvelles notions pratiques :

> " L'arpentage et l'urbanisme ont conduit à l'étude des polynômes ; l'architecture a obligé à prendre en compte les polyèdres ; l'astronomie a donné de l'importance aux angles pour le repérage des astres, ainsi qu'à la sphère pour concevoir leur placement ; à quoi il convient d'ajouter la géographie, au moins en tant que science topographique des déplacements, utile pour l'administration, la guerre et le commerce. " (Barthélmy, 2003, p 91)

Pour le calcul aussi, le besoin de dénombrer, d'échanger puis de commercer, et aussi de naviguer a permis à la théorie d'avancer. Mais on observe une rupture au $19^{\text{ème}}$ siècle (Giusti, 2000), avec l'apparition des géométries non euclidiennes dont les axiomes ne trouvent pas leur origine dans les propriétés de l'espace physique et surtout avec l'avènement des nombres complexes qui ne proviennent pas de l'abstraction d'objet de la nature et qui vont amener un renouveau dans divers domaines des mathématiques. Dés lors, les applications pratiques apparaissent a posteriori. Cette crise des fondements ou " perte de la certitude " chez les mathématiciens (Giusti, 2000) semble dénoncer un changement de paradigme. À ce propos, que pense Kuhn des mathématiques ? La particularité des mathématiques (et de l'astronomie) est que " les premiers paradigmes solides datent de la préhistoire " (Kuhn, 1983, p 35). Il définit la recherche de la science normale comme " l'articulation des phénomènes et théories que le paradigme fournit déjà " (p 47). Bien que Kuhn n'exclue pas les mathématiques des révolutions scientifiques, il ne développe pas son rapport particulier à la théorie.

Par contre, pour Bachelard, les mathématiques sont hors de son propos (*La formation de l'esprit scientifique*), comme le cite Artigue (1990, p 248) :

> " En fait, l'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt. Elle ne connaît pas de période d'erreur. Aucune des thèses que nous soutenons dans ce livre ne vise donc la connaissance

> mathématique. Elles ne traitent que de la connaissance du monde objectif. " (Bachelard, 1938)

Mais, face à l'enthousiasme des didacticiens des mathématiques concernant le concept d'obstacle, force est de reconnaître que la citation précédente est très discutable… Concernant Bachelard (2001), nous soulèverons simplement notre interrogation sur la limite de la distinction entre *physique théorique* et *mathématiques appliquées* ainsi que la distinction entre *instruments de physique* et *instruments de mathématiques*, pour le cas des instruments de mesure en particulier.

Toutefois, dans *Le rationalisme appliqué* (1949), Bachelard consacre un chapitre à l'identité continuée et par-là, au théorème de Pythagore. Partant de l'expérience géométrique, Bachelard éclaire l'organisation rationnelle de la théorie.

> " Le rationalisme dans son travail positif est éminemment inducteur − et cela, même dans la pensée mathématique. À peine un théorème est-il trouvé qu'on cherche à le généraliser, à le prolonger. Une notion comme l'orthogonalité formulée dans le théorème géométrique de Pythagore se généralise dans des espaces algébriques, s'applique dans la doctrine des ensembles, devient une notion de base pour les fonctions de la mécanique ondulatoire. "(Bachelard, éd 1986, p 82)

Pour revenir à des considérations historiques, les Arabes (8ème - 19ème siècle) fortement inspirés des Grecs (Djebbar, 2001), possédaient un discours sur les sciences et considéraient trois sciences :

- Les sciences de transmission : sciences religieuses, géographie, sciences de la langue et sciences historiques.
- Les sciences rationnelles : sciences physiques, philosophie (dont la logique et les fondements mathématiques) et sciences mathématiques
- Les sciences intermédiaires : dont la science des héritages et l'astrologie. (Ibid, p 67)

Les sciences mathématiques sont elles-mêmes constituées des sciences numériques (dont le calcul indien), des sciences géométriques (dont l'arpentage, l'architecture et l'optique théorique), l'astronomie (dont la science de l'observation, la trigonométrie et la science du temps) et la musique. Les sciences physiques se composent des sciences des êtres vivants et des plantes, des sciences des instruments (dont les leviers, machines de guerre, mécanique hydraulique) et de la science des corps terrestres (dont la chimie et la géologie). Ainsi, l'astronomie et la musique sont une science mathématique. Remarquons qu'il existe une science des instruments en sciences physiques, mais que les instruments astronomiques, instruments musicaux, que l'arpentage, les constructions géométriques sont classées du côté des mathématiques. Nous retrouvons ici notre interrogation sur la question de la frontière entre les instruments en physique et en mathématiques.

À la fin du 18ème siècle, dans l'*Encyclopédie* d'Alembert propose deux classes pour les mathématiques : les *mathématiques pures* qui traitent des propriétés des grandeurs abstraites et les *mathématiques mixtes* qui s'occupent des grandeurs concrètes comme la mécanique, l'optique, l'astronomie ou la navigation. Comme le souligne Chevallard (2001b), " Penser en termes de mathématiques mixtes, c'était surtout *aller au contact du monde*, ne pas craindre de se mêler à lui, de rechercher le métissage ". Mais au début du 19ème siècle, le terme *mathématiques appliquées* gagnera sur celui de *mathématiques mixtes*, ce qui marque " une *mise à distance du monde* de la part des mathématiciens ". L'auteur remarque que dès le début du 20$^{\text{ème}}$ siècle, cette mise à distance du monde s'est aussi effectuée dans les classes de mathématiques qui aujourd'hui se préoccupent principalement de l'étude des mathématiques pures.

Nous considérons donc les mathématiques comme une science, la science mathématique. Après cette introduction historique et épistémologique, regardons maintenant plus spécifiquement la notion de travail expérimental en mathématiques. Existe-t-elle pour le mathématicien ? Qu'en conclure pour la classe ?

2. L'expérimental en mathématiques

Comment se réalise la production du savoir savant par les mathématiciens ? En quoi consiste la transposition de la production de savoir savant, c'est-à-dire comment produire du savoir enseigné ? (Chevallard, 1985)

Tout d'abord, comme le précise Piaget, il semble que le psychologue différencie l'expérience physique c'est-à-dire l'abstraction à partir des objets et l'expérience mathématique c'est-à-dire à partir des actions (possibles sur des objets).

> " Le mathématicien non accoutumé à la psychologie peut, d'autre part, craindre en tout exercice concret un obstacle à l'abstraction, tandis que le psychologue est habitué à distinguer soigneusement l'abstraction à partir des objets (source d'expérience physique, étrangère à la mathématique) et l'abstraction à partir des actions, source de la déduction et de l'abstraction mathématiques. Il ne faut, en effet, pas croire qu'une saine éducation de l'abstraction et de la déduction suppose un emploi prématuré du seul langage et du seul symbolisme techniques, puisque l'abstraction mathématique est de nature opératoire et procède génétiquement par étapes continues à partir des opérations les plus concrètes. Il ne faut pas non plus confondre le concret ni avec l'expérience physique, qui tire ses connaissances des objets et non pas des actions mêmes du sujet, ni avec les présentations intuitives au sens de figuratives puisque ces opérations sont tirées des actions et non pas des configurations perspectives ou imagées. "(Piaget, 1969, p 68-69)

Piaget explique aussi l'intérêt des méthodes de pédagogie active en mathématiques, qui permettent de construire des concepts abstraits à partir de la manipulation d'objets matériels.

> " C'est pourquoi les méthodes actives d'éducation des petits réussissent tellement mieux que les autres dans l'enseignement des branches abstraites telles que l'arithmétique et la géométrie : lorsque l'enfant a, pour ainsi dire, manipulé des nombres ou des surfaces avant de les connaître par la pensée la notion qu'il en acquiert ultérieurement consiste véritablement en une prise de conscience des schèmes actifs déjà familiers, et non pas comme dans les méthodes ordinaires, en un concept verbal s'accompagnant d'exercices formels et sans intérêt, sans substructure expérimentale antérieure. " (Piaget, 1969, p 220-221)

Pour Grenier et Payan (2003), la production de connaissances mathématiques doit être validée par des critères scientifiques.

> " Aucune activité mathématique n'est possible sans expérimentation, conjecture, argumentation, modélisation, preuve. Même lorsqu'il s'agit de construire (en géométrie, par exemple) ou de calculer, il n'y a activité scientifique que si ces constructions ou ces calculs sont validés du point de vue scientifique. Or cette activité scientifique est pour nous constitutive de la construction des connaissances mathématiques." (Grenier et Payan, 2003, p 191)

Pour les auteurs, les *situations de recherche en classe,* que nous développons au Chapitre 5, sont un moyen de réaliser une activité scientifique en classe de mathématiques.

Pour Bosch et Chevallard (1999), l'activité mathématique consiste en la manipulation d'*ostensifs* (graphismes, sons, objets matériels…) réglés par des *non-ostensifs* (idées, méthode…). Cette définition rejoint l'idée d'une activité expérimentale, en effet, " les éléments ostensifs font partie du réel empirique, accessible aux sens " (Ibid, p 92). Les auteurs constatent qu'en classe, l'activité est centrée presque essentiellement sur la manipulation écrite d'ostensif (appelée *réduction chirographique*) ce qui obscurcit le sens mathématique, voire démathématise l'activité.

Dans un ouvrage sur l'utilisation de calculatrices symboliques en classe, Lagrange (2002a) définit des *situations expérimentales dans l'enseignement* et propose deux conditions nécessaires " pour que les élèves puissent avoir une véritable activité expérimentale sur les phénomènes symboliques liés aux limites et aux dérivés " :

> " - la première est que les élèves aient une *connaissance suffisante* du concept en jeu, ainsi que de la façon dont la machine le traite. C'est indispensable pour que les élèves puissent produire des exemples intéressants et interpréter les résultats obtenus par le calcul formel ;
> - la seconde condition est qu'une véritable question soit mise à l'épreuve. Beaucoup de phénomènes symboliques ne sont pas eux-mêmes *problématiques* pour les élèves. C'est le cas des phénomènes de conservation, le fait par exemple que la limite de la somme de deux fonctions en un point est la somme des limites. Même des cas de non-conservation, comme les indéterminations de limites ou la dérivation du produit de deux fonctions, demandent à être " mis en scène " par le professeur pour que les élèves s'engagent dans les anticipations par lesquelles ils pourraient induire des propriétés générales. "(Lagrange, 2002a, p 103)

Nous rejoignons ici l'importance d'une véritable question, d'une question de recherche. Quant à la connaissance suffisante des élèves, pour nous, l'enjeu d'une situation expérimentale se situe aussi bien au niveau des *savoirs notionnels* qu'au niveau des *savoirs transversaux* que l'on retrouve dans tous les domaines en mathématiques (Grenier et Payan, 2003).

Ainsi, nous pensons que la production de savoirs mathématiques est une activité expérimentale qui nécessite d'être transposée en classe. De plus, il semble qu'un support matériel (la calculatrice, le boulier, la tour de Hanoi…) est une bonne entrée en matière pour développer une activité expérimentale en classe de mathématiques, l'expérimental étant constitué des actions du sujet à partir des objets. Nous pensons aussi qu'il ne faut pas négliger l'importance des savoirs transversaux pour une telle activité en classe qui permet de *remathématiser* les pratiques de classe ordinaire.

Pour finir, notons que cette idée n'est ni nouvelle, ni isolée. La Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM, 2001) propose ce genre de pratique en reprenant l'idée d'Émile Borel (1904) de créer des laboratoires de mathématiques dans les lycées, avec du matériel approprié c'est-à-dire balances, récipients, robinets, matériel de menuiserie… Un siècle plus tard, la proposition de la CREM ouvre ces laboratoires à la dimension informatique et depuis 2002, quelques expérimentations sur des laboratoires dans des lycées et des collèges ont débuté.

3. Les objets mathématiques matériels

Qu'est-ce qu'un objet mathématique ? Qu'est-ce qui le caractérise ? Pourquoi ? Quel lien établir entre les objets mathématiques matériels et les objets mathématiques intellectuels ?

3.1 Remarque préliminaire : point de vue épistémologique

Si on s'en réfère à un dictionnaire, un objet mathématique est un nombre, une fonction, un ensemble, une suite, etc. ou une figure, un graphe, etc. L'activité mathématique consiste à manipuler ces objets. Il convient donc de lever l'ambiguïté sur le terme *objet mathématique.* Les objets mathématiques pour notre étude, sont plongés dans une dualité : ils sont concrets, destinés à un usage, maniables : la clepsydre, le sablier, l'horloge mesurent le temps, le boulier, les réglettes multiplicatrices facilitent des tâches de calcul, les patrons conduisent à la fabrication de volumes géométriques. Et ils sont aussi la base d'une activité en mathématiques concernant : la mesure (la précision, l'erreur, l'incertitude…), le calcul (le système positionnel décimal, les retenues…), la géométrie (les surfaces, les volumes…), etc.

Pour introduire notre questionnement, nous citerons Bachelard à propos de l'objet "ampoule électrique" (*Le rationalisme appliqué*, 1949) :

> " Nous pouvons donc bien affirmer que l'ampoule électrique est un objet de la pensée scientifique. À ce titre, c'est pour nous un bien simple mais bien net exemple d'un objet abstrait-concret. Pour en comprendre le fonctionnement, il faut faire un détour qui nous entraîne dans une étude des relations des phénomènes, c'est-à-dire dans une science rationnelle, exprimée algébriquement." (Bachelard, 2001, p 59)

Ce paragraphe soulève bien l'ambiguïté entre le concret et l'abstrait, ici exemplifiée en physique. Nous reprenons le même questionnement pour les mathématiques. L'abstrait se révèle dès que l'on veut comprendre le fonctionnement, que l'on se pose les questions : Comment ça marche ? Pourquoi ? Le boulier, les tangrams, le compas de proportion, les tours de Hanoi, etc. sont des objets de la pensée mathématique.

Est-ce que des mathématiciens se sont intéressés à ces objets abstraits-concrets ? Bien sûr ! Néper a réfléchi aux bâtons à multiplier et à calculer les racines, Lucas aux bâtons à multiplier et à diviser ainsi qu'au problème des tours de Hanoi, Pascal et Leibniz aux machines à calculer, Descartes à un instrument pour calculer géométriquement la moyenne proportionnelle entre deux nombres, De l'Hospital, Pascal, Cavalieri aux traceurs de courbes, etc. La création d'objets matériels de ce type nécessite une culture mathématique conséquente, et à l'évidence, ces travaux sur le concret ont permis à ces mathématiciens d'avancer dans leurs travaux théoriques.

Notre opinion est qu'un objet mathématique est intellectuel ou matériel, abstrait ou concret. Ce qui lui donne son caractère mathématique est le détour indispensable à la théorie pour comprendre son fonctionnement. Cette théorie peut être locale et provisoire, en construction pour l'élève.

3.2 Les ostensifs : point de vue didactique

Bosch et Chevallard (1999) se sont intéressés à la nature et la fonction des objets de l'activité mathématique. Ils explicitent les objets mathématiques selon deux registres : les objets ostensifs et non-ostensifs. Les auteurs précisent :

> " Remarquons tout d'abord que, du point de vue sensoriel, l'idée d'ostension renvoie plus spécifiquement à la vue. Mais l'ostensivité dont nous parlons ici se réfère, plus généralement, à l'ensemble des sens, même si de fait, la vue et l'ouïe jouent un rôle privilégié. Signalons en second lieu que, au-delà de leur perceptibilité, ce qui apparaît propre aux objets ostensifs est le fait d'être "manipulables" par le sujet humain : un son peut être émis (et reçu), un graphisme peut être tracé (et lu), un geste peut être fait (et perçu), un objet matériel quelconque peut être manipulé concrètement de diverses manières. " (Ibid, p 91)

Un objet ostensif " se donne à voir " tels les objets matériels, les sons, les graphismes, les gestes, etc. alors les idées, les concepts, les intuitions, etc. sont des non-ostensifs. L'exemple donné par les auteurs est celui d'une fonction : la notation *log* est un ostensif alors que la notion *logarithme* est un non-ostensif. Dans leur définition, les auteurs précisent que " c'est par le fait qu'ils peuvent être concrètement manipulés que les ostensifs se distinguent des objets non-ostensifs ". Les notations de fonctions sont donc des objets mathématiques concrètement manipulables. Pour aller plus loin dans l'exemple précédent, nous préciserons que log est un *ostensif manipulable* et qu'une règle à calcul est un *ostensif maniable*. En effet, pour la multiplication, la règle à calcul utilise une propriété de la fonction logarithme népérien qui permet, en quelque sorte, de remplacer une multiplication par une addition (de longueurs), c'est la formule : $\ln(ab) = \ln a + \ln b$, pour $a>0$ et $b>0$ qui est utilisée pour placer les graduations de la règle à multiplier. Pour marquer une différence entre une règle à calcul et la notation *ln*, il paraît donc nécessaire de distinguer les ostensifs manipulables (intellectuellement, sur le papier ou à l'écran d'ordinateur…) et les ostensifs maniables (nous pourrions préciser *chirotactilement*). Pour les auteurs, cette distinction n'existe pas car l'activité en mathématique est supposée essentiellement intellectuelle. La manipulation des objets matériels se limite à celle de la feuille, du crayon, de la règle, du compas, de la machine à calculer et de l'ordinateur, alors que notre préoccupation est de définir une activité mathématique réalisée autour d'objets matériels. Notre approche s'insère dans cette analyse en la complétant d'une nouvelle classe d'objets ostensifs.

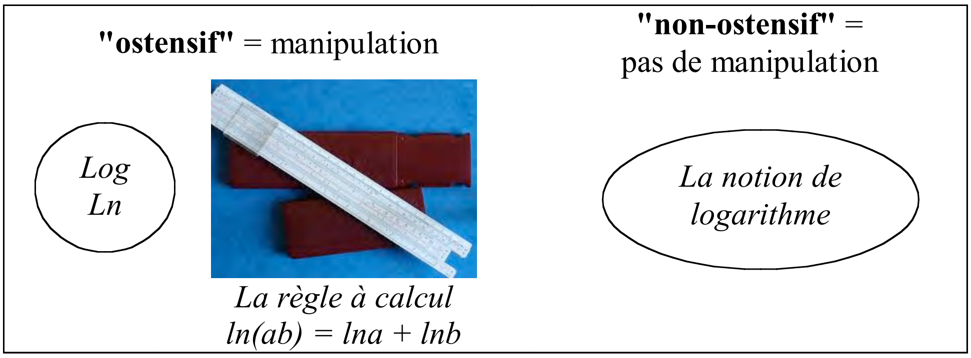


Figure 2 : La règle à calcul, un ostensif maniable

Les auteurs précisent aussi la dialectique des ostensifs et non-ostensifs :

> " Revenant aux notations fondamentales de l'approche anthropologique, nous dirons maintenant que la mise en œuvre d'une technique se traduit par une manipulation d'ostensifs réglés par des non-ostensifs. " (Ibid, p 92)

> " La fonction sémiotique des ostensifs, leur capacité à produire du sens, ne peut en effet être séparée de leur fonction instrumentale, de leur capacité à s'intégrer à des manipulations techniques, technologiques, théoriques " (Ibib, p 95)

Le boulier est un objet mathématique. Celui-ci est une première abstraction de choses que l'on dénombre, l'utilisation de cailloux pour compter est aussi une première abstraction. Par contre si l'on compte des pommes par exemple, les pommes ne sont pas des objets mathématiques. Mais si on utilise ses doigts, alors on a recourt à un objet mathématique : on ne se centre pas sur les caractéristiques de la pomme, sur sa forme ou sa couleur, mais à chaque pomme on fait correspondre un doigt (ou un caillou d'ailleurs) pour connaître le nombre total.

Notre hypothèse est que le boulier chinois appartient à la classe des ostensifs maniables. Analysons la fonction instrumentale et la fonction sémiotique du boulier, c'est-à-dire la technique et la technologie induite par une tâche donnée. Nous nous plaçons pour un enseignement au cycle 3 au moins, dont l'enjeu est de faire émerger une théorie cachée derrière des techniques devenues routinières avec le papier-crayon. Nous parlerons d'écriture économique sur le boulier lorsque le nombre de boules déplacées est minimal. Nous développons ici l'analyse de trois tâches : écrire un chiffre, écrire un nombre et effectuer une addition avec retenue[3].

- **Tâche 1 : Écriture d'un chiffre**

Exemple : Écrire 8.

Registre : Matériel et gestuel avec le boulier chinois

Technique 1 : 1+1+1+1+1=5 unaires que l'on échange avec une quinaire, puis 6, 7, 8. Cette technique est provisoire, pour la découverte.
Technologie 1 : Dénombrement d'éléments, surcomptage.

Ou bien :

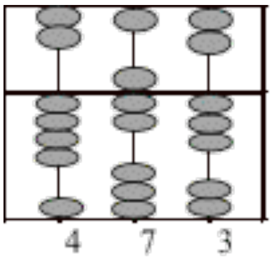
[3] Pour le mode de fonctionnement du boulier, voir le Chapitre 3.

Technique 2 : Activation d'une quinaire et de trois unaires en même temps. Cette technique est experte et économique.
Technologie 2 : Écriture d'un nombre, 8 = 8 unités et 8=5+3.

- **Tâche 2 : Écriture d'un nombre**

Exemple : Écrire 473.

Registre : Matériel et gestuel avec le boulier chinois



Technique : Activation des boules vers la barre centrale. Trois unaires dans les unités, une quinaire et deux unaires dans les dizaines et quatre unaires dans les centaines.
Cette technique possède un très bon degré d'instrumentalité avec le boulier c'est-à-dire une bonne efficacité.
Technologie : La numération positionnelle en base 10. Pour écrire un chiffre supérieur à cinq dans une tige, on le pense comme cinq plus quelque chose. (non-ostensifs)
$473 = 4\times10^2 + 7\times10^1 + 3\times1$ et 7=5+2 (ostensifs)

Registre : Papier-crayon et oral

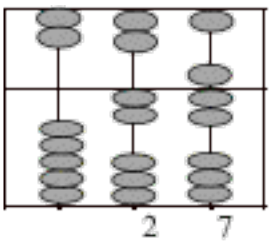
Technique : On entend " quatre cent soixante-treize ". Pour le " quatre cent " c'est conforme au système positionnel pour " soixante-treize ", c'est bien plus compliqué.
Technologie : La théorie est cachée par la routinisation d'écriture.

- **Tâche 3 : Effectuer une addition avec retenue**

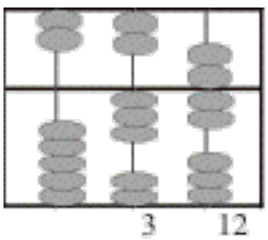
Exemple : Calculer 27+15.

Registre : Matériel et gestuel avec le boulier chinois

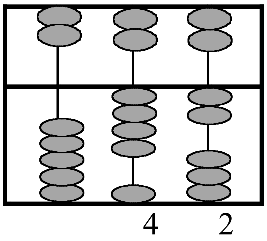
Technique 1 :



Écriture de 27 en activant une quinaire et deux unaires dans la tige des unités et deux unaires des dizaines.
Pour ajouter 15, on écrit par-dessus. On baisse une quinaire des unités et une unaire des dizaines. On obtient alors :



Pour lire ce nombre, il est nécessaire d'échanger dix unités (deux quinaires) contre une dizaine, et on obtient :



Le résultat se lit directement : 42.

Technologie 1 :

$$\begin{array}{rcc} & 2 & 7 \\ + & 1 & 5 \\ \hline & 3 & 12 \\ \hline & 1 & 2 \\ + & 3 & 0 \\ \hline & 4 & 2 \end{array}$$

27=2 dizaines et 7 unités.
15=1 dizaine et 5 unités.
7=5+2.
10 unités = 1 dizaine

On utilise l’équivalence $(0,3)_1\ (2,2)_0 \equiv (0,4)_1\ (0,2)_0$. Cette notation est introduite au Chapitre 3 (p 56-57).

Ou bien :

Technique 2 : On écrit 27, puis on décompose 15 en 20−5. On active deux unaires dans les dizaines et on désactive une quinaire dans les unités, ce qui donne directement le résultat lisible, 42. Cette technique, proche du calcul mental possède aussi un très bon degré d’instrumentalité.
Technologie 2 : 27+15=27+20−5=47−5=42.

Registre : Papier-crayon et oral

$$\begin{array}{rcc} & {}^{1}2 & 7 \\ + & 1 & 5 \\ \hline & 4 & 2 \end{array}$$

Technique :" Cinq et sept, douze. Je pose deux et je retiens un. Deux et un, trois. Et un, quatre. 42 ! "
Technologie : La théorie est cachée derrière l’algorithme routinisé.

La technologie de la tâche 1, la plus élémentaire devient une technique pour les tâches 2 et 3.

Pour que l’enseignement soit pertinent, il est nécessaire de penser les objets mathématiques matériels comme des ostensifs maniables qui sous-tendent des non-ostensifs et des ostensifs manipulables. Le professeur a la charge d’institutionnaliser le lien entre la technique (la manière de faire avec le boulier) et la technologie (la numération, l’algorithme…). De la même manière qu’un élève peut manipuler des ostensifs sans comprendre les non-ostensifs qui les règlent, les ostensifs matériels peuvent se manier sans comprendre les notions mathématiques en jeu, et on se trouve alors dans une situation qui n’a guère de sens pour l’enseignement.

Depuis les années 1950, le soroban s’est répandu au Japon, ce boulier ne possède qu’une quinaire et quatre unaires, c'est-à-dire cinq boules par tige. Ainsi, sur le boulier japonais chaque nombre possède une écriture unique, et il n’est plus possible de faire à la main ni les échanges entre unaires et quinaires d’une même colonne, ni entre les colonnes. Le report des retenues ne peut donc plus se faire concrètement. Le soroban, qui se répand aussi en Chine nécessite de la part de l’utilisateur de connaître un registre de résultats beaucoup plus important, et pour l'enseignement il constitue une perte de sémioticité. D'autre part, les boules du soroban sont taillées de façon à pouvoir claquer plus facilement. Le soroban symbolise donc une évolution récente de la technique, dans l'objectif de calculer plus rapidement. D'ailleurs, écrire 500 est plus rapide sur le boulier que sur une calculatrice…

3.3 Le point de vue de la psychologie

La psychologie s'est intéressée de beaucoup plus près que la didactique aux objets matériels et à leur influence sur la construction des connaissances.

Piaget encourage l'exercice concret en mathématiques qui n'est pas un obstacle pour l'abstraction. Cependant, nous rejoignons sa mise en garde sur l'illusion de vouloir " faciliter les choses en renforçant l'aspect figuratif " (Piaget, 1998, p 250), car à vouloir trop montrer, on opacifie. Piaget soulève le problème des nombres en couleurs (ou réglettes Cuisenaire) en précisant qu'il y a " un verbalisme de l'image aussi dangereux que le verbalisme du mot. " (Ibid, p 250). L'enfant doit manipuler et découvrir par lui-même, mais :

> " Ce matériel peut donner lieu à la tentation de démonstrations faites devant l'enfant par l'adulte seul […] ce qui risque (et ce qui est renforcé par la présence des couleurs) de faire primer […] les aspects figuratifs (perception, imitation et images) sur les aspects opératifs (action et opérations). " (Piaget, 1969, p 71)

Cette technique d'enseignement, imposée par l'État de Genève pendant quelques années, est bien plus difficile qu'il n'y paraît à mettre en place de manière efficace, avec le risque d'un enseignement qui devient intuitif. D'une manière générale il existe des contraintes d'utilisation concernant le matériel pédagogique, comme avec n'importe quel objet que l'on introduit dans la classe.

D'autre part, Rabardel (1999) donne des éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Il définit l'instrument selon deux composantes :

> " D'une part, un artefact, matériel ou symbolique, produit par le sujet ou par d'autres ; d'autre part, un ou des schèmes d'utilisation associés, résultant d'une construction propre du sujet, autonome ou résultant d'une appropriation de schèmes sociaux d'utilisation. L'instrument n'est donc pas "donné", mais doit être élaboré par le sujet au cours d'un processus de genèse instrumentale qui porte à la fois sur l'artefact et sur les schèmes […]. " (Rabardel, 1999, p 210)

Par dimension symbolique, l'auteur entend : " les cartes, les graphiques, les abaques, les tables de multiplication, les méthodes etc. ". Il définit la genèse instrumentale selon ces deux composantes : l'instrumentalisation qui " concerne l'émergence et l'évolution des composantes artefact de l'instrument " et l'instrumentation " relative à l'émergence et à l'évolution des schèmes d'utilisation ".

Cette théorisation est utilisée par Trouche (2002) pour l'étude des calculatrices en classe de mathématiques. Nous rejoignons plusieurs idées clefs du travail coordonné par Guin et Trouche (2002) : la volonté de rapprocher calcul et raisonnement, la nécessaire réflexion pour l'intégration d'un instrument en classe pour une activité mathématique, la notion d'activité expérimentale (Lagrange, 2002a), l'analyse anthropologique des techniques et des ostensifs

(Lagrange, 2002b)… Mais, la genèse instrumentale ne nous est pas apparue comme le cadre théorique le plus adéquat pour notre étude car il ne prend pas en compte toute la dimension des objets mathématiques, les notions *abstrait-concret* et *ostensifs-non ostensifs* c'est-à-dire la composante mathématique intrinsèque. Pour nous, l'étude se situe au niveau des variables didactiques, du rôle du professeur, des techniques mises en œuvres par les élèves, du contrat didactique à établir, etc. pour que l'enseignement soit efficace.

Citons enfin le travail de Uttal, Scudder et Deloache (1997) sur les objets concrets pour l'enseignement, ce que les Anglo-saxons nomment dans leur langue : *manipulatives*. Leur point de vue est que ces objets concrets sont des symboles mathématiques, dans le sens où l'intention des professeurs est de travailler un concept ou un symbole écrit à l'aide d'un support concret. Pour les auteurs, la distinction ferme entre les formes abstraites et concrètes des expressions mathématiques n'est pas justifiée parce que justement, un enseignement en mathématiques avec un support matériel n'est efficace que s'il permet de faire le lien entre le support et d'autres formes d'expression mathématique. Mais, si les élèves ne font pas ce lien, il leur devient nécessaire d'apprendre deux systèmes séparés et l'enseignement est ainsi contre productif. Nous nous situons dans cette analyse.

3.4 Quelques données empiriques

En primaire, l'introduction en classe d'un objet matériel est assez courante, mais ceci n'est plus le cas au collège et encore moins au lycée (calculatrice mise à part). L'idée a été de demander à des professeurs de mathématiques de citer des objets mathématiques pour évaluer ce qu'ils entendaient par ce terme. Cette question n'a pas été posée dans un contexte complètement neutre car elle venait en introduction d'un atelier sur le calcul et les instruments à calculer, en particulier sur le boulier. Le premier questionnaire a été donné en mai 2004 à un public de formateurs IUFM et le second en août 2004 plutôt à des professeurs du Secondaire.

Ainsi, l'analyse a porté sur vingt professeurs (treize femmes et sept hommes) qui ont chacun cité cinq objets mathématiques. Notre échantillon se compose de neuf professeurs du Secondaire (quatre en Collège et cinq en Lycée) et onze du Supérieur (neuf en IUFM et deux à l'Université). Les âges sont entre 35 ans et 61 ans, avec une moyenne de 42 ans environ. (Annexe 1)

Tout d'abord, les objets cités ont été triés par catégories :

- les instruments et machines à calculer, des abaques à l'ordinateur,
- les instruments de géométrie habituellement utilisés en classe : règle, rapporteur, équerre, compas,
- les instruments divers : dé (probabilité), miroir (optique géométrique), sablier (mesure du temps), jeux,
- la géométrie dans un sens plus général (cercle, cube, pavé…) ou parfois il est difficile de distinguer si l'on parle d'objets matériels ou non, en particulier pour les solides,
- la numération et le calcul (nombres) tout proche du thème de l'atelier,
- l'analyse avec les fonctions, primitives, intégrales,
- les concepts propres aux mathématiques : raisonnement, théorèmes.

Ces catégories d'objets ont été regroupées en trois classes : les *objets matériels* c'est-à-dire les instruments, les *objets théoriques* ou intellectuels (numération, calcul, analyse, concepts) et les *objets mixtes* qui peuvent être pensés matériellement ou théoriquement (géométrie) : le cube se dessine et il se construit aussi. Sur 100 objets désignés, environ la moitié des objets (52 exactement) sont des instruments mathématiques c'est-à-dire qu'ils sont matériels.

Environ les deux tiers des sondés (14 personnes sur les 20) ont cité au moins un instrument. Ensuite 30 sont des objets intellectuels (théoriques) et il reste donc 18 objets mixtes.

Même si le thème des ateliers était les instruments à calculer, il n'a été cité que 16 fois des instruments de calcul contre 23 en géométrie. Si on regarde de plus près, ce qui est le plus cité appartient au monde de la classe (de Collège et de Lycée) c'est-à-dire : calculatrice et ordinateur (six fois) et règle, compas, équerre, rapporteur (23 fois). On comprend ainsi pourquoi seulement deux personnes n'ont cité que des objets théoriques (tableau suivant[4]). D'ailleurs, trois de ces objets sont communs aux deux sondés : équation, fonction, primitive (ou intégrale), ce sont deux formateurs IUFM qui probablement manipulent quotidiennement ces objets-là. Les professeurs citent donc des objets proches d'eux, qui font partie de leur activité quotidienne en mathématiques.

Revenons maintenant aux trois classes d'objets : *Comment se répartissent les réponses ?* Commençons par les deux extrêmes : cinq professeurs citent uniquement des instruments et deux des objets théoriques. La moitié ne cite aucun objet théorique et seulement deux, aucun objet matériel (si on considère que les objets mixtes sont potentiellement matériels). On peut donc conclure que pour les personnes interrogées, un objet matériel, qui est le support d'une activité en mathématiques, est désigné par le terme *objet mathématique*. Enfin, seulement six professeurs ont qualifié un objet théorique d'objet mathématique. Il est aussi intéressant de noter que seulement quatre sondés ont cité des objets qui se répartissent dans toutes les classes. C'est-à-dire que pour eux l'objet matériel, ou non, appartient au domaine des mathématiques alors que dans la plupart des questionnaires, les réponses se sont limitées à une zone. Ce questionnaire montre donc la tendance à ne pas mélanger objet mathématique matériel et non matériel. Pour nous positionner par rapport à cette remarque, nous définissons un objet mathématique en rapport à l'activité qu'il implique en mathématiques et non sa qualité matérielle ou intellectuelle.

	Objets matériels	**Objets matériels et mixtes**	**Objets théoriques et mixtes**	**Objets théoriques**	**Objets matériels, mixtes et théoriques**
Collège	2	0	1	0	1
Lycée	1	3	1	0	0
Université	0	1	1	0	0
IUFM	2	1	1	2	3
Total	**5**	**5**	**4**	**2**	**4**

Tableau 4 : Classes des objets mathématiques cités en fonction du niveau d'enseignement des professeurs

En conclusion, deux idées intéressantes sont à noter :

- Les professeurs citent des objets proches d'eux (matériels ou non), qui leur sont familiers en mathématiques.
- Les professeurs ont tendance à citer soit des objets matériels, soit des objets théoriques (avec des objets mixtes), mais plus rarement des objets matériels et théoriques ensemble.

[4] Ce tableau présente le nombre de classes (d'objets cités), mais tous les professeurs n'ont pas cité des objets de chaque classe.

3.5 Essai de classification

Afin de justifier la thématique retenue, à savoir les instruments à calculer, différents ateliers qui pouvaient convenir à notre objectif ont été envisagés. Ce choix répond aux contraintes du centre avec la fabrication des instruments et à celles de l'école avec leur étude mathématique. L'enjeu de cette classification est aussi de montrer que le cas du boulier chinois n'est pas une exception et que différents supports matériels sont envisageables en mathématiques.

Pour que notre réflexion soit complète, il a semblé nécessaire de distinguer trois familles d'objets mathématiques matériels :

- Les objets créés pour un besoin social ou *instruments scientifiques* :

Instruments à calculer : Abaque, boulier, bâtons de Néper, réglettes de Genaille-Lucas, règle à calcul, additionneuse, calculatrices mécaniques, calculatrices électroniques, ordinateur

Instruments à mesurer : Temps (cadran solaire, clepsydre, sablier, horloge, montre électronique), masse (balances), distance (cercle répétiteur, lunette astronomique, laser), température, pression, humidité

Machines à tracer : Pantographes, traceurs de courbes

- Les objets résultant de recherches en mathématiques ou *jeux* :

Formes à géométrie :
Surfaces : Pavages, tangrams, rectangle de Lewis Carroll, ruban de Möbius, mystère de Pythagore
Volumes : Patrons, dés empilements, polyèdres
Symétries : Kaléidoscopes, miroirs

Jeux et casses tête : Tours de Hanoi, pavages, cryptographie

- Les objets créés pour l'école ou *matériel pédagogique* :

Calcul : Bande numérique, réglettes Cuisenaire, balance mathématique, boulier-compteur

Géométrie : Triangles en plastique, équerre, rapporteur, compas d'école

Les objets de la première famille sont le résultat d'une avancée technique de l'homme, ils furent ou sont encore utilisés dans la vie courante ou par des savants (instruments à calculer ou à mesurer, machines à tracer). Ils sont le fruit d'un besoin social : faire des calculs fiables pour les comptes, pour la navigation en mer… Ils témoignent du savoir savant et permettent de développer une dimension historique et épistémologique de l'enseignement des mathématiques. On les désigne parfois par *instruments scientifiques* par opposition aux *instruments techniques* (Hébert, 2004). S'ajoutent à cette liste les œuvres artistiques : architecture, peinture… dont la réalisation nécessite un recours à des calculs mathématiques.

Pour les machines à calculer, la progression est historique : *Quels sont les instruments que l'homme a inventés pour dénombrer et compter de manière simple, efficace et sûre ?* Après les dix doigts des mains, il a utilisé les jetons de l'abaque, le boulier (encore très répandu en Chine), les réglettes pour multiplier, les calculatrices mécaniques (pour alléger le travail des comptables) et les tables à calculs utilisées jusque dans les années 1970 dans les bureaux d'études avant l'invention des calculettes électroniques. Enfin depuis quelques années, l'ordinateur a mis un terme à la concurrence entre machines numériques (mécaniques) et analogiques (les paramètres sont reliés par des relations mathématiques : tables à calculs, astrolabe, calculette électronique).

La mesure est une activité qui préoccupa beaucoup les mathématiciens, remarquons que géométrie signifie arpentage c'est-à-dire mesure des grandeurs. Comment mesurer la circonférence de la terre, la distance terre-soleil, la vitesse de la lumière ? Comment se repérer sur une carte en pleine mer ? Comment mesurer le temps ? Comment comparer des masses ? Ces questions ont trouvé des réponses grâce à des compétences mathématiques combinées à des outils techniques. D'ailleurs, la théorie ne précède pas toujours la technique, parfois certains objets techniques ont devancé l'explication mathématique, c'est le cas en optique par exemple. Ce thème permet de plus d'aborder les questions délicates de précision et d'approximation des mesures.

Ensuite, toujours avec une forte valeur historique et même épistémologique, on peut imaginer une catégorie d'objets à tracer. Cette approche est mise en pratique dans le laboratoire de mathématiques du Musée Universitaire des Sciences et des Instruments Scientifiques de Modène en Italie. Les machines mathématiques sont classées en plusieurs familles : les pantographes, les traceurs de courbes et diverses machines. Quel est le point commun entre Descartes, Newton, De l'Hospital, Pascal et Cavalieri ? Ils se sont tous penchés sur la réalisation d'un traceur de courbes ! Comment tracer une ellipse, une cycloïde ? La dernière famille est celle des maquettes pour visualiser des propriétés importantes, des théorèmes, des sections de coniques, des transformations…

La deuxième famille comporte aussi une valeur historique. Ces objets symbolisent une ouverture sur un problème mathématique qui a été ou est encore d'actualité. On parle souvent de *jeux mathématiques*. Combien existe-t-il de polyèdres réguliers convexes ? On peut en construire ou en dessiner cinq, mais n'en existe-t-il pas d'autres ? Parfois, comme l'exemple précédent, c'est lors de la fabrication de ces objets que l'on fait appel à certaines notions mathématiques (géométrie élémentaire) et non pas seulement lors de l'étude a posteriori. Ou encore : *Quel est le nombre minimum de déplacements pour la tour de Hanoi ? Si la tour n'est pas disposée dans l'ordre au départ existe-t-il toujours une solution ?* Cette question a été étudiée par l'équipe Combinatoire Naïve du laboratoire Leibniz de Grenoble. Et sur plus de trois poteaux ? La question n'est pas résolue !

La troisième famille est constituée d'objets créés dans un but d'enseignement, pour la classe. On les appelle parfois *matériel pédagogique* dans les catalogues pour les écoles. Les réglettes Cuisenaire par exemple, sont beaucoup utilisées par l'école Montessori pour travailler en arithmétique. Ce sont des objets créés pour l'enseignement. La question que l'on se pose alors est : *Pourquoi utiliser des artifices quand l'histoire nous donne des objets pour apprendre à compter ? Les réglettes Cuisenaire ont-elles un intérêt supplémentaire ?* Pour le boulier la réponse est immédiate : le boulier-compteur utilisé au début du 20$^{\text{ème}}$ siècle dans les écoles en France comportait dix boules par tige, le problème est que la lecture est très délicate, l'œil a du mal à distinguer trop de boules. En un seul coup d'œil, on peut dénombrer quatre éléments au maximum. On peut bien sûr lire les nombres en utilisant les compléments à dix, c'est-à-dire sept se lit parce que trois boules ne sont pas activées, mais il est alors nécessaire de connaître les compléments à dix des nombres. Par contre les bouliers chinois et japonais résolvent ce problème : certaines boules valent cinq, ce qui permet une lecture rapide et sûre de tous les nombres. En plus, d'après notre étude de DEA, les enfants préfèrent construire et utiliser des objets *utiles à quelque chose*, c'est-à-dire qui symbolisent un aboutissement de la pensée humaine plutôt que des jeux comme les tangrams.

La thématique des machines à calculer a donc été retenue. Cet atelier présente l'avantage d'aborder différents thèmes : l'histoire de la numération, du calcul, de sa mécanisation. Le calcul est une partie importante du programme du primaire qui inclut maintenant l'étude de la calculatrice. Pour comprendre tout l'enjeu de celle-ci, il est très intéressant de réfléchir aux instruments qui ont été inventés par l'homme pour l'aider dans ses calculs.

4. Conclusion

Nous affinons donc le contexte de cette recherche : en nous inspirant de la pratique expérimentale du mathématicien, notre intention est de développer en classe de mathématiques, un travail expérimental par l'étude d'objets mathématiques matériels dont nous avons montré la qualité d'ostensifs maniables. L'expérimentation est nécessaire à la pratique mathématique du chercheur et aussi à celle des élèves (Grenier et Payan, 2003). Parmi différents choix possibles (les machines à tracer, les jeux de combinatoire..), nous avons retenu l'étude des instruments à calculer pour montrer les pratiques expérimentales envisageables. En analysant trois tâches données : inscrire un chiffre, inscrire un nombre et effectuer une addition sur le boulier chinois, nous avons montré que chaque tâche est soutenue par au moins une technique, elle-même révélatrice d'une technologie particulière. Ainsi, nous pouvons conclure que le boulier chinois est un ostensif maniable. Nous poursuivons au Chapitre 5 l'étude du boulier comme situation de recherche.

Chapitre 3 : Étude historique et mode de fonctionnement des instruments à calculer

Ce chapitre justifie le choix de l'atelier sur les instruments à calculer. Tout d'abord, nous situons les différents instruments à calculer au niveau historique. Ensuite, nous développons le fonctionnement des instruments qui constituent l'atelier c'est-à-dire le boulier chinois, les bâtons de Néper et de Genaille-Lucas, et la règle à calcul. Enfin, nous proposons une définition théorique de la retenue, notion indispensable pour imaginer construire des instruments à calculer efficaces. En effet, la compréhension de la notion de retenue est très liée au système de numération positionnelle et aux algorithmes de calcul.

1. Une histoire des instruments et machines à calculer

La particularité pour nous est que l'histoire de la mécanisation du calcul est au carrefour de l'histoire des techniques et de celle des mathématiques, avec les concepts et priorités de chaque domaine. Mentionnons tout d'abord que " l'histoire de la machine à calculer reste à écrire, histoire certes difficile, tant les sources sont partielles, parcellaires " (Decaillot, 1999, p 141).

Afin d'éviter toute ambiguïté sur le vocabulaire que nous employons, nous nous référons à la classification (en histoire des techniques) de Marguin (1994) sur les instruments et machines à calculer. Pour l'auteur, les tables de comptes, jetons et bouliers sont considérés comme des *instruments primitifs* ; les bâtons et réglettes ainsi que les additionneurs rectilignes sont des *instruments arithmétiques*. Viennent ensuite les *machines arithmétiques* : additionneuses, inscripteurs, multiplicatrices… Les machines se distinguent des instruments par leur automatisation de la retenue. C'est cette charnière entre l'opération humaine du report de la retenue et son automatisation que nous allons particulièrement explorer.

De plus, l'auteur distingue :

> " - les *instruments et machines numériques* qui, par définition traitent de nombres entiers et dont la précision dépend uniquement du nombre de digits pris en compte ;
> - les *instruments et machines analogiques* basés sur des mesures de grandeurs continues, géométriques (longueurs, angles, etc.) ou physiques (force, poids, etc.) et dont les résultats ne sont qu'approchés.
> Ensuite, sont introduites les notions d'*instrument* et de *machine*, puis d'autres critères comme la nature des opérations effectuées (addition et multiplication) et enfin des caractères anatomiques (type de reporteur ou d'entraîneur) et morphologiques (forme rectangulaire ou circulaire).
> On obtient ainsi une classification arborescente.
> À cette classification méthodique, il manque la perspective du temps. " (Marguin, 1994, p 198)

Reprenons une chronologie sur les instruments et machines à calculer en privilégiant ceux qui nous intéressent particulièrement : le boulier, les bâtons à multiplier, l'additionneuse et la règle à calcul.

1.1 L'évolution des instruments pour calculer

1.1.1 Les outils naturels

" Le plus ancien auxiliaire de calcul est la main, origine probable de la numération décimale " (Marguin, 1994, p 17). Le calcul digital (avec les dix doigts de la main) permet de représenter un nombre et il remplace le calcul mental. Ensuite viennent des *outils naturels* c'est-à-dire des cailloux et des bâtons, le mot calcul provient du latin *calculus* qui désigne un petit caillou. Ces outils, utilisés pour dénombrer du bétail ou tenir des comptes sont à l'origine du calcul médiéval aux jetons, des abaques et des bouliers. Ils ont vraisemblablement favorisé l'apparition de la numération écrite, en Mésopotamie au troisième millénaire avant notre ère.

Dès la plus haute Antiquité, des *outils spécialement fabriqués* pour la manipulation des nombres sont mis au point : des entailles dans des tiges de bois ou des os, ce procédé pourrait avoir donné naissance à la numération romaine : V, X, M peuvent être représentés par des entailles croisées. Citons aussi plus tard, les nœuds sur des cordes : les *Quipus* des Incas, au $15^{ème}$ siècle.

Les *premiers instruments* de calcul sont l'abaque, le calcul aux jetons et le boulier. L'abaque à poussière avec un stylet date de l'Antiquité et l'abaque avec des cailloux date, pour le plus ancien retrouvé, du $4^{ème}$ siècle avant J.-C. Quant à l'abaque portatif romain fabriqué avec des rainures et des boutons liés à l'abaque, il n'est pas impossible qu'il soit " à l'origine des bouliers russes et persans, puis asiatiques, puis chinois et japonais " (Schärlig, 2001). Ensuite, au Moyen-Âge, le calcul aux jetons (proche du calcul avec un boulier) sera très utilisé par les commerçants en Europe occidentale jusqu'à la fin du $18^{ème}$ siècle. Celui-ci coexistera plusieurs siècles avec le calcul écrit qui se répand en Europe à la fin du $19^{ème}$ siècle.

Une autre méthode employée par les Babyloniens et les Égyptiens pour faciliter les calculs, était de constituer des *tables* pour répertorier les calculs usuels afin de ne pas les effectuer à chaque utilisation.

1.1.2 Le boulier

Avant l'apparition du boulier, les Chinois utilisaient des baguettes à calculer vraisemblablement positionnées sur des tables de compte (Martzloff, 1987). Les plus anciens manuels chinois dans lesquels figurent des indications sur les techniques de calcul datent du premier millénaire avant notre ère. Les calculs s'effectuent avec les baguettes à calculer et se commencent par l'unité d'ordre le plus élevé, ce qui permet d'avoir rapidement un ordre de grandeur du résultat, mais cette technique pose problème pour reporter des retenues… Il semble évident que cet instrument, qui ne permet pas un report facile des retenues n'ait pas pu se développer. Les règles de calcul misent au point pour les baguettes s'utilisent aussi sur le boulier (divisions, extraction de racines...) sur lequel il est aussi nécessaire de connaître les tables de multiplication pour effectuer des calculs.

Le boulier est formé d'un cadre et de boules fixées sur des tiges, ce qui permet une utilisation aisée. Il forme un objet complet pour le calcul depuis le $12^{ème}$ siècle en Chine. À la fin du $16^{ème}$ siècle, les mathématiques chinoises " se réduisaient à presque rien, à peine plus que le calcul au boulier ", et " aux $17^{ème}$ et $18^{ème}$ siècles, rien ne pouvait être mis en parallèle avec les progrès révolutionnaires dont la science européenne était le théâtre " (Martzloff, 1987). En fait, d'importants travaux mathématiques datant du $2^{ème}$ siècle avant J.-C. n'ont été redécouverts qu'à partir du dernier quart du $18^{ème}$ siècle en Chine (puis dès le début du $19^{ème}$

en Europe). En Chine, au milieu du 15ème siècle, le boulier, l'instrument des marchands remplace progressivement les baguettes à calculer.

La région Centre-Ouest est un terrain favorable à l'apparition du boulier car elle forme un carrefour commercial et novateur important à cette époque. Le boulier japonais semble être apparu au 15ème siècle (au Japon) mais il ne se popularisera que deux siècles plus tard et coexistera jusqu'à la fin du 19ème siècle avec le boulier chinois ; c'est donc à cette période que la pratique du boulier au Japon devient exclusivement celle du soroban. Aujourd'hui, même la Chine s'initie au soroban. En Chine et au Japon, les techniques du boulier sont enseignées à l'école encore de nos jours.

Actuellement, trois types de bouliers sont d'usage courant : le stchoty russe (dix boules par tiges avec les cinquièmes et sixièmes d'une couleur différente), le suan-pan chinois (sept boules réparties sur deux rangées) et le soroban japonais (cinq boules triangulaires réparties sur deux rangées).

Les calculs avec le boulier pour un utilisateur expert s'effectuent très rapidement, parfois même plus rapidement qu'avec une calculatrice :

> " On estime généralement que le calcul mental basé sur l'utilisation du boulier est deux fois plus rapide que le calcul à la main au boulier qui est lui-même plus rapide, après un certain entraînement, que le calcul sur machine électronique pour l'addition et la soustraction. Avec un entraînement plus poussé, la multiplication devient elle-même plus rapide sur boulier ; pour la division, tout dépend de la précision souhaitée " (Cumin et Hossenlopp, 1994, p 61).

Marguin (1994) présente le boulier comme " le premier véritable instrument de calcul autonome et portatif " (p 23). Il poursuit en remarquant que " les techniques et doigtés des bouliers orientaux sont encore systématiquement enseignés aux écoliers. Les automatismes gestuels, acquis dès le plus jeune âge, déchargent le calculateur de toute réflexion et font de ces instruments des aides efficaces et sûres " (p 25). L'utilisation du boulier devient donc machinale, automatique. Il nous paraît donc possible de nommer *machine* l'ensemble formé par un boulier et un utilisateur averti. La frontière entre machine et instrument est poreuse, du moins il est possible de considérer le boulier comme un instrument et c'est là que l'utilisateur semble pouvoir réaliser un apprentissage : visionner une écriture décimale, effectuer un calcul, vérifier avec le calcul mental. Il nous faut donc distinguer le *boulier-instrument* qui est un instrument d'acquisition du calcul et le *boulier-machine* qui est une machine arithmétique.

1.1.3 Les additionneuses

Dans la lignée des bouliers, on trouve les additionneuses. Celles-ci juxtaposent des échelles graduées (rectilignes ou circulaires), coulissant sous des lucarnes. La plus ancienne additionneuse (Caze, 1720) est composée de réglettes mobiles que l'on déplace avec un stylet mais aucun dispositif de retenues n'est prévu. En 1847, Kummer munit " la partie supérieure des rainures où coulissent les réglettes, d'une crosse qui permet, sans lever le stylet, de faire avancer d'un cran la réglette d'ordre supérieur. Le report manuel devenait si naturel qu'il supprime la nécessité d'un report mécanique " (Marguin, 1994, p 27). Là aussi la limite entre instrument et machine se rétrécit, la retenue devient un réflexe de la main et le couple *additionneuse-utilisateur* se confond dans la définition de la machine arithmétique.

L'additionneuse à crosse inspirera nombre d'inventions, des additionneuses de poche (Addiator, Addimax, Tasco…) seront fabriquées jusque dans les années 1960. L'additionneuse est d'usage simple pour réaliser des additions et des soustractions, mais moins pertinent pour les multiplications et divisions.

Remarque sur le principe de fonctionnement des additionneuses :

Nous avons réalisé un modèle géant en carton, en démonstration aux *Domaines.* Pour écrire un nombre, on descend les tirettes de chaque colonne. Pour additionner, on réécrit par-dessus, si on bute en bas, il faut remonter la tirette et passer à la tirette immédiatement à gauche (on passe la retenue). Par exemple pour effectuer le calcul 27+4, on écrit 27, et comme 27+4=31 il y a une retenue et le +4 s'effectue en –6+10 c'est-à-dire –6 unités et +1 dizaine. Pour soustraire, on remonte les tirettes. Pour multiplier, c'est le principe des additions successives. On peut aussi inscrire les résultats partiels des multiplications sur la machine (à la place de le faire sur papier) et lire le résultat final.

1.1.4 Les réglettes à multiplier

Souvent utilisés en complément de l'additionneuse, les bâtons ou réglettes de Néper sont bien plus efficaces pour effectuer des multiplications. Le mathématicien écossais John Néper (Napier, en anglais) publie en 1617 *Rhabdologia*, dans lequel il explique un " procédé original de multiplication basé sur une représentation de la table de Pythagore ". (Marguin, 1994, p 30). En effet, chaque bâton correspond à une table de multiplication inscrite dans des cases où l'on sépare par une diagonale le chiffre des dizaines et celui des unités. Pour effectuer une multiplication, on additionne les chiffres, diagonale par diagonale, mais le report des retenues doit être réalisé par le calculateur. Les bâtons de Néper sont donc des *instruments* qui nécessitent des connaissances mathématiques pour effectuer les calculs intermédiaires, ou du moins la connaissance de certaines règles. Ces réglettes seront d'usage par la suite sous forme de cylindres et de disques en Europe jusqu'à la moitié du 19ème siècle.

Notons brièvement que les réglettes de Néper sont aussi (potentiellement) un outil de travail disponible pour les techniciens astronomes chinois au milieu du 17ème siècle. En effet, les missionnaires jésuites implantés en Chine depuis la fin du 16ème siècle ont traduit en chinois des résultats d'astronomie (mouvements célestes, éclipses…) et de mathématiques en particulier la présentation d'instruments à calculer : réglettes de Néper, compas de proportion de Galilée, tables numériques, formules trigonométriques planes et sphériques. Le résultat est regroupé dans *Le Livre calendérique de l'ère Chongzhen* (1630-1635).

Diverses améliorations des bâtons de Néper sont recensées, mais la plus pertinente est celle d'Henri Genaille et de ses réglettes multiplicatrices mises au point en 1885. Nous parlerons des réglettes multiplicatrices de Genaille-Lucas car la question de fabriquer des réglettes a été posée par Édouard Lucas et la réponse apportée par Henri Genaille. La lecture est ici directe, par un jeu de triangles qui guident l'œil ; aucune addition intermédiaire n'est nécessaire, on approche donc ici la définition de la machine arithmétique. Ces réglettes commercialisées par Belin, connurent un franc succès jusque dans les années 1910. Genaille imagina divers instruments comme les réglettes multisetrisectrices pour la division (aidé pour la conception du mathématicien français Lucas), des réglettes financières, des appareils arithmétiques ainsi qu'une machine à calculer électrique (qu'il ne construira jamais).

Précisons qu'à l'interrogation de la banque de données de la collection du Musée des Arts et Métiers à Paris [5], on obtient 36 objets dont l'auteur est Henri Genaille et 102 pour Édouard Lucas (par auteur, on entend : auteur intellectuel ou matériel ou origine de l'œuvre). Cette remarque permet de mieux estimer l'imagination et le talent de Genaille et de Lucas… Pour Néper, la recherche donne 25 objets (pour certains objets les trois auteurs sont cités simultanément).

1.1.5 Le point de vue du mathématicien français : Édouard Lucas (fin 19ème)

Pour ce paragraphe, nous nous référons à des sources primaires, les textes originaux de Lucas. En effet, il nous est paru intéressant de présenter quelques passages où Lucas donne son avis sur les bâtons de Néper et ceux de Genaille, ainsi que sur le boulier.

Tout d'abord, reprenons une brève biographie de Lucas (1842-1891), exposée dans Chabert (1994) :

> " Élève de l'École Normale d'Amiens, Lucas est ensuite employé comme assistant à l'Observatoire de Paris. Après avoir été officier durant la guerre avec la Prusse, il enseigne à Paris au Lycée au Lycée Saint-Louis et au Lycée Charlemagne. En théorie des nombres, les recherches de Lucas portent sur les tests de primalité et les problèmes de factorisation : en 1876, il montre que le nombre de Mersenne ($2^{127}-1$) est premier. Lucas effectue quelques recherches originales sur l'arithmétisation des fonctions elliptiques et les suites de Fibonacci. Ses *Récréations mathématiques* sont un classique du genre. " (Chabert, 1994)

Comme nous allons le voir ci-après, Lucas témoigne de préoccupations certaines concernant l'enseignement des mathématiques et en particulier celui de l'arithmétique.

Dans ses *Récréations mathématiques* (1885), Lucas reprend une Conférence donnée en 1884 au Congrès de *L'association française pour l'avancement des Sciences,* sur le calcul et les machines à calculer[6] (p 27 à 84). Il commence par rappeler les bienfaits du calcul mental dont il ne faut toutefois pas abuser :

> " Il ne faudrait pas laisser se développer outre mesure, chez les enfants, cette faculté du calcul mental ; mais il est bon, pourtant, de la leur faire acquérir dans le jeune âge. Elle se conserve plus tard et facilite beaucoup l'étude de toutes les sciences. Les plus grands mathématiciens ne l'ont point dédaignée […]. " (Lucas, 1885, p 30)

Il poursuit en présentant, en particulier, un *boulier universel* qui ressemble à un damier de dix cases par dix cases numérotées de zéro à neuf et en unités, dizaines… et dont le principe est celui des additionneuses, le raisonnement est le même mais ici, tout est manuel. Pour Lucas, cet instrument est particulièrement adapté à l'enseignement de l'arithmétique :

> " Élevons successivement les pions à la droite en disant : un, deux, trois, quatre, …, neuf. Nous voici au sommet de la colonne de droite, nous ne

[5] http://cugnot.cnam.fr:8000/simmam/internet.html

[6] Dans cette Conférence, Lucas présente aussi les principes du jeu de la Tour de Hanoi. (p 55 à 57)

> pouvons continuer ; remettons ce pion à zéro dans sa colonne et élevons d'un rang le pion de la seconde colonne à droite ; nous disons dix. Puis nous recommençons à droite, en comptant dix-un, dix-deux,… , dix-neuf. Arrêtés de nouveau nous abaissons à zéro, et nous élevons d'un rang le deuxième pion à droite, pour marquer vingt et ainsi de suite. On écrit ainsi tous les nombres avec une notation analogue à celle des notes de musique. " (Lucas, 1885, p 51)

Il présente ensuite les bâtons de Néper (explications et schéma) et conclut que " la multiplication se trouve ramenée à l'addition ; la division, sans tâtonnements, à la soustraction, et ces opérations sont d'autant plus facilitées qu'il s'agit de nombres plus grands. " (p 77) Il qualifiera quelques années plus tard la méthode de Néper " d'ingénieuse méthode de calcul pour simplifier la multiplication et la division. " (Lucas, 1891, p 30) ; puis expose la méthode de fabrication des réglettes et précise que " pour l'enseignement, on les appuie sur un tableau muni d'une rangée de clous sur la ligne horizontale supérieure ; on peut y suspendre des planchettes, préalablement percées d'une ouverture à la partie supérieure " (Lucas, 1891, p 30). L'idée d'un enseignement du calcul avec des instruments n'est donc pas nouvelle, Lucas la préconisait déjà à la fin du 19ème siècle !

Bien sûr, Lucas vante ensuite les mérites des réglettes de Genaille :

> " La manœuvre […] est aussi facile que celle qui consiste à suivre un chemin à travers un labyrinthe, au moyen de mains indicatrices dessinées sur des poteaux placés aux carrefours. ". […] " Vous avez dans ces deux boîtes les produits partiels de tous les nombres jusqu'à vingt chiffres ; or, si l'on voulait cataloguer tous ces résultats dans des volumes de 1 000 pages à 100 lignes à la page, il faudrait pour contenir ces volumes une centaine de millions de bibliothèques comme la Bibliothèque Nationale, en supposant qu'elle renferme 10 millions de volumes ! C'est là toute l'économie de ce système. " (Lucas, 1885, p 82).

Ou encore dans son ouvrage de 1891 :

> " Mais nous devons signaler surtout les réglettes de Genaille qui donnent sans aucune addition tous les produits partiels.
> Nous avons publié à la librairie Belin, à Paris en 1885, en collaboration avec M. Genaille, quatre boîtes de réglettes pour la simplification des calculs, à savoir :
> Les *Réglettes multiplicatrices*, appareils à calculs exacts et instantanés pour simplifier la multiplication et la division.
> Les *Réglettes multisectrices*, appareils à calculs exacts et instantanés pour simplifier la division.
> Les *Réglettes financières* pour simplifier les calculs financiers et commerciaux.
> Les *Réglettes néperiennes*, joujoux calculateurs ayant pour but de simplifier l'étude et de faciliter la pratique des opérations de l'Arithmétique.
> Depuis quelques années, M. Genaille a su résoudre, d'une manière simple et complète, le problème difficile de la multiplication et de la division des grands nombres par une méthode absolument géométrique ; mais ses admirables appareils sont encore inédits. " (Lucas, 1891, p 31)

Pour Lucas, ces réglettes sont résolument un moyen de *simplifier* (mot employé à six reprises dans le passage précédent) les calculs. Notons que pour ce mathématicien, la multiplication et la division des grands nombres sont qualifiées de " problème difficile ", l'évolution de la représentation de ces opérations a donc été fulgurante en un siècle, grâce bien sûr à la généralisation des calculettes et des ordinateurs.

1.2 La mécanisation du calcul

Pour comprendre l'histoire des machines à calculer, il est nécessaire de visualiser en parallèle les évolutions du machinisme et de la numération.

On retrouve les premières machines en Grèce Antique, au 4ème siècle avant J.-C., ce sont des machines de forces : " machines de levage et machines de guerre, à base de vis, engrenages, poulies et leviers " (Marguin, 1994, p 39). À peu près à la même époque, à Alexandrie, des machines dites *abstraites* sont déjà connues : clepsydres, orgues, machines théâtrales, automates. Elles fonctionnent sur des principes hydrauliques et pneumatiques ; mais il faudra attendre le haut Moyen Âge pour que les moulins à eau et à vent se répandent dans les campagnes.

Le machinisme trouvera un fort essor à la Renaissance avec en particulier les horloges mécaniques qui apparaîtront à la fin du 13ème siècle, ce qui signifie que les matériaux et les techniques de formage et d'assemblage sont maîtrisés pour réaliser de véritables chefs-d'œuvre. D'ailleurs, on peut considérer que dès ce moment-là, il existe un moyen de calcul en base 60. C'est le principe de l'horloge que de comptabiliser les secondes, de les regrouper en minutes au bout de 60, ensuite au bout de 60 minutes on a une heure. C'est une machine à calculer qui ne mesure que le temps.

La mécanisation du calcul (tout comme le calcul écrit) n'est possible que grâce à l'utilisation d'une numération de position où " chaque chiffre occupe une place qui correspond à son ordre décimal, l'absence de chiffre étant marquée par le chiffre zéro. " (Marguin, 1994, p 40). " L'idée de fractions décimales est très ancienne, mais celles-ci ont longtemps coexisté avec d'autres fractions, fondamentalement non décimales, comme les quantièmes égyptiens ou comme les persistantes fractions sexagésimales " (Chabert et alii, 1994, p 45). Pour utiliser systématiquement des fractions décimales il a fallu, auparavant, que s'installe une numération décimale et positionnelle.

En Chine antique un système d'unité à variation majoritairement décimale fut mis en place au 3ème siècle avant J.-C., lors de l'unification des poids et mesures. Mais l'apparition des fractions décimales nécessitait des bases théoriques solides :

> " Il fallait, en particulier, que le sens concret (longueur, volume, poids, etc.) initialement attaché aux diverses unités de mesure soit dépassé, et que ces unités deviennent en quelque sorte de purs marqueurs décimaux positionnels sans signification concrète particulière. Il fallait aussi, plus tard, que ces marqueurs disparaissent pour laisser place à la notion de nombre plus abstraite, indépendante de tout système d'unités. […] La maîtrise des fractions décimales fut pleinement acquise à partir du 13ème siècle, et dès lors, un auteur comme Qin Jishao, l'inventeur du théorème des restes chinois, utilisait à volonté les fractions décimales. " (Chabert et alii, 1994, p 45)

Il nous faut donc préciser que Simon Stévin n'est pas l'inventeur des fractions décimales, celles-ci existaient depuis longtemps ; en revanche il a introduit une écriture décimale permettant de se " libérer de la manipulation des fractions " comme il le précise dans son ouvrage : *La Disme* (le Dixième) en 1585. L'ambition de ce texte est d'éliminer les nombres rompus (c'est-à-dire les fractions) et d'effectuer selon " une arithmétique inventée par la dixième progression, tout compte se rencontrant aux affaires des hommes astrologues, arpenteurs, mesureurs de tapisseries, graveurs, stéréomètres en général, maîtres de monnaie et à tous les marchands. "

Ainsi, lorsque la première machine arithmétique est inventée au début du 17ème siècle, cela faisait deux siècles que les connaissances nécessaires à sa réalisation étaient connues… Pour Marguin (1994), à cette époque il existe une distinction claire et établie entre l'arithmétique, propre à la pensée humaine et la mécanique :

> " Seuls des esprits hors du commun pouvaient s'affranchir de ces catégories et transgresser le tabou pour s'aventurer dans la simulation mécanique d'un processus mental. Car il s'agissait bien de faire réaliser par une machine une opération de l'esprit, encore inaccessible au plus grand nombre." (Marguin, 1994, p 42).

Sur ce point, notre opinion est qu'il ne faut pas sous-estimer la connaissance mathématique nécessaire à la réalisation d'une machine. L'utilisation d'un système de numération positionnelle est indispensable, ainsi que la compréhension des algorithmes de calcul, en particulier la notion de retenue que nous étudions plus spécifiquement au dernier paragraphe de ce chapitre. Les questions du type : *Peut-on prévoir la retenue ? Comment la gérer et l'écrire ?* doivent être élucidées pour mécaniser les calculs. À une époque où les chiffres romains et les tables à jetons sont encore utilisés, il fallait faire preuve d'un très haut niveau mathématique pour mécaniser les calculs. À cela, il fallait bien sûr ajouter un environnement où les compétences techniques étaient disponibles.

Les premières machines seront réalisées par des savants, théologiens, mathématiciens, astronomes ou philosophes : Schickard (1623), Pascal (1642) et Leibniz (1673). Nous sommes bien ici en présence de machines, qui automatisent le système de report des retenues. Celles-ci réalisent des multiplications sur le principe des additions successives, pour la multiplication directe c'est le Français Léon Bollée en 1889 qui aura l'idée " d'un mécanisme qui effectue la multiplication sans passer par des additions répétées " (Marguin, 1994, p31), son mécanisme repose sur une plaque de Pythagore et des tiges de longueurs différentes. La première machine à divisions directes : la Madas verra le jour en Suisse en 1908.

Le 19ème siècle et la révolution industrielle marquent le début de l'ère de la productivité, du rendement, du gain. La première machine à calculer qui répond à ces contraintes est l'Arithmomètre du français Thomas de Colmar (1820). Son succès commercial lui valut d'être imitée dans le monde entier mais elle ne rentra en concurrence avec d'autres inventions qu'à la fin du 19ème siècle (Odhner en Suède, Felt et Tarrant en Amérique). De multiples idées de mécanismes nouveaux verront le jour, en particulier l'anglais Babbage avec sa machine analytique (1840).

La machine à calculer devient *calculatrice* dès le début du 20ème siècle et se fabrique en série dans des usines disposant de l'énergie électrique (dès 1910). Le développement de l'industrie et du commerce va nécessiter des outils adaptés pour tenir les comptes des entreprises. La concurrence est rude et quantité de modèles seront fabriqués aussi bien mécaniques qu'électriques (à partir de 1920). La première calculatrice mécanique portative : la Curta surnommée le moulin à café date de 1948. Les calculatrices mécaniques régneront dans les bureaux jusque dans les années 1975. La calculatrice devient *calculette* (électronique) en 1961.

Il est trop rapide et inexact d'affirmer que l'ordinateur descend des machines à calculer mécaniques. Ces dernières ont une fonctionnalité bien plus réduite que l'ordinateur qui traite des informations multiples. Cependant, remarquons que trois idées : la programmation, le branchement conditionnel et le calcul binaire sont présentes dans le principe de l'ordinateur et proviennent des machines analytiques (Babbage, Torrès) pour les deux premiers, et de la formalisation du raisonnement (Leibniz, Boole) pour le dernier.

Remarque sur les instruments et les machines analogiques :

L'exposé précédent se focalise sur les machines arithmétiques dont le principe repose sur les nombres entiers (instruments numériques), celles-ci sont adaptées aux calculs comptables stricts et précis. Pour manipuler des grandeurs arrondies, les instruments analogiques, qui traitent des valeurs continues sont plus appropriés. Pour des calculs logarithmiques ou trigonométriques, les ingénieurs et physiciens ont utilisé la fameuse *règle à calcul* et cela jusque très récemment.

La graduation en échelle logarithmique a été imaginée en 1620 par Günter alors que Néper n'avait inventé les logarithmes que six ans auparavant. Quelques années plus tard l'idée de joindre deux règles coulissantes et un curseur (Partridge, 1657) donna sa forme à la règle à calcul dont l'usage se répandit en France à partir de 1815 ; on peut donc estimer sa longévité à plus de deux siècles et demi. Des variantes existent sur des cylindres.

Planimètres, intégraphes et analyseurs harmoniques sont aussi des instruments analogiques. Les machines algébriques (analogiques) permettent de calculer des fonctions quelconques et de résoudre des équations.

En conclusion, reprenons les dates qui illustrent notre étude, au carrefour de l'histoire des instruments à calculer et de la numération en base dix.

Fin 13ème siècle : Horloges mécaniques
15ème siècle : Numération et calcul indiens connus mais non répandus en Europe
1585 : *La Disme* de Stévin (puissances négatives)
17ème siècle : Machines arithmétiques (1623 Schickard, 1642 Pascal, 1673 Leibniz)
1745 : *Arithmétique par les jetons* de Le Gendre
1948 : La Curta, première machine à calculer mécanique portative

2. Le fonctionnement des instruments à calculer

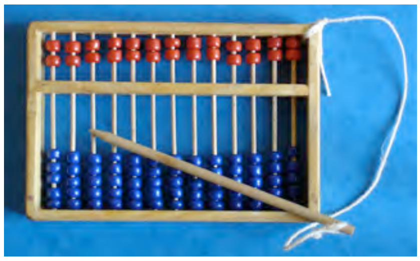
Nous présentons les instruments qui constituent l'atelier *Instruments à calculer* c'est-à-dire le boulier chinois, les règles à multiplier (Néper et Genaille-Lucas) et la règle à calcul. Nous proposons ici de découvrir ces instruments et de comprendre leur mode de fonctionnement. Les deux questions de fond sont : *Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ?*

Pour l'étude du mode de fonctionnement en classe, on se reportera au Chapitre 5 sur les situations de recherche et pour une progression en classe sous forme d'exercices, au paragraphe suivant.

2.1 Le boulier chinois

2.1.1 Le principe du boulier chinois

Le boulier chinois commercialisé



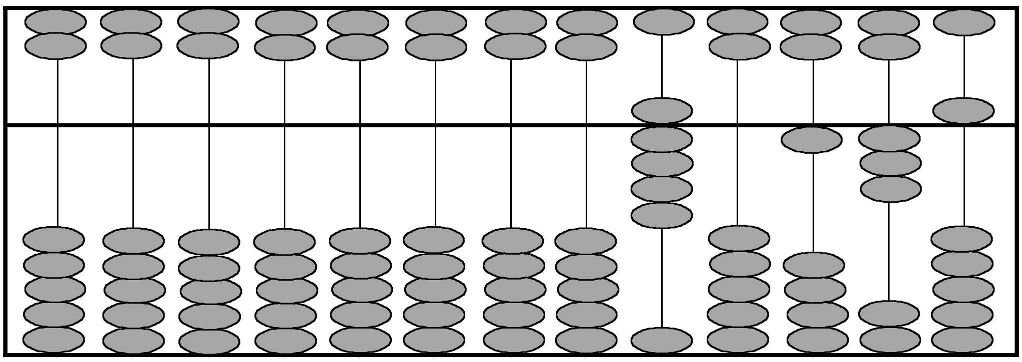
Le boulier chinois fabriqué aux *Domaines*

La trace d'un usage d'un système décimal remonte au 14ème siècle avant J.-C. en Chine, celle-ci a donc précédé l'Europe de 2 300 ans ! Pour Temple (1987) :

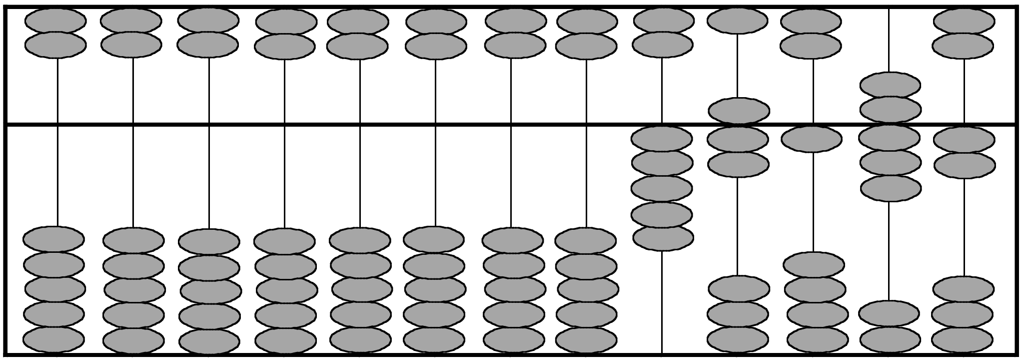
> " Une des raisons en est sans doute que l'écriture chinoise emploie des idéogrammes et non un alphabet. Un alphabet comprend nécessairement plus de neuf lettres et, si les nombres sont représentés par des lettres, on est tenté de ne pas s'arrêter après " neuf ", mais de continuer " (Temple, 1987, p 139).

La numération chinoise est définie par Guitel (1975) comme une *numération de position de type hybride* (pour les nombres inférieurs à 10^5). L'écriture d'un nombre en idéogramme est très régulière et très proche du développement polynomial, par exemple 982 est représenté par les idéogrammes successifs : 9, 10^2, 8, 10, 2. Sans l'écriture des puissances de dix, on retombe sur une numération de position. En effet, la numération de position cache en quelque sorte les puissances de 10.

Dans chaque tige le boulier chinois possède deux quinaires (qui valent chacune cinq) et cinq unaires (qui valent chacune un). Chaque tige représente une position du système décimal : unités, dizaines, centaines, etc. en partant de la droite vers la gauche. La position zéro s'obtient lorsque les boules sont vers le cadre extérieur : celles du haut en haut et celles du bas en bas. Pour marquer un nombre on ramène les boules vers le cadre intérieur afin de déplacer les unaires et les quinaires en même temps. Il est inscrit 90 135 sur le boulier ci-dessous. On remarquera que la décomposition polynomiale de ce nombre est :
$90\,135 = 9\times10^4 + 0\times10^3 + 1\times10^2 + 3\times10^1 + 5\times10^0$.



Pour mieux comprendre le principe du boulier, regardons l'exemple suivant. Comment lire ce nombre écrit sur le boulier ? Comment écrire autrement 13 dizaines ? Combien de possibilités a-t-on sur le boulier chinois ?



Dans les dizaines de mille, on peut échanger les cinq unaires contre une quinaire. Ensuite 13 dizaines c'est 130, on peut donc remonter les deux quinaires des dizaines et monter une unaire des centaines. Le résultat se lit alors : 57 232.

Remarque sur les symboles écrits et les noms oraux des nombres et des chiffres en français :

Les symboles que l'on utilise pour écrire les nombres sont très réguliers, on utilise dix symboles de 0 à 9 (les chiffres) que l'on combine pour écrire tous les nombres.

Les noms des nombres en français sont eux beaucoup moins réguliers. On a nécessairement dix noms différents de 0 à 9, un nom pour 10, 10^2, 10^3, etc. mais on ne les combine pas toujours pour nommer un nombre.

En effet, les noms : zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, cent, mille, million, milliard sont nécessaires. Ensuite pour nommer 11, on emploie onze à la place de dix-un qui, lui, est régulier, de même douze pour dix-deux, treize pour dix-trois, quatorze pour dix-quatre, quinze pour dix-cinq, seize pour dix-six puis dix-sept est à nouveau régulier. De 11 à 16, des noms spécifiques sont utilisés alors que l'on pourrait combiner les noms des chiffres. De 17 à 19 c'est régulier. Et puis pour 20, à nouveau on emploie vingt pour deux-dix, trente pour trois-dix, quarante pour quatre-dix, cinquante pour cinq-dix, soixante pour six-dix, soixante-dix pour sept-dix, quatre-vint pour huit-dix et quatre-vingt-dix pour neuf-dix. D'ailleurs, les septante, octante et nonante sont plus proches de la régularité que les combinaisons françaises. Pour 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 c'est irrégulier. Ensuite on a le 100, cent, deux cents (ou deux-cent)… on ne précise pas que pour le premier il n'y a qu'un cent : un-cent, ce que font les Anglo-saxons avec one-hundred. De même avec 1000, mille, deux mille (ou deux-mille)… on ne précise pas un-mille comme one-thousand. D'ailleurs pour 10 aussi on pourrait préciser un-dix (ce qui n'est pas non plus le cas chez les Anglo-saxons).

Quelle est la définition d'un dictionnaire pour les chiffres et les nombres ?

De zéro à seize on trouve des définitions de la forme " vient après tel chiffre ou nombre ". De zéro à dix, la construction est bien celle-là. Mais pour la suite, d'un point de vue mathématique, onze c'est un après dix (dix-un, $10+1=1\times10^1+1\times10^0$), douze c'est deux après dix (dix-deux, $10+2=1\times10^1+2\times10^0$), etc. jusqu'à seize. Ensuite, les nombres réguliers ne sont pas mentionnés dans le dictionnaire. De 20 à 60 c'est 2×10, 3×10, … 6×10. Ensuite, on a notre fameux soixante-dix, très irrégulier qui est 60+10. Le dictionnaire ne fait pas cette remarque et donne directement la définition 7×10. C'est pareil pour quatre-vingts et quatre-vingt-dix construits respectivement sur 4×20 et 4×20+10 et la définition est 8×10 et 9×10. En conclusion, la distinction entre symboles écrits (en base 10) et noms parlés n'est pas claire dans un dictionnaire courant.

Avec l'analyse de l'apprentissage des grands nombres en primaire, Mercier (1997) a montré que ce problème relevant de la langue concerne l'articulation entre des savoirs mathématiques et des savoirs sociaux et que ce point est presque ignoré en classe.

2.1.2 L'addition puis la soustraction sur le boulier chinois

Ces opérations s'effectuent par-dessus, on ne garde pas de trace des calculs intermédiaires. On lit directement le résultat. Avec le boulier on voit le passage des retenues car on l'effectue à la main. Par exemple, le passage de dix dizaines en une centaine se fait par l'échange de dix dans la tige des dizaines avec une dans celle des centaines. Le boulier comporte une très bonne gestion des retenues. On peut commencer une opération par la gauche pour avoir un ordre de grandeur du résultat, sans avoir de soucis de retenue. Les nombres sont inscrits (ou codés) et cette inscription est dynamique, ce qui est impossible avec papier et crayon.

- L'addition

On peut l'écrire de deux manières :

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 5 \\ + & 1 & 6 & 3 \\ \cline{2-4} & 8 & \mathbf{14} & 8 \\ \cline{2-4} & 9 & 4 & 8 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 5 \\ + & 1 & 6 & 3 \\ \hline & & & 8 \\ + & 1 & 4 & 0 \\ + & 8 & 0 & 0 \\ \hline & 9 & 4 & 8 \end{array}$$

Peut-on réaliser 12,56 + 34,129 ? Oui, il est alors nécessaire d'établir une convention pour placer les unités, par exemple la quatrième tige en partant de la droite, ce qui laisse trois chiffres inscriptibles après la virgule. On peut donc aussi travailler avec les décimaux sur le boulier.

- La soustraction

Pour la soustraction, regardons de plus près deux algorithmes que l'on enseigne en classes de primaire.

Technique 1 :

Tout d'abord, la technique habituelle ou par ajouts parallèles se présente de la manière suivante :

$$\begin{array}{cccc} & 9 & \mathbf{10}+3 & 3 \\ - & \mathbf{+1} & 5 & 1 \\ \hline & 8 & 8 & 2 \end{array}$$

On dit à l'oral : " Cinq pour aller à trois, c'est impossible, je pose un et j'abaisse un ". On réalise le calcul : 933−51=(933+100)−(51+100) en prenant soin d'écrire 100 comme dix dizaines puis comme une centaine. On utilise d'une part que : $a - b=(a+x) - (b+x)$ c'est-à-dire que l'on peut additionner (ou soustraire) un même nombre aux deux termes d'une soustraction, le résultat sera le même. Et d'autre part, une propriété du système positionnel à base dix : 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc. Le (+10) des dizaines ne s'écrit pas, on rajoute un devant le trois qui donne bien 13=10+3.

Technique 2 :

La deuxième technique s'appelle technique des échanges ou de transfert interne. Elle n'est pas totalement absente de la classe, mais elle est beaucoup moins répandue que la première. Elle peut servir d'introduction au cours élémentaire pour la technique habituelle.

$$\begin{array}{rccc} & \cancel{9}\,\mathbf{8} & \mathbf{10}+3 & 3 \\ - & & 5 & 1 \\ \hline & 8 & 8 & 2 \end{array}$$

Ici, on prend dans une colonne pour mettre dans une autre. On peut dire : " Cinq pour aller à trois, je ne peux pas. Je prends une centaine de 900 que j'écris dans les dizaines sous la forme de dix dizaines. "On décompose : 933 = 800+130+3 et 51 = 50+1, ainsi : 933−51 = 800+130−50+3−1 = 800+80+2 = 882. On utilise ici seulement la propriété du système positionnel décimal qui permet de faire des échanges entre les colonnes.

Avec le boulier, la technique habituelle ne se transpose pas. Par contre il permet de bien mettre en pratique la méthode des échanges. Cette méthode a l'avantage de bien montrer les propriétés du système de numération positionnelle en base 10 qui, lorsqu'il est mal ou pas compris par les élèves, crée un obstacle supplémentaire pour se familiariser avec les techniques opératoires. Le boulier semble donc un support adéquat pour faire un lien entre la numération et les opérations. Pour calculer 933−51 sur le boulier : pour enlever un c'est comme avec le papier/crayon, c'est immédiat, mais il reste à enlever 50 de 932. On abaisse une unaire des centaines que l'on remplace en abaissant les deux quinaires des dizaines. Dans la tige des dizaines, on en a 13, desquelles on peut maintenant enlever cinq dizaines et obtenir le résultat. Le passage d'une centaine à dix dizaines se fait *à la main*.

2.1.3 Une remarque importante : la non-unicité d'écriture

Pour aborder ce point, étudions les différentes manières d'inscrire dix. On peut l'écrire comme une dizaine et zéro unité ou comme dix unités (deux quinaires ou une quinaire et cinq unaires). On a donc trois possibilités de codage pour ce même nombre. En classe de mathématiques, on rencontre une situation similaire avec les fractions que l'on apprend à écrire de façon irréductible. On a bien plusieurs manières pour écrire un même nombre : $\frac{10}{2} = 5$ ou $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$. C'est aussi le cas des radicaux $\sqrt{18} = 2\sqrt{3}$ et des entiers, 0,9999… = 1 !

De plus, une opération du type 1 038 − 55, montre que comme en algèbre, sur le boulier il est parfois nécessaire de décomposer une écriture pour arriver au résultat. Par exemple il faut parfois passer par $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ c'est-à-dire l'inverse de la factorisation pour trouver un résultat.

À ce propos : *Quelles sont les équivalences qui existent lorsque l'on code un nombre sur le boulier chinois ?*

Une tige comporte sept boules : les deux quinaires qui possèdent trois positions possibles (aucune ou une ou deux activées) et les cinq unaires qui possèdent six positions (aucune ou une ou deux ou trois ou quatre ou cinq activées). On a donc un total de 18 (six fois trois) possibilités de codages sur une tige, mais il existe des équivalences d'écriture. Regardons ces équivalences.

Notons le couple $(a,b)_i$ avec a=0 ou 1 ou 2 et b= 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5, c'est-à-dire a est le nombre de quinaires et b le nombre d'unaires que l'on peut activer, sur une tige $i \in N$.

On a les équivalences suivantes :

- Sur une même tige : $(0,5)_i \equiv (1,0)_i$ et $(2,0)_i \equiv (1,5)_i$.
- Et aussi : $(0,0)_{i+1}\ (2,b)_i \equiv (0,1)_{i+1}\ (0,b)_i$ pour b=0, 1, 2, 3, 4, 5.

Que l'on peut aussi énoncer :

- $(5 \text{ unaires})_i = (1 \text{ quinaire})_i$
- $(1 \text{ quinaires et } 5 \text{ unaires})_i = (2 \text{ quinaires})_i$
- $(2 \text{ quinaires})_i = (1 \text{ unaire})_{i+1}$

De plus, comme on a huit équivalences, 18−8=10, et on a bien les 10 chiffres (de 0 à 9) que l'on peut coder sur une tige du boulier.

Remarque :

Le boulier japonais (soroban) ne possède que quatre unaires et une quinaire par tige, ce qui permet d'écrire tous les nombres de manière unique en base dix. Alors, neuf doigts auraient suffi à faire émerger le système décimal…

2.1.4 La multiplication sur le boulier chinois

La méthode classique s'écrit sur une feuille :

$$\begin{array}{rrrl} & 3 & 7 & \\ \times & & 5 & \cancel{3} \\ \hline 1 & 8 & 5 & \end{array}$$

On dit à l'oral ou dans sa tête : " Cinq fois sept : 35. Je pose cinq et je retiens trois. Cinq fois trois : 15 et 3 : 18. "

$$\begin{array}{crrrr} & & 3 & 7 & \\ & \times & & 5 & \\ \hline & & 3 & 5 & 5\times7 \\ + & 1 & 5 & 0 & 5\times30 \\ \hline & 1 & 8 & 5 & \end{array}$$

Avec le boulier le calcul se décompose de telle manière que l'on n'a pas de retenue (le " je retiens trois " de précédemment). Ce qui est intéressant avec cette méthode c'est que l'on voit mieux le décalage, on remonte au sens mathématique. Pour écrire la seconde ligne, on se place dans la tige des dizaines, on laisse la tige des unités vide car on va multiplier cinq unités par trois dizaines. Mais pas de miracle avec le boulier, il faut connaître ses tables !

2.1.5 Quelques pistes pour poursuivre

- Les divisions

On peut envisager d'effectuer des divisions sur le boulier. En utilisant l'algorithme traditionnel de la division euclidienne, on effectue les soustractions sur le boulier.

- Les racines carrées

Prenons un exemple pour extraire une racine carrée avec le boulier. Comment effectuer $\sqrt{25}$ avec le boulier ? On peut utiliser la propriété que la somme des n premiers nombres impairs est égale à n², c'est-à-dire : $\sum_{i=0}^{n-1} 2i+1 = n^2$. Cette formule peut se démontrer (par récurrence) en classe de Terminale. Dans cet exemple : $1+3+5+7+9=25=5^2$. Pour ce calcul, sur le boulier on effectuera des soustractions successives en notant le nombre des soustractions effectuées (la partie gauche du boulier sert à comptabiliser le nombre de soustractions) :

25−1=24, on inscrit une boule à gauche. Total de soustractions = 1
24−3=21, on rajoute une boule à gauche. Total = 2.
21−5=16, total = 3.
16−7= 9, total = 4.
9−9=0, total = 5. Le résultat est un nombre entier et c'est 5.

- Les nombres négatifs

On utilise les nombres négatifs pour les soustractions dont le résultat est négatif, ce qui peut bien sûr se produire pour des comptes marchands. Pour cela on utilise les nombres complémentaires. Sur un boulier japonais leur lecture est facile, ce sont les boules qui ne sont pas activées plus un. Le complément de six par rapport à dix est quatre. Pour effectuer 3−7, les étapes intermédiaires sont : 3+10=13 puis 13−7=6 et 6−10= −4.

- Dans une autre base

Pour les grandeurs qui ne suivent pas le système métrique, on les écrit sur le boulier en laissant une ou deux colonnes entre chaque subdivision si nécessaire. Les conversions s'effectuent selon les méthodes de la multiplication et de la division. Pour une utilisation avec des enfants du primaire, les calculs avec les heures, minutes, secondes sont bien adaptés.

2.2 Les bâtons à multiplier

On pourra se reporter à l'exemple 2.2.3, p 65.

2.2.1 Les bâtons de Néper

Avant de nous consacrer aux bâtons à multiplier, nous allons nous intéresser à la multiplication *per gelosia* (*par jalousie*). Cette technique de multiplication à l'aide d'un tableau a été utilisée en Islam, en Chine et en Europe entre les 13$^{\text{ème}}$ et 15$^{\text{ème}}$ siècles. Elle est aussi appelée méthode *par grillage* ou *par filets*. Sur cette question et afin d'améliorer le calcul des produits de deux nombres naturels, Brousseau (1973) a comparé l'algorithme traditionnel et l'algorithme *per gelosia*. La conclusion très nette est que l'algorithme *per gelosia* est beaucoup plus fiable pour les calculs. Cette méthode s'enseigne aujourd'hui aux futurs professeurs des écoles et est envisagée en introduction de la multiplication traditionnelle dont l'algorithme est beaucoup plus complexe.

Prenons l'exemple de 721 par 59 (qui donne 42 539).

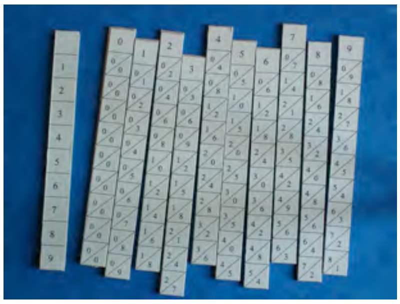
Remarque : Pour rester proche du calcul avec des bâtons, nous écrivons le multiplicande, 59, à gauche, en effet, l'index est toujours à gauche des bâtons utilisés. La lecture s'effectue diagonale par diagonale.

	7	2	1
5	[1]3 / 5	1 / 0	[1]0 / 5
9	6 / 3	1 / 8	0 / 9
42	**5**	**3**	**9**

Selon les pays, l'écriture s'effectue de droite à gauche et donc le tableau est dans l'autre sens. C'est de ces calculs avec des tableaux que l'idée des baguettes matérielles a vus le jour sous la forme des bâtons de Néper puis des réglettes de Genaille-Lucas.

La disposition actuelle (en colonne) de la multiplication est connue dès la fin du 17ème siècle mais le calcul avec jetons sera utilisé encore par la suite, jusqu'à l'adoption définitive du système décimal de position. En effet, en 1745 Le Gendre publie *Arithmétique par les jetons*. Cet ouvrage est destiné aux marchands et comptables qui utilisent les symboles romains (en vigueur jusqu'au 18ème pour les comptes publics). Il suffit d'essayer de faire une opération avec des nombres romains pour comprendre la nécessité d'utiliser des jetons pour les calculs !

Les bâtons de Néper commercialisés (image de l'ouvrage de Marguin, 1994)



Les bâtons de Néper fabriqués aux *Domaines*

John Néper est un mathématicien écossais qui mît au point en 1617 un instrument de calcul permettant d'effectuer des multiplications, qui sera utilisé jusqu'à la fin du 19ème siècle en Europe. L'avantage de cette technique, c'est que pour faire une multiplication, on ne fait que des additions.

Un jeu de bâtons compte au moins onze baguettes : de zéro à neuf (le zéro peut-être utile quand il n'est pas en dernière position pour 107 par exemple), ainsi qu'un index. Chaque baguette est formée de dix cases, celle du haut indique le numéro de la table et les autres cases sont divisées avec une diagonale, qui part du haut à droite. Les diagonales placent de manière spécifique chaque unité et chaque dizaine obtenues par les produits de zéro à neuf. Quand les bâtons sont rangés, ils forment une table de Pythagore. Cette technique permet d'écrire chaque nombre avec le décalage adéquat pour réaliser une multiplication. Tous les chiffres qui sont dans une même diagonale appartiennent au même rang dans le nombre résultat (par rang nous entendons unité, dizaine, etc.). Par contre, il faut que l'utilisateur fasse le report des retenues (quand l'addition réalisée dans la diagonale donne plus que neuf), la retenue se reporte dans la diagonale immédiatement à gauche.

En réalité, chaque bâton comportait quatre faces utilisables, ce qui permettait de pouvoir utiliser un même chiffre plusieurs fois dans un nombre.

2.2.2 Les réglettes de Genaille-Lucas

Les réglettes de Genaille-Lucas commercialisées (image de l'ouvrage de Marguin, 1994)

Les réglettes de Genaille-Lucas fabriquées aux *Domaines*

Édouard Lucas est un mathématicien français qui proposa d'améliorer les bâtons de Néper, c'est-à-dire de rendre automatiques certains calculs. C'est Henri Genaille, un ingénieur français qui donna une réponse en 1885. Ces réglettes qui seront utilisées jusque dans les années 1910, permettent une lecture directe en supprimant les additions intermédiaires. On soulève ici l'étude des retenues lors des multiplications. Tout d'abord, quelle est la retenue maximale possible pour une addition de deux nombres ? Et pour une multiplication de deux nombres ?

Comme pour les bâtons de Néper, on a une réglette par chiffre, de zéro à neuf, et un index. Pour comprendre le mode de fonctionnement, regardons par exemple comment la baguette du trois est construite. Mettons l'index à gauche de la baguette du trois. Comme souvent en mathématiques, nous regardons un exemple particulier qui nous sert de base pour étendre notre raisonnement au cas général.

La question est alors : *Comment lire le résultat de trois fois un, trois fois deux, trois fois trois etc. sur ces réglettes ?* Le principe est que chaque réglette possède une colonne à droite où sont inscrites les unités, en haut de chaque case. Pour la dizaine il suffit de suivre le triangle. Trois fois un : trois unités puis pour la dizaine on lit zéro, donc le résultat est bien trois. Et pour quatre fois trois ? L'unité en haut à droite est deux et le triangle nous amène vers la dizaine : un, on a bien quatre fois trois qui donne 12. Et six fois trois ? Ça fait bien 18 ! On remarque que parfois deux triangles de lecture sont nécessaires à l'intérieur d'une même case (pour trois, six, huit et neuf fois trois). On réfléchira à ceci par la suite. Essayons d'abord de comprendre comment chaque bâton est construit.

Rappelons que le progrès de ces bâtons est qu'ils gèrent la retenue lorsque l'on multiplie un nombre par un chiffre, par exemple 567 fois 9. Par rapport à Néper, on n'a plus l'addition en diagonale à effectuer, ce sont les réglettes qui le gèrent. Par contre comme pour Néper, lorsque l'on multiplie deux nombres à plusieurs chiffres (9 312 fois 109), les additions sont à effectuer par l'utilisateur.

Regardons maintenant l'index en changeant les réglettes. Dans la ligne du un, avec comme dizaine possible zéro car au maximum on peut avoir neuf (neuf fois un). Dans celle du deux, au maximum $2\times9=18$, la dizaine envisageable est donc zéro ou un et ainsi de suite. L'index se construit donc en énumérant les dizaines possibles pour la multiplication de deux chiffres.

Ensuite nous allons réfléchir au fait qu'il est nécessaire, sur chaque réglette de table, de pouvoir incrémenter de un le résultat obtenu pour les unités. Ceci est nécessaire si l'on veut pouvoir mettre les réglettes à la suite pour réaliser des multiplications. La question à se poser est : *Quelles sont les retenues envisageables lors des multiplications ?* Pour les additions la réponse est simple : au maximum, c'est un de retenue (9+9=18), c'est le mécanisme du boulier, des additionneuses ou de la Pascaline. Après neuf, on passe une retenue à gauche et on remet le compteur à zéro, c'est dix ! Pour les multiplications ce n'est pas immédiat, les retenues possibles dépendent de la table, par exemple pour cinq, c'est quatre (9×5=45), pour sept, c'est six (9×7=63), etc. Même si on a déjà une retenue au rang inférieur, ça ne change pas la retenue maximale (tableau suivant). On comprend maintenant l'intérêt des triangles de lecture : ils décalent en prenant compte de la retenue et permettent une lecture directe.

Table (ou multiplicande)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Résultat maximum	9	18	27	36	45	54	63	72	81
Dizaine ou retenue possible	0	0, 1	0, 1, 2	0, 1, 2, 3	0, 1, 2, 3, 4	0, 1, 2, 3, 4, 5	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Tableau 5 : Retenues possibles pour les multiplications

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ \times\ \ \ 5 \\ \hline 1\ 0 \\ +\ 3\ 5\ 0 \\ \hline 3\ 6\ 0 \end{array}$$

Regardons l'exemple 72 fois 5. Si on regarde les deux réglettes séparément : 5×2=10, on lit zéro unité et une dizaine c'est-à-dire que le triangle de lecture se décalera de un si on place une autre réglette entre l'index et celle de deux, ici se sera celle du sept. 70×5=350, mais avec le décalage on lit bien 360. Si on cherche directement le résultat de 72 fois 5 : dans les unités, on lit zéro puis pour les dizaines six (le triangle fait passer du cinq au six avec la retenue de un) puis trois centaines, c'est-à-dire 360. La décomposition ci-contre permet de visualiser cela.

$$\begin{array}{r} 7\ 8 \\ \times\ \ \ 7 \\ \hline 5\ 6 \\ +\ {}^{1}4\ 9\ 0 \\ \hline 5\ 4\ 6 \end{array}$$

Pour l'exemple 78 fois 7. De combien va être la retenue à reporter dans les dizaines ? De cinq car 8×7=56 et 7×70=490, le triangle de lecture va faire passer du neuf au quatre. Dans cet exemple il faut aussi gérer la retenue obtenues dans les centaines et qui provient de l'addition dans les dizaines (9+4), elle est donc de un (comme pour les additions). On a donc cinq dans les centaines (4+1) et le résultat est 546. Regardons de plus près l'exemple de sept fois sept avec le triangle supérieur on lit 49, dès que la retenue est égale à un, on passe à 50. En effet, dans les dizaines on passe du quatre au cinq et c'est ce que permet de réaliser le rectangle inférieur.

On peut généraliser ce passage de 19 à 20, de 29 à 30, de 39 à 40, etc. Si on observe une réglette on s'aperçoit bien qu'à chaque fois que l'unité passe de neuf à zéro, on change de triangle de lecture qui décale pour gérer la retenue.

2.2.3 L'exemple de 632 par 83

- Multiplication per gelosia (ou par grillage)

	6	**3**	**2**
8	$^{1}4$ / 8	$^{1}2$ / 4	$^{1}1$ / 6
3	1 / 8	0 / 9	0 / 6
52	**4**	**5**	**6**

- Méthode traditionnelle (ou de Fibonacci ou à l'italienne)

632×83 = 632×3 + 632×80

			6	3	2	
×				8	3	
		$^{1}1$	$^{1}8$	9	6	3×632
+	5	0	5	6	0	80×632
	5	2	4	5	6	

- Méthode par décomposition

632×83 = 3×2 + 3×30 + 3×600 + 80×2 + 80×30 + 80×600.

			6	3	2	
		×		8	3	
					6	3×2
+				9	0	3×30
+		$^{1}1$	$^{1}8$	0	0	3×600
+			1	6	0	80×2
+		2	4	0	0	80×30
+	$^{1}4$	8	0	0	0	80×600
	5	2	4	5	6	

- Avec les bâtons de Néper (dessin de la page suivante à gauche)

632×83 = 632×8×10 + 632×3 = 50560 + 1896. On place l'index à gauche et les bâtons du six, du trois et du deux à la suite. Attention à ne pas oublier les retenues.

- Avec les réglettes de Genaille-Lucas (dessin de la page suivante à droite)

632×83 = 632×8×10 + 632×3 = 50560 + 1896.

On place l'index à gauche et les bâtons du six, du trois et du deux à la suite. Ici les retenues sont gérées par les réglettes. On commence la lecture par les unités, les triangles noirs indiquent le sens de lecture.

×	6	3	2
1	0 / 6	0 / 3	0 / 2
2	1 / 2	0 / 6	0 / 4
3	**1 / 8**	**0 / 9**	**0 / 6**
4	2 / 4	1 / 2	0 / 8
5	3 / 0	1 / 5	1 / 0
6	3 / 6	1 / 8	1 / 2
7	4 / 2	2 / 1	1 / 4
8	**4 / 8**	**2 / 4**	**1 / 6**
9	5 / 4	2 / 7	1 / 8

×		6	3	2
1	0	6	3	2
2	0 1	2 3	6 7	4 5
3	0 **1** 2	**8** 9 0	**9** 0 1	**6** 7 8
4	0 1 2 3	4 5 6 7	2 3 4 5	8 9 0 1
5	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	5 6 7 8 9	0 1 2 3 4
6	0 1 2 3 4 5	6 7 8 9 0 1	8 9 0 1 2 3	2 3 4 5 6 7
7	0 1 2 3 4 5 6	2 3 4 5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7	4 5 6 7 8 9 0
8	0 1 2 3 4 **5** 6 7	8 9 **0** 1 2 3 4 5	4 **5** 6 7 8 9 0 1	**6** 7 8 9 0 1 2 3
9	0 1 2 3 4 5 6 7 8	4 5 6 7 8 9 0 1 2	7 8 9 0 1 2 3 4 5	8 9 0 1 2 3 4 5 6

2.2.4 Modèle pour les bâtons de Néper

Remarque :

Ce modèle peut servir au professeur (ou à l'animateur) pour fabriquer des bâtons de Néper pour que les élèves les manipulent avant de les construire. C'est ce que l'on appelle la *phase de découverte* (Chapitre 5). La question posée aux élèves est : *Comment ça marche ?*

La fabrication des bâtons de Néper est relativement simple. On peut les réaliser sur des feuilles quadrillées collées sur du carton. Il est bien plus productif que chaque élève remplisse le tableau de Pythagore. Cette remarque a d'ailleurs été exprimée par plusieurs professeurs des écoles en formation continue : " On comprend mieux en faisant ! " On peut aussi imaginer des séances en informatique pour construire les bâtons.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0/0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
2	0/0	0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
3	0/0	0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
4	0/0	0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
5	0/0	0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
6	0/0	0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
7	0/0	0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3
8	0/0	0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
9	0/0	0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

2.2.5 Modèle pour les réglettes multiplicatrices de Genaille-Lucas

Remarque :

Bien qu'il puisse être intéressant de réaliser le tableau des réglettes de Genaille-Lucas en classe d'informatique, ceci nous semble plus délicat.

Le modèle peut donc servir au professeur (ou à l'animateur) puis aux élèves. Le professeur peut fabriquer des bâtons pour que les élèves les manipulent avant de les construire. C'est ce que l'on appelle la *phase de découverte* (Chapitre 5). La question posée aux élèves est : *Comment ça marche ?* Ensuite, pour la fabrication, les élèves peuvent coller les modèles sur du carton et tenter de répondre à la question : *Pourquoi ça marche ?*

×		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8
	1	1	3	5	7	9	1	3	5	7	9
3	0	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7
	1	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8
	2	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9
4	0	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6
	1	1	5	9	3	7	1	5	9	3	7
	2	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8
	3	3	7	1	5	9	3	7	1	5	9
5	0	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5
	1	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6
	2	2	7	2	7	2	7	2	7	2	7
	3	3	8	3	8	3	8	3	8	3	8
	4	4	9	4	9	4	9	4	9	4	9
6	0	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4
	1	1	7	3	9	5	1	7	3	9	5
	2	2	8	4	0	6	2	8	4	0	6
	3	3	9	5	1	7	3	9	5	1	7
	4	4	0	6	2	8	4	0	6	2	8
	5	5	1	7	3	9	5	1	7	3	9
7	0	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3
	1	1	8	5	2	9	6	3	0	7	4
	2	2	9	6	3	0	7	4	1	8	5
	3	3	0	7	4	1	8	5	2	9	6
	4	4	1	8	5	2	9	6	3	0	7
	5	5	2	9	6	3	0	7	4	1	8
	6	6	3	0	7	4	1	8	5	2	9
8	0	0	8	6	4	2	0	8	6	4	2
	1	1	9	7	5	3	1	9	7	5	3
	2	2	0	8	6	4	2	0	8	6	4
	3	3	1	9	7	5	3	1	9	7	5
	4	4	2	0	8	6	4	2	0	8	6
	5	5	3	1	9	7	5	3	1	9	7
	6	6	4	2	0	8	6	4	2	0	8
	7	7	5	3	1	9	7	5	3	1	9
9	0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2
	2	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3
	3	3	2	1	0	9	8	7	6	5	4
	4	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
	5	5	4	3	2	1	0	9	8	7	6
	6	6	5	4	3	2	1	0	9	8	7
	7	7	6	5	4	3	2	1	0	9	8
	8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9

2.2.6 La division avec des bâtons

Tout d'abord, reprenons la remarque de Lucas concernant la division avec les bâtons de Néper. Dans son ouvrage sur la *Théorie des nombres* (1891), il consacre un chapitre à la division des nombres entiers et en particulier un paragraphe sur la *division accélérée* (p 40-41). La division accélérée permet de simplifier les calculs lorsque le diviseur possède beaucoup de chiffres. De plus, " Cette méthode, très pratique, supprime les essais pour déterminer chaque chiffre du quotient ; elle est surtout avantageuse lorsqu'il s'agit de diviser plusieurs nombres par un même diviseur. " Tout d'abord, on calcule les dix premiers multiples du diviseur. Pour cela on a deux méthodes : soit " par des additions successives, avec preuve au moyen du dixième multiple " ; soit avec une lecture directe des multiples sur les bâtons de Néper. Ensuite, " l'opération se réduit à une suite de soustractions ". (Lucas, 1891)

Exemple :

Effectuons 55 123 ÷ 4 382 avec cette méthode et les bâtons de Néper. Avec les bâtons de Néper, on obtient les multiples de 4 382 (en plaçant les bâtons 4, 3, 8, 2 à côté de l'index) :

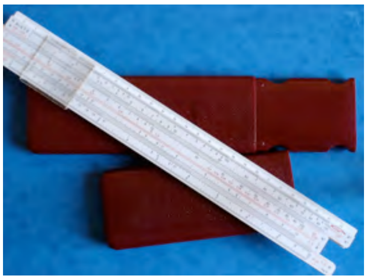
1×4 382 = 4 382
2×4 382 = 8 764
3×4 382 = 13 146
4×4 382 = 17 528
5×4 382 = 21 910
6×4 382 = 26 292
7×4 382 = 30 674
8×4 382 = 35 056
9×4 382 = 39 438
10×4 382 = 43 820

Puis on effectue les soustractions : 55 123 − 43 820 = 11 303 et 11 303− 8 764 = 2 539. Ainsi, le quotient est 12 et 55 123 = 4 382 × 12 + 2 539.

Comme nous l'avons remarqué précédemment, à la fin du 19ème siècle, Lucas et Genaille ont mis au point des réglettes pour divisions appelées *réglettes multisectrices*. Tout comme pour les *réglettes multiplicatrices*, la lecture est directe pour l'utilisateur[7]. L'utilisation de ces réglettes est a priori un peu magique. Pour l'enseignement des mathématiques elles sont intéressantes lorsque l'on se pose la question de savoir comment elles ont été fabriquées. À quelles questions doit-on avoir répondu pour construire des réglettes sans modèle ? Quels sont les quotients possibles, les restes possibles étant donnés un diviseur, un dividende ?

[7] Pour un modèle des réglettes multisectrices, voir http://infohost.nmt.edu/~borchers/napier/napier.html

2.3 La règle à calcul



La règle à calcul commercialisée

La règle à additionner et la règle à multiplier fabriquées aux *Domaines*

Les règles à calculs permettent de réaliser diverses opérations : additions, soustractions, multiplications, divisions, racines carrées, cubes, calculs trigonométriques… Elles étaient utilisées par les ingénieurs, physiciens et étudiants jusque dans les années 1970, avant l'arrivée des calculatrices électroniques. Elles ont été mises au point dès les années 1620 et leur forme actuelle date du milieu du $18^{\text{ème}}$ siècle. Elles ont été très utilisées en Europe du milieu du $19^{\text{ème}}$ à la fin su $20^{\text{ème}}$ siècle.

Cette méthode de calcul est appelée calcul analogique car certains paramètres commandables et mesurables sont reliés entre eux par des relations mathématiques (règle à calculs, astrolabe…).

Pour les additions, le principe est de mettre à la suite des longueurs : pour effectuer 7+9, on reporte une longueur de neuf (cm) à la suite d'une de sept (cm) pour avoir le résultat. On peut aussi faire des soustractions, dans l'autre sens. On commence la graduation à zéro qui est l'élément neutre de l'addition. On peut travailler les nombres décimaux en rajoutant des sous-graduations de 0,5 ou 0,2 ou 0,1.

Pour les multiplications, c'est une autre échelle non linéaire que l'on utilise : une échelle logarithme. Cette invention provient d'un mathématicien écossais John Néper au $17^{\text{ème}}$ siècle. Avec l'échelle logarithmique, on n'a plus la même distance entre deux entiers consécutifs comme c'est le cas pour l'addition. Ici la graduation commence à un (élément neutre de la multiplication) et on remarque que l'on a le même espacement entre 1 et 2, entre 2 et $4=2\times2=2^2$, entre 4 et $8=2\times2\times2=2^3$, entre 8 et $64=2\times2\times2\times2=2^4$, etc. La fonction logarithme népérien transforme en quelque sorte les multiplications en additions. C'est la formule $\ln(a\times b) = \ln a+\ln b$, pour $a>0$ et $b>0$. Et les divisions ? C'est aussi possible dans l'autre sens. On peut même imaginer encadrer des fractions.

2.3.1 Modèles pour la règle à calcul

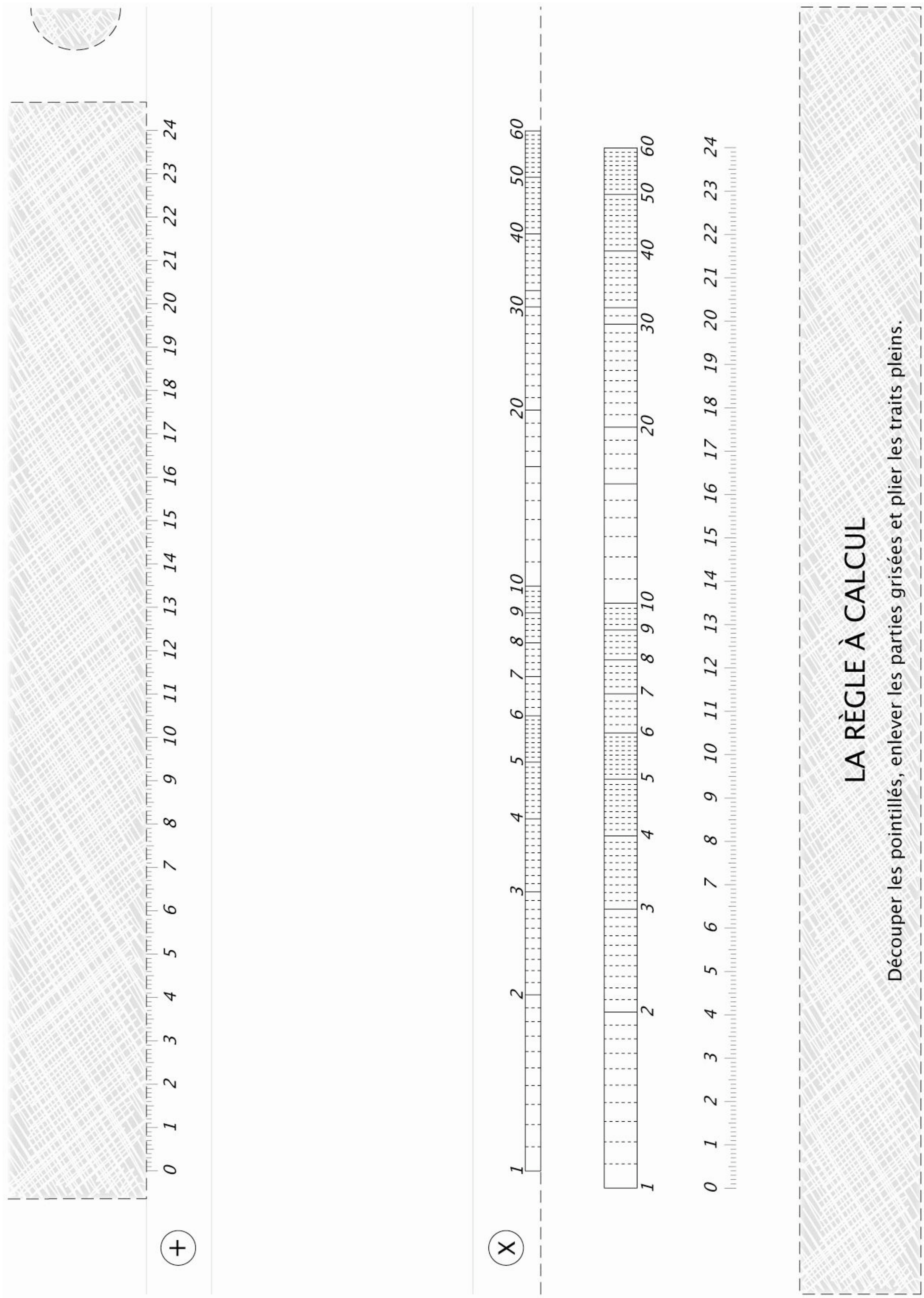
Remarque :

Le premier modèle[8] est un modèle avec les graduations chiffrées qui peut servir au professeur (ou à l'animateur) pour fabriquer des règles à calcul pour que les élèves les manipulent avant de les construire. C'est ce que l'on appelle la *phase de découverte* (Chapitre 5). La question posée aux élèves est : *Comment ça marche ?*

[8] Merci à Vincent Brandsma pour la réalisation des deux modèles de la règle à calcul.

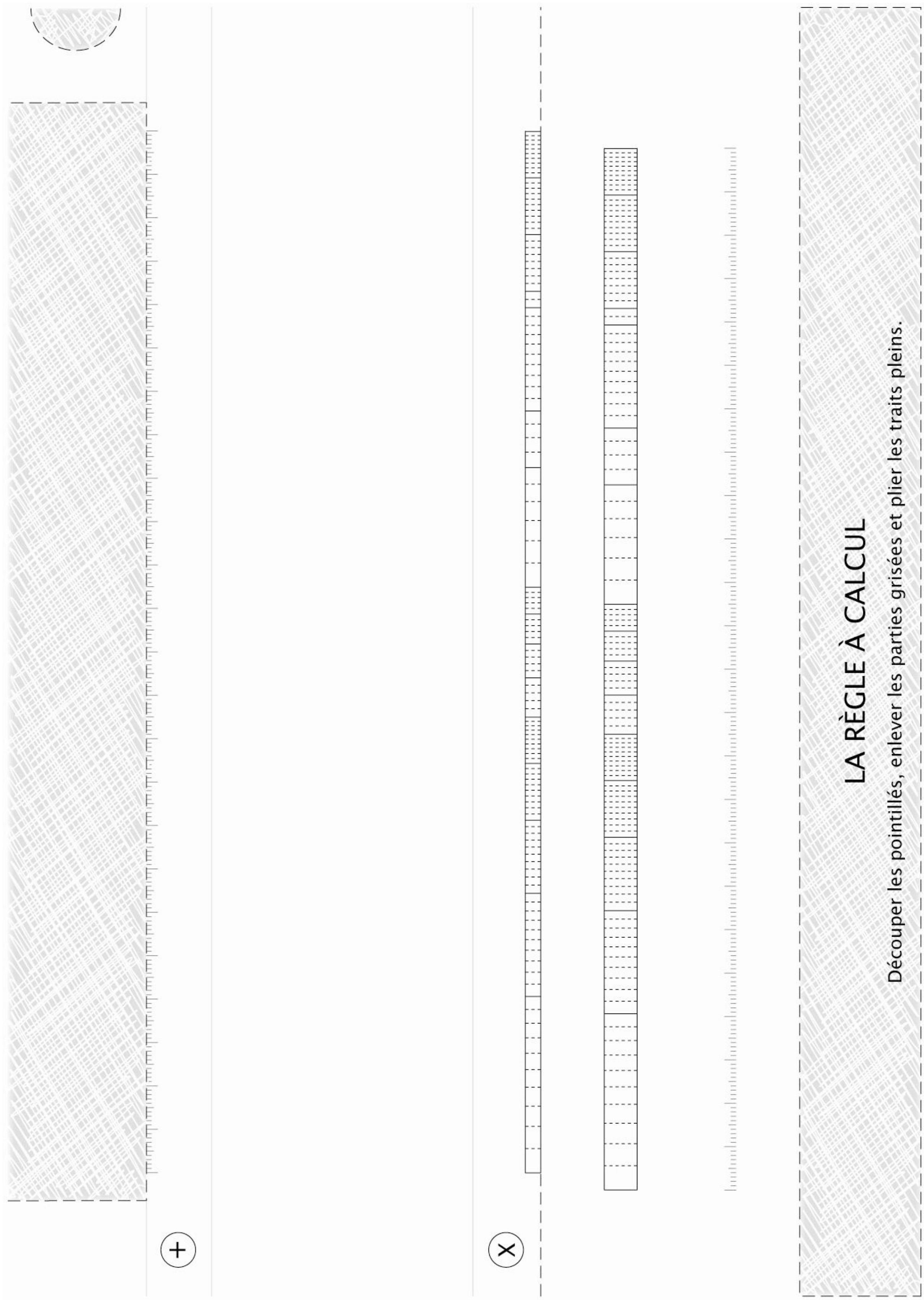
Ensuite, le modèle avec les graduations non chiffrées est destiné à la fabrication par les élèves qui doivent donc retrouver les nombres des graduations. Le modèle peut se photocopier sur du papier cartonné. Ensuite la question posée aux élèves est : *Pourquoi ça marche ?*

Comme c'est le cas aux *Domaines*, on pourra réaliser la règle à additionner (photo ci-dessus) en bois, en pyrogravant les graduations. Les modèles suivants en papier ont été utilisés par la suite pour la formation des enseignants.



LA RÈGLE À CALCUL

Découper les pointillés, enlever les parties grisées et plier les traits pleins.


LA RÈGLE À CALCUL
Découper les pointillés, enlever les parties grisées et plier les traits pleins.

3. Une progression pour la classe

Nous nous plaçons dans le cas où la découverte (Chapitre 5) et la fabrication des instruments sont terminées. Nous proposons ici une progression, c'est-à-dire quelques exercices, pour l'étude du boulier, des réglettes à multiplier et de la règle à calcul. L'enjeu est d'aboutir à une institutionnalisation par le professeur.

3.1 Le boulier chinois

- Inscrire et lire : 0, 3, 5, 7, 10, 17, 218, 500, 1 728, 5 399. On remarquera que l'on a deux possibilités pour inscrire cinq, et trois pour inscrire dix. On pourra se mettre d'accord sur une écriture économique c'est-à-dire qui déplace le moins de boules possible.
- Effectuer les additions suivantes : 17+2, 132+12, 240+17, 17+5, 25+8, 1 728+27, 629+3, 3 902+825, 12,56+34,129.

Réponses :

17+2=19
132+12=144
240+17=257 (cinq unaires = une quinaire)
17+5=22 (retenue : dix unités = une dizaine)
25+8=33 (retenue)
1 728+27=1855 (retenue, on peut utiliser l'astuce 27=30−3)
629+3=632 (retenue, dans les unités l'équivalence est à effectuer pendant le calcul ou on utilise que 3=5−2)
3 902+825=4 727 (retenue, on a 17 centaines ce qui est impossible à inscrire, on doit donc effectuer l'équivalence en cours d'addition ou utiliser que 800=1 000−200
12,56+34,129=46,689.

- Effectuer les soustractions suivantes : 534−21, 825−3, 163−81, 1 038−55, 800−99.

Réponses :

534−21=513
825−3=822(cinq unaires = une quinaire)
163−81=82 (retenue, une centaine = dix dizaines ou −80 = −100+20)
1 038−55=983 (retenue, un millier = dix centaines et une centaine = dix dizaines)
800−99=701 (−99 = −100+1)

- Effectuer les multiplications suivantes : 37×25, 561×37, 123×109, 172×49.

Réponses :

	5 6 1		
×	3 7		
	7	7×1	
+	4 2 0	7×60	
+	3 5 0 0	7×500	
+	3 0	30×1	
+	1 8 0 0	30×60	
+	1 5 0 0 0	30×500	
	2 0 7 5 7		

La gestion des retenues peut se réaliser en fin de calcul si c'est possible (on peut inscrire jusqu'à 15 par tige) ou bien au fur et à mesure.

37×25=925
561×37=20 757. Nous rappelons ci-contre la décomposition pour ce calcul.
123×109=13 407
172×49=8 428.

3.2 Les bâtons à multiplier

- Avec les bâtons de Néper

Effectuer : 582×2, 582×6, 582×9, 753×27, 753×67.

Réponses :

582×2=1 164
582×6=3 492
582×9=5 238 (retenue)
753×27=2 0331, on a deux méthodes de résolution :
Soit on utilise la propriété 753×27=753×(20+7)=(753×2×10)+(753×7) et on utilise les bâtons de Néper sur les lignes du deux et du sept, sans oublier de multiplier le résultat de la multiplication par deux, par dix. Ensuite on fait l'addition finale. C'est-à-dire 753×27 = 15 060 + 5 271 = 20 331.
Soit on réécrit les lignes du deux et du sept l'une en dessous de l'autre et on effectue les additions par diagonales. Ce qui revient à faire une multiplication avec la méthode des grillages (ci-dessous à gauche). Et on vérifie bien l'égalité avec la décomposition (ci-dessous à droite).

	7	**5**	**3**
2	^{1}1 / 4	^{1}1 / 0	^{1}0 / 6
7	4 / 9	3 / 5	2 / 1
20	**3**	**3**	**1**

	7 5 3	
×	2 7	
	2 1	7×3
+	3 5 0	7×50
+	4 9 0 0	7×700
+	6 0	20×3
+	1 0 0 0	20×50
+	1 4 0 0 0	20×700
	2 0 3 3 1	

- Avec les réglettes de Genaille-Lucas

Effectuer 524×7, 584×7, 619×82.

Réponses :

524×7=3 668
584×7=4 088

Regardons les décompositions des deux opérations précédentes :

$$\begin{array}{lcccc l}
 & & 5 & 2 & 4 & \\
\times & & & & 7 & \\
\hline
 & & & 2 & 8 & 7\times4 \\
+ & & 1 & 4 & 0 & 7\times20 \\
+ & 3 & 5 & 0 & 0 & 7\times500 \\
\hline
 & \mathbf{3} & 6 & 6 & 8 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{lcccc l}
 & & 5 & 8 & 4 & \\
\times & & & & 7 & \\
\hline
 & & & 2 & 8 & 7\times4 \\
+ & & 5 & 6 & 0 & 7\times80 \\
+ & {}^{1}3 & 5 & 0 & 0 & 7\times500 \\
\hline
 & \mathbf{4} & 0 & 8 & 8 &
\end{array}$$

Pour 584×7, on change de triangle de lecture pour les milliers et on passe de trois milliers à quatre milliers.
619×82=50 758, on utilise la propriété suivante :
619×82 = 619×8×10 + 619×2 = 49 520+1 238=50 758. La lecture s'effectue sur les lignes du huit puis du deux, sans oublier de multiplier la ligne du huit, par dix avant l'addition finale.

3.3 La règle à calcul

On pourra effectuer des additions puis des soustractions avec des nombres entiers puis avec des décimaux. De même pour les multiplications et les divisions. On pourra aussi encadrer des fractions.

Par exemple : 5+7, 9+12, 21−5, 130−70, 9×7, 14×2,5, 48÷8, 30÷4, 10÷3.

Réponses :

5+7=12, 9+12=21, 21−5=16
130−70=60, on utilise la propriété : 13×10 − 7×10= (13−7) × 10=6×10
9×7=63
14×2,5=35
48÷8=6
30÷4=7,5
$3<\frac{10}{3}<3{,}5$

4. Définition de la retenue

Comme nous l'avons montré, la notion de retenue a été cruciale pour la mécanisation du calcul. En classe aussi on en parle beaucoup : " On les note en petit, à côté ! " Ou bien : " On les met sur les doigts ! " Ou encore : " On les garde dans sa tête ! " Mais surtout : " Il ne faut pas les oublier ! " Mais comment définir la retenue ?

Nous compléterons cette définition théorique de la retenue avec les données recueillies auprès d'élèves de CM2 et de professeurs des écoles avec les questionnaires analysés au Chapitre 4.

4.1 La numération

Il existe une infinité de systèmes de numération positionnelle. Mais alors, pourquoi la base 10 est-elle si répandue ? Cette remarque préliminaire sur la notion de numération reprend la définition du dictionnaire de Bouvier, George et Lelionnais (1979).

> " D'un point de vue pratique et notamment pour la vie courante et les activités commerciales et sociales, une bonne base doit avoir beaucoup plus de diviseurs. Bien qu'il soit le plus utilisé, le système décimal n'est peut-être pas le plus pratique. Certains proposent le système duodécimal (12 ayant plus de diviseurs que 10) qui est utilisé déjà dans les manipulations de douzaines d'objets. Pour les ordinateurs travaillant en binaire, une puissance de deux est l'idéal. Le système octal conviendrait à la fois aux ordinateurs et aux capacités mentales humaines et pour cette raison il est parfois considéré comme un système d'avenir. " (Bouvier, George et Lelionnais, 1979, p 590).

Si l'on s'intéresse à la simplicité des algorithmes de divisibilité, c'est le nombre de diviseurs de la base b, de (b-1) et de (b+1) qui est important. Les diviseurs de b se reconnaissent sur le chiffre des unités. Les diviseurs d de (b-1) se reconnaissent sur la somme des chiffres modulo d, puisque b = 1 modulo d, ainsi que toutes les puissances de b. Les diviseurs d de (b+1) se reconnaissent sur la différence de la somme des chiffres de rang pair et de la somme des chiffres de rang impair, puisque b = -1 modulo d (et donc $b^2 = +1$, $b^3 = -1$ …etc.)

L'intérêt d'un système de numération en base 10 est de permettre de représenter des grands nombres. En effet, ceci est difficile en numération romaine et donne un grand nombre de digits en binaire. Par exemple, écrivons 1 999 de plusieurs manières. En base 2 : $[1\ 999]_{10}$ = $[11\ 111\ 001\ 111]_2$ et en chiffes romains, selon l'époque on trouvera MDCCCCLXXXXVIIII ou MCMXCIX.

De plus, avec un système de numération en base, la longueur d'un nombre est fonction de sa valeur. Mais l'intérêt le plus marqué est la possibilité d'effectuer des calculs rapidement et facilement.

4.2 Première définition : niveau primaire et collège

Dans chaque rang (ou position, ou colonne) du système décimal (unités, dizaines, centaines, milliers…), on écrit les chiffres de 0 à 9. Dès que l'on arrive à 10, la valeur de la position change, c'est-à-dire 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, 10 centaines = 1 millier, etc. Pour effectuer des opérations, on utilise ces relations.

Définition : La retenue permet de gérer le changement de la valeur de position, elle réalise un transfert des nombres entre les rangs.

Quand, comment et pourquoi utilisons-nous des retenues pour effectuer des additions, des soustractions et des multiplications ? (La division se ramène à des soustractions.) Étudions quelques exemples.

- L'addition de 538+191

$$\begin{array}{rrrr} & {}^{1}5 & 3 & 8 \\ + & 1 & 9 & 1 \\ \hline & 7 & 2 & 9 \end{array}$$

Au rang des dizaines on effectue l'addition 9+3=12. Et 12 dizaines = 120, c'est pour cela que l'on marque le 2 dans les dizaines et le 1 dans les centaines. Ainsi, pour la somme de deux nombres si l'addition s'effectue au rang des unités, la retenue (s'il y en a une) est une dizaine ; au rang des dizaines la retenue est une centaine, dans les centaines la retenue est un millier, etc., au rang i, la retenues vaut 1 au rang (i+1).

Pour l'addition de trois nombres, au maximum la retenue est de deux, car au maximum 9×3=27 et s'il y a une retenue au rang inférieur, au maximum on peut obtenir 27+2=29.

Pour l'addition de quatre nombres, au maximum la retenue est de trois, en effet 9×4=36 et au maximum 3 de retenue du rang précédent donc 39. Etc.

Généralisation : Pour l'addition de m nombres au rang i, la retenue vaut au maximum (m−1) au rang (i+1), même s'il y a déjà une retenue au rang inférieur.

- La soustraction de 81−17

$$\begin{array}{rr} 8 & {}_{1}1 \\ -\ 1_{1} & 7 \\ \hline 6 & 4 \end{array}$$

On veut soustraire 7 unités, mais on n'en dispose que d'une seule. Pour la soustraction, on va utiliser deux retenues. Au rang des unités, on rajoute 10 unités et au rang des dizaines, on enlève 1 dizaine, c'est-à-dire 81−17=81+10−(17+10). On effectue donc dans les unités 11−7=4 et dans les dizaines 8−(1+1)=6. Les retenues interviennent lorsqu'à un certain rang, le chiffre à soustraire est plus grand que celui dont on dispose.

Généralisation : Pour la soustraction de deux nombres x et y (non nuls), si au rang i le chiffre à soustraire est plus grand que celui dont on dispose, le calcul s'effectuera avec des retenues. On utilisera la propriété : $x–y= x+10^{i+1} – (y+10^{i+1})$ pour effectuer le calcul. On écrira 10^{i+1} comme 10 au rang i et 1 au rang (i+1).

- La multiplication de 235×7

$$\begin{array}{rrrr} 2 & 3 & 5 & \\ \times & & 7 & \cancel{3} \\ \hline 16 & 4 & 5 & \cancel{2} \end{array}$$

Au rang des unités, on obtient 5×7=35 donc 5 unités et 3 dizaines, la retenue est 3, à placer dans les dizaines. Ensuite 7×3=21, avec le 3 de retenue, on a 24 dans les dizaines donc 4 dizaines et 2 centaines, donc on a une retenue de 2, à placer dans les centaines. Enfin 7×2=14 et 2 de retenue 16 dans les centaines.

Généralisation : Pour le produit de deux nombres au rang i, la retenue est au maximum 8 au rang (i+1). En effet, 9×9=81 et s'il y a une retenue (maximum 8) à un ordre inférieur 81+8=89.

4.3 Deuxième définition : généralisation

Pour une base quelconque, quelles sont les retenues maximales ? Pour l'addition de deux nombres ? Pour l'addition de m nombres ? Pour la multiplication de deux nombres ? Quelles sont les retenues pour la soustraction de deux nombres ? Nous nous limitons aux retenues qu'un élève du primaire doit gérer.

Remarque préliminaire sur la définition d'une numération écrite de position (Guitel, 1975) :

> " Pour une numération de base n qui utilise plus de (n−1) chiffres significatifs que les chiffres supplémentaires aient ou non valeur numérique, il ne s'agit plus d'une numération écrite de position. Mais naturellement, il ne suffit pas qu'une numération de base n utilise seulement (n−1) chiffres significatifs pour être de position, il faut en outre que les puissances de la base, qui ne sont que sous-entendues dans l'écriture du nombre, forment un ensemble totalement ordonné. Ces deux conditions sont nécessaires ; à elle deux elles caractérisent une numération écrite de position. " (Guitel, 1975, p 487-488)

Guitel donne cette définition d'une numération écrite de position pour montrer que la numération babylonienne est la plus ancienne numération écrite de position que nous connaissons. Cette numération en base 60 est parfaitement constituée vers l'an − 2 000. Ainsi, Guitel conteste le point de vue de l'historien des sciences spécialiste de la Chine, Needham, pour qui, la numération écrite de position la plus ancienne est celle des oracles-bones en Chine et date du 14ème siècle avant J.-C. :

> " Il est faux que la numération des oracles-bones ait été une numération écrite de position. S'il en avait été ainsi, étant de base 10, elle n'aurait pas eu besoin d'un nouveau symbole pour désigner 10 […]. " (Guitel, 1975, p 487)

En réalité, la numération des oracles-bones n'est de position que sur une table à compter ou un boulier.

Maintenant, considérons une numération positionnelle en base b ($b \in N^*$ et $b \geq 2$), la suite $(b^i)_{i \in N}$ est donc strictement croissante. Soient x et y deux nombres non nuls ayant au plus (n+1) chiffres, l'écriture de x et y est unique dans cette base.

On note $x = \sum_{i=0}^{n} x_i b^i = [x_n\ x_{n-1} \ldots x_1\ x_0]_b$ et $y = \sum_{i=0}^{n} y_i b^i = [y_n\ y_{n-1} \ldots y_1\ y_0]_b$ tel que $0 \leq x_i, y_i \leq b-1$. Si x et y n'ont pas le même nombre de chiffres, certains x_i ou y_i sont nuls.

Remarque : On utilise la notation entre crochets pour indiquer une notation positionnelle en base b, $z = [z_n\ z_{n-1} \ldots z_1 z_0]_b$, et on gardera cette notation même si $z_i \geq b$.

- L'addition de deux nombres

Notons $z = x+y = [z_n\ z_{n-1} \ldots z_1\ z_0]_b$ et $z_i = x_i+y_i$, quel que soit i, $0 \leq i \leq n$. Comme $0 \leq x_i, y_i \leq b-1$, alors $0 \leq z_i \leq 2(b-1)$ et on a deux cas :

(1) Soit quel que soit i, $0 \leq z_i \leq b-1$ et l'addition s'effectue sans retenue,

(2) Soit il existe un i pour lequel $b-1 < z_i \leq 2(b-1)$ et au maximum $z_i = 2(b-1)$, alors :

Au maximum, $z_i = 2(b-1) = 2b-2 = b+b-2 = 1 \times b^1 + (b-2) \times b^0$, cette décomposition est unique, et se note en écriture positionnelle $z_i = [1\ (b-2)]_b$. Donc (b−2) est au rang i et 1 au rang (i+1) et c'est la retenue ainsi $z_{i+1} = x_{i+1} + y_{i+1} + 1$.

Remarque : S'il y a déjà une retenue au rang (i−1), au maximum,
$z_i = 2(b-1)+1 = 1 \times b^1 + (b-1) \times b^0$ soit $z_i = [1\ (b-1)\ ]_b$ ce qui donne toujours une retenue de 1.

⇒ La retenue maximale pour l'addition de deux nombres est 1.

Conséquence : Le résultat de l'addition de deux nombres à (n+1) chiffres possède au maximum (n+2) chiffres.

- Généralisation à l'addition de m nombres ($m \in N^*$ et $m \geq 2$) :

La notation $\lfloor\ \rfloor$ signifie partie entière inférieure.

Au rang 0, la retenue maximale est $r_0 = \left\lfloor \frac{(b-1)m}{b} \right\rfloor$ et pour i≥0, $r_{i+1} = \left\lfloor \frac{(b-1)m + r_i}{b} \right\rfloor$.

D'autre part :

On a montré que pour m=2, la retenue maximale est 1. Supposons que pour m nombres ($m \in \mathbb{N}^*$ et $m \geq 2$) la retenue maximale soit (m−1). Alors, pour (m+1) nombres, la retenue maximale est m. En effet, (m+1) nombres = m nombres + 1 nombre, pour m nombres la retenue au maximum est (m−1) et pour deux nombres c'est 1. On peut considérer deux nombres : le résultat intermédiaire de m nombres et celui que l'on rajoute, alors pour (m+1) nombres c'est (m−1)+1=m.

⇒ La retenue maximale atteinte pour l'addition de m nombres est (m−1).

- La soustraction de deux nombres

Considérons x>y et notons $z = x-y = [z_n\, z_{n-1} \ldots z_1 z_0]_b$ et $z_i = x_i - y_i$, quel que soit i, $0 \leq i \leq n$. On a alors deux cas :

(1) Soit quel que soit i, $x_i \geq y_i$ et la soustraction s'effectue sans retenue,

(2) Soit il existe un i pour lequel $x_i < y_i$ et alors on écrira x−y de la manière suivante :

$x-y = [x_n\, x_{n-1} \ldots\; x_{i+1}\, (x_i + b) \ldots\; x_1 x_0]_b - [y_n\, y_{n-1} \ldots\; (y_{i+1}+1)\, y_i\; \ldots y_1 y_0]_b$ c'est-à-dire que l'on effectue l'opération $x-y = x+b^{i+1}-(y+b^{i+1})$. On écrira b^{i+1} comme b au rang i et 1 au rang (i+1).

⇒ Ainsi, on a deux retenues, une qui vaut b au rang i et l'autre 1 au rang (i+1).

- La multiplication de deux nombres

On a alors $z = \sum_{k=0}^{2n} \sum_{j=0}^{n} x_{k-j} y_j b^k$ pour $0 \leq k-j \leq n$. Les multiplications intermédiaires s'effectuent en lignes et l'addition finale en colonnes. Regardons les retenues pouvant être obtenues lors des multiplications (en lignes) et non pour l'addition finale (en colonnes).

Posons i=k−j et notons ℓ_j la (j+1)ème ligne d'un calcul posé en colonnes. Alors, $\ell_j = \sum_{i=0}^{n} x_i y_j b^{i+j} = \sum_{i=0}^{n} c_{i,j} b^{i+j}$ avec $0 \leq j \leq n$. On note donc $c_{i,j} = x_i\, y_j$. Comme $0 \leq x_i, y_j \leq b-1$, alors $0 \leq c_{i,j} \leq (b-1)^2$ et on a deux cas :

(1) Soit quel que soit le couple (i,j), $0 \leq c_{i,j} \leq b-1$ et l'addition s'effectue sans retenue,

(2) Soit il existe un couple (i,j) pour lequel $b-1 < c_{i,j} \leq (b-1)^2$ et au maximum $c_{i,j} = (b-1)^2$, alors :

Au maximum, $c_{i,j} = (b-1)^2 = b^2-2b+1 = (b-2) \times b^1 + 1 \times b^0$, cette décomposition est unique, soit en écriture positionnelle $c_{i,j} = [(b-2)\ 1]_b$. Donc 1 est au rang (i+j) et (b−2) au rang (i+1+j) et c'est la retenue, $c_{i+1,j} = x_{i+1} y_j + (b-2)$.

Remarque : S'il y a déjà une retenue au rang (i−1+j), au maximum,

$c_{i-1,j} = (b-1)^2 + (b-2) = (b-2)\times b^1 + (b-1)\times b^0$ soit $c_{i-1,j} = [(b-2)\ (b-1)]_b$ ce qui donne toujours une retenue de (b−2).

⇒ La retenue maximale pour la multiplication de deux nombres est (b−2).

Remarque : Le résultat du produit de deux nombres à (n+1) chiffres possède au maximum 2(n+1) chiffres.

4.4 L'écriture des nombres décimaux

On peut étendre ces définitions aux nombres décimaux qui ont des exposants négatifs. Les retenues " ne savent pas " qu'il y a une virgule, en quelque sorte. C'est un des avantages d'une numération positionnelle.

Historiquement, c'est Stévin dans l'ouvrage *La Disme* de 1585 qui introduit une notation des décimaux pour faciliter les calculs de la vie courante des marchands, des artisans... Jusque-là, un rationnel s'écrit comme un entier (en base 10) suivit d'une fraction inférieure à 1 (appelée "nombre rompu"). On comprend bien la difficulté à manipuler cette notation pour effectuer des calculs. Stévin prolonge les notations en puissances négatives de 10 et rend utilisables les règles opératoires associées (multiplication, division).

Pour reprendre l'exemple de *La Disme*, l'écriture en rompu $8\ \frac{937}{1000}$ devient 8⓪ 9① 3② 7③. Aujourd'hui nous utilisons en France la notation 8,937 que l'on peut décomposer en $8{,}937 = 8\times10^0 + 9\times10^{-1} + 3\times10^{-2} + 7\times10^{-3}$. Notons bien que Stévin n'a pas inventé les fractions décimales (pleinement acquise à partir du 13$^{\text{ème}}$ siècle) mais une notation décimale. Cependant, on sait bien en mathématiques l'importance des notations et de la nécessité de pouvoir les manipuler facilement.

Stévin précise que "nous n'écrivons pas 7① 12②, mais en leur lieu 8① 2② car ils valent autant". (p 5, éd 1980). Nous avons donc une écriture intermédiaire, nous pourrions dire didactique. Cette notation permet d'écrire les retenues provisoirement, elle possède plus de sémioticité. L'écriture avec une virgule est plus aisée pour les manipulations, mais elle cache un peu de sens : avec la virgule, on gagne en technicité et on perd en sémioticité. De ce fait, la question d'enseigner les notations de Stévin se pose. L'idée serait d'écrire la puissance à droite du chiffre en l'entourant et d'utiliser des puissances positives et négatives. Par exemple, on a $965{,}43 = 9\times10^2 + 6\times10^1 + 5\times10^0 + 4\times10^{-1} + 3\times10^{-2}$ donc on l'écrirait provisoirement 9② 6① 5⓪ 4-① 3-②. Ceci permettrait en particulier d'écrire plus de 9 dans un rang, par exemple 6② 13① équivaut à 7② 3① . Notre hypothèse est que cette technique s'éteindrait naturellement au profit de la virgule, technique plus adaptée pour effectuer des opérations. Cette remarque rapide pourrait constituer une recherche approfondie avec des observations de classe et une ingénierie didactique précise.

5. Conclusion

Ce chapitre atteste l'importance que nous accordons à l'approche historique des mathématiques qui donne du sens à l'enseignement. De plus, nous avons montré que l'étude du fonctionnement des instruments à calculer (boulier chinois, bâtons de Néper, réglettes de Genaille-Lucas et règle à calcul) implique l'étude et la compréhension approfondie du système de numération décimale, lui-même indissociable des algorithmes de calcul et de la notion de retenue. Aussi, l'étude des instruments met à jour différentes manières de calculer et différents algorithmes de calcul ce qui implique que le rôle du professeur est de permettre aux élèves de faire les liens entre les différentes techniques : celles déjà connues avec le papier-crayon ou la calculatrice et l'ensemble des techniques disponibles avec des instruments à calculer.

D'autre part, nous pensons que la mécanisation du calcul constitue un problème important de mathématiques. Nous traitons une question originale : *Comment définir la retenue ?* Comme nous l'avons vu dans ce chapitre, cette définition théorique n'est pas immédiate. Nous complétons ce point de vue au Chapitre 4 grâce à des données expérimentales recueillies auprès d'élèves et de professeurs des écoles.

Chapitre 4 : Observations et conclusions sur l'atelier *Instruments à calculer*

Jusque-là, nous avons analysé le milieu de la culture scientifique et technique et l'animation scientifique ; puis nous avons défini les objets mathématiques matériels comme des ostensifs maniables. Ensuite, nous avons développé le contexte historique et le mode de fonctionnement des instruments à calculer. Maintenant, nous arrivons à l'analyse des observations de l'atelier sur les instruments à calculer aux *Domaines*. Cet atelier comprend la fabrication des instruments (boulier chinois, réglettes à multiplier et règle à calcul) avec les animateurs et leur étude avec les professeurs. Dans ce chapitre, nous étudions la phase de fabrication des instruments et le discours des acteurs : animateurs, professeurs et enfants. Avec les comptes-rendus produits par les enfants, nous regardons le contexte c'est-à-dire l'animation scientifique, la sortie scolaire. Enfin, les questionnaires étudient en particulier l'évolution du rapport personnel des enfants aux mathématiques ainsi que leur définition de la retenue ; nous complétons ces résultats avec des questionnaires soumis aux professeurs des écoles. Concernant l'étude du mode de fonctionnement des instruments comme situation de recherche, nous l'envisageons au Chapitre 5.

1. Méthodologie pour les observations aux *Domaines*

Les observations ont porté sur quatre classes de CM2 qui sont venues au centre d'animation travailler sur le thème des *Instruments à calculer* entre septembre 2003 et mars 2004.

	Classe 1 Professeur P1 École A	**Classe 2 Professeur P2 École B**	**Classe 3 Professeur P3 École A**	**Classe 4 Professeur P4 École C**
Dates des séances aux *Domaines*	30/09/2003 07/10/2003 21/10/2003	09/12/2003 16/12/2003 12/03/2004	06/01/2004 13/01/2004 20/01/2004	09/03/2004 13/03/2004 26/03/2004

Tableau 6 : Dates des séances aux *Domaines* pour les quatre classes de CM2

Les trois écoles concernées sont dans le 13ème arrondissement de Marseille, les écoles A et C sont dans des quartiers assez favorisés alors que l'école B est sur une zone beaucoup plus difficile. Deux professeurs sont des femmes (P1 et P3) et les deux autres des hommes (P2 et P4). Les professeurs des classes 1, 3 et 4 sont déjà venus au centre, alors que c'est la première fois pour P2. Nous avons choisi des écoles habituées à venir aux *Domaines*. À ma demande, P1, P2 et P3 ont accepté de choisir l'atelier *Instruments à calculer* pour participer à cette recherche. Le professeur de la classe 4 a demandé à venir aux *Domaines* sur ce thème et a ensuite accepté de participer à la recherche.

Les séances ont été observées et filmées, ce qui représente une soixantaine d'heures. Des entretiens avec les professeurs des écoles et les animateurs (Annexe 4), et les enfants (Annexe 5) ainsi que des questionnaires soumis aux enfants (Annexe 2) constituent les données empiriques. Nous disposons aussi de comptes-rendus de séances produits par les élèves, pour trois classes (Annexe 6).

Le contenu de l'atelier a été réfléchi en fonction des contraintes du centre et de la thématique à aborder : les mathématiques. Il comporte la fabrication et l'étude du boulier chinois, des bâtons à multiplier (Néper et Genaille-Lucas) et de la règle à additionner (règle à calcul pour l'addition et la soustraction). Chaque tiers de classe assiste aux séances dans un ordre différent et à la fin des trois journées chaque groupe a réalisé les mêmes séances.

	Jour 1	Jour 2	Jour 3
Matin	Théorie avec le professeur	Atelier sur le boulier (1) avec l'animateur A2	Atelier sur les bâtons de Genaille-Lucas et la règle à calcul avec l'animatrice A1
Après-midi	Atelier sur les bâtons de Néper avec l'animatrice A1	Théorie avec le professeur	Atelier sur le boulier (2) avec l'animateur A2

Tableau 7 : Exemple de déroulement des séances pour un groupe (un tiers de classe)

Pour la classe 1, le professeur n'a pas été guidé pour les séances qu'il gérait aux *Domaines*. Les séances de théorie pour P1 ont consisté en des exercices de type Activités de Recherche en Mathématiques, propices au travail en petit groupe. Cette première expérience a permis de vérifier que les animations se consacrent essentiellement à la fabrication et que l'étude des instruments doit être complétée par le professeur. D'ailleurs, à la demande de P1, nous avons poursuivi en classe avec un cours sur l'étude des instruments.

Nous avons donc affiné notre méthodologie en proposant aux trois autres professeurs de travailler aux *Domaines* sur l'étude des instruments à calculer, en posant aux élèves la question de leur fonctionnement. Nous avons aussi fourni à chaque professeur un livret sur les instruments à calculer concernant leur histoire, leur mode de fonctionnement ainsi que des exercices pour la classe (Chapitre 3). Nous avons donc choisi le thème d'activité du temps de théorie, mais nous avons laissé au professeur le choix des décisions à prendre pendant les séances, le temps à consacrer à une question, etc. Ainsi, l'étude du mode d'emploi du boulier chinois comme situation de recherche (Chapitre 5) a constitué la majeure partie du temps de théorie pour les classes 2, 3 et 4.

Pour les classes 1 et 2, nous avons suivi le parcours d'un groupe au fur et à mesure des séances avec le professeur et avec les animateurs. Pour les classes 3 et 4, nous sommes restés avec le professeur et nous avons observé l'étude du boulier comme situation de recherche avec les différents groupes.

2. L'étude des instruments à calculer en classe et le programme officiel en mathématiques

En classe ne signifie pas obligatoirement à l'école physiquement mais avec les contraintes institutionnelles de l'école, c'est-à-dire le programme officiel.

Qu'en est-il du programme de mathématiques du cycle 3 ? Quelles sont les directives ministérielles concernant l'enseignement du calcul ? Quel est notre point de vue ?

2.1 Horaires et programmes de l'école élémentaire 2002

Les ateliers proposés par *Les Domaines* n'ont pas la contrainte de coller au programme officiel, mais travaillant avec des scolaires, le centre ne peut ignorer les directives ministérielles (BO 2002, Hors série n°1, 14/02/02).

Le cycle 3 ou cycle des approfondissements comprend les classes du CE2 au CM2. Au cycle 3, le domaine de *l'éducation scientifique* se constitue de deux champs disciplinaires : les *mathématiques* et d'un nouvel enseignement : les *sciences expérimentales et technologie*.

L'apprentissage du calcul doit prendre en compte " les machines susceptibles de suppléer l'homme dans ce domaine ". Comme le précise ce BO, on pense bien sûr à la calculatrice, à l'informatique. Mais un autre axe qui n'est pas relevé ici et qui nous semble pertinent, est de se référer à l'histoire des sciences et aux instruments utilisés par les hommes au cours des temps pour compter, tracer…

D'autre part, le lien entre sciences et mathématiques devient essentiel. Les mathématiques " deviennent des instruments disponibles pour traiter nombre de situations et pour entrer dans les sciences d'une autre manière ".

Les sciences et techniques, autour d'expériences et de réalisations matérielles développent les " manipulations, observations, mesures " et le travail en petits groupes. La passerelle entre mathématiques et sciences s'observe sur la thématique de la mesure : on utilise des instruments (double décimètre, horloge, balance, thermomètre), on procède à des relevés que l'on exploite avec des diagrammes, on peut aussi aborder la proportionnalité. L'enseignement des sciences et techniques s'organise autour d'une " situation de départ qui focalise la curiosité des élèves, déclenche leurs questions et leur permet d'exprimer leurs idées préalables […]. L'activité des élèves est la règle et les expériences magistrales sont rares. " Nous proposons d'appliquer ces recommandations aux mathématiques.

2.2 Document d'application des programmes : Mathématiques, cycle 3, 2002

Dans l'introduction de ce document est explicitée " la question du calcul aujourd'hui " (p 6). Le calcul se décline sous trois formes : *mental, instrumenté* et *posé*.

Le *calcul mental* doit " occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière dès le cycle 2 ". De plus, il " accompagne l'usage intelligent d'une calculatrice ordinaire. "

Le *calcul instrumenté* c'est-à-dire avec un instrument de calcul : une calculatrice ou un tableur doit au-delà de son emploi pour résoudre des problèmes, donner lieu à des activités spécifiques. Pour le cycle 2, on se limite à l'addition et la soustraction et pour le cycle 3 on l'étend à d'autres fonctionnalités : mémoire, division, parenthèses. L'objectif est que les élèves se familiarisent avec un objet qui s'est imposé dans la vie courante. L'usage de la calculette donne au calcul posé (technique opératoire) le rôle de renforcer la compréhension. Cette compréhension peut aussi se consolider avec le boulier, bâtons de Néper, réglettes de Genaille, règle à calcul…

Enfin, le *calcul posé* " doit faire l'objet d'un recentrage " et permettre un usage dans des cas simples (addition, soustraction, multiplication). " Une part essentielle de l'activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées ", c'est sur ce point que l'utilisation d'instruments de calculs comme le boulier, les réglettes multiplicatrices a un rôle important.

Dans la suite de cette introduction, différentes formes de travail sont proposées en classe de mathématiques, en particulier les activités en petits groupes. Un paragraphe est consacré au

" matériel et manipulations " (p 10). Même si le lecteur est mis en garde sur le fait que " le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit ", il est suggéré d'utiliser du matériel pour la classe : " cubes, jetons, bouliers, compteurs, instruments de géométrie et de mesure, jeux, etc. " Il est enfin précisé que :

> " Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient de bien distinguer les tâches de constat et d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience ".

2.3 Documents d'accompagnements des nouveaux programmes de l'école primaire, cycles 2 et 3, 2002

- Document sur l'utilisation des calculatrices en classe :

C'est dès le cycle 2 que l'introduction de la calculatrice en classe est préconisée. Différents scénarios sont proposés. Le scénario qui nous semble le plus adapté est une approche historique des mathématiques. En effet, l'étude des différents systèmes de numération (indien, égyptien…), du système décimal de position puis des instruments à calculer : l'abaque, le boulier, les réglettes, les machines mécaniques, est une progression logique qui amène à l'utilisation de la calculatrice et de l'ordinateur. C'est ce scénario qui nous semble être le plus adapté au calcul instrumenté. Il est nécessaire que celui-ci soit inclus dans un apprentissage cohérent des mathématiques et de l'histoire des mathématiques.

- Document sur le calcul mental :

Les expressions *calcul mental, calcul pensé* et *calcul réfléchi* se veulent équivalentes, elles insistent sur l'importance d'une méthode, d'une stratégie à mettre en place pour réaliser un calcul. Le calcul est automatisé si l'on utilise une calculatrice (calcul instrumenté) ou un algorithme appliqué avec papier et crayon (calcul posé).

" La pratique du calcul mental a une double fonction, sociale et pédagogique " (p 2). En effet, son usage se retrouve dans la vie courante en l'absence de support ou de calculette. De plus, le calcul mental est un très bon moyen de contrôle, pour les fautes de frappes sur la calculette par exemple. Il joue aussi " un rôle important pour la compréhension et la maîtrise des notions enseignées " en mathématiques : structure des entiers naturels, propriétés des opérations… L'utilisation d'outils de calcul comme le boulier ou les réglettes est aussi un moyen de travailler ces notions mathématiques délicates et fondamentales. De plus, les moyens de contrôle à disposition des élèves sont alors le calcul mental et la calculatrice.

Ainsi, l'idée d'utiliser d'autres instruments que la calculette est présente dans ces programmes. De plus, le raisonnement, la recherche d'une méthode pour utiliser un boulier se rapprochent d'une stratégie mise en place pour le calcul mental. Par exemple par soustraire neuf de tête, il est plus facile de soustraire dix et d'ajouter un, c'est le même raisonnement que l'on utilise sur le boulier. Dans la continuation de ces programmes, les nouveaux programmes pour le collège seront effectifs à la rentrée 2005.

3. La fabrication des instruments à calculer

Le temps des animations constitue un moment important de l'apprentissage où les enfants sont fortement valorisés par la réalisation d'une œuvre personnelle. Ces objets sont définis ici comme des *œuvres* par opposition aux *produits* (Deforge, 1990). Celles-ci sont originales, rares, faites mains, exprimant un savoir-faire et la personnalité du créateur, de l'artisan, de l'artiste. C'est aussi une forte implication affective dans la réalisation des objets qui distingue l'œuvre du produit. Même si l'utilisation rapide des objets pendant les animations ne semble pas permettre une appropriation de leur mode de fonctionnement, lorsque les enfants décrivent ces moments, chaque détail est mentionné. Le déroulement des séances est repris point par point, ce qui montre bien une activité différente de l'ordinaire. Ces moments ont été pour eux " héroïques ".

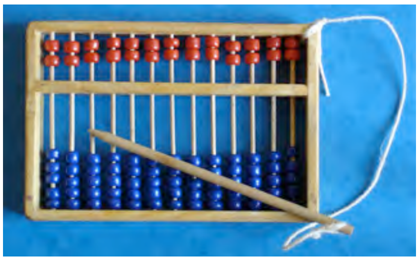
D'autre part, ces objets matériels constituent une trace de ce qui a été appris. Ils permettent aux enfants de montrer aux parents le travail réalisé. Le cahier permet aussi de valoriser l'apprentissage, de le montrer. Mais un objet matériel, fait-main par l'enfant, que l'on peut garder plusieurs années, entreposé sur l'étagère de sa chambre possède un effet démonstrateur bien supérieur.

3.1 La fabrication du boulier chinois

Le boulier chinois (ou suan-pan) a particulièrement retenu notre attention, la confrontation avec la classe et le professeur a révélé une situation bien plus riche qu'elle ne le paraissait.

Pour notre étude, la production des objets s'est faite au centre d'animation, avec les animateurs formés aux sciences et techniques. Le centre possède un atelier qui permet de travailler en toute sécurité avec tous les outils adéquats : scies électriques, serre-joints… Les fournitures utilisées sont des baguettes de bois, des tiges et des perles.

- Matériel nécessaire pour la construction d'un boulier chinois



- Cinq baguettes en bois de hauteur 0,5 cm et de largeur. 2 cm. Pour la longueur : deux de 10 cm et trois de 14 cm
- Treize tiges en bois (ou rondins) de 2 mm de diamètre que l'on peut trouver dans les magasins de modélisme, pour enfiler des perles.
- 91 perles, 26 (2×13) pour la partie supérieure et 65 (5×13) pour la partie inférieure.
- Colle à bois, serre-joints…

- Argumentation sur nos choix

Nous avons choisi de construire un petit boulier c'est-à-dire de 14 cm par 10 cm. Ceux que l'on trouve en commerce mesurent au moins 25 cm par 12 cm. Ces bouliers " modèle réduit " présentent l'avantage d'un coût moindre, mais le problème est que les petites perles ne se déplacent pas facilement. On a donc rajouté un stylet pour que l'utilisation soit possible avec des doigts d'adulte ! Il faut donc bien noter dès à présent que la construction de ce boulier se fait dans l'objectif d'une activité en mathématiques et non dans les règles de l'art pratiquées en Asie. Le boulier chinois tel qu'on le connaît actuellement est le résultat de diverses évolutions, en particulier la taille et la forme du cadre, ainsi que le matériau des boules sont pensés pour que le déplacement soit le plus rapide possible. Pour écrire, on claque les boules vers la barre centrale, en un seul geste. Il va de soi que l'introduction d'un stylet ne va pas du tout dans ce sens. Notre objectif est que chaque enfant puisse construire un boulier pour qu'il soit le prétexte d'une réflexion sur la numération, le système positionnel décimal, les techniques opératoires, etc. Le boulier a donc été adapté à nos contraintes et à nos objectifs.

Le deuxième choix fait à propos du boulier, c'est la couleur des perles. Les objets construits au centre doivent être beaux. Les enfants accordent beaucoup d'importance aux finitions de leur réalisation, c'est une part d'eux qu'ils mettent dedans. Nous avons donc préféré deux couleurs pour les perles, plutôt qu'une seule. Mais ce choix n'est pas uniquement dans un but d'esthétique. Les boules du haut n'ont pas la même valeur que celles du bas. Celles du haut valent chacune cinq et celles du bas chacune un. Donner une couleur différente permet de pouvoir en parler : les boules bleues, les boules rouges, même si on ne connaît pas ou si on ne se rappelle plus du vocabulaire spécifique. Bien sûr il est hors de question de mettre des perles multicolores car on ne peut alors plus rien lire ! Changer la couleur selon la tige ne serait pas non plus une bonne idée : toutes les notions intéressantes sur le système positionnel montrées avec le boulier perdent leur sens. Le boulier permet de montrer matériellement que trois dans la tige des dizaines ou dans la tige des centaines s'écrit de la même manière, c'est-à-dire en déplaçant trois unaires. Mais, selon la position de la tige, on ne lira pas le même nombre : ce sera 30 ou 300 ! On comprend alors ce que veut dire position dans le terme système positionnel.

3.2 L'impact de la fabrication pour les enfants

Les discours d'Amélie, Mathilde, Claude et René vont nous permettre de mieux comprendre l'impact de la fabrication pour les enfants[9].

Amélie vient de construire les bâtons de Néper et nous lui demandons de nous expliquer comment elle a fait :

> **I : Bon tout à l'heure, j'étais avec P. [A1] donc j'ai bien vu, mais est-ce que tu pourrais essayer de m'expliquer comme à quelqu'un qui n'y était pas, ce que vous avez fait ce matin.**
> Am : Alors, bien en détail ? On raconte ce qu'on a fait mais, pas au détail près, pour que tu comprennes ?
> **I : Imagine ce que tu pourras dire ce soir à ta maman ou à ton papa.**
> Am : Alors, on a pris des petites plaques en bois, d'une mesure. Même il y avait des grandes de 25 cm ou 26 et il y en avait des moyennes de 15 cm. Alors après, on a pris une grande par exemple on est allé dans une salle pour couper à une machine le bois. On a bien tenu et on a avancé et la scie ça nous a coupé parce que c'est électronique, ça marche tout seul. Ensuite quand on avait tout coupé, on en avait 11 de barres, enfin de plaquettes on en avait 11, dès qu'on avait tout coupé, on les avait mis, bien côte à côte pour que ce soit plus simple, on avait pris du scotch on l'avait collé sur la table en les tenant par-dessus. Ensuite, on a commencé à prendre une règle et un crayon, on a mesuré un cm pour tracer une droite, heu, oui, une droite, plusieurs fois jusqu'à ce qu'on arrive à 9 cm, non 10 cm. Et ensuite, quand on avait fini, on prenait la règle et le crayon, on le faisait en diagonale, de la gauche jusqu'à la droite, en

[9] Pour les entretiens, I signifie celui qui a mené l'interview (nous-mêmes).

> diagonale et on faisait jusqu'en bas. Et après on enlevait le scotch, on l'a mis à la poubelle et ensuite on a pris nos plaquettes et ça nous aide à faire des tables de multiplications donc on a pris une plaquette, on a fait comme un tableau de multiplications. On a mis le fois, le signe de multiplication. Après, on a marqué : 1, 2, 3, 4 jusqu'à 9. Et on a fait notre table avec des plaquettes. Et ça nous disait, par exemple si on savait pas nos multiplications, c'est comme un peu une addition qu'on multiplie. En fait, c'est… Oubliez l'addition ! C'est une multiplication qu'on va chercher, par exemple je dis n'importe quoi : 6 fois 5, alors tu vois à la plaquette où il y a marqué 6, et comme tu as une plaquette où il y a tes nombres de 1 jusqu'à 9, tu cherches 5, ça fait 6 fois 5 et tu regardes à la ligne de 6 et il y a marqué le résultat, ça fait 30. Et voilà. Et après on les a bien poncés et ils sont tout beaux ! (Méso-entretien avec Amélie de la classe 2)

Amélie précise qu'elle donne des explications, mais pas au détail près, pour que l'on puisse comprendre ! La précision de ces explications signifie bien que cette activité n'est pas routinière et qu'elle a été très valorisante pour cette élève. D'ailleurs, en post-entretien, Amélie nous a confié qu'elle aimerait plus tard que ses enfants aillent aux *Domaines* :

> **I : Donc tu crois que tu vas t'en servir encore un petit peu ? En famille ?**
> Am : Ben même quand j'aurai des problèmes ou quoi ou qu'il nous dira le maître, eh ben je le ferai. Et ben quand je serai plus grand, et ben je le montrerai à mes enfants.
> **I : Ah bon !!! Pourquoi ? Tu trouves que c'est sympa le boulier ?**
> Am : Oui, j'aimerais bien moi si ça existe encore *Les Domaines* eh bien que mes enfants ils y aillent..
> **I : Ah ouais, c'est marrant ça ! Et est-ce que tu as bien aimé quand c'est toi qui expliquais à tes parents comment ça fonctionnait ?**
> Am : Ouais, je me sentais plus grande qu'eux. Comme eux, ils ne savaient pas, moi je leur expliquais au lieu que ce soit le contraire, parce que d'habitude c'est le contraire. Quand j'arrive pas à faire des problèmes ou quoi, c'est eux qui m'expliquent et puis là c'était eux qui avaient un problème parce qu'ils savaient pas.
> **I : Alors, ça arrive pas souvent que ce soit toi qui expliques des choses.**
> Am : Non ! (Post-entretien avec Amélie de la classe 2)

Pour Mathilde, la fabrication permet de comprendre le mode de fonctionnement :

> Ma : Parce qu'en les construisant, on a mieux compris, on a mieux compris comment on allait… comment ça marche. Et comment on doit les faire. Par exemple pour les réglettes, c'est avec les multiplications. Si on les avait pas construits, on aurait peut-être moins bien compris. (Post-entretien avec Mathilde de la classe 1)

Pour Claude, le boulier témoigne d'une réalisation conséquente (scier le bois, percer les baguettes, couper les tiges, coller…), c'est un très bel objet que ses parents ont apprécié :

> **I : Et tu les as montrés à tes parents ?** [À propos des instruments]
> Cl : Ils ont trouvé que le boulier était joli. […]
> **I : Et c'était important pour toi de les ramener à la maison les objets ?**
> Cl : Ouais, surtout le boulier, surtout.

> **I : Ah bon, pourquoi ?**
> Cl: Parce qu'il est plus joli. Il est plus dur à faire aussi.
> **I : Donc c'était important pour toi. Et tu t'en ressers des fois chez toi ?**
> Cl : Oui, des fois à la place de la calculette pour faire des additions. (Post-entretien avec Claude de la classe 3)

René évoque les trois grandes lignes de l'enseignement des mathématiques en primaire : mesurer, tracer et calculer. La réalisation, la création comme l'explicite cet élève est une phase de plaisir, terme qu'il cite deux fois :

> **I : Est-ce qu'il y avait des choses que tu n'avais pas trop comprises que tu as pu comprendre ?**
> Re : Ben, je savais pas ce que c'était le boulier et j'apprends mieux parce que on en a fait un. Parce que montrer au tableau c'est dur !
> **I : Quoi ? !**
> Re : Quand on marque au tableau, on n'arrive pas trop à comprendre et quand on fait, quand on le crée, quand on nous explique on comprend mieux.
> **I : Tu parles du moment où tu as construit l'objet ?**
> Re : Ben oui, quand on le construit, on nous explique comment le faire parce que si on construit, si on ne sait pas comment le faire ça sert à rien.
> **I : Donc, quand tu l'as construit, tu penses que tu as fait aussi des maths ?**
> Re : Bah on a fait la construction et aussi des maths parce qu'on a mesuré, il fallait faire plein de…, on a fait aussi pleins d'exercices sur le boulier heu des multiplications, des additions. […]
> **I : Est-ce que c'était important d'en avoir construit un que tu gardes ?**
> Re : Ben, c'est bien parce que comme ça, on s'entraîne. Plutôt que d'avoir une semaine sans le boulier, après on se rappelle plus. Par exemple s'il y a un contrôle dessus. […]
> **I : Tu préfères les avoir construits ?**
> Re : Oui oui, que euh ce soit des personnes qui nous les donnent. On a plus de plaisir de construire de nos propres mains qu'une autre personne.
> **I : Est-ce que tu penses que tu l'aurais utilisé autant si ce n'est pas toi qui l'avais construit ?**
> Re : Ben ce serait quand même le mien, mais j'aurais moins de plaisir par contre. (Post-entretien avec René de la classe 1)

4. Le discours des professeurs, des animateurs et des enfants sur l'atelier et les mathématiques

4.1 Le discours des professeurs

Le professeur P1 pense que l'étude du boulier et de la règle à additionner est plus adaptée pour des classes plus petites que le CM2. Toutefois, lors du pré-entretien, il développe bien le problème de la compréhension de la numération de position jusqu'au CM2 : " C'est ce que, au fil du temps dans l'apprentissage des mathématiques on tend à oublier : le sens des chiffres dans le nombre, la position. " Par contre, il trouve les bâtons de Néper très bien pour le CM2, pour donner un sens à l'algorithme de la multiplication :

> " Je leur ai fait poser les multiplications comme tu me l'avais proposé, décomposées. Le premier exemple que je leur ai donné, c'est une multiplication trois chiffres en haut, trois chiffres en bas et moi je l'ai faite en décomposant. Et, on a essayé de voir le résultat : " Non, mais maîtresse, vous vous êtes trompée ! Ce n'est pas comme ça qu'on fait ! " Bon d'accord, mais essayez de voir… " Ah oui, mais… " Pour leur montrer pourquoi on décale. Donc ça m'a permis si tu veux, en tant qu'instit de reprendre tout ce que j'avais de la multiplication et de tout remettre à plat. " (Post-entretien avec P1)

Le professeur P2 envisage l'atelier plus pour travailler la logique que le calcul, pour " recadrer tout ce qu'ils ont dans la tête ". Les séances lui ont permis de voir quels élèves n'avaient pas compris la numération de position. Par contre, à l'inverse de P1, il ne pense pas que l'atelier soit adapté pour des plus petits, il ne pense pas " que ce soit efficace ". P2 envisage donc l'atelier pour une réorganisation de connaissances déjà étudiées en classe.

Le professeur P3 a apprécié de travailler sur la numération et les opérations, pour lui-même et pour sa classe. Il met aussi en avant la réorganisation des connaissances :

> " C'est bien de proposer quelque chose qui, normalement est su et connu des élèves et de les mettre sur cette même notion, de les mettre devant un problème qui l'aborde, mais de manière différente. " (Méso-entretien avec P3)
> " Au départ, je pensais pas du tout qu'on pouvait en tirer tout ça pour être honnête ! " [*À propos des séances*] (Post-entretien avec P3)

À propos de l'étude du mode de fonctionnement du boulier, P3 précise la richesse de la situation qui pourrait permettre une étude de la numération, dès le cycle 2 :

> " Je me rends compte que c'est une situation qui est beaucoup plus riche que ce qui ne paraît au départ. Pour moi, c'était réglé en quelques manipulations, et en fait non. Il y a tellement de choses en fait ! Puisqu'il y a d'abord lire, écrire les nombres et il y a toute la base compter, calculer en fait. "(Méso-entretien avec P2)

Le professeur P4 a trouvé les méthodes de travail pour les animations et la théorie très naturelles. L'atelier a permis aux élèves d'apprendre des choses " sans s'en rendre compte ! " L'objectif de l'atelier était l'évolution de l'Homme, des instruments aux machines à calculer et c'est l'histoire des mathématiques que met en avant P4.

4.2 Le discours des animateurs

L'animatrice A1 a animé en majorité les séances sur les bâtons à multiplier et la règle à calcul (3/4 classes) et l'animateur A2 en majorité les séances sur le boulier (3/4 classes). D'ailleurs, A1 trouve les bâtons plus faciles à comprendre et A2 le boulier. Ceci semble en fait confirmer que les modes de fonctionnement des instruments nécessitent de mobiliser des connaissances mathématiques délicates à comprendre. Nous pointons une nécessaire formation des animateurs et des professeurs sur l'étude (en histoire et en mathématiques) des instruments à calculer.

L'animatrice A1 était très enthousiaste à l'idée d'animer l'atelier qui lui permet, pour elle et pour les enfants de dédramatiser les mathématiques, de les rendre moins rébarbatives.

> " Quand on aime le boulier, on aime les mathématiques… […] J'ai eu un manque en maths et physique aussi pendant quatre ans, au lycée. Aujourd'hui je suis très enthousiaste à l'idée de refaire tous ces jeux parce que ça comble ce manque-là, en mieux ! Je me sens mieux ! " (Pré-entretien avec A1)

Elle envisage l'atelier et les mathématiques comme un jeu, " un peu comme des mots croisés, j'ai l'impression ! ", par opposition à l'enseignement scolaire trop académique. Mais, cet atelier lui semble un peu différent des autres proposés aux *Domaines*, parce qu'il est plus proche du programme scolaire justement. Précisons de plus que A1 a choisi d'animer un atelier sur les jeux et les casses-têtes (Tour de Hanoi, Pythagore, Lewis Carroll, Pavages…) pendant les vacances de Pâques 2004.

L'animateur A2 était a priori très mitigé sur l'intérêt d'un atelier en mathématiques, mais le bon déroulement des séances a permis une évolution favorable de son opinion :

> " Ça reste quelque part dans la philosophie du centre, mais c'est à part dans le sens où les mathématiques en eux-mêmes sont une matière purement scolaire. Je ne crois pas que les mathématiques soient la priorité des sciences et techniques. "(Pré-entretien avec A2)
> " C'est un atelier comme les autres. Il permet d'aborder… j'allais dire les évidences mathématiques. " (Méso-entretien avec A2)
> " C'était bien, les gosses, ça les intéresse, ils trouvent… Il y a un côté ludique, faire des opérations, non, c'est intéressant. […] Ça rentre dans l'esprit des sciences et techniques. […] Le truc, c'est que aux *Domaines*, les maths on en fait à chaque fois qu'on construit un objet ! " [*Mesurer, tracer*] (Post-entretien avec A2)

4.3 Le discours des enfants

Nous nous référons aux entretiens avec Adèle, Esther, Ivan et Laetitia.

Adèle a beaucoup aimé travailler en s'amusant. Elle nous fait remarquer qu'avant d'arriver aux apprentissages concernant la fabrication et l'étude des instruments à calculer, la première chose que les enfants apprennent c'est l'existence de ces instruments. Le premier enjeu des apprentissages se situe donc au niveau d'une culture mathématique.

> **I : Tu as eu l'impression de travailler ?**
> Ad : Non, pas énormément.
> **I : Et t'as eu l'impression d'apprendre des choses ?**
> Ad : Oui, beaucoup.
> **I : Alors, qu'est-ce que tu as appris ?**
> Ad : J'ai appris comment fonctionnait le boulier. Heu… J'ai appris à fabriquer un boulier, j'ai appris à faire une règle à calculer. J'ai appris à calculer sur les bâtons de Néper et sur les bâtons de Genaille et Lucas. Et j'ai appris à construire un boulier, je sais pas si je l'ai dit ça…
> **I : Oui, ça tu l'avais dit, oui, oui ! !**
> Ad : Et j'ai appris comment fonctionnait un boulier.
> **I : Quand tu étais aux *Domaines*, est-ce que tu penses que tu as fait des mathématiques ?**

> Ad : Heu, oui ! Surtout à propos du boulier. En fait, une fois qu'on a fabriqué le boulier et la règle à calcul, on donnait des opérations à faire, mais bon c'était… on s'amusait quand même, c'était plutôt une partie de plaisir !
> **I : Tu veux dire avec les animateurs des *Domaines* ? Ou avec la maîtresse ?**
> Ad : Avec les deux ! […]
> **I : Tu as des choses que tu voudrais me dire sur ce que tu as fait aux *Domaines*, sur les mathématiques que tu fais en classe, où…**
> Ad : Ben, en fait, je savais pas du tout ce que c'était un boulier. Donc, j'ai appris comment ça fonctionnait, que ça existait, aux *Domaines*. Sans ça, j'aurais jamais cru que ça existait ! (Post-entretien avec Adèle de la classe 3)

Pour Esther, qui est une bonne élève mais qui n'aimait pas trop les mathématiques, elle envisage cette matière beaucoup plus positivement :

> Es : Après j'ai vu que calculer, c'était bien. Et que je travaillais mieux aux *Domaines* qu'en classe. Enfin, depuis *Les Domaines*, je travaille mieux en classe.
> **I : Ah bon ! Tu as l'impression que ça t'a aidé ! Alors, comment ça t'a aidé?**
> Es : Ben déjà, je me suis rendue compte que les multiplications, c'était pas si compliqué, en fait. C'était facile. Et puis, calculer, ça m'a plu alors en classe, j'ai plus de volonté pour calculer. […] Maintenant que ça me plaît, je finis un peu plus vite le travail, je peux lire, dessiner, faire autre chose qu'avant je pouvais pas faire parce que j'avais pas très bien compris et puis j'aimais pas trop alors je passais beaucoup de temps et je pouvais pas trop lire, dessiner ou quoi. Maintenant que ça me plait, j'ai la volonté donc je le fais. Et après je peux lire, je peux dessiner, je peux m'amuser avec les bâtons de Néper. [*En classe avec P4, les premiers qui finissent un exercice lisent ou dessinent en attendant la correction*] (Post-entretien avec Esther de la classe 4)

D'autre part, Ivan (classe 2) est un élève en très grosses difficultés scolaires (deux années de retard). Nous pouvons remarquer de gros progrès au niveau de l'élocution et de l'attention entre le pré et le post-entretien. Nous ne prétendons pas que l'atelier est le seul facteur positif de ce changement, mais il a plus constitué un moteur qu'un frein pour Ivan. En pré-entretien, il lui était difficile de lire un nombre alors qu'en post-entretien, il arrive à inscrire des nombres sur le boulier et à les lire. Ivan n'a pas formulé ce progrès lors de l'entretien, il mentionne seulement qu'il a aimé venir aux *Domaines*, parce qu'il a appris des choses qu'il ne savait pas. Notons par ailleurs qu'il a montré les instruments à son père qui lui a expliqué l'histoire de la Pascaline. Dans le cas d'Ivan, il s'est bien créé un lien entre les connaissances étudiées aux *Domaines* et le milieu familial, ce qui ne semble pas avoir été le cas pour Laetitia (classe 4) une autre élève en grosses difficultés, dont nous reparlerons au Chapitre 5.

5. Analyse des comptes-rendus de séances produits par les enfants

Demander aux enfants de réaliser un compte-rendu, après chaque journée aux *Domaines*, est une initiative du professeur de la classe 1. P1 était déjà venu aux *Domaines* plusieurs fois. Comme il l'explique en post-entretien, il voulait renforcer l'intérêt de cette sortie en demandant aux enfants ce qu'ils avaient appris, en faisant le lien entre *Les Domaines* et l'école. Son objectif était aussi de travailler l'expression écrite, de retour à l'école.

C'est donc à la suite de son initiative que nous avons proposé ce travail aux autres professeurs. Les professeurs des classes 3 et 4 l'ont repris et celui de la classe 2 n'a pas demandé ce travail à sa classe. En effet, pour P2 ce type d'exercice semblait trop délicat et peu familier à ses élèves. Nous disposons donc des comptes-rendus des trois journées pour les classes 1 et 4 et de deux journées pour la classe 3.

Ces comptes-rendus sont composés des trois points sur ce qui a été fait et appris aux *Domaines* : *Matin, Après-midi* et *J'ai appris*. Ils ont été demandés aux enfants à l'école et nous ne connaissons pas précisément la consigne du professeur.

Ces comptes-rendus complètent les entretiens. En effet, lors des entretiens nous avons demandé aux enfants de répondre à des questions assez précises : Est-ce que c'est important pour toi de fabriquer les instruments ? Est-ce que les séances avec ton professeur au centre étaient différentes de celles à l'école ? Maintenant, ces comptes-rendus nous fournissent des renseignements sur ce que les enfants ont retenu d'important ou de différent par rapport à l'école. La manière dont se sont suivies les séances selon les groupes ainsi que le niveau des élèves ne sont pas des variables qui permettent de tirer des conclusions. De plus, nous analysons le discours spontané des enfants avec ces comptes-rendus, ce qui ne nous fournit pas plus de renseignements sur des questions spécifiques que nous avons demandées seulement lors des entretiens.

- Les séances de théorie et la vision des mathématiques

Afin de renforcer notre propos, nous allons regarder les deux points suivants :

Qu'est-ce que les enfants disent spontanément des séances avec le professeur ? De quelles différences parlent-ils ? Nous dépassons ici les réponses de l'ordre " J'ai fabriqué un boulier et j'ai appris à me servir du boulier ". Rappelons que pour la classe 1, les séances de théorie consistaient en des *situations-problèmes* du type : Comment écrire 100 sur une calculatrice sur laquelle certaines touches ne fonctionnent pas ? Comment colorier une carte avec quatre couleurs sans colorier de pays frontaliers de la même couleur ? Pour les classes 3 et 4, le professeur a géré des séances de type *situation de recherche* sur le boulier et parfois les bâtons à multiplier.

Qu'est-ce que les enfants disent spontanément sur les mathématiques et leur vision de celles-ci ? Peut-on voir des changements positifs clairement explicités ? Ces changements peuvent provenir des séances avec les animateurs ou avec le professeur.

- Classe 1

Les séances de situation-problème sont apparues assez différentes des situations de classe. Armelle et Loïc ont travaillé sur un " problème scientifique ", difficile. Alexandra, Aurélien, René et Annabelle sur des problèmes qui ne finissent pas. Alexandra, Loïc et Juliette parlent d'une méthode de travail différente. Gaëlle (en difficulté) reconnaît qu'ici avec la maîtresse " ce n'est pas comme à l'école ". Enfin, Alain dit avoir " fait des maths comme un mathématicien ".

Fabrice a appris " que tous les problèmes n'étaient pas tous résolus ". Cette petite remarque anodine rappelle que pour certains, en mathématiques tout est résolu et c'est bien l'image que donne l'école de cette matière. Pour Fabrice, il y a donc eu une grosse modification de son rapport aux mathématiques. Les autres modifications concernent plus une dédramatisation du rapport aux mathématiques. Alexis a fait " des maths plus facilement ". Yannick a appris que l'on pouvait faire des maths en s'amusant, " avec tout et n'importe quoi ! " (boulier, bâtons…). Et Marc a appris à avoir confiance en lui.

- Classe 3

Roméo a travaillé sur " comment fonctionne le boulier ". Adèle raconte qu'on lui a donné un boulier et qu'elle devait " comprendre comment ça fonctionnait ". Noémie devait " essayer de voir toute seule à quoi sert un boulier et pourquoi. "

Les enfants attestent que c'était bien, même super, mais nous ne pouvons pas discerner un changement de rapport aux mathématiques.

- Classe 4

Tout d'abord, on constate bien l'effet de l'enseignement de P4 qui a orienté son discours sur l'histoire des instruments à calculer. Par exemple Mickael indique qu'il " a appris que ces instruments ont servi dans le passé ". Alexia précise qu'avec le maître, " nous avons parlé de l'origine du boulier, pourquoi on s'en servait ". D'autre part, Mathieu précise que " finalement, on est bien avec le maître, il nous apprend beaucoup de choses ". Ainsi, il n'y a que Marie qui remarque que " notre maître nous a expliqué, ou plutôt laissé deviner le fonctionnement du boulier ".

Esther pense maintenant que " calculer c'est intéressant " et c'est ce qu'elle développe dans le post-entretien. Carle pense que " les mathématiques comme cela, c'est amusant" c'est même "rigolo et plus facile. "

- Conclusion

Ainsi, l'étude de ces deux points nous montre tout d'abord que les contrats ne sont pas les mêmes suivants les professeurs. Il n'est pas attendu la même chose des enfants qui ne produisent pas les mêmes comptes-rendus.

C'est pour la classe 1, qui a travaillé sur des situations-problèmes, que les enfants parlent le mieux des différences de méthode de travail entre l'école et la théorie aux *Domaines*. Comment expliquer cela ? Tout d'abord, comme nous le verrons pour l'analyse des questionnaires, le contrat didactique de P1 est très bien établi. La classe 1 connaît les méthodes de travail habituelles et assez traditionnelles et sait reconnaître celles qui ne le sont pas. À l'inverse P4 travaille beaucoup par expérimentations. Donnons deux exemples que nous avons vus mis en place dans sa classe : l'étude des variations de température suivant le milieu (glace, air ambiant, pull en laine…) avec des relevés tout au long de la journée, et l'étude du tracé de figures géométriques pour réaliser un jardin à l'école. Pour les élèves de la classe 4, la méthode de travail pour une situation de recherche est finalement assez proche de la méthode habituelle, ce qui explique qu'assez peu d'enfants ont précisé la méthodologie des séances de théorie. En post-entretien, P4 a d'ailleurs jugé cette méthode de travail très " naturelle ".

- La fabrication et la sortie scolaire

Ensuite, nous avons comptabilisé les enfants qui décrivaient très précisément les procédures de fabrication en mentionnant les mesures en particulier, ceux qui accordaient beaucoup d'importance au fait d'être venus en bus et aux règles de vie du centre, et aussi ceux qui indiquaient les récréations avec les jeux. Nous avons retenu les enfants qui le signalaient au moins une fois.

Sur les mesures des fabrications, citons l'exemple du compte-rendu d'Élise (classe 4) :

> " J'ai appris à faire les règles de Néper. On prend deux baguettes de 50 cm, on fait des traits de 1 cm et dès que l'on arrive à 10 cm on trace un trait plus foncé. Dès qu'on a fini, on scie. Après on ponce les règles et on fait les diagonales sur les règles. Pour finir, on marque les résultats de la table de multiplication. " (Jour 1)
> " J'ai construit un boulier. Il faut couper 3 morceaux de bois de 14 cm sur 2 morceaux de bois de 13 cm, tracer tous les 1 cm un trait sur les baguettes de 14 cm, sur les traits tracés, percer les 3 baguettes et les coller. Sur de fines baguettes à placer dans les trous, mettre des perles et les coller. " (Jour 3)

D'autre part, seulement deux élèves mentionnent avoir rapporté les instruments chez eux (Laura de la classe 1 et Alexia de la classe 4). Pourtant, c'est généralement la première question des enfants : "Et, on pourra le ramener chez nous ?" Suivi de l'approbation générale : "Ouais !"

Raoul (classe 3) explique la sortie aux *Domaines* :

> " Nous sommes sortis de l'école pour se rendre aux *Domaines*. Dès qu'on est arrivé, un moniteur nous a expliqué comment va se passer la journée. Nous avons fait des groupes, et moi j'étais avec la maîtresse pour nous apprendre à se servir d'un boulier. C'était très intéressant, même que j'ai appris qu'on pouvait lire et écrire de très grands nombres. Enfin, nous allons manger notre pique-nique dans la cour de récréation. […] " (Jour 1)

Armelle (classe 1) a bien aimé les récréations :

> " […] Nous sommes allés (groupe 1) faire des problèmes, moi, j'étais avec Marie. Nous avions à résoudre un problème scientifique ; puis la récréation était géniale, on a joué au basket et j'ai marqué cinq paniers. […] " (Jour 1)

Après la pause du midi, Pierre (classe 4) a tout minuté :

> " […] Après le pique-nique, pendant quarante minutes, nous avons joué. Ensuite nous sommes retournés travailler avec L. pour finir notre boulier. Vers 15h00, nous sommes allés en récréation jusqu'à 15h30. L. est venu nous chercher pour finir quelques détails sur notre boulier. Puis vers 16h15 nous sommes partis pour aller à l'arrêt de bus pour rentrer à l'école. […] " (Jour 2)

	Nombre d'enfants qui indiquent :		
	Les mesures pour les fabrications	**Le transport, les règles de vie au centre**	**Les récréations, les jeux, le pique-nique**
Classe 1	2	1	5
Classe 3	9	3	4
Classe 4	8	7	11
Total	19	11	20

Tableau 8 : Données relatives aux comptes-rendus produits par les enfants

Les comptes-rendus des élèves de la classe 1 sont assez courts et ne développent pas la méthode de fabrication, ce qui peut provenir de la consigne du professeur. Pour les deux autres classes, les comptes-rendus confirment bien que l'activité de fabrication est vécue comme extraordinaire par les enfants qui donnent beaucoup de détails.

Pour les deux autres questions relatives à la sortie scolaire et à l'organisation des journées au centre, les élèves de la classe 4 sont ceux qui en parlent spontanément le plus. Cela s'explique d'un part parce que les sorties scolaires sont assez rares avec P4 et d'autre part parce que ce genre de renseignement ne semble pas être hors sujet pour P4. En effet, lors des entretiens il a bien indiqué l'importance pour lui que les enfants prennent plaisir à travailler (Entretiens). Par contre, pour les deux autres classes, ce genre de propos est implicitement hors sujet.

Ainsi, ces comptes-rendus constituent un ensemble de données sur ce que les enfants ont fait et appris les enfants, conformément au contrat didactique de la classe, ce qui explique certaines variations. Le contrat pour la classe qui n'a pas participé est que ce type de travail n'est pas, déjà pour le professeur conforme à l'habitus.

6. Analyse d'un questionnaire soumis aux enfants

6.1 Pourquoi un questionnaire ?

L'enjeu du questionnaire est d'étudier l'évolution pour les enfants. À l'unanimité, les enfants apprécient les stages aux *Domaines*. Les enseignants aussi sont désireux de venir et de revenir. Mais alors, qu'apportent ces stages ? On ne peut pas se limiter à penser que c'est pour se divertir que les enseignants participent et travaillent sur ces stages. Le travail en amont des animateurs, complété par celui des enseignants est productif. Mais comment évaluer ce travail ? Nous ne prétendons pas qu'à la suite d'un stage tous les enfants ont compris la définition de la numération de position en base dix et les algorithmes élémentaires de calcul, ni que cette méthode de travail soit révolutionnaire, mais on peut bien observer une évolution. L'hypothèse est que cette évolution se situe sur la manière d'appréhender les mathématiques et la place des savoirs transversaux en mathématiques. L'enjeu est celui de la dédramatisation du rapport des enfants aux mathématiques. Notre analyse porte sur les écarts entre le pré-questionnaire et le post-questionnaire. La notion mathématique à laquelle nous accordons le plus d'importance est la définition de la retenue. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, cette notion difficile est indissociable de celle de numération de position.

Cinq classes de CM2 de trois écoles différentes de Marseille ont été soumises aux questionnaires : les quatre classes de l'étude plus une classe témoin. Reprenons la chronologie des séances aux *Domaines* :

- La classe 1 de l'école A est venue en octobre 2003
- La classe 2 de l'école B est venue en décembre 2003

- La classe 3 de l'école A est venue en janvier 2004
- La classe 4 de l'école C est venue en avril 2004
- La classe 5 de l'école C est venue en avril 2005, c'est la classe témoin qui a participé à un stage en électronique avec le même professeur que pour la classe 4.

Les questionnaires ont été complétés à l'école quelques jours avant le début du stage et quelques jours après la fin. Avant de remplir le questionnaire, une lecture orale de chaque question par quelques enfants a permis de préciser que le calcul devait s'effectuer en colonne. Nous avons aussi insisté sur l'anonymat des questionnaires, en s'assurant que chacun comprenait la signification de ce terme.

Les pré-questionnaires (une demi-feuille A4) sont composés des cinq questions suivantes :

C'est quoi pour toi faire des mathématiques ?
Cite des objets pour faire des calculs.
Est-ce que tu sais à quoi sert un boulier ? Si oui, explique.
Fais le calcul de 632 × 73.
C'est quoi une retenue ?
Âge, F ou G

Quand est-ce que des élèves de CM2 pensent faire des mathématiques ? En primaire on définit cette activité selon trois grands axes : le calcul, la géométrie et la mesure. Les élèves le perçoivent-ils ? Nous précisons volontairement *faire* des mathématiques, c'est-à-dire être en activité en mathématiques.

Qu'est-ce qu'un objet mathématique ? Le terme objet utilisé est intentionnellement flou. Au début de notre recherche, nous avions demandé à des enseignants de citer cinq objets mathématiques (Chapitre 2). Pour les enfants la question est plus précise car elle se focalise sur les objets pour calculer. À l'heure où la calculatrice fait partie intégrante du programme de mathématiques du primaire, est-elle considérée comme un objet pour faire des calculs ? Quelle place a-t-elle ?

Alors que le boulier-compteur a été utilisé en France dans les écoles au début du 20ème siècle, et que le soroban est encore d'usage au Japon, le boulier ne fait pas partie de la culture de la classe. Est-ce que les enfants savent qu'il existe autre chose que la calculatrice ou le papier-crayon pour effectuer un calcul ?

Le calcul à effectuer était à poser en colonne :

$$\begin{array}{rccccc l} & & & 6 & 3 & 2 & \\ \times & & & & 7 & 3 & \\ \hline & & ^{1}1 & ^{1}8 & 9 & 6 & \cancel{1} \\ + & 4 & 4 & 2 & 4 & 0 & \cancel{2} \\ \hline & 4 & 6 & 1 & 3 & 6 & \end{array}$$

Pour calculer 632 fois 3, il n'y a pas de retenue ni de décalage de zéro et la table de 3 est en général assez bien connue. Par contre, la difficulté augmente avec la deuxième ligne (632×70) qui utilise le décalage du zéro et la table de 7 beaucoup moins bien maîtrisée par les élèves. La plus grosse difficulté est celle du calcul de 6 fois 7. Enfin, dans l'addition il y a deux retenues à gérer. Quelles sont les techniques utilisées par les enfants ? Quelles sont les plus efficaces ? Quelles sont les différences entre les classes ou les écoles ? Notre point de vue est que pour une meilleure compréhension de l'algorithme de la multiplication, la notation du zéro a de l'importance. Dans notre exemple, la seconde ligne correspond à 632×70=44 240. Le zéro qui a été une découverte tardive en mathématiques joue un rôle primordial : il existe une notation pour signifier qu'il n'y a pas quelque chose. Le résultat de 632 par 70 ne possède pas d'unités, zéro unité ! De plus, au niveau historique, l'intégration du zéro en numération a permis des progrès considérables en calcul numérique.

Voici une citation de Ascher (1998) concernant le zéro :

> " Le concept de zéro est important en lui-même ; mais il est crucial pour un système positionnel à base. […] Pris dans toutes ses dimensions, le concept de zéro a trois aspects :
> que "rien" est représenté de quelque façon;
> qu'une position peut contenir "rien", et contribuer à la valeur totale d'un nombre ;
> que "rien" peut avoir une existence séparée, et être traité comme un nombre en soi-même et par soi-même. " (Ascher, 1998, p 41)

Est-ce qu'un élève de CM2 peut définir un outil qu'il utilise quotidiennement qu'est la retenue ? Qu'est-ce que cela représente ? Est-ce que la routine a obscurci sa signification ? Cette question de la retenue est cruciale pour la mécanisation du calcul, sans sa compréhension totale il est impossible d'imaginer mécaniser les algorithmes (Chapitre 3).

Les post-questionnaires (une feuille A4) sont composés des même cinq questions que précédemment, augmentés de deux (en italique ci-dessous) :

C'est quoi pour toi faire des mathématiques ?
Cite des objets pour faire des calculs.
Est-ce que tu sais à quoi sert un boulier ? Si oui, explique.
Est-ce que tu penses que tu as fait des mathématiques aux Domaines ? Oui, non
Est-ce que tu trouves que tu es plus fort quand tu travailles : aux Domaines ou en classe ?
Fais le calcul de 632 × 73.
C'est quoi une retenue ?
Âge, F ou G

Peut-on observer une évolution sur ce que les enfants pensent des mathématiques avant et après un stage d'animation en mathématiques sur le calcul ?

Les enfants devraient maintenant savoir qu'il existe ou a existé différents instruments pour calculer.

Quelle est la fonction du boulier qui a été retenue : compter, calculer ou écrire un nombre ? La définition courante du boulier est " un appareil fait de boules coulissant sur des tiges et servant à compter ". L'aspect calcul est méconnu. Ceci se comprend parce qu'en France, le boulier utilisé est un boulier-compteur qui sert bien à compter et n'a donc pas la même fonction que le suan-pan ou le soroban qui eux servent à calculer.

Les deux questions supplémentaires en post-questionnaires portent sur le rapport aux mathématiques et à l'école. Peut-on vérifier que les enfants pensent avoir fait des mathématiques ou bien la méthode de travail, trop loin de celle habituelle ne permet pas cette reconnaissance ? Cette question est a priori très influencée vers le oui, étant donné que pour les enfants nous représentons *les mathématiques aux Domaines*. Peut-on observer une fracture entre *Les Domaines* et l'école ?

Concernant le calcul, le temps de la classe avance et il serait donc normal d'avoir des résultats meilleurs. Peut-on voir une évolution dans les techniques de calcul ? Peut-on conclure à une influence du stage ou est-ce une évolution habituelle ?

Comme nous l'avons déjà précisé, l'étude d'instruments à calculer qui ne mécanisent pas la retenue laisse à la charge de l'élève la gestion de celle-ci. Nous pensons que l'atelier des *Domaines* permet en priorité d'aborder ce point, de revoir la notion de retenue (envisagée depuis le cycle 2). Peut-on vérifier cette hypothèse forte ?

6.2 Le codage

Les questions ouvertes ont ensuite été refermées et codées en items pour l'analyse avec un logiciel (Modalisa). Chaque question est codée selon plusieurs points et souvent plusieurs réponses sont possibles.

- Le codage des pré-questionnaires (21 items) :

C'est quoi pour toi faire des mathématiques ?

1. Le domaine des mathématiques concerné : " calcul " (numération, opérations, problèmes) et/ou " géométrie " et/ou " mesure " et/ou " logique, raisonnement "
2. La formulation de la réponse : " verbe " ou seulement " nom "
3. Le jugement : " positif " et/ou " négatif "
4. La référence à une méthode de travail : " apprendre, travailler " (écouter, étudier) et/ou " réfléchir " (se poser des questions)

Cite des objets pour faire des calculs.

5. La nature des objets mathématiques : " ostensifs matériels " (calculatrice, compas, équerre…) et/ou " ostensifs intellectuels " (+, x, -, /) et/ou " objets mixtes "(pouvant être matériel ou non : triangle, table de Pythagore…) et/ou " non-ostensifs "(notion : nombre, retenue, opération…)
6. Le domaine des mathématiques concerné : " calcul " et/ou " géométrie " et/ou " mesure " et/ou " classe " (papier, stylo, règle). La règle est utilisée en géométrie mais aussi en calcul pour les opérations en colonnes. Nous l'avons alors classée dans les objets de la classe.
7. Si une partie du corps a été citée : " mémoire, tête " et/ou " doigts, main "
8. Les objets spécifiques cités c'est-à-dire ceux construits aux *Domaines* et la calculatrice : " boulier " et/ou " bâtons de Néper " et/ou " réglettes de Genaille-Lucas " et/ou " règle à calcul " et/ou " calculatrice "

Est-ce que tu sais à quoi sert un boulier ? Si oui, explique.

9. Réponse par " oui " ou " non " sur à quoi sert le boulier (non réponse = non)
10. L'explication de l'utilisation du boulier : " calculer, faire une opération " et/ou " compter " et/ou " écrire ou lire un nombre " et/ou " description de l'objet " (billes, cadre, tiges…)

Fais le calcul de 632 × 73.

11. Le résultat du calcul est " juste " ou " faux "
12. Les retenues sont inscrites (au moins une) " oui " ou " non "
13. Le décalage pour la deuxième ligne est marqué par " rien " ou " un point " ou " un zéro "
14. Pour les résultats faux, la première ligne est " juste " ou " fausse "
15. Pour les résultats faux, la deuxième ligne est " juste " ou " fausse "
16. Le calcul possède trois lignes de décomposition : " oui " ou " non "
17. Pour les résultats faux, l'erreur provient : " du 6 fois 7 " et/ou " du 6 fois 3 " et/ou " d'une erreur d'énoncé " et/ou " du calcul sans décalage "

C'est quoi une retenue ?

18. La retenue c'est :

" quelque chose qu'on retient, qu'on garde, qu'on ne peut pas marquer tout de suite "
" quelque chose qu'on pose au-dessus ou à côté "
" une dizaine "
" un chiffre en trop ou trop grand "
" un nombre à deux chiffres "
" quelque chose qui dépasse 10 "
" quelque chose qui dépasse 9 "
" un passage unité-dizaine "
" la colonne suivante ou d'à côté "
" je ne sais pas l'expliquer "
" réponse donnée par un exemple "
" divers " (un chiffre à rajouter…)
" une punition "

Age, F ou G

19. L'âge : " 9 ans " ou " 10 ans " ou " 11 et plus "
20. Le sexe : " fille " ou " garçon "
21. L'école et la classe: " école A et classe 1 " ou " école A et classe 3 " ou " école B et classe 2 " ou " école C et classe 4 " ou " groupe témoin, école C et classe 5 "

- Les post-questionnaires :

Les deux questions fermées ont été rajoutées (items 22 et 23).

Est-ce que tu penses que tu as fait des mathématiques aux Domaines ? oui, non

22. Les mathématiques aux *Domaines* : " oui " et/ou " non "

Est-ce que tu trouves que tu es plus fort quand tu travailles : aux Domaines ou en classe ?

23. Le plus fort : " aux *Domaines* " et/ou " en classe "

De plus, pour la classe 1, nous avons posé une question supplémentaire : " À qui as-tu montré tes réalisations ? " que nous avons codée :

" parents " et/ou " frères et sœurs " et/ou " un autre membre de la famille " (tante, oncle, grands-parents…) et/ou " copains " et/ou " à personne " et/ou " je leur ai expliqué ou appris ". Cette question a pour but de vérifier ce que nous avions montré pour notre DEA : les objets matériels permettent de communiquer à la maison ce qui s'est fait aux *Domaines*, par le biais de l'école. En plus, cet échange est inhabituel parce que ce sont les enfants qui expliquent quelque chose à leur famille. La situation courante des parents qui aident leurs enfants pour les devoirs est inversée.

6.3 L'analyse et les conclusions

6.3.1 Composition des classes et de l'échantillon

Rappelons que les écoles A et C sont plutôt dans des quartiers favorisés alors que l'école B est sur une zone beaucoup plus sensible. Les effectifs de l'école B et C sont les plus élevés (27 et 29 élèves). Pour l'école A, les filles et les garçons sont bien répartis, pour l'école B il y a un peu plus de filles et pour l'école C plus de garçons.

Classe 1, école A			Classe 2, école B			Classe 3, école A			Classe 4, école C			Classe 5, école C			Total		
F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T
13	12	25	16	13	29	13	12	25	11	18	29	11	16	27	64	71	**135**

Tableau 9: Composition des classes

L'échantillon se compose de la manière suivante (F = filles, G = garçons et T = total) :

	Classe 1, école A			Classe 2, école B			Classe 3, école A			Classe 4, école C			Classe 5, école C			Total		
	F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T	F	G	T
Pré	13	12	25	16	13	29	11	11	22	11	17	28	9	16	25	60	69	**129**
Post	12	12	24	13	11	24	13	11	24	13	15	28	11	16	27	62	65	**127**

Tableau 10 : Composition de l'échantillon

Les effectifs ne sont pas stables, ils sont fonction des absents. Pour la classe 4 par exemple, il y a eu deux filles absentes au pré-questionnaire et deux garçons au post-questionnaire. Nous avons choisi de ne pas faire passer les questionnaires aux absents qui les auraient remplis dans des conditions trop différentes.

6.3.2 Les résultats

Pour une vue d'ensemble, nous avons joint en Annexe 2 les résultats de la série de tris croisés par classe, pour le pré-questionnaire et pour le post-questionnaire. L'Annexe 2 reprend aussi des citations d'enfants pour les questions : " C'est quoi pour toi faire des mathématiques ? " " Cite des objets pour faire des calculs " " Est-ce que tu sais à quoi sert le boulier ? Si oui, explique " et " C'est quoi une retenue ? "

On peut résumer les résultats des deux premiers items par : *Faire des mathématiques, c'est calculer !* En effet, les élèves effectuent des calculs pour faire des opérations ou des problèmes, mais aussi en géométrie pour calculer des périmètres ou des aires. Ici, la vision des mathématiques se réduit à calculer. Pour l'item 22 des post-questionnaires, il est apparu un résultat inattendu : la classe témoin (qui a suivi un stage en électronique) a aussi répondu avoir fait des mathématiques aux *Domaines* ! Bien sûr, dans les quatre autres classes la réponse est massivement " oui " (à 98 %) alors que pour la classe témoin le résultat est plus nuancé : 20 oui (soit environ 69 %) contre 9 non. Pourquoi la classe témoin dit avoir fait des mathématiques ? À la lecture des réponses, c'est la question que nous avons posée à l'oral aux élèves de la classe témoin. Pourquoi pensez-vous avoir fait des mathématiques aux *Domaines* ?

" On a mesuré des ohms "
" On en a fait tout le temps, car on a réfléchi tout le temps "
" On a mesuré des bouts de bois pour le chemin infernal "
" L'électronique c'est des maths "
" Pour les puissances des résistances, on a calculé des anneaux de couleurs "
" Pour le clignoteur, le détecteur de chaleur, on a compté les agrafes "
Il y a une objection manifestée : " Mais non, c'est de la physique ! "

Donc on peut maintenant dire *Faire des mathématiques c'est calculer et on en fait dans d'autres matières.* Le savoir mathématique semble donc en primaire pouvoir *servir ailleurs*. Nous pouvons faire l'hypothèse qu'à partir du collège, chaque matière étant enseignée par un professeur, on observe un cloisonnement des savoirs spécifiques.

Concernant l'évolution des réponses, le nombre d'élèves mentionnant le calcul est stable, alors que celui concernant la géométrie diminue. Les réponses spontanées, sur le jugement ou la méthode diminuent aussi. On observe donc une focalisation sur le calcul en post-questionnaire ; les élèves savent maintenant que c'est le sujet qui nous intéresse et répondent avec plus de justesse et moins de spontanéité, ce que nous verrons aussi aux items 5 à 7.

Le jugement spontané sur les mathématiques est majoritairement positif. Concernant une méthode de travail spontanément nommée, on regrettera bien sûr qu'elle soit plus orientée vers " l'apprendre " que vers " réfléchir, se poser des questions ".

Ensuite pour la deuxième question (items 5 à 8) et en accord avec les réponses de la première question, les objets pour faire des calculs peuvent appartenir au calcul, à la géométrie ou à la classe : avec le rapporteur on mesure des angles, avec la règle on mesure des longueurs, etc. Les instruments de mesure sont donc pour les élèves des objets pour faire des calculs. Ceci semble donc révéler une confusion entre calculer et mesurer. Ces objets sont presque entièrement des ostensifs matériels. Ici aussi on voit une focalisation des réponses en post-questionnaire (sauf pour la classe témoin), on peut dire que les élèves répondent (au moins) à la question : *Quels sont les instruments à calculer que tu as construits puis étudiés aux Domaines ?* En effet, aux post-questionnaires, le boulier est l'instrument le plus cité : il passe de 20,9 % à 74,8 % des élèves interrogés. Cette augmentation provient du fait que le boulier est l'instrument qui a été le plus étudié donc le plus légitimé par l'école. Dans les classes 1 à 4, le boulier passe devant la calculatrice qui elle régresse : elle passe de 70,5 % à 54,3 % des élèves interrogés. En pré-questionnaire on compte tout de même 17 réponses (sur 129) qui sont soit des ostensifs intellectuels, soit des objets mixtes, soit des non-ostensifs. Et surtout 5 réponses (soit 3,9 % des élèves interrogés) sont des ostensifs intellectuels cités c'est-à-dire : "+, -, ×, /". Pour des élèves d'environ dix ans, penser les opérateurs comme des objets pour faire des calculs révèle une vision des mathématiques assez mature.

Regardons plus précisément chaque classe. Dans l'école A, le boulier fait, déjà en pré-questionnaire, un peu partie de la culture mathématique des élèves. Ceci s'explique par le fait que le professeur de la classe 1 a préparé sa venue aux *Domaines* et expliqué les réalisations.

Par conséquent, la classe 3 de la même école a pu voir les élèves de l'autre classe revenir à l'école avec les réalisations qui servent, comme on l'a déjà mentionné, à communiquer de ce que l'on a appris. Une autre remarque concernant la classe 1 : en post-questionnaire c'est dans cette classe que la calculatrice est le moins mentionnée (23 fois puis seulement 3 en post-questionnaire). Les enfants répondent donc encore plus visiblement à *Quels sont les instruments à calculer que tu as construits puis étudiés aux Domaines ?* On peut dire que le contrat implicite avec le professeur est bien compris par les élèves. Par contre, en pré-questionnaire pour les autres classes, le boulier est presque totalement inconnu des élèves ; pour les classes 2, 4 et 5, on observe que seulement 8,5 % des élèves (7 sur 82 interrogés) savent qu'un boulier sert à calculer ou compter.

Le nombre important de réponses " la tête ", de la classe 2 en pré-questionnaire à l'item 7 s'explique parce qu'un élève a posé la question à l'oral : " Est-ce qu'on peut mettre la tête pour les objets à calculer ? " En post-questionnaire, les réponses sont équivalentes aux classes 1, 2, 3 et 5. Par contre, pour la classe 4, les réponses à l'item 7 nous montrent l'effet de l'enseignement. Le professeur de cette classe a clairement inscrit la thématique du stage dans l'évolution de l'Homme :

> " C'est toujours bien de montrer que les choses ne se sont pas faites en un jour, et qu'effectivement, comme je leur ai dit ce matin, maintenant ça s'accélère. " (Entretien avec le professeur de la classe 4).

Il a insisté sur l'historique : les outils puis les instruments et enfin les machines à calculer. En post-questionnaire il y a 7 questionnaires (sur 127) qui mentionnent la tête et/ou les doigts dont 6 sont de la classe 4. L'enseignant a visiblement atteint son objectif pour ces élèves qui dépassent la question *Quels sont les instruments à calculer que tu as construits puis étudiés aux Domaines ?*

Pour la troisième question, les réponses de l'item 10 sont plutôt rassurantes. En effet, 90 % des élèves qui ont participé au stage sur les instruments à calculer savent que le boulier sert à calculer. Le boulier fait maintenant partie de leur culture mathématique. Alors que la classe témoin est restée stable sur la réponse des objets pour faire des calculs, il y a une légère augmentation sur la connaissance et l'explication du boulier. En effet, la classe témoin a vu les bouliers aux *Domaines*, peut-être même manipulé lors des pauses. Le boulier a commencé à rentrer dans leur culture, mais pas encore assez pour qu'il puisse être cité à la question 2, la calculatrice garde la première place. Et le boulier ça sert à quoi ? La question d'écrire un nombre n'apparaît ni en pré-questionnaire, ni dans la classe témoin. C'est donc une préoccupation créée par l'étude du boulier. Ainsi, en post-questionnaire 14 enfants (sur 100 qui ont participé au stage) mentionnent l'écriture pour l'utilité du boulier dont seulement 3 réduisent à l'écriture, ainsi pour 11 % l'écriture s'ajoute au calcul ; 10 citent seulement compter donc 13 % réduisent le boulier à écrire ou compter (aucun ne cite les deux sans citer le calcul). Pour 75 % des élèves, le boulier sert à calculer et seulement calculer. Enfin, 9 citent calculer et compter (dont 1 écrire aussi). Toutefois, la confusion entre compter et calculer est fréquente chez les élèves. Mais, l'objectif intermédiaire de revisiter des notions anciennes, en particulier l'écriture des nombres en base 10, avant les algorithmes de calcul a donc été perçu.

Pour la multiplication à effectuer (items 11 à 17), le nombre de réponses justes augmente de 58,9 % à 63,8 %. Il paraît normal d'observer une augmentation des résultats justes au fur et à mesure du déroulement de l'année. Mais la classe témoin ne vérifie pas cette hypothèse, le nombre de résultats justes chute de 68 % à 51,9 %. Il reste néanmoins difficile d'assurer que l'amélioration ou le maintient des résultats des autres classes provient du stage aux *Domaines*. On peut tout de même prétendre que pour les classes 1 à 4, les connaissances sur la multiplication ont été entretenues alors que ce n'est pas le cas pour la classe témoin.

Comment situer ces classes par rapport aux tests nationaux ? L'étude que nous citons : le Dossier " évaluations et statistiques " n°158 (Ministère de l'Éducation Nationale) a été réalisée en septembre 1998 (en 6ème) et juin 1999 (en CM2). Elle montre en particulier qu'en fin de CM2, les élèves réussissent : pour 63,2 % une multiplication en colonne par 109, pour 56,2 % une multiplication à trous et pour 76,3 % une multiplication en ligne par 60 (qu'ils peuvent poser). Soit une moyenne nationale de 65,2 % de réussite sur la multiplication en fin de CM2, ce qui est proche du résultat de notre post-questionnaire (63,8 %). En comparant avec les résultats du début de 6ème qui sont moins bons, la conclusion de ce dossier est que la technique de la multiplication est connue mais qu'il existe une fragilité sur les retenues et les tables. D'autre part, les résultats sur la numération de position font ressortir que 2/3 des élèves de CM2 reconnaissent le chiffre des dizaines dans un nombre, pour le chiffre des centièmes ils sont un peu plus de la moitié et 55,7 % savent additionner deux nombres décimaux (écrits avec des écritures mathématiques différentes). Ce qui valide bien notre hypothèse la compréhension de la numération positionnelle n'est que partielle à l'entrée en 6ème.

Avant de regarder les techniques opératoires des élèves analysons les résultats de l'item 23 (plus fort : " en classe " ou aux " *Domaines* ? "). On observe que les réponses ne sont pas massivement " *Les Domaines "* ce qui serait une négation de l'école en quelque sorte. Les classes 1 et 2 citent au moins la classe pour plus de la moitié et à presque un tiers pour les classes 4 et 5. Par contre pour la classe 3, on tombe à 1/5 d'élèves seulement. Pourquoi ? Qu'est-ce qui change entre les classes, entre les écoles ? Nous donnons une explication avec le tableau suivant. On peut dire qu'avec l'item 23 on évalue le niveau de satisfaction des élèves concernant l'école et en particulier leur professeur. L'équipe pédagogique de l'école A possède une ambition assez haute, l'école C moyenne et l'école B plutôt faible. Le niveau des classes est plutôt moyen dans l'ensemble avec deux nuances : la classe 1 est forte (c'est le meilleur CM2 de l'école A) et la classe 2 est faible. Par niveau des classes, on entend niveau général de la classe dans toutes les matières, niveau donné par les professeurs et vérifié lors de séances. Par conséquent, on explique la moindre satisfaction des élèves de la classe 3 par l'inadéquation entre le niveau de la classe et celui exigé, et ceci bien que les résultats du calcul soient bons et même en hausse. Pour les classes 1 et 2, l'adéquation et la satisfaction vont de pair, les élèves apprécient particulièrement l'école. Pour les classes 4 et 5, les élèves apprécient aussi l'école. D'autre part, sur les 49 élèves qui ont cité la classe, 38 d'entre eux ont effectué le calcul correctement ce qui amène 77,6 % de réussite pour les élèves qui ont cité la classe. Et on vérifie bien la tendance de ceux qui réussissent en classe à apprécier l'école.

		Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5	Total
Niveau d'exigence du professeur et de l'école		Fort	Faible	Fort	Moyen	Moyen	-
Niveau de la classe		Fort	Moyen-Faible	Moyen	Moyen	Moyen	-
Calcul item 11	**Pré-test, juste**	52 %	58,6 %	63,6 %	53,6 %	68 %	58,9 %
	Post-test, juste	75 %	58,3 %	66,6 %	67,9 %	51,9 %	63,8 %
	Évolution	+	=	+	+	-	+
Période des questionnaires		octobre	décembre	janvier	avril	avril	-
Classe ou les 2 pour l'item 23		58,3 %	58,3 %	20,8 %	28,6 %	29,6 %	38,6 %

Tableau 11 : Analyse du lien entre les items 11 et 23

Concernant les techniques opératoires (items 12, 13 et 16), la majorité des élèves écrivent les retenues (plus de 60 %) et marquent le décalage de la seconde ligne par un point (plus de 45 %) ; c'est donc ce qui est majoritairement enseigné. La décomposition sur trois lignes, qui provient plus d'un enseignement extrascolaire que scolaire est anecdotique (deux élèves en pré-questionnaire et un seul ensuite). Pour nous, la notation du zéro a de l'importance. Un enseignement qui explique ce que signifie le décalage et permet l'écriture du zéro a plus de sens. D'ailleurs, on voit que le professeur de la classe 2 enseigne la technique avec l'écriture du zéro : 75,9 % puis 83,3 % des élèves de cette classe l'utilisent. C'est le seul des quatre enseignants qui possède une formation scientifique, plus précisément en mathématiques. Dans cette classe, les résultats du calcul ne sont pas meilleurs, mais pour une classe de zone difficile, ils sont bons (58 %). Peut-on voir une influence de la technique utilisée sur le résultat du calcul ? Quelle est la technique des élèves qui ont obtenu le bon résultat au calcul ?

Étudions les pourcentages de réussite en fonction des techniques :

	Retenues		Décalage		
	Écrites	**Non écrites**	**Rien**	**Point**	**Zéro**
Pré-test	57,3 % (47/82)	67,4 % (29/43)	45 % (9/20)	65,6 % (40/61)	61,4 % (27/44)
Post-test	65,8 % (52/79)	65,9 % (29/44)	37,5 % (6/16)	**76,3 %** (45/59)	62,25 % (30/48)

Tableau 12 : Réussite au calcul en fonction de la technique

Pour les retenues, en pré-questionnaires les élèves qui n'écrivent pas les retenues réussissent mieux que ceux qui les écrivent : les meilleurs élèves sont ceux qui arrivent à faire les calculs sans les écrire. En post-questionnaires, les pourcentages de réussite sont identiques avec ou sans. Comme nous le verrons au paragraphe suivant, les enseignants font les calculs sans écrire les retenues, c'est donc la technique experte à l'école. Pour le décalage, c'est le point qui donne les meilleurs résultats, surtout en post-questionnaire avec 76,3 % de réussite avec cette technique. C'est aussi la technique la plus enseignée, il est normal que les élèves qui ont compris le contrat didactique soient aussi ceux qui réussissent le mieux. D'autant plus que ce contrat change d'un enseignant à l'autre.

D'où viennent les erreurs de calcul ? Soit de la ligne 1, soit de la ligne 2, soit des deux lignes ou soit de l'addition finale (qui comporte aussi des retenues). Comme nous l'avions prévu, la ligne 1 représente moins de difficultés (86 % puis 89 % de réussite) que la ligne 2 (69,8 % puis 67,7 % de réussite). En pré-questionnaire, sur les 9 élèves qui ont échoué à la ligne 1, 7 élèves ont fait une erreur dans la multiplication du 6 fois 3 ; cette erreur ne se retrouve pas en post-questionnaire. Pour la ligne 2 l'erreur provient majoritairement du 6 fois 7 (21 élèves sur les 30 qui ont échoué à la ligne 2 et 16 sur les 32 ensuite) et plus minoritairement d'un calcul sans décalage (5 puis 6 élèves). En croisant les réponses (lignes 1 et 2 justes et résultat faux), on comptabilise 10 élèves qui ont fait une erreur dans l'addition en pré-questionnaire (aucun dans la classe témoin) et 1 seul en post-questionnaire (de la classe témoin). En conclusion :

- La nécessité du décalage de la deuxième ligne, pour une multiplication par un nombre à deux chiffres, est acquise par plus de 95 % des élèves de CM2.
- L'addition de deux nombres supérieurs à mille ainsi que les tables de multiplication des chiffres inférieurs à cinq sont en cours d'acquisition.
- Les tables de multiplication supérieures à cinq restent à acquérir.

L'étude du boulier a porté en particulier sur l'addition. Il est donc fort possible que le stage aux *Domaines* ait eu une influence très positive concernant l'amélioration du calcul de l'addition. Par contre, le nombre d'élèves qui calculent sans décalage la multiplication est stable et ne s'améliore pas après le stage ; ceci révèle une incompréhension plus profonde et plus ancrée de cette notion.

Passons maintenant à la fameuse question de définir la retenue ($5^{ème}$ question, item 18). Les réponses très vagues en pré-questionnaire deviennent plus précises en post-questionnaire. En effet, celles du type " quelque chose qu'on retient " (20,9 % puis 14,2 % des interrogés) ou " quelque chose en trop " (10,9 % puis 6,3 %) diminuent au profit de " une dizaine " (17,8 % puis 30,7 % des interrogés) et " quelque chose dans la colonne suivante " (6,2 % puis 15,7 % des interrogés). Ainsi, en post-questionnaire la réponse se limite souvent au cas particulier qui correspond à la question : *Pour l'addition de deux nombres, c'est quoi une retenue obtenue par l'addition dans les unités ?* Et la réponse est : " Une dizaine ", et pour quelques-uns : " Une dizaine dans la colonne suivante " (3,9 % puis 6,3 % des interrogés). Les élèves qui ont mentionné " une dizaine " ou " un nombre à deux chiffres " ou" quelque chose qui dépasse 9 " ou " la notion de passage entre les unités et les dizaines " ou " le passage à la colonne suivante " représentent 27,9 % des élèves interrogés en pré-questionnaires et 47,2 % en post-questionnaire. Ces cinq items sont ceux qui se rapprochent le plus d'une bonne définition, c'est ceux que nous avons comptabilisés dans le tableau suivant. La différence est notable et est identique pour la classe témoin. On peut penser que l'évolution provient d'une réflexion personnelle des enfants qui se sont aperçus qu'ils ne savaient pas comment expliquer ce qu'est une retenue et qui en post-questionnaire ont eu un mois pour trouver une réponse soit personnellement, soit en classe. Est-ce l'évolution normale en CM2 ? Quel est le poids de l'intervention aux *Domaines* ? La réponse est difficile à donner.

Remarquons que les deux classes qui ont les meilleurs résultats en pré-questionnaire (environ 32 %) sont deux classes qui ont le même professeur (classes 4 et 5, sur deux années différentes). On peut penser que l'enseignement de ce professeur a une influence sur ces bons résultats. D'autre part, cet enseignant a peut-être changé ses méthodes à la suite du stage, ce qui expliquerait les très bons résultats de la classe témoin, questionnée l'année scolaire suivante.

Bonnes réponses à l'item 18	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5	Total
Pré-test	28 % (7/25)	24,1 % (7/29)	22,7 % (5/22)	32,1 % (9/28)	32 % (8/25)	27,9 % (36/129)
Post-test	66,7 % (16/24)	37,5 % (9/24)	41,7 % (10/24)	39,3 % (11/28)	51,9 % (14/27)	47,2 % (60/127)

Tableau 13 : Évolution des bonnes réponses à la définition de la retenue (item 18), en fonction des classes

On pourrait s'avancer à affirmer que le stage n'a pas permis une évolution favorable sur cette question puisque le groupe témoin ne se distingue pas. Mais alors pourquoi toutes les classes progressent-elles quelle que soit la période de l'année ? En effet, la première classe questionnée en septembre et octobre, et la dernière en avril progressent considérablement. On ne peut pas raisonnablement prétendre que l'école ne travaille pas sur ce point. Ce type de raisonnement est absurde. Par conséquent, la seule conclusion possible est que le simple fait de poser la question : *C'est quoi une retenue ?* donne à réfléchir. Cette question rarement soulevée aussi directement mériterait donc plus d'attention.

Par ailleurs, les réponses à cette question nous rappellent qu'il y a une confusion générale des élèves sur les notions de chiffre et nombre, dizaine et dixième, etc.

Enfin, à propos des deux questions supplémentaires au post-questionnaire (item 22 et 23). Les élèves sont 92,9 % à penser avoir fait des mathématiques aux *Domaines* et 98 % sans la classe témoin. Ceux qui ont répondu oui et non sont 6, dont 2 dans la classe témoin, ce qui n'est pas significatif. Nous nuançons un peu ce résultat d'une part parce que ce questionnaire a été demandé aux enfants par nous-mêmes, qui représentons les mathématiques aux *Domaines.* Et d'autre part comme l'a montré la classe témoin, pour les élèves : " Les maths, y'en a partout ! ". Cependant, on peut tout de même conclure que les enfants ont bien reconnu une activité en mathématiques lors des séances aux *Domaines*.

Les enfants se considèrent pour 58,3 % plus forts aux *Domaines*, pour 16,5 % plus forts en classe et donc 25,2 % ne peuvent se départager. On observe quand même que 16,5 % des élèves se sentent plus à l'aise en situation scolaire. Au Centre, les enfants sont en tiers de classe avec les animateurs ou leur professeur, le travail est pluridisciplinaire et il est souvent commun (à deux ou trois). La méthode de travail proposée est donc très différente de celle à l'école. Les professeurs remarquent souvent que le niveau des élèves aux *Domaines* s'inverse, les meilleurs élèves ont parfois des difficultés à comprendre ce nouveau contrat alors que ceux dont les résultats sont moyens ou faibles peuvent renégocier leur statut et enfin réaliser un travail achevé. Les élèves qui se sentent plus forts en classe sont en partie les meilleurs à l'école, qui n'ont été que moyens aux *Domaines*.

Dernière remarque sur la question supplémentaire (classe 1), elle concerne 24 élèves. Ils ont montré les réalisations : pour 22 aux parents, 16 aux frères et sœurs, 8 à un autre membre de la famille, 4 à des copains. Ainsi, tous les élèves ont montré au moins à une personne leurs réalisations et 22 sur les 24 l'ont montré aux parents. Ils sont même allés plus loin : 15 enfants (soit environ les 2/3) précisent qu'ils ont expliqué ou appris comment s'en servir. Notre hypothèse déjà vérifiée en DEA pour des stages pendant les vacances scolaires est valide ici aussi : les fabrications sont un moyen de communication des connaissances entre l'école et la maison. Ces fabrications témoignent aux familles ce que les élèves ont réalisé comme travail aux *Domaines*.

En conclusion, l'analyse des questionnaires des enfants indique que pour eux, faire des mathématiques se réduit à calculer et que cette activité se retrouve dans d'autres matières. Pour l'atelier sur les instruments à calculer, les enfants ont bien reconnu une activité en mathématiques sur l'écriture des nombres et le calcul ave le boulier. Nous avons aussi constaté que l'atelier a entretenu des notions relatives à l'algorithme de la multiplication. Mais la première chose qu'ont apprise les enfants, c'est qu'il existe ou a existé d'autres instruments pour réaliser des calculs.

7. Analyse d'un questionnaire soumis à des enseignants

Après l'analyse des questionnaires des enfants, nous avons été amenés à compléter nos données pour connaître plus spécifiquement les réponses que fourniraient les professeurs des écoles. Quelles seraient les réponses des professeurs susceptibles de répondre à la question d'un élève : *C'est quoi une retenue ?* Nous voulions savoir en particulier les techniques de multiplication utilisées et la définition de la retenue des professeurs.

7.1 Le questionnaire et l'échantillon

Nous avons repris le questionnaire posé aux enfants, en gardant une formulation très proche pour les cinq questions (une feuille A4).

C'est quoi pour vous faire des mathématiques ?
Citez des objets pour faire des calculs.
Est-ce que vous savez à quoi sert un boulier ? Si oui, expliquez.
Faites le calcul de 632 × 73. Le poser en colonnes.
C'est quoi une retenue ?
Âge, F ou M, niveau de la classe et nombre d'années d'expérience

Après les élèves, qu'est-ce que répondent les professeurs ?

Selon les programmes officiels du primaire les mathématiques se définissent selon trois axes : le calcul, la géométrie et la mesure. Est-ce que les professeurs mettent en avant ces trois axes ?

Quels sont les objets que les professeurs utilisent en classe de mathématiques ? On connaît la bande numérique en maternelle et début du primaire. Est-ce que les professeurs utilisent des supports matériels pour le cycle 3 ? L'apprentissage de la calculatrice est maintenant au programme dès le primaire, est-ce qu'elle est reconnue par les professeurs ? Ont-ils des réticences ou non ?

Pour la multiplication à poser en colonne, nous n'avons pas demandé ce qui était attendu des élèves. Nous observons la technique du professeur qui nous indique la technique experte, c'est-à-dire celle à laquelle les élèves doivent arriver pour une utilisation courante. C'est plus largement une technique sociale que simplement scolaire.

La définition de la retenue. C'est à la suite des réponses des enfants qu'il nous est apparu nécessaire d'avoir une meilleure idée de ce que les professeurs répondaient à cette question. Quelle pourrait être la réponse d'un professeur à un élève ? Est-ce que la réponse se réduit aussi au cas de l'addition ?

Les professeurs des écoles faisaient partie de trois groupes différents, en formation continue aux IUFM d'Avignon (groupe 1) et d'Aix-en-Provence (groupes 2 et 3) en mai et juin 2005. Au total, 49 professeurs ont été sondés, 41 femmes et 7 hommes (une non-réponse). Le groupe 1 se compose de 21 professeurs (en cycle 1 ou 2, de la maternelle au CE1), le groupe 2 de 11 professeurs et le groupe 3 de 17 professeurs (28 professeurs en cycle 3, du CE2 au CM2).

7.2 Le codage

Les questions ont aussi été refermées et codées en 19 items pour l'analyse avec un logiciel (Modalisa). Chaque question est codée selon plusieurs points et souvent plusieurs réponses sont possibles. Le codage :

C'est quoi pour vous faire des mathématiques ?

1. Le domaine des mathématiques concerné : " calcul " (numération, opérations, problèmes) et/ou " géométrie " et/ou " mesure " et/ou " logique, raisonnement "
2. La formulation de la réponse : " verbe " ou seulement " nom "
3. Le jugement : " positif " et/ou " négatif "
4. La référence à une méthode de travail : " apprendre, travailler " (écouter, étudier) et/ou " réfléchir " (se poser des questions)

Cite des objets pour faire des calculs.

5. La nature des objets mathématiques : " ostensifs matériels " (calculatrice, compas, équerre…) et/ou " ostensifs intellectuels " (+, x, -, /) et/ou " objets mixtes "(pouvant être matériel ou non : triangle, table de Pythagore…) et/ou " non-ostensifs "(notion : nombre, retenue, opération…)
6. Le domaine des mathématiques concerné : " calcul " et/ou " géométrie " et/ou " mesure " et/ou " classe " (papier, stylo, règle). La règle est utilisée en géométrie mais aussi en calcul pour les opérations en colonne, on l'a classée dans les objets de la classe.
7. Si une partie du corps a été citée : " mémoire, tête " et/ou " doigts, main "
8. Les objets spécifiques les plus cités : " calculatrice " et/ou " boulier " et/ou " règle à calcul " et/ou " bande numérique "

Est-ce que vous savez à quoi sert un boulier ? Si oui, expliquez.

9. Réponse par " oui " ou " non " sur à quoi sert le boulier
10. L'explication de l'utilisation du boulier : " calculer, faire une opération " et/ou " compter " et/ou " représenter un nombre " (compréhension de la numération) et/ou " description de l'objet "

Fais le calcul de 632 × 73.

11. Le résultat du calcul est " juste " ou " faux "
12. Les retenues sont inscrites (au moins une) " oui " ou " non "
13. Le décalage pour la deuxième ligne est marqué par " rien " ou " un point " ou " un zéro "

C'est quoi une retenue ?

14. La retenue c'est :

" une dizaine " ou " une dizaine ou une centaine" ou "une dizaine ou une centaine, etc. "
et/ou " quelque chose qui dépasse 10" ou "quelque chose qui dépasse 9 "
et/ou " notion de passage" ou "nouveau groupement, nouvelle unité ou dizaine… "

et/ou " notion d'échange ou de transfert " ou " notion de système décimal ou système positionnel "
et/ou " notion d'ordre supérieur " ou " colonne de gauche "
et/ou " quelque chose qu'on garde "
et/ou " ne pas oublier "
et/ou " divers "

Age, F ou M, niveau de la classe et nombre d'années d'expérience

15. L'âge : " 20-29 ans " ou " 30-39 ans " ou " 40-49 ans " ou " plus de 50 "
16. Le sexe : " femme " ou " homme "
17. Le groupe : " groupe1 " ou " groupe2 " ou " groupe3 "
18. Le niveau de la classe : " maternelle " et/ou " CP " et/ou " CE1 " et/ou " CE2 " et/ou " CM1 " et/ou " CM2 " ou " autre " (classe adaptation…)
19. Le nombre d'années d'expérience : " 0 à 5 ans " ou " 6 à 10 ans " ou " 11 à 20 ans " ou " 21à 30 ans " ou " plus de 30 ans "

7.3 L'analyse et les conclusions

Pour une vue d'ensemble des résultats, on pourra se reporter à l'Annexe 3.

Pour les professeurs des écoles, l'activité de " faire des mathématiques " (item 1) se centre aussi sur le calcul (ou la résolution de problème) : 39 (sur 49) ont cité au moins le calcul et seulement 3 " calcul, géométrie et mesure ". La logique ou le raisonnement sont cités beaucoup plus que chez les élèves (13 sur 49) ainsi que " réfléchir " (10 sur 49). On voit deux tendances, fonction du niveau d'enseignement :

- Les professeurs des cycles 1 et 2 sont environ la moitié (10 sur 21) à ne citer que le calcul, alors que ceux du cycle 3 ne sont que 5 sur 28.
- Les professeurs du cycle 3 mentionnent la mesure à plus d'un tiers (10 sur 28), alors qu'une seule personne des cycles 1 et 2 ne l'a cité (sur 21).

L'item 6 concernant le domaine mathématique des objets confirme que les professeurs du cycle 3 ont tendance à définir la mesure comme une activité mathématique (6 sur 28 citent la balance, instrument de mesure…). Par contre la question concerne les objets pour faire des calculs et non des mathématiques. Il semble donc qu'il y ait aussi confusion entre mesurer et calculer. Nous avions fait cette même remarque concernant les élèves de CM2, la confusion des enseignants explique celle des élèves.

À la deuxième question des objets pour faire des calculs (items 5 à 8), la calculatrice est le plus fréquemment citée, quel que soit le niveau d'enseignement des professeurs (38 sur 49). C'est un objet socialement reconnu dont l'intégration à l'école est en train de se construire. Le boulier est cité par 20 professeurs (sur 49), sans différence significative suivant le cycle d'enseignement. La bande numérique est citée plutôt au groupe 1, mais seulement 4 sur 21 (plus un professeur de CM2). Les doigts sont cités assez peu (13 sur 49) et curieusement, plutôt par les enseignants du cycle 3 (11 des 13). La tête est citée par 2 professeurs. La notion d'objet induit bien sûr la matérialité, 46 professeurs ont répondu au moins un objet matériel alors que seulement 4 des non-ostensifs (les nombres) et un seul des ostensifs intellectuels (+,-, x, /…). En pré-questionnaire, les enfants ont donc été plus nombreux à citer des ostensifs intellectuels (5 sur 129). Mais le fait que la tête ne soit que très peu citée reflète peut-être la centration des professeurs, sur ce que les programmes appellent le calcul instrumenté (avec la calculatrice ou l'ordinateur) au détriment du calcul mental.

À la question sur le boulier (item 9 et 10), il n'était pas précisé si l'on parlait du boulier-compteur ou du boulier chinois, japonais ou russe. Deux professeurs ont répondu ne pas savoir à quoi sert un boulier, un n'a pas donné de réponse et plusieurs ont précisé " oui, vaguement ". Effectivement, il semble régner un flou concernant le boulier. Tout d'abord, le nombre de non réponse s'élève à 7. Pour 23 professeurs (des 42 qui ont répondu) le boulier sert à calculer (certains ont précisé qu'il sert aussi à représenter un nombre et/ou compter), et pour 19 professeurs il sert à représenter un nombre et/ou à compter. Ainsi, presque la moitié des professeurs réduisent l'utilité du boulier à compter tout au plus et ne savent pas qu'il permet de réaliser des calculs et de travailler les algorithmes opératoires. Le boulier-compteur, le plus connu à l'école et duquel il semble s'agir n'est effectivement pas très adéquat pour les calculs. La description du boulier n'a pas été mentionnée c'est-à-dire que la correspondance entre les tiges et le système positionnel n'a pas été évoquée.

Pour le calcul à effectuer (items 11 à 13), les professeurs du groupe 1 n'enseignent pas la technique de la multiplication alors que ceux des groupes 2 et 3 l'enseignent. La plupart des professeurs n'écrivent pas les retenues (36 sur 49) et indiquent le décalage par une place vide (19) ou un point (23). La distinction entre ceux qui enseignent et ceux qui n'enseignent pas la technique se situe sur l'indication du zéro. Les 7 professeurs qui ont écrit le zéro enseignent au cycle 3, dont 2 ont aussi marqué les retenues. En tout cas, les réponses montrent que la technique experte, celle que les élèves seront amenés à réaliser hors de l'école, dans la vie courante (si on considère qu'il leur arrive encore de réaliser un calcul à la main !) est un calcul sans retenue et sans le zéro de décalage.

Enfin, la question de définir la retenue n'a pas obtenu de réponse pour 3 professeurs. Un seul professeur a envisagé le cas de la soustraction en expliquant que c'est " un artifice ". La retenue n'est donc envisagée que pour l'addition, même si certains professeurs sondés ont à leur charge d'enseigner la soustraction et la multiplication. Des notions intéressantes sont apparues, comme " un nouveau groupement " (15 sur 46 professeurs qui ont répondu) ou " l'ordre supérieur " (10). Pour 19 professeurs, la retenue c'est " une dizaine ou une centaine ou etc. ", mais 10 ne mentionnent que la dizaine et/ou la dizaine et l'unité. On compte tout de même 3 professeurs qui mentionnent " quelque chose qu'on garde ", 11 professeurs "la colonne de gauche" et un professeur a répondu " >10 " ce qui est faux car dès 10 on a une retenue. La notion de " système décimal positionnel ", très liée à la définition de la retenue, est citée par 5 professeurs, tous enseignants en cycle 3. Sur ces 5 professeurs, deux ont inscrit le zéro dans le calcul à effectuer, ce qui rejoint notre point de vue sur l'importance de l'écriture du zéro pour comprendre les algorithmes opératoires.

Nous considérons comme *bonne* réponse celles qui comprennent au moins une des notions suivantes : " une dizaine ou une centaine, etc. " ou " quelque chose qui dépasse 9 " ou " notion de passage " ou " nouveau groupement, nouvelle unité ou dizaine… " ou " notion de système décimal ou système positionnel " ou " notion d'ordre supérieur ". Les notions de " colonne de gauche " ou " d'échange ou de transfert " ne nous semblent pas satisfaisantes dans le sens où elles ne sont pas pertinentes comme réponse à un élève. Ainsi, plus des deux tiers des professeurs qui ont répondu (31 sur 46) ont eu des réponses que nous jugeons assez pertinentes.

En conclusion, la question de définir la retenue mérite d'être posée aux professeurs. La réponse n'est pas immédiate, elle nécessite réflexion. Cette définition ne fait pas appel à des connaissances nouvelles mais mobilise et réorganise des connaissances relatives à la numération positionnelle. Il apparaît que cette question est pertinente pour la formation des enseignants.

8. Conclusion

À quoi sert l'atelier ? Tout d'abord, nous avons vérifié qu'il répond aux attentes institutionnelles concernant le calcul mental, posé et instrumenté. Son objectif est de développer la culture mathématique en apprenant l'existence d'instruments à calculer. La première question envisagée est : *Comment l'homme faisait-il sans calculette ?* Ensuite, cette culture est approfondie par la fabrication et l'étude des instruments. Tout d'abord, nous avons montré que la fabrication engendre une forte implication affective des enfants qui fait accéder les réalisations au statut d'œuvre (Deforge, 1990). De plus, la fabrication engendre une valorisation personnelle qui laisse une trace et s'insère dans le temps didactique de la classe. Le professeur pourra par exemple utiliser à nouveau le boulier pour explorer les nombres décimaux. Ensuite, l'étude des instruments revisite le système décimal, les algorithmes de calcul et la notion de retenue, elle réorganise des savoirs anciens difficiles à acquérir. Nous verrons au Chapitre 5 que cette étude est aussi associée à la notion d'œuvre (Chevallard, 1990).

Les questionnaires auprès des enfants et des enseignants confirment notre hypothèse (Chapitre 3) que la notion de retenue mérite d'être étudiée à part entière. Sa définition n'est pas immédiate, même pour quelqu'un de familier aux algorithmes de calcul ou aux mathématiques. La définition première : *c'est une dizaine* est trop réductrice et inexacte suivant le rang considéré.

Notons enfin que la richesse de cet atelier en fait un support adapté dès le cycle 3 du primaire puis au collège et au lycée et aussi à l'université, en formation des enseignants. En effet, il aborde une notion clef des mathématiques qu'est le système de numération en l'intégrant dans une approche pluridisciplinaire mathématiques-technologie. Enfin, comme l'atteste le chapitre suivant, ces instruments et particulièrement le boulier conviennent à des *situations de recherche*. Situations dont l'enjeu est de remathématiser les pratiques de classe en insistant sur l'importance d'une question de recherche soumise aux élèves et sur la nécessaire reconnaissance des *savoirs transversaux* en mathématiques.

Chapitre 5 : Les situations de recherche et l’étude du boulier chinois

Maintenant, nous nous focalisons sur l'organisation didactique de la classe de mathématiques pour l'étude des instruments à calculer. De quelle manière étudier le boulier ? D'abord, nous caractérisons les situations de recherche que nous avons déjà mentionnées au fil des chapitres. Ensuite, nous développons l'analyse de quatre situations avec le boulier, c'est-à-dire la découverte du boulier et trois situations créées pour réfléchir à l'impact du changement de certains paramètres : le nombre et la valeur des boules.

1. Les situations de recherche

1.1 Définition des situations de recherche en classe

Nous faisons référence ici à la dénomination utilisée par Grenier et Payan (2003), *situation de recherche en classe* :

> " En situation de recherche, le chercheur peut, et doit, faire évoluer sa question, choisir lui-même le cadre de résolution, modifier les règles ou en changer, s'autoriser à redéfinir les objets ou à modifier la question posée. Il peut momentanément s'attaquer à une autre question si cela lui semble nécessaire. C'est à ce type de pratique (praxis pour la résolution d'une question) que nous souhaitons confronter l'élève. " (Grenier et Payan, 2003, p 190)

Cette démarche met en avant les *savoirs transversaux* qui interviennent en mathématiques dans tous les domaines : " expérimentation, conjecture, argumentation, modélisation, définition, preuve, implication, structuration, décomposition/recomposition, induction… ". (Ibid, p 190). Les savoirs transversaux sont explicites dans les programmes scolaires alors qu'ils restent absents des manuels (Grenier et Payan, 1998 et 2003). De plus, dans la pratique, l'objectif d'institutionnalisation de savoirs notionnels place généralement les savoirs transversaux au second plan. Ici, pour une situation de recherche, les notions mathématiques constituent des "points d'ancrage notionnels" pour l'enseignant. " Pour que la situation soit une situation de recherche, aucune stratégie, aucune connaissance ne doit être a priori exclue. " (Ibid, p 195)

Pour caractériser une situation de recherche en classe, les auteurs proposent cinq critères :

- la situation s'inscrit dans une problématique de recherche professionnelle (c'est-à-dire proche de questions non résolues par les mathématiciens),
- la question initiale est facile d'accès (c'est-à-dire à comprendre),
- il existe des stratégies initiales (sans pré-requis spécifiques indispensables),
- plusieurs stratégies d'avancée sont possibles et
- une question résolue renvoie très souvent à de nouvelles questions.

Considérant le triplet (Question, Conjecture, Preuve) comme un savoir, les auteurs se posent alors " la question de l'existence d'une *situation fondamentale* (Brousseau, 1998, p 59), pour ce savoir et donc, l'existence de situations adidactiques associées. " Les éléments du triplet sont les *invariants* de la situation. Les variables didactiques associées sont des *variables de recherche*. Les remarquent également que par rapport aux situations classiques en classe, ici " l'élève est en position de chercheur " alors que " l'enseignant est en double position de chercheur et de gestionnaire de la situation ". (Ibid, p 196). Enfin, l'enjeu de vérité, l'aspect social de l'activité et l'aspect recherche sont les trois aspects fondamentaux d'une situation de recherche.

1.2 Définition de notre travail comme situation de recherche

Pourquoi cette référence théorique ? Comment nous situer par rapport à d'autres définitions ? Comment nous situer par rapport à ce modèle ?

Grenier et Payan (2003) ont positionné les situations de recherche par rapport au *problème ouvert* (Arsac et al 1988) et au *problème long*. Ces démarches ont des caractéristiques communes, en particulier le souci d'argumentation, de formulation de conjectures… mais le problème ouvert et le problème long ont des contraintes institutionnelles assez fortes et même s'il existe plusieurs pistes pour aboutir à la solution, celle-ci est souvent immédiate pour le professeur. Par exemple, la question : *Le boulier, comment ça marche ?* induit une *situation de recherche ;* alors que la formulation : *Écrire 5 269 sur le boulier*, induit un *problème ouvert* parce qu'en particulier on sous-entend pouvoir écrire ce nombre.

Pour notre part, les situations que nous proposons sont des situations de recherche. Reprenons les cinq critères de caractérisation :

- A priori, un des critères fort d'une situation de recherche est de s'inscrire dans une problématique de recherche actuelle en mathématiques. Même si nos questions ne constituent pas des questions ouvertes pour les mathématiciens de nos jours, nous pointons l'importance épistémologique des concepts en jeu. Comme nous l'avons développé, la numération positionnelle et le calcul ont nécessité une construction historique et épistémologique importante. De plus, le support matériel n'engendre pas seulement un sens psychologique pour *mieux comprendre*. On observe aussi un fait épistémologique : les hommes ont commencé à compter avec des cailloux, puis des abaques, des tables à calculs avec des jetons en Europe, des bouliers en Asie. Pour faire émerger une théorie mathématique des nombres, l'humanité a dû s'aider de différents objets. Cette remarque est aussi pertinente pour la géométrie (Chevallard, 2004) pour laquelle les figures tracées sur papier sont un premier pas vers une théorie mathématique de l'espace et pas seulement une aide pour les moins bons. À la fonction psychologique s'ajoute la fonction épistémologique. De plus, lorsque la situation de recherche proposée est un problème non résolu par les mathématiciens, ceci change le rapport des élèves à la question et augmente sensiblement leur motivation. Pour nous, cette *accroche* est remplacée par la fabrication des objets matériels.
- La question initiale est facile d'accès et est envisageable pour un public du primaire à l'université. Nos questions de recherche sont : *Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ?* Les séances d'étude des instruments, développées ici, ont été expérimentées par des professeurs d'école de cycle 3 (CM2) et par des professeurs de mathématiques en 5ème et 4ème. Elles ont aussi été le support d'ateliers de formations pour des professeurs de mathématiques du Secondaire et des IUFM, et des professeurs des écoles.
- Des stratégies initiales existent et la dévolution du problème est immédiate. En effet, le support matériel incite à rentrer dans la question : déplacer les boules, regarder le mode de construction des bâtons à multiplier ou de la règle à calcul… D'ailleurs, le premier réflexe lorsqu'on s'empare du boulier est souvent de bouger les boules pour faire du bruit (même pour un adulte), c'est la manière de *rentrer* dans la découverte. Chacun est capable de le faire c'est la base qui doit susciter la curiosité pour réfléchir sur son mode de fonctionnement. Bien sûr, cette curiosité est aiguisée si l'instrument a été construit personnellement, qu'on le gardera et que l'on pourra l'utiliser à nouveau

si nécessaire, c'est-à-dire si l'on pense qu'il va s'installer dans le temps didactique de la classe.

- Les situations possèdent plusieurs solutions non immédiates et différentes pistes de recherche. Sur la question du fonctionnement du boulier, il apparaît qu'il est possible de changer la valeur des boules. Par exemple, les valeurs cinq et un peuvent être remplacées par deux et un ou un et deux. On peut aussi envisager d'utiliser une autre base de numération : en binaire, il suffit d'une boule par tige !
- La situation n'est pas finie. Après l'étude du mode de fonctionnement du boulier, nous étudions d'autres questions. Peut-on enlever certaines boules ? Et si certaines boules sont collées ? Après l'étude des bâtons de Néper, on se pose la question d'imaginer des bâtons qui prennent en compte les retenues lors des multiplications intermédiaires.

• L'argumentation

Concernant l'apprentissage mathématique et l'argumentation au cycle 3, nous nous referons à l'ouvrage de l'équipe Ermel, coordonné par Douaire et Hubert (1999). L'argumentation en mathématiques " consiste à établir, au moyen de raisonnements, la valeur de vérité d'une proposition " (p 43). Les auteurs soulignent qu'à partir du cycle 3 (7-8 ans), les enfants sont capables d'enchaîner correctement des propositions et que les règles logiques de base sont maîtrisées.

• L'œuvre du savoir

Une notion importante qui nous semble nécessaire de rapprocher de celle de situation de recherche est la notion d'œuvre. Le sens du mot œuvre est, cette fois-ci, emprunté à Chevallard (2001a). En se basant sur le principe que la réponse à une question peut être fournie par le recours à des connaissances et des savoirs, l'auteur considère ces connaissances et ces savoirs comme des œuvres, dans le sens où elles créent un milieu de production d'une réponse, pour une certaine institution. Pour illustrer cette remarque l'auteur développe l'exemple des TPE (travaux personnels encadrés) au lycée. Le problème actuel de l'école est le manque de questions et la tendance à fournir directement des réponses ce qui n'engendre qu'une reproduction d'œuvres. L'enjeu des TPE est donc de donner des questions et ainsi de produire des œuvres. Pour les situations de recherche, la question est large et accessible, l'objectif est aussi de produire des œuvres. Par l'étude d'instruments de calcul et les questions proposées pour ce travail : *Comment ça marche ? Pourquoi ça marche ? Qui s'en sert ? Pour quoi faire ?* Et les œuvres revisitées sont le système de numération et les algorithmes de calcul.

• À propos du milieu matériel et de l'organisation d'une séance

Pour résoudre ces questions il est préférable, voire nécessaire d'avoir un instrument par enfant. Il est important de travailler par groupes de deux, trois ou quatre afin de tester et de confronter les opinions. Mais, il faut aussi que chaque élève puisse suivre convenablement l'institutionnalisation par le professeur, nous conseillons donc d'accoler les tables par quatre et de former un épi orienté vers le tableau.

Si les séances comprennent aussi la fabrication des instruments nous proposons les trois phases : de découverte, de fabrication et d'étude.

- *Phase de découverte* : Avant de fabriquer les objets, le professeur distribue un instrument par groupe et pose la question de son mode de fonctionnement. Ceci permet à chacun de manier les objets avant de les fabriquer, c'est une phase introductive qui va permettre de préparer la phase de fabrication. Certaines questions importantes apparaissent dès cette première phase, le professeur peut les valider en leur donnant le statut de question à traiter, mais il ne doit pas donner de réponses. Cette phase est assez courte (10-15 minutes) et nécessite une interruption volontaire, parfois même déterminée, du professeur qui va laisser les élèves sans réponses.

- *Phase de fabrication* : Chaque élève étudie comment réaliser son objet, le fabrique et le personnalise.
- *Phase d'étude* : Maintenant que chacun possède son instrument, on reprend la question de recherche avec la gestion que nous proposons ici pour les situations de recherche.

Pour que les élèves et le professeur puissent montrer à la classe les différentes méthodes envisagées, nous recommandons l'utilisation d'un rétroprojecteur. Pour le boulier, on le pose directement dessus et pour les bâtons à multiplier, les modèles permettent de réaliser des transparents que l'on découpe et manipule ensuite sur le rétroprojecteur. C'est cette organisation que nous avons utilisée pour les séances de formation avec des professeurs des écoles.

- À propos du professeur

Nous notons trois points importants concernant le rôle du professeur dans les situations de recherche : la dévolution de la question, la gestion de la séance (débat, validation) et l'institutionnalisation des savoirs notionnels et transversaux.

Tout d'abord, le professeur dévolue la question de recherche afin de produire des œuvres. Cette phase est aussi l'occasion d'expliciter le contrat didactique en jeu : le professeur demande aux élèves de prendre part, activement à la recherche, en réfléchissant seul et en groupe à la question de recherche. Nous avons remarqué qu'il est souvent plus facile aux enfants qu'aux adultes d'accepter ce contrat. Cette remarque est aussi valable dans les lieux de culture scientifique ou les enfants osent manipuler, essayer, se tromper alors que l'adulte fait preuve de beaucoup plus de réticences quant à ce que l'on peut considérer comme un jeu.

Pour qu'une séance de classe se déroule dans de bonnes conditions, il est nécessaire que l'enseignant sache d'avance *à quoi s'attendre*. Une situation de ce type ne peut pas s'improviser, il faut prévoir les idées qui peuvent apparaître afin de les relancer et de permettre à la séance de vivre c'est-à-dire d'aboutir à l'utilisation courante des instruments. Les élèves doivent jouer le jeu, c'est-à-dire chercher par eux-mêmes. Ceci ne sera possible que si le professeur sait les motiver dans cette recherche, leur permet de rebondir dans leurs raisonnements sans pour autant donner la solution, ni même les guider vers celle-ci. Son rôle est celui d'un *régulateur*. En particulier, il doit avoir conscience qu'il devra provisoirement laisser les élèves sans réponse, ce qui constitue un premier obstacle. Dans la classe, le débat mathématique est géré par le professeur qui doit avoir une bonne idée des stratégies disponibles pour les élèves. La validation se réalise en référence à des savoirs transversaux et des savoirs notionnels.

Ensuite, le rôle du professeur est d'institutionnaliser les étapes franchies et de permettre aux élèves de faire le lien entre les techniques instrumentées et papier-crayon, afin que ces deux registres soient complémentaires. Lors de nos expérimentations, nous avons pu observer que l'institutionnalisation des situations de recherche n'est pas toujours naturelle pour le professeur. En effet, la situation de recherche est une pratique non ordinaire qui nécessite de rappeler au professeur l'importance de cette phase. Pour Brousseau (1981, p 51), " les situations d'institutionnalisation sont celles par lesquelles on fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance ou d'un savoir. " À la suite de la validation, l'institutionnalisation montre aux élèves ce qui a été appris et qui constitue un outil de travail supplémentaire pour la classe, que le professeur et les élèves pourront utiliser à nouveau lorsque nécessaire. Pour les savoirs notionnels, l'institutionnalisation est *classique*, mais le point délicat ici est l'institutionnalisation des savoirs transversaux. En quoi consiste-t-elle ? Elle nous semble consister en la reconnaissance explicite par le professeur des différentes méthodes de recherche utilisées par les élèves (contre-exemple, induction…) ? Qui a fait quoi ? Que la méthode puisse être validée ou non, cette méthode doit être soumise à la classe et institutionnalisée, comme méthode valide ou non, par le professeur.

Notons un paradoxe dans cette gestion : le premier enjeu est que le professeur mette au travail les élèves. Mais si les élèves sont très motivés par la recherche, cela va constituer un obstacle pour que le professeur prenne la parole pour faire avancer la séance. Le rôle du professeur est parfois de demander d'arrêter temporairement la recherche pour une confrontation avec la classe. Dans cette gestion, la mémoire du professeur (Brousseau et Centeno, 1991) est primordiale pour la bonne articulation des connaissances. Il est nécessaire que le professeur rappelle à la classe la production d'un groupe de recherche ou d'un élève pour gérer correctement la phase de validation.

- À propos des élèves

La position de l'élève est bien différente de celle du contrat didactique habituel. Les élèves sont des inventeurs. Le mot inventeur n'est pas trop fort, la production de savoir est une œuvre et l'élève un *inventeur*. Ainsi, pour qu'un élève renonce à sa proposition qu'il juge comme la plus performante, il faudra que celle-ci soit mise explicitement en défaut et que l'élève ne puisse pas ignorer cette faille.

Les situations de recherche gérées par le professeur aux *Domaines*, sur la découverte du boulier chinois (classe 3 et 4) ont été appréciées par les élèves qui ont pris du plaisir en apprenant de nouvelles choses. Ils remarquent qu'ils ont passé beaucoup plus de temps que d'ordinaire sur une séance de mathématiques, une matinée contre environ 45 minutes d'ordinaire. Le travail en groupe, l'entre-aide, la production écrite demandée plus faible sont aussi des particularités relevées par les élèves.

Roméo, Adèle et Esther mentionnent bien ces différences :

> **I : Et la séance avec ton professeur, elle s'est déroulée un peu comme d'habitude ? Tu as l'habitude de faire ce genre de choses en classe ?**
> Ro : Ben non, en classe, on fait plus… On fait… Elle nous explique un peu la maîtresse, des fois elle nous donne des photocopies des leçons et après, on passe aux exercices du livre ou des feuilles d'exercices, ben… avec des questions et des réponses.
> **I : Et là, c'était comment alors ?**
> Ro : Bah, là c'était quand même un peu différent parce que, on a appris à se servir d'un boulier et après on a… on a fait quelques exercices. On était en groupe déjà, ça change quand même beaucoup.
> **I : Le truc qui changeait, c'est que vous étiez en groupe ?**
> Ro : Oui, mais y'avait d'autres choses. On a travaillé sur une seule chose : le boulier et ça a été beaucoup plus long qu'une séance de mathématiques, c'était toute la matinée. Et après, on a heu, j'ai trouvé que c'était quand même plus amusant.

I : Plus amusant ?
Ro : Oui, par rapport à dans une classe où on écrivait beaucoup, tout ça, on n'a pas eu beaucoup à écrire. On n'a pas trop copié des leçons, des trucs comme ça quoi ! […] C'était mieux aux *Domaines* qu'à l'école, quoi…(Post-entretien avec Roméo de la classe 3)

I : Tu as bien aimé travailler avec la maîtresse aux *Domaines* ?
Ad : Oui.
I : Qu'est-ce qui t'as beaucoup plu ?
Ad : Ben en fait, on travaillait mais en s'amusant. C'était comme si on était en classe sauf que là, on était en groupe, on était deux, on faisait des choses qu'on ne faisait pas habituellement en classe. (Post-entretien avec Adèle de la classe 3)

I : Et les séances avec le maître, c'était pareil qu'à l'école ?
Es : J'avais l'impression de m'amuser un peu plus. J'apprenais en même temps, je réfléchissais mais je m'amusais. C'était sympa ! (Post-entretien avec Esther de la classe 4)

Par contre pour Laetitia, élève en très grosses difficultés il n'y a pas eu de changement de contrat didactique entre les séances en classe et celles aux *Domaines* :

I : Avec le maître, c'était pareil que d'habitude en classe ?
La : Heu, oui.

De plus les instruments montrés à ses parents ne semblent avoir permis ni reconnaissance, ni encouragement de la part de ceux-ci :

I : Quand tu es rentrée chez toi, tu les as montrés à tes parents tes objets ?
La : Oui. […]
I : Alors, ça s'est passé comment ? Tu leur as expliqué comment ça marchait ?
La : Oui, mais ils ont pas compris. (Post-entretien avec Laetitia de la classe 4)

Le cas de Laetitia montre donc les limites de l'intérêt de telles situations : pour comprendre le changement de contrat, il est nécessaire que les élèves reconnaissent qu'il existe un contrat implicite entre le professeur et les élèves.

2. L'étude du boulier pour différentes situations de recherche

Certains ouvrages scolaires de mathématiques, souvent pour le CE2, traitent du boulier comme instrument pour compter. Ces bouliers se composent alors de dix boules par tige, de différentes couleurs, et sont plus ou moins adéquats pour l'enseignement nous semble-t-il (Chapitre 2). Dans un premier temps, notre étude porte sur le boulier chinois en classe de CM2, pour approfondir la notion de numération positionnelle en base dix et retravailler les algorithmes de calcul. Balacheff et Neyret (1981 et 1982) l'ont étudié en explicitant en particulier la base alternée (5,2) pour l'écriture, l'addition et la soustraction. Nous allons nous attacher à penser l'intégration du boulier en classe à partir de la question de son fonctionnement, question posée directement aux élèves. L'étude du lien entre les techniques habituelles de calcul et la diversité de celles disponibles avec le boulier a été développée au Chapitre 3 consacré aux instruments à calculer. Nous avons donc développé les indications nécessaires pour poursuivre l'étude des algorithmes sur le boulier comme situation de recherche. Dans un second temps, le boulier est un support pour se poser de nouvelles questions qui aboutissent en particulier à un questionnement sur les bases de numération. Ces questions sont plus adaptées à l'enseignement Secondaire ou Supérieur. En effet, l'étude du boulier soulève un questionnement qui intéresse autant les élèves (du primaire au lycée) que les enseignants.

Les quatre situations de recherche que nous présentons ont toutes été expérimentées au moins une fois :

- La situation 1 : *Comment ça marche ?* a été observée avec des classes de CM2 (les classes 3 et 4 aux *Domaines*), et lors d'un atelier de mathématiques avec une classe de 5ème et une de 4ème d'un collège de Marseille. Nous avons aussi géré cette situation en formation avec des professeurs.
- Les situations 2 et 3 : *Peut-on enlever des boules ? Peut-on changer la valeur des boules ?* Nous les avons gérées avec deux groupes de CM2 (classe 2) ainsi qu'en formation avec des professeurs.
- La situation 4 : *Si certaines boules sont collées ?* Nous l'avons proposée en formation avec des professeurs et la gestion a été faite par un chercheur.

Nous précisons que pour la lecture qui suit, il est souhaitable de se munir d'un boulier chinois.

On considère un boulier chinois (suan-pan) à treize tiges, les boules du haut correspondent aux rangées de deux boules et celles du bas à celles de cinq boules. En haut, on a 26 boules (13×2) et 65 en bas (13×5). Le boulier permet en particulier d'écrire, d'additionner, de soustraire des nombres d'une manière très rapide quand on maîtrise son utilisation.

2.1 Situation 1 : *Le boulier, comment ça marche ?*

Le boulier est considéré comme un support d'activité en mathématiques, l'utilisation montrée ici n'est pas celle d'une utilisation courante, machinale comme c'est le cas lorsqu'on apprend à l'utiliser en Chine ou au Japon, depuis l'enfance. Le but est de comprendre pourquoi un tel objet est efficace pour faire des calculs et non pas d'apprendre par cœur les règles de son utilisation. En fin de primaire, la notion de numération positionnelle est souvent mal installée et constitue un obstacle concernant l'apprentissage des techniques opératoires. L'étude du boulier permet de remonter au sens mathématique en se posant des questions sur l'écriture des nombres, la notion de position d'un chiffre dans un nombre, sur la définition des retenues…

L'exploration du boulier doit être large au début, elle nécessite du temps : deux ou trois heures au cycle 3. La confrontation finale des opinions permettra de se mettre d'accord sur une méthode.

- Question de recherche

Comment ça marche ? Le boulier est un instrument à calculer c'est-à-dire qu'il facilite les calculs. Il faut essayer d'imaginer comment on peut l'utiliser. D'après nos observations, la consigne de départ peut aussi être : Écrivez un nombre sur le boulier. La grande majorité des élèves commence quand même par écrire un, deux, trois… De plus, la question peut aussi se décliner : *Comment on compte ?* ou *Comment on calcule ?* sans affecter notablement les recherches des élèves. Effectivement, en mathématiques, compter et calculer ce n'est pas la même chose : compter c'est dénombrer et calculer c'est faire des opérations. Par contre, dans le sens commun ou dans un dictionnaire, compter se définit comme :

> " Déterminer le nombre, la quantité en procédant à un calcul. Effectuer un calcul, énoncer la suite des nombres "

Et calculer comme :

> " Déterminer par le calcul. Opérer sur des nombres "

Compter, c'est faire des comptes c'est-à-dire des additions, des multiplications, donc faire des calculs, calculer. Le sens courant de calculer et compter est trop proche pour que ce soit une variable de poids dans le choix de stratégie pour répondre à la question. Ceci a bien été confirmé par nos observations de classe. C'est quoi compter pour vous ? Question posée à une classe de 4ème, deux élèves ont répondu : " Faire des additions ! Et des multiplications aussi ! " Par contre, ce qui fausserait complètement la recherche c'est de donner un nombre à inscrire : écrire 5 123. Cela suppose que l'on peut écrire ce nombre et ce n'est alors plus du tout la même étude.

- Choix des variables

Le niveau de la classe est au moins CM1. L'enjeu est une réorganisation des connaissances relatives à la numération et aux algorithmes de calcul avec la mise en relation des techniques avec le boulier et des techniques papier–crayon. La compréhension du système de numération positionnelle n'est pas évidente. D'ailleurs, si l'on regarde à l'échelle de l'histoire, la numération romaine non positionnelle a survécu longtemps (jusqu'au 18ème siècle pour les comptes publics en France) mais elle nécessitait l'usage de jetons pour réaliser des calculs. Une numération positionnelle est avantageuse pour effectuer des *calculs à la plume*, pour s'en convaincre on pourra calculer XXV+IX. Combien d'unités, de dizaines ? L'étude du boulier permet de reconstruire ce concept de numération positionnelle en base dix.

- À propos des élèves

Cette recherche permet de souligner deux points :
- un chiffre n'a pas la même valeur selon sa position sur le boulier (système positionnel en base dix), c'est-à-dire qu'un chiffre ne représente pas la même quantité selon sa position,
- et certaines boules ne valent pas un mais cinq, elles marquent cinq.

Le passage de ces deux étapes est nécessaire pour répondre à la question.

On voit apparaître deux stratégies. Pour la majorité, la méthode est d'écrire, de dénombrer tous les nombres : un, deux, trois, quatre, cinq. Jusqu'à cinq ça va. Pour la suite il faudra se donner des règles d'utilisation. Pour d'autre, la méthode est d'écrire directement un nombre, ceci est beaucoup moins courant. Nous avons observé, au fil des séances avec des enfants et des adultes, que choisir par soi-même un exemple que l'on va tester n'est pas spontané mais relève d'un raisonnement particulier (que les professeurs de mathématiques ont mieux maîtrisé lors des séances). Avec cette seconde stratégie, certains élèves proposent de donner la valeur 100 aux boules de la partie supérieure et un à celles de la partie inférieure. Ils peuvent alors inscrire 922 mais il est impossible d'inscrire 77. En effet, la partie inférieure ne possède que 65 boules ! On voit aussi apparaître des procédés *multiplicatifs à trous* : les boules ont différentes valeurs et on les multiplie entre elles pour fabriquer d'autres nombres, mais certains nombres ne peuvent pas apparaître par multiplication : les nombres premiers !

Concernant l'écriture des nombres, certains élèves commencent et continuent longtemps avec la méthode suivante : pour écrire sept, ils dénombrent : un, deux, trois, quatre, cinq et cinq unaires s'échangent contre une quinaire puis six, sept. Penser sept comme cinq plus deux est une méthode très rapide pour inscrire un nombre mais pas obligatoire. Il n'est donc pas indispensable de connaître les décompositions des nombres entre cinq et dix par rapport à cinq, c'est-à-dire : 6=5+1, 7=5+2, 8=5+3, 9=5+4 pour écrire un nombre. Bien sûr, comme pour le calcul mental, utiliser ces décompositions simplifie la tâche !

Remarque :

Le boulier chinois, utilisé depuis des siècles sert à effectuer des calculs : additions, soustractions, multiplications, divisions, extractions de racines. À l'inverse des bouliers-compteurs des écoles qui possèdent dix boules par tiges et qui sont utilisés pour apprendre à compter, le boulier chinois possède des marqueurs de cinq qui en font indéniablement un instrument de calcul, pour calculer. Lors des séances observées, le comptage est apparu, pour certains élèves, comme une méthode pour trouver le mode de fonctionnement du boulier, pour inscrire un nombre qui puisse par la suite servir dans des opérations. Mais, la manière d'écrire un nombre, de le coder sur le boulier chinois ou en numération positionnelle est directement liée à l'objectif d'utilisation d'un algorithme de calcul. C'est aussi le cas pour le calcul mental, que l'on peut rapprocher des techniques avec le boulier chinois.

- Évolution de la séance

Maintenant, étudions les différentes étapes du raisonnement susceptibles d'apparaître lors de telles séances. Les points clefs sont le système décimal positionnel et la valeur de cinq pour certaines boules. Ce raisonnement comporte trois étapes : avant que le système positionnel en base dix ne soit installé sur le boulier, une fois que celui-ci est admis mais avant que le système unaires-quinaires ne le soit, et enfin lorsque ces deux points sont posés.

Pré-système décimal positionnel	**Post-système décimal positionnel Pré unaires-quinaires**	**Post-système décimal positionnel et unaires-quinaires**
- Unités et dizaines avec des processus : additif ou additif-soustractif (avec ou sans trous)ou multiplicatif (à trous) - Base 65	- En haut, on note les retenues - Les boules du haut valent deux (on garde un en bas)	- Écrire à gauche - Écrire à gauche en commençant par la puissance de dix la plus petite

Tableau 14 : Étapes du raisonnement pour arriver à l'utilisation du boulier chinois

Notons que généralement, la position choisie par quelqu'un qui découvre le boulier pour marquer le zéro sur celui-ci est de pousser les unaires vers la barre inférieure et les quinaires vers la barre transversale. Mais la position usuelle c'est-à-dire en poussant les quinaires vers la barre supérieure permet de déplacer en même temps unaires et quinaires pour les calculs ce qui représente un remarquable gain de temps… L'idée que l'on déplace des boules pour inscrire un nombre est intuitive.

- Unités et dizaines avec un processus additif :

Lors des mises en situation, les enfants commencent généralement par penser que le boulier est séparé en deux, en haut on a les dizaines et en bas les unités ce qui signifie que l'on accorde un comme valeur en bas et dix en haut (parfois cinq), puis on ajoute les boules entre elles. Le nombre maximal alors inscriptible est 325 (65+26×10=325). Pour permettre à la recherche de continuer, il est nécessaire de montrer le point faible, la limite en demandant d'écrire 9 253 par exemple. La méthode proposée doit être invalidée pour recevoir d'autres propositions. Certains trouvent une astuce pour compter plus loin : on marque les dizaines en bas et les unités en haut. On arrive à 676 (65×10+26=676), mais on ne peut toujours pas inscrire 9 253.

- Unités et dizaines avec un processus additif-soustractif :

D'autres procédés peuvent être imaginés avec les boules du haut qui valent dix et celles du bas un. Ces dernières possèdent deux positions de déplacement, si elles sont contre la barre on les soustrait, si elles sont en milieu de tige, on les additionne. On pense sept comme 10-3 et 13 comme 10+3. On écrit jusqu'à 25 dans une tige et 325 (25×13=325) au plus. Outre le fait que l'on n'écrit pas des grands nombres, ce système trop compliqué est source d'erreurs pour le demi-déplacement, il s'éteindra face à d'autres propositions plus adaptées. Dans ce procédé on n'a pas de trous car le raisonnement a été guidé par un dénombrement. Par contre, lorsque celui-ci amène directement à écrire un nombre, n'importe lequel, on arrive à des procédés à trous, c'est-à-dire qu'il manque des nombres. Par exemple, en haut une boule compte 100 et un en bas. Lorsqu'on déplace des boules en bas à droite on soustrait et en bas à gauche on ajoute. Pour écrire 1 731 on n'a pas de problème, mais pour écrire sept ? 7=100−93, mais on n'a que 65 boules en bas.

- Unités et dizaines avec un processus multiplicatif (à trous) :

Quand la méthode est toujours d'essayer d'écrire un nombre sans tous les dénombrer, on voit aussi apparaître un système à trous mais multiplicatif. On effectue le produit de la valeur des boules. Avec celles du bas on écrit un, deux, trois, quatre, cinq et avec celles du haut : 1×2=2, 2×2=4, 2×3=6, 2×4=8, 2×5=10. Et sept ? Et neuf ? Avec cette méthode, il manquera les nombres premiers qui ne s'obtiennent pas comme produit de deux entiers.

- Base 65 :

Si on part de la remarque : en bas, on a 65 boules, mais comment inscrire un nombre plus grand ? Et bien, pour compter plus loin, on va marquer 65 avec une boule en haut et ainsi pouvoir à nouveau utiliser les boules du bas. On a l'idée essentielle qu'en haut, ce sont des *boules témoins* qui gardent en mémoire une certaine valeur. On écrit jusqu'à 1 755 (26×65+65=1 755), mais par exemple pour écrire 1 721, qui est déjà donné en base 10, on a besoin de le décomposer en multiples de 65…

- Numération de position en base dix :

Avec la nécessité de la base dix vient celle d'écrire de zéro à neuf (au moins) dans chaque rang. En première analyse, on peut penser qu'il est nécessaire d'écrire jusqu'à dix, mais ce ne sont que les dix chiffres de zéro à neuf qui sont indispensables. Arrêtons-nous sur une remarque importante. Nous avons choisi de travailler sur le boulier chinois car on peut inscrire jusqu'à 15 dans une colonne, ce qui permet lors des additions et des soustractions de bien voir le passage des retenues. Par contre, lors de la découverte le fait qu'il y ait trop de boules en quelque sorte, peut constituer un obstacle. Il pourra être utile de faire remarquer que le boulier japonais possède moins de boules mais fonctionne exactement sur le même principe. Revenons sur le boulier chinois, l'idée qui peut apparaître, en cherchant à écrire jusqu'à dix c'est de regarder uniquement la partie inférieure du boulier et de regrouper deux tiges pour avoir dix et utiliser un système positionnel. Les deux tiges à l'extrémité droite représentent les unités, les deux autres immédiatement à gauche les dizaines, etc. À partir de là, on a gagné l'écriture positionnelle, mais on doit pouvoir encore l'améliorer, il faut prendre en compte la partie supérieure du boulier.

- En haut, on note les retenues :

En haut, on note les retenues, mais quelles sont les retenues possibles ? Pour l'addition ? Et pour la multiplication ? Cette idée est très intéressante dans le sens où elle ouvre sur d'autres questions qui ont été en particulier la clef de la mécanisation du calcul. Pour l'addition de deux nombres la retenue maximale est un (9+9=18) et pour la multiplication de deux nombres c'est huit (9×9=81). On n'a pas alors la nécessité d'avoir 26 boules en haut.

- Les boules du haut valent deux (on garde un en bas) :

Si on revient à l'idée d'écrire jusqu'à neuf dans un rang, peut-on donner deux comme valeur aux boules du haut ? On construit donc des nombres pairs et impairs. Cette méthode marche aussi bien que les valeurs cinq et un ! En fait, le boulier chinois fonctionne parfaitement si en gardant un pour les boules du bas, on donne aux boules du haut la valeur deux ou trois ou quatre ou six. On peut aussi donner la valeur un à celles du haut et deux ou trois à celles du bas. La faille est que l'écriture et la lecture des nombres sont moins rapides. Le choix d'une boule qui vaut cinq s'explique parce que l'œil arrive à dénombrer quatre boules, mais ensuite ce n'est plus possible rapidement. Notons que le boulier japonais est une amélioration du boulier chinois, il ne possède qu'une quinaire et quatre unaires et fonctionne sur le même principe. Il peut aussi fonctionner avec un pour la boule du haut et deux pour celle du bas. Maintenant l'écriture positionnelle en base dix avec des marqueurs de cinq est acquise, mais il reste encore quelques détails à mentionner.

- Écrire à gauche :

L'idée que l'on voit aussi arriver, c'est que comme sur une feuille de papier ou avec un logiciel de traitement de texte, on commence par écrire à gauche. Par exemple, on colle 127 à gauche, mais alors comment écrire 1 270 ? L'inscription du zéro a de l'importance et pour lire les nombres de gauche à droite, il faut les coller contre l'extrémité droite.

- Écrire à gauche en commençant par la puissance de dix la plus petite :

Aussi, il n'est pas rare de voir quelqu'un écrire un nombre en commençant par la gauche, mais en collant les unités à gauche c'est-à-dire que l'inscription : 9 / 5 / 2 se lit 259. Ce système est tout à fait correct. Si on décompose 259, on a : $259 = 2\times10^2+5\times10+9 = 9+5\times10+2\times10^2$.

Avec ce raisonnement, on inscrit un nombre en commençant par la plus petite puissance de dix, comme c'est d'ailleurs souvent le cas avec les polynômes : $P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$. La seule objection est que l'on écrit à l'envers sur le boulier par rapport à la méthode traditionnelle. C'est pour cette raison que l'on choisira la convention de coller les unités à droite.

Cette analyse reprend donc différents points importants du raisonnement mathématique pour parvenir à l'utilisation traditionnelle du suan-pan.

Reste une question à étudier : quel est le plus grand nombre inscriptible sur le boulier chinois ? 9 999 999 999 999 ou 16 666 666 666 665 ? Dans un premier temps, on peut réduire le problème (comme c'est souvent nécessaire en mathématiques) c'est-à-dire étudier un boulier à six tiges par exemple. Avec le soroban, la réponse ne donne pas lieu au débat car on n'écrit pas au-delà de neuf dans une colonne. Sur le boulier chinois, on inscrit jusqu'à quinze dans une colonne, quel est le nombre inscrit lorsque toutes les boules sont activées dans les treize tiges ? C'est :

$15 + 150 + 1\,500 +\ldots+15\times10^{12}$
$= 15\times(1 + 10 + 100 +\ldots+10^{12})$
$= 15\times1\,111\,111\,111\,111$
$= 16\,666\,666\,666\,665$. Ce nombre se lit 16 trillons 666 milliards 666 millions 666 mille 665.

Ce nombre est écrit en base dix. Et, comme il est possible d'inscrire jusqu'à 15 dans chaque tige du boulier chinois, il est nécessaire d'utiliser une théorie mathématique pour écrire ce nombre en système décimal sur le papier.

Une fois l'écriture des nombres admise pour les élèves, on pourra poursuivre l'étude du boulier de la même manière : *Comment faire une addition ? Une soustraction ? Une multiplication ?* Les liens entre les techniques papier-crayon et boulier ont été étudiés au chapitre consacré aux instruments à calculer (Chapitre 3).

2.2 Analyse d'une séance sur le fonctionnement du boulier

Pour analyser une séance sur le fonctionnement du boulier chinois, nous avons choisi le début de la première séance de théorie pour le professeur de la classe 4. La classe est aux *Domaines*, ce qui permet de travailler par petits groupes. Comme nous l'avons déjà vu, le professeur P4 attache beaucoup d'attention aux expérimentations en classe. De plus, c'est le professeur qui a mieux su se détacher du poids de la recherche. Pour cette situation, la consigne que nous avions donnée aux professeurs était de demander aux élèves : *Le boulier, comment ça marche ?* En expliquant que les élèves doivent trouver par eux-mêmes le fonctionnement, c'est-à-dire franchir les deux étapes : la numération de position en base dix et les marqueurs de cinq. Le rôle du professeur est de montrer les limites de propositions, sans donner les réponses. Nous regardons aussi comment le professeur peut gérer ce type de séance. Certains professeurs ont été écrasés par notre demande, et en particulier on relève deux points : ils n'ont plus pris de décision pour faire évoluer la séance et l'institutionnalisation a été abandonnée. P4 est le professeur qui a su le mieux prendre en compte notre consigne en continuant de prendre des décisions indispensables au bon déroulement des situations.

L'importance que donne P4 à montrer l'évolution des techniques et des technologies humaines qui est pour lui la base des séances, est aussi une des raisons de ce choix. L'approche historique est très cohérente avec une situation de recherche : l'enjeu commun est de donner du sens à ce que l'on étudie en classe. C'est le seul professeur à avoir développé cette partie.

Enfin, nous avons choisi le début de la première séance. Nous ne regardons pas une séance où le professeur et les élèves sont familiers avec le milieu et le contrat. Au contraire, nous voulons observer comment cette nouvelle situation est gérée par le professeur et reçue par les élèves. Quelles sont les caractéristiques communes entre cette *situation novice* et la *situation experte* c'est-à-dire la modélisation que nous avons explicitée précédemment ?

Nous avons transcrit 35 minutes de cette séance d'environ deux heures au total, durant laquelle nous filmions le professeur qui circulait entre les binômes. Cette transcription fournit donc des renseignements sur le binôme avec le professeur. Pour les autres binômes qui travaillaient en autonomie nous n'avons pas d'information. Le groupe se compose de dix élèves qui travaillent avec un boulier pour deux. Le début de séance consiste pour P4 à expliquer quelques points importants : le sujet de cette sortie scolaire est l'étude " des manières de calculer, à travers les âges " et les comptes-rendus des séances devront porter sur l'atelier uniquement. Pourtant, cette classe est celle qui a le plus mentionné dans les comptes-rendus les moments hors ateliers. La première partie concerne les outils utilisés à travers les temps par les hommes pour compter et elle a duré 11 minutes (de 3 à 14 min). C'est le temps qui a été nécessaire pour que les élèves réfléchissent à la question et fassent des propositions : les chiffres, les doigts, le boulier, la calculette. À la minute 5, P4 tente de faire un lien entre les dix doigts des mains et le système décimal, cette tentative est infructueuse, il semble que P4 surestime la compréhension des élèves du système décimal. Par contre, à la minute 11, Gaétan identifie bien le problème de faire des opérations sans la calculette : on oublie les retenues. Ceci nous semble logique dans le sens où la compréhension du mécanisme des retenues est très liée à celui du système décimal.

La fin de la minute 13 marque l'entrée dans la seconde partie de la séance : les bouliers sont distribués. Nous notons trois épisodes : l'épisode 1 avec Mathieu (min 17 à fin 18), l'épisode 2 avec Marc (min 19 à fin 19) et l'épisode 3 avec le binôme Mathieu et Régis (min 23 à fin 25).

La définition d'épisode didactique correspond à celle introduite par Mercier (1995) :

> " Un épisode didactique est cet instant particulier où l'introduction d'un objet de savoir nouveau et les questions que pose son usage imposent la réorganisation (partielle) de certains rapports aux savoirs anciens. Un épisode didactique correspond à un moment où l'on peut observer le besoin, dans l'institution, d'un rapport nouveau à un objet de savoir : nous nommons la *création d'ignorance institutionnelle*.
> On peut observer un épisode didactique au moment où ce besoin institutionnellement créé est ressenti par un élève donné comme manque du rapport nouveau attendu, c'est-à-dire au moment où l'ignorance institutionnelle est rencontrée personnellement par un élève et produit pour lui un effet biographique que nous sommons *de l'ignorance personnelle, relativement à un objet.* " (Mercier, 1995)

Épisode 1 :

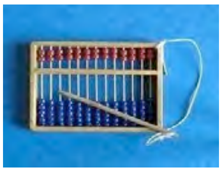
Après trois minutes de recherche, Mathieu propose pour chaque tige : unité, dizaine, centaine, millier, million, milliard, etc. Le boulier est devant lui comme ci-contre. Le lien entre les tiges et la position a donc été immédiat pour Mathieu. Mais comme nous le verrons dans l'épisode 3, il reste à inscrire un nombre sur le boulier c'est-à-dire faire le lien entre la théorie et la pratique, et ce lien n'est pas encore acquis pour Mathieu. Il faut aussi noter son problème de formulation, il ne connaît pas précisément le nom de chaque position ce qui est un gros obstacle pour qu'il formule correctement son idée et induit une incompréhension de P4. C'est ce que l'on observe à la fin de la minute 18 :

> Mat : Alors, ça c'est dizaine, dizaine de cent. Non, non, non !

P4 : Bon attends, réfléchis, on y revient.
Mat : Maître, maître, je sais. Ici c'est les unités, ici c'est cent, ici c'est les unités de mille…
P4 : Tu étais bien parti, tu t'es un peu mélangé là.
Mat : Mais… tout le monde parle, c'est pour ça !
P4 : Oui, voilà. Alors vous écoutez celui qui parle, hein. J'aimerais que quelqu'un d'autre propose autre chose. Alors vous l'écoutez. Vous écoutez celui qui propose quelque chose, d'accord ? ! Chu-chu-chut, Mickael. Vas-y, Marc.

Ce passage montre aussi le problème du professeur pour que les élèves, pris dans leur recherche, portent attention à la proposition de Mathieu. Ce souci de formulation met fin à cet épisode. De plus, Mathieu est en avance sur le reste du groupe qui ne pense pas encore à la numération de position. Ce décalage de niveau de connaissances explique aussi que la proposition de Mathieu, trop précoce, ne soit pas validée.

Épisode 2 :



P4 donne la parole à Marc et rapidement Régis intervient. Confrontation des opinions et argumentation font bien partie de la séance :

Marc : Alors, là c'est les dizaines heu… Heu les centaines, les centièmes, ça c'est… heu… millièmes.
P4 : Millièmes ?
Marc : Non. Milliers.
P4 : Ah !
Marc : Là, c'est million, heu milliard. Et là, tout ça c'est les unités. (*Il déplace les boules de la grande partie, avec le stylet*)
Rég : Et pourquoi y'a tant d'unités ?

Ensuite P4 propose à Marc des exemples : 3, 16. Puis P4 arrivera à la même conclusion que Régis : Est-il nécessaire d'avoir autant d'unités ?

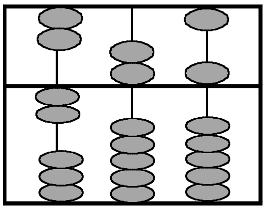
P4 : Et… Bon, donc là tu me dis c'est les… ? (*Il montre tige de gauche de la petite partie*) **Les dizaines ? Tu commences par les dizaines ? Alors, comment est-ce que tu écris 3 ?**
Marc : (*Il continuait à déplacer les boules de la grande partie*) Je le marque comme ça (*Il déplace 3 boules de la grande partie*)
P4 : 3. Oui, heu… Comment est-ce que tu écris… 16 ?
Marc : Comme ça. (*Il déplace une boule de la colonne gauche de la petite partie, pour 10*) et comme ça (*déplace 5 unités puis 1 unité de la grande partie)*
P4 : Ah, tu m'as dit que ça c'est les milliers. (*Il montre deuxième colonne en partant de la gauche, dans la grande partie*)
Marc : Non, non, tout ça c'est les unités (*Il montre la grande partie*)
P4 : Tout ça c'est les unités, mais pourquoi il y en a autant, là ?
Marc : Parce que là ça fait 5 et là 10, heu…
P4 : Bon, écoutez-moi bien. Là, ça fait deux élèves qui me disent ça. Heu… attendez. Vous me dites ce sont les unités, les boules bleues ici. Bon vous, c'est tout en noir. (*Mic et Gaé ont un boulier de commerce*) **Mais celles qui**

> **sont bleues, ils me disent que ce sont les unités. / Est-ce qu'on aurait besoin… d'en avoir autant ? Si c'était vraiment les unités ?**
> Collectif : Non. Oui.
> **P4 : Combien il en faudrait ? Pour compter. Il en faudrait que 9, hein. On en aurait besoin que de 9.**

On repère ici l'intérêt d'avoir fabriqué des bouliers à deux couleurs qui permettent de nommer les unaires et les quinaires pour en parler. La dénomination de boules bleues et rouges est très utile pour la formulation, autant pour le professeur que pour les élèves. D'ailleurs P4 s'en sert à la fin de cet épisode pour diffuser ce que deux élèves ont trouvé : les boules bleues c'est les unités. Pour montrer la limite de cette proposition, P4 demande combien il suffirait d'en avoir pour inscrire les unités. Mais, il donne directement la réponse, il en faut neuf. Il écarte donc une vraie question de recherche que nous verrons réapparaître pour les situations 2 et 3. Il ne semble pas que cette décision soit volontaire, elle reflète plutôt une sous-estimation de la valeur de cette question, en terme de connaissances relatives à la numération. Mais elle permet à P4 de revenir sur la proposition de Mathieu qui s'emmêle toujours dans sa formulation. Régis n'est pas d'accord et la confrontation se déroule dans l'épisode 3.

Épisode 3 :

Avant de rentrer dans l'épisode 3, P4 demande d'inscrire zéro. Mathieu et Régis choisissent la méthode traditionnelle (les boules contre le cadre extérieur) alors qu'Élise et Marc placent les boules vers le bas (min 22). P4 choisit de ne pas institutionnaliser l'écriture du zéro traditionnelle qui permet de claquer les boules rapidement. Effectivement, il n'est pas nécessaire de fixer cela pour continuer la séance. Il nous semble même, pour l'instant, plus intéressant de permettre à chacun de personnaliser ce point. Bien sûr, à l'issue de la séance il faudra se mettre d'accord sur une convention. (min 27)



Mathieu propose d'écrire 512 (en partant de la droite). Mais Régis lit 62 ! En fait, aucun des deux n'utilise une numération positionnelle.

Pour Mathieu, 512 c'est 5 centaines, 10 unités et 2 unités avec deux tiges pour les unités. Il ne pense pas 10 comme une dizaine. Et pour Régis, 62 c'est 5 dizaines, 10 unités et 2 unités. Même si théoriquement ces deux élèves parlent d'unité, dizaine et centaine, la pratique ne suit pas. Mais, le désaccord entre les deux élèves est trop grand et chacun reste sur sa position, sans essayer de comprendre la proposition de l'autre.

Le deuxième problème que va d'ailleurs soulever P4 rapidement (min 26), c'est que toutes les tiges où il est inscrit zéro sont invisibles pour les élèves, c'est-à-dire que zéro dans une position n'est pas constitutif d'un nombre. On voit ici apparaître un obstacle classique dans la compréhension des nombres. Mathieu et Régis n'échappent pas à cela.

Ensuite, au bout d'environ 14 minutes de recherche, P4 commence à institutionnaliser des notions (le zéro et commencer par la droite). Mais maintenant, il ne suffit pas que P4 donne la réponse pour qu'elle soit acceptée par les élèves, il faut mettre en défaut une méthode pour qu'elle soit abandonnée par son *inventeur*. Ensuite, P4 veut avancer dans la séance et donne la méthode : il demande de compter de un à onze avec dans chaque tige sept boules (min 33). Mais Mathieu garde sa méthode et inscrit onze sur deux tiges, toujours en partant de la droite : 10 unités (5+5) et une unité.

Que pensez de cette séance ?

P4 est arrivé pendant 14 minutes à ne pas donner de réponse aux élèves. Il a fait vivre la séance en insistant sur la formulation et en demandant d'écrire tel nombre. Il faut bien reconnaître que cette séance, avec l'intervention prématurée de Mathieu, était fort délicate à gérer. De manière encore plus visible, ceci s'est produit dans la classe 2 avec Samuel qui avait déjà subi un enseignement du boulier, *subi* parce qu'il connaissait parfaitement le mode de fonctionnement mais il ne pouvait pas le justifier. Face à l'incompréhension du reste du groupe, il a désappris le boulier c'est-à-dire qu'il a proposé de considérer les unités et les dizaines dans les deux parties du boulier. Ceci a été invalidé afin de pouvoir considérer des nombres plus grands et Samuel a enfin pu comprendre le fonctionnement du boulier. Nous verrons d'ailleurs le rôle moteur de Samuel lors de l'analyse d'une séance pour les situations de recherche 3 et 4.

Après la minute 27, P4 veut faire avancer la séance et pour cela il utilise une stratégie qui n'est plus celle des situations de recherche : il donne des résultats sans laisser le débat s'installer (sur la nécessité d'écrire de zéro à neuf dans une tige en particulier) et il propose la méthode de recherche : compter jusqu'à onze. Il y a donc une rupture à ce moment-là.

- Conclusion

Pour des élèves en difficultés, le boulier est un support adéquat pour dédramatiser le rapport aux mathématiques afin de comprendre les techniques de calcul mal maîtrisées. Certains orthophonistes l'utilisent d'ailleurs pour traiter des problèmes de dyscalculie. Pour des élèves qui maîtrisent les techniques opératoires usuelles ou pour des adultes (professeurs…) il est un moyen pour retrouver le sens mathématique qui se cache derrière une technique devenue routinière.

De plus, il est adapté pour la classe ou pour un atelier d'animation en mathématiques et peut être étudié sous différents angles, trois en particulier : l'approche pluridisciplinaire, l'étude des techniques opératoires ou l'histoire du calcul. Comme c'est le cas dans le centre d'animation étudié, on peut envisager une approche pluridisciplinaire c'est-à-dire technologie et mathématiques avec la production d'instruments à calculer (boulier, réglettes à multiplier, règle à additionner) puis leur étude en classe de mathématiques. Une étude peut s'imaginer sur l'analyse des techniques opératoires disponibles pour le calcul : calcul mental, calcul posé (ou papier-crayon), avec une approche historique sur la numération et les techniques de calcul, du boulier à la calculatrice. Enfin, on peut partir de questions d'histoire : *Comment faisait-on sans calculatrice avant ?* On développe ainsi l'histoire du calcul par les instruments à calculer en touchant en particulier les notions de calcul approché (avec la règle à calcul des ingénieurs) et calcul exact (avec le boulier des marchands ou les besoins des comptables). Dans tous les cas l'idée est de permettre d'explorer le boulier : *Comment ça marche ? Quels sont les calculs que l'on peut réaliser, ceux que l'on ne peut pas ?* C'est-à-dire d'insister sur le questionnement de départ pour permettre de *créer des œuvres*, puis se poser de nouveaux problèmes, ce que nous étudions dans les paragraphes suivants.

2.3 Situation 2 : *Peut-on enlever des boules ?*

Dans ces situations, chacun doit manier un boulier chinois (suan-pan). Lorsque que l'on veut étudier le boulier japonais (soroban), on demande d'imaginer que l'on enlève une boule en haut et une boule en bas. C'est-à-dire que la règle du jeu ne permet pas de déplacer la boule tout en haut et celle tout en bas.

- Question de recherche

À propos du nombre minimal de boules par tige pour écrire en base dix, la question de départ peut se formuler de deux manières : *Combien peut-on enlever de boules au maximum par tige pour pouvoir calculer à la manière traditionnelle ?* Mais aussi : *Peut-on avoir une écriture unique de tous les nombres en base dix ?* Ce qui équivaut à la question : *Si on enlève deux boules par tige, est-ce que l'on peut encore calculer ?* Mais la question est alors trop fermée et ce n'est plus une situation de recherche.

- Choix des variables

Le fonctionnement du boulier est supposé maîtrisé par chacun. Le niveau de la classe est au moins CM1. C'est un travail sur la numération positionnelle et la nécessité de pouvoir inscrire les nombres de zéro à neuf par tige pour travailler en base dix. C'est aussi plus généralement un travail sur les bases que l'on propose en élargissant la question à d'autres bases.

- Une réponse possible

Dans chaque tige le boulier chinois possède deux quinaires et cinq unaires, ce qui permet d'écrire jusqu'à 15 par tige. Par exemple : 12 peut s'écrire 12 unités mais mieux : une dizaine et deux unités.

Nombre de boules		**Écriture encore possible**	**Écriture impossible**	**Écriture devenant unique**	**Utilisation du boulier**
Quinaires	**Unaires**				
2	4	De 0 à 14	15	5 et 10	oui
2	3	0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13	4, 9, 14, 15	5 et 10	non
1	5	De 0 à 10 (5 s'écrit de deux manières)	De 11 à 15	10	oui
1	4	De 0 à 9	De 10 à 15	5	oui
1	3	0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8	De 9 à 15	5	non

Tableau 15 : Peut-on enlever des boules ?

Si on garde deux quinaires, à partir de trois unaires (ou moins) on perd des chiffres, même chose si avec une quinaire on ne garde que trois unaires (ou moins). Dans ces cas-là, le boulier ne pourra plus s'utiliser en base dix.

Il apparaît donc trois cas pour lesquels le boulier s'utilise avec des boules manquantes : soit deux quinaires et quatre unaires, soit une quinaire avec cinq ou quatre unaires.

Regardons quel est le nombre maximum que l'on doit pouvoir écrire dans une tige pour compter en base dix. La première idée est souvent dix ! Mais en fait, il suffit de pouvoir écrire de zéro jusqu'à neuf. En plus si chaque nombre s'inscrit de manière unique on a obtenu l'unicité d'écriture pour tous les nombres. Et ainsi, on (re)découvre le boulier japonais qui possède une quinaire et quatre unaires. C'est une amélioration du boulier chinois qui s'est produite tout d'abord au Japon mais qui actuellement tend à se répandre en Chine.

Remarquons qu'avec le boulier chinois on pourrait compter jusqu'en base 16 puisque l'on peut écrire de zéro à 15 dans une tige. L'intérêt de pouvoir inscrire plus que nécessaire dans une tige c'est que l'on peut effectuer le passage des retenues, à la main et le visualiser.

Apprendre à utiliser un soroban est plus laborieux mais pour un expert, les calculs se font plus rapidement que sur le suan-pan. Ce nouveau boulier pour lequel chaque nombre s'écrit de manière unique donne un exemple de fonctionnement optimum, d'optimisation.

2.4 Situation 3 : *Peut-on changer la valeur des boules ?*

- Question de recherche

Quelles valeurs peut-on donner aux boules pour que l'on puisse écrire tous les nombres (toujours en base dix) ?

- Choix des variables

Comme pour la situation 2 : Le fonctionnement du boulier est supposé maîtrisé par chacun. Le niveau de la classe est au moins CM1. C'est un travail sur la numération positionnelle et la nécessité de pouvoir inscrire les nombres de zéro à neuf par tige pour travailler en base dix. C'est aussi plus généralement un travail sur les bases que l'on propose en élargissant la question à d'autres bases.

- Une réponse possible

On peut étudier tout d'abord le suan-pan puis le soroban. Une fois que l'on a trouvé des solutions, on peut se poser des questions sur ses propriétés : *Quel est le nombre maximum inscriptible dans une tige ? Qu'en est-il de l'unicité d'écriture suivant la méthode ?*

	Valeur des boules du haut	**Valeur des boules du bas**	**Nombre maximum inscriptible**	**Écriture non unique**
Suan-pan	6	1	17	-
	5	1	15	5 et 10
	4	1	13	4, 5, 8
	3	1	11	3, 4, 5, 6, 7, 8
	2	1	9	2, 3, 4, 5
	1	2	12	2, 4, 6, 8, 10
Soroban	5	1	9	-
	1	2	9	-

Tableau 16 : Peut-on changer la valeur des boules ?

L'idée que les boules valent un ou deux repose sur la formation de nombres pairs et impairs, on écrit tous les nombres pairs avec les boules du bas et on écrit les impairs en ajoutant une boule du haut. L'idée est bonne mais on se heurte au manque de rapidité d'écriture, de lecture et de tous les calculs. On voit la pertinence d'une boule qui marque cinq en système décimal. En plus sur le boulier chinois habituel, on peut faire le passage *à la main* de la retenue. En fait, la méthode avec les boules du haut qui valent un et celles du bas deux est plus appropriée avec le boulier japonais. En effet, avec le boulier chinois les deux boules du haut forment aussi des nombres pairs ce qui produit des nombres dont l'écriture n'est pas unique mais sans intérêt pour faciliter les calculs.

Et si toutes les boules valent deux, quels sont les nombres que l'on ne peut pas inscrire ? Ce sont les nombres impairs bien sûr !

Ensuite, sur le suan-pan on peut essayer d'éliminer le doublon du cinq (cinq unaires ou une quinaire) en donnant la valeur six aux boules de la partie supérieure on peut alors écrire jusqu'à 17 par tige donc utiliser le boulier en base 18, ce qui n'a pas grand intérêt pour nos calculs en système décimal… Cette méthode ne s'applique pas au soroban qui, lui, n'inscrit cinq que d'une manière, avec une quinaire.

Par contre si on change la valeur des boules supérieures en leur accordant la valeur trois par exemple, on peut écrire tous les chiffres de zéro à neuf sans problème sur chaque tige. Ce que l'on remarque c'est qu'un plus grand nombre de chiffres s'écrivent de plusieurs manières. Par exemple trois se représente par 1+1+1 avec les boules du bas ou par une boule en haut. De même, 4=1+1+1+1=3+1,
5=1+1+1+1+1=3+1+1,
6=3+1+1+1=3+3,
7=3+1+1+1+1=3+3+1
Et 8=3+1+1+1+1+1=3+3+1+1.
Avec ce système on inscrit jusqu'à 11 par tige c'est-à-dire que l'on peut l'utiliser pour un système en base 12.

Lors des expérimentations, des propositions qui donnaient différentes valeurs aux boules d'un même cadre ont été émises. Par exemple, certains enfants ont proposé de donner un, puis deux, puis trois, puis quatre, puis cinq comme valeur aux boules sur une tige (du cadre inférieur). Notre choix a été de rejeter cette proposition rapidement car la lecture nous semble alors trop difficile. Toutefois, c'est une piste que le professeur peut laisser ouverte jusqu'à ce qu'elle soit invalidée par la classe.

2.5 Analyse de deux séances : enlever ou changer la valeur de certaines boules

Pour cette analyse, nous nous basons sur la transcription de deux séances avec deux groupes différents de la classe 2. Les deux questions ont été étudiées à la suite. Les enfants ont précédemment exploré le mode de fonctionnement du boulier aux *Domaines*, avec leur professeur. Ils ont aussi fabriqué le boulier et c'est leur réalisation qu'ils manipulent à nouveau ici. Les deux séances ont duré environ 30 minutes et se sont déroulées à l'école avec des groupes de sept enfants. Nous avons géré la séance et c'est pourquoi son analyse ne consiste pas en celle du rôle du professeur qui nécessite une meilleure distanciation, mais en l'analyse de l'attitude élèves. Quelles sont les stratégies de résolution des élèves ? À quels obstacles sont-ils confrontés ? De plus, nous pouvons comparer les deux séances qui ont été très différentes en terme de mise au travail des élèves.

- Avec le groupe 1

La question 1 sur les règles à imposer au boulier pour que l'écriture des nombres soit unique est formulée à la minute 3. Elle sera reformulée en demandant quelles boules il est possible de ne jamais déplacer (min 9). Cette première recherche s'effectue en environ dix minutes puisqu'à la minute 13, la question 2 sur la possibilité de changer la valeur des boules est mise à l'étude (jusqu'à la min 28).

Ce premier groupe a particulièrement bien fonctionné, les enfants ont émis des conjectures, proposé des exemples et des contre-exemples. On observe plusieurs passages où les enfants gèrent eux-mêmes le débat. Néanmoins, la première question soulève un débat (4 min) mais est suivie très rapidement d'une phase de découragement : " Alors on laisse tout ! " (Samuel). Regardons plutôt la deuxième question. À la minute 13, le groupe est au travail : Amélie qui n'a pas tout retenu du début de la séance se fait rappeler par les autres, en particulier Sabine, que certaines notions sont maintenant connues et qu'ils faut continuer le travail sur ces bases.

> Am : Mais oui, mais pourquoi on enlève pas la dernière du haut aussi ?
> Collectif : Bah, on le fait aussi.
> Sab : Tu as pas écouté quand on parlait tout à l'heure !
> Am : Mais oui, mais moi j'ai pas entendu, j'ai entendu que la boule rouge en haut… (min 13)

On commence aussi à voir l'importance du rôle de Samuel qui recadre le travail : " Bon ça y est, là, oh ! " (min 14) à Sabine et Élise.
À la minute 15, Samuel, Amélie et Alexia produisent des essais, des exemples et des contre-exemples et sont rejoints à la minute 18 par Élise pour continuer l'argumentation.

> Al : J'ai trouvé ! ! Une boule d'en haut vaut quatre.
> Sam : Ah, mais comment tu veux écrire… Ah oui, cinq ! Mais un alors… Ah oui c'est vrai.
> Am : Ben, tu la montes !
> Sam : Et pour neuf, il faut monter la dernière boule, on utilise la dernière boule.
> Am : Et trois, comment tu fais, pour écrire trois ? (min 13)

Ensuite, aux minutes 22 et 23, on est au cœur de la situation de recherche avec Samuel, Alexia et Élise :

> El : Et si tu veux écrire 78, Alexia !
> Al : Si tu veux faire neuf, tu fais quatre et cinq.
> El : Alexia, comment tu peux écrire 78 ?
> Al : Avec combien de boules en haut ?
> Sam et El : Avec les trois, les trois.
> Sam : Eh bah oui, c'est facile, trois et trois, six plus deux, huit. Heuu… Ça y est, moi je l'ai écrit 78 ! Regarde [*à Élise*] Voilà : trois et trois, six et un, sept. Et là, trois et trois, six, plus deux, huit. Voilà ! Donc c'est possible.
> Al : 78, voilà.
> Sam : Mais, comment, oui c'est vrai on peut écrire… Non, sauf neuf !
> Al : Mais non, bien sûr, neuf on peut le marquer.
> Sam : Trois et trois, six.
> Al : Et tu rajoutes trois.
> Sam : Sept, huit, neuf, ouais.
> El : Et si une boule, ça vaut une boule ?
> Sam : Non, non, non ! Ça, on pourrait plus écrire rien. On pourrait écrire sept au maximum et plus neuf.
> Al : On pourrait plus écrire que jusqu'à sept.
> Sam : Eh bah, c'est bon, le trois et le quatre, c'est bon.
> **Ca : Et si en haut ça vaut deux ?**
> Al : Deux et deux, quatre.

> Sam : Pour faire neuf, cinq.
> El : On utilise toutes les boules pour faire neuf.
> Al : Voilà, ça fait neuf.
> El : Je dis c'est le deux parce qu'on utilise toutes les boules. Pour faire neuf, on fait quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.
> Al : Ah oui, c'est le deux.
> Sam : Oui, le deux, le trois et le quatre.
> Al : Non, plus le deux parce que le deux, tu es obligé d'utiliser toutes les boules alors c'est bon le deux.
> Sam : Et le trois, non. Le trois, tu peux ne pas utiliser la boule d'en bas, des bleues.
> Al : Et le quatre aussi.
> Sam : Oui.
> Al : Donc, c'est le deux le meilleur.
> El : Parce qu'on utilise toutes les boules.
> Al : Il n'y a pas de boules inutiles.
> El : Et dans le boulier chinois, on utilise toutes les boules et il n'y a pas de boule inutile.

Les enfants choisissent même une *meilleure* méthode c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de boule inutile.

Les sept enfants du groupe n'ont malheureusement pas tous participé au débat. Une des raisons est sans doute les connaissances relatives au mode de fonctionnement du boulier qui sont ici nécessaires. Sabine par exemple montre quelques difficultés à participer correctement à la recherche, elle est perturbée par des questions notionnelles (min 6), elle ne connaît pas les grands nombres :

> Sab : Moi je trouve qui en a qui servent à rien. Parce que… celles-là les dernières, elles servent à rien. Regarde : unités, dizaines, centaines, millièmes heu.
> Am : Millions, milliards.
> Sab : Et après les milliards, il y a quoi ?
> Sam : billions, sillions, trillions.
> Sab : C'est quoi ça ?
> Sam : Mais c'est vrai en plus ! Après il y a les trillons et les billions. (min 6)

De même, le sens d'écriture des nombres et donc l'importance du zéro dans l'écriture positionnelle est encore une question ouverte pour Amélie (min 14) :

> Am : Et pourquoi on peut pas faire. Pourquoi on part pas de là pour faire. Là, c'est les unités.
> Sam : Ah bah, non ! On part toujours de la droite !
> El : Tu vas pas écrire comme les Arabes qui écrivent de gauche à droite !
> Sam : Oui, de la gauche.
> Am : Enfin, ils lisent.
> El et Al : Non, ils écrivent aussi.
> Am : Elle, elle est bien placée, elle !
> Sam : On écrit aussi de la gauche, comme ça ! [*Samuel montre*] Par rapport à eux, on écrit de la droite.

> El : Donc, on peut pas changer.
> Sam : Voilà. (min 14)

À l'opposé, Samuel fait preuve d'une grande aisance, il utilise en particulier un *théorème-en-actes* (Vergnaud, 1990) fondamental pour ces questions :

Pour écrire tous les nombres en base dix sur le boulier, il faut pouvoir écrire de zéro à neuf dans une tige.

D'ailleurs, l'analyse de la situation 4 proposée à des professeurs montre aussi l'importance de ce théorème que les professeurs formuleront durant la recherche.

Revenons à Samuel, son théorème-en-acte de la minute 10 est formulé à la minute 25 :

> Sam : Oui, il y celle-là qu'on peut ne pas utiliser, parce que quand on veut faire sept, huit, neuf, bah on utilise les quatre. À part quand on veut faire dix et bien on utilise la dernière, la dernière reste souvent en bas ou les deux dernières. (min 10)
> Sam : Si on peut faire neuf ! Si on veut faire neuf, on a besoin que de ceux-là. (min 10)
> Sam : Et ouais, normalement tu dois écrire jusqu'à neuf par colonne. (min 25)

Cette séance semble donc avoir pu fonctionner grâce à des élèves moteurs, pour qui les savoirs notionnels nécessaires étaient disponibles et ils sont rentrés dans la recherche en utilisant des savoirs transversaux.

- Avec le groupe 2

Le deuxième groupe n'a pas fonctionné de manière satisfaisante. La question 1 est formulée à la minute 3 et ne sera pas résolue quand la question 2 apparaît (min 18 à 30).

On remarque que le niveau des élèves, concernant l'aisance d'utilisation du boulier, est inférieur dans ce groupe. Mais certains élèves, Natalia en particulier, auraient pu favoriser une entrée dans la recherche.

Comme dans le premier groupe, la question du sens d'écriture et de la signification du zéro est évoquée : " Et pourquoi on part pas de là ? " (Anita, min 12)

Mais le seul vrai débat qui va émerger ici concerne l'écriture de dix. Comment écrire dix ?

> Ani : Vous avez écrit dix.
> Na : Oui. Mais, ah… parce qu'on retient dans sa tête en fait, on doit retenir…
> Ang : Mais si elle a écrit dix puisqu'elle a rien mis à la première colonne et à la deuxième colonne, elle a monté une bille. Ca fait dix ! C'est pas comme si, regarde.
> Na : Oui, oui.
> Ani : C'est ce que j'ai dit.
> Ang : Comme j'ai dit tout à l'heure, tu mets rien, tu mets pas… L'unité, tu la laisses et à la… Je sais plus quoi…
> Ani : En fait, elle a enlevé tout des unités et elle a rajouté un, aux dizaines pour que ça fasse zéro.
> Na : Au lieu de mettre dix unités, tu mets une dizaine.

> Ang : Non, là ça fait zéro et celle que tu montes ça fait une dizaine et du coup voilà. (min 17)

Puis Anita revient sur le sujet et prouve son incompréhension de la correspondance entre une tige du boulier et une position dans le système décimal. Plus généralement, Anita ne semble pas avoir saisi le sens d'une numération positionnelle.

> Ani : […] Quand tu écris sur une feuille, quand j'écris dix sur une feuille, je peux pas le mettre là, je peux pas le mettre parce que c'est en deux fois alors que là c'est que en une fois. […] En fait, dix sur une feuille et là on peut pas, dix c'est composé en deux, en deux mots et donc je peux pas parce que là si, si je mets dix comme ça, ça fait qu'un mot. (min 23)

Il paraît alors difficile pour cette élève de s'attaquer à la nouvelle question de recherche. Mais Anita veut participer et c'est ce qu'elle fait en nous emmenant hors sujet pendant environ une minute (min 19) : " Le boulier, comment vous avez su que c'était un boulier, comment vous avez su le faire et tout ? "

Notons tout de même la minute 21, lorsque Rémi utilise un contre-exemple (par rapport à son propre raisonnement) : " Ça c'est un, cinq. Ah mince, comment est-ce qu'on fait pour écrire deux ? " ; ou la tentative d'argumentation de Nicolas à la minute 24 : " Oui, oui comme cinq, tu peux toujours l'écrire, t'en baisses une et t'en montes une. "

Il faut tout de même mentionner la présence du thèorème-en-acte que nous avons repéré précédemment. Nicolas (min 24) et Natalia (min 6) le connaissent, Théo peut-être aussi (min 25). Mais Dominique pense que c'est jusqu'à dix qu'il faut écrire dans chaque tige (min 24), elle reconnaît plus tard (min 27) que la numération décimale, c'est compliqué !

Le passage suivant résume assez bien l'ensemble de la séance (min 24) :

> Ni : Oui.
> Th : Non.
> Ang : Elles valent pas cinq ?
> Na : Mais oui, mais si, si elles valent quatre.

Les élèves susceptibles de rentrer dans la recherche répondent par oui ou par non, sans argumenter leur choix, alors que ceux qui ne maîtrisent pas l'utilisation du boulier gênent la recherche en l'orientant hors sujet.

En conclusion, l'analyse de ces deux transcriptions montre, d'une part, que ces deux questions permettent d'atteindre les caractéristiques d'une situation de recherche. Mais d'autre part, cette analyse fait ressortir l'étendue des variables qui vont influencer la mise au travail ou non des élèves. Nous avons tenté ici d'en donner quelques éléments en remarquant l'importance de savoirs notionnels et transversaux minimaux.

2.6 Situation 4 : *Si certaines boules sont collées ?*

Cette situation a été imaginée par deux chercheurs grenoblois en mathématiques discrètes : Sylvain Gravier et Charles Payan. Ils travaillent sur les situations de recherche en classe et créent à partir de problèmes d'actualité en mathématiques discrètes, des situations pour la classe. Pour cette fois et afin de collaborer à ce travail, ils ont créé une situation de recherche à partir du boulier. Nous les remercions de s'être prêtés à cet exercice qui a permis de développer une situation de recherche très riche, comme nous allons le voir.

- Question de recherche

Si certaines boules sont collées entre elles, peut-on encore utiliser le boulier ? Sous quelles conditions ? Cette question est très large et laisse à la charge des élèves un grand choix de variables : en particulier le nombre de boules collées entre elles, dans la même tige ou dans des tiges différentes.

- Choix des variables

C'est un travail sur les bases de numération que l'on propose. Le niveau de la classe est au moins CM1 mais cette question semble plus adaptée pour une formation d'enseignants que pour un travail de classe en primaire.

- Une réponse possible

Le fonctionnement du boulier est supposé maîtrisé par chacun. La question est large et comporte beaucoup de pistes à explorer. Pour la résoudre, il va donc falloir restreindre l'étude. Nous commencerons par un boulier à trois tiges : unité, dizaine et centaine. De plus, nous étudierons le cas du boulier-compteur c'est-à-dire avec neuf boules par tige.

Notre premier choix est de dire que coller deux boules revient à enlever une boule, en coller trois entre elles revient à en enlever deux, etc. Que se passe-t-il si on colle quatre boules dans une même tige ? Dans deux tiges différentes ? Essayons d'étudier différents cas.

Dans le cas où toutes les boules peuvent être maniées, on écrit de zéro à neuf par tige, c'est-à-dire de zéro à 999 soit un total de $10\times10\times10=10^3=1000$ nombres possibles. On peut généraliser à un boulier à k tiges on peut compter jusqu'à $(10^k - 1)$ c'est-à-dire écrire 10^k nombres (en comptant le zéro).

Si on colle deux boules dans les unités, on perd un chiffre on ne compte que jusqu'à huit dans cette tige. On perd tous les nombres qui se finissent par neuf : 9, de 19 à 99 (neuf nombres) et de 109 à 199 (dix nombres), 219 à 299, etc., 919 à 999. Ce qui fait un total de : $10\times10=100$.

En fait on s'aperçoit qu'il vaut mieux raisonner avec les chiffres que l'on peut encore écrire : $10\times10\times9=900$ et $1000-900=100$ on a donc perdu 100 nombres. Pour un boulier à k tiges, on en perd $(10^k - 9\times10^{k-1})$.

Que se passe-t-il si on colle deux boules dans les dizaines ? On peut écrire $10\times9\times10=900$ nombres. À ce niveau on touche une propriété pas toujours évidente : *Quelle que soit la tige considérée, coller deux boules revient à perdre le même nombre de nombres.* Ce phénomène n'est absolument pas proportionnel à la taille du nombre comme on peut le penser en première analyse ! Pour s'en convaincre raisonnons comme précédemment : on perd tous les nombres qui ont un neuf dans les dizaines, c'est-à-dire : 90 à 99 (dix nombres), 190 à 199, 299 à 399, etc., 990 à 999. Soit un total de $10\times10=100$ nombres.

Maintenant, augmentons le nombre de boules que l'on colle dans une même tige, en nous ramenant à nouveau au cas de trois tiges. Si on colle trois boules, on peut inscrire $10^2\times8=800$

nombres. Pour quatre boules, $10^2 \times 7 = 700$ nombres. Et pour n boules collées entre elles (n compris entre 1 et 9), $10^2 \times (10 - (n-1))$ nombres. Si on étend au cas k tiges :

Pour k tiges et n boules collées dans une même tige, on peut inscrire : $10^{k-1} \times (10 - (n-1))$ nombres, $1 \leq n \leq 9$. Si n=1, c'est le cas ou aucune boule n'est collée à une autre.

Nombre de tiges	**Conditions**	**Total des nombres inscriptibles**	**Perte**
3	Aucune	10^3	-
	2 boules collées dans les unités	$10^2 \times 9 = 900$	100
	2 boules collées dans les dizaines	$10 \times 9 \times 10 = 900$	100
	n boules collées dans une même tige	$10^2 \times (10 - (n-1))$	$10^3 - 10^2 \times (10 - (n-1))$
k	Aucune	10^k	-
	2 boules collées	$9 \times 10^{k-1}$	$10^k - 9 \times 10^{k-1}$
	n boules collées dans une même tige	$10^{k-1} \times (10 - (n-1))$	$10^k - 10^k \times (10 - (n-1))$

Tableau 17 : Les boules collées dans une même tige

Intéressons-nous à présent aux cas où les boules collées ne sont pas toutes dans la même tige.

Nous revenons au cas particulier de trois tiges. Que se passe-t-il si deux boules sont collées entre elles dans les dizaines et dans les unités ? Et bien on ne peut plus inscrire que $10 \times 9 \times 9 = 810$ nombres, on en perd donc 190.

Avant de généraliser ce cas, rappelons nous ce qu'il se passe si on en colle quatre entre elles dans une même tige : on perd $1\,000 - 10 \times 10 \times 6 = 1\,000 - 600 = 400$ nombres, ce qui est bien plus conséquent. À choisir, il vaut donc mieux répartir les boules collées (ou manquantes) dans les tiges plutôt que de pénaliser une seule tige.

Pour trois tiges, si on colle n boules et m boules ($1 \leq m, n \leq 9$) dans deux tiges différentes, on peut écrire $10 \times (10 - (n-1)) \times (10 - (m-1))$ nombres. Pour m=n=1, toutes les boules sont manipulables.

Si on généralise pour k tiges : on peut écrire $10^{k-2} \times (10 - (n-1)) \times (10 - (m-1))$ nombres.

Enfin, dans le cas général de k tiges comportant des boules collées, en quantité j_i ($1 \leq j_i \leq 9$) sur la tige i, on peut écrire $\prod_{1 \leq i \leq k} (10 - (j_i - 1))$ nombres, ce qui correspond à une perte de :

$10^k - \prod_{1 \leq i \leq k} (10 - (j_i - 1))$ nombres. Si $j_i = 1$, toutes les boules sont manipulables dans la tige i.

Nombre de tiges	**Conditions**	**Total des nombres inscriptibles**	**Perte**
3	Aucune	10^3	-
	2 boules collées dans les dizaines et deux dans les unités	$10\times9\times9=810$	190
	n boules collées dans une tige et m dans une autre tige	$10\times(10-(n-1))\times(10-(m-1))$	$10^3-10\times(10-(n-1))\times(10-(m-1))$
k	Aucune	10^k	-
	n boules collées dans une tige et m dans une autre tige	$10^{k-2}\times(10-(n-1))\times(10-(m-1))$	$10^k-10^{k-2}\times(10-(n-1))\times(10-(m-1))$
	j_i boules collées sur la tige i	$\prod_{1\leq i\leq k}(10-(j_i-1))$	$10^k-\prod_{1\leq i\leq k}(10-(j_i-1))$

Tableau 18 : Les boules collées dans différentes tiges

2.7 Analyse d'une séance : certaines boules collées

Cette situation a été proposée à des professeurs de mathématiques du Secondaire et du Supérieur. Ces professeurs participaient à un atelier sur les instruments à calculer, que nous animions pour un colloque (en mai 2004). La première partie de l'atelier avait consisté, pour le groupe en entier, à se confronter au mode de fonctionnement du boulier. Ensuite nous avons proposé à chacun de choisir une question de recherche parmi quelques-unes proposées.

Albert	Bastien
Denise	Chantal

Le groupe qui a choisi volontairement de travailler sur cette question est constitué de quatre professeurs : Albert, Bastien, Chantal et Denise. Ils ont fonctionné en face à face, deux-deux. La recherche a duré environ 36 minutes. Nous préférions laisser la gestion de ce groupe à une tierce personne, un chercheur en didactique des mathématiques que nous appellerons Georges, a aimablement accepté ce rôle. Georges n'a pas assisté à toute la discussion, mais il venait régulièrement faire un point et relancer la situation.

Nous ne nous sommes pas soumis au travail long et fastidieux de transcription pour cette situation. Nous avons choisi de visionner la séance à partir d'un questionnement précis et nous proposons ici nos réponses.

Les deux points que nous mettons à l'épreuve sont :

- *Est-ce que l'on peut repérer des caractéristiques d'une situation de recherche ?*
- *Quelles sont les stratégies de travail développées par chacun ? Est-ce que la manipulation du boulier doit être abandonnée pour rentrer dans une mathématisation de la question ?*

La question de recherche formulée par Georges est : " Selon le nombre de points de colle, combien de nombres peut-on encore écrire ? "

Immédiatement, Denise remarque que l'on en perd autant quelle que soit la tige. Mais en fait, cette question n'est pas évidente et elle va être au cœur du débat. Dans un premier temps, le groupe va définir une *écriture canonique* c'est-à-dire avec le déplacement du moins de boules possible. Pour notre part, nous parlons d'écriture *économique*. La recherche va alors se centrer sur l'écriture canonique des nombres encore possible lorsque deux boules sont collées. Le choix est de considérer que deux boules collées valent deux. On voit assez tôt apparaître Denise comme guide de la recherche.

Après 10 minutes, la question de départ resurgit : Est-ce que c'est différent selon la colonne ? Elle nécessite une réflexion plus approfondie pour pouvoir être validée ou non par le groupe. Denise dénombre sur un exemple " ce qui reste " alors que Bastien qui pense aussi que la colonne n'a pas d'influence, a une autre méthode : il dénombre ce que l'on perd.

Ensuite à environ 12 minutes, Georges intervient : " Vous en êtes où ? " Il leur fait remarquer que de réduire le problème à un seul point de colle est leur initiative, que la question de départ était plus large. Le groupe reconnaît cette remarque mais continue tout d'abord à étudier le cas de deux boules collées. En fait, la question de l'influence de la tige (unité ou dizaine ou centaine…) se fait de plus en plus persistante. Au bout de 20 minutes, Denise ne sait plus trop : " Ah, ça ne change rien ! Ah, si ça change ! " Le travail de groupe s'organise bien entre Albert, Bastien et Denise qui dénombrent puis débattent de chaque résultat. Par contre, Chantal restera très effacée, il semble que son obstacle premier ait été de considérer que selon la tige, la perte n'était pas la même (ce qui ne peut se démontrer car c'est la même chose) et ainsi de ne pouvoir avancer sur la question.

Georges pose une nouvelle question, après 22 minutes : " Qui vous a dit qu'on mettait les deux points de colle dans la même colonne ? " Immédiatement à nouveau, Denise répond : " Ça devrait être pareil ! " Pour cette question aussi, la réponse nécessite quelque réflexion. Ensuite, on assiste à un changement d'opinion (22 minutes) :

> Denise : Si tu supprimes une unité, t'en perds beaucoup plus que si tu supprimes une dizaine.
> Chantal : Oui !
> Denise : Plus tu supprimes tard dans la tige, moins tu en perds !

Bastien reste très septique face à ce théorème. Puis, Denise n'est pas convaincue : " Non, ce n'est pas normal, tout à l'heure on n'a pas dit la même chose ! " Elle déclare ensuite à Georges : " En terme de choix, c'est vraiment ça ! " En références aux choix laissés à celui qui veut répondre à la question.

Comme nous l'avons vu, Bastien a une méthode différente des autres. Après 23 minutes de travail, il lui est nécessaire d'affirmer sa méthode : " Je regarde ce qui reste ! Je ne regarde pas ce que je supprime : je regarde ce qui reste ! " Et toujours, la question de la différence entre les tiges reprend le dessus. Pour Bastien : " Ça me trouble d'un coup ! Attends… " (25 min). Et pour Denise : " Si tu supprimes le un, tu supprimes le 11, le 21, le 31, le 41, le 51, le 61… ". Albert répond : " Oui, t'as raison " puis il compte sur ses doigts pour vérifier.

Ensuite à la 27ème minute, la discussion en groupe s'affine encore Albert et Denise nomment implicitement Bastien comme *vérificateur*. En effet, Albert et Denise cherchent le nombre de boules que l'on perd et demandent ensuite à Bastien de vérifier avec sa méthode. On assiste alors à l'enthousiasme du groupe par rapport à la vérification de la réponse avec les deux méthodes, ce qui induit donc une validation de la réponse. Albert s'exclame : " Ah, tu m'as fait peur ! " lorsque Bastien ne s'occupait pas de la même question.

Au passage de Georges à côté du groupe (28 min) :

> Albert : " Il est fort Bastien en combinatoire ! "
> Bastien : " C'était ma hantise quand j'étais au lycée. Le domaine dans lequel tu risques de raconter des âneries, c'est bien celui-là ! Sur des œufs toujours… "

Voilà une remarque intéressante qui peut indiquer un changement de rapport personnel de Bastien à la combinatoire. En effet, Bastien utilise une méthode efficace qui sert à la validation du groupe, situation beaucoup plus valorisante et dynamisante que les souvenirs du lycée.

La troisième intervention de Georges à la 31$^{\text{ème}}$ minute relance les questions : " C'est pareil sur la même tige ? Et sur d'autres tiges ? " Pour Denise, Albert et Bastien, " normalement ça ne devrait rien changer ", mais Chantal a toujours un doute. Bastien étudie un exemple et Denise fait la remarque suivante :

> Denise : " La pensée de la puissance du système décimal, normalement homogène avec n'importe quelle puissance de dix. Donc, tout ce que tu dois faire sur une tige ça devrait être équivalent sur les autres. Mais ce n'est pas une justification sensible, c'est une justification… théorique. "

Le problème consiste donc à ajuster l'expérimental et les notions théoriques. Effectivement, c'est la puissance du système positionnel qui donne une régularité quelle que soit la position considérée, et lors des expérimentations on s'aperçoit que la réponse n'est pas évidente.

Georges poursuit alors : " Est-ce qu'on peut encore tout compter ? " et Denise fournit le théorème adéquat : " On est d'accord, il faut faire de zéro à neuf par tige ". Et Georges relance, toujours pour ouvrir de plus en plus la recherche : " Vous ne pourriez pas compter avec un boulier à une boule par colonne alors ? " Un débat s'ouvre sur la question et la notion de position, que Bastien conclue en 34$^{\text{ème}}$ minute : " En base deux, ça suffit ! " Et on touche donc la notion de base de numération maintenant.

On peut dire que la recherche du groupe s'arrête ici. Les quelques minutes restantes ont permis à Albert et Bastien de discuter sur la base deux, alors que Chantal et Denise considéraient les algorithmes et leur enseignement.

Nous finirons par la conclusion de Bastien : " Je l'ai acheté il n'y a pas longtemps le boulier. Alors, je commence à jouer avec ! C'est intéressant ! "

L'analyse de cette séquence permet de montrer que la question de recherche, facile d'accès ouvre sur différentes questions et différentes méthodes. En terme de choix laissé aux participants, cette situation est très riche. D'ailleurs, ceci a été formulé à plusieurs reprises par les participants eux-mêmes. Cette situation est donc une situation de recherche.

Maintenant, pour répondre à notre seconde question, nous allons développer les méthodes de travail des participants.

	Méthode pour dénombrer		Raisonnement avec comme support		
	Ce que l'on perd	Ce qui reste	Boulier	Papier-crayon	De tête
Albert	X				X
Bastien		X	X		
Chantal	X			X	X
Denise	X			X	

Tableau 19 : Récapitulatif des méthodes mises en œuvres pour la situation 4

Le tableau précédent reprend les méthodes pour dénombrer que nous avons explicitées précédemment. Il les complète par les supports utilisés pour raisonner. Avec ce groupe et donc seulement quatre participants, on repère une variété des supports utilisés. Tout d'abord, le plus démonstratif est le cas de Denise qui presque immédiatement se détache du boulier pour raisonner avec l'utilisation du papier et du crayon. Elle ne fera que de bref aller-retour sur le boulier. À l'inverse, Bastien reprend le boulier à chaque fois qu'il met à l'épreuve une question, ce n'est qu'à la 34ème minute, à propos des bases de numération, qu'il s'empare d'un stylo et d'une feuille. Albert lui, semble tout faire de tête sans avoir la nécessité d'un support, il utilise seulement le boulier mais avec parcimonie. Pour Chantal qui n'est pas vraiment rentrée dans la situation, sa méthode est assez obscure. Elle s'est emparée d'une feuille et d'un crayon dès le début, mais n'y a pas eu recours souvent. Elle n'a pas non plus utilisé beaucoup le boulier.

Ainsi, Bastien se démarque autant par sa méthodologie pour dénombrer que par son fort rapport au boulier. Ce n'est pas lui qui est le guide de la recherche (c'est Denise) mais il a un rôle fort pour la validation. On peut donc affirmer que la manipulation du boulier n'est pas un obstacle pour une mathématisation, au contraire il semble indispensable d'y avoir recours un minimum.

Sur cette question étudiée pendant 36 minutes, Bastien n'a pas besoin d'avoir recours à l'écrit pour communiquer à l'intérieur de son groupe. Par contre, s'il y avait eu un objectif de présentation orale des travaux de chaque groupe, l'utilisation de l'écrit aurait été indispensable. Par principe d'économie, on peut essayer de réfléchir dans un premier temps à la question mais la nécessité de communication des résultats, autant pour le chercheur que pour l'élève oblige à écrire les raisonnements ou les résultats.

3. Conclusion

L'analyse de la définition d'une situation de recherche puis la confrontation à des expérimentations montrent que la gestion de ces situations – où le professeur est un *régulateur* et l'élève un *inventeur* – est délicate. De plus, l'introduction d'un objet mathématique matériel dans le milieu provoque des changements à prendre en compte par le professeur. Le boulier chinois est un ostensif maniable et l'enjeu est de faire le lien entre les techniques papier-crayon habituelles (c'est-à-dire relatives à l'habitus) et les techniques envisageables ave le boulier. En particulier avec l'analyse des séances, on s'aperçoit que celles-ci permettent la confrontation avec la théorie. Nous avons vu que même si la théorie est connue et formulée partiellement, la mise en pratique sur le boulier est une autre affaire (ceci est très explicite pour Mathieu et Denise). Par contre, lorsque la mise en pratique devient effective, on peut affirmer que la théorie mathématique sous-jacente est pleinement acquise. On peut conclure que la théorie connue ne fournit pas ici immédiatement un modèle pour traiter le problème (Chevallard, 1989) : le modèle est mis à l'épreuve, ce qui garantit une production de connaissances mathématiques.

Nous avons donc montré que les questions sont de vraies *questions de recherche* qui nécessitent un recours à des savoirs mathématiques (notionnels et transversaux) pour apporter une réponse institutionnellement valide et donc que l'étude du boulier comme situation de recherche crée des œuvres (Chevallard 1990).

Conclusion

L'organisation de ce document montre l'évolution de notre recherche. Nous avons débuté avec un questionnement fort concernant les pratiques d'animation en mathématiques pour les scolaires, l'objectif étant la mise en place d'un atelier au centre des *Domaines*. Et de fait, nos préoccupations institutionnelles et mathématiques très présentes élargissent nos conclusions à d'autres contextes à savoir la classe de mathématiques à l'école et la formation des enseignants.

Ainsi et pour conclure, nous allons étudier trois questions :
Peut-on faire des mathématiques dans un centre comme Les Domaines ?
Quel est l'enrichissement pour ceux qui participent à l'atelier sur les instruments à calculer ?
Quelles conclusions peut-on formuler pour l'école et la formation des enseignants ?

Peut-on faire des mathématiques dans un centre comme Les Domaines ?

Cette question est la première à laquelle nous avons répondu avec la mise en place d'un atelier sur les instruments à calculer. Et effectivement, les mathématiques sont une activité possible aux *Domaines*. Cette idée a suscité a priori quelques hésitations de la part des animateurs et des professeurs qui pensaient qu'un atelier en mathématiques serait différent, en particulier plus scolaire et avec des réalisations matérielles moins valorisantes. Mais l'atelier *Instruments à calculer* répond aux attentes des deux institutions concernées : *Les Domaines* et l'école. Les fabrications sont plus ou moins compliquées selon l'instrument : le boulier chinois constitue la fabrication la plus complexe et nécessite des outils appropriés (scies, perceuses), les bâtons de Néper et la règle à additionner sont de beaux objets en bois, pyrogravés et décorés, enfin les réglettes de Genaille-Lucas sont une petite réalisation sur papier cartonné à découper. D'autre part, l'étude des instruments à calculer, en accord avec les programmes scolaires, implique celle de la numération décimale et des algorithmes de calcul.

L'atelier *Instruments à calculer* constitue notre choix d'étude, mais nous pourrions envisager d'autres thématiques qui permettent aussi la fabrication et l'étude d'objets mathématiques matériels, par exemple les instruments à mesurer, les machines à tracer, les jeux ou le matériel pédagogique. La contrainte la plus forte pour imaginer un atelier sur les objets mathématiques matériels en classe est que le professeur doit les considérer comme des *ostensifs maniables* qui comportent une fonction sémiotique et une fonction instrumentale. Alors, la mise en œuvre d'une technique avec un objet mathématique matériel se traduit aussi par une manipulation d'ostensifs réglés par des non-ostensifs. Lors de la sortie scolaire aux *Domaines* sur le thème des instruments à calculer, c'est par cette considération que le professeur génère un lien avec les savoirs mathématiques de la classe à l'école et que la complémentarité entre l'école et le partenaire prend tout son sens.

Mais alors, qu'en serait-il d'un atelier en mathématiques d'une semaine pendant les vacances scolaires aux *Domaines* ? Dans ce cas, l'école n'est plus représentée et c'est la famille qui devient l'interlocuteur des *Domaines*. Les animateurs ont la charge exclusive des enfants et ils ont alors la possibilité (et le temps surtout) de mettre en place, en plus des phases de fabrications, des phases d'étude des objets. La définition des situations de recherche en mathématiques est d'ailleurs tout à fait en adéquation avec la philosophie de l'animation socioculturelle qui valorise l'individu par une production personnelle culturellement reconnue. Cette remarque ouvre en fait sur une nouvelle recherche qui pourrait poursuivre notre travail : *Peut-on imaginer des pratiques de situations de recherche directement par les animateurs, sans l'aide de l'école ?*

Enfin, nous avons constaté que l'animation scientifique en mathématiques était plutôt sous-représentée. Pourquoi ? Nous supposons le manque d'intérêt concernant la vulgarisation des mathématiciens pour des connaissances du niveau du primaire essentiellement. Il nous semblerait souhaitable de combler ce manque afin de ne pas entretenir la réputation des mathématiques comme une matière difficile et scolaire. En quelque sorte, et à la différence des sciences physiques, il manque un soutien de la communauté scientifique mathématique concernant l'enseignement à l'école élémentaire.

Quel est l'enrichissement pour ceux qui participent à l'atelier sur les instruments à calculer ?

Nous regardons tous ceux qui participent à l'atelier : les animateurs, les professeurs, les enfants et les mathématiques.

Un nouvel atelier nécessite une préparation conséquente pour les animateurs et les professeurs. Les animateurs doivent préparer la phase de fabrication des instruments et s'initier aux modes de fonctionnement. Pour eux, l'enrichissement se situe au niveau de savoirs précis en technologie et en mathématiques, mais aussi concernant leur rapport aux mathématiques : *Même aux Domaines, on peut faire des maths en s'amusant !* Pour les professeurs, c'est l'occasion de prendre de la distance avec des notions devenues trop familières. Par exemple l'écriture d'un nombre sur le boulier, ou la décomposition de la multiplication avec les bâtons de Néper permettent de réorganiser des connaissances dont le sens est obscurci par la pratique quotidienne, tant professionnelle que personnelle et sociale. Mais surtout, pour les professeurs l'étude des instruments comme situation de recherche nécessite l'adaptation à une manière d'enseigner les mathématiques non conventionnelle. L'enrichissement est donc d'ordre didactique. Les situations de recherche sont constituées de vraies questions de recherche, *d'élèves-inventeurs* et d'un *professeur-régulateur* qui doit posséder une bonne mémoire didactique.

Pour les enfants, la sortie scolaire aux *Domaines* est synonyme de plaisir : plaisir de découvrir une organisation nouvelle, les animateurs, la vie au centre avec, en particulier, le plaisir des réalisations personnelles, des œuvres matérielles. Après ce premier constat important relatif au contexte de l'animation scocio-culturelle, l'enrichissement des enfants est d'ordre mathématique. La grande majorité des enfants ne connaissait pas l'existence du boulier chinois avant de participer à l'atelier. Ce type d'atelier permet tout d'abord d'étoffer leur culture mathématique. Les dix doigts de la main, les cailloux, les entailles sur du bois ou des os, les nœuds sur les cordes, les abaques, les bouliers puis les machines arithmétiques du 17ème siècle sont autant d'instruments utilisés par l'homme pour compter et calculer. À propos des machines arithmétiques, le problème mécanique qu'elles soulèvent était résolu depuis la fin du 13ème siècle, il faudra donc près de quatre siècles pour résoudre le problème mathématique qu'elles posent et pouvoir marier technique et mathématiques. Nous pensons que la retenue a été un obstacle autant mécanique que mathématique. Mécaniser la retenue contraint à la compréhension théorique de la numération positionnelle. Ensuite, l'intérêt réside dans les situations de recherche qui donnent l'opportunité aux enfants de travailler sur des savoirs notionnels et transversaux. Pour les enfants de la fin du cycle 3, les savoirs notionnels relatifs à la numération et au calcul sont réorganisés et renforcés. Les savoirs transversaux que l'on retrouve dans tous les domaines des mathématiques (raisonnement, hypothèses, déductions…) sont mobilisés par l'étude d'une vraie question qui crée des œuvres mathématiques.

Regardons aussi la richesse des notions mathématiques alors approfondies par l'étude des instruments à calculer. On revisite la décomposition polynomiale des nombres, l'écriture en base dix, l'écriture et la lecture des grands nombres, les nombres décimaux, les algorithmes de calcul et la notion de retenue. En effet, nous avons montré que l'étude de la retenue est une vraie question mathématique. De plus, l'étude des instruments peut se poursuivre avec de nouvelles questions afin de comprendre certaines particularités matérielles des instruments et imaginer améliorer les possibilités de calcul. Des questions du type : *Le boulier chinois possède sept boules par tige, est-ce le nombre minimum ? Et s'il manque des boules, sous quelles contraintes peut-on encore utiliser un boulier ? Peut-on améliorer le principe des bâtons de Néper ? Et pour effectuer des divisions ?*

Ainsi, les remarques précédentes renvoient à une analyse tridimensionnelle de la notion d'œuvre. En effet, la fabrication et l'étude des instruments à calculer aux *Domaines* créent des œuvres culturelles, des œuvres matérielles et des œuvres du savoir mathématique.

Animation socioculturelle (Chapitre 1)	*Technologie* (Chapitre 4)	*Mathématiques* (Chapitre 5)
Contexte de l'animation scientifique	Implication affective lors de la fabrication	Question de recherche pour l'étude Situations de recherche
Œuvre culturelle (Sousa Do Nascimento, 1999)	**Œuvre matérielle** (Deforge, 1990)	**Œuvre du savoir** (Chevallard, 1990)

Tableau 20 : Les trois dimensions de production d'œuvre

Dans le sens commun, le mot *œuvre* signifie travail, réalisation et est souvent associé à un travail artistique ou littéraire. De plus, le *chef-d'œuvre* représente le plus haut degré de beauté et de réussite de l'artiste. Le terme *œuvre* possède donc une forte connotation positive, valorisante, c'est plus qu'un travail, c'est un travail abouti, une réalisation achevée, un accomplissement. Par la fabrication des instruments nous comparons les enfants à des *artisans,* ensuite par leur étude nous proposons le terme d'*inventeurs*. Mais, si l'on parle d'œuvres, ne peut-on pas alors comparer le travail des enfants à celui de l'artiste ? Effectivement, il nous semble justifié de rapprocher l'élève de l'artiste, *artiste* de son savoir, qui accomplit une œuvre personnelle et originale. L'œuvre matérielle est personnalisée par l'implication affective lors de la réalisation puis par la décoration des instruments. Et l'œuvre mathématique est personnelle quant aux démarches variées qui permettent d'aboutir à une ou plusieurs réponses. La méthode de résolution est construite par l'élève qui doit faire des choix.

Quelles conclusions peut-on envisager pour l'école et la formation des enseignants ?

Nous réduisons ici notre questionnement à l'institution scolaire c'est-à-dire que les préoccupations concernant l'animation socioculturelle sont exclues. Nous nous intéressons donc aux professeurs, aux élèves et aux mathématiques. Il reste donc deux dimensions pour traiter des œuvres : les œuvres matérielles et les œuvres du savoir.

Pour fabriquer des instruments en classe, un projet co-disciplinaire technologie et mathématiques est un moyen de répondre aux impératifs de sécurité et de matériel. Les petites réalisations peuvent trouver leur place en classe de mathématiques, plus aisément à l'école primaire dont la culture permet ce type d'activité. Mais nous pensons que la phase de fabrication d'objets mathématiques matériels a toute sa place en classe de mathématiques au collège.

Considérer en classe les instruments à calculer permet de développer une approche historique des mathématiques, à partir des questions : *Est-ce que les Arabes ou les Egyptiens calculaient comme nous ? Comment faisait-on avant sans calculatrice ?* Cette approche permet d'étudier les différents ostensifs (matériels et non-matériels) utilisés par l'homme pour s'aider dans ses calculs. Ainsi, la fabrication des instruments en classe possède une composante psychologique de dédramatisation du rapport aux mathématiques, et une composante épistémologique qui montre l'évolution des techniques humaines.

Aussi, comme nous l'avons montré, l'œuvre du savoir prend toute sa dimension pour des séances de type *situation de recherche* qui répondent à une vraie question. Que ce soit pour des élèves du cycle 3 ou pour des professeurs, l'étude des instruments réorganise des connaissances anciennes sur la numération. Nous pourrions dire que cette recherche tout entière porte sur la numération décimale et même plus spécifiquement sur la notion de retenue. Nous avons montré que cette notion n'est facilement définissable ni pour les élèves, ni pour les professeurs des écoles, ni même pour un professeur de mathématiques. Pour s'en convaincre, nous citons la réponse d'un enfant de CM2 :

> " Une retenue, c'est un chiffre qu'on rajoute à un chiffre quand au résultat on trouve un nombre au lieu d'un chiffre. On met la dizaine au chiffre d'après et on trouve le résultat. " (Post-questionnaire des enfants)

Cette réponse pourrait faire sourire. Mais, effectivement le problème réside dans le fait que l'on peut obtenir *un nombre à plusieurs chiffres, et non à un seul chiffre, dans un certain rang.* Pour l'addition de deux nombres dans un certain rang, la retenue est *une dizaine dans ce rang*. Mais, suivant le rang considéré la retenue n'est pas toujours une dizaine, il est faux de réduire la réponse à la dizaine. À tort, cette question qui nécessite une véritable réflexion reste écartée des préoccupations des classes de mathématiques. Pourtant, aussi bien à l'école élémentaire que pour la formation des enseignants, son étude approfondit la compréhension du système décimal de position.

Pour que les situations de recherche puissent avoir leur place en classe, un des premiers impératifs est de confronter les enseignants à cette expérience : qu'ils se heurtent à une question, qu'ils fassent des choix stratégiques de résolution… Engager les professeurs en formation initiale et continue à ce genre de pratique pourrait aider à remathématiser les pratiques de classes, redonner du sens à l'enseignement de mathématiques.

Enfin, nous pensons que les pratiques d'animation, dans les associations et les musées représentent une source d'inspiration pour le professeur. Même sans envisager de sortie scolaire, l'animation scientifique peut fournir certaines réponses sur des points délicats rencontrés en classe. L'institution scolaire pourrait s'inspirer des pratiques de ses partenaires et les adapter à ses contraintes, le programme officiel en particulier, pour les insérer en classe. En fait, nous pensons que la troisième dimension de l'œuvre, l'œuvre culturelle, dont une des préoccupations forte est la reconnaissance et la valorisation individuelle, pourtant très importante pour la construction des savoirs de chacun, n'est pas assez présente en classe. Aussi, plus généralement nous considérons que ce travail est une réflexion sur la culture scolaire. En effet, la recherche de plaisir pour les enfants, la fabrication d'objets mathématiques et les situations de recherche en classe de mathématiques sont trois dimensions que nous proposons afin de donner aux mathématiques scolaires une dimension culturelle.

Bibliographie

Les sites Internet mentionnés étaient actifs au 20/07/2005.

ARSAC, G., GERMAIN, G. & MANTE, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon : IREM.

ARTIGUE, M. (1990). Épistémologie et didactique. *Recherche en Didactique des Mathématiques,* 10-2.3*,* 241-286.

ASCHER, M. (1998, éd originale 1991). *Mathématiques d'ailleurs*. Paris : Seuil.

AYME, N. (1997). Le boulier chinois. *Actes du colloque* : *L'Océan Indien, au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes*. Saint Denis : IUFM de La Réunion. (Disponible sur www.reunion.iufm.fr/Dep/mathematiques/Seminaires/ActesKol.html)

BACHELARD, G. (1949 rééd 1986). *Le rationalisme appliqué*. Paris : PUF.

BACHELARD, G. (1971 rééd 2001). *Épistémologie (textes choisis)*. Paris : PUF.

BALACHEFF, N. & NEYRET, R. (1981). Bouliers et écriture des nombres au CM. *Grand N*, 25, 39-81.

BALACHEFF, N. & NEYRET, R. (1982). Bouliers et opérations au CM. *Grand N*, 28, 67-87.

BARBIN, E. & LE GOFF, J.-P. (2000). *Si le nombre m'était conté…* Paris : Ellipses.

BARTHÉLEMY, G. (2003). *Les mathématiques, art, science et langage*. Paris : Ellipses.

BARTOLINI BUSSI, M. G. (2000). Ancient instruments in the modern classroom. In FAUVEL, J. & VAN MAANEN, J. (éd) *History in mathematics education : the ICMI Study*. Dordrecht : Kluwer. 343-350.

BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 19, 77-124.

BROUSSEAU, G. (1973). Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? *Cahiers de l'enseignement élémentaire*. Bordeaux : IREM, 13, 195-237. (Disponible sur : dipmat.math.unipa.it/~grim/brousseau_textes.htm)

BROUSSEAU, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 1-2, 37-127.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 7-2, 33-115.

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU, G. & CENTENO, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 11-2.3, 167-210.

CHABERT, J.-L., BARBIN, E., GUILLEMOT, M., & al (1994). *Histoires d'algorithmes : du caillou à la puce.* Paris : Belin.

CHARBONNIER, R. (2002). *Si les nombres m'étaient contés…* Clermont Ferrand : IREM.

CHARBONNIER, R. (2004). *La route des chiffres.* Clermont Ferrand : IREM.

CHARPAK, G. (Dir) (1996). *La main à la pâte*. Paris : Flammarion.

CHEVALLARD, Y., (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit x*, 19, 43-72.

CHEVALLARD, Y., (1991). Le caractère expérimental de l'activité mathématique. *Petit x*, 30, 5-15.

CHEVALLARD, Y. (2001a). Les TPE comme problème didactique. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Éd ARDM.
(Disponible sur www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fdf/topos3.html)

CHEVALLARD, Y. (2001b). Les mathématiques et le monde : dépasser " l'horreur instrumentale ". *Quadrature*, 41, 25-40.
(Disponible sur www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fdf/topos3.html)

CHEVALLARD, Y., (2004). Enseigner les maths aujourd'hui. *Cahiers pédagogiques*, 427, 34-36.

CLEMENT, P., (1986). Qui attend quoi d'une animation scientifique et de son évaluation ? *Actes des journées sur les techniques d'évaluation : Culture, éducation, communication scientifique et évaluation.* Nice : ANAIS. 150-163.

COQUIDÉ, M. & PRUDOR, P. (1999). Des ateliers de pratiques scientifiques pour l'insertion scolaire : vers l'élaboration d'un cahier des charges. *Aster*, 29, 203-228.

CUMIN, J. & HOSSENLOPP, J. (1994). *Le boulier : initiation.* Paris : Chiron.

CUMIN, J. & HOSSENLOPP, J. (1998). *Le boulier : perfectionnement.* Paris : Chiron.

DECAILLOT, A.-M. (1999). *Édouard Lucas (1842-1891) : le parcours original d'un scientifique français dans la deuxième moitié du 19éme siècle.* Thèse de doctorat, Paris 5.

DEFORGE, Y. (1990). *L'œuvre et le produit*. Seyssel : Champ Vallon.

DJEBBAR, A. (2001). *Une histoire de la science arabe*. Paris : Seuil.

GRENIER, D. & PAYAN, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18, 59-110.

GRENIER, D. & PAYAN, C. (2003). Situations de recherche en "classe", essai de caractérisation et proposition de modélisation. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques.* Éd ARDM, 189-203. (Disponible sur www-leibniz.imag.fr/LesCahiers, *Les cahiers de laboratoire Leibniz*, 92)

GUIN, D. & TROUCHE, L. (Coord.). (2002). *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

GUISTI, E. (2000). *La naissance des objets mathématiques.* Paris : Ellipses.

GUITEL, G. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites*. Paris : Flammarion.

HÉBERT, E. (Dir.). (2004). *Instruments scientifiques à travers l'histoire.* Paris : Ellipses.

IFRAH, G. (1981). *Histoire universelle des chiffres*. Paris : Robert Laffont.

KUHN, T. (1983, éd originale 1962). *La structure des révolutions scientifiques*. Paris : Flammarion.

LAGRANGE, J.-B. (2002a). Les outils informatiques entre " sciences mathématiques " et enseignement. Une difficile transposition ? In GUIN, D. & TROUCHE, L. *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage. 89-116.

LAGRANGE, J.-B. (2002b). Étudier les mathématiques avec les calculatrices symboliques. Quelle place pour les techniques ? In GUIN, D. & TROUCHE, L. *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage. 151-186.

LEBEAUME, J. & MARTINAND, J.-L. (1998). *Enseigner la technologie au collège*. Paris : Hachette éducation.

LEBESGUE, H. (1975). *La mesure des grandeurs.* Paris : Albert Blanchard.

LUCAS, É. (1885, rééd 1979). *Récréations mathématiques III*. Paris : Albert Blanchard. (Disponible sur gallica.bnf.fr)

LUCAS, É. (1891, rééd 1991). *Théorie des nombres*. Paris : Gauthier Villars. (Disponible sur gallica.bnf.fr)

MARGUIN, J. (1994). *Histoire des instruments et machines à calculer : trois siècles de mécanique pensante, 1642-1942*. Paris : Hermann.

MARTZLOFF, J.-C. (1987). *Histoire des mathématiques chinoises*. Paris : Masson.

MERCIER, A. & SALIN, M.-H. (1988). L'analyse a priori, outil pour l'observation. *Actes de l'université d'été de didactique des mathématiques.* Bordeaux : IREM.

MERCIER, A. (1995). La biographie d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 15-1, 97-142.

MERCIER, A. (1997). La relation didactique et ses effets. In BLANCHARD-LAVILLE C. (dir) *Variations autour d'une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres.* Paris : L'Harmattan.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1994) Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives. In ARTIGUE & al. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage. 997-147.

PIAGET, J. (1969, rééd 1995). *Psychologie et pédagogie.* Paris : Folio.

PIAGET, J. (1998). *De la pédagogie*. Paris : Odile Jacob.

PLANE, H. & LE GOFF, J.-P. (2000). Sur les opérations. In BARBIN E. & LE GOFF J.-P. (2000). *Si le nombre m'était conté…* Paris : Ellipses. 91-108.

RABARDEL, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *Actes de la 10ème école d'été de didactique des mathématiques*. Éd ARDM, 203-213

SHÄRLIG, A. (2001). *Compter avec des cailloux*. Lausanne : Presses Polytechniques Universitaires Romandes.

SOUSA DO NASCIMENTO, S. (1999). *L'animation scientifique : essai d'objectivation de la pratique des associations de culture scientifique et technique françaises*. Thèse de doctorat, Paris 6.

SOUSA DO NASCIMENTO, S. (2002). L'animation scientifique : des démarches éducatives différentes ? *Aster*, 35, 39-64.

STÉVIN, S., (1585 rééd 1980). *La Disme*. Paris : IREM.

TEMPLE, R. (1987). *Quand la Chine nous précédait*. Paris : Bordas.

TRIQUET, É. (1999). La relation école-musée. *Grand N*, 66, 93-106.

TROUCHE, L. (2002). Une approche instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des environnements de calculatrice symbolique. In GUIN, D. & TROUCHE, L. *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage. 187-214.

UTTAL, D., SCUDDER, K. & DELOACHE, J. (1997). Manipulatives as symbols : a new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of applied developmental psychology*, 18, 37-54.
(Disponible sur uttal.psych.northwestern.edu/publications.htm)

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10-2.3, 133-170.

Manuels scolaires

CERQUETTI-ABERKANE, F., RODRIGUEZ, A. & JOHAN, P. (1997). *Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3.* Paris : Hachette.

DOUAIRE, J. & HUBERT, C. (coord). (1999). *Ermel. Vrai ?… Faux ?… On en débat !* Paris : Hatier, INRP.

Ermel. Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle élémentaire, tomes 1 et 2. (1978). Paris : Hatier, INRP.

Ermel. Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle moyen, tome 1. (1981). Paris : Hatier, INRP.

Ermel Enseignants, apprentissages numériques en CE1. (1993). Paris : Hatier, INRP.

GODIN, F., TIMON, R. & WOROBEL, M. (2000). *Math CM2*, Paris : Hachette.

Dictionnaires et encyclopédies

BOUVIER, A., GEORGE, M. & LELIONNAIS, F. (1973, éd 1979). *Dictionnaire de mathématiques*. Paris : PUF.

L'encyclopédie pratique des Petits Débrouillards, 10 volumes. (1998). Paris : Albin Michel Jeunesse.

Le petit Larousse illustré 1999. (1998). Paris : Larousse-Bordas.

Textes officiels

Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM). Présentation des rapports et recommandations. Mars 2001.
(Disponible sur smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane)

Document d'application des programmes : Mathématiques, cycle 3, 2002. CNDP, 2002. (Disponible sur www.cndp.fr/ecole)

Documents d'accompagnements des nouveaux programmes de l'école primaire, cycles 2 et 3, 2002. Ministère de l'Éducation National, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. (Disponible sur www.eduscol.education.fr/D0048/r_prim.htm)

Dossier "évaluation et statistiques" n°158. *Avant et après les vacances, évolution des acquis des élèves. Évaluation en fin de CE1 et début de CE2 et en fin de CM2 et début de 6ème*. Ministère de l'Éducation National, de l'enseignement Supérieur et de la Recherche. Édition septembre 2004.
(Disponible sur www.education.gouv.fr/stateval/dossiers/listedossiers2004.html)

Horaires et programmes de l'école élémentaire 2002. Ministère de l'Éducation National, de l'enseignement Supérieur et de la Recherche.
(Disponible sur www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/default.htm)

Mathématiques école primaire. CNDP, 2005. (Disponible sur www.cndp.fr/ecole)

Plan de rénovation de l'enseignement des sciences et techniques à l'école. Septembre 2000. Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.
(Disponible sur www.education.gouv.fr/bo/2000/23/ensel.htm)

Sites Internet : les acteurs de la culture scientifique et technique

Nous reprenons ici les associations, musées et chercheurs, en particulier en mathématiques

Altaïr www.altair-sciences.com

Animath www.animath.fr

ANSTJ (Association Nationale Sciences et Techniques Jeunesse) www.anstj.org

APMEP (Associations des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) www.apmep.asso.fr

APMEP Lorraine www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep

Association Andromède (Marseille) www-obs.cnrs-mrs.fr/Andromede/index.html

Association Française des CCSTI sciencesetculture.org

ASTS (Association Science Technique Société) www.asts.asso.fr

Cap Sciences (CCSTI de Bordeaux) www.cap-sciences.net

CCSTI de la Région Centre à Orléans www.centre-sciences.asso.fr

Cité des Sciences et de l'Industrie de La Villette www.cite-sciences.fr

Comité International de Jeux Mathématiques (et le Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques) www.cijm.org

Culture Commune, ressources et actualités culturelles (ou Exporégie)
www.culture-commune.org (ou www.exporegie.com)

Espace des sciences (CCSTI de Rennes) www.espace-sciences.org

Forum des Sciences (CCSTI de Villeneuve d'Ascq) www.forum-des-sciences.fr

Giardino de Archimede à Firenze en Italie www.math.unifi.it/archimede

Laboratoire CNAM (Combinatoire Naïve et Apprentissage des Mathématique, Grenoble) www-leibniz.imag.fr/MAM et La valise Maths à modeler :
www-leibniz.imag.fr/LAVALISE/debutval.htm

Math en jeans (Méthode d'Apprentissage des Théories mathématiques en Jumelant des Etablissements pour une Approche Nouvelle du Savoir)
www.mjc-andre.org/pages/amej/accueil.htm

Mathematikum à Giessen en Allemagne www.mathematikum.de

Musée du CNAM (Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris) www.arts-et-metiers.net

Musée des Confluences (Lyon, en projet)
www.museum-lyon.org/museum_presentation/museum_confluences.htm

Musée Universitaire de l'Histoire des Sciences et des Instruments Scientifiques (à Modène en Italie). Laboratoire des mathématiques www.museo.unimo.it/labmat/usa1fra.htm et le texte en anglais www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/introing.htm

Palais de la Découverte (Paris) www.palais-decouverte.fr

Petits Débrouillards (National) www.lespetitsdebrouillards.org

Annexes

Sommaire des annexes

Annexe 1 : Réponses aux questionnaires soumis à des professeurs de mathématiques sur les objets mathématiques

col=collège, ly=lycée, univ=université ; *groupe d'août 2004 qui a participé la veille à un atelier sur les polyèdres

Objets mathématiques			*F 45 Ly	*M 35 Col	F 61 Iufm	M 45 Col	F 39 Iufm	*F 57 Ly	*M 56 Ly	*M 53 Univ	*F 44 Ly	F 40 Iufm	F 52 Iufm	H 52 Iufm	*F 37 Col	H 35 Iufm	*F 50 Col	F 43 Univ	*M 35 Ly	F 35 Iufm	F 48 Iufm	*F 35 Iufm	total		
objets matériels ou instruments	instuments et machines à calculer	boulier, abaque		1	2			1					1	1									**6**	16	**52**
		doigts									1												1		
		règle à calculs				1						1											2		
		calculatrice Curta				1																	1		
		calculatrice				1	1			1			1										**4**		
		ordinateur					1								1								2		
	instruments de géométrie	règle			1	1	1	1															4	23	
		règle non graduée, bâton	1																				1		
		compas, équerre, rapporteur	1		2	1	2	2	2	1	1	3	2			1							**18**		
	instruments divers	sablier	1																				1	13	
		miroir									1												1		
		table								1													1		
		dé	1								1				1								3		
		cartes en relief								1													1		
		tangrams, pentaminos		2																			2		
		ballon, balle	1							1													2		
		rubik cube, machine Enigma		2																			2		
objets mixtes	géométrie	cercle, droite, angle									1					2				1			4	**18**	
		polygone																1					1		
		cube, pavé, prisme						1				1			1								3		
		polyèdres, cône, sphère							3						1		1	1					**6**		
		spirale d'Archimède																	1				1		
		solides de Platon																	1				1		
		transformations																		1			1		
		géométrie euclidienne												1									1		
objets thériques ou intellectuels	numération, calcul	systèmes de numération												1							2		3	10	**30**
		nombre, réel, entier														1	2			2			**5**		
		racine carrée													1								1		
		nombres imaginaires																	1				1		
	analyse	courbe															1	1	1				3	18	
		surface																				1	1		
		corps																				1	1		
		fonction											1			1		1			1	1	**5**		
		primitive et intégrale																			1	1	2		
		polynômes																	1				1		
		équation															1	1			1	1	4		
		analytique												1									1		
	maths	raisonnement récurrence												1									1	2	
		théorèmes																		1			1		
			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	100	100	

Annexe 2 : Compléments de données sur les questionnaires soumis aux enfants

1. Série de tris croisés par classe (item n°21)

Pour la plupart des items, plusieurs réponses étaient possibles. En particulier, pour les deux questions supplémentaires du post-questionnaire, certains enfants ont entouré les deux réponses, pour le dépouillement nous avons comptabilisé les deux réponses.
Concernant la question sur le calcul (items 11 à 17), pour les pré-questionnaires : il y a 4 non-réponses au calcul, 2 calculs sur trois lignes et 3 erreurs d'énoncé, ce qui explique bien les 9 non-réponses du résultat pour la première ligne et la seconde. De même pour les post-questionnaires : il y a 4 non-réponses au calcul, 1 calcul sur trois lignes et 4 erreurs d'énoncé ce qui explique aussi les 9 non-réponses du résultat pour la première ligne et la seconde.

N°	RÉPONSES	CLASSES										TOTAL	
		1		2		3		4		5			
		pré	post	pré	post	pré	post	pré	post	pré	post	pré	post
1	Domaine des mathématiques												
	non réponse	4	6	7	5	2	1	7	7	7	8	27	27
	calcul	21	18	22	18	20	23	20	21	15	19	98	99
	géométrie		1	9	1	2		4	2	8	4	23	8
	mesure		1	4	2	1	2	2		3	4	10	9
	logique					1	1	1	1			2	2
	TOTAL	25	27	42	26	26	27	34	31	33	35	160	145
2	Formulation												
	non réponse	4	4	6	3	2	1	8	5	7	5	27	18
	verbe	14	18	15	16	16	23	13	22	14	17	72	96
	nom	7	2	8	5	4		7	1	4	5	30	13
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
3	Jugement												
	non réponse	24	21	22	20	20	22	21	22	19	25	106	110
	positif	1	1	5	4	1	2	7	6	6	2	20	15
	négatif		2	2		1			1			3	3
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	29	25	27	129	128
4	Méthode												
	non réponse	22	21	23	17	18	19	21	19	23	20	107	96
	apprendre	3	3	5	5	4	4	4	6	2	4	18	22
	réfléchir			1	2		1	3	3		3	4	9
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
5	Nature des objets mathématiques												
	non réponse	2		3	1			1		3	1	9	2
	ostensifs matériels	23	24	22	23	22	24	23	27	18	24	108	122
	ostensifs intellectuels			1				2	1	2		5	1
	objets mixtes			3	1			1	1	1	1	5	3
	non-ostensifs			2				2		3	5	7	5
	TOTAL	25	24	31	25	22	24	29	29	27	31	134	133
6	Domaine mathématique des objets												
	non réponse	2		4	1			1		3	1	10	2
	calcul	23	24	22	22	21	24	26	28	15	22	107	120
	géométrie	1		3		3	2	5	2	7	6	19	10
	mesure					1					1	1	1
	classe			7	3	5	3	10	3	11	10	33	19
	TOTAL	26	24	36	26	30	29	42	33	36	40	170	152
7	Partie du corps												
	non réponse	22	24	13	24	20	23	19	22	25	27	99	120
	mémoire, tête	2		16			1	9	4			27	5
	doigts	1		2		2			2			5	2
	TOTAL	25	24	31	24	22	24	28	28	25	27	131	127
8	Objets spécifiques												
	non réponse	2		12	2	1		6	1	15	9	36	12

	boulier	14	23		22	8	24	3	23	2	3	27	95
	Néper		20		14		22		25				81
	Genaille-Lucas		20		1		17		18				56
	règle à calcul	12	20		7		18		16			12	61
	calculatrice	23	3	17	14	19	16	22	18	10	18	91	69
	TOTAL	51	86	29	60	28	97	31	101	27	30	166	374
9	Connaissance du boulier												
	non réponse												
	oui	11	24	1	23	6	22	3	28	3	10	24	107
	non	14		28	1	16	2	25		22	17	105	20
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
10	Explication sur le boulier												
	non réponse	16		28	1	16	2	25		22	17	107	20
	calculer	5	22		22	5	21	2	25	2	4	14	94
	compter	4	2	1	5	1	5	1	1	1	6	8	19
	écrire		1		2		6		5				14
	description		2			3	1	1	6	2		6	9
	TOTAL	25	27	29	30	25	35	29	37	27	27	135	156
11	Résultat du calcul												
	non réponse	1	1	1	1	2	2					4	4
	juste	13	18	17	14	14	16	15	19	17	14	76	81
	faux	11	5	11	9	6	6	13	9	8	13	49	42
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
12	Écriture des retenues												
	non réponse	1	1	1	1	2	2					4	4
	oui	16	20	22	20	17	13	14	14	13	12	82	79
	non	8	3	6	3	3	9	14	14	12	15	43	44
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
13	Écriture du décalage												
	non réponse	1	1	1	1	2	2					4	4
	rien	8	3	1	1	5	5	3	2	3	5	20	16
	point	11	13	5	2	13	10	16	19	16	15	61	59
	zéro	5	7	22	20	2	7	9	7	6	7	44	48
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
14	Résultat de la ligne 1												
	non réponse	3	1	2	1	3	4		2	1	1	9	9
	juste	21	22	24	21	18	20	24	26	24	24	111	113
	faux	1	1	3	2	1		4			2	9	5
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
15	Résultat de la ligne 2												
	non réponse	3	1	2	1	3	4		2	1	1	9	9
	juste	18	19	20	16	16	15	19	19	17	17	90	86
	faux	4	4	7	7	3	5	9	7	7	9	30	32
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
16	Calcul avec 3 lignes												
	non réponse	25	24	28	24	21	23	28	28	25	27	127	126
	oui			1		1	1					2	1
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127

17	Type d'erreur												
	non réponse	19	21	21	18	19	19	19	21	18	20	96	99
	6 fois 7	4	1	4	4	1	2	6	5	6	4	21	16
	6 fois 3		1	4	1	1		2				7	
	erreur d'énoncé	2					1		2	1	1	3	4
	sans décalage		1	1	1	2	2	2	1		1	5	6
	TOTAL	25	24	30	24	23	24	29	29	25	27	132	128
18	Définition de la retenue												
	Non réponse	5	2	6	2	5	3	1	2	3	3	20	12
	qu'on retient	4		3	7	5	3	9	4	6	4	27	18
	pose au dessus			3		3	4	4	3	1	1	11	8
	dizaine	4	10	2	2	2	5	7	10	8	12	23	39
	chiffre en trop	2	1	2		5	3	3	1	2	3	14	8
	deux chiffres			3	3	3	2	1	2	1		8	7
	dépasse 10	3	1			2	2	1		3	3	9	6
	dépasse 9		2		1		1	1	1			1	5
	unité-dizaine	1	3	2	2							3	5
	colonne suivante	2	3		2	1	6	2	5	3	4	8	20
	je ne sais pas			3					1	1		4	1
	exemple	5	5	3	4		1	3	2	1	2	12	14
	divers	1	2	3	4	2	4	4	6	5	1	15	17
	punition	2		2	1			1	1		1	5	3
	TOTAL	29	29	32	28	28	34	37	38	34	34	160	163
19	Âge												
	non réponse												
	9	3	1	3		3	1					9	2
	10	19	20	18	16	12	16	21	17	24	20	94	89
	11	3	3	8	8	7	7	7	11	1	7	26	36
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
20	Sexe												
	non réponse												
	fille	13	12	16	13	11	13	11	13	9	11	60	62
	garçon	12	12	13	11	11	11	17	15	16	16	69	65
	TOTAL	25	24	29	24	22	24	28	28	25	27	129	127
22	Mathématiques aux Domaines												
	non réponse								1				1
	oui		24		24		23		27		20		118
	non		1		1		1		2		9		14
	TOTAL		25		25		24		30		29		133
23	Le plus fort												
	non réponse		2				1		1				4
	aux Domaines		17		18		20		25		22		102
	en classe		14		14		5		8		8		49
	TOTAL		33		32		26		34		30		155

2. Citations d’enfants tirées des questionnaires

Ces citations ne reprennent pas les réponses les plus citées, déjà exposées, mais au contraire montrent quelques "perles" (dans les deux sens). Nous ne mentionnons pas la classe des élèves, ces citations sont trop anecdotiques pour tirer des conclusions.

- **Pour le pré-questionnaire :**

C’est quoi pour toi faire des mathématiques ?

"Pour moi c’est faire des calculs, réfléchir, se poser des questions"
"C’est quelque chose qui nous facilite pour calculer"
"Travailler avec des chiffres et des nombres"
"C’est avec des chiffres et on conte les chiffres" (la faute d’orthographe a été laissée…)
"Une sorte de méthode pour calculer facilement"
"Être concentré, apprendre, écouter"
"Être logique, parfois difficile ou très facile"
"Travailler ou de temps en temps s’amuser"
"Un plaisir"
"Faire des maths ça sert dans la vie, mais moi je trouve qu’on oblige les enfants à en faire, dans ma classe on fait trop de maths et pas assez d’autres matières, mais moi de toute façon je déteste les maths"
"C’est apprendre les chiffres et les nombres et devenir plus grand"
"Pour moi, c’est très important sinon on ne pourrait pas vivre correctement"
"Pour moi faire des mathématiques, c’est apprendre des + - x : et pour avoir un métier plus tard"
"C’est s’énerver si on trouve pas, mais c’est bien parce que grâce à ça plus tard je pourrais peut-être avoir un travail qui me convient"

Cite des objets pour faire des calculs.

"Calculette, règle, équerre, compas et nous"
"Le carré, le triangle, etc."
"Calculatrice, portable, ordinateur"
"La calculatrice, les poids, la balance"
"Il faut une règle, un stylo, une calculette si on sait pas et une feuille de papier"
"La mémoire pour retenir les tables de multiplication"
"La retenue"
"Des bonbons"
"- + = : < >" ou "x, +, -, :"

C’est quoi une retenue ?

"Une retenue c’est quand une opération ou un résultat est trop grand ou trop petit"
"Une retenue c’est le grand chiffre qu’on ne peut pas écrire en bas donc on le rend en haut"
"Une retenue c’est quand on obtient un grand nombre, on reporte la première lettre sur le nombre du haut"
"On prend le premier nombre des chiffres"
"On la retient pour trouver le résultat"
"C’est pour ne pas oublier la retenue qu’on retient"
"Une retenue, c’est quand on fait un calcul et qu’on peut pas mettre les nombres, comme à la 4ème question"
"C’est dans une addition ou dans une soustraction, quand le chiffre à soustraire est plus petit que le chiffre qui soustrait, on met une retenue"

"Une retenue c’est pour retenir le début d’un nombre gênant, ex : (14) dans un calcul : 1"
"Le chiffre des dizaines, qui à la place d’écrire +10 ou +20, on écrit +1 ou +2 qu’on met dans l’autre colonne, celle d’à côté vers la gauche et on met le signe +"
"Un outil"
"J’arrive pas à expliquer, mais je le sais"
"Une retenue, c’est au collège. Admettons, on me punit. Le maître dit : je vais te mettre en retenue. C’est une salle où on reste une ou deux heures"

- **Pour les post-questionnaires**

Est-ce que tu sais à quoi sert un boulier ? Si oui, explique.

"Le boulier sert à calculer avec des perles et parfois plus facilement"
"Ça sert à additionner ou à soustraire. C’est un peu comme une calculette, sauf que c’est nous qui calculons"
"Il sert à additionner et à poser des chiffres et ça remplace la calculette"
"Un boulier sert à compter plus vite, additionner plus vite, et soustraire plus vite"
"Ça sert à faire des additions, on est sûr de faire juste"
"Un boulier sert à calculer (soustraire, additionner, multiplier…) et ça sert aussi à lire et écrire des nombres"
"Cela sert à représenter les nombres avec. Chaque bâtonnet où sont enfilées des perles (deux perles bleues en haut et cinq rouges en bas) représente une unité. Chaque perle en haut (bleue) a une valeur de cinq, les rouges une valeur d’un. Ainsi, il est facile, après de représenter un 9, 6, 16, 19…"
"Un boulier sert à calculer, écrire un nombre. Les perles d’en haut valent cinq et celles d’en bas valent un. Le boulier représente le tableau (udc)"
"Un boulier sert à calculer grâce aux unités, dizaines, centaines. Le boulier sert à additionner et à soustraire, il est très utile"
"Ça sert à faire des calculs, avec le crayon taillé, on peut faire bouger les perles et ça nous donne le résultat"
"A faire des mathématiques (des calculs, soustraction…)

C’est quoi une retenue ?

"Une retenue c’est quelque chose qui nous aide à calculer les opérations : multiplications, soustractions, additions"
"C’est quand dans les unités, y’a une dizaine"
"C’est prendre une dizaine et le rendre à l’autre chiffre"
"Une retenue, c’est une unité qui se transforme en dizaine"
"Une retenue c’est une dizaine qu’on ne sait pas où mettre"
"Une retenue, c’est de passer à la dizaine supérieure"
"C’est la dizaine d’un chiffre qu’on retient"
"C’est quand on passe des unités aux dizaines, des dizaines aux centaines. c←d←u"
"Une retenue, c’est quand on fait un calcul et qu’on peut pas mettre deux chiffres au résultat"
"Un chiffre représentant une (2, 3, 4…) dizaine que l’on place au-dessus de l’unité suivante quand, lors d’une addition, on trouve un résultat à deux chiffres"
"C’est une dizaine que l’on marque pas, mais on la met dans la colonne d’à côté"
"Une retenue, c’est un chiffre qu’on rajoute à un chiffre quand au résultat on trouve un nombre au lieu d’un chiffre, on met la dizaine au chiffre d’après et on trouve le résultat"
"C’est une dizaine que l’on ne peut pas écrire dans le résultat final, alors on l’ajoute à la colonne"
"C’est quelque chose qu’on retient dans sa tête ou alors on entoure le nombre "

"Une retenue c'est quand on fait un calcul, qu'on est dans les unités et qu'on a dix, et au lieu de mettre le un dans les dizaines, on le met sur les doigts"

- **Pour la classe 1, la question supplémentaire en post-questionnaire** : "A qui as-tu montré tes réalisations ?"

"J'ai montré ce que j'ai fait un peu à tout le monde. J'ai expliqué comment s'en servir"
"Je l'ai montré à mes parents et à mon frère et on a fait des calculs avec les outils"
"J'en ai parlé à ma mère, à mon père et à mon grand frère. J'ai fait essayer le boulier à ma mère. Elle a réussi, mais au deuxième coup, elle a pas réussi. Je leur est appris comment marchait le boulier, les bâtons de Néper, Genaille-Lucas, la règle à additionner"
"J'en ai parlé à toute ma famille. Je m'en suis servi pour faire des additions, pour compter combien j'avais d'argent de poche et pour calculer si je peux acheter ce que je veux avec mes sous"
"J'ai montré à ma mère et mon beau-père et mon frère. Sur le boulier, je leur ai dit que les pions d'en haut s'appellent les quinaires et valent cinq points et les pions d'en bas valent un point et s'appellent les unaires"

Annexe 3 : Compléments de données sur les questionnaires soumis à des professeurs des écoles

Série de tri croisé pour les professeurs, en fonction du groupe

N°	RÉPONSES	groupe1	groupe2	groupe3	TOTAL
1	**Domaine des mathématiques**				
	non réponse	1	1	4	6
	calcul	18	9	12	39
	géométrie	5	3	6	14
	mesure	1	4	6	11
	logique	6	5	2	13
	TOTAL	31	22	30	83
2	**Formulation**				
	non réponse			1	1
	verbe	21	11	16	48
	nom				
	TOTAL	21	11	17	49
3	**Jugement**				
	non réponse	17	9	16	42
	positif	4	1	1	6
	négatif		1	1	2
	TOTAL	21	11	18	50
4	**Méthode**				
	non réponse	13	6	14	33
	apprendre	4	2		6
	réfléchir	4	3	3	10
	TOTAL	21	11	17	49
5	**Nature des objets mathématiques**				
	non réponse			1	1
	ostensifs matériels	20	10	16	46
	ostensifs intellectuels	1			1
	objets mixtes	3	4	4	11
	non-ostensifs	3	1		4
	TOTAL	27	15	21	63
6	**Domaine mathématique des objets**				
	non réponse			1	1
	calcul	21	11	16	48
	géométrie	2	2	3	7
	mesure		4	2	6
	classe	4	2	2	8
	TOTAL	27	19	24	70
7	**Partie du corps**				
	non réponse	19	8	9	36
	mémoire, tête	1		1	2
	doigts	2	3	8	13
	TOTAL	22	11	18	51
8	**Objets spécifiques**				
	non réponse	3	3	4	10
	calculatrice	18	7	13	38

	boulier	7	4	9	20
	règle à calcul	3		1	4
	bande numérique	4	1		5
	TOTAL	35	15	27	77
9	**Connaissance du boulier**				
	non réponse			1	1
	oui	19	11	16	46
	non	2			2
	TOTAL	21	11	17	49
10	**Explication sur le boulier**				
	non réponse	3		4	7
	calculer	7	8	8	23
	compter	8	5	3	16
	représenter un nombre	7	2	6	15
	description				
	TOTAL	25	15	21	61
11	**Résultat du calcul**				
	non réponse				
	juste	21	11	17	49
	faux				
	TOTAL	21	11	17	49
12	**Écriture des retenues**				
	non réponse				
	oui	4	5	4	13
	non	17	6	13	36
	TOTAL	21	11	17	49
13	**Écriture du décalage**				
	non réponse				
	rien	10	6	3	19
	point	11	2	10	23
	zéro		3	4	7
	TOTAL	21	11	17	49
14	**Définition de la retenue**				
	non réponse	1		2	3
	une dizaine	3	1	2	6
	une dizaine ou une centaine	3		1	4
	une dizaine ou une centaine, etc.	8	8	3	19
	qui dépasse 10		1		1
	qui dépasse 9	1	2	1	4
	notion de passage	3	6	1	10
	nouveau groupement	9	2	4	15
	échange, transfert	3	2	4	9
	notion de système décimal positionnel		3	2	5
	ordre supérieur	3	3	4	10
	colonne de gauche	5	2	4	11
	quelque chose qu'on garde	1		2	3
	ne pas oublier	1	1		2
	divers			2	2

	TOTAL	41	31	32	104
15	**Âge**				
	non réponse	1		1	2
	20-29				
	30-39	5	4	3	12
	40-49	11	5	11	27
	plus de 50	4	2	2	8
	TOTAL	21	11	17	49
16	**Sexe**				
	non réponse			1	1
	femme	20	8	13	41
	homme	1	3	3	7
	TOTAL	21	11	17	49
18	**Niveau de la classe**				
	non réponse			2	2
	maternelle	5			5
	CP	9			9
	CE1	7			7
	CE2			5	5
	CM1		8	5	13
	CM2		6	6	12
	autre	3			3
	TOTAL	24	14	18	56
19	**Nombre d'années d'expérience**				
	non réponse	1		2	3
	0 à 5		2	2	4
	6 à 10	4	1	3	8
	11 à 20	9	3	5	17
	21à 30	5	5	4	14
	plus de 30	2		1	3
	TOTAL	21	11	17	49

Annexe 4 : Entretiens avec les professeurs et les animateurs

1. Pourquoi des entretiens ?

1.1 Les entretiens avec les professeurs des écoles

L'objectif était d'obtenir des indications à trois niveaux : tout d'abord, à propos des séances aux Domaines sur l'atelier *Instruments à calculer*, de la préparation du professeur avant les séances et de l'objectif des séances. Ensuite, sur l'enseignement du professeur en classe, ses matières plus ou moins préférées et aussi sur les mathématiques, l'enseignement de la multiplication en particulier. Enfin, sur la formation des enseignants, formation universitaire initiale et formation continue.
Voici une grille des questions, support lors des pré-entretiens. Les précisions sur l'enjeu des questions sont en italique. Pour les post-entretiens, les questions précédées d'une * ont été demandées à nouveau (plus éventuellement des remarques personnelles).
Avec le professeur n°2, nous avons effectué un entretien après la première séance afin de l'aider dans les choix possibles pour les séances 3 et 4 (jour n°2).

- **Sur l'atelier aux Domaines :**

Est-ce la première fois que tu viens au Centre ? Si non, Combien de fois es-tu déjà venu ? Sur quel(s) thème(s) ? Nombre de fois par thème ? Comment et pourquoi as-tu choisi ces thèmes ?

> *Est-ce que le professeur connaît le fonctionnement du centre ? Quelles sont ses motivations pour venir au centre ? Est-il habitué d'un thème dont il gère la progression lors de ces interventions en théorie et aussi tout au long de l'année scolaire ? Est-ce qu'il vient plus pour faire de la technologie ou une activité en sciences* ?

Comment et pourquoi as-tu choisi (ou accepté) le thème en mathématiques ?

> *Les professeurs des écoles A et B sont venus à ma demande explicite alors que pour le professeur 4 de l'école C, c'est une demande de sa part, en voyant les instruments dans la vitrine du centre. Ont-ils le désir d'une activité en mathématique différente de celle en classe ?*

As-tu préparé ta visite au Centre ? Pour la classe et pour toi ? Comment ?

> *Quel est le rôle du professeur ici ? En quoi consiste la préparation dans une activité hors de l'école ?*

Est-ce que tu prépares toutes les sorties de classe de cette manière ?

> *Est-ce qu'une sortie de trois journées se prépare plus ? Est-ce que les autres thèmes des Domaines demandent moins de préparation ? Le fait de travailler avec nous favorise cette préparation.*

Que penses-tu de l'enseignement des mathématiques et du calcul au cycle 3 ?

> *Est-il trop théorique ? Est-ce que la question de la calculatrice en classe vient spontanément ?*

*Penses-tu que l'atelier proposé par les Domaines avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?

> *Les questions repérées par * portent sur l'évolution d'opinion, avant et après les séances. Quelles sont les évolutions qui se produisent ?*

*Quel est pour toi l'objectif des séances aux Domaines ? Quel est l'intérêt pour le groupe classe ?

Est-ce qu'on touche aux mathématiques, à la technologie, au ludique, à la pédagogie ? Quel est l'enjeu principal a priori puis a posteriori ?

Plus précisément, comment penses-tu gérer les temps de Théorie ? Comment penses-tu travailler pour le 1^{er} puis le 2^{nd} temps de Théorie ?

Quelle est l'organisation, la structuration du professeur ?

*Penses-tu réinvestir les activités réalisées au Centre en classe ? Quand ? Comment ?

Comment le professeur gère-t-il "l'après sortie" ? Parlent-ils d'un lien à faire avec l'école ? Est-ce nécessaire, suffisant ?

- **Sur l'enseignement, en classe :**

Quelles sont les matières que tu préfères enseigner ? Celles que tu aimes le moins ?

Aiment-ils les mathématiques ou bien est-ce un moyen de se former sur une matière jugée difficile ?

Si un élève effectue le calcul suivant, que penses-tu de son raisonnement ?

$$\begin{array}{r} 6\ 3\ 2 \\ \times\quad 7\ 3 \\ \hline 1\ 8\ 9\ 6 \\ 1\ 4\ 0 \\ 2\ 1\ 0\ 0 \\ 4\ 2\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

Et ce calcul ? À quoi correspond chaque ligne ?

$$\begin{array}{r} 6\ 3\ 2 \\ \times\quad 7\ 3 \\ \hline 6 \\ 9\ 0 \\ 1\ 8\ 0\ 0 \\ 1\ 4\ 0 \\ 2\ 1\ 0\ 0 \\ 4\ 2\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

Est-ce qu'un algorithme, non conforme à celui enseigné traditionnellement est perçu comme juste ? Est-ce que les professeurs trouvent un intérêt pour une telle décomposition ? Pour nous, cette décomposition permet de comprendre pourquoi les bâtons à multiplier fonctionnent.

Nombre d'années d'enseignement ? En cycle 3 ? Dans l'école actuelle ?

Peut-on faire la distinction entre la motivation du débutant et l'expérience des années ?

- **Formation :**

Année et série du bac. Formation universitaire. Niveau (bac +). Matière.
Stages à l'IUFM, en formation continue ? Sur quels thèmes ?
Formation avec une association de culture scientifique et technique ? (ANSTJ, Petits Débrouillards…) Si oui, est-ce que ces formations spécifiques ont apporté quelque chose pour ta manière d'enseigner en général et en sciences en particulier ? Quoi ?

La formation initiale des professeurs est-elle plutôt scientifique ou littéraire ? Ont-ils le désir de se former ? Dans quelle matière ? Ont-ils un intérêt personnel pour l'animation scientifique ?

Sexe, âge, nombre d'enfants.

- ***As-tu des remarques personnelles à ajouter ?**

A chaque fin d'entretien, nous avons posé la question explicitement pour ne pas omettre une remarque importante et/ou pour permettre au professeur de reformuler un point important pour lui qu'il aurait déjà mentionné.

1.2 Les entretiens avec les animateurs

Les pré-entretiens ont consisté en des questions sur les Domaines, l'animation en général et l'atelier *Instruments à calculer* ainsi que sur la formation des animateurs. Nous avons effectué des méso-entretiens pour poser la question de la multiplication décomposée aux animateurs (c'est les mêmes questions que pour les entretiens avec les professeurs) ainsi que pour avoir l'avis des animateurs à mi-parcours.
Enfin, les post-entretiens reprennent certaines questions (notées avec *) pour évaluer des changements d'opinions, ainsi que la question supplémentaire : Quelle réalisation as-tu préférée ? Pourquoi ?

- **Sur l'atelier aux Domaines :**

Est-ce la première fois que tu animes cet atelier ? Si non, combien de fois l'as-tu déjà animé ? En vacances ?
As-tu préparé les séances d'animation ? (Lectures, fabrications…) Comment ?
*Penses-tu que l'atelier proposé avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?

Est-ce que c'est des mathématiques ? Peut-on en faire aux Domaines ?

*Quel est pour toi l'objectif des animations ? Boulier, Néper, Genaille-Lucas, règle à calcul.
As-tu des appréhensions par rapport à une réalisation ? Pourquoi ?

Ont-ils des a priori négatifs ? Lesquels ? Est-ce susceptible d'évoluer favorablement ?

*Penses-tu que cet atelier soit différent des autres (électronique, microfusées…) proposés au Centre ? Pourquoi ?

Souvent, dès que l'on parle des mathématiques, c'est différent, c'est pas pareil. Quel est l'avis des animateurs ? Peut-il devenir favorable ?

- **Sur les animations :**

Quels sont les ateliers que tu préfères animer ?

Est-ce que ce sont des ateliers très différents comme l'électronique ? Ou bien un atelier où l'on travaille beaucoup le bois et où l'on fait des petites expériences ?

Ceux que tu aimes le moins ?
Nombre d'années d'animation ? Aux Domaines ?

- **Formation :**

Année du BEATEP. Niveau scolaire ou universitaire. Matière.
Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…). Est-ce que ces formations spécifiques ont apporté quelque chose pour votre manière d'animer ? Quoi ?
Sexe, âge.

- **As-tu des remarques personnelles à ajouter ?**

À chaque fin d'entretien, nous avons posé la question explicitement pour ne pas omettre une remarque importante et/ou pour permettre à l'animateur de reformuler un point important pour lui qu'il aurait déjà mentionné.

2. Récapitulatifs des entretiens

Remarques :

Théorie signifie les séances où les élèves sont aux Domaines avec leur professeur.

Les indications entre crochets ont été ajoutées pour la compréhension.

L'atelier *Instruments à calculer* a été animé pour la première fois avec une école, lors de la venue de la première classe. L'atelier Chiffres en forme (tangrams, boulier, bâtons de Néper, cryptographie…) que nous avions étudié en DEA avait été proposé pendant les vacances et avait été animé par un autre animateur. Pour les deux animateurs, c'est donc la première fois qu'ils animent l'atelier en septembre 2003. Les animateurs ont été formés par nous-mêmes sur la fabrication et le mode de fonctionnement des instruments (sur une demi-journée).

2.1 Professeur P1, Classe 1, école A

- **Pré-entretien, le 30/09/2003**

Les Domaines
P1 est déjà venu 4 ou 5 fois (électronique, microfusées, énergie). Elle se sent animatrice aux Domaines (plus qu'institutrice)
+ : Manipulations, fabrications, faire ce que l'on ne peut pas faire à l'école.
- : Beaucoup de temps (3 journées).

L'école
- : "En classe, on vise l'efficacité et on a toujours une solution bien clef en main. Et apprendre c'est pas forcément ça, en fait en classe on les met en situation scolaire ! "
Bénéfice des années évoqué.

Préparation
Présentation rapide au professeur des instruments.
P1 privilégie " l'après " sortie : " Et je pense aussi que le meilleur c'est ce que les enfants apportent, ce qu'ils ont compris eux, comment ils se sont approprié ce qu'ils ont fait, comment ils peuvent l'expliquer aux autres. Et après moi éventuellement, leur apporter matière, mais qu'ils aillent eux d'abord chercher. Moi je ne suis qu'un guide finalement. " […] " Mais je veux découvrir aussi moi-même avec les enfants, et après exploiter ce qu'on a vu en sortie, mais avec leur matière à eux. " […] " Je ne leur apporte pas tout le savoir, sinon je ne vois pas l'intérêt de faire la sortie s'ils savent tout avant."

Choix atelier
À ma demande.
Travailler en mathématiques (P1 et sa classe) en étant soutenue

Objectif des séances
Montrer aux enfants qu'on peut apprendre ailleurs qu'à l'école.

***Atelier et maths ?**
Oui, c'est le programme officiel.
Références précises au programme.
Matières enseignées
P1 enseigne les sciences et la géographie à la classe de P3, et P3 enseigne l'histoire et l'anglais à la classe de P1.
+ : matières littéraires, cinéma, géographie, arts plastiques.
- : musique, sports, et en début de carrière les matières scientifiques.
Multiplication décomposée
Méthode : vérification avec l'algorithme traditionnel puis addition.
" Oui, ben c'est juste. Mais qu'est-ce que je lui dirais ? Au départ, je me suis dit, il s'est planté, mais non. Qu'est-ce que je lui dirais ? Que c'est juste ! " […] " Je lui dirais en fait, que plus il y a de lignes plus il y a de chance de se planter dans les calculs ! […] Oui, c'est juste aussi, mais c'est vraiment décortiqué. "
Expérience
13 ans dont 10 ans au cycle 3 et 3 ans dans cette école
Formation
Économie, bac +5
Formation continue : La main à la pâte (un mois) " Ça m'a apporté beaucoup personnellement et je l'ai peu réinvesti dans ma classe. "
Âge, enfants
F, 36 ans, 2 enfants

- **Post-entretien, le 27/11/2003**

***Atelier et maths ?**
Séances aux Domaines = technologie. *[Pour ce professeur, nous n'avons pas proposé d'ingénierie pour les séances théorie].* Séance en classe sur le mode de fonctionnement en mathématiques, animée par nous-mêmes.
P1 pense qu'il y a plus d'intérêt pour des classes plus petites que le CM2, pour le boulier et la règle à additionner, même si en pré-entretien, elle développe bien le problème de la compréhension de la numération de position jusqu'au CM2 : " C'est ce que, au fil du temps dans l'apprentissage des mathématiques on tend à oublier : le sens des chiffres dans le nombre, la position. " (pré-entretien)
Bâtons de Néper, très bien pour le CM2 : " Je leur ai fait poser les multiplications comme tu m'avais proposé, décomposées. Le premier exemple que je leur ai donné, c'est une multiplication 3 chiffres en haut, 3 chiffres en bas et moi je l'ai faite en décomposant. Et on a essayé de voir le résultat : " Non, mais maîtresse, vous vous êtes trompée ! C'est pas comme ça qu'on fait ! Bon d'accord, mais essayez de voir… Ah oui, mais " Pour leur montrer pourquoi on décale. Donc ça m'a permis si tu veux, en tant qu'instit' de reprendre tout ce que j'avais de la multiplication et de tout remettre à plat. "
Les Domaines
Notion de lien nécessaire très fort ici : " Cette année, pourquoi ça a été riche ? Parce que toi tu faisais l'intermédiaire entre le centre d'animation scientifique et toute la partie didactique, ce qui m'a permis à moi de me poser des questions. Bon, quand même je ne dis pas que les Domaines ça sert à rien sans personne, parce que s'il n'y avait pas ça, il y a des choses que je ne ferais pas du tout avec mes élèves. "
" Justement, comme j'étais pas vraiment satisfaite de mes stages précédents, parce que j'avais l'impression que ce n'était que de l'animation. J'ai vraiment moi tenu à faire le lien : " Qu'est-ce que j'ai appris ? " " *[comptes-rendus après chaque journée, que nous avons repris pour chaque classe]*

Attention à la dérive du faire faire : " Mais est-ce qu'il ne pourrait pas y avoir à la base une fiche technique. Au lieu qu'il y est l'animateur qui soit le transmetteur : on fait ci, on fait ça ; les enfants ont une fiche technique avec le matériel dont ils auront besoin, avec l'image du produit fini et que ce soit eux qui imaginent les étapes intermédiaires. Ceci dit, ils ont appris des choses qu'ils n'auraient pas appris à l'école, donc c'est très bien. "
Compétence des animateurs
Poursuite en classe
Étude des instruments faite à l'école pour cette classe.
L'expression écrite après chaque journée est une initiative de P1 que nous avons poursuivie avec les autres classes.
Étude de multiplications décomposées avec les élèves.
Remarques
Envie de recommencer l'année prochaine en étudiant le mode de fonctionnement des instruments pendant la théorie, avec des fiches pédagogiques en support.

2.2 Professeur P2, Classe 2, école B

- **Pré-entretien, le 01/12/2003**

Les Domaines
Premier stage
L'école
Bénéfice des années évoqué.
Préparation
Préparation avec le professeur à qui j'ai remis un livret sur les instruments à calculer (historique et utilisation avec des exemples)
Les enfants ont vu les objets finis, le reste se fera aux Domaines (fabrication et utilisation).
" C'est pas la peine d'en dire trop "
P2 privilégie " l'après " sortie : " Ça dépend ce qu'on fait, c'est pas forcément préparé avant. Ils savent toujours où ils vont, pourquoi ils vont et il y a forcément une exploitation après. "
Choix atelier
À ma demande
Fabrications non réalisables à l'école.
Objectif des séances
" Aborder les maths d'une autre manière […]. L'approche ludique, en construisant des objets" plutôt que le niveau technologique.
***Atelier et maths ?**
Pour travailler la logique plus que le calcul, les élèves ont la calculatrice pour les calculs. " J'espère en fait c'est que ça va recadrer tout ce qu'ils ont dans leur tête. "
Matières enseignées
+ : maths et français (c'est ce qu'il travaille le plus)
- : au début : histoire, géographie
Multiplication décomposée
Immédiatement : c'est juste. Cette technique permet de retrouver un sens, mais peut aussi compliquer quand il y a trop de lignes.
Nécessité d'utiliser l'autre algorithme : " Après, il faut lui faire comprendre que c'est une perte de temps. "
Envisage de travailler les décompositions pour comprendre les bâtons de Néper.
Expérience
6 ans dont 4 ans en cycle 3 dans cette école.
Formation
Mathématiques, bac +3

Formation continue : danse, MAT (maître d'accueil temporaire)
Âge, enfants
M, 30 ans, 1 enfant

- **Post-entretien, le 29/03/2004**

***Atelier et maths ?**
Le plus persistant : faire des maths autrement. La partie utilisation des instruments que P2 pensait a priori pas très motivante pour les élèves, les a beaucoup intéressés : " Et oui, effectivement, il y a eu aucun souci de motivation là-dessus. "
Les séances de théorie ont permis à P2 de voir quels sont les élèves qui n'ont pas compris la numération de position. Il envisage de refaire l'atelier l'an prochain, avec le même déroulement pour la théorie.
C'est un complément par rapport à l'école.
Il n'envisage pas cet atelier pour des plus petits : " Je suis pas sûr que ce soit efficace. "
Les Domaines
La fabrication : " Ah il faut ! Si tu leur donnes à simplement utiliser, à mon avis, la motivation tu la perds. Évident ! C'est évident, d'abord parce qu'ils n'en voient pas l'utilité. " Ils connaissent déjà différentes techniques : calcul posé, calculatrice.
Poursuite en classe
Création d'un site Internet qui explique les sorties aux Domaines.
Étude du fonctionnement du boulier entre les journées 2 et 3, très espacées dans le temps (presque 3 mois)
Animation d'une séance sur la question de recherche : " Peut-on changer la valeur des boules ? " (par nous-mêmes)
Remarques /

2.3 Professeur P3, Classe 3, école A

- **Pré-entretien, le 18/12/2003**

Les Domaines
P3 est venu deux fois en électronique.
L'école
- : Faire de la technologie, sans matériel
Préparation
Préparation avec le professeur à qui j'ai remis un livret sur les instruments à calculer (historique et utilisation avec des exemples)
" Oui, je leur en ai parlé, je leur ai dit qu'on irait aux Domaines, je leur ai dit qu'on travaillerait en mathématiques. "
Choix atelier
À ma demande.
Faire des maths autrement : " Je trouve ça intéressant de poser aux enfants les mathématiques en d'autres termes, sous d'autres aspects. " Peut-être débloquer certaines élèves par rapport aux mathématiques. P3 pense qu'au moins cinq ou six élèves de la classe ont de très grosses difficultés en mathématiques.
Objectif des séances
Travailler autrement : " En fait ce qui est intéressant pour les gamins, je pense c'est qu'ils s'adaptent à des nouvelles situations, qu'ils s'adaptent à de nouvelles problématiques qu'on leur donne, de nouvelles situations de travail. "
***Atelier et maths ?**

P3 pense que de manière générale, en primaire les élèves aiment les maths : " il y a un aspect ludique ". Elle pense aussi que " c'est un truc de garçon les maths. "
Matières enseignées
P3 enseigne l'histoire et l'anglais à la classe de P1 et P1 enseigne les sciences et la géographie à la classe de P3.
+ : littérature, expression écrite, maths.
" Je suis passée au travers de l'enseignement des sciences ! Jusqu'en troisième oui et après terminé ! En plus, en littéraire on avait des profs de physique souvent incompétent… "
Multiplication décomposée
P3 voit immédiatement la décomposition en lignes. L'enjeu est que les élèves maîtrisent la technique traditionnelle, mais : " S'ils arrivent à bien comprendre, qu'on puisse leur proposer autrement, et qu'ils arrivent à gérer eux les deux manières, ce sera gagné. "
" Avec cette technique, c'est plus la question du sens de l'opération. "
Expérience
11 ans dont 5 ans en cycle 3 dans cette école (3 ans au CM2)
Formation
Langues et lettres et gestion, bac +4
Formation continue : informatique, La main à la pâte (une semaine), littérature
Âge, enfants
F, 35 ans, 2 enfants

- **Post-entretien, le 29/01/2004**

***Atelier et maths ?**
Travail sur la numération de position : " C'est bien de proposer quelque chose qui normalement est su et connu des élèves et de les mettre sur cette même notion, de les mettre devant un problème qui l'aborde, mais de manière différente. " (méso-entretien)
Situation très riche a posteriori : " Et moi je me rends compte que c'est une situation qui est beaucoup plus riche que ce qui ne paraît au départ. Pour moi, c'était réglé en quelques, en quelques, bon, manipulations et en fait non. C'est tellement, y'a tellement de choses en fait. Puisqu'il y a d'abord lire, écrire les nombres et il y a toute la base compter, calculer en fait. "(méso-entretien)
Apprentissage pour P3 et pour sa classe. P3 envisage l'étude des instruments pour le cycle 2 aussi (numération de position).
Travail d'une manière différente la numération et les opérations ainsi que le calcul mental.
Travail en groupe, entraide.
Les Domaines
Les fabrications, ça lui a " un peu échappé " " Progression extraordinaire ", de la fabrication à l'étude des instruments
Poursuite en classe
P3 envisage (si elle a le temps) de travailler sur le boulier et le calcul mental.
Séance sur les décimaux sur le boulier avec une remplaçante (vidéo)
Remarques
" Au départ, je pensais pas du tout qu'on pouvait en tirer tout ça pour être honnête ! "

2.4 Professeur P4, Classe 4, école C

- **Pré-entretien, le 09/03/2004**

Les Domaines
Déjà venu 2 fois, électronique et air.
L'école

- : travail en petits groupes et en technologie
Bénéfice des années évoqué.

Préparation

Préparation avec le professeur à qui j'ai remis un livret sur les instruments à calculer (historique et utilisation avec des exemples). Pour P4, nous avons travaillé ensemble avant les séances, environ 45 minutes, sur le mode d'utilisation des objets. Je lui ai aussi fourni un exemplaire de chaque instrument (qu'il n'a pas utilisé avant les séances). P4 a beaucoup utilisé le livret, comme support de progression (exercices).
Peu de sorties (à cause du coût du transport). P4 prend l'exemple de la voile avec lequel il va aborder beaucoup de sujets connexes : étude historique, météo, vents, vocabulaire scientifique, lecture de textes d'auteurs et de navigateurs…

Choix atelier

Pour P4, c'est une demande de sa part. Il a accepté ensuite de participer au dispositif. " Déjà pour moi c'est un apport personnel, c'est quelque chose de nouveau et ensuite je voulais voir comment pouvaient réagir les élèves à ce genre de choses, je trouve ça intéressant. "

Objectif des séances

Premièrement : travailler en petits groupes. Ensuite la technologie.
Contexte de l'évolution de l'Homme. " Au départ, je l'ai pas inclus dans mon programme de mathématiques "

***Atelier et maths ?**

Programme de mathématiques très chargé en primaire. Points importants au CM2 (en plus de la numération) : les problèmes, le raisonnement, l'aide visuelle (arbres, graphiques…)
Numération en base 10, les nombres.

Matières enseignées

+ : maths, géographie, sport
- : musique, arts plastiques

Multiplication décomposée

" Ça surprend au départ, mais c'est logique. " [..] " C'est quand même un peu compliqué parce qu'il faut décaler. " […] " C'est convenable, c'est très bien, […] conventionnellement, on fait autrement quoi ! Mais ça me gêne pas. "

Expérience

33 ans dont 28 ans en CM2, dans cette école.

Formation

Lettres, École Normale (4 années après la Seconde)
Formation continue : audiovisuel, informatique.

Âge, enfants

M, 53 ans, 2 enfants

- **Post-entretien, le 06/04/2004**

***Atelier et maths ?**

Problèmes rencontrés pour savoir quand arrêter la recherche et se mettre d'accord sur la méthode, pour " leur faire comprendre que c'est sans issue ".
Méthodes de travail assez naturelles pour les animations et la théorie.
Les élèves ont apprécié (même la théorie) et ont appris des choses.
Histoire des instruments à calculer : " Pour montrer que les choses ne se font pas faites du jour au lendemain. Qu'il a fallu tâtonner. […] Leur faire comprendre, à eux, que ce qu'on connaît aujourd'hui ne sera plus vrai demain, quoi. "

Les Domaines

Compétence des animateurs
Les élèves, " ils ont pas dit c'est bien, ils ont dit : C'est super ! "

Pour cet atelier, la technologie est le point de départ, pas l'enjeu principal.
Poursuite en classe
" Si je peux, si j'ai le temps. "
Remarques
P4 préfère changer de thème chaque année.
Nécessité de trouver des liens entre les Domaines et les programmes (officiels et de l'école)
" Les enfants ont pris du plaisir ! Et ils ont raconté chez eux comment ça se passait, j'ai eu des échos des parents qui m'ont, qui m'ont dit que c'était vraiment très bien. "

2.5 Animatrice 1

- **Pré-entretien, le 24/09/2003**

Préparation
A1 envisage le déroulement des animations :
Boulier : jeu à l'oral (loto) par groupes de deux, avec des additions.
Néper et Genaille-Lucas : réalisation d'un modèle géant à remplir (en papier) que les enfants vont remplir chacun à leur tour.
Elle s'est préparée elle-même : " Je les ai faits surtout, j'ai compris en les faisant. "
***Atelier et maths ?**
Pour rendre les maths moins rébarbatives, surtout dédramatiser les maths.
Aussi fabrication, travailler ensemble, effort de concentration (boulier). " Quand on aime le boulier, on aime les mathématiques… "
Atelier différent ?
Peut-être plus scolaire, proche du programme de mathématiques.
Animations
+ : optique, astronomie
- : électricité
Expérience
Animation : 2 ans et demi dont un dans l'animation scientifique et technique (Les Petits Débrouillards) et depuis quelques mois aux Domaines.
Formation
Géographie, bac+4
Âge, enfants
F, 28 ans, sans enfant
Remarques
" J'ai eu un manque en maths et physique aussi pendant 4 ans, au lycée. Aujourd'hui je suis très enthousiaste à l'idée de refaire tous ces jeux parce que ça comble ce manque-là, en mieux ! Je me sens mieux ! "

- **Méso-entretien, le 12/11/2003**

Multiplication décomposée
" Et ah c'est une nouvelle façon de faire ? […] Oui, parce que nous, on fait avec la retenue et là, la retenue, tu la poses en fait. " A1 reprend à haute voix chaque décomposition et conclut : " Ah ouais, ah bah ça alors ! "
Remarques
" C'est vrai que les mathématiques, au-delà du caractère académique de l'école, il y a vraiment cette notion de jeu et de : " Tout ne fait qu'un. " L'addition, la multiplication c'est une addition d'additions, la soustraction c'est une addition à l'envers. C'est un peu comme les mots croisés, j'ai l'impression ! "

Pour introduire les autres ateliers, A1 fait des petites expériences, ici c'est des manipulations des instruments. Elle pense que cet atelier conviendrait très bien en classe de mathématiques, à l'école.

- **Post-entretien, le 31/03/2004**

Déroulement de l'atelier
Boulier : avec une seule classe et trois classes pour les bâtons.
Boulier : Fabrication et loto avec des additions et des soustractions. " Alors là, ça a été le feu, on a… franchement, je suis contente de cette conclusion de séance ! "
Bâtons de Néper : Manipulation par A1 puis remplissage d'un gros modèle en papier (au tableau) et fabrication : " Ils se battaient pour aller remplir le tableau de Néper !! Je ne l'ai pas dit ça ! C'était du délire, et à chaque fois ! " […] " C'est incroyable, en fait c'est parce que je leur dis que c'est un jeu, ça joue, je pense que ça, ça influe terriblement. " Difficultés des élèves pour la multiplication par un nombre à deux chiffres.
Bâtons de Genaille-Lucas : Observation, manipulation par A1, découpage et tour de table. " Même ceux qui n'y arrivaient pas, arrivaient. Donc y'a vraiment… c'était super. Je trouve que ça a été un instrument de valorisation de l'individu "
Règle à calculer : Abandon des nombres décimaux sur la règle à calculer. Les enfants font des soustractions spontanément (à la suite des additions).
***Atelier et maths ?**
Enseignement des opérations de manière ludique, proche du programme scolaire.
Objets fabriqués : " Et je pense que d'avoir un tel objet ça ouvre des portes sur le heu…monde des mathématiques. "
Pas de blocage des enfants sur ce thème.
+ : Bâtons à multiplier : bien par rapport au programme scolaire, mais réalisation technique rapide. Le boulier c'est mieux pour la technique.
Ici, mathématiques = jeu
Remarques
A1 a animé pendant les vacances scolaires de Pâques 2004 un atelier sur les jeux et les casse-tête (Tour de Hanoi, Pythagore, Lewis Carroll, Pavages…)

2.6 Animateur 2

- **Pré-entretien, le 24/09/2003**

Préparation
Lecture des fiches techniques et réalisations de quelques " montages ".
***Atelier et maths ?**
Calcul, opérations = maths.
Objectif : " C'est comme d'habitude quand c'est nouveau c'est une confrontation avec les gosses. " "[…] " L'objectif c'est l'objet fini, qu'ils comprennent ce à quoi il sert. "
Fabrication du boulier puis manipulation, compréhension. *[À partir de la classe 2, nous avons demandé à l'animateur qui fabriquait le boulier de ne rien dire sur son fonctionnement lors des premières séances pour les enfants]*
Atelier sur les ancêtres de la calculatrice.
A2 trouve les bâtons à multiplier plus compliqué à expliquer que le boulier.
Atelier différent ?
- : " Ça reste quelque part dans la philosophie du centre, mais c'est à part dans le sens où les mathématiques en eux-mêmes sont une matière purement scolaire. Je ne crois pas que les mathématiques soient la priorité des sciences et techniques. "
Animations

+ : drôles d'engins (varié), microfusées (émerveillement des enfants), optique et énergie (scies)
Expérience
Animation : 8 ans dont 4 aux Domaines, et un an éducateur pour enfants difficiles.
Formation
BEATEP en 1999, niveau 3ème
Âge, enfants
M, 38 ans, sans enfant
Remarques /

- **Méso-entretien, le 12/11/2003**

Multiplication décomposée
" Elle me semble fausse, je vois pas pourquoi il y a ces deux lignes. " […] " On a fait une suite d'additions, on a décomposé les dizaines en additions. "
Remarques
" Les enfants se sont amusés. Enfin, moi sur le boulier… "
" C'est un atelier comme les autres. Il permet d'aborder… j'allais dire les évidences mathématiques. "

- **Post-entretien, le 31/03/2004**

Déroulement de l'atelier
Boulier : avec trois classes et une seule classe pour les bâtons.
Boulier : très bien, niveau visuel, retenue
Bâtons de Néper : utilisation des modèles papier de A1 en même temps que la fabrication. " C'est une lecture, une lecture assez simple. "
Bâtons de Genaille-Lucas : découpage, démonstration de A2 et exemples.
Règle à calculer : exemple puis réalisation : A2 a bien aimé aussi.
***Atelier et maths ?**
+ : le boulier. " C'est une fabrication où il y a plus de manipulation au niveau des outils. " […] " C'est plus visuel au niveau de ce qu'ils font, même en maths, de ce qu'ils apprennent, la retenue "
" On reste complémentaire des insit', donc toujours pareil avec la possibilité de faire des constructions qui vont mettre en évidence bah là, des règles, des règles mathématiques, la retenue, avec le boulier et ainsi de suite. "
Remarques
+ : " C'était bien, les gosses, ça les intéresse, eux ils trouvent… il y a un côté ludique, faire des opérations, non, c'est intéressant. " […] " Ça rentre dans l'esprit de sciences et techniques. "
" Le truc, c'est que aux Domaines, les maths on en fait à chaque fois qu'on construit un objet. " (mesurer, tracer)

3. Entretiens avec le professeur n°1

Remarque :
I signifie celui qui guide l'interview (nous-mêmes), P pour les quatre professeurs des écoles (P1, P2, P3 et P4 dans l'ordre chronologique de venue aux Domaines) et A pour les deux animateurs (A1 et A2). Les indications entre crochets ont été ajoutées pour la compréhension.

École A
Fréquence de venue de la classe : 30/09/03, 07 et 21/10/03

3.1 Pré-entretien avec le professeur n°1 (le 30/09/2003)

I : Est-ce la première fois que tu viens au Centre ?
P1 : Non
I : Combien de fois es-tu déjà venu ?
P1 : Oui, 4 ou 5 fois.
I : Sur quel(s) thème(s) ?
P1 : Électronique (2 fois), microfusées (2 fois), énergie (1 fois).
I : Comment et pourquoi as-tu choisi ces thèmes ?
P1 : Parce qu'en classe, on n'a pas les moyens de manipuler. En électronique, il me manquait des bases donc je préférais me reposer sur le savoir-faire des Domaines.
I : Comment et pourquoi as-tu choisi le thème en mathématiques ? C'est moi qui te l'ai proposé, mais pourquoi as-tu accepté ?
P1 : Et bien, justement je pense ne pas être au point moi-même en mathématiques. Ça me permet d'aborder une réflexion. Et puis, le fait de me sentir soutenue, ça me rassure et ça me permet aussi de travailler d'avantage les maths, de ne pas me reposer sur mes acquis ! J'aime bien être titillée.
I : As-tu préparé la visite au Centre ? Pour la classe et pour toi ? Comment ?
P1 : Déjà l'année dernière, on avait travaillé sur les ateliers de recherche en mathématiques. On avait commencé une réflexion avec un chercheur, les problèmes que je leur pose aujourd'hui sont tirés de ces ateliers.
I : Et les séances où les enfants sont avec l'animateur ?
P1 : J'en ai pas trop parlé, j'attends un retour des enfants. Et après éventuellement, travailler en classe sur l'historique des mathématiques. J'attends d'eux en fait, je ne veux rien leur apporter moi-même. Déjà, c'est un peu par fainéantise parce que je n'ai pas envie d'aborder une recherche, par manque de temps, par tout ce que tu veux. Et je pense aussi que le meilleur c'est ce que les enfants apportent, ce qu'ils ont compris eux, comment ils se sont approprié ce qu'ils ont fait, comment ils peuvent l'expliquer aux autres. Et après moi éventuellement, leur apporter matière, mais qu'ils aillent eux d'abord chercher. Moi je ne suis qu'un guide finalement. Et là, je trouve que ce matin, j'interviens trop. On verra peut-être que la prochaine fois je ferai autrement.
I : Est-ce que tu prépares toutes les sorties de classe de cette manière ?
P1 : Là, en classe je travaille sur l'astronomie, jeudi prochain, on va aller à l'Observatoire. Et là c'est pareil. À l'Observatoire, je sais ce qu'ils font car j'y suis déjà allé avec d'autres classes. Mais je veux découvrir aussi moi-même avec les enfants, et après exploiter ce qu'on a vu en sortie, mais avec leur matière à eux. Là déjà en géographie et en sciences on a vu la terre, qu'on a divisé, avec des lignes imaginaires, que c'était une planète, qu'elle faisait partie du système solaire : on a fait deux ou trois leçons. Mais après on va voir des choses qu'on n'a pas vues en classe et au retour on va les exploiter. Je ne leur apporte pas tout le savoir, sinon je ne vois pas l'intérêt de faire la sortie s'ils savent tout avant. Avant d'aller à l'Observatoire, je leur demanderai ce qu'ils pensent voir, et on verra si ça colle à ce qu'ils pensaient ou si c'est autre chose.
I : Que penses-tu de l'enseignement des mathématiques et du calcul au cycle 3 ?
P1 : Pour moi en tant qu'institutrice, j'essaie de coller au mieux au programme, d'aborder toutes les notions du programme. Je pense que le programme du cycle 3 essaie de consolider les acquis de base qui ont été vus depuis la maternelle : la numération. J'essaie qu'ils partent au collège en sachant compter, qu'ils aient compris la numération décimale. En géométrie qu'ils sachent se repérer dans l'espace, utiliser les outils de base : le compas, l'équerre, la règle, le rapporteur je ne le fais plus maintenant, j'ai abandonné. En mathématiques j'insiste sur le calcul réfléchi, le calcul mental, essayer sans outil et sans poser une opération d'avoir une idée. Moi mon but en maths c'est vraiment de consolider les acquis.

I : Penses-tu que l’atelier proposé par les Domaines avec la réalisation et l’utilisation d’objets à calculer peut être un moyen d’enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?
P1 : Oui, tout à fait. Sinon, je ne serais pas venue. L’électronique, par contre c’est un peu hors programme, l’optique même si ce qu’ils apprennent c’est très bien pour leur culture générale, c’est aussi un peu décalé par rapport aux programmes, mais bon c’est pas grave. Mais là on est vraiment dans le programme de maths.
I : Quel est pour toi l’objectif des séances aux Domaines ? Quel est l’intérêt pour le groupe classe ?
P1 : Premièrement, sortir de la classe. Leur montrer qu’on peut apprendre autrement pas seulement dans une classe avec la maîtresse. En fait moi, et ça c’est parce que j’ai un peu d’expérience, je pense qu’il faut dire aux enfants qu’on ne sait pas tout, qu’on n’est pas les porteurs du savoir. Et ça me fait plaisir d’être là en maths parce que moi-même en maths, je ne suis pas au top et là encore je vais progresser. Donc, sortir de la classe, apprendre autrement, manipuler des outils qu’on n’a pas à l’école. Par exemple quand ils construisent les objets qui leur servent à calculer, en classe, on ne pourrait pas le faire, on n’a pas de perceuse, et puis moi je ne maîtrise pas tous ces outils. Il y a l’aspect sécurité aussi, on est divisé en trois groupes, on a le tiers de sa classe, on peut s’occuper individuellement des élèves, établir d’autres relations avec eux. Je ne suis pas pareil là qu’en classe. J’ai pas l’impression d’être dans une classe, plutôt d’être animatrice d’un petit groupe. C’est bien aussi, moi j’aime bien avoir ce rapport-là avec les élèves.
I : Tu trouves que l’intérêt est plus pédagogique, sortir de la classe, plus que l’aspect sciences et techniques ?
P1 : Attention, je ne suis pas une adepte de la sortie pour la sortie. Je suis une adepte de " on sort pour apprendre quelque chose et autrement ", utiliser d’autres ressources qu’on n’a pas à l’école. Maintenant, si les Domaines venaient à l’école pourquoi pas, mais ce serait différent. Là on va dans un lieu qui n’est pas chez nous, on prend le meilleur, on s’adapte.
I : Avec les enfants ce matin tu as fait des problèmes, et pour les autres séances ce sera pareil ?
P1 : Je pense que oui, sur d’autres problèmes. Des problèmes que je n’aborderais pas en classe, parce que quand même le travers de venir aux Domaines, c’est que ça nous prend beaucoup de temps. On va passer trois journées complètes ici, ceci dit, je ne considère pas ça comme une perte de temps. Et en classe, on a beaucoup d’autres choses à faire.
I : Penses-tu réinvestir aussi en classe les séances sur les problèmes que vous faites au Centre? Quand ? Comment ?
P1 : Oui faire le lien entre l’attitude chercheur, où tu sais pas trop où tu vas, même moi ça me met pas forcément à l’aise de ne pas savoir où je vais, de ne pas avoir la solution moi-même. Je leur dis là, j’en sais rien, par exemple le problème des soustractions je patauge complètement. Mais ça fait rien, ça les met en situation de recherche alors qu’en classe, on vise l’efficacité et on a toujours une solution bien clef en main. Et apprendre c’est pas forcément ça, en fait en classe on les met en situation scolaire : " J’apprends à faire la division et après je vais l’appliquer dans des problème où forcément il y a une division ". Tu as vu hier, quand on a fait les problèmes, ils ont tous dit " on va poser des divisions ", même s’il y avait d’autres opérations à poser avant, mais bon c’est tellement évident que si la maîtresse nous apprend à faire des divisions, forcément elle va nous proposer des problèmes avec des problèmes de divisions. En classe, c’est un peu cousu de fil blanc : des situations scolaires, clef en main. C’est pour ça que je pense qu’apprendre à poser des divisions, c’est un peu un savoir obsolète, parce qu’on a tellement d’outils maintenant qui nous permettent de faire une division sans la poser, tu prends une calculette et puis voilà. Par contre, ce qui m’intéresse c’est d’amener mes élèves à comprendre quand est-ce que j’utilise une division, quand est-ce

que j'utilise une addition, quand est-ce que j'utilise une soustraction, là oui c'est important. Savoir poser une division, j'ai réappris la technique, enfin tu la connais la technique, mais tu es obligé de la réactiver, les divisions décimales, j'ai réappris à les faire à 22 ans quand j'ai voulu être instit' et l'enseigner. Donc ça veut dire de la fin de l'école primaire et un peu au collège, jusqu'à la fac, je n'ai pas eu besoin de poser une division, par contre j'ai eu besoin de dire là c'est une division, et je prenais une calculatrice.
I : Quelles sont les matières que tu préfères enseigner ?
P1 : Plus ce qui est littéraire : lecture, production d'écrits, littérature de jeunesse. J'aime bien aussi les sensibiliser au cinéma, dans l'année je leur montre quelques classiques. Par exemple un Chaplin : *Les temps modernes*, là je vais leur montrer *L'enfant sauvage* de Truffaut, quelques classiques qui sont dans notre culture, pour enrichir leur culture générale. La géographie j'aime bien, les arts plastiques. Par contre la musique je ne suis pas du tout spécialiste. Tout ce qui est domaine scientifique n'est pas de ma formation.
I : C'est ce que tu aimes le moins ?
P1 : Non, plus maintenant. Ce sont les domaines où je dois le plus travailler et réfléchir, à la limite il va falloir que je me force un peu…
I : Celles que tu aimes le moins ?
P1 : Le sport, là vraiment il faut que je me force, c'est vraiment un effort. Avant les sciences, j'aimais pas ça, je redoutais les leçons de sciences, avec l'expérience, le travail, la réflexion, maintenant je prends plaisir. Le sport, c'est encore un effort, parce qu'on pas toujours le matériel, s'il y a une matière que j'abandonnerais volontiers aux autres, c'est le sport. Et la musique et ça non pas parce que je n'aime pas mais parce que je ne suis pas musicienne, et en primaire on est obligé de tout faire.
I : Comment introduis-tu la multiplication en classe ? En particulier, le décalage avec les zéros ?
P1 : En CM2 c'est pas moi qui l'introduis, par contre je leur fais réexpliquer pourquoi est-ce qu'on décale. En fait, c'est tout le problème d'avoir compris la place des chiffres dans le nombre. Mais c'est pas moi qui l'introduis, c'est en CM1, en même temps c'est déjà au CP qu'on voit l'écriture des nombres et que chaque chiffre dans le nombre a un sens. C'est ce que, au fil du temps dans l'apprentissage des mathématiques on tend à oublier : le sens des chiffres dans le nombre, la position. Moi ce que je leur montre beaucoup c'est que la position des chiffres dans le nombre est très importante. Quand tu fais une multiplication, comme quand tu fais une division : " Qu'est ce que tu multiplies, qu'est-ce que tu divises ? Ets-ce que ce sont des unités, des dizaines, est-ce que ce sont des centaines ? " En fait, il faut les faire parler et leur demander ce qu'ils ont compris eux.
I : Si un élève effectue le calcul suivant, qu'est-ce que tu lui dirais ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
	1	**8**	**9**	**6**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

P1 : 3×2 : 6, 3×3 : 9, 3×6 : 18, 7×2 : 14, 7×3 : 21, … , 6×7 : 42, attends...
[P1 pose la multiplication trouve 45136, puis fait l'addition et trouve 46136]

		6	3	2
×			7	3
	1	8	9	6
4	4	2	4	.
4	~~5~~6	1	3	6

P1 : C'est moi qui me suis plantée ? 7×2 : 14, je retiens 1, 7×3 : 21, 22, je retiens 2, 6×7: 42. Ah oui c'est moi qui me suis trompée. *[Rectification sur le papier : 46136]* Qu'est-ce qu'il a fait lui ? Il a multiplié l'unité par 632, ça fait 1896. Ensuite il a multiplié 632 par 7, non ! Il a multiplié 7 dizaines par 2 ça fait 140. Il a multiplié 7 dizaines par 3 dizaines ça fait… vingt et … 7 dizaines multipliées par 3 dizaines, 7×3 : 21 donc ça fait 2100. Et après il a multiplié 70 par 6 centaines 6×7 : 42. Oui, ben c'est juste. Mais qu'est-ce que je lui dirais ? Au départ, je me suis dit, il s'est planté, mais non. Qu'est-ce que je lui dirais ? Que c'est juste !

I : Et ce calcul ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

P1 : Donc 3×2 ça fait 6, 3×3 ça fait 9 dizaines, 3×6 ça fait 18 centaines. Donc mille huit… Je lui dirais en fait, que plus il y a de lignes plus il y a de chance de se planter dans les calculs ! Donc 3×632, d'accord et après 140. Oui, c'est juste aussi, mais c'est vraiment décortiqué.

I : Pour le décalage, tu places un point, tu apprends comme cela aux enfants ?

P1 : Non, je leur apprends avec le zéro. Alors en CE2, quand ils abordent la multiplication, ils ont des choses simples par exemple 28×4. Ils font : 28 c'est 20, ou alors même mieux 28 c'est 10+10+8, donc ils font : *[Elle fait le tableau suivant]*

×	10	10	8
4	40	40	32

P1 : Ils ne savent pas la poser encore. Et après ils additionnent. Avant de savoir la poser, rien qu'en connaissant les tables. Alors, comment faire 632… Moi aussi je vais faire ça. *[Elle écrit ce second tableau]*

×	600	30	2	
70	42000	2100	140	44240
3	1800	90	6	1896
				46136

P1 : 70, 3, 6×7 : 42, ensuite 7×3 : 21, 7×2 : 14. 3×6 : 18, 3×3 : 9, 3×2 : 6. 1896, et après, comment on fait ? Alors en tout ça fait 44240. Est-ce qu'on arrive… 13, 8 et 3 : 11, voilà ! On passe par cette décomposition au début du CM2, quand on revient sur la multiplication : en centaines, en dizaines, en unités. Pour le tableau d'accord, mais posé comme ça… je ne leur ai jamais proposé ! Mais on décortique, forcément, qu'est-ce qu'on multiplie : 3 unités et 7 dizaines.

Nombre d'années d'enseignement ?

P1 : 13 ans, dont une année comme maître auxiliaire en lycée (économie). CAPES l'année où le statut des instituteurs a changé (professeurs des écoles payés comme des profs certifiés), pour rester dans l'Académie, désir d'enseigner (peu importait le niveau)

Nombre d'années d'enseignement en cycle 3 : environ 10 ans

Nombre d'années d'enseignement dans l'école actuelle : 3 ans

Année du bac : 1985

Série du bac : B

Formation universitaire : maîtrise d'économie, niveau DEA d'études politiques

Matière : économie

I : Stages à l'IUFM, en formation continue ?

P1 : Oui, un stage La main à la pâte pendant un mois. Ça m'a apporté beaucoup personnellement et je l'ai peu réinvesti dans ma classe. Le cahier d'expériences, je ne l'ai jamais mis en place, ce sont des choix, des habitudes de travail. La démarche, j'y adhère complètement, mais je ne l'ai jamais mise en place dans ma classe parce que c'est une démarche que tu ne peux pas mettre seule en place, ça doit un peu être une philosophie dans l'école. Quand j'ai fait La main à la pâte, j'étais à l'école de S. M. *[à Marseille]*, j'avais essayé d'impulser une dynamique pour qu'on s'y mette tous, que du CP au CM2 ils aient le cahier d'expériences. Comme je n'ai pas réussi moi, seule dans ma classe, je ne l'ai pas fait. Après je suis arrivée à la B. *[école A]* en CP, j'ai fait quelques petites choses, mais sans cahier d'expériences.

I : C'est toi qui l'avais demandé cette formation ?
P1 : Oui, ça m'intéressait, toujours dans un souci de me mettre à niveau en sciences.
Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…) : Non
Sexe, âge, nombre d'enfants : 36 ans, F, 2 enfants, bientôt 3 !
Remarques personnelles ?
P1 : J'espère avoir un retour, un suivi, que tu me dises voilà ce que ça a donné. Savoir comment ça s'est passé dans les autres classes sur ce cycle de mathématiques, pour m'enrichir moi personnellement. J'aimerais bien refaire des maths aux Domaines l'année prochaine, si je m'investis cette année autant poursuivre, le faire 2 ou 3 fois. Souvent, on est dans notre classe, on sait ce qu'on fait mais c'est bien d'avoir des retours sur les autres classes de niveau équivalent. C'est pour ça que j'aime bien faire des stages, recevoir des gens dans ma classe. Je ne suis pas formatrice, tu viens dans ma classe, tu prends ce que tu vois, ça n'a qu'une valeur d'exemple, un exemple parmi d'autres. J'aime bien recevoir des gens pour avoir un regard extérieur. Je ne suis pas stressée, j'oublie même que tu es là ! Là aussi c'est une réflexion par rapport à mon travail. Il y a 10 ans, je t'aurais dit non, par pudeur, par honte de ne pas me sentir à la hauteur. Maintenant je n'ai pas la prétention d'être à la hauteur, mais au contraire, j'ai envie de progresser. Il ne faut pas se leurrer, on n'est pas au top…

3.2 Post-entretien avec le professeur n°1 (le 27/11/2003)

I : Penses-tu que l'atelier proposé par les Domaines avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?
P1 : Alors, si on s'en était tenu qu'aux trois séances des Domaines, ça n'aurait été que de la technologie. Donc c'était bien que tu viennes en classe et que tu leur montres que ça a une utilité en mathématiques. Maintenant je dirais quand même que, dans le programme de maths de CM2, ça restera anecdotique, c'est pas des outils que je leur ferais utiliser pour résoudre des problèmes de maths. Par contre, je vois l'intérêt dans des classes plus petites que le CM2.
I : Tu crois que ça serait plus adapté pour des CE2 ou CM1 ?
P1 : Oui, même avant, dès le CP le boulier. Grande section de maternelle et CP. Alors, enlever l'aspect technologique c'est-à-dire construction. Mais en tant qu'outil de calcul, le boulier : très bien pour grande section, CP et CE1. Après la règle à additionner CP-CE1. Et ensuite les bâtons à multiplier ça par contre c'est très bien tombé dans mon programme parce qu'on en était dans la multiplication et du reste je leur ai fait poser les multiplications comme tu m'avais proposé, décomposées. Le premier exemple que je leur ai donné, c'est une multiplication 3 chiffres en haut, 3 chiffres en bas et moi je l'ai faite en décomposant. Et on a essayé de voir le résultat : " Non, mais maîtresse, vous vous êtes trompée ! C'est pas comme ça qu'on fait ! Bon d'accord, mais essayez de voir… Ah oui, mais " Pour leur montrer pourquoi on décale. Donc ça m'a permis si tu veux, en tant qu'instit' de reprendre tout ce que j'avais de la multiplication et de tout remettre à plat. Donc, ça m'a servi.
I : Et pour les enfants, tu penses que ça leur a servi aussi ?
P1 : Eh bien, ils ont bien compris la multiplication. Bon alors, c'étaient les nombres entiers là je vais le réaborder avec les décimaux.
I : Tu penses le réutiliser les années prochaines ?
P1 : Oui, ça oui. Parce que des fois, il y a des choses qui m'échappent, je ne vois pas où est-ce que ça bloque. Par rapport aux opérations, alors pas l'addition, la soustraction déjà ils font beaucoup d'erreurs de calcul, la retenue. Multiplication, c'est moins flagrant mais ça m'a permis de remettre à plat. Donc moi, ça m'a servi.
I : Par rapport aux Domaines, tu me disais que si tu t'en tenais aux trois jours, ça restait de la technologie. Est-ce que tu penses que c'est propre à cet atelier ou pas ?

P1 : Déjà, si tu veux, moi je me suis beaucoup plus impliqué dans cet atelier maths, de part le fait que tu étais là. Et que tu faisais un peu le lien entre les Domaines et la classe. Sinon chaque année, quand on va aux Domaines, ça nous prend tellement de temps, ça nous bloque des journées qu'après en classe tu prends plus le temps de réinvestir parce que ça t'as dèjà pris beaucoup de temps d'aller aux Domaines. Et moi, la critique que je pourrais faire des Domaines, c'est de ne pas confondre les Domaines et le centre aéré. La sortie récréation. Ça peut trop vite déraper. Donc là si tu veux, de tous les stages que j'ai fait aux Domaines, c'est le plus riche pour moi. Quand j'étudiais l'électronique, tu fais 3 fois 8 heures aux Domaines, après tu fais plus rien en classe.
I : C'est vrai qu'il faudrait peut-être mettre en place des fiches pédagogiques pour les enseignants.
P1 : En plus, moi je pars du principe qu'enseigner ça ne peut être fait que par des enseignants, des gens formés pour et aux Domaines, ce sont des animateurs scientifiques, alors moi j'ai tout vu dans les animateurs scientifiques de P. *[A1]* que je trouve très bien parce qu'elle leur transmet des choses, elle a la fibre pédagogique si tu veux, à des animateurs qui ne restaient que des animateurs. C'est un métier. Moi quand je vais avec ma classe, je ne tiens pas à avoir à faire à des animateurs, je veux que mes élèves apprennent quelque chose. Cette année, pourquoi ça a été riche ? Parce que toi tu faisais l'intermédiaire entre le centre d'animation scientifique et toute la partie didactique, ce qui m'a permis à moi de me poser des questions. Bon, quand même je ne dis pas que les Domaines ça sert à rien sans personne, parce que s'il n'y avait pas ça, il y a des choses que je ne ferais pas du tout avec mes élèves.
I : Comment as-tu géré les temps de théorie ?
P1 : Je suis partie des problèmes de Monsieur E. sur les ARM *[Ateliers de Recherche en Mathématiques]* et honnêtement, j'ai eu du mal.
I : Qu'est-ce qui te poses problème dans ces situations recherche ?
P1 : Alors, dans les problèmes qui avaient des solutions finies, bon ça va, les élèves ont tâtonné, ils ont trouvé. Par contre les situations problème où même je ne savais pas où aller ; finalement, qu'est-ce que je faisais chercher à mes élèves si ce n'est que je les mettais en situation de recherche, mais moi-même je ne savais pas où aller, j'étais un peu perdue. Il faudrait que j'envoie le travail des élèves à P. E. *[le chercheur]*, qu'il nous réponde, qu'il nous remette sur des pistes de recherche et là honnêtement, je manque vraiment de motivation. Il m'aurait fallu quelqu'un qui fasse le lien. Je ne dis pas que je les ferai pas l'année prochaine, mais bon… Alors pour les autres séances, j'ai recadré et tu m'as proposé d'autres situations où je me sentais plus à l'aise, qui ressemblaient aux situations que P. E. nous proposait : le coloriage, les régions. C'était plus de la logique, des situations fermées que je maîtrisais moi-même mieux. Puis dans les dernières séances, on a essayé d'écrire le mode d'emploi des outils qu'ils avaient construit. Comment ça marche ? Et en fait, après en expression écrite. Non, quand même on a appris pleins de choses ! Parce que moi, ces outils qu'ils ont construits, le boulier encore, je ne connaissais pas vraiment son fonctionnement donc j'ai demandé aux enfants qu'ils me l'expliquent, ceux qui avaient compris et à partir de ce que moi j'ai compris des explications des élèves, j'ai essayé de l'expliquer aux autres qui n'avaient pas compris.
I : Sur les 10 enfants, tu penses que combien avaient compris suite à l'atelier avec l'animateur ?
P1 : Je dirais un ou deux ont pu m'expliquer, après un ou deux savaient mais n'arrivaient pas à me l'expliquer. Toujours pareil des fois tu comprends mais t'arrives pas bien à le transmettre. Et là, à la suite de ton intervention toute une après-midi, je pense que je peux dire, à part un ou deux parce que bon… tout le monde a bien compris comment fonctionnait tous les objets. Et moi la première ! Et je ne suis pas une référence à ce niveau je me mets au niveau des élèves. Il y en a qui comprennent beaucoup plus vite que moi. Mais ce temps de

théorie, j'ai aussi fait ce qui me faisait plaisir et notamment l'expression écrite et le réinvestissement en classe, ça c'est la première année que je l'ai mis en place. Justement, comme j'étais pas vraiment satisfaite de mes stages précédents, parce que j'avais l'impression que ce n'était que de l'animation. J'ai vraiment moi tenu à faire le lien : " Qu'est-ce que j'ai appris ? ". J'avais besoin que les enfants me donnent un retour. Et bon, ça m'a permis de travailler l'expression écrite, le compte rendu, sur des situations vécues et non pas sur le fantasme.
I : Si on récapitule, tu as réinvesti les activités aux Domaines avec l'expression écrite, l'écriture des multiplications un peu différente de d'habitude plus mon intervention.
P1 : Et après, tout ce qu'ils ont appris en technologie sans moi et ça c'est important aussi ! Moi franchement, quand ils étaient avec L. *[A2]*, il leur a fait utiliser des outils, je préférais ne pas voir, tu vois, parce qu'on a toujours le syndrome de la sécurité. Et comme c'est quand même bien encadré, L. est quelqu'un de rigoureux, j'enlève pas toute cette part. Quand je dis anecdotique… La fabrication des objets, si ça n'était resté qu'au stade de la fabrication ça aurait été un peu anecdotique, mais ils ont appris des choses, quand même : de rigueur, de… Là où j'aimerais que la démarche évolue au niveau technologie, au lieu de leur montrer pas à pas comment fabriquer l'objet. C'est-à-dire qu'il y a un modèle qui est déjà fabriqué et les enfants doivent arriver pratiquement au même résultat, c'est un peu la pédagogie du modèle. C'est vrai que le boulier, tu peux pas le faire n'importe comment. Mais est-ce qu'il ne pourrait pas y avoir à la base une fiche technique. Au lieu qu'il y est l'animateur qui soit le transmetteur : on fait ci, on fait ça ; les enfants ont une fiche technique avec le matériel dont ils auront besoin, avec l'image du produit fini et que ce soit eux qui imaginent les étapes intermédiaires. Ceci dit, ils ont appris des choses qu'ils n'auraient pas appris à l'école, donc c'est très bien. Le plus simple c'est de voir le comportement des gamins, s'ils disent en retour oui, ça m'a plu, c'est pas simplement parce qu'ils ont pique-niqué et qu'ils ont joué. C'est parce qu'ils se sont intéressés à quelque chose et qu'ils ont appris quelque chose, qu'ils ont senti que c'était utile pour eux, sinon ils s'ennuient vite les gamins. S'il y a la maîtresse c'est que quelque part, je suis garante à leurs yeux. Si tu pars en sortie avec la maîtresse, ce n'est pas pour faire que de l'animation. Chaque fois qu'on part en sortie, les enfants le savent, c'est pour apprendre quelque chose.
I : Remarques personnelles ?
P1 : Moi, ça me plairait de recommencer l'année prochaine, reprendre ce thème des maths mais avec en théorie tout ce qui est la partie théorique, ne plus m'atteler aux ARM *[Ateliers de Recherche en Mathématiques]* mais avoir des fiches pédagogiques, un dossier instituteurs, avec toutes les pistes qu'on pourrait aborder. Aussi, ça m'intéresserait de savoir comment font les autres instit', comment ils abordent.

4. Entretiens avec le professeur n°2

École B
Fréquence de venue de la classe : 09 et 16/12/03 et 12/03/04.

4.1 Pré-entretien avec le professeur n°2 (le 01/12/2003)

I : Est-ce la première fois que tu viens au Centre ?
P2 : Oui.
I : Est-ce que le thème des mathématiques te plaît bien ?
P2 : Oui, à choisir, je pense que j'aurais pris ça ou peut-être instruments de musique, mais ça me plaît parce que ça je l'aurais pas fait en classe. Instruments de musique, l'année dernière par rapport à ce qu'avait fait K. *[un autre professeur de l'école]*, c'est quelque chose que tu peux faire en classe, même si c'est pas aussi élaboré que ce que vous pouvez faire aux Domaines. Non, c'est très bien ça.

I : As-tu préparé ta visite au Centre ? Pour la classe et pour toi ? Comment ?
P2 : Avec eux, on l'a préparé ensemble quand tu leur as montré les instruments. Je ne vais pas trop leur en dire non plu pour qu'ils découvrent… Ils savent ce qu'ils vont faire, construction d'objets, ils ont vu le modèle final. Après, l'utilisation de tout ça, c'est avec moi, avec les animateurs, on a le temps de voir ça aux Domaines, c'est pas la peine d'en dire trop.
I : Et pour toi ?
P2 : Pour moi, quand je suis venu aux Domaines pour préparer avec toi. J'ai pas cherché plus par rapport aux réglettes de Néper, ça va j'ai compris le fonctionnement. Par contre, il faut qu'on continue ensemble pour ce que je vais faire avec eux.
I : Est-ce que tu prépares toutes les sorties de classe de cette manière ?
P2 : Ça dépend ce qu'on fait, c'est pas forcément préparé avant. Ils savent toujours où ils vont, pourquoi ils vont et il y a forcément une exploitation après. Par exemple on a un travail sur l'eau, on a UDVN qui vient, on travaille sur le cycle d'eau dans la nature, le cycle d'eau domestique et on va au Parc de Larabel juste à côté où la rivière arrive, pour mieux la protéger on leur fait mieux connaître. Et à la suite de ça, je voudrais aller voir un bassin au Vallon d'Aules il y a une réserve, c'est un château d'eau. Ça, ça viendrait à la fin, ils savent exactement comment ça fonctionne, ils savent à quoi ça sert et là ils viendraient en aboutissement. Effectivement, l'exploitation elle se fait après.
I : Tu vas dans des musées aussi ?
P2 : Oui, dans les musées c'est plus pour leur donner l'habitude d'aller dans les musées parce que c'est pas une habitude qu'ils ont culturellement. Souvent c'est le retour en classe après. Souvent je travaille avec les petites plaquettes qu'ils donnent. C'est ce que j'avais fait l'année dernière.
I : À quel musée ?
P2 : C'était Cantini, on en avait fait plusieurs, notamment Cantini. On avait récupéré les plaquettes où il y a des petits tableaux. Ce qu'on a fait c'est qu'on a découpé les tableaux et après on a fait l'analyse de l'œuvre. Comme on l'avait déjà vu en vrai, le voir en petit, ça rappelait l'œuvre. Du coup ils ont pu bien exploiter, parce qu'en petit tu vois pas, il y avait un pointilliste et en petit, tu le vois pas sur les fascicules, c'est un rappel comme ça. Sinon il y a aussi l'opéra en sortie, ils dansent l'opéra les petits. C'est par rapport à la pratique et il n'y a pas d'exploitation.
I : Que penses-tu de l'enseignement des mathématiques et du calcul au cycle 3 ?
P2 : J'ai tout eu au cycle 3 : du CE2 au CM2. Je pense qu'en maths euh… il faudrait comparer par rapport à ce qu'ils leur demandent au collège ça je l'ai pas fait, je le ferai en janvier, j'ai des rencontres avec des profs de collège. Je pense qu'ils sortent avec un bon bagage ça c'est au niveau des apprentissages, des contenus, je pense que c'est bien. Ça donne une bonne base. Après, sur la façon de faire, ça dépend de chacun.
I : Tu penses qu'il y a des points délicats ?
P2 : Peut-être la géométrie dans l'espace qui est un peu difficile pour leur âge, ils ont du mal encore. En même temps de commencer à l'école élémentaire, ça doit faciliter, je pense, le travail après en collège, tout au moins au niveau du vocabulaire. Mais bon, c'est vrai que c'est compliqué.
I : Penses-tu que l'atelier proposé par les Domaines avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ? P2 : Je pense plutôt que ça va, ce que j'espère en fait c'est que ça va recadrer tout ce qu'ils ont dans leur tête. Ça peut leur permettre de mieux comprendre le fonctionnement. Je pense que ça peut les aider de ce côté-là. Après faire des calculs, je sais pas s'ils se rendront compte… Parce qu'ils ont la calculatrice, forcément la calculatrice, c'est pratique. Donc l'utilisation c'est pas vraiment pour faire des calculs, c'est au niveau de la logique. Pour la logique ça peut leur apporter, parce que ne serait-ce que… pour prendre

l'exemple du boulier, tu es obligé de décomposer. Au niveau logique… Et ça peut les aider à mieux comprendre parce que tous les moyens sont bons pour après…

I : Quel est pour toi l'objectif des séances aux Domaines ?

P2 : Je pense que chacun va prendre ce qu'il veut là-dedans, il y en a certain qui vont s'arrêter au niveau technologique. C'est plutôt aborder les maths d'une autre manière, c'est peut-être ça l'objectif premier. L'approche ludique, en construisant des objets.

I : Quelles sont les matières que tu préfères enseigner ? Les mathématiques !?

P2 : Ah non, non, il n'y a pas forcément de préférences là. J'ai peut-être plus de facilités quoi que c'est pas évident. Je n'ai pas vraiment de préférences, tu passes forcément plus de temps à faire du français et des maths qu'autre choses. Français, maths c'est très agréable à enseigner, mais le reste aussi. Je veux dire quand tu es en arts plastiques et que les enfants se régalent et qu'ils développent tout un tas de choses qu'ils ne font pas en maths. Non, c'est très complémentaire. Je crois qu'il faut trouver une manière d'enseigner qui te convienne, au début peut-être à la limite l'histoire-géo, parce que je ne trouvais pas une manière intéressante de l'enseigner à part l'étude de documents écrits qui revient en fait à une étude de texte donc à du français. Mais maintenant c'est bon, j'ai testé plusieurs trucs et là j'en ai trouvé une très agréable où ça se passe très bien. Je pense que comme tu as plus d'heures d'enseignement de français et de maths, forcément tu es amené à plus réfléchir, tu as plus de notions. Donc peut-être que français maths c'est plus facile à enseigner, tu as pris plus de temps pour réfléchir. Et puis c'est avec le nombre des années que tu te poses des questions, parce qu'en une année tu ne peux pas régler toutes les questions que tu te poses. Tu es forcément obligé, petit à petit et puis tu t'améliores et tu deviens performant.

I : Comment introduis-tu la multiplication en classe ? En particulier, le décalage avec les zéros ?

P2 : La multiplication commence en CE1 puis tu poses en CE2, la technique est posée. Le décalage du zéro… J'essaie de me rappeler, je pense que j'ai dû décortiquer. Avant de poser j'ai dû faire apparaître que 450 multiplié par 23, c'est 450 multiplié par 20 et 450 multiplié par 3.

I : Si un élève effectue le calcul suivant, que penses-tu de son raisonnement ?

$$\begin{array}{rrrrr} & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \times & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{6} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

P2 : C'est juste, ça. C'est pareil, à mon avis le résultat final il est bon. Oui, c'est juste.

I : C'est juste effectivement, mais tu en penses quoi ?

P2 : Ben il faut qu'il retravaille les trois dernières lignes, évidemment. Maintenant le problème… alors ça dépend à quel niveau il en est. Si c'est quelqu'un… Peut-être tu peux déjà augmenter les chiffres, s'il y a plus de chiffres, il va s'apercevoir que le nombre de lignes qu'il lui faut devient trop important et là tu fais apparaître la nécessité d'avoir une autre technique. Maintenant, ça dépend où il en est, si tu viens de commencer et si c'est la première fois qu'il pose à deux chiffres, là difficilement tu vas pouvoir augmenter la taille des chiffres. S'il est dans les premiers temps où il apprend la multiplication avec deux chiffres, tu vas pas pouvoir augmenter la taille des chiffres.

I : Si un élève utilise cette décomposition et donne le bon résultat, ça te dérange ?

P2 : Non, après il faut lui faire comprendre que c'est une perte de temps.

I : Et ce calcul ?

$$\begin{array}{rrrrr} & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \times & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline & & & & \mathbf{6} \\ & & & \mathbf{9} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

P2 : Moi, j'ai peur que ça les embrouille plus qu'autre chose. À la limite que tu travailles avec un chiffre, tu le fais pour bien faire comprendre, mais une fois qu'ils ont bien compris là, après je pense qu'il faut passer directement à l'autre méthode. Mais oui, c'est efficace, mais on le fait ça, seulement avec un chiffre, après ça devient trop compliqué.
I : Cette décomposition permet de comprendre le mécanisme des bâtons à multiplier.
P2 : Oui, bien sûr. Ça c'est une chose qu'avec eu il faudra que je le refasse parce que c'est pas forcément, parce qu'ils sont maintenant sur la technique, je fais ça, je fais ça mais peut-être qu'ils ont perdu ce côté là. D'ailleurs avec les CE2 que j'avais l'année dernière qui sont maintenant en CM1, j'ai essayé d'axer sur le sens du départ. Je les ai eus en CE1 et en CE2, je les ai eus vraiment au départ.
Nombre d'années d'enseignement : 6 ans
Nombre d'années d'enseignement en cycle 3 : 4 ans
Nombre d'années d'enseignement dans l'école actuelle : 4 ans
Année du bac : 1992
Série du bac : C
Formation universitaire : DEUG A MMP, licence maths
Matière : maths
Stages à l'IUFM, en formation continue ?
P2 : Danse, cette année. Sinon j'ai rien demandé à part un stage de MAT, maître d'accueil temporaire. Pour accueillir ceux qui sont en première année qui veulent passer le concours.
As-tu fait un stage la main à la pâte ? Non.
I : Tu t'y prends comment pour enseigner les sciences, as-tu un cahier d'expériences ?
P2 : Non, je ne fais pas de cahier d'expériences. C'est encore un domaine que j'ai pas exploité, pourtant, je suis plutôt là-dedans, mais c'est long en fait à mettre en place. J'essaie par une démarche scientifique de varier les supports, donc il y a les expériences, mais je travaille aussi avec la vidéo, avec support papier, j'essaie de varier en passant le plus possible par l'expérience.
I : Particulièrement en sciences tu varies les supports ?
P2 : Oui, plus qu'ailleurs. C'est plus un problème matériel après l'expérience, c'est ça qui bloque surtout, forcément.
I : Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…) ?
P2 : Non. On a UDVN 13 qui vient à l'école, c'est une association à caractère scientifique. On essaie de les faire venir par rapport à tout ce qui est protection de l'environnement.
Sexe, âge, nombre d'enfants : M, 30 ans, 1 enfant.
Remarques personnelles ? /

4.2 Post-entretien avec le professeur n°2 (le 29/03/2004)

I : Alors, je voulais tes impressions après les séances qui ont été bien étalées dans le temps d'ailleurs…
P2 : C'était pas gênant parce qu'il fallait faire un retour et on a été capable de se remettre en mémoire après deux mois même deux-trois mois ! Ils ont été capables de se rappeler après ce qu'ils avaient fait. De toute façon, mais moi je l'avais réinvesti dans… avec la création du site, tu sais. Un site avec partie Domaines et donc, enfin pour ceux qui font cette partie là, il y avait possibilité de se remémorer le comment j'ai fait, matériel, déroulement, heu le boulier, les bâtons de Néper…
I : D'accord. Donc, concernant les 3 séances, ce que ça t'as apporté, pour la classe, pour toi. Comment t'as trouvé ça ?
P2 : Alors, heu… moi à part enfin … pour eux je pense que déjà faire des maths autrement qu'en classe, c'est déjà une très bonne chose. Parce qu'au début c'était pas évident de heu de

dire bah on va aux Domaines et construire des instruments, des objets de, de mesure mathématiques. Et finalement ça les a beaucoup intéressés de… toute cette partie manipulation, construction et heu utilisation, qui n'est pas forcément ce qui les enchanterait le plus.

I : Ouais, toi tu doutais en fait qu'ils allaient accrocher à l'utilisation ?

P2 : Ouais, pas douter, mais je me posais des questions, pour savoir s'ils allaient vraiment être accrochés pour pouvoir faire trois jours à faire ça… Et oui, effectivement, il y a eu aucun souci de motivation là-dessus.

I : Au niveau de la construction, toi tu trouves que c'est pas mal qu'ils construisent les objets ?

P2 : Ah il faut ! Si tu leur donnes à simplement utiliser, à mon avis, la motivation tu la perds. Évident ! C'est évident, d'abord parce qu'ils n'en voient pas l'utilité. Surtout que la multiplication ils savent la poser et puis ils ont la calculatrice. Donc pour eux il n'y a pas d'intérêt. Le boulier c'est pareil, pourquoi s'embêter à chercher comment additionner alors que je peux la poser très simplement et retrouver rapidement le résultat. Donc après il y a un problème de motivation si on l'a pas construit.

I : Et pendant le temps où tu les avais ?

P2 : Ah c'était très intéressant de voir comment ils réagissaient. Alors, j'ai pas pointé chaque enfant par rapport à des difficultés qui ressortaient de… mais par contre c'est intéressant de voir que ça a complété ce qu'ils savaient faire je trouve, certains.

I : Par rapport à ce qu'on apprend en posant la multiplication ?

P2 : Oui. Bah, comme tu le vois autrement, tu vois vraiment ceux qui ont vraiment acquis et ceux qui tâtonnent encore un peu par rapport à la numération de position ou heu. Ha oui, oui. Là tu le vois vraiment. Tu vois que ceux qui maîtrisent, qui, c'est vraiment un acquis, bah ils adaptent au nouveau modèle et puis voilà ! Et quant aux autres, tu en as qui heu, c'était ceux qui sont pas encore vraiment sûrs de ce qu'ils ont fait, de la numération de position qui hésitent encore, bah ce problème là il ressort encore plus, ave le boulier par exemple.

I : Et sur le déroulement des séances proprement dit, t'as essayé de leur expliquer comment ça marchait ?

P2 : Moi, alors moi, c'était, d'abord on a commencé avec les groupes par le boulier, par écrire les nombres, faire des additions, heu je crois que c'est tout ce qu'on a fait, je crois au début.

I : Et la soustraction, peut-être ?

P2 : La soustraction, à la deuxième séance je crois. Et après on a essayé les multiplications. Et après on a utilisé les bâtons de Néper pour montrer que c'était plus simple. Parce que l'addition, la multiplication avec le boulier, ils ont essayé avec additions répétées, successives, ils ont essayé.

I : T'envisages autrement, t'as d'autres idées ? Maintenant que tu l'as fait une fois, si tu le refais une deuxième fois.

P2 : Je sais pas. C'est-à-dire construire autre chose ?

I : Non, non, sur toi. Si tu refais l'atelier l'année prochaine sur ce thème, comment tu déroulerais les séances ?

P2 : Ah bah, comme ça !

I : De la même manière ?

P2 : Ah oui, oui, oui. Ah oui, c'est très bien comme ça. Ah oui, vraiment !

I : Et de ton point de vue, ça a été un apprentissage dans quelle matière ? Ils ont fait des maths, est-ce que tu privilégies l'aspect technologique ?

P2 : Ah, bah a priori je crois que ça va dépendre des enfants, ça il faut leur demander à eux. Moi, ça paraît évident qu'ils ont fait des maths, mais sauf que eux ils voient pas forcément qu'ils ont fait des maths. Il y a les deux, il y a les maths et il y a l'aspect heu technique, du fait de la construction.

I : Oui, et toi au début, tu m'avais dit que c'était pas vraiment pour le programme de maths, mais c'était surtout pour aborder les maths autrement.
P2 : Oui, ah oui, ça l'est toujours.
I : Et toi tu l'envisagerais de faire cet atelier-là avec des plus petits, par exemple avec des CE1 ?
P2 : Comme je te le disais l'autre fois, oui. Et les plus petits, tu vas pas arriver… heu, avec le boulier, pour écrire des nombres. Mais les bâtons de Néper, avec le plus petits, non. Je suis pas sûr que ce soit efficace.
I : Pour apprendre la multiplication, tu penses que Néper, c'est pas possible ?
P2 : // Alors, ça va être fin de CE1. Oui, oui, si c'est possible pour aborder la multiplication, oui tout à fait. On l'aborde comme ça, de cette façon-là. Ça compléterait. Pas que par ça je pense, mais il faut que ce soit un complément.
I : Et au niveau général, le groupe classe, quand ils étaient là-bas, tu l'as trouvé comment ?
P2 : Je trouve qu'ils se sont très bien comportés et en même temps ils étaient très intéressés. Moi je n'ai vu aucun problème.
I : Est-ce que tu veux essayer de poursuivre par la suite avec d'autres activités ?
P2 : Moi, par rapport à l'année prochaine, moi j'aimerai bien le refaire. D'abord parce que moi je l'ai déjà vécu, après ça va dépendre ce que j'ai moi comme classe, si je garde des grands, des CM.
I : Pourquoi tu aimerais bien le refaire ?
P2 : D'abord je pense vraiment que c'est un très bon complément, peut-être un peu plus tôt dans l'année ou avoir les 3 séances d'affilé, du coup ! Et pas sortir au mois de mars avec la troisième séance. Pour l'utiliser, pour approfondir. Mais j'aimerais bien le refaire, oui. Quant à l'utilisation, je pense que pour les décimaux, ce qu'on avait dit, réutiliser le boulier, je vais leur demander de le ramener, que le boulier, du coup. Le reste, je pense pas. Peut-être qu'en fin d'année, on refera un point, pour qu'ils remémorent un peu ce qu'ils ont fait. Ou alors qu'ils écrivent comment l'utiliser. Parce que ça, l'année prochaine, je suis pas sûr que s'ils retrouvent leurs bâtons de Néper ils sachent comment les réutiliser. Alors peut-être ça serait bien de voir ça, de faire ce petit travail de mémoire.

5. Entretiens avec le professeur n°3

École A
Fréquence de venue de la classe : 06, 13 et 20/01/04.

5.1 Pré-entretien avec le professeur n°3 (le 18/12/2003)

I : Est-ce la première fois que tu viens au Centre ?
P3 : J'étais allé les années précédentes, on avait fait un travail sur les circuits électriques.
I : En électronique ?
P3 : Oui, en électronique, exactement.
I : Pendant deux ans ?
P3 : Oui, deux années déjà.
I : Deux fois sur ce thème, c'est toi qui l'avais choisi ?
P3 : Non, en fait c'était le thème choisi par G. P. *[un autre professeur de l'école]*, comme j'arrivais sur le CM2, c'était plus facile pour moi de m'inscrire dans ce thème plutôt que de chercher un nouveau thème, une nouvelle progression. En plus c'est difficile de faire de la techno à l'école sans matériel, ça tombait bien.
I : Tu gardais la progression résistant-conducteur ?
P3 : Oui, la même chose.
I : C'est moi qui t'ai proposé le thème en mathématiques, tu avais envie de changer ?

P3 : Oui, tout à fait et en plus comme on avait travaillé sur les ateliers de recherche mathématiques, si tu veux, pour moi le thème des mathématiques c'était intéressant. En même temps la situation ne se présente pas de la même manière que l'année précédente parce que l'an dernier j'avais commencé les ateliers de recherche et cette année on peut dire qu'on est en retard. Par exemple dans l'autre CM2, ils ont commencé les décimaux, mais il s'est posé plusieurs problèmes, déjà le problème que les enfants de CM1, de CM2 de cette année ont bénéficié de deux mois, ont perdu deux mois de classe l'année dernière. On a eu une grosse, grosse pression des parents et de l'équipe pédagogique, des maîtres de CM1 qui n'avaient pas fait une partie du programme que nous, on a été obligé de faire en début d'année.

I : Pourquoi as-tu accepté de travailler sur l'atelier en mathématiques?

P3 : Je trouve ça intéressant de poser aux enfants les mathématiques en d'autres termes, sous d'autres aspects. Je pense que ça va les servir. Ça va aider ceux que les mathématiques rebutent et dans cette classe, cette année, il y en a au moins cinq ou six ! D'après les difficultés que j'ai eues sur des notions, par exemple là, on vient de faire les mesures de longueurs, les mesures de masses, j'ai des enfants qui ne savent absolument pas se servir d'un tableau de conversion. Il y a L. *[une élève]* qui ne sait pas poser une soustraction. Je pense que ces gamins-là, en fait, ils ont besoin d'être attirés, j'ai l'impression qu'on a besoin de les intéresser autrement que l'aspect rébarbatif des maths. Parce que le début de leur scolarité, j'ai l'impression que ces gamins là, ils ont fait complètement un blocage là-dessus. J'ai l'impression qu'ils se sont butés d'entrée et qu'on les a dégoûtés.

I : Tu leur as parlé de cette sortie aux Domaines ?

P3 : Oui, je leur en ai parlé, je leur ai dit qu'on irait aux Domaines, je leur ai dit qu'on travaillerait en mathématiques.

I : C'est pas en technologie que tu leur as dit, c'est en mathématiques ?

P3 : Oui, enfin pour moi c'était… Au départ, avec I. *[P1]* on pensait leur proposer des ARM *[Ateliers de Recherche en Mathématiques]* et puis ça ne l'a plus intéressée, alors elle a arrêté. Mais moi je pense qu'il faut que moi aux Domaines je leur propose des trucs proches de ce qu'ils vont faire dans les ateliers, que ce soit immédiatement l'aspect pratique et moi je trouve ça bien.

I : Est-ce que tu prépares toutes les sorties de classe de cette manière ?

P3 : Je sais pas trop. Bon, les sorties à l'Observatoire, le problème c'est que je ne fais pas cette matière-là dans ma classe donc, si tu veux il n'y a ni d'avant ni d'après, c'est I. *[P1]* qui fait ça. Moi je fais l'histoire et l'anglais dans sa classe et elle, elle fait des sciences et de la géographie dans la mienne. Donc si tu veux, ça j'ai pas eu, ça me manque un peu aussi ce côté-là, j'ai pas eu ma touche personnelle là-dessus. Qu'est-ce qu'on a fait comme sortie encore ? On est allé dans la colline, mais ça c'est complètement différent. On est allé planter des arbres en fait ! On est allé participer à une action de reboisement et on a lu *L'homme qui plantait des arbres* de Giono, on s'est interrogé sur le pourquoi c'était utile de le faire, on s'est aperçu qu'il y avait une histoire d'écosystème et tout ça, mais bon c'est pas non plus trop ma spécialité ! On a essayé quand même d'en parler un petit peu avec eux. Et puis, ce sont des enfants qui ont fait beaucoup, beaucoup dans les années précédentes des projets forêt.

I : Que penses-tu de l'enseignement des mathématiques et du calcul au cycle 3 ?

P3 : Ben écoute, moi au départ, il faut être honnête, je ne suis pas quelqu'un de matheux ni de scientifique, si je devais me donner un niveau, je me donnerais D, quoi ! Malheureusement, c'est le niveau que j'avais dans ma scolarité… En fait j'ai quand même été un peu récupérée parce que j'ai fait un DUT de gestion, donc j'ai été obligé un petit peu de m'y mettre à un moment donné et si tu veux, ça m'a un peu rattrapée et en fait j'adore faire des maths avec eux. Paradoxalement, pour quelqu'un qui est littéraire à 100 % et surtout depuis que je suis en CM2, pour moi c'est vachement intéressant parce que justement, n'ayant pas de facilités, je suis obligée de prendre les choses de leur point de départ en fait, je fais les choses de manière

très, très approfondie, enfin moi au niveau de ma recherche personnelle, de mon travail personnel. Et en fait pour moi c'est intéressant. Et puis les maths, c'est une matière… à part ceux qui font le blocage, mais pour la majorité des enfants, j'ai l'impression que ça leur plaît par exemple par rapport à la dictée… Là, je viens de faire un stage de liaison CM2-6ème et là, ce qui ressort des formateurs IUFM qui viennent nous voir et c'est l'impression qu'on a nous, c'est que les gamins, si on leur demande tu préfères faire des maths ou du français, ils vont te dire faire des maths. Il y a un aspect ludique, enfin je sais pas, en tout cas c'est ce qui est ressorti de cette formation. Parce qu'en fait on parle des évaluations CM2, enfin 6ème qui portent en fait sur le programme de l'école primaire. Alors ce qui est marrant c'est que les filles ont des meilleurs résultats que les garçons mais après les garçons ont une meilleure réussite en maths enfin c'est particulier. Mais je pense que c'est un truc de garçon les maths.
I : Ah bon, tu penses !
P3 : Ah oui, moi le regard que j'ai à l'école primaire, les garçons préfèrent les maths en général, plus les garçons que les filles. Oui, c'est toujours ce que j'ai constaté, bon il y a des exceptions et ça ce sont des généralités, mais c'est vrai que d'une manière générale, les maths ça leur plaît plus.
I : Penses-tu qu'avec l'atelier proposé par aux Domaines, tu vas faire des maths, que ça va pouvoir te servir pour faire des maths en classe ?
P3 : Je ne sais pas exactement si ça va me servir pour faire des maths en classe, mais en tout cas, comment dire ? Oui, j'ai l'impression que ce qu'on va faire se rapproche plus des maths que de la physique ou autre chose.
I : C'est plus pour changer la vision des maths que tu vas aux Domaines ?
P3 : Oui, parce que ça leur permet de faire autre chose, ça leur permet de sortir du cadre de la classe. En fait ce qui est intéressant pour les gamins, je pense c'est qu'ils s'adaptent à des nouvelles situations, qu'ils s'adaptent à de nouvelles problématiques qu'on leur donne, de nouvelles situations de travail. Travailler autrement.
I : Pendant le temps de Théorie, tu penses faire des exercices pour utiliser les objets?
P3 : Écoute, normalement je vais essayer de lire ce que tu m'as donné, si je m'en sors ! Nous au niveau de la pédagogie, on est tenu par une obligation… que ça s'insère bien, qui est toujours un objectif qui se rattache à ce qu'on fait, il me semble.
I : Dans le programme scolaire, tu veux dire ?
P3 : Oui, mais enfin c'est large, parce que par exemple je travaille sur l'autonomie, ça peut s'insérer à ce niveau-là. Il y a pleins d'endroits par lesquels on peut rattacher.
I : Est-ce qu'il y a des matières que tu préfères enseigner ?
P3 : J'ai pas énormément de préférences, moi par rapport à cette classe-là, des grands de CM2 qui vont quitter l'école, il y a deux ou trois trucs qui me semblent très, très importants. Moi, je préfère laisser partir des enfants qui savent lire, écrire et compter correctement. Lire, bon, dans cette classe il n'y a pas de problème. Je crois que dans l'autre classe ils ont plus de difficultés. Écrire, mon objectif à moi c'est qu'on arrive à sortir du CM2 en ayant une orthographe acceptable, qu'on les laisse pas partir par exemple une gamine qui ne sache pas faire une soustraction, qui ne sache pas faire une multiplication ou une division, ça moi ça me semble très, très important. Et en même temps dans la manière dont je travaille, il me semble sans prétention, dans la manière dont je travaille tous les jours, j'essaie d'être vachement attentive à ça. C'est plus important que de m'intéresser particulièrement à quelque chose, bien que j'adore faire faire de l'expression écrite, des maths aussi, ça vraiment ça ne me déplaît pas.
I : Si tu ne fais pas de sciences et ni de géographie, c'est que tu aimes pas ?
P3 : Alors d'une part parce que ça nous arrangeait, d'autre part parce qu'en fait moi ça fait ma troisième année ou quatrième, enfin ça fait pas très longtemps que j'ai le CM2. Ce genre de matière, je n'ai pas encore eu le temps de faire un vrai travail de recherche pour moi, dans ma

préparation. J’ai pas eu le temps, par exemple en sciences qui n’est pas du tout mon… je ne peux pas l’improviser quoi, dans toutes les matières scientifiques, c’est un peu pareil, je vais être obligée d’abord de faire des recherches, de faire des préparations très, très heu… avec beaucoup de contenu pour que moi après en classe je puisse travailler sans filet parce qu’en fait, j’ai pas du tout une formation à ce niveau-là. Bon, géographie : aucun problème sauf que de plus en plus, on nous demande de travailler avec des documents, des cartes, des plans, ça demande à mon avis beaucoup de travail de préparation. En fait, je crois que si tu interroges I. *[P1]*, elle te donnera la même réponse que moi, par exemple elle-même le dit, en histoire, elle est incapable… il faudrait qu’elle se repenche sur le truc, donc ça nous arrange dans la mesure où ce en quoi chacune est plus spécialisée, parce que moi j’ai eu le temps de travailler en histoire, j’ai bossé pendant trois mois comme une folle pendant mon congé de maternité ! Et je me suis fait une super préparation d’histoire. Un truc que j’ai pas eu le temps de faire en géo, un truc que j’ai pas eu le temps de faire en sciences. Bon, je l’aurais fait cette année, je vais peut-être devoir m’y remettre parce qu’I. *[P1]* part en congé de maternité, je ne sais pas si son remplaçant sera d’accord pour prendre la suite. Mais, pour moi ça va être un surcroît de travail, quoi.

I : D’accord, donc c’est plus par manque de recherches personnelles sur un sujet ?

P3 : Oui pour avoir matière à dire, à enseigner. Parce que si tu prends… de prendre un manuel, ça ne m’intéresse pas trop.

I : Pour les multiplications et le décalage avec les zéros, tu n’en dis pas plus qu’aujourd’hui pour le revoir en CM2 ? *[En référence à la séance qui vient de se dérouler à l’école]*

P3 : Le problème c’est que les gamins qui passent dans les classes, pour les CM1 c’est relativement de la même manière, bien qu’il faudrait que je vérifie j’ai pas trop le temps d’approfondir à ce sujet. Le problème qu’on a c’est qu’on a des enfants qui font une technique, une autre technique, et encore une autre technique, donc en classe si tu veux, je m’en suis aperçue pour la division par exemple. J’ai même eu le reproche des parents, ils te reprochent de trancher et de leur demander de faire un truc en particulier alors qu’eux, ils ont appris différemment, tu vois ce que je veux dire ? Le problème qu’on a souvent, c’est des petits trucs, pour moi c’est pas très important mais en fait ça prend une très grande importance, tu t’aperçois quand tu discutes avec les parents : " Ah mais oui, mais moi… " Alors des fois c’est eux qu’ils leur ont appris autrement, parfois c’est dans les classes d’où ils viennent ils ont appris encore différemment. C’est pour ça, là j’ai pas insisté, mais à la fin, moi ce que je dirai c’est que la retenue on l’a de tête, c’est mon objectif final. Je vais être amenée à dire, la retenue, comme les meilleurs en maths l’on dit d’ailleurs : " Moi maîtresse, la retenue je la garde dans la tête ! ". Moi je suis toujours obligée de présenter les choses de la manière la plus simple, la plus accessible qui soit, pour après compliquer les choses. Si je vais trop vite, pour la division comme t’as pu voir dans les cahiers, j’ai commencé ma division et à un moment donné, j’ai dû reprendre à zéro, au bout d’une semaine, dix jours quoi. Je suis repassée par les dessins, je suis passée par Retz. Comme ils avaient pas fait le programme, les parents s’étaient investis cet été, la plupart, pas tous, pour leur faire les parties du programme qui manquaient. Alors tu vois, j’ai vraiment eu de tout, et ça a été vraiment la catastrophe. Pour le début, le collègue de CM1 m’avait donné sa progression que j’ai essayé de mettre en place et puis après vite, vite, vite : machine arrière, parce que ça marchait pas du tout. Ensuite j’ai donné des fiches, et on repart avec mes schémas, avec Retz et l’histoire des pirates et du tas de pièces d’or à partager : les centaines puis les dizaines puis les unités. On avait dû reprendre quelque chose accessible à tous.

I : Si un élève effectue le calcul suivant, que penses-tu de son raisonnement ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
	1	**8**	**9**	**6**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**

P3 : Bon, déjà une règle qui me paraît évidente si j'ai un nombre de deux chiffres ici multiplicateur ou multiplicande, j'ai oublié, il faudrait que je revoie ! Ben, j'aurai que deux lignes de calculs. Heu… Ah bah voilà c'est ça : pour multiplier 7 tu as multiplié ça puis ça puis ça tu as fait une ligne pour chaque. Alors… Disons que ma crainte… Est-ce que c'est pour le proposer aux élèves? Oui, alors ce que j'en pense c'est que moi mon objectif dans les jours qui viennent, ça va être qu'ils maîtrisent la multiplication dite classique, mais après, c'est vrai que c'est intéressant de quand ils auront maîtrisé, malheureusement à un moment donné on va un petit peu les perdre, mais ça va être bien de les faire revenir et ça va nous montrer en fait s'ils sont capables de bien, d'aborder autrement, s'ils ont bien compris ! S'ils arrivent à bien comprendre, qu'on puisse leur proposer autrement, et qu'ils arrivent à gérer eux les deux manières, ce sera gagné.

I : Si un élève fait cette décomposition et donne le bon résultat, tu notes comment ?

P3 : Toi tu pars du principe qu'un élève est capable de trouver tout de suite, sans explications de la part de quelqu'un, qu'il est capable de comprendre tout de suite pourquoi on a mis 4 lignes de calculs ?

I : En fait, je te présente ça car ça permet de comprendre pourquoi ça marche Néper et puis ça explique de la technique habituelle de multiplication. D'un point de vue mathématique c'est totalement correct, par contre l'autre méthode a l'avantage d'être bien plus efficace. Et ce calcul ?

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \times & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline & & & & \mathbf{6} \\ & & & \mathbf{9} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

P3 : Oui, c'est la même chose. Avec cette technique, c'est plus la question du sens de l'opération.

Nombre d'années d'enseignement : 11 ans

Nombre d'années d'enseignement en cycle 3 : 5 ans, dont 3 ans en CM2.

Nombre d'années d'enseignement dans l'école actuelle : 5 ans

Année du bac : 1986

Série du bac : A2 (lettres et langues)

Formation universitaire : maîtrise LEA, DUT gestion (1an), CAPE 1993. Pas de stabilité d'emploi dans sa branche, idée institutrice jamais écartée.

Matière : assez polyvalente : économie, commerce, droit, langues, mais aucune formation en sciences expérimentales : passée à travers avec toutes les réformes.

P3 : Je suis passée au travers de l'enseignement des sciences ! Jusqu'en troisième oui et après terminé ! En plus, en littéraire on avait des profs de physique souvent incompétent…

I : Stages à l'IUFM, en formation continue :

P3 : Oui, j'ai fait beaucoup d'informatique parce que ça m'intéresse. Là, en février je fais un stage sur la littérature, à partir de cette année on nous demande d'introduire la littérature, les œuvres classiques, les auteurs de littérature jeunesse.

I : Tu n'as jamais demandé des stages en sciences, pour t'aider ?

P3 : Non parce qu'en fait ça reste des stages qui sont pas intéressants…

I : La main à la pâte ?

P3 : Si, la main à la pâte, j'ai fait une semaine. Je l'avais fait, il y a longtemps. J'en avais entendu parler, j'ai un peu vu comment ça fonctionnait, mais en même temps, je me sens tellement pas à l'aise… que même ça je ne l'ai pas mis en place.

I : Ça ne te donne pas assez d'outils pour le faire en classe ?

P3 : Le seul truc que j'ai pu faire c'est tout ce qui concerne la nutrition, je me sentais plus à l'aise dans les petites classes avec moins de connaissances personnelles, sur les écosystème, le milieu maritime, le milieu forêt. Par contre ce qui est vraiment sciences : le mouvement… là ça me pose vraiment d'énormes problèmes.

I : Tu vas plus facilement vers une formation dans un domaine que tu maîtrises déjà un peu ?

P3 : Oui, c'est vrai. Parfois les formations tu t'y ennuies, parfois c'est très mal fait…
Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…) ? Non
I : Est-ce que ces formations t'ont apporté des choses sur la manière d'enseigner ?
P3 : Non, en fait c'est très rare, même en IUFM la formation laisse tellement à désirer… On te donne pas les clefs, on te balance un enseignement théorique, ça d'accord, plus ou moins bien fait mais après ça pêche par tout le reste, par les techniques… En fait je me suis beaucoup intéressée par moi-même aux choses, on doit avoir une bonne culture générale.
Sexe, âge, nombre d'enfants : F, 35 ans, 2 enfants.
Remarques personnelles ? /

5.2 Méso-entretien avec le professeur n°3 (le 09/01/2004)

I : Alors, tes impressions sur le déroulement des séances, commençons par le matin ?
P3 : Moi personnellement, mais c'est ce qu'on a dit l'autre fois, par rapport à moi personnellement ça a été le manque de travail en amont qui se ressent et qui s'est ressenti et qui se ressent toujours malheureusement. Parce que c'est une situation nouvelle pour moi et je n'ai pas eu l'habitude de travailler là-dessus, ça c'est certain, heu… Et puis peut-être aussi parce que je n'ai pas particulièrement de facilité dans cette gestion-là, enfin bon ça c'est encore autre chose. Sinon, c'est vrai que dans ce groupe-là, j'avais mis volontairement des enfants qui… étaient heu capables si tu veux, de s'en sortir relativement bien, quoi. Peut-être que dans le deuxième groupe et peut-être dans le troisième groupe ce sera moins évident. Mais c'est vrai qu'aussi ce qui me frappe moi par rapport à ce qui s'est passé heu l'autre jour : ça a été complètement différent d'un groupe à l'autre, enfin moi il me semble. Et le premier groupe du matin, il est resté beaucoup plus concentré sur l'activité. Et même si au départ, l'amorce du travail, c'est qu'ils ont un petit peu tâtonné, de part ma faute, de la manière dont j'ai posé ce problème. Mais, heu… en même temps, ils ont tâtonné, il y a eu un déclic parce qu'il y a eu d'autres interventions, donc après ça a marché mais ils ont bien réfléchi, il y a une habitude de, vraiment de recherche, de travail, de concentration, il me semble qu'on n'a pas retrouvé l'après-midi. Heu parce qu'il y avait déjà eu peut-être une bonne partie de la journée qui s'était écoulée, parce que étant donné qu'ils sont dans des ateliers, où on leur demande moins de concentration sur des choses sur des, c'est plus de la manipulation, de la fabrication d'objet et puis que c'est alterné avec beaucoup de parties de sorties récréatives et tout ça. Bon, ils ont peut-être aussi un peu pris ça dans un autre, d'un autre angle, quoi.
I : La mauvaise habitude du matin ? !
P3 : Non, je ne dirai pas que c'est une mauvaise habitude parce que peut-être bon c'est un choix de fonctionner de l'intervenant, mais bon, ils étaient moins attirés, ils ont moins accroché au sujet. Ça c'est peut-être plus général. Après, dans… plus dans la situation, c'est vrai que ça dépendait de l'enfant hein, c'est un petit peu… Là on voit ressortir les, les différences d'un élève à l'autre, des différentes possibilités de réfléchir. Enfin moi, personnellement je crois qu'on en a déjà parlé, cette année c'est très, très difficile, quand on leur pose comme ce matin une situation qui est nouvelle : ils voudraient tout de suite avoir les clefs, même plus que ça, ils voudraient avoir la réponse, voilà. Ils voudraient ne pas avoir à passer par une étape de réflexion. Par exemple, comme là tracer deux segments, donc il va falloir qu'ils réfléchissent, qu'ils fabriquent d'autres, d'autres bandes éventuellement, un gabarit, tout ça bon. Et bien si on leur…, ils voudraient eux qu'on leur donne la réponse, tu vois ils voudraient en fait qu'ils n'aient pas le côté je réfléchis l'aspect un petit peu intellectuel, enfin moi c'est un peu ce qui me pose problème cette année, dans cette classe quoi. Tout ce qui est par exemple résolution de problèmes, je suis obligée de repartir de zéro parce ce que, parce qu'ils… d'abord ils ne lisent pas, ensuite ils ne se représentent pas la situation. Enfin, toutes les étapes qui voudraient qu'on réussisse en situation de problème, ils

ne les font pas. Voilà, ils ne passent pas par ces étapes-là. Donc quand on leur pose par exemple comme le boulier, c'est quand même une situation problème au départ, et c'est quelque chose de nouveau. Bon encore que là c'est pas pareil parce qu'ils manipulent, on déplace, bon. Mais quand c'est purement écrit, qu'il faut vraiment intellectualiser tout ça et c'est très difficile. Bon, bah c'est particulier aussi à ce groupe-là, cette année en fait.

I : Donc, est-ce que tu penses que c'est un travail pertinent si tu vas aux Domaines en maths ?

P3 : Oui, moi je pense que c'est tout à fait pertinent heu, de toute manière ce qui est intéressant, c'est qu'on reparle de la numération de position, quelque chose qui…, c'est bien de proposer quelque chose qui normalement est su et connu des élèves et de les mettre sur cette même notion, de les mettre devant un problème qui l'aborde, mais de manière différente. Voilà, déjà ça c'est un point positif. Et moi je me rends compte que c'est une situation qui est beaucoup plus riche que ce qui ne paraît au départ. Pour moi, c'était réglé en quelques, en quelques, bon, manipulations et en fait non. C'est tellement, y'a tellement de choses en fait. Puisqu'il y a d'abord lire, écrire les nombres et il y a toute la base compter, calculer en fait. Et ça, je bon, j'ai un petit peu regardé, pour l'instant je ne maîtrise pas le tout, mais bon je pense qu'il y a beaucoup, beaucoup de choses à faire.

I : Comment est-ce que tu imagines la prochaine fois ?

P3 : Alors, il y a le troisième groupe qui doit passer par la, par la phase par laquelle on est passé avec les deux autres. Ce qui m'inquiète aussi c'est le groupe de l'après-midi, comment on va pouvoir reprendre, avec moi, enfin lorsqu'ils seront avec moi. Par quoi est-ce qu'on va pouvoir recommencer ? Parce que c'était, c'est quand même assez compliqué, je ne sais pas trop comment partir pour essayer d'éclaircir un peu la situation.

I : Moi, je pense repartir justement comme ça, essayer de faire un, ce qu'ils se rappellent qu'ils pensaient avoir trouvé. Peut-être faire lire des nombres aussi. Et puis moi je pense utiliser L. *[une élève]* **qui a eu une idée super pour le boulier japonais.**

P3 : Oui. Mais alors travailler avec le boulier japonais ?

I : Non pas encore, continuer avec le boulier chinois en sachant que cette élève à des idées qu'on peut aussi tester sur le boulier chinois. […]

5.3 Post-entretien avec le professeur n°3 (le 29/01/2004)

I : Donc, ton impression générale par rapport à l'atelier des Domaines et en particulier ce que tu penses de la réalisation et de l'utilisation de ces instruments, l'intérêt pour un apprentissage en mathématiques en CM2.

P3 : Alors, ben moi si je veux faire un bilan de tout ça, il est très positif, c'est quelque chose que j'ai trouvé de très riche, de très intéressant, captivant même ! Franchement, pour moi aussi bien que pour eux, ça a été une véritable, comment dire, heu un apprentissage extraordinaire, voilà. Je pense qu'il y a beaucoup de choses qu'on peut faire, qu'on peut faire avec ce type d'instrument. Je pense qu'il trouve sa place, enfin avec le recul que j'ai par rapport aux, à ce que je connais des apprentissages en cycle 2 et en cycle 3, je pense quelque chose qui trouve sa place dans des classes comme le CE1, CE2 sur la numération heu pour bien comprendre les bases de la numération décimale. Et je pense que dans une classe comme le CM2, justement ça renforce heu ce type d'apprentissage, ça le comment, ça le fait mais d'une autre manière en fait. Pour moi, ça a été le revoir mais dans un cadre différent. Donc, c'est encore plus enrichissant quoi. Voilà et heu bon ce qui concerne les opérations aussi, ça fait énormément travailler tout ce qui est le calcul mental, donc numération de position, calcul mental et les opérations, la multiplication surtout, je trouve que c'est particulièrement intéressant sur la multiplication et puis bon, d'une manière générale c'est quelque chose de très intéressant.

I : Oui, et au niveau de la fabrication des objets, de la réalisation des enfants, ce côté-là ?

P3 : Je pense que, bah disons que moi ça m'a un peu échappé moi personnellement parce que j'ai pas vraiment eu le temps de m'y intéresser mais c'est vrai que, si on prend d'un point de vue technologique pur, on est censé leur faire fabriquer, leur faire utiliser des instruments, manier, découvrir d'autres choses et je pense que ça rentre tout à fait dans ce cadre-là, en fait. Le fait de leur faire fabriquer un boulier ou les réglettes, surtout un instrument de A jusqu'à Z, ça veut dire qu'ils ont eux, peut-être pas tout à fait compris, mais dont on leur a expliqué la conception, qu'ils ont fabriqué et que finalement ils ont fini par utiliser, il y a vraiment une progression extraordinaire. On peut pas dire le contraire.

I : D'accord et du coup, l'objectif des séances, tu le centrerais sur quoi ?

P3 : Ben je pense que l'objectif principal c'est la numération de position, c'est même certain. Mais il y a d'autres objectifs, les objectifs de calcul mental, connaître ses tables quand on veut faire une opération, heu faire des groupements, heu calculer sur les nombres, manipuler, heu, enfin voilà. Et après c'est vrai que ça c'est pour les objectifs purement mathématiques a priori, mais c'est vrai qu'il y a d'autres objectifs, des objectifs de fabrication, après tous les objectifs de travail de groupe heu comment dire travailler heu je ne sais pas s'il y a eu entraide, je ne l'ai pas vu, mais il y a eu tout un tas de choses qui ont du se passer dans les ateliers, dans les différents groupes qui doivent m'échapper, mais qui concernent tout un tas de choses qu'on essaie nous de mettre en place par ailleurs dans d'autres situations.

I : D'accord. Sur la gestion des temps de théorie, donc sur toi quand tu as eu ton groupe donc on avait un peu regardé ensemble l'évolution des séances, t'en as pensé quoi ? Est-ce que tu aurais d'autres choses à proposer ?

P3 : Non, dans la mesure où pour moi c'était une découverte donc j'ai pas trop réfléchi en amont. C'est vrai que je me suis tout à fait inscrite là-dedans parce que je pouvais pas sortir non plus du cadre, je n'avais pas les, les éléments pour le faire. Non, je pense que par rapport à, c'est vrai que c'est, ça peut être quelque chose de très condensé aussi parce que étant donné qu'on travaille sur les 4 opérations, qu'on a d'autres instruments, on avait les réglettes et tout ça sur lesquelles on n'a pas du tout travaillé. Donc après je pense qu'il y a un problème de temps qui se pose. Il y a aussi le danger de l'étaler trop dans le temps, peut-être, il y a aussi ça comme problème. Donc non pas de proposition particulière.

I : Si tu le refaisais, tu garderais à peu près le même procédé ?

P3 : Ah oui, je pense que oui.

I : Et tu disais, tu veux peut-être revenir en classe là-dessus, sur quoi exactement ?

P3 : Oui. Heu tout dépendra de ce qu'on aura à faire, mais revenir un peu dessus, si on a le temps par rapport à tout ce qui est calcul mental. C'est vrai que là, la remplaçante va traiter les décimaux, je sais pas si elle va l'utiliser ou pas.

I : Remarques personnelles ?

P3 : Non, non, non. C'est vrai que pour moi ça a été vraiment… Au départ, je pensais pas du tout qu'on pouvait en tirer tout ça pour être honnête ! C'est tout.

I : Et quelle formation tu aurais aimé avoir avant ? Est-ce que tu penses que quelques jours de formation, avec les objets en te mettant en situation un peu comme les élèves l'ont été, ce serait bien ?

P3 : Ouais, comme on l'a dit l'autre fois ce qui était bien c'est que je découvrais en même temps qu'eux donc je n'ai pas pu les aiguiller sur telle ou telle piste, c'est certain. Mais heu bon, il y a le pour et le contre là-dessus. C'est sûr qu'après pour proposer des problèmes et tout, il faut bien maîtriser son utilisation. La vraie situation problème de départ qui était " A quoi ça sert ? " et " Comment on s'en sert ? ". Ça oui, peut-être que ça a aidé le fait que je ne sache pas. Mais après, dans le courant de l'utilisation, de la découverte, bon il aurait été préférable que je maîtrise un peu plus je pense.

6. Entretiens avec le professeur n°4

École C
Fréquence de venue de la classe : 09, 13 et 26/03/04.

6.1 Pré-entretien avec le professeur n°4 (le 09/03/2004)

I : Est-ce que tu étais déjà venu au Centre ?
P4 : Oui j'étais déjà venu il y a quelques années, ça fait 5 ans je pense et l'année dernière aussi. Donc aujourd'hui c'est la troisième fois.
I : Pourquoi tu n'es pas venu pendant quelques années ?
P4 : Ben je n'avais pas de créneau, il y avait le plan Vigipirate et compagnie, donc ça a mis un peu des bâtons dans les roues. La première année j'avais travaillé sur l'électronique et l'an dernier sur l'air et donc cette année, je voulais un petit peu changer.
I : Alors, justement pourquoi as-tu choisi ce thème ?
P4 : D'abord on s'était rencontré un peu l'année dernière et on en avait parlé.
I : Oui, mais même avant qu'on en discute !
P4 : Oui j'avais vu un petit peu ce qu'il y avait dans la vitrine et j'ai trouvé ça original. Quand on m'a expliqué… bon parce qu'il y avait autre chose que ça sur les mathématiques, je crois une histoire de formes aussi, j'ai trouvé ça pas mal aussi et j'avais envie de changer parce que… Je dis pas qu'on sait tout faire, mais enfin au niveau électricité, électronique, au niveau un peu tout ce qui se fait, on a disons quelques compétences, enfin notre formation, dans notre travail quoi. Et en tout ce qui concerne le calcul, là c'est une découverte. Si on veut déjà pour moi c'est un apport personnel, c'est quelque chose de nouveau et ensuite je voulais voir comment pouvaient réagir les élèves à ce genre de choses, je trouve ça intéressant.
I : Ce que tu veux dire c'est qu'en sciences, il y a plus d'outils ou de bouquins, de formations qu'en maths ?
P4 : Oui, tout à fait. Tout à fait en sciences bon tout ce qui est technologie, on trouve toujours quelque chose à faire en technologie. Il y a des bouquins, il y a beaucoup de possibilités.
I : Concernant la préparation, on s'était rencontré avant les vacances, je t'avais un peu expliqué comment fonctionnent les instruments et comment s'en servir en classe. Je t'avais aussi donné le livret ainsi que tous les instruments. Alors, toi tu l'as géré comment ?
P4 : Là, j'ai commencé très tard, pendant les vacances j'ai eu des petits problèmes. Donc j'ai regardé ça un petit peu quand même, un petit peu la semaine dernière *[dernière semaine de vacances d'hiver]*, ce que tu m'avais donné et puis j'ai découvert seulement après qu'il y avait des exemples à la fin *[du livret]*, j'ai vu ça hier soir, qu'à la fin des… de ce que tu m'avais donné, il y avait en partie 2, l'application dans la classe. Donc au départ, je m'étais contenté disons de l'historique et d'essayer de découvrir avec eux et bon je suis venu ce matin en disant ça va foirer parce que je domine pas assez ça quoi et c'est l'impression que j'avais ! Et puis comme j'ai regardé les exemples hier soir et ce matin parce que je me lève très tôt le matin ! J'ai trouvé que c'était très bien fait et d'ailleurs j'ai suivi cette progression qui m'a permis à moi de comprendre déjà le fonctionnement parce que jusqu'à hier soir je l'ignorais totalement, à part ce que tu m'avais montré en classe. Heu j'ignorais totalement, je connaissais le principe, la base, les 5-5 et 1.
I : Mais tu n'avais pas fait des exemples, tu n'avais pas manipulé le boulier ?
P4 : Non absolument pas. Non je n'en ai pas eu le besoin, peut-être parce que les exemples qui sont donnés sont bien détaillés. Je pense que ça a déclenché comme ça.
I : Tu en as pensé quoi de la séance de ce matin ?
P4 : Ce matin j'ai trouvé que heu ça… Je pensais que ça allait aller plus vite ou qu'il y aurait eu plus de solutions proposées peut-être. Mais en fait ils nous ont coupé l'herbe sous les pieds

en allant très, très, très vite. *[M. et R.]* Donc bon, mon seul problème c'était à quel moment il fallait que je sois directif et que je dise : " Tiens bon stop, on va rentrer dans la norme et ensuite on va adopter tous la même norme parce qu'il fallait bien à un moment donné ". Après quand on veut afficher des nombres, faire des opérations sur les nombres il faut qu'on parte tous sur la même base. Donc si on veut ça a été la principale difficulté ça a été à quel moment heu comment dire ? Arrêter la spontanéité et comment justement leur expliquer qu'ils partaient sur une mauvaise voie, sans leur dire c'est pas comme ça, fait autrement, de leur faire comprendre que c'est sans issue, voilà. Et ce que j'ai apprécié ce matin, c'est que au départ, c'est un groupe d'élèves qui a démarré et ce sont les autres qui ont été beaucoup plus long, en particulier les filles qui au départ avaient l'air complètement à côté de leurs pompes et à la fin elles étaient… elles ont, à partir du moment où elles ont compris, elles ont jubilé. Le groupe qui a le moins marché c'est le groupe où il y avait le garçon et la fille qui n'ont pas travaillé ensemble. *[E. et M.]* Les deux groupes qui ont dysfonctionné à un moment donné, celui-là M. et E. qui n'avaient pas d'atomes crochus ou qui n'arrivaient pas à communiquer et M. et R. justement parce que chacun voulait montrer qu'il était le plus fort.
I : Et les autres sorties de classe que tu fais, tu t'y prends comment, pour les préparer et en général aussi ?
P4 : Une sortie. Bah, on en fait très peu en fait. Comment dire le côté financier des choses, maintenant c'est très dur, ça revient très cher de prendre un car, d'aller quelque part. Bon donc cette année je me suis surtout fixé là-dessus, sur ce qu'on fait maintenant. J'avais prévu de faire un créneau voile à Corbière, mais je l'ai pas eu et quand je fais de la voile très souvent, presque toutes les années je fais de la voile heu on prépare ça, comment dire surtout un côté étude historique aussi, on replace tout dans le contexte également de la météo, des vents heu… le vocabulaire scientifique donc on fait une comment dire une heu… on s'implique à fond là-dedans quoi.
I : Comme un cycle voile ?
P4 : Oui, voilà. On lit des textes d'auteurs, de navigateurs. Et puis, le français maintenant c'est plus heu, on essaie mais c'est pas toujours évident à faire. On essaie de partir, de globaliser, c'est-à-dire de partir du texte pour ensuite étudier le texte. C'est-à-dire on va pas faire de, on ne fait plus de la grammaire heu pour faire de la grammaire par exemple. On fait toujours, on part toujours d'un écrit pour essayer d'écrire à son tour et ensuite le reste viendra comme des outils donc un élève qui fait des fautes d'orthographes, bien sûr on ne va pas le laisser passer mais c'est plus le frein à l'expression. Il faut arriver à trouver le juste milieu. Et donc on essaie de faire ça. Mes élèves sont habitués à ce genre de travail puisque l'an dernier ils ont axé tout le travail de l'année ; parce que j'ai gardé les mêmes élèves, ils étaient ensemble l'an dernier déjà. Ils étaient en CM1, mais pas avec moi. Et ils avaient préparé toute l'année la fête des écoles au stade Vélodrome, la Fête du Stade avec les mouvements de danse. Et avec les grèves et tout à la fin de l'année, les grèves de la RTM ça a été annulé. Donc comme les enfants ont été très déçus, les parents aussi, on a décidé au niveau de notre école de garder, ils y avaient 4 classes qui avaient préparé ça l'an dernier, de garder les noyaux classe complet. C'est-à-dire, je garde, là les enfants étaient déjà ensemble l'an dernier donc se connaissent bien, ça c'est important. Heu, autre chose c'est qu'avec leur maîtresse l'an dernier ils ont fait toute une année un travail sur la culture amérindienne et donc ils ont beaucoup travaillé sur l'histoire des Indiens en Amérique du Nord, des Esquimaux, etc. Ils sont partis en classe de découverte à Chabanon.
I : Ah bon ! J'ai cru qu'ils étaient partis aux USA !
P4 : Non, non mais certaines écoles l'ont fait. Ils sont allés à Chabanon, je ne sais plus à quelle période, mais ils ont fait de randonnées en raquettes, ils ont construit un igloo, ils ont appris les instruments, ils ont construit, ils ont fabriqué des… heu des… je ne sais plus comment ça s'appelle, des colliers porte-bonheur qu'ils ont, enfin bon ils en savent plus que

moi sur la culture amérindienne. Ils ont fait des spectacles dans l'école, et tout. Enfin je veux dire ce sont des enfants qui sont habitués, ils ont travaillé sur des textes là aussi, sur de la musique, sur de l'éveil corporel. Ce sont des enfants qui sont habitués à ce genre de choses. Et bon la seule sortie que je vais faire à part ça cette année, c'est au mois de… début juin, à La Ciotat, l'île Verte donc là, ce sera une étude du milieu marin et donc là aussi il y aura tout un, tout un… toute une préparation à la sortie, c'est pas sortir pour sortir. On va aller, on va voir…le côté géographique de la chose, géologique, La Ciotat, on va aller au bateau à vision sous-marine, on verra les fonds marins. On fera de l'écologie, de la protection, etc., de l'environnement et puis on ira sur l'île Verte et là on verra, on ferra la ballade sur l'île Verte. Voilà donc les projets pour l'année quoi ! C'est déjà copieux. Autre chose qui les intéresse pas mal, on fait de l'anglais, ça maintenant c'est dans les programmes donc il n'y a rien d'exceptionnel, mais ils travaillent pas mal là-dessus aussi.

I : Et concernant l'enseignement des maths, particulièrement pour le cycle 3 tu en penses quoi ? Tu me disais tout à l'heure que le français a beaucoup évolué et les maths ?

P4 : Les maths heu ben non, les maths ça a pas vraiment, vraiment évolué, c'est assez lourd, le programme est chargé on a intérêt à travailler un petit peu en équipe, par cycle c'est-à-dire à déblayer le terrain en CE2 par exemple qui est la première classe en cycle 3. Donc quand ils arrivent en CM2, ben disons certaines techniques opératoires, les tables justement, des choses comme ça et ben on aime bien ne pas y revenir trop longtemps parce que on a des tas de choses à faire entre autre la numération et surtout, surtout, surtout alors là on y revient quand même un peu sur le raisonnement, les problèmes. Mais pas les problèmes comme on faisait avant, disons il y a une démarche un peu différente, c'est-à-dire qu'on dissèque le problème dans la mesure où on va parfois donner la solution et on demande d'inventer l'énoncé, on fait beaucoup de français si on veut aussi du français en maths par exemple on va donner heu… de la compréhension je veux dire, on va leur donner un énoncé où ils ne peuvent pas aboutir à la solution pour voir quels sont ceux qui vont réagir et vraiment analyser, parce qu'il y en a qui trouvent toujours une solution. Ils voient deux nombres, il faut y mettre n'importe quel signe au milieu, ils trouvent un résultat, et ça ne représente rien mais ça ne choque pas. Donc essayer de former un peu cet esprit critique, non seulement au niveau de l'analyse des données mais aussi de la formulation et de la pertinence du résultat. Parce que heu… Hier, quelque chose de simple, je donne à un élève : " Maman a 32 ans et a 3 ans de moins que papa, quel est l'âge de papa ? " Et évidemment le mot moins a fait tilt donc 32-3 égal 29. Papa a 29 ans, donc papa est plus jeune que maman. Ah, comment ça se fait, ça ? ! Ah bah non, donc on… et puis finalement il arrive à le reformuler, de passer de sa soustraction à l'addition. Et puis on travaille beaucoup, de plus en plus aussi, sur les problèmes je suis en plein dedans en ce moment sur l'aide visuelle c'est-à-dire graphique, le petit schéma, des sortes de diagrammes pour décomposer vos parts, la question de quoi j'ai besoin pour trouver ce résultat ? Est-ce que je l'ai ? Si je l'ai pas, comment je vais trouver ce qui me manque ? Un arbre à l'envers disons, on remonte.

I : Tu as du matériel pédagogique en mathématiques dans ta classe ?

P4 : J'ai de… des bouquins.

I : Que des bouquins ? Pas de cubes ou…

P4 : Oui on a ça dans l'école oui, au niveau de l'école, des cubes, des balances, des instruments de mesure oui. Donc disons, on travaille beaucoup sur des bouquins mais enfin je ne me base pas sur un, j'essaie de faire un petit peu un mélange de tout, eux ils en ont un seul pour la maison c'est rassurant mais moi j'en utilise 5 ou 6 quoi. Et surtout des fichiers, des cahiers d'exercices, etc., la photocopieuse marche beaucoup, quoi.

I : C'est quoi pour toi l'objectif des séances ici ?

P4 : Moi déjà, chose très importante ici, c'est de pouvoir travailler en petits groupes. Avec 29 élèves, il est difficile pour moi de faire ce qu'on fait ici, donc travailler en petits groupes. Ensuite bien sûr la compétence des intervenants que je n'ai pas, moi je n'ai pas et donc il y a tout ce côté manuel aussi qui m'échappe un peu et que je peux pas pratiquer, le matériel et tout et out, donc ce côté-là. Et puis effectivement tout ce que tu m'as apporté là, toute une base pour moi, pour aller de l'avant et puis c'est toujours bien de… Moi je le fais dans un autre contexte, celui de l'évolution de l'Homme, c'est toujours bien de montrer que les choses ne se sont pas faites en un jour, et qu'effectivement, comme je leur ai dit ce matin maintenant ça s'accélère, ça s'accélère des découvertes, tout ça mais il y a des choses qui ont pris… Je leur ai parlé des transports il y a pas très longtemps, en disant pour arriver à ce qui a révolutionné les transports, alors on a cherché, cherché, cherché et puis on a trouvé la roue. Alors évidemment la roue pour eux c'est évident, la roue c'est tellement évident ! Mais il fallait… pour arriver à la forme ronde je veux bien mais ensuite pour qu'elle tourne sur un axe donc essayer de faire réfléchir un petit peu. Il y a le côté philosophique important.
I : Tu crois que ça va faire partie de ton programme de mathématiques ou pas ?
P4 : C'est-à-dire ?
I : Est-ce que ça s'insère dans la matière Mathématiques ?
P4 : Ben je l'avais pas envisagé comme ça. Mais heu… au départ non, je le voyais, je l'ai pas inclus dans mon programme de mathématiques.
I : Et maintenant ?
P4 : Oui, disons qu'au fur et à mesure que je découvrais certaines choses, j'en ai mis en relation avec la numération base 10, avec les classes de nombres ; d'eux-mêmes d'ailleurs ils l'ont fait, ils ont un peu pataugé à un moment donné, mais d'eux-mêmes ils l'ont fait, bah évidemment on établit bien la relation.
I : Pour la suite, tu vas dérouler les séances de la même manière ?
P4 : Oui, je pense.
I : Tu penses réinvestir ça après en classe ?
P4 : Oui, je pense que je vais continuer un petit peu en classe, Oui, oui, oui. Et même allé plus loin parce que je crois qu'il y a quelque chose qu'ils vont… là il faudra que tu me donnes des explications sur les bâtons de Néper, de Genaille, la règle à calcul et aussi la multiplication avec le boulier.
I : Est-ce qu'il y a des matières que tu préfères enseigner ?
P4 : Les matières, ah oui ! Bien sûr, notre champ est tellement étendu que… Moi, alors que je suis de formation littéraire, j'aime bien enseigner les maths. J'aime bien enseigner heu… la géographie, moi j'aime beaucoup la géographie. Heu et bon le sport évidemment !
I : Et celles que tu n'aimes pas trop, par contre ?
P4 : Là où je suis moins à l'aise, où j'en fais très peu ou pas du tout, c'est pas que j'aime pas, c'est que j'hésite à me lancer, souvent c'est ça. C'est heu… tout ce qui est art, musical ou plastique. Par contre de temps en temps, c'est-à-dire moi, mon problème c'est toujours… le temps, le temps, c'est le problème qu'on a toujours en classe. Par exemple actuellement je fais du théâtre, avec eux, on monte une petite pièce, qu'on va présenter aux parents, enfin tout ça. Mais voilà, j'ai l'impression que ça avance pas, ça avance pas. Et pourtant quand on fait autre chose, même quand on fait du théâtre, on avance sans… je veux dire on fait du français, sans le savoir, point de vue expression. On va faire des représentations et devant les élèves de l'école en plusieurs groupes et devant les parents. Et j'essaierais pourquoi pas le jour où je fais avec les parents, d'exposer un petit peu tout ce qu'on vient de faire ici, on peut très bien. On a fait également un travail sur les planètes, de recherche sur les planètes, on peut très bien occuper une salle et faire une exposition pour montrer aux parents tout ce qui se fait dans la classe ; parce que, ils se rendent pas compte de tout le boulot qu'on peut faire !

I : Si je te montre cette multiplication, tu en penses quoi ? Si un élève effectue ce calcul, que penses-tu de son raisonnement ?

$$\begin{array}{rrrrr} & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \times & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline & & & & \mathbf{6} \\ & & & \mathbf{9} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

P4 : Alors. // D'accord. Heu… ça se tient. Ça se tient mais, heu oui. C'est vrai que ça surprend au départ, mais c'est logique. Ça fait un peu comme quand ils font la division, ils ne savent plus faire la division sans poser la soustraction maintenant. Donc tu vois, ils arrivent pas à concilier les deux étapes. C'est décortiqué aussi.

I : D'accord, donc là pour expliquer ce qu'il a fait, tu dirais quoi ? Comment a-t-il raisonné ?

P4 : Oui, 3 fois 2 : 6. 3 fois 3 dizaines.

I : Oui, d'accord.

P4 : 3 fois 6 centaines, etc. et puis on passe à 7. 7 fois 2 ah oui. 14 donc sous le 7. Donc on met, c'est quand même un peu compliqué parce qu'il faut décaler.

I : 2 fois 70.

P4 : Il faut le décaler, 70 il faut voir 70 et non pas 7. Oui, etc.

I : S'il te rend ça avec le résultat juste, tu dis quoi à l'élève ?

P4 : Ben je dis que c'est convenable, que c'est très bien, que après, comme dans tout ce qu'on fait, conventionnellement, on fait autrement quoi ! Mais ça me gêne pas.

Nombre d'années d'enseignement : 33 ans (depuis 1971)

Nombre d'années d'enseignement en cycle 3 : environ 28 ans avec des CM2.

I : C'est toi qui l'as choisi ?

P4 **:** Oui

I : Tu préfères les grands ou c'est le programme scolaire qui t'intéresse plus ?

P4 : Les deux, les deux. Parce qu'on arrive à s'intéresser à, enfin à avoir des heu. Du point de vue relationnel, c'est pas la même chose, par exemple là ils sont rentrés de vacances, on a parlé de… J'ai dit : " Qu'est-ce qui vous a marqué pendant les vacances ? " Certains m'ont dis : " Ben, Rosetta qui va à la rencontre de la comète de je sais pas quoi. " Un autre m'a dit : " c'est le vote de la loi sur la laïcité, le port du voile. " Heu enfin, c'est… je veux dire c'est quasiment des préoccupations d'adultes. Et c'est assez surprenant pour des enfants de 10-11 ans. Et je trouve ça super de pouvoir faire ça avec eux. Également essayer de tout en étant, il y a un début de personnalité et ils continuent à être perfectibles et je veux dire, on arrive à inculquer certaines choses qui sont assez importantes. Heu dans les notions de droit et devoir par exemple, de respect, dans les notions d'hygiène de vie, heu des notions de, enfin tout un tas de choses, éventuellement aussi de… par exemple on aborde parfois des questions je dirai "sexuelles" entre guillemets, des préoccupations qu'ils peuvent avoir. Donc c'est, je trouve ça très intéressant.

Nombre d'années d'enseignement dans l'école actuelle : 28 ans (depuis 1976)

Année du bac : 1969

Série du bac : A, littéraire

Matière : Lettres

I : Formation universitaire ? Recrutement en fin de Seconde pour l'École Normale en 4 ans. Deux années de formation professionnelle.

P4 : À la fin de la Seconde, j'ai fait 2 ans de bachotage, parce que c'était comme ça là-bas. Deux ans de bachotage et deux ans de formation professionnelle, avec des stages dans les classes, etc. Et 4 ans d'internat, donc.

I : Formation professionnelle, ça ressemble un peu à ce qui est fait à l'IUFM ou pas trop ?

P4 : Heu, non, non. C'était beaucoup moins réaliste je dirais parce que quand j'ai eu mon premier poste, j'ai rien retrouvé de… On faisait surtout des stages dans des classes d'application, dans des écoles choisies et puis mon premier poste après ça a été Frais Vallon.

Heu un stage de 3 mois à Frais Vallon. Oui, parce que la première année c'était comme ça, on faisait un stage de… On faisait des petits stages de 15 jours avec de la formation, de la philo, de la psycho, etc. Et en deuxième année le premier trimestre, on remplaçait un instituteur qui faisait un stage 3 mois et nous on restait 3 mois dans une classe. J'ai fait ça donc à Frais Vallon, je me suis retrouvé. Et j'étais pas du tout dans le même contexte que dans les classes que j'avais vues à l'École Normale. Alors que Frais Vallon n'était pas ce qu'il est maintenant. Et… enfin, j'ai été déçu de ma formation. Pour tout dire, je pense que j'ai plus appris sur le tas.

I : Et par contre, la formation continue de l'IUFM ? T'as fait des stages ?

P4 : Alors la formation continue. Bon pour avoir des stages c'est très difficile, c'est très, très difficile, j'ai fait quelques stages, mais pas ces dernières années.

I : Quoi comme stages ?

P4 : Des stages sur audiovisuel, quand c'était la mode de l'audiovisuel. Informatique quand l'informatique est sortie, j'avais fait le stage de 2 fois 4 semaines. C'était bien, mais c'était sur du matériel qui n'était pas du tout performant à l'époque, quand on a eu les ordinateurs dans les écoles, c'était les Thomson les TO5, c'était pas du tout le matériel qu'on a maintenant. Maintenant j'ai dans ma classe un ordinateur avec Internet et tout et tout, ben j'ai eu une journée de formation, quoi. Pour savoir travailler sur Internet et traitement de texte et tout et tout. Bon, ce sont les élèves qui m'apprennent là, par contre ! Alors là oui, ça c'est flagrant maintenant, dans l'évolution de notre société, c'est que les enfants sont plus équipés chez eux que ce qu'ils trouvent à l'école. Pas dans tous les quartiers évidemment, mais chez nous, c'est souvent le cas. J'ai des enfants qui ont dans leur chambre un ordinateur, un ordinateur personnel. Donc quand je demande de faire une recherche, ils ont Internet, ils ont Encarta, des tas de… Bon c'est vrai que c'est un milieu un peu particulier quand même, ce sont de gens qui ont des moyens, pas tous, mais…

I : Et le stage La main à la pâte, tu l'as fait ou pas ?

P4 : Non, je ne l'ai pas fait.

I : Parce que l'autre jour, c'est ce que tu faisais dans ta classe !

P4 : Oui, eh oui.

I : Tu as regardé le bouquin ?

P4 : Oui, ça c'est quelque chose que j'ai trouvé sur un bouquin et j'ai perfectionné, j'ai nourri au fil des ans.

I : Et l'enseignement des mathématiques, tu me disais que tu aimais bien ça, mais même au début où tu enseignais ?

P4 : Oui, ben c'est-à-dire c'est plus heu… on voit d'avantage où on veut aller. Enfin je sais pas, on voit d'avantage les étapes, d'avantages les objectifs, et quand ils sont atteints, on le sent d'avantage. En français, comment dire. Le résultat est immédiat pratiquement en mathématiques, tandis qu'en français c'est un travail de longue haleine, il faut toujours revenir, toujours revenir. Enfin j'aime bien le français aussi bien sûr, mais là je les incite beaucoup à lire, on a l'ABCD dans l'école, on a la bibliothèque dans la classe, et puis je les incite s'ils ont besoin de livres à aller dans une bibliothèque municipale. Bon, ils lisent pas mal. Mais les progrès, on a souvent beaucoup plus de déception aussi en français des fois, on… Tu as vu le textes que je t'ai fait lire l'autre fois, là fois d'après elle en a fait un, elle a voulu trop en faire. Je sais pas si elle s'est sentie mousser, tu vois et elle en a mis, des adjectifs excessifs chaque fois qu'il y avait un nom, il y avait 2 ou 3 adjectifs, elle a compris la structure toute seule. La structure de la phrase, du texte, elle domine tout, mais elle en a trop fait. Ça devenait lourd, je lui ai montré après ça va, elle a compris.

Sexe, âge, nombre d'enfants : H, 53 ans, 2 enfants.

Remarques personnelles ?

P4 : Ça va, je suis très satisfait de la façon dont ça se déroule. Disons que je suis rassuré par rapport à ce matin quand je suis arrivé, je suis rassuré parce que je ne pensais pas dominer la situation et bon, ça va.

6.2 Post-entretien avec le professeur n°4 (le 06/04/2004)

I : Ma première question, c'était tes impressions sur les séances aux Domaines. Aussi bien avec l'animateur que toi quand tu as eu la classe. Comment t'as trouvé ça ?
P4 : Bah, moi j'ai bien apprécié. Dans la mesure où heu, les enfants déjà ont apprécié. Ça c'est une chose importante. Ils ont appris des choses, finalement… sans s'en rendre compte ! C'était assez naturel comme, comme façon de travailler. Je veux dire aussi bien du point de vue travail manuel que application théorique que nous avons pu faire. Même si parfois c'était pas toujours évident, mais enfin ils ont, dans l'ensemble, ils sont entrés dans le jeu et ils ont bien aimé et la plupart ont eu comme réaction heu : " Tiens, la séance avec le maître ! ", d'ailleurs certains l'ont écrit, " Bah, la séance avec le maître, on avait peur que ce soit barbant mais petit à petit on s'est rendu compte que c'était bien et que c'était intéressant, on a appris des choses ! "
I : Oui, c'est vrai.
P4 : Oui, j'ai vu, ça m'a surpris.
I : " Même avec le maître c'était pas mal, j'ai cru que ça allait pas être bien, mais même avec le maître ! " *[Rapporte des paroles d'élèves]*
P4 : Voilà. Alors au départ eux évidemment, ils ne voyaient que le côté récréatif de la chose. Mais c'est évident que lorsque, lorsqu'ils ont fait les… les, le boulier, lorsqu'ils ont fait les baguettes, etc. Pour eux c'était du travail manuel, ce que j'apprécie d'autant plus que je n'ai pas les moyens d'en faire à l'école. En classe, avec 29 élèves, heu, j'ai pas vraiment la possibilité de faire ça. Et donc là, c'était une aubaine pour moi. En plus bon, je veux dire, les animateurs étaient compétents, ils savaient où ils allaient, ils savaient ce qu'ils faisaient. Et ça s'est très bien passé, autant avec P. *[A1]* qu'avec L. *[A2]* et… Je veux dire, les enfants ont pris du plaisir ! Et ils ont raconté chez eux comment ça se passait, j'ai eu des échos des parents qui m'ont, qui m'ont dit que c'était vraiment très bien. Aussi, il y a une maman qui est orthophoniste, la maman de M. qui est orthophoniste et qui s'est fait expliquer le boulier par sa fille parce qu'elle a découvert à travers une méthode, je ne sais pas où elle a pris ça, qu'on pouvait traiter certains problèmes de dyslexie ou autre, à l'aide du boulier. Je serais curieux de savoir comment ! Donc elle voudrait, à la limite que je lui apprenne comment s'en servir, si ça fille n'y arrive, mais je fais confiance à M. pour y arriver. Elle a fait le rapprochement dans son boulot. Il serait intéressant de savoir comment, comment on peut traiter la dyslexie ou autre.
I : Oui, si elle veut qu'on en discute ensemble, elle peut passer aux Domaines pour que je lui présente les instruments par exemple.
P4 : Oui, je peux lui proposer. *[Pas de suite]* Voilà, donc que du positif, en plus je veux dire, le côté un peu le côté ludique de, des Domaines, hein tout l'extérieur avec les jeux. Il fallait mettre un frein ! Voilà, c'était sympa. Et les déplacements, on avait une organisation qui finalement ça s'est très bien passé, heu bon je dirais ils y a en qui sont… pas agités c'est pas le mot, mais remuants et dans le bus, tout ça, ça s'est très bien passé. Et coïncidence, la semaine dernière heu mardi dernier, il est venu une dame, fin de semaine dernière, il est venu une dame de la RTM *[Réseau de Transport de Marseille]*, nous présenter un petit film sur les comportements dans le bus, comment se déplacer, etc. Dons ça allait bien dans la suite de ce qu'on avait fait, tu vois. Donc, très bien, je suis partant pour l'année prochaine ! Pour faire, pour repartir là-dessus quoi ou autre chose.
I : Tu aimerais prendre le même thème ou un autre ?
P4 : Bah, peut-être un autre thème, je sais pas. J'aime bien changer.

I : Ah oui, toi tu aimes bien changer ! Et par contre, par rapport à l'atelier sur les instruments à calculer, tu penses que pour toi, ça a été une activité en mathématiques ou pas trop ou pas tout à fait ?
P4 : Oui, tout à fait. Tout à fait. Heu… j'ai trouvé que c'était intéressant de montrer, bon déjà, comme je te l'ai déjà dit, l'historique un petit peu des choses, pour montrer que les choses ne se font pas du jour au lendemain. Qu'il a fallu tâtonner, il a fallu heu il a fallu des découvertes, des gens qui se penchent sur certains problèmes, qui essaient de trouver des solutions. Et c'est vrai, enfin on peut imaginer que… Leur faire comprendre, à eux, que ce qu'on connaît aujourd'hui ne sera plus vrai demain, quoi. Et donc que le monde est en constante évolution, déjà ce côté-là, il est…, c'est un exemple, hein un peu flagrant. Heu… c'est vrai que d'habitude on le prend, quand on veut voir l'évolution, on le prend sur les transports par exemple, quand on veut faire de l'histoire à travers les âges, bon c'est vrai qu'on prend les transports, là l'évolution elle est évidente. Là aussi c'est intéressant. Heu, ça a permis également de voir qu'on pouvait compter différemment, dans un autre système mais que finalement on rejoignait très vite le nôtre, le système décimal. C'est vrai que certains enfants ont… par justement, parce qu'on avait fait cette étude en classe de numération décimale, ça les a accrochés quoi. Ils sont arrivés à vite comprendre, hein.
I : D'ailleurs, tu me disais en pré-entretien, j'ai envie de voir comment les enfants vont réagir, alors ?
P4 : Alors là le problème, j'ai laissé tomber complètement, j'ai plus travaillé du tout là-dessus.
I : Oui, mais par rapport à l'atelier, tu savais pas s'ils allaient accrocher ou pas trop. Donc maintenant, t'en penses quoi ?
P4 : Ah oui, ils ont apprécié, c'est général. Il n'y a pas d'enfant qui m'ait dit : " Ah, non, non c'était pas bien ", non, non. Par exemple, ils ont pas dit c'est bien, ils ont dit : " C'est super ! " C'est le vocabulaire !
I : Et par rapport aux autres ateliers que tu avais faits, c'est quoi les autres ?
P4 : Alors il y a très, très longtemps, enfin quelques années en arrière j'étais allé faire de l'électronique. Et l'an dernier donc, c'était sur les… sur l'air. Heu, disons que c'est plus la science qu'on touche du doigt, enfin d'avantage, quoi. C'est plus fabrication d'objets, de la technologie qui prévalait, tandis que là, la technologie ça a été le point de départ, de… qui a débouché sur autre chose. Je veux dire, une fois qu'ils avaient fabriqué l'an dernier par exemple, les voitures qui… avec un ballon. Bah, bon une fois qu'on a expliqué que la dépression, c'était ceci bon ça s'arrêtait là, on allait pas faire une séance complète d'étude théorique là-dessus, surtout au niveau CM2, quoi. Hein, tandis que là, c'est vrai que j'avoue que au départ je me demandais où j'allais aller parce que comme je te l'ai dit, je ne connaissais rien là-dessus, quoi ! Et que finalement, donc j'ai trouvé toutes les possibilités, enfin pas mal de possibilités dans l'exploitation.
I : D'accord, bah c'est bien. C'est vrai que la question je me la pose pour la physique. Alors, je sais pas trop si effectivement, ce serait d'un niveau trop compliqué d'expliquer vraiment les phénomènes physiques ou est-ce que c'est pas aussi parce qu'on s'est jamais penché d'aussi près que moi je l'ai fait.
P4 : C'est possible. C'est vrai qu'on peut vulgariser un peu plus hein, si on veut parler de la Main à la pâte…
I : Peut-être que c'est un manque de travail, qu'en tant qu'instit' vous auriez peut-être besoin d'un livret comme j'ai fait.
P4 : Certainement.
I : Un petit lien quand même.
P4 : Tu as raison, tout à fait, tout à fait oui.
I : Le problème c'est que les Domaines, la structure est toute petite.

P4 : Voilà ! Il y a un autre problème à notre niveau, c'est que bon, on a des programmes, on est tenu par des programmes assez souvent et des projets, des projets d'école et de classe. Et très souvent, on est, on est on pourrait dire tenu, ficelé là-dedans et quand on prend une activité comme celle-là, on essaie toujours de l'intégrer dans notre projet. Heu, bon le projet qu'on fait au niveau de l'école sur la citoyenneté, des trucs comme ça il est évident que le boulier, etc. Je vois pas comment l'intégrer dans la citoyenneté ! Bien que, si on veut ça fait quand même partie des activités normales hein des mathématiques, mais si je prends le programme de mathématiques, j'ai pas quelque chose sur le boulier. À chaque fois, on est un petit peu, on essaie quand même, bon mais c'est toujours facile de dire c'est la numération, c'est ceci, c'est cela, pourquoi pas. C'est peut-être plus difficile en sciences parce que heu… en sciences c'est surtout l'énergie notre programme, et les états de la matière, c'est heu des trucs comme ça, alors dès qu'on nous propose des choses sur les fusées par exemple, il faut arriver à le lier. Mais on voit pas toujours…
I : Oui, il y a des thèmes beaucoup moins appropriés que d'autres, ça c'est sûr !
P4 : Par exemple, l'électronique, c'est vrai qu'on était à fond là-dedans il y a quelques années, là au niveau primaire, c'est un petit peu laissé de côté maintenant. Enfin, ça peut être certainement intéressant, l'année où je l'ai fait c'était très intéressant.
I : Et sinon, le boulier ou la multiplication, ce genre de chose, est-ce que tu penses que même si tu retournes pas aux Domaines par exemple, tu aurais envie de le faire en classe en ayant des bouliers ou des bâtons ?
P4 : Oui. Pourquoi pas, oui.
I : Et la multiplication, leur monter la multiplication décomposée, tu sais et la multiplication per gelosia.
P4 : Aussi, oui.
I : Parce que Néper, tu peux le faire sur des bouts de carton an classe par exemple.
P4 : Oui. Bien sûr.
I : Parce que le boulier…
P4 : Oui, ben bon ça c'est… on peut se débrouiller, en fabrication aussi on peut se débrouiller.
I : Pour la suite, pour les décimaux ou pour Genaille-Lucas ou pour je ne sais quoi, tu envisages de le refaire en classe ?
P4 : Si je peux, si j'ai le temps.
Remarques personnelles ? /

7. Entretiens avec l'animatrice n°1

7.1 Pré-entretien avec l'animatrice n°1 (le 24/09/2003)

I : Est-ce la première fois que tu animes cet atelier ?
A1 : Oui.
I : As-tu préparé les séances d'animation ? (Lectures, fabrications…) Comment ?
A1 : Oui, j'ai vaguement prévu le déroulement. Pour le boulier, je pense qu'on va faire des petits jeux avec des calculs oraux, peut-être sous forme de loto. Par groupe de deux ou en scindant le groupe en deux. Le principe serait de donner une addition de départ à représenter sur le boulier et lorsque le résultat est trouvé, le groupe met sur la grille une pastille avec un chiffre dessiné dessus. Il faut encore réfléchir à cela. Pour les bâtons de Néper et Genaille-Lucas, j'ai fait un modèle géant, c'est-à-dire 3 feuilles de A3. C'est le squelette, le canevas des bâtons, qui est vide. Les enfants vont chacun à leur tour remplir une case. Surtout pour Genaille-lucas, c'est juste des découpages de bristol et comme j'ai compris les chiffres à l'intérieur, je voudrais qu'ils partagent ça ! Au début quand je l'ai fabriqué, j'ai eu du mal à comprendre cette succession de chiffres. Et puis finalement j'ai pris index par index et j'ai vu par exemple pour l'index 3 qu'à chaque fois ils ajoutaient + 3 pour la référence à l'horizontal.

Et pour les colonnes verticales, tu fais toujours + 1 et j'ai trouvé ça tellement simple que je me suis dit que les enfants le referont facilement. Pour Néper aussi il y a ce fameux canevas géant à remplir, tous ensemble.
I : Et toi, comment t'es-tu préparée pour ces ateliers ?
A1 : Avec toi d'abord… Je les ai faits surtout, j'ai compris en les faisant. Sinon, j'avoue que j'ai pas étudié, j'ai pas regardé les livres ! Je n'ai pas eu le temps, il faudrait que je m'y penche plus.
I : Penses-tu que l'atelier proposé avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?
A1 : Certainement, j'avoue que les maths j'ai toujours aimé le côté défis, casses tête, problèmes à résoudre. Malheureusement, j'ai toujours rencontré des professeurs un peu hermétiques ; voilà pourquoi aujourd'hui j'en suis réduite au niveau primaire : maths CM2 ! Et je me dis que oui, je pense que c'est très, très bien pour justement que ces enfants, ces futurs adultes puissent être à l'aise dans les mathématiques et ne pas trouver que c'est rébarbatif. Parce que ce n'est absolument pas rébarbatif, c'est très stimulant de résoudre une problématique de cette manière-là. On vient de faire le théorème de Pythagore, c'est une façon très sympathique d'apprendre.
I : Quel est pour toi l'objectif des animations ? Boulier, Néper, Genaille, règle calculs.
A1 : Au-delà de l'objet en lui-même de l'aspect technique de la fabrication, l'intention est de travailler ensemble de s'entraider, d'écouter, de se concentrer. Ici les enfants interfèrent entre eux de manière sympathique, en dehors du cadre scolaire et des récréations où ils sont un peu livrés à eux-mêmes. Ici on canalise les énergies des enfants entre eux. Après, sur l'objet pur et au-delà du côté manuel, je pense que les instruments à calculer permettent une concentration, par exemple le boulier me demande un effort de concentration pour l'écriture et les calculs. Pour les bâtons, il y a un côté bluff, fantastique, c'est incroyable qu'avec cette succession de chiffres on lise des résultats de multiplications, surtout pour Genaille c'est encore plus simple : il n'y a pas d'addition à faire ! Ça permet de dédramatiser les maths et de voir que c'est beaucoup plus simple qu'on ne peut s'imaginer. D'ailleurs, pour moi l'objectif de cet atelier est de dédramatiser les maths, de donner envie et de s'amuser.
I : As-tu des appréhensions par rapport à une réalisation ? Pourquoi ?
A1 : Finalement, toutes les réalisations sont très faciles et le résultat fini est assez beau, le boulier par exemple. Je suis enthousiaste au niveau de la finition et de la beauté de l'objet, c'est aussi très important la beauté de l'objet. Quand on aime le boulier, on aime les mathématiques… en tout cas ça peut aider ! Au niveau de l'appréhension, je ne maîtrise pas bien le boulier.
I : Penses-tu que cet atelier est différent des autres (électronique, microfusées…) proposés au Centre ? Pourquoi ?
A1 : Je n'ai animé que le bateau thermique sur le thème de l'énergie, donc la fameuse bougie qui chauffe l'eau, l'eau chaude qui se transforme en vapeur, se dilate, s'en va (puisqu'elle ne peut pas contenir dans le fil) et donc elle est remplacée par de l'eau froide qui à nouveau se chauffe et le bateau avance. C'était pas mal comme système, quand même ! Je connais d'autres thèmes, ça fait plus d'un an que je travaille dans l'animation scientifique, avant c'était plus dans l'expérimental que dans la fabrication. Sur le thème du calcul, pour les enfants il y a peut-être un côté plus scolaire, contrairement aux autres constructions, par exemple drôles d'engins c'est plus pour jouer, en parallèle de l'enseignement scolaire. Alors que là ça rentre plus dans une optique d'introduction de cours de mathématiques. Ça c'est mon a priori pour les enfants, personnellement je prends un plaisir incroyable.
I : Quels sont les ateliers (thèmes) que tu préfères animer ?
A1 : L'optique, l'astronomie.
I : Ceux que tu aimes le moins ?

A1 : L'électricité, je ne suis pas à l'aise, je manque de notions théoriques. En électronique, il s'agit de construire des circuits, ça va.
Nombre d'années d'animation : Animation enfants depuis 2 ans et demi, animation scientifique depuis 1 an (avec les Petits Débrouillards : quartier, scolaires, événementiels, tout public.)
Nombre d'années d'animation aux Domaines : 1 mois.
Année du BEATEP : pas de Beatep.
Niveau scolaire ou universitaire : bac secrétariat, Deug de géographie, licence d'aménagement du territoire, niveau maîtrise d'aménagement du territoire.
I : Matière ?
A1 : Géographie. Ça répondait à mes questions existentielles, à savoir les montagnes, les volcans !
I : Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…) Est-ce que ces formations spécifiques ont apporté quelque chose pour votre manière d'animer ? Quoi ?
- Pré-qualification d'animation culturelle (préparation au Beatep), organisme : Idem (centre de formation pour adultes) :
A1 : Ils ont été très forts sur la formation, la manière d'animer un groupe d'animateurs, être à l'aise avec un groupe, favoriser la prise de parole, mettre à l'aise un groupe pour qu'ils puissent communiquer entre eux.
- Formation Petits Débrouillards Paca, trois week-ends :
A1 : Cette formation ne m'a pas apporté des choses que je ne savais pas, ça ne correspondait pas à mes attentes, le contenu sur les notions de sécurité, d'institutions, tu peux le trouver toi-même dans des livres.
I : Toutes ces formations, qu'est-ce que ça t'a apporté pour animer et au niveau scientifique ?
A1 : J'adore la géographie et l'animation culturelle, les deux mélangés ça m'a apporté une assurance, je me sens à l'aise pour animer, je ne panique pas du tout. Au niveau scientifique, la géographie (même si c'est une science humaine peut-être moins exacte que les mathématiques) m'a donné des notions de base. Mes lectures et depuis que je suis aux Domaines L. *[A2]* m'ont aussi beaucoup aidé. D'ailleurs, dans mon expérience antérieure personne ne m'a aiguillée pour mon travail, j'étais autodidacte…
Sexe, âge : F, 28 ans, sans enfant.
I : Remarques personnelles ?
A1 : Tous ces casses têtes : Pythagore, le rectangle de Lewis Carroll, je trouve ça très intéressant et ça comble un énorme manque. J'ai fait une filière secrétariat parce que j'étais un cancre en maths et je n'avais que cette alternative de la filière professionnelle, heureusement par la suite j'ai pu faire vraiment ce qui me passionnait. J'ai eu un manque en maths et physique aussi pendant 4 ans, au lycée. Aujourd'hui je suis très enthousiaste à l'idée de refaire tous ces jeux parce que ça comble ce manque-là, en mieux ! Je me sens mieux ! Au lycée, en cours de maths un jour j'ai eu une illumination sur les mathématiques : c'est comme des étoiles dans le ciel, tu as une question qui t'est posée et tu as les étoiles qui s'illuminent les unes après les autres. Les étoiles c'est les formules, les équations à appliquer. Et c'est là que j'ai compris qu'il aurait fallu que j'apprenne les équations parce qu'elles permettent de résoudre la problématique, l'équation. C'était au lycée et c'était trop tard… Les mathématiques en fin de compte c'est de la philosophie. Mais j'ai complètement occulté ça parce que je ne voyais pas l'intérêt d'apprendre ces formules. Et je me dis qu'avant d'apprendre les formules il faudrait savoir pourquoi on les apprend, c'est à méditer pour les enseignants, il y a peut-être aussi le programme à réinventer.

7.2 Méso-entretien avec l'animatrice n°1 (le 12/11/2003)

I : Qu'est-ce que tu penses de cette multiplication ? Si un enfant fait ce calcul, tu en penses quoi ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
	1	**8**	**9**	**6**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

A1 : Déjà 632 fois 73 tu multiplies donc… 3 fois 2 : 6, 3 fois 3 : 9, 3 fois 6 : 18. Ensuite tu poses un zéro, 2 fois 7 : 14, je pose 4 et je retiens 1. Heu, 6 fois 7, c'est combien, déjà ?

I : 42, mais avant il y a 7 fois 3.

A1 : Ah oui, pardon. 7 fois 3 : 21 et 1, 22. Je pose 2 et je retiens 1, qu'est-ce que c'est ça ! Il y a une petite erreur, où c'est moi qui vais pas bien ? ! Alors, 3 fois 2, ah non, 7 fois 2 : 14. Ah, il a fait 14 comme ça. Ah d'accord, c'est une autre façon. 2 fois 7 : 14. Ensuite 3 fois 7 : 21. Ah, et 6x 7 : 42. Et à chaque fois il décale d'une unité. Et ah c'est une nouvelle façon de faire ?

I : Ben, c'est une décomposition supplémentaire, par rapport à celle habituelle.

A1 : Oui, parce que nous, on fait avec la retenue et là, la retenue, tu la poses en fait.

I : Voilà, tout à fait. Et si tu regardes ce calcul ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

A1 : Donc là je décompose aussi, alors. 632 fois 73. 3 fois 2 : 6, euh… ah oui d'accord. Je mets un zéro. 3 fois 3 : 9. Je mets un zéro en dessous. 3 fois 6 : 18. Ok, ah non parce que là je change alors je reviens au début et donc sachant que c'est la deuxième, je mets un zéro. Et là, 2 fois 7 : 14. 3 fois 7 : 21, donc un zéro là. Et 6 fois 7 : 42. Ah ouais, ah bah ça alors !

I : Bon, par rapport à l'atelier que tu as animé une fois, quel est ton avis général ?

A1 : Alors, concrètement, juste par rapport à l'animation, c'est vrai que d'abord, il y avait une petite manipulation pour que les enfants fassent des petites opérations pour comprendre l'utilité des bâtons. Et ensuite la fabrication, donc je pense que ça c'est un temps nécessaire, euh…, peut-être pas assez long concrètement. Mais sinon, les enfants, le fait de comprendre et de se prendre au jeu, l'enthousiasme pour le fabriquer… C'est vrai que Néper, j'ai trouvé qu'il était bien adapté, par rapport à ce que ça pouvait ouvrir pour faire des multiplications via l'addition. C'est facile à comprendre, comment ils étaient fabriqués, heu, constitués, leur fonctionnement, comment ils étaient faits à la base par Néper, comment il avait conçu ça, c'est ça que je voulais dire, c'est facile à appréhender. Après, pour ce qui est de Genaille-Lucas, c'était par rapport aux retenues et là où les triangles étaient faits, c'est vrai que… ça vient de moi certainement, j'ai eu plus de mal à l'appréhender et ça s'est répercuté, j'ai eu plus de mal à le rendre évident. Alors que finalement au jour d'aujourd'hui, ça va mieux. Les règles à additionner, c'est très, très bien, ça a ouvert d'autres perspectives. D'ailleurs, je sais pas si tu te souviens, concernant l'addition, ils ont demandé : " Et pour la soustraction ? ". Donc on a dit que le pendant de la soustraction, c'était l'addition et en parallèle ils ont demandé pour la multiplication et on a compris que c'était la division. Et c'était pas mal ça. Finalement, l'addition c'est une somme d'addition. En fait ce qui était bien dans l'ensemble c'est qu'on pouvait décomposer les opérations et comprendre que tout ne fait qu'un. C'est vrai que les mathématiques, au-delà du caractère académique de l'école, il y a vraiment cette notion de jeu et de : " Tout ne fait qu'un. " L'addition, la multiplication c'est une addition d'additions, la soustraction c'est une addition à l'envers. C'est un peu comme les mots croisés, j'ai l'impression ! C'est vrai, on a fait des mots croisés avec des chiffres, finalement. Je crois que ça c'est ce qui m'a bien plu. Et moi, ce qui me plaît, très personnellement, c'est comme je disais la dernière fois, j'ai toujours été un peu à côté des mathématiques, j'ai raté le sens véritable. Pourquoi apprendre des formules quand on sait pas à quoi elles mènent ! Donc par rapport à très personnellement, moi je ! Ça a été vraiment très enrichissant, j'ai du plaisir à faire ça, encore plus pour débloquer certains enfants qui a priori n'aiment pas les maths ou seraient en situation d'échec parce que finalement les maths on peut les appliquer dans la vie de tous les jours.

I : Est-ce que tu penses que l'atelier peut être un moyen d'apprentissage en maths ?

A1 : Oui, je pense, sincèrement, oui. Avec en plus des jeux qu'on n'a pas faits, mais des petits jeux, des jeux de logique finalement, les formes qui s'emboîtent les unes dans les autres, j'ai pas d'idée parce que je les ai pas tous faits moi-même, mais… Oui, je pense que la construction de petits jeux, enfin dans des ateliers, ça devrait être obligatoire à l'école ! Non ? ! Il y a besoin sérieusement de réformer, de rénover, de réadapter surtout la manière d'appréhender les mathématiques, c'est trop académique, c'est trop fastidieux. C'est un truc à te décourager ! La dernière fois, justement, j'ai fait un dîner entre amis, et on était quatre à dire : " Ah, j'aime pas les maths, j'aime pas les maths ! ! " Ça m'a fait mal au cœur, j'ai dit : " Ah, ça se voit que vous connaissez pas Caroline parce que moi, franchement je suis nulle en maths, c'est vrai je reconnais, mais c'est intéressant ! " Le pire c'est que quand on m'explique de manière saccadée, avec des étapes, progressivement, je pense que je suis capable d'assimiler, le tout c'est d'y aller progressivement et de manière très ludique. Je pense que c'est vraiment ça. Parce que la plupart de ceux qui étaient présents ce soir-là, on retenait chez chacun : " Ah là, là, ça prend la tête ! " Il y avait vraiment le côté fourbi, le côté t'as un problème qui est posé, au lieu de le prendre comme une énigme à résoudre. Moi je mets mon imper' de Colombo, je cherche les indices, j'aime bien farfouiller. Par contre, là tous, c'était : " Ah, ce fouillis, ah là, là, ça prend la tête, ça prend la tête ! " Ils avaient vraiment cette idée-là. Donc oui, je pense qu'ils ont eu des gros problèmes à l'école, depuis tout petit, depuis toujours. Je crois que si on peut éviter de dégoûter les enfants, ce serait bien. Après, on n'est pas obligé de tous s'orienter dans les études mathématiques. Il est bien évident que on a besoin de tout, de géographes, de littéraires, enfin, toutes sortes de…

I : Par rapport aux autres ateliers du centre et maintenant que tu as un peu plus animé ici, est-ce que tu penses que cet atelier est un peu comme les autres ou plutôt différent ?

A1 : Comment dire, alors qu'est-ce que j'ai fait dernièrement ? L'eau, ben en fait la différence ce serait… alors dans les autres ateliers, en amont d'une construction il y a une petite expérience, pas toujours, ça dépend du temps qu'on a. Sur l'optique, on va faire la tâche persistante, les petits jeux pour savoir à quoi ça sert d'avoir deux yeux, pour voir en relief. Sur l'eau, quand on va construire un bateau, à savoir quelle forme flotte ou coule, est-ce que c'est lié au poids où est-ce que c'est lié à la résistance en fonction de la surface qui est sur l'eau ? Tu vois, les enfants ils croient souvent que c'est à cause du poids alors que finalement, les énormes navires pèsent je ne sais combien de tonnes et une bille va couler, alors que le bateau non. Alors c'est pas une question de poids. Voilà, on fait des petits jeux, des petites expériences en amont. Pas toujours, on n'a pas toujours le temps. Là, c'est, à chaque fois qu'on a construit, que ce soit des Genaille-Lucas ou les bâtons de Néper, où la règle à additionner qui étaient bien parce qu'on a fait des manipulations de ces réglettes-là. Donc, en ce sens, c'est la même chose. Mais je trouve que c'est peut-être plus adapté, vraiment en parallèle de l'enseignement. On peut directement s'en resservir dans le cadre d'un cours. Alors que par exemple sur l'optique, le prof va faire un cours sur l'optique ou un cours sur l'eau, il va pouvoir s'en resservir pour illustrer son cours, mais ce ne se sera pas véritablement le squelette du cours. Ce sera un parallèle l'optique ou l'eau. Alors que ça, ça peut être le fond du cours. Donc en ce sens je pense que oui, ce serait très bien le faire dans les écoles. Oui, vraiment.

I : Maintenant que tu as animé l'atelier, est-ce que quelque chose a changé par rapport à ce que tu pensais lors du premier entretien ?

A1 : Disons que moi, comme toujours, j'aimerais en savoir beaucoup plus sur la question, pour pouvoir toujours mieux faire, c'est normal. Forcément, quand il y a des questions qui me piègent… Sinon, le groupe était, je pense, bien préparé, qui envie de… Peut-être qu'on leur a

dit qu'ils allaient faire des maths et finalement, quand ils ont vu qu'ils fabriquaient des outils pour calculer, ils étaient tellement contents qu'ils ont vraiment bien joué le jeu.
I : Pourtant, on leur a pas dit qu'ils allaient faire des maths, l'institutrice leur a plutôt présenté comme de la techno.
A1 : Ah ouais !
I : Sinon, la prochaine fois, tu feras le boulier, ce sera inversé avec L. *[l'autre animateur]*
A1 : Je pense que j'aimerais bien essayer de trouver une entrée en matière qui donne envie de fabriquer le boulier. Bah, déjà l'objet en lui-même il est magnifique, ça c'est moi qui le pense, mais les enfants le pensent sûrement aussi. C'est minutieux comme travail, le petit boulier. Il est très joli. Oui, je pense que je l'amènerai sous forme de loto peut-être, par petits groupes il faut faire une opération et celui qui trouve le résultat, sur une sorte de petite grille. Par groupes de deux-trois enfants pour qu'ils trouvent le résultat, tu poses un pion sur la grille.

7.3 Post-entretien avec l'animatrice n°1 (le 31/03/2004)

I : Je voudrais que tu me dises comment tu as géré l'animation du boulier. Comment tu l'as présenté aux enfants, les exemples, la fabrication. Le déroulement des séances que j'ai pas pu voir.
A1 : Alors, comme ça remonte à longtemps, je risque d'être infidèle ! Heu… L'idée première, c'était de fabriquer l'objet et ensuite de s'en servir, voilà. Donc j'ai plutôt appréhendé la manipulation du boulier, à savoir, comment effectuer des opérations en fin de construction. En amont, la première petite chose que j'ai faite avant la construction, c'était d'expliquer le pourquoi de la création du boulier. Qu'est-ce que c'est qu'un boulier ? Que ça permettait d'effectuer, heu là moi je me suis limitée aux additions. Je crois d'ailleurs que c'est les seules opérations qu'on peut faire, moi je connais pas grand chose sur le boulier. Additions et soustractions.
I : Oui, on peut faire des soustractions.
A1 : Oui, ça j'ai pas appréhendé.
I : Des divisions, des extractions de racine, en fait, on peut faire pleins de choses.
A1 : Ah d'accord. Donc là par contre, je n'ai pas présenté ça comme une sorte de machine à calculer. J'ai simplement dit que ça permettait de faire des opérations. Et moi voilà, j'ai toujours mis un bémol en disant je peux que vous montrer, enfin partager comment effectuer des additions donc des divisions. Par contre, on m'a posé la question : " Et alors, est-ce qu'on peut faire des multiplications ? " Et j'ai crié : " Au secours Caroline ! " ; et Caroline elle était dans la bibliothèque ! Et moi j'étais dans la salle Galilée, là-bas et il y avait quand même 30 mètres qui nous séparaient et c'était pas évident, tu m'as pas entendue. Donc je lui ai dit écoute heu… " Je ne sais pas: à rechercher ! " Donc je crois qu'entre-temps, il a posé la question à son enseignant. Voilà c'est simplement en introduction, amorcer le fait que c'est un outil qui permettait d'effectuer des opérations, on a de suite fabriquer. Et par contre après, alors là, ça a été le feu, on a… franchement, je suis contente de cette conclusion de séance ! Alors, sous forme de… c'est comme un loto, c'est une grille avec des résultats d'opérations. Les enfants ne savent pas que c'est des résultats d'opérations mais voilà l'idée c'est qu'il y a différents nombres présentés sur une grille genre grille loto. Et avec un petit papier sur lequel j'ai écrit une opération simple, avec une progression, d'abord une opération de type heu il y a pas forcément de retenue, il y a pas forcément t'enlève en haut, tu mets en bas. Avec une progression de difficulté on va dire et au fur et à mesure. Par exemple 15 plus 10. Donc 15 : 1 et 5. Plus 10, donc il faut ajouter 1, mais d'abord 15, je fais le tour de la salle, je fais du marathon quand même, j'ai bien couru ! Donc je fais le tour de la salle pour voir que tout le monde écrit bien 15 et ensuite je fais le tour de la table pour voir si tout le monde écrit bien plus 10. Et celui qui trouve évidemment, crie en levant la main et c'est là que tu vas le voir et que tu observes qu'il a bien fait 15 plus 10 et non pas tout de suite 25. Parce qu'en fait, les

enfants souvent ils trichent et ils font les calculs mentaux et après ils ne mettent que les résultats. Mais attention, ça, ça ne marche pas : c'est sûr, moi je ne donne pas le caillou !!! Voilà, donc il y avait ça comme façon de faire. Après ce qui était drôle aussi, admettons qu'il y ait 10 opérations par planche, la dernière il restait par exemple 117. Alors au moment de trouver 117, j'ai feinté parce que je savais qu'ils allaient tous me dire 117. Donc pour trouver 117, ça a été 120-3 admettons, bah là j'ai fait 120-4 ! Et comme par hasard, ils trouvaient tous 117, ah bande de p'tits filous !! Et c'est là que j'ai dit, non, non, non vous voyez, là je vous ai un petit peu piégé parce que voilà. Donc le truc, je pense qu'il faut refaire ce jeu, je pense que c'est sympa pour créer l'émulation, donner envie aux enfants de se servir du boulier. Et puis surtout faire en sorte que les opérations, ce soit appréhendé de manière rigolote et là, ça a été le cas. Mais il faut se méfier des p'tits filous, donc voilà. Donc le danger il est là, donc peut-être qu'il faudrait améliorer, mieux réfléchir à ce jeu-là, pour qu'ils n'effectuent pas les opérations mentales et qu'ils manipulent vraiment le boulier.

I : Et donc, ton avis général sur les deux séances du boulier la construction, t'as trouvé ça bien, un peu délicat ?

A1 : Oui disons que le cadre en lui-même c'est facile à assembler, peut-être la difficulté c'est quand tu coupes pas très bien, de façon perpendiculaire, les cadres ils sont un peu heu… losange, c'est ça ?

I : Oui, il faut les poncer.

A1 : Donc la difficulté c'est à ce niveau-là. Après c'est tout. Les trous heu, malgré les trous trois par trois donc avec le scotch, je pense que c'est la technique à adopter. Tu les mets ensemble, comme ça au moins les trous ils sont correspondants. Bien que tu leur dises, il faut marquer en haut à droite pour que ce soit bien mis, je sais pas pourquoi il y a une tempête qui est passée dans la salle, ça a tout mélangé !! Et les gamins ils se retrouvent avec des morceaux de bois qui ne correspondent pas. C'était particulièrement spécial, mais on a réussi.

I : Bon et pour les animations que tu as faites trois fois (Néper, la règle à additionner, Genaille-Lucas), tu peux me récapituler comment tu t'y prenais à chaque fois en me disant ce que tu trouvais plutôt bien et ce que tu trouvais plutôt pas terrible ?

A1 : Disons que, en gros, en comparaison de la première et de la dernière séance concernant plutôt les règles à calculer et les bâtons heu… Au début, j'avais beaucoup de lacunes concernant les réponses que je pouvais apporter aux enfants, à leur questionnement, donc là c'était un peu difficile. À savoir le pendant de l'addition c'est la soustraction, multiplication-division, la manière dont étaient construits les bâtons. Donc ça c'était au début et à la fin je pouvais répondre à toutes les questions, là sans souci. Donc déjà, bon me sentant plus à l'aise, j'appréhendais ça de manière beaucoup plus tranquille : ils pouvaient me poser toutes les questions du monde ! J'étais bien plus à l'aise. Donc après concernant Néper, heu comment ça marche ? Donc tu as les bâtons de Néper, tu expliques donc tu fais les multiplications via l'addition, heu tu effectues différentes opérations, les enfants, chacun donc à tour de rôle en fait une. Évidemment, que ceux qui veulent, parce que voilà, je force jamais. Ceux qui veulent font, et une fois qu'on a tous fait, qu'on a tous compris comment on effectue l'opération, on fabrique les bâtons et une fois qu'on a fabriqué les bâtons, on comprend comment ils sont… heu enfin en même temps qu'on écrit les chiffres, donc chaque enfant vient à son tour sur le tableau, sur les fameuses photocopies.

I : Donc c'est avant qu'ils construisent le leur, c'est ça ?

A1 : Oui, pour résumer au début tu as les bâtons en bois qu'on va manipuler pour comprendre comment effectuer les multiplications. Comment faire, donc manipulation. Deuxièmement on fabrique les bâtons et pour remplir les bâtons donc pour écrire les chiffres dans chaque case des bâtons, là les enfants viennent à tour de rôle remplir les bâtons de deux, le bâton de trois, le bâton de quatre.

I : T'as le support au tableau pour que chacun remplisse ?

A1 : Oui.
I : D'accord, et après ?
A1 : Après on fait un tour de table.
I : **Chacun donne une opération et par contre, tu fais des opérations par un chiffre et tu fais par des nombres à deux chiffres, toi ?**
A1 : Alors, en fait ce que je fais, c'est 27 fois 3, c'est ça, ce genre d'opération, deux chiffres multipliés par un et ensuite évidemment 3 chiffres, 4 chiffres, 5 chiffres, alors ce qui est rigolo c'est que les enfants ont tous la folie des grandeurs ! Ils veulent tous mettre 20 chiffres à la suite, 20 chiffres multipliés par un, je leur dis que bien entendu c'est possible, enfin on peut essayer. On essaie, en général quand ils disent pour 3 ou 4 chiffres, je dis : " Ah je ne sais pas, voyons voir ? ! " Et je fais l'analyse, essayons, testons, démarche expérimentale, voilà ! On va tester, par contre quand ils sont trop gourmands et qu'ils me demandent de le faire avec 30 chiffres, heu là, ça m'énerve un peu, parce qu'on n'a pas vraiment trop de temps à, là je pourrais dire, à perdre parce que là c'est la folie des grandeurs et il n'y a pas vraiment d'aboutissement... Parce que si ça marche avec 3, 4, 5, 6, je présume qu'avec 30 ça peut marcher puisque ça marche à l'infini, sauf que là par contre, je leur donne la réponse, je dis oui, que ça marche. Mais je leur fais pas faire, c'est pas très bien de ma part, mais bon.
I : Oui, mais il y a bien des fois où l'on est obligé. Mais par exemple 27 fois 31, tu le fais faire ou pas ?
A1 : Alors voilà, alors la dernière fois, heu je ne l'ai pas fait faire. Par contre j'ai expliqué que 27 c'est 20+7, 20 c'est 2 fois 10. Donc on peut faire multiplier par 2, rajouter un zéro ; multiplier par 7 et ajouter les deux résultats. Voilà, je leur explique ça.
I : Tu leur expliques quand même, d'accord. Après ils le refont avec les maîtres.
A1 : Ils ont un mal fou avec ça avec 27, c'est 2 fois 10 plus 7. Ça, ça a été très, très dur, il y a d'autres difficultés aussi concernant la règle à additionner heu…
I : Oui alors justement, Néper, c'est fait et après tu fais comment dans la deuxième séance ? Tu fais donc Genaille et la règle à additionner. Tu commences par lequel ?
A1 : La règle à additionner.
I : Bon bah, vas-y, parle-moi en.
A1 : La règle à additionner heu, donc toujours pareil, on a l'objet, la règle en bois, le modèle, donc on la manipule tous ensemble. J'ai fait d'abord une ou deux opérations et les enfants à tour de rôle en proposent une, donc toujours pareil, fameuse folie des grandeurs, toujours des chiffres incroyables qui ne sont pas sur la règle. Donc la consigne est de faire des petites opérations donc après, une fois qu'on a tous bien appréhendé le fait que deux plus trois : c'était à deux, tu rajoutes trois, etc. Là à ce moment-là, on peut se permettre de faire des grandes opérations qui dépassent de la règle. Donc sachant que c'est toujours plus un, eh bien, en dessous tu fais toujours plus un et tu obtiens le résultat. Enfin, tu lis le résultat qui n'y est pas, mais qui pourrait très bien y être. Heu alors la difficulté : la première séance, j'ai été complètement dépassée par les évènements concernant l'unité à diviser en 4. Ça a été mission… mission je m'arrache les cheveux ! Ouais, ça a été très difficile. Heu… donc petit à petit, en fait vu les difficultés, les enfants ils m'ont un peu… faite glisser tout doucement vers une règle à calculer sans fraction entre les unités heu… Ça se dit sans fraction entre les unités ?? Sans heu…
I : Il n'y a pas de sous-unités, justement.
A1 : Il n'y a pas de sous-unités, voilà. Oui, c'est ça. Et ensuite donc ça je l'ai enlevé parce que c'était trop, trop faux, on perdait un temps incroyable.
I : Oui, c'est en CM2 qu'on apprend les nombres décimaux.
A1 : Pourquoi pas à l'avenir faire ces mêmes règles-là, heu… et c'est ce que j'ai dit à J. *[un des professeurs, P4]*, dire que lui il peut amorcer les fractions enfin les… les, comment t'as dit ?

I : Les nombres décimaux.
A1 : Les nombres décimaux, voilà heu… après donc avoir fait cette règle, il était très enthousiaste. Il a dit oui, oui, oui.
I : Donc toi le problème de la règle c'était faire des sous-unités : 0,5 ou 0,25 c'est difficile, donc faire par exemple tous les demi-centimètres une unité, et puis comme ça t'en mets plus.
A1 : Donc ça on s'en est rendu compte avec les enfants et après donc au lieu de faire 2 cm par unité, puisque c'était justifié par le fait qu'il y ait des sous-unités, là on a raccourci et on a fait 1 cm, mais on peut faire encore mieux 0,5 cm. Mais là, j'ai laissé 1 cm dans le… comme ça, ça laisse une opportunité aux enseignants de rajouter. Et donc au dernier groupe, je leur ai expliqué qu'on pouvait faire des opérations avec 0,5 donc la moitié hou là, là, là, là !! Je m'en souviens encore d'ailleurs, j'ai mal à la tête, là ! C'était terrible, ouais, ouais, c'était super terrible. Donc bon courage à J., n'est-ce pas, une pensée pour J. ! Alors après je leur ai montré le disque qu'on pouvait couper en deux, qu'on pouvait couper en quatre, donc 1 sur 2, 1 sur 4. 1 sur 2, c'est 1 divisé par 2, c'est-à-dire la moitié de 1, c'est 0,5. Je montrais une unité, je la coupe en 2, c'est 0,5. Donc de 1 à 2 c'est 1, 1,5, 2 si on coupe en 2, etc. Ça a été mais... 0,5 plus 0,5 égal 5 ! Ça a été très difficile… peut-être que j'ai pas la méthode aussi, faut pas…
I : Non, c'est pas gênant de faire ça en animation même s'il ne l'on pas vu en classe, au contraire, c'est une première approche !
A1 : Disons, c'est au niveau du temps, parce que moi je les sentais capables, mais c'est une question de temps surtout je pense que c'est vraiment ça. Parce qu'après au niveau des sous-unités, il peut y avoir… on peut mettre en place des jeux, les fameux disques avec des morceaux que tu enlèves et que tu rajoutes, tu peux faire ça, tu vois. Tu coupes un disque avec des portions de 10° à chaque fois, tu rajoutes tout, ça te fait 36 portions, c'est ça ?
I : Oui, 360… oui.
A1 : De 20, etc., tu peux combler les quarts, les demis, tu vois là on peut peut-être visualiser. Bon après, c'est sûr que l'abstraction est nécessaire, quoi tu ne peux pas éternellement compter avec des choux et des carottes. À un moment donné aussi… Mais là en l'occurrence, ça aurait pu être bien, ça aurait pu être utile. Voilà, donc ça c'était la difficulté, mis à part cette difficulté qui était quand même hyper importante, que très vite j'ai abandonné ces sous-unités parce que, il y avait moins de temps pour Genaille-Lucas. Donc après voilà, je me suis contentée des unités et les unités, ça a été très, très, très bien, très facile à appréhender, les enfants ont ensuite bien maîtrisé.
I : Oui, c'est vrai, je crois que la règle à additionner a été bien appréciée.
A1 : À chaque fois, je leur dis : " on fait des jeux ". À chaque fois ils me disent : " Ah ouais, on fait des jeux ? ! " Ils sont super contents et on fait des opérations, on construit, tout ça et après ils me disent : " Mais heu, c'est quoi le jeu, quand est-ce qu'on fait le jeu ? - Bah, c'est ça le jeu ! - Ah, ah bon… " Alors, tu vois il y a une seconde de déception et puis après : " Ah oui d'accord ! " Et puis ils jouent le jeu, ils jouent le jeu, c'est le cas de le dire. Après ils jouent mais c'est vrai qu'au début, ils jouent en attendant le jeu et après ils jouent en comprenant que c'est le jeu. Donc c'est vrai qu'ils se sont, ils ont vraiment vu après comme un…, oui comme un jeu où on fait un tour de table. Moi je leur dis, c'est fascinant, c'est bluffant, t'arrives à… c'est comme Genaille-Lucas donc l'étape supérieure…
I : Alors, Genaille-Lucas, voilà, t'as fait juste découper le bristol ?
A1 : Oui, parce que je pourrais le fabriquer plus fini, c'est-à-dire le coller, mais on perdrait du temps et on ne pourrait pas bien s'en servir et ça me pose problème, j'aime pas fabriquer et fabriquer point, ça, ça m'énerve !!! Il y a bien sûr un rapport de matériel et de possession donc là, c'est vraiment heu fabriquer un objet pour jouer, pour prendre du plaisir et puis pour partager aussi. Donc là on fait un tour de table, enfin c'est délirant quand même, on fait des

enchères un peu, tu vois c'est heu… et puis même mieux Caroline, ils se battaient pour aller remplir le tableau de Néper !! Je ne l'ai pas dit ça ! C'était du délire, et à chaque fois !

I : Oui, je me rappelle !

A1 : Non, mais c'est démentiel et ils se battent pour faire des opérations et quand on dit : " Bon, voilà qu'on a bien appréhendé, na, na, allons dans le vif du bricolage " Et tous : " Ah non, encore !! – Arrêtez, arrêtez, non arrêtez, je vous en prie ! Y en aura pour tout le monde ! On fera tous des opérations ! – Oui, moi encore ! " C'est incroyable, en fait c'est parce que je leur dis que c'est un jeu, ça joue, je pense que ça, ça influe terriblement. Donc pour Genaille-Lucas ah oui…

I : Alors, Genaille-Lucas, qu'est-ce que tu en as pensé, comment t'as fait ?

A1 : Heu… alors oui je voulais juste finir avec la règle à calculer, dire que spontanément les enfants heu… effectuent des soustractions à la suite des additions et ça c'est très bien, c'est la dernière étape de la règle à additionner et heu spontanément et donc sereinement ça vient et donc après quand on fait le tour de table, ils choisissent de faire une opération, donc celle qu'ils préfèrent addition, soustraction et là il n'y a pas de règle. C'est pas un tour d'addition et un tour de soustraction, ils choisissent ce qu'ils veulent. Voilà, c'est ce que je n'avais pas dit. // Alors, nous en étions à Genaille-Lucas, alors Genaille-Lucas, c'est toujours la même démarche, toujours on…on quoi, quoi, quoi ? On prend les fameux bâtons de bois, on observe comment ils sont faits, donc je demande : " Comment s'est fait ? Qu'est-ce que vous voyez ? – Donc en haut il y a écrit les chiffres qui correspondent donc chaque bâton a un chiffre en haut. – Il y a un bâton qui est différent des autres. – Ah bon ! Qu'est ce qu'il a ? Pourquoi ? – Oui, parce qu'il y a écrit des chiffres de 1 à 9 et les autres ils sont avec des p'tits triangles, ah c'est bizarre, ah oui c'est différent. " Donc on observe et après " Bah tiens, je vais vous montrer comment effectuer des multiplications en ne faisant que lire ! Ah, merveilleux ! " Alors on dispose les bâtons heu… et donc toujours l'unité en haut à droite et ensuite on décale heu… on lit la pointe, le sommet du triangle. Et donc sur le tableau on écrit donc unité, dizaine, centaine donc trois, heu trois colonnes. Et le produit, enfin le produit à effectuer donc si moi, la première toujours c'est moi qui montre. 287 fois 4, égal et là je mets heu… unité, dizaine, centaine pour bien montrer qu'on écrit de droite à gauche, mais on lit de gauche à droite. Ça c'est très important de replacer l'unité, la dizaine et la centaine. Pourquoi on écrit de droite à gauche, parce que c'est une question de, de… comment dire.

I : De retenue.

A1 : De retenue, voilà merci. Et voilà, voilà. Donc j'en fais une, j'en fais deux, quand ils ont bien vu, chacun en fait une, donc toujours pareil, spontanément. Ils se battent. C'est la folie ! Parce que tout le monde veut en faire tout plein. Et je suis obligée dire : " Non, non arrêtez, arrêtez !! On verra plus tard " C'est terrible quel succès ! Ensuite, on… donc les enfants découpent les fameux bâtons, les réglettes multiplicatrices et à nouveau on fait un tour de table, donc toujours le tour de table. Alors ceux qui veulent font, ceux qui veulent pas, font pas. Il y a toujours une maman, pas toujours embêtante, mais… il y a souvent une maman casse pieds qui dit : " Mais toi, t'as pas fait d'opération !! " *[Il y a souvent des parents accompagnateurs]* Oui, mais c'est pas un problème. Bon, il y en a toujours un, enfin toujours, souvent encore une fois, un qui n'y arrive pas du tout, qui est complètement perdu, qui veut pas, qui a une hantise que ça arrive à lui, donc souvent comme par hasard, je me retrouve à côté de lui, c'est fou ça quand même ! Le hasard, il fait bien les choses des fois, " Ah tiens t'es à côté de moi ! " Et donc moi j'ai mes petits bâtons et comme par hasard, je dis : " Mais attends, essaie avec ceux-là, ils sont plus jolis. C'est plus facile à manier et tout. " Et puis comme par hasard, on le fait ensemble et il s'en sort très bien. Et il n'y a pas un enfant qui n'a pas compris. Si, non j'exagère, je mens, peut-être il y en a un sur heu… toutes les classes. Au début, certainement au début parce que je maîtrisais moins bien. Donc là c'était de ma faute au début s'il y en a un qui n'a pas compris c'est parce que je maîtrisais mal. Maintenant que… j'assure comme une bête !

I : T'as bien vu l'évolution entre les animations et tu te sentais plus à l'aise et tu as pu faire plus d'animation justement, à la fin.

A1 : Ouais, et puis personne n'était laissé. Parce que je me souviens vraiment d'un certain E. *[un élève]* avec J. qui était complètement perdu et puis qui vraiment s'en est sorti comme un chef à la fin, vraiment ! Et heu, il a pas du tout rechigné à rester deux minutes de plus, quoi. " Allez, on en refait une ? – Allez, vas-y, on en refait une. – Voilà, on en refait une ! " Ça faisait style, genre je motivais mon poulain pour aller sur le ring. Mais heu, ouais, c'était bien parce que même ceux qui n'y arrivaient pas, arrivaient. Donc y'a vraiment… c'était super. Je trouve que ça a été un instrument de valorisation de l'individu.

I : Alors, ça tu vas me l'expliquer par la suite. Pour toi heu, est-ce qu'il y a une des deux animations que tu as préférée ? Si tu as préféré faire le boulier ou plutôt les bâtons à multiplier ?

A1 : Oui, je pense que pédagogiquement parlant, les bâtons c'est carrément mieux.

I : Ah, alors vas-y, explique-moi.

A1 : Ben le boulier c'est très bien au niveau de la technique mais heu… // peut-être parce que pareil je maîtrise moi bien, c'est peut-être ça aussi. Faudrait peut-être que je revoie les bouliers plusieurs fois de suite pour en parler différemment, mais les bâtons, ce que j'aime bien, c'est heu… ça répond vraiment à une attente scolaire parce que ça répond vraiment au programme heu des multiplications, donc je pense que c'est vraiment un outil qui va très, très bien, qui est en adéquation avec, avec ce qu'ils font scolairement, en ce moment. Heu, le boulier j'ai plus l'impression que c'est une fantaisie, je pense ça. Mais je me trompe parce que je ne manie pas les bouliers en multiplication et division.

I : Oui, je pense que c'est parce que tu l'as peut-être pas assez manipulé, effectivement. Je pense que tu pourrais te prendre au jeu et faire des trucs sympas aussi avec le boulier.

A1 : Oui, disons peut-être que je maîtrise moins bien les opérations. Ouais, je pense que j'ai du mal aussi avec le boulier, je pense qu'à un moment donné, je coince sur les opérations à faire avec le boulier.

I : D'accord, maintenant la question à laquelle tu as commencé à répondre tout à l'heure, pour toi, c'est quoi l'intérêt de cet atelier ? Si tu avais à le présenter à un instit', c'est quoi le boulier c'est quoi ces bâtons ? Pourquoi je le prendrais ? Qu'est-ce que ça m'apporte pour moi, avec les enfants ?

A1 : À pleins de niveaux. Déjà d'un point de vue pédagogique, heu… c'est une façon de visualiser les opérations donc d'un point de vue pédagogique, c'est indéniable son intérêt. Heu… après, d'un point de vue…bah déjà l'objet en lui-même, je pense que ça peut être une façon de, enfin moi après je suis peut-être un p'tit peu fétichiste aussi ! Mais quand j'étais petite et que j'allais à l'école, j'aimais bien avoir un cahier, des stylos, heu, d'avoir ma petite panoplie de l'étudiante, mignonne et gentille. Et c'est vrai que cet objet, rien que l'objet pour l'enfant, j'ai l'impression que c'est heu… je sais pas comment on peut dire fétichiste. C'est un peu comme quand mon papy il avait sur son bureau son échiquier, c'est des objets comme ça qui heu, qui sont lourds de sens. Et je pense que d'avoir un tel objet ça ouvre des portes sur le heu…monde des mathématiques, si on peut dire ça comme ça. Je sais pas si c'est très clair. Donc, voilà, donc d'un point de vue pédagogique, d'un point de vue objet et symbolique de l'objet. Après, au niveau des relations entre heu… instituteurs enfin enseignants et enseignés, heu et avec l'élève, heu je pense que ça peut permettre une relation hyper ludique et ça c'est bien.

I : Une autre manière d'aborder les mathématiques ? Plus ludique ? C'est ce qu'attend l'inst'.

A1 : Oui, c'est ça, d'un point de vue pédagogique, ça répond tout à fait à ces attentes, ce qu'il a à faire en ce moment. Et ça y répond heu…c'est donc la première chose que j'avais mise en relief, c'est ça. C'est que ça répond vraiment à… à… ce qu'il fait dans son programme et ça y répond de manière très évidente. Quand tu manipules ces objets-là, tu vois vraiment comment effectuer des multiplications, comment heu les additions et les soustractions. Si ensuite c'est une amorce pour les sous heu…unités, j'ai du mal avec ce mot-là ! Heu, voilà donc ça permet vraiment de répondre heu… au projet péda… enfin, au programme de l'enseignant, mais de manière hyper concrète et en même temps c'est une amorce pour les cours et un parallèle. Donc pédagogique, heu l'objet par rapport à l'enfant donc le côté ludique entre les enseignants et l'enfant, heu qu'est-ce qui a d'autre encore ? Heu… je vais y arriver. //
I : Et tu trouves que ça se prête bien à l'animation ?
A1 : Ouais, de toute façon, moi je pense que tout… oui, tout s'y prête. Après je suis peut-être une extrémiste à ce niveau-là, mais je pense que tout est animation. Il suffit de… animation, ça veut dire donner de la vie, donc heu je pense qu'on peut donner de la vie heu, à quelque chose de heu de complètement inerte. Bon, là je ne parle pas des maths !! Mais pour n'importe quoi, hein. Oui, je pense que oui, il n'y a aucun souci, au contraire d'ailleurs, il faudrait ça devrait être une obligation de donner de la vie aux choses qui sont a priori un peu difficiles, un peu… inaccessibles. C'est faire sauter des barrières et puis rendre, dédramatiser, vraiment ça c'est important, je pense que j'avais déjà dit ce côté dédramatisation.
I : Et les enfants, qu'est-ce que tu as trouvé de leurs réactions ? Tu t'attendais à ce qu'ils accrochent, à ce qu'ils n'accrochent pas ? Qu'est-ce qu'il en a été réellement ?
A1 : Heu, peut-être que j'avais des craintes, je sais plus, là ça remonte à longtemps. Mais je pense que j'avais des craintes sûrement, par rapport aux échos que j'ai autour de moi, les adultes qui ont des souvenirs terrifiants des mathématiques, mon dieu c'est horrible !! Et heu, par rapport à ces échos-là, je pense que je pensais qu'il y allait avoir des blocages et en fait, bah non ! Pas de blocages !
I : Pas de blocage.
A1 : Pas de blocage. Si, au début certains ne comprenaient pas, mais c'était des blocages de compréhension mais pas de… volontairement, je me bloque parce que j'aime pas les maths. Non, c'était : " Aïe tu comprends pas, qu'est-ce qui se passe ?! " Donc il y en a qui décrochaient, genre tiens je vais sur la lune. Ce genre de décrochage là, mais ça se rattrape très vite, tu fais : " Hop, hep vous là-bas, ici ! " Histoire de montrer c'était qui la chef !!!! Je dis ça, mais… je me souviens d'avoir été débordée, oui en plus tu m'as filmée, quelle horreur ! T'as des preuves contre moi ! Ça, c'est l'exemple le pire parce qu'après ça, c'est toujours bien passé. Heu… non ça répondait bien.
I : Alors, heu… qu'est-ce que je voulais te demander encore ? Heu… qu'est-ce que tu penses de cet atelier par rapport aux autres ateliers du centre ? Est-ce que c'est un peu pareil que les autres ?
A1 : / Heu… Bah…//
I : Dans quelle matière tu le mets, quoi. Est-ce que tu le mets bien en mathématiques ou plutôt en jeu, en logique ou en mesure ou en instruments.
A1 : Alors, ouais heu… Ça peut aller dans les instruments de mesure comme ça peut aller dans les mathématiques concernant Néper et Genaille-Lucas, ça c'est sûr. Heu, même le boulier que je ne maîtrise pas. J'ai du mal à en parler parce que je ne maîtrise pas, en fait. C'est pas que je ne l'aime pas ce boulier, il ne m'a rien fait de mal, hein ! Mais… Par contre après ce qui est excellent c'est les, tous les autres jeux de puzzle, Pythagore, ça, ça me plairait dans l'avenir, hein si tu vois ce que je veux dire… Donc Pythagore, Hanoi, Moëbus, tout ça je trouve que tout ça c'est vraiment… Et après toute la famille des casse-tête, ça c'est vraiment super. Et pour ça… bah il faudra que tu reviennes, voilà !

I : Oui ! Mais tu trouves que ça s'insère bien dans les autres ateliers des Domaines ? Que ça colle au truc, au niveau des réalisations ? Est-ce que tu le trouves différent ou est-ce que tu le trouves bien dans la mouvance ?
A1 : Alors, d'accord. Bah en fait, le boulier je répondrais oui par rapport à la technique. Heu… Genaille-Lucas : non, parce que c'est juste du découpage de carton. Même si on l'appréhendait d'une autre manière, en fait que ce soit les réglettes multiplicatrices Néper ou Genaille-Lucas, l'un ou l'autre, même en le faisant sur bois, heu découper le bois… Il faut qu'il y ait plus de technique pour que ça réponde mieux aux Domaines parce que les Domaines c'est quand même un centre d'animation technique, scientifique et technique. Donc au niveau technique, c'est comme quand il s'agit de fabriquer un culbutos ou un planeur, ça, ça répond pas à la technique comme on l'entend ici par rapport aux outils.
I : Ah oui, toi tu trouves que ça rentre pas dans… pas tout à fait pareil ? !
A1 : Bah, en comparaison, au niveau de la fabrication. Parce qu'en fait, ce que j'ai bien compris, hein, ce qu'on m'en a dit, redit et re-redit, heu, la spécificité des Domaines, c'est vraiment de fabriquer des objets et là fabriquer, ça sous-entend, assembler des… enfin tracer des pièces, découper des pièces, les assembler. Tu vois là y'a juste une notion de tracer et découper, donc scier, poncer. Donc là, oui ça répond, mais heu…/ c'est peut-être pas encore assez… heu, comme les drôles d'engins où t'as d'avantage de, d'outils qui sont mis en place, donc ça. En fait, je dirais non par rapport à ce qu'on m'en a dit en règle générale de la technique, mais sinon…
I : Oui, mais par exemple, le planeur qu'on fait souvent avec les classes, on ne fait que découper, coller et lancer !
A1 : Oui, c'est ça, exactement. Soit on dit non, parce que, en opposition aux drôles d'engins, heu… à toutes sortes d'objets qui nécessitent une technique et toutes sortes d'outils différents. Ou alors, on peut très bien dire : oui, en parallèle du planeur, du cerf-volant et là ça fait, ça pose aucun problème. Fabriquer un cerf-volant, il s'agit donc de tracer, de découper du plastique et de coller, heu… deux morceaux de je sais pas quoi, comment ça s'appelle déjà ? Des canisses, ouais des canisses ! Et des ficelles, donc c'est vrai que ce serait plus… si je dis oui, ce serait dans la famille des réalisations rapides, dans ce cas. Voilà, donc non par rapport aux constructions de grande envergure et oui par rapport aux rapides.
I : Oui, mais en général, sur les stages quand on fait trois jours, il a toujours un gros objet et deux plus petits.
A1 : Oui. Moi je dirais oui parce que déjà on fait heu, des petits objets, le culbutos, voilà, en fait c'est oui mais pas seul. Il faudrait pas que ce soit seul, il ne faudrait pas se contenter de faire qu'un bâton ou qu'un culbutos par exemple, hein. Voilà pour mettre en parallèle. Tu fais le culbutos, tu fais à côté le fameux bonhomme qui fait des pirouettes, version mobile géant, voilà, bon bah là, c'est la même chose, oui mais à côté il faut faire autre chose.
I : D'accord, mais donc là, tu trouves que c'est des mathématiques ou pas ce que tu faisais là avec les enfants ?
A1 : Ben heu dans ma manière d'aborder le remplissage des bâtons de Néper, je dirais oui, c'est des mathématiques. Heu, dans la manière de le vivre, je dirais non, parce que c'était vraiment rigolo, on a fait vraiment un jeu. Enfin, je dirais non parce que…heu parce que dans l'a priori qu'on en a des mathématiques, c'est vrai que c'est souvent, enfin moi dans mon esprit, c'était pas associé au jeu, donc maintenant c'est parce que moi, moi je suis une secrétaire-géographe donc voilà, par rapport à mon vécu, je dis non. Mais en fin de compte, ceux qui aiment véritablement les maths, j'en ai rencontré des tonnes de gens qui disent, vraiment, c'est un jeu, c'est tout le temps un jeu. Et maintenant que je me replonge dans mon bouquin de 5$^{\text{ème}}$, oui, c'est un jeu. Donc je dirais oui.
I : Ben, voilà, moi c'était juste tes impressions après, je vois pas trop d'autres questions à te poser, mais toi t'as peut-être un truc à rajouter.

A1 : Bah en tout cas, moi ce que j'aime bien, c'est de pouvoir faire quelque chose qui a un sens et ça c'est important. Alors, après ça, ça vient peut-être de ma personne, c'est peut-être pas valable pour tous les animateurs du monde entier. Mais c'est vrai que c'est vraiment très important. Oui, je suis contente pour moi c'est complet et ça c'est important. Il y a un début, y'a une fin, y'a un sens. Y'a un objet qui se raccroche à quelque chose. Il y a un jeu. Y'a tout un ensemble.
I : C'est cohérent ?
A1 : Oui, c'est cohérent, ça c'est important de le souligner. Non, c'est vrai il y a des objets comme ça qui sont beaux, bah qui sont super beaux, attention ! Qui sont cent mille fois plus beaux que Néper !
I : Le nocturlabe ?
A1 : Si, à la limite si parce que moi je l'ai fait avec la Grande Ourse sur le tableau, heu, on l'a fait mais c'est crétin. Déjà c'est difficile à faire. Mais y'a pleins de choses crétines ici. La plus crétine de toutes c'est les microfusées. Et ça c'est parce que heu… non déjà, on est absolument nul, mais tous hein.
I : Oui, c'est sûr il y a un problème de formation.

8. Entretiens avec l'animateur n°2

8.1 Pré-entretien avec l'animateur n°2 (le 24/09/2003)

I : Est-ce la première fois que tu animes cet atelier ?
A2 : Oui
I : As-tu préparé les séances d'animation ? (Lectures, fabrications…) Comment ?
A2 : J'ai réalisé quelques montages, en plus des documents que tu nous as passés. *[Les fiches techniques]*
I : Penses-tu que l'atelier proposé avec la réalisation et l'utilisation d'objets à calculer peut être un moyen d'enseigner des notions en mathématiques en primaire ? Pourquoi ?
A2 : Oui, on peut faire des mathématiques. C'est rapport avec les chiffres, avec des objets qui permettent de faire soit des additions soit des multiplications, des opérations simples ou complexes, pour moi ça c'est des maths.
I : Quel est pour toi l'objectif des animations ? Boulier, Néper, Genaille, règle calculs.
A2 : Alors là, c'est le gros blanc. C'est comme d'habitude quand c'est nouveau c'est une confrontation avec les gosses.
I : Par exemple pour le boulier tu prévois quoi pour le déroulement et l'objectif des animations ?
A2 : L'objectif c'est l'objet fini, qu'ils comprennent ce à quoi il sert. Quant au déroulement, je vais partir sur de la fabrication et après on passera, je pense tout ce qui est manipulation et compréhension de l'objet.
I : Le boulier tu vas leur présenter comme un objet qui sert à quoi ?
A2 : Actuellement qui est totalement dépassé mais qui est l'ancêtre de l'ordinateur, de la machine à calculer.
I : Et pour les autres objets ?
A2 : Ça va être un peu pareil, ça va être le fil conducteur. S'ils n'avaient pas été inventés, est-ce que maintenant on aura des machines à calculer ? Ça reprend un peu le système de l'activité en optique : le sténopé, le zootrope qui vont donner le cinéma et les techniques audiovisuelles actuelles.
I : As-tu des appréhensions par rapport à une réalisation ? Pourquoi ?
A2 : Les bâtons de Néper et ceux de Genaille peut-être. C'est le visuel, je trouve les bâtons légèrement plus compliqués que pour le boulier. Pour la réalisation il n'y a aucun problème, le côté technique ça va, c'est le côté peut-être plus théorique…

I : Penses-tu que cet atelier est différent des autres (électronique, mico-fusées…) proposés au Centre ? Pourquoi ?
A2 : Ça reste quelque part dans la philosophie du centre, mais c'est à part dans le sens où les mathématiques en eux-mêmes sont une matière purement scolaire. Je ne crois pas que les mathématiques soient la priorité des sciences et techniques. Les gosses font du CP à la terminale des mathématiques, je trouve un peu dommage de nous derrière en remettre une couche. Bon, c'est peut-être nous qui allons faire aimer les maths à des gosses parce qu'ils vont découvrir qu'avant on fonctionnait avec des machines en bois. Peut-être que l'historique va les intéresser aux maths, leur donner envie d'en savoir plus.
I : Quels sont les ateliers que tu préfères animer ? Ceux que tu aimes le moins ?
A2 : Drôles d'engins, ça englobe tout : le périscope, une machine avec des engrenages, des hélices, la voiture ballon, c'est ce qui me plaît. L'intérêt est que les enfants sont autonomes et peuvent choisir leurs réalisations. *[Stages pendant les vacances]* Avec les scolaires, en microfusées c'est bien pour l'émerveillement des enfants, en optique ou énergie, il y a les scies. L'électronique c'est particulier. Je ne peux pas dire qu'il y a un atelier que j'aime moins, tous sont différents et apportent quelque chose aux enfants.
Nombre d'années d'animation : 8 ans, de 1986 à 90 : centre aéré, cantine… 1985-86 : éducateur pour des enfants difficiles.
Nombre d'années d'animation aux Domaines : 4 ans (de 1999 à 2003)
Année du BEATEP : 1999
Niveau scolaire ou universitaire : $3^{ème}$, cuisinier
Matière : /
Formation avec une association de culture scientifique et technique (ANSTJ, Petits Débrouillards…) : BAFA, formation aux Domaines (sur le tas) puis Petits Débrouillards (3 week-ends).
Est-ce que ces formations spécifiques ont apporté quelque chose pour votre manière d'animer ? Quoi ?
A2 : Quand j'ai été aide-éducateur avec des enfants caractériels c'était la première confrontation avec la réalité des quartiers, les difficultés que les enfants peuvent rencontrer dans la vie. Envie ensuite de passer à l'animation plus pure : le BAFA, une approche pédagogique plus sereine, des enfants moins difficiles. Après le BEATEP, c'est un retour à l'animation après divers choix personnels et une envie de revenir dans ce métier. Ça m'a apporté des connaissances en psychologie, physiologie de l'enfant, gestion de groupe, gestion des séances d'animation. Ça m'a permis de structures toutes les connaissances que je pouvais déjà avoir. Les Petits Débrouillards m'ont donné une vision un peu différente des sciences et techniques que celle des Domaines, plus orientée vers le tâtonnement.
I : Comment tu t'es formé en sciences ?
A2 : L'ensemble de tout, la vie de tous les jours, les formations Petits Débrouillards et aux Domaines et aussi sur le terrain, confronté à des séances d'animation.
Sexe, âge : H, 38 ans, sans enfant.

8.2 Méso-entretien avec l'animateur n°2 (le 12/11/2003)

I : Qu'est-ce que tu penses de cette multiplication ?

$$\begin{array}{rrrrr} & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \times & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{6} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

A2 : Elle me semble fausse, je vois pas pourquoi il y a ces deux lignes.
I : Si un enfant fait ce calcul, tu lui dirais quoi ?
A2 : Je sais pas, il faudrait d'abord que je vérifie son résultat.
I : Vas-y, tu peux écrire si tu veux.
A2 : *[A voix basse]* 3 fois 2 : 6, 3 fois 3 : 9, 3 fois 6 : 18, … 14, 3 fois 7 : 21 et 22. 6 fois 7 quarante heu… deux, oui 42 et j'ai 2 de retenue : 44. Bon. Alors là j'ai une décomposition apparemment. Apparemment,

il a décomposé les dizaines, les dizaines sont décomposées. On a fait une suite d'additions, on a décomposé les dizaines en additions.
I : Alors, le 140, il l'a obtenu comment tu penses ?
A2 : Heuuu, 140, c'est la que ça se complique, je ne vois pas. 2 fois 7 : 14. Il a multiplié là-haut par en-bas donc il a changé le multiplicateur de sens. Puisque 2 fois 70 : 140. 3 fois 70 et 6 fois...
I : Alors, t'es sûr que c'est 3 fois 70 ?
A2 : 3 fois 700, excuse-moi.
I : 3 fois 700 ?
A2 : Ah oui, 2 100.
I : En fait ce n'est pas 3 fois 700, en bas c'est 70 et fois 30, alors pour le 42 000 ?
A2 : 7 fois 600, heuu… 70.
I : Et cette deuxième multiplication, t'en penses quoi ?

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

A2 : Bah, c'est la même chose, on a redécomposé…Le 6, 2 fois 3. Le… ouais… 30 fois 3 et 60 heu 600 fois 3.
I : Maintenant que tu as animé l'atelier une fois, quel est ton sentiment général ?
A2 : Les enfants se sont amusés. Enfin, moi sur le boulier…
I : Maintenant, est-ce que tu penses que l'atelier permet d'aborder des notions en maths ?
A2 : Obligatoirement oui, puisque pour la construction on utilise des mesures. Pour l'utilisation, ça a permis de réaborder le système des unités, dizaines, centaines.
I : Tu penses que les enfants ont aimé construire et utiliser le boulier ?
A2 : Le construire : oui, l'utiliser : oui avec certaines difficultés pour certains.
I : Est-ce que tu penses que cet atelier est intéressant et réalisable avec les classes ?
A2 : Oui. C'est un atelier comme les autres. Il permet d'aborder… j'allais dire les évidences mathématiques.
I : Est-ce que tu penses que le moment consacré à l'utilisation dans cet atelier est du même type que les autres ateliers ?
A2 : Bien, c'est différent puisque avec le boulier on montre directement… il y a une explication du fonctionnement, enfin de l'utilisation. En fait, ce qu'on note c'est un mode d'utilisation du boulier. On essaie d'expliquer. Après il y a des enfants qui ont du mal avec les retenues, les changements de colonne.
I : Pour la prochaine classe qui viendra, pendant la Théorie, l'instituteur demandera aux élèves de travailler par groupes de 2 ou 3 pour comprendre le mode d'utilisation des instruments, c'est pour ça que je refais des objets.
A2 : C'est dommage de refaire tant d'exemplaires parce qu'après ça se perd.

8.3 Post-entretien avec l'animateur n°2 (le 31/03/2004)

I : Bon, sur les quatre classes, trois fois tu as fait le boulier, et il y a une fois où tu avais fait les bâtons de Néper. Et en fait, moi j'étais pas du tout là, vu que je suis restée avec l'instit' pour voir comment lui il se débrouillait. Je sais pas du tout toi comment t'as fait, comment tu as réalisé l'animation, ce qui t'as plu, ce qui t'as pas plu, ce que t'as trouvé bien, ce que tu as trouvé moins bien. Donc j'aimerais que tu me le dises.
A2 : Ça remonte à loin, là dis donc…
I : Oui, ça remonte à un petit moment, mais c'est pas grave.
A2 : Alors, sur Néper, sur Néper…
I : Comment tu avais fait les séances ?
A2 : Je leur ai fait déjà une explication, une démonstration de comment ça marche.

I : Oui, tu avais pris un exemple.
A2 : Voilà un exemple au hasard, donc décomposition de la multiplication en plusieurs additions… si je ne me trompe pas, si c'est pas Genaille. Non, c'est Néper, c'est ça. Et heu… à partir de là, il y avait le tableau aussi où il y avait, avec la photocopie, avec les tables.
I : Qu'a fait P. ? Les gros bâtons ?
A2 : Oui, les grosses tables, on les avait utilisées heu… donc chaque gosse, une fois qu'il avait fait, au fur et à mesure qu'il finissait leur montage, enfin le traçage, ils choisissaient chacun une table qu'ils remplissaient.
I : Au tableau avec toi ?
A2 : Oui, enfin eux-mêmes avec correction des copains.
I : Et ils avaient pas encore le leur dans les mains, c'est ça ?
A2 : Non.
I : Donc, tu travaillais : une démo de toi au tableau et après c'était les photocopies au tableau et seulement après ça tu leur donnais les bâtonnets ?
A2 : Non, on commençait les bâtonnets, on commençait les bâtonnets, le traçage et au fur et à mesure qu'ils finissaient, ils choisissaient la table qu'ils voulaient faire au tableau.
I : Ah, d'accord, donc en même temps qu'ils le faisaient sur les bâtonnets, un autre élève le récapitulait au tableau.
A2 : Voilà
I : D'accord, et donc ils construisaient tous les bâtons, et une fois qu'ils avaient construit tous les bâtons ?
A2 : Bah, après l'utilisation c'est faire des opérations.
I : Oui, tu demandais quoi comme opérations ? A un chiffre, deux chiffres ?
A2 : À deux chiffres minimum, oui !
I : Deux chiffres par un chiffre ?
A2 : Oui, deux par deux, ou… au début on a commencé deux par un et après deux par deux pour qu'ils voient bien la différence. Donc après l'ajout d'un zéro derrière, pour le décalage. Pour qu'ils voient bien qu'il faut penser à rajouter le zéro. Et ainsi de suite, quoi.
I : D'accord, t'as trouvé ça comment comme séance ?
A2 : Ah, ça va, sympa.
I : Sympa ? Les gosses ?
A2 : Oui, non ça va, ça allait à part qu'on a dû les faire sur du carton parce qu'il y avait plus le matériel. Il y avait plus les bâtonnets en bois.
I : Oui, mais le carton, ça va.
A2 : Ouais, bah c'est vrai qu'à la finition, l'objet est plus joli en bois, c'est toujours pareil. Mais après, dans le truc, ça va, ils ont compris à quoi ça servait, voilà quoi.
I : Alors, du coup des deux animations, t'as préféré quoi ? Néper ou le boulier ?
A2 : Au niveau fabrication ou au niveau séance en elle-même ?
I : Bah, tout le déroulement d'une séance et après tu me diras un peu pourquoi tu as préféré.
A2 : Moi, j'ai préféré le boulier.
I : Parce que ? C'est une fabrication qui t'intéresse plus ?
A2 : Parce que bah déjà c'est une fabrication où il y a plus de manipulation au niveau des outils. Et aussi dans la… Comment dire ?
I : Dans l'utilisation aussi du boulier ?
A2 : Bah voilà, dans l'utilisation c'est plus visuel au niveau de ce qu'ils font, même en maths, de ce qu'ils apprennent, la retenue, le machin, là c'est visualiser directement. Il y a tout de suite une erreur si on ne reporte pas la retenue, on est bloqué pour continuer les calculs en général. Donc, là ça leur permet de visualiser directement qu'il faut descendre la retenue, faire

certaines manipulations, pour qu'on retrouve la retenue pour que notre opération ne soit pas fausse.
I : D'accord pour le boulier et Néper, il y a moins… ?
A2 : Disons que Néper, comment dire… le résultat s'affiche pour ainsi dire, c'est une lecture, une lecture assez simple.
I : Maintenant que tu les as animés les deux, les ateliers, qu'est-ce que t'en penses ? Qu'est-ce que t'en penses de ce nouvel atelier ?
A2 : C'était bien, les gosses, ça les intéresse, eux ils trouvent… il y a un côté ludique, faire des opérations, non, c'est intéressant.
I : Et tu trouves que ça va bien avec le centre ? Au début tu avais un peu de réticences, maintenant que tu l'as animé ?
A2 : Disons, que… oui, non, disons que ça rentre dans l'esprit de sciences et techniques.
I : Donc toi ton avis après coup, c'est plutôt positif ?
A2 : Oui, positif.
I : Parce que certains instit' voudraient refaire l'atelier l'an prochain, t'es partant ?
A2 : Oui, pourquoi pas.
I : Ça te pose pas de problème ?
A2 : Non.
I : L'objectif de cette animation, c'est quoi pour toi ? Comment tu le présentes ? Le boulier, Néper et il y a aussi Genaille-Lucas que tu avais fait aussi.
A2 : Oui il y avait Genaille et Lucas, plus la règle à calculer.
I : Comment tu présenterais l'atelier, si un instit' te disait c'est quoi cet atelier ? Comment tu lui présenterais les choses ?
A2 : Bah, vis-à-vis des objectifs du troisième cycle au niveau scolaire, nous une fois de plus, on arrive en complémentarité de ce que peut faire un instituteur. C'est-à-dire aborder, évidemment, le troisième cycle, eh bah avec notre spécificité à nous qui est les sciences et techniques. Donc voilà, on reste complémentaire des insit', donc toujours pareil avec la possibilité de faire des constructions qui vont mettre en évidence bah là, des règles, des règles mathématiques, la retenue, avec le boulier et ainsi de suite.
I : Règles mathématiques, retenues. Et si un instit' te demande, pour moi c'est quoi l'intérêt de faire cet atelier-là ?
A2 : Bah que je lui dirais justement qu'on arrive justement en complémentarité de ce qui peut faire lui, abordé dans le troisième cycle et justement le conforter en mettant par exemple avec le boulier en évidence l'importance des retenues, de les reporter.
I : Donc tu axerais plus sur le boulier, parce que c'est ce que tu as préféré, c'est là où tu vois le plus gros intérêt.
A2 : Oui. La règle à calculer aussi, j'ai bien aimé la règle à calculer aussi. Bah, parce que c'est un objet qui est simple et qui met tout de suite en évidence une addition.
I : Oui, moi j'ai cru que ce serait presque trop simple, mais je crois que tout le monde a beaucoup aimé, les enfants. C'est quand même quelque chose d'un peu merveilleux, de voir comme ça qu'on lit le résultat en mettant des longueurs bout à bout. Pour Néper ou Genaille c'est vrai que c'est plus difficile.
A2 : Oui on peut lire le résultat, mais on ne voit pas l'opération. C'est un peu la difficulté de toutes les règles mathématiques, quand on donne un théorème, d'accord, c'est bien, le théorème est juste, mais pourquoi ? Et il est difficile, en général que ce soit visualiser.
I : Justement, le temps des animations permet de comprendre comment ça marche et après c'est en classe qu'on peut étudier le pourquoi ça marche. Sinon, pour les réalisations proprement dites, ça va c'est adapté pour les CM2 ? T'as pas eu de problèmes de gestion, le boulier avec le nombre de trous qui justement me paraissait super compliqué à gérer. Est-ce que tu penses que ça va les réalisations ?

A2 : Non, enfin moi, je m'étais organisé sur les premières séances avec le boulier deux-trois petites perceuses. Et puis on a eu toujours les mêmes difficultés techniques avec ces petites perceuses, donc j'ai fini avec seulement la grosse perceuse à colonne, après c'est toujours pareil c'est une question d'organisation dans l'atelier. C'est une question de gestion de groupe. Non, moi je trouve que ça c'est bien passé, au fur et à mesure, on a résolu des difficultés techniques, moi mes petites techniques pour que les enfants puissent faire leurs bouliers sans que ce soit trop galère pour eux. C'est vrai que la grosse difficulté, c'est de remettre, une fois qu'on a percé les trois bâtons de 14, les remettre dans le bon sens. Eh bah, le plus simple c'est de faire une marque ! Bien leur montrer de mettre la marque dans le même sens, leur expliquer pourquoi. Donc à partir de là, une fois que les difficultés techniques sont aplanies… Non, c'est une animation qui est sympathique, en plus ça leur laisse du temps pour bavarder autour de la table, quand ils mettent les perles, du sujet…
I : Sinon, je voudrais revenir sur le déroulement des séances, je t'ai posé la question pour Néper, mais pour la règle à additionner et Genaille ?
A2 : Pour la règle à calculer, j'ai commencé par l'exemple aussi. Donc après la réalisation, alors là pareil on a utilisé du carton, donc il y a eu la phase de découpage, mais c'est bien aussi parce qu'il y a un traçage, il y a un découpage. Vu comme est faite la règle à calculer, ça demande une certaine précision dans le traçage, même si après au découpage, c'était moins précis évidemment. Donc, voilà. Sinon après je leur ai montré aussi qu'avec deux règles de 50 cm on avait aussi une règle à calculer. C'était subjectif, que la règle à calculer qu'on a fait c'est une suggestion mais qu'on peut le faire avec deux règles.
I : Alors, et Genaille-Lucas, t'as juste fait découper le bristol, ou tu les as collés sur quelque chose ?
A2 : Non, on a juste découpé le bristol, exemple, donc exemple et démonstration et après utilisation et après on a fait des opérations.
I : Avec des nombres à un, deux, trois chiffres ?
A2 : Oui, en partant du plus simple vers le plus compliqué.
I : Dans quelle matière tu mettrais l'atelier ?
A2 : Instruments de mesure, à calculer.
I : Est-ce que c'est pour toi des maths ?
A2 : Oui, ça reste quand même des maths. Le truc, c'est que aux Domaines, les maths on en fait à chaque fois qu'on construit un objet.
I : Oui, on trace, on mesure, c'est plus de la géométrie.
A2 : Oui, oui mais après c'est toujours pareil de la géométrie, si il y a un morceau de bois qui fait 22,5 cm, on doit trouver le milieu donc à un moment donné, on va aborder, pareil des notions, ça va faire 11 virgule…, et ils découvrent que bah il n'y a pas que le 5 mm, au-dessous de 5 mm, enfin au-dessous du mm on peut encore mesurer quoi.

Annexe 5 : Entretiens avec les enfants

1. Pourquoi des entretiens avec les enfants ?

1.1 L'échantillon questionné

Les entretiens avant et après le stage se sont déroulés à l'école et les autres pendant les pauses aux Domaines. Nous avons recueilli le témoignage de 13 enfants (huit filles et cinq garçons) de quatre classes différentes. Nous avons gardé le genre des prénoms (fille ou garçon), mais tous les prénoms sont fictifs.
Nous avons questionné des élèves de tous les niveaux en mathématiques, moyen, très brillant ou en grosses difficultés.

L'estimation du niveau des élèves par les professeurs :

- Classe 1 : de A à E (*Très bien* à *Insuffisant*), Annabelle (B), Alain (A), René (B-) Mathilde (A+) et Gaëlle (D)
- Classe 2 : de 1 à 5 (*Insuffisant, médiocre* à *Très bien, excellent*), Amélie (3) et Ivan (1)
- Classe 3 : de A à D, Roméo (C+), Adèle (B), Claude (garçon, B) et Alexandra (A)
- Classe 4 : de A à D, Esther (A) et Laetitia (C)

Nous utilisons les abréviations suivantes : Adèle [Ad], Alain [Al], Alexandra [Al], Amélie [Am] Annabelle [An], Claude [Cl], Esther [Es], Gaëlle [Ga], Ivan [Iv], Laetitia [La], Mathilde [Ma], René [Re] et Roméo [Ro].
Amélie, René et Roméo en particulier ont été très à l'aise lors des entretiens, ils ont pu parler clairement de ce qu'ils avaient fait aux Domaines. Alain, lui était plutôt mal à l'aise. Ivan est un élève en assez grosses difficultés scolaires, il a aussi des problèmes d'élocution, mais nous avons pu observer de très gros progrès.

1.2 La grille de questions

Les entretiens avant et pendant le stage, avec les enfants des classes 1 et 2, nous ont permis d'obtenir les données nécessaires à nos questions, sur le moment de fabrication des instruments à particulier. Nous nous sommes donc recentrés sur les entretiens après le stage pour les classes 3 et 4.

- **Pré-entretiens**

Réalise le calcul 632 fois 73.

C'est la même opération que pour le questionnaire. Est-ce que les élèves peuvent expliquer pourquoi ils décalent leur calcul ? À quoi correspondent les retenues ?

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & & 6 & 3 & 2 \\
\times & & & & 7 & 3 \\
\hline
 & & {}^{1}1 & {}^{1}8 & 9 & 6 \\
+ & 4 & 4 & 2 & 4 & 0 \\
\hline
 & 4 & 6 & 1 & 3 & 6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\cancel{1} \\
\cancel{2}
\end{array}
$$

Si un copain effectue le calcul suivant, est-ce que tu penses que c'est juste ?

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & & 6 & 3 & 2 \\
\times & & & & 7 & 3 \\
\hline
 & & 1 & 8 & 9 & 6 \\
 & & & 1 & 4 & 0 \\
 & & 2 & 1 & 0 & 0 \\
 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

Et ce calcul ? À quoi correspond chaque ligne ?

$$\begin{array}{rrrrrr} & & & 6 & 3 & 2 \\ \times & & & & 7 & 3 \\ \hline & & & & & 6 \\ & & & & 9 & 0 \\ & & 1 & 8 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 4 & 0 \\ & & 2 & 1 & 0 & 0 \\ & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Est-ce que les élèves peuvent reconnaître la décomposition ? Quelle est leur technique pour vérifier la validité de la méthode ? Réalisent-ils le calcul avec la méthode habituelle ? Pensent-ils que c'est juste ou faux ?

As-tu des remarques personnelles à ajouter ?

À chaque fin d'entretien, on a posé la question explicitement pour ne pas omettre une remarque importante et/ou pour permettre aux enfants d'insister sur un point important.

- **Méso-entretiens**

Qu'est-ce que tu as fait aujourd'hui ?

Qu'est-ce que les enfants retiennent de la journée ? Les animations, les récréations, le pique-nique…?

À propos des fabrications : Sais-tu comment ça fonctionne ? Comment as-tu réalisé l'objet ? Qu'est-ce que tu as préféré ?

- **Post-entretiens**

Explique ce que tu as fait aux Domaines comme tu le ferais à quelqu'un qui ne connaît pas le centre, comme tu l'as peut-être raconté à tes parents. Avec les animateurs, avec ton professeur.

Après les séances, quels sont les points importants dont les enfants se souviennent ? Est-ce que les séances avec le professeur sont jugées différentes des séances à l'école ?

Réalise le calcul 632 fois 73.
Fais la même multiplication avec les bâtons de Néper puis les réglettes de Genaille-Lucas.

Qu'est-ce qui a été appris ? La multiplication avec les bâtons par un nombre à deux chiffres n'a pas ou peu été traitée par les professeurs aux Domaines.

Réalise l'addition 1 751+826 avec le boulier.

Il faut inscrire 1 751 sur le boulier et pour l'addition, on a une retenue mais on peut inscrire 15 centaines. Pour lire le résultat, il est nécessaire de réaliser l'échange de deux quinaires des centaines avec une unaire des milliers.

$$\begin{array}{rrrrr} & {}^{1}1 & 7 & 5 & 1 \\ + & & 8 & 2 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 7 & 7 \end{array}$$

En fait, ceci n'est pas notre objectif d'évaluation principal. Notre préoccupation s'est centrée sur l'intérêt de la sortie scolaire aux Domaines.

As-tu montré tes objets à tes parents ? C'était important pour toi ? Pourquoi ? Penses-tu que les objets que tu as réalisés vont te resservir ? À l'école ? À la maison ?

> *Comment les enfants expliquent l'intérêt des fabrications et le fait de les garder ?*

Nous avons aussi posé les autres questions du questionnaire :
C'est quoi une retenue ?
As-tu fait des mathématiques aux Domaines ? Quand ? Pourquoi ?
Tu trouves que tu es plus fort quand tu travailles aux Domaines ou à l'école ?
As-tu des remarques personnelles à ajouter ?

> *À chaque fin d'entretien, on a posé la question explicitement pour ne pas omettre une remarque importante et/ou pour permettre aux enfants d'insister sur un point important.*

2. Entretiens avec Annabelle de la classe 1

Annabelle, Alain et René sont dans le même groupe aux Domaines.

2.1 Pré-entretien avec Annabelle (le 30/09/2003)

Annabelle a participé ce matin à une séance avec son professeur (aux Domaines). Ce groupe a travaillé sur des problèmes du type *Ateliers de Recherche en Mathématiques*.
I : Qu'est-ce que tu as fait aujourd'hui ?
An : Ce matin on a fait des problèmes, on a trouvé plusieurs possibilités.
I : C'est un peu particulier ?
An : Oui, d'habitude on en a qu'un de résultat. On n'a pas une infinité de résultats.
I : T'as trouvé que c'était bien ?
An : Oui, je trouve que c'était mieux, en plus on était par groupe. C'était beaucoup mieux.
I : Et cette après-midi, tu as fait quoi ?
An : On a fait des bâtons pour pouvoir calculer.
I : Tu te rappelles comment ils s'appellent ?
An : Non.
I : Comment ça marche ?
An : Nous avons un bâton où il y a écrit 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et sur tous les bâtons nous avons 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et dessous nous avons la table.
I : Comment as-tu construit l'objet ?
An : La dame, elle nous a donné des bâtons. Ensuite pour pouvoir tirer des traits, on a pris la règle et on a fait un petit trait à tous les centimètres. Ensuite on a fait les traits pour rejoindre les petits traits et on a écrit les numéros.

2.2 Méso-entretien avec Annabelle (le 07/10/2003)

I : Fais le calcul de 632×73. Explique ce que tu as fait.
[Annabelle écrit les retenues pour l'addition, et parfois pour la multiplication. Elle laisse une place vide pour le décalage, ne met pas le signe +]
An : 3×2 : 6, 3×3 : 9 et 3×6 : 18. Euh… 7×2 : 14, 3×7 : 21, je pose 1, je retiens 2, et 6×7, 42, plus 2, 44.
I : Oui, mais c'est pas fini.
An : Ah oui. *[Fais l'addition dans sa tête]*
I : Donc le résultat c'est…
An : 46 136.

I : Que penses-tu de ce calcul ? Est-ce qu'il est juste ? 1 896, 140, 2 100, 42 000.

$$\begin{array}{rrrrr} & & 6 & 3 & 2 \\ \times & & & 7 & 3 \\ \hline & 1 & 8 & 9 & 6 \\ & & 1 & 4 & 0 \\ & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

I : C'est juste ou pas ?
An : C'est faux. Ah ! Il a fait 3×2, il a mis 14. Après il a fait 3×7 et il a écrit 21. Et après il a fait 6×7 et il a écrit 42. Les trucs qui restaient, il a mis des zéros.
I : Tu comprends pourquoi il a mis des zéros ?
An : Parce que par exemple 2×7 ça fait 14 comme là… euh…
I : Alors, si 2×7 ça fait 14, lui il a mis 140.
An : Ah oui…
I : C'est vraiment 2×7 qu'il a calculé ?
An : C'est faux.
I : Et toi, tu sais pourquoi tu as décalé sur la première opération ?
An : Oui, ben en premier j'ai multiplié 3×2, 3×3… Ensuite comme 7est dans cette colonne alors…
I : C'est la colonne de quoi ?
An : Dizaines et unités.
I : C'est dizaines ou unités ?
An : Euh dizaines.

$$\begin{array}{rrrrr} & & 6 & 3 & 2 \\ \times & & & 7 & 3 \\ \hline & & & & 6 \\ & & & 9 & 0 \\ & 1 & 8 & 0 & 0 \\ & & 1 & 4 & 0 \\ & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

I : Bon, ici on va essayer de raisonner un peu pareil pour voir pourquoi il y a des zéros.
An : Ah oui, là on peut mettre un zéro pour combler le trou à la place du 4. *[En montrant son calcul].*
I : Oui, on peut mettre un zéro. Alors, le 140, tu crois qu'il l'a obtenu comment ?
An : Ben il a dû calculer 7×2.
I : Oui.
An : Et il a rajouté à chaque fois un zéro, parce qu'il faut tout le temps décaler.
I : Pourquoi est-ce qu'il faut tout le temps décaler, pourquoi d'un, de deux ou trois zéros ?
An : Pour séparer les unités, les dizaines, les centaines.
I : Oui, alors le 140, c'est le calcul de quoi ?
An : 7 fois euh…
I : Le 7 il est dans quelle colonne ?
An : Dizaines.
I : Donc c'est 7 dizaines et … 2 unités, alors ça fait combien ?
An : 72.
I : Oui, mais si on fait 7 dizaines fois 2 unités ?
An : J'arrive pas à comprendre le sens de la question.
I : Comment a-t-on trouvé 140 ? Bon, 140 c'est 70x2, 7 dizaines fois 2. Après, comment on trouve 2100 ?
An : On a rajouté encore un zéro, ça fait… 700 fois 3.
I : 73, le 7 il a quelle position ?
An : Dizaines.
I : Et le 3 dans 632 ?
An : Dizaines.
I : Donc pour avoir 2100 ? 7 dizaines, ça fait ?
An : 70
I : Et 3 dizaines ? … 30. 70×30, ça fait combien ?
An : Deux cent euh… *[J'écris le calcul]*

I : Combien de zéros dans le résultat ? Deux et 7×3, ça fait ?
An : 3×7 : 21.
I : Le résultat c'est ?
An : 2100.
I : Dans le 2100, on a multiplié 70 par 30, et dans le 4200 ?
An : 70 par 600.
I : Oui, tout à fait.
An : Il a fait 3×2 : 6, 3×3 : 9.
I : Pour 90 ?
An : 3 fois euh… 30.
I : Pour 1800 ?
An : 3×60 euh 600.
I : Pour 140 ?
An : 7 fois euh…
I : Non, c'est pas 7.
An : 70×2.
I : Ensuite ?
An : 70×30.
I : Tout à fait et le dernier ?
An : 7×600.
I : Non, toujours pas 7 !
An : 70×60.
I : Le 6, il est dans quelle colonne ?
An : Centaines.
I : 70×60 ça fait 4200.
An : Ah bon, alors c'est 600.
I : Est-ce que tu crois que ces calculs sont justes ?
An : Bah…Bah, oui ça semble… Au début j'étais pas du tout convaincue mais là…
I : Tu peux peut-être faire le calcul ! *[Elle fait le premier calcul]* Alors c'est le même ?
An : Oui.
I : Avec les bâtons de Néper, tu peux faire un exemple de calcul ?
An : Par exemple 6×7 est égal 42.

2.3 Post-entretien avec Annabelle (le 27/11/2003) (extraits)

[…] [*Sur la multiplication à poser*]
An : Alors, là je vais décaler.
I : Oui, alors est-ce que tu peux m'expliquer pourquoi tu décales ?
An : Parce que je vais pas mélanger les dizaines avec les unités.
I : Oui, tout à fait. Alors tu multiplies par quoi ?
An : Par sept.
I : Par sept ? T'es sûre ?
An : Par 70.
[…] [*Problème de décalage avec les bâtons de Néper et ensuite avec ceux de Genaille. Annabelle dit que le boulier, c'est ce qu'elle a le moins bien compris (problèmes de lecture et pour les calculs*]
An : Aux Domaines, j'ai additionné. C'était plus facile. C'était plus facile qu'en classe. Parce qu'on a des objets qui nous aident plus facilement. En classe, on n'a pas d'objet, on a la tête ! […] Peut-être que maintenant, j'y arrive plus vite à faire une multiplication.

I : C'est important pour toi que ce soit toi qui l'aies fait l'objet ? Par exemple si on te l'avait donné déjà fabriqué, c'était pareil ou pas tout à fait ?
An : Non, parce que quand on te le donne, tu ne sais pas comment la personne l'a fait. Comment heu il l'a fait, tandis que quand c'est toi, t'as compris comment tu l'as fait et peut-être que tu arrives plus facilement.
I : Quand tu es revenue chez toi, tu as expliqué à tes parents ?
An : J'ai expliqué à ma sœur. […] Et puis aussi à ma mère.
[…]
I : Tu t'en sers encore ?
An : Oui, à la maison, un peu. J'essaie de faire des calculs avec quand elle nous donne des multiplications. Au début, je le fais normalement et après je vérifie avec.
[…]

3. Entretiens avec Alain de la classe 1

Alain était très mal à l'aise pendant les entretiens, parfois même paniqué et muet face à mes questions (surtout en post-entretien).

3.1 Pré-entretien avec Alain (le 30/09/2003)

I : Qu'est-ce que tu as fait aujourd'hui ?
Al : Ce matin, j'ai quand même bien aimé faire des problèmes parce qu'il faut réfléchir, il faut calculer. Écrire des phrases de réponse parce que j'aime bien l'écriture.
I : Ça change de ce que tu fais à l'école d'habitude ?
Al : Oui, quand même un peu je trouve.
I : Pourquoi ? ....
Al : Je trouve quand même c'est différent, mais je pourrais pas dire trop pourquoi.
I : Pourquoi tu aimes bien ?
Al : ...
I : Et cet après-midi, qu'est-ce que tu es en train de faire ?
Al : Alors, on est en train de faire des bâtonnets qui servent à calculer.
I : Tu te rappelles comment ils s'appellent ?
Al : Euh....
I : Comment ça marche ? Comment as-tu construit l'objet ?
Al : Pour les construire, on prend un bâton au moins long de 15 cm. Après, entre chaque centimètre on fait un trait, jusqu'à 10 cm. Ensuite, une fois qu'on les a faits sur tous, on marque leur numéro : multiplier, 0, 1, 2, 3 jusqu'à 9. Ensuite on prend un bout de scotch, on les met tous ensemble : bien droit pour qu'ils ne dépassent pas. Ensuite on trace les horizontales, on garde toujours ça devant. Et ensuite on trace des traits euh...
I : Des traits comment ?
Al : Euh... verticale?
I : Non, c'est la diagonale.
Al : Ah oui, on trace des diagonales. Pour l'instant c'est tout ce qu'on a fait.
I : Tu peux m'expliquer comment ça marche ?
Al : Alors, par exemple on prend le bâton euh... le bâtonnet.
I : Tu veux une feuille pour dessiner ?
A : Non.
I : Donc tu prends un bâtonnet... C'est pour faire quoi ?
Al : Des multiplications.
I : Tu te rappelles ce qu'il y a sur chaque bâtonnet ?
Al : Sur chaque bâtonnet, il y a le résultat de toute la feuille de multiplication.
I : Et le résultat on le lit directement ? Il faut faire des calculs ?

Al : // Là, j'y arrive plus, je ne sais plus quoi dire.

3.2 Méso-entretien avec Alain (le 07/10/2003)

I : Fais le calcul de 632×73. Explique ce que tu as fait.

[Alain écrit les retenues de l'addition seulement, pour la multiplication, il ne les écrit pas et ne les met pas non plus sur les doigts. Il met un point pour le décalage].

Al : Alors, je fais 2 multiplié par 3, c'est égal à 6. Je retiens 1. Non, euh. 3×3=9. 3×6=18. Ensuite je mets un point.

I : Pourquoi tu mets un point ?

Al : C'est comme si je mets un zéro.

I : D'accord, mais tu sais pourquoi tu mets un point ou un zéro ?

Al : Je sais pas si on m'a expliqué déjà.

I : Quand tu multiplies par 3 tu le fais pas et quand c'est par 7 tu le fais, qu'est-ce qui pourrait nous dire qu'avec 7 il faut décaler ? … Bon, fini ton opération.

Al : 2×7 : 14, je retiens 1, 3×7 : 21 plus 1 : 22, je retiens 2, 7×6=42 plus 2 égal 46. 42+2 ? 42+2 euh… 44. Plus. Alors 6+0 : 6, 9+4 = 13, retiens 1, 2+8=10 plus 1, 11, je pose 1 et je retiens 1, 1+4 : 5 plus 1, 6, et 4 plus rien, 4.

I : Que penses-tu de ce calcul ? Est-ce qu'il est juste ? Par exemple, comment obtenir la première ligne ?

		6	**3**	**2**	Al : 1896 ? En multipliant : 3×2, 3×3, 3×6.
×			**7**	**3**	**I : Après, il y a écrit quoi ?**
	1	**8**	**9**	**6**	Al : 140.
		1	**4**	**0**	**I : Après ?**
	2	**1**	**0**	**0**	Al : 2100 Et ? 42000.
4	**2**	**0**	**0**	**0**	**I : D'accord, est-ce que tu pourrais savoir à quoi ça correspond ?**
					Al : Là, je vois pas du tout.

I : Bon, fait l'addition.

Al : Alors 6 plus rien du tout 6. 9+4 : 13. 1+8 : 9 plus 1, 10 plus 1, 11. Je retiens 1. 1+1 : 2 plus 2, 4 plus 2, 6. Et 4.

I : C'est la même chose que toi ?

Al : Oui.

I : Tu penses que ce calcul est juste ?

Al : Oui.

I : On va essayer de regarder. Le 140 il peut venir d'où ? La première ligne c'était avec le 3. Ensuite ça doit être avec le 7……. 7×2, ça fait combien ?

Al : 7×2 ? 14.

I : 7×3 ?

Al : 21

I : Et 7×6 ?

Al : 42.

I : Alors ? La première c'est pas 14, c'est 140, c'est quoi qui fait 140 ?

Al : C'est comme si on avait mis un point.

I : Oui, et pourquoi on aurait mis un point pour multiplier 7 par 2 ? … En fait on a multiplié 70 par 2 et ça fait ?

Al : 140.

I : Ensuite on a multiplié 70 par 30, 7 dizaines par 3 dizaines, ça fait ?

Al : 2100.

I : Oui, c'est ça. Et la dernière ligne ? 7 dizaines et 6 ?

Al : 6 centaines.

I : Et ce calcul :

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

Al : Alors, là je vois ce qu'il a fait. D'abord, 2×3 : 6, ensuite il a fait 3×30 : 90, 3×600 : 1800. Ensuite 2×7, non… 2×70 : 140, 3×7, 7×30 : 2100.
I : Alors, c'est pas 7 unités.
Al : 30 multiplié par 70, ça fait 2100. 600 multiplié par 70.
I : Tout à fait.

I : Maintenant, fais le calcul de ton choix avec les bâtons de Néper.
Al : Alors 322 je vais prendre. 322 multiplié par 6. Non, 342. Alors je vais à 6, 6×3 : 18, 6×4 : 24, 6×2 : 12 *[Il pose la multiplication 342x6 et écrit à côté :* 1/8 2/4 ½.] On pose le 2, ensuite on fait 4+1 : 5. 2+8 : 10. Je pose le 0 et je retiens 1, et c'est 2. *[Le résultat est écrit sous la multiplication posée : 2052*]
I : Essaie de faire 632×73 avec les bâtons de Néper, c'est celle qu'on a fait avant.
Al : Par contre, on n'a pas appris avec deux chiffres.
I : Oui, mais tu n'as pas une idée de comment on pourrait faire ?
Al : Heu, pas trop, non.
I : Bon, quand tu la poses à la main, tu multiplies par 73, sur la première ligne, tu as multiplié par quoi ?
Al : Par 3.
I : Et la deuxième ?
Al : Par 7.
I : En fait c'est 70 pour la deuxième, tu pourrais pas faire un peu pareil ici ?
Al : Bon, je crois savoir. Alors, d'abord on multiplie par 3.
Sur la feuille, il est écrit [les retenues des additions sont écrites) :

632x73=~~6320~~ 46136
1/8 0/9 0/ 6
~~4/2 2/1 1/4~~
~~0 0/0~~
4/2 2/1 ¼ 0/0

Al : 3×6 : 18, 3×3 : 9, ensuite 3×2 : 6. Pour l'instant, j'additionne pas. Alors je mets… 7×6 : 42, 7×3 : 21, et ensuite 7×2 : 14. Ensuite je pense qu'il faut faire 6+4, ça fait 10. Là je retiens 1, 9+0 : 0 plus 1 : 10 plus 2, 12. Je pose 2 et je retiens 1. 8+0, 0, non, 8+0, 8 plus 1, 9. 2+2 : 4 plus 9, 13. Je retiens 1. 1+2, non 1+1 : 2 plus 4, 6.
I : Alors, est-ce que c'est le même résultat qu'avant ?
Al : Non.
I : Alors, c'est presque juste ce que tu as fait, mais tu as oublié quelque chose. Pour la deuxième ligne, tu as oublié de décaler.
Al : Bon alors, si j'ai bien compris, ça c'est 7 mais il manque quelque chose.
I : Pour la ligne du haut, 632 tu l'as multiplié par… Sur quelle ligne ave les bâtons ?
Al : Euh…
I : C'est la ligne du ?
Al : Du 6.
I : Non, c'est la colonne du 6, la ligne c'est dans l'autre sens. C'est la ligne du...
Al : Du 3.
I : La ligne d'en-dessous, tu as multiplié par quoi ? Par 7, en fait, il fallait que tu multiplies par 7 … 7 il est en quoi en unités ou en dizaines ?
Al : En dizaines.
I : Oui, il fallait donc multiplier par 7 dizaines, par 70.
Al : D'accord.
I : Il fallait décaler.
A : Sinon, c'est juste là ce que j'ai marqué ?

I : Ça c'est le résultat de 7×632, alors quand tu fais les additions dans les diagonales comme tu as appris à faire, tu multiplies 632 par 7 et tu ajoutes 632 par 3 et tu obtiens bien 6320, c'est 632×10, 7+3 : 10, mais il fallait multiplier par 73.
Al : Bon je peux le refaire, là ?
I : Oui.
Al : Euh**...**
I : Bon, pour lire sur les bâtons tu as eu raison de faire fois 7, pour faire fois 70, il suffit de faire quoi ?
Al : De rajouter un zéro.
I : Voilà, donc il faut décaler à gauche d'une case.
Al : J'ai pas très bien compris là.
I : C'est le même décalage qu'ici, le 4 n'est pas sous le 6, là, comme tu l'as écrit, le 4 est sous le 6, ça va pas.
Al : Alors là je mets un zéro et là deux zéros. [*Puis Alain barre]*.
I : Bon, sous la case du 0/6 tu mets 0/0, donc là tu as multiplié par 10. Et à côté tu mets les mêmes cases du dessus, décalées d'une case.
Al : Zéro, là c'est 4.
I : Voilà, très bien c'est ça.
Al : Non, plus 4, 13. Alors 8+2 : 10 et 1, 11.
I : Ça y est maintenant tu vérifies avec le premier calcul !!!
Al : 2+4 : 6.
I : Voilà, c'est la même chose.

3.3 Post-entretien avec Alain (le 27/11/2003)

I : Je vais te demander de faire cette multiplication : 632 fois 73. Oui, je te l'ai déjà demandée, mais je voudrais que tu dises tout ce que tu fais et pourquoi, toutes les étapes.
Al : Alors, 3 fois 2 ça fait 6. // 3 fois 3, ça fait 9. 3 fois 2 ça fait… Non et 18.
I : Tu la trouves comment cette première ligne de calculs, compliquée pas compliquée ?
[Pas de réponse, enfant très mal à l'aise]
I : Vas-y, continue !
Al : Point ou zéro, parce qu'on passe à la dizaine supérieure, là c'est l'unité, ça fait la dizaine.
[Lui, marque un point]
I : Si tu marques un zéro, tu vas la multiplier par quoi ?
Al : Oui.
I : Maintenant, cette ligne 632, tu vas la multiplier par quoi ?
Al : 632 on va le multiplier par 70.
I : Tout à fait, c'est ça !
A : 70 fois 2 : 140, là il y a déjà un zéro. 4 je retiens 1, 3 fois 7 : 20 et heu… 21, je pose 2, je retiens 2. 6 fois 7 : 42, plus 2 : 44
I : Alors, l'histoire des retenues, pourquoi il y a des retenues ?
Al : Alors, les retenues c'est parce qu'on a 14, le 4 c'est une… 140, 4 c'est une dizaine tandis que heu… le 1 qui représente le 100, c'est… il est pas dans la même colonne que la dizaine.
I : D'accord.
Al : Alors, 6. 9 plus 4, 3 je retiens 1. 8 et 2 : 10 et 1 : 11, je retiens 1. 1 plus 4 : 5 et 1 : 6. 4.
I : Donc le résultat ?
Al : 46136.
I : Est-ce que tu peux faire la même chose avec les bâtons de Néper ? Fais cette multiplication en m'expliquant comment tu l'as fait.

Al : Alors, d'abord je prends l'index et après 632. Voilà, alors d'abord on multiplie 632 par le 3. Alors, 3 fois 2, ça fait 6. Ensuite 3 fois 3 ça fait 9. 3 fois 6 ça fait 18. Ensuite on passe à 7, enfin 70. 2 fois 70 : 140. ///
I : Bon alors, tu as pas tout à fait écrit ce que tu m'as dit, tu m'as dit 140, toi et qu'est-ce que tu as fait là exactement ? // Pourquoi tu as posé les deux zéros ici ?
Al : Ben heu, le zéro c'est le point ?
I : Oui, tout à fait.
Al : Alors *[pas d'explication à l'oral pour la suite]* ///// A mon avis j'ai fait une erreur…
I : Pourquoi tu as dit que tu as fait une erreur ?
Al : Ah… //// [*reprend l'addition finale*] Alors, 9 plus 4, ça fait 13, je pose 3 et je retiens 1. 8 plus 1 : 9 plus 2 : 11. Je retiens 1. 2 plus 2 : 4 plus 2 : 6.
I : Bon, avec les règles de Genaille, toujours le même calcul.
Al : L'index et 632… Alors déjà on multiplie par 3 alors… heu… /// 3 fois 2 ça fait 6. 3 fois 3 ça fait…non. Alors, 3 fois 2 : 6 qui nous mène à 9 et qui nous mène à 8, qui nous mène à 8 et qui nous mène à 1. Alors maintenant on passe à 7. Alors 7 fois 2, 4 qui nous mène à 2 qui nous mène à 4 et qui nous mène à 4. Alors ///[*oublie du décalage]* Je pose l'addition ///
I : Tu multiplies par quoi la première ligne ?
Al : La première j'ai multiplié… non ! Alors [*il corrige le décalage de la deuxième ligne*]
I : Tu avais multiplié par quoi au départ pour obtenir la deuxième ligne ?
Al : La deuxième ligne par 70.
I : Non, avant que tu corriges.
Al : Heu… par 7.
I : Voilà, tout à fait.
Al : 6 et 0 : 6. 9 plus 4 : 13. Je mets 3 et je retiens 1. 8 et 2 : 10 et 1 : 11. 1 et 1 : 2 plus 4 : 6. Et 4 plus rien : 4.
I : Est-ce que c'est bien la même chose ?
Al : Oui.
I : Bon quand tu as multiplié avec les bâtons de Néper, tu ne m'as pas très bien expliqué, par exemple comment tu fais pour 632 par 3?
Al : Alors //// Heu…///. *[Il est décontenancé]*
I : Bon c'est pas grave on va passer à la suite. Alors, avec le boulier, je vais te demander aussi une opération, l'addition 1751 plus 826.
Al : 1751…
I : 1751 plus… alors, là t'as fait quoi ?
Al : Là j'ai placé le boulier, le boulier… /// Je sais pas comment dire.
I : Il y a écrit quoi sur le boulier ?
Al : // Alors heuu...
I : Quel nombre est écrit sur le boulier ? !
Al : zéro.
I : Très bien, c'est ce qu'il faut faire, alors 1751 plus 826.
Al : Alors le 1, le 5, 1751. Plus combien ? *[Il commence à inscrire dans les unités]*
I : Plus 826.
Al : Plus 826, alors plus 6, 5 et 1, ça fait 7. 826, alors ici je rajoute le 2.
I : Là, tu as fait quoi sur le boulier ?
Al : Pour l'instant j'ai ajouté heu…///
I : C'est 826 le nombre qu'il va falloir ajouter, pour l'instant tu as ajouté combien ?
Al : 26.
I : Tout à fait.
Al : Ensuite pour ajouter 8.
I : Alors, c'est 8 que tu vas ajouter là ?

Al : Oui.
I : Vraiment ?
Al : Bah….
I : 8 tu l'ajouterais dans quelle colonne ?
Al : ///.
I : 826.
Al : Dans celle des centaines.
I : Donc, c'est pas 8 que t'ajoutes si tu l'écris dans les centaines.
Al : 800.
I : Voilà !
Al : Donc alors, 5 et 3 ça fait 8, alors ça fait mille….
I : Et le résultat, c'est quoi ?
Al : 1077 *[il remonte 2×5 et remplace 5×1 par 1 de 5 puis retenue, manque 500, se trompe dans la lecture, c'est 2077]*
I : Alors, fais à la main pour vérifier, 1751 plus 826.
Al : // Alors 6 plus 1 : 7. 5 plus 2 : 7. ///.
I : Tu as trouvé combien sur le boulier ?
Al : 2077 et là j'ai trouvé 2577.
I : Tu veux recommencer, essayer de trouver l'erreur que tu as faite ?
Al : Bon alors, je remets comme c'était, c'est quoi le premier chiffre ?
I : 1751
Al : Je lui ajoute 826. 7 plus 1, 8, plus 1, 9 plus 1, 10, ça fait 10 et 5 ça fait 15. //.
I : Bon alors le problème il se trouve là, tu as combien dans cette colonne ? Tu as quel nombre ?
Al : Alors là c'est 5 et encore 5 ça fait 10, 11, 12, 13, 14, 15.
I : Tu as 15 dans la colonne, normalement dans le tableau qu'il y a dans la classe, unité, dizaine, centaine, tu peux écrire jusqu'à combien dans une colonne ?
Al : // Jusqu'à 10.
I : Tu peux écrire 10 dans une même colonne ?
Al : Ah, non 9, jusqu'à 9.
I : Donc là si tu as écrit 10, c'est quelle case ?
Al : Des centaines.
I : 10 centaines, ça fait quoi ?
Al : 10 centaines, 10 centaines ça fait mille.
I : Voilà, c'est ce qu'il faut utiliser, 10 centaines font 1000 donc 10 dans la case de 100, ça fait 1 dans la case de 1000. Comment tu fais pour en enlever 10 dans cette case-là ?
Al : Alors j'enlève ça [Il remonte les 2 quinaires] et pour pas en avoir 5 en haut, je les baisse et voilà [descend les unaires et les remplacent par une quinaire].
I : D'accord, mais si tu en as enlevé 10 dans les centaines, il faut que tu rajoutes ?
Al : Une dans, dans… la colonne des milles.
I : Voilà. Est-ce que c'est le bon résultat, là ?
Al : ////.
I : Tu me réponds ? C'est le bon résultat que tu as trouvé sur le boulier ?
Al : Oui
I : Bon ensuite, est-ce que tu peux me dire ce que c'est pour toi une retenue.
Al : Une retenue ? Alors par exemple ça peut être ou une dizaine ou une centaine heu, heu… Ou encore les autres heu….
I : Oui.
Al : Une retenue par exemple….
I : Quand est-ce que tu as des retenues ?

Al : Par exemple, heu, heu 64+16. 6 plus 4 ça fait 10, je ne peux pas marquer 10 dans une colonne, je pose le 0 et je retiens la dizaine qu'il y a en trop.
I : Ça c'est un exemple, est-ce que tu pourrais me donner une phrase qui marche tout le temps ?
Al : Heu…///.
I : Bon, c'est pas grave.
I : Est-ce que tu penses que quand tu étais aux Domaines, tu as fait des mathématiques ?
Al : Hé bien oui.
I : Alors, qu'est-ce que tu as fait en mathématiques aux Domaines ?
Al : /// Heu, les mathématiques, j'en ai fait avec les bâtons de Genaille-Lucas.
I : Quand tu as fait quoi exactement ?
Al : Quand on… Quand on a appris à s'en servir.
I : D'accord.
Al : Et ça a été pareil pour les bâtons de Néper. Et avec le boulier aussi on en a fait des mathématiques.
I : D'accord, est-ce que tu penses qu'il y a quelque chose que tu as appris ou mieux compris quand tu as utilisé ces objets ?
Al : //////
I : Alors, tu penses que tu es plus fort quand ? Quand tu travailles en classe ou aux Domaines ?
Al : Bah, je peux pas le dire.
I : Pourquoi tu ne peux pas le dire ?
Al : // Pour moi, je suis aussi fort aux Domaines qu'en classe.
I : Les objets que tu as fabriqués, tu t'en es servi aux Domaines, un peu en classe, la séance d'explication en classe est-ce qu'elle t'as permis d'éclaircir des choses ?
Al : Non, non, non, j'avais tout compris avant.
I : Donc elle t'a servi à rien cette séance ? !
Al : Ben, heu… non.
I : Est-ce que tes objets, tu les as montrés chez toi, à tes parents, à tes frères et sœurs ?
Al : Ben oui, je leur ai montré.
I : Tu t'en es servi avec eux ?
Al : Un peu.
I : Ils savaient se servir d'un boulier, des bâtons ou c'est toi qui leur a expliqué ?
Al : Non, ils ne savaient pas, c'est moi qui leur ai expliqué.
I : Et ils ont compris ?
Al : Oui.
I : Ils ont trouvé ça comment ?
Al : Bah… bien.
I : Ils ont été surpris que tu ramènes des objets comme ça ?
Al : Non, ils ont pas été surpris.
I : Voilà, tu veux rajouter quelque chose ?
Al : //// Non

4. Entretiens avec René de la classe 1

4.1 Pré-entretien avec René (le 30/09/2003)

I : Qu'est-ce que tu as fait aujourd'hui ?

Re : Aujourd'hui j'ai fait des problèmes. Il y avait des questions qui se rapportaient aux problèmes. Ensuite, l'après-midi nous avons fait une règle pour multiplier. Il fallait prendre des crayons et il fallait marquer un, deux, trois, etc.
I : Ce matin, les problèmes, t'as trouvé ça comment ?
Re : C'était bien. C'est plutôt différent de l'école, les autres problèmes c'est : Combien dépensera etc. et là maintenant c'est des autres trucs, 50 il faut faire 100 ou 1 000.
I : Pourquoi c'est vraiment différent de l'école ?
Re : C'est différent, comment expliquer ça... C'est différent parce qu'on fait pas ce genre de problèmes à l'école.
I : Pour la règle à multiplier, tu te rappelles comment elle s'appelle ?
Re : La règle à multiplier... c'était un autre mot, je ne me rappelle plus.
I : Comment ça marche ?
Re : En fait, il y a un multiplier où il y a marqué 1, 2, 3, 4, 5, ça c'est les nombres pour multiplier le chiffre. On prend par exemple 7×6, on prend le bâton là où il y a marqué multiplier, on cherche le bâton 6 et 6 fois 6 est égal 36. Voilà, il y a marqué le résultat.
I : Oui, mais tu m'as dit 6×7 !
Re : 6×7, 42.
I : Et quand il y a plusieurs chiffres ?
On prend trois nombres par exemple mille quarante deux, on prend le 1 euh... mille quarante deux, on prend le 4, 2 et on prend un 0. On prend un 1, un 0, un 4 et un 2. Ensuite on prend par exemple 1 042×2, on regarde la table de 2, il y a marqué le résultat, après on additionne le nombre.
I : On additionne quoi ?
Re : Sur la feuille, il y a marqué des nombres : 16, 15, etc. C'est des petits traits horizontaux, euh vertic...
I : En fait c'est des diagonales.
Re : Des diagonales, où il y a marqué des nombres : 16, 14... Et il y a marqué 6, on descend le 6. Euh... 5+0 c'est égal 5. 1+6 c'est égal 7 et 1.
I : Et si j'ai 5 +7, je fais comment?
Re : Bien, 5+7 est égal euh. 12.
I : J'écris 12, comme ça ?
Re : Oui.
I : Il y avait pas une histoire de retenue ?
Re : Une histoire de retenue ? *[Avec un exemple tracé sur mon cahier]* 5 et 7, 12 : 2 et on retient 1. On met 2 là et un 1. Si on a un 8, ça fait 9.
I : Tu as autre chose à me dire sur comment ça marche ?
Re : Y a une règle où il y a marqué des nombres. Y a marqué 2×1, 2; 2×2, 4; 2×6, 12, y a tout marqué.
I : Comment as-tu construit l'objet ?
Re : Pour le construire, on a pris un bâton. Ensuite on a mis un centimètre et on met un trait à chaque fois qu'on fait 1 cm, on met un trait. Ensuite, là nous sommes en train de faire les nombres, on marque 1, 2, 3 et le multiplier. Ensuite on a fait les horizontales, les verticales !
I : Quand tu regardes le soleil il y a l'horizon, ça c'est l'horizontale. La verticale est perpendiculaire à l'horizontale et dans un carré cette droite c'est : la diagonale.
Re : Diagonale.
I : Si dans ce carré je fais une droite comme ça on appellera ça une…
Re : Une diagonale.
I : Et après dans la construction, tu imagines ce que tu vas faire ?

Re : Oui, je crois, on va faire les tables de multiplication. On va commencer par 1, euh, par 0 : 0, 0, 0 ici on va marquer 0 et en bas aussi. Par exemple quand il y aura 2×6, 12. Un 1 et un 2, plutôt que de marquer 12 dans la même case.
I : Tu m'as tout dit ?
Re : Ben, après la suite, je sais pas.
I : T'as un autre truc à me dire par rapport à la journée?
Re : C'était bien !
I : C'est quoi ce que tu as préféré ?
Re : Ce que j'ai préféré c'est cet après-midi : les constructions j'aime bien, construire des trucs.

4.2 Post-entretien avec René (le 27/11/2003)

I : Est-ce que tu peux faire la multiplication que je te demande, c'est 632 fois 73. Ce que je voudrais, c'est que tu me dises vraiment ce que tu fais à chaque fois. À haute voix, ce que tu fais, le calcul que tu fais.
Re : Ben en fait, je fais 3 fois 2 est égal 6. 3 fois 3 : 9. 3 fois 6 : 18. Je pose 8, heu et je mets 1. Je mets un zéro, ensuite 7 fois 2 : 14, je mets 4 et je retiens 1. Heu 7 fois 3 : 21 plus 1 : 22. Je retiens 2. 7 fois 6 : 42, plus 2, 44. Je fais plus. 6 plus 0 égal 6. 9 plus 4 égal 13. Je retiens 1. 9 plus 2 est égal 11, je retiens 1. Bah, heu, là 6 et 4.
I : D'accord. Je vais te poser deux questions, la première c'est pourquoi tu as écrit zéro ?
Re : Ça, en fait le zéro c'est pour décaler le nombre, le 4 il faut le mettre dans les dizaines.
I : Oui, d'accord, parce que tu multiplies par quoi, alors ?
Re : Je multiplie par quoi… Je multiplie 7 fois 2 égal 14.
I : C'est par 7 que tu multiplies ?
Re : Oui, oui en fait, c'est comme, c'est simple, le 3 c'est les unités, le 7 c'est les dizaines, alors on met des zéros. Par exemple, là si on met un, on décalerait de deux crans, deux zéros.
I : D'accord, et 44 240, tu crois que c'est le résultat de quelle multiplication ?
Re : C'est 70 multiplié par… non c'est 632 multiplié par 70.
I : Très bien ! C'est tout à fait ça. La deuxième question c'est les retenues, quand est-ce qu'il y a des retenues, pourquoi, c'est quoi les retenues ?
Re : Bah les retenues, c'est soit des dizaines, soit des centaines. Ça veut dire par exemple, dès qu'il y a 10, on met un zéro et on retient 1, sous l'autre nombre heu précé… heu non.
I : La colonne de gauche
Re : Voilà, la colonne de gauche.
I : Peux-tu faire la même multiplication avec les bâtons de Néper ?
Re : D'accord, alors… On n'a pas 23 ! L'index c'est le multiplicande. À mon avis, il faudra mettre un zéro parce que c'est les dizaines.
I : Alors, là tu as mis quoi ? C'est la ligne du trois
Re : Oui.
I : Comment tu fais pour lire à l'intérieur des colonnes ?
Re : Bah… On, on commence par la droite, le premier chiffre à droite, là je vois qu'il y a marqué 6. Je marque 6, là je vois il y a marqué 9, je marque 9 et là 8 et là y'a 7.
I : D'accord, vas-y continue
Re : Ah bah alors, là je mets un zéro, le 4 //. C'est quoi comme nombre Caroline ? C'est un 2 ?
I : Tu peux trouver toi-même, tu crois que c'est quoi ? Comment elles sont faites les tablettes ?
Re : Ah oui ! C'est 7 fois 6 : 42. Alors ça fait 2, 2 plus 2 est égal à 4. /// Ça donne le même nombre….

I : Ah, c'est normal ou pas que ça donne le même nombre ?
Re : Ah non, ici ça donne pas le même. ///.
I : Mais là c'est pas un 7 là, t'es sûr que c'est un 7 ?
Re : // Non c'est un 1.
I : Oui, pourquoi ?
Re : Parce que 3 fois 6 est égal 18.
I : Voilà !
Re : Et voilà.
I : D'accord, est-ce que tu peux faire la même chose avec les bâtons de Genaille ?
Re : Oui /// Là, je fais pareil, je commence par le 3.
I : Oui, vas-y.
Re : / On commence par le 6, ensuite le 6 il nous amène vers le 9 ensuite le 9 il nous amène vers le 8. Ensuite le 8, nous amène vers le 1. Je rajoute un zéro parce que c'est les dizaines. Le 4 qui nous mène au 2. Je marque 4 et je mets le 2. Ensuite le 2 nous mène au 4, ensuite le 4 nous mène au 4. Le même nombre c'est.
I : D'accord, tu peux m'expliquer un peu plus comment ça fonctionne, comment c'est fait ces bâtons ?
Re : Oui, bah on commence par la droite, les unités, en haut à droite, il nous marque 6, alors on marque 6, ensuite on voit un petit triangle qui nous emmène à un nombre heu… à un chiffre, c'est le 9 et en fait y'a un deuxième triangle parce que c'est une retenue, dès qu'il y a une retenue. Ensuite le 9 nous amène au 8 (c'est le petit triangle qui nous le dit) ensuite le 8 nous amène au 1, oui c'est ça.
I : D'accord, c'est très bien.
Re : Je fais le boulier ?
I : Oui, vas-y. Alors, le boulier, je ne vais pas te demander une multiplication, je voudrais que tu fasses 1751 plus 826.
Re : Alors 1721 ?
I : 1751.
Re : Ah 51. /.
I : Voilà, alors comment t'as fait pour écrire 1751 ?
Re : En fait une boule ça compte une, une di…, une unité. Et une boule d'en haut ça coûte 5 unités.
I : D'accord, donc tu as pu écrire 1751 parfaitement, maintenant, je voudrais que tu lui ajoutes 826.
Re : 800 // Voilà *[il remplace 5 quinaires par une unaire, mais erreur aux centaines*].
I : Tu peux lire le résultat ?
Re : Je lis heu alors, deux mille, alors deux mille neuf heu 77.
I : Bon alors, vérifie à la main que tu t'es pas trompé, 1751 plus 826.
Re : Plus quoi ?
I : Plus 826
Re : // Oui, oui je me suis trompé….
I : Alors essaie de trouver pourquoi tu as fait une petite erreur. [*Retour sur le boulier*]
Re : Ah là, je remets, là ça fait 2. Ah oui, parce que je me suis trompé de calcul.
I : Vas-y, fini l'addition que tu fais.
Re : 1547.
I : 1751, 1751 !
Re : /// Ah, oui, là j'ai fait juste et là j'ai fait faux. J'ai écrit les centaines et puis…. Je vais essayer de reprendre.
I : Oui, vas-y ! *[///déplacement des boules]*
Re : 7, 8 alors ça fait 7 plus 1, 8.

I : Attends, on va reprendre depuis le début je crois, c'est 1751, tu l'as écrit là ? 1751. [*il l'écrit sur le boulier*] 1751 plus 826.
Re : Je rajoute une boule de 5 unités et une boule de une unité.
I : Donc t'as rajouté combien ?
Re : 6 en tout, plus 1 ça fait 7.
I : Oui, tout à fait.
Re : Le 2, là ça fait 7 encore.
I : Et maintenant ?
Re : 8.
I : On fait comment pour l'ajouter ?
Re : Bah, là il y a 7, si j'en mets une ça fait 8.
I : Oui mais si tu mets une boule, tu rajoutes combien ?
Re : Une boule, une unité.
I : C'est une unité ?
Re : Ah non, non, non, une centaine !
I : Et nous, on veut en rajouter combien ?
Re : Nous, on veut une boule de mille.
I : // Dans les centaines on veut en rajouter combien ?
Re : // Ah en centaines on doit en rajouter heu 15.
I : Bah on veut en rajouter 8, pour l'instant tu n'as rajouté que 26, nous on veut rajouter 826. Donc il faut que tu rajoutes 8 dans la colonne des 100. Vas-y.
Re : 100 plus 700 ça fait 800.
I : Oui, mais le 7 c'est le 7 de la première ligne, tu es d'accord ? Tu avais écrit 1751, pour le 2 et le 6, tu les as réécrits dessus, pourquoi tu ne fais pas pareil pour le 8 ? *[Il déplace les boules]* Voilà, très bien jusque-là c'est juste. Maintenant il faut réfléchir…
Re : On les enlève.
I : Alors, est-ce qu'on enlève tout ou pas ? Il y en a combien qui sont écrites dans cette case des 100 ?
Re : Là en tout il y en a heu / 15.
I : Oui est-ce que c'est normal qu'il y en ait temps que ça ?
Re : Non, on doit les descendre pour en remonter.
I : Alors, c'est combien dans la case des 100 qui vont une dans la case des milles ?
Re : Ben, faut qu'on descende toutes les boules du bas pour mettre une unité, une centaine.
I : Toutes celles du bas ?
Re : Non celles d'en haut, on les descend après on les remonte pour en rajouter une.
I : Celles du haut quand tu les descends ça vaut combien ?
Re : Ça fait 10.
I : Donc quand il y en a 10 ?
Re : On les remonte et on en rajoute une.
I : Très bien, et tu peux améliorer là, non ? Ok, très bien [*remplace les cinq unaires par une quinaire*] Tu lis quoi comme résultat ?
Re : C'est deux… 2 577.
I : D'accord. Tu peux essayer de m'expliquer pour toi c'est quoi une retenue, sans me donner des exemples, mais dans le cas général.
Re : Une retenue, c'est dans une colonne il y a un chiffre, il ne peut pas avoir deux chiffres, alors on met soit une dizaine soit plusieurs dizaines ou des centaines, on doit le mettre sur le nombre qui suit.
I : D'accord. Celui qui suit à droite ou à gauche ?
Re : À gauche.

I : Quand tu étais aux Domaines, tu crois que tu as fait des maths ou que tu as fait autre chose ?
Re : On a fait des maths parce qu'on a fait des problèmes, il fallait réfléchir quand même.
I : Donc ça c'était pendant que tu étais avec la maîtresse, avec la maîtresse tu as fait des maths. Et quand tu étais avec L. [A2] ou P. [A1], tu crois que tu as fait quoi ?
Re : Là aussi, on a fait des maths puisqu'on a mesuré, parce que les multiplications, ça fait partie des maths, le boulier aussi.
I : Est-ce que tu penses que tu as appris quelque chose ?
Re : Je savais pas qu'il y avait des instruments comme ça.
I : D'accord et par rapport à ce que tu apprends à l'école pour faire des additions ou des multiplications, est-ce que tu crois que ça t'as permis d'apprendre quelque chose ? Est-ce qu'il y avait des choses que tu avais pas trop comprises que tu as pu comprendre ?
Re : Ben, je savais pas ce que c'était le boulier et j'apprends mieux parce que on en a fait un. Parce que montrer au tableau c'est dur !
I : Quoi ?
Re : Quand on marque au tableau, on n'arrive pas trop à comprendre et quand on fait, quand on le crée, quand on nous explique on comprend mieux.
I : Tu parles de lorsque tu as construit l'objet ?
Re : Ben oui, quand on le construit, on nous explique comment le faire parce que si on construit, si on ne sait pas comment le faire ça sert à rien.
I : Donc, quand tu l'as construit, tu penses que tu as fait aussi des maths ?
Re : Bah on a fait la construction et aussi des maths parce qu'on a mesuré, il fallait faire plein de…, on a fait aussi pleins d'exercices sur le boulier heu des multiplications, des additions.
I : Ce que tu veux dire c'est que s'il n'y avait eu qu'un boulier et que la maîtresse vous expliquait au tableau, ça aurait été plus compliqué, c'est ça que tu veux dire ?
Re : Oui.
I : Est-ce que c'était important d'en avoir construit un que tu gardes ?
Re : Ben, c'est bien parce que comme ça on s'entraîne plutôt que d'avoir une semaine après de passer à un autre après on se rappelle plus. Par exemple s'il y a un contrôle dessus.
I : Ah d'accord, tu es content de l'avoir chez toi parce que tu peux en refaire chez toi ?
Re : Oui.
I : Tu crois que ça aurait été différent si on vous avait à chacun donné un boulier par exemple et des réglettes ?
Re : Bah c'est mieux.
I : De vous les donner ou de vous les faire réaliser ?
R : C'est bien qu'on les construise, bah….
I : Tu préfères les avoir construits ?
Re : Oui, oui, que euh ce soit des personnes qui nous les donnent. On a plus de plaisir de construire de nos propres mains que une autre personne.
I : Est-ce que tu penses que tu l'aurais utilisé autant si c'est pas toi qui l'avait construit ?
Re : Ben ce serait quand même le mien, mais j'aurais moins de plaisir par contre.
I : Tu l'as montré à qui à la maison ?
Re : À mon frère, à ma mère.
I : Alors, tu l'as montré où tu as quand même…
Re : J'ai expliqué, j'ai expliqué les bâtons de Genaille-Lucas et les bâtons de Néper, le boulier.
I : Le boulier, ils connaissaient ou pas ?
Re : Oui, heu non pas trop. Heu mon frère il est déjà allé aux Domaines mais il a pas construit ce genre de trucs, l'électricité il avait fait.
I : D'accord donc chez toi, personne connaissait trop ces objets ?

Re : Non, ils avaient déjà entendu le prénom mais ils ne savaient pas ce que c'était.
I : Qu'est-ce qu'ils en pensaient ? Ils ont été surpris ?
Re : Ils étaient contents parce que je l'ai fait.
I : D'accord. Ils étaient contents d'apprendre à s'en servir ?
Re : Oui, ça leur a, ça les aide à heu… faire des multiplications plutôt que de se gratter la tête !
I : Vous utilisez plus la calculette chez vous, vous utilisez les bâtons de Néper, en famille !?
Re : Oui, des fois on en fait.
I : Ah bon, encore maintenant ?
Re : Oui, oui j'en fais encore maintenant. Des fois quand la maîtresse nous donne des multiplications, j'en fais avec ça.
I : Tu les vérifies avec ?
Re : Oui, je les fais d'abord avec le casse-tête et après…
I : Le casse-tête c'est quoi, c'est avec le papier et le crayon ?
Re : Heu oui, oui, c'est quand on se gratte la tête et quand c'est dur et bah on regarde avec le boulier si c'est juste ou les bâtons de Néper, etc. et les bâtons de Genaille-Lucas.
I : Et avant tu le faisais avec la calculette ?
Re : Oui. Par contre, je sais pas vraiment utiliser la règle à additionner.
I : Tu trouves que t'es plus fort quand t'es aux Domaines ou quand t'es en classe ?
Re : Ben quand on est aux Domaines on arrive mieux à comprendre les maths qu'en classe, ça c'est certain. Parce que la maîtresse elle fait plusieurs, plusieurs choses, que vous parce que vous faites toujours les maths. La maîtresse des fois, elle peut se mélanger.
I : Oui mais quand ? Aux Domaines tu comprends mieux qu'à l'école ?
Re : Ben ça veut dire que, ça veut pas dire que heu… Bah elle nous explique les multiplications plutôt que la maîtresse nous fait à l'écrit, elle nous fait avec des bâtons c'est déjà plus pratique à manier.
I : Si je comprends bien, toi tu as bien aimé utiliser des objets.
Re : Oui mais j'aime bien aussi les explications à écrire.
I : Tu trouves que l'école c'est plus difficile ?
Re : Bah oui, des fois on arrive pas à comprendre, il faut se gratter la tête, il faut regarder les leçons, il faut beaucoup comprendre. Ça veut pas dire qu'on n'arrive pas à comprendre les maths, des fois je comprends, des fois je dois dire à ma mère, etc.
I : D'accord, donc toi t'as bien aimé les Domaines ?
Re : Oui, oui c'est bien ! Il y a pleins d'activités à faire.
I : Quand je suis venue vendredi après midi, t'as trouvé comment la séance ? T'as appris quelque chose ?
Re : Bah on a révisé le boulier, si on se rappelle plus, au moins on se rappellera un petit peu. On nous réexplique ce que c'est.
I : Tu trouves que c'était bien ou tu avais déjà compris avant ?
Re : Non j'avais jamais compris avant. Il faut d'abord comprendre, surtout la règle à calculer, c'est pas trop ça.
I : D'accord, tu as des choses que tu veux dire ?
Re : Non

5. Post-entretien avec Mathilde de la classe 1 (le 27/11/2003) (extraits)

Élève très brillante.
[…] [*Sur la multiplication à poser*]

Ma : Après j'ai mis un point.
I : Alors, pourquoi t'as mis un point ?
Ma : Parce que ça fait 70 fois heu…
I : D'accord, fois 632.
[*Fautes d'étourderie dans le calcul, très bien avec les bâtons à multiplier*]
[…] [*Avec les bâtons de Genaille-Lucas*]
I : Tu sais pourquoi des fois y'a deux triangles.
Ma : C'est parce que si on fait par exemple 263 fois, enfin… Fois… Quelque chose qui nous mène sur le zéro. Eh ben après, c'est pas le même triangle.
I : Oui, et tu sais pourquoi on change de triangle justement ?
Ma : Ça fait pas le même résultat si on prend ce triangle ou ce triangle. C'est exprès pour avoir le bon résultat.
I : Ouais, mais quand c'est qu'on change de triangle ?
Ma : Quand y'a une retenue !
I : Oui, c'est ça en fait.
[…] [*Mathilde fait le lien avec la technique papier-crayon pour vérifier l'addition au boulier*]
Ma : Aux Domaines, c'est plus facile, c'est plus amusant aussi !
I : Et tu peux m'expliquer un peu pourquoi ou pas ?
Ma : Ben déjà c'est ce qu'on a fait nous, alors que sinon…
I : Alors, c'est important que ce soit toi qui les aies construits tous ces objets ?
Ma : Ben c'est mieux que si c'est quelqu'un d'autre qui les ait construits.
I : Ah bon et pourquoi ?
Ma : Parce que en les construisant, on a mieux compris on a mieux compris comment on allait… comment ça marche. Et comment on doit les faire. Par exemple pour les réglettes, c'est avec les multiplications. Si on les avait pas construits, on aurait peut-être moins bien compris.
[…]
I : Tu les as montrés à qui tes objets à la maison ?
Ma : À mes parents et aussi des fois à mes grands-parents quand ils venaient manger chez moi.
I : Tu leur as montrés simplement ?
Ma : Ben oui, je leur ai expliqué comment ça marchait.
[…]
I : Tu t'en sers souvent chez toi des objets ?
Ma : Bah, des fois ! Pas souvent mais… Des fois, quand je fais des opérations à la maison, après je me corrige avec ça.
[…] [*Mathilde demande comment faire une multiplication avec le boulier, ce qui n'a pas été fait en classe*]

6. Post-entretien avec Gaëlle de la classe 1 (le 27/11/2003) (extraits)

Élève en grosse difficulté en mathématiques.
[…] [*Sur la multiplication à poser*]
I : Pourquoi t'as mis un point ?
Ga : Parce qu'il faut décaler.
I : Oui et pourquoi il faut décaler ?
Ga : / Non, je sais pas…
[…]
I : La retenue, tu sais ce que c'est un peu, à quoi ça sert ?

Ma : Non, je sais pas, la maîtresse elle nous a pas expliqué.
[*Incompréhension du mode de fonctionnement des instruments et du système décimal*]

7. Entretiens avec Amélie de la classe 2

7.1 Méso-entretien (1er jour) avec Amélie (le 09/12/2003)

I : Fais le calcul 632×73. Explique ce que tu fais.

Am : Alors, je fais 3 fois2, ça me fait 6, après je fais 3 fois 3, ça me fait 9 donc je pose le 9. Je fais 3 fois 6 ça fait 18, donc je pose 18. Là, je me fais un petit zéro parce que y'a 2 chiffres je me mets un petit plus et je fais 7 fois 2, ça fait 14, je pose le 4, je retiens 1 sur le 3, je fais 7 fois ça me fait 21, plus 1 : 22. Je pose mon 2 et je retiens 2 au 6. Heu, 7 fois 6 ça fait heu… 37. Non, 6 fois 6 : 36, 6 fois 7 : 42. 42 plus 2 ça fait 44, je le pose. Après je me fais comme ça et je commence mon addition 6 plus 0 ça fait 6. 9 plus 4 ça fait 13, je pose 3 et je retiens 1. Heu… 8 plus 2 ça fait 10, plus 1 ça fait 11. Je mets 1, je retiens encore 1. Heu… 4 et 1 et 1 : 6 et 4 ça fait 4. Voilà, ça fait 46 136.

I : Que penses-tu du calcul suivant ? Si un camarade fait ce calcul, est-ce qu'il est juste ?

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{2} \\
\times & & & & \mathbf{7} & \mathbf{3} \\
\hline
 & & \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{6} \\
 & & & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\
 & & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 & \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}
\end{array}
$$

Am : Alors, là déjà je pense que ça doit être juste.

I : La première ligne, tu penses que c'est juste ?

Am : Je peux le faire dans ma tête là ?

I : Oui, oui, comme tu veux, vas-y !

Am : Alors, 3 fois 2, 6, 3 fois 3, 9, 3 fois 6, 18. Je mets mon zéro, 7 fois 2, 14. Ah !! Eh ben, là dans la deuxième ligne je pense que c'est pas bon parce que le 1 c'est une retenue, il ne faut pas le mettre dans ce chiffre.

I : Bon, regarde quand même les lignes d'après.

Am : Heuu, les 2 zéros c'est bon parce que par exemple si on a 3 chiffres, on met 2 zéros après.

I : Oui, mais là, c'est 632×73 !

Am : Je comprends pas pourquoi il a fait 4 lignes.

I : Tu pourrais pas me dire si c'est bon ou pas les 3 lignes du bas. À quoi correspond chaque ligne ?

Am : Peut-être qu'il a fait 6 fois 3 ou 7 fois 6, commencé dans le désordre, je sais pas. Pour la deuxième ligne par exemple, il a dû se faire, au lieu de…. Peut-être qu'il a voulu pas s'embêter et pas mettre de retenues pour pas trop réfléchir.

I : Oui c'est ça, on peut le dire comme ça ! Alors le 140, ça correspond à quoi, le 2 100 et le 42 000 ?

Am : Parce que moi, si je suis un professeur, un maître ou une maîtresse, je me demanderais… Moi de suite je vois ça, je fais : c'est faux parce que déjà on n'a pas 50 000 chiffres, donc je vois pas pourquoi il y aurait 4 lignes. Et heuu, en plus il ne veut pas se mettre des retenues, je comprends rien, alors je barrerais et je mettrais à refaire.

I : Et tu crois que c'est faux alors ce qu'il a fait ?

Am : Ben pour 632×73, pour moi ce qu'il a fait là c'est faux. Tandis que si c'était une autre opération, peut-être que ce serait juste.

I : Alors, ce qu'il a fait c'est juste, on peut faire cette addition. Est-ce que tu peux essayer de comprendre, de m'expliquer pourquoi c'est juste ? Le 140, il vient d'où ? Le 2100 et le 42000 ?

Am : Bah, heu… Le 42, il a un rapport avec 7 fois 6.

I : Tout à fait.

Am : Et heu on dirait qu'il a fait la première comme j'ai fait moi sur la feuille et la deuxième on dirait que les retenues, on les oublie, on met les zéros qu'il faut et qu'on fait 7 fois 3, ça nous fait 21.
I : Alors, justement ces zéros, est-ce que tu peux m'expliquer pourquoi là il y en a un, là il y en a deux et là il y en a trois ?
Am : Là y en a un, parce qu'on commence de ce chiffre peut-être. Là y en a deux parce qu'on commence du 73. Et là y en a trois du 632.
I : D'accord, donc pour obtenir le 140, c'est quelle opération ?
Am : Heu… 7 fois 2.
I : 7 fois 2 ça fait 140 ?
Am : Non, 7 fois 2 ça fait 14, mais comme on met tout le temps un zéro, c'est dans la règle des mathématiques.
I : Le 7 il est dans quelle colonne ?
Am : Des unités machins ?
I : Oui.
Am : Dans les dizaines.
I : Ça t'aide pas de voir que le 7, il est dans les dizaines ?
Am : Haaa ! Parce que les dizaines, il faut mettre un zéro, et quand t'as les centaines deux zéros et dans les milliers trois.
I : Par quelle multiplication on obtient 140 ?
Am : 70.
I : Voilà, et celle du dessous ?
Am : Heuu… 30, non pas 30, heuu, ça fait 70 et 30.
I : Et la dernière ligne ?
Am : Ça ferait dans les centaines on ferait 6 fois, 60 fois 70. Heuu, 600 fois 70.
I : Et ce calcul :

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

Am : Alors, c'est juste aussi parce que là c'est 3 fois 2 ça fait bien 6, 3 fois 3 ça fait 9 et on met le zéro des dizaines. Heu, 3 fois 6 ça fait 18 et on met les zéros des centaines. Hé, 7 fois 2 ça fait 14 et on fait comme si on recommençait une opération donc on met un zéro des unités. Après on fait les centaines, ça me fait 7 fois 3, 21 avec les centaines et 6 fois 7 heu des milliers, ça donne 42.
I : Bon tout à l'heure, j'étais avec P. [A1] donc j'ai bien vu, mais est-ce que tu pourrais essayer de m'expliquer comme à quelqu'un qui n'y était pas, ce que vous avez fait ce matin.
Am : Alors, bien en détail ? On raconte ce qu'on a fait mais, pas au détail près, pour que tu comprennes ?
I : Imagine ce que tu pourras dire ce soir à ta maman ou à ton papa.
Am : Alors, on a pris des petites plaques en bois, d'une mesure, même il y avait des grandes de 25 cm ou 26 et il en avait des moyennes de 15 cm. Alors après, on a pris une grande par exemple on est allé dans une salle pour couper à une machine le bois. On a bien tenu et on a avancé et la scie ça nous a coupé parce que c'est électronique, ça marche tout seul. Ensuite quand on avait tout coupé, on en avait 11 de barres, enfin de plaquettes on en avait 11, dès qu'on avait tout coupé, on les avait mis, bien côte à côte pour que ce soit plus simple, on avait pris du scotch on l'avait collé sur la table en les tenant par-dessus. Ensuite, on a commencé à prendre une règle et un crayon, on a mesuré un cm pour tracer une droite, heu, oui, une droite, plusieurs fois jusqu'à ce qu'on arrive à 9 cm, non 10 cm. Et ensuite, quand ça on avait fini, on prenait la règle et le crayon, on le faisait en diagonale, de la gauche jusqu'à la droite, en diagonale et on faisait jusqu'en bas. Et après on enlevait le scotch, on l'a mis à la poubelle et ensuite on a pris nos plaquettes et ça nous aide à faire des tables de multiplications donc on a

pris une plaquette, on a fait comme un tableau de multiplications. On a mis le fois, le signe de multiplication. Après, on a marqué : 1, 2, 3, 4 jusqu'à 9. Et on a fait notre table avec des plaquettes. Et ça nous disait, par exemple si on savait pas nos multiplications, c'est comme un peu une addition qu'on multiplie. En fait, c'est… oubliez l'addition ! C'est une multiplication qu'on va chercher, par exemple je dis n'importe quoi : 6 fois 5, alors tu vois à la plaquette où il y a marqué 6, et comme tu as une plaquette où il y a tes nombres de 1 jusqu'à 9, tu cherches 5, ça fait 6 fois 5 et tu regardes à la ligne de 6 et il y a marqué le résultat, ça fait 30. Et voilà. Et après on les a bien poncés et ils sont tout beaux !
I : Ils s'appellent comment ?
Am : Heu ça s'appelle, heu, comment là déjà, c'est, je l'ai sur le bout de la langue, ça s'appelle des plaquettes...
I : Ça s'appelle des bâtons… des bâtons de Néper.
Am : Ah voilà, Néper, Néper.
I : Tu peux me parler un peu plus de multiplications ?
Am : Ben on est allé aussi sur le tableau, on avait fait un genre de tableau pour nous aider, il y avait deux colonnes, on avait mis deux chiffres, par exemple 73. Et heu… 73 multiplié par 5, n'importe quel chiffre, sur les plaquettes on les regardait, il y avait marqué le résultat, tu l'additionnais, par exemple c'était zéro alors tu marquais un zéro. Après 6 et 4 ça faisait 10, donc tu te mets une retenue. Et par exemple 2 et 1 ça fait 3 et ça fait le résultat, ça fait 300.
I : Tu trouves que tu as fait des mathématiques ou pas ?
Am : Oui, j'en ai fait un peu. Un peu la matinée, le début puisque les multiplications je pense que c'est pour, c'est des mathématiques et heu, on a surtout travaillé sur du bois, un tableau, si tu réunis tout ça fait un genre de tableau de multiplications que tu as fabriqué.
I : Tu as des remarques sur ce matin, sur ce que tu as bien aimé ou pas ?
Am : J'ai bien aimé ce qu'on a fait, j'ai bien aimé le bois, trifouiller un peu tout. Alors j'ai bien aimé quand j'ai coupé mais ce que j'ai eu peur, c'est que c'est resté bloqué, alors après elle a vite arrêté la machine la dame.
I : P. [A1].
Am : P., et elle a vite arrêté la machine parce que ça allait la casser. Et elle a dit qu'il fallait bien appuyer sur le bois pour qu'il saute, pas que ça s'abîme. Et ce que j'ai pas aimé, ben j'ai tout aimé. J'ai bien aimé ce que j'ai fait, voilà.

7.2 Post-entretien avec Amélie (le 25/03/2004)

I : Je voudrais que tu m'expliques ce que tu as fait quand tu étais aux Domaines. Tu y es allée deux fois au mois de décembre et une fois il y a pas longtemps, essaie de m'expliquer ce que tu as fait chaque jour là-bas.
Am : Eh ben heu... Dès le premier jour j'explique ?
I : Oui, oui, vas-y.
Am : Bah le premier jour donc on est arrivé, bon on s'est présenté. Après on a pris chacun notre groupe. Heu, on est allé heu faire, travailler ! Le premier jour, je crois qu'on avait fait heu, heu... Qu'est-ce qu'on avait fait ? Heu... // Qu'est-ce qu'on avait fait déjà ? Je m'en rappelle plus. // Je sais qu'on fait les bâtons de Néper. Je sais qu'on a fait, bah le boulier. Je sais qu'on a fait heu... comment ça s'appelle ? Ça faisait comme, il y avait marqué les chiffres c'était sur du carton gris, on avait heu pris des plaquettes. On les avait découpées, on les avait collées sur une autre plaquette plus grande. Et elles étaient finies, on en avait placé deux. Il y avait donc un espace à peu près au milieu et heu on avait heu... on avait heu… Comment ça s'appelle ? On avait marqué 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 jusqu'à 12. Heu… Et après, c'était pour faire des additions. Comme en haut il y avait des chiffres, mais je crois que c'était intercalé de ceux d'en bas. Et par exemple 2 plus 1, on mettait la baguette sur le 2.
I : Ben regarde, j'en ai une ! Alors, tu te rappelles plus comment ça s'appelle ?

Am : Non.
I : On avait appelé ça une règle à additionner et à soustraire, en fait c'est une partie d'un autre instrument qui existe qui s'appelle la règle à calculer. La règle à calculer, on peut faire toutes les opérations avec, ça on peut faire que les additions et les soustractions. Donc c'est celle-là que tu as faite, tu te rappelles comment ça marche ?
Am : Oui.
I : Par exemple, si je te dis de faire 7 moins 3, tu arrives à lire le résultat ?
Am : Heu, moins trois.
I : Oui, 7 moins 3
Am : Heu je prends la plaquette du milieu, je la mets sur le 3, c'est ça ?
I : Le 7 sur le 3, ça nous donne ?
Am : Heu... mais moi, je crois qu'on avait appris que à additionner, hein non ?
I : Alors si tu veux commence par 7 plus 3, mais c'est le même principe après, si tu comprends comment on fait pour additionner, il n'y a pas de souci. Tu as très bien positionné ta réglette, tu n'as qu'a lire le résultat, effectivement tu as 7 moins 3 qui donne ?
Am : Quatre.
I : Oui, tu vois comment on lit.
Am : Oui, ça y est. Je me rappelais plus si c'était ça ou ça et de quel côté il fallait lire le chiffre.
I : Quand tu ajoutes, tu vas vers la droite et quand tu soustrais, tu vas vers la gauche. Heu, et si je te demande par exemple maintenant: 0,5 plus 3.
Am : 0,5 plus 3 ?
I : Le maître il m'a dit que vous avez vu les nombres décimaux.
Am : Oui.
I : 0,5 plus 3.
Am : C'est ça ?
I : Tu lis le résultat, là ?!
Am : Deux.
I : Deux ? Là, tu as fait comme si tu avais fait une soustraction. Si je te dis 1 plus 3, tu t'en rappelles ou pas ?
Am : Oui.
I : Alors vas-y.
Am : 3, non c'est pas comme ça. Je l'ai en plus chez moi! 1 plus 3, ça fait heu... ah voilà! Ça y est, j'ai trouvé ! Mais….
I : Bon alors je te réexplique en fait. Il faut faire : donc tu as 1, au 1 tu veux ajouter 3, donc tu mets le 0 de l'autre réglette en face du 1, plus 3, tu lis 4.
Am : Ah ouais, ça y est je vois!!
I : D'accord, donc 0,5 plus 3 ça fait combien ? 0,5 plus 3?
Am : Zéro virgule 5, mais alors si c'est zéro virgule 5, on le met là. Comme ça, plus 3, ça nous donne 3,5.
I : Tout à fait.
Am : Ça y est j'ai trouvé !
I : Bon, c'est très bien. Alors, maintenant on va revenir à ce que tu as fait aux Domaines. Donc tu m'as dit...
Am : Les réglettes, les bâtons de Néper, le boulier, heu... qu'est-ce qu'on a fait encore ? Heu... on a fait... Ah oui, on a fait, mais ça c'est l'année dernière... parce que l'année dernière, j'ai fait le boulier et la crécelle même.
I : Ah bon, l'année dernière tu as fait un boulier déjà ?
Am : Oui. Non ! Pas un boulier, un bâton de pluie !

I : D'accord, et tu as eu des séances avec le maître, tu m'en parles pas !
Am : De quoi ?
I : Des séances avec le maître, tu as fait quoi pendant les séances avec le maître ?
Am : On a appris à compter avec le boulier.
I : D'accord.
Am : Par exemple les boules en haut qui sont rouges, ça fait 5. Et 5 ça représente les 5 boules qui sont en bas en bleue et si tu veux faire 6, tu descends la boule rouge et tu descends une boule bleue, ça fait 6.
I : D'accord, je te demanderais un peu après comment on s'en sert de ces instruments, là on va reprendre, heu... des calculs. Heu… Donc voilà à peu près, t'as rien d'autres à rajouter pour les séances aux Domaines, il y a rien d'autre qui te vient à l'esprit ?
Am : /
I : Je vais te demander de faire la multiplication 632 fois 73 en expliquant ce que tu fais à chaque fois.
Am : Alors, je fais 3 fois 2, ça me donne 6. Après je fais 3 fois 3, ça fait 9. Donc je pose mon 9. 3 fois 6, ça fait 18. Je pose 18. Voilà, je me mets mon zéro en bas, je mets mon petit plus. Et je fais, j'en viens au 7 maintenant comme j'ai fini avec le 3. Je fais 7 fois 2, 14. Je pose mon 4, je retiens 1 sur le 3. 7 fois 3, ça fait 21, avec la retenue ça fait 22, je pose mon 2 et je retiens mon 2. Et 6 fois 7 ça fait 42 plus 2, 44. Je pose mon 4 et mon 4. Là, bah je trace le trait. Maintenant je fais mon addition, 6 plus zéro ça fait 6. 9 plus 4 ça fait... 13. Je pose mon 3 et je retiens 1 sur mon 8. 8 et 2, ça fait 10 et 1 ça fait 11. Je pose mon 1 et je retiens 1 sur mon 1. 4 plus 1 ça fait 5 et 1, 6. Je pose 6. Et heu 4, ça fait 4. 46 136.
I : D'accord. C'est le résultat, c'est juste. Par contre, je comprends pas bien les points que tu as mis là, à côté du 1, à côté du 4, à côté du second 4 aussi.
Am : Non, là le 4 il est faux.
I : Ah, la croix ça veut dire qu'il fallait pas le point, c'est ça ?
Am : Ouais.
I : Et le point il sert à quoi ?
Am : Eh bah à séparer les, les millièmes avec....
I : Les millièmes ? !
Am : Les milliers avec, avec les unités, dizaines, centaines.
I : Et c'est le maître qui vous a appris comme ça ?
Am : J'ai toujours appris comme ça, moi.
I : D'accord, maintenant que tu l'as fait avec le papier/crayon, je te donne les bâtons de Néper. Et je te demande de réaliser la même multiplication avec les bâtons de Néper. Et tu m'expliques ce que tu fais, quelle baguette tu prends, et tu peux t'aider de la petite feuille pour marquer, les résultats, je sais pas, si tu en as besoin.
Am : Il est où le 3 ? Voilà 632. Alors, je prends les 3, je prends le premier bâton de Néper c'est le 6, le deuxième c'est le 3, et le troisième le 2. Ça me fait 632. Fois 73 ! Ah, mais j'ai pas deux fois le 3 !
I : Tu en as besoin de deux ?
Am : Bah, pour faire 73, non.
I : T'en as besoin oui, pas des deux ?
Am : Je sais pas.
I : Comment tu vas faire pour multiplier par 73 ?
Am : Ben je vais faire heu, heu... À moins que je puisse me servir de celui-là pour faire 73.
I : Pour faire 632 fois 3, tu as besoin d'un autre 3 ?
Am : //
I : Tu as pas un index qui sert à quelque chose ?
Am : Index ? C'est ça l'index ?

I : L'index c'est quelque chose qui sert de repère. Voilà !
Am : Je le mets là et ici ça fait 0, 1, 2, 3. C'est par ça qu'on peut multiplier. Eh bé lui, j'en ai pas besoin parce que je peux le faire par lui. Alors heu.... Alors... On commence par 3, hein c'est ça ? Alors, 3 fois. 2, ça me donne 6. Ça fait donc 6 là, c'est bon. Après ça fait 3 fois 3, ça me fait 9. Là ça fait 96. Après 3 fois 6, ça me fait 18. Donc 1 896. Après, je passe au 7 donc je mets déjà le zéro et je fais 7 fois 2, ça me donne 14. 7 fois 3 ça me donne 21. Ah oui, mais il y a une retenue aussi.
I : Tu peux lire directement 632 fois 7. Alors vas-y, lis le résultat sur les bâtons, parce que là, tu utilises plutôt la méthode traditionnelle.
Am : Comment ?
I : Utilise les bâtons pour me donner le résultat de 632 fois 7.
Am : Oui, mais c'est pas comme ça qu'il faut faire ?
I : Si, vas-y.
Am : 7. Donc 7 fois 3 ça fait 22 avec la retenue de 14. Et 7 fois 6, ça fait 42, donc ça me fait heu… après il faut que je le… que je l'additionne…
I : Comment tu fais avec les bâtons ? Si tu avais pas le résultat ici, on va le couvrir. Ne regarde pas le résultat que tu as eu précédemment mais maintenant donne-moi le résultat de 632 fois 73.
Am : 632 fois 73 ? Ça fait… / Mais… Heu… Il faut que je….
I : Comment tu vas faire pour multiplier par 73 ? Mais là les bâtons… Quel est le principe de fonctionnement des bâtons ?
Am : Tu fais par exemple une fois 2, tu regardes sur la même ligne, ça fait 2.
I : Voilà, maintenant il faut que tu regardes 632 fois 3. Le résultat, tu le lis comment ?
Am : C'est ça le résultat ? Ça fait 1 896.
I : Et 632 fois 7 ?
Am : Heu…/ 42 mille… 214.
I : T'as oublié un 1.
Am : Ouais.
I : En fait, tu te rappelles pas. Dans les diagonales, il faut ajouter ce qu'il y a dans les diagonales. Donc le résultat de 632 fois 7. Il y a 4 dans les unités, 1 plus 1 dans les dizaines, ça fait 2. 2 plus 2 dans les centaines, ça fait 4 et 4 dans les milles.
Am : Ah ouais.
I : Ça fait 4 424, d'accord ? Alors, une fois que tu as multiplié par 3 et une fois que tu as multiplié par 7, comment tu vas faire pour multiplier par 73 ?
Am : J'additionne.
I : T'additionne les deux ? T'additionne quoi ?
Am : Bah le résultat de 3 avec 7. // Et ça me donne le résultat.
I : Tu crois ?
Am : Non.
I : Si tu fais fois 3 et fois 7, en fait, tu auras fait fois 10. Pour faire fois 73, à quoi il faut penser ? Le 7 de 73, il est dans quelle…
Am : Dans quelle ? Unité, dizaine ?
I : Oui
Am : Dans les dizaines.
I : Oui, voilà donc là il faut en tenir compte.
Am : Les dizaines, elles sont là, alors.
I : Cette ligne, c'est la ligne de multiplié par 7, des dizaines. Et là il va falloir rajouter quoi, si on veut multiplier par 73 ? // En fait il faudra rajouter un zéro à la ligne du 7.
Ama : Oui, pour....
I : Tu comprends ?

Ama : Oui, c’est comme quand on fait le… Comme par exemple on marque 600….
I : Comme tu viens de faire là ?
Ama : Oui, on rajoute le zéro.
I : Mais avec les bâtons de Néper, tu as plus besoin, tu as juste besoin de savoir qu’il faut faire l’addition dans la diagonale. Les tables, tu peux ne plus t’en rappeler très bien et puis heu… il faut penser à décaler.
I : Et les réglettes de Genaille-Lucas, tu te rappelles ou pas ?
Am : Les bâtons de….
I : Ceux-là de bâtonnets.
Am : C’est un peu pareil, non ?
I : C’est un peu pareil, tu te rappelles comment on s’en sert ou pas ?
Am : Heu… oui je crois, je les ai chez moi.
I : Tu veux essayer de faire 632 fois 3 avec les bâtons ?
Am : Je vais essayer.
I : Avec Genaille, 632 fois 3.
Am : En fait, ça va revenir un peu au même, non ?
I : Vas-y, vas-y, donne-moi le résultat.
Am : // Alors, heu… / Je fais… 3, heu… //.
I : Alors, je suis pas sûre que tu as pris les bons bâtons.
Am : Ouais.
I : L’index, c’est ça, ça c’est la tablette du zéro.
Am : Je me disais aussi. // C’est là qu’il faut le lire, le….
I : Les unités sont en haut à droite.
Am : 3 fois 3… // Je m’en souviens pas !
I : En fait c’est encore plus simple, t’as les unités ici puis après tu regardes les triangles. Celui-là il te mène au 9, celui-ci au 8 et ça te fait, celui-là au 1, 1 896. C’est pas grave si tu t’en rappelles pas, c’est pas un problème. Voilà. On va plutôt essayer de regarder le boulier. Le boulier, tu me disais que tu t’en rappelais mieux. Alors, le boulier, écris-moi 1 751.
Am : 1 751. Alors, alors 1 751. Ça, ça fait mille ?
I : Oui
Am : Mille, heu… 7 cent, heu…50, ça… là ça fait 50, tout ça ou ça fait que 5 ?
I : C’est dans quelle colonne ?
Am : Heu… dizaines, 10.
I : Et 5 dizaines, ça fait combien ?
Am : 10.
I : 5 dizaines !
Am : 5, 50 !
I : Voilà 1 751, très bien. Alors, additionne heu… 826
Am : Plus quoi ?
I : Heu 1 751 plus 826 !
Ama : Ah mince, attends, je recommence, hein. Alors 1 751, voilà. Plus combien tu me dis ?
I : Heu 826.
Am : 826, heu… Ça c’est 100, ça ?
I : C’est… Elle vaut combien la bille du haut ?
Am : 5.
I : Et on est dans la tige de quoi ?
Am : Des centaines.
I : Donc ça fait ?
Am : 100, 500 !

I : 500
Am : Heu alors, moi je veux cent….
I : 826
Am : Ah voilà, 5 et 3, ça fait 800 là ?
I : Ouais.
Am : 822, 22. 5 et 5, 10 et 2.
I : Là, tu as écrit 12 ! Pour écrire 22 ? Mais c'est 26 d'ailleurs qu'il faut écrire, c'est 826 !
Am : 826, heu….
I : 26, c'est combien d'unités, combien de dizaines ?
Am : C'est... 26 : 6 unités.
I : Oui, ben écris-le, marque-le.
Am : 1, 2, 3… 4. Alors, 5, 6. et 2 dizaines. Comme ça ?
I : Oui, tu peux lire le résultat ?
Am : Ça fait mille heu… Là ça fait que 500.
I : Oui, mais attends, tu viens d'en remonter une là. Une boule du haut, c'est 500, on est d'accord.
Am : Et du bas là, comme ça aussi.
I : Ouais.
Am : 500 et 500, ça fait mille, c'est ça ?
I : Oui, tout à fait. Alors il faut faire quoi justement, tu vois bien que t'as mille dans la case des ?
Am : Des centaines.
I : Alors, tu sais comment on fait normalement ?
Am : Eh ben on met le, on met les deux boules en haut et on en rajoute une là.
I : Très bien ! Tout à fait, c'est ça.
Ama : Et là ça fait mille, alors ça fait 2 mille.
I : Oui, 2 mille.
Ama : 2 mille heu… ça fait 3, 4… 2 500, 2 500 heu 59… non, je me suis perdue.
I : T'arrives pas à lire ? Il faut que tu essaies de lire combien il y a d'unités, combien de dizaines.
Am : D'unités y'a 2 unités !
I : Ah non, y'en a pas que deux !
Am : 6 unités.
I : Ah non y'en a pas que 6.
Am : 2.
I : Non, regarde en haut il y en a une de baissée aussi !
Am : 7.
I : Et dans la case d'à côté, il y en a combien ?
Am : Heu, 7 aussi.
I : 7 mais dans les dizaines.
Am : 52, heu oui 52 ça fait alors.
I : 7 dizaines et 7 unités, tu le lis comment ?
Am : 67.
I : 7 dizaines et 7 unités ?
Am : 7 dizaines et 7 unités, ça fait 77.
I : Alors vas-y, lit le résultat en entier.
Am : Heu avec les unités et les dizaines ?
I : Bah tout ! Le résultat de l'addition que tu viens de faire !
Am : Heu 1 577…2 577.

I : D'accord, est-ce que tu as pas une autre manière d'écrire le 5 dans les centaines ?
Am : Si, oui, je remplace tout ça et je mets que ça.
I : D'accord, ok, ça va. Heu…Alors, bon pour les manipulations ça va, on va arrêter. Est-ce que tu es arrivée à définir la retenue, toi ?
Am : Eh la retenue, c'est par exemple, tu as heu 50, heu 15 plus 25, comme 5 et 5, ça fait 10, eh ben tu mets zéro et tu retiens 1.
I : D'accord, ok, c'est tout ? De manière plus générale, tu sais m'expliquer ? Sans me donner un exemple.
Am : Heu, c'est heu… La retenue c'est, c'est pour les additions, ça se retient toujours en un et pour les soustractions ça peut se retenir en haut et puis tu la remets sur la colonne, la deuxième colonne, en bas.
I : Bon, d'accord, ok. Et quand tu étais aux Domaines, tu penses que, qu'est-ce que tu as fait aux Domaines en fait ?
Am : Des maths.
I : Que des maths !
Am : Non, pas que des maths, on a fait un peu de la, on fait de la science.
I : Ah ! C'est quoi de la science pour toi ?
Am : Et bah, par exemple heu… je sais pas moi, heu… Quand, quand, je sais pas comment expliquer, mais je sais qu'on a fait de la science un peu, enfin je pense savoir.
I : Et des maths, t'en as fait quand ?
Am : Quand on a compté au boulier, heu… quand on a compté aux bâtons de Néper, quand on a appris comment on faisait. Comment on a appris à calculer aussi avec le boulier. Heu….
I : Tu as fait des maths quand tu étais avec les animateurs ou seulement quand tu étais avec le maître ?
Am : Bah avec le maître on a appris à compter, avec L. [A2], non avec P. [A1] on avait appris à compter aux bâtons de Néper, non aux bâtons comme ça je crois. Et les bâtons de Néper je crois c'était avec L. [A2].
I : D'accord, et tu trouves que tu es plus forte, enfin tu te sens plus à l'aise quand tu es aux Domaines ou quand tu es en classe pour travailler ?
Am : Plus à l'aise aux Domaines parce que c'est comme si tu faisais un jeu, tu construis mais en même temps tu comptes.
I : D'accord. Alors, tu t'en es resservi des objets que tu as faits, à la maison ou à l'école ?
Ama : Surtout le boulier parce que dès que je suis arrivée chez moi je les ai montrés à mes parents.
I : Ils ont dit quoi ?
Am : Ils ont dit que c'était bien ce qu'on nous faisait apprendre.
I : Et ils savaient s'en servir du boulier ?
Am : Non !
I : Non, ils savaient pas, c'est toi qui leur as appris ?
Am : Oui et après ma maman et mon papa ils m'ont dit " Ah bah, si t'es forte fait nous un chiffre ! " Il m'a lancé un chiffre et puis après comme on est 4 chez moi, j'ai mon grand frère et mes parents et moi. Eh bah à table le week-end on s'amusait à faire des jeux, on se lançait des, des chiffres. Plus simples pour moi que pour mes parents, mais on se lançait des chiffres, on s'amusait à….
I : À les écrire.
Am : Oui.
I : Bon bah c'est bien et tu le fais encore maintenant ou ça c'était au mois de décembre ? Ah, mais quand c'est que tu l'as fini toi ton boulier ?
Am : Je l'ai fini la dernière fois.

I : Ah, d'accord donc c'est en ce moment que tu le fais. Ah d'accord, bah c'est très bien ça ! Donc tu crois que tu vas t'en servir encore un petit peu ? En famille ?
Am : Ben même quand j'aurai des problèmes ou quoi ou qu'il nous dira le maître, eh ben je le ferai. Et ben quand je serai plus grand, et ben je le montrerai à mes enfants.
I : Ah bon !!! Pourquoi ? Tu trouves que c'est sympa le boulier ?
Am : Oui, j'aimerais bien moi si ça existe encore les Domaines eh bien que mes enfants ils y aillent.
I : Ah ouais, c'est marrant ça ! Et est-ce que tu as bien aimé quand c'est toi qui expliquais à tes parents comment ça fonctionnait ?
Am : Ouais, je me sentais plus grande qu'eux. Comme eux ils ne savaient pas, moi je leur expliquais au lieu que ce soit le contraire, parce que d'habitude c'est le contraire. Quand j'arrive pas à faire des problèmes ou quoi, c'est eux qui m'expliquent et puis là c'était eux qui avaient un problème parce qu'ils savaient pas.
I : Alors, ça arrive pas souvent que ce soit toi qui expliques des choses.
Am : Non !
I : Et là t'as bien aimé pour ça, parce que c'était rigolo de pouvoir leur expliquer.
Am : Puis en plus, ils ont bien apprécié, ils ont compris. Au début je parlais pas trop… je n'arrivais pas trop à expliquer, mais bon là j'y arrive.
I : Là, maintenant ça va ?
Am : Ben plus qu'avant. Bon là, c'est toujours pas….
I : D'accord ben moi voilà. T'as des choses à rajouter par rapport aux questions que je viens de te poser, aux séances que tu as faites aux Domaines ?
Am : Heu… // Non.
I : T'as rien à rajouter ?
Am : Que vous étiez tous sympas !

8. Entretiens avec Ivan de la classe 2

8.1 Méso-entretien avec Ivan (le 16/12/2003)

I : Fais le calcul 632×73. Explique ce que tu fais.
Iv : Alors tu fais 3 fois 2, 3 fois 2 ça fait 6. Alors, voilà. Maintenant tu fais 3 fois 3, ça fait 9. Et après tu fais heu… 3 fois 6 ça fait 18. Après tu passes au 7, alors 7 fois 2 ça fait 14, c'est ça ? Heu… oui ça fait 14. Je mets un 4 ici et tu rajoutes 1. Et maintenant tu fais 7 fois 3 ça fait 21, oui 21. Et après maintenant tu fais plus 1 ça fait 22, tu mets un 2. Et maintenant tu mets, tu mets la retenue. Maintenant 7 fois 6… 7 fois 5 heu 7 fois 5 égal 35, [*en comptant sur ses doigts*] 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42 ! 42 plus… ça fait 44. Donc 44 et tu fais : plus, égal. 10, tu mets 0, tu mets 1, ça fait 12, tu mets 2 et encore 1 et après tu fais heu… 9 plus 4, 9 plus 4 ? heu… 10, 11, 12, 13, 13 ! Tu mets 3 et encore tu mets 1. 2 et 4 : 6. Et c'est 6 milles heu… 6 320. Je sais pas.
I : Le résultat c'est 6 320 ?
Iv : oui. *[Il ne fait pas le décalage du 0]*
I : Bon, je vais te poser une autre question. Que penses-tu du calcul suivant ? Imagine que tu travailles avec un camarade et qu'il fait le calcul suivant, est-ce que tu penses que c'est plutôt juste, plutôt pas juste ?

			6	**3**	**2**
×				**7**	**3**
		1	**8**	**9**	**6**
			1	**4**	**0**
		2	**1**	**0**	**0**
	4	**2**	**0**	**0**	**0**

Iv : Heu…, là t'as fait un 3 je crois ou un 4, moi je sais pas.
I : Les 3 lignes du bas ?
Iv : Je sais pas si c'est juste moi, je sais pas.
I : Bon, tu trouves qu'il y a un peu trop de lignes, essaie de regarder ligne par ligne le calcul.
Iv : 6, 9, je sais pas.
I : La première ligne, c'est la même que la tienne ? 1896.
Iv : oui.
I : C'est le produit de quoi par quoi ?
Iv : c'est, c'est 3 fois.
I : 3 fois 632 ?
Iv : oui
I : D'accord, une fois qu'on a fait 3 fois 632, il y a quoi comme calcul à faire ?
Iv : Il faut faire… ici la retenue.
I : Toi, une fois que tu avais écrit 1 896, tu as fait quoi comme opération ?
Iv : je sais pas.
I : Ben si, tu l'as fait donc tu sais bien.
Iv : Après, après j'ai regardé le 7….
I : On va faire un truc, tu n'as plus le droit de me dire " je sais pas ", d'accord ? *[Il accepte en rigolant]* Alors, après tu t'es intéressé au 7, tu as fait quoi, 7 fois quoi ?
Iv : 7 fois 2, 7 fois 3 et 7 fois 6.
I : D'accord, 7 fois 2 tu as trouvé que c'était combien ?
Iv : Heu, 7 fois 2 j'ai trouvé c'était… c'était, c'était 14 !
I : On regarde cette ligne, lui il a pas écrit 14, il a écrit 140. …. Le 2 c'est des unités ?
Iv : oui.
I : Et le 7 c'est des unités aussi ?
Iv : Non, ce sont des dizaines parce que c'est….
I : C'est des dizaines, et toi t'aurais pas oublié un truc ?
Iv : Oui, peut-être.
I : Pourquoi lui, il a écrit 140 ? Regarde la ligne d'en dessous. La ligne d'en dessous tu as écrit quoi ?
Iv : Heu 2100.
I : À ton avis, il peut provenir d'où ce 2100 ?
Iv : J'sais pas. Ah, j'ai pas le droit de dire ça !
I : Non, t'as pas le droit !
Iv : Alors, il vient de 7 fois 3.
I : Tout à fait, pourquoi il y a deux zéros à côté, tu penses alors ?
Iv : Parce que 7 fois 3 égal 21, mais moi j'ai fait 21 plus 1 alors j'ai fait 22 à la place… Huit. Deux, pardon !
I : Pourquoi il y a les deux zéros là, 7 fois 3 et il y a 2 zéros?
Iv : Heu… 7 fois 3 et il y a les 2 zéros ? Heu… Parce qu'il fallait mettre 2 zéros !
I : Oui, et pourquoi il fallait mettre 2 zéros ?
Iv : Parce qu'après il y aura pas assez.
I : Le 7 il est dans quelle case tu m'as dit tout à l'heure ?
Iv : Le 7 il est dans la case des dizaines, ah oui, c'est par ça : dizaines, il faut mettre 2 zéros !
I : Ah bon, dizaines, 2 zéros ?
Iv : Un zéro.
I : Oui, et le trois il est dans quoi ?
Iv : Heu dans les unités alors faut mettre….
I : Non ! Là le 3 il est pas dans les unités !!

Iv : Il est dans les dizaines aussi alors il faut mettre un zéro, alors….
I : Voilà : les deux sont dans les dizaines alors on met 2 zéros. Ah, d'accord alors le 140, il y a un seul zéro parce que… Pourquoi il y a un seul zéro ?
Iv : Parce que il y a les unités et un zéro.
I : Ah, non unité c'est pas du tout de zéro !
Iv : Pas du tout, mais….
I : Le 7 heu le 14, tu m'as dit qu'il provenait du 7 fois 2 ?
Iv : Oui.
I : Le 7 il est dans quoi ?
Iv : Il est dans les uni… dizaines !
I : Et le deux ?
Iv : dans les unités.
I : Donc il y a… Combien de zéros ?
Iv : Un.
I : D'accord maintenant explique moi la dernière ligne, toi tout seul.
Iv : Il faut faire 6.
I : La dernière ligne, c'est quoi ?
Iv : Quatre mille deux cents… mille [*4 200*].
I : Non c'est pas…
Iv : Quarante-deux mille !
I : Quarante deux mille. 42000, il provient de quelle opération ?
Iv : 7, parce que y'en a pas 4 ou 7 ou 8, je sais pas.
I : Le 42, c'est quoi ?
Iv : Le 42, c'est 7 fois 6.
I : Oui, alors 7 fois 6, ça fait 42, il y a combien de zéros à côté du 42 ?
Iv : Trois.
I : Alors maintenant, tu m'expliques, je suis sûre que tu sais pourquoi il y a trois zéros. On vient de dire un peu pourquoi il y en avait…
Iv : Parce que, parce qu'il y a un zéro ici. Parce que dans les centaines, il y a 2 zéros.
I : Quel chiffre est dans les centaines ?
Iv : Le 6.
I : Oui.
Iv : Là il y a deux zéros.
I : Oui, tout à fait.
Iv : Et après il y a une retenue je crois et 7 fois 3 aussi il y a un zéro, ça c'est les dizaines.
I : 42, on a dit que c'était : 6 fois 7.
Iv : oui.
I : Tu m'as dit le 6 il est dans les centaines, c'est très bien, maintenant il faut regarder quel autre chiffre ?
Iv : Comme il y a trois zéros là, là j'ai que 40 000 et maintenant il faut….
I : Il y a deux zéros parce que le six est dans les centaines et le dernier zéro, il provient d'où ?
Iv : Ben le résultat !
I : C'est 6 fois 7, tu m'as dit pour le 6, 'est dans les centaines, il y a 2 zéros et le 7, il est dans quoi ?
Iv : Heu… il est dans le trois.
I : Le 7, des unités, des dizaines ou des centaines ? *[Le 3 de 632 est dans les dizaines]*
Iv : Des unités ! Des centaines.
I : Je sais pas moi, le 7 il est dans quoi là ? Regarde, regarde !

Iv : Là il est dans les dizaines alors il faut rajouter un zéro et après il y a 2 zéros et comme il est dans la colonne des dizaines et ben il faut rajouter un zéro.

I : Alors, essaie de tout me réexpliquer, le 42000, il provient d'où ?

Iv : 42000 alors il faut faire 7 fois 6 comme y'a, ça fait 42 et il faut rajouter deux zéros. Mais comme, mais comme le 7 il est dans colonnes des heu… de trois [*le 3 de 632*], dans la colonne des dizaines, alors il faut rajouter un zéro, là maintenant ça fait 42 000.

I : J'ai bien compris, le 7 il est dans les dizaines, je rajoute un zéro, par contre je ne comprends pas les deux autres zéros.

Iv : Les deux autres zéros, il a fait 7 fois 6 et là 7 fois 6, 7 fois 6 ça fait 42, mais comme il est dans la colonne des heu… comme il calcule dans les centaines, alors comme les centaines ça fait.

I : Comme le 6 est dans les centaines. Il faut que tu me dises de quoi tu parles, Ivan, d'accord. Donc j'ai à peu près compris ce que tu m'as raconté. Alors du coup, toi ce que tu as fait, quand tu as multiplié par le 7, t'as pas oublié un truc quand même ? La première ligne, elle est juste, il y a pas de problème, tu as multiplié 2 fois 3, 3 fois 3 et 6 fois 3. Mais après, la ligne du dessous, c'est plus le 3, c'est le 7 auquel tu t'intéresses.

Iv : Oui, je crois que j'ai fait, j'ai fait 7 fois, j'ai fait un peu trop vite.

I : T'as oublié quoi, alors ?

Iv : J'ai oublié ça, qu'il fallait mettre un zéro ici je crois.

I : Voilà.

Iv : Comme c'est deux chiffres, et ben ça fait un zéro je crois.

I : C'est un zéro parce que le 7 il est dans les dizaines et après tu refais ta méthode classique.

Iv : Et maintenant ça fait ça. [*Il rajoute un zéro décalé vers la droite]*

I : Non ! Non, il faut que tu refasses l'addition entière, en écrivant comme il faut. Barre ton résultat, il est faux. Non il y avait juste cette ligne qui était fausse. Maintenant ça, il faut que tu le réécrives pour faire l'addition comme il faut.

Iv : 1896, c'est ça ?

I : Oui. Commence par le zéro. Le zéro, il est en dessous de quel chiffre ?

Iv : Le 4, le 2, le 4 et le 4. Là il y a un zéro là. Là il y a un zéro puisqu'il y a rien. *[Il aligne à partir du 4 et du 1, 1 896 et 44 240]*

I : Alors, là tu l'as mal écrit, c'est comme ça. Le 6, il est dans les unités, mais c'est comme ça. [*Je trace des colonnes*]

Iv : Il faut partir du zéro ?

I : Oui, tout à fait.

Iv : Alors, 10, 11, 12, 13 il y a 13. Maintenant tu rajoutes 1, ça fait 9, 9 plus 2 ça fait 11. Tu mets 11, il te reste encore 1, ça fait 2, maintenant 2 plus 4, ça fait 6, maintenant tu mets un 4. Ça fait quatre mille six cent, cent trente-six, c'est ça ?

I : Je comprends pas le nombre que tu dis. Redis le nombre.

Iv : 46 136 !

I : Voilà, là c'est bon. Alors, maintenant je vais te montrer la deuxième chose, c'est ça. Est-ce que là tu comprends ce qu'il a fait ? C'est juste ça aussi en fait. Il suffit de faire l'addition et l'addition elle donnera le même résultat.

		6	**3**	**2**
×			**7**	**3**
				6
			9	**0**
	1	**8**	**0**	**0**
		1	**4**	**0**
	2	**1**	**0**	**0**
4	**2**	**0**	**0**	**0**

Iv : Ah ! J'ai compris !!
I : Ah bah dis-moi alors !
Iv : Parce que ça, il a fait 3 fois 2, on écrit 6, il a, il a fait, il a, toi tu as fait on va dire 3 fois 2 et 6, mais tu n'as pas mis sur une ligne.
I : Non, je n'ai pas tout mis sur la même ligne.
Iv : Voilà, alors 3, maintenant 3 fois 3, là comme là nous sommes plus dans la colonne des unités, nous sommes dans la colonne des dizaines.
I : Est-ce que les deux sont dans les colonnes des dizaines ?
Iv : Non.
I : Il y en a qu'un ?
Iv : Oui. Alors maintenant, tu mets 9 et 0. Comme, comme ils sont dans les dizaines, alors il faut mettre un zéro. Maintenant tu as fait 3 fois 6, alors aussi maintenant tu es dans la colonne des centaines. Heu comme 3 fois 6 ça fait 18, tu as mis, comme, comme ils sont dans les centaines, on a mis 2 zéros.
I : Oui
Iv : Et maintenant. Alors, 7 fois 2 ça fait 14, mais comme ça fait partie aussi des colonnes des dizaines.
I : Quand tu expliques, nomme les chiffres dont tu parles.
Iv : Ça fait 14, alors maintenant, maintenant comme il fait partie des colonnes des di… des dizaines, on va mettre un zéro.
I : Voilà, tout à fait.
Iv : Et, Et aussi, et aussi 7 fois… 6.
I : Ah, non, avant il y a 7 fois 3 quand même.
Iv : 7 fois 3, 7 fois 3 heu ça fait que 21, mais comme, on a mis des zéros parce que un est dizaine, l'autre il est en dizaine, alors on met un zéro et l'autre aussi, il est, il est dans la colonne des dizaines, on met un zéro. Et après, après le dernier parce que, parce que heu lui il est 7 fois 6 ça fait 42, comme lui il est dans la colonne des dizaines et ben on met un zéro et, et l'autre comme il fait partie des colonnes des centaines, il faut mettre 2 zéros et là ça fait 3.
I : D'accord et puis on obtient le même résultat, t'es convaincu que c'est le même résultat ?
Iv : Je sais pas. Ah ! On dirait que… Oui, je crois que c'est le même résultat !
I : T'es sûr ? Là c'est juste qu'on a décomposé et toi ta technique elle est plus rapide, mais ça c'est bien pour comprendre. Bon, je te remercie pour ces calculs. Moi, ce matin j'étais dans la salle avec vous, mais je voudrais que tu m'expliques ce que tu as fait ce matin, comme si je n'y étais pas ! Comme si tu racontais ça à quelqu'un qui n'était pas avec le maître.
Iv : Alors, alors on était… On a fait des bouliers, on a fait des, le maître il nous avait pris des nombres. Alors nous, on devait les trouver dans les bouliers, on devait écrire. Mais il y avait certains qui n'avaient pas trop compris, moi aussi j'ai pas trop et après, et après, et après on devait écrire dans les, dans les trucs, dans les bouliers et après on a, on a… et après on a fait et le maître il nous a expliqué comment, comment écrire faire les bouliers, alors on a fait et après à la fin et voilà.
I : Vous avez écrit avec les bouliers, vous avez fait qu'écrire sur les bouliers ?
Iv : Heu, oui.
I : Vous avez quand même aussi fait des calculs sur le boulier.
Iv : Voilà, fait des calculs.
I : Quoi comme calculs ?
Iv : Des additions.
I : D'accord, tu as compris quoi de ce matin ?
Iv : Heu….

I : Ça fonctionne comment un boulier ?
Iv : Je peux faire un petit dessin ?
I : Oui.
Iv : Je vais faire 4 rangées, on va dire, voilà… Alors là, alors là on va faire 500 on va dire, là c'est 50 heu là c'est 5 heu 5, là c'est 50, là c'est 500 et là c'est 5 000.
I : Alors, là c'est 5, 50, 500, 5 000.
Iv : Et alors là on va dire, on va faire 500, alors 500. Pour les zéros, on met rien, ça veut dire on met pas de boules, on fait pas rajouter et là il y a deux zéros et aussi et aussi maintenant on va faire 500 heu, je vais dire 545 on va dire. Il n'y en a que 5 et voilà, et là 5 encore et hop, hop, hop. Maintenant je vais faire 45, heu 45, tu en lèves 4, 4 on va dire, ça fait 40 et là tu lèves tout, les 5, tu fais tout monter ici. On va dire, là ça fait 545. [*Il ne se sert pas des boules qui valent 5*]
I : D'accord, tu connaissais le boulier avant ?
Iv : Je le connaissais pas, mais je me rappelle une fois quand j'étais à mon ancienne école, je l'avais fait une fois mais je savais pas que ça s'appelait boulier.
I : D'accord, et tu trouves ça bien le boulier ? Est-ce que tu penses que tu as fait des mathématiques ce matin ?
Iv : Oui, beaucoup.
I : Ah, tu as fait des mathématiques ce matin ?
Iv : Oui, on a fait des mathématiques.
I : Pourquoi ?
Iv : Parce que le boulier c'est un peu comme des mathématiques.
I : D'accord. Est-ce que ce que tu as fait ce matin, c'est différent de ce que tu fais à l'école ou c'est plutôt pareil ?
Iv : Oui c'est différent, à F. V. [*école 2*], je sais pas trop mais heu mais, c'est différent.

8.2 Post-entretien avec Ivan (le 25/03/2004)

[Très bons progrès d'élocution et d'attention]
I : Alors, avant de commencer à manipuler le boulier, je voulais te poser une question. Ce que t'as fait aux Domaines, comment t'as trouvé ça ? Qu'est-ce que t'as fait ? Chaque jour que tu étais aux Domaines, t'as fait quoi ?
Iv : J'ai fait les bâtons de Néper. Ça c'est quoi ? *[Il montre les réglettes de Genaille-Lucas sur la table]*
I : Ça c'est pas ceux de Néper, tu te rappelles pas comment ils s'appellent ?
Iv : Ah, si c'est un français qui l'a fait, je crois.
I : Oui, c'est ça, c'est Gen…
Iv : Lucas !
I : Oui, Genaille et Lucas. Tout à fait. Donc ça c'est les bâtons de Néper. Ça c'est ?
Iv : Le boulier.
I : Le boulier, et… Et t'as fait quoi aux Domaines exactement, alors ?
Iv : J'ai fabriqué un boulier.
I : Oui, tu l'as fabriqué.
Iv : Après j'ai, avec le maître et toi. Eh bah vous avez fait comment manipuler le boulier. Après, après avec… Comment elle s'appelle ?
I : P. [A1] qui est aux Domaines ?
Iv : Oui, on a fait ça. On a fait Genaille et Lucas et bâtons de Néper et après… Et après on s'est un peu amusé et voilà !
I : Et après vous vous êtes amusés ?
Iv : À la cour.
I : Dans la cour ! Ah oui, d'accord. Ben c'est normal, c'est fait pour ça.

Iv : Et aussi j'ai été absent une fois. Et j'ai rattrapé.
I : La deuxième ?
Iv : La première et j'ai tout rattrapé.
I : Je voudrais que tu fasses une petite addition.
Iv : Sur le boulier ?
I : Heu… bon alors vas-y fait l'addition sur le boulier ! Alors, avant sur le boulier essaie d'écrire 1 751.
Iv : 1 751. Mille, 700. Attends….
I : Il faut toutes les mettre en haut celle du haut, effectivement.
Iv : 1 700.
I : Ouais.
Iv : Combien ?
I : 51.
Iv : 1 750.
I : 51.
Iv : / 50, un. C'est ça ?
I : Très bien ! Bah dis donc, eh !!! Ben c'est bien rentré ! 1 751. Est-ce que tu te rappelles comment on fait une addition ?
Iv : On n'a pas appris les additions. Que les multiplications.
I : Avec le boulier ?
Iv : Ouais.
I : Bon alors, si tu veux ajouter par exemple heu… 20, tu ferais comment pour ajouter 20 ? Ah bah tu sais faire ! Alors, on va pas ajouter 20, on va ajouter 826.
Iv : Ah, 826. Donc il y a 3, là on peut pas. Pour mettre le 8. Sinon il faut rajouter 1...v
I : Tu peux pas rajouter 8 ?
Iv : On peut pas parce que ou sinon il faut faire descendre ça.
I : Oui, bah on peut, oui.
Iv : Heu… 3. Après ?
I : 826.
Iv : 26. Ça fait… Il faut mettre les deux ?
I : Pour 26. 26, c'est combien de…
Iv : Ah, deux !
I : Voilà, tout à fait.
Iv : Et 6. Il faut mettre un… 1 et 5. C'est ça ?
I : Là t'as rajouté beaucoup trop, là t'as rajouté : une du haut ça fait 5 et 4 du bas, t'as rajouté 9, là !
Iv : Ah oui ! Faut faire monter 5. C'est ça ?
I : Non, c'est-à-dire que là pour ajouter 6, il suffit de baisser la rouge et d'en monter une. C'est 5 et 1, 6.
Iv : Ah oui, je croyais que c'était 10.
I : D'accord, c'est comme ça.
Iv : C'est comme ça ?
I : Tu étais comme ça, tu avais 1 dans les unités. Pour rajouter 6, tu rajoutes 5 et 1, 6. Là t'as 1, rajoutes 6 unités maintenant.
Iv : 6 unités ? 5, 6.
I : Non, tu en as rajouté que 5.
Iv : 5 ? Si y'a l'autre qui est là !!
I : Elle y était déjà, tu l'as pas ajoutée !
Iv : Ah oui !

I : Voilà, d'accord. Alors, est-ce que tu arrives à le lire le résultat, là ? Ou est-ce que c'est pas un peu difficile ?
Iv : Mille, ça c'est 2, ça ?
I : Alors justement, ça c'est combien ? C'est 5 et 5, 10. 10 dans quelle colonne ? Dans les centaines.
Iv : Oui, mais là y'a, c'est ça que j'ai rien compris !
I : Oui, c'est compliqué !
Iv : Y'a écrit Mille 15.
I : 15 dans les… ? Ici là dans les centaines y'a 15 écrit. Alors le truc c'est que là, les deux boules du haut ça fait 5 et 5, ça fait 10.
Iv : Et là y'a 5, eh bah ça fait 15 !
I : Oui, ça fait 15 en tout mais pour l'instant on va s'occuper de 10. 10 centaines, 10 centaines.
Iv : Ça fait mi…, ça fait 100 !
I : Non, ça fait mille, c'est ce que tu disais en premier. 10 centaines, ça fait mille. Alors, ces deux boules là, tu peux les remplacer par une de la colonne des mille. C'est pareil, écrire 10 centaines ou mille, c'est pareil.
Iv : Alors, là il faut les descendre.
I : Il faut enlever ces deux-là là, les remonter et à la place, mettre celle-ci.
Iv : Deux mille cinq, deux mille, 2 500.
I : Oui
Iv : 2 500. 2500 heu douze.
I : Ah non !
Iv : Non, 2 507 !
I : Alors là y'a 7, effectivement y'en a 7, mais dans les dizaines il y en a combien aussi ? Il y a 7 dizaines et 7 unités, ça fait quoi 7 dizaines et 7 unités ?
Iv : 14 !
I : Ah bah non ! 7 dizaines et 7 unités ?
Iv : Ça fait 77.
I : D'accord, vas-y alors lit-moi le nombre en entier.
Iv : 2 577 ! [*Élocution d'un trait*].
I : 2 577, très bien, impeccable ! Est-ce que les bâtons de Néper tu les avais utilisés ?
Iv : Les bâtons de Néper ? Non, j'ai fait seulement les bâtons de….
I : Tu étais absent ce jour là ?
Iv : C'est les bâtons, pareil mais pas comme ça.
I : Ceux-là, là, tu t'en rappelles ?
Iv : Ouais ceux-là j'arrive.
I : Alors, est-ce que tu peux effectuer par exemple 48 fois 5 avec ces bâtons ?
Iv : Il est où le 5 ? C'est là. Fois 48. Là, c'est 2, 4, ça fait. Il faut faire comme ça ou comme ça ?
I : Alors, le principe c'est qu'il faut ajouter ce qu'il y a dans les diagonales. Donc là, t'as zéro, 4 plus 0, 4 et 2. Ça fait 240. Si je te dis 48 fois 7 maintenant ?
Iv : 48 fois 7, ça fait….
I : Il faut commencer par les unités.
Iv : C'est ça les unités.
I : Ah, non ! Les unités elles sont toujours de quel côté ?
Iv : Le 8.
I : Elles sont à droite, toujours à droite.
Iv : C'est ici la droite ?
I : Ouais.

Iv : Heu… et voilà là on dirait, là c'est 56.
I : Tout à fait. Bah, 7 fois 8 ça fait combien ?
Iv : 7 fois 6… Je me rappelle plus.
I : Ben ça fait 56.
Iv : 56. Alors il faut faire 56 plus 28 ?
I : Non, 5 et 8. C'est le 5 et le 8 qui sont dans les dizaines. Dans les unités y'a le 6, dans les dizaines y'a le 5 et le 8, et dans les centaines y'a le 2. 8 et 5, ça fait combien ?
Iv : 8 et 5 ?
I : Oui.
Iv : Ça fait 10, 13, 13 !!
I : Donc là ça veut dire qu'en fait, tu vas mettre 3 dans cette case là et tu vas retenir un dans la case ici, le résultat sera 336. Et fais par exemple maintenant 48 fois 3.
Iv : À la tête ?
I : Avec les bâtons, 48 fois 3.
Iv : Là, ça fera 22 plus 14, c'est ça ?
I : Je crois pas.
Iv : 22. Ça va faire…//.
I : Alors, est-ce que tu arrives à me donner le résultat ?
Iv : Ca, ça, ça fait heu… 36. Je sais pas…
I : 22 plus 14, ça fait 36. Mais en fait, il faut lire : le 4 dans les unités, 2 plus 2, 4 et 1. C'est 144. Tu n'as pas tout à fait compris le principe du décalage, mais c'est pas grave. T'es pas tout seul à pas avoir tout compris.
Iv : Amélie elle n'arrivait pas aussi ?
I : Ah !!!
Iv : Mais, je peux demander.
I : Mais on fait pas un concours. C'est normal, ça fait très longtemps que vous l'avez fait. C'est normal que vous vous rappeliez pas de tout.
Iv : Et moi je l'avais fait, j'arrivais à la table de 5 seulement.
I : Avec la table de 5 tu le connais ? ***[Ivan dispose des bâtons devant lui]***
Iv : Là, j'ai compris, là j'ai compris. 4 plus 0, c'est, ça veut dire, c'est ….
I : Tu fais quoi ? 28 fois 5 ?
Iv : Ouais.
I : Alors, ça fait combien 28 fois 5 ?
Iv : C'est…4… Ça fait, ça fait 140 !
I : Ben oui, t'as tout compris en fait ! Et on va prendre un petit peu plus difficile, si je te dis 28 fois 8.
Iv : Ah, 28 fois 8. 12, maintenant ça va faire heu…heu 124 !
I : 124 ? Alors, fais voir.
Iv : Je sais pas.
I : Heu, non. Le 1, là c'était 12, 6 et 6, ça fait 12, c'est ça ? T'as mis 2 et le 1, il faut le retenir. Le retenir sur ce 1 là.
Iv : 134 !
I : Non, le retenir dans la case d'à côté, dans la case d'ici, là. Là, ce sera bien 2 t'avais raison et le 1, tu le reportes toujours dans la case d'à côté.
Iv : Ici ?
I : Là.
Iv : 134.
I : Non, tu me redis le même résultat.
Iv : 124.

I : 124, non parce que 6 et 6 ça fait bien 12. Tu mets 2, 2 je retiens 1 dans la case à gauche.
Iv : Ah j'ai compris !! 224 !
I : Très bien, 224. Et je t'en demande encore un autre ? Bah 28 fois 9.
Iv : 28 fois 9… 8 plus 7, ça fait 15. C'est ça ?
I : Oui, tout à fait.
Iv : Maintenant 15 il faut retenir 2. Alors maintenant….
I : Non, 15, tu retiens 1.
Iv : Oui bah ça fait 2 ! Bah là c'est 5, ça fait, ça fait, heu… 252.
I : C'est très bien, en plus tu fais tout ça de tête, t'as même pas besoin de papier et de crayon, c'est super !
Iv : Je peux même faire plus dur !
I : Tu peux même faire plus dur ? Tu pourrais faire 28 fois…alors…, là c'est plus dur, 28 fois 52 ?
Iv : Ah, ah ! Ah là je sais pas faire ! Je peux pas le faire…
I : Tu peux pas le faire tu crois ? Oh, si. Moi je suis sûre que tu y arrives.
Iv : 52 ? Comment il faut le mettre 52 ?
I : T'as besoin de rien de plus. Mais t'as besoin, peut-être si d'un petit bout de papier, par contre Ivan. Tiens, essaie de le faire.
Iv : J'arrive pas avec le, le papier.
I : Avec le papier tu y arrives pas ?
Iv : J'arrive à faire, mais, mais….
I : Alors, tu sais ce qu'on peut faire, au lieu du papier tu feras l'addition au boulier.
Iv : Combien ? Ah j'arrive avec le papier ! 2 fois 8, ça fait, ça fait 16. Là je rajoute1. Oui, 2 fois 2, 4, ça fait 56. C'est ça ? Mais y'a un truc que j'arrive pas à rajouter.
I : Comment ça y'a un truc que t'arrives pas à rajouter ? 2 fois 8, 16. 2 fois 4 et 1, 5 : 56 ! C'est très bien. T'as fait ce qu'il fallait, alors après…
Iv : 5 fois 8, 40 !
I : Alors, non justement. Le 5 il est dans… c'est quoi ? C'est 52. Le 5 il est pas dans les unités. Le 52, le 5 il est dans les dizaines. Alors il faut mettre… un zéro ! En dessous du 6. C'est pour ça qu'on met un zéro !
Iv : Ah, moi je me trompais à chaque fois !!
I : Et tu fais la table que tu connais. 8 fois 5.
Iv : 8 fois 5, 40, ici on le met ?
I : Non, non tu continues de l'autre côté sous le 5. Oui, zéro et je retiens ?
Iv : 4.
I : 4 et après ?
Iv : 10, 14.
I : Voilà, vas-y. Et ça est-ce que tu pourrais le faire avec les bâtons de Néper ? 28 fois 52.
Iv : Avec les bâtons de Néper !!!! Non !
I : Si, c'est plus facile. Si, si, si vas-y, mets-les ! Écris 28 ou 52, comme tu préfères.
Iv : 28.
I : 28, l'index il est où ? Voilà. Et 28, on l'avait écrit de toute façon, alors attends. // Voilà, 28 tu l'as écrit. Mais celui-là on n'en a pas besoin. 28. Au lieu de commencer par 52, on va faire 28 fois 2.
Iv : 28 fois 2.
I : Ça fait combien ?
Iv : 50, 56.

I : 56, très bien. Écris-le là le 56. Là on va s'occuper de la ligne du 5. Pour faire 52, on va multiplier par 2, multiplier par 5, mais pas tout à fait par 5 en fait, on va multiplier par ?
Iv : Par, par zéro.
I : Pas par zéro, mais 5 avec le zéro à côté donc 5 avec le zéro à côté ça fait combien ?
Iv : Ça fait zéro.
I : Bah, non ! Regarde la ligne du 5, la ligne du 5, ça donne quoi comme résultat ?
Iv : Ça donne heu… 140.
I : 140, si tu multiplies par 5, 28.
Iv : Hein ?
I : Là c'est si t'avais multiplié 28 par 5. Et nous en fait c'est par 50 qu'on voulait multiplier, parce que c'est par 52. 52 en fait c'est 50 plus 2. Donc il faut pas ajouter 140, mais il faut ajouter140 avec un zéro à droite.
Iv : Ça fait 1 400.
I : Voilà. T'as compris ?
Iv : Ah oui !! Comme ça, comme ça, comme ça !
I : Le zéro qu'il y a ici ? Non, non, non. C'est d'autres choses. Par contre, si on avait… Heu…
Iv : Alors ça, c'est mieux qu'une calculette, ça !
I : C'est pas mal aussi ! C'est pas mieux qu'une calculette, mais c'est pas mal non plus.
Iv : Ça c'est trop facile, tu peux trouver plus de résultats qu'avec la calculette !
I : Je voudrais que cette fois-ci tu me fasses une opération s'il te plaît, allez juste une ! 632 fois 73.
Iv : 630….
I : Ouais, 632 fois 73. // 3 fois 6, ça fait 18, 6 et 6, 12 et 6, 18. Alors après, tu vas multiplier par quoi ?
Iv : 7. Peut-être qu'on peut pas. Faut mettre un zéro ici, je crois.
I : Un zéro sous le 6
Iv : Ah oui !! C'est le chiffre des dizaines.
I : Non, un zéro sous le 6, le chiffre des unités là.
Iv : Mais c'est pas sur les di… Ah oui, ça c'est les dizaines. Alors, là il faut mettre toujours que des unités ? Pourquoi tu m'as dit de mettre, ici, ici… c'est les unités ?
I : Le zéro qu'on a rajouté c'est celui-là. Celui-là, il provient de l'opération 5 fois 8, 40.
Iv : Ah ! Et si, et si c'était par heu… et si c'était 173, on aurait mis ici ?
I : Si c'était 173, quand on s'occupe du 1, on met 2 zéros.
Iv : Ah ouais, alors….
I : En fait, pour te rappeler, c'est que quand tu multiplies par le 7, il faut que ton nombre, 7 fois 2, 14, il faut que tu aies écrit le 4 ici, sous le 7. Si on a 173, 1 fois 2, on va l'écrire sous le 1. 2 ici et on va avoir, 2 zéros ici.
Iv : Là, on met zéro. 7 fois 2, c'est 14. Le 14, on peut pas le… on met une retenue ici. Non. On le met ici la retenue ?
I : Sur tes doigts mets-là.
Iv : 7 fois 3, ça fait, ça fait 21. 21 plus 1, ça fait 22. 7 fois 6, 56. 56 plus 2, ça fait 58. Comme ça ?
I : Alors, fais voir, t'as fait quoi ? 632 fois 73, c'est ça ? Alors là, tu as fait… C'est un problème de table ! 6 fois 3 ça fait combien ?
Iv : 6 fois 3 ? 18.
I : Oui mais tu as mis 16 et 6 fois 7 ?
Iv : 6 fois 7, 56.

I : Non, 6 fois 7, 42. Bon. // Et toi, t'as bien aimé quand t'es venu aux Domaines ou pas trop ?
Iv : J'ai bien aimé.
I : Alors, pourquoi t'as bien aimé ?
Iv : Parce qu'on a appris des choses qu'on savait pas.
I : Ouais, et t'as l'impression d'être meilleurs qu'en classe là-bas ou pas ?
Iv : Je sais pas.
I : Et t'as aimé heu...
Iv : Parce qu'avant, la première fois que t'as vu, je ne connaissais pas le boulier. Je le connaissais un tout petit peu, mais c'était difficile. Mais j'avais rien compris. C'était dans un fichier de maths, mais y'avait des trucs écrit, y'avait pas écrit des instructions, alors…
I : Mais t'avais un boulier avec toi ?
Iv : Non, j'avais pas de boulier.
I : T'avais juste une fiche sur le cahier ?
Iv : Ouais, mais j'avais pas très bien appris, je ne connaissais pas.
I : Et maintenant tu as compris ?
Iv : Oui, j'ai compris.
I : Est-ce que tu as l'impression que tu fais des mathématiques quand tu utilises le boulier ou pas ?
Iv : Ah oui !
I : Beaucoup, un peu, pas beaucoup ?
Iv : Beaucoup, des fois oui, des fois non.
I : Et les objets que tu as construits, tu les as chez toi, tu les as montrés à tes parents ? Ils en ont pensé quoi ?
Iv : Mon père il a dit :" Qui a inventé la première machine à calculette ? "
I : Alors ?
Iv : Il m'a dit que c'était un français qu'il avait 17 ans.
I : Alors, elle s'appelle comment ?
Iv : Je m'en rappelle plus.
I : C'est Pascal !
Iv : Son père était marchand….
I : Il était comptable.
Iv : Alors, c'était pas le boulier ?
I : Non, c'était une machine qu'on peut voir dans les musées maintenant.
Iv : Ah oui, avant on disait la machine à calculer. C'était pareil que la calculatrice, mais c'était en bois.
I : Ouais. D'accord. Donc ton papa il t'a parlé de ce qu'il savait. Et toi, tu lui as dit comment ça marchait le boulier ?
Iv : Oui.
I : Il le savait lui ?
Iv : Oui.
I : Et ta maman ?
Iv : Ma maman elle est à la cuisine.
I : Donc t'as pas pu lui montrer comment ça marchait le boulier. Bah et les autres, les bâtons de Néper et tout ça ? Il connaissait aussi ton papa ?
Iv : Je lui ai pas dit encore.
I : Tu t'en sers un peu des objets des fois ?
Iv : Ouais, pour écrire des nombres.
I : Et est-ce que tu as l'impression que tu fais mieux les opérations avec les bâtons de Néper ou avec le boulier ?

Iv : Avec les bâtons de Néper.
I : Et sur le papier ?
Iv : Le papier ?
I : Ouais.
Iv : Les multiplications, pas trop mais, sinon oui, les autres oui. Sinon, j'arrive à faire les autres. Mais des fois, tellement que je regarde pas, je fais des fautes.
I : D'accord, voilà c'est tout ce que je voulais te demander. T'as une remarque à faire toi, sur heu… je sais pas, sur quelque chose.
Iv : Heu… C'est petit là-bas. Je croyais qu'il y avait deux étages. Ouais, les Domaines, c'est un peu trop petit.

9. Post-entretien avec Roméo de la classe 3 (le 29/01/2004) (extraits)

Difficultés en mathématiques. Roméo ne s'estime pas bon en maths. Il n'a pas " tout compris sur le boulier ".
[…]
I : Et la séance avec ton professeur, elle s'est déroulée un peu comme d'habitude ? T'as l'habitude de faire ce genre de choses en classe ?
Ro : Ben non, en classe, on fait plus… On fait… Elle nous explique un peu la maîtresse, des fois elle nous donne des photocopies des leçons et après, on passe aux exercices du livre ou des feuilles d'exercices, ben… avec des questions et des réponses.
I : Et là, c'était comment alors ?
Ro : Bah, là c'était quand même un peu différent parce que, on a appris à se servir d'un boulier et après on a… on a fait quelques exercices. On était en groupe déjà, ça change quand même beaucoup.
I : Le truc qui changeait, c'est que vous étiez en groupe ?
Ro : Oui, mais y'avait d'autres choses. On a travaillé sur une seule chose : le boulier et ça a été beaucoup plus long qu'une séance de mathématiques, c'était toute la matinée. Et après, on a heu, j'ai trouvé que c'était quand même plus amusant.
I : Plus amusant ?
Ro : Oui, par rapport à dans une classe où on écrivait beaucoup, tout ça, on n'a pas eu beaucoup à écrire. On n'a pas trop copié des leçons, des trucs comme ça quoi ! […] C'était mieux aux Domaines qu'à l'école, quoi…
[…]
I : Qu'est-ce que t'en a pensé de ces trois jours ?
Ro : C'était bien, c'était beaucoup mieux que la classe.
I : Alors, pourquoi c'était beaucoup mieux que la classe ?
Ro : Déjà, y'a beaucoup plus de constructions. […] Et en plus y'a une grande cour de récréation, et elles m'ont semblé plus longues que celles de la classe. C'était, après heu… C'était mieux de travailler en groupe, ce qu'on a fait en groupe, c'était quand même mieux. En classe c'est très, très rare qu'on travaille en groupe, quoi. Donc là c'était bien de travailler en groupe. C'est heu… en plus, on sort un peu de l'école donc ça change un peu. Parce que sinon, on reste toute la journée dans la classe en fait, on va bien entendu dans la cour, mais bon…
I : Tu penses que tu as appris des choses quand tu es allé aux Domaines, que tu aurais pas apprises à l'école, peut-être ?
Ro : Oui, oui, à mon avis les bâtons de Néper, ou heu… les bâtons de Genaille-Lucas ou les trucs, heu… règle à calculer, je les aurais pas appris si on était pas allé aux Domaines.
I : Et le boulier, si peut-être ?

Ro : Le boulier, je sais pas, c'est que j'ai pas très bien appris en fait ! Donc j'ai pas bien retenu, tout ça. Mais à mon avis, on l'aurait fait quand même en classe.
[…]
I : Tu t'en es resservi de tes objets à la maison ? Tu les as montrés à tes parents ?
Ro : Oui ! Les bâtons de Néper, oui. Heu… La règle à calculer aussi. Les bâtons de Genaille-Lucas, non parce que c'est quand même plus compliqué que les bâtons de Néper. J'ai compris les bâtons de Néper et c'est pas la peine de s'embrouiller avec des plus compliqué. Et le boulier, heu ben… Je l'ai montré à mes parents, je leur ai dit que c'était plus compliqué, et je m'en suis plus trop resservi !
I : Et quand c'est que tu t'en sers des bâtons de Néper, pour faire des exercices ?
Ro : Non, pour m'amuser à faire des multiplications, pour m'entraîner quoi.
[…]
I : Tu as des choses à rajouter sur les questions que je viens de te poser, sur les Domaines, sur les objets, sur les mathématiques ?
Ro : Je sais pas… Heu… Heu… En fait, je voulais poser une question, c'est si on avait le droit de mettre, de mettre une calculette dans la liste des objets qu'il fallait heu… qu'il fallait…
I : Dans les instruments pour calculer ?
Ro : Oui
I : Oui ! La machine à calculer effectivement, ça peut être un instrument…
Ro : La machine à calculer, je me demandais si c'était, parce que c'est électronique, donc quand même, on réfléchissait beaucoup moins…
I : Ben, justement c'est un peu la différence, ça c'est des instruments à calculer, des instruments parce qu'il faut réfléchir un peu et la machine à calculer, c'est une machine et en fait, il y a moins de réflexion.
[…] [*Sur la multiplication à poser*]
I : Pourquoi tu décales ?
Ro : Parce que c'est ce qu'il faut faire ! ! C'est une multiplication à deux… à deux chiffres. On l'a appris, quoi.
[…] [*Sur la multiplication décomposée]*
I : Si je te montre ce calcul, qu'est-ce que t'en penses ?
Ro : Qu'il est plus long que le mien et qu'ils l'ont décomposé. Parce que le mien, il commençait par 96 et là c'est six plus 90 qui revient à 96 aussi. Après y'a 1800 plus 140, ce qui doit faire heu mille heu… ce qui doit faire 1800 en tout ça doit faire 1896. Après, heu là ils ont mis 2100 plus 42000, ça fait 46 136. Ils ont décomposé, ils ont mis en plus long.
I : Et c'est juste ou pas ?
Ro : C'est quand même juste, oui.
[Roméo ne sait pas expliquer d'où proviennent les calculs intermédiaires exactement.]
[…]

10. Post-entretien avec Adèle de la classe 3 (le 29/01/2004) (extraits)

[…]
I : Tu as bien aimé travailler avec la maîtresse aux Domaines ?
Ad : Oui.
I : Qu'est-ce qui t'as beaucoup plu ?
Ad : Ben en fait, on travaillait mais en s'amusant. C'était comme si on était en classe sauf que là, on était en groupe, on était deux, on faisait des choses qu'on faisait pas habituellement en classe.

I : T'as eu l'impression de travailler ?
Ad : Non, pas énormément.
I : Et t'as eu l'impression d'apprendre des choses ?
Ad : Oui, beaucoup.
I : Alors, qu'est-ce que t'as appris ?
Ad : J'ai appris comment fonctionnait le boulier. Heu… J'ai appris à fabriquer un boulier, j'ai appris à faire une règle à calculer. J'ai appris à calculer sur les bâtons de Néper et sur les bâtons de Genaille et Lucas. Et j'ai appris à construire un boulier, je sais pas si je l'ai dit ça…
I : Oui, ça tu l'avais dit, oui, oui ! !
Ad : Et j'ai appris comment fonctionnait un boulier.
I : Quand tu étais aux Domaines, est-ce que tu penses que tu as fait des mathématiques ?
Ad : Heu, oui ! Surtout à propos du boulier. En fait, une fois qu'on a fabriqué le boulier et la règle à calcul, on donnait des opérations à faire, mais bon c'était… on s'amusait quand même, c'était plutôt une partie de plaisir !
I : Tu veux dire avec les animateurs des Domaines ? Ou avec la maîtresse ?
Ad : Avec les deux !
[Adèle a montré à ses parents les instruments, ils étaient un peu étonnés que ce soit elle qui les ait fabriqués. Elle a fait des opérations sur le boulier]
[…]
I : Tu as des choses que tu voudrais me dire sur ce que tu as fait aux Domaines, sur les mathématiques que tu fais en classe, où…
Ad : Ben, en fait, je savais pas du tout ce que c'était un boulier. Donc, j'ai appris comment ça fonctionnait, que ça existait aux Domaines. Sans ça, j'aurais jamais cru que ça existait !
[…] [*Sur la multiplication à poser*]
I : Tu m'expliques pourquoi le quatre, tu l'as pas écrit sous le six, tu l'as écrit sous le neuf.
Ad : On fait heu… On fait par rangée, par exemple ici si on multiplie par trois, l'opération va être sous le trois, si on multiplie par sept, ça va être sous le sept.
I : Et tu peux m'expliquer pourquoi il faut le mettre sous le sept ou sous le trois ?
Ad : J'arrive pas trop à expliquer.
[…] [*Sur la multiplication décomposée*]
Ad : J'ai une question, pourquoi il y a pas de retenue ? C'est marqué comme ça !
I : C'est vrai, cette méthode est juste et y'a pas de retenues.
Ad : Donc ça facilite les choses, mais c'est long. Mais c'est ça.
[Adèle ne sait pas expliquer d'où proviennent les calculs intermédiaires exactement.]

11. Post-entretien avec Claude de la classe 3 (le 20/02/2004) (extraits)

[…]
I : Alors, par exemple, tu te rappelles comment t'as fait pour fabriquer le boulier ?
Cl : Oui, on a pris 14 cm pour heu… de côté et 12 cm pour, heu. //
I : Oui, et c'est tout ?
Cl : Non, on a appris la perceuse. On a fait, pleins de p'tits trous, je crois. On a rentré les tiges et les perles !
I : Ouais.
Cl : Et, heu… Et puis voilà. Après, on a accroché la ficelle. Et on a mis le p'tit crayon.
[…] [*Sur le boulier*]
Cl : Pour jouter 900, on met 1000 et on enlève 100 !
[…]

I : Qu'est-ce que tu as bien aimé dans les ateliers ? Qu'est-ce qui est différent de l'école ?
Cl : Y'avait mes copains et on pouvait parler. On peut faire des choses ensemble, alors qu'à l'école on peut pas. On peut s'aider !
[…]
I : Et à la maison, comment ça s'est passé ?
Cl : Je l'ai montré à mon frère.
I : Ah, et il a quel âge ?
Cl : Six ans.
I : Il a compris ?
Cl : Non.
I : Et tu les as montrés à tes parents ?
Cl : Ils ont trouvé que le boulier était joli.
I : Et tu as essayé de leur montrer comment ça fonctionnait ?
Cl : Oui.
I : Et c'était important pour toi de les ramener à la maison les objets ?
Cl : Ouais, surtout le boulier, surtout.
I : Ah bon, pourquoi ?
Cl: Parce qu'il est plus joli. Il est plus dur à faire aussi.
I : Donc c'était important pour toi. Et tu t'en ressers des fois chez toi ?
Cl : Oui, des fois à la place de la calculette pour faire des additions.
[…]

12. Post-entretien avec Alexandra de la classe 3 (le 20/02/2004) (extraits)

[…] [*À propos de la multiplication à poser et du décalage*]
I : Pourquoi tu mets un point, là ?
Al : On change de nombre, on passe à la dizaine.
[…][*À propos de la multiplication décomposée*]
I : Le 6, il provient d'où ?
Al : Trois fois deux.
I : Le 90, il provient d'où ?
Al : Trois fois heu… Trois fois trois ça ferait pas 90. Ah ! On le met dans les dizaines !
I : Oui, tout à fait et la ligne suivante.
Al : 18. On a décalé, c'est les centaines ici. [*Très bonnes explications pour la suite de la multiplication décomposée et très bonne compréhension des modes d'emploi des instruments*]
[…]

13. Post-entretien avec Esther de la classe 4 (le 06/04/2004) (extraits)

[…] [*Sur les Domaines*]
Es : Après j'ai vu que calculer, c'était bien. Et que je travaillais mieux aux Domaines qu'en classe. Enfin, depuis les Domaines, je travaille mieux en classe.
I : Ah bon ! T'as l'impression que ça t'a aidé ! Alors, comment ça t'a aidé?
Es : Ben déjà, je me suis rendue compte que les multiplications, c'était pas si compliqué, en fait. C'était facile. Et puis, calculer, ça m'a plu alors en classe, j'ai plus de volonté pour calculer. […] Maintenant que ça me plait, je finis un peu plus vite le travail, je peux lire, dessiner, faire autre chose qu'avant je pouvais pas faire parce que j'avais pas très bien compris et puis j'aimais pas trop alors je passais beaucoup de temps et je pouvais pas trop lire,

dessiner ou quoi. Maintenant que ça me plait, j'ai la volonté donc je le fais. Et après je peux lire, je peux dessiner, je peux m'amuser avec les bâtons de Néper.
[*En classe avec P4, les premiers qui finissent un exercice lisent ou dessinent en attendant la correction*]
I : Tu t'en ressers un peu des bâtons chez toi ? Tu as appris à tes parents par exemple comment ça marchait ?
Es : Oui, à chaque fois que je revenais des Domaines, je leur apprenais comment ça marchait. Ma sœur, elle est trop petite, elle a voulu savoir mais elle comprend pas. Aussi des fois, je m'en sers.
I : Tu t'en sers quand ?
Es : Ben heu… Par exemple, pour m'amuser avec ma cousine. Elle vient, on s'amuse à faire des calculs. Je m'amuse avec la règle, je lui explique comment ça marche. On s'amuse comme ça.
[…]
I : Et les séances avec le maître, c'était pareil qu'à l'école ?
Es : J'avais l'impression de m'amuser un peu plus. J'apprenais en même temps, je réfléchissais mais je m'amusais. C'était sympa !
[…] [*À propos de la multiplication à poser et du décalage*]
Es : Ensuite, sept c'est la dizaine donc je marque un zéro pour les unités. [*Explication spontanée*]
[*Très bonnes explications à propos de la multiplication décomposée*]
[…]
Es : Les bâtons de Genaille, ils sont biens parce qu'on compte pas la retenue avec ! [*Très bonne utilisation des bâtons à multiplier, quelques difficultés avec le boulier*]
[…]
I : Comment est-ce que tu arrives à définir une retenue ? C'est quoi une retenue ?
Es : C'est quand je vais faire une addition, une soustraction ou une addition, une opération, c'est heu… comme si y'a une dizaine. La dizaine je peux pas l'écrire, je pose l'unité et la dizaine que j'ai en trop, que je peux pas poser, je vais la reporter sur la colonne suivante.
[…]
I : C'est important pour toi de les avoir construits toi, le boulier, les bâtons ?
Es : Oui, parce que j'y arrive mieux parce que je sais que c'est les miens. Et si on me les fait, c'est pas drôle. Moi, j'aime bien qu'ils soient faits à ma façon quand même, comme j'aime bien décorer, j'aime bien…
[…]
Es : Quand je rentrais des Domaines, j'étais toute contente. Je me languissais d'expliquer à mes parents comment ça fonctionnait les bâtons, le boulier. C'était drôle, d'habitude c'est le contraire, c'est eux qui m'expliquent.
[…]
I : Tu as peut-être des remarques ?
Es : C'était très bien, c'était super ! Quand c'est qu'il faut s'inscrire pour les vacances d'été ?
[…]

14. Post-entretien avec Laetitia de la classe 4 (le 06/04/2004) (extraits)

[…]
I : Avec le maître, c'était pareil que d'habitude en classe ?
La : Heu, oui.
[…] [*À propos de la multiplication à poser et du décalage*]

I : Le zéro que tu as posé au-dessous du six, tu sais à quoi il correspond ?
La : Non.
[…][*À propos de la multiplication décomposée*]
La : Non, c'est pas bon. Parce que, à chaque fois qu'on calcule un chiffre, et bien il faut mettre la même ligne. Faut pas mettre des chiffres en dessous.
I : Regarde d'un peu plus près quand même, avant de dire que c'est pas bon. Effectivement, c'est pas la même méthode que d'habitude, mais est-ce que vraiment c'est pas bon ce qu'il a fait ?
La : / C'est le même résultat que… que si on fait de l'autre méthode.
I : Alors, si c'est le même résultat, c'est faux quand même ?
La : Non. [*Laetitia ne comprend pas seule la méthode*]
[…] [*Multiplications avec les bâtons sans mettre le décalage, bien mieux avec le boulier : écriture et utilisation de 400=500-100*]
[*Définition de la retenue comme punition*]
I : Quand t'es rentrée chez toi, tu les as montrés à tes parents tes objets ?
La : Oui.
[…]
I : Alors, ça s'est passé comment ? Tu leur as expliqué comment ça marchait ?
La : Oui, mais ils ont pas compris.
[…]
I : Tu t'en ressers des fois chez toi, pour t'amuser, pour montrer à quelqu'un ?
La : Oui.
I : Alors, quand ?
La : Ben quand je fais mes devoirs, quand il y a des multiplications à faire, je me sers des règles de Néper.
[…]

Annexe 6 : Comptes-rendus produits par les enfants

C’est l’initiative de P1 de demander des comptes-rendus des séances après chaque journée aux Domaines. Son objectif était de travailler de retour à l’école, l’expression écrite sur ce qui avait été fait et appris aux Domaines, avec les trois points :

- Matin
- Après-midi
- J’ai appris

Nous avons proposé ce type de travail aux autres professeurs et nous avons recueilli les comptes-rendus des élèves pour les classes 1, 3 et 4 (Modèle page suivante). Le professeur de la classe 2 n’a pas réalisé ce travail en classe.
Tous les prénoms sont fictifs. Nous avons ajouté entre parenthèses le niveau en mathématiques des élèves.
P. et l’animatrice 1 et L. l’animateur 2. Pour les classes 1 et 4 le boulier a été construit avec A2 et pour la classe 3 avec A1.

Nom **Prénom**

Age **Date**

Expression écrite
Compte rendu de la séance n° ____ aux Domaines

Matin
Après -midi
J'ai appris

1. Comptes-rendus des enfants de la classe 1

Groupe 1 :
Jour 1 : Boulier 1 et théorie 1
Jour 2 : Bâtons 1 et boulier 2
Jour 3 : Théorie 2 et bâtons 2

Armelle (A)
Jour 1 :
- Le premier groupe est allé fabriquer un boulier. Nous avons percé, coupé, collé, mesuré.
- Nous sommes allés (groupe 1) faire des problèmes, moi, j'étais avec Marie. Nous avions à résoudre un problème scientifique ; puis la récréation était géniale, on a joué au basket et j'ai marqué cinq paniers.
- Que je pouvais compter de différentes façons et que les scientifiques avaient des problèmes très difficiles à résoudre.

Jour 2 :
- Le groupe 1 est allé construire des bâtons de Néper où on inscrivait les tables de multiplication puis nous les avons vernis.
- Nous sommes allés avec L. pour fabriquer un boulier.
- À fabriquer et à compter avec un boulier. Dessin du boulier.

Jour 3 :
- Nous, le groupe 1, sommes allés avec la maîtresse pour faire un texte sur le boulier, colorier la carte de France et la carte de notre région avec le moins de couleurs possible sans que 2 couleurs identiques ne se touchent. À la récréation, nous avons fait de la balançoire et du tourniquet.
- Avec P., nous avons découpé les réglettes de Genaille-Lucas et nous avons fait une règle à calculer que certains ont décoré. Puis à la récréation, Céline, Marie et moi avons écouté le baladeur CD, puis le baladeur FM. Nous nous sommes super bien amusées !
- À compter avec une règle à calculer.

Céline (D)
Jour 1 :
- Le matin, nous avons fait un boulier avec L. (l'animateur). Nous avons coupé une petite planche en trois morceaux de 13,5 cm puis une autre de 11,5 cm. Il y avait des machines : des petites perceuses et des petites scies.
- L'après-midi nous étions avec Madame T. pour faire des problèmes et il fallait faire des groupes de deux.
- Comment faire un boulier avec des petites planches.

Jour 2 :
- J'ai appris à construire des bâtons de Néper. Et on pouvait faire des multiplications, c'était super !
- J'ai terminé mon boulier et nous avons mis des perles bleues et rouges. Les perles rouges sont en bas et les perles bleues sont en haut.
- /

Jour 3 : /

Marie (B)
Jour 1 :

- Nous avons construit un boulier avec des scies électriques et des perceuses. Un boulier sert à compter.
- Nous avons fait des problèmes avec la maîtresse et j'ai été avec Armelle.
- J'ai appris à faire des bouliers.

Jour 2 :
- J'ai construit des bâtons de Néper avec P.
- J'ai fini mon boulier avec L.
- À fabriquer des bâtons de Néper.

Jour 3 :
- Nous avions fait des problèmes avec la maîtresse.
- Nous avions construit les bâtons de Genaille-Lucas et pris après la règle à calculer.
- /

Mathilde (A)

Jour 1 :
- On a fabriqué un boulier. Pour le fabriquer, nous nous sommes servis de beaucoup de machines : perceuse, scies. C'était super !
- On a travaillé sur les problèmes.
- À me servir d'un boulier.

Jour 2 :
- J'ai fabriqué des bâtons de Néper. Pour les construire, nous nous sommes servis de stylo, de règle.
- Nous avons terminé notre boulier et nous nous sommes entraînés à inscrire des nombres dessus.
- À me servir des bâtons de Néper.

Jour 3 : /

Karim (A)

Jour 1 :
- On a fabriqué la moitié d'un boulier, avec L., on utilisait la scie électrique et une perceuse.
- On s'est mis par deux, moi je me suis mis avec Fabrice et puis on a résolu des problèmes avec la maîtresse.
- À fabriquer un boulier. Le boulier sert à calculer. C'est l'ancêtre de la calculatrice. On utilise toujours le boulier en Chine. On peut faire des additions, des soustractions et des multiplications.

Jour 2 :
- Nous avons fabriqué, avec P. des bâtons de Néper qui servent à multiplier.
- Nous avons continué notre boulier : mettre les boules et le stylet.
- À utiliser des bâtons de Néper.

Jour 3 :
- Nous avons fait des problèmes avec la maîtresse. Il fallait colorier des cases avec le minimum de couleurs sans que 2 couleurs se touchent.
- On a fabriqué des réglettes de Genaille-Lucas avec P. Ça sert à faire des additions et des soustractions.
- À utiliser des réglettes de Genaille-Lucas.

Aurélien (A)

Jour 1 :
- Nous sommes allés aux Domaines où nous avons appris comment faire un boulier.

- Nous étions avec la maîtresse pour faire des maths.
- Comment résoudre un problème infini et à faire un boulier et comment calculer sur un boulier.

Jour 2 :
- Nous étions avec P. et nous avons fabriqué des bâtons de Néper.
- Nous avons fini notre boulier avec L.
- À calculer avec des bâtons de Néper.

Jour 3 :
- Le matin, nous sommes allés avec la maîtresse faire des problèmes de mathématiques sur des cartes géographiques.
- L'après-midi nous sommes allés avec P. construire la réglette de Genaille-Lucas et une autre réglette différente.
- À faire des additions avec la réglette de Genaille-Lucas et des multiplications avec des réglettes différentes.

Fabrice (A)
Jour 1 :
- Nous avons commencé à fabriquer le boulier.
- Nous avons fait des problèmes de mathématiques.
- Que tous les problèmes n'étaient pas tous résolus et à nous servir d'un boulier.

Jour 2 :
- Nous avons fabriqué les bâtons de Néper et appris à nous en servir.
- Nous avons fini de construire le boulier.
- À me servir des bâtons de Néper et à construire un boulier.

Jour 3 :
- Nous avons construit les bâtons de Genaille-Lucas et nous avons appris à s'en servir et à se servir de la règle à calculer.
- Nous avons essayé de faire toutes les régions de France en coloriant avec le moins de couleurs possibles sans que les mêmes couleurs se touchent.
- J'ai appris à me servir des bâtons de Genaille et Lucas et à me servir de la règle à calculer.

Gaëlle (C)
Jour 1 :
- J'étais avec L. et il nous a fait apprendre comment construire un boulier. Quand nous avons terminé nous avons pris la perceuse et nous avons percé des trous sur les petits trous et aussi nous avons coupé un bâton de Néper.
- Je suis allée avec la maîtresse et on a fait des problèmes. Ce n'était pas des problèmes comme à l'école.
- Comment construire un boulier et aussi j'ai appris des nouveaux problèmes.

Jour 2 :
- Je suis retournée dans le groupe de L. On a terminé notre boulier. On a mis des petites perles rouges et des petites perles bleues.
- Je suis allée dans le groupe de P. On a construit des bâtons de Néper. C'était très facile et ce n'était pas long.
- Les multiplications du boulier, et le fonctionnement des bâtons de Néper.
- Jour 3 : /

Groupe 2
Jour 1 : Bâtons 1 et boulier 1

Jour 2 : Théorie 1 et bâtons 2
Jour 3 : Boulier 2 et théorie 2

Alexis (B)
Jour 1 :
- On a pris le bus pour aller aux Domaines. On a fait les présentations puis on a fabriqué les bâtons de Néper.
- On a construit un boulier et on a repris le bus.
- À faire des maths plus facilement.

Jour 2 :
- Je suis allé avec la maîtresse et j'ai travaillé les maths.
- J'ai fait des règles multiplicatrices de Genaille-Lucas.
- À travailler les maths plus facilement que la 1ère séance.

Jour 3 :
- Je suis allé avec L. pour terminer le boulier.
- Je suis allé avec la maîtresse pour travailler les maths avec le boulier. Quand on est parti, on nous a donné des bonbons.
- ~~Qu'aux Domaines c'est super !~~ Qu'on pouvait travailler les maths plus facilement car on peut faire des multiplications en faisant des additions.

Théo (A)
Jour 1 :
- J'ai fait des multiplications avec des bâtons de Néper.
- J'ai appris à faire un boulier et à quoi ça servait. Ça sert à compter et à faire des opérations rapidement.
- /

Jour 2 :
- J'ai résolu des problèmes de mathématiques.
- J'ai appris à construire une règle multiplicatrice de Genaille-Lucas.
- À construire une règle multiplicatrice de Genaille-Lucas

Jour 3 :
- J'ai fini mon boulier. J'ai appris à additionner et soustraire.
- J'ai travaillé sur la carte de France. J'ai colorié les 22 régions de France.
- À additionner et à soustraire avec le boulier et repérer les régions.

Yannick (A)
Jour 1 :
- On a fabriqué des bâtons de Néper avec les copains. Les bâtons de Néper servent à multiplier.
- J'ai construit un boulier qui sert à additionner. On a découpé le bois.
- Que les maths c'est amusant !

Jour 2 :
- J'ai résolu des problèmes assez difficiles.
- J'ai fabriqué des règles à calculer de Genaille-Lucas. Elles servent à additionner.
- Qu'avec tout et n'importe quoi on pouvait faire des maths.

Jour 3 :
- J'ai fini mon boulier avec L. et on a rajouté le petit crayon.
- J'ai colorié une carte de France.
- Avec un boulier, une règle, un bâton on peut faire des maths.

Alexandra (C)

Jour 1 :

- Le matin, j'ai fabriqué des bâtons de Néper pour faire des multiplications.
- On a pique-niqué dans le jardin, il y avait : une table de ping-pong et un terrain de basket, puis on est allé dans une salle pour commencer un boulier.
- Qu'il existe d'autres techniques pour multiplier et pour calculer.

Jour 2 :

- Le matin nous avons résolu des problèmes, puis nous sommes allés au jardin du centre.
- Nous sommes allés manger notre pique-nique puis nous avons commencé nos réglettes de Genaille-Lucas.
- Qu'il y avait des problèmes qui ne finissent jamais.

Jour 3 :

- J'ai fait des problèmes et j'ai résolu des opérations.
- J'ai fini mon boulier et j'ai appris comment on s'en sert, puis on est allé l'utiliser et colorier une carte.
- Comment on se sert d'un boulier mais aussi d'autres manières pour travailler.

Loïc (A)

Jour 1 :

- On est parti dans le 2ème groupe avec P. pour fabriquer des bâtons de Néper. Puis on est allé en récréation jouer au basket, au ping-pong. On est retourné en classe pour continuer la fabrication.
- Nous sommes allés avec L. pour fabriquer un boulier. On est retourné en récré mais cette fois-ci on a joué aux jeux du centre (tout fabriqué) : dames en bois, pyramide en bois, échecs en bois…
- À me servir d'un boulier et des bâtons de Néper.

Jour 2 :

- On a résolu, le groupe 2, des problèmes différents de ce qu'on avait l'habitude à l'école et aussi très difficiles.
- Nous sommes allés avec P. pour construire des réglettes multiplicatrices de Genaille-Lucas.
- À résoudre des problèmes de scientifiques et aussi à me servir des réglettes de Genaille-Lucas

Jour 3 :

- Nous, le groupe 2, nous sommes allés avec L. pour finir le boulier, et on a appris à s'en servir. C'était génial !
- Nous sommes partis le groupe 2 avec la maîtresse pour faire des problèmes de géographie sur les départements, les régions…
- À me servir d'un boulier. (dessin du boulier au verso avec des explications).

Marc (A)

Jour 1 :

- On a fabriqué des bâtons de Néper qui servent à multiplier les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ils servent aussi à savoir nos tables de multiplication.
- On a commencé à fabriquer un boulier qui sert à calculer 1x1, 1x2, 1x3…
- Comment fabriquer des objets mathématiques.

Jour 2 :

- J'ai appris à résoudre des problèmes que je n'avais jamais essayée de résoudre avant et qui m'ont plu.

- J'ai appris à fabriquer des règles de Genaille-Lucas qui servent à additionner des chiffres ou des nombres. C'est à peu près pareil qu'une règle.
- /

Jour 3 :
- J'ai fait d'autres problèmes que j'avais fait la dernière fois.
- J'ai fini mon boulier et on a appris à additionner, à multiplier et à soustraire.
- J'ai appris à avoir confiance en moi

Juliette (A)
Jour 1 :
- Le matin, je suis allée avec P., elle nous a fait faire des bâtons de Néper qui servent à calculer. On avait du mal à trouver le bâton qui était à nous, on n'arrivait pas à tracer des traits. Ensuite, je l'ai verni.
- L'après-midi je suis allée avec L. Il nous a fait construire un boulier et nous avons, avec des machines, scié du bois. C'était rigolo.
- À calculer avec différentes méthodes mais je n'ai pas compris comment utiliser un boulier.

Jour 2 :
- Le matin, je suis allée avec la maîtresse dans une salle où l'on a fait des groupes de 2. Nous avons résolu des problèmes qui étaient différents de ceux que l'on fait d'habitude.
- L'après-midi je suis allée avec P. et on a construit des réglettes multiplicatrices. Comme il nous restait du temps nous avons fabriqué des réglettes de Genaille-Lucas et nous avons complété un tableau.
- À multiplier autrement.

Jour 3 :
- Le matin, je suis allée avec L. finir le boulier. On a pris des baguettes en bois que l'on a rentré dans des trous et nous avons enfilé deux perles bleues : les quinaires et cinq perles rouges : les unaires. Le boulier sert à calculer avec des perles.
- L'après-midi, je suis allée avec la maîtresse. On s'est servi du boulier, la maîtresse nous a donné des nombres que l'on a calculés. Puis nous avons fait un problème et de la géographie.
- J'ai appris à me servir d'un boulier.

José (C)
Jour 1 : ABS
Jour 2 :
- Le matin j'ai fait un boulier puis…
- … l'après-midi nous avons terminé le boulier et enfin …
- …j'ai appris comment on l'utilisait. Le boulier sert à faire des additions, des soustractions, des multiplications, des divisions, et le boulier sert à compter.

Jour 3 :
- Nous avons construit la règle de Genaille-Lucas. Ça sert à faire des additions et des soustractions.
- Nous avons fait des problèmes avec le boulier, on a aussi fait des opérations et puis nous avons fait des problèmes sur la géographie.
- /

Laura (C)
Jour 1 : /

Jour 2 :
- Le matin, on a fabriqué un boulier qu'on n'a pas fini.
- On a joué puis on a fini notre boulier qu'on a porté à la maison.
- Comment on se servait d'un boulier.

Jour 3 : /

Groupe 3
Jour 1 : Théorie 1 et Bâtons 1
Jour 2 : Boulier 1 et théorie 2
Jour 3 : Bâtons 2 et boulier 2

Gilles (A)
Jour 1 :
- On a fait des problèmes de mathématiques.
- On a fabriqué des bâtons de Néper avec des règles, des stylos, des crayons. On a tiré des traits, on a écrit des chiffres et on les a séparés (dessin). Puis nous les avons vernis.
- Un problème de soustraction où on devait retomber toujours sur 6174.

Jour 2 :
- On a construit un boulier.
- La maîtresse nous a donné des exercices à colorier. Il y a avait des rectangles avec des nombres écrits dedans. Et une carte de France où on ne devait pas colorier à côté de la même couleur.
- Q'un boulier servait à compter. Dessin d'un boulier avec le nombre 533 écrit : on monte 3 boules puis 3 boules puis 1 boule de cinq.

Jour 3 :
- On a construit une règle à calculer et des bâtons de Genaille-Lucas.
- On a fini le boulier.
- J'ai appris qu'une règle à calculer sert à compter des additions, soustractions, divisions. (Petit dessin d'une règle à additionner) Un boulier sert à additionner, à soustraire à multiplier. Les bâtons de Genaille-Lucas servent à multiplier.

René (B)
Jour 1 :
- Nous avons résolu des problèmes qui ne finissent jamais.
- Nous avons fait ensuite des bâtons de Néper ensuite nous les avons vernis avec un pinceau.
- Qu'il y avait des problèmes qui ne se finissent jamais et qu'il existe des bâtons pour multiplier.

Jour 2 :
- Nous avons construit un boulier pour additionner des nombres.
- Nous avons colorié des régions de la France.
- Qu'il existe des bouliers pour additionner et des cartes coloriées. Dessin du boulier au brouillon, pas sur le cahier.

Jour 3 :
- Nous avons fabriqué des bâtons de Genaille-Lucas pour multiplier. Sur les bâtons il y a des triangles qui donnent des nombres. Nous avons fabriqué aussi une règle pour soustraire et pour additionner. Si on soustrait, on regarde le total vers la gauche et pour additionner, on regarde vers la droite.

- Nous avons fabriqué un boulier pour additionner les nombres. Ex : 38+221=859. Dessin du boulier, avec le résultat.
- Qu'il existait des bâtons de Genaille-Lucas pour multiplier, une règle pour soustraire et des bouliers pour additionner.

Alain (A)

Jour 1 :

- On a fait des problèmes de maths comme des mathématiciens.
- On a construit des bâtons de Néper qui servent à compter en multipliant.
- J'ai appris à faire des bâtons de Néper et à savoir les utiliser.

Jour 2 :

- J'ai fabriqué un boulier qui sert à compter. Sur le boulier on commence à compter à droite.
- On a un peu pratiqué un mélange de problèmes et de géographie.
- J'ai appris à construire un boulier mais je ne l'ai pas fini.

Jour 3 :

- J'ai fabriqué une règle à additionner. (dessin)
- J'ai terminé mon boulier qui ressemble à ça (dessin)
- J'ai appris à construire une règle à additionner et aussi un boulier.

Annabelle (C)

Jour 1 :

- Nous avons fait des problèmes qui ne finissent pas. Nous avons essayé de les résoudre.
- Nous avons fabriqué des bâtons de Néper puis nous les avons vernis soigneusement.
- J'ai appris à calculer avec plusieurs objets, et à faire des problèmes.

Jour 2 :

- Nous avons construit un boulier avec des bâtons de bois.
- La maîtresse nous a donné un problème à colorier.
- À calculer avec un boulier puis j'ai appris à faire un problème où il fallait colorier des régions.

Jour 3 :

- Nous avons créé une règle à calculer à additionner. Nous avons fait des calculs avec la règle.
- Nous avons fini notre boulier. On n'avait plus qu'à mettre les perles dessus ensuite. Nous avons posé des additions et des nombres.
- À compter avec un boulier et faire des additions puis additionner avec la règle à calculer.

Joël (C)

Jour 1 :

- Comment calculer avec des bâtonnets. On a joué toutes les heures, il y avait un ping-pong, basket.
- J'ai fait des problèmes et on a mangé dehors.
- On a calculé avec des bâtonnets.

Jour 2 :

- J'ai fait un boulier.
- J'ai fait des problèmes.
- J'ai appris à faire un boulier.

Jour 3 : /

Pascale (B)

Jour 1 :

- J'ai appris à trouver plusieurs opérations pour obtenir le nombre 100 sans utiliser les chiffres 1 et 0. Ex : 998+2 = 1000 (posé avec les retenues). On peut aussi le faire avec une multiplication.
- J'ai appris à faire une règle à calculer et à calculer les nombres avec la règle à calculer.
- /

Jour 2 :

- J'ai appris à fabriquer un boulier avec la scie et la perceuse.
- On nous a donné une carte de France avec des régions et il ne fallait pas que les couleurs se touchent. Il fallait colorier en utilisant le moins possible de couleurs.
- Comment colorier une carte de France.

Jour 3 : /

Patricia (A)

Jour 1 :

- Je suis allée dans la salle où il y avait Madame T., j'ai résolu des problèmes avec Alain ; J'ai trouvé que c'était facile.
- J'étais dans le groupe de P., on a fabriqué des bâtons de Néper.
- A compter avec des bâtons de Néper. J'avais onze bâtons de bois. J'en ai pris deux, j'ai tracé un petit trait tous les uns centimètres jusqu'à dix centimètres. Puis j'ai aligné les neufs bâtons et les deux sur lesquels j'ai tracé un trait, je les ai mis de chaque côté des neufs bâtons. Ensuite, dès qu'ils étaient alignés je les ai scotchés ensemble et j'ai tracé un long trait de chaque petit trait que j'ai tracé ; Après on trace des lignes obliques. Et on marque x, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et en verticale après on les multiplie et on les vernit.

Jour 2 :

- Je suis allée dans le groupe de L., on a commencé à fabriquer un boulier.
- J'étais dans le groupe de Madame T. et j'ai résolu des problèmes de logique qu'on devait colorier.
- À compter avec un boulier. Dessin du boulier avec 3142 écrit.

Jour 3 :

- J'étais dans le groupe de P., j'ai fabriqué une règle à additionner et des réglettes de Genaille-Lucas. (dessin d'une règle à additionner et de 10 réglettes de Genaille-Lucas numérotées de 0 à 9)
- Je suis allée dans le groupe de L. et j'ai fini mon boulier. (dessin, 6 tiges avec les perles)
- À additionner et soustraire avec la règle à additionner puis à multiplier avec les réglettes de Genaille-Lucas et à additionner avec un boulier.

Marie (B)

Jour 1 :

- J'ai appris plusieurs façons de trouver 1000 sous forme d'addition, de multiplication.
- Nous avons fabriqué des bâtons de Néper et nous les avons vernis à tour de rôle, 2 par 2.
- À me servir des bâtons de Néper.

Jour 2 :

- J'ai fait un boulier. Avant de le préparer, j'ai scié avec la scie et percé avec la perceuse.
- J'ai résolu un exercice et nous avons terminé la carte de France.
- À me servir d'un boulier qui m'a servi à compter.

Jour 3 :

- Nous avons construit les bâtons de Genaille-Lucas à s'en servir.
- Nous avons fini notre boulier.
- J'ai appris à me servir d'un boulier et d'un bâton de Genaille-Lucas

2. Comptes-rendus des enfants de la classe 3

Pour cette classe, les comptes-rendus ont été effectués après les jours 1 et 3 seulement.

Groupe 1
Jour 1 : Théorie 1 et bâtons 1
Jour 2 : Boulier 1 et théorie 2
Jour 3 : Bâtons 2 et boulier 2

Roméo (C+)
Jour 1 :

- On a travaillé sur comment fonctionne le boulier. Je n'ai pas très bien compris comment ça marchait, donc je ne peux pas l'expliquer. On a fait une récréation puis on est revenu sur le boulier on a cherché à quoi ça servait, on avait tous notre petite idée. Finalement on a trouvé comment ça marche. On a fait des exercices sur le boulier et on s'en n'est pas trop mal sorti. Puis on est allé manger (mon moment préféré de toute la sortie)
- Après avoir mangé, on est allé construire des bâtons de Néper qui sont très utiles pour les tables de multiplication. J'ai bien compris, contrairement au boulier. En premier, on a pris une plaquette de carton où des traits verticaux étaient déjà (tant mieux, d'ailleurs c'est du travail en moins). On a fait des traits horizontaux perpendiculaires aux traits verticaux puis des droites diagonales, après on a écrit nos tables de multiplication dessus puis on a découpé les morceaux de carton à l'aide du cutter (qui ne coupait pas d'ailleurs) puis après avoir construit les bâtons de Néper, on est allé en récréation jusqu'à ce que la maîtresse vienne nous rassembler pour partir à l'école.
- Comment on se sert du boulier et des bâtons de Néper.

Jour 3 :

- On est allé avec L. pour construire une règle à calculer et le fonctionnement est assez simple. Après être allé en récréation on a découpé des bâtons de Genaille et Lucas. C'était plus compliqué ces bâtons, que les anciens et que la règle à calculer, mais c'était quand même plus simple que le boulier où là je n'ai vraiment pas très bien compris. Après cela on a mangé dedans car dehors il faisait trop froid.
- Nous sommes allés dans un atelier pour finir de construire le boulier qu'on avait commencé à la séance n°2 pour le construire il a fallu : prendre des morceaux de bois bien lisse et on les a réduits à la même taille, puis on a fait des trous tous les centimètres dans les petits morceaux de bois, après on a collé les morceaux de bois de façon à faire un cadre, puis on a passé les tiges et les boules. Puis on a fait un loto avec le boulier c'était compliqué (d'ailleurs c'est peut-être pour ça que je n'ai pas gagné). (Cela concerne les séances n°2 et 3) Puis après on a rassemblé nos affaires pour repartir à l'école.
- À calculer avec une règle à calculer à me servir d'un boulier (enfin bon j'ai pas compris là) à me servir des bâtons de Genaille et Lucas et des bâtons de Néper.

Marion (A)
Jour 1 :

- Arrivés aux Domaines, nous sommes répartis en trois groupes. Le 1er celui qui nous explique qu'est-ce qu'un boulier. La 2ème fabrication du boulier. La 3ème fabrication avec des bâtons : tables de multiplication. Le matin, notre groupe était dans la première répartition : qu'est-ce qu'un boulier, d'après ce que j'ai compris les boules rouges sont des quinaires et les boules bleues sont les unaires. Un boulier sert à compter. Il y a toutes sortes de bouliers, ex : le boulier japonais à 1 boule et 4 boules.
- Cette après-midi nous avons construit un objet qui s'appelle des bâtons de Néper à l'aide des tables de multiplications nous avons pris un nombre avec les nombres nous additionnons l'ensemble et cela finit par nous donner un chiffre.
- Ce que j'ai appris c'est comprendre ce qu'est un boulier mais j'ai appris aussi à utiliser des bâtons de Néper.

Jour 3 :

- À l'arrivée aux Domaines, le groupe et moi on a été reparti dans le groupe de L. et nous avons fabriqué les bâtons de Genaille-Lucas, une règle pour calculer des chiffres et des nombres. Manipulation des objets.
- L'après-midi nous sommes allés avec P. terminer notre boulier puis placer les 5 boules bleues et les 2 boules rouges. Et nous avons fait un loto avec le boulier cela m'a plus aidé à calculer.
- Dans l'ensemble, j'ai appris : ce qu'est un boulier, comment l'utiliser (calculer) (dessin écriture de 5087 correcte pour le déplacement des boules, mais écriture de droite à gauche et collée au cadre à gauche : 7805), se servir d'objets différents. Ex : bâtons de Néper, Bâtons de Genaille-Lucas et la règle à calculer.

Noémie (C+)

Jour 1 :

- Nous avons été dans une salle pour nous apprendre comment se servir d'un boulier, à quoi sert un boulier. On devait essayer de voir tout seul à quoi sert un boulier et pourquoi.
- Nous avons fait des bâtons de Néper. Nous avons pris du carton puis on a découpé avec un cutter en bande et on a écrit les tables de multiplication après sur une grande feuille on a écrit on a écrit un tour chacun une table de multiplication.
- Matin : à compter plus vite avec un boulier jusqu'au milliard. Après-midi : on a appris à se servir d'un cutter et cela nous a fait réviser nos tables.

Jour 3 :

- On a été avec L. on a découpé du carton avec un cutter pour fabriquer une règle à additionner tous les 5 mm on mettait un trait sur chaque bande. La règle à additionner sert à compter plus vite.
- Ensuite nous avons fait des Genaille-Lucas ceux-ci servent à multiplier plus vite. (bref dessin de la règle)
- On a été avec P. On a fini notre boulier on s'est servi d'une perceuse une scie on a enfilé des bâtons ensuite on a mis des perles rouges et bleues.
- À me servir d'une scie, d'une perceuse. À additionner plus vite avec une règle. À multiplier plus vite avec des bâtons.

Tristan (A+)

Jour 1 :

- Ma classe et moi nous sommes allés aux Domaines. On a appris à quoi sert un boulier (à compter) et comment s'en servir. Il y a deux sortes de boulier : le boulier chinois et le boulier japonais. Le boulier chinois a 5 boules en bas et deux en haut chaque

colonne vaut 10 de plus que celle de droite. Et le boulier japonais a 1 boule en haut et 4 en bas.
- On a appris à quoi servent les bâtons de Néper et comment s'en servir. On a pris un morceau de carton et on a écrit les tables de multiplication. Puis on les a découpés avec un cutter.
- À quoi sert un boulier et comment s'en servir et j'ai appris à quoi sert les bâtons de Néper (à faire des multiplications) et comment s'en servir.

Jour 3 :
- J'ai fait les bâtons de Genaille et Lucas et j'ai appris à quoi ça sert et comment s'en servir (j'ai appris). On a aussi fait une règle à calculer, j'ai appris pourquoi ça sert et comment s'en servir (j'ai appris).
- J'ai continué mon boulier (j'ai mis les bâtons et les perles puis je l'ai collé) et à la fin on a fait un loto. (Dessin du boulier : 13 tiges 2 boules rouges et 5 bleues à zéro (=0))
- Les bâtons de Genaille et Lucas servent à multiplier. La règle à calculer sert à additionner les nombres.

Raoul (A+)

Jour 1 :
- Nous sommes sortis de l'école pour se rendre aux Domaines. Dès qu'on est arrivé, un moniteur nous a expliqué comment va se passer la journée. Nous avons fait des groupes, et moi j'étais avec la maîtresse pour nous apprendre à se servir d'un boulier. C'était très intéressant, même que j'ai appris qu'on pouvait lire et écrire de très grands nombres. Enfin, nous allons manger notre pique-nique dans la cour de récréation.
- Nous avons fabriqué des bâtons de Néper, ça servait à se rappeler des tables de multiplications. On a appris à couper avec le cutter.
- À me servir d'un boulier et j'ai appris que les boules de haut s'appellent les quinaires et que celles du bas s'appellent les unaires et j'ai appris à me servir d'un cutter.

Jour 3 :
- Le matin, mon groupe et moi sommes allés avec L. pour fabriquer une règle additionnelle et des bâtons pour multiplier. Pour fabriquer une règle il faut : 1) Faire des marques pour bien couper les bouts avec le cutter. 2) Couper avec le cutter. 3) Faire les marques de la règle tous les demi-centimètres. 4) Et enfin, L. a coupé deux extrémités du bout pour que la règle glisse bien. Et pour fabriquer des bâtons pour multiplier il fallait juste découper.
- L'après-midi nous avons fini notre boulier. Après l'avoir scié, percé et collé nous avons mis des bâtons entre les trous et nous avons mis 5 perles dans le gros espace et deux boules pour le petit. Ensuite nous avons remémoré notre cervelle pour utiliser le boulier. Et enfin nous avons fait un loto-boulier. Moi j'étais avec Tristan et nous avons gagné.
- J'ai appris les mêmes choses qu'aux autres sorties : comment couper avec le cutter et utiliser un boulier.

Gustave (A+)

Jour 1 : /

Jour 3 :
- J'ai appris à me servir de la règle à calculer et des bâtons de Genaille et Lucas puis nous les avons fabriqués. Puis nous avons effectué une opération avec les bâtons de Genaille et Lucas en découpant au ciseau des feuilles dessinées de bande dont la première bande représentait l'index, la seconde table de 1 puis la troisième table de trois…

- /
- J'ai appris à utiliser un boulier les unaires valent 5 chacunes et les quinaires 1 chacune. La 1ère colonne sert aux unités, la 2ème aux dizaines. J'ai aussi appris à me servir des bâtons de Néper. J'ai également appris à me servir de la règle à calculer. (Dessin pour Néper 65 fois 2, sous 65, la ligne du 2 : 1/2 1/0 et 65x2=130)

Carine (B)

Jour 1 :

- Le matin je me suis servi d'un boulier et la maîtresse nous citait des nombres et on les inscrivait sur le boulier.
- L'après-midi on a fait des bâtons de Néper et on a appris comment ça marchait.
- J'ai appris que les boules de boulier portaient des noms alors : les bleues sont les unaires et les oranges sont les quinaires. J'ai appris que les bâtons de Néper servaient pour les multiplications.

Jour 3 :

- On est arrivé aux Domaines on nous a dit les règles de vie. Après on est allé dans la cour pendant 20 minutes. Quand la récréation a été finie nous sommes allé avec L. et nous avons fabriqué une règle et des bâtons de Genaille-Lucas.
- On est sorti pour la récréation et nous avons mangé après avoir fini de manger nous sommes allés dans la récréation au moins une heure, après nous sommes rentrés et on a fabriqué notre boulier après avoir fabriqué notre boulier on a fait un loto on est allé en récréation.
- Que le boulier servait à compter les boules bleues sont les dizaines et les rouges ça représente cinq j'ai appris que les bâtons de Néper servaient à faire les multiplications. J'ai appris aussi que la règle servait à faire des additions. Et les bâtons de Genaille-Lucas servaient à faire des multiplications.

Antony (B+)

Jour 1 :

- Une fois arrivé dans le domaine, on nous a répartis en 3 groupes, notre groupe devait rentrer dans une salle pour savoir comment fonctionne un boulier. Le boulier est un objet qui sert à compter.
- Notre groupe devait faire des bâtons de Néper avec plusieurs objets comme une règle, un stylo, un crayon et un cutter. Cet objet sert à multiplier des chiffres ou des nombres.
- Que le boulier les perles du haut s'appellent les quinaires et celles du bas sont des unaires et compter. J'ai aussi appris que les bâtons de Néper servent à multiplier des chiffres ou des nombres.

Jour 3 :

- Le matin nous avons fait le boulier on devait mettre des tiges avec des perles bleues ou rouges et après on a fait une partie de loto et on est allé manger.
- Nous avions fait des bâtons qui servent à multiplier des chiffres égaux à 59 ou inférieurs et il se nomme Genaille et Lucas ils peuvent en avoir des plus grosses ou plus petites que celles que nous construisons.
- J'ai appris que le boulier sert à multiplier, additionner, soustraire, lire les nombres, à diviser. J'ai aussi appris que les bâtons de Neper servent à calculer un nombre. J'ai appris que les bâtons de Genaille et Lucas servent à multiplier un nombre inférieur au dernier nombre.

Groupe 2

Jour 1 : Bâtons 1 et boulier 1
Jour 2 : Théorie 1 et bâtons 2
Jour 3 : Boulier 2 et théorie 2

Colin (B-)
Jour 1 : /
Jour 3 :
- Le matin, j'ai fini mon boulier avec P. Il fallait d'abord mettre les 13 tiges et il fallait ensuite mettre les perles (rouges et bleues)
- L'après-midi, j'ai appris à me servir du boulier. J'ai aussi constaté qu'on pouvait faire des opérations (additions et soustractions)
- Comment fabriquer un boulier, puis enfin j'ai correctement appris à m'en servir.

Alexandra (A)
Jour 1 :
- Quand nous sommes arrivés, on a fait 3 groupes de 6. En premier mon groupe et moi avons construit des bâtons de Néper : on a commencé avec du carton marqué de lignes verticales, nous avons dû écrire les numéros en haut, après nous avons dû tracer des lignes… Après tout cela nous avons coupé le carton avec un cutter. Après nous avions 10 bâtons de Néper.
- Nous sommes allés construire un boulier. Nous avions des baguettes que nous devions couper pour la construction. Nous avons utilisé la scie. Nous avons fait des calculs pour savoir où nous devions faire les trous. Dès que cela fût fini, nous avons utilisé la perceuse. Après nous avons dû assembler les morceaux puis nous les avons collés.
- À utiliser un cutter. À utiliser la scie. À utiliser la perceuse. À fabriquer de nouveaux objets que je ne connaissais pas.

Jour 3 :
- Le matin, mon groupe et moi, nous sommes allés avec P. Nous avons fini le boulier : on a inséré les perles, on a mis de la colle pour que les bâtons qui tenaient les perles tiennent. Dès que tout cela fût fini, nous avons joué au loto.
- L'après-midi nous sommes allés avec la maîtresse pour apprendre comment additionner, multiplier, soustraire sur le boulier. Après on a dû faire des opérations sur le boulier. Exemple : (22+10=32). (Dessin de deux bouliers avec 22 (unités, dizaines centaines écrit) puis 32)
- Comment marchait un boulier. Comment construire un boulier. À utiliser les outils.

Anissa (D)
Jour 1 :
- On a fait des bâtons de Néper pour aider dans la multiplication. On s'est servi d'un cutter. C'est très efficace.
- On a fait un boulier, on s'est servi d'une scie, d'une perceuse. On a collé, on a mesuré, on a poncé. Un boulier ça sert à calculer. (dessin du cadre avec des colonnes non continues et 5 et 3 boules)
- J'ai appris à quoi ça sert un boulier.

Jour 3 : /

Lucie (A)
Jour 1 :
- En premier on nous a partagé en 3 groupes. Un groupe est allé d'abord fabriquer les bâtons de Néper. Pour commencer, on a tracé des séparations au crayon puis on a

repassé au stylo. Une fois que l'on a repassé au stylo et écrit les chiffres, il faut couper le carton avec un cutter. Une fois coupé c'est fini.

- L'après-midi on a commencé à fabriquer le boulier, pour commencer on a coupé 3 baguettes de bois de 14 cm et 2 baguettes de 12 cm.
- À me servir des bâtons de Néper et du boulier.

Jour 3 :

- Le matin on a fini notre boulier pour cela on a d'abord coupé les bâtons de bois puis enfilé les perles et on a joué au loto toujours avec le boulier (pour jouer on a fait 3 groupes de 3). On a gagné égalité avec un autre groupe de 3.
- On a revu comment additionner et multiplier avec le boulier et on a appris à multiplier.
- À multiplier avec le boulier.

Amélie (B)

Jour 1 :

- On a pris le bus, une fois arrivé aux Domaines, la maîtresse a fait des groupes de 5 enfants, ensuite le moniteur nous a donné des planches de carton où étaient dessinés les bâtons de Néper, on a dû être très prudent car on s'est servi d'un cutter ensuite on a écrit des tables de multiplication. Juste avant on a dû tirer des traits. Ensuite on a posé quelques multiplications pour voir si on avait compris et on a trouvé le résultat.
- On a construit un boulier, $1^{ère}$ étape on a mesuré les bouts de bois, 2 de 12 et 3 de 14 cm. $2^{ème}$ étape on a scié nos bouts de bois pour les avoir de la bonne longueur. 3) On a fait un trait tous les un centimètre. 4) On a poncé pour que le bois soit nickel après on a percé. 4) On a collé.
- À scier du bois, à me servir d'un cutter et à percer.

Jour 3 :

- À la troisième séance on a fini le boulier on a enfilé les baguettes et les boules. Séance3. Les boules rouges allaient en haut et elles valaient 5 points. Et les boules bleues valent 1. Ce qui m'a plus plu c'est quand on a enfilé les perles. À la deuxième séance j'ai fait la règle à calculer. L. nous a montré comment calculer et comment additionner des nombres. Ce qui m'a le plus plu c'est quand on a découpé au cutter. Et la première séance j'ai fait des bâtons de Néper pour faire les multiplications avec toutes les tables de 1 à 10.
- $3^{ème}$ on a fait des additions, soustractions, multiplications et on a écrit des nombres. Deuxième séance on a fait des calculs avec la maîtresse et elle nous a montré comment s'en servir. $1^{ère}$ séance : on a commencé à faire le boulier à coller des bouts de bois.
- Comment se servir d'un boulier et comment faire des multiplications avec soustractions et additions. $2^{ème}$ j'ai appris à calculer avec la règle que j'ai fabriquée. $3^{ème}$ j'ai appris à compter avec un boulier.

Nadine (C-)

Jour 1 : /

Jour 3 :

- Le matin je suis allée avec le monsieur qui nous a fait faire une règle en bois. Elle sert à calculer les nombres. Quand on fait une règle il peut avoir autant de nombres que d'autres règles. Moi je l'ai faite jusqu'à 59. On l'a découpée avec un cutter une règle c'est trois bandes une avec rien d'écrit et deux autres avec des chiffres et des nombres une règle c'est ça : (dessin trois bandes, graduations, chiffres de 1 à 7 puis …)
- L'après-midi je suis allé avec la maîtresse qui nous a expliqué comment se servir d'un boulier. Avec les boules rouges et les boules bleues. On a fait comment calculer avec

un boulier. Elle nous a dit que les boules rouges faisaient 5 et les boules bleues 1. On a fait des opérations. (Dessin du boulier, cadre, 4 colonnes avec 2+5 boules en haut : 'rouge' et en bas : 'bleu')

- Comment travailler avec le boulier et une règle pour additions et soustractions.

Claude (B+)

Jour 1 :

- Le matin on a été dans une salle avec un moniteur nommé L. Nous avons réalisé des bâtons de Néper. Les bâtons de Néper sont pratiques pour faire des multiplications. Nous nous sommes servis de la règle, du crayon et nous avons coupé les bâtonnets grâce au cutter. (Dessin de l'index et du bâton 1 avec les diagonales et les résultats)
- Nous avons été avec P. dans une salle pour commencer le boulier. Le boulier sert beaucoup à compter ou faire des additions ou des soustractions. Nous avons utilisé : la scie électrique et la perceuse, on a poncé le bois. (Dessin du cadre avec les colonnes, sans les boules)
- J'ai appris comment se servir du boulier. J'ai appris comment fonctionnaient les bâtons de Néper.

Jour 3 :

- Ce matin j'ai été avec une animatrice pour finir le boulier et on s'est servi de : la pince coupante pour couper les baguettes, la colle. Nous avons fait un loto. Nous nous sommes très bien amusés ! ! ! (Dessin avec un titre : boulier fini. 7 tiges avec 2 et 5 boules)
- J'ai été avec la maîtresse et nous avons appris à faire des additions et des soustractions avec le boulier c'était amusant et en plus c'est très intéressant et très facile.
- J'ai appris à faire des additions et des soustractions. C'ÉTAIT BIEN ! !

Laurence (D-)

Jour 1 : /

Jour 3 :

- On est allé avec la maîtresse pour savoir comment on se sert d'un boulier. On a fait des additions, soustractions, multiplications.
- On a travaillé avec L. on a fait une règle en carton. On a fait aussi les bâtons de Genaille-Lucas.
- J'ai appris à faire un boulier, des bâtons de Néper, une règle, des bâtons de Genaille-Lucas.

Groupe 3
Jour 1 : Boulier 1 et théorie 1
Jour 2 : Bâtons 1 et boulier 2
Jour 3 : Théorie 2 et bâtons 2

Isaac (A)

Jour 1 :

- Mardi 6 janvier, nous sommes partis aux Domaines après nous avons fait des groupes ensuite on est parti avec une dame, cette dame nous a appris comment faire un boulier. Trois languettes de 13,5 cm puis on les a mis à la scie ensuite elle nous a dit de faire deux languettes de 11,5 cm après on est encore parti scier puis on a fait 13 trous sur les baguettes de 13,5 cm ensuite on est parti à la perceuse puis on a tout collé.

- Ensuite, on est parti avec la maîtresse qui nous a expliqué que ce boulier : la suite derrière. (Dessin au verso : cadre du boulier avec les 2+5 boules par colonne, 4 colonnes avec de gauche à droite écrit : unité, dizaine, centaine, millier en haut et en bas)
- J'ai appris à quoi sert un boulier et comment faire un boulier.

Jour 3 :
- Le matin nous avons appris à faire les bâtons de Genaille-Lucas et nous avons fait la règle à calculer.
- La maîtresse nous a dit comment multiplier et soustraire.
- /

Adèle (B)

Jour 1 :
- Ma journée a commencé par fabriquer un boulier, du moins un cadre d'un boulier nous avons scié et percé des baguettes de bois. C'était une partie de plaisir. Il ne nous manquait plus que les bâtons et les boules. En haut : unaires et les boules du bas quinaires. Nous avons travaillé avec des outils mécaniques.
- Cet après-midi là, on nous a donné un boulier et nous devions comprendre comment ça fonctionnait. J'ai trouvé cela très enrichissant et une dame nous a filmé.
- J'ai appris des tas de choses comment fonctionnait un boulier. J'ai appris à scier des baguettes de bois et à les percer.

Jour 3 :
- Ce matin-là nous sommes allés avec la maîtresse pour apprendre à faire des additions, soustractions, multiplications j'ai trouvé cela à la fois amusant, intéressant et enrichissant. Mais je pense que il est important de savoir comment marche le boulier si on nous pose la question 'S'avez-vous comment marche un boulier ?' Et bien nous sauront et nous pourront répondre à la question.
- Cette après-midi nous sommes allés avec un animateur qui nous a appris à fabriquer la règle à calculer une invention qui nous permet de calculer sans même faire un effort pour calculer de calcul mental. Et nous avons fait les bâtons de Genaille et Lucas ce sont des bâtons qui nous permettent de faire des multiplications.
- J'ai appris à faire des additions, soustractions et multiplications sur un boulier (chinois). J'ai appris à faire une règle à calculer et comment ça marchait. Pour moi cette journée a été très éducative.

Colin (B)

Jour 1 :
- Le matin, je suis allé avec P. Elle nous a expliqué comment fabriquer un boulier. Elle nous a dit qu'il fallait trois morceaux de bois mesurant chacun 13,5 cm. Après il fallait deux bois mesurant 11,5 cm. Il fallait couper les cinq bois qui mesurent 13,5 cm il fallait les percer tous les 1 cm. Après on a collé pour faire la forme du boulier.
- L'après-midi, je suis allé avec la maîtresse. Elle nous a appris à se servir d'un boulier chinois.
- J'ai appris à me servir d'une perceuse et d'un boulier.

Jour 3 :
- Le matin on est allé avec la maîtresse apprendre à se servir très bien du boulier et des bâtons de Néper, c'était super ! !
- L'après-midi on est allé avec L. fabriquer avec le cutter une règle à compter et à multiplier qu'on nomme règle de Genaille-Lucas.
- J'ai appris à me servir du boulier, des bâtons de Néper, de la règle de Genaille-Lucas.

Yann (C-)

Jour 1 :

- Nous avons réalisé un objet en bois qui s'appelle le boulier chinois. On a tracé quatre bois de 13,5 m et deux de 11,5 m on a scié et percé avec la perceuse et on a poncé et nous avons assemblé les bois.
- J'ai appris à manier le boulier chinois, à calculer à faire des chiffres et des nombres et j'ai appris que les boules du bas sont quinaires puis les boules du haut sont les unaires.
- Comment manier le boulier, comment calculer avec, comment on le fabrique, quelles sont les boules d'en bas et d'en haut, quel nom porte les boules.

Jour 3 :

- Nous avons travaillé sur la règle à calculer, il nous a expliqué comment ça marchait. Il nous a dit que si tu poses 32+55 tu trouves 87.
- Nous avons appris comment utiliser les bâtons de Genaille-Lucas.
- Comment utiliser la règle à calculer et les bâtons de Genaille-Lucas.

Liliane (A)

Jour 1 :

- Nous nous sommes partagés en trois groupes. Mon groupe et moi nous avons commencé avec le boulier chinois avec P. Étape 1 : faire des morceaux de 11,5 et 13,5 sur les deux baguettes puis les scier. Étape 2 : prendre les trois morceaux de 13,5 et faire des trous avec la perceuse, les coller avec les deux morceaux de 11,5 et voilà.
- Après avoir mangé nous sommes allés avec la maîtresse pour savoir comment marche le boulier. Cela a été très difficile mais nous n'avons pas fini.
- À scier, à percer et à me servir d'un boulier.

Jour 3 :

- Le matin nous sommes allés mon groupe et moi avec L. pour fabriquer une règle à calculer et après la recréation on a découpé des bâtons à multiplier de Genaille et Lucas.
- Ensuite nous sommes allés avec la maîtresse pour apprendre à additionner et soustraire avec le boulier chinois sauf que moi et Gaëlle nous avons eu le boulier japonais alors nous avons dû trouver la solution qui était facile et moins compliquée que le chinois car il y avait des boules en haut 1 boule bleue qui représente 5 et 4 boules rouges qui représentent 1.
- À faire des additions avec la règle à calculer et avec le boulier (japonais) et faire des soustractions avec le boulier et des multiplications avec les bâtons de Genaille et Lucas et aussi faire des soustractions avec le boulier.

Marc (C)

Jour 1 :

- Le matin nous sommes allés aux Domaines pour apprendre à se servir d'un boulier. Ensuite dans la matinée nous avons construit un boulier mais on l'a pas encore fini.
- L'après-midi on a changé de groupe, nous avons appris à compter avec un boulier au début c'est difficile mais après c'est facile.
- J'ai appris à compter avec un boulier. J'ai aussi appris à construire un boulier.

Jour 3 : /

Gaëlle (B+)

Jour 1 :

- Mardi 6 janvier, nous sommes allés aux Domaines avec la classe. Mon groupe a fait le cadre d'un boulier avec P. notre monitrice. Tout d'abord, il fallait couper des baguettes de bois, on en a coupé trois qui mesuraient 13,5 centimètres et deux qui en mesuraient 11,5 centimètres. Nous les avons coupées avec une petite scie. Après nous avons assemblé les trois baguettes de bois que P. nous scotchait, puis nous avons fait treize trous avec une petite perceuse. Puis nous les avons collées ensemble de manière à ce que les trous soient en face mais quand une baguette ne touchait pas sa perpendiculaire on mettait ce que l'on appelle une cale.
- Nous avons essayé de voir comment fonctionnait le boulier chinois.
- Qu'un boulier servait à calculer, compter.

Jour 3 :

- Nous sommes d'abord avec la maîtresse et Caroline et la remplaçante faire des opérations sur le boulier. On a d'abord abordé l'addition, mais avec Liliane on s'est servi du boulier japonais, et les autres avec le chinois. Nous avons expliqué comment on avait procédé.
- Nous sommes allés avec L. pour fabriquer une règle à calculer. Alors on a découpé du carton au cutter avec des mesures précises. Après nous en avons gradué deux sur trois jusqu'à vint huit. Nous les avons collés les deux plus petites sur la plus grande qui était distante de à peu près deux centimètres. Après avoir fini ceci, on a découpé aux ciseaux des bâtons de Genaille-Lucas
- J'ai appris à me servir d'un boulier japonais.

Fabrice (A)

Jour 1 :

- Le matériel : 2 baguettes de bois, 1 crayon + gomme, scie, perceuse. 1ère étape : mesurer. 2ème : scier. 3ème : percer. 4ème : coller. Dessin du cadre
- J'ai réfléchi comment on se sert d'un boulier.
- Comment on se sert d'un boulier chinois.

Jour 3 :

- Je suis allé avec la maîtresse, je suis allé dans la cour, on est retourné avec la maîtresse, ensuite on est allé manger. On avait parlé de comment se servir des Genaille-Lucas.
- J'ai construit des Genaille-Lucas, ensuite je suis allé dans la cour, ensuite on est retourné avec L., on a fait des exercices avec les Genaille-Lucas. Aussi on a fait la règle à calculer. (Dessins : une baguette de Genaille Lucas avec deux colonnes et des triangles de lecture et la règle à calculer : 3 bandes avec des graduations numérotées de 1 à 4 puis …)
- Comment on se sert des Genaille-Lucas et la règle à calculer.

Marion (B-)

Jour 1 :

- Ce matin on a construit la première étape du boulier. La dame nous a donné deux morceaux de bois. Nous avons coupé trois morceaux de bois de 13,5 de longueur. Nous avons coupé deux morceaux de bois de 11,5 de longueur. Nous avons pris un morceau de bois de 13,5 de longueur pour tracer 13 points tous les 1 cm. Nous avons pris les trois morceaux de bois de 13,5 cm, nous les avons scotchés ensemble pour les percer. Nous avons pris tous les morceaux de bois nous les avons collés avec de la colle à bois.
- Cet après-midi, nous avons appris à nous servir d'un boulier. Un boulier : cela sert à compter.

- J'ai appris à me servir d'un boulier. J'ai appris à construire un boulier.

Jour 3 :

- Ce matin j'ai appris à additionner, multiplier, soustraire sur un boulier.
- Cette après-midi j'ai fabriqué une règle qui sert à additionner les nombres. J'ai fabriqué aussi des bâtons de Genaille et Lucas. Ces bâtons servent à multiplier des nombres.
- J'ai appris à fabriquer des choses et à calculer avec un boulier, des bâtons de Genaille et Lucas, des bâtons de Néper et une règle.

3. Comptes-rendus des enfants de la classe 4

Groupe 1
Jour 1 : Théorie 1 et bâtons 1
Jour 2 : Boulier 1 et théorie 2
Jour 3 : Bâtons 2 et boulier 2

Élise (C)

Jour 1 :

- J'ai appris à me servir d'un boulier, c'est simple : une fois qu'on a compris à s'en servir, on peut faire des additions ou des soustractions. Il y a la classe des unités simples, des centaines… On nous a demandé des nombres et on devait les écrire sur le boulier.
- J'ai appris à me servir des règles de Néper : ça sert à faire des multiplications. Il y a la règle par laquelle on multiplie des nombres. On met les règles à côté de l'autre règle et on obtient le résultat.
- À faire les règles de Néper. On prend deux baguettes de 50 cm, on fait des traits de 1 cm et dès que l'on arrive à 10 cm on trace un trait plus foncé. Dès qu'on a fini, on scie. Après on ponce les règles et on fait les diagonales sur les règles. Pour finir, on marque les résultats de la table de multiplication.

Jour 2 : absente

Jour 3 :

- J'ai construit un boulier. Il faut couper 3 morceaux de bois de 14 cm sur 2 morceaux de bois de 13 cm, tracer tous les 1 cm un trait sur les baguettes de 14 cm, sur les traits tracés, percer les 3 baguettes et les coller. Sur de fines baguettes à placer dans les trous, mettre des perles et les coller.
- J'ai appris à me servir de Genaille-Lucas, des bâtons de Néper et du boulier. Le maître nous a demandé de faire des multiplications.
- /

Sandrine (A)

Jour 1 :

- Le matin nous avons pris le bus pour aller aux Domaines qui se trouvent à l'avenue Charles-Susini. Quand nous sommes arrivés nous avons été accueillis par de gentils moniteurs dont L. qui nous a présenté les lieux. Cet endroit était beau, sur un mur blanc de magnifiques fabrications sont exposées ainsi que dans une très belle vitrine, là de très beaux objets construits sont aussi exposés, comme un sablier, une expérience de chimie et bien d'autres choses encore. Une fois la découverte des lieux finie, nous avons été répartis en 3 groupes : un groupe pour la fabrication d'un boulier, un autre pour des bâtons de Néper et enfin le dernier pour permettre de découvrir le fonctionnement du boulier. Mon premier groupe était celui du boulier. J'ai appris des choses intéressantes que j'ignorais.

- L'après-midi après avoir mangé, nous avons changé de groupes et je suis allée dans le groupe des bâtons de Néper. C'était très intéressant lui aussi c'est un système pratique qui permet d'effectuer des multiplications.
- J'ai appris que le boulier était très utile autrefois et encore de nos jours dans certains pays comme en Chine, Thaïlande, Hongkong. Et j'ai aussi appris que les bâtons de Néper sont très pratiques pour effectuer des multiplications sans trop se creuser la tête.

Jour 2 :

- Le matin nous avons été répartis encore dans des groupes. Je suis allée dans celui de la construction des bouliers. Après avoir percé, scié, poncé et limé les bouts de bois, nous avons collé chaque morceau dont 3 de 14 cm et 2 de 11 cm de sorte à ce que ça fasse un rectangle ; mais il ne fallait pas se tromper de sens !
- En début d'après-midi je suis allée avec mon groupe dans celui du maître où il nous a appris à nous servir des bâtons de Néper. Mais cette fois en multipliant par plusieurs chiffres : c'est génial !
- J'ai appris que pour multiplier par deux chiffres, il fallait d'abord faire les 2 multiplications à 1 chiffre donc si c'est 248 par 28 il faudra faire 248 multiplié par 8 et 248 multiplié par 20 mais il faudra rajouter un zéro au début du chiffre de la 2ème multiplication car on multiplie la dizaine donc après il faut ajouter ces 2 résultats pour le trouver. Moi qui pensais que les Domaines ça n'allait pas être bien… je crois que je m'étais trompée car j'ai vite changé d'avis.

Jour 3 :

- Le matin, pour bien commencer la journée, nous avons raté, ma mère et moi le bus. Ce n'est pas spécialement ça qui a gâché ma journée mais plutôt le temps. Donc le matin j'ai construit les réglettes de Genaille et Lucas avec P. (si on peut dire ça construire car on a découpé des bandelettes) et la règle à additionner, c'est un système très pratique pour additionner même si les additions sont faciles à faire de tête.
- L'après-midi nous avons fini de construire le boulier (d'enfiler les perles) et comme L., celui qui s'occupe de ce groupe n'avait plus de vernis, il a peint en bleu orangé nous avons eu assez de perles pour faire à la colonne des 10 millions.
- J'ai appris comment se servir des réglettes de Genaille et Lucas. Ce sont des systèmes pour multiplier, c'est très facile pour s'en servir encore plus que les bâtons de Néper, car il suffit juste de lire le résultat au lieu de comme les bâtons de Néper additionner des chiffres. J'ai aussi appris à me servir de la règle à additionner et aussi avec L. j'ai vu d'autres opérations à faire avec le boulier, je me suis un peu embrouillée au début mais c'est très facile.

Gaétan (B)

Jour 1 :

- Le matin nous sommes arrivés aux Domaines. Nous avons fait connaissance avec les animateurs. Ensuite les animateurs et le maître ont composé 3 groupes. Un qui construisait des bouliers, d'autres qui comprenaient comment utiliser le boulier. Et le troisième groupe construisait des réglettes.
- L'après-midi, les groupes ont changé d'atelier : ceux qui étaient en train de construire des réglettes sont allés construire un boulier. Ceux qui étaient en train de construire le boulier sont allés comprendre comment l'utiliser. Et enfin ceux qui étaient en train de comprendre comment utiliser le boulier sont allés construire des réglettes.
- Comment utiliser le boulier et comment construire des réglettes. Et j'ai appris à calculer avec le boulier.

Jour 2 :

- Le matin nous sommes arrivés aux Domaines puis les groupes se sont reformés : un groupe est allé construire le boulier, l'autre construire les bâtons de Néper et le dernier groupe a appris à utiliser le boulier. Puis nous avons mangé.
- L'après-midi les groupes ont changé d'ateliers. Puis nous sommes rentrés.
- Comment commencer à construire un boulier et à multiplier à deux chiffres au multiplicateur.

Jour 3 :
- Le matin, les groupes se sont reformés pour le 3ème et dernière fois. Chaque groupe est allé dans un atelier différent. Le 1er groupe est allé avec M. D., le 2ème avec P. et le 3ème avec L. Puis nous avons mangé.
- L'après-midi les groupes ont changés d'ateliers. Puis nous sommes partis.
- À construire un boulier, à l'utiliser. J'ai construit une règle à additionner et à soustraire.

Vanessa (C)

Jour 1 :
- Ce matin, j'ai eu le maître. Il nous a appris à nous servir d'un boulier. Au début c'était dur puis à la fin, c'était facile. Sandrine et moi on était imbattable. Puis on a dû manger.
- J'ai fait des bâtons de Néper ça m'a bien servi. Ça m'évite de réfléchir. Les filles qui nous apprenaient étaient bien gentilles.
- À faire des bâtons de Néper et j'ai appris à compter avec le boulier et à m'en servir.

Jour 2 :
- J'ai construit un boulier. Je l'ai fait moi-même et lorsque j'aurai des perles rondes et les bâtons je pourrai le terminer.
- Nous avons utilisé les bâtons de Néper pour compter. Je m'en suis fait prêter car je n'avais pas emmené les miens.
- À construire un boulier que je n'ai pas fini.

Jour 3 :
- J'ai fini le boulier. Il a été peint à la bombe. J'ai assemblé les perles et les bâtons. J'ai accroché une vis puis une petite corde et le bâton que j'ai troué et taillé.
- Nous avons fait une réglette pour additionner. Il faut faire coulisser la réglette du milieu. J'ai appris aussi à me servir d'une règle à multiplier je ne me souviens pas de son nom.
- /

Marc (B)

Jour 1 : /

Jour 2 :
- Le matin : j'étais avec L. J'ai commencé mon boulier. J'ai coupé les fines planches de bois, deux de 11 cm et trois de 14 cm. J'ai percé les planches de 14 cm puis j'ai tout assemblé.
- /
- L'après-midi j'étais avec le maître, j'ai appris comment utiliser les règles de Néper.

Jour 3 :
- Le matin, nous sommes allés avec mamie B. Nous avons fabriqué la règle à additionner avec trois petites baguettes en bois et une barre en carton. Nous avons fixé 2 baguettes sur le carton avec entre eux la place pour une autre. Nous l'avons gradué de 0 à 24, attaché une ficelle de la coulissante à une des fixes. Nous avons découpé les règles de Genaille-Lucas pour multiplier.

- L’après-midi nous sommes allés avec L. Nous avons fini le boulier. Nous avons enfilé les baguettes pour tenir les perles et nous avons fait des calculs.
- /

Mickael (A)
Jour 1 :
- Nous avons appris à quoi servait le boulier. Il sert à faire des additions et soustractions. À notre époque les Japonais s’en servent encore. C’est un instrument rectangulaire sur lequel sont fixées des tiges en bois verticalement, et sur lesquelles glissent des billes.
- Nous avons appris à fabriquer des bâtons de Néper qui servent à faire des multiplications.
- Que ces instruments ont servi dans le passé.

Jour 2 : /
Jour 3 : /

Régis (B)
Jour 1 :
- J’ai appris à me servir d’un boulier avec M D. : je trouve le boulier intéressant.
- J’ai fabriqué les règles de Néper avec Mamie et G. Je trouve ça encore plus intéressant.
- Avec quoi nos ancêtres calculaient, à me servir d’un boulier et comment on utilise les règles de Néper.

Jour 2 :
- Je suis allé fabriquer le boulier avec L. : c’est très ingénieux et amusant. Je ne l’ai pas encore fini, mais je le finirai lors de la troisième sortie, le 23 mars 2004.
- Je suis allé avec le maître pour apprendre à me servir d’un boulier, règle de Néper. C’est assez amusant dur, mais quand on a compris c’est un jeu d’enfant.
- Que nos ancêtres utilisaient souvent les boules du boulier, c’est un vrai mystère d’imagination et les règles de Néper aussi (bien qu’elles n’aient pas de boules mais de chiffres).

Jour 3 :
- Je suis allé avec P. pour fabriquer la règle à additionner inventée par Genaille et Lucas. Cette règle est assez utile on peut additionner comme son nom l’indique et soustraire. Genaille et Lucas devaient avoir de l’imagination pour inventer la règle à additionner. Comme tous les objets que nous avons fabriqués, c’est très dur de comprendre comment ça marche. Mais après, c’est un jeu d’enfant. Nous avons aussi fabriqué d’autres bâtons. Je ne me rappelle pas comment ils s’appellent.
- Nous avons mangé et joué dehors et nous sommes rentrés. Avec L. nous avons continué notre boulier et les nôtres étaient plus beaux parce que L. n’avait plus de verni. Alors, il a mis de la bombe de couleur bleue et orange, notre boulier à nous est rouge pour les billes du bas (unaires) et bleu pour les billes du haut (quinaires).
- Que nos ancêtres se servaient de ces objets autrefois, aussi à m’en servir et puis que ceux qui les ont inventés avaient assez d’imagination.

Alexia (A)
Jour 1 :
- J’étais avec le maître, nous avons appris à nous servir d’un boulier. Nous avons parlé de l’origine du boulier, pourquoi on s’en servait. Nous avons placé des nombres, nous avons déchiffré des nombres.

- J'étais avec P. qui nous a fait construire des bâtonnets de Néper pour calculer des multiplications. Au départ on prend une grosse languette de 50 cm, on fait des traits tous les 10 cm et ensuite, des traits tous les centimètres. On découpe le bois et puis il ne nous reste plus qu'à marquer les chiffres.
- Avec le maître : que les chinois, les Japonais se servaient beaucoup du boulier pour compter plutôt que de prendre des bâtons, des cailloux les hommes d'avant utilisaient cette méthode. Avec P. : à me servir des bâtonnets de Néper.

Jour 2 :

- Nous sommes allés avec L. qui nous a appris à construire un boulier ; Nous avons découpé, troué, mesuré. Avant d'aller manger, nous avons pu finir notre cadre de boulier. Le cadre du boulier se compose de 3 bâtons de 14 cm et de 2 bâtons de 11 cm.
- J'étais ave le maître qui nous a appris à calculer avec les bâtonnets de Néper. Nous avons multiplié plein de nombres. Nous avons appris à multiplier des nombres à trois chiffres par des nombres à deux ou trois chiffres.
- Avec L. : à fabriquer un boulier. Avec le maître : à multiplier des nombres à 3 chiffes par des nombres à 2 et 3 chiffres.

Jour 3 :

- J'étais avec P. qui nous a appris à fabriquer la règle à additionner qui peut aussi servir à soustraire. Il faut un bout de carton, 3 languettes de 24 cm. Nous collons 2 languettes, une en haut et une en bas. Celle du milieu, il ne faut pas la coller parce que sinon elle ne pourra pas coulisser, après il faut la graduer. Nous avons emporté chez nous les réglettes de Genaille-Lucas.
- J'étais avec L., nous avons fini notre boulier. Nous avons mis les perles. Certaines s'appellent unaires d'autres quinaires.
- A me servir de la règle à additionner. À me servir des languettes de Genaille-Lucas pour apprendre à multiplier. À compter avec un boulier.

Mathieu (B)

Jour 1 : /

Jour 2 :

- On a commencé à faire le boulier, c'est super, on scie, on colle etc. On a mesuré, c'est super.
- On a été avec le maître (encore) pour apprendre à faire les multiplications à trois chiffres avec les bâtons de Néper. Finalement on est bien avec le maître : il nous apprend beaucoup de choses.
- À faire des mathématiques avec trois chiffres avec les bâtons de Néper et à faire le boulier.

Jour 3 :

- J'ai fait la règle à additionner et j'ai fabriqué les règles de Genaille-Lucas. Après, j'ai appris à faire des opérations avec la règle à additionner et celles de Genaille-Lucas, c'est super.
- J'ai terminé le boulier. Après, j'ai fait des opérations avec le boulier, c'est génial.
- À faire des opérations avec la règle à additionner et celles de Genaille-Lucas et à fabriquer un boulier.

Anissa (B)

Jour 1 :

- On est resté avec le maître pour savoir comment le boulier est utilisé, s'il est toujours utilisé dans quel pays. On a appris comment s'en servir, à quoi servent toutes les boules, les boules rouges et les boules bleues.
- On a fabriqué des tables de Néper. On prend deux morceaux de bois : on les partage chacun en 5, puis on fait des dégradés puis on marque ce qu'il faut dessus et on lit le résultat.
- Comment fabriquer des tables de Néper et comment se servir du boulier.

Jour 2 :

- Nous avons commencé à fabriquer un boulier. Nous prenons des baguettes de bois. Nous les avons coupées puis nous les avons percées, puis nous les avons collées.
- Nous sommes allés avec le maître. Il nous a appris à nous servir des bâtons de Néper et comment ça marche.
- À me servir des bâtons de Néper et comment fabriquer un boulier.

Jour 3 :

- Mardi, nous avons fabriqué des règles à additionner. Nous avons appris à nous en servir. Après, nous avons fabriqué des réglettes de multiplication de Genaille-Lucas, puis nous avons appris à nous en servir. C'est plutôt amusant avec les triangles.
- Nous avons fini de construire le boulier puis nous avons véritablement appris à s'en servir : faire des additions et même des soustractions à plusieurs nombres. En haut on trouve des boules bleues qui indiquent 5, 10, 15…, les boules du bas rouges nous indiquent : 1, 2, 3, 4, 5…
- /

Groupe 2
Jour 1 : Bâtons 1 et boulier 1
Jour 2 : Théorie 1 et bâtons 2
Jour 3 : Boulier 2 et théorie 2

Baptiste (B)
Jour 1 :

- Nous avons appris à faire des bâtons de Néper et puis on nous a expliqué comment faire pour multiplier avec et après, nous avons eu la récréation.
- Nous avons commencé à faire un boulier avec des bouts de bois puis nous les avons collés. La prochaine séance, on le terminera.
- À faire des bâtons de Néper et à commencer un boulier.

Jour 2 :

- Nous avons appris à nous servir du boulier avec le maître et il y avait 2 sortes de bouliers : le boulier japonais, le boulier chinois et nous avons appris à nous servir du chinois.
- J'ai appris à faire une règle à additionner avec P.
- À me servir d'un boulier, à additionner avec la règle à additionner.

Jour 3 :

- Nous avons terminé le boulier avec L., nous avons pris des bâtons puis nous les avons enfoncé tout en mettant les perles rouges et bleues.
- Nous avons fait le système de Genaille et Lucas puis nous sommes partis.
- À finir le boulier, à me servir des bâtons de Genaille et Lucas.

Esther (A)
Jour 1 :

- J'ai découvert les Domaines. C'est vraiment super ! J'ai aussi fabriqué des bâtons de Néper. J'ai rencontré P.et G., des filles super !!!! Pendant la récréation, j'ai fait de la balançoire et du tourniquet.
- J'ai commencé à fabriquer un boulier, j'ai aussi fait la connaissance de L. Pendant la récréation j'ai joué au basket-ball.
- À me servir des bâtons de Néper et à le fabriquer. J'ai aussi appris à me servir des scies et de la perceuse.

Jour 2 :

- Je suis allée avec le maître. J'ai vu un boulier chinois et un boulier japonais. Pendant la récréation j'ai fait de la balançoire.
- Je suis allée avec P. J'ai fabriqué une règle à additionner et découpé des bâtons à multiplier de Genaille et Lucas.
- À me servir d'un boulier. J'ai aussi appris à me servir de la règle à additionner et des bâtons de Genaille et Lucas.

Jour 3 :

- J'ai fini mon boulier en enfilant les perles et en coupant les baguettes. Ensuite en faisant des additions, j'ai mieux compris comment cela fonctionnait.
- J'ai découvert que l'on pouvait faire des grandes multiplications avec les bâtons de Néper. Je sais maintenant pourquoi il y a deux triangles sur les bâtons de Genaille-Lucas. Le deuxième triangle commence à un zéro pour éviter de compter la retenue.
- Que calculer c'est très intéressant, et que les Domaines c'est super !

Vincent (B)

Jour 1 :

- On a fabriqué les bâtons de Néper avec P. et une future animatrice : G. Il y avait aussi la mère de Carle.
- On a commencé à fabriquer un boulier avec L. et la mère de Carle.
- Comment utiliser des bâtons de Néper. J'ai réappris comment fonctionnent certaines machines : perceuse, scie…

Jour 2 :

- Nous sommes allés dans une salle avec le maître pour savoir comment fonctionne le boulier. Puis il y a eu la récréation. À la fin de la récré, nous avons continué l'apprentissage du boulier.
- Nous avons fabriqué des bâtons et des règles des Genaille et Lucas avec l'aide de P.
- (Un peu) nous avons appris comment fonctionne le boulier, les bâtons et règles de Genaille et Lucas.

Jour 3 :

- Avec l'aide de L. nous avons fini de fabriquer les bouliers. Nous avons mis des tiges avec le nombre de perles qu'il fallait. Puis il y a eu la récréation. Nous avons fait ensuite quelques calculs avec L.
- Nous avons fait des multiplications avec les bâtons de Néper et ceux de Genaille-Lucas et aussi avec le boulier. Nous avons appris comment faire quand on a 2 chiffres au diviseur avec les bâtons de Néper.
- Comment faire des calculs avec le boulier et les bâtons de quand il y a 2 chiffres au multiplicateur.

Marie (A)

Jour 1 :

- Le matin, nous avons fabriqué des bâtons de Néper ; Ce sont de petites plaquettes de bois que l'on dispose d'une certaine manière de façon à pouvoir trouver les résultats d'une multiplication. Sur ces plaquettes, il y a des chiffres placés à des endroits précis. Néper était un mathématicien. Et nous avons fait après tout ça la pause de midi.

- L'après-midi, nous avons commencé à fabriquer des bouliers. Cela ressemble à ça : dessin de profil du cadre avec les tiges et les perles. Mais nous les avons pas finis. Nous les avons construits qu'à moitié. Je n'ai pas compris comment ils marchaient ni comment les utiliser. Mais j'ai pris beaucoup de plaisir à le fabriquer.
- Néper devait être un génie pour avoir inventé les bâtons (de Néper !) et Pythagore aussi. Les bâtons (ou réglettes) de Néper permettent de multiplier deux nombres en ne faisant que des additions.

Jour 2 :

- Notre maître nous a expliqué, ou plutôt laissé deviner, le fonctionnement du boulier. Chaque bâtonnet (sur lequel sont enfilées les perles) représente une unité. C'est le même système que les classes (centaines, dizaines, unités…) Sur chaque bâtonnet, il y a 'deux étages' de perles. En haut deux perles sont séparées du bas du boulier. En bas, cinq perles sont enfilées. Pourquoi ? Les deux perles du haut ont chacune une valeur de 5 (pour les unités simples) Les cinq perles du bas, elles, ont chacune une valeur de 1. On peut ainsi facilement représenter un 6, un 9, …
- Nous avons fabriqué deux choses : une règle additionneuse et des bâtons de Genaille-Lucas. La règle additionneuse est composée de deux petites règles de 25 cm chacune dont on peut coulisser en glissant contre l'autre. Ainsi on peut trouver les résultats d'une addition <u>ou d'une soustraction</u> en appliquant le système en sens inverse. Les bâtons de Genaille Lucas sont complètement différents de ceux de Néper, mais ils permettent de faire la même chose. Ils permettent aussi, contrairement aux règles de Néper, de lire le résultat directement.
- /

Jour 3 :

- Nous avons fini nos bouliers en enfilant des perles rouges et bleues sur les tiges.
- Avec notre maître, nous avons fait des calculs avec nos bouliers, nos réglettes de Néper et nos bâtons de Genaille-Lucas. Avec nos réglettes de Néper et de Genaille-Lucas, nous avons fait des multiplications à 2 chiffres. Exemple : 72x34, il suffit de faire avec les bâtons : (72x4)+(72x30) et l'on obtient le résultat : 2448 !
- /

Carle (B)

Jour 1 :

- Le premier matin, j'ai fait les bâtonnets de Néper. C'est P. qui m'a appris. Au début ça semblait très difficile. Mais quand j'ai compris, c'était facile. Pour les fabriquer, il fallait mettre des marques sur le bois, très précis. On coupe ensuite les morceaux à la scie sauteuse et on polit les côtés. On inscrit les tables de multiplication et on peut surligner avec un crayon ou avec un stylo bic pour que ça se voit mieux.
- Le premier après-midi, j'ai commencé à faire le boulier. C'est avec L. que je l'ai fait. On devait marquer le bois, très précisément. On coupe ensuite le bois à la scie sauteuse. Puis L. nous a scotché les 3 morceaux et on a percé à la perceuse électrique. Puis ensuite nous avons collé les 3 morceaux de 14 cm aux 2 morceaux de 11cm avec de la colle.
- J'ai appris comment fabriquer et utiliser des bâtonnets de Néper et aussi qu'ils étaient très utiles. J'ai surtout appris que les maths comme cela, c'est amusant.

Jour 2 :

- Ce matin, nous avons étudié, mon groupe et moi, le fonctionnement du boulier chinois et japonais. Au début, nous avons connu l'histoire des nombres et la naissance du

boulier. Puis dans la deuxième partie au cours, nous avons appris comment afficher les chiffres et les nombres, les dizaines, centaines, unités, etc. Nous avons tout appris.
- Cet après-midi, nous nous sommes penchés, mon groupe et moi, sur la règle à additionner et à multiplier de Genaille et Lucas. La règle à additionner est très simple à utiliser : il suffit de comprendre. Quant-à multiplier, ça marche avec des bases et des sommets de triangles et c'est très facile quand on a compris. Avec P., tout est simple.
- J'ai appris cette journée-là, comment se servir d'un boulier, de la règle à additionner, à multiplier de Genaille et Lucas très facilement.

Jour 3 :
- Le matin, nous avons terminé en 2 fois la construction de notre boulier. La dernière fois, nous avons fini le cadre, mais là nous avons ajouté les tiges et les perles. D'abord, on mettait les tiges dans les trous. Ensuite on ajoutait les perles, puis on collait et on coupait. Et on passait à un autre et puis voilà !
- L'après-midi, nous sommes allés avec le maître pour qu'il nous apprenne à nous servir de tout ce que l'on avait fabriqué : les bâtonnets de Néper, le boulier, la règle à additionner et la règle à multiplier de Genaille et Lucas. Nous avons révisé tout ça et très simplement.
- J'ai appris, pendant trois séances que les maths c'était rigolo et plus facile que cela.

Karim (C)

Jour 1 :
- Nous sommes arrivés. Les personnes nous ont bien accueillis. Après nous avons posé les sacs dans un coin. Nous avons pris des bâtons pour faire des baguettes de multiplication. Ce n'était par si dur que ça à faire mais c'était très intéressant car je n'avais jamais connu ce genre de trucs. Après il y a eu une récréation nous avons joué au football.
- Nous avons échangé les rôles : nous avons construit des bouliers. Ça aussi n'était pas si mal que ça. Après nous avons coupé les planches à la scie électrique. C'était très amusant. Ça m'a beaucoup plu. Après c'était la récréation.
- J'ai appris que ça servait à faire des multiplications plus vite. Le système est très simple.

Jour 2 :
- Nous sommes arrivés. On est allé à la cour de récréation. Nous sommes allés avec le maître pour comprendre comment se servir du boulier. Nous avons mis un peu de temps.
- Nous avons échangé les rôles. Nous sommes allés avec P. qui nous a fait faire les règles coulissantes.
- J'ai appris que avec les réglettes coulissantes nous pouvons soustraire.

Jour 3 : /

Michel (C)

Jour 1 : /

Jour 2 :
- Nous sommes arrivés aux Domaines. Nous avons quitté nos sacs. Nous avons mis le manger dans le frigo. Nous sommes allés avec le maître. Il nous a expliqué comment s'y prendre pour se servir du boulier. Il nous a donné des nombres et nous devions les mettre sur le boulier.
- Nous sommes allés dans la cour pour nous défouler. Nous sommes rentrés. Nous avons travaillé avec P. Nous avons appris à nous servir de la règle ou l'on peut additionner et soustraire. P. nous a donné des additions et des soustractions. Nous

avons tous répondu. Ensuite P. nous a montré sur le tableau comment il fallait se servir de Genaille Lucas. Tout le monde a fait une opération sur le tableau.
- A me servir du boulier, de la règle à additionner et à soustraire et de Genaille-Lucas.

Jour 3 :
- Nous sommes venus avec le maître. J'ai fait des opérations sur les règles de Néper et aussi sur les règles de Genaille-Lucas.
- Nous sommes allées avec L. pour finir de construire le boulier. Nous avons commencé à mettre les bâtons et les perles. Nous avons percé le petit stylo.
- À me servir du boulier et un peu des règles de Genaille-Lucas.

Robin (A)

Jour 1 :
- Nous avons construit des réglettes de Néper avec P. Ensuite nous sommes allés en récréation.
- Nous sommes ensuite allés avec L. pour construire un boulier. Nous avons scié, percé et collé des morceaux de bois.
- J'ai appris à construire et à me servir de la règle de Néper. J'ai aussi appris à réaliser un boulier chinois.

Jour 2 :
- Nous sommes allés avec le maître, nous avons appris à nous servir d'un boulier chinois.
- Nous sommes allés avec P. pour construire une règle à additionner et soustraire. Et nous avons découpé des réglettes de Genaille et Lucas.
- J'ai appris à me servir d'un boulier chinois, à me servir d'une règle à calculer et à me servir des règles de Genaille et Lucas.

Jour 3 :
- Le matin, nous sommes allés avec L. terminer notre boulier : nous avons rangé des perles sur une tige de bois. Puis, nous avons fait des additions.
- L'après-midi, nous sommes allés avec le maître pour apprendre comment faire des opérations avec 2 chiffres au multiplicateur ou au multiplicande sur les réglettes de Néper et de Genaille-Lucas.
- À construire un boulier et à faire des opérations avec 2 chiffres au multiplicateur ou au multiplicande avec les règles de Néper et de Genaille-Lucas.

Groupe 3
Jour 1 : Boulier 1 et théorie 1
Jour 2 : Bâtons 1 et boulier 2
Jour 3 : Théorie 2 et bâtons 2

Laetitia (C)

Jour 1 :
- Je suis allée avec L. et j'ai fabriqué un boulier. Puis il y a eu la récréation avec un grand tourniquet et des balançoires.
- Je suis allée avec le maître et j'ai fait des additions, des soustractions avec le boulier. La prochaine fois on va faire les divisions et les multiplications.
- À fabriquer un boulier, comment s'en servir et travailler avec des outils adaptés (scie électrique et perceuse).

Jour 2 :
- Je suis allée avec P. et j'ai fabriqué des règles des Néper. Mardi prochain je vais avec elle.

- Je suis retourné avec L. et j'ai continué mon boulier et maintenant j'ai fini avec L.
- J'ai appris comment se servir des règles de Néper et à les utiliser.

Jour 3 :

- Je suis allée avec le maître, nous avons appris comment se servir des règles de Néper. Après, il y a eu la récréation et on a mangé.
- Je suis allée avec P. et nous avons construit les règles de Néper et une autre règle à calculer et additionner.
- À fabriquer des règles de Néper et une règle à additionner et soustraire.

Éric (D)

Jour 1 : /

Jour 2 : /

Jour 3 :

- Avec le maître, nous avons appris à nous servir des bâtons de Néper.
- Nous avons fait la réglette puis des trucs en papier.
- À fabriquer la réglette et les morceaux de papier.

Juliette (A)

Jour 1 :

- J'étais avec L. et on a fabriqué un boulier. Pour l'instant on a fini de coller tous les bois entre eux.
- J'étais avec le maître et il nous a expliqué comment compter avec un boulier. On a fait des additions et des soustractions.
- Comment fabriquer un boulier et comment ça marche. J'ai appris à me servir d'une scie (électrique) et d'une perceuse (bizarre).

Jour 2 :

- J'étais avec P. Nous avons fabriqué les réglettes de Néper. Nous avons appris à nous en servir.
- J'étais avec L. Nous avons fini notre boulier. Nous avons enfilé toutes les perles.
- À me servir des réglettes de Néper.

Jour 3 :

- J'étais avec le maître. Nous avons appris à nous servir des règles de Néper pour compter avec plusieurs chiffres. Puis c'est Caroline qui a pris le relais, elle nous a appris à nous servir des bâtons de Genaille-Lucas.
- J'étais avec P. Nous avons fabriqué une règle pour faire des additions et des soustractions. On a beaucoup rigolé avec elle. Quand nous avons fini nous avons découpé les bâtons de Genaille-Lucas.
- À me servir de Genaille-Lucas, à construire à additionner et à faire des multiplications, à 3, 4, 5, 6, 7, 8, etc. avec les bâtons de Néper.

Justin (A)

Jour 1 :

- On est arrivé aux Domaines. Les moniteurs se sont présentés et ont parlé des lieux. Ensuite avec mon groupe nous avons appris comment fonctionne un boulier. Puis on l'a fabriqué. Pour le fabriquer, il faut utiliser des perceuses et différents autres instruments.
- Avec Monsieur D., on a fait pleins de calculs avec le boulier et ça allait du plus facile au plus difficile. Une personne nous filmait pendant ce temps-là.
- Ce qu'était un boulier, comment le fabriquer, comment l'utiliser et pour certains pays on l'utilise encore !

Jour 2 :

- Mon groupe et moi, nous avons fabriqué des règles de Néper. Nous avons aussi appris comment les utiliser.
- Nous avons terminé entièrement notre boulier et c'est super bien de le fabriquer.
- Comment utiliser des règles de Néper, comment les fabriquer et comment fabriquer entièrement le boulier.

Jour 3 :

- Mon groupe et moi, nous avons appris à multiplier à 2 (ou plus de 2) chiffres avec les règles de Néper. Nous avons aussi appris ce qu'étaient des règles de Genaille-Lucas.
- Nous avons fabriqué une règle à additionner et nous avons appris à nous en servir. Puis nous avons fabriqué des règles de Genaille-Lucas.
- /

Magali (A)

Jour 1 :

- La construction du boulier avec L. On a commencé par découper 3 morceaux de bois de 14 cm, puis 2 morceaux de 11 cm. On a percé des trous tous les centimètres sur les morceaux de 14 cm et on a collé trois morceaux de 14 cm aux morceaux de 11 cm.
- Le maître nous a appris à nous servir d'un boulier et nous avons fait des additions et des soustractions.
- À me servir d'un boulier pour calculer.

Jour 2 :

- Nous avons fabriqué des règles de Néper avec P. Certains ont essayé de découvrir comment ça marche. Ils ont fini par comprendre.
- Nous avons fini le boulier avec L. en enfilant des perles dans des petits bâtonnets. Nous avons accroché un petit bâton à une ficelle que nous avons accroché à un crochet.
- /

Jour 3 :

- Nous avons repris les calculs avec les règles de Néper avec le maître. À présent, dans notre groupe en tout cas, tout le monde sait s'en servir. Puis Caroline nous a appris à nous servir des Genaille-Lucas qui servent à multiplier.
- Nous avons fabriqué une règle à calculer (+/-). Ce n'était pas compliqué, P. nous a donné un bout de carton, puis nous avons collé à chaque extrémité une réglette en bois mesurant 25 cm. Nous avons aussi découpé les Genaille-Lucas.
- À me servir de tout ce que j'ai construit.

Quentin (C)

Jour 1 : /

Jour 2 :

- J'ai fabriqué des réglettes de Néper. On m'a appris comment m'en servir. On a écrit d'un côté et de l'autre.
- J'ai fini de fabriquer le boulier et on s'en est servi.
- Comment se servir d'un boulier et des réglettes de Néper.

Jour 3 : /

Pierre (B)

Jour 1 :

- On a pris le bus pour aller aux Domaines où là on a réparti les groupes et moi je suis allée avec L. pour construire un boulier, et utiliser une scie et une perceuse. Puis on

est allé en récréation où il y avait un grand tourniquet, des balançoires, un panier de basket et des cages de football. Ensuite nous sommes retournés dans notre atelier où nous avons assemblé les pièces du boulier. Puis nous sommes allés pique-niquer.
- On a changé de groupe, je suis allé avec le maître où nous avons fait des calculs avec le boulier. Le maître nous a raconté une petite histoire, puis on a fait des additions avec le boulier. Après nous avons encore fait une récréation. Ensuite nous avons, avec le boulier, des soustractions. Puis vers 16h10 nous sommes partis.
- A construire un boulier, à faire des calculs avec, à utiliser une scie et une perceuse.

Jour 2 :
- À 8h30, nous avons pris le bus pour aller aux Domaines. Quand nous sommes arrivés, L. nous a expliqué la vie du centre. Pendant vingt minutes à peu près, nous sommes allés en récréation. Puis nous avons fait les mêmes groupes que la dernière fois et moi je suis allé avec P. pour fabriquer des règles de Néper. Elle nous a donné, à chacun des bois de 10 cm. Nous avons tracé, tous les 1 cm des traits pour compléter les tables de multiplication et nous avons fait des calculs.
- Après le pique-nique, pendant quarante minutes, nous avons joué. Ensuite nous sommes retournés travailler avec L. pour finir notre boulier. Vers 15h00, nous sommes allés en récréation jusqu'à 15 h30. L. est venu nous chercher pour finir quelques détails sur notre boulier. Puis vers 16h15 nous sommes partis pour aller à l'arrêt de bus pour rentrer à l'école.
- À construire des règles de Néper. À utiliser une pince et à calculer avec les règles.

Jour 3 :
- A 8h30, comme les deux autres mardis, nous avons pris le bus pour aller aux Domaines. En arrivant, L. nous a encore dit la vie du centre. Ensuite, pendant une demi-heure, nous avons joué. Ensuite je suis allé avec le maître pour faire des calculs avec les règles de Néper. Vers 10h, nous sommes allés en récréation. À 10h30, nous avons continué les calculs et nous avons parlé des règles de Genaille-Lucas et avons fait des calculs avec.
- Après le pique-nique, nous avons eu 1 heure de jeu. Après cette heure de jeu, je suis allé avec P.pour construire une règle à additionner. Nous avons fait des opérations au tableau. Vers 3h00, nous sommes allés jouer jusqu'à 3h30. Ensuite nous avons fini nos règles à additionner et avons découpé des règles de Genaille-Lucas et avons fait des calculs avec. Puis à 4h15 nous sommes retournés à l'école avec le bus.
- À construire une règle à additionner, à construire des règles de Genaille-Lucas et à calculer avec eux.

Antoine (D)

Jour 1 : /

Jour 2 : /

Jour 3 :
- L. nous a redit ce qu'il fallait faire et ne pas faire. Après nous sommes allés en récréation. Le maître nous a appris comment se servir des bâtons de Genaille-Lucas.
- Nous sommes allées avec P. et nous avons fabriqué les bâtons et la règle pour additionner, soustraire et multiplier.
- Aux bâtons de Genaille-Lucas il fallait suivre les triangles pour avoir le résultat. Pour la règle à compter, il fallait mettre le zéro sur un nombre pour avoir le résultat.

Patrice (B)

Jour 1 :
- J'ai fait la construction des baguettes de Néper et j'ai appris à m'en servir avec P.

- J'ai mangé, puis je me suis amusé au tourniquet puis j'ai commencé un boulier avec L. mais il n'est pas terminé.
- À utiliser le Néper et à construire un boulier.

Jour 2 :

- Je suis arrivé et j'ai appris à me servir d'un boulier et puis je suis allé manger.
- J'ai fini de manger puis j'ai appris à utiliser la règle à additionner et je l'ai construite. J'ai aussi appris à utiliser les règles de Genaille et Lucas et je les ai découpées puis on est rentré à l'école.
- À utiliser un boulier. À construire une règle à additionner et à m'en servir. À me servir des réglettes de Genaille et Lucas.

Jour 3 :

- J'ai terminé mon boulier
- Je suis allé dans la salle du maître puis j'ai fait beaucoup d'opérations avec les règles de Néper. La dernière demi-heure on a fait des opérations avec les règles de Genaille-Lucas. Donc j'ai appris d'où vient le nom.
- D'où vient le nom Genaille-Lucas.

Julie (B)

Jour 1 :

- Avec un groupe on a commencé le boulier, ensuite on est allé en récréation puis nous avons collé les barres.
- On a appris l'utilisation du boulier.
- À faire des additions et des soustractions sur le boulier.

Jour 2 :

- Arrivés aux Domaines, nous avons eu une récréation. Ensuite par groupes nous avons construit : les règles de Néper. Une fois terminées, nous avons effectué des multiplications.
- 12h : l'heure du repas est arrivée, nous sommes allés dans la cour pour nous restaurer.
- Toujours avec un groupe, nous avons fini le boulier. Sur le boulier, nous avons mis les barres et les perles. L'heure de la récréation est arrivée… Nous sommes rentrés puis nous avons mis le petit bois en forme de stylo.
- À utiliser les règles de Néper, nous les utilisons en faisant des multiplications.

Jour 3 :

- Quand nous sommes arrivés, nous avons eu une petite récréation. Ensuite avec le maître, nous avons appris à maîtriser les règles de Néper et les règles de Genaille-Lucas. Puis à midi, nous avons mangé.
- Nous avons fabriqué les règles à additionner et nous pouvons aussi faire des soustractions. Après une petite récréation, nous avons découpé les règles de Genaille-Lucas et nous sommes repartis à l'école avec de très bons souvenirs des Domaines qui m'ont beaucoup plus.
- J'ai appris à maîtriser les règles de Néper et les règles de Genaille-Lucas.

Alexandre (C)

Jour 1 : /

Jour 2 :

- Le matin nous avons fait les baguettes de Néper et nous avons écrit les tables de multiplication. Et nous avons appris comment ça fonctionnait.
- Nous avons pris des baguettes de 11 cm et nous les avons collées et mis des perles dedans.
- /

Jour 3 :

- Le matin nous avons appris, enfin le maître nous a appris à nous servir des bâtons de Néper. Nous avons compris qu'on pouvait multiplier. Peu après, le maître nous a fait faire des multiplications et c'était l'heure.
- L'après-midi nous avons appris à nous servir des bâtons de Genaille-Lucas. Dès que nous avons appris à nous en servir nous l'avons fabriqué, nous avons fait des additions. Les multiplications après c'était l'heure.
- Le troisième jour nous sommes partis et nous savions tout sur les bâtons de Genaille et Lucas, le boulier et les bâtons de Néper.

Annexe 7 : Transcription d'une séance sur la situation de recherche n°1 sur le fonctionnement du boulier chinois

Cette séance de théorie est la première séance que gère P4. Les dix élèves sont :
Mickael (Mic), Gaétan (Gaé), Anissa (Ani), Alexia (Ale), Vanessa (Van), Sandrine (San), Élise (Éli), Marc (Marc), Régis (Rég), Mathieu (Mat)
Plan de classe, avec le niveau des élèves estimé par P4 (travail en binômes) :

A-B B-A
Mic-Gaé Ani-Ale

Table des élèves

P4
(circule)

Tableau

Van-San Éli -Marc Rég-Mat
C-A C-B B-B

Temps **Dialogues**

0 min **P4 : Bon alors, nous allons commencer, et on va essayer de faire ça en deux parties. Et ensuite vous passerez dans un autre atelier, cette après-midi, hein, de construction.**
? : Le même groupe ?
P4 : Oui, vous resterez le même groupe pendant les trois séances.
Collectif : Ouais !!
P4 : Oui, parce que j'ai formé des groupes à peu près équilibrés, à peu près sages. À peu près et…
Collectif : (*Rires*).
Mic : Pourquoi vous nous visez quand vous dites à peu près sages ? !
P4 : Ouais, c'est pour l'à peu près que je t'ai visé ! (*Rires*). Oui...
Collectif : (*Rires*).
P4 : Bon, ne perdons pas de temps. Heu, donc. Donc on va travailler pendant les trois séances ici, sur les manières de calculer, à travers les âges disons.
San : Et on sera toujours, heu comme ça dans le même groupe.

1 min **P4 : Oui, ce sera toujours ce groupe, mais peut-être pas toujours deux par deux comme ça. Bon alors, donc. On va essayer de perdre le moins de temps possible, vous vous êtes amusés, c'est très bien. Lorsque nous aurons, heu nous ferons une pause tout à l'heure selon le travail qu'on aura fait, elle sera plus ou moins longue. C'est toujours pareil, on n'est pas venu ici seulement pour s'amuser à l'extérieur. Régis, tourne-toi. Bon alors, je vous ai donné hier ceci donc. *(Il montre la feuille d'expression écrite ce que j'ai fait/appris)* On essaiera de l'adapter après pour faire autre chose. Heu donc pour jeudi, comme je vous l'ai demandé hier soir, vous commencerez à compléter ça. Vous le ferez et jeudi on le travaillera ensemble en classe.**

2 min **D'accord ? Donc essayez de, de… Quand vous arrivez ce soir à la maison, essayez de vous rappeler de la séance. Évidemment, quand je parle de la séance, c'est la séance en atelier, hein vous ne me racontez pas d'histoire du basket.**
Mic : Du foot !
P4 : Du foot, si il y avait hors jeu ou pas hors jeu. C'est pas ça que je vous demande. Bon alors, j'aimerai que vous me disiez, d'après vous les hommes, lorsque les hommes sont apparus sur terre.
Mic : Les australopithèques ?
P4 : Si tu veux. Comment il est arrivé à un moment donné, il s'est posé à eux le problème de devoir compter. Il a fallu qu'ils comptent. Bon différentes choses à compter.
Mat: Un caillou, deux cailloux, trois cailloux.
Ale : Des bouliers.

3 min **P4 : Alors, ça c'est les méthodes. Pour compter n'importe quoi, pour se compter eux-**

mêmes pourquoi pas, hein. Pour savoir quand ils sont en rang s'ils sont toujours le même nombre à l'arrivée, bon. Heu… Donc il a fallu qu'ils inventent des façons de calculer. Qu'est-ce qu'ils ont pu, heu, on va essayer de trouver l'évolution… Marc, je t'en prie. Qu'est-ce qu'ils ont pu utiliser pour compter ?
Ale : Des p'tits bouts de bois.
P4 : Des p'tits bouts de bois.
Rég : Des cailloux.
P4 : Des cailloux.
Gaé : Combien ils étaient dans leurs tribus.
Ale : Non
P4 : Non, là on cherche les méthodes.
Marc : Des bisons.
P4 : Des bidons ?
Marc : Des bisons !!
P4 : Ah, des bisons ! Ouf ! Ils comptaient les bisons, mais ils utilisaient pas les bisons pour compter ! Ah, c'est pas la même chose…
Collectif : (*Rires*)
P4 : Allez, bon on avance là !
Rég : Ils ont inventé les chiffres
P4 : Ils ont inventé les chiffres, ah ! Alors, bon est-ce que ça, ça a pu se faire du jour au lendemain dans l'évolution de l'homme ?
4 min Collectif : Non !
P4 : Il a fallu des millénaires, enfin pas de millénaires, des siècles et des siècles avant qu'on arrive aux chiffres, d'accord ? Bon alors, quel a été d'après vous le premier instrument qu'ils ont pu utiliser ?
Collectif : Le boulier.
P4 : Le boulier. D'entrée, comme ça ils ont inventé le boulier ? Bon alors attendez, vous êtes, vous, perdus dans le désert, vous avez besoin de compter quelque chose. Vous avez besoin de compter quelque chose.
Gaé : Le sable…
Ale : Les grains de sable !
P4 : Écoutez ! (*Il regarde Mat*)
Mat : Avec les doigts !
P4 : Avec les doigts. Même vous en classe, il vous arrive encore de compter sur vos doigts ! Bon alors les doigts, regardez les doigts, un peu vos mains. (*Il tend ses doigts devant lui, les élèves aussi*)
Rég : J'en ai dix.
P4 : T'en as dix, c'est parfait ça. On n'a pas encore appris à compter avec les pieds, donc on sait compter avec les mains ! Alors, dix, vas-y !
Ale : 10, 20, 30, 40, 50, 60 ! (*Elle ouvre les 10 doigts à chaque fois*)
5 min **P4 : Alors maintenant, ça compte quoi?**
Ale : Les dizaines.
P4 : Les dizaines, ah ! Et donc, qu'est-ce que ça fait comme système de comptage ?
Collectif : Les dizaines ! Les dixièmes !
P4 : Non, pas les dixièmes… Bon, comment on appelle ce système ? Ça peut être à l'origine, le fait qu'on ait dix doigts, ça peut être à l'origine de quel système ?
Rég : Le dixième doigt !
P4 : Comment ça s'appelle notre système de numération ?
Mat : Le système numéro, heu numéral !
Collectif : Numéral ! Numérique ! Numération !

P4 : Oh, mais pourquoi on en a dix ? (*Il montre ses mains*)
Collectif : Les dixièmes ! L'addition ! La division !
P4 : Bon ,c'est pas ça le principal aujourd'hui. C'est le système décimal ! Quand on…
Collectif : Ah ouais…
P4 : Quand je vous ai dit qu'un nombre décimal, ça veut pas dire nécessairement un nombre à virgule, hein. C'est un nombre qui est dans le système qu'on appelle base 10. Parce que… (*Il montre ses dix doigts*) **On part de 10 et des puissances de dix. Ça on l'a étudié, hein.**
6 min **Bon, donc ça c'est… C'est la première heu… C'est la première méthode, la plus facile. Après, évidemment, on a trouvé, à partir de ça on s'est servi d'autres choses, qui étaient beaucoup plus pratiques peut-être, c'est-à-dire vous m'avez dit ?**
Mat : Le boulier.
P4 : Non.
Gaé : Les doigts.
P4 : Non, après les doigts ? Vous m'avez dit ?
Rég : Les cheveux.
Ale : Les bâtons de Néper.
P4 : Non, les cailloux ! Les ?
Ani : Les bâtons.
P4 : Les bâtons, voilà. Bon, j'ai appris en lisant ce document effectivement que le mot calcul vient du latin calculus qui veut dire petit caillou, donc vous voyez c'est comme ça qu'il est né. C'est bien, heu… Bon ce qu'on a vu, ça c'est des méthodes simples, d'accord. C'est ce qu'on appelle les outils naturels. Et après, à partir de ces outils naturels que ce soit les bâtons ou les cailloux, on est arrivé.
Ale : On est arrivé au boulier.
P4 : Non, pas encore. On est arrivé à faire d'autres choses.
Rég : Des calculettes.
P4 : Non, pas encore. Non ? Bon, allez, je vais, je vais vous aider, heu…
7 min Ale : Des trucs comme ça et qu'on enfile…
P4 : Oui ! Ça, ça va venir après.
Ani : Ah, la règle avec, les, la qui… *(Parle-t-elle de la règle à calcul ?)*
P4 : Ça, ça va venir bien plus tard. Bon allez… Alors, les peuples indiens en particulier les Incas utilisaient un autre système.
Rég : Les cheveux ?
P4 : Ils utilisaient un système de nœuds.
Collectif : Ah ouais !!! Ah oui !
P4 : Vous connaissez ça, hein ! Peut-être qu'avec votre maîtresse de l'an dernier, vous avez étudié ça, hein ?! *(Brouhaha)*
Van : Non, avec notre maîtresse de l'an dernier c'était les Amérindiens.
Rég : Oui, mais elle a dit que…qu'ils comptaient avec…
P4 : Oui, les Amérindiens, c'est la même origine, hein. Donc, ils faisaient des nœuds comme points de repère, hein. Mais qu'est-ce qu'on pourrait faire aussi comme point de repère, pour savoir quand on a une dizaine, quand on a heu… etc. ?
Rég : Des colonnes de couleurs !! *(Il trace des colonnes avec les mains*)
P4 : Des colonnes de couleur, ouais…
Van : On pourrait en faire des plus gros.
P4 : C'est une idée, des plus gros, plus petits. Pourquoi pas, ça aurait pu se faire. Ou encore ?
Rég : D'autres formes.
P4 : Mhhh… bon, ils ont imaginé des entailles. (*Il fait le geste*)

Ale : Ah oui !
P4 : Hein, des entailles, sur des morceaux de bois, ou de ou de… ou d'os, des os aussi.
8 min Rég : Ah oui ! Et les entailles c'est un, deux, trois, quatre cinq…
P4 : Voilà, donc là on peut imaginer un tas de choses et on peut imaginer aussi que ces entailles sont à l'origine de la : numération romaine. Parce que la numération romaine, elle est faite de quoi ? / Personne ne sait ?
? : Des pierres ? (*doucement*)
Mat : Avec des bâtons. Trois heu… (*brouhaha)*
P4 : Oui, c'est ça, ça ressemble à des lettres. Le V, le M, le I (*Il dessine les lettres face aux élèves*)
Rég : Le I, c'est un !
P4 : Mais vous n'avez, chu-chu-chut. Mais vous n'avez aucun arrondi, hein.
Gaé : Les Chinois ils utilisent des bâtons.
P4 : Voilà. Bon alors ça c'est, allez, on passe rapidement. Ça c'est la numération, ce sont les outils simples. D'accord ? Puis après on est arrivé à des outils un peu plus perfectionnés.
Rég : La calculette.
P4 : Ça c'est la dernière génération quasiment, hein, entre les deux, on va trouver…
Rég : Le boulier !
P4 : …d'autres méthodes. Le boulier en fait partie.
Ale : Ce qu'on enfile, là. (*brouhaha*)
P4 : Alors, Alexia disait quelque chose d'intéressant (*Il la montre du doigt*), elle disait ce qu'on enfile, c'est-à-dire ?
9 min Ale : Bah, par exemple, les dizaines en rouge, on en met deux, les unités à côté.
Collectif : Ah ouais…
P4 : C'est un système de…
Rég : Un boulier où il y a pas le haut.
P4 : Voilà. Heu c'est vrai, ça c'était utilisé. On a trouvé des dates, de quatre siècles avant Jésus Christ pour ça. C'est-à-dire ça fait deux mille, ça fait 2 500 ans. Hein, donc voyez, on a eu besoin à travers les âges d'avoir des instruments et puis c'est toujours pareil, comme à notre époque, on a besoin toujours de perfectionner. Pour quelle raison ? Pourquoi il a fallu perfectionner ?
Ale : Parce qu'on avait besoin de plus compter.
Rég : Parce qu'on utilise de plus en plus les chiffres.
P4 : Oui.
Rég : On allait à l'école !!
P4 : Non… Oui !! (*rires*) On n'a pas inventé le calcul pour envoyer les élèves à l'école. Hein, on a envoyé les élèves à l'école pour comprendre le calcul ! Bon, donc. Pour quelle raison ? Ben tout simplement question pratique, il faut que ce soit plus pratique. Il faut que ce soit heu…
10 min Rég : Plus rapide.
P4 : Plus rapide, et oui. Le temps s'est accéléré. Hein, c'est pour éviter de perdre du temps, voilà. Donc, on a inventé comme ça des systèmes, comme ceux que vous allez avoir ici, et plus tard d'autres systèmes encore comme ceux sur lesquelles vous allez travailler la prochaine fois. (*Il montre des réglettes à multiplier*) **D'accord, avec des calculs… Chuut. Qui sont des petites machines à calcul en quelque sorte, on y reviendra dans la deuxième séance que vous aurez avec moi.**
Rég : Calculette de poche !
P4 : Et non, justement. Quelle est la différence par rapport à la calculette ?
Rég : La calculette, on appuie sur des boutons.

P4 : Bon, déjà, tu appuies sur de boutons, c'est automatique.
Mat : Y'a des lumières.
Ale : On ne travaille pas avec sa tête !
P4 : On ne travaille pas avec sa tête, un petit peu quand même !
Gaé : C'est la tête de la calculette qui travaille !
P4 : C'est la tête de la calculette qui travaille ! (*rires*) D'accord ! Mais heu...
Rég : On ne se fatigue pas !
P4 : Si vous voulez, c'est automatique et elle fait elle-même les opérations, c'est-à-dire que…
Rég : Elle mémorise tout !
P4 : Quel est le problème quand vous faites une opération ?
11 min Ani : On se trompe !
P4 : On se trompe, oui bien sûr. Et aussi ? (*Il montre Gaétan*)
Gaé : Les retenues.
P4 : Les retenues, très bien Gaétan. La retenue. La retenue, c'est le gros obstacle de tout, de tout ce que nous allons faire ici. Là, c'est le gros problème, la retenue… parce que…il arrive un moment où l'on peut être bloqué à cause de la retenue, d'accord ? Alors, on va réfléchir ensemble tout de suite là. Mais heu si vous voulez, quand on est passé aux machines, aux machines proprement dites, comme la calculette, on s'est débarrassé du problème de la retenue. C'est elle qui fait tout, d'accord ? Voilà. Donc on revient en arrière. On remonte le temps maintenant. Et on a…
Rég : Les p'tits cailloux.
P4 : Non, on va pas jusqu'aux p'tits cailloux.
Mat : Le boulier !
P4 : On va regarder ce boulier. *(Il le montre*)
Mic : Les Japonais, ils l'utilisaient.
P4 : Les Japonais l'utilisaient, oui c'est vrai.
Ani : Les Égyptiens l'utilisent toujours.
P4 : Les Égyptiens l'utilisent toujours ? Hein, celui-ci ? Ouais…
12 min Gaé : Les Chinois aussi.
P4 : Les Chinois aussi.
Rég : Les Français aussi parce qu'ils apprennent à le faire et après ils s'en servent.
P4 : Ils apprennent à l'école, ouais… (*rires*) **Bon donc c'est vrai qu'il existe des pays où la tradition, c'est une tradition qui s'est maintenue….chuuuut, non, non. Qui s'est maintenue jusqu'à nos jours. Hein et y'a beaucoup de pays où l'on utilise encore le boulier et…. En particulier dans les pays de l'Est, de de l'Est du monde, c'est-à-dire ? Les pays asiatiques, hein.**
Rég : Maître !
P4 : Oui ? (*IL regarde Rég qui lève la main*)
Rég : C'est Charlemagne qui a rendu l'école obligatoire…
P4 : Attends, attends là s'il te plaît, Régis, on est sur autre chose. Bon donc heu… Donc, il existe plusieurs sortes de bouliers. Vous parliez tout à l'heure des Japonais, effectivement il existe un boulier japonais. Si on a le temps, on vous en parlera.
13 min Rég : C'est un boulier chinois ?
P4 : Un boulier japonais. Voilà. Heuu… Il existe un boulier qu'on utilise dans les ré…, dans les anciennes républiques soviétiques de… de l'Est de la Russie, c'est-à-dire la partie asiatique, hein.
Mat : La Sibérie !
P4 : Heu, heu... Au sud de la Sibérie, c'est-à-dire heu…
Mat : Yougoslavie !

P4 : Non. Non, non. Heu…Alors, je me rappelle plus comment ça s'appelle cette république, il doit y avoir heu… l'Ouzbékistan, le Turkestan, etc. Le Kazakhstan, hein…
Gaé : Ah oui, le Pakistan.
P4 : Voilà, bon. Heu…
Rég : L'Ukraine.
P4 : L'Ukraine, je pense pas, heu… Bon, donc, et le boulier chinois. Alors, le boulier chinois, le voici. (*Il le prend et fait du bruit avec en le secouant puis le pose au centre de la table*) **Vous en avez un pour deux, faites le passer**. (*Brouhaha, la distribution dure environ 15 secondes*)
14 min **P4 : Régis, t'arrêtes de dire n'importe quoi…** (*Il parle doucement mais fermement*)
Gaé : C'est en or, ça ? (*Il parle des attaches dorées du boulier de commerce*)
Ale : Pourquoi il faut utiliser un p'tit crayon ? (*parle du stylet*)
P4 : Oui, justement c'est qu'il faut leur dire… (*Il se lève et est debout à côté de celui qui parle pour la suite*) **Bon alors, je vous laisse réfléchir. Premièrement, on va, on va oh-oh !!! Vous m'écoutez, non, non. Vous m'écoutez !! D'abord, premièrement, vous le mettez à plat, c'est peut-être mieux. Hein vous le mettez à plat. Et vous essayez de comprendre comment ça peut fonctionner. Est-ce que vous avez une idée ? Quand vous avez une idée, vous me le dites.**
Gaé : Ha oui, je sais ! (*Rég et Gaé lèvent la main, brouhaha*)
P4 : Alors, qu'est-ce que t'as… Chut. On éc… Écoutez-moi ! Alors quand quelqu'un propose quelque chose, vous l'écoutez. / Alors, vous y êtes ? (*Il regarde bien si tout le monde est prêt à écouter*) / **Alors, Gaétan, recommence avec ce que tu disais tout à l'heure.**
15 min Gaé : Bah, là, ça pourrait être les nombres entiers… Et là, la virgule.
P4 : La virgule et ça les nombres entiers. Alors, écrivons heu… je sais pas moi, 12 par exemple.
Gaé : 12 ? 12 virgule combien ?
P4 : Non, 12 tout court.
Gaé : Voilà.
P4 : Ça fait 12 ?
Mic : 1, 2, 3, 4, 5. 6, 7, 8, 9, 10. 11, 12. (*Mic est le binôme de Gab, il dénombre en pointant les boules*)
P4 : Bon, écris-moi 3 525.
Gaé : On peut pas !
P4 : Pourquoi ?
Gaé : On n'a pas assez de nombres !
P4 : Ah…
Rég : Moi je sais, moi je sais comment on fait !
P4 : Autre méthode… Régis !
Rég : Ça c'est 5 ça. (*Il déplace 5 boules dans la grande partie du boulier*) Et ça c'est les dizaines ça. (*Il montre la petite partie du boulier*)
P4 : Ça c'est les dizaines. Alors, explique-moi. Écris-moi. Heu 12 toi aussi.
Rég : Hop et hop (*Il déplace 1 boule de la petite partie et 2 boules de la grande*)
P4 : Donc 10 et 2, c'est ça ?
Rég : Oui.
16 min **P4 : Heu… 25.**
Rég : Alors 25. 25, 25… (*Il déplace 2 boules de la petite partie puis 3 puis 1 puis 1 de la grande*)
P4 : Et 26 ?

Rég : (*Il rajoute une boule de la grande partie, par-dessus*)
? : Ah, ça y est, j'ai trouvé !
P4 : Ah, donc tu prends 5 ici et encore 1 ici. (*Il montre les boules*) **D'accord, après ?**
Ale : Bah, là par exemple ça pourrait être les dizaines et les unités.
P4 : Où ça les dizaines ?
Ale : Les dizaines là. (*Elle montre la grande partie*)
P4 : Les dizaines ici.
Ale et Ani : Oui. Et là, les unités.
P4 : Heu là vas-y, écris quelque chose. Tu me dis ce que tu as représenté.
Ani : Bah, là ça fait 12 ! (*On entend un enfant d'un autre groupe qui dénombre : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...*)
P4 : Et 13, comment tu le fais ?
Ale : Bah, là (*Elle déplace une boule*)
P4 : 13 !
Rég : Et maître, et 19 ?
Ale : (*à Rég)* Bah tu rajoutes des trucs là… (*Elle montre la petite partie du boulier, un peu gênée, peut-être vexée par l'intervention de Rég)*
17 min **P4 : Et donc… Pourquoi tu as autant de boules alors ?** (*Il montre la petite partie, c'est-à-dire les unités*)
Ani : parce qu'on peut… Parce que… Parce que j'en sais rien !
P4 : (*rigole*)
Ani : Est-ce qu'on peut avant et après la virgule ?
P4 : Des virgules.
Ani : Les centièmes, les dixièmes, les millièmes…
Mat : Maître ! (*Il coupe le brouhaha*)
P4 : Oui, attends...
Mat : Ça c'est les… dizaines, centaines heu milliers heu, heu. (*Il tape sur la table avec l'index à côté de chaque tige, en s'éloignant du bord du cadre. La grande partie boulier est à gauche et la petite à droite*)
Rég : Milliards.
Mat : Heu, millions, milliards, heu… j'sais pas, j'sais pas, j'sais pas, j'sais pas, j'sais pas... (*Il continue à montrer les tiges*)
P4 : Ouais attends, attends. Tu me dis là ?
Mat : Là c'est les dizaines, les unités simples.
P4 : Ah, les unités, d'accord.
Mat : Ici, c'est les dizaines.
Rég : Centaines.
Mat : Ici, c'est les centaines. Ici, c'est les milliers. Ici c'est les millions. Ici, c'est les milliards.
P4 : Ouais, alors. Pourquoi ? Qu'est-ce que tu m'as dit, là ? Tu m'as dit ? Reprend.
Mat : (*P4 et Mat pointent avec l'index les tiges*) Unités simples, heu… centaines.
P4 : Comment ça ?
Mat : Heu non, dizaines ! Centaines, millions.
P4 : Non, non-non. Tu t'es mélangé là, hein.
18 min Mat : Unités, dizaines, centaines. (*Rég et Mat reprennent ensemble*)
P4 : Dizaines, centaines et après ?
Mat : Millier.
P4 : Quoi millier ?
Mat : Non, les dizaines de millions, de milliers ! Haaa. Je sais !
P4 : Vas-y.

Mat : Alors, ça c'est dizaine, dizaine de cent. Non, non, non !
P4 : Bon attends, réfléchis, on y, on revient.
Mat : Maître, maître, je sais. Ici c'est les unités, ici c'est cent, ici c'est les unités de mille…
P4 : Tu étais bien parti, tu t'es un peu mélangé là.
Mat : Mais… tout le monde parle, c'est pour ça !
P4 : Oui, voilà. Alors vous écoutez celui qui parle, hein. J'aimerais que voilà quelqu'un d'autre propose autre chose. Alors vous l'écoutez. Vous écoutez celui qui propose quelque chose, d'accord ? ! Chu-chu-chut, Mickael. Vas-y, Marc.
Marc : Alors, là c'est les dizaines heu… Heu les centaines, les centièmes, ça c'est heu millièmes. (*La petite partie du boulier est en haut et la grande en bas. Il montre des tiges de la petite partie de gauche à droite, en partant de la gauche)*
19 min **P4 : Millièmes ?**
Marc : Non. Milliers.
P4 : Ah !
Marc : Là, c'est million, heu milliard. Et là, tout ça c'est les unités. (*Il déplace les boules de la grande partie, avec le stylet*)
Rég : Et pourquoi y'a tant d'unités ?
P4 : Et… Bon, donc là tu me dis c'est les… ? (*Il montre tige de gauche de la petite partie*) **Les dizaines ? Tu commences par les dizaines ? Alors, comment est-ce que tu écris 3 ?**
Marc : (*Il continuait à déplacer les boules de la grande partie*) Je le marque comme ça (*Il déplace 3 boules de la grande partie*)
P4 : 3. Oui, heu… Comment est-ce que tu écris… 16.
Marc : Comme ça. (*Il déplace une boule de la colonne gauche de la petite partie, pour 10*) et comme ça (*déplace 5 unités puis 1 unité de la grande partie)*
P4 : Ah, tu m'as dit que ça c'est les milliers. (*Il montre deuxième colonne en partant de la gauche, dans la grande partie*)
Marc : Non, non, tout ça c'est les unités (*Il montre la grande partie*)
P4 : Tout ça c'est les unités, mais pourquoi il y en a autant, là ?
Marc : Parce que là ça fait 5 et là 10, heu…
P4 : Bon écoutez-moi bien. Là, ça fait deux élèves qui me disent ça. Heu… attendez. Vous me dites ce sont les unités, les boules bleues ici. Bon vous c'est tout en noir (*Mic et Gaé ont un boulier de commerce*) **Mais celles qui sont bleues, ils me disent ce sont les unités. /**
20 min **P4 : Est-ce qu'on aurait besoin… d'en avoir autant ? Si c'était vraiment les unités ?**
Collectif : Non. Oui.
P4 : Combien il en faudrait ? Pour compter. Il en faudrait que 9, hein. On en aurait besoin que de 9.
Ale : Ben oui, 3, 4.
P4 : Donc ça n'est pas ça. Donc écoutez, je voudrais qu'on revienne. Je voudrais qu'on revienne à ce que m'a dit Mathias tout à l'heure. Mickael, tu n'écoutes rien, tu m'agaces là. / Mathias a commencé à faire quelque chose, j'aimerais qu'on revienne sur ce qu'il a dit pour essayer d'avancer un p'tit peu. Alors écoutez-le, écoutez-le ! Vas-y.
Mat : Ici c'est les dizaines. (*Le boulier est toujours grande partie à gauche et petite à droite*)
P4 : Tu as pas commencé comme ça tout à l'heure, hein.
Mat : Ici, c'est les unités, les unités simples ! (*Il montre avec l'index*)
P4 : Je crois que… Voilà !
Mat : Ici, c'est les centaines. Non, ici c'est les dizaines. Ici c'est les centaines, ici c'est les milliers. Ici c'est les millions, ici c'est les milliards.

21 min **P4 : Alors, je voudrais qu'on l'aide un p'tit peu, qu'on enchaîne sur ce qu'il dit, parce que ça paraît pas logique.**

Rég : Oui, moi non plus parce qu'il y en a deux chaque fois. (*Il déplace les boules de droite*)

P4 : Ah ! Il y en a deux chaque fois. Alors, pourquoi il y en a deux ?

Mat : Vu qu'on est… Vu qu'on est arrivé à 500, he ben on fait ça. (*Il déplace une boule rouge de la deuxième tige, en partant du haut*)

P4 : 500. C'est intéressant ce qu'il dit.

Mat : Dès qu'on est arrivé à 500, donc à la moitié. On est comme ça (*Il active 5 boules bleues dans la 3ème tige en partant du haut*) et on fait ça (*Il les désactive*). Et on avance un pion. (*Il active une boule rouge dans la 4ème tige en partant du haut*)

Rég : Ah ouais, je crois savoir. Ça c'est les unités simples, je sais pas pourquoi il y en a deux…

Mat : Moi je… (*Il lève la main*)

Rég : Ça c'est les centaines. La première, c'est la moitié à chaque fois. Ça par exemple c'est les millièmes et c'est la moitié.

P4 : C'est la moitié, c'est ?

Rég : Ça par exemple, c'est les millièmes. (*Il montre la 3ème tige en partant du haut*)

P4 : Et la moitié, c'est combien ?

Rég : Ben heu… Des milliers, c'est 500.

P4 : Oui, c'est 500. Ah, voilà une bonne piste. Hein alors. Ici j'aimerais que vous me disiez quelque chose. (*Il parle au groupe de Van et San)* Bon, non.

22 min **P4 : Bon alors, écoutez. Vous savez, ce qu'on va commencer par faire, on va commencer par écrire zéro. D'après vous, où est-ce qu'il est le zéro ?**

Gaé : Ben, y'en n'a pas.

P4 : Bah attendez, zéro c'est… Ça existe !

Mat : Ah oui, ça y est !

P4 : (*Il se déplace vers Mat*) **Essayez de disposer vos boules, pour que ça fasse zéro.**

Mat : Là, j'ai écrit zéro.

Marc : Zéro, c'est tout simple.

P4 : Bon, on va essayer de compter, hein… Tout le monde a écrit un, alors ? *(à Ale :)* Déjà, si tu le poses comme ça, on va avoir un problème, non ? Faudrait peut-être l'orienter, non ? Allez, comment vous l'orientez ?

Collectif : Comme ça ! Ça c'est un !

P4 : Alors, non à plat, hein. D'accord, on travaille à plat, ça c'est… Il faut se mettre d'accord, hein. Donc écrivez un. *(Il circule autour de la table)*

23 min **P4 : // Ah, je sais pas. Ici… Le un, où il est le un ?** (*à Éli et Marc)*

Marc : Là.

P4 : Là, non. Quelle est la différence entre zéro et un ? Ici, bon, comment ? (*à Mat*)

Mat : Ben , ben on fait… 500.

Rég : Ici c'est les centaines. Donc on fait ça...

Mat : Non, non-non.

Rég : Là c'est les millièmes donc 500. (*Il déplace une boule rouge de la 4ème tige en partant de la gauche*) Et là. Et là, et ben on fait les dizaines, elles sont… (*Il montre la 2ème tige en partant de la gauche*)

Mat : On fait ça. (*Il descend une boule rouge de la 2ème tige, en partant de la gauche*) Et ici on rajoute 2. (*Il déplace 2 boules bleues dans la 1ère tige de gauche*)

Rég : Non, mais là, ça fait, ça fait 5, on fait comme ça. Oui voilà, c'est comme ça.

Mat : Non… (*Problème sur la 2ème tige, il descend la 2ème boule rouge*)

P4 : Attendez, vous mélangez pas là.

Rég : Puisque la moitié, ça fait cin…, un ! Tu vois, ça fait la moitié !
Mat : Bah, oui.
24 min **P4 : Bon, qu'est ce que t'as fait là, dis-moi.** (*à Mat*)
Mat : Bah en fait, 512, on fait déjà.
P4 : 512 tu veux faire ?
Mat : Oui, ben oui. (*Il place les boules contre les barres extérieures*) Alors unités simples, millièmes, heu… *(Il montre les tiges de la gauche vers la droite*)
Rég : 500, là. (*Il descend une boule rouge de la 4ème tige en partant de la gauche en coupant Mat*)
Mat : Non… Ah oui, 500, voilà. (*Il remonte puis redescend une boule rouge de la 4ème tige en partant de la gauche*)
Rég : Voilà. Plus heu 12. Hé bah là, les dizaines. On met les deux parce que la moitié ça fait 5 et 2, 10.
Mat : Mais qu'est-ce que tu dis ? Mais qu'est-ce que tu dis ? Il faut mettre aux centaines, 500. *(Il remonte la boule de la 4ème tige et descend une boule rouge de la 3ème)* C'est bien ça ? (*Au maître*)
P4 : Ah, je ne sais pas.
Mat : Ici, on met les deux. (*En même temps qu'il repousse les doigts de Rég qui veut intervenir, Mat descend 2 boules rouges sur la 2ème tige en partant de la gauche*) Et ici, on met deux. *(Il monte deux boules bleues de la 1ère tige en partant de la gauche)*
P4 : Ça fait combien ça ?
Mat : 510.
Rég : Non, là ça fait. Ça fait cinquan… Non soixan… 62.
P4 : 62.
Rég : Oui.
P4 : Pourquoi ? (*On entend quelqu'un murmurer en face "Ah, je sais !!!!")*
Rég : Attends, non.
P4 : Non, laisse comme ça. (*Rég voulait bouger des boules, encore)*
Rég : Non, non ça fait soixan… non. Oui 62.
25 min **P4 : 62. C'est-à-dire que le 50 et le 2.**
Rég : C'est-à-dire les deux, ça fait 100. (*Il montre la 3ème tige*) Donc on prend 50. Plus ça c'est les dizaines (*Il montre la seconde tige*), donc on en met 2, c'est 10. Plus ça, ça fait 62.
Ani et Ale : Maître, on a trouvé ! Peut-être… (*P4 se dirige vers Ani et Ale)*
Ani : Nous aussi, par exemple, si on prend deux, deux, deux trucs là, ça fait une unité. (*Le boulier est orienté selon la convention usuelle*)
P4 : Alors, vas-y, fait voir.
Ani : Par exemple, comme ça, ça fait 10.
P4 : Dis-moi, dis-moi ce que tu as représenté.
Ani : Là ça fait 5 plus 5, ça fait 10. Donc on baisse et après on baisse ça. (*10 boules bleues = 1 boule rouge, pas de système positionnel*)
P4 : Ah, là tu as fait la retenue, là !
Ani : Voilà.
P4 : Tu as fait une addition déjà.
Ale : Oui, bah oui.
26 min **P4 (*à la classe*): Bon ! Bon alors on va partir déjà. Y'a quand même quelque chose qui me gêne dans tout ce que vous avez fait, c'est que vous avez commencé… par la droite… par la gauche ! Hein, ça me gêne un peu.**
Rég : Ah, c'est par la droite !! Je sais ce qu'il faut faire, pour faire 512…
P4 (*coupe Rég*) **: Bon. Bon alors écoutez. On va… (brouhaha) /// (*P4 est revenu au bureau et cherche un document*) Bon d'abord, écoutez! Alors, on va, on va repartir sur**

les mêmes bases. // (*La classe se calme)* **Bon alors, allez, on va essayer de représenter, écoutez-moi. On va partir sur les mêmes bases, on va partir sur le zéro. Essayer, essayer, chuuuu. / Essayer de mettre zéro** (*P4 parle tout doucement*) **Voilà.**

27 min Rem: Là j'ai zéro.

P4 (*Il se déplace) (à Rég et Mat*) : **Voilà.** (*à Ani et Ale)* **Vous, vous pensez que c'est comme ça. (*à Mic et Gaé)* Vous, vous pensez que c'est comme ça le zéro**. (*à Van et San)* **Fais voir, voilà ! Donc il y a trois méthodes là, hein.** (*à Éli et Marc)*. **Fais voir. Fais voir ! Vous avez choisi ou non ? //**

Rég : Ah oui, et ça c'est la moitié d'un point !

P4 : Attends, attends, attends… Bon, alors le zéro. Ça y est ben… Donc le zéro, effectivement, il est là, le voici. (*Il lève un boulier)*

28 min **P4 : Donc toutes les boules du bas vers le bas et toutes les boules du haut vers là-haut. Et on va compter, écoutez-moi. Gaétan. Et on va compter en se servant de la réglette qui est au milieu, hein. C'est celle…**

Rég : Et on commence par la droite.

P4 : Régis dit on commence par la droite. Est-ce que ça vous paraît logique ?

Mat : Non !

Rég : Ben, parce que tu nous as dit qu'il fallait commencer par la gauche… (*Brouhaha*)

P4 : Est-ce que ça vous paraît logique qu'on commence par la droite pour compter 1 ?

? : Oui

Ani : Oui, heu non, non, non !

Mat : Parce que si on compte comme ça…

P4 : Ben oui, ça me paraît dans l'ordre… Enfin dans le système qu'on a adopté, ça me paraît… Tu le mets comme ça d'accord. (*Il tourne le boulier de Ale pour mettre la barre transversale à l'horizontale*) **Ça y est, tout le monde y est ?** (Il se déplace) **Alors, c'est là que vous allez… Alors, on commence par la droite. Si on commence par la droite, cela veut dire que la première colonne de, de…pions représente… Qu'est-ce qu'elle représente ?**

Mat : Bah, elle représente 10 !

(*P4 tourne le boulier de Van et San pour mettre la barre transversale à l'horizontale et se place à l'extrémité de la table, de l'autre côté du tableau)*

29 min Rég : La première représente les unités simples !

P4 : Voilà ! Elle représente les unités. Dans notre système à nous, les unités simples elles ne sont représentées par…

Mat : Les dizaines !

P4 : Par quoi ?

Rég : Par un chiffre qui est en dessous de dix…

P4 : J'aimerais, j'aimerais entendre quelqu'un d'autre. Dans notre système, dans tout ce qu'on a fait en classe, les unités simples, elles sont représentées par quoi ?

Gaé : Par un "u".

Mic : Par un chiffre.

P4 : Non.

Ani : Par les unités.

P4 : Ben, alors…

Rég : Elles sont représentées par "u", "s".

P4 : Non, non, non. Régis, tu fais n'importe quoi. Qu'est-ce qu'il y a dans les unités simples ?

? : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

P4 : Non.

Mat : Les chiffres, tous les chiffres !

Gaé : Les chiffres de moins que 10.
? : De 0 à 10.
P4 : Non, dans la classe qu'on a appelé les unités simples. Non, je suis désolé, dans la classe qu'on a appelé les unités simples, on n'a pas…
Mic : Ça allait jusqu'à 100 !
P4 : On s'arrêtait jusqu'à où dans les unités simples ?
30 min Rég : Ah oui, jusqu'à 100, dizaines et unités.
Mic : On fait une colonne unités, dizaines et centaines. (*Il montre des colonnes imaginaires de droite à gauche*)
P4 : Ah, bon. Donc quel est le plus grand nombre qu'on écrit ?
Mic : 100.
P4 : Qu'on puisse écrire dans les unités simples ?
Gaé et Mic : 100.
P4 : 100 ?
Mic : 1000.
P4 : Et non.
Mic : 99.
P4 : (*à San)* **Oui.**
San : 199.
Gaé : 999 !
P4 : Ben oui, 999 ! Voyons, et après on passe où ?
Mic : Les millièmes.
P4 : Non.
Mic : Les milliers.
P4 : Dans les milliers. Et là, qu'est-ce qu'on appelle la classe ?
Mic : Des milliers.
P4 : Oui, où on va trouver ? Qu'est-ce qu'on va trouver ?
Mic : unités, dizaines, centaines. *(Il accompagne aussi d'un geste de droite à gauche pour montrer les colonnes*)
P4 : Voilà, Mathieu. Unités, dizaines, centaines. On retrouve.
Mat : Ben, c'est ce que j'ai dit…
P4 : Non, t'as pas dit ça. Tu m'as dit unités, dizaines, centaines, après tu m'as dit mille, millions, milliards. Hein, bon alors. On va un peu s'inspirer de ça. Marc arrête-toi s'il te plaît. / On va un petit peu s'inspirer de ça pour trouver la méthode… la méthode qui nous, qui nous concerne là.
31 min **Alors, dans notre système à nous, qu'est-ce que nous avons dans la colonne des unités ? Alors voilà, on est dans les unités simples, colonne des unités. Donc je vais me servir de, de la barre qui est complètement ?**
Mic : Ici. (*Il montre la tige de droite*)
P4 : À quel endroit ?
Mic : À droite.
P4 : À droite, vertical. La barre qui est complètement à droite. Et dans notre système à nous, qu'est-ce que, qu'est-ce qu'on pourrait, qu'est-ce qu'on aurait dans cette barre ?
Gaé : Ben on aurait les unités.
P4 : Qu'est-ce qu'on aurait, si on appliquait notre système à nous, qu'est-ce qu'on aurait ?//
? : Les, les, les centaines…
P4 : Non. Non, non, non. Non attendez. Vous ne comprenez pas ce que je vous dis. (*Il se déplace derrière Mic et Gaé pour montrer sur le boulier*) **Dans cette barre-là.** (*Il montre la tige de l'extrémité droite*) **Si on appliquait notre système à nous.** (*Il insiste sur le nous*)

Qu'est-ce qu'on aurait là ?
? : 5, 5 heu, 5 chiffres.
P4 : 5 ?
Ani : Heu 5 heu… unités.
P4 : 5 ? Pourquoi 5 ?
Ani : Parce qu'il y a 5 boules.
P4 : Bon, je parle de notre système décimal à nous.
Mic puis Gaé : 10, 10 !
Ani : 9.
P4 : (*en montrant Ani)* **9, on en aurait 9. On est d'accord ?**
Gaé : Oui, oui.
P4 : Si on avait fait un boulier avec notre système à nous, on en aurait 9. Hé bah là y'en a pas 9. Alors, je vous laisse, je vous laisse réfléchir un p'tit peu. Mais je vais en…
32 min Rég : Dessinons un huit, chacun.
P4 : Chuu, s'il te plaît Régis. Je parle, t'es pénible là, hein. Heuu… Je vous demande de trouver comment on peut, compter comme nous avec seulement cinq d'un côté et deux de l'autre. C'est là que j'attends des explications maintenant, allez ! *(Gaé lève le doigt*) **Oui, mais je voudrais entendre quelqu'un d'autre que Gaétan, que Mathieu, Régis, Anissa. // Alors, essayez de, essayez de compter, de déplacer si vous voulez vos boules. Essayez de faire, de compter 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. On va voir si vous y arrivez. Alors, quand vous avez fait ça, vous m'appelez.**
33 min ? : 5, 6, 7, 8, 9 (*Assez fort*)
P4 : Vous comptez jusqu'à, jusqu'à 11. Et quand vous êtes, quand vous arrivez à compter jusqu'à 11, vous m'appelez.
Mat : C'est moi qui l'ai fait Régis !
P4 : Chuuu, mais vous êtes deux, hein. Attends (*à Gaé qui s'impatiente*) (*P4 se déplace vers Mic et Gaé)* **Allez, je vous écoute.**
Gaé : (*Inaudible, trop de bruit*)
P4 : (*à Mic)* **Compte à haute voix.**
Mic : Moi ?
P4 : Ben oui, tu me dis que tu comptes jusqu'à 11.
Gaé : Ben oui.
Mic : Un.
P4 : Un.
Mic : Dix
P4 : Un et dix. Ben oui, mais moi je voudrais que tu commences par un et que tu ailles jusqu'à 11. 1, 2, 3, 4…
Gaé : Ah, oui.
P4 : Alors, 1, 2, attends. // Alors, réfléchissez. Réfléchissez, quand vous avez trouvé vous m'appelez. (*Il se déplace vers Ani et Ale et s'adresse à elles*) **Bon, vous m'appellerez.** (*Puis continue vers Rég et Mat*)
34 min **P4 :** (*à Rég et Mat*) **Je demande pas, je demande de compter de un à 11. Vous partez, devant moi, vous partez de un.**
Mat : Un (*Il déplace une boule de la tige de gauche*)
P4 : Pourquoi tu pars, attends pourquoi tu vas là-bas ? (*A gauche, au lieu de la droite sur le boulier)*
Mat : (*Il redescend la boule et commence cette fois par la droite*) Un. (*Il monte une boule bleue de la tige de droite*) Deux, trois, quatre, cinq. (*Il active une boule rouge et désactive les bleues puis active à nouveau une bleue*) Six, sept, huit, neuf, dix. (*Dix comme une boule rouge et cinq bleues activées, puis il remplace les cinq bleues par une rouge, et on a dix*

comme deux boules rouges) Onze (*Il déplace une boule bleue dans la 2ème tige en partant de la droite*) C'est ça ?
P4 : Je sais pas. Qu'est-ce que c'est ça alors ? (*Il montre la boule bleue activée sur la 2ème tige en partant de la droite*)
Mat : C'est le un de 11.
P4 : C'est le un de 11.
Rég :(*il ramène le boulier vers lui*) Parce qu'en fait, à chaque fois qu'on fait cinq ça fait une boule là (*Une boule rouge*) Et après, comme il y a les deux boules qui sont passées, et bien, et bien on doit passer à l'autre colonne.
P4 : C'est-à-dire ? Donc ça fait ? Là ça serait ? (*Il montre à nouveau la boule bleue activée sur la 2ème tige en partant de la droite*)
Rég : Le 11ème …truc.
P4 : Qu'est-ce que ça représente dans 11 ?
Mat et Rég : Un !
P4 : Lequel de un ?
Rég : Le 2ème.
35 min Mat : 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Le dernier chiffre de…
P4 : Le chiffre des unités ou des dizaines ?
Mat : Des dizaines, des dizaines !
P4 : Ah, vous êtes plus d'accord là. Alors, faites-moi 12 alors.

Annexe 8 : Transcription de deux séances sur les situations de recherche n°2 et 3 pour enlever ou changer la valeur de certaines boules

Après les séances aux Domaines sur le fonctionnement du boulier, nous avons animé deux séances avec la classe 2, à l'école (le 06/05/2004). La séance s'est déroulée en petit groupe (un tiers de classe, sept élèves à chaque fois). P2 était avec le reste de la classe en atelier théâtre, les groupes sont donc les mêmes que ceux en atelier théâtre.

Le professeur P2 devait initialement gérer cette séance, mais il a préféré travailler l'atelier théâtre et nous laisser un tiers de classe. C'était la première fois que nous animions cette activité (Ca : Caroline). Notre intention était de travailler sur deux questions :

Peut-on enlever certaines boules ?

Peut-on changer la valeur de certaines boules ?

La séance a eu lieu dans la bibliothèque, les enfants étaient en rond, sur des canapés chacun avec son boulier réalisé aux Domaines. Rappelons que les bouliers possèdent des perles de deux couleurs : les boules rouges sont les quinaires (en haut) et les boules bleues sont les unaires (en bas).

Nous avons demandé (en mars 2004) à P2 une estimation du niveau des élèves en mathématiques. L'échelle des niveaux que P2 a utilisée est de 1 à 5, le niveau 1 est *Insuffisant, médiocre* et le niveau 5 est *Très bien, excellent*.
Les prénoms des enfants sont fictifs, nous avons respecté le genre des prénoms (féminin ou masculin, Dominique est une fille) :

Groupe 1 :
Alexia (4), Amélie (4), Élise (5), Jean (4), Lidia (3), Sabine (4) et Samuel (5)
Groupe 2 :
Angéla (3), Anita (4), Dominique (4), Natalia (5), Nicolas (3), Rémi (4) et Théo (4)

1. Premier groupe, classe 2

Le premier groupe se compose de sept élèves : Alexia [Al], Amélie [Am], Élise [El], Jean [Je], Lidia [Li], Sabine [Sab] et Samuel [Sam]

Temps	Dialogues
0 min	**Ca : Bon, alors, ce que j'aimerais savoir, en première question c'est combien il y a de manières d'écrire dix ?**
	Collectif : Heu, y'en a cinq. Y'en a plusieurs. Y'en a deux.
	Ca à Sab : Toi tu as trouvé deux manières, tu peux me les expliquer ?
	Sab : Alors, moi j'en ai trouvé qu'une mais c'est les garçons… [*Brouhaha*]
	Ca : Bon alors, vous connaissez le respect individuel ? Ca veut dire quoi ?
	El : Quand on reste tout seul.
	Ca et quelques enfants : Non !
	Ca : Respecter les autres, ça veut dire quoi dans notre cas, là ?
	Am : Qu'on respecte les autres, qu'on vous coupe pas la parole.
	Ca : Oui, qu'on écoute les autres quand ils parlent. C'est une camarade, vous la voyez tous les jours et vous êtes pas capables de l'écouter quand elle parle ! Bon, je vous dis tout de suite, je vais pas vous reprendre 56 fois pendant la séance, c'est la première et la dernière. Quand quelqu'un parle, on l'écoute, c'est clair ? !
	El : Et si on comprend pas ce qu'elle dit ?
	Ca : Et bien, tu lèves le doigt, je te donne la parole et tu lui demandes de parler plus fort. Donc, heu ton prénom, je ne me rappelle plus…
1 min	Sab : Sabine.

Ca : Sabine, est-ce que tu peux t'expliquer clairement. Pourquoi il y a deux manières et comment il y a deux manières ?
Sab : Et bien, je sais pas c'est les garçons qui ont trouvé la, heu la…
Ca : Bon, toi tu as trouvé une manière ou pas d'écrire ?
Sab : Oui.
El : Oui, deux manières d'écrire. [*Élise lui coupe la parole*]
Ca : Écoute ! [*Élise fait silence*]
Sab : Moi j'en ai trouvé une, c'est monter deux boules rouges.
Ca : Monter deux boules rouges, alors Élise, toi tu as une autre manière d'écrire dix ?
El : On monte les cinq boules des dizaines, cinq boules bleues, ça fait…
Ca : Cinq dizaines ça fait combien ?
Sab : Ça fait 50.
2 min Sam : Ah je sais comment faire dix d'une autre manière.
Ca : Alors, comment tu sais faire Samuel ?
Sam : Je monte une bleue. Une bleue, comme ça. [*Samuel le fait en même temps*].
Collectif : Ah oui.
Am : On écoute les autres, elle a dit.
Ca : D'accord, on en a trouvé deux de manières, est-ce que vous en avez une autre ou pas ?
Collectif : Oui, oui, comme ça !
Sab : Je monte une boule rouge, ça représente cinq, c'est ça ?
Ca : Oui.
Sab : Et les cinq boules bleues.
Ca : D'accord on récapitule, il y a combien de manières ?
Am : Une… deux, trois !
Ca : D'accord, la première qu'on m'a dite, c'est celle-là : j'écris dix. [*Montre sur un boulier : deux quinaires dans les unités*] **Vous êtes d'accord ?**
Collectif : Oui.
Ca : La deuxième c'était Samuel. J'écris dix. [*Commence à se tromper en déplaçant une quinaire des dizaines*]
Sam : Non, non pas comme avec ça, avec la boule bleue.
Ca : Oui, tu as raison, excuse-moi. Avec la boule bleue qui n'est pas bleue du tout. [*Sur le boulier acheté*] **Donc on écrit dix comme ça et la dernière manière qu'on vient de… que Sabine nous a donnée c'est celle-là. Donc on a trois manières d'écrire dix ? Est-ce que quand vous avez le papier et le stylo, vous avez trois manières d'écrire dix ?**
3 min Sam et collectif : Non !
Ca : Vous en avez qu'une seule. Alors ma question c'est : Comment… Comment faire avec le boulier, qu'est-ce qu'il faudrait faire avec le boulier, heu… établir une règle quoi. Quelle règle il faudrait donner à l'utilisation du boulier pour qu'on ait toujours une seule manière d'écrire les nombres ?
Collectif : Hou là là !
Ca : C'est-à-dire qu'on a une seule manière d'écrire dix, une seule manière d'écrire cinq, une seule manière de tout écrire.
Sam : Eh ben, utiliser que les bleues.
Ca : Alors, est-ce que tu peux… Mais le problème c'est qu'il faut encore tout pouvoir écrire.
Sam : Ah bah alors là… À part pour les dizaines ou pour les centaines ou pour les milles. [*Élise fait du bruit*]
Ca : Élise, dans ce cas là tu vas ailleurs, moi ça m'intéresse pas.
El : Mais j'écoute…

Ca : Tu vas changer de place déjà, tu vas te mettre plutôt à côté d'Amélie et de Jean. La prochaine fois, tu changes de place mais ça risque d'être beaucoup moins rigolo pour toi.
Sab : C'est moi qui lui ai parlé…
4 min **Ca : Je ne veux pas savoir. // Alors, à vous maintenant de travailler. Qu'est-ce qu'on peut changer au boulier pour avoir une seule manière d'écrire les nombres ?**
Sam : Ah bah…
Li : On enlève les boules rouges.
Sam : Ah non, après c'est plus faisable. Pour écrire huit alors tu fais cinq et tout.
Ca : Alors, vas-y, répète ce que tu dis Sam, là. Quel est le problème si on enlève toutes les boules rouges ?
Sam : Après quand tu veux écrire huit, tu peux plus écrire huit.
Ca : Vous êtes d'accord là, les autres ?
? : Oui
Ca : On ne peut plus écrire huit. Donc, c'est pas la réponse.
Am : Ou alors on lève les boules bleues. *[lever=enlever, expression du Sud]*
Sab : Si j'enlève les boules bleues, comment tu veux écrire onze ?
Am : Ah oui c'est vrai.
Sam : Mais non onze c'est pas six, ah non. [*Brouhaha sur la question*]
Sam : Alors on laisse tout.
5 min **Ca : Oui mais notre problème c'est que si on laisse tout, y'a des nombres qu'on peut écrire avec plein de manières différentes. Alors, qu'est-ce que vous me proposez d'autre ? // Est-ce que vous me proposez quelque chose ou pas ?**
Am : Non, on n'a pas d'idée.
Sam : Ah bah on laisse tout, on bouge rien, voilà.
Li : On lève une boule rouge.
Sam : Bah, pourquoi ?
El : Je sais !! [*Élise crie et coupe la parole*]
Ca : Bon alors, qu'est-ce que tu sais ?
El : On lève rien et on met… // [*Rires des autres*] Ah non je sais pas…
Sam : On lève rien et on laisse tout !
Ca : Samuel, ne crie pas.
6 min Sab : Moi je trouve qui en a qui servent à rien. Parce que… celles là les dernières, elles servent à rien. Regarde : unités, dizaines, centaines, millièmes heu.
Am : Millions, milliards.
Sab : Et après les milliards, il y a quoi ?
Sam : billions, sillions, trillions.
Sab : C'est quoi ça ?
Sam : Mais c'est vrai en plus ! Après il y a les trillons et les billions.
Ca : Oui c'est pour écrire des très grands nombres. Les nombres vous savez qu'il y en a autant qu'on en veut.
El : Ah je sais ça y est !! [*Élise crie et coupe la parole*]. //
Ca : Élise, c'est pas le cirque ici.
El : On lève aucune boule, on garde qu'une manière de faire cinq, heu de faire…
Ca : Alors, d'accord. Quelle serait la manière qu'on garderait pour faire cinq.
El : La plus simple : deux boules rouges.
Sam : Non la plus simple c'est l'autre, tu montes une boule bleue et voilà.
Ca : Cinq, deux boules rouges ça fait cinq ?
Am : Non, ça fait dix !
7 min **Ca : Mettons-nous d'accord, quelles sont les deux manières d'écrire cinq ?** *[Brouhaha]*

Alors, vas-y Alexia.
Al : Ou on monte les cinq boules où on baisse une, une…
Ca : Alors, d'accord. Quelle est la mieux des manières entre guillemets ? [*Brouhaha*]
Al : On en baisse une.
Ca : Alors toi, tu dis que c'est mieux d'en déplacer qu'une !
Sam : Ah bah oui.
Ca : Est-ce que tout le monde est d'accord ou est-ce que quelqu'un préfère par exemple utiliser les cinq ?
Collectif : Non.
Ca : Alors est-ce que du coup on a vraiment besoin des cinq boules en bas ?
Sam : Oui, pour cinq oui. Pour dix, non.
Sab : Non pour cinq, non on n'a pas besoin. [*Brouhaha*]
Ca : Essayer de compter jusqu'à dix et dites-moi les boules que vous utilisez pas. Non attendez, s'il vous plaît. Vous le faites dans votre tête et après en commun on en discute.
8 min Je : Un, deux, trois, quatre, cinq.
Ca : Jean s'il te plaît, il faut aussi comprendre que les autres ont peut-être besoin de travailler dans le calme.
Je : Ça y est, j'ai trouvé.
Sam : Moi aussi.
El : Eh bien, on utilise pas la boule rouge d'en haut.
Je : Pour faire dix, si.
Ca : Bon alors, la boule rouge d'en haut on l'utiliserait pas, est-ce qu'il y en a d'autres qu'on utiliserait pas quand on veut compter jusqu'à dix ?
Sam : Ah oui, moi je veux l'utiliser parce qu'au moins tu gagnes ceux-là et après tu les relèves et tu remets une boule bleue là.
Ca : Alors, toi tu l'utilises quand même, mais est-ce que tu es obligé de l'utiliser ?
Am : Non.
Sam : Non, tu es pas obligé parce que tu peux prendre la boule rouge.
Ca : D'accord, et est-ce qu'on peut encore en enlever d'autres ?
Sam : Non, de toute façon il y en a que deux.
Am : Et oui, on…
Sam : Non, il y en a que deux de boules, tu vas pas en enlever plus.
Ca : Vas-y, recomptez. Mais partez de un. Un, deux, trois, quatre, cinq. //
Sam : Voilà cinq et après tu montes ces cinq-là, ça fait dix.
9 min El : Ou alors il y a plusieurs façons, si on monte cinq. Cinq et cinq, ça fait dix. Une boule rouge qui reste en haut. Ou alors on reprend les deux cinq et ça fait dix et ceux du bas ils restent. [*Brouhaha*]
Al : On imagine qu'il y a rien.
Ca : C'est ça la question, quelles boules on pourrait ne jamais déplacer ?
Al : Les boules d'en bas.
Ca : Toutes les boules d'en bas ?
Sam : Non, c'est la dernière boule rouge d'en haut.
Ca : Est-ce qu'on est tous d'accord sur la boule d'en haut.
Collectif : Oui.
Ca : Et en bas est-ce qu'on les utilise tout le temps ?
Collectif : Oui
Sam : Oui, tout le temps, heu non sauf la dernière. [*Brouhaha*]
Am : À partir par exemple d'ici ben ça, on l'utilise rarement, hein ? [*Amélie montre les grands nombres*]
Ca : Alors en fait, essayez de réfléchir un peu plus sur les boules du bas et à mon avis,

vous devez trouver la réponse parce que là vous êtes pas, vous êtes pas sur la bonne piste.

10 min Sam : Oui, il y celle-là qu'on peut ne pas utiliser, parce que quand on veut faire sept, huit, neuf, bah on utilise les quatre. À part quand on veut faire dix et bien on utilise la dernière, la dernière reste souvent en bas ou les deux dernières.

Al : J'ai trouvé ! On enlève une boule d'en bas et on garde les deux boules d'en haut et les quatre boules d'en bas.

Ca : Alors attends, Alexia. S'il vous plaît ! Amélie, on est pas ici dans un cours de musique. [*Amélie secoue son boulier*]

Am : Je fais pas un cours de musique.

Ca : Oui, ben je te demande de faire moins de bruit. Alors Samuel nous disait qu'on peut peut-être enlever une boule en bas et Alexia continuait à nous dire : Ah oui, si on enlève une boule en bas, mais alors à ce moment-là il faut garder les deux du haut.

Sam : Bah oui. Non, non, pas obligé.

Ca : Essayez de compter.

Sam : Si on peut faire neuf ! Si on veut faire neuf, on a besoin que de ceux-là. [*Brouhaha pour les autres*]

Ca : Essayez de compter : 1, 2, 3, 4, 5.

Sam : Mais ça y est, c'est pas la peine.

Ca : Bon alors vas-y Samuel.

Sam : Cinq par exemple on peut le faire avec une boule rouge.

Al : Ha, c'est pour ça !

Sam : Neuf on peut le faire avec quatre boules bleues. Dix, on peut le faire avec une boule bleue ici.

11 min **Ca : Alors ta conclusion ? S'il vous plaît. Sam, c'est quoi ta conclusion ?**

Sam : Eh bien la dernière là on s'en sert pas et la dernière des rouges, on s'en sert pas.

Ca : Alors Samuel, il dit : On peut très bien en haut, garder une boule dont on se sert jamais sur toutes les colonnes et la même chose en bas, garder une boule dont on se sert jamais. Est-ce que tout le monde est d'accord ou pas ?

Collectif : Oui.

Ca : Alors, pourquoi vous êtes d'accord ?

Al : Parce que c'est juste. Parce que la dernière boule, sur le côté elle sert à rien Si on veut écrire 15, on monte une boule rouge et on en monte une des dizaines.

Ca : Alors dans la méthode que vous nous donnez, si on ne déplace jamais la boule qui est tout en bas et celle qui est tout en haut, comment on peut écrire cinq ?

El et Sam : Tu descends une boule rouge.

Ca : Il y a combien de manières d'écrire cinq ?

Collectif : Deux ! Trois ! Un !

Ca : Il y en a plus qu'une. Et maintenant, on fait comment pour écrire dix ?

12 min Sam : Eh bien, on met une boule bleue là, c'est tout !

Al : C'est simple.

Ca : Il y a combien de manières pour écrire dix ?

Sam et Al : Une.

Ca : Une seule. Alors maintenant, on a une écriture qu'on appelle ?

Sam : La manière une.

Ca : Unique ! On a toujours une seule manière pour écrire.

Sam : Ah, comme nous. Comme nous là, quand on calcule on n'a qu'une manière. Cinq plus cinq, on fait dix.

Ca : Tout à fait. Et en fait, le boulier qui a une boule en moins en haut et une boule en bas en moins, il existe.

El : C’est lequel ?
Ca : C’est le boulier japonais.
Al : Ah, c’est lui !
Ca : Ça s’appelle le soroban aussi.
Sam : Le nôtre ?
Ca : Non, le nôtre il est chinois.
Am : C’est lui ? [*Amélie montre un boulier chinois acheté en commerce*]
Ca : Non il est comme les vôtres, c’est un boulier chinois.
Sam : Pourquoi c’est écrit en chinois dessus ?
Am : Parce que c’est un boulier chinois !
Ca : C’est le même celui-là.
Am : C’est le même sauf que, nous on l’a en bleu et rouge.
Ca : Par contre, tu peux en trouver en commerce où il manquera une boule en haut et une boule en bas et ce sera un boulier japonais.
Al : Ce sera comme ça, sur toutes les lignes, elles seront comme ça.
13 min **Ca : Alors, maintenant, la deuxième chose que je vais vous demander, c’est : Est-ce que vous pensez qu’on peut changer la valeur des boules et qu’on pourrait encore écrire ?**
Collectif : Non, oui, oui.
El : Ah oui, celle-là on peut la faire six.
Sam : Non. Si on veut pas mettre celle-là et celle-là, on peut pas.
Sab : J’ai trouvé, on met qu’une seule boule, maintenant ça vaut dix.
Sam : Non
Ca : Essayez maintenant de réfléchir à quel pourrait être….
Sam : Non, c’est impossible, tu peux plus faire cinq, ni six, ni rien.
Am : Mais si puisque les boules en bas, c’est les bleues.
Al : Et s’il y a quatre boules, comment tu veux faire cinq et que, une boule rouge, elle vaut dix ?
Sam : On peut rien changer parce que ça si on met deux, on peut pas écrire un.
Am : Mais pourquoi quatre en bas ?
Collectif : Et bah, parce que. [*Brouhaha*]
El : On se sert jamais de la dernière.
Am : Mais oui, mais pourquoi on enlève pas la dernière du haut aussi ?
Collectif : Bah, on le fait aussi.
Sab : Tu as pas écouté quand on parlait tout à l’heure !
14 min Am : Mais oui, mais moi j’ai pas entendu, j’ai entendu que la boule rouge en haut…
Sam : Et la dernière boule bleue.
Am : Oui, mais pas les premières, pas celle-là !
Collectif : Non.
Sam : La dernière.
Sab : Celle-là. [*Sabine se lève lui montrer*]
Am : Ça c’est la première !
Sam : Non, la dernière ! [*Samuel rigole*]
Sab : Non, ici Amélie.
El : La dernière, là. [*Élise lui montre*]
Am : Ah…
Sam : Bon ça y est, là, oh !
Am : Et pourquoi on peut pas faire, pourquoi on part pas de là pour faire. Là, c’est les unités.
Sam : Ah bah, non ! On part toujours de la droite !
El : Tu vas pas écrire comme les Arabes qui écrivent de gauche à droite !
Sam : Oui, de la gauche.

Am : Enfin, ils lisent.
El et Al : Non, ils écrivent aussi.
Am : Elle, elle est bien placée, elle !
Sam : On écrit aussi de la gauche, comme ça ! [*Samuel montre*] Par rapport à eux, on écrit de la droite.
El : Donc, on peut pas changer.
Sam : Voilà.
Ca : Quand vous dites que vous pouvez pas changer, vous parlez d'un boulier qui aurait combien de boules ? Le boulier chinois avec cinq en bas et deux en haut ?
15 min Sam : Non, non.
Al : Non, le boulier avec une boule en haut et quatre boules en bas.
Sam : Voilà !
Ca : Ben si, on peut moi je connais une méthode.
Al : Comment ?
Sam : Moi, non.
Ca : Essayez de réfléchir.
Sam : Mais c'est impossible, mais comment on fait ? Si on veut mettre deux dans celles du bas, on ne peut plus écrire un !
Al : J'ai trouvé ! ! Une boule d'en haut vaut quatre.
Sam : Ah, mais comment tu veux écrire… Ah oui, cinq ! Mais un alors… Ah oui c'est vrai.
Am : Ben, tu la montes !
Sam : Et pour neuf, il faut monter la dernière boule, on utilise la dernière boule.
Am : Et trois, comment tu fais, pour écrire trois ?
Al : C'est pas possible, j'ai trouvé ! Huit, ça vaut huit.
Sam : Et comment on fait, pour écrire cinq ?
Al : J'ai trouvé, elle ça change pas sinon, on ne peut pas marquer cinq. Et ces boules elles valent deux unités chacune.
Ca et Sam en même temps : Et tu fais comment pour écrire un ?
Ca : Samuel arrive très bien à te poser les bonnes questions, je vais le laisser faire !
Al : Mais c'est trop compliqué.
16 min **Ca : Vous êtes sur la piste, continuez.**
Al : On change pas l'unité d'en haut, on ne la change pas.
Sam : Et en bas non plus, sinon…
Al : Ah, je crois savoir, je crois savoir.
Sam : Comment on écrit un, si on change ça ? [*Bruit*]
Ca : S'il vous plaît, vous baissez d'un ton.
Al : Mais j'ai trouvé.
Ca : Alors, comment tu trouves ?
Al : On en laisse une qui reste un, et après les autres et ben on en met…
Sam : Ah les premières, elles valent deux peut-être ! !
Al : Mais non alors, comment on fait pour écrire un ?
Sam : Mais oui, les deux premières, elles valent deux et les deux dernières, elles valent un. Et là, elles valent cinq.
Al : Mais non.
Sam : Oui, tu veux faire neuf, là tu fais cinq, six-sept, huit-neuf et voilà ! Ça y est, c'est fini !
Ca : Mais le problème c'est que ça va être compliqué à lire car toutes les boules du bas n'auraient pas la même valeur.
Al : Je sais !
Ca : Il faudrait trouver une méthode où toutes les boules du bas ont la même valeur et toutes les boules du haut aussi.

17 min Sam : Oui, oui. Sur un boulier japonais, les deux boules du bas elles valent un et les deux boules du haut elles valent deux. Et là, les boules du haut elles valent cinq. Et oui, tu veux faire neuf, tu fais neuf. Deux, quatre, six, huit, neuf. Tu veux faire dix, tac, tac et voilà. On peut tout faire.

El : Je sais !

Ca : Alors, Élise ?

El : Alors, comme elle a dit Alexia : quatre. Et si tu veux faire neuf : quatre et quatre, huit et tu en montes une, ça fait neuf.

Sam : Et oui, et comment tu veux faire un ?

Ca : Alors, tu écris combien ? Un, deux, trois, quatre, cinq ? Effectivement, alors là, tu es sur un boulier chinois, c'est-à-dire que tu utilises toutes les boules ?

Sam : Je crois savoir, je crois savoir.

Ca : Je crois qu'Élise a raison. On va réfléchir à ce qu'Élise nous dit et après on passera à toi Sabine. Samuel, tu peux baisser d'un ton, s'il te plaît. [*Brouhaha*]

18 min **Ca : Alors essaie de compter avec ta méthode : Un, deux, trois.** [*Élise ne répond pas*]

Al : Chaque boule du haut vaut quatre, ça c'est quatre et alors ça, ça fait 40. Pour faire huit, on baisse les deux, imaginons. Ou sinon, pour faire huit, on fait ça et on rend celui-là.

Sam : Et dix, et neuf ?

Al : Et bah, là c'est simple, tu fais ça.

Sam : Elles valent toujours cinq, alors. Tes boules, elles valent combien… quatre ?

El [*en même temps*] : Un, deux, trois, quatre, cinq. Et quatre et quatre, huit et une, neuf.

Ca [*à El*] : Alors six, tu l'écris comment ?

Sam : Six ? Ben c'est facile : quatre et deux !

El : [*en montrant*] Quatre et deux.

Sam : Une boule rouge et deux boules bleues.

Ca : Très bien. Alors, moi je trouve que là vous êtes pas très sympas parce que Élise dit quelque chose d'intéressant et personne n'écoute.

Sam : Si j'écoute.

Ca : C'est bien, vous avez pleins d'idées, c'est très bien, je suis contente. Mais je pense qu'il faudrait que vous appreniez à écouter les autres. [*Silence*] //

19 min **Donc, Élise dit : En haut on peut donner… on part sur un boulier chinois, c'est-à-dire qu'on utilise toutes les boules qu'on a. En haut on dit que ça vaut quatre par boule et en bas on dit que ça vaut un par boule. Est-ce qu'on peut encore tout écrire ?**

Collectif : Oui, Oui.

Al : Par exemple si on veut écrire dix, on fait quatre et quatre, huit, les deux boules d'en haut et après on rajoute, neuf et dix. [*Brouhaha*]

Ca : Est-ce qu'il n'y a pas plus simple ?

Sam : C'est simple.

El : Si je veux écrire 58. [*El montre*] Cinq boules de là et les deux de là.

Ca : Cinq tu peux l'écrire d'une autre manière d'ailleurs !

Sam : Oui.

Ca : Quatre et un.

Sam : Quatre et un. Oui, mais aussi on peut faire d'une autre manière dix. Au lieu de faire dix, quatre et quatre, huit plus deux. Et ben, je fais direct une boule dans les dizaines.

Ca : On peut peut-être… Sabine, tu voulais nous dire quoi ?

20 min Sab : Non, moi c'était différent, mais je sais que ça va pas être juste. C'était que, ben en haut heu… ça reste comme c'est ; et en bas, la première elle vaut un, la deuxième elle vaut deux, la troisième elle vaut trois…

El : C'est ce qu'on vient de dire.

Sab : Ben non.

El : On a dit qu'une boule ça valait un.
Sab : Ben oui, la première boule elle vaut un, la deuxième boule, elle vaut deux.
Ca : Donc si tu montes la première et la deuxième, ça vaut trois.
Sab : Voilà.
Ca : Je pense que c'est trop compliqué comme système.
Sam : Ah oui, et comment tu fais pour écrire deux ?
Ca : Est-ce que vous avez encore d'autres manières ?
Collectif : Non.
? : Moi, j'ai que cette technique.
Ca : Moi j'aimerais qu'on reparte. Les filles, ça suffit, Amélie, qu'est-ce que tu fais ?
Am : Ben rien, je vous écoute.
Ca : Depuis tout à l'heure, tu perturbes la séance, moi tu me déranges. [*Silence*]
21 min **Alors, on essaie de réfléchir sur le boulier japonais, c'est-à-dire qu'il y a une boule en haut et une boule en bas qu'on n'utilise pas.**
Al : On peut faire trois, aussi, elle peut aussi valoir trois.
Ca : Alors, vas-y, continue sur cette piste-là.
Al : Ben oui, elle peut aussi valoir trois parce que si on veut faire six, on fait ça et si on veut faire six, on fait ça.
Sam : Ouais, et comment on va faire pour neuf, si elles valent trois les boules rouges ?
Al : Eh bien six et trois.
El : Trois et trois, six.
Sam : Attends. Ah la, ah ouais…Ok, pas, pas… J'allais dire un gros mot ! Pas nul !
Ca : Est-ce qu'on peut encore changer ? Donc on a vu, si on met trois en haut ça marche, si on met quatre en haut, ça marche. Il y en a encore d'autres où ça marcherait ?
El : C'est trop petit après.
Collectif : Mais oui / Mais non…
Al : Et si tu mets six ?
Ca : Si on met deux en haut, ça marche ou ça marche pas ?
El : Et si tu veux écrire 78, Alexia !
22 min Al : Si tu veux faire neuf, tu fais quatre et cinq.
El : Alexia, comment tu peux écrire 78 ?
Al : Avec combien de boules en haut ?
Sam et El : Avec les trois, les trois.
Sam : Eh bah oui, c'est facile, trois et trois, six plus deux, huit. Heuu… Ça y est, moi je l'ai écrit 78 ! Regarde [*à Élise*] Voilà : trois et trois, six et un, sept. Et là, trois et trois, six, plus deux, huit. Voilà ! Donc c'est possible.
Al : 78, voilà.
Sam : Mais, comment, oui c'est vrai on peut écrire… Non, sauf neuf !
Al : Mais non, bien sûr, neuf on peut le marquer.
Sam : Trois et trois, six.
Al : Et tu rajoutes trois.
Sam : Sept, huit, neuf, ouais.
El : Et si une boule, ça vaut une boule ?
Sam : Non, non, non ! Ça on pourrait plus écrire rien. On pourrait écrire sept au maximum et plus neuf.
Al : On pourrait plus écrire que jusqu'à sept.
Sam : Eh bah, c'est bon, le trois et le quatre, c'est bon.
Ca : Et si en haut ça vaut deux ?
23 min Al : Deux et deux, quatre.

Sam : Pour faire neuf, cinq.
El : On utilise toutes les boules pour faire neuf.
Al : Voilà, ça fait neuf.
El : Je dis c'est le deux parce qu'on utilise toutes les boules. Pour faire neuf, on fait quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.
Al : Ah oui, c'est le deux.
Sam : Oui, le deux, le trois et le quatre.
Al : Non, plus le deux parce que le deux, tu es obligé d'utiliser toutes les boules alors c'est bon le deux.
Sam : Et le trois, non. Le trois, tu peux ne pas utiliser la boule d'en bas, des bleues.
Al : Et le quatre aussi.
Sam : Oui.
Al : Donc, c'est le deux le meilleur.
El : Parce qu'on utilise toutes les boules.
Al : Il n'y a pas de boules inutiles.
El : Et dans le boulier chinois, on utilise toutes les boules et il n'y a pas de boule inutile.
Ca : Alors, c'est pas tout à fait vrai ce que vous dites parce que si vous voulez écrire quatre. On imagine les boules du haut elles valent deux, vous avez combien de manières d'écrire quatre ?
Sam puis El puis Al : Deux.
Ca : Exactement, il y en a encore deux. Il faut faire attention, tous les nombres s'écrivent pas d'une seule manière, même avec cette méthode.
Sam : Bah, c'est pas grave, tant qu'on a trouvé !
Ca : Donc on a vu que si la boule du haut elle vaut deux, elle vaut trois, elle vaut quatre, elle vaut cinq, en laissant celle du bas qui vaut un, et bah on peut encore écrire plein de choses.
24 min Sam : Même six encore, c'est bon !
Ca : Alors est-ce que vous trouvez que quand elle vaut cinq, c'est pratique ou pas ? Est-ce que vous avez envie de garder quand ça vaut cinq ou pas ?
Sam : Oui, parce que, moi parce que cinq…
Al : Oui parce que c'est plus facile.
El : Oui, cinq c'est plus facile
Sam : Cinq, hop direct, tu veux écrire six : hop et hop.
Ca : C'est pour ça, je pense que c'est une des raisons pour lesquelles ça vaut cinq. Alors on repart. Moi, j'aimerais bien qu'on finisse là avec le boulier japonais. Donc on dit que la boule du haut on ne la bouge jamais…
Sam : Il y a pas la boule en bas alors ? !
Ca : Tu me laisses donner la consigne ! Donc il y a une des boules en haut qu'on ne va pas utiliser et une des boules en bas qu'on n'utilisera pas non plus. Sur la méthode traditionnelle, la boule du haut elle vaut cinq.
El : Je sais.
Ca : Je vous demande : Trouvez d'autres valeurs des boules, où il faut changer la valeur des boules du haut et peut-être aussi des boules du bas…
Sam : Je sais !
Ca : … pour qu'on puisse encore écrire tous les nombres qu'on veut.
Sam : Je sais, la boule du haut elle vaut six. On peut écrire dix, on peut écrire neuf.
Ca : Comment tu écris cinq ?
Sam : Cinq, et ben on, on… Ah ouais c'est vrai !
25 min El : J'ai une idée, on change…
Al : Ca vaut quatre, ah non ça vaut un ! [*brouhaha*]

Sam : Mais non, mais bien sûr, celles d'en haut elles valent cinq !
Ca : On est dans le boulier japonais normal !
El : Il faut changer les deux là.
Al : Si tu veux écrire cinq, c'est simple, comme là tu en as qu'une, un et là tu rajoutes ça, ça fait cinq.
Ca : Oui, mais il faut écrire jusqu'à combien par colonne ?
Sam : Et ouais, normalement tu dois écrire jusqu'à neuf par colonne.
El : 15, 15 ! [*assez fort*]
Sam : Chut !
Sab : On dit pas chut, mais baisse d'un ton.
Al : Ah, bah ça vaut deux alors, deux.
El : Où je sais, il faut changer ça alors. [*Élise montre les boules du bas*] Il faut changer les unités.
Sam : C'est impossible, comment tu veux écrire neuf ?
Ca : Ça c'est pas les unités, Élise, c'est les boules du bas.
El : Les boules du bas.
Al : Une boule vaut deux et celles d'en haut valent une.
Ca : Ça marche ou pas ?
Al : Et ben, imaginons qu'on veut écrire un, on a ça. Imaginons qu'on veut écrire neuf. [*Beaucoup de bruit*]
Ca : Vous écoutez Alexia. [*silence*]
Al : Les boules d'en bas, elles valent deux et une boule d'en haut et bah ça vaut un. Si on veut écrire un nombre, on baisse une boule.
26 min Al : Neuf et bah, deux, quatre, ah non ça marche pas…
Sam : Et oui, deux, quatre, six, huit et oui ? Ça fait neuf !
Ca : Tu as dit en bas ça vaut deux, quand tu en montes quatre, ça fait combien ?
Al : Ah oui, ça fait neuf, et donc c'est juste !
Ca : Alors, vas-y, comptes avec cette méthode, écrit un, écrit deux.
Al : J'écris un, j'écris deux, j'écris trois, j'écris cinq, j'écris…
Sam : Six, deux, quatre, six.
Al : Attends, j'écris cinq, j'écris six.
Sam : Deux, quatre, six.
Li : Ça va, laisse la. [*à Samuel qui coupe la parole à Alexia*]
Al : Sept, j'écris sept, j'écris huit. / Et j'écris neuf.
El : Mais c'est plus compliqué.
Ca : C'est plus compliqué, mais c'est juste pour essayer de trouver une autre méthode pour manipuler un peu ces objets-là. Alors la question que je voulais vous poser c'est est-ce que vous êtes tous d'accord si je dis que pour pouvoir écrire tous les nombres que je veux, il faut que je puisse compter de zéro jusqu'à neuf dans chaque colonne, au moins.
Sam : Ouais.
El : Au moins jusqu'à neuf.
Ca : Alors pourquoi c'est vrai, ça ?
27 min Sam : Parce que pour dix, tu peux utiliser une petite boule, une petite boule rouge.
El : Parce que neuf c'est un nombre pair, heu impair !
Li : Non, mais ça n'a rien à voir.
Al : Par exemple, si on veut écrire 80, on n'a pas besoin de baisser des nombres delà. Et si on veut écrire 79, imaginons eh bé, on est obligé de…
Sam : Pas obligé…
Al : Bah oui, attends.

Sam : Si, si. Deux, quatre, six, huit, neuf…

Al : Et comme 80 c'est un nombre pair et c'est impair aussi, on n'a pas besoin de baisser des boules, ou de monter des boules.

Ca : Toi pourquoi tu disais tout à l'heure, Samuel, ouais il faut pouvoir écrire jusqu'à neuf dans chaque colonne ?

Sam : Ben ouais parce qu'après, dix c'est pas un problème ! Tu peux l'écrire là.

El : C'est en fonction du nombre de boules !

Ca : Non, non ce n'est pas une question de boules, c'est parce qu'on compte en système décimal…

Sam : Neuf parce que neuf, il faut absolument l'avoir.

Ca : Parce que nous utilisons le système décimal pour compter. On écrit de zéro à neuf…

Sam : Oui mais là, tu peux pas l'avoir neuf.

Al : Bah si.

28 min Sam : Oui à part si tu fais 90.

Ca : C'est 900.

El : Ah je sais pourquoi alors sinon parce que de un jusqu'à neuf, ça reste toujours comme ça et après on doit rajouter des dizaines !

Al : Dix, voilà on doit rajouter une dizaine pour faire dix.

Sam : Toi tu peux le faire avec ta manière.

El : Dix et neuf, ça fait 19 et après rajouter deux dizaines et après jusqu'à 29 tu dois rajouter
28 min trois dizaines, ça y est, on a trouvé.

et 30 **Ca : Je crois qu'on va arrêter la séance ici. [*Élise s'applaudit*] Oui, c'est très bien, je suis**
sec **contente.**

2. Deuxième groupe, classe 2

Le deuxième groupe se compose aussi de sept élèves : Angéla [Ang], Anita [Ani], Dominique [Do], Natalia [Na], Nicolas [Ni], Théo [Th] et Rémi [Re]

Temps	Dialogue
0 min	**Ca : Bon, Angéla je sais que tu es un peu bavarde donc je te demande de faire des efforts, tu te contrôles. Je te le dis une fois au départ, c'est clair et net pour le début, que j'ai pas à te la redire. C'est valable pour tout le monde, d'ailleurs. Bon, vous avez tous un boulier dans les mains. Alors, la première question que je vous pose c'est heu… Est-ce que vous vous rappelez comment on écrit sur un boulier ?**
	Collectif : Ah oui / Oui.
	Ca : Alors essayez d'écrire par exemple 1 752.
	Collectif : 1752 / Deux / Sept.
1 min	Ani : Ça y est, j'ai terminé.
	Ca : Moi aussi, je l'ai écrit.
	Ni : 1052 ?
	Ca : 1752.
	Th : Oui ça a l'air d'être ça, ouais c'est ça. [*Théo vérifie sur mon boulier*]
	Ca : C'est revenu pour tout le monde ?
	Collectif : Oui / Attends.
	Ani : On peut l'enlever ?
	Ca : Les boules du haut, elles valent ?
	Collectif : Cinq.
	Ca : Et en bas ?
	Na : Une heu… chacun.

Ca : Maintenant je vais vous demander : Écrivez dix.
Ani : On l'efface, là ?
Ni : Écrivez dix.
Ang : Attendez, attendez…
Na : On peut l'écrire heu… On peut l'écrire de plusieurs manières !
Ca : Effectivement, c'est ça qu'on va voir.
Na : Il y a deux manières, je peux vous le montrer ?
Ca : Oui. Les garçons, quand même ! [*Trop de bruit*]
Ang : Arrêtez !
Na : Dans la première colonne, on peut mettre les deux boules rouges, ça fait dix.
Ca : D'accord, ok c'est bon Natalia, elle nous a donné une méthode pour écrire dix. Dix, on met deux boules rouges dans les unités. Heu, Angéla, tu as une autre méthode.
2 min Ang : Alors, au lieu de mettre les deux boules alors on peut mettre, alors dans la première colonne, on met rien du tout, ce qui fait qu'il y a rien et à la deuxième colonne, on met une bille bleue.
Ca : D'accord, ça fait la deuxième méthode, alors toi Dominique, tu en as une troisième ?
Do : Oui, ben en fait j'ai toutes mes boules en haut, j'en descends une, de la première colonne, une et j'en remonte cinq. Ca fait dix.
Ca : Vous êtes d'accord ?
Collectif : Oui / Oui.
Ca : Alors, voilà ma question c'est : On a trois manières d'écrire dix, est-ce que vous avez l'habitude d'avoir plusieurs manières pour écrire un nombre ?
Collectif : Oui
Ani : Ben oui, moi j'en ai une autre.
Ca : Quand tu écris avec le papier et le crayon, tu as plusieurs manières d'écrire dix ?
Ani : Ah non.
Th : Cinq plus cinq, dix.
Ani : Oui, en lettres et en chiffres ! [*Rires*]
Ca : En lettres et en chiffres ! [*Rires*] **Non, mais c'est vrai ce que dit Théo, on peut l'écrire 5+5, c'est exactement la même chose, c'est une égalité. Mais quand vous comptez, si tu utilises 5+5, c'est pas pratique ! En fait…**
3 min Ani : Est-ce que je peux dire la troisième, je crois que c'est ça.
Th : Deux fois cinq, ça fait dix.
Ca : Mais on les a données, les trois méthodes !
Ani : Non, mais est-ce qu'on peut aussi mettre un sur la deuxième colonne et rien sur l'autre ?
Na : Ben oui, on l'a dit ça.
Ca : Ben oui, on l'a donnée au début.
Ang : C'est moi, c'est moi qui l'ai trouvée !
Ani : Parce que, regardez : un et deux et on fait pareil ! Ah bah, un, deux, trois, quatre, cinq…
Ang : Ben non, sinon ça fait un grand chiffre !
Ca : C'est les unités, les dizaines, les centaines, là tu as écrit onze.
Ang [*aux garçons*] : Arrêtez de parler !
Th : Je parle pas, là !
Ca : Est-ce que… donc ma question, c'est comment faire pour que tous les nombres et les chiffres qu'on veut écrire, on ne puisse les écrire que d'une seule manière ?
Na : Eh bah, on choisit la plus simple.
Ca : Quelles sont les règles à imposer au boulier ? On choisit la plus simple, hein.

Na : C’est tout ?
Th : On monte une boule bleue.
4 min **Ca : Ça veut dire quoi on choisit la plus simple ? Attends, parce que le plus simple pour toi, c’est peut être pas le plus simple pour moi.**
Ang : Alors on fait les deux boules rouges.
Na : Ben on choisit une…
Ca : Alors, Angéla elle nous dit la manière la plus simple c’est : On choisit deux boules rouges.
Na : Non
Th : Ah non, non c’est pas vrai, une boule bleue.
Do : Oui, pour moi c’est ça.
Ni : Non, pour moi c’est avec à côté.
Do : Non, pour moi c’est avec les cinq, les cinq trucs d’en bas.
Th : Non, parce que quand on fait 1752, eh bah 50, on le monte là.
Do : Bah non, les unités, les dizaines et les centaines.
Na : Ben oui, ben oui, c’est une boule de la deuxième parce que s’il y a des boules rouges comme ça, on peut remplacer par une comme ça. Tandis qu’on peut pas faire l’inverse.
Ca : On peut pas faire l’inverse ?
Na : Non, parce que si on écrit encore des unités, que ça prend heu tout ça, on peut pas le faire et ça on peut le faire.
Ca : C'est-à-dire que c’est plus simple de lire quand on déplace une boule, non ? Est-ce que c’est pas plus simple de dire que la meilleure méthode c’est quand on déplace le moins de boules possibles ?
Na : Oui.
Ni : Ben oui, donc c’est bon.
Ca : Est-ce que ça vous va ? On est d’accord ?
Na : Oui.
5min **Ca : Bon alors, essayez de trouver heu des règles entre guillemets, qu’on pourrait imposer à l’utilisation du boulier pour que par exemple cinq, on ne l’écrive que d’une seule manière, dix aussi, qu’on ne puisse l’écrire que d’une seule manière.**
Na : Eh bah on prend…
Ca : Qu’est-ce que vous remarquez si on essaie toujours d’écrire un nombre en déplaçant le moins de boules possible ?
Ang : Bah, c’est plus facile à lire.
Ca : C’est plus facile à lire, alors essayer de compter sur le boulier. Qu’est-ce qui se passe ? // Essayez de compter jusqu’à dix en déplaçant le moins de boules possible à chaque fois.
Re : Ben, tu mets…
Na : Bah ça, dix. [*Dans les unités*] On doit compter un par un ?
Ca : Je pense que si vous comptez un par un, vous pourrez me répondre.
Na : Un, deux, trois, quatre, cinq.
Ca : Bon, déjà Natalia elle a compté jusqu’à cinq, et elle a fait quoi ?
6 min Th : J’ai pas entendu la question.
Na : J’ai compté cinq avec les boules bleues, j’ai remplacé par la rouge pour faire moins de boules et pour faire dix, là je refais ça et ça.
Do : J’ai pas compris la question.
Ca : D’accord, alors avant que tu continues Natalia, je vais essayer de reformuler ce que je vous demande. On a vu que dix…
Ang : J’ai pas tout compris ce qu’elle a dit. Par rapport à…
Ca : Ça te dérange pas de me couper quand je parle ? Bon ça Angéla, a priori ça te

dérange pas du tout. Alors j'aimerais bien que ça tu y réfléchisses un peu quand même. [*Silence*] **Théo et Dominique aussi disaient qu'ils avaient pas bien compris ce que je voulais dire. Alors, j'étais partie sur l'exemple en vous demandant d'écrire dix et on a vu que dix, on peut l'écrire de trois manières différentes : soit on déplace deux boules rouges, soit une rouge et cinq bleues, soit simplement une bleue dans la colonne des dizaines. Et on était à peu près d'accord, je pense, tous, pour dire que le plus pratique c'est de déplacer le moins de boules possibles. Donc, la manière la plus simple pour écrire dix, ce serait quoi ?**

Ni : C'est celle-là. [*Nicolas déplace une unaire des dizaines*]

Th : Ah c'est la question de tout à l'heure. Ah, je comprends.

7 min **Ca : Maintenant, je vous demande de cette… la question : Comment écrire le nombre de la manière la plus simple possible, de le faire pour tous les nombres et de me dire ce qui se passe. Par exemple cinq, écrivez-le de la manière la plus simple possible.**

Na : Mais un par un ?

Ni : Eh bah voilà !

Ca : Une boule en haut. Alors, qu'est-ce qui se passe ?

Ani : Parce que d'habitude et bah en fait, heu… y'a plusieurs nombres….

Ca : Si on écrit 15 par exemple, avec la méthode la plus simple toujours on a dit.

Ani : Une boule bleue de la deuxième colonne et une boule rouge de la première.

Ca : Alors maintenant, comptez jusqu'à 15 en essayant de déplacer le moins de boules possibles. Toujours en ayant à l'idée, je vais toujours faire au plus simple possible. Alors écrivez un, deux, trois.

Th : Dans quelle colonne ?

Ca : Bah dans la colonne des unités pour écrire un, deux, trois.

Th : Et après dans la colonne des dizaines.

8 min Na : Deux, trois, quatre, cinq. [*Cinq unaires*].

Ca : Cinq, pour écrire cinq, c'est quoi la meilleure méthode ?

Ani : Je baisse tout et je descends une rouge.

Ca : D'accord, et pour écrire dix heu… donc cinq, six, sept, huit, neuf et pour dix ?

Ani : Je baisse encore une boule rouge et ça fait dix.

Ca : Ah oui, mais là on n'est plus dans la règle qu'on a donné tout à l'heure.

Th : Tu mets une boule rouge et une boule bleue.

Ni : Tu vas dans les dizaines et tu montes…

Na : D'abord, d'abord, quand tu comptes jusqu'à cinq, ça fait cinq boules bleues. Tu en descends une. [*Natalia descend une boule rouge*] Pour aller jusqu'à dix, cinq boules bleues, t'en descends une autre.

Ca : Oui, mais on a dit qu'on essayait toujours d'écrire les choses de la manière la plus simple.

Na : Oui mais après, tu la remplaces par une boule bleue et tu remontes ça.

Ca : Alors, est-ce que tu es obligé d'écrire dix dans la colonne des unités ?

Ni puis Na : Non.

Do : Non, parce qu'on peut faire dans les dizaines, on peut faire ça.

9 min **Ca : Oui, on peut faire directement dans les dizaines. Je vais reformuler ma question plus précisément : Quelles sont les boules qu'on pourrait enlever pour encore pouvoir tout compter avec le boulier, tout écrire ?**

Do : Toutes celles d'en bas et tu rajoutes toutes celles d'en haut.

Ca : Tu enlèves toutes celles d'en bas et tu peux compter ? Tu peux écrire un ?

Collectif : Non

Do : Ben oui.

Ang : Mais tu peux pas écrire un avec toutes celles d'en haut.

Ca : T'écris comment six ?
Ang : Réfléchis, c'est débile !
Do : Alors on enlève toutes celles d'en haut parce que celles d'en bas, on peut les remplacer par en haut.
Ca : Si on enlève celles d'en haut, on ne les a plus.
Na : Tu remplaces, d'abord là tu laisses deux, là tu enlèves deux et là t'enlèves ça… non ! [*Silence*]
Ani : C'est dur.
Ang : On…non !
Ca : Quelles sont les boules qu'on pourrait enlever pour pouvoir encore tout compter ?
Na : Mais c'est possible qu'on puisse en enlever quelques-unes. [*Natalia montre les rangées des quinaires*] Heu… une de chaque de rouge ! ! Une seule de chaque colonne.
10 min Ang : Oui mais ça fait cinq, dix, 15.
Th : Ah comme dans l'autre boulier, on enlève une bleue et on enlève une rouge !
Ang : Oui mais après un moment, ça fait un long chiffre.
Ni : Et alors ?
Th : Comme dans l'autre boulier.
Ca : Théo, avec la méthode que tu as donnée est-ce que tu peux tout compter ou pas, si t'enlèves une boule en haut et une boule en bas ?
Th : Oui, mais c'est plus difficile.
Ca : C'est plus difficile tu trouves ?
Th : Je sais pas.
Ni : Mais non, je sais.
Ani : Trois, quatre, cinq.
Ca : Essayez de le faire.
Na : Il faut enlever de… une boule de chaque colonne, de rouges, que la rouge.
Th : Et une bleue pour voir.
Na : Mais non, pas une bleue.
Ca : Alors Natalia, est-ce qu'on peut enlever une boule bleue ou pas ? Essaie de le faire.
Na : Alors attends, neuf alors si on enlève une boule rouge…
Ani : Ça y est.
Ca : Alors toi, tu fais neuf comme ça, est-ce que tu as besoin… t'as gelé deux boules : une en haut et une en bas, c'est ça ?
Ang : Ca y est, comme ça, regardez ! [*Ang coupe la parole*]
Ca : Il y a une boule du haut que tu n'utilises pas et une boule du bas que tu n'utilises pas. Est-ce que tu peux encore tout écrire ?
11 min Ani : Oui.
Ca : Oui, pourquoi ?
Ang : Là, ça fait neuf !
Ani : Bah parce que j'ai encore dix, enfin si je baisse celle-là ça fait dix et…
Ca : Bah oui, mais t'as dit que tu les utilisais pas. Qu'est-ce qu'il y a ?
Ani : Elle [*Dominique*] a mal au ventre, il faut qu'on appelle, elle va vomir.
Ca : Pourquoi ? T'es malade ?
Do : Non.
Ani : Elle avait de la fièvre ce matin.
Ca : Ben qu'est-ce que tu fais là, pourquoi tu es revenue en classe si tu es malade ?
Do : C'est bon, ça va.
Ca : Là ça va plus ? Tu veux aller à l'infirmerie ?
Do : Non, non, mais ça me fait mal. J'ai, j'ai, non mais ça va.
Ca : D'accord, tu restes ici, d'accord.

Do : Mais ça fait mal. [*Rires des autres*]
Ani : En fait, là je descends une boule, je la remonte et je la mets ici.
Ca : Oui, mais tu as écrit 15, là.
12 min Ang : Ca fait 15 ? Et non, ça fait neuf.
Ani : Et non, j'ai pas écrit 15. J'ai mis les deux, celles-là comme ça, j'ai mis les deux et j'en ai monté une et j'ai mis ça.
Ang : Ben ça fait 15. Regardez si on met par exemple une boule bleue…
Ca : L'équivalence, c'est celle-là, cinq et cinq ça fait dix ici et dix, tu peux aussi l'écrire… comme ça. [*Passage dix unités = une dizaine*]
Ani : Et pourquoi on part pas de là ?
Ca : Parce que… parce que si tu écris de là, si tu pars de là, derrière, tu as plein de zéros. [*Brouhaha*] **Alors, moi j'aimerais bien qu'on revienne à la question que je vous posais, c'est : Est-ce qu'on peut enlever des boules ou pas, sur le boulier ?**
Th : Oui.
Ni : Non.
Ang : Oui.
Ca : Bon alors Théo dit oui, alors essaie de nous expliquer pourquoi, lesquelles, comment, etc. ?
Th : Non… parce que y'en a…
Na : Oui, on peut.
13 min **Ca : C'est Théo qui nous explique, après si tu veux rajouter des compléments tu le feras, mais pour l'instant Théo il essaie d'expliquer.**
Th : Ben, ben, si on veut faire dix, on n'a qu'à monter toutes les boules bleues et une boule rouge. Ah non mince, ça marche pas, parce j'ai dit qu'on enlève une bleue et une rouge. Mais aux Domaines…
Ca : Mais attendez, je crois qu'on est pas tous d'accord sur l'écriture de dix la plus simple possible.
Ani : Oui, on descend deux boules rouges et c'est simple !
Ang : Mais pas pour…
Th : Ah oui !
Na : On descend une boule bleue de la deuxième colonne.
Ani : Bah oui.
Ca : On a dit c'est quand on déplace le moins de boules possibles.
Th : Bah oui, bah on déplace une boule bleue de l'autre colonne.
Ani : La plus simple c'est ça, enfin ?
Ca : Oui, c'est ça. Une boule bleue voilà, pour écrire dix, c'est la manière la plus simple.
Ang : On va pas s'embêter pour faire heu… [*Brouhaha*]
Ca : Une boule bleue dans la deuxième case, ça fait dix.
14 min Ani : Voilà, il n'y a pas besoin d'aller chercher mille fois.
Th : Oui, bah on en met une là.
Ca : Bon comptez, on va le faire ensemble parce que je vois que…je vois que vous êtes pas bien, vous êtes un peu endormis là.
Na : Je peux dire quelque chose, deux secondes ?
Ca : Oui, vas-y.
Na : Parce que moi, je crois, je suis pas sûre, hein, mais je crois avoir vu des bouliers où il y avait qu'une seule boule rouge en haut et quatre boules bleues en bas.
Ca : Ouais et est-ce qu'on pouvait tout compter avec ?
Na : Je sais pas si ça existe…
Ani : Ah bah oui, bah c'est la même chose en fait.
Ca : Pourquoi c'est la même chose ?

Ani : Parce que là ça compte, en fait quand heu… en fait quand on enlève une boule du bas et une boule du haut, donc ça change rien presque. Enfin si ça change, ça fait que ça c'est quatre, en haut c'est quatre et en bas c'est quatre !
Ang : Je comprends rien à ce qu'elle a dit.
Ca : Alors, comment tu fais pour écrire neuf dans une colonne ?
Ani : Eh ben je, en fait je rajoute, je laisse les cinq et j'enlève une…
15 min **Ca : Tout à l'heure, tu nous as dit qu'il y avait des bouliers où il manquait une boule en haut et une boule en bas et qu'on pouvait encore tout écrire.**
Ani : Bah ouais, on peut tout écrire.
Na : Ben oui parce que… je peux ?
Ca *[à Na]* **: Oui, vas-y.**
Na : Parce que si on a une seule boule en haut et quatre boules en bas, on peut quand même écrire par exemple dix, on peut l'écrire. Bon, là on peut écrire neuf si on laisse une boule comme ça on peut écrire neuf, mais pas dix, mais ça heu… ah non. // Ah oui ! Oui, oui ! Je sais ! On fait ça, ça et on enlève ça. Ah c'est trop dur.
Ca : Alors si on compte sur le boulier chinois que vous avez, pour écrire un, on fait tous ensemble, on écrit un, deux, trois, quatre. Maintenant, on va écrire cinq.
16 min Ani : Ah bah on baisse… Pardon…
Ca : On va écrire cinq mais on veut écrire cinq de la manière la plus… qui déplace le moins de boules possibles. Comment je fais pour écrire cinq sur le boulier en déplaçant le moins de boules possibles ?
Ani : On baisse une rouge. On baisse les quatre et…
Ca : D'accord, on descend une rouge. Quelle est la boule qu'on n'a pas utilisée de ce côté là ?
Ani : Ah bah celle… la dernière.
Ang : La dernière. [*Brouhaha*]
Ca : D'accord, on continue ! On veut écrire six, sept, huit, neuf ; Maintenant je veux écrire dix.
Ani : Et bah, je baisse tout et je rajoute la heu la…
Ca : Je veux écrire dix de la manière la plus simple possible.
Na : Ah !
Th : Ah bah !
Ani : [*Plus fort que les autres*] On monte la dizaine !
Na : On baisse toutes les boules et on met là…
Ca : Quelles sont les boules que je n'ai pas utilisées dans la case des unités pour compter jusqu'à dix ?
Th : Quatre et les deux d'en haut. Heu, les bleues et les rouges.
17 min **Ca : Celles que j'ai pas utilisées ?**
Th : Toutes les bleues et toutes les rouges.
Ca : C'est une rouge et une bleue. [*silence*]//
Na : Mais t'as pas écrit dix !
Ca : Ben si.
Ani : Vous avez écrit dix.
Na : Oui. Mais, ah… parce qu'on retient dans sa tête en fait, on doit retenir…
Ang : Mais si elle a écrit dix puisqu'elle a rien mis à la première colonne et à la deuxième colonne, elle a monté une bille. Ca fait dix ! C'est pas comme si, regarde.
Na : Oui, oui.
Ani : C'est ce que j'ai dit.
Ang : Comme j'ai dit tout à l'heure, tu mets rien, tu mets pas… L'unité, tu la laisses et à la… Je sais plus quoi…

Ani : En fait, elle a enlevé tout des unités et elle a rajouté un, aux dizaines pour que ça fasse zéro.
Na : Au lieu de mettre dix unités, tu mets une dizaine.
Ang : Non, là ça fait zéro et celle que tu montes ça fait une dizaine et du coup voilà.
Ani : Taisez-vous !
18 min **Ca : Bon, pour continuer, je vais vous poser… Bon là on voit que c'est un peu délicat, mais on va pas continuer là-dessus, je vais vous poser une autre question. La question, c'est : Est-ce qu'on peut changer la valeur des boules ? Pour l'instant, les boules en haut, elles valent combien ?**
Collectif : Cinq !
Ca : Et celles du bas ?
Collectif : Un.
Ca : C'est comme ça qu'on… que vous avez découvert l'utilisation traditionnelle du boulier. Maintenant ma question c'est : Est-ce qu'on peut changer la valeur des boules et encore pouvoir tout écrire sur le boulier ?
Ni puis Th : Oui.
Ca [*à Ni*] **: Alors, qu'est-ce que tu donnerais comme valeur aux boules pour pouvoir tout écrire ?**
Ni : Je sais pas.
Th : Dix.
Ca : Dix ?
Ni : Non, c'est trop.
Th : Et une boule rouge.
Ca : Dix, c'est trop tu penses ?
Ani : 100. J'ai une question ! J'ai une question hors de ça !
Ca : Oui, oui.
Ani : Le boulier, comment vous avez su que c'était un boulier, comment vous avez su le faire et tout ? //
Na : Ah bah, ils ont inventé ! C'est dans un pays, ils l'ont inventé.
19 min **Ca : Mais le boulier, mais en fait si vous voulez, nous en France on l'a jamais utilisé parce que c'est pas notre culture, mais par exemple, en Asie, en Chine, au Japon, en URSS ou dans les pays de l'Est…**
Ani : Oui mais, comment vous avez su le faire ?
Ca : Ben moi…
Ani : Comment il s'appelait, comment…
Do : Elle a été dans le pays même.
Ca : Il existe des livres qui expliquent ça.
Do : Ah, vous avez pas été dans le pays même…
Ca : Mais c'est des livres heu… c'est pas des livres pour les enfants justement, mais moi…
Ani : Pourquoi ?
Na : C'est des livres où il y a des heu… des fabrications.
Ca : C'est pas des livres pour l'école, si tu veux.
Ani : Et nous, on peut les lire ?
Na : Et vous avez pris des livres là où il y avait les bâtons de Néper, la règle à additionner, le boulier et heu les réglettes.
Ca : Ben c'est mon travail de faire ça donc j'ai cherché plein de documentation pour trouver ces objets-là et après j'ai appris à m'en servir et maintenant j'essaie de vous apprendre à vous.
Ang : Et par contre, ça c'est…

Ca : Ça serait peut-être bien qu'on se recadre, j'aimerais avant que vous posiez des questions qu'on réfléchisse à la question de changer la valeur des boules et après je réponds à toutes les questions que vous voulez. Alors, Théo, est-ce qu'on peut changer la valeur des boules ou c'est plutôt heu…
Th : Nicolas ! Tout le monde se trompe !
20 min **Ca : Nicolas, est-ce qu'on peut changer la valeur des boules pour pouvoir encore tout écrire ?**
Ni : Oui.
Ca : Alors, quelles valeurs tu donnerais aux boules du haut et aux boules du bas et tu pourrais encore tout écrire.
Ni : Je sais pas.
Ca : C'est pas très intéressant de dire oui et je sais pas ! Tu peux réfléchir, non ?
Th : Les boules du bas c'est toujours un et les boules du haut…
Re : Une dix ou la moitié de dix.
Th : On peut faire une cinq et une dix ?
Ca : C'est intéressant vraiment?
Re : Moi, j'ai trouvé.
Ca : Écrire dix sur une seule boule ?
Re : Oui, voilà.
Ca : Et alors, comment tu écris un ?
Th : Ben un, on met une boule bleue.
Ang : Il a raison.
Re : Ça c'est un, cinq. [*Rémi montre*] Ah mince, comment est-ce qu'on fait pour écrire deux ?
Ca : Bon allez, continuez sur cette piste, Rémi c'est bien, là t'es bien parti, c'est ça qui faut faire, il faut essayer. Essayez d'écrire des nombres pour voir si ça marche ou pas ce que tu émets comme hypothèses.
21 min Re : Créer un nouveau boulier, ah c'est super. Je sais même pas faire un vrai.
Ang : Ben si, tu l'as fait, réfléchis ! //
Ani : Mais est-ce que ça existe quand, qu'on heu heu… qu'on peut pas bouger, qu'on utilise pas du tout ça, que celles du haut ou que celles du bas. Qu'on touche pas que les deux, juste une partie. Soit les rouges, soit les bleues.
Ca : À ton avis, c'est possible ou pas ? Tu peux y répondre à cette question. Si tu réfléchis, tu peux très bien y répondre. Pourquoi tu te reposes sur moi pour te donner la réponse ?
Ani : Parce que, parce que… [*Brouhaha*]
Ca : Alors vous avez donné quoi comme valeur des boules en haut et en bas ?
Ani : Non mais c'est mieux, pour faire dix…
Re : On laisse normal.
Ani : Pour faire dix, la méthode la plus simple…
22 min Ang : Mais on l'a déjà dit la méthode la plus simple ! !
Ca : Si en haut ça vaut quatre, est-ce qu'on peut encore tout écrire ?
Ani : Je peux dire un truc ? Heu… c'est pas possible de mettre…
Ang : Ah on peut faire comme ça… Ah peut-être ! Là, je monte les boules, toutes les boules elles sont montées et là je mets deux boules en bas.
Re [*à Th*] : Une boule c'est un, là et une boule c'est 100. [*Natalia lève la main*]
Ca : Alors s'il vous plaît, tout le monde parle en même temps là ! Natalia, vas-y.
Na : Moi je me demandais heu… si on pouvait pas plutôt ajouter.
Ca : Ajouter ?
Na : Au lieu d'enlever. Parce que sinon, c'est facile si on peut ajouter, on ajoute une de

chaque là et une de chaque là.
Ca : Tu veux rajouter des boules, toi ?
Na : Ben non, mais c'est plus facile d'ajouter que d'enlever !
Ca : Pas obligatoirement.
Th : Sinon, on le laisse comme ça.
Ang : On fait ça.
Ani : Je peux dire un truc ? En fait, c'est pas possible de mettre les deux boules, enfin trois…
23 min Parce que si ça fait dix et quand on veut marquer un nombre, on peut pas dire heu… On peut pas mettre ça parce que si on met dix et qu'on le met là, on peut pas parce que heu, on peut pas mettre dix à un nombre, enfin… Quand tu écris sur une feuille, quand j'écris dix sur une feuille, je peux pas le mettre là, je peux pas le mettre parce que c'est en deux fois alors que là c'est que en une fois.
Do : J'ai rien capté !
Ang [*à Ani*] : T'aimes bien parler, hein…
Ani : En fait, dix sur une feuille et là on peut pas, dix c'est composé en deux, en deux mots et donc je peux pas parce que là si, si je mets dix comme ça, ça fait qu'un mot.
Ca : Oui, enfin c'est vrai ce que tu dis, c'est bien pour ça qu'on a dit que la méthode la plus simple pour écrire dix, c'était de mettre une boule dans la deuxième colonne : un et zéro, dix : un et zéro. Une dizaine, zéro unité, d'accord ?
24 min **Je vais vous formuler la question parce que vous y arrivez pas là. J'aimerais que vous écoutiez et que vraiment vous essayiez d'y répondre : Est-ce que si les boules du bas valent un et les boules du haut valent quatre, est-ce que je peux écrire tous les nombres sur le boulier ?**
Ni : Oui.
Th : Non.
Ang : Elles valent pas cinq ?
Na : Mais oui, mais si, si elles valent quatre.
Ca : Si t'es même pas capable d'écouter une question Angéla, qu'est-ce que tu veux qu'on fasse ?
Ang : Mais si j'écoute mais… je comprends pas.
Ni : Oui, oui comme cinq, tu peux toujours l'écrire, t'en baisses une et t'en montes une.
Ang : Non, là ça fait six.
Ca [*à Ni]* **: Oui, cinq tu peux toujours l'écrire. Et six, tu peux l'écrire ou pas ?**
Ni : Oui…
Ang : Ben oui, après on baisse la, la…
Ca : Angéla ! Tu écoutes pas ce que je dis et après tu…
Ni : Oui, tu baisses là et t'en montes deux.
Ca : Ouais, alors vas-y, il faudrait pouvoir écrire jusqu'à combien ? // Dans cette colonne, pour pouvoir tout écrire ?
Ni : Heu… bah jusqu'à dix.
Ca : Dix ?
Ang : 15, 15 !
Ni : Neuf, jusqu'à neuf.
Ca : Neuf, tu peux y aller jusqu'à neuf ?
25 min Do : Non jusqu'à dix.
Ni : Ben huit et un.
Ca : Neuf, d'accord. Si elle vaut trois en haut, est-ce qu'on peut encore tout écrire ?
Th : Trois en haut ?
Ni : Oui !
Th : Oui.

Ca : Alors pourquoi Théo ?
Th : Ben si une d'en haut, elle vaut trois. On pose deux boules rouges, ça fait six et après, on rajoute quatre bleues.
Ca : T'écris comment dix ?
Th : Quatre ou dix, comme ça là. [*Dans les dizaines*]
Ni : Oui, mais là…
Ang : Madame.
Ca : Pourquoi tu écris jusqu'à dix ?
Th : Ah, ah, jusqu'à l'infini!
Ca : T'as trouvé Natalia ?
Na : Non.
Ca : Donc si la boule du haut elle vaut trois, Angéla.
Ni : Pou faire neuf !
Th : Ah, pour faire neuf !
Ca : Il suffit d'aller…
Ang : Et ben on met les deux, les deux boules du haut, on met.
Ca : Pour vous, il faut pouvoir écrire jusqu'à combien dans chaque colonne, pour pouvoir être sûr qu'on écrit tout le temps, qu'on écrit tous les nombres?
26 min Ni : Neuf, jusqu'à neuf !
Ca : Jusqu'à neuf, Nicolas est convaincu, mais Dominique dit dix, par exemple. Pourquoi ? Est-ce qu'il est nécessaire de pouvoir écrire dix dans une colonne ?
Do : Oui parce que…
Ani : Mais c'est 15 !
Ang : Oui, oui parce qu'en fait, j'ai compris comment elle veut dire, pourquoi 15, parce qu'elle descend les deux boules, ça fait cinq heu dix et après, elle compte celles-là donc en tout, ça fait 15. C'est pour cela qu'elle dit ça et que…
Ca : Alors, pourquoi Nicolas dit neuf, alors ? Pourquoi Nicolas dit que jusqu'à neuf, ça suffit ?
Ani : Parce que, il dit que, parce que…
Ni : Moi je dis ça, parce que si tu baisses là et t'en montes une, ça fait dix. [*une boule rouge=trois*]
Ang : Oui mais nous, on va dans la première colonne.
Ca : Oui, mais Nicolas a raison.
Ang : Ah bah, moi je croyais qu'il y en avait quatre, parce que comme les heu… une boule vaut un, là ça faisait cinq et là ça faisait dix donc ça faisait 15 en tout.
Ca : Pourquoi est-ce qu'il suffit d'écrire jusqu'à neuf dans une seule colonne ? Natalia. [*Natalia lève la main*]
Th : Ah oui !
Na : Parce que heu… parce que il faut heu il faut un chiffre, il en faut pas deux.
27 min **Ca : Voilà.**
Th : Parce que deux, c'est un nombre.
Na : Parce que quand on écrit 999, on peut l'écrire et heu… si on fait heu 10, 10 et 10, ça va faire heu je sais pas combien, ça fait heu… ça fait ! 101 mille, non. 101 010 !
Ca : Vas-y Théo, essaie d'expliquer.
Th : Et si on peut écrire neuf, on peut écrire 99 on peut écrire jusqu'à l'infini ! Parce que jusqu'à l'infini, mais…
Ca : Ça c'est, je pense que ce que vous arrivez pas tout à fait à formuler. C'est parce qu'on a un système décimal positionnel. Vous en avez déjà entendu parler de ça ?
Do : C'est compliqué.
Ang : Oui.

Ca : C’est là dire que décimal, ça veut dire que…
Ni : À virgule. [*Doucement*]
Ang : À virgule. [*Fort*]

28 min **Ca : Non en fait ça veut pas dire ça, il y a deux sens pour décimal. Décimal ça veut dire que dans chaque colonne, on doit pouvoir écrire zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf. C'est-à-dire dix chiffres, les dix chiffres de zéro à neuf. Et positionnel ça veut dire que le neuf, neuf unités ou neuf dizaines, ça n’a pas la même valeur. C'est-à-dire que la position du chiffre, si elle est dans les unités ou dans les dizaines, ça vaut pas la même chose. Positionnel, ça vaut dire ça, que suivant la position du chiffre, c’est pas la même valeur. Mais est-ce que vous êtes heu…**

Na : Ah, alors…
Ca : Est-ce que vous êtes convaincu ou pas qu’il suffit d’écrire jusqu’à neuf ?
Na : Oui.
Ca : De zéro jusqu’à neuf dans chaque colonne pour être sûr de tout pouvoir écrire ?
Na : Oui.
Th : Oui.
Ca : Natalia, Théo ?
Th : Oui, on peut écrire. Si on peut écrire neuf, on peut écrire 99…
Ca : Voilà, tout à fait, si on peut écrire neuf, on peut écrire dix puis après on peut écrire 29, 39.
Th : Quand on a tous les chiffres, on peut tout écrire.
Ni : C’est facile, hein.

29 min **Ca : Donc je vous repose la question…**
Na : Donc on peut enlever…
Ca : Si les boules du haut elles valent trois, est-ce qu’on peut tout écrire ?
Ni : Oui.
Na : Non, parce que…
Th : Oui parce qu’on peut faire neuf.
Ni : Oui, quand t’en baisses trois…
Ca : Oui, mais Théo il faut aussi pouvoir faire zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.
Na : Non, on peut pas, on peut pas !
Th : Un, deux, trois, quatre, cinq.
Ang : Six, sept, huit, neuf.
Ni : Ben bien sûr qu’on peut, comme là.
Na : Et oui, deux boules rouges et trois boules bleues ! Le moyen le plus simple, donc ça serait ça.
Ca : Donc on a vu que pour quatre pour trois, ça marchait. Est-ce qu’il y a une autre valeur de la boule du haut pour laquelle ça marcherait ?
Th : Pour deux !
Ca : Alors vas-y, explique Théo.
Th : Bah, une boule rouge ça vaut deux, alors bah alors, on met deux et on rajoute cinq, ah oui non… Ah oui, on peut écrire neuf ! ! Deux et deux, ça fait quatre, on met…
[*Angéla discute*]
Ca [*à Ang*] **: Angéla, si tu te mêlais de tes affaires, je pense que ça arrangerait tout le monde.**
Ang : Attends, elle me dit qu’elle a mal.
Ca : Stop.

30 min à 30 Th : Si on descendait deux boules rouges, ça fait quatre et on met toutes les boules bleues, ça fait neuf.

min et 50 sec

Ca : Ça va, Nicolas ? Est-ce que, avec les valeurs de deux en haut, ça marche ?
Ni : Oui.
Ca : Oui, aussi.
Th : Mais pour un, non ?
Ni : Non, c'est pas possible.
Ca : Pour un, non ?
Na : Donc on peut enlever, on peut enlever heu… une boule bleue et une boule heu… rouge.
Ca : Et une boule rouge. Et ça nous donne le boulier, qui s'appelle le boulier japonais qu'on appelle aussi le soroban. En fait, les Japonais, ils ont, ils ont voulu heu… qu'on puisse écrire tous les nombres d'une seule manière, c'est-à-dire la manière la plus économique, la plus facile, comme on l'a dit tout à l'heure. Et le boulier qui a une boule en moins en haut et une boule en moins en bas, c'est le boulier japonais. Et la boule du haut vaut bien cinq, hein ! On va arrêter là, ça va.

Abstract:

Workshops for making and studying mathematical objects, the case of calculating instruments

For this research in mathematics education, the observations took place in a centre which develops scientific and technological culture, and works with students finishing primary school. The objective of this centre is to make and study scientific objects. To study the case of mathematics – that is to say the making and the studying of *mathematical objects* – we chose the calculating instruments (the Chinese abacus, the bones to multiply: Napier and Genaille-Lucas ones, and the slide rule). We show that the making of the instruments with the monitors of the Centre is an important phase as each child makes a *material output*. We also propose the studying of the instruments with teachers asking directly to children the question of the instructions for use. We analyze this kind of activity like a *situation of research* which necessitates the mobilization of *notional knowledge* (relative to a notion) and *transversal knowledge* in mathematics. So, the studying of instruments creates *knowledge outputs*. This way – by creating outputs – we built the partnership between the centre and school. Notional knowledge covers the place-value system, the algorithms for calculating and in particular the notion of carried-number that is undistinguished from place-value system. In fact, the comprehension of the carried-number is a necessary condition to mechanize calculating instruments. Finally, we show that defining the carried-number is a mathematical question, rich in sense for both students and teachers training.

Keywords:

Mathematics education
Scientific and technological culture
Mathematical objects
Calculating instruments
Place-value system
Calculating algorithms

Pour cette recherche en didactique des mathématiques, les observations se sont déroulées dans un centre d'animation scientifique et technique qui reçoit des scolaires du cycle 3 du primaire. Dans ce centre, l'enjeu est de fabriquer et d'étudier des objets scientifiques. Pour étudier le cas des mathématiques – c'est-à-dire la fabrication et l'étude *d'objets mathématiques* – notre choix s'est porté sur les instruments à calculer (le boulier chinois, les bâtons à multiplier de Néper et de Genaille-Lucas, et la règle à calcul). Nous montrons que la fabrication des instruments avec les animateurs du centre est une phase importante où chaque enfant produit une *œuvre matérielle*. Aussi, nous proposons l'étude des instruments avec les professeurs en posant directement aux enfants la question de leur fonctionnement. Nous analysons ce type d'activité comme *situation de recherche* qui nécessite la mobilisation de *savoirs notionnels* et de *savoirs transversaux* en mathématiques. Ainsi, l'étude des instruments permet de créer des *œuvres du savoir*. C'est de cette manière – en créant des œuvres – que nous avons construit le partenariat entre l'animation socioculturelle et l'institution scolaire. Les savoirs notionnels concernés ici sont la numération positionnelle, les algorithmes de calcul et en particulier la notion de retenue qui est indissociable de la numération positionnelle. En effet, la compréhension mathématique de la retenue a été une condition nécessaire pour mécaniser les instruments à calculer. Enfin, nous montrons que définir la retenue est une question mathématique, riche de sens autant pour les élèves que pour la formation des enseignants.

Formation doctorale : *Systèmes d'apprentissage – Systèmes d'évaluation*

Mots-clés :

Didactique des mathématiques
Animation scientifique et technique
Objets mathématiques
Instruments à calculer
Numération positionnelle
Algorithmes de calcul

Laboratoire :

UMR ADEF (INRP, IUFM d'Aix-Marseille, Université de Provence)
60, rue Joliot-Curie
13 013 Marseille