HAL
archives-ouvertes.fr

Traînée et Portance dans les Milieux Granulaires

François Guillard

▶ **To cite this version:**

François Guillard. Traînée et Portance dans les Milieux Granulaires. Matière Molle [cond-mat.soft]. Aix-Marseille Université, 2013. Français. <tel-00983648>

HAL Id: tel-00983648

https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00983648

Submitted on 20 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Aix-Marseille Université

Iusti Cnrs Umr 7343

École Doctorale 353

Thèse
en vue de l'obtention du
Doctorat d'Aix-Marseille Université
soutenue le 11 décembre 2013 par

François Guillard

Traînée et Portance dans les Milieux Granulaires

Jury

Frédéric Boyer	*Examinateur* IrccyN, École des Mines de Nantes
Yoël Forterre	*Directeur de thèse* Iusti, Aix-Marseille Université
Évelyne Kolb	*Examinatrice* Pmmh, ESPCI
Pierre-Yves Lagrée	*Rapporteur* Ijlra, Université Pierre et Marie Curie
Olivier Pouliquen	*Directeur de thèse* Iusti, Aix-Marseille Université
Farhang Radjai	*Examinateur* Lmgc, Université Montpellier 2
Nicolas Taberlet	*Rapporteur* Laboratoire de Physique, ENS de Lyon

Remerciements

À l'heure où s'achève ce doctorat, qu'il me soit permis d'adresser ces quelques lignes en prolégomènes pour remercier toutes celles et ceux sans qui ces trois années et demi n'auraient pas été aussi plaisantes et profitables.

En premier chef, je remercie mes directeurs de thèse, Olivier et Yoël. Les mots sont faibles pour signifier le plaisir que j'ai pris à travailler avec eux. Non seulement leurs compétences scientifiques ne sont plus à démontrer, fourmillant d'idées, et avec un recul et une maîtrise qui n'a de cesse de m'impressionner ; mais ce sont surtout des personnes d'une très grande gentillesse, toujours souriantes et positives. Je ne pense pas qu'il soit possible d'espérer meilleur encadrement pour une thèse. Merci pour tout !
Leurs qualités humaines et scientifiques ont d'ailleurs dépassé de loin le milieu marseillais – et c'est donc tout naturellement que je remercie mes professeurs de l'École Normale Supérieure de Lyon, en particulier Sébastien M. et Nicolas T., pour la qualité de leur jugement à l'heure du choix d'un port d'attache pour un stage et une thèse à l'issue de mon Master.

La troisième personne que je tiens à remercier tout particulièrement est Mathieu. Amis à l'ENS, nous nous sommes retrouvés dans la même équipe en début de thèse, et avons donc cheminé de conserve durant ces années, lui torturant des plantes carnivores lorsque je m'amusais aux pâtés de sable, tous deux tentant de diffuser la Physique aux collégiens et lycéens du département, sans être bien sûrs d'avoir un effet tangible. Mais Mathieu est surtout un compagnon de discussion de café fort nombreuses et toujours très agréables, et aussi un compagnon de voyage, des montagnes Corses aux vallées du Colorado, en passant par les buildings New-Yorkais et par l'arrière pays Franc-Comtois. En tout cas, merci Mathieu, sans toi cette thèse n'aurait pas été la même.

Je continue en remerciant tous les autres membres de l'équipe et du laboratoire qui ont animé la vie au cours de cette thèse. Merci donc à tous les permanents : Laurence et sa bonne humeur résonnant dans tout le couloir, Gilles, Geoffroy et nos nombreuses discussions sur tous les sujets, Blanche, Babette, Maxime, Pascale, Bloen. Un merci tout particulier à Marc avec qui j'ai beaucoup appris sur les simulations numériques au cours de cette thèse, même si celles-ci ne sont pour l'instant pas tout à fait abouties. Merci aussi aux anciens et actuels thésards et post-doctorants : Arnaud, François, Étienne, Jean-François, Mathieu S., Li Hua, Loïc, Vincent, Alice, Sarah, Hau, Diego, Jon ... Enfin, un grand merci aux nombreux stagiaires dont les courts séjours dans les chaleurs de la période estivale éclairaient la salle manip' : Charlotte, Clément, Raphaël, Jean-Éric, Johan, Pierre-Alain, Clémentine, Cyril,

Jessica, Florent ...

J'adresse aussi un merci particulier aux personnes avec qui j'ai travaillé au cours de mon service d'enseignement. D'une part la "*team* langage C" avec Laurence, Christian et Jérôme, dont la bonne humeur n'a d'égal que le retard dans la préparation des projets ; d'autre part la "*team* statistiques et probabilités" avec Geoffroy et Jean-François qui n'a pour l'instant pas permis de gagner au Loto (mais certains y travaillent).

Je remercie en outre les personnels techniques et administratifs du laboratoire, maillons indispensables de la recherche, toujours d'une grande efficacité. Merci donc à l'atelier de Paul, Sady et Frédéric, au service électronique de Stéphane, aux compétences informatiques de Yann, Julien, Lionel, à l'efficacité dans les méandres administratifs de Jeanne, Delphine, Joyce, Audrey et côté École Doctorale de Pascal, d'une aide considérable pour tous les doctorants.

Merci enfin au directeur du laboratoire Lounès Tadrist de m'avoir accueilli durant cette période, ainsi qu'au directeur de l'École Doctorale Christophe Muller. Merci aussi à tous mes membres du jury d'avoir accepté de venir participer à l'achèvement de cette thèse.

Je conclurai ces quelques mots en priant tous ceux rencontrés au cours de ces années et oubliés dans ces lignes – et ils sont sans doutes nombreux – de bien vouloir me pardonner. Sans toutes ces rencontres, cette thèse n'aurait pas été la même, autant sur le plan scientifique que personnel.

Bonne lecture à tous.

Table des matières

Préambule **1**

1 État des connaissances et objectifs des travaux **3**
1.1 Généralités sur les milieux granulaires . . . 3
1.2 Écoulements granulaires . . . 5
1.3 Forces sur un objet dans un écoulement granulaire . . . 10
1.3.1 Force de traînée . . . 11
1.3.2 Force de portance . . . 14
1.4 Objectifs et plan de la thèse . . . 15

2 Outils expérimentaux et numériques **17**
2.1 Dispositif expérimental . . . 17
2.1.1 Description du dispositif . . . 18
2.1.2 Procédure expérimentale . . . 21
2.1.3 Traitement des données et calcul des forces . . . 23
2.1.4 Une expérience typique . . . 24
2.2 Simulations numériques discrètes . . . 25

3 Forces de portance sur un cylindre **29**
3.1 Forces de traînée . . . 30
3.2 Forces de portance . . . 32
3.3 Forces mesurées en simulations numériques . . . 35
3.3.1 Géométrie étudiée . . . 35
3.3.2 Analyse des forces de traînée et de portance . . . 36
3.3.3 Champs de contraintes et de vitesses . . . 39
3.3.4 Répartition des contraintes sur le cylindre . . . 41

3.3.5 Discussion : lien entre portance et rhéologie frictionnelle 48
3.4 Conclusion 50

4 Indépendance de la traînée avec la profondeur induite par la rotation 51
4.1 Comportement de la traînée sur un cylindre en rotation aux temps longs . . . 51
4.1.1 Observations préliminaires 51
4.1.2 Étude paramétrique 53
4.1.3 Profondeur de saturation 55
4.2 Robustesse expérimentale du phénomène 57
4.2.1 Perturbations du milieu 57
4.2.2 Différents objets, différents grains 59
4.3 Creuser à force faible 60
4.3.1 Une préparation un peu différente 60
4.3.2 Transition vers un enfoncement à couple constant 61
4.4 Un phénomène complexe à simuler 63
4.4.1 Résultats et limites de la dynamique moléculaire 66
4.4.2 Mise en évidence de l'auto-structuration 68
4.5 Tentatives de mesure expérimentale de la pression interne au granulaire 73
4.5.1 Techniques d'érosion 73
4.5.2 Mesures en rétractation 77

5 La ségrégation : vers une approche en termes de forces 79
5.1 Description des simulations 80
5.1.1 Écoulements sur plans inclinés 82
5.1.2 Écoulements en silos inclinés 83
5.2 Cinématique de la grosse particule 85
5.3 Forces verticales sur la grosse particule 86

6 Conclusions & perspectives 91

A Simulations numériques 95
A.1 Principes de la dynamique moléculaire 95
A.1.1 Description de la technique de dynamique moléculaire 95
A.1.2 Cas particulier des simulations bidimensionnelles 97
A.1.3 Traitement des murs et des objets 98

A.1.4 Réalisation pratique 98
A.2 Post-traitement des données issues des simulations 99
A.2.1 Force totale sur le cylindre 99
A.2.2 Position de la surface libre 100
A.2.3 Répartition des forces sur les murs cylindriques 100
A.2.4 Champs de compacité ϕ et de vitesse 101
A.2.5 Champs de contrainte 102
A.2.6 Changement de repère 102

B Article : Depth-Independent Drag Force induced by Stirring in Granular Media **103**

C Article : Lift forces in granular media **109**

Bibliographie **139**

Préambule

Les matériaux granulaires sont omniprésents aussi bien dans la nature (dunes, coulées de boue ...) que dans l'industrie (agroalimentaire, pharmaceutique, construction ...), mais exhibent encore un certain nombre d'aspects partiellement compris ou décrits. Parmi ceux-ci, la manière dont s'écoule un milieu granulaire est une question prégnante. Ces dernières années ont connues des avancées importantes avec le développement d'une rhéologie continue frictionnelle offrant un cadre pour une description hydrodynamique des écoulements granulaires. Cette rhéologie a déjà été confrontée à des écoulements classiques comme les écoulements sur plans inclinés ou les vidanges de silos par exemple. Cependant, la question de sa validité dans des configurations hydrodynamiques plus complexes reste ouverte. De ce point de vue, l'étude des forces qui s'exercent sur un objet dans un écoulement granulaire semble donc prometteuse. C'est une géométrie classique en mécanique des fluides qui permet de tester les propriétés du fluide utilisé. En outre, l'étude de ces forces a des applications importantes dans l'industrie, qui fait un grand usage de mécanismes pour le transport ou l'analyse de matériaux divisés, ou encore pour la locomotion en milieu sablonneux. Une description précise des forces sur un objet en mouvement dans un milieu granulaire présente donc des intérêts fondamentaux et appliqués importants.

C'est dans la lignée de ces questionnements que s'inscrit ce travail de thèse. Notre objectif est d'étudier expérimentalement et numériquement les forces de traînée et de portance s'exerçant sur un cylindre en rotation dans un milieu granulaire, afin d'extraire leurs lois d'échelle et de comprendre leur origine physique. Dans un premier temps nous verrons qu'un cylindre se déplaçant dans un milieu granulaire subit non seulement une force de traînée, mais également une force de portance de forte intensité, bien que l'objet soit symétrique. Nous discuterons de l'origine de cette force en lien avec la rhéologie frictionnelle du milieu granulaire. Dans une deuxième partie, nous mettrons en évidence un phénomène étonnant de réduction de la traînée lorsque le cylindre effectue plusieurs rotations. Cette diminution de la traînée est le signe d'une auto-structuration du milieu granulaire qui écrante la pression hydrostatique. Enfin, dans la dernière partie nous étendrons notre travail aux forces qui s'exercent sur un objet plongé dans un milieu granulaire en écoulement. Cette étude est motivée par le phénomène de ségrégation par taille dans les écoulements granulaires, dans lequel les grosses particules tendent à remonter à la surface. Nous discuterons dans quelle mesure ce phénomène peut être appréhendé en terme de force hydrodynamique.

Chapitre 1

État des connaissances et objectifs des travaux

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores : interminablemente.

La Biblioteca de Babel
Jorge Luis Borges

1.1 Généralités sur les milieux granulaires

Les milieux granulaires regroupent une large variété de matériaux ayant en commun d'être constitués de parties distinctes, les grains. On les retrouve à la fois en géologie et au niveau industriel. Ils sont ainsi très répandus à l'état naturel dans les dunes ou les plages (figure 1.1a), dans les avalanches de neige, les glissements de terrain ou à une échelle bien plus grande dans les anneaux des planètes géantes du système solaire par exemple. D'un point de vue industriel, ils sont omniprésents, dans l'agroalimentaire en partant des céréales jusqu'aux produits transformés (figure 1.1b), dans l'industrie pharmaceutique, ou encore dans le bâtiment avec les bétons et l'aménagement du territoire (figure 1.1c).

Ces matériaux sont regroupés en une appellation générique car leurs comportements à grande échelle sont généralement beaucoup plus liés aux mouvements collectifs des grains plutôt qu'au détail de leurs formes ou de leurs interactions [Andréotti et al., 2011]. C'est ainsi que du sable de plage va présenter des phénomènes comparables mais à une échelle

Figure 1.1 – (a) Dune de sable (image de Wikipedia, licence CC-BY-SA). (b) Empilement de bonbons. (c) Empilement de rondins.

plus petite, à des grains de riz dans un silo ou une avalanche de pierres en montagne. À l'échelle du grain individuel, on ne parle de milieu granulaire que lorsque les grains ont une taille assez grande, typiquement supérieure à 100 μm. Cette limite correspond généralement à négliger les forces cohésives, comme dans les poudres, ainsi que l'agitation thermique. Il n'y a en revanche pas à proprement parler de limite supérieure en taille. Comme nous l'avons déjà indiqué, les grains peuvent présenter une forme quelconque, de la sphère aux formes polygonales ou concaves les plus complexes (figures 1.1b et c). Ces milieux à grains complexes présentent des spécificités, mais les phénomènes mis en évidence avec les grains les plus simples sont généralement transposables aux particules plus complexes, dès lors que l'on considère des assemblées de grains suffisamment grandes. Enfin, de nombreuses situations font intervenir des milieux où le fluide interstitiel n'est pas un gaz mais un liquide visqueux, on parle alors de milieu granulaire immergé ou de suspensions. La présence du liquide peut modifier fortement les phénomènes observés, l'interaction liquide–grain étant très différente des interactions grain–grain. Nous ne considérerons dans la suite que des milieux granulaires secs, c'est-à-dire où le fluide interstitiel est de l'air, dont l'effet sur les grains est généralement négligeable.

On distingue habituellement trois régimes de comportement différents pour les milieux granulaires [Jaeger et al., 1996], dépendant de l'énergie injectée au système (figure 1.2a). À faible énergie, les grains n'ont pas la possibilité de se déplacer les uns par rapport aux autres et forment donc un tas statique (figure 1.2b). Lorsque l'énergie disponible est plus importante, les grains peuvent se mettre à couler, formant un fluide granulaire. Avec un apport d'énergie encore plus important, les grains ne font plus que s'entrechoquer et ne maintiennent pas de contacts longs, on parle alors de gaz granulaire. Nous ne nous étendrons guère sur ce dernier régime, qui est hors de l'objet de cette étude, si ce n'est pour noter qu'il est assez bien décrit par la théorie cinétique des gaz, moyennant quelques adaptations pour les granulaires. Nous nous intéresserons beaucoup plus aux deux premiers régimes, solide et

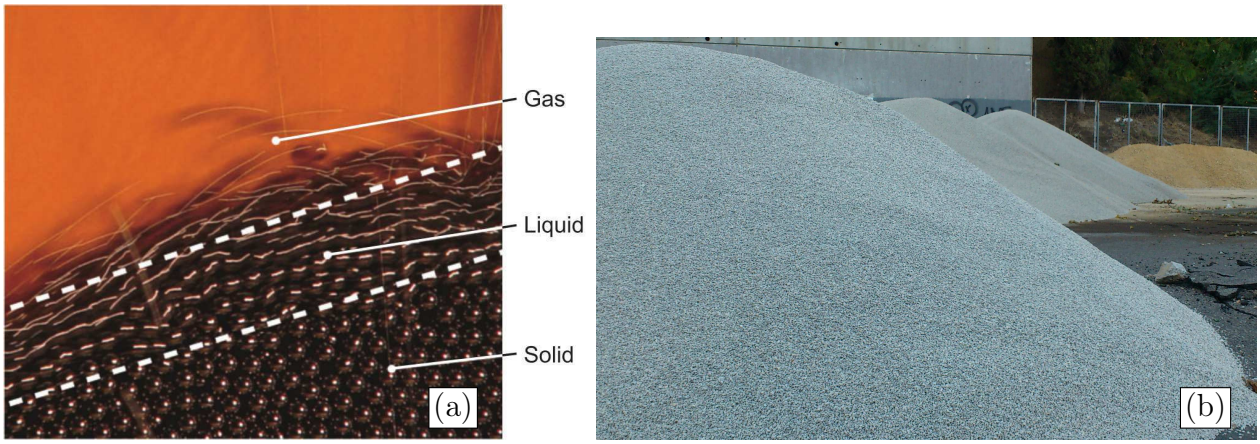


FIGURE 1.2 – (a) Trois régimes de mouvements des grains dans un écoulement granulaire sous gravité. Extrait de [Forterre et Pouliquen, 2008]. (b) Tas de gravier sur un chantier.

liquide, et à la transition de l'un à l'autre.

1.2 Écoulements granulaires

L'étude des écoulements granulaires a de nombreuses applications industrielles, où il est nécessaire d'être capable de transporter un milieu divisé d'un lieu à un autre, ou au contraire d'éviter qu'un écoulement ne se produise qui pourrait avoir des conséquences néfastes. Il est ainsi important de comprendre comment ce type de milieu s'écoule, par exemple pour dimensionner de manière raisonnée des systèmes mécaniques.

Une première caractéristique importante des écoulements granulaires est qu'il est nécessaire de dépasser une certaine contrainte dans le milieu pour que celui-ci se mette à couler. Cela se voit dans la possibilité de former un tas statique d'angle $\theta \neq 0$ avec l'horizontale (figure 1.2b). Ce type d'expérience se compare bien avec celle d'un pavé frottant sur un plan incliné : si l'on incline progressivement le plan, le pavé se met à glisser à partir d'un angle critique θ_c. En définissant P la contrainte normale au plan et τ la contrainte tangentielle, le pavé se met à glisser à $P/\tau = \tan\theta_c$, ce qui permet de définir un coefficient de friction $\mu_s = \tan\theta_c$. Il est possible de faire la même chose dans le cas d'un milieu granulaire, puisque l'écoulement du milieu ne se fait qu'à partir d'un certain angle qui définit ainsi un coefficient de friction μ_s. Il faut cependant bien voir que ce coefficient de friction émerge du comportement collectif des grains, et est donc différent du coefficient de friction solide entre les grains. L'existence d'une contrainte seuil dans les milieux granulaires les rapprochent d'autres fluides complexes dits « à seuil » comme les boues ou les émulsions. La différence importante pour un milieu granulaire est la dépendance du seuil d'écoulement avec la pression du milieu : plus la pression est élevée, plus la contrainte tangentielle appliquée doit être grande pour

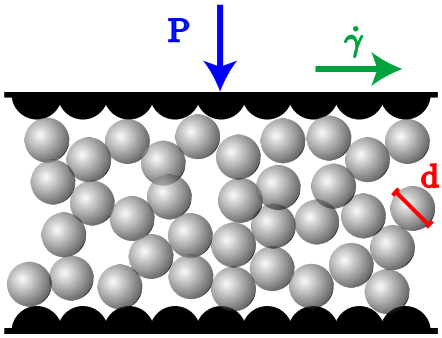


FIGURE 1.3 – Cellule de cisaillement plan

permettre la mise en écoulement.

Une fois le milieu mis en écoulement, on peut s'interroger sur la rhéologie de ce milieu, c'est-à-dire sur la manière dont les contraintes dans le milieu émergent des caractéristiques de l'écoulement. Pour cela, il est intéressant de commencer par considérer la configuration la plus simple d'une cellule de cisaillement bidimensionnelle, figure 1.3. Dans cette expérience, on applique un taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ à des grains de diamètre d et de masse volumique ρ_g, confinés par une pression P. L'analyse dimensionnelle indique alors, comme cela a été montré par [da Cruz et al., 2005], qu'il suffit d'un seul nombre sans dimension pour décrire le comportement du système. Ce nombre, appelé nombre inertiel, est donné par

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P/\rho_g}}. \tag{1.1}$$

Il peut être vu comme le rapport des deux temps caractéristiques du système :

- le temps caractéristique du cisaillement, qui va décrire les effets inertiels dans le système : $\tau_{cis} = 1/\dot{\gamma}$;
- le temps caractéristique nécessaire à grain pour se déplacer d'une distance d sous l'effet d'une pression P, qui correspond au temps de chute d'un grain dans un trou : $\tau_{chute} = \frac{d}{\sqrt{P/\rho_g}}$.

Ainsi, si I est élevé les grains n'ont pas le temps de chuter dans les trous avant d'être emportés par l'écoulement. *A contrario*, I petit correspond au cas où l'inertie des grains est trop faible pour leur éviter de tomber dans les trous formés lors de l'écoulement.

Notons qu'il pourrait exister d'autres temps caractéristiques dans le système, comme le temps du mouvement brownien (qui n'intervient pas ici puisque l'on considère des granulaires athermiques), ou encore le temps lié au frottement visqueux de l'air sur le grain lorsqu'il se déplace. Si ce dernier est généralement négligeable pour le cas de granulaire dans l'air, il joue un rôle prépondérant dans le cas de granulaires immergés.

Il est alors possible de tracer les grandeurs caractéristiques du milieu, à savoir $\mu(I) = \tau/P$

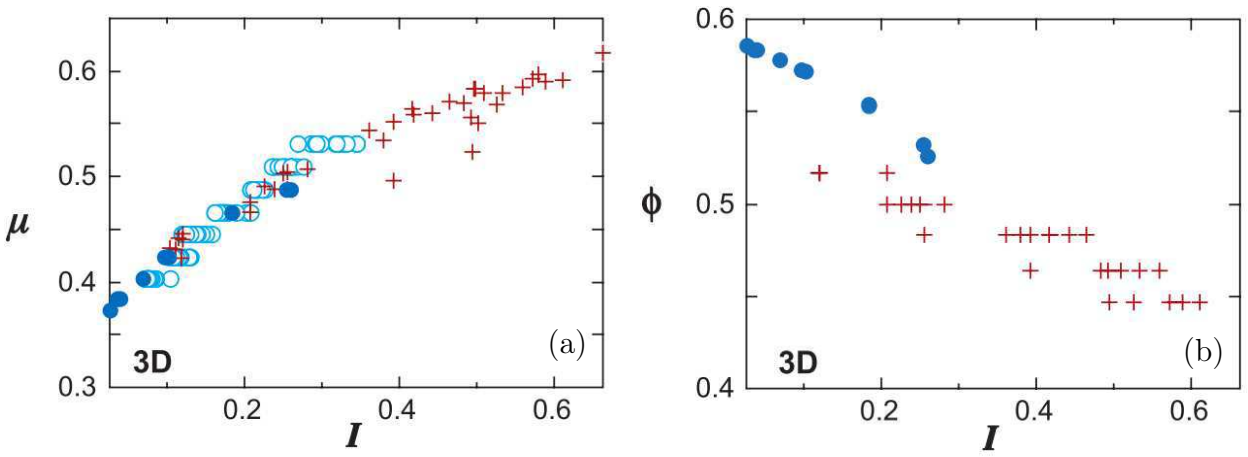


FIGURE 1.4 – Valeurs expérimentales de μ (gauche) et ϕ (droite) en fonction du nombre inertiel en 3 dimensions. ∘ : expériences sur plan incliné ; • : simulations sur plan incliné ; + : expériences de cisaillement plan. Données issues de [Forterre et Pouliquen, 2008].

le coefficient de friction effectif du milieu et $\phi(I)$ la fraction volumique du milieu qui sont uniquement des fonctions du nombre inertiel. La figure 1.4 montre ces fonctions mesurées dans différentes configurations, à la fois expérimentalement et numériquement (simulations discrètes). On constate que les mesures effectuées sur plan incliné et en cellule de cisaillement se placent sur la même courbe. L'utilisation du nombre inertiel permet donc de proposer une rhéologie locale ne dépendant pas de la géométrie de l'expérience mais seulement des paramètres de cisaillement et de pression imposés au milieu granulaire [Midi, 2004]. [Jop et al., 2005 ; Pouliquen et al., 2006] ont proposé une forme fonctionnelle pour les fonctions $\phi(I)$ et $\mu(I)$ rendant compte des valeurs observées dans les expériences et simulations.

La fraction volumique sur la figure 1.4b fait apparaître une dépendance linéaire avec I, avec une compacité maximale $\phi_{max} = 0.64$ et minimale $\phi_{min} = 0.4$:

$$\phi(I) = \phi_{max} + (\phi_{min} - \phi_{max})I. \tag{1.2}$$

La fonction $\mu(I)$ figure 1.4a fait quant à elle apparaître le coefficient de friction statique μ_s déjà discuté auparavant, ainsi qu'un coefficient de friction maximal à grand nombre inertiel μ_2 :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{I_0/I + 1}. \tag{1.3}$$

Cette fonction introduit un troisième paramètre, I_0, indiquant l'échelle caractéristique de I pour la transition entre le régime quasi-statique et le régime inertiel. Les différents paramètres dépendent de toutes les caractéristiques microscopiques des grains, et ont typiquement été mesurés pour des sphères de verre à $\mu_s = \tan(21°) = 0.4$, $\mu_2 = \tan(33°) = 0.65$, $I_0 = 0.3$.

Cette rhéologie frictionnelle a été par exemple appliquée avec succès pour retrouver le profil de Bagnold pour les écoulements stationnaires uniformes sur plans inclinés. En revanche,

elle ne permet pas de décrire des écoulements plus complexes présentant des gradients de vitesse dans plusieurs directions. Pour décrire des écoulements tridimensionnels, il est nécessaire de passer à une définition tensorielle du tenseur des contraintes.

Une telle généralisation tensorielle de la loi $\mu(I)$ a été proposée par [Jop et al., 2006]. L'idée de base est de supposer l'écoulement incompressible et d'écrire le tenseur des contraintes sous la forme $\bar{\bar{\sigma}} = -P\mathbb{1} + \bar{\bar{\tau}}$ où P est la pression supposée isotrope et τ le déviateur des contraintes (de trace nulle). Ce dernier, par analogie avec les fluides classiques, est ensuite supposé s'écrire sous la forme $\bar{\bar{\tau}} = \eta_{\text{eff}}\,\bar{\bar{\dot{\gamma}}}$. $\bar{\bar{\dot{\gamma}}}$ est le tenseur taux de cisaillement calculé de la manière habituelle à partir de la vitesse $\vec{v}$ et de la position $\vec{x}$:

$$\bar{\bar{\dot{\gamma}}} = \overrightarrow{\text{grad}}\ \vec{v} + \overrightarrow{\text{grad}}^T\ \vec{v} \tag{1.4}$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \partial v_i/\partial x_j + \partial v_j/\partial x_i.$$

La viscosité effective du milieu η_{eff} est donnée par $\eta_{\text{eff}} = \mu(I)P/|\dot{\gamma}|$, avec $|\dot{\gamma}| = \sqrt{0.5\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ij}}$ la norme du tenseur taux de cisaillement. La contrainte tangentielle a donc une norme égale à $\mu(I)P$, et est parallèle au cisaillement, ce qui est cohérent avec l'analyse en cellule de cisaillement bidimensionnelle précédente. Il est alors possible d'écrire le tenseur des contraintes complet (en tensoriel puis en notation indicielle) :

$$\bar{\bar{\sigma}} = -P\mathbb{1} + \frac{\mu(I)P}{|\dot{\gamma}|}\,\bar{\bar{\dot{\gamma}}} \tag{1.5}$$

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \frac{\mu(I)P}{\sqrt{0.5\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ij}}}\dot{\gamma}_{ij}.$$

Il faut ajouter à cela le critère de rupture précédent adapté en 3D, à savoir que l'on se trouve dans une zone statique si $\left|\,\bar{\bar{\tau}}\,\right| < \mu_s P$. L'expression analytique de $\bar{\bar{\sigma}}$ permet alors de calculer l'écoulement en résolvant les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (écrites ici en écoulement stationnaire incompressible sous gravité) :

$$\text{div}\ \vec{v} = 0 \tag{1.6}$$

$$\overrightarrow{\text{div}}\ \bar{\bar{\sigma}} + \rho\vec{g} = 0 \tag{1.7}$$

Notons qu'il existe une analogie entre cette formulation et une loi constitutive de type Herschel-Bulkley, dans le sens où il s'agit d'un fluide effectif ayant un seuil d'écoulement et une viscosité dépendant du cisaillement. La comparaison s'arrête cependant ici, puisque aussi bien la contrainte seuil que la viscosité effective sont fonction de la pression totale, ce qui n'est pas le cas pour les fluides complexes.

Cette approche en terme de rhéologie visco-plastique locale couplée à la loi de friction exposée au dessus (équation 1.3) a permis de décrire avec un succès grandissant de nombreuses expériences et simulations d'écoulements granulaires complexes. Par exemple, cette

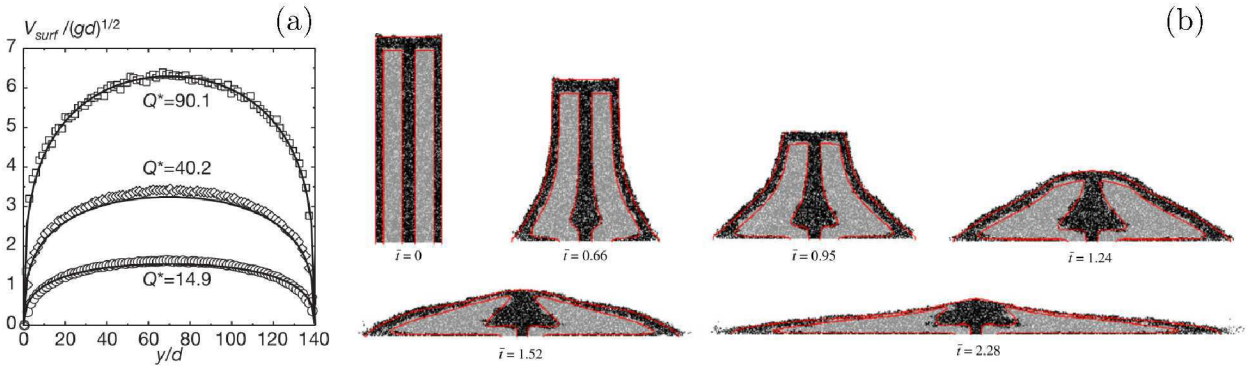


FIGURE 1.5 – (a) Vitesses de surface de l'écoulement en fonction de la position transversale dans un écoulement sur fond meuble avec parois latérales en $y = 0$ et $y = 140$ pour différents débits Q^*, mesurées expérimentalement (cercles) et calculées avec la rhéologie visco-plastique (traits pleins). Extrait de [Jop et al., 2006]. (b). Effondrement d'une colonne granulaire simulée en dynamique moléculaire (points noirs et gris) et en implémentant la rhéologie visco-plastique (traits rouges). Extrait de [Lagrée et al., 2011].

loi constitutive a été utilisée pour décrire quantitativement l'apparition d'ondes de surface dans un écoulement sur plan incliné [Forterre, 2006], ou les écoulements sur fonds meubles entre parois [Jop et al., 2006]. Étant donné la complexité des équations, il est cependant généralement difficile de calculer de manière analytique les écoulements. Un certain nombre de travaux ont donc été effectués pour implémenter la rhéologie $\mu(I)$ dans des codes numériques de résolution continue d'écoulements de fluides. Il a ainsi été montré le bon accord entre expériences et simulations continues pour ce qui est des écoulements sur fond meuble en canal étroit [Jop et al., 2006] (figure 1.5a), ou encore pour l'érosion d'un lit granulaire par un écoulement de liquide [Chauchat et Médale, 2010 ; Chauchat et Médale, 2014]. Les résultats sont aussi très bons pour la description globale d'écoulements plus complexes comme l'effondrement de colonnes granulaires ou la vidange de silos. Ainsi [Lagrée et al., 2011] ont montré le très bon accord entre les prédictions du modèle continu et des simulations de dynamique moléculaire où la dynamique de chaque grain est simulée (figure 1.5b). De la même manière, [Kamrin, 2010 ; Staron et al., 2012] ont simulé avec succès la vidange d'un silo 2D par un orifice placé au fond.

Ainsi, la rhéologie visco-plastique dite $\mu(I)$ offre une première approche permettant de décrire et de prédire les écoulements pour de nombreuses expériences et simulations dans différentes géométries. Plus récemment, cette formulation a été implémentée dans des codes numériques de mécanique des fluides ou mécanique des solides pour simuler des géométries complexes. Si des problèmes demeurent, en particulier dans les zones de transition solide–liquide où des effets non locaux sont observés (un écoulement localisé à un endroit influence des comportements dans une zone solide [Reddy et al., 2011 ; Kamrin et Koval, 2012]), il est tentant d'essayer d'appliquer ces développements à des situations plus complexes.

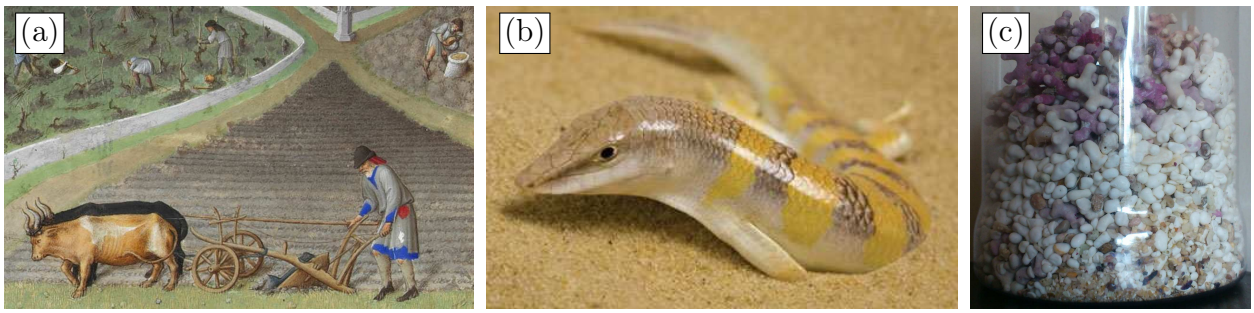


Figure 1.6 – (a) Labour au 13e siècle. Extrait de la page du mois de mars de *Les très riches heures du duc de Berry* vers 1400. (b) *Scincus scincus*, aussi appelé poisson des sables, capable de se déplacer sous la surface du sable. Extrait du site internet de Faunatech. (c) Ségrégation par taille d'un sable très polydisperse et à grains complexes.

1.3 Forces sur un objet dans un écoulement granulaire

Parmi celles-ci, les forces qui s'exercent sur un objet dans un écoulement représentent une configuration classique et très étudiée en mécanique des fluides, permettant de sonder les propriétés du milieu. La compréhension des forces s'exerçant sur un objet dans un écoulement granulaire a de nombreuses applications : croissance racinaire [Bengough et Mullins, 1990], locomotion animale [Maladen et al., 2009] (figure 1.6b) pouvant mener à des applications intéressantes en robotique pour le déplacement en zones sablonneuses [Li et al., 2013], agriculture avec la préparation des sols (figure 1.6a), dispositifs de protection contre les avalanches [Faug et al., 2009], ensablement de pipelines [Cheuk et al., 2008], cratères d'impact de météorites [Melosh, 1989] etc. D'un point de vue plus fondamental, certains phénomènes pourraient bénéficier d'une meilleure compréhension des forces granulaires, comme par exemple le phénomène de ségrégation, dans lequel un écoulement granulaire aboutit à la séparation spatiale des grains selon leur taille (figure 1.6c), les plus gros ayant tendance à remonter à la surface de l'écoulement.

Lorsque l'on considère les forces s'exerçant sur un objet dans un écoulement, on distingue habituellement les forces de traînée, qui sont les forces dans la direction de l'écoulement, et les forces de portance perpendiculaires à l'écoulement (figure 1.7). Historiquement, les premières études ont été des mesures de forces de traînée sur des systèmes proches de la charrue par [Wieghardt, 1975], qui ont été suivies par de nombreuses autres [Albert et al., 1999 ; Koehler, 2005 ; Brzinski III et Durian, 2010]. Les travaux sur les forces de portance ont été beaucoup plus récents, avec principalement une étude de [Ding et al., 2011] parue peu après le début de cette thèse. Nous détaillons dans la suite l'état des connaissances et les différentes études ayant été effectuées d'abord sur les problèmes de forces de traînée, puis sur les forces de portance.

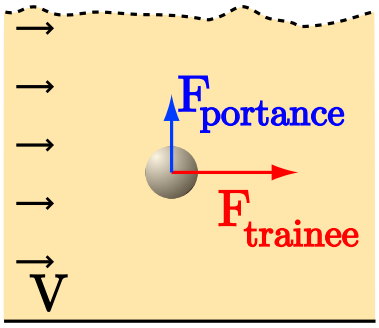


FIGURE 1.7 – Définition des forces de traînée et de portance sur un objet dans un écoulement.

1.3.1 Force de traînée

Pour étudier la force de traînée granulaire, plusieurs configurations sont possibles qui consistent à tirer un objet horizontalement dans un lit granulaire, ou encore à le mettre en rotation (figure 1.8). Après les expériences pionnières de [Wieghardt, 1975], la première étude systématique revient à [Albert et al., 1999] qui ont mis en écoulement à faible vitesse un lit granulaire autour d'un cylindre vertical plongeant dans le milieu (figure 1.8a). Ils ont tout d'abord montré qu'à faible vitesse, la force de traînée est indépendante de la vitesse. En outre, celle-ci croît proportionnellement au diamètre du cylindre et à l'enfoncement au carré (figure 1.9a). Cela correspond à une force proportionnelle à la surface du cylindre et à l'enfoncement, c'est-à-dire à la pression hydrostatique, d'autres études ayant confirmé que la traînée est proportionnelle à la gravité et à la densité du milieu [Costantino et al., 2011]. Il est en outre intéressant de noter que la forme de l'objet a finalement peu d'influence sur la traînée en dehors de sa surface, comme l'ont montré des expériences avec des objets de différentes formes par [Albert et al., 2001]. Cette proportionnalité de la force de traînée avec la pression à faible vitesse s'explique bien qualitativement. En effet, les interactions entre les grains et l'objet étant frictionnelles, à la fois la force normale et la force tangentielle au contact sont proportionnelles à la pression, ce qui aboutit à une traînée proportionnelle à la pression et à la surface de l'objet. Ainsi $F_{\text{trainee}} \propto PS$ avec P la pression des grains au niveau de l'obstacle et S la surface de l'objet.

[Brzinski III et Durian, 2010] ont pu explorer une gamme de vitesses plus large, avec une configuration légèrement différente, basée sur la rotation d'un cylindre horizontal dans un milieu granulaire (figure 1.8d). Ils ont observé que la traînée à faible vitesse est bien proportionnelle à la pression hydrostatique et indépendante de la vitesse, tandis que la traînée à vitesse élevée devient indépendante de la pression hydrostatique et proportionnelle au carré de la vitesse [Chehata et al., 2003], révélant les effets d'inertie des grains (figure 1.9b). La force de traînée dans toutes ces expériences a une valeur moyenne bien définie, mais fluctue bien entendu au cours du temps. Les caractéristiques de ces fluctuations ont été

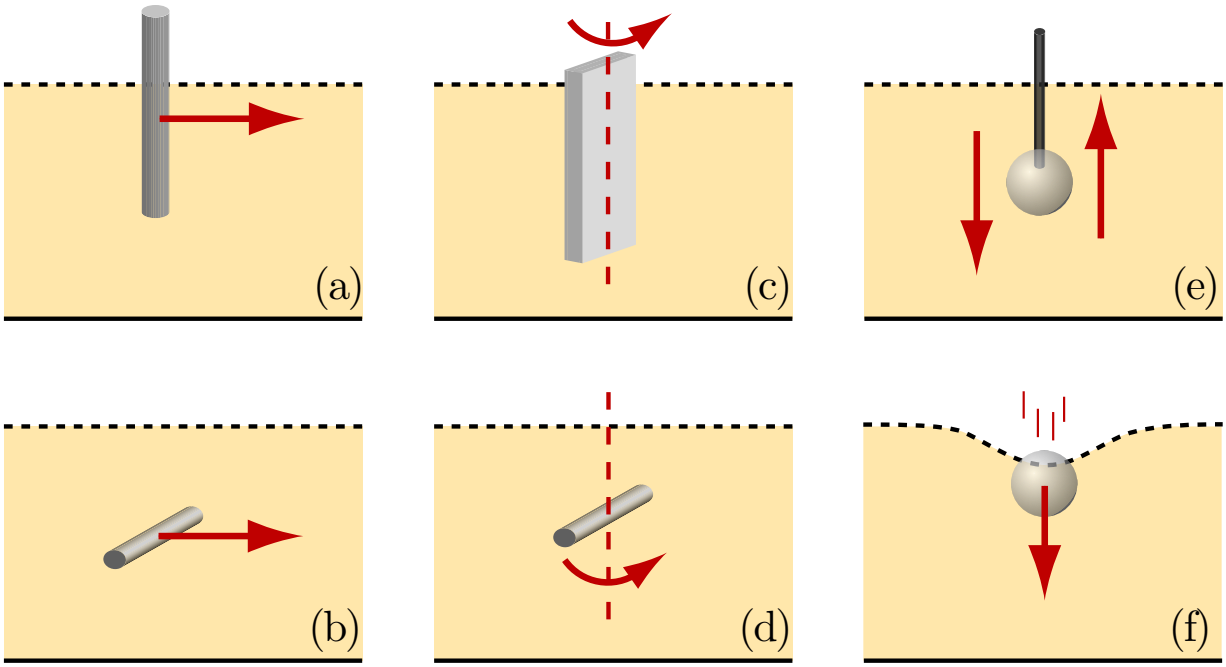


FIGURE 1.8 – Exemples de configurations utilisées pour la mesure des forces sur un objet en mouvement dans un milieu granulaire. (a) traînée d'un cylindre vertical ; (b) traînée d'un cylindre horizontal enfoui ; (c) rotation d'une pale verticale ; (d) rotation d'un cylindre enfoui ; (e) enfoncement ou rétractation d'une sphère ; (f) impact d'une sphère.

étudiées par plusieurs équipes, que ce soit sur les forces macroscopiques [Albert et al., 2000], ou d'un point de vue microscopique avec un granulaire 2D et des grains photoélastiques [Geng et Behringer, 2005 ; Clark et al., 2012 ; Seguin et al., 2013].

Une autre configuration dans laquelle les forces de traînée ont été mesurées est celle de l'immersion. Dans ce type d'expérience, un objet, typiquement une sphère ou un cylindre en 2D, est plongé ou retiré verticalement d'un milieu granulaire [Koehler, 2005 ; Seguin et al., 2011 ; Seguin et al., 2013] (figure 1.8e). Les résultats précédents sont retrouvés [Katsuragi et Durian, 2013], avec une traînée proportionnelle à l'enfoncement, et même à la pression totale comme l'ont montré les expériences de [Zhou et al., 2004] en rajoutant des masses à la surface du lit granulaire. Il est cependant intéressant de noter la grande différence dans le coefficient de proportionnalité entre la plongée et le retrait [Hill et al., 2005], dont il n'est pas encore clair si elle est liée à l'influence de la paroi du fond [Stone et al., 2004] ou à un couplage entre le gradient de pression et l'écoulement granulaire. Enfin, ces expériences de pénétration amènent logiquement à considérer les expériences d'impact (figure 1.8f), où une bille est lâchée au dessus d'un milieu granulaire [Katsuragi et Durian, 2007] [Umbanhowar et Goldman, 2010 ; Kondic et al., 2012]. Dans ce cas, la force de traînée est déduite de la dynamique de chute de la bille ou simplement de sa position finale. Ces études ont

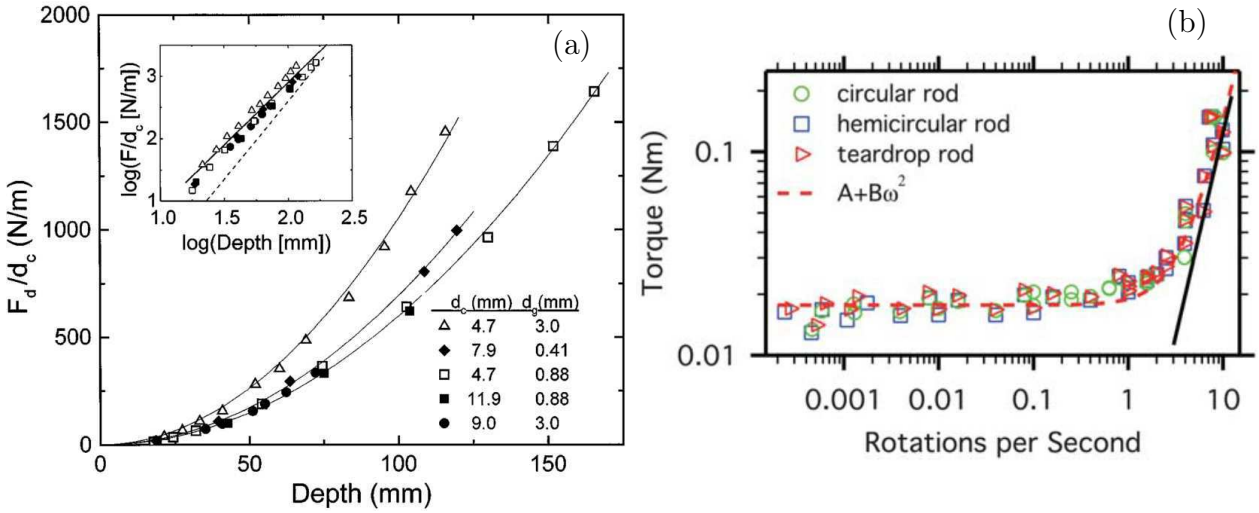


FIGURE 1.9 – (a) Force de traînée divisée par le diamètre du cylindre en fonction de l'enfoncement, en échelle linéaire et logarithmique (insert), dans une expérience de traction de cylindre vertical (figure 1.8a). Extrait de [Albert et al., 1999]. (b) Couple en fonction de la vitesse de rotation ω dans une expérience de rotation de cylindre horizontal (figure 1.8d). Extrait de [Brzinski III et Durian, 2010].

montré que la force sur l'objet impactant était la somme de deux termes, l'un proportionnel à la vitesse au carré et indépendant de l'enfoncement, l'autre proportionnel à la pression et indépendant de la vitesse. Ce dernier terme est généralement proportionnel à l'enfoncement lorsque la pression est simplement la pression hydrostatique, mais peut aussi être independant de l'enfoncement en présence d'effet Janssen qui fait saturer la pression du milieu à fort enfoncement [Pacheco-Vázquez et al., 2011]. Les mesures d'impact sont donc tout à fait cohérentes avec les mesures effectuées sur un objet tiré ou en rotation dans un dans un milieu granulaire.

En résumé, toutes ces expériences ont permis de mettre en évidence les dépendances suivantes pour la force de traînée F_{trainee} :

$$F_{\text{trainee}} \propto PS \quad \text{si } I/I_0 \ll 1 \tag{1.8}$$

$$F_{\text{trainee}} \propto \rho S U^2 \text{ si } I/I_0 \gg 1 \tag{1.9}$$

avec P la pression granulaire, égale à la pression hydrostatique en absence d'effet Janssen $P = \rho g h$ avec h l'enfoncement et ρ la densité du milieu granulaire ; S la surface frontale de l'objet, et U sa vitesse.

Notons que ces dimensionnements ne sont valables que lorsque l'objet a une taille grande devant la taille des grains. Dans le cas contraire, d'autres effets viennent s'ajouter tendant à augmenter la traînée mesurée [Chehata et al., 2003 ; Soller et Koehler, 2006], qui semblent liées à une augmentation de la surface effective de l'objet d'un diamètre de grains [Goldsmith et al., 2013]. En outre, la préparation du milieu peut jouer un rôle, les com-

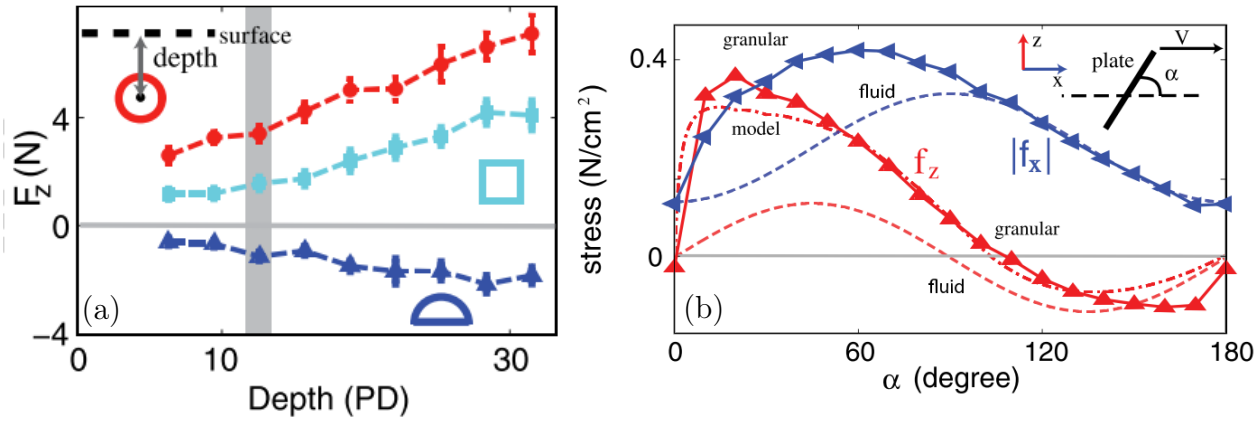


FIGURE 1.10 – (a) Force de portance F_z en fonction de la profondeur mesurée en diamètre de grains pour trois formes d'objets traînés horizontalement. (b) Contraintes horizontales et verticales sur une plaquette formant un angle α avec l'horizontale, mesurées en dynamique moléculaire. Figures extraites de [Ding et al., 2011].

portements pouvant changer selon que le milieu est préparé de manière lâche ou dense [Gravish et al., 2010].

1.3.2 Force de portance

L'étude des forces de portance a connu beaucoup moins de développement que celle des forces de traînée. [Percier et al., 2011] ont ainsi étudié les forces de traînée et de portance s'exerçant sur une plaque inclinée traînée à la surface d'un lit granulaire, et ont montré que la portance augmente avec la masse traînée et diminue avec l'angle d'attaque (angle entre la plaque et l'horizontale). Les forces de portance sur un objet entièrement plongé dans un milieu granulaire n'ont été étudiées que très récemment par [Ding et al., 2011 ; Potiguar et Ding, 2013] parallèlement à cette thèse. Dans ces études a été examinée expérimentalement et numériquement la force de portance qui s'exerce sur un cylindre horizontal (figure 1.8b) se déplaçant au voisinage d'une surface libre, à faible vitesse [Ding et al., 2011] ou à grande vitesse [Potiguar et Ding, 2013]. Dans les deux cas, une importante force de portance est mesurée bien que l'objet soit symétrique.

Un premier résultat de l'étude de [Ding et al., 2011] est que la force de portance à faible vitesse croît linéairement avec l'enfoncement, comme la force de traînée (figure 1.10a). Ils expliquent cette portance comme la somme des contraintes subies par chaque élément du pourtour de l'objet. La contrainte par élément est alors considérée comme identique à celle subie par un plaque tirée horizontalement avec le même angle d'attaque que celui de l'élément (figure 1.10b). Cela permet de calculer les forces sur des objets complexes [Li et al., 2013]. L'origine de la portance est alors le fait que la contrainte sur une plaquette d'angle α est très asymétrique par rapport à $\alpha = \pi/2$, avec des contraintes beaucoup plus importantes lorsque

la plaquette attaque vers le bas ($\alpha \in [0; \pi/2]$). Cette asymétrie est à l'origine de la présence d'une portance. Cependant un certain nombre de questions demeurent, en particulier sur le rôle de la surface libre dans la force de portance.

En effet, les résultats de [Ding et al., 2011] diffèrent fortement de la vision classique des forces de portances en mécanique des fluides. L'observation d'une portance à basse vitesse montre que dans un milieu granulaire aucune asymétrie géométrique n'est nécessaire pour observer une portance, contrairement au cas des fluides visqueux. Puisqu'elle n'est pas d'origine géométrique, l'asymétrie doit donc être liée aux propriétés même du matériau. Dans un milieu granulaire, la gravité peut être à l'origine de cette asymétrie haut–bas car la rhéologie frictionnelle du milieu implique que la viscosité effective locale dépend de la pression. La réponse du milieu n'est donc plus invariante selon la verticale en raison de la gravité. Cependant, si la gravité, donc le gradient de pression hydrostatique, est à l'origine de la portance, alors celle-ci ne devrait pas dépendre de la profondeur de l'objet. Le fait que [Ding et al., 2011] mesurent une portance proportionnelle à l'enfoncement est de ce point de vue étonnant, et conduit à se demander si la majorité de la force de portance observée dans leur expérience n'est pas due à la présence de la surface libre plutôt qu'à la rhéologie particulière du milieu granulaire.

1.4 Objectifs et plan de la thèse

Cette thèse s'inscrit donc dans la lignée de ces questionnements. Qu'advient-t-il à fort enfoncement lorsque l'on traîne un objet dans un milieu granulaire ? Quelles sont les lois d'échelle contrôlant ces forces ? Peut-on en comprendre l'origine à partir de la rhéologie des matériaux granulaires ? En particulier, les forces de portance mesurées par [Ding et al., 2011] sont-elles un effet de la surface libre, et dans ce cas est-il possible d'observer une force de portance sur un objet dans un écoulement granulaire en l'absence de surface libre ? Ces considérations conduiront à construire une expérience de grande dimension permettant des mesures précises des forces à grande profondeur. Une autre question qui nous a motivés concerne le phénomène de ségrégation granulaire. En effet, si dans un écoulement de petits et de gros grains les grains les plus volumineux remontent à la surface de l'écoulement, cela signifie qu'une force perpendiculaire à l'écoulement, donc une force de portance, s'exerce sur eux. Connaître avec précision cette force pourrait permettre d'appréhender précisément la dynamique de ségrégation en terme de forces.

Au début de cette thèse, les données des expériences de [Ding et al., 2011] n'étaient pas publiées, et nous avons donc voulu effectuer une expérience qualitative permettant de mettre en évidence la présence d'une force de portance. Celle-ci consiste à attacher une grosse bille de verre à l'extrémité d'un fil. L'autre bout du fil est attaché à l'extrémité d'une tige verticale plongée dans un milieu granulaire (figure 1.11a). On démarre l'écoulement avec la bille sous la surface des grains (figure 1.11b), et au bout de quelque temps la bille affleure à la surface du milieu (figure 1.11c). Cela implique l'existence d'une force de portance suffisamment élevée pour la faire remonter et donc pour contrer à la fois son poids (la bille est du même matériau

FIGURE 1.11 – (a) Schéma de l'expérience qualitative de traînée d'une bille au bout d'un fil. (b) Début de l'expérience. (c) Fin de l'expérience. La grosse bille noire est remontée.

que les grains, donc 1.7 fois plus dense que le milieu granulaire) et la projection de la traînée granulaire sur la verticale, le fil étant incliné.

Cette expérience qualitative ne permet pas d'effectuer des mesures précises, et en outre la tige verticale a tendance à se défléchir. Cela nous a amené à monter une expérience plus grande et à géométrie centrée, que nous décrirons chapitre 2. Ce chapitre présentera également les simulations numériques discrètes que nous avons mis en place tout au long de la thèse. Nous analyserons ensuite dans le chapitre 3 les forces de traînée et surtout de portance que nous mesurons aussi bien expérimentalement que numériquement. Le chapitre 4 présentera un phénomène inattendu que nous avons observé lors de la mise en place de l'expérience. Il s'agît de la saturation de la force de traînée avec l'enfoncement après plusieurs rotations du cylindre sur lui-même. Nous verrons que cette saturation de la force de traînée provient d'une structuration du milieu granulaire qui diminue la pression perçue par le cylindre. Enfin nous terminerons dans le chapitre 5 par une étude purement numérique sur les forces de portance qui s'exercent sur une grosse bille plongée dans un écoulement de petites sur plan incliné, en lien avec le problème de la ségrégation dans les écoulements granulaires.

Chapitre 2

Outils expérimentaux et numériques

[...] — La poussière dans l'eau, ça fait de la boue, pas de la lumière.
— Et ça sur le sol, c'est quoi ?
— Du sable.
— C'est quoi le sable ?
— De la poussière mais en plus gros.
— C'est peut-être ça, la poussière d'étoile, alors ?...
— Mais non ! Le sable, c'est du sable. Ça n'a rien à voir avec la poussière.
— Mais tu as dit...
— J'ai dit : le sable, c'est des graviers, mais en plus petit.
— Ah...

Abélart, tome 2
Dillies, Hautière, Bouchard

Cette thèse a commencé par la conception et la mise en place d'un dispositif expérimental permettant la mesure précise des forces sur un obstacle. Par la suite, nous avons aussi développé des simulations numériques de manière à obtenir des informations locales de contraintes. Ces deux approches sont décrites dans ce chapitre.

2.1 Dispositif expérimental

Les différents essais réalisés en début de thèse sur une bille traînée ont permis de mettre en évidence que la mesure de portance peut être très sensible aux perturbations induites par la tige de support. Afin de minimiser les forces de traînée sur le support, nous nous

sommes donc tournés vers un dispositif centré, où un cylindre horizontal tourne autour d'un axe vertical. Le support étant le long de l'axe de rotation, on élimine ainsi les forces transverses au support. Dans cette partie on décrit en détail le dispositif au cœur de nos travaux expérimentaux.

2.1.1 Description du dispositif

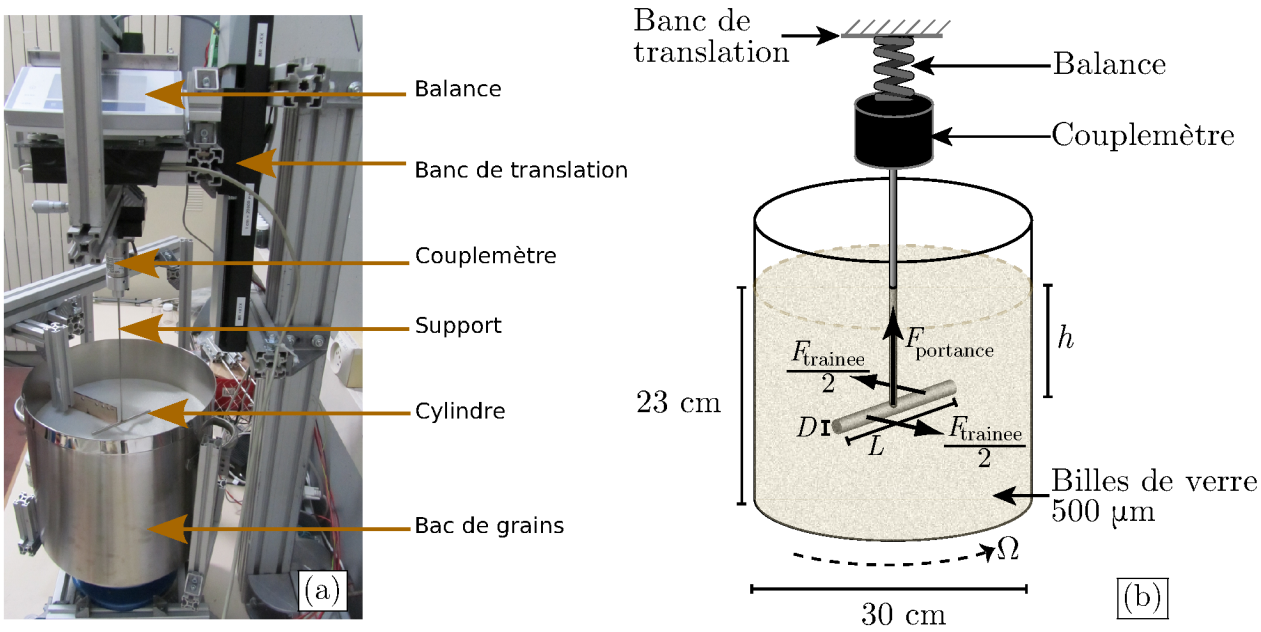


FIGURE 2.1 – (a) Photographie du dispositif expérimental. (b) Schéma de l'expérience.

Le dispositif expérimental employé au cours de cette étude est présenté sur la figure 2.1. Il est composé d'un bac en acier de diamètre 30 cm rempli de 23 cm de billes de verre de diamètre compris entre 500 et 560 μm (diamètre moyen $d = 530\,\mu$m). Le profil granulométrique de ces grains ainsi que leur forme générale est visible sur la figure 2.2. Le bac est installé sur un plateau tournant et peut être mis en rotation à vitesse Ω constante autour de son axe vertical grâce à un moteur à courant continu. On place au centre de ce bac un cylindre horizontal qui sera l'objet sur lequel on cherche à mesurer les forces. Plusieurs cylindres ont été utilisés, avec des diamètres D compris entre 1.5 mm et 10 mm et des longueurs L comprises entre 1.5 cm et 12 cm (voir la figure 2.3 pour un aperçu de tous les cylindres employés). Le cylindre est maintenu statique au moyen d'une tige cylindrique verticale de diamètre 3 mm. Celle-ci est encastrée à son extrémité haute dans un couplemètre (marque Meiri CS-1), qui permet de mesurer le couple subi par le cylindre lorsque le bac est mis en rotation. Le couple-mètre est lui-même fixé sur un cadre reposant sur le plateau d'une balance de précision (marque Mettler Toledo XS 6002 S). La balance fournit la force verticale sur le cylindre et permet donc de mesurer la portance. Enfin, l'ensemble balance, couplemètre et cylindre est placé

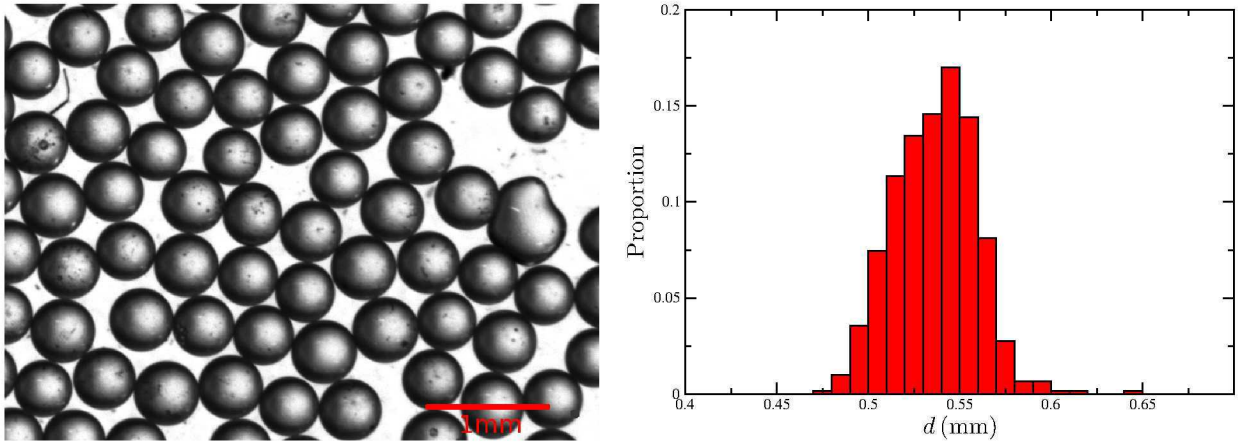


FIGURE 2.2 – (gauche) Un échantillon des billes de verre utilisées. (droite) Profil granulométrique des sphères utilisées (échantillon de 615 grains).

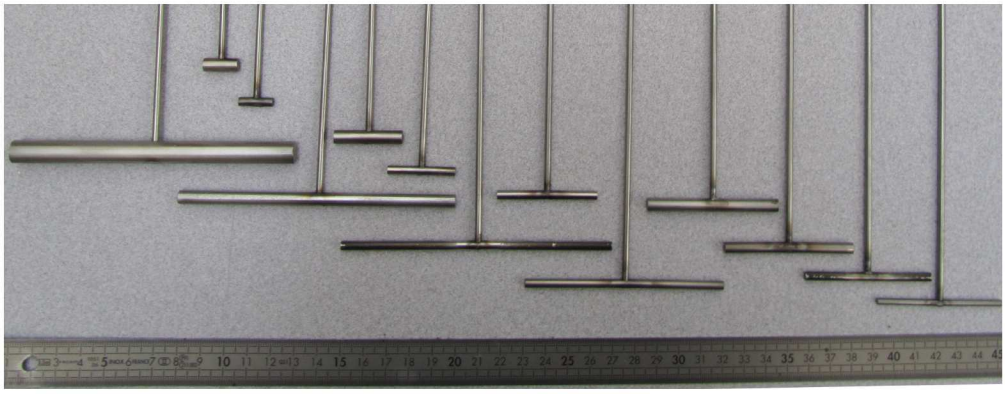


FIGURE 2.3 – Photographie des différents cylindres utilisés pour les mesures.

sur un banc de translation permettant de régler précisément l'enfoncement h du cylindre, distance entre le centre du cylindre et la surface des grains.

Le cylindre et sa tige de maintien ont été choisis en acier inoxydable pour des raisons de rigidité. En effet, la tige de maintien doit être la plus fine possible pour éviter de perturber l'écoulement granulaire, mais ne doit pas se déformer sous l'effet des contraintes mécaniques qu'elle subit sous peine de ne pas transmettre correctement les forces aux capteurs. Le choix d'une géométrie centrée pour le support du cylindre permet de minimiser les artefacts. Lors de la rotation du bac, la tige verticale centrée n'a pas ou peu de mouvement relatif avec les grains, et ne subit donc pas de force relative qui pourrait induire une déflexion (ce qui se passe lorsque l'on traîne un objet linéairement). La rotation génère seulement un faible couple que l'on peut mesurer et retrancher pour obtenir le couple subit par le cylindre seul.

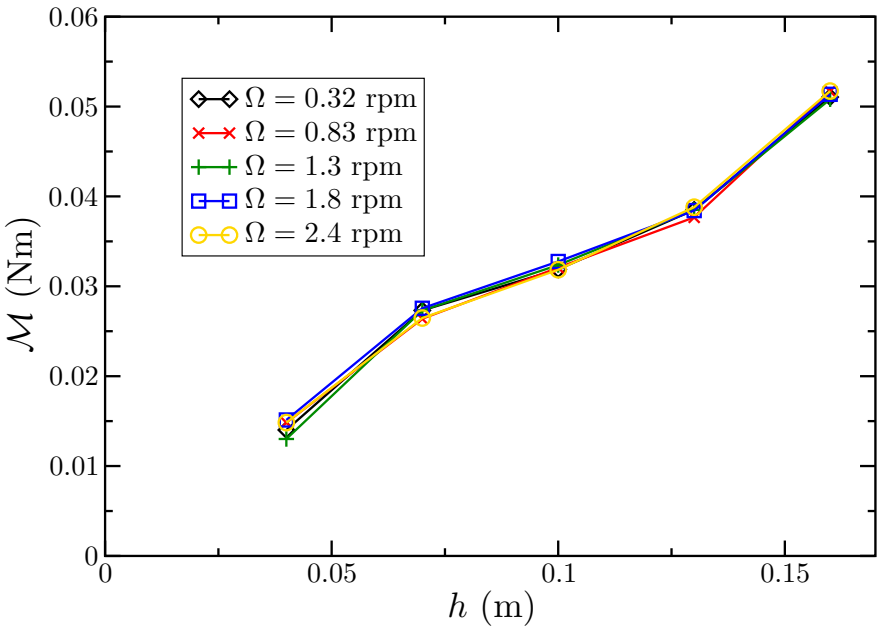


FIGURE 2.4 – Couples $\mathcal{M}$ mesurés sur un cylindre $D = 4\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{cm}$ en fonction de l'enfoncement pour différentes vitesses de rotation. Le couple à un enfoncement donné est indépendant de la vitesse de rotation dans la gamme étudiée.

La position verticale du cylindre est réglée à l'aide d'un banc de translation, précis théoriquement à $0.1\,\mu\text{m}$. Dans la plupart des expériences le cylindre est amené à sa position h avant la mesure et est maintenu à un enfoncement constant durant toute l'expérience (seule la partie 4.3 déroge à cette règle). La vitesse de rotation du bac est elle-aussi constante au cours de chaque expérience. Notons que le couple du moto-réducteur utilisé est suffisamment élevé pour assurer une vitesse de rotation constante, indépendante des variations de forces que peut subir le cylindre. La vitesse de rotation du bac est faible, entre 1 et 2 tours par minutes selon les expériences : en effet, on s'intéresse principalement aux forces dans le régime d'écoulement quasi-statique, pour lequel le nombre inertiel est faible et toutes les forces sont indépendantes de la vitesse [Albert et al., 1999 ; Brzinski III et Durian, 2010]. Il est possible de calculer grossièrement le nombre inertiel dans nos expériences, en considérant que le taux de cisaillement typique $\dot{\gamma}$ est donné par $\dot{\gamma} = \pi L\Omega/D$, et en prenant pour pression la pression hydrostatique. On peut donc estimer que le nombre inertiel $I = \frac{L\Omega d}{D\sqrt{\rho g h/\rho_g}}$ n'est jamais supérieur à 2.10^{-2}, et dans la plupart des cas bien inférieur à cette valeur. La figure 2.4 montre que dans ce cas les couples mesurés sont bien indépendants de la vitesse de rotation. Notons que ce dispositif expérimental est proche de celui utilisé par [Brzinski III et Durian, 2010], mais de plus grandes dimensions, ce qui nous permettra de mettre en évidence de nouveaux phénomènes.

Les différents instruments utilisés dans l'expérience sont pilotés par ordinateur à l'aide du logiciel LabView 9.0. Seule la vitesse du moteur n'est pas contrôlée informatiquement, et est réglée à l'aide d'un générateur à courant continue variable. Différents types de connexions ont été utilisées, soumises aux différents types et âges des matériels. Pour la partie contrôle, le banc de translation est piloté en position et en vitesse de déplacement par une connexion RS232. Pour la captation des données, 4 types de mesures peuvent être effectuées simultanément :

- La position actuelle du banc de translation (RS232), constante dans la plupart des expériences, elle servira dans la partie 4.3, et peut être récupérée à une fréquence maximale de 1Hz, avec une précision de 0.1 μm.
- La masse mesurée sur le plateau de la balance (RS232), mesurée à une fréquence de 10 Hz, avec une précision de 0.01 g.
- Le couplemètre fourni une tension qui est amplifiée entre −10 V et 10 V et numérisée par un boitier NI 6009 de National Instrument. Cette tension est convertie en couple après étalonnage du capteur. Elle est enregistrée à 10 Hz, avec une précision de l'ordre de 10^{-2} V, correspondant à une précision en couple de 2 mN·m.
- La tension fournie au moteur est aussi récupérée, principalement pour connaître avec précision l'instant de départ de la rotation.

La durée des expériences est comprise entre 2.5 min et 30 min, selon les phénomènes qui nous intéressent. Les paramètres expérimentaux exacts seront détaillés dans les parties consacrées aux différents résultats.

2.1.2 Procédure expérimentale

Dans toutes les expériences faisant intervenir les milieux granulaires, les effets de la préparation du milieu sont extrêmement importants, en particulier la compacité moyenne du milieu peut jouer un rôle important [Gravish et al., 2010]. Des techniques habituelles comme la fluidisation préalable du milieu par injection d'air sous pression à la base, l'utilisation de râteaux remuant le milieu en profondeur ou encore le remplissage du bac entre chaque expérience étaient difficiles à mettre en œuvre dans notre cas en raison de la grande quantité de grains (environ 30 kg) et de la géométrie centrée de notre dispositif empêchant le ratissage trop proche du centre. Finalement, le parti pris a été de ne pas faire de préparation particulière du milieu et de se baser sur le caractère reproductible des données comme indicateur d'une préparation toujours identique de notre milieu.

Plus précisément, le bac est rempli initialement sans précaution particulière. On met ensuite en rotation le bac dans un sens ou dans l'autre, et l'on effectue plusieurs séries de mesures à différents enfoncements. Les mesures ne sont alors pas reproductibles d'une série à l'autre pour un enfoncement donné, le couple évoluant comme le montre la figure 2.5. Cela s'explique par le fait que le milieu est initialement lâche et qu'il tend à se compacter au cours des premières mesures. Au bout de suffisamment d'essais, le milieu cesse d'évoluer et atteint un état stationnaire, qui est alors le même pour tous les essais et assure donc la

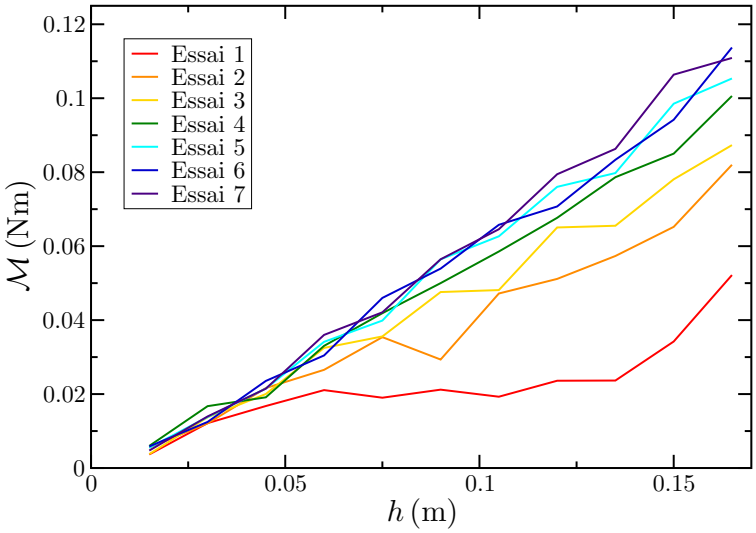


FIGURE 2.5 – Couple $\mathcal{M}$ mesuré à différentes profondeurs plusieurs fois. L'essai 1 a lieu juste après remplissage du bac de grains, il n'y a aucune préparation particulière d'un essai à l'autre. Cylindre $D = 4\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{mm}$.

reproductibilité des données (à partir de l'essai 5 environ dans la figure 2.5). C'est à partir de ce moment que les mesures sont effectuées.

En outre, de manière à éviter que le milieu ne se structure au cours du temps, le sens de rotation est systématiquement inversé d'une expérience à l'autre, et la position de travail h est toujours modifiée entre deux expériences consécutives.

Une autre difficulté concerne la mise en place du cylindre à la position souhaitée. Pour le placer à son enfoncement h, celui-ci n'est pas directement enfoncé ou retiré en une fois. En effet, cette méthode brutale induit une forte mobilisation des forces de friction des grains, ce qui peut générer des masses mesurées sur la balance de l'ordre du kilogramme (négatives si l'on enfonce le cylindre, positives si on le retire). Ces forces devraient disparaître lors de la mise en rotation du milieu granulaire, mais dans les faits elles peuvent parfois demeurer longtemps, en particulier parce que le centre du cylindre se déplace très peu. Pour éviter de mobiliser des forces de friction importantes lors de la mise en place du cylindre, celui-ci est amené à sa position finale par des oscillations amorties. Les mouvements successifs vers le haut et vers le bas limitent fortement l'intensité des forces de friction résiduelles. Les masses mesurées avant rotation sur la balance ne sont de cette manière jamais supérieures à une centaine de grammes.

2.1.3 Traitement des données et calcul des forces

Un certain nombre de post-traitements sont effectués sur les données fournies par le capteur de couple et la balance pour fournir respectivement la force de traînée F_{trainee} et la force de portance F_{portance} qui seront utilisées dans la suite de l'étude.

Force de portance

La force de portance est directement calculée à partir de la masse mesurée par la balance m_{mes}, celle-ci étant réglée de manière à mesurer une masse nulle lorsque le cylindre est en dehors du bac de grains. On soustrait à m_{mes} la masse m_{tige} mesurée lorsque la tige de support est plongée seule dans le bac de grains. Cette contribution de la tige de support est toujours inférieure à 5 % de la force totale.

$$F_{\text{portance}} = -g(m_{\text{mes}} - m_{\text{tige}}) \tag{2.1}$$

La force est ainsi comptée positive vers le haut.

Force de traînée

On définit la force de traînée F_{trainee} comme la force que subirait un cylindre identique au cylindre utilisé en translation horizontale dans le milieu granulaire. Un calcul simple permet de passer du couple $\mathcal{M}_{\text{mes}}$ à la force en faisant l'hypothèse d'une force constante par unité de longueur du cylindre (cf. figure 2.1b), ce qui est raisonnable dans le régime quasi-statique où l'on travaille :

$$F_{\text{trainee}} = \frac{4}{L}(\mathcal{M}_{\text{mes}} - \mathcal{M}_{\text{tige}}) \tag{2.2}$$

Une fois encore, le couple mesuré avec la tige de support seule $\mathcal{M}_{\text{tige}}$ est systématiquement retiré, mais n'est jamais supérieur à 5% du couple total.

Les fluctuations en temps des forces mesurées sont assez importantes, de l'ordre de ±15% autour de la valeur moyenne (voir figure 2.6). C'est souvent le cas pour les milieux granulaires et l'étude des fluctuations constitue un champ d'étude à part entière [Miller et al., 1996]. Pour notre part, nous nous sommes intéressés aux forces moyennes. Nous verrons dans les chapitres suivants qu'il peut être intéressant de calculer les forces moyennes soit durant la première demi-rotation du bac, soit aux temps long, après plusieurs rotations. Dans le premier cas, la moyenne sera effectuée entre 30% et 90% du premier demi-tour, le début de la rotation étant mesuré grâce aux enregistrements de la tension fournie au moteur. En outre, de manière à moyenner suffisamment le bruit de mesure, la vitesse de rotation sera réduite à 1 tour par minute dans ce cas là. Lorsque l'on s'intéressera aux temps long, la moyenne sera effectuée sur les 100 dernières secondes de mesure, sachant que les mesures dureront entre 10 et 30 minutes, à une vitesse de 2 tours par minute.

En outre, les forces sont aussi moyennées sur plusieurs expériences, au minimum 2 pour les expériences longues (de 10 à 30 minutes), et jusqu'à 8 lorsque la rapidité des expériences permettait de les effectuer plusieurs fois. Dans tous les cas, on utilise toujours un nombre pair d'expériences de manière à avoir autant de mesures dans chaque sens de rotation du moteur, ce qui compense d'éventuels défauts d'alignement vertical de l'axe de rotation du bac de grains avec l'axe donné par la tige de support.

2.1.4 Une expérience typique

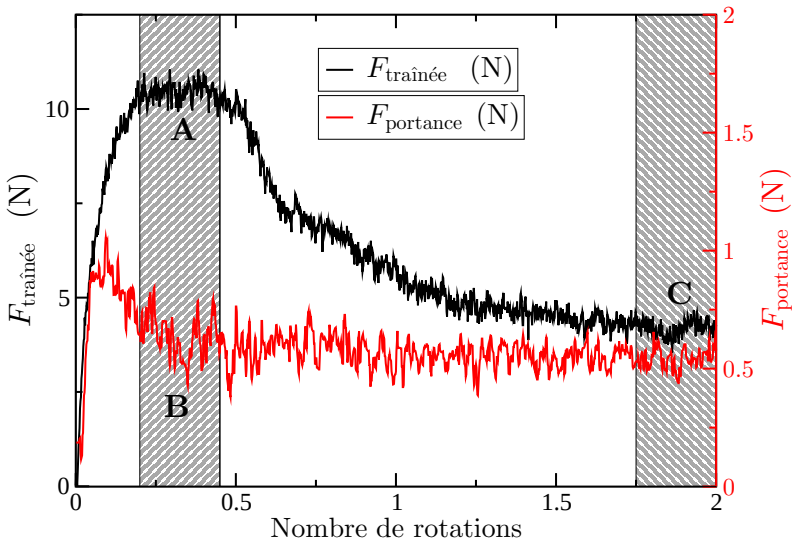


FIGURE 2.6 – Une expérience typique de mesure des forces de traînée et de portance au cours du temps. Les zones grisées sont les zones de moyennage correspondant au premier demi-tour (A et B) et aux temps longs (C). $D = 6\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{cm}$, $h = 13.2\,\text{cm}$.

La figure 2.6 montre les forces mesurées au cours d'une expérience typique. L'instant 0 correspond au démarrage de la rotation. On mesure tout d'abord un transitoire pendant lequel les deux forces croissent rapidement, puis la portance diminue légèrement tandis que la traînée continue de croître. Ce transitoire dure moins d'un quart de tour. Les forces atteignent alors un plateau qui dure un quart de tour, avant que la traînée ne chute brutalement lorsque la fin du premier demi-tour est atteinte, quand le cylindre commence à repasser dans son sillage. La traînée ne cesse ensuite de chuter jusqu'à atteindre un autre plateau aux temps longs, typiquement après 2 tours. Ces observations montrent qu'un effet de structuration

du milieu a lieu lors des passages répétés du cylindre au même endroit. Cette dynamique aux temps longs (C) sera étudiée en détail sans le chapitre 4. Pour obtenir des informations sur les forces qui se développent sur l'obstacle se déplaçant dans un milieu *a priori* non structuré, il faut limiter l'étude au premier demi-tour. Ce sera l'objet du chapitre suivant qui étudiera la force de traînée (A) dans la partie 3.1, et surtout la force de portance (B) dans la partie 3.2.

2.2 Simulations numériques discrètes

L'essor des outils informatiques a bénéficié à l'étude des matériaux granulaires en fournissant le moyen de simuler des expériences difficiles à réaliser ou permettant d'accéder à des grandeurs internes des écoulements granulaires inaccessibles expérimentalement. Le principe des simulations discrètes consiste à résoudre le problème en calculant la dynamique de chaque grain individuel (*Discrete Element Modeling* ou DEM). Le type de simulation utilisé dépend généralement des régimes d'écoulements dans lesquels on travaille : la simulation d'un tas de sable statique ne fait pas appel aux mêmes outils que la simulation d'un gaz granulaire. Dans les régimes d'écoulement quasi-statiques dans lesquels nous travaillons, où des zones rigides côtoient des zones en écoulement mais sans régime purement collisionnel, deux approches principales peuvent être utilisées : la dynamique des contacts et la dynamique moléculaire. Ces deux méthodes diffèrent dans la manière de gérer le contact entre particules. La dynamique des contacts [Jean, 1999] gère des particules rigides non interpénétrables. Elle se base sur une méthode non régulière consistant à exprimer le contact comme devant vérifier deux inégalités, l'une exprimant que l'interpénétration est nulle, l'autre reflétant la condition de Coulomb pour le frottement. Il est ensuite nécessaire de résoudre la matrice de tous les contacts pour que l'ensemble soit cohérent. Une autre technique, probablement la plus utilisée en simulation discrète de milieux granulaires, est la dynamique moléculaire, qui consiste à calculer la force entre deux grains mous en contact à partir de leur interpénétration [Cundall et Strack, 1979]. Au début de notre étude numérique nous avons testé les deux méthodes, mais les temps de calculs en dynamique des contacts étant beaucoup plus importants, nous avons très vite opté pour la dynamique moléculaire pour simuler nos configurations 3D. Ce choix a été également motivé par la disponibilité de codes libres implémentant de manière efficace et parallélisée ce type de technique. Nous avons ainsi utilisé le logiciel libre Liggghts [Kloss et al., 2012] dans sa version 2.3.3 pour effectuer nos simulations. L'ensemble des aspects techniques est indiqué en appendice A.

La technique de dynamique moléculaire nécessite de choisir une loi de contact permettant de calculer la force s'exerçant entre deux grains à partir de leur interpénétration. Nous avons choisi une loi de contact de Hertz [Hertz, 1882], la force normale entre deux particules est alors proportionnelle à l'interpénétration à la puissance 3/2. De plus, un frottement visqueux est ajouté pour rendre compte de la dissipation d'énergie lors de la collision. Enfin, la force tangentielle est une force de friction, qui permet aux particules de glisser l'une sur l'autre lorsque la force tangentielle au niveau du contact dépasse un certain seuil.

Étant donné que certaines simulations sont effectuées sans gravité et d'autre avec, il a été plus simple de réaliser les simulations de manière dimensionnelle, ce qui permet aussi une comparaison directe avec les géométries expérimentales. Les résultats seront quant à eux donnés de manière adimensionnée. Les grains utilisés ont tous les mêmes caractéristiques matérielles, de même que le cylindre. Les particules ont ainsi un diamètre $d = 0.0015\,\mathrm{m}$, une densité $\rho_g = 2500\,\mathrm{kg.m^{-3}}$, un module d'Young E=$5.10^6\,\mathrm{Pa}$, un coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, un coefficient de restitution normale $e = 0.6$ et un coefficient de friction interparticules $\mu = 0.5$. Il a été montré par [Silbert et al., 2001] que ce coefficient de friction permet de reproduire correctement les expériences avec des billes de verre dans ce type de simulations. Notons que le coefficient de restitution est diminué temporairement à $e = 0.2$ durant les périodes de déposition des particules pour éviter qu'elles ne rebondissent trop et ne sortent de la boîte de simulation. Aucune influence n'a été vue en lien avec cette modification temporaire de e. Le lien avec les coefficients entrant dans le calcul des forces est précisé dans les tableaux A.1 et A.2. Le pas de temps est fixé à $10^{-5}\,\mathrm{s}$.

Les simulations sont effectuées sur différentes machines selon le nombre de particules que l'on souhaite simuler et la durée totale de simulation. Les simulations les plus courtes, souvent pour tester de nouvelles configurations, sont effectuées avec un seul cœur d'un iMac Core 2 Duo 3.3 GHz. Les simulations plus longues ont été faites sur les clusters de l'Iusti sur 4 à 8 coeurs (Linux, AMD 280, 2.3 GHz). Enfin, les simulations les plus longues ont utilisées jusqu'à 32 coeurs sur les machines de l'Institut du Dévellopement et des Ressources en Informatique Scientifique (Idris, Cnrs, machine IBM x3750 à processeur Intel Sandy Bridge E5-4650 2.7 GHz). Le temps total de chaque simulation est compris entre quelques heures à jusqu'à plus d'une semaine.

La géométrie précise de la simulation est adaptée au problème que l'on souhaite étudier (voir figure 2.7). La description complète sera indiquée le moment opportun dans chaque partie.

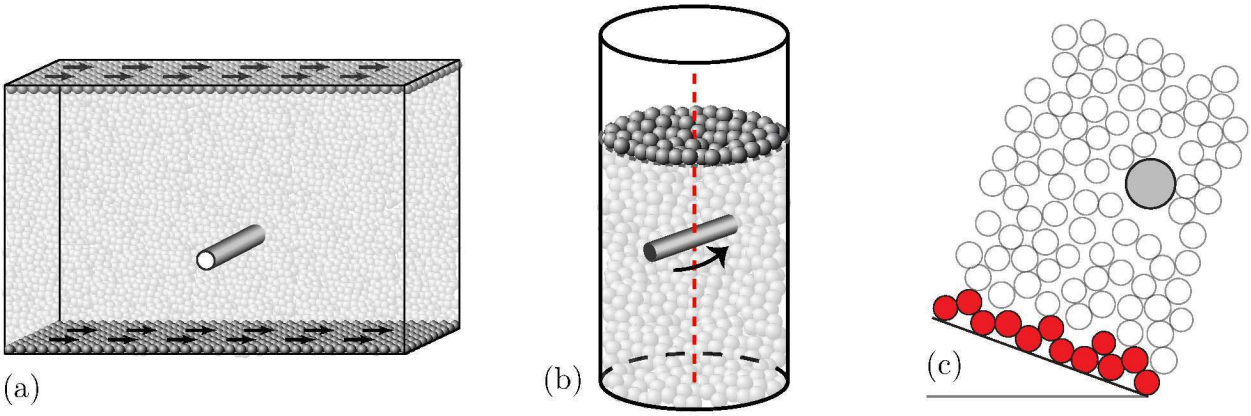


FIGURE 2.7 – Différentes configurations simulées en dynamique moléculaire, les descriptions précises sont indiquées dans les chapitres concernés. (a) Déplacement horizontal d'un lit granulaire autour d'un cylindre statique, chapitre 3. (b) Rotation d'un cylindre dans un bac de grains, chapitre 4. (c) Simulation bidimensionnelle d'une grosse particule dans un écoulement de petites particules sur plan incliné, chapitre 5.

Chapitre 3

Forces de portance sur un cylindre

C'était le même éclatement rouge. Sur le sable, la mer haletait de toute la respiration rapide et étouffée de ses petites vagues. Je marchais lentement vers les rochers et je sentais mon front se gonfler sous le soleil. Toute cette chaleur s'appuyait sur moi et s'opposait à mon avance. Et chaque fois que je sentais son grand souffle chaud sur mon visage, je serrais les dents, je fermais les poings dans les poches de mon pantalon, je me tendais tout entier pour triompher du soleil et de cette ivresse opaque qu'il me déversait. À chaque épée de lumière jaillie du sable, d'un coquillage blanchi ou d'un débris de verre, mes mâchoires se crispaient. J'ai marché longtemps.

L'Étranger
Albert Camus

On s'intéresse dans ce chapitre à la force de portance s'exerçant sur le cylindre dans le milieu granulaire, en particulier à ses dépendances avec les paramètres de contrôle et à son origine physique. Nous n'utilisons pour les mesures que la première demi-rotation du milieu granulaire, avant que le cylindre ne repasse dans son propre sillage, afin d'éviter les phénomènes de structuration aux temps longs. Nous commencerons par présenter les résultats expérimentaux sur la force de traînée avant de nous concentrer sur la force de portance. Ces expériences seront ensuite complétées par des simulations numériques qui permettront de mieux comprendre la répartition des contraintes sur l'objet et l'origine de la force de portance sur celui-ci.

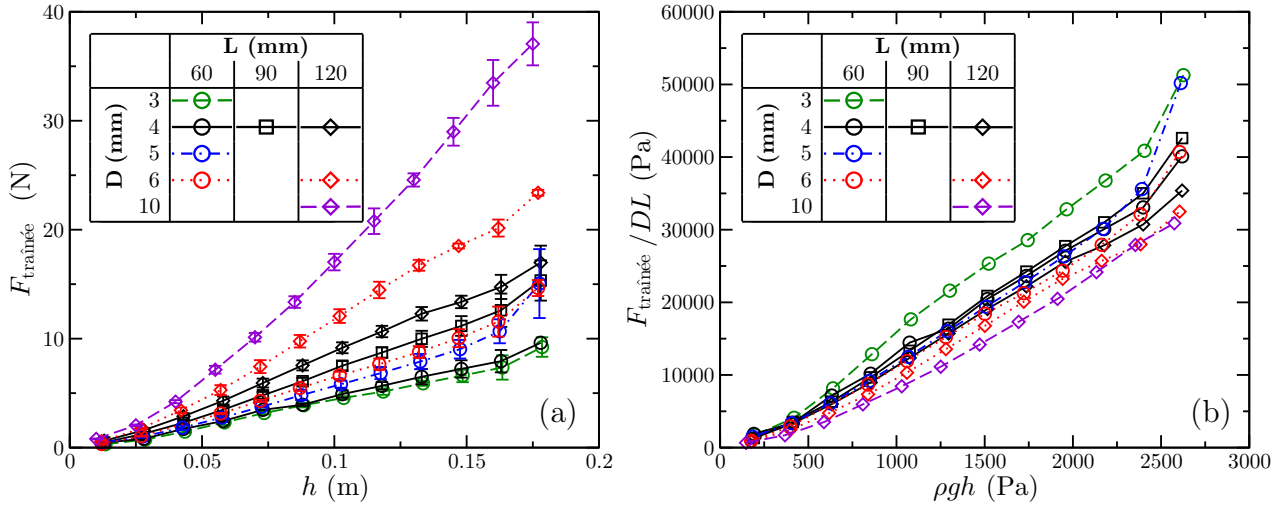


FIGURE 3.1 – (a) Force de traînée lors du premier demi-tour en fonction de l'enfoncement pour différents cylindres. Chaque point est une moyenne sur 4 mesures, les barres d'erreurs sont l'écart-type de ces 4 mesures. (b) Force de traînée divisée par la surface frontale du cylindre en fonction de la pression.

3.1 Forces de traînée

Avant d'attaquer l'étude des forces de portance, étudions les forces de traînée mesurées grâce au couplemètre de notre dispositif. La figure 3.1a montre la force de traînée durant le premier demi-tour en fonction de l'enfoncement, pour des cylindres de différentes longueurs. On retrouve le résultat classique que la force de traînée est proportionnelle à l'enfoncement h et à la surface de l'objet, comme observé dans d'autres études à faible vitesse ([Albert et al., 1999 ; Brzinski III et Durian, 2010]). Rappelons que ce résultat provient du fait que les forces s'exerçant entre les grains et le cylindre sont d'origine frictionnelle, c'est-à-dire que les forces normales et tangentielles sont proportionnelles à la pression du milieu. Or, loin des parois du récipient, et donc en l'absence de tout effet Janssen, la pression locale du milieu granulaire est simplement la pression hydrostatique des grains ρgh, avec ρ la fraction volumique du milieu granulaire ($\rho = \phi\rho_g \simeq 1500\,\text{kg.m}^{-3}$ avec $\phi \simeq 0.6$ la compacité des grains et $\rho_g = 2500\,\text{kg.m}^{-3}$ leur fraction voumique). La figure 3.1b donnant la traînée divisée par la surface frontale du cylindre en fonction de la pression montre que ce dimensionnement fonctionne bien, les mesures se regroupant sur une même courbe maîtresse. On a donc :

$$F_{\text{trainee}} = C_d\ \rho gh\ DL. \tag{3.1}$$

avec C_d une constante. Il est intéressant de noter que ce coefficient de proportionnalité est assez élevé, la pente moyenne fournissant $C_d \simeq 14$, bien supérieur à ce qui serait attendu en prenant uniquement en compte le coefficient de friction grains–cylindre. Nous verrons par la suite grâce aux simulations (partie 3.3.4) que cette amplification provient du fait que les forces sont essentiellement dues aux contraintes normales et non tangentielles sur l'objet. Sur

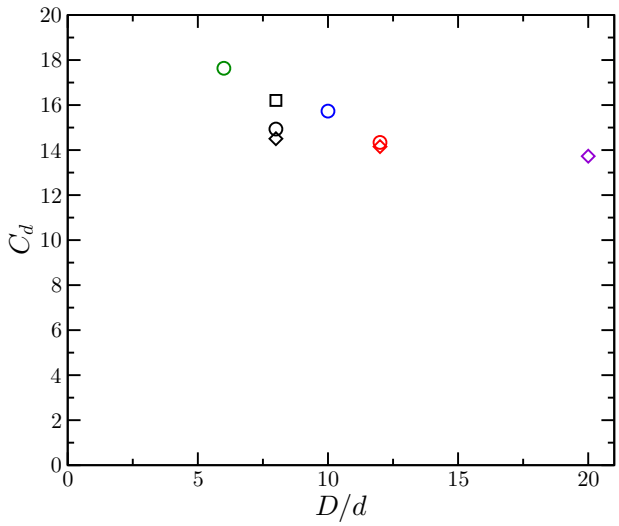


FIGURE 3.2 – Coefficient C_d en fonction de D/d.

	Obstacle	C_d horizontal	C_d plongée	C_d retrait
[Hill et al., 2005]	Sphère		15 ± 3	1.2 ± 0.6
[Hill et al., 2005]	Cube		21 ± 5	1.1 ± 0.6
[Hill et al., 2005] dans sable	Cylindre		29 ± 7	0.6 ± 0.2
[Seguin et al., 2011]	Cylindre		26	
[Brzinski III et Durian, 2010]	Cylindre	10		
[Albert et al., 1999]	Cylindre	8–14		

TABLE 3.1 – Coefficients de traînée calculés à partir des données extraites des articles cités, dans différentes configurations (traînée horizontale, impact ou retrait vertical). Le milieu granulaire utilisé est constitué de billes de verre, sauf mention contraire.

la figure 3.1b on note cependant que le regroupement des courbes n'est pas parfait. La faible dispersion des courbes suggère que C_d varie légèrement avec le diamètre du cylindre, les mesures obtenues avec des petits cylindres étant systématiquement plus élevées. La figure 3.2 montre en effet un léger accroissement de C_d lorsque le diamètre du cylindre devient proche de celui des grains, un effet qui avait déjà été observé par [Albert et al., 1999]. Si cet effet de taille finie est assez faible ici, nous verrons dans la partie suivante qu'il se révèlera plus important pour les forces de portance.

Enfin, il est intéressant de comparer C_d avec les coefficients obtenus dans les travaux antérieurs, qui sont résumés dans le tableau 3.1. C_d est susceptible de dépendre de nombreux paramètres comme la forme et la granulométrie des grains, les paramètres physiques de

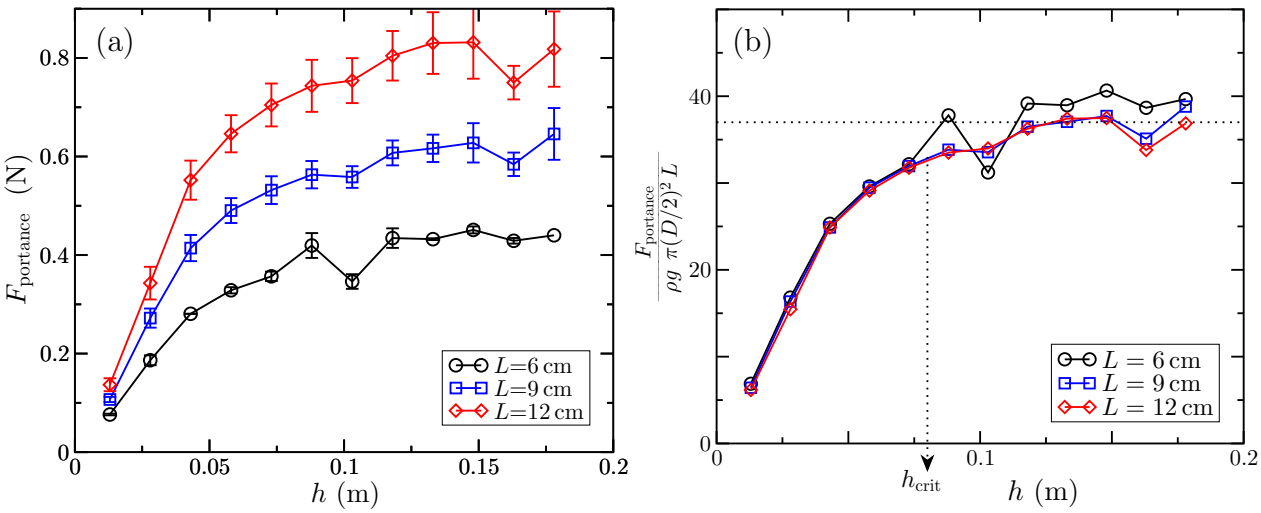


FIGURE 3.3 – (a) Force de portance en fonction de l'enfoncement pour 3 cylindres de diamètre D = 4 mm et de longueurs différentes. Chaque point est une moyenne sur 4 mesures, les barres d'erreurs sont l'écart type de ces mesures. (b) Portance adimensionnée par la poussée d'Archimède en fonction de l'enfoncement. L'enfoncement critique de saturation h_{crit} est défini comme l'enfoncement à partir duquel la portance (lissée) dépasse 90% de sa valeur plateau.

l'interaction grains–cylindre etc., sans qu'une théorie ne soit à même de le prédire à l'heure actuelle. La valeur de C_d = 14 de notre expérience est dans la gamme de valeurs classiquement mesurées avec des billes de verre.

3.2 Forces de portance

Nous allons voir que les propriétés des forces de portance diffèrent fortement de celles des forces de traînée.

La figure 3.3a montre la force verticale mesurée sur des cylindres de diamètre D = 4 mm et de différentes longueurs, en fonction de leur enfoncement dans le milieu granulaire. Elle montre clairement qu'il existe bien une force verticale vers le haut (ce qui justifie *a posteriori* le terme de « portance » donné à cette force). Un premier résultat important concerne l'intensité de cette force, qui est un ordre de grandeur plus grand que la la poussée d'Archimède, celle-ci étant de l'ordre de 10^{-2} N sur le cylindre de longueur 6 cm.

Une seconde observation importante concerne la dépendance de cette force de portance avec l'enfoncement. Proche de la surface libre la portance augmente avec l'enfoncement comme observé par [Ding et al., 2011]. Cependant, à grande profondeur, la portance sature et atteint une valeur constante indépendante de l'enfoncement. Cette valeur saturée de la

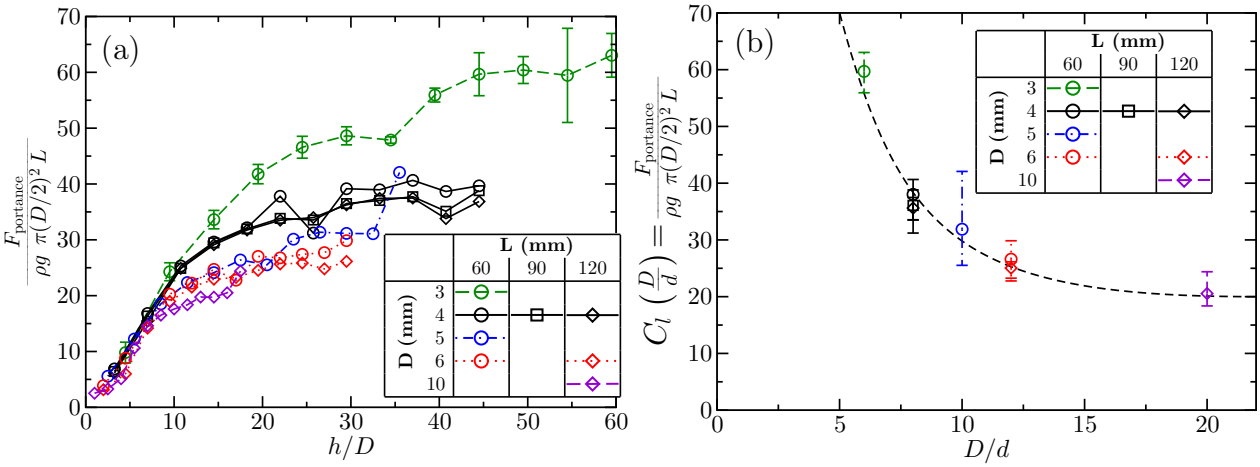


FIGURE 3.4 – a) Force de portance adimensionnée par la poussée d'Archimède en fonction de h/D pour des cylindres de longueurs et de diamètres différents. b) Valeur de la portance saturée adimensionnée par la poussée d'Archimède en fonction de D/d ; les points sont la moyenne des portances mesurées pour $h > h_{\text{crit}}$, les barres d'erreurs sont l'écart-type autour de cette moyenne. La ligne pointillé est un guide visuel.

force de portance augmente avec la longueur du cylindre.

Comme nous l'avons discuté en introduction, la saturation de la force de portance n'est pas une surprise : loin de la surface libre, on s'attend à ce que la seule source d'asymétrie soit le gradient de pression hydrostatique $\nabla P = \rho g$. Si ce gradient est à l'origine de la portance, alors dimensionnellement celle-ci doit être proportionnelle à la poussée d'Archimède sur le cylindre $\nabla P \times V_{\text{olume}} = \rho g\ \pi(D/2)^2 L$. Pour tester cet argument, nous avons tracé sur la figure 3.3b la force de portance adimensionnée par la poussée d'Archimède pour les 3 cylindres de longueurs différentes et de même diamètre. On observe un excellent regroupement des courbes dans ce cas. La force de portance mesurée est donc proportionnelle à la longueur du cylindre employé.

La dépendance de la portance avec le diamètre D du cylindre est plus complexe que celle attendue avec le dimensionnement en poussée d'Archimède, en raison d'effets de taille finie. La figure 3.4a montre la portance divisée par la poussée d'Archimède pour des cylindres de diamètres et longueurs variés, en fonction de l'enfoncement adimensionné par D. On remarque un bon regroupement des courbes lorsque D est suffisamment grand ($D > 5\,\text{mm}$), avec une portance de l'ordre de 20 fois la poussée d'Archimède. En revanche, les données s'écartent de cette courbe maîtresse lorsque D devient plus faible, avec des forces de portance pouvant atteindre 60 fois la poussée d'Archimède ! Ainsi, il est possible d'écrire la force de portance sous la forme :

$$F_{\text{portance}} = C_l(D/d)\ \rho g\ \pi(D/2)^2 L \tag{3.2}$$

où $C_l(D/d)$ représente le coefficient de proportionnalité entre la portance et la poussée

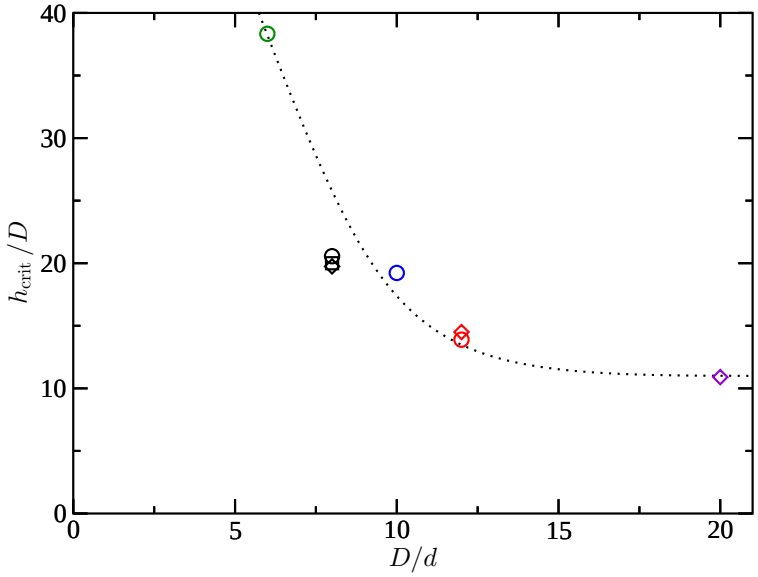


FIGURE 3.5 – $h_{\rm crit}/D$ en fonction de D/d. La ligne pointillée est un guide visuel.

d'Archimède, qui tend vers une constante lorsque D/d est grand. La figure 3.4b trace ce coefficient C_l en fonction de D/d. On constate que C_l est constant lorsque $D/d \gtrsim 10$, avec $C_l(\infty) \simeq 20$. À plus faible diamètre, C_l croît fortement, pouvant atteindre des valeurs aussi élevées que $C_l \simeq 60$ pour $D/d = 5$. Cette croissance de la portance lorsque le diamètre du cylindre se rapproche de celui des grains rappelle l'augmentation de la traînée aux faibles diamètres de cylindre, déjà discutée partie 3.1 p.32 et observée par [Albert et al., 1999].

Il est intéressant de noter que la profondeur $h_{\rm crit}$ à laquelle la portance sature est elle aussi soumise à des effets de taille finie (figure 3.5). $h_{\rm crit}$ est défini expérimentalement comme la profondeur à laquelle la force de portance atteint 90% de la portance saturée (cf. figure 3.3b). Lorsque $D/d \gtrsim 10$, la profondeur critique est constante de l'ordre de $h_{\rm crit} \simeq 10D$. À plus faible diamètre, $h_{\rm crit}$ augmente fortement : un cylindre de diamètre $5d$ doit ainsi atteindre une profondeur de près de 40 fois son diamètre pour que la portance sature.

En conclusion de cette partie expérimentale, nous avons montré qu'un cylindre se déplaçant horizontalement dans un milieu granulaire subit non seulement une force de traînée, mais aussi une force de portance d'intensité élevée, en dépit de la symétrie haut–bas de l'objet. Près de la surface libre, la force de portance augmente avec la profondeur comme observé dans les expériences de [Ding et al., 2011]. Cependant, à grande profondeur, nous avons mis en évidence que la force de portance sature et varie comme la poussée d'Archimède, mais avec une amplification de 20 à 60 fois la poussée d'Archimède.

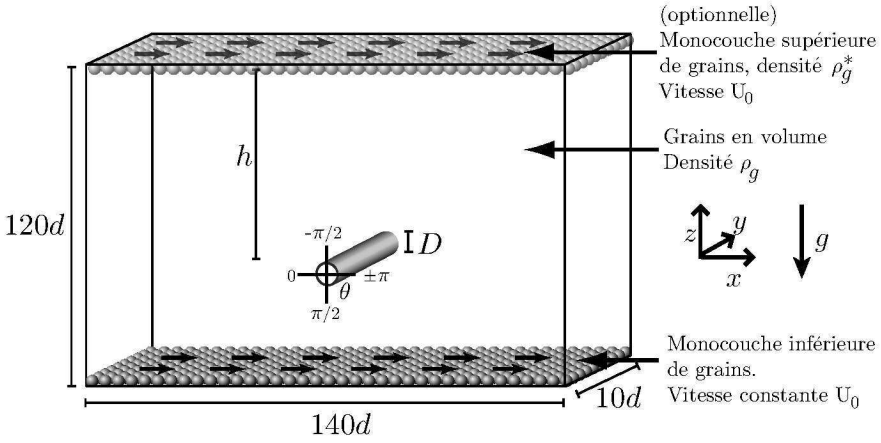


FIGURE 3.6 – Schéma de la géométrie employée pour la simulation des forces sur un cylindre en dynamique moléculaire.

3.3 Forces mesurées en simulations numériques

Les résultats précédents obtenus expérimentalement poussent à s'interroger plus avant sur l'origine des forces de portance. En particulier, il serait intéressant de connaître la répartition des contraintes dans le milieu granulaire et sur le cylindre. Expérimentalement, obtenir ces informations est difficile, nous nous sommes donc tournés vers les outils numériques à notre disposition.

3.3.1 Géométrie étudiée

Afin de simuler un cylindre dans un milieu granulaire et de mesurer les forces, nous nous sommes placés dans une géométrie linéaire avec conditions aux limites périodiques. Cette géométrie est plus simple et moins coûteuse en temps de calcul que simuler la géométrie expérimentale. La géométrie de la simulation est donc celle représentée sur la figure 3.6. Elle consiste en une boîte périodique dans les directions x et y, avec une épaisseur relativement faible dans la direction y, de l'ordre de la dizaine de taille de grains. La gravité est selon $-z$.

La simulation s'effectue de la manière suivante. On commence par créer une monocouche de grains statiques au fond de la boîte de simulation. On fait ensuite pleuvoir des grains pour remplir la boîte de simulation jusqu'à l'altitude où on souhaite positionner le cylindre. Celui-ci est alors placé à sa position, et on termine le remplissage de la boîte. Une fois que tout les grains ont formé un empilement statique, on impose une vitesse horizontale constante $U_0 = 0.02\,\mathrm{m.s^{-1}}$ à la monocouche de grains du fond, qui entraîne alors l'ensemble du lit granulaire, tandis que le cylindre lui-même est maintenu statique.

Dans ce type de simulations, on souhaite changer la profondeur du cylindre par rapport

à la surface libre sur une large gamme. Il y a deux manières de faire cela. La manière la plus naturelle est de placer le cylindre à différentes positions dans la boîte de simulation. Cependant, il est clair que cette approche devient très coûteuse en temps de calcul pour de grands enfoncements, qui nécessitent beaucoup de grains. Afin de garder un nombre raisonnable de grains et un temps de calcul convenable, une autre méthode a également été développée. Elle consiste à rajouter une monocouche de grains lourds arrangés en un réseau carré au dessus de l'ensemble du lit granulaire. On ajoute ainsi une surpression sans augmenter le nombre de grains, et sans changer la distance relative cylindre–surface libre ou cylindre–fond. Les grains de la couche supérieure ont une densité ρ_g^* élevée, typiquement $60\rho_g < \rho_g^* < 210\rho_g$, ce qui permet de rajouter une surpression importante en modifiant très peu le nombre de grains simulés. Ces grains sont libres de se déplacer verticalement, mais ont une vitesse horizontale imposée à U_0. L'ajout de cette couche de grains lourds a aussi un autre avantage : elle donne la possibilité d'effectuer des simulations dans lesquels on supprime le gradient de pression au niveau du cylindre tout en maintenant une pression moyenne donnée. Il suffit pour cela d'éteindre la gravité sur tous les grains du lit granulaire, et de ne la maintenir que sur les grains de la monocouche supérieure, ce qui supprime le gradient de pression hydrostatique sur le cylindre. La surpression supérieure joue alors le rôle d'une pression de confinement. Cette possibilité va se révéler très utile pour étudier le rôle du gradient de pression sur la portance.

Pour comparer ces différents types de simulations, on définit alors l'enfoncement équivalent $\tilde{h}$ du cylindre qui correspond à l'épaisseur de grains qu'il aurait été nécessaire d'avoir au dessus du cylindre pour aboutir à la pression hydrostatique qu'il ressent. Il est ainsi possible d'effectuer 3 types de simulations différentes :

- Sans couche de grains au-dessus, la pression ressentie par le cylindre est directement liée à son enfoncement, donc $\tilde{h} = h$.
- Avec une couche de grains de densité $\rho_g^* > \rho_g$ sur un réseau carré au dessus du lit de grains, l'enfoncement effectif est alors la somme de l'enfoncement réel du cylindre et de la surpression rajoutée par la couche supérieure. On a alors $\tilde{h} = h + \frac{\rho_g^*}{\rho}\frac{\pi d}{6}$. La profondeur du cylindre est dans ce cas fixée à $h/D = 16$, ce qui correspond approximativement au cylindre au centre du lit de grains.
- En supprimant la gravité sur les grains du lit granulaire, l'enfoncement effectif du cylindre n'est lié qu'à la surpression due à la monocouche supérieure, donc $\tilde{h} = \frac{\rho_g^*}{\rho}\frac{\pi d}{6}$, et il n'y a plus de gradient de pression au niveau du cylindre. En réglant finement ρ_g^*, il est alors possible d'effectuer deux simulations à même pression moyenne au niveau du cylindre, mais avec ou sans gradient de pression.

3.3.2 Analyse des forces de traînée et de portance

La figure 3.7 montre les forces mesurées sur l'objet pour les 3 types de simulations (sans surpression, avec surpression sous gravité, avec surpression sans gravité). La force de traînée

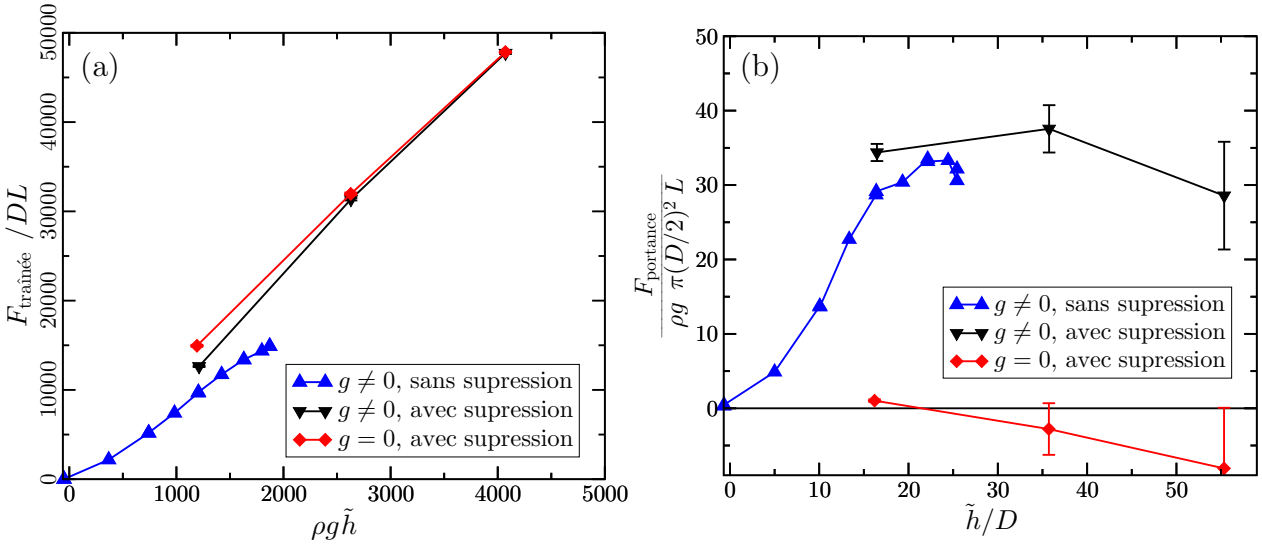


FIGURE 3.7 – Forces de traînée (a) et de portance (b) simulées sur un cylindre $D/d = 3.3$ en modifiant l'enfoncement effectif $\tilde{h}$ et le gradient de pression sur le cylindre selon les 3 méthodes indiquées dans le texte. Les barres d'erreurs sont les écart-type sur 4 préparations initiales différentes.

(figure 3.7a) montre que l'on retrouve une traînée proportionnelle à l'enfoncement comme expérimentalement (en dehors d'une petite inflexion quand le cylindre devient trop proche du fond pour les simulations sans surpression). On pourra noter que le coefficient de traînée est légèrement plus faible en simulations que dans les expériences, le coefficient de traînée étant de l'ordre de $C_d^{\text{simu}} \simeq 10$, au lieu de $C_d = 14$ expérimentalement. Cependant, le point important à noter est que la force mesurée est indépendante de la présence ou de l'absence d'un gradient de pression. C'est donc bien la pression totale qui fixe la force de traînée sur le cylindre. Ce résultat valide notre méthode d'ajout de surpoids pour simuler des pressions importantes, la traînée simulée demeurant identique.

La force de portance mesurée en simulation est présentée figure 3.7b. Là encore les résultats sont qualitativement et quantitativement comparables à ceux obtenus expérimentalement. Ainsi, la portance croît avec l'enfoncement et sature à fort enfoncement, lorsque $h/D > 15$ (courbe bleue, cas $g \neq 0$ sans surpression). De la même manière, la courbe noire (cas $g \neq 0$ avec surpression) montre bien que la modification de la pression moyenne en ajoutant une couche de grains lourds au-dessus du lit de grains ne modifie pas sensiblement la portance mesurée. En revanche, le fait de supprimer la gravité sur les grains dans le volume (courbe rouge) modifie complètement la portance mesurée, qui devient nulle. La suppression de la gravité, alors qu'elle n'avait aucun effet sur la force de traînée, annule ainsi totalement la force de portance, ce qui conforte son origine liée au gradient de pression au niveau du cylindre et non au niveau de pression moyen [a].

a. Le lecteur pourra s'étonner que l'on semble mesurer des portances négatives pour les surpressions les

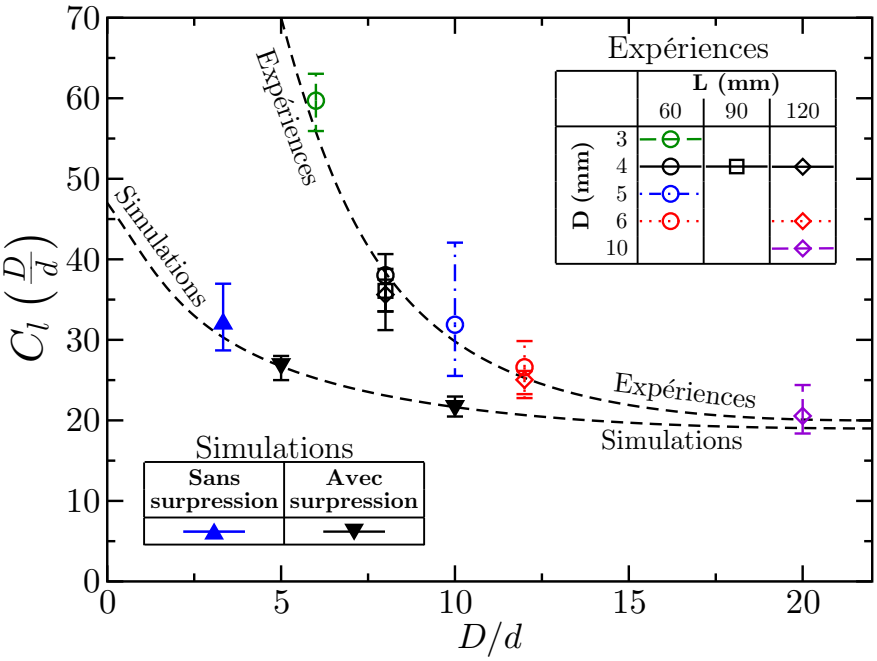


FIGURE 3.8 – Valeur de la portance saturée adimensionnée par la poussée d'Archimède, expérimentalement et numériquement ; les points sont la moyenne des portances mesurées pour $h > h_{\text{crit}}$, les barres d'erreurs sont l'écart-type autour de cette moyenne. Les lignes pointillées sont des guides visuels.

De manière plus quantitative, on notera que la portance mesurée est légèrement plus faible que celle mesurée expérimentalement, comme pour la force de traînée. La figure 3.8 montre le coefficient C_l rapport de la force de portance et de la poussée d'Archimède en fonction du diamètre adimensionné D/d pour les simulations et les expériences. Si qualitativement la croissance de la portance lorsque le cylindre est plus fin est observée, elle est plus faible en simulations que dans les expériences. Cela peut être dû à une modélisation imprécise des contacts entre particules et cylindre dans les simulations. Dans la suite la plupart des simulations ont été effectuée avec un cylindre de diamètre faible, $D/d = 3.3$, pour des raisons de temps de calcul. En effet, les quelques points obtenus à $D/d = 10$ sur la figure 3.8 nécessitent de simuler beaucoup plus de grains pour que le cylindre se trouve à une distance raisonnable de la surface libre et des bords de la boîte de simulation, amenant à des temps de calcul assez rédhibitoires. Les mesures des forces subies par le cylindre dans les simulations sont donc globalement en bon accord avec nos résultats expérimentaux. Nous allons maintenant pouvoir analyser plus en détail les propriétés de l'écoulement autour du cylindre.

3.3.3 Champs de contraintes et de vitesses

Les simulations numériques discrètes donnent accès aux vitesses des particules et aux forces de contact entre les grains à partir desquelles il est possible de calculer les champs continus de vitesse et de contrainte. La procédure de moyennage permettant le passage de l'échelle du grain à l'échelle milieu continu est décrite en détail dans l'annexe A.2.4 et A.2.5.

Nous commençons par présenter le champ de contrainte $\bar{\bar{\sigma}}$ autour du cylindre. La figure 3.9 montre ainsi le champ de pression défini par $P = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ (figure 3.9a et b) et le champ de contrainte tangentielle défini par $\tau = \sigma_{xz}$ (figure 3.9c et d), les autres coefficients du tenseur des contraintes σ_{xy} et σ_{yz} étant nuls par invariance par translation. Sur cette figure sont indiqués à la fois le cas sans gravité (à gauche) et avec gravité (à droite) sur les grains, afin d'étudier le rôle du gradient de pression sur le développement de la portance.

On constate tout d'abord sur le champ de contrainte tangentielle l'apparition de deux zones de cisaillement intenses à l'amont du cylindre, orientées autour de ±30° qui ne sont pas sans rappeler les zones de fractures passives lorsque l'on pousse un mur vertical contre un tas de sable. Le milieu rompt alors selon une direction $\pi/4 - \delta/2$ par rapport à l'horizontal avec δ l'angle de friction, de l'ordre de 30°. L'obstacle cylindrique semble ainsi créer des zones de fractures à l'amont. En revanche, le cisaillement à l'arrière est beaucoup moins intense et plus diffus, et ne semble donc pas faire apparaître de bande de cisaillement. Enfin, la présence ou non de gradient de pression ne modifie pas sensiblement cette répartition de contrainte de cisaillement.

plus importantes sans gradient de pression ($\tilde{h}/D = 55$, $g = 0$). Cela est lié d'une part au fait que le bruit des données augmente à ces surpressions élevées, les forces instantanées étant proportionnelles à la pression ; d'autre part les conditions aux limites en haut et en bas sont différentes et peuvent aboutir à un effet du second ordre qui devient visible quand l'effet du gradient de pression est supprimé.

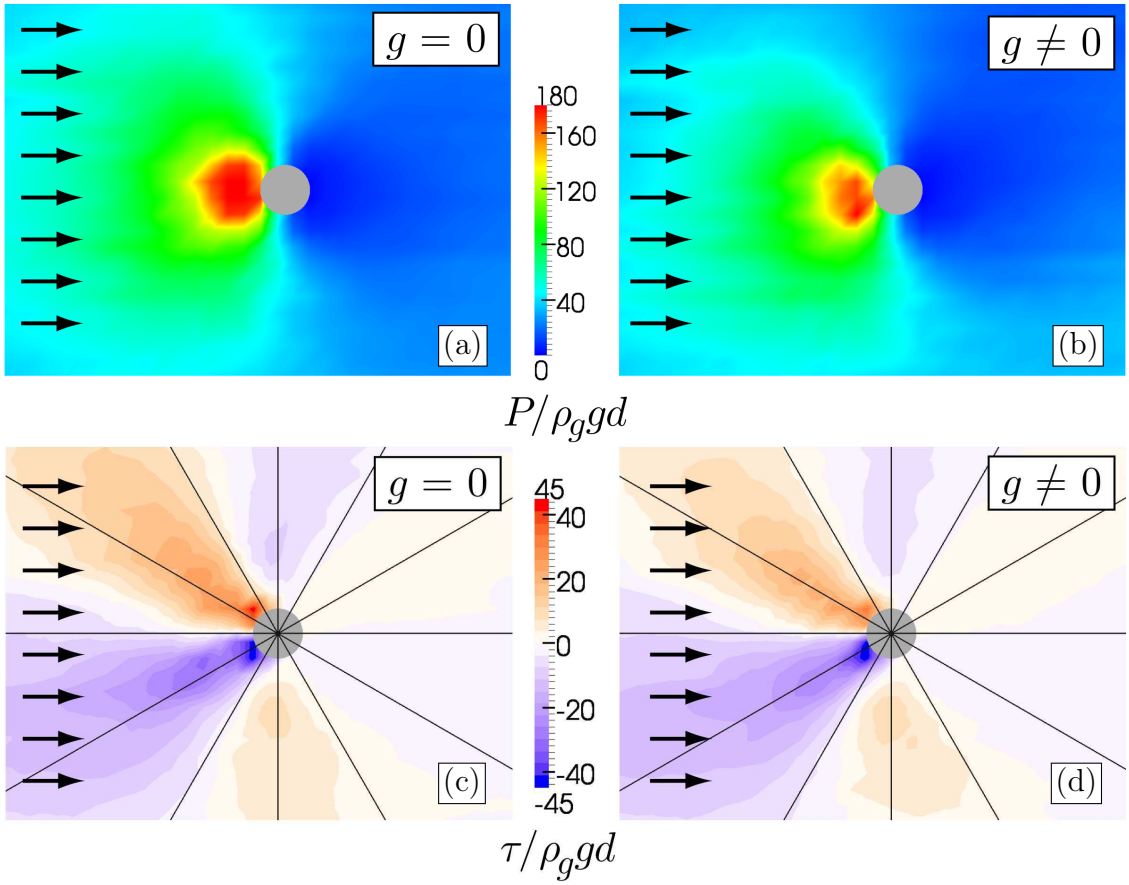


FIGURE 3.9 – Champs de pression (a,b) et de contrainte tangentielle (c,d) adimensionnés par $\rho_g gd$ en l'absence (a,c) ou en présence (b,d) d'un gradient de pression. La pression hydrostatique sur le cylindre est la même dans les 2 cas, $P_0/\rho_g gd = 32$. Les lignes indicatrices noires sur les figures (c,d) sont à des angles multiples de $\pi/6$.

Considérons à présent le champ de pression. En l'absence de gradient de pression, la figure 3.9a montre qu'une bulle de pression élevée, très supérieure à la pression hydrostatique, se forme à l'amont du cylindre, tandis que l'aval du cylindre subie des pressions beaucoup plus faibles, de l'ordre de quelques poids de grains. Cette forte dissymétrie amont–aval permet de mieux comprendre l'origine de la forte traînée observée, avec des coefficients d'amplification de l'ordre de $C_d = 14$, bien supérieurs à ceux auxquels on aurait pu s'attendre en ne considérant que le coefficient de friction grains–cylindre dans l'analyse dimensionnelle. En l'absence de gradient de pression, la pression présente une symétrie haut–bas et ne crée donc aucune force verticale. Cela n'est plus vrai dès lors que l'on met la gravité sur tous les grains, qui impose alors un gradient de pression au niveau du cylindre. Sur la figure 3.9b on observe que la bulle de surpression à l'amont est décalée vers le bas, tandis qu'à l'aval la faible pression est décalée vers le haut. Le cylindre subit ainsi de fortes pressions sur son quart inférieur amont, qui sont responsables de l'apparition d'une force vers le haut, qui ne sera pas compensée par les forces sur le reste du pourtour du cylindre, les pressions aval étant trop faibles.

La présence du gradient de pression a aussi un effet important sur le mouvement des grains autour du cylindre, comme le montre la figure 3.10 comparant les champs de vitesse autour du cylindre avec ou sans gradient de pression. En l'absence de gradient de pression, lorsque les grains arrivent devant le cylindre, ils se décalent vers le haut où vers le bas (figure 3.10c), accélèrent au dessus et en dessous du cylindre (figure 3.10a), condition indispensable à la conservation du débit de grains, et finalement retournent dans le sillage du cylindre à l'aval. Le milieu granulaire est ainsi perturbé dans une zone assez localisée, de l'ordre de quelques diamètres du cylindre, et à symétrie haut–bas comme le montre la figure 3.10e où le champ de vitesse est présenté dans le référentiel des grains. En présence d'un gradient de pression, le déplacement des grains est perturbé de manière assez importante, ceux-ci préférant passer au dessus du cylindre, zone de plus faible pression, qu'en dessous (on constate que la ligne de courant centrale est décalée vers le haut sur la figure 3.10b, et que les vitesses verticales sont plus faibles en dessous qu'au dessus du cylindre figure 3.10d). La figure 3.10f montre ainsi que la zone où les grains sont perturbés a une extension spatiale plus importante au dessus du cylindre qu'en dessous. Ainsi, la présence d'un gradient de pression non seulement modifie la pression locale, mais semble aussi avoir un effet important sur l'écoulement des grains, qui est alors très différent du cas symétrique. Cela peut se comprendre qualitativement par le fait que la viscosité effective du milieu $\mu P/|\dot{\gamma}|$ est proportionnelle à la pression. Le fait d'avoir un gradient de pression change ainsi la viscosité locale du fluide effectif, modifiant alors sa manière de s'écouler.

3.3.4 Répartition des contraintes sur le cylindre

Nous pouvons aller plus loin et étudier la répartition des contraintes autour du cylindre à l'origine de la traînée et de la portance, et le rôle du gradient de pression sur cette distribu-

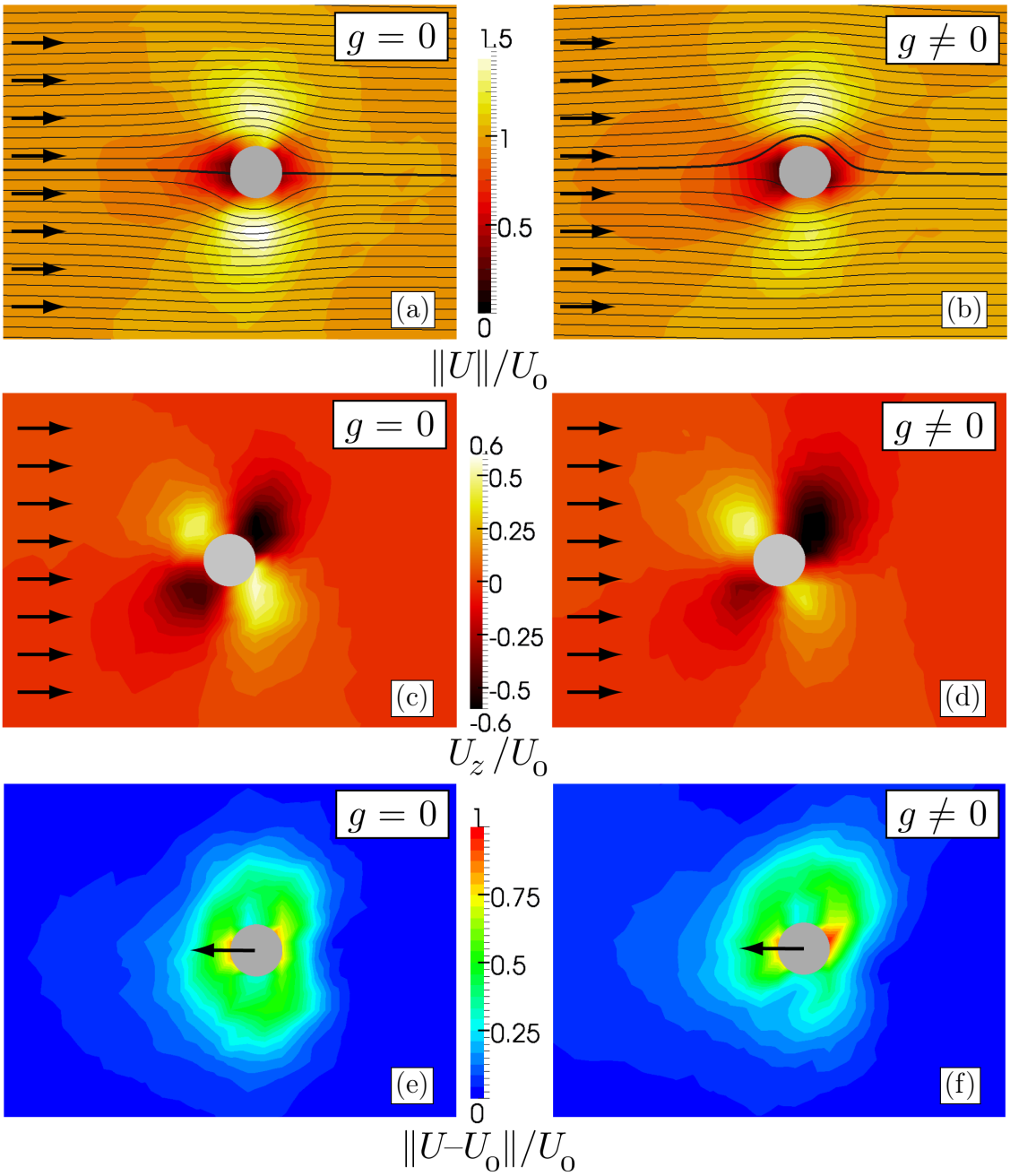


FIGURE 3.10 – (a,b) Amplitude de la vitesse (principalement liée à la vitesse horizontale) et lignes de courant. (c,d) Vitesses verticales. (e,f) Amplitude de la vitesse dans le référentiel des grains. Les vitesses sont adimensionnées par la vitesse caractéristique U_0. La colonne de gauche (a,c,e) est sans gradient de pression, la colonne de droite (b,d,f) avec gradient de pression. $D/d = 3.3$

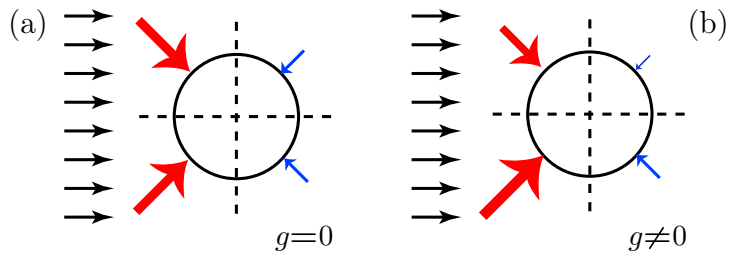


FIGURE 3.11 – Description schématique des forces s'exerçant sur chaque quart du cylindre, avec (b) ou sans (a) gradient de pression.

tion. La figure 3.11 offre une description qualitative de l'émergence des forces à partir de ces répartitions de contraintes. Lorsque le cylindre se déplace dans un milieu sous une pression hydrostatique P_0 mais en l'absence de gradient de pression, une forte asymétrie amont-aval apparaît (figure 3.11a), comme observé précédemment sur la figure 3.9a. La surpression à l'amont, pouvant aller jusqu'à 15 fois la pression hydrostatique, génère donc des forces importantes devant le cylindre, responsables *in fine* de la force de traînée. Cependant, l'absence de gradient de pression dans ce cas fait que les forces, quoiqu'élevées, sont les mêmes sur la moitié supérieure que sur la moitié inférieure. Elles se compensent donc sur la direction verticale et aucune force de portance n'est observée. En présence d'un gradient de pression, on s'attend à ce que la contrainte locale sur le cylindre soit proportionnelle à la pression locale, en se basant sur la rhéologie frictionnelle des milieux granulaires. Comme la partie haute perçoit une pression plus faible que la partie basse en raison de la gravité, on s'attend donc à ce que les forces soient plus élevées en dessous du cylindre, ce qui fait apparaître une portance sur le cylindre (figure 3.11b). Avec cet argument qualitatif, la force de portance dans un milieu granulaire résulte donc de deux facteurs : d'une part la forte différence de pression entre l'amont et l'aval du cylindre (asymétrie gauche–droite), et d'autre part l'asymétrie haut–bas créée par le gradient de pression.

Cette vision qualitative est supportée par une observation expérimentale que nous avons faite utilisant des cylindres coupés horizontalement (demi-cylindres de sections verticales ◠ pour le demi-cylindre haut, et ◡ pour le demi-cylindre bas). La figure 3.12 montre la force de portance en fonction de l'enfoncement mesurée sur ces demi-cylindres, ainsi que la somme des forces pour les deux demi-cylindres, et la portance mesurée directement sur un cylindre complet. La première observation importante est le fait que la force sur le demi-cylindre bas est positive, tandis que celle sur le demi-cylindre haut est négative. En outre, la force de portance sur ce dernier a une norme beaucoup plus faible que pour le demi-cylindre bas. Ces observations correspondent exactement à la vision que donnait la figure 3.11b, avec la partie haute du cylindre qui subit une résultante des forces orientée vers le bas, tandis que la partie basse subit une résultante vers le haut et plus élevée en norme. Cela est dû au fait que la pression est plus importante en bas en raison de la gravité. De plus la somme des

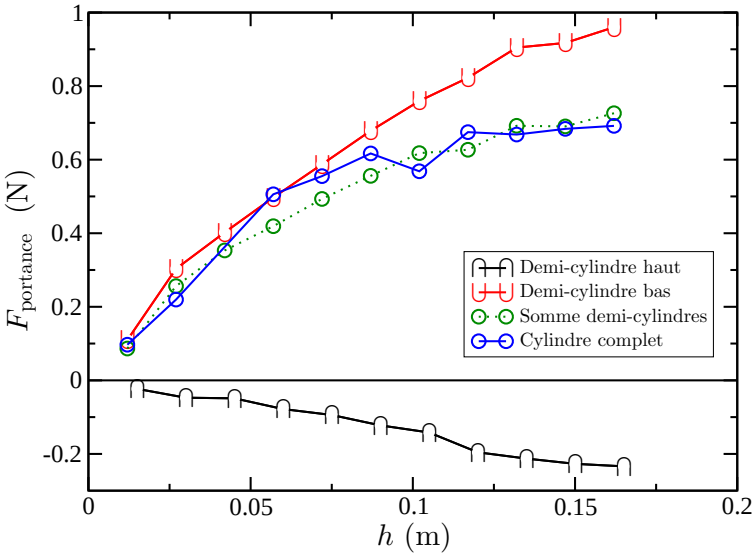


FIGURE 3.12 – Forces de portance sur des cylindres complets ou des demi-cylindres coupés horizontalement. Diamètre $D = 6\,\text{mm}$, longueur $L = 6\,\text{cm}$. L'enfoncement des demi-cylindres est calculée à partir de leur partie plate.

portances des deux demi-cylindres fournit une portance totale très proche de celle mesurée directement sur un cylindre complet. Cela renforce l'idée qu'il est possible de séparer dans une certaine mesure les forces entre la partie haute et la partie basse du cylindre. Enfin, on observe que si la portance est indépendante de l'enfoncement à grand enfoncement ($h > 0.1\,\text{m}$) pour le cylindre complet ou la somme des demi-cylindres, ce n'est pas le cas pour chaque demi-cylindre individuel. La force locale sur le cylindre semble ainsi bien liée à la pression locale sur l'objet.

Les simulations permettent de préciser cette vision qualitative, par le calcul des contraintes locales sur tout le pourtour du cylindre. Celles-ci sont obtenues à partir des forces de contact particules–cylindre en suivant la procédure décrite en appendice A.2.3. La figure 3.13a montre la répartition des contraintes normales $\sigma_n(\theta)$ et tangentielles $\sigma_t(\theta)$ sur le pourtour du cylindre, avec (traits pleins) ou sans (pointillés) gradient de pression. On note là encore les très fortes contraintes normales à l'avant du cylindre ($\theta = 0$), et les faibles contraintes à l'arrière (tout en restant toujours non nulles, cf. l'insert 3.13a, il ne semble pas qu'il y ait de vide à proprement parler à l'arrière du cylindre, seulement des grains en contact avec des forces faibles). On remarque également que les contraintes tangentielles sont un ordre de grandeur moins intenses que les contraintes normales. Leur contribution dans les forces totales sur le cylindre est donc faible. Pour être plus précis, dans le cas symétrique, les forces tangentielles contribuent pour 11 % à la traînée totale. En présence d'un gradient de pression, on voit que les niveaux de contraintes restent globalement les mêmes mais se trouvent décalés vers les angles plus élevés, c'est-à-dire vers le quart avant bas du cylindre. Une asymétrie haut–bas

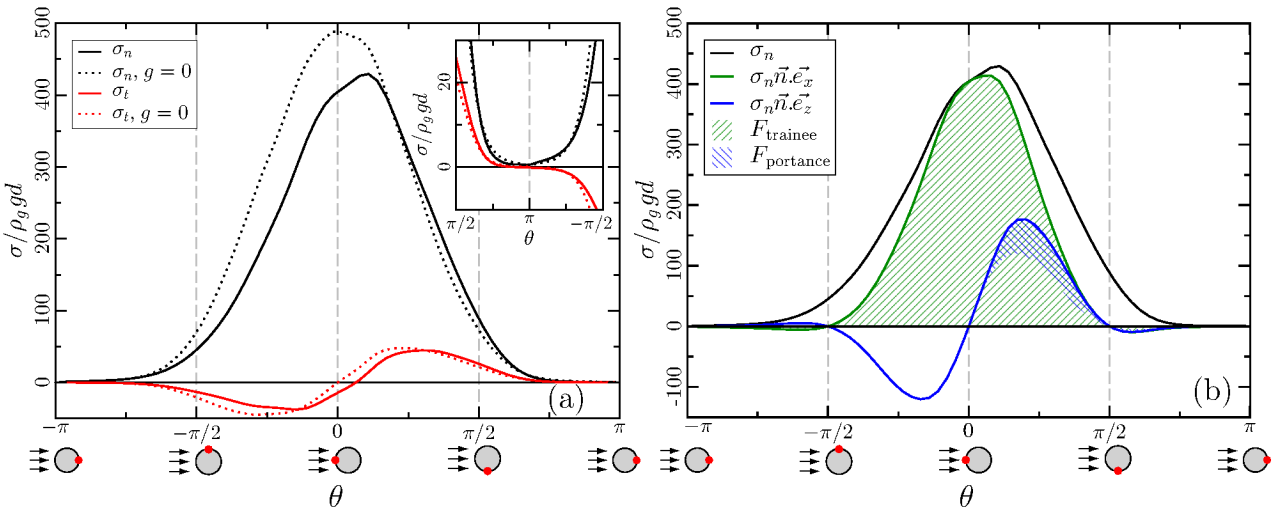


FIGURE 3.13 – (a) Contraintes normales et tangentielles sur le pourtour du cylindre, avec ou sans gradient de pression ; l'insert est un agrandissement de la zone $[-\pi/2; \pi/2]$. (b) Projection de la contrainte normale sur l'horizontale ou la verticale ; les hâchures vertes représentent la contribution à la force de traînée, les hachures bleues la contribution à la force de portance totale (les contraintes sur la verticale entre $[-\pi, 0]$ contribuent négativement).

apparaît sur les distributions de contraintes normales et tangentielles, qui va générer une portance. Une fois encore, la contribution des contraintes tangentielles à la force de portance est faible, de l'ordre de 7 %. Dans la suite on se concentrera donc sur les profils de contraintes normales en laissant de côté les contraintes tangentielles dont la contribution est négligeable.

Afin de mieux comprendre le lien entre la distribution de contrainte et les forces globales ressenties par le cylindre, nous avons tracé sur la figure 3.13b la distribution des projections de la contrainte normale sur l'horizontale $\sigma_n\vec{n}.\vec{e}_x$ et la verticale $\sigma_n\vec{n}.\vec{e}_z$, pour le cas avec gradient de pression. La traînée est alors donnée par l'intégrale de la projection horizontale (aire hachurée verte), tandis que la portance est donnée par l'intégrale de la projection verticale (aire hachurée bleue). Cette figure montre que la majorité de la traînée est liée aux fortes pressions qui apparaissent face au cylindre. Les contributions les plus importances à la force de portance apparaissent quant à elles autour de $\pm\pi/4$, c'est-à-dire dans les zones où la pression reste assez élevée et où la normale locale au cylindre commence à acquérir une composante verticale importante. Il y a en outre une compensation partielle entre le dessus et le dessous du cylindre au niveau de la force verticale, la portance étant alors liée à l'asymétrie de la distribution angulaire de contrainte.

Pour aller plus loin, considérons à présent l'influence de l'enfoncement $\tilde{h}$ sur la distribution de pression, en commençant par le cas sans gradient de pression (g = 0, traits pointillés sur le figure 3.14a). Lorsque l'enfoncement augmente on constate une augmentation globale de la distribution de pression. Si l'on divise la distribution de contrainte normale sans gravité $\sigma_n^{g=0}$ par le niveau de pression moyen $P_0 = \rho g\tilde{h}$, toutes les courbes se superposent comme

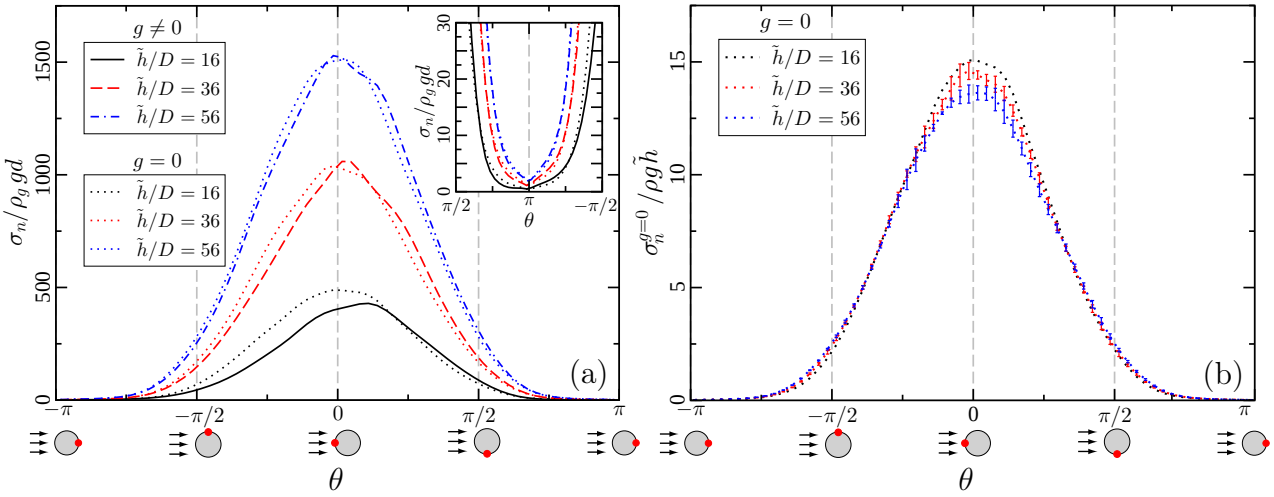


FIGURE 3.14 – a) Contrainte normale sur le pourtour du cylindre pour différentes pressions de confinement, avec (traits pleins) ou sans (pointillés) gradient de pression ; l'insert est un agrandissement de la zone $[-\pi/2; \pi/2]$. b) Contraintes adimensionnées par la pression de confinement pour les simulations sans gradient de pression. Les barres d'erreurs sont l'écart-type sur 4 simulations.

le montre la figure 3.14b, la pression à l'amont ($\theta = 0$) étant égale à $15P_0$. En l'absence de gradient de pression, on peut donc écrire la distribution de contraintes $\sigma_n^{g=0}$ comme :

$$\sigma_n^{g=0} = \rho g \tilde{h} \tilde{\sigma}_n^{g=0}, \tag{3.3}$$

où $\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)$ est une fonction indépendante de l'enfoncement qui est donnée par la figure 3.14b.

Considérons maintenant le cas avec gradient de pression. On observe sur la figure 3.14a que quelque soit la profondeur, la distribution de contrainte normale est dissymétrique par rapport à $\theta = 0$. La contrainte est systématiquement plus élevée dans le quart amont inférieur ($\theta \in [0; \pi/2]$) que dans le quart amont supérieur ($\theta \in [-\pi/2; 0]$). C'est cette asymétrie qui est à l'origine de la force de portance. Qualitativement, l'image de la figure 3.11 est donc correcte. Se pose alors la question de savoir si cette asymétrie peut s'expliquer simplement par une pondération des contraintes par la pression hydrostatique locale. En d'autres termes, est-il possible de déduire la répartition de contraintes en présence d'un gradient de pression $\sigma_n^{g\neq 0}$ à partir de la répartition sans gradient, en supposant simplement que sur chaque surface élémentaire la contrainte est proportionnelle à la pression hydrostatique ? Cela revient à supposer que la distribution $\sigma_n^{g\neq 0}$ est donnée par :

$$\sigma_n^{g\neq 0} = \rho g \left(\tilde{h} + \frac{D}{2} \sin\theta \right) \tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta), \tag{3.4}$$

en gardant la même fonction $\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)$ que dans le cas symétrique, le terme $\tilde{h} + \sin(\theta) D/2$ étant simplement l'altitude du point d'intérêt. Si cette hypothèse était valide, la force de portance

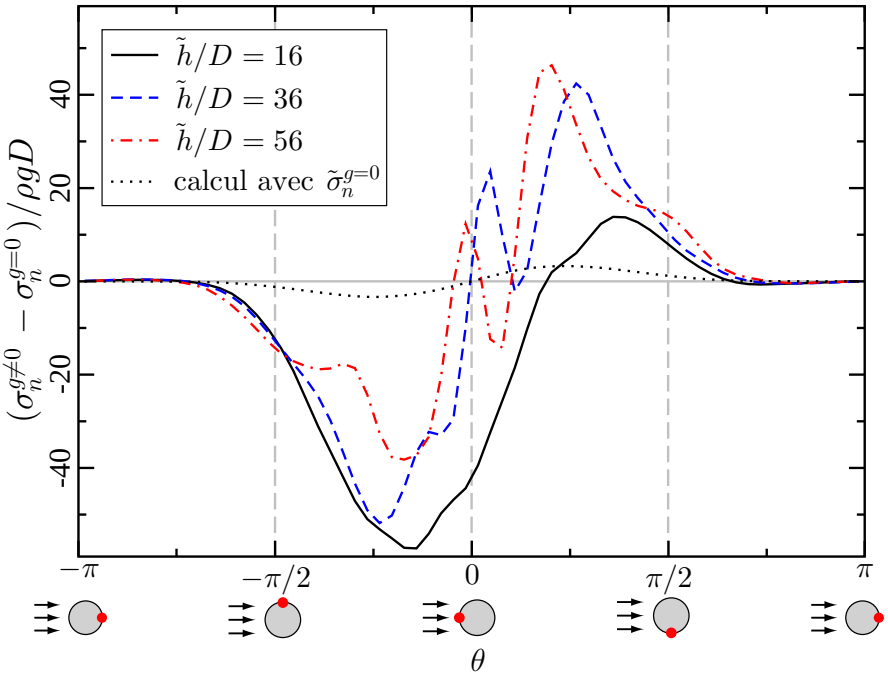


FIGURE 3.15 – Différence de contrainte normale sur le cylindre entre les simulations avec gradient de pression et sans gradient de pression.

serait simplement donnée par :

$$F_{\text{portance}} = \rho g L (D/2)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta) \sin^2\theta d\theta. \tag{3.5}$$

Malheureusement cette idée simple ne permet pas de prédire quantitativement la force de portance. Si on calcule la portance de cette manière en utilisant le profil de $\tilde{\sigma}_n^{g=0}$ de la figure 3.14b, on obtient $F_{\text{portance}} = 3.6\ \pi\rho g L D^2/4$, soit un coefficient de portance $C_l = 3.6$, bien inférieur à la valeur $C_l \simeq 30$ mesurée par la force totale sur le cylindre (figure 3.7b). Ce désaccord peut également être mis en évidence si l'on analyse directement la partie asymétrique de la répartition des contraintes. La figure 3.15 montre la différence $\sigma_n^{g\neq 0}(\theta) - \sigma_n^{g=0}(\theta)$ adimensionnée par $\rho g D$ pour 3 profondeurs équivalentes. Comme attendu, et malgré un bruit assez important, les trois courbes se rassemblent et montrent que la partie asymétrique n'est pas proportionnelle à l'enfoncement. En revanche, les contraintes mesurées dans les simulations sont bien supérieures à celles prédites simplement par une pondération hydrostatique et donnée par l'équation 3.4 (pointillés noirs sur la figure 3.15).

En réalité, il n'est pas indispensable de disposer de la répartition angulaire précise de pression pour s'apercevoir qu'il est difficile de rendre compte des forces observées par un une simple pondération des contraintes locales sur le cylindre avec la pression hydrostatique. Considérons une répartition angulaire de pression à l'avant du cylindre proportionnelle à la

pression hydrostatique $\rho g(h + \frac{D}{2}\sin\theta)f(\theta)$. Il est aisé d'extraire les forces de traînée et de portance générées par ce profil de pression (nous avons simplifié en considérant $f(\theta) = 0$ pour $\theta \in [\pi/2; 3\pi/2]$, ce qui revient à ne pas considérer les forces à l'arrière du cylindre, très faibles comme nous l'avons vue) :

$$F_{\text{trainee}} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho g \left(h + \frac{D}{2}\sin\theta\right) f(\theta)\cos\theta \frac{D}{2} L d\theta = \rho g h \frac{D}{2} L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta)\cos\theta d\theta \tag{3.6}$$

$$F_{\text{portance}} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho g \left(h + \frac{D}{2}\sin\theta\right) f(\theta)\sin\theta \frac{D}{2} L d\theta = \rho g \left(\frac{D}{2}\right)^2 L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta)\sin^2\theta d\theta \tag{3.7}$$

Donc en réécrivant les coefficients de traînée et de portance $C_d = F_{\text{trainee}}/(DL\ \rho g h)$ et $C_l = F_{\text{portance}}/(\rho g\ \pi(D/2)^2 L)$ définis dans la partie expérimentale on trouve :

$$\frac{C_d}{C_l} = \frac{\pi}{2}\frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta)\cos\theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta)\sin^2\theta d\theta} \overset{\text{si f cst}}{=} 2 \tag{3.8}$$

Ce rapport vaut 2 pour une répartition uniforme alors que expérimentalement, nous avons vu que $C_d/C_l \simeq 0.7$. Il faudrait une répartition angulaire des contraintes sur le cylindre très particulière, piquée autour de $\theta = \pm\pi/2$ et non en $\theta = 0$, pour obtenir un rapport aussi faible. Ainsi, il est clair que la simple proportionnalité de la pression locale avec la pression hydrostatique ne peut pas suffire à expliquer la traînée et la portance observées, mais qu'il est nécessaire de rajouter l'effet de la modification globale de l'écoulement par le gradient de pression pour en rendre compte.

3.3.5 Discussion : lien entre portance et rhéologie frictionnelle

L'ensemble de ces résultats montre que la distribution angulaire de contrainte autour d'un cylindre en mouvement dans un milieu granulaire soumis à un gradient de pression est la somme d'une partie symétrique, proportionnelle à la pression hydrostatique moyenne et qui est à l'origine de la force de traînée mais ne contribue pas à la portance, et d'une partie asymétrique indépendante de la pression et générant une force de portance. Cette distribution asymétrique ne peut pas s'expliquer simplement par une pondération des contraintes par la pression hydrostatique locale, mais résulte d'une modification beaucoup plus complexe de l'écoulement autour du cylindre. Dans cette dernière partie nous montrerons que cette séparation des contraintes entre partie symétrique et partie asymétrique à l'origine de la portance provient du caractère frictionnel de la rhéologie granulaire.

Pour cela, nous supposons que le tenseur des contraintes s'écrit en tout point $\vec{x}$ de l'écoulement $\bar{\bar{\sigma}}(\vec{x}) = P(-\mathbb{1} + \bar{\bar{\mu}})$ où P est la pression et $P\,\bar{\bar{\mu}}$ est le déviateur des contraintes. On note D le diamètre du cylindre, h sa profondeur. $P_0 = \rho g h$ est la pression hydrostatique moyenne au centre du cylindre. L'idée de la démonstration est de faire un développement

asymptotique en utilisant le fait que pour de grandes profondeurs, le paramètre $\epsilon = \frac{\rho g D}{P_0} = \frac{D}{h}$, qui compare les variations de pression sur la taille du cylindre à la pression moyenne, est petit $\epsilon \ll 1$. En l'absence de gradient de pression ($\epsilon = 0$), on suppose que la solution du problème d'écoulement autour du cylindre pour le tenseur de contraintes s'écrit : $P = P_0(1 + f_0(\vec{x}))$ et $\bar{\bar{\mu}}=\bar{\bar{\mu}}_0\ (\vec{x})$. La symétrie haut–bas du problème impose que f_0 et $\bar{\bar{\mu}}_0$ sont symétriques par rapport à la transformation $z \longrightarrow -z$, z étant la coordonnée verticale avec origine au centre du cylindre. Loin du cylindre, l'écoulement généré par celui-ci disparaît et on doit avoir $f_0(\vec{x}) \xrightarrow[x\to\infty]{} 0$ et $|\ \bar{\bar{\mu}}_0\ (\vec{x})| \xrightarrow[x\to\infty]{} 0$.

Quand on applique un gradient de pression ($\epsilon \ll 1$ mais $\epsilon > 0$), on peut écrire un développement à l'ordre 1 pour le tenseur des contraintes : $P = P_0\left(1 + \epsilon\frac{z}{D} + f_0 + \epsilon f_1\right)$ et $\bar{\bar{\mu}}=\bar{\bar{\mu}}_0 +\epsilon\ \bar{\bar{\mu}}_1$. De la même manière que pour f_0 et $\bar{\bar{\mu}}_0$, f_1 et $\bar{\bar{\mu}}_1$ s'annulent à l'infini : $f_1(\vec{x}) \xrightarrow[x\to\infty]{} 0$ et $|\ \bar{\bar{\mu}}_1\ | \xrightarrow[x\to\infty]{} 0$.

Au premier ordre, le tenseur des contraintes est donc donné par :

$$\bar{\bar{\sigma}}=\bar{\bar{\sigma}}_0 +\epsilon\ \bar{\bar{\sigma}}_1 \tag{3.9}$$

avec

$$\bar{\bar{\sigma}}_0 = P_0(1 + f_0)(-\mathbb{1}+ \bar{\bar{\mu}}_0) \tag{3.10}$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_1 = P_0\left[\left(\frac{z}{D} + f_1\right)(-\mathbb{1}+ \bar{\bar{\mu}}_1) + (1 + f_0)\ \bar{\bar{\mu}}_1\right] \tag{3.11}$$

La fonction $\bar{\bar{\sigma}}_0$ est symétrique par la transformation $z \longrightarrow -z$, tandis que la fonction $\epsilon\ \bar{\bar{\sigma}}_1$ est *a priori* asymétrique. Seule cette dernière peut donc induire une force de portance sur l'objet. Or elle est proportionnelle à $\epsilon P_0 = \rho g D$ et est donc indépendante de l'enfoncement. Ce développement asymptotique montre donc que la portance à enfoncement élevé est proportionnelle à la poussée d'Archimède.

Avant de conclure, il est intéressant de mettre ces différentes observations en relation avec les résultats obtenus par [Ding et al., 2011]. Leur premier résultat est la mise en évidence, sur un cylindre tracté horizontalement, de la présence d'une force de portance proportionnelle à la profondeur tout comme pour la force de traînée. Nos résultats montrent que ceci n'est vrai que si le cylindre se trouve près de la surface libre, à une distance inférieure à 15 fois le diamètre du cylindre, ce qui est le cas dans leurs expériences (profondeur maximale de l'ordre de $5D$). Si le cylindre se trouve à une profondeur plus importante, suffisamment loin de la surface libre, la force de portance est indépendante de l'enfoncement. La croissance linéaire observée par [Ding et al., 2011] apparaît donc être un effet de surface libre. Le second résultat présenté par [Ding et al., 2011] est un modèle phénoménologique pour expliquer la force de portance sur un objet de forme quelconque à partir de la forces sur des plaquettes de différentes orientations. L'idée de base du modèle est que chaque élément de surface de l'objet complexe perçoit une force qui n'est liée qu'à l'angle d'attaque de l'élément dans le milieu granulaire pondéré par la pression hydrostatique locale. Si nous appliquons ce modèle

et que nous utilisons la variation de la portance sur les plaquettes à différents angles trouvée par [Ding et al., 2011], la saturation de la portance à fort enfoncement que nous observons n'est pas prédite. On pourrait penser que cela est lié au fait que les contraintes sur les plaquettes ont été mesurées par [Ding et al., 2011] à des enfoncements faibles, et que des mesures à enfoncements plus important pourraient fournir une force intégrée sur le cylindre indépendante de la profondeur. Cependant, nous avons montré que la simple pondération d'une distribution obtenue en l'absence de gradient de pression par la pression hydrostatique locale ne suffisait pas à expliquer les valeurs de la force de portance. La présence d'un gradient de pression menant à l'apparition d'une portance semble ainsi perturber l'écoulement global autour de l'objet, ce qui condamne l'estimation de la force de portance à partir de mesures de contraintes locales sur des plaquettes.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence la présence d'une force de portance élevée sur un cylindre se déplaçant dans un milieu granulaire. Cette force de portance sature avec l'enfoncement dès lors que le cylindre est suffisamment loin de la surface libre, de l'ordre de 15 fois son diamètre. Loin de la surface libre, la portance est proportionnelle à la poussée d'Archimède, mais avec un facteur d'amplification élevé, de l'ordre de 20. Des simulations numériques discrètes en dynamique moléculaire nous ont permis de montrer que la portance émerge du gradient de pression hydrostatique dû à la gravité, qui crée une asymétrie haut–bas du champ de pression autour du cylindre. Cependant, l'analyse précise des contraintes sur le pourtour du cylindre montre que la simple pondération de la contrainte par la pression hydrostatique locale ne permet pas d'expliquer la valeur élevée de la portance. Celle-ci résulte d'une modification plus complexe et globale de l'écoulement autour du cylindre, ce qui peut avoir des implications importantes pour prédire les forces s'exerçant sur des objets complexes, comme des éléments robotisés par exemple, se déplaçant dans des milieux granulaires.

Chapitre 4

Indépendance de la traînée avec la profondeur induite par la rotation

The ocean is a desert with its life underground
and a perfect disguise above

A horse with no name,
America

Les résultats précédents sur la traînée et la portance concernaient les forces exercées sur le cylindre pendant le premier demi-tour, avant que celui-ci ne repasse dans son propre sillage. Dans ce cas, nous avons montré que la traînée mesurée lors du premier demi-tour augmentait linéairement avec la profondeur, en accord avec les résultats classiques sur la traînée dans les milieux granulaires. Ce n'est plus du tout le cas lorsque le cylindre effectue plusieurs tours et repasse dans son propre sillage. Dans ce cas, nous avons vu au chapitre 2.1.4 page 24 que le couple nécessaire pour faire tourner le cylindre chute brutalement. Dans ce chapitre, nous étudions ce phénomène surprenant de réduction de de la traînée sur un objet en rotation dans un milieu granulaire.

4.1 Comportement de la traînée sur un cylindre en rotation aux temps longs

4.1.1 Observations préliminaires

Reprenons la configuration expérimentale du chapitre 3, dans laquelle un bac rempli de grains tourne autour d'un cylindre horizontal fixe. Jusqu'à présent nous n'avons analysé que les données issues de la première demi-rotation, avant que le cylindre ne repasse dans

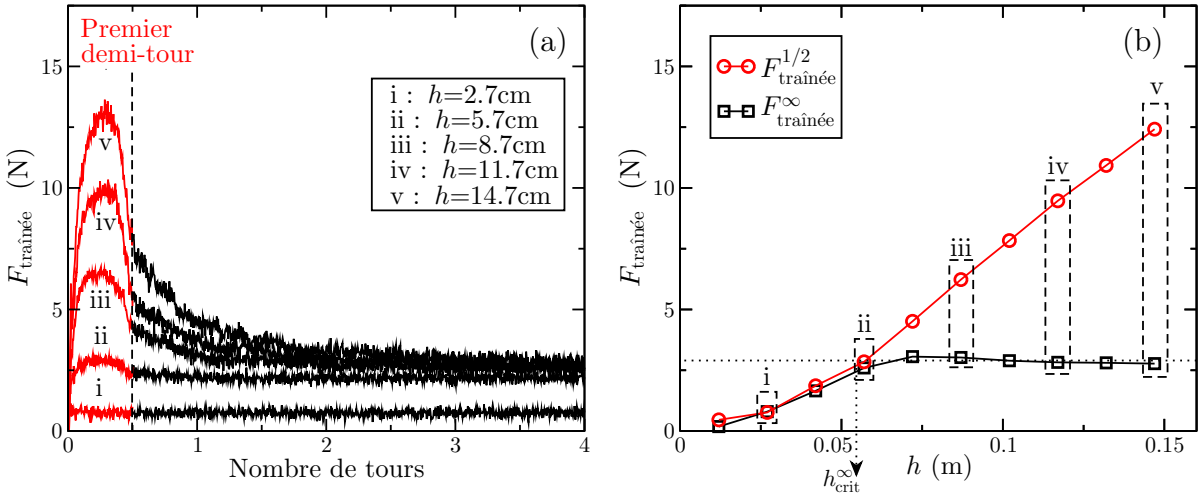


FIGURE 4.1 – (a) Force de traînée mesurée en fonction du temps pour différents enfoncements de cylindre. (b) Force de traînée durant le premier demi-tour ou aux temps longs en fonction de l'enfoncement. Les points i-v sont au même enfoncement entre les deux figures. Cylindre $D = 6\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{cm}$.

son propre sillage. La figure 4.1a présente l'évolution temporelle de la traînée sur plusieurs tours et pour différents enfoncements. On constate un comportement très différent de la traînée entre le premier demi-tour et les tours suivants, aux temps longs. Au début, la traînée augmente et atteint un premier plateau lors du premier demi-tour, qui correspond à la valeur de la traînée que nous avions étudiée jusqu'à présent. Cette valeur augmente linéairement avec l'enfoncement h comme nous l'avons vu dans la partie 3.1. À la fin du premier demi-tour cependant, on remarque que la valeur de la traînée chute fortement, jusqu'à atteindre une valeur stationnaire. L'observation remarquable est que la traînée aux temps longs semble indépendante de l'enfoncement lorsque le cylindre est suffisamment enfoncé ($h > 6\,\text{cm}$). La figure 4.1b permet de mieux visualiser le phénomène sur des grandeurs moyennées. Elle compare la valeur de la forces de traînée moyennée sur le premier demi-tour $F^{1/2}_{\text{trainee}}$ à la valeur stationnaire atteinte aux temps longs $F^{\infty}_{\text{trainee}}$. On voit que au premier demi-tour, la force de traînée $F^{1/2}_{\text{trainee}}$ est bien proportionnelle à l'enfoncement, comme déjà discuté en détail partie 3.1. En revanche la force de traînée aux temps longs $F^{\infty}_{\text{trainee}}$, si elle reste proportionnelle à h proche de la surface libre (typiquement ici $h < 6\,\text{cm}$), sature à une valeur constante au delà d'un enfoncement critique h^{∞}_{crit} (figure 4.1b). La chute de la force de traînée peut être très élevée. Aux enfoncements les plus importants cela peut correspondre à une division de la valeur de traînée par 5 ou 6 entre le premier demi-tour et l'état stationnaire. Cette saturation de la traînée avec la profondeur pour des objets en rotation n'avait pas du tout été anticipée, et nous a semblé mériter de plus amples investigations. En particulier, cette saturation de la traînée n'avait pas été observée par [Brzinski III et Durian, 2010] bien qu'utilisant une géométrie presque identique, mais cependant beaucoup plus petite, qui a probablement empêché d'observer ce phénomène.

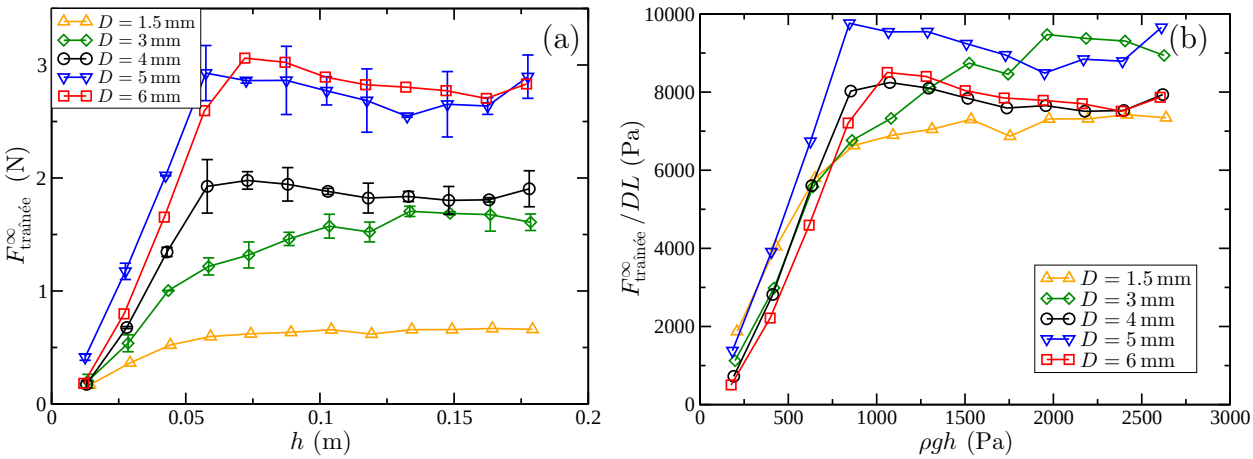


FIGURE 4.2 – (a) Traînée stationnaire en fonction de l'enfoncement pour 5 cylindres de même longueur $L = 6\,\mathrm{cm}$ et de diamètres différents. Chaque point est une moyenne sur 2 expériences, les barres d'erreurs, quand elles sont indiquées, correspondent aux 2 valeurs mesurées. (b) Traînée adimensionnée par la surface frontale du cylindre pour ces mêmes cylindres en fonction de la pression hydrostatique.

4.1.2 Étude paramétrique

La question est à présent de comprendre quels sont les dépendances de cette force de traînée saturée avec les paramètres expérimentaux. Nous avons vu précédemment que la force de traînée est classiquement décrite comme le produit de la pression granulaire par la surface du cylindre $F_{\text{trainee}} = P \times S$. Durant le premier demi-tour, la pression est simplement donnée par la pression hydrostatique ρgh. Ce n'est plus le cas aux temps longs puisque la traînée est indépendante de l'enfoncement. Il est ainsi nécessaire de trouver une autre pression caractéristique au niveau du cylindre, et donc une longueur caractéristique autre que h. Les longueurs disponibles dans notre expérience sont les paramètres géométriques du cylindre L et D ; la taille des grains d est supposée suffisamment petite pour ne pas avoir d'influence et est de toute façon constante dans toutes nos expériences. Enfin la largeur du bac est beaucoup plus grande que les tailles de cylindres et les enfoncements considérés et ne doit donc pas jouer de rôle.

Afin de déterminer la loi d'échelle vérifiée par la force de traînée saturée $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ nous avons d'abord étudié l'influence du diamètre D du cylindre. Sur la figure 4.2a, $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ a été mesuré pour plusieurs cylindres de même longueur et de différents diamètres. On observe que $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ augmente avec le diamètre du cylindre. Il est alors possible de tracer la traînée divisée par la surface LD du cylindre (figure 4.2b), ce qui permet un bon regroupement des courbes, aussi bien dans la partie proche de la surface libre que dans la partie saturée. La raison du bon regroupement près de la surface est évidente, puisque la force à faible enfoncement n'est pas sensiblement modifiée entre le premier demi-tour et l'état stationnaire, et que

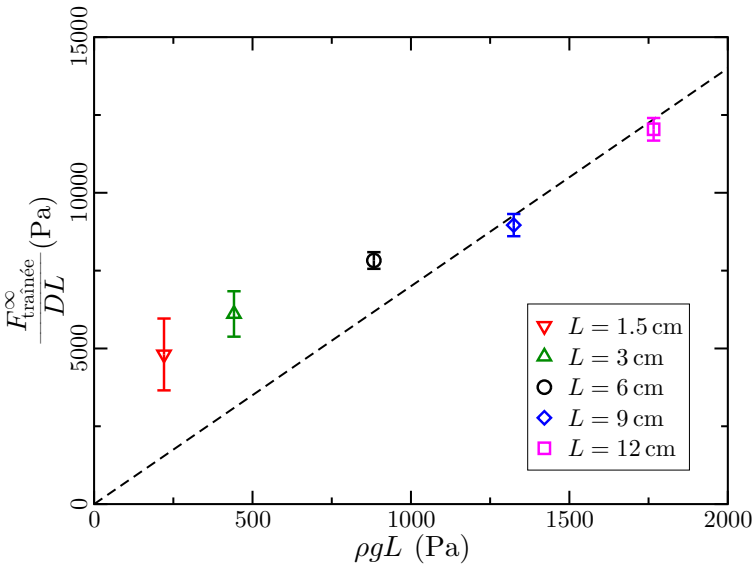


FIGURE 4.3 – Traînée stationnaire adimensionnée par DL pour 5 cylindres de même diamètre $D = 4$ mm et de longueurs différentes, en fonction de ρgL. Les points sont les moyennes pour $h > h^{\infty}_{crit}$, les barres d'erreurs indiquent l'écart-type.

$F^{1/2}_{\text{trainee}} = F^{\infty}_{\text{trainee}} \propto DL\ \rho gh$. Le regroupement dans la partie où la force est saturée est plus intéressant car il implique que la dépendance de la traînée avec le diamètre du cylindre D peut être expliquée dans sa majeure partie par la proportionnalité de la traînée avec la surface du cylindre. Si la dépendance avec le diamètre D est entièrement contenue dans la surface du cylindre, cela implique que la pression ressentie dépend de la longueur L seule, et doit donc être de l'ordre de ρgL, la longueur du cylindre étant la seule dépendance admissible restante.

Pour tester cette dépendance, la figure 4.3 montre $F^{\infty}_{\text{trainee}}/DL$ moyennée dans la partie saturée ($h > h^{\infty}_{crit}$) pour des cylindres de même diamètre mais de longueurs différentes. $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ est bien une fonction croissante de ρgL qui se rapproche d'une loi linéaire à grand L. Cela suggère que l'échelle de pression pertinente autour du cylindre aux temps longs est ρgL, et non plus ρgh comme lors du premier demi-tour. La traînée stationnaire est ainsi proportionnelle à L^2, et non plus à L comme au premier demi-tour, ou comme mesuré habituellement dans les expériences de traînée. Ce résultat suggère que les passages répétés du cylindre dans son propre sillage structurent le milieu granulaire, de manière à ce que le poids de la colonne de grains ne soit plus ressenti par le cylindre, celui-ci ne percevant plus que la pression d'une colonne de grains de l'ordre de sa longueur.

La figure 4.3 montre cependant que cette proportionnalité de $F^{\infty}_{\text{trainee}}/DL$ avec ρgL est moins bien vérifiée pour ρgL petit. Un autre effet semble ainsi se rajouter à ce simple dimen-

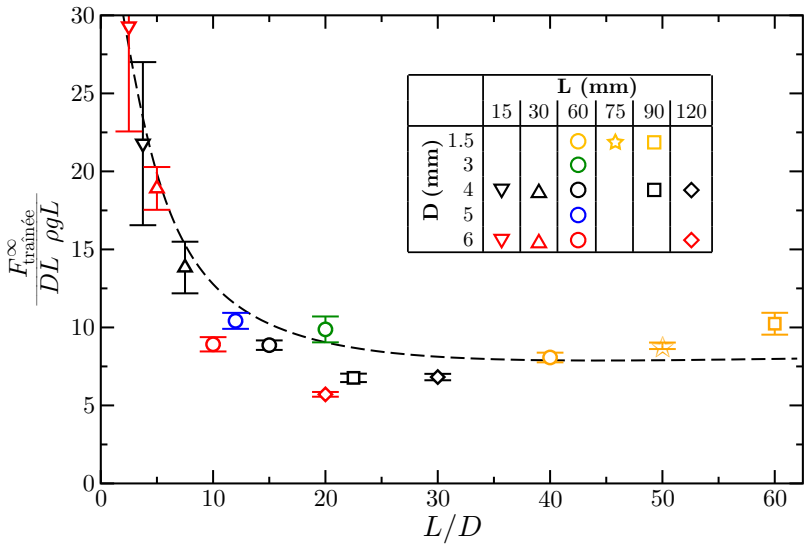


FIGURE 4.4 – $F^{\infty}_{\text{trainee}}/(DL\ \rho gL)$ fonction du rapport d'aspect L/D pour tous les cylindres étudiés. Les points sont la traînée moyenne pour $h > h^{\infty}_{\text{crit}}$, les barres d'erreur correspondent à l'écart-type. La ligne pointillée est un guide visuel.

sionnement. Le rapport d'aspect du cylindre L/D étant le seul paramètre sans dimension restant, nous avons tracé sur la figure 4.4 la traînée dans la partie saturée adimensionnée par $DL\ \rho gL$ – le dimensionnement trouvé précédemment – en fonction du rapport d'aspect du cylindre L/D. On voit clairement que pour un rapport d'aspect élevé, typiquement $L/D \gtrsim 15$, l'analyse précédente fonctionne bien, avec un coefficient de proportionnalité de l'ordre de 9. En revanche, à plus faible rapport d'aspect, on a une forte augmentation de la traînée adimensionnée, qui peut atteindre des coefficients jusqu'à 30 pour les L/D les plus petits. Cette étude paramétrique permet donc de proposer la loi d'échelle suivante pour la traînée aux temps longs :

$$F^{\infty}_{\text{trainee}} = C^{\infty}_{d}(L/D)\ DL\ \rho gL \tag{4.1}$$

avec $C^{\infty}_{d} \simeq 9$ pour $L/D > 15$.

4.1.3 Profondeur de saturation

Nous avons vu que la saturation de la traînée apparaissait au delà d'une certaine profondeur critique h^{∞}_{crit}. Nous étudions ici plus en détail la dépendance de cette profondeur avec la géométrie du cylindre. Pour cela, on mesure expérimentalement h^{∞}_{crit} comme l'enfoncement auquel $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ atteint 90% de la traînée saturée (cf. figure 4.1b).

La figure 4.5 montre la dépendance de $h^{\infty}_{\text{crit}}/L$ avec le rapport d'aspect du cylindre. Il est

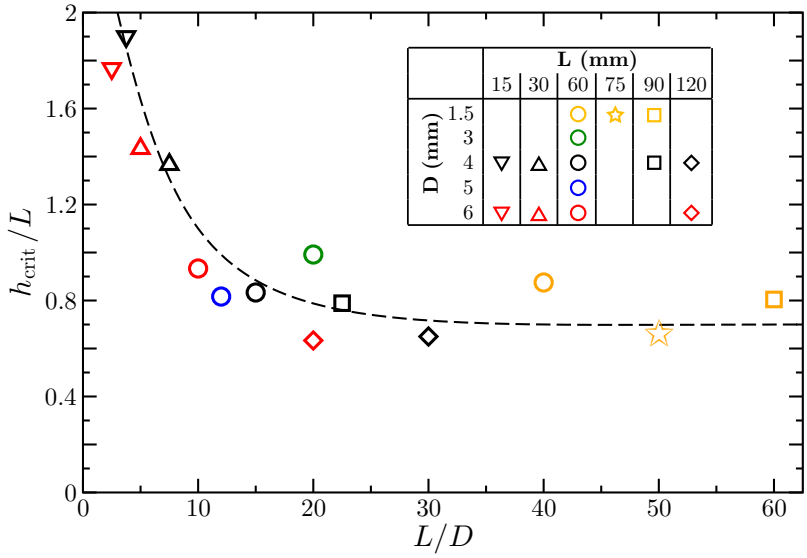


FIGURE 4.5 – Enfoncement critique au-delà duquel la saturation est observée normalisé par la longueur du cylindre, en fonction de L/D.

intéressant de constater que cet enfoncement critique suit le même type de dépendance que le coefficient de traînée C_d^∞, avec $h_{\text{crit}}^\infty \simeq 0.8L$ pour les cylindres ayant un rapport d'aspect suffisamment grand ($L/D > 15$), tandis que h_{crit} augmente à plus faible rapport d'aspect, pouvant atteindre 2 fois la longueur du cylindre.

Il est possible de comprendre assez aisément le rapport h_{crit}^∞/L pour les rapports d'aspects élevés en se basant sur les coefficients de traînée aux temps courts C_d et aux temps longs C_d^∞ trouvés expérimentalement. En effet, comme nous l'avons dit, la traînée proche de la surface libre est la même au premier demi-tour et aux temps longs. La profondeur critique est ainsi donnée par la profondeur à laquelle la traînée durant le premier demi-tour devient égale à sa valeur saturée, $F_{\text{trainee}}^{1/2}(h_{\text{crit}}^\infty) = F_{\text{trainee}}^\infty$, ce qui conduit à :

$$C_d \; DL \; \rho g h_{\text{crit}}^\infty = C_d^\infty \; DL \; \rho g L, \tag{4.2}$$

soit $h_{\text{crit}}^\infty/L = C_d^\infty/C_d = 9/14 \simeq 0.65$, ce qui est assez proche de la valeur expérimentale à L/D grand trouvée sur la figure 4.5. Ces considérations expliquent pourquoi cet effet de saturation n'avait pas été observé précédemment dans les expériences utilisant des géométries comparables, en particulier celles de [Brzinski III et Durian, 2010]. Il faut en effet atteindre des enfoncements au moins de l'ordre de la longueur du cylindre pour que la saturation de la traînée aux temps longs apparaisse.

En conclusion de cette analyse, nous avons montré que lorsqu'un cylindre tourne sur lui-même dans un milieu granulaire, la force de traînée qu'il subit chute brutalement après le premier demi-tour et devient indépendante de la profondeur. Une interprétation possible

de ce phénomène est la formation d'une structure qui écrante la pression hydrostatique, le cylindre ressentant alors une pression constante indépendante de la profondeur. Cet effet de saturation de la pression avec l'enfoncement rappelle l'effet Janssen pour lequel la pression granulaire dans un silo sature à grande profondeur. Il faut cependant noter que les deux effets sont différents. En effet, la saturation de la pression par effet Janssen est induite par la friction avec les parois du silo, ce qui n'est pas le cas de notre expérience de grand diamètre. En outre, la force au premier demi-tour est bien proportionnelle à l'enfoncement, ce qui est cohérent avec un profil de pression initialement hydrostatique. Dans le paragraphe suivant nous montrons que ce phénomène, loin d'être marginal, est très robuste vis-à-vis des perturbations du milieu, de la forme de l'objet et de la nature des grains.

4.2 Robustesse expérimentale du phénomène

4.2.1 Perturbations du milieu

Notons tout d'abord que cet effet de saturation apparaît indépendamment de l'état initial du milieu, qu'il soit lâche ou dense. Il est en outre possible de modifier assez drastiquement les paramètres de la rotation sans que la saturation n'en soit perturbée. La figure 4.6 montre ainsi la traînée mesurée sur un cylindre dans une expérience pendant laquelle la rotation est modifiée au cours du temps. Au départ, lors du premier démarrage de la rotation, la traînée augmente jusqu'à atteindre un maximum durant le premier demi-tour, puis diminue à la fin de celui-ci tend vers sa valeur saturée. Cette première partie est en tout point comparable à la courbe (iv) de la figure 4.1a. On stoppe ensuite la rotation pendant une dizaine de seconde (t = 130 s), et on redémarre dans le même sens. On voit que la force de traînée subit une petite augmentation, mais beaucoup plus faible qu'au premier démarrage, et atteint presque immédiatement sa valeur saturée. La structuration créée s'est donc maintenue même lorsque la rotation a été stoppée. Plus étonnant encore, il est possible d'inverser le sens de rotation tout en maintenant la saturation. C'est ce que l'on fait à t = 160 s, où l'on passe d'une rotation à vitesse $+\Omega$ à $-\Omega$, puis à t = 260 s de $-\Omega$ à $+\Omega$. Dans les deux cas, la traînée a un léger ressaut après redémarrage mais reste toujours très inférieure à la valeur de la traînée juste après le premier démarrage. Ainsi, la structuration du milieu ne semble pas orientée par le sens de rotation du cylindre. Enfin, la fin de la figure 4.6 montre des changements de vitesse de rotation, auxquels la force de traînée saturée est tout à fait insensible, ce qui était attendu dans le régime quasi-statique dans lequel on travaille. Il est également possible de donner des « coups » raisonnables sur le conteneur sans que la valeur de la force n'en soit modifiée. La structure permettant la saturation de la traînée aux temps longs est donc relativement solide, se maintenant et redirigeant le poids des grains aux dessus du cylindre même lorsque celui-ci est arrêté ou change de sens de rotation.

Il est important de souligner que la structure créée, si elle est liée aux passages répétés du cylindre dans son propre sillage, est néanmoins une structure statique. Cette redistribution

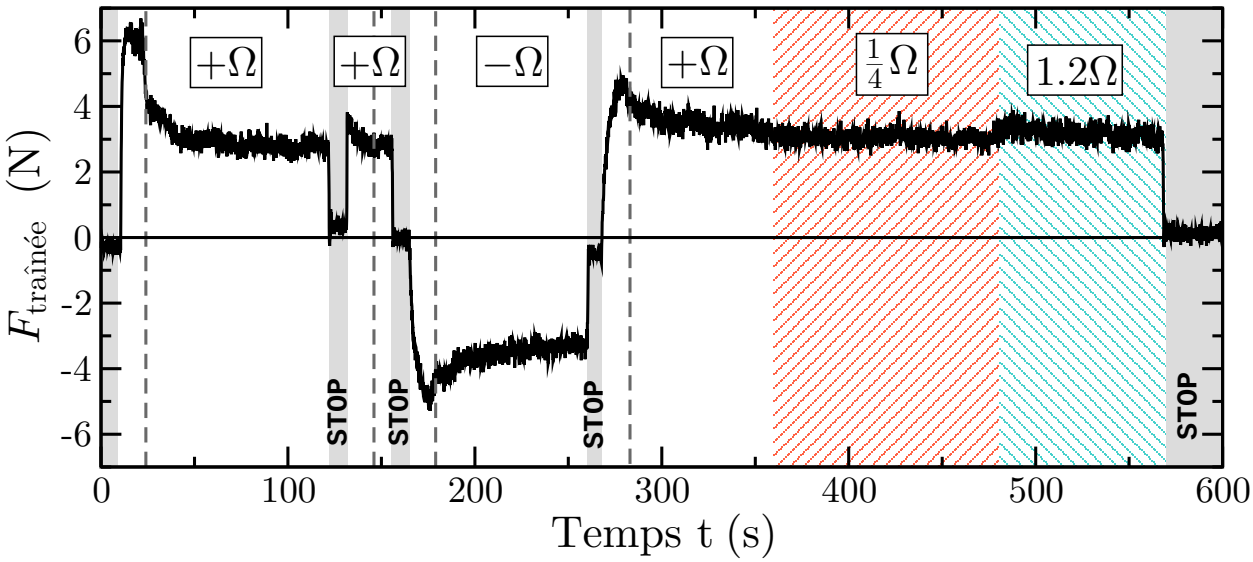


FIGURE 4.6 – Traînée au cours du temps pour une expérience où les paramètres de la rotation sont modifiés. Zones grisées : rotation stoppée ; zone hachurée rouge : rotation 4 fois plus lente ; zone hachurée bleue : rotation 1.2 fois plus rapide. Les pointillés gris verticaux indiquent la fin du premier demi-tour du cylindre depuis le dernier redémarrage de la rotation. Par convention, le signe de la traînée est celui du sens de rotation. Cylindre $D = 6\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{cm}$, $\Omega = 2\,\text{rpm}$, $h = 12\,\text{cm}$.

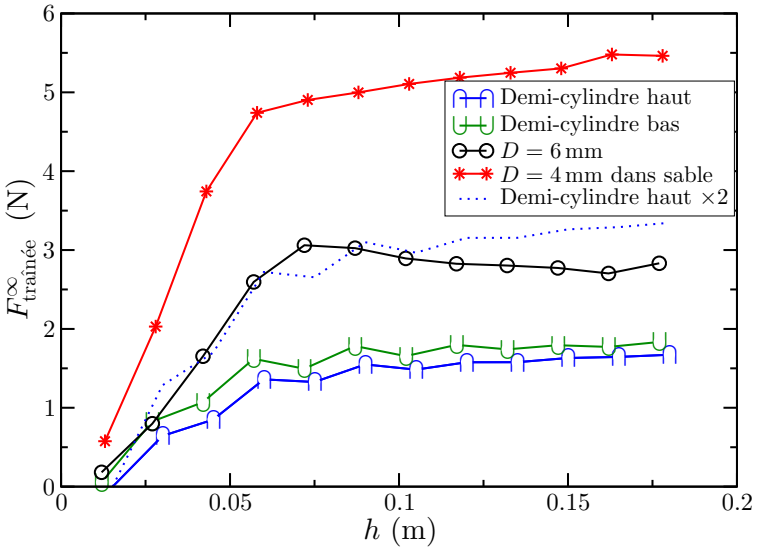


FIGURE 4.7 – Force de traînée aux temps longs avec différentes formes d'objets, dans différents milieux. Tous les cylindres ont une longueur $L = 6\,\mathrm{cm}$. Les demi-cylindres ont un diamètre de 6 mm, leur enfoncement est mesuré à partir de la partie plate horizontale. Le sable est un sable de rivière assez bien calibré avec des grains anguleux de diamètre moyen entre 700 μm et 800 μm.

de pression par l'empilement statique peut faire penser au phénomène de trou sous le tas [Vanel et al., 1999], dans lequel la manière de former un tas granulaire change la distribution de pression sous le tas, et peut amener à un minimum de pression au coeur de l'empilement.

4.2.2 Différents objets, différents grains

Nous avons également étudié la robustesse de ce phénomène sur des objets et des grains différents. La figure 4.7 présente ainsi la traînée aux temps longs en fonction de l'enfoncement dans différentes conditions. La courbe noire est mesurée dans l'expérience classique avec les billes de verre. La courbe rouge montre la traînée d'un cylindre de diamètre un peu plus faible dans du sable. On voit que la traînée est beaucoup plus élevée, bien que l'objet soit plus petit, ce qui est lié au caractère anguleux des grains de sables qui exercent ainsi des contraintes plus importantes sur le cylindre. Cependant, il est clair que la traînée sature aussi dans ce cas à fort enfoncement. La saturation a également été observée avec des objets différents. Le fait de trainer un cylindre coupé horizontalement (section verticale ◠ ou ◡) conduit à mesurer une force 2 fois plus faible sur chaque demi-cylindre par rapport au cylindre entier, mais dans les deux cas la saturation est retrouvée à grande profondeur.

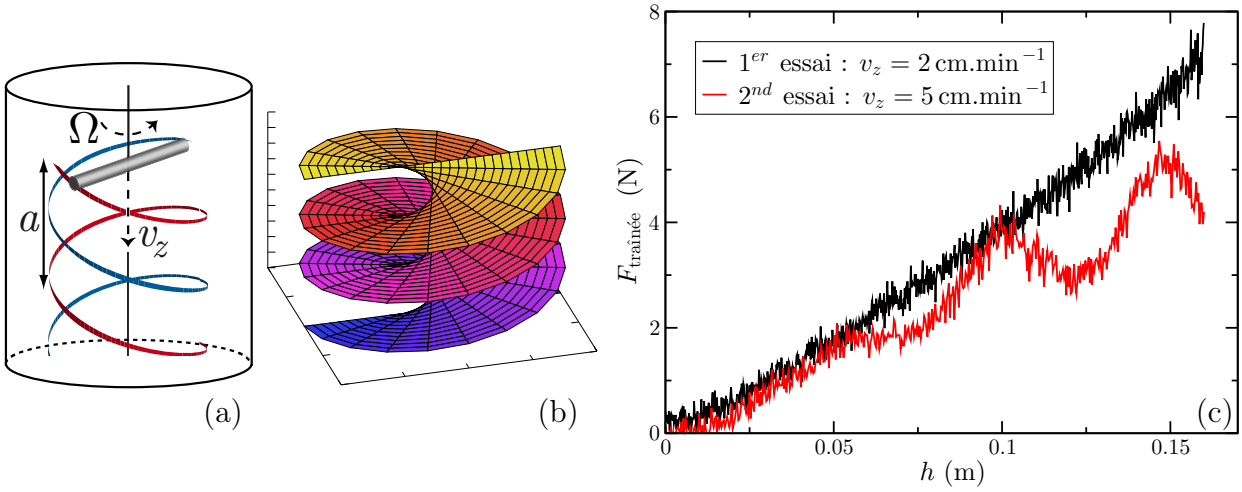


FIGURE 4.8 – (a) Schéma de l'expérience de rotation et d'enfoncement simultanés du cylindre. (b) Chemin parcouru par le cylindre (image issue de Wikipedia-en, licence CC-BY-SA) . (c) Deux expériences successives sans préparation du milieu entre les deux, à deux vitesses d'enfoncement différentes et même vitesse de rotation Ω = 1.5 rpm. La seconde expérience ressent fortement le sillage laissé par la première. Données relevées par Charlotte Rulquin au cours de son stage de Licence 3.

4.3 Creuser à force faible

La robustesse de l'effet de saturation de la traînée aux temps longs permet d'imaginer qu'il est possible de déplacer lentement le cylindre au cours de la rotation tout en maintenant cette saturation. Dans cette partie, nous allons étudier ce qu'il se passe lorsque le cylindre est lentement enfoncé avec une vitesse vertical v_z en même temps que le bac de grains est mis en rotation à vitesse Ω (figure 4.8a). Dans ce cas, le cylindre parcours une hélicoïde, comme montré sur la figure 4.8b.

4.3.1 Une préparation un peu différente

La réalisation de cette expérience nécessite une préparation un peu différente du milieu granulaire. En effet, alors que précédemment le milieu granulaire semblait plus ou moins « oublier » les expériences précédentes lorsque l'on changeait le cylindre de position, ici celui-ci modifie toute la hauteur du lit granulaire au cours d'une expérience. Ainsi, par exemple, lorsque deux expériences successives sont effectuées, la traînée mesurée dans la seconde expérience connaît une diminution importante lorsque le cylindre croise la trace du sillage de la première expérience (figure 4.8c). De la même manière, il n'a pas été possible d'effectuer des expériences en remontant le cylindre au lieu de l'enfoncer, car le simple fait d'enfoncer verticalement le cylindre pour le placer à sa position initiale modifie l'état initial

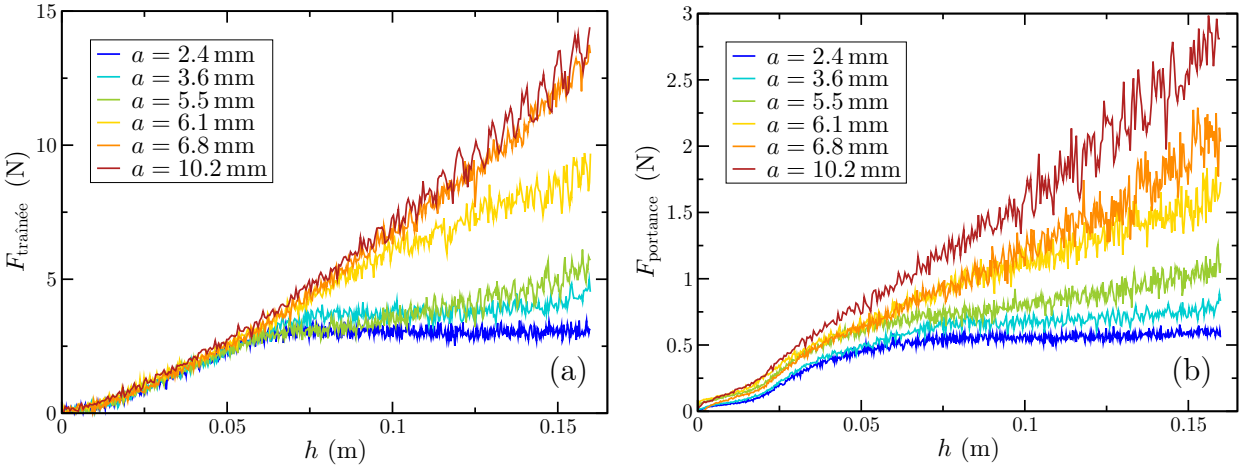


FIGURE 4.9 – Forces de traînée (a) et de portance (b) au cours de l'enfoncement pour différents pas d'hélices. Cylindre $D = 4\,\mathrm{mm}$, $L = 9\,\mathrm{cm}$. Données relevées par Charlotte Rulquin au cours de son stage de Licence 3.

du milieu, et lors d'une remontée en spirale le cylindre croise ce sillage à chaque tour.

Pour éviter ces effets de mémoire, une préparation plus poussée du milieu a été nécessaire. Elle a consisté dans un premier temps à remuer l'ensemble du lit de grains à l'aide d'un mélangeur au bout d'une perceuse. Ensuite, de manière à éviter que le milieu ne soit initialement trop lâche, ce qui conduirait à ce qu'il se compacte au cours d'une expérience et mènerait aux problèmes discutés partie 2.1.2, une vingtaine de forts coups de maillet sont donnés sur le pourtour du fond du bac de grains, de manière à compacter le milieu granulaire. De cette façon, il a été possible d'obtenir une relative reproductibilité des données. Cependant, cette préparation prend du temps et pose des problèmes pour maintenir les alignements verticaux, tout en soumettant le matériel à rude épreuve... En conséquence, il n'a pas été possible d'effectuer autant d'expériences qu'il aurait été nécessaire pour obtenir de très bonnes statistiques.

4.3.2 Transition vers un enfoncement à couple constant

Ces précautions expérimentales prises, il est temps de discuter des forces mesurées dans cette configuration. Avant tout, il faut préciser que le seul paramètre de cette expérience est le pas d'hélice a du chemin parcouru par le cylindre, donné par le rapport entre la vitesse verticale v_z imposée au cylindre et la vitesse de rotation angulaire Ω : $a = v_z/\Omega$ (cf. figure 4.8a). En effet, le pas d'hélice défini entièrement la géométrie parcourue par le cylindre, le fait de modifier v_z et Ω dans le même rapport ne faisant que changer la vitesse à laquelle ce chemin est parcouru. Or nous nous plaçons toujours dans le régime quasi-statique où les forces sont indépendantes de la vitesse. Les forces ne dépendent donc que de a, et bien sûr de la géométrie du cylindre lui-même.

La figure 4.9 montre les forces mesurées en fonction de l'enfoncement pour un même cylindre avec des pas d'hélice différents. Il faut noter que, par abus de langage, nous continuerons à appeler force de traînée la force mesurée dans le plan horizontal, et forces de portance la force verticale. Cela n'est plus tout à fait cohérent avec la définition habituelle de la traînée, à savoir la force dans la direction de l'écoulement, puisque la vitesse du cylindre est dirigée en partie vers le bas (l'angle de cette vitesse avec l'horizontale dépend de plus de la position dans la longueur du cylindre, en raison de la géométrie centrée, ce qui complique la définition). Nous garderons néanmoins ces dénominations simplifiées de traînée et portance.

Ces précisions sémantiques ont toutefois une conséquence physique. En effet, le cylindre s'enfonçant, on s'attend à ce que celui-ci subisse une composante de traînée granulaire dans la direction verticale. C'est ce que montre la figure 4.9b : pour a faible, la portance sature avec l'enfoncement loin de la surface libre, exactement comme dans les expériences où le cylindre est à enfoncement constant. En revanche, en augmentant la vitesse verticale, on créé une traînée dans la direction verticale sur le cylindre, ce qui aboutit à une force de portance ayant une composante proportionnelle à l'enfoncement.

Nous ne discuterons pas plus avant les forces de portance dans cette expérience pour nous concentrer sur les forces de traînée, qui correspondent au couple qu'il faut appliquer pour faire tourner l'objet tout en l'enfonçant. Au vu des expériences précédentes, on s'attend à ce que si le cylindre s'enfonce suffisamment « lentement », il soit possible de maintenir la structuration du milieu qui écrante la pression hydrostatique au cours de l'enfoncement. Au contraire, si le cylindre s'enfonce trop « rapidement », celui-ci parcourt un milieu qu'il n'a pas suffisamment modifié au tour précédent, et la traînée doit donc croître avec l'enfoncement. C'est ce que montre la figure 4.9a : si a est trop élevé, la traînée est proportionnelle à l'enfoncement h, comme au cours du premier demi-tour lors des expériences à enfoncement constant. Au contraire si a est plus faible (typiquement $a < 5\,\mathrm{mm}$ dans cette expérience), la force de traînée, et donc le couple, sature au-delà d'un enfoncement critique. Ainsi, selon la vitesse d'enfoncement du cylindre, on transite d'un régime où la traînée est proportionnelle à l'enfoncement à grande vitesse d'enfoncement, à un régime d'enfoncement à couple constant si la vitesse verticale est suffisamment faible, plus précisément si le pas d'hélice est suffisamment faible. C'est le cas si le cylindre repasse suffisamment dans son propre sillage d'une rotation à la suivante pour permettre la structuration du milieu et l'écrantage de la pression hydrostatique.

La remarque précédente donne une indication sur la valeur du pas critique a_{crit} marquant la transition entre les deux régimes saturé et non saturé. On s'attend à ce que a_{crit} soit proportionnel au diamètre du cylindre. Il est toutefois difficile de tester ce dimensionnement car la définition expérimentale de a_{crit} est peu précise en raison des problèmes de reproductibilité et de sensibilité de l'expérience. La procédure que nous avons finalement choisie pour définir a_{crit} est la suivante. Nous mesurons la pente moyenne de la traînée en fonction de l'enfoncement sur chaque mesure à différents a. Les mesures à grand a fournissent une pente maximale $p_{\max}$, et les mesures saturées une pente minimale $p_{\min} \simeq 0$. On définit alors les

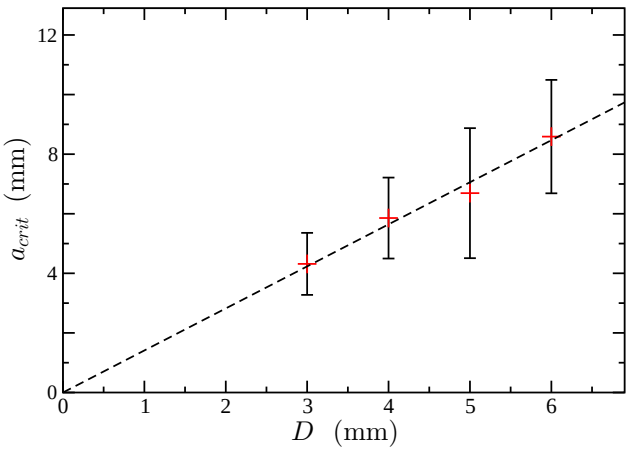


FIGURE 4.10 – Pas d'hélice critique a_{crit} de transition entre régime saturé en non saturé pour la traînée en fonction de D. Cylindres de longueur $L = 6\,\text{cm}$.

mesures se trouvant dans la zone de transition où la traînée est partiellement saturée (par exemple, les courbes à $a = 5.5$ et $a = 6.1\,\text{mm}$ sur la figure 4.9a) comme celles dont la pente $p_{\text{transition}}$ est comprise entre p_{max} et p_{min}, c'est à dire :

$$0.3(p_{\text{max}} - p_{\text{min}}) < p_{\text{transition}}(a) - p_{\text{min}} < 0.7(p_{\text{max}} - p_{\text{min}}). \tag{4.3}$$

On moyenne ensuite les a trouvés dans la transition pour obtenir a_{crit}. La figure 4.10 montre la valeur du pas critique a_{crit} ainsi défini en fonction du diamètre du cylindre D. Malgré les barres d'erreurs importantes, on constate que a_{crit} est proportionnel à D, avec

$$a_{\text{crit}} \simeq 1.5D. \tag{4.4}$$

Cette étude montre donc qu'il est possible de s'enfoncer en tournant dans un milieu granulaire sans avoir à déployer de couple important, dès lors que l'objet est enfoncé suffisamment lentement. Cela peut représenter une diminution de la force nécessaire très importante, puisque l'on passe d'un couple proportionnel à l'enfoncement à un couple indépendant de celui-ci. On peut imaginer que ce type de système pourrait avoir des applications industrielles intéressantes, pour de la locomotion en robotique ou des systèmes de prélèvement et d'analyse par exemple.

4.4 Un phénomène complexe à simuler

Les mesures expérimentales ont clairement montré que les rotations répétées du cylindre structurent le milieu granulaire de manière à diminuer la pression ressentie par celui-ci. Cependant, les caractéristiques de cette structure demeurent inconnues, par exemple son

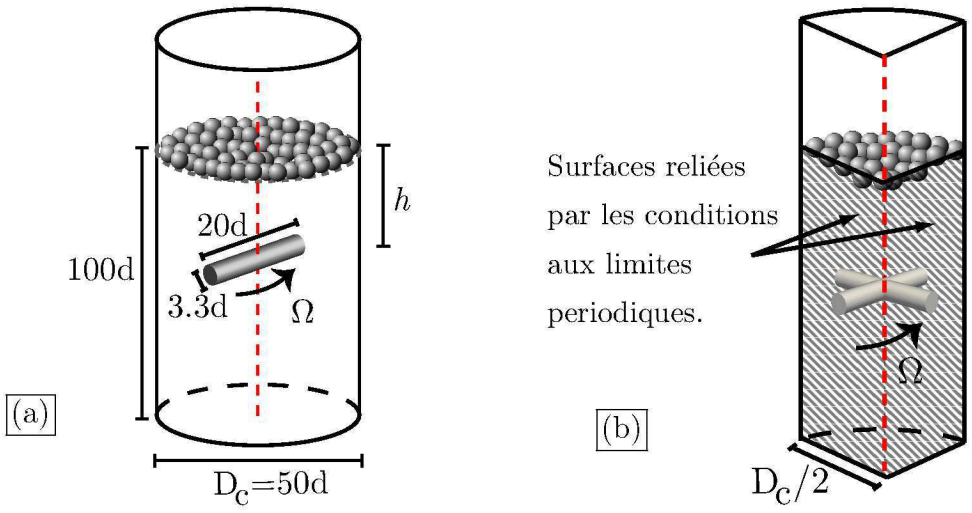


FIGURE 4.11 – (a) Schéma des simulations complètes tridimensionnelles, avec tailles typiques. (b) Schéma avec simulation de seulement 1/4 du conteneur.

extension spatiale. En effet, la pression au niveau du cylindre semble indépendante de l'enfoncement, égale à ρgL. Cela signifie que la différence $\rho gh - \rho gL$ est d'autant plus grande que l'on est profond, et donc qu'il est nécessaire d'écranter un poids de grains de plus en plus important au dessus du cylindre. Cela peut sembler difficile si la structuration du milieu se fait de manière localisée dans l'espace, sur une longueur constante, qui serait typiquement donnée par D ou L. *A contrario*, il est possible d'imaginer que les forces sont redirigées sur toute la colonne de grains au dessus du cylindre, comme dans l'effet Janssen où le poids de chaque couche du milieu est supporté par la friction au paroi de cette couche. Cette explication signifierait cependant que le cylindre perturbe le milieu jusqu'à la surface, ce qui est difficile à imaginer. Pour comprendre l'origine physique de la saturation de la traînée, il est donc nécessaire de connaître la distribution de pression dans le milieu.

Comme nous le verrons dans la partie 4.5, la mesure expérimentale de la pression granulaire est pour le moins compliquée. Nous avons donc essayé de simuler directement notre expérience avec la méthode de dynamique moléculaire déjà employée pour la caractérisation des forces de portances dans le chapitre précédent et décrites en détail à l'appendice A. Cependant, une première difficulté pour simuler ce phénomène est le temps de calcul. En effet, l'effet décrit ici est complètement tridimensionnel, ce qui impose d'avoir beaucoup de grains pour être suffisamment loin des parois et éviter les effets de taille finie.

Deux géométries ont ainsi été employées. La première (figure 4.11a) consiste à simuler toute l'expérience sans aucune condition aux limites périodiques. Pour cela, on place un cylindre vertical qui va faire office de conteneur pour les grains, avec parois frictionnelles μ_{mur}. Comme pour les simulations de mesure de la force de portance, on commence par faire tomber des grains sous gravité jusqu'à la position du cylindre horizontal, puis on place le cylindre avant de terminer le remplissage. Le cylindre sur lequel les forces sont mesurées est

cette fois-ci discrétisé en triangles (32 facettes sur le pourtour, soit 832 triangles simulés), ce qui était nécessaire pour la gestion des extrémités en particulier, bien que leur rôle soit anecdotique dans les forces qui seront mesurées. Le coefficient de friction entre cylindre et grains est noté μ_{cyl}. Contrairement au cas des simulations de portance, ce n'est cette fois-ci pas le milieu granulaire qui est en mouvement, mais le cylindre qui est mis en rotation à vitesse angulaire constante de 0.5 tour par seconde. La simulation complète correspond à environ 10 s d'expérience, ce qui permet une mesure de la force pendant le premier demi-tour du cylindre ainsi qu'aux temps « longs ». En effet, bien que les expériences durent bien plus de 10 s, dans les simulations le cylindre est mis en rotation à vitesse beaucoup plus élevée, ce qui correspond à un nombre de tours comparables (5 tours en simulation, tandis que la saturation apparaît expérimentalement dès 2 ou 3 tours). Malgré les plus grandes vitesses de rotation, le nombre inertiel dans les simulations reste suffisamment faible pour négliger les effets d'inertie ($I < 0.025$).

Bien que la durée d'expérience ainsi simulée soit courte, ces simulations sont assez longues à calculer, de l'ordre d'une semaine sur 4 cœurs. Nous avons donc développé une seconde géométrie de simulation dans le but de diminuer le nombre de grains, ou alternativement de se placer plus loin des parois. En effet, on s'attend à ce que les résultats soient globalement invariants par rotation autour de l'axe z. Nous avons profité de cela pour ne simuler que un quart de la géométrie précédente, en appliquant des conditions $\pi/2$-périodiques (figure 4.11b). De cette manière, les grains sortant par le plan (xOz) avec une vitesse $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ réentrent dans la boîte de simulation par le plan (yOz) avec une vitesse $\vec{v'} = (-v_y, v_x, v_z)$, et réciproquement. L'objet simulé n'est alors plus un cylindre, mais une croix horizontale à 4 branches cylindriques, de sorte que la force aux temps courts ne correspond plus qu'à 1/4 de tour de l'objet. Si les forces mesurées dans ce cas sont globalement comparables à celles mesurées dans le cas 3D complet, la singularité de la verticale centrale rend imprécise la détermination du champ de pression près du centre et nous a conduit à mettre de côté ce type de simulations lorsque nous nous sommes intéressés aux contraintes locales.

Ces différentes géométries nécessitent de simuler de l'ordre de 200 000 grains, avec un diamètre D_c du conteneur de $50d$ ou $100d$. L'épaisseur du lit granulaire est de l'ordre de $100d$, sachant qu'elle est un peu supérieure pour les simulations les plus profondes de manière à maintenir une distance entre le fond du conteneur et le cylindre d'au minimum $30d$. Notons que pour les simulations où le diamètre du conteneur est faible, $D_c = 50d$, il risque d'apparaître une saturation de la pression dans la profondeur simplement due à l'effet Janssen sur les parois du cylindre.

D'un point de vue numérique, le matériau employé pour les particules est le même que pour les simulations du chapitre 3 : $d = 0.0015$ m, $\rho_g = 2500\,\text{kg.m}^{-3}$, module d'Young E=$5.10^6$ Pa, coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, coefficient de friction $\mu = 0.5 = \mu_{\text{mur}} = \mu_{\text{cyl}}$, et coefficient de restitution $e = 0.6$, amenant aux coefficients dans le calcul des forces donnés tableau A.2. Le pas de temps utilisé est de 10^{-5} s. Nous verrons également qu'un certain nombre de simulations ont été effectuées à module d'Young plus élevé, de $E = 1.5.10^9$, ce qui a nécessité de fortement diminuer le pas de temps à 5.10^{-7} s, l'interpénétration des par-

ticules étant beaucoup plus faible. Ces simulations sont donc très avides en temps de calcul, puisqu'il faut 50 fois plus de pas de temps pour simuler la même durée d'expérience.

4.4.1 Résultats et limites de la dynamique moléculaire

La figure 4.12 montre un grand nombre de simulations ayant été effectuées pour caractériser la traînée en fonction de l'enfoncement dans les simulations. Pour chaque configuration sont tracées la traînée aux temps courts (symboles pleins) $F^{1/2}_{\text{trainee}}$ et la traînée aux temps longs (symboles ouverts) $F^{\infty}_{\text{trainee}}$. Concentrons-nous dans un premier temps sur les simulations simulant 1/4 de conteneur (ronds bleus •). On voit que la force de traînée mesurée augmente avec l'enfoncement aussi bien au premier demi-tour [a] qu'aux temps longs, bien que cette dernière soit plus faible. Ainsi, les simulations ne parviennent pas à reproduire l'effet observé expérimentalement de saturation de la traînée aux temps longs avec l'enfoncement.

Ce premier échec est à l'origine du foisonnement de simulations effectuées par la suite en changeant différents paramètres et qui sont représentées sur la figure 4.12. Dans un premier temps, nous avons pensé que le fait d'être dans une géométrie beaucoup plus réduite en simulation qu'en expérience pouvait empêcher la structuration de se développer. Comme il était difficile d'agrandir beaucoup la simulation, nous avons refait des expériences mais plus petites, de manière à avoir des rapports D/d, L/d, D_c/d ainsi qu'une épaisseur du lit de grains proches de ceux simulés. Las, les courbes expérimentales (lignes noire et rouge sur la figure 4.12) montrent que l'effet de saturation perdure pleinement dans l'expérience. On notera d'ailleurs l'étonnamment bon accord quantitatif entre les mesures expérimentales et numériques du premier demi-tour. Ce sont donc bien les simulations qui ne reproduisent pas correctement le phénomène de saturation de la traînée.

Nous avons également essayé de modifier certains paramètres en simulations pour voir s'ils ont un effet sur les forces mesurées. Étant donné le temps nécessaire, il n'a parfois été effectué qu'une seule simulation à un enfoncement pour voir s'il y a des changements. C'est ainsi que changer la friction grains–conteneur (■) ou grains–cylindre (▲) ne semble guère avoir d'effet sur la force mesurée. De la même manière, le fait de ne simuler qu'un quart du conteneur n'empêche pas de mesurer correctement les forces, comme le montre la simulation avec cylindre complet (▼). Ces dernières ayant en outre été effectuées avec un conteneur de diamètre moitié, on se rend compte que le diamètre du conteneur n'a lui non plus pas d'influence directe. Enfin, rajouter une polydispersité dans les grains (◆) augmente la valeur des forces mesurées mais maintient une force proportionnelle à l'enfoncement aux temps longs.

En dernier recours, nous nous sommes interrogés sur le rôle du support du cylindre dans ce phénomène de saturation. On pouvait en effet envisager qu'une partie du poids des grains

a. Par abus de langage, on appelle premier demi-tour ce qui est en fait le premier quart de tour lorsque l'on ne simule qu'un quart du conteneur, l'objet en rotation étant une croix.

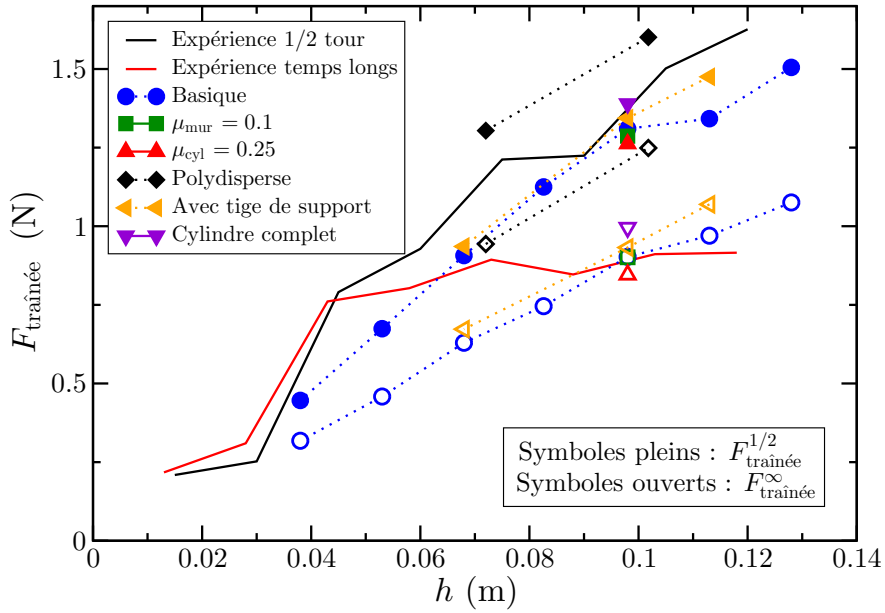


FIGURE 4.12 – Force de traînée au premier demi-tour (symboles pleins) et aux temps longs (symboles vides) en simulations, et expérimentalement (ligne noire pour le premier demi-tour, rouge pour les temps longs). La simulation notée basique ● simule 1/4 de cylindre avec les paramètres de base décrits dans 4.4, et $D_c/d = 100$. Les autres simulations diffèrent de celle-ci par : ■ $\mu_{\text{mur}} = 0.1$ au lieu de 0.5 ; ▲ $\mu_{\text{cyl}} = 0.25$ au lieu de 0.5 ; ◆ polydispersité de 20% autour de $d = 0.0015\,\text{mm}$; ◀ le cylindre est surmonté d'un cylindre vertical pour simuler le support ; ▼ simulation de l'ensemble du conteneur cylindrique avec $D_c/d = 50$.
Pour comparer simulations et expériences, les forces dans les simulations de quart de conteneur ont été multipliées par $2 \times 4/5$ et dans la simulation avec cylindre complet par 4/5 : le diamètre du cylindre dans les simulations étant 5/4 de celui en expérience. Les expériences ont été effectuées avec un cylindre $D = 4\,\text{mm}$, $L = 3\,\text{cm}$, $d = 1.3\,\text{mm}$, $D_c = 15\,\text{cm}$, conduisant à $D/d = 3.1$, $L/d = 23$, $D_c/d = 115$.

se reportait non pas sur le milieu environnant, mais sur la tige elle-même [a]. Nous avons donc effectué une simulation incluant le cylindre et son support (◀). Cependant, là encore, les simulations n'ont pas permis d'observer une saturation de $F^{\infty}_{\text{trainee}}$.

Que reste-t-il alors ? Une piste est la rigidité des grains, très différente entre simulations et expériences. Profitant de l'arrêt programmé de machines à l'Idris (Centre de Calcul Hautes Performances du cnrs), permettant d'effectuer des simulations sans que les heures de calcul ne soient décomptées des heures ayant été allouées au projet de recherche, nous avons effectué des simulations avec des grains ayant un module d'Young de $1.5 \cdot 10^9$ Pa, 300 fois supérieur à celui des simulations précédentes, et beaucoup plus proche de celui des billes de verres utilisées en expériences ($E \sim 70\,\text{GPa}$). Cela a nécessité environ 200 heures de calcul sur 32 processeurs pour chaque enfoncement, soit environ 50 000 heures de temps CPU, pour aboutir finalement à la figure 4.13. On voit clairement que si la traînée au premier demi-tour augmente avec l'enfoncement h, $F^{\infty}_{\text{trainee}}$ semble saturer avec l'enfoncement ! L'utilisation de grains suffisamment rigides semble donc une condition *sine qua non* pour observer la saturation de la traînée avec l'enfoncement visible en expérience [b]. Ce phénomène d'auto-écrantage de la traînée est donc très difficile à simuler par les méthodes de dynamique moléculaire, non seulement en raison de son caractère tridimensionnel, mais aussi parce qu'il n'est pas possible d'accélérer la simulation en diminuant artificiellement la rigidité des particules. Alors que l'influence de la rigidité est habituellement faible dans les simulations discrètes d'écoulements granulaires, elle semble ici primordiale pour reproduire la saturation de la traînée observée expérimentalement. Notons que le rôle que semble jouer la rigidité des grains suggèrerait d'utiliser la méthode de dynamique des contacts, qui garde des sphères rigides. Cependant les temps de calculs pour nos systèmes 3D se sont avérés rédhibitoires pour espérer implémenter cette méthode.

4.4.2 Mise en évidence de l'auto-structuration

À présent que nous avons, après maintes difficultés, réussit à reproduire le phénomène de saturation de la traînée avec l'enfoncement, nous pouvons nous intéresser plus avant à la manière dont le milieu se structure en comparant les caractéristiques de l'empilement granulaire entre le premier demi-tour et les temps longs. Les simulations numériques nous permettent en effet d'avoir accès au champ de pression tridimensionnel dans le conteneur, ainsi qu'à son évolution au cours du temps.

La figure 4.14 permet ainsi de comparer les iso-contours de pression dans les simulations

a. Ce type de report aurait dû être vu expérimentalement par une augmentation de la portance lors de la saturation de la traînée. Cependant nous n'avons pas réellement étudié les forces de portances dans le régime saturé, celles-ci étant liées au gradient de pression local à priori inconnu, et donc difficiles à interpréter.

b. Pour tester cela expérimentalement, on pourrait essayer d'effectuer l'expérience avec des grains très mous. Il est cependant difficile d'obtenir des modules d'Young si bas pour des particules sans qu'elles n'aient d'adhérence entre elles.

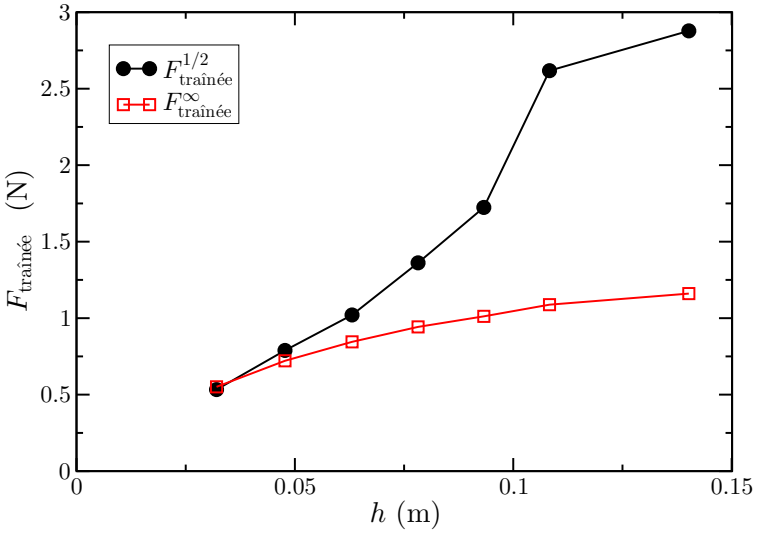


FIGURE 4.13 – Force de traînée au premier demi-tour et aux temps longs dans les simulations de grains très rigides $E = 1.5 \cdot 10^9$ Pa. Conteneur cylindrique, $D_c/d = 50$.

à la fois durant le premier demi-tour du cylindre et aux temps longs. Il faut noter que pour diminuer le bruit et accroître la précision spatiale des champs, les pressions ont été moyennées en temps dans le référentiel tournant avec le cylindre. Lors du premier demi-tour (figure 4.14a), on remarque que loin au dessus du cylindre les surfaces iso-pressions ($P/\rho_g gd = 10$, 20 ou 30) se répartissent régulièrement et ne sont pas perturbées par le cylindre (contours horizontaux). Près du cylindre en revanche, la pression est nettement modifée, avec une bulle de pression forte à l'amont du cylindre, et une bulle de pression beaucoup plus faible à l'arrière, atteignant des pressions fortement inférieures à la pression hydrostatique. Ces résultats doivent évidemment être mis en relation avec les simulations effectuées pour simuler la portance lors du premier demi-tour au chapitre 3, qui montraient le même type de comportement (figure 3.9b). Enfin, près du fond, on note un dernier niveau à $P/\rho_g gd = 60$. Ce niveau semble plus faible que la pression hydrostatique à laquelle on se serait attendu. Cela montre qu'il y a probablement saturation partielle de la pression hydrostatique due à de l'effet Janssen sur les parois, le diamètre du conteneur étant égal à la moitié de l'épaisseur du lit de grains.

La figure 4.14b permet de bien se rendre compte des changements drastiques occasionnés par les rotations du cylindre sur le champ de pression. Si les niveaux les plus faibles ne sont pas perturbés ($P/\rho_g gd = 10$ et dans une moindre mesure 20), on observe qu'une bulle de faible pression apparaît au dessus du cylindre. Cette bulle à ce niveau a une pression de $P/\rho_g gd = 20$, qui est très inférieure à la pression hydrostatique comme le montre la comparaison directe avec la pression au premier demi-tour. Elle implique un changement dans le signe du gradient de pression, puisque le niveau 20 apparaît à deux reprises. Ainsi, il semble que près de la surface libre la pression augmente de manière hydrostatique, atteint

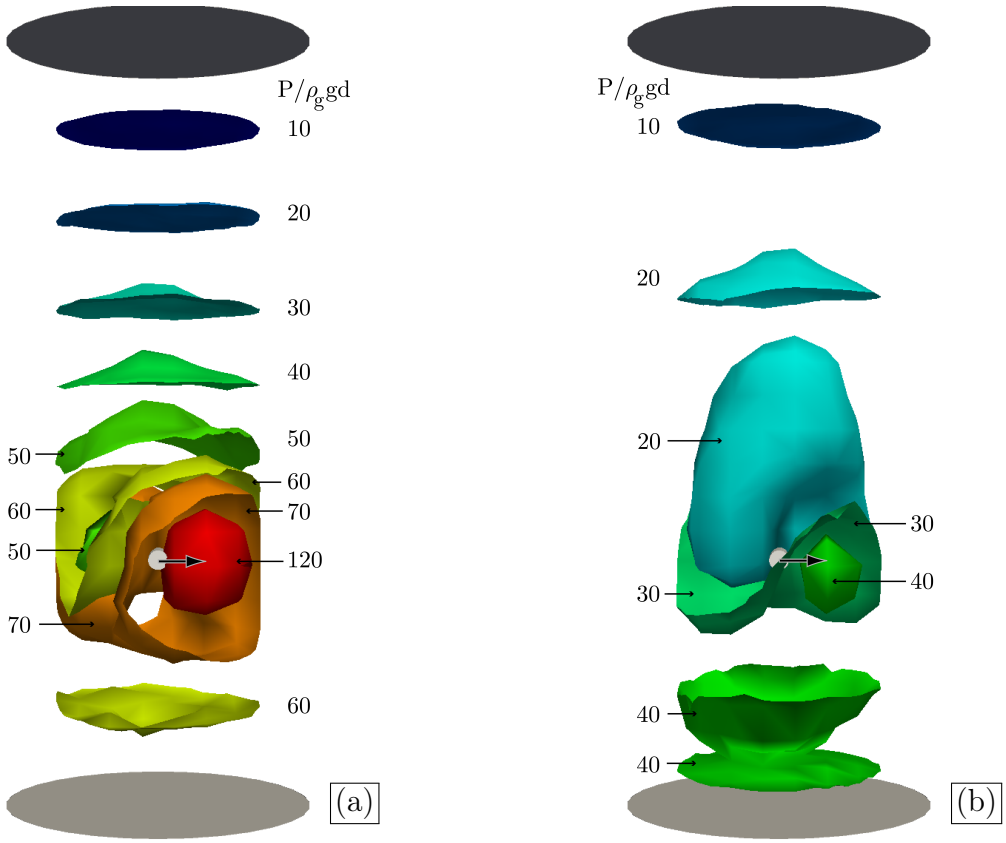


FIGURE 4.14 – Contours iso-pressions $P/\rho_g gd$ au premier demi-tour (a) et aux temps longs (b). Les disques gris en haut et en bas indiquent le fond du conteneur et la surface libre, et ont un diamètre égal à celui du conteneur. Les contours ont été tronqués radialement, le calcul des contraintes étant faux près des parois. La pression a été moyennée en temps dans le référentiel tournant avec le cylindre. Ce dernier tourne ainsi de gauche à droite (indiqué par la flèche). Les nombres indiquent les valeurs de $P/\rho_g gd$. $h/L = 4.7$, $D_c/d = 50$.

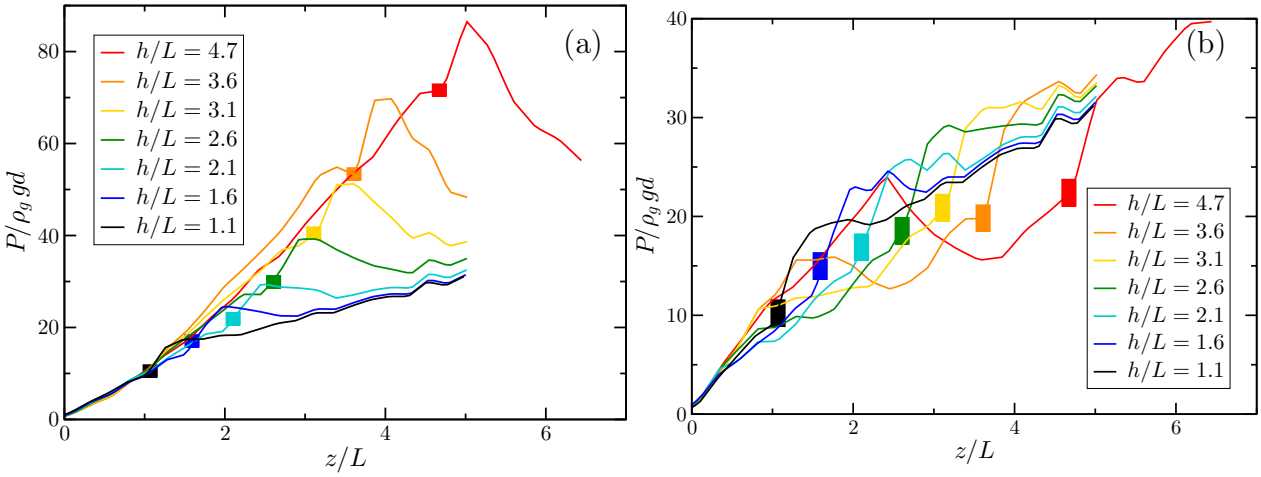


FIGURE 4.15 – Profils de pression $P/\rho_g gd$ sur l'axe central issu des simulations, mesurés au premier demi-tour (a) et aux temps longs (b). Les rectangles colorés figurent la position du cylindre, leur largeur étant son extension spatiale, leur hauteur n'a pas de signification particulière. Notons que le champ de pression mesuré peut être imprécis proche de la position du cylindre, sur une distance de l'ordre de son diamètre.

un maximum, puis décroît pour générer cette bulle de basses pressions au dessus du cylindre. Près du cylindre, la dissymétrie amont–aval demeure avec surpression à l'avant du cylindre et pression plus faible à l'arrière, mais les valeurs sont beaucoup plus faibles que lors du premier demi-tour.

Les simulations montrent ainsi l'apparition d'une zone de faible pression au-dessus du cylindre se générant au cours de la rotation, qui est à l'origine de la diminution de la force de traînée aux temps longs. Notons que la présence de dépression au-dessus du cylindre n'implique pas nécessairement qu'il y a saturation de la force de traînée avec l'enfoncement. En effet, il faut aussi que la pression au niveau du cylindre soit indépendante de l'enfoncement. D'ailleurs, cette dépression apparaît aussi dans les simulations où la traînée ne sature pas, puisque la force entre le premier demi-tour et les temps longs connaît aussi une diminution dans ces cas (disques bleus • figure 4.12 par exemple).

Dans le but de quantifier un peu plus précisément la pression ressentie par le cylindre, la figure 4.15 trace la pression calculée à un enfoncement z sur l'axe vertical central du conteneur (qui est aussi l'axe de rotation du cylindre), pour différents enfoncements h de cylindre. Lors du premier demi-tour (figure 4.15a), on voit clairement que la pression ressentie au niveau du cylindre augmente avec son enfoncement (rectangles colorés). Pourtant, plusieurs effets assez étonnants sont visibles. Ainsi, on voit que le champ de pression auquel on s'attendrait, qui est globalement donné par la courbe noire ($h/L = 1.1$) qui correspond au cylindre perturbant le moins le milieu, est différent des champs de pressions mesurés pour les cylindres plus profonds. En effet, le champ de pression attendu aurait été une augmentation de la pression

avec l'enfoncement liée à la gravité, doublé d'un effet Janssen aux parois tendant à diminuer cette pression. C'est ce qui est visible avec la courbe à $h/L = 1.1$. En revanche, les courbes à enfoncement plus profond semblent toutes montrer une augmentation hydrostatique (voire un peu supérieure) de la pression avec l'enfoncement au dessus du cylindre. La courbe rouge $h/L = 4.5$ peut ainsi exhiber une pression au dessus du cylindre de 3 fois supérieure à la pression obtenue pour la courbe à $h/L = 1.1$. En dessous du cylindre cependant, la pression semble continuer à augmenter de manière hydrostatique sur une courte distance, puis décroît pour rejoindre le champs de pression incluant l'effet Janssen (courbes bleues $h/L = 1.6$ ou 2.1) ou en tout cas pour s'en rapprocher. Il est ainsi étonnant de constater que alors que la pression théorique au niveau du cylindre devrait être la pression hydrostatique ρgh diminuée de l'effet Janssen aux parois, la pression effectivement perçue par le cylindre semble faire abstraction de l'effet Janssen. Finalement, on observe ici un effet étonnant : la rotation du cylindre lors du premier demi-tour efface l'effet Janssen. Cet effet rappelle des résultats récents obtenus par [Mehandia et al., 2012] avec un milieu granulaire dans une cellule de couette. Ils observent que lors de la mise en rotation du cylindre central l'effet Janssen à la paroi extérieur disparaît, avec une augmentation forte de la contrainte normale à la paroi, qui dépasse même la contrainte hydrostatique (ce qui correspond à une mobilisation de la friction opposée par rapport à l'effet Janssen). Le même type de comportement semble être à l'œuvre ici, le cylindre ressentant une pression sans effet Janssen.

La figure 4.15b montre à présent la pression aux temps longs sur l'axe central. On voit clairement apparaître au-dessus des cylindres une zone de pression plus faible, la pression au niveau du cylindre semblant globalement constante aux différents enfoncements, dès lors que le cylindre est suffisamment profond ($h/L > 2$). De plus, cette zone de faible pression semble localisée dans l'espace. Par exemple, la courbe orange $h/L = 3.6$ montre que la pression commence par croître de manière hydrostatique à partir de la surface libre, atteint un maximum puis décroît jusqu'à un minimum. Ce dernier semble globalement indépendant de h/L pour $h/L > 3$. Ensuite, la pression croît à nouveau jusqu'au cylindre, et continue de croître sous celui-ci pour rejoindre la pression hydrostatique loin sous le cylindre (ou plutôt, la pression hydrostatique avec effet Janssen). Il semble donc possible de conclure sur les deux hypothèses indiquées précédemment : la structuration du milieu a-t-elle lieu sur une zone localisée ou la perturbation créée par les passages répétés du cylindre dans son sillage s'étend-t-elle jusqu'à la surface ? Les simulations semblent montrer que la perturbation s'effectue sur une zone localisée, principalement au dessus du cylindre. Il resterait à savoir tout de même si la taille caractéristique de cette zone est réellement constante, ce qui impliquerait des gradients de pression de plus en plus élevés avec l'enfoncement.

Les simulations de dynamique moléculaire nous ont donc permis de mettre en évidence l'effet de saturation de la force de traînée aux temps longs avec l'enfoncement h. Cet effet semble nécessiter que la rigidité des grains soit suffisante pour être mis en évidence, ce qui est un facteur très limitant pour la dynamique moléculaire. Les champs de pression semblent montrer l'apparition d'une zone localisée dans le milieu au dessus du cylindre où la pression est plus faible. Cependant, il serait nécessaire pour mieux comprendre cet effet d'effectuer des simulations avec un conteneur plus grand pour limiter en particulier l'effet Janssen aux

parois. Cela est pour l'instant difficilement possible numériquement, du moins en un temps raisonnable.

4.5 Tentatives de mesure expérimentale de la pression interne au granulaire

Les simulations de dynamique moléculaire ont apporté beaucoup d'informations très intéressantes mais restent cependant limitées dans la taille du système qu'il est possible de simuler, puisqu'il faut non seulement simuler beaucoup de grains pour être loin des parois, mais qu'il semble en plus nécessaire de simuler des grains très rigides, ce qui demande beaucoup de temps en dynamique moléculaire. Nous avons donc tenté de mesurer expérimentalement la pression locale dans le milieu granulaire. Autant prévenir dès maintenant le lecteur que les résultats n'ont guère été probants ni exploitables. Nous allons cependant, à titre informatif, détailler les techniques hétéroclites ayant été tentées.

4.5.1 Techniques d'érosion

Les premiers essais effectués ont mis en place des techniques de mesures de la pression par érosion d'un matériau. L'idée est que le passage d'un grain sur un matériau va l'éroder d'autant plus fortement que le grain exerce une force importante sur la couche, donc que la pression locale est élevée. Lorsqu'un grand nombre de grains est venu éroder la couche, son épaisseur finale par rapport à son épaisseur initiale pourrait donner une indication de la pression.

Il y a trois difficultés principales à la mise en place de ce type de méthodes. La première est de trouver un matériau suffisamment résistant à l'érosion pour qu'il ne soit pas trop rapidement entièrement emporté par les grains lors de l'écoulement. Ce matériau trouvé, la seconde difficulté est de parvenir à effectuer un dépôt d'épaisseur contrôlée sur la tige de support du cylindre. En effet, pour ne pas perturber plus que nécessaire l'écoulement, la tige de support nous a semblé la plus indiquée pour accueillir la couche à éroder. Enfin, nous étions principalement intéressés à mesurer la pression aux temps longs. Il était donc nécessaire de protéger le dépôt lors de la phase de mise en position du cylindre à l'enfoncement h, ainsi que durant le début de la rotation, avant que la force de traînée ne sature.

4.5.1.1 Choix du dépôt

Une technique similaire avait déjà été utilisée au laboratoire par [Jop et al., 2005] avec des dépôt de noir de fumée pour avoir une mesure de la vitesse et de l'épaisseur d'un écoulement sur plan incliné, l'érosion étant d'autant plus grande que le nombre de grains passant sur le dépôt est élevé. Le noir de fumée a donc été le premier dépôt essayé. Cependant, celui-ci s'est

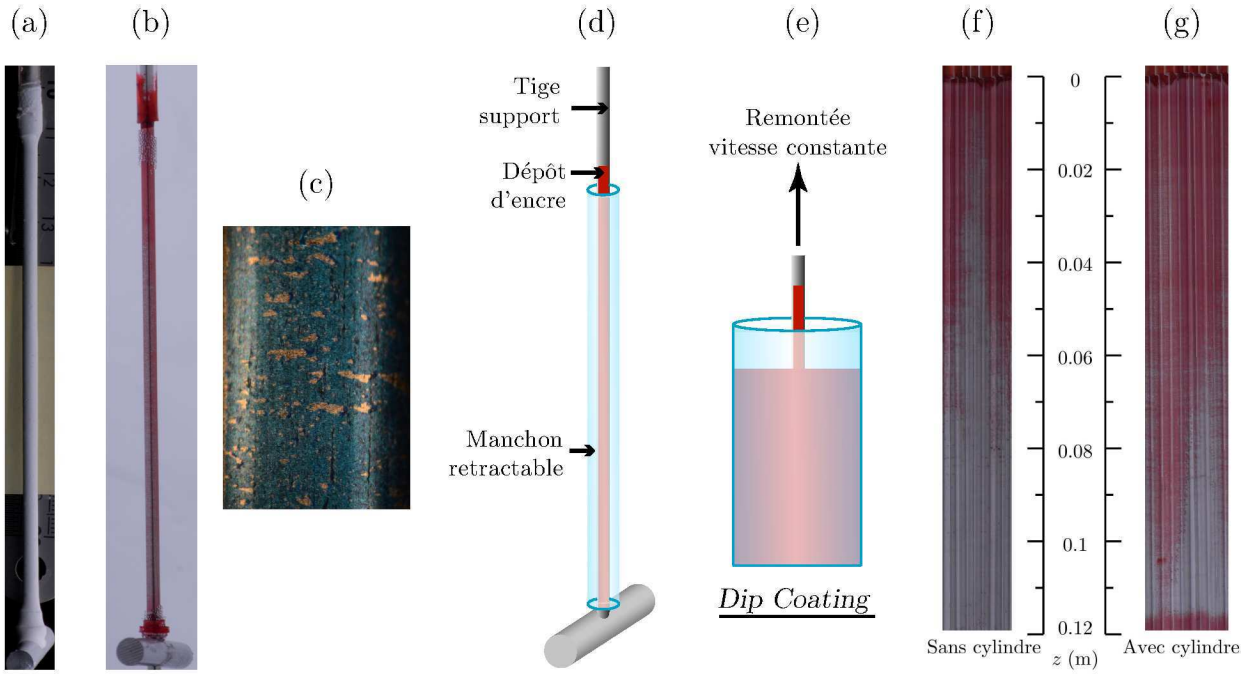


FIGURE 4.16 – (a) Dépôt de plâtre après érosion par les grains. (b) Exemple de dépôt de feutre rouge pour tableau blanc après érosion par les grains. (c) Vue agrandie d'arrachement de feutre bleu pour tableau blanc par des grains. (d) Schéma du dispositif d'érosion du feutre pour tableau blanc. (e) Schéma du dispositif de dépôt de couche d'encre sur la tige (*Dip coating*). (f,g) Reconstruction dépliée du pourtour de la tige de support après érosion d'un dépôt de feutre rouge, sans saturation (f) ou avec saturation (g) de la traînée ; cylindre $D = 6\,\text{mm}$ $L = 6\,\text{cm}$).

révélé beaucoup trop fragile, la tige étant généralement totalement vierge de son dépôt après quelques instants de rotation, sans parler de la difficulté à déposer une épaisseur contrôlée. Un grand nombre d'autres matériaux ont été testés : cire à bougie avec proportions variées de paraffine stéarine (trop collant et trop dur), savon (trop mou et collant), plâtre (trop dur, aucune érosion n'apparaît, voir figure 4.16a), encre de chine, fusain etc. Finalement, le dépôt le plus prometteur a semblé un dépôt d'encre de feutre pour tableaux blancs (Velleda® ou Staedler Lumocolor®, figure 4.16b). Ce type de dépôt peut être vu comme une couche mince, l'érosion par les grains ne consiste alors pas à faire diminuer l'épaisseur de la couche, mais à l'enlever totalement (figure 4.16c). L'idée est qu'il est nécessaire que le grain appuie avec une certaine force seuil sur la couche pour pouvoir la griffer, la proportion de grains exerçant une force supérieure au seuil étant imaginée comme d'autant plus grande que la pression est élevée. Expérimentalement il a ainsi semblé que les gammes de pressions dans notre expérience étaient assez adaptées pour permettre l'érosion de l'encre pour tableau blanc, sans que toute la couche ne soit érodée trop rapidement.

4.5.1.2 Déposition de la couche

Pour déposer la couche du matériau souhaité (plâtre, cire, encre pour tableaux blancs) nous avons utilisé une technique de *dip coating*, consistant à plonger la tige de support dans un bain contenant le matériau souhaité à l'état liquide, puis à retirer très lentement la tige verticalement (figure 4.16e). La compétition entre la tension superficielle et la viscosité du fluide aboutit alors à un dépôt d'épaisseur bien contrôlée.

4.5.1.3 Protection de la couche avant mesure

Pour protéger la couche créée lors de la mise en place du cylindre dans le lit granulaire et lors du début de la rotation, un manchon protecteur a été mis en place (figure 4.16d). Il s'agît d'un tube cylindrique de diamètre intérieur légèrement supérieur au diamètre de la tige de support et de la couche déposée (négligeable dans le cas de l'encre pour tableau blanc). Lorsque le cylindre horizontal est hors du milieu granulaire, on place le manchon autour de la tige de support en le calant en haut et en bas pour éviter qu'il ne vienne au contact de la couche d'encre. On enfonce le cylindre en prenant garde à ce que le manchon reste en place, puis on démarre la rotation. Lorsque l'état stationnaire pour la force de traîné est atteint, on retire délicatement le manchon, exposant ainsi la couche au milieu granulaire, et on prolonge la rotation. On retire ensuite le cylindre du milieu granulaire en espérant que le dépôt érodé ne soit pas modifié par cette étape. Il semble que ce ne soit pas le cas, les griffures laissées par les grains (figure 4.16d) étant la plupart du temps orthoradiales et très rarement verticales.

4.5.1.4 Resultats

Les figures 4.16f et g montrent des reconstructions du pourtour de la tige de support après érosion d'un dépôt d'encre pour tableau blanc. Ces reconstructions sont obtenues en prenant plusieurs photos de la tige sous différents angles une fois sortie du milieu granulaire et peuvent donc être vues comme le dépliage à plat du pourtour de la tige. Afin de pouvoir interpréter les données, deux expériences sont conduites. La tige de la figure 4.16g a été érodée après saturation de la traînée pour un cylindre $D = 6\,\text{mm}$, $L = 6\,\text{cm}$ placé à son extrémité, tandis que celle de la figure 4.16f a été érodée sans aucun cylindre à son extrémité, donc théoriquement avec un champ de pression hydrostatique dans le milieu granulaire. Les deux tiges ont été érodées pendant la même durée de 5 minutes, à la même vitesse de rotation.

La figure 4.16f montre que la technique semble assez prometteuse, avec une érosion d'autant plus grande que l'on se trouve vers le bas de la tige, donc d'autant plus profond. Le fait que la couche soit totalement érodée en bas n'est pas en soi un problème, d'une part parce qu'on peut imaginer diminuer cela en tournant moins longtemps, d'autre part parce que ce n'est finalement pas ce régime hydrostatique qui est celui qui nous intéresse le plus. Un point beaucoup plus problématique est le fait que l'érosion n'est pas homogène sur le pourtour de la tige (voir à $z = 4\,\text{cm}$ par exemple). Cela signifie que les précaution prises pour le centrage de la tige n'ont pas suffit à éviter un léger décalage vertical, qui se répercute sur l'érosion, en raison de la sensibilité de cette méthode. Cet effet va se révéler très problématique, d'une part parce qu'il est difficile d'aligner très précisément l'axe de rotation et l'axe de la tige, d'autre part parce que la tige, malgré sa grande rigidité, est tout de même toujours susceptible de se défléchir légèrement, d'autant plus qu'elle est assez longue.

La figure 4.16g montre l'érosion après avoir dans un premier temps fait saturer la force de traînée. Il semble que les taux d'érosion mesurés, donc les pressions granulaires, soient globalement plus faibles que pour le cas sans cylindre. Le bas de la tige n'est ainsi pas totalement érodée. D'autre part, il apparaît que le profil d'érosion suit globalement les profils de pressions observés en simulations (figure 4.15b), avec une augmentation depuis la surface jusqu'à un enfoncement de l'ordre de $z = 4\,\text{cm}$, puis une stagnation voir une diminution de l'érosion jusqu'à $z = 6\,\text{cm}$, suivit d'un nouvel accroissement de l'érosion jusqu'à la position du cylindre. Il semblerait donc que la mesure qualitative du champ de pression granulaire par érosion présentée ici soit comparable avec les simulations de dynamique moléculaire effectuées.

Pourquoi alors ne pas avoir systématisé cette technique ? En réalité, elle présentait trop de difficultés pour être employée à grande échelle, en particulier pour obtenir des données reproductibles. Les deux expériences présentées ici sont les seules qui ont pu être interprétées de manière cohérentes avec les simulations, pour une dizaine d'autres incohérentes. En outre, le centrage de la tige est un très gros problème, par exemple il n'est pas *a priori* possible d'affirmer que les différences d'érosion visibles sur la figure 4.16g sont bien liées à des différences de pression et non à une tige qui serait légèrement inclinée et décentrée et qui couperait l'axe de rotation autour de la position $z = 5\,\text{cm}$. Enfin, cette technique pose aussi plusieurs problèmes fondamentaux, comme la manière dont le retrait du manchon in-

fluence la pression ressentie ensuite par la tige, et aussi le lien précis existant entre érosion et pression granulaire pour une couche de ce matériau particulier qu'est l'encre pour tableau blanc. En conséquence, il n'a pas été possible d'extraire des mesures quantitatives ou même qualitatives de ces expériences d'érosion.

4.5.2 Mesures en rétractation

Un autre type de méthode pour l'estimation de la pression locale que nous avons tenté a été de mesurer la force nécessaire pour tracter un objet hors du lit granulaire. En effet, notre expérience permet d'effectuer cela relativement facilement puisqu'il est possible de mesurer la force verticale grâce à la balance tout en tirant lentement l'objet à l'aide du banc de translation. Il faut alors détacher le cylindre en rotation du support avant de pouvoir attacher l'objet à tracter. Comme nous en avons discuté en introduction, la force nécessaire pour tirer un objet verticalement dans un milieu granulaire est simplement la traînée granulaire sur l'objet, qui est donc proportionnelle à la surface de l'objet et à la pression locale. En théorie, il est ainsi possible de mesurer la variation verticale de pression granulaire, et donc peut-être de mettre en évidence la bulle de faible pression au dessus du cylindre qui se crée après plusieurs rotations du cylindre.

Plusieurs essais ont été effectués. La traction d'un demi-cylindre attaché au bout d'un manchon (figure 4.17a gauche) a été abandonné, il était trop compliqué d'éviter que le manchon ne frotte sur la tige centrale maintenant le cylindre. De la même manière, la traction d'une bille au bout d'un fil (figure 4.17a milieu) a été délaissée, car il fallait commencer avant l'expérience par placer la bille sous le cylindre tout en faisant faire un angle au fil pour qu'il affleure du sable sans venir s'entortiller autour du cylindre au cours de la rotation. En outre, cet angle du fil posait problème puisqu'il était nécessaire de tendre le fil avant de tirer la bille, ce qui réduit l'amplitude de mouvement possible du banc de translation, qui n'est pas si long. Finalement, le plus prometteur aurait pu être de simplement tirer le cylindre même dont la traînée avait été mesurée au cours de la rotation, figure 4.17a droite (ce qui au passage évite les problème de détachement du cylindre et de rattachement de l'objet à tracter à la balance). La traction est bien entendu effectuée rotation stoppée.

La figure 4.17b montre la force nécessaire au retrait d'un cylindre placé à différents enfoncements. On note que cette méthode ne permet de sonder la force de retrait qu'au-dessus de la position initiale du cylindre ($z < h$). On voit que tous les enfoncements se comparent bien : lorsque l'on commence à tirer le cylindre vers le haut, la force augmente d'abord légèrement sur quelques millimètres, avant de connaître une brusque augmentation, atteint un maximum, puis décroît linéairement. Il semble que cette décroissance corresponde assez bien à un profil de pression hydrostatique jusqu'à la surface, d'autant plus que les courbes de tous les cylindres se regroupent lors de cette décroissance. Il est tentant de penser que la croissance brusque de la force correspond à la traversée de la bulle de faible pression observée numériquement. La taille caractéristique est toutefois bien plus faible que celle

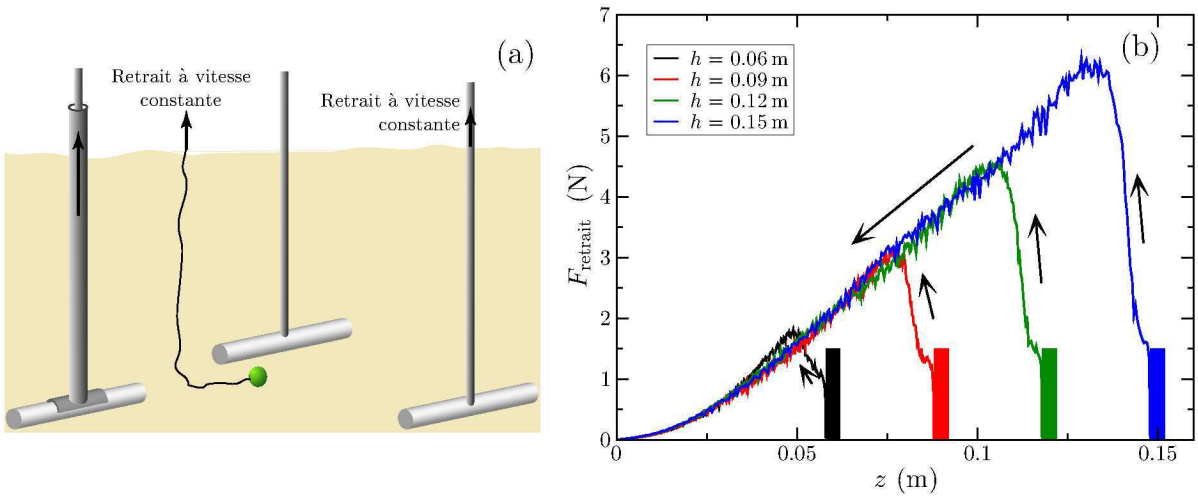


FIGURE 4.17 – (a). Différents dispositifs de mesure de force de retrait. (b) Force de traction d'un cylindre $D = 4\,\mathrm{mm}$, $L = 9\,\mathrm{cm}$ après plusieurs rotation du bac de grains ayant conduit à la saturation de la force de traînée sur le cylindre statique à l'enfoncement h. Les rectangles colorés figurent la position du cylindre durant la rotation. Les flèches indiquent le sens de parcours des courbes.

trouvée en simulation (de l'ordre de $1.5D$ contre L en simulations). En outre, les expériences de retrait effectuées sur un cylindre plus long n'ont pas montré de changement dans cette taille caractéristique, ce qui est incohérent avec les expériences suggérant une « bulle »de taille L. Ainsi ces mesures reposent la question de savoir si tirer un cylindre ayant une taille qui est de l'ordre de l'extension spatiale de la zone structurée elle-même ne pourrait pas mener à sa disparition et à retrouver la pression hydrostatique habituelle. Étant données ces nombreuses incertitudes, cette technique n'a pas été développée plus en détail.

Chapitre 5

La ségrégation : vers une approche en termes de forces

Qu'adviendrait-il si, un jour, la science, le sens du beau et celui du bien se fondaient en un concept harmonieux ? Qu'arriverait-il si cette synthèse devenait un merveilleux instrument de travail, une nouvelle algèbre, une chimie spirituelle qui permettrait de combiner, par exemple, des lois astronomiques avec une phrase de Bach et un verset de la Bible, pour en déduire de nouvelles notions qui serviraient à leur tour de tremplin à d'autres opérations de l'esprit ?

Le jeu des perles de verre
Hermann Hesse
Traduit de l'allemand par Jacques Martin

Les expériences et simulations effectuées précédemment offrent une vision assez exhaustive des forces s'exerçant sur un objet se déplaçant dans un empilement granulaire fixe. On peut alors se demander ce qu'il advient de ces forces lorsque le milieu granulaire est lui-même en écoulement.

En mécanique des fluides classiques, de nombreuses études ont été réalisées pour comprendre les forces qui s'exercent sur une particule plongée dans un écoulement cisaillé [Saffman, 1965]. Différentes forces ont été mises en évidence dès que des gradients de cisaillement sont présents [Feng et al., 1994]. Dans le cas de matériaux granulaires, ces questions de la force qui s'exerce sur un objet plongé dans un milieu cisaillé ont été très peu étudiées. Elles pourraient pourtant être extrêmement pertinentes pour comprendre le phénomène de ségrégation, une des questions importantes encore ouverte de la physique des milieux granulaires. Lorsqu'un mélange de gros et de petits grains est mis en écoulement sur un plan incliné, dans un tambour tournant ou sur un tas par exemple, les grosses particules remontent très vite à la

surface. La ségrégation pose encore problème dans de nombreuses industries où l'on souhaite mélanger des grains. L'explication classique souvent invoquée de la ségrégation sous écoulement est basée sur le phénomène de tamisage statistique [Savage et Lun, 1988]. Lors des écoulements, les grains agités forment des trous entre eux, les gros grains ne pouvant tomber que dans les gros trous, tandis que les petits grains tombent aussi bien dans les petits que dans les gros trous. Cela génère une différence entre les flux verticaux de petites particules et de grosse particules, conduisant ces dernières à se regrouper en surface de l'écoulement. Cette explication purement cinématique et longtemps acceptée a commencé à montrer ses limites avec les travaux de [Thomas, 2000]. Elle a montré sur plusieurs configurations que si les grosses particules sont suffisamment lourdes elle ne remontent plus. Un ajustement de la densité des grosses particules peut ainsi permettre de contrer le phénomène de ségrégation. Ces expériences sont les premières suggérant de raisonner en termes de forces sur une grosse particule : le milieu granulaire environnant exercerait sur la grosse particule une force vers le haut qui tend à la faire remonter, cette force étant en compétition avec le poids de la particule. Plus récemment, [Tripathi et Khakhar, 2011 ; Tripathi et Khakhar, 2013] ont étudié les forces s'exerçant sur des grosses particules lourdes en mesurant la vitesse de sédimentation dans un écoulement sur plan incliné.

Ces études tendent donc à montrer que la ségrégation peut s'expliquer par des forces de portance opposées à la gravité et donc liées au gradient de pression. Mais il semble que cette dépendance avec le seul gradient de pression ne soit pas suffisante. Dans une étude récente [Fan et Hill, 2011] ont étudié la dynamique de ségrégation en écoulement dans un silo vertical. Dans le régime d'écoulement dense (fraction volumique élevée), ils ont montré que les grosses particules ont tendance à migrer vers les bords du silo, bien que la pression soit dans ce cas uniforme dans la section [a]. Cela suggère que d'autres forces de ségrégation peuvent exister en plus de celles liées au gradient de pression, dont l'origine est probablement les gradients de cisaillement dans l'écoulement.

Ainsi, ces différentes études montrent que si une interprétation du phénomène de ségrégation en termes de forces permettrait d'ouvrir des perspectives intéressantes, plusieurs effets semblent se mélanger et rendent l'interprétation difficile. En fin de thèse nous nous sommes donc intéressés à cette question en tentant de mesurer directement ces forces dans des simulations numériques discrètes. Cette étude n'est pas encore pleinement aboutie mais présente déjà des résultats intéressants qui ouvrent de nombreuses perspectives.

5.1 Description des simulations

Notre étude se limite à considérer une seule grosse particule immergée dans un écoulement de petits grains. Deux configurations ont été étudiées : le plan incliné et le silo incliné, dans lesquels nous avons tenté de mesurer les forces subies par la grosse particule. La situation est

a. Notons que pour un écoulement dilué, le sens de la ségrégation est inversé et les grosses particules se rassemblent au centre du silo

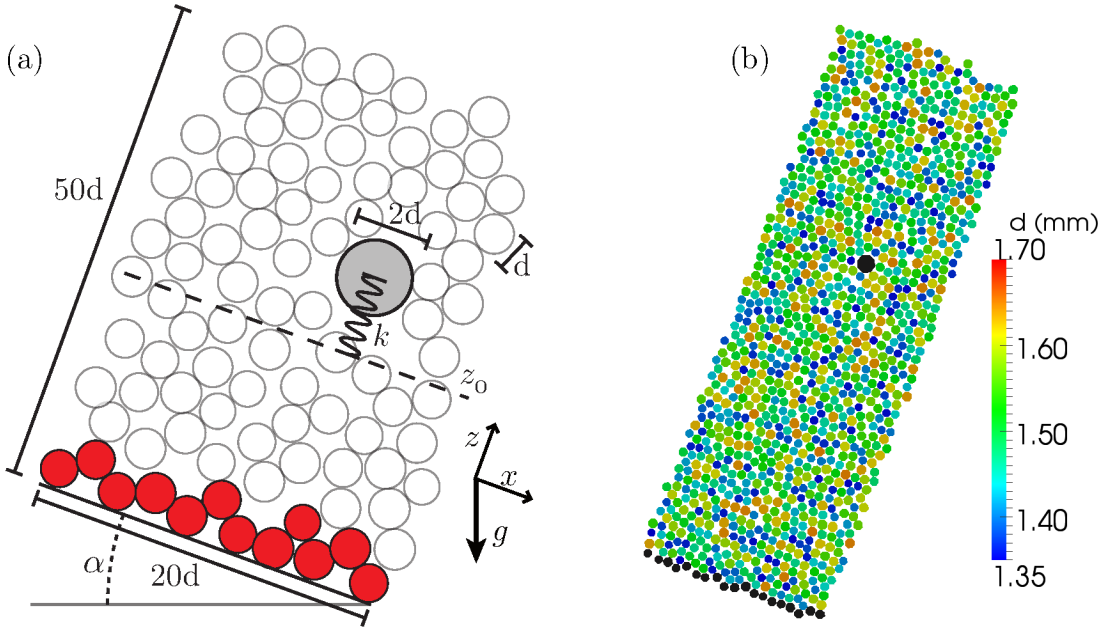


FIGURE 5.1 – (a) Schéma des simulations bidimensionnelles d'écoulements sur plans inclinés. (b) Visualisation de la simulation d'une grosse bille (noire) dans un écoulement de petites sur plan incliné. Les grains noirs au fond sont fixes.

assez différente du cas d'un objet se déplaçant dans un empilement granulaire statique que nous avons étudié partie 3.2. D'une part la grosse particule est ici libre de se déplacer dans l'écoulement et coule avec celui-ci. D'autre part elle se situe dans un milieu déjà cisaillé.

L'étude effectuée est uniquement numérique. Les paramètres complets des simulations sont indiqués à l'annexe A.1.2. Pour gagner en temps de calcul, les simulations effectuées (figure 5.1) sont bidimensionnelles (les grains sont donc des disques) et consistent à simuler une seule grosse particule de diamètre $d_p = 2d$ dans un écoulement de petites particules de diamètres $d \pm 0.1d$. Cette légère polydispersité de 20% est ajoutée aux petites particules de manière à limiter la cristallisation des grains qui apparaît spontanément lorsque l'on se trouve en géométrie 2D. Dans les deux configurations les bords de l'écoulement sont selon la direction x, perpendiculaire à z. La vitesse moyenne de toutes les petites particules est orientée selon x et notée $v_x(z)$. Le problème pour étudier les forces de ségrégation est que la grosse particule se déplace transversalement à l'écoulement : ainsi, pour un écoulement sur plan incliné par exemple, alors que la vitesse moyenne du milieu est uniquement selon x, la grosse particule va avoir tendance à remonter à la surface de l'écoulement et a donc nécessairement une vitesse selon z. Cela implique d'une part que les caractéristiques de l'écoulement rencontré par la grosse particule varient au cours de sa remontée (puisque v_x dépend de z), d'autre part il apparaît une force de traînée sur la grosse bille dans la direction z.

Pour éviter ces problèmes, nous avons développé une méthode qui consiste à contraindre le mouvement verticale de la grosse bille tout en la laissant libre de se déplacer dans la

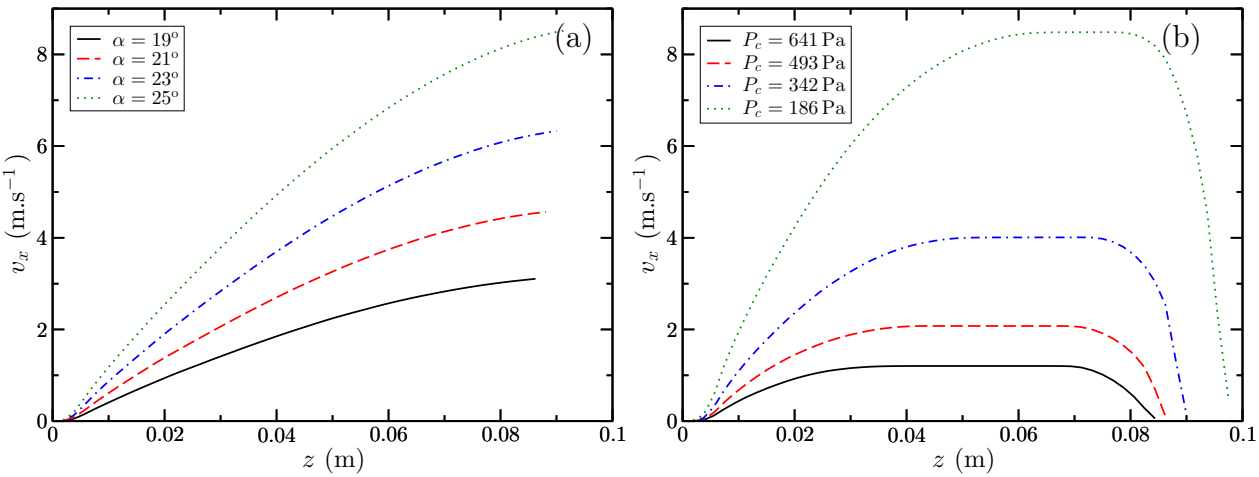


FIGURE 5.2 – (a) Champ de vitesse des écoulements sur plans inclinés à différents angles. (b) Champs de vitesse des écoulements en silos inclinés à un angle $\alpha = 40°$ avec différentes pressions de confinement P_c.

direction x de l'écoulement. Pour cela, on ajoute une force de rappel harmonique selon la direction z. Ainsi la grosse particule subit à tout instant 3 forces distinctes : son poids, la force de rappel harmonique dans la direction z de constante de raideur k, et la résultante de toutes les forces de contact petits grains – particule. En choisissant correctement la raideur k il est alors possible de contraindre la particule à une altitude moyenne fixée, correspondant à l'équilibre entre la force exercée par l'écoulement, la gravité et la force du ressort.

Avant d'aller plus loin, décrivons un peu plus en détail les écoulements que nous avons utilisés. Ils sont de deux types, à savoir des écoulements sur plans inclinés de type Bagnold, et des écoulements en silos inclinés.

5.1.1 Écoulements sur plans inclinés

Les écoulements sur plan inclinés ont été l'objet d'une abondante littérature en raison de leur simplicité de réalisation ainsi que de la possibilité de résoudre analytiquement l'écoulement avec une approche milieu continu par exemple [Midi, 2004]. La distribution de contrainte pour un écoulement stationnaire uniforme est donné par

$$P = \rho g (h - z) \cos\alpha \tag{5.1}$$

$$\tau = \rho g (h - z) \sin\alpha \tag{5.2}$$

avec P la pression, τ la contrainte tangentielle, h l'épaisseur de l'écoulement et ρ la densité effective du milieu. L'origine de la coordonnée z est au fond de l'écoulement. Ainsi, $\tau/P = \tan\alpha$. En utilisant la rhéologie $\mu(I)$ décrite en introduction (partie 1.2), le profil de vitesse

horizontale v_x est donné par :

$$\frac{v_x}{\sqrt{gd}} = \frac{2}{3} I_0 \frac{\tan\alpha - \mu_s}{\mu_2 - \tan\alpha} \sqrt{\phi \cos\alpha} \left(\frac{h^{3/2} - (h-z)^{3/2}}{d^{3/2}} \right) \tag{5.3}$$

soit $v_x(z) \propto z^{3/2}$ (profil de Bagnold). Numériquement, il est assez simple de simuler ce type d'écoulement 2D, en prenant quelques précautions avec le fond de l'écoulement. En effet, il faut un fond suffisamment rugueux pour éviter le glissement, de même qu'éviter au maximum toute périodicité pour ne pas avoir de cristallisation au fond. Nous avons ainsi utilisé des grains fixes polydisperses décalés verticalement pour augmenter la rugosité et le désordre engendré et de ce fait casser toute velléité de cristallisation dans l'écoulement due à la paroi. En outre, les forces variant très fortement au cours de l'écoulement, avec des corrélations sur des temps longs, il est nécessaire de simuler longtemps les écoulements. Nous simulons ainsi une durée réelle d'environ 1000 s, ce qui nécessite une dizaine d'heure de temps CPU avec 1200 grains. Ces simulations ont été effectuées à des angles d'inclinaison compris entre $\alpha = 19°$ et $\alpha = 30°$. Les écoulements stationnaires à des angles aussi élevés que $\alpha = 30°$ ont pu être atteint grâce au coefficient de restitution des grains que nous avons choisi assez faible. Pour vérifier que l'écoulement utilisé est bien stationnaire, nous vérifions que l'énergie cinétique totale au cours du temps est constante, en dehors bien sûr de l'initiation de l'écoulement. La figure 5.2a montre que la vitesse moyenne mesurée dans l'écoulement a bien un profil de type Bagnold, comme attendu.

5.1.2 Écoulements en silos inclinés

Un inconvénient des écoulements sur plans inclinés pour étudier les forces de ségrégation est que la gamme d'angles dans laquelle il est possible d'obtenir un écoulement stationnaire est finalement assez restreinte. Dans l'idée de mettre en évidence des forces de portance liées au gradient de pression $\nabla P = \rho g \cos\alpha$, il serait intéressant de faire varier l'angle sur une plage plus grande que la dizaine de degrés possible sur plan incliné. Il nous a donc semblé intéressant d'étudier des écoulements en silos inclinés, permettant de générer des écoulements stationnaires jusqu'à la verticale.

Pour cela, nous avons rajouté au-dessus de l'écoulement classique sur plan incliné une monocouche rigide de grains pouvant se déplacer uniquement verticalement selon z (cf. figure 5.3). Ces grains ne sont pas soumis à la gravité, mais seulement à une force verticale de rappel harmonique de raideur k_c. Cette couche exerce ainsi une pression de confinement moyenne P_c sur le milieu granulaire donnée par $P_c = k_c z_c / d$, avec z_c la position verticale moyenne du barycentre de la couche de grains. En choisissant correctement la valeur de k_c, suffisamment faible pour ne pas complètement bloquer l'écoulement, et suffisamment élevée pour que l'écoulement puisse atteindre un régime stationnaire, il est alors possible d'augmenter α, éventuellement jusqu'à atteindre une configuration verticale avec $\alpha = 90°$, pour laquelle il n'y a plus de gradient de pression selon z. Notons que ce type de configuration de silo

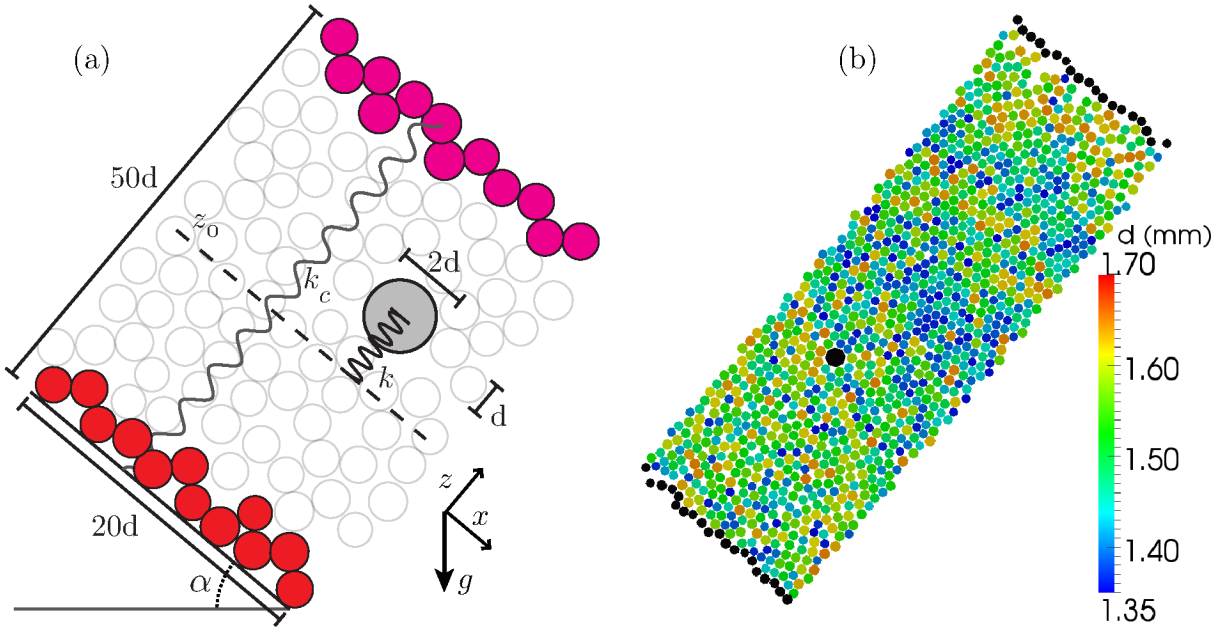


FIGURE 5.3 – (a) Schéma des simulations bidimensionnelles d'écoulement en silo incliné. (b) Visualisation de la simulation d'une grosse bille (noire) dans un écoulement de petites en silo incliné. Les grains noirs au fond sont fixes ; les grains noirs au dessus sont mobiles verticalement avec une force de rappel.

vertical a déjà été étudié par [Fan et Hill, 2011], mais avec un contrôle du milieu par la fraction volumique (c'est-à-dire avec une paroi supérieure fixe), alors que nous nous plaçons à pression imposée, le milieu adaptant sa fraction volumique à l'écoulement. La distribution de contrainte stationnaire est donnée par

$$P = \rho g (h - z) \cos\alpha + P_c \tag{5.4}$$

$$\tau = \rho g (h - z) \sin\alpha + \tau_0 \tag{5.5}$$

où τ_0 est la contrainte tangentielle à la paroi, *a priori* inconnue (elle est déterminée par la condition de vitesse nulle $v_x = 0$ de la couche supérieure [a]).

Les champs de vitesse pour ce type d'écoulements, que nous qualifierons de silos inclinés, sont visibles figure 5.2b. On voit que le champ de vitesse est différent des simulations sur plans inclinés. Ici, il y a deux zones cisaillées au niveau des parois, entourant la partie centrale où un écoulement bouchon est observé, la contrainte de cisaillement n'étant pas suffisante pour dépasser le seuil d'écoulement. Dans ces configurations la grosse particule est placée dans une des zones cisaillées, généralement celle près du fond qui est plus large. Une difficulté est que la taille de cette zone est généralement assez petite, même si on peut en partie la modifier en changeant la pression de confinement P_c. Dans cette configuration, on dispose

a. Il serait possible de contrôler τ_0 en imposant une vitesse donnée aux grains de la couche supérieure. Cette possibilité n'a pas été utilisée.

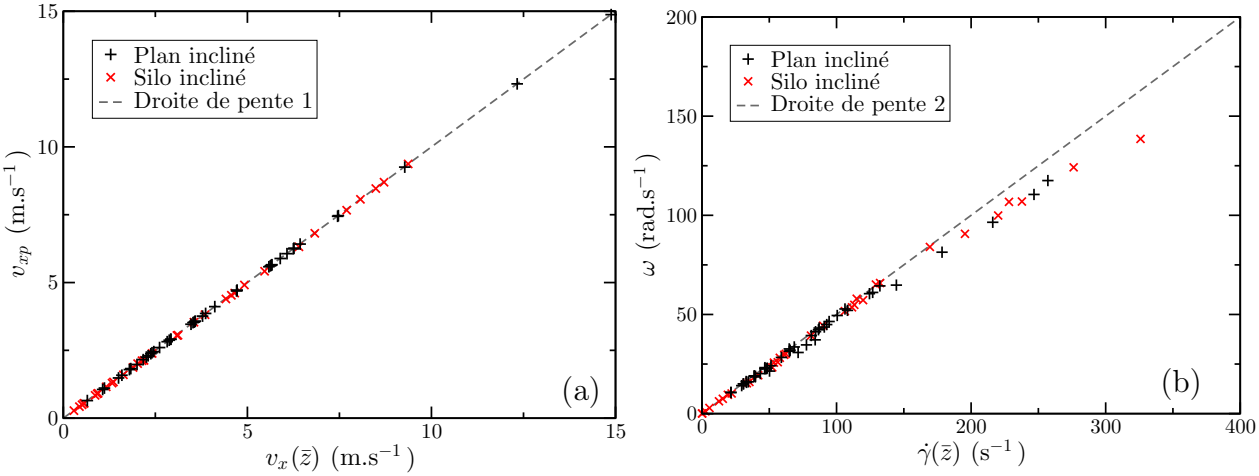


FIGURE 5.4 – (a) Vitesse de la particule v_{xp} en fonction de la vitesse de l'écoulement $v_x(\bar{z})$ à sa position verticale moyenne. (b) Vitesse angulaire ω de la particule en fonction du taux de cisaillement de l'écoulement $\dot{\gamma}(\bar{z})$ à sa position verticale moyenne.

de 2 paramètres : l'angle d'inclinaison α, qui modifie aussi le gradient de pression ∇P et le gradient de contrainte de cisaillement $\nabla\tau$, et la pression de confinement P_c.

5.2 Cinématique de la grosse particule

Avant de se pencher sur les forces s'exerçant sur la grosse particule dans l'écoulement de petites, commençons par observer son mouvement. La figure 5.4a montre sa vitesse v_{xp} en fonction de la vitesse v_x du milieu au niveau de la particule. Le champ de vitesse $v_x(z)$ sur toute la hauteur de l'écoulement est calculé loin de la grosse particule.

Il apparaît très clairement que la grosse particule a une vitesse horizontale très proche de la vitesse du milieu environnant (pour mémoire, la force de rappel sur la grosse particule n'est que dans la direction verticale). Cela peut sembler étonnant car la particule a une densité ρ_g qui est plus élevée que le milieu environnant de densité moyenne $\rho_g\phi$, avec $\phi \simeq 0.8$ la compacité dans cette configuration 2D polydisperse. Dans l'état stationnaire, la poussée d'Archimède exercée par les grains dans la direction horizontale $\phi\rho_g g\pi(d_p/2)^2 \sin\alpha$ ne permet pas de compenser le poids projeté de la grosse particule $\rho_g g\pi(d_p/2)^2 \sin\alpha$. On s'attendrait donc à ce que la grosse particule se déplace légèrement plus vite que le milieu, de manière à subir une traînée qui compenserait cette force. En réalité, cette différence de vitesse n'est pas visible sur la figure 5.4a parce qu'elle est très faible. En effet, si l'on utilise pour la force de traînée l'expression fournie par [Tripathi et Khakhar, 2011], la différence de vitesse entre l'écoulement et la particule est de moins de 1 % de la vitesse du milieu, trop faible pour être mesurée de manière convaincante dans nos simulations.

Les écoulements étudiés étant des écoulements de cisaillement, un couple moyen s'exerce aussi sur la particule qui a tendance à la faire tourner à vitesse ω. Il est bien connu que la vitesse de rotation d'une particule dans un fluide est lié au taux de cisaillement du champ de vitesse local du fluide $\dot{\gamma} = \partial v_x/\partial z$ par : $2\omega = \dot{\gamma}$ [Jeffery, 1922]. La figure 5.4b montre la vitesse de rotation moyenne ω de la grosse particule en fonction de taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ à la même altitude, obtenu en dérivant le profil de vitesse v_x. On observe que $\omega = \dot{\gamma}/2$ est bien vérifié, mis à part peut-être un léger écart pour les $\dot{\gamma}$ les plus élevés. Ainsi, malgré une différence de taille relativement faible entre la grosse particule et les petites, il semble que la vision de l'écoulement granulaire comme un milieu continu est tout à fait pertinente. L'écoulement perçu par la grosse particule peut être considéré comme un fluide équivalent de vitesse $v_x(z) = v_x(\bar{z}) + \dot{\gamma}(z - \bar{z})$, la particule adaptant alors sa vitesse et sa rotation pour suivre cet écoulement.

5.3 Forces verticales sur la grosse particule

La grosse particule est maintenue à une position verticale donnée à l'aide d'un ressort de raideur k. Il est ainsi aisé de déterminer la force verticale F_z exercée par le milieu de petits grains sur la grosse particule en écrivant l'équilibre des forces sur la particule :

$$F_z(\bar{z}) = \rho_g g \pi (d_p/2)^2 \cos\alpha + k(\bar{z} - z_0) \tag{5.6}$$

où z_0 est la position de la particule au moment initial qui est celui où le ressort est mis en place. Ainsi si $\bar{z} > z_0$ les grains exercent une force vers le haut supérieure au poids de la particule, elle aurait alors tendance à remonter à la surface de l'écoulement si elle était libre ; au contraire si $\bar{z} < z_0$ la particule aurait tendance à tomber dans l'écoulement.

Intéressons-nous dans un premier temps aux forces subies par la grosse particule dans un écoulement sur plan incliné. La figure 5.5 montre F_z en fonction de la position verticale de la particule à différents angles. Une première observation est que la force est globalement indépendante de la position de la particule. La force de ségrégation semble également décroître légèrement avec l'angle d'inclinaison.

Par analogie avec notre étude de portance dans un milieu fixe, on peut se demander si les forces de ségrégation ne seraient pas contrôlées par le gradient de pression qui est orienté perpendiculairement au plan et égal à $\nabla P = \rho g \cos(\alpha)$. Le fait que la force soit constante dans l'épaisseur est une première indication que ce type de dépendance peut être correct. Sur l'insert de gauche de la figure 5.5 nous avons tracé la force de ségrégation F_z en fonction de $\cos\alpha$. Il n'est pas évident de conclure sur cette dépendance en gradient de pression, $\cos\alpha$ variant sur une plage trop faible dans la gamme d'angles étudiés.

Une autre possibilité serait que la force de ségrégation soit contrôlée non pas par le gradient de pression, mais par le gradient de contrainte tangentielle $\nabla\tau = \rho g \sin\alpha$, qui brise également la symétrie haut–bas tout en étant homogène dans la couche. L'insert de droite

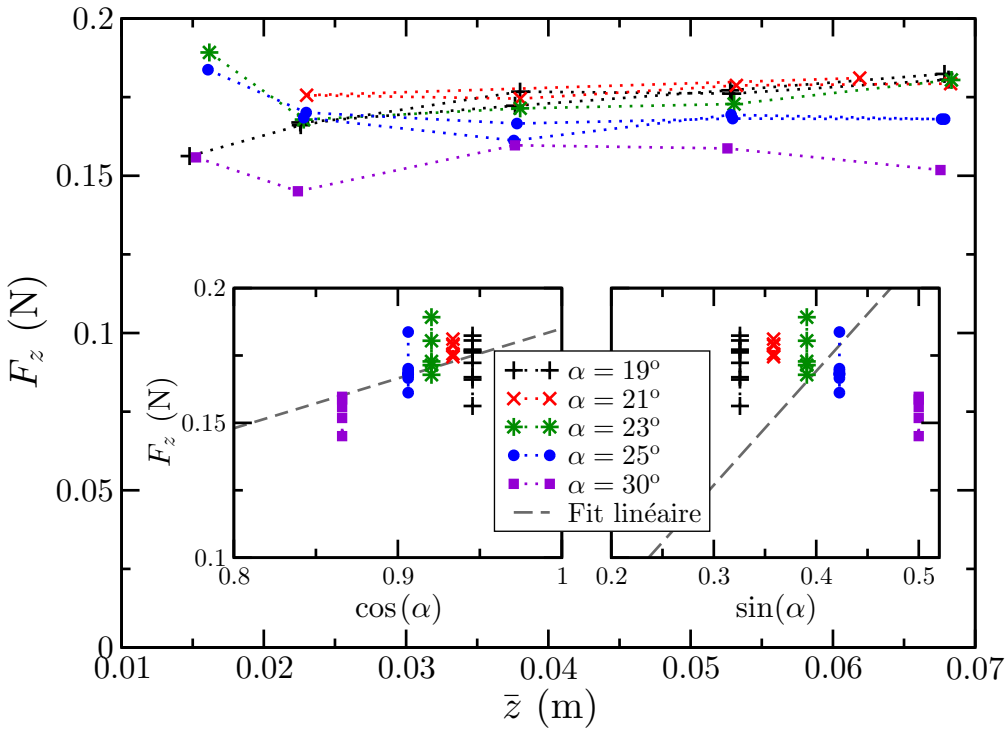


FIGURE 5.5 – Force verticale exercée sur la particule en fonction de son altitude finale, pour différents angles d'inclinaison du plan incliné. Inserts : F_z en fonction du cosinus (gauche) ou du sinus (droite) de α. Les lignes pointillées grises sont les meilleures droites passant par 0.

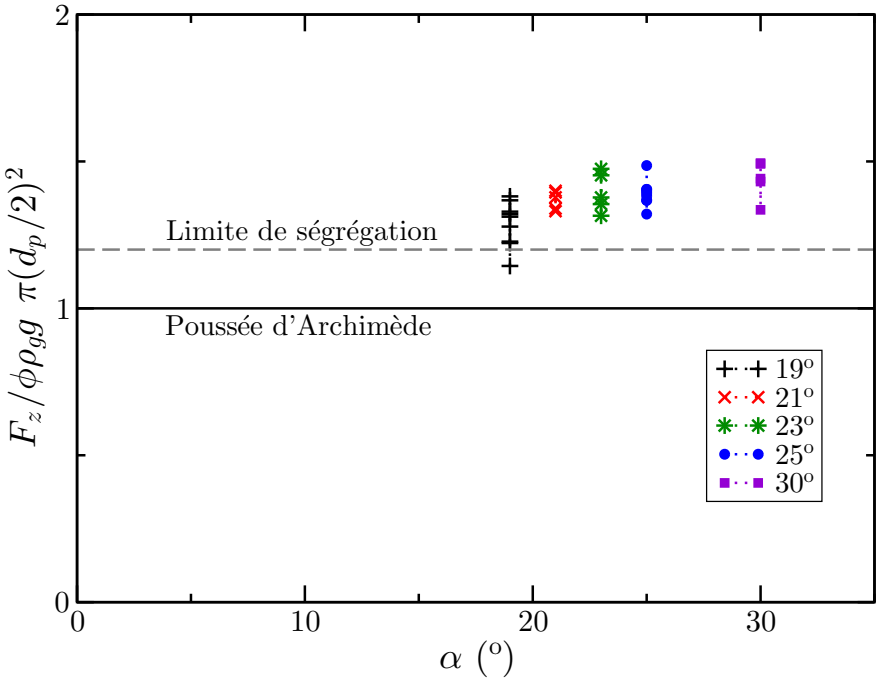


FIGURE 5.6 – Force granulaire verticale adimensionnée par la poussée d'Archimède exercée sur la particule en fonction de l'angle d'inclinaison, dans la configuration plan incliné.

de la figure 5.5 montre F_z en fonction de $\sin\alpha$, qui varie sur une plus grande plage de valeurs sur la gamme d'angles explorée. Les données sont clairement incompatibles avec une proportionnalité de F_z avec $\sin\alpha$. L'hypothèse $F_z \propto \rho g \cos\alpha$ reste donc la plus compatible avec les données.

La figure 5.6 montre le rapport entre la force de ségrégation et la poussée d'Archimède $\phi\rho_g\pi(d_p/2)^2\cos\alpha$ qu'exercerait un fluide de la densité $\phi\rho_g$ sur la grosse particule, en fonction de l'angle pour les simulations sur plans inclinés. On remarque que la force de ségrégation sur plan incliné est supérieure à la poussée d'Archimède du milieu environnant, de l'ordre de 1.4 fois la poussée d'Archimède. On est loin ici de l'amplification mesurée (~ 20) lorsque l'objet se déplace dans un milieu statique que nous avions vue dans le chapitre 3. Mais il y a bien une portance additionnelle par rapport à la simple poussée d'Archimède du milieu granulaire. De plus, F_z est aussi légèrement supérieure au poids de la particule, ce qui signifie que la résultante $F_z - \rho_g g\pi(d_p/2)^2\cos\alpha$ tend à pousser la particule vers le haut. Il y aurait donc ségrégation de la particule vers le haut de l'écoulement si celle-ci était libre de se déplacer verticalement.

Nous n'avons jusqu'à présent pas parlé d'une autre source d'asymétrie à laquelle il est possible de penser, qui est le gradient de taux de cisaillement. Dans un fluide newtonien, il est connu qu'une particule dans un gradient de cisaillement subit une force latérale vers

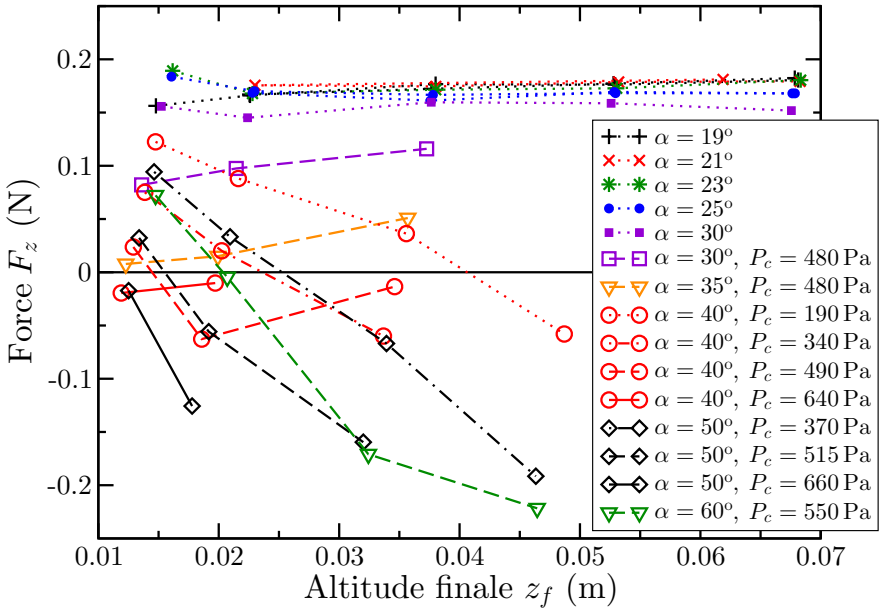


FIGURE 5.7 – Force granulaire verticale exercée sur la particule en fonction de son altitude finale dans la configuration plan incliné ou silo incliné.

les forts cisaillements. Il existe des indices que de telles forces existent dans les milieux granulaires. En effet, [Fan et Hill, 2011] ont montré que dans un silo vertical où les grains sont en chute, les gros grains ont tendance à se retrouver près des parois du silo. Dans ce type de configuration, il n'y a plus de gradient de pression et l'origine de la ségrégation des particules ne peut donc provenir que du cisaillement de l'écoulement. Par symétrie, un cisaillement homogène ne peut générer de force de ségrégation. La question est donc de savoir comment cette force peut être générée par les gradients de taux de cisaillement $\partial\dot{\gamma}/\partial z$. L'invariance de F_z dans la profondeur sur le plan incliné tend à montrer que ces forces sont négligeables dans les écoulements sur plans inclinés. En revanche, on s'attend à ce que les gradients de cisaillement puissent commencer à jouer un rôle important dans la configuration silo incliné où les zones cisaillées sont plus intenses et les gradients de pression plus faibles.

Reprenons alors la figure 5.5 et ajoutons lui les résultats de simulations en silo inclinés pour obtenir la figure 5.7. La vision précédente se complexifie fortement. Toutes les simulations en silos présentent des forces exercées par le milieu granulaire dans la direction verticale qui sont plus faibles que sur plans inclinés, voire négatives ce qui amène clairement à une ségrégation vers le fond de l'écoulement dans la plupart des cas. L'autre observation importante est que force n'est plus indépendante de $\bar{z}$. Cela est lié au fait que si ∇P et $\nabla\tau$ sont toujours indépendants de z, $\dot{\gamma}$ ne l'est pas du tout, pas plus d'ailleurs que $\partial\dot{\gamma}/\partial z$. Il semble en outre que dans une certaine mesure, à un angle fixé, la force diminue voire s'inverse lorsque la pression de confinement augmente. La dépendance avec l'angle est cependant peu claire

même à pression de confinement fixée.

L'interprétation de ces résultats est complexe, puisque deux effets viennent s'additionner. D'une part les effets de gradients de pression qui sont indépendants de l'enfoncement mais qui dépendent de l'angle et dont les mesures sur plan incliné n'ont pas permis de totalement extraire les dépendances. D'autre part les effets des gradients de cisaillement $\partial\dot{\gamma}/\partial z$, qui semblent dépendre de façon complexe de α, P_c et z. Autant dire que pour l'instant une interprétation cohérente de ces différentes simulations n'est pas encore disponible.

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces simulations. Premièrement, les méthodes de simulation et l'astuce du piège harmonique offrent un outil intéressant pour quantifier plus précisément les forces à l'œuvre sur une particule entraînée dans un milieu cisaillé, et pourraient permettre de mieux comprendre les paramètres des écoulements amenant aux différents régimes de ségrégation ayant été observés. Deuxièmement, même si nous n'avons pas réussi à extraire les lois d'échelle de la force de ségrégation totale, nos résultats montrent qu'elle se compose de la somme d'un terme de portance de type Archimède, donc lié au gradient de pression, et d'un terme lié aux gradients de cisaillements. De plus amples simulations devraient permettre de conclure sur ce point. Enfin, il reste que ces mesures sont faites avec une grosse particule unique dans un écoulement de petites, alors que la ségrégation est généralement plutôt étudiée avec des mélanges 50%-50% de grains bidisperses. Comment les forces mesurées sur une grosse particules s'appliquent lorsqu'elles sont beaucoup à interagir est loin d'être évident.

Chapitre 6

Conclusions & perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié expérimentalement et numériquement les forces qui s'exercent sur un objet plongé dans un milieu granulaire. Nous nous sommes dans un premier temps intéressés aux forces s'exerçant sur un cylindre en rotation dans un empilement statique sous gravité. Bien que l'objet soit symétrique, nous avons montré que le cylindre subit une importante force de portance vers le haut, en plus de la force de traînée. Près de la surface libre, la portance augmente avec la profondeur, comme l'avaient déjà observé [Ding et al., 2011] dans une étude récente. En revanche, à grande profondeur, nous avons montré que la force de portance sature et devient proportionnelle à la poussée d'Archimède, avec un facteur d'amplification élevé de l'ordre de 20. Les simulations numériques discrètes que nous avons effectuées nous ont permis de comprendre l'origine physique de cette portance. Celle-ci provient du gradient de pression lié à la gravité, qui brise la symétrie haut–bas et modifie profondément l'écoulement autour de l'obstacle, comparé au cas sans gradient de pression.

L'existence de cette force de portance, qui n'a pas d'équivalent dans les fluides classiques, provient de la dépendance des contraintes avec la pression dans un milieu granulaire, c'est-à-dire du caractère frictionnel de la rhéologie. Une perspective très intéressante de ce travail serait de savoir dans quelle mesure cette portance peut être prédite par une approche de type milieu continu, en utilisant la rhéologie viscoplastique frictionnelle $\mu(I)$ proposées par [Jop et al., 2006] (voir l'introduction partie 1.2). Récemment, plusieurs études ont implémenté cette rhéologie dans des codes numériques afin de simuler des configurations complexes comme l'effondrement d'une colonne de grains [Lagrée et al., 2011], l'érosion d'un lit granulaire [Chauchat et Médale, 2010] ou la vidange de silos [Kamrin, 2010 ; Staron et al., 2012]. Cette implémentation reste cependant délicate en raison de la dépendance en pression de la rhéologie et fait l'objet de recherches actives.

Au cours de la thèse, nous avons entamé une collaboration avec Marc Médale à l'Iusti pour simuler l'écoulement autour d'un cylindre avec la rhéologie $\mu(I)$ en utilisant le code élément fini tridimensionnel développé par M. Médale et J. Chauchat [Chauchat et Médale, 2014]

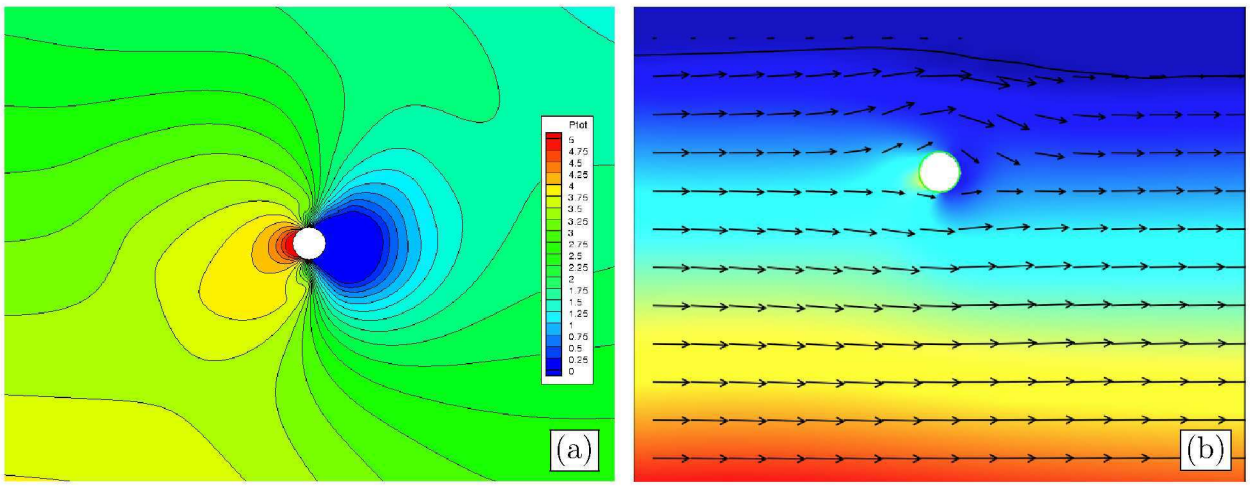


FIGURE 6.1 – Simulations continues bidimensionnelles par la méthode des éléments finis d'un cylindre dans un écoulement à rhéologie visco-plaqtique frictionnelle. (a) Simulations de M. Médale à l'IUSTI. (b) Simulations de P. Y. Lagrée avec *Gerris* à l'UPMC.

(figure 6.1a). Les différentes tentatives se sont toutefois heurtées à plusieurs difficultés. En effet, la rhéologie particulière $\mu(I)$ impose de calculer précisément le champ de pression, qui dans le code est obtenue de manière à assurer l'incompressibilité du milieu. Or dans la configuration d'écoulement autour d'un cylindre, nous avons vu que la pression s'annule presque à l'arrière du cylindre. Il arrive alors que la simulation continue prédise des valeurs de pression négatives à l'arrière, incohérentes physiquement. Les forts gradients de pression et de vitesses autour du cylindre entraînent également des instabilités numériques qui n'ont pu être corrigées jusqu'à présent. Des méthodes de régularisation de la pression, l'intégration d'une certaine souplesse dans l'équation de continuité, ou la possibilité d'avoir une surface libre déformable pourraient permettre de limiter ces problèmes, mais restent à développer. L'utilisation du code *Gerris* permettant de simuler des écoulements à surface libre avec la rhéologie $\mu(I)$ est une piste prometteuse (figure 6.1b). Expérimentalement, la mise en place de méthodes iso-indices (particules dans un fluide de même indice optique) ou de méthodes de tomographie seraient également intéressantes pour visualiser l'écoulement granulaire autour du cylindre et permettre des comparaisons directes expériences – simulations.

La deuxième partie de la thèse a porté sur la caractérisation d'un phénomène inattendu de réduction de traînée que nous avons mis en évidence lors de la rotation du cylindre dans le milieu granulaire. Pour un cylindre profondément enfoui, la traînée chute en effet brutalement après le premier demi-tour, dès que le cylindre traverse son propre sillage. Tandis que la traînée durant le premier demi-tour augmente linéairement avec la profondeur, la traînée après plusieurs tours devient indépendante de la profondeur, en contradiction avec la vision, classique dans les milieux granulaires, d'une traînée proportionnelle à la pression hydrostatique. La rotation du cylindre semble ainsi induire une structuration du milieu qui écrante la pression hydrostatique, la seule échelle de pression restant étant la taille (lon-

gueur) du cylindre. Nous avons tenté de caractériser expérimentalement et numériquement cette auto-structuration du milieu induite par rotation. Expérimentalement, la mesure locale des contraintes dans un milieu tridimensionnel s'est avérée problématique et reste un défi. Numériquement également, la reproduction de ce phénomène par des simulations discrètes a été difficile, d'une part en raison de la taille importante du système qu'il est nécessaire de simuler, d'autre part parce que la rigidité des particules semble jouer un rôle important dans le développement du phénomène. Avec les particules les plus rigides, nous sommes tout de même parvenus à mettre en évidence la formation d'une « bulle » de faible pression localisée au dessus de l'objet qui écrante la pression hydrostatique et qui est responsable de la saturation de la traînée. Il serait intéressant de disposer de simulations à plus grande échelle pour mieux comprendre l'émergence et les caractéristiques de cette saturation, de manière à prédire les conditions nécessaires à son apparition (caractéristiques des grains, formes de l'objet etc). Nous avons cependant déjà pu mettre en évidence une application intéressante de ce phénomène. Il est en effet possible de s'enfoncer profondément dans un milieu granulaire en développant des forces de traînée et des couples très faibles si la vitesse d'enfoncement est lente par rapport à la vitesse de rotation (déplacement entre deux tours petit par rapport à la taille de l'objet).

L'ensemble de ces résultats sur la force de portance et de traînée sur un objet en rotation dans un milieu granulaire ouvre ainsi des perspectives intéressantes pour les applications impliquant le déplacement d'objets dans des grains, par exemple dans des problèmes de locomotion animale ou en robotique.

Dans la dernière partie de la thèse, nous avons étendu notre étude aux forces qui s'exercent sur un objet libre dans un écoulement, en lien avec le problème de la ségrégation dans les milieux granulaires. Pour cela, nous avons étudié numériquement la force qui s'exerce sur une grosse particule plongée dans un écoulement de petites particules dans deux configurations : les écoulements sur plans inclinés et les écoulements en silos inclinés. Nous avons tout d'abord montré que le mouvement de la particule est très proche de celui auquel on se serait attendu avec un écoulement de fluide classique. En outre, sur plan incliné, la particule subie une force de portance de l'ordre de 1.4 fois la poussée d'Archimède. Cette force, quoique beaucoup plus faible que celle que nous avons mesurée sur un cylindre en mouvement dans un empilement statique, conduit néanmoins à la ségrégation de la grosse particule, et semble proportionnelle au gradient de pression. Les simulations en silos inclinés montrent cependant que l'expression de la force de ségrégation est plus complexe. Dans ce cas, la force de ségrégation peut en effet changer de signe selon la position de la particule dans le silo ou la valeur du gradient de pression. Ces résultats suggèrent que la force de ségrégation pourrait avoir deux contributions, l'une provenant du gradient de pression et l'autre des gradients du taux de cisaillement. Un échantillon plus vaste de simulations, ainsi qu'une étude théorique plus poussée est nécessaire pour clarifier ces résultats et permettre de proposer une expression de la force en fonction des paramètres. Cela constituerait une étape importante vers la compréhension en terme de force du phénomène de ségrégation dans les milieux granulaires.

Annexe A

Simulations numériques

Le dispositif expérimental a été complété lorsque cela s'est avéré nécessaire, par des simulations numériques de dynamique moléculaire, où le mouvement de chaque grain est simulé. Ces simulations, quoique beaucoup plus limitées en termes de géométrie que les expériences, apportent une vision complémentaire des processus en permettant d'observer l'intérieur du milieu granulaire simulé. Nous allons dans cet appendice décrire les méthodes numériques utilisées et les post-traitements développés.

A.1 Principes de la dynamique moléculaire

A.1.1 Description de la technique de dynamique moléculaire

Dans les simulations que nous avons effectuées, les grains sont des sphères (ou des cylindres en 2D) ayant une masse m et un diamètre d fixé. En outre, chaque grain stocke sa position, sa vitesse et sa vitesse angulaire, qui bien entendu évoluent au cours du temps et au gré des contacts avec les autres grains.

La technique de résolution en dynamique moléculaire suppose de résoudre en temps les contacts, c'est-à-dire qu'un contact dure plusieurs pas de temps au cours desquels une petite interpénétration δ_n (cf. figure A.1) apparaît entre les particules. La force normale F_n résultant de ce contact est alors exprimée à partir de δ_n selon le modèle. Le modèle le plus simple est de type Hookéen, avec $F_n = k_n\delta_n$. De plus, un coefficient de friction visqueux γ_n peut être ajouté de manière à avoir une dissipation d'énergie au cours de la collision, rendant compte de grains avec un coefficient de restitution $e < 1$. La force tangentielle au niveau du contact F_t est calculée de la même manière, à partir de l'interpénétration tangentielle δ_t depuis le début du contact et un coefficient de dissipation visqueux γ_t. Cette force tangentielle doit évidemment être bornée à tout moment par μF_n pour rendre compte d'une friction de type Coulombien. Il est aussi possible de rajouter d'autres phénomènes, comme de la friction de

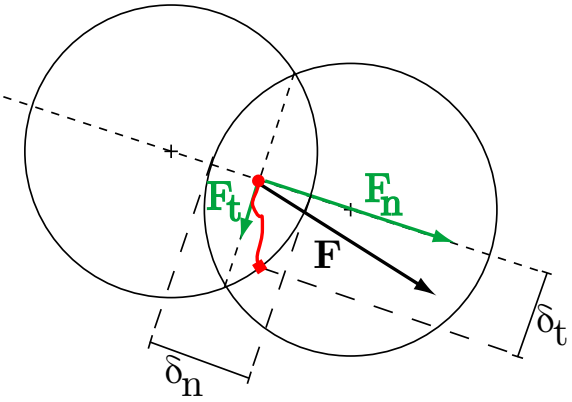


FIGURE A.1 – Définition des interpénétrations et forces résultantes au point de contact (rond rouge). La ligne rouge est l'évolution de la position du point de contact depuis le début du contact (carré rouge), permettant de définir l'interpénétration tangentielle δ_t.

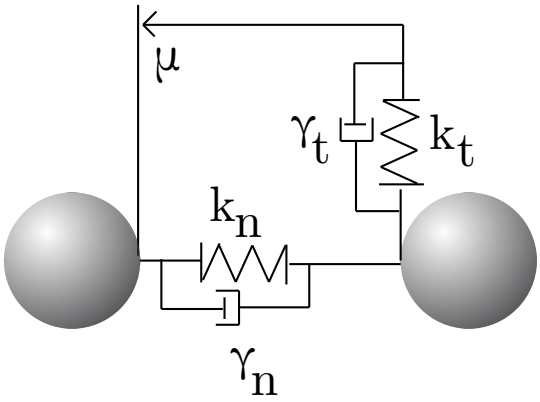


FIGURE A.2 – Modèle mécanique et paramètres associés pour la force au contact. Dans le cas Hookéen, k_n est une constante ; tandis que k_n est une fonction de $\sqrt{\delta_n}$ dans le cas Hertzien.

roulement par exemple (dissipation d'énergie quand une bille roule [Ai et al., 2011]), mais nous ne les avons pas pris en compte.

En conséquence, les forces au niveau du contact sont obtenues à chaque pas de temps par [Di Renzo et Di Maio, 2004] :

$$\begin{array}{lll} F_n & = k_n \cdot \delta_n + \gamma_n \vec{v}_{rel} \cdot \vec{n} & \\ F_t & = k_t \cdot \delta_t + \gamma_t \vec{v}_{rel} \cdot \vec{t} & \text{si } |F_t| < \mu\,|F_n| \\ & = \mu\,|F_n| & \text{sinon.} \end{array} \tag{A.1}$$

avec $\vec{n}$ et $\vec{t}$ les vecteurs normal et tangentiel au contact et v_{rel} la vitesse relative des particules au point de contact. Les coefficients intervenant dans ces expressions peuvent définis de deux manières, soit en entrant directement leur valeur numérique, soit en entrant les paramètres du matériau des grains (module d'Young E, coefficient de poisson ν, coefficient de restitution e). Dans le premier cas, les coefficients sont des constantes, menant à une force de contact de type ressort linéaire Hookéen. Dans le second, il est possible de faire intervenir l'interpénétration dans le calcul des coefficients, permettant d'avoir un contact de Hertz entre les particules [Hertz, 1882], plus réaliste pour le contact de sphères [Mindlin et Deresiewicz, 1953]. Le tableau A.1 donne les valeurs analytiques des coefficients intervenant dans la force, en fonction des propriétés du matériau (pour des grains en contact de même matériau), en définissant $E^* = E/2(1-\nu^2)$, $G^* = E/4(2-\nu)(1+\nu)$, $\beta = \ln(e)/\sqrt{\ln^2(e)+\pi^2}$, $m^* = 1/12\pi d^3$ ([Cundall et Strack, 1979 ; Brilliantov et al., 1996]).

Notons que le détail de ces expressions n'est pas nécessairement critique pour les phé-

Coefficients	Particule–Particule	Particule–Mur
k_n	$\frac{4}{3}E^*\sqrt{\frac{d}{4}\delta_n}$	$\frac{4\sqrt{2}}{3}E^*\sqrt{\frac{d}{4}\delta_n}$
k_t	$8G^*\sqrt{\frac{d}{4}\delta_n}$	$8\sqrt{2}G^*\sqrt{\frac{d}{4}\delta_n}$
γ_n	$-2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{2E^*\sqrt{d/4\delta_n}m^*}$	$-2\sqrt{\frac{5}{3}}\beta\sqrt{2\sqrt{2}E^*\sqrt{d/4\delta_n}m^*}$
γ_t	$-2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{8G^*\sqrt{d/4\delta_n}m^*}$	$-2\sqrt{\frac{5}{3}}\beta\sqrt{8\sqrt{2}G^*\sqrt{d/4\delta_n}m^*}$

TABLE A.1 – Expressions des coefficients dans le calcul de la force entre deux particules en contact, et entre une particule et un mur.

nomènes observés. Il a en effet été montré dans de multiples études qu'un changement raisonnable de ces coefficients aboutissent à des résultats quantitativement très comparables [Silbert et al., 2001].

Dans la plupart des simulations que nous avons effectuées les paramètres du matériau ont été maintenus constants. Sauf mention contraire on a donc : $d = 0.0015\,\text{m}$, $\rho_g = 2500\,\text{kg.m}^{-3}$, un module d'Young E=$5.10^6$ Pa, un coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, un coefficient de friction $\mu = 0.5$. Cela aboutit aux coefficients numériques indiqués dans le tableau A.2.

	k_n/δ_n $\text{N.m}^{\frac{-3}{2}}$	k_t/δ_n $\text{N.m}^{\frac{-3}{2}}$	$\gamma_n/\delta_n^{0.25}$ $\text{kg.s}^{-1}\text{.m}^{\frac{-1}{4}}$	$\gamma_t/\delta_n^{0.25}$ $\text{kg.s}^{-1}\text{.m}^{\frac{-1}{4}}$
Contact particule–particule	$81 \cdot 10^3$	$86 \cdot 10^3$	0.15	0.13
Contact particule–cylindre	$114 \cdot 10^3$	$122 \cdot 10^3$	0.13	0.21

TABLE A.2 – Coefficients de calcul de la force de contact dans les simulations 3D.

Les forces de contact calculées auxquelles se rajoutent les forces extérieures comme la gravité, permettent ensuite d'intégrer les équations du mouvement pour chaque grain avec un algorithme de type Verlet. Le pas de temps utilisé est adapté selon la rigidité des grains et leur vitesse dans la simulation. Il est généralement de $10^{-5}\,\text{s}$ dans nos simulations, sauf mention contraire.

A.1.2 Cas particulier des simulations bidimensionnelles

Quelques simulations ont été effectuées en 2 dimensions, notamment dans le chapitre 5 dédié à la ségrégation. Les particules simulées ne sont alors plus des sphères mais des cylindres. Il est alors nécessaire de prendre un modèle de contact de type Hookéen et non plus Hertzien, donc avec k_n, k_t, γ_n, γ_t indépendants de l'interpénétration δ_n. Le tableau A.3 fournit les coefficients utilisés dans les simulations 2D. Les coefficients de dissipation visqueuse

utilisés correspondent à un coefficient de restitution pour une bille rebondissant sur un plan de l'ordre de $e = 0.2$.

	k_n $\mathrm{N.m^{-1}}$	k_t $\mathrm{N.m^{-1}}$	γ_n $\mathrm{kg.s^{-1}}$	γ_t $\mathrm{kg.s^{-1}}$
Contact particule–particule	$81 \cdot 10^3$	$86 \cdot 10^3$	12	12

Table A.3 – Coefficients dans la force de contact pour les simulations 2D.

A.1.3 Traitement des murs et des objets

Tous les murs utilisés, quelle que soit leur forme, sont considérés comme des milieux infinis plats, l'interpénétration étant ainsi évidente à calculer. Cela explique la légère différence dans les coefficients employés pour le calcul de la force de contact dans ce cas (tableau A.1). Ce traitement est le même pour les murs cylindriques, c'est-à-dire pour nos obstacles, ce qui peut prêter à discussion si le diamètre du cylindre devient faible devant celui des grains. Ce ne sera pas le cas ici, et en tout état de cause reviendrait simplement à avoir un matériau légèrement différent pour le cylindre, ce qui ne devrait pas porter à conséquence. Un autre problème surgit pour les cylindres en géométrie tri-dimensionnelle. En effet, un cylindre totalement immergé présente des angles aux bouts, qui sont compliqués à traiter correctement. La technique employée est d'utiliser un cylindre dont la géométrie a été discrétisée en triangles plans. L'interaction des grains se calcule alors avec les triangles, avec des traitements particuliers aux angles, en tenant compte du fait que les grains peuvent interagir avec plusieurs triangles à la fois. Cette procédure est assez discutable, cependant les résultats obtenus dans deux simulations identiques en 2D avec cylindre discrétisé ou non ont montré des résultat tout à fait comparables. Dans le chapitre 3 discutant de la répartition angulaire de forces, nous n'utilisons pas la discrétisation, le traitement local des forces d'interactions étant moins précise dans le cas des triangles.

A.1.4 Réalisation pratique

Les simulations de dynamique moléculaire ont été réalisées à l'aide du logiciel libre Liggghts [Kloss et al., 2012] dans sa version 2.3.3 pour la plupart. Ce logiciel fourni un langage de script faisant l'interface entre l'utilisateur et le logiciel, permettant la création simple de simulations à partir de briques de base (murs, types de grains et interaction, forces extérieures, paramètres d'intégration numérique, récupération des données etc.). Dans le même temps, l'accès à son code source en C++ permet un contrôle de ce qui est effectivement simulé et d'ajouter des fonctions inexistantes si besoin. Il est en outre parallélisé, ce qui permet une exécution plus rapide sur plusieurs processeurs. D'un point de vu informatique, le

facteur limitant n'est généralement pas la mémoire vive disponible, sauf à tenter de simuler un très grand nombre de particules sur trop peu de processeurs, mais bien la puissance de calcul. Pour donner quelques ordres de grandeurs, les simulations que nous avons effectuées durent typiquement quelques heures monoprocesseurs pour 1000 grains, 1 journée sur 8 processeurs pour 150000 grains, et jusqu'à 8 jours sur 32 processeurs pour 300000 grains rigides. Les simulations les plus courtes ont été effectuées sur des ordinateurs de bureau (iMac), les temps intermédiaires sur les clusters du laboratoire IUSTI à Marseille, les plus longues sur les calculateurs de l'IDRIS à Orsay.

Les données extraites de la simulation le sont généralement au format texte pour un post-traitement aisé. Il peut s'agir :

- Des données relatives à chaque grain : position, vitesse, vitesse angulaire, force totale, couple...
- Des données relatives à chaque contact : grains en contact, composantes de la force de contact ;
- Des données relatives aux murs : position du mur (utile pour des murs mobiles), force totale sur le mur ;
- Des données macroscopiques servant principalement à contrôler le bon déroulement de la simulation, comme l'énergie cinétique totale par exemple.

Ces données ne sont bien sûr pas extraites à chaque pas de temps, mais échantillonnées de manière à avoir un compromis entre la précision en temps et la quantité de données extraites. Ces différentes données sont ensuite post-traitées pour extraire les données d'intérêt.

A.2 Post-traitement des données issues des simulations

L'ensemble des post-traitements est effectué à partir des résultats de simulations à l'aide d'un programme réalisé en C++ pour des raisons de rapidité de traitement. Les visualisations 3D sont effectuées à l'aide du logiciel libre Paraview 3.12.

A.2.1 Force totale sur le cylindre

La force totale sur le cylindre peut généralement être extraite directement au moment de la simulation. Si cela n'a pas été le cas au moment où le calcul a été effectués il est aisé de retrouver cette force en sommant la force dans chaque contact cylindre–particule. Dans les cas où le cylindre est en rotation dans un milieu tridimensionnel (chapitre 4), ce n'est cependant pas la force totale qui est intéressante (nulle), mais le couple. Le couple sur le cylindre $\mathcal{M}_{\text{tot}}$ est alors la somme des couples portés par chaque contact, c'est à dire

$$\mathcal{M}_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{N_{pc}} (\vec{x}_i - \vec{x}_{cyl}) \wedge \vec{f}_i \tag{A.2}$$

avec $\vec{x}_i$ la position du point de contact, $\vec{x}_{cyl}$ la position du centre du cylindre, $\vec{f}_i$ la force dans le contact, N_{pc} le nombre de contacts particule–cylindre. On ne s'intéressera généralement qu'au couple projeté sur l'axe de rotation du cylindre z.

A.2.2 Position de la surface libre

La position de la surface libre des empilements de grains est extraite à partir des positions des grains en quadrillant le plan horizontal et en prenant la position du grain le plus haut dans chaque colonne ainsi définie. Ces coordonnées sont ensuite moyennées en espace et en temps. Les enfoncements sont alors définis à partir de cette surface libre.

A.2.3 Répartition des forces sur les murs cylindriques

Dans le chapitre 3 nous nous sommes intéressés à la distribution des forces sur les obstacles cylindriques de notre expérience. Pour réaliser cela dans les simulations, on extrait les forces $\vec{f}_i$ des N_{pc} contacts grains–cylindre et on moyenne sur des fenêtres angulaires gaussiennes d'écart-type ς centrées en θ. Cela fourni la contrainte normale σ_n et tangentielle σ_t au point de la surface d'angle θ et de normale $\vec{n} = (\cos\theta, \sin\theta)$:

$$\sigma_n(\theta) = \frac{1}{LD\varsigma}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^{N_{pc}} \exp\left(-\frac{(\theta_i-\theta)^2}{2\varsigma^2}\right) \vec{f}_i.\vec{n} \tag{A.3}$$

$$\sigma_t(\theta) = \frac{1}{LD\varsigma}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^{N_{pc}} \exp\left(-\frac{(\theta_i-\theta)^2}{2\varsigma^2}\right) \left|\vec{f}_i - (\vec{f}_i.\vec{n})\vec{n}\right| \tag{A.4}$$

où $\vec{f}_i$ est la force dans le contact i et θ_i l'angle du point de contact avec l'horizontal. Notons que ce moyennage spatiale est généralement couplé à une moyenne temporelle. Dans les résultats présentés nous avons choisi $\varsigma = 8°$.

Dérivation complète des équations

Soit $\vec{f}_i$ la force dans le contact i à un angle θ_i. On note N_{pc} le nombre total de contacts. On partitionne la périphérie du cylindre en N cases d'extension angulaire $\delta\theta = 2\pi/N$. La contribution de la force $\vec{f}_i$ à la force totale $\vec{F}_j$ dans la case j centrée en $\Theta_j = (j+1/2)\delta\theta$ est pondérée par la fonction $\mathcal{W}(\theta_i, \Theta_j)$. Pour être cohérent, il faut :

$$\sum_{i=0}^{N_{pc}-1} \vec{f}_i = \sum_{j=0}^{N-1} \vec{F}_j = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N_{pc}-1} \mathcal{W}(\theta_i, \Theta_j)\vec{f}_i$$

Cela impose la normalisation

$$\sum_{j=0}^{N-1} \mathcal{W}(\theta_i, \Theta_j) = 1$$

On cherche la fonction $\mathcal{W}$ sous la forme d'une gaussienne centrée en Θ_m et d'écart-type ς.

Considérons la fonction gaussienne habituelle de moyenne μ et d'écart-type ς :

$$\mathcal{N}_{\mu,\varsigma}(\theta) = \frac{1}{\varsigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\varsigma^2}\right)$$

qui vérifie :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{N}_{\mu,\varsigma}(\theta)d\theta = 1$$

Si $\varsigma \ll 2\pi$, il est possible de passer en écart angulaire et de n'intégrer que sur un intervalle de taille 2π : $\int_{\mu-\pi}^{\mu+\pi} \mathcal{N}_{\mu,\sigma}(\theta)d\theta = 1$

$$1 = \int_{\mu-\pi}^{\mu+\pi} \mathcal{N}_{\mu,\varsigma}(\theta)d\theta = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\Theta_k-\delta\theta/2}^{\Theta_k+\delta\theta/2} \mathcal{N}_{\mu,\varsigma}(\theta)d\theta \simeq \sum_{k=0}^{N-1} \delta\theta \mathcal{N}_{\mu,\varsigma}(\Theta_k) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta\theta \mathcal{N}_{\Theta_k,\varsigma}(\mu)$$

Par identification, on prend

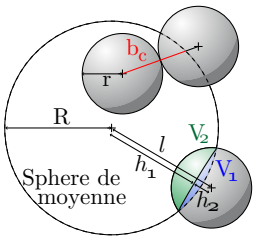
$$\mathcal{W}(\theta_i,\Theta_j) = \mathcal{N}_{\Theta_j,\sigma}(\theta_i)\delta\theta = \frac{2\pi}{N}\frac{1}{\varsigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\theta-\Theta_j)^2}{2\varsigma^2}\right)$$

et on choisira $N = 32$ et $\varsigma = 8°$. L'élément de surface du cylindre étant donné par $\pi DL/N$, on obtient les équations A.3 et A.4 pour les contraintes normales et tangentielles.

A.2.4 Champs de compacité ϕ et de vitesse

Ces champs sont extraits des positions et vitesses des grains en moyennant sur des volumes circulaires (simulations 2D) ou sphériques (simulations 3D) de rayon R, en suivant la procédure de [Glasser et Goldhirsch, 2001]. Pour les grains intersectant la sphère de moyennage il faut alors pondérer leur contribution par le volume à l'intérieur de la sphère de moyennage :

Calcul du volume de l'intersection de deux sphères de rayon R et r_i, $R > r_i$



Soit l la distance entre les centre des sphères ($l = |\vec{x} - \vec{x}_i|$). $V = 4/3\pi R^3$ et $V_i = 4/3\pi r_i^3$ le volume de chaque sphère.
Si $l < R - r_i$, le volume de l'intersection est V_i.
Si $l > R + r_i$, le volume de l'intersection est nul.
Si $R - r_i < d < R + r_i$, l'intersection est constituée de deux calottes sphériques de volumes V_1 et V_2. En notant $h_1 = (R^2 - r_i^2 + l^2)/(2l)$ et $h_2 = (r_i^2 - R^2 + l^2)/(2l)$, on a $V_1 = \pi(\frac{2}{3}R^3 - h_1R^2 + h_1^3/3)$ et $V_2 = \pi(\frac{2}{3}r_i^3 - h_2r_i^2 + h_2^3/3)$.

La fraction volumique s'écrit donc (la même formule s'applique pour la vitesse) :

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{\rho_g}\sum_{i=1}^{N_{grains}} m_i \times g(|\vec{x}_i - \vec{x}|) \tag{A.5}$$

avec

$$g(|\vec{x}_i - \vec{x}|) = 0 \qquad \text{si } l > R + r_i \tag{A.6}$$
$$= 1/V \qquad \text{si } l < R - r_i \tag{A.7}$$
$$= (V_1 + V_2)/(V_p + V) \qquad \text{sinon} \tag{A.8}$$

A.2.5 Champs de contrainte

La contrainte est extraite à partir des forces de contacts entre grains, en moyennant sur des fenêtres parallélépipédiques de volume V. Notons que la partie cinétique n'est pas prise en compte pour simplifier les post-traitements, étant donné qu'elle est négligeable dans le régime quasi-statique où l'on travaille.

$$\bar{\bar{\sigma}} = -\frac{1}{V}\sum_{c\in V} \vec{f}_c \otimes \vec{b}_c \tag{A.9}$$

où c désigne un contact entre la particule i et la particule j et b_c est la portion du vecteur contact $\vec{x}_j - \vec{x}_i$ incluse à l'intérieur du volume de moyennage V.

A.2.6 Changement de repère

Dans certaines simulations, le cylindre est en rotation dans le milieu granulaire autour de l'axe z et l'on s'intéresse à calculer les champs dans le référentiel tournant (chapitre 4). Pour cela, lorsque le cylindre a tourné d'un angle $\alpha(t)$ on applique simplement aux vecteurs positions des grains $\vec{x}$ et aux vecteurs forces de contact $\vec{f}_c$ la matrice de rotation $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, et on calcul ensuite les champs par la manière habituelle.

Il peut être pertinent aussi dans cette géométrie centrée d'écrire les champs dans un repère cylindrique d'axe z et non en cartésien qui est le repère employé pour tous les vecteurs utilisés dans les simulations. Pour passer d'une matrice σ_{xyz} dans le repère cartésien à la matrice $\sigma_{r\theta z}$ dans le repère cylindrique avec $\theta = \tan^{-1}(y/x)$, il suffit d'effectuer la multiplication matricielle suivante $\sigma_{r\theta z} = R^{-1}\sigma_{xyz}R$ avec $R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et son inverse $R^{-1}\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Annexe B

Article : Depth-Independent Drag Force induced by Stirring in Granular Media

Publié dans Physical Review Letters, mars 2013.

PRL **110,** 138303 (2013) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 29 MARCH 2013

Depth-Independent Drag Force Induced by Stirring in Granular Media

François Guillard,* Yoël Forterre,† and Olivier Pouliquen‡
Aix-Marseille Université, CNRS, IUSTI UMR 7343, 13453, Marseille, France
(Received 24 October 2012; published 26 March 2013)

The drag force experienced by a horizontal cylinder rotating around the vertical axis in a granular medium under gravity is experimentally investigated. We show that, for deeply buried objects, the drag force dramatically drops after half a turn, as soon as the cylinder crosses its own wake. Whereas the drag during the first half turn increases linearly with the depth, the drag after several rotations appears to be independent of depth, in contradiction with the classical frictional picture stipulating that the drag is proportional to the hydrostatic pressure. We systematically study how the saturated drag force scales with the control parameters and show that this effect may be used to drill deeply in a granular medium without developing high torques.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.138303 PACS numbers: 47.57.Gc, 45.20.da, 45.70.−n

In fluid mechanics, the problem of the forces experienced by an object moving in a fluid has been extensively studied. Whereas most investigations concern objects moving in a Newtonian fluid, the case of complex fluids attracts more and more interest. Drag forces in viscoelastic liquids like polymers [1] or in viscoplastic materials like clays, gels [2], or foams [3] have been studied and reveal unexpected phenomena. In this work, we consider the problem of the drag force on an object moving in a granular medium. Granular materials can be considered as a complex fluid and belong to the viscoplastic class of material [4]: a yield stress exists, meaning that the material behaves like a solid below a critical shear stress and flows above. The specificity of granular media is that the rheology is mainly controlled by a friction criterion: the shear stress is proportional to the confining pressure. The question of the forces exerted on an object moving in a granular material is of interest in many industrial and agricultural applications (mixing processing, blenders, soil plowing [5]), in geophysical problems, for example, for the design of snow obstacles [6] or for the modeling of impact cratering, and in some biomechanical problems concerning animal locomotion in sand [7] or plant-soil interactions [8]. Experimentally, different configurations have been studied. A first configuration is the plow: a vertical plate or a vertical cylinder is partially buried in the sand and is pulled horizontally [9–13]. Another configuration is the case of an object entirely buried in the granular material, which moves horizontally at a fixed depth in the medium [14–17]. A last case corresponds to the impact problem, when an object penetrates vertically the granular layer [18–24]. In all these situations, a rich phenomenology has been observed and the velocity dependence [9,16], the effect of the boundaries [20,25], and the existence of lift forces associated with the motion [17] have been studied. One major feature common to all the above configurations is the frictional scaling of the drag force in the limit of quasistatic motions. When the motion of the object is slow enough, the drag is found to be proportional to the ambient confining pressure times the surface of the object. For a wide enough container, the pressure is proportional to the depth. Therefore, an object moving in a granular medium under gravity experiences a drag force that increases linearly with the depth.

In this Letter, we study the torque needed to rotate around the vertical axis a cylinder buried inside a granular medium and report an unexpected phenomenon. The drag force on the cylinder dramatically drops after one turn and becomes independent of the depth, unlike the classical frictional scaling.

The experiment is sketched in Fig. 1. It consists of a horizontal cylinder in stainless steel immersed in a rotating bucket full of grains. The tank is 30 cm in diameter and rotates at a constant angular velocity $\Omega = 2$ rpm around its vertical axis. It is filled with 23 cm of glass beads with diameters between 500 and 530 μm. Cylinders of various sizes have been used with diameters D from 1.5 to 6 mm and lengths L between 1.5 and 12 cm. The cylinder is maintained horizontally in the granular bed at a controlled depth h (distance between the free surface and the axis of the cylinder) by a thin rigid vertical rod 3 mm in diameter, whose axis coincides with the rotation axis (Fig. 1). When the tank is put in rotation, the cylinder is kept static by the vertical rod and experiences a torque, which is measured at the top using a torque meter. To get information on the drag exerted on the horizontal cylinder only, the contribution of the vertical support is systematically subtracted from the total torque (its contribution is about 5% of the total torque). In order to compare the torque measurement $\mathcal{M}$ in our rotating device with the drag force one would measure when pulling the same object in a granular bed, we define the equivalent drag force F_{drag} as

$$F_{\text{drag}} \equiv 4\mathcal{M}/L. \tag{1}$$

This relation simply comes from the assumption that each half of the rotating cylinder experiences half of the force

 © 2013 American Physical Society

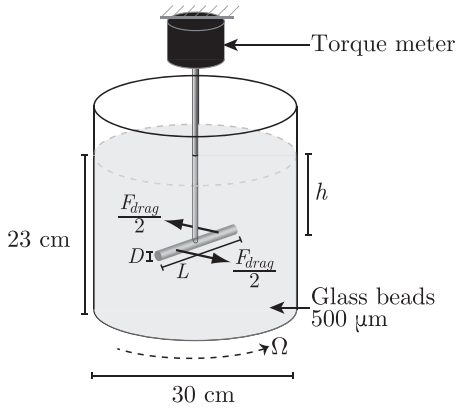


FIG. 1. Sketch of the experimental device.

F_{drag} one would measure when dragging the whole cylinder (Fig. 1). In the following, all our measurements are expressed in terms of F_{drag}. Note that our setup is similar to the one developed by Brzinski and Durian [16] who studied drag forces in various gravity and velocity conditions. However, an important difference is the depth of our container, which is larger than the length of the cylinder. We will see that this condition enables us to reveal a new unexpected regime.

The experimental procedure is the following. The packing is stirred vigorously and homogeneously and then slightly compacted by lateral taps on the tank. The estimated mean volume fraction at the beginning of the experiments is $\phi = 0.62$. The cylinder is then plunged at the desired depth into the granular medium and the tank is put in rotation while recording the torque. All the experiments have been carried out in the quasistatic regime (the inertial number is less than 5×10^{-3}), when the measured torque is independent of the angular velocity [9]. Typical time evolutions of the drag force on the cylinder are plotted in Fig. 2(a) for different depths h. When starting the rotation, the drag force rapidly increases, reaches a maximum, and drops. After several rotations, it eventually reaches a stationary value. The striking result is that, whereas the drag force during the first half-rotation increases with depth h, the stationary value after long time is roughly the same for all runs. This means that the higher the depth, the higher the drop of the drag force after several rotations. Figure 2(b) shows how the maximum drag force during the first half-rotation $F^{\mathrm{half}}_{\mathrm{drag}}$ and the stationary drag force after several rotations $F^{\infty}_{\mathrm{drag}}$ varies when changing the depth h of the cylinder. Whereas $F^{\mathrm{half}}_{\mathrm{drag}}$ increases linearly with h as expected from our knowledge of the frictional nature of the drag in granular media, $F^{\infty}_{\mathrm{drag}}$, which initially follows the same trend, rapidly saturates and becomes independent of h for $h > h_{\mathrm{crit}}$, with $h_{\mathrm{crit}} \simeq 6$ cm in this case. This saturation of the drag force with the depth is observed for all the cylinders we have tested, but the critical thickness and the level of saturation depend on the length of the object, a point we will discuss later. The measurements then show that the drag force after several rotations is independent of the hydrostatic pressure. Passing over and over in its own wake seems to create a structure within the packing, which is able to screen the mass of grains above and dramatically lower the force needed to move.

We have checked that this depth-independent steady drag is a robust phenomenon. First, the stationary value $F^{\infty}_{\mathrm{drag}}$ is independent of the preparation of the sample. Starting from a loose or a dense packing changes the drag during the first half-rotation but not its stationary value after several rotations. Similarly, first putting the

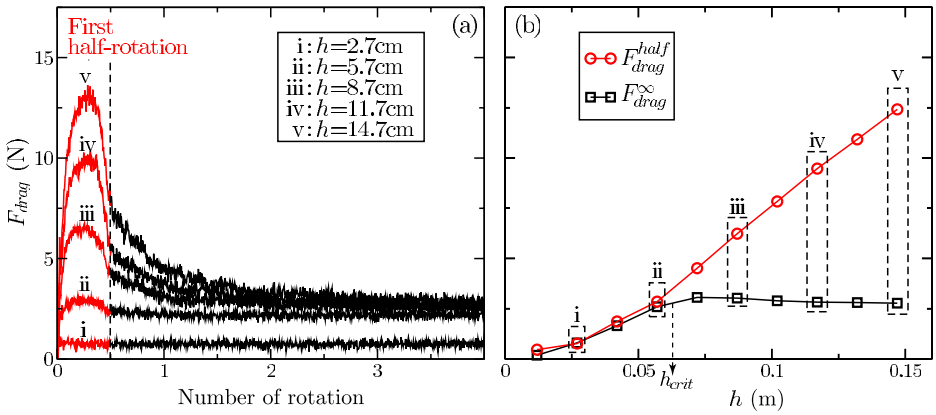


FIG. 2 (color online). (a) Drag force as a function of the number of rotations for a cylinder $D = 6$ mm, $L = 60$ mm. The different curves are obtained at different depths. The dotted line shows the end of the first half-rotation. (b) Maximum drag force during the first half-rotation ($F^{\mathrm{half}}_{\mathrm{drag}}$, red circles) and during the steady state ($F^{\infty}_{\mathrm{drag}}$, black squares) as a function of depth. The data points (i)–(v) correspond to (a).

PRL **110,** 138303 (2013) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 29 MARCH 2013

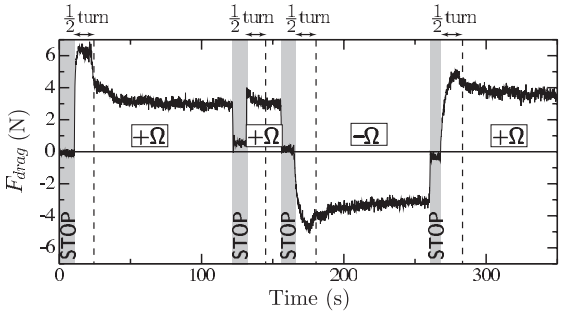


FIG. 3. Time evolution of the drag force F_{drag} when changing the rotation direction. Shaded regions correspond to rest periods. Dotted lines show the end of the first half-rotation since the last stop. $D = 6$ mm, $L = 6$ cm, $h = 12$ cm.

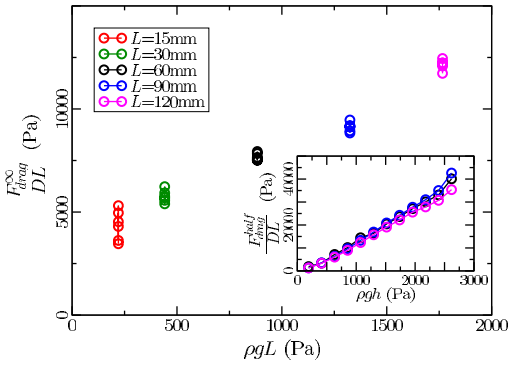


FIG. 4 (color online). Saturated drag force normalized by the cylinder surface $F^{\infty}_{\text{drag}}/DL$ as a function of ρgL ($\rho \simeq 1500$ kg/m^3) for cylinders of diameter $D = 4$ mm and various lengths L. Data for $h > h_{\text{crit}}$ only. Inset: $F^{\text{half}}_{\text{drag}}/DL$ as a function of the hydrostatic pressure ρgh.

rod and then pouring the grains in the tank does not changes F^{∞}_{drag}. Second, stopping the rotation and/or reversing the rotation does not break the underlying structure as shown in Fig. 3. In this run the tank first rotates clockwise during several rotations and the drop of the drag after the first half turn is observed. The tank is then stopped and started again, showing almost no variation of the drag force. The tank is stopped again and the direction of rotation is reversed to counterclockwise, and back to clockwise. The peak of the drag force observed during the first half turn after starting the rotation again is much smaller than at the beginning of the run. Last, we have tried to break the structure by tapping on the tank and no effects were noticeable, showing that the structure built during the rotation is not fragile.

The observation of a depth-independent drag force raises the question of its scaling. Drag forces in granular media are usually described as a frictional phenomenon, meaning that the forces are proportional to the local confining pressure times the surface of the object. Assuming that the confining pressure is given by the hydrostatic pressure gives $F_{\text{drag}} \propto LD\rho gh$. The inset of Fig. 4 shows that this scaling holds for the drag measured during the first half-rotation. The collapse of $F^{\text{half}}_{\text{drag}}/LD$ as a function of ρgh obtained for different cylinders suggests that $F^{\text{half}}_{\text{drag}} \simeq 15LD\rho gh$, compatible with previous studies [16]. However, this classical scaling cannot hold for the stationary drag F^{∞}_{drag}, since this latter is independent of the depth h. In Fig. 4, the ratio $F^{\infty}_{\text{drag}}/LD$ in the saturated regime ($h > h_{\text{crit}}$) is plotted as a function of ρgL instead of ρgh for cylinders having different lengths. The idea is that the relevant pressure is no longer given by the depth h but by the length of the object L. The quasilinear dependence observed in Fig. 4 confirms that ρgL is the relevant pressure scale to characterize the drag. However, deviations from a strictly proportionality relation is observed at low L, as the best linear fit in Fig. 4 does not pass through zero. In order to more precisely determine the scaling of the drag force, we have plotted in Fig. 5(a) the ratio $F^{\infty}_{\text{drag}}/(DL\rho gL)$ as a function of the aspect ratio L/D for all cylinders. All data collapse on a single curve, which tends

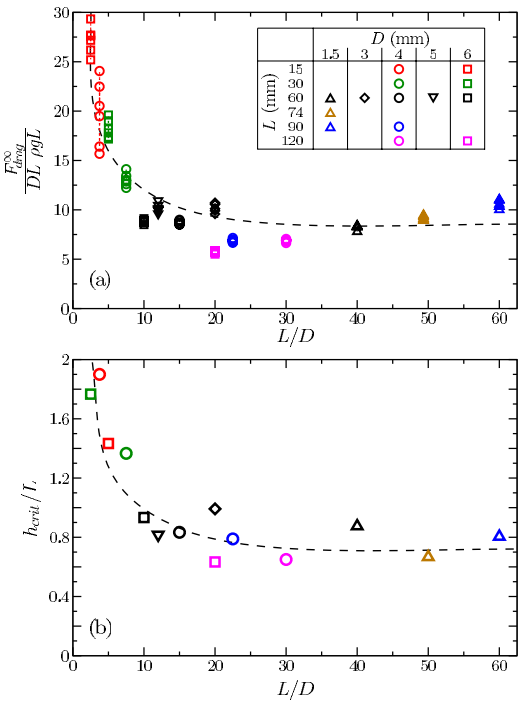


FIG. 5 (color online). (a) Dimensionless saturated drag force $F^{\infty}_{\text{drag}}/DL\rho gL$ as a function of the cylinder aspect ratio (L/D), for various cylinders. Data for $h > h_{\text{crit}}$ only. (b) Dimensionless critical depth h_{crit}/L as a function of the cylinder aspect ratio, for the same cylinders. Black dotted lines are guides for the eyes.

to a constant value at large aspect ratio: $F^{\infty}_{\rm drag}/(DL\rho gL) \simeq 10$ for $L/D \gtrsim 10$.

Our experiments, therefore, give the following scalings for the drag measured during the first half-turn and in the steady regime:

$$F^{\rm half}_{\rm drag} \simeq 15DL\rho gh, \quad (2)$$

$$F^{\infty}_{\rm drag} \simeq DL\rho gLf(L/D), \quad (3)$$

where $f(L/D)$ is a function that tends to a constant close to 10 at large aspect ratio. The expression for the stationary drag force holds only for large enough depth $h > h_{\rm crit}$. Figure 5(b) shows how the critical depth scales with the size of the cylinders. We observe that $h_{\rm crit}/L$ is a function of the aspect ratio L/D with the same shape as in Fig. 5(a). This scaling can be understood by noting that, below $h_{\rm crit}$, $F^{\infty}_{\rm drag}$ follows the hydrostatic scaling [see Fig. 2(b)]. Therefore, identifying Eqs. (2) and (3) for $h = h_{\rm crit}$ gives $h_{\rm crit} \simeq Lf(L/D)/15$, which for high aspect ratio reduces to $h_{\rm crit} \simeq 0.67L$. The pressure screening effect is then observed when the cylinder is buried at a depth larger than its length. This explains why the saturation has not been observed in previous experiments using a shallow container [16].

In the above experiments, the cylinder was kept at a constant depth. One can wonder if the screening of the hydrostatic pressure still happens when the cylinder also moves downward while rotating. The idea is to check if one can drill into a granular medium without having to develop strong torques. To this end, we perform experiments in which the cylinder is fixed on a translation stage and moves down at a constant velocity v_z between 4 and 6 mm min^{-1}, while the tank rotates at a constant angular velocity Ω between 1.5 and 2.5 rpm. The experiment being performed in the quasistatic regime, we verify that the measured drag only depends on the ratio of the velocities, which is equal to the pitch a of the helix described by the cylinder: $a = v_z/\Omega$. Figure 6 shows the time evolution of the drag force during the helicoidal motion of the cylinder for different pitches a. Two different regimes are observed. If the pitch is large (blue and purple curves), the drag force increases linearly with depth, as expected by the classical frictional argument. In this case, the cylinder is moving down too fast to feel its wake. By contrast, when the pitch a is small (black and red curves), the drag force starts to increase linearly at small h but saturates when the cylinder reaches the critical depth $h_{\rm crit}$. At each rotation, the cylinder partially goes through its wake, which seems to be sufficient to create a structure that screens the hydrostatic pressure. The critical pitch $a_{\rm crit}$ separating the two behaviors can be estimated and is plotted in the inset of Fig. 6. We observe that the critical pitch is proportional to the diameter D of the cylinder with $a_{\rm crit} \simeq 1.5D$. This is consistent with the picture of a cylinder which has to pass through its own wake in order to create a structure able to screen the hydrostatic pressure. This experiment therefore shows that drilling into a granular medium does not necessitate strong torques, as long as the vertical motion is slow enough.

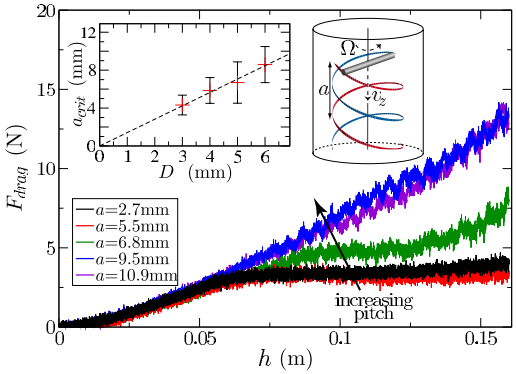


FIG. 6 (color online). Evolution of $F_{\rm drag}$ with depth during the helicoidal motion of the cylinder for different pitches a ($D = 6$ mm, $L = 6$ cm). Inset: Critical pitch $a_{\rm crit}$ as a function of the cylinder diameter D. $a_{\rm crit}$ is the average of the pitches for which the drag force for $h > h_{\rm crit}$ lies in between the hydrostatic case and the saturated case, as, for example, the green curve.

In summary, we have shown that the drag force experienced by a cylinder rotating in a granular medium becomes independent of depth, which enables us to drill inside the material with surprisingly low torques. This apparent screening of the hydrostatic pressure is reminiscent of the Janssen effect [26] observed in narrow silos, for which the pressure becomes independent of depth for depths larger than the silo width. However, the fundamental difference here is that the screening occurs without any side walls. Everything happens as if the rotating object creates its own "shield" that screens the hydrostatic pressure. It is interesting to note that a pressure screening effect has been observed in another configuration, when a sand pile is created from a funnel. The pressure under the heap presents a minimum at the center of the pile due to the orientation of the force network, reminiscent of the successive avalanches during the building of the heap [27,28]. In our case, the pressure shield likely comes from an anisotropy of the force network around the cylinder that builds during the motion and persists when the motion stops. Understanding the formation of this structure in terms of force distribution and developing continuum models able to capture this effect remain a challenge.

*francois.guillard@polytech.univ-mrs.fr
†yoel.forterre@polytech.univ-mrs.fr
‡olivier.pouliquen@univ-amu.fr

[1] D. F. James, Annu. Rev. Fluid Mech. **41**, 129 (2009).

[2] H. Tabuteau, P. Coussot, and J. R. de Bruyn, J. Rheol. **51**, 125 (2007).
[3] B. Dollet, F. Elias, C. Quilliet, C. Raufaste, M. Aubouy, and F. Graner, Phys. Rev. E **71**, 031403 (2005).
[4] Y. Forterre and O. Pouliquen, Annu. Rev. Fluid Mech. **40**, 1 (2008).
[5] K. Wieghardt, Annu. Rev. Fluid Mech. **7**, 89 (1975).
[6] T. Faug, R. Beguin, and B. Chanut, Phys. Rev. E **80**, 021305 (2009).
[7] R. D. Maladen, Y. Ding, C. Li, and D. I. Goldman, Science **325**, 314 (2009).
[8] A. G. Bengough and C. E. Mullins, J. Soil Sci. **41**, 341 (1990).
[9] R. Albert, M. A. Pfeifer, A.-L. Barabási, and P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. **82**, 205 (1999).
[10] I. Albert, P. Tegzes, B. Kahng, R. Albert, J. G. Sample, M. Pfeifer, A.-L. Barabasi, T. Vicsek, and P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. **84**, 5122 (2000).
[11] N. Gravish, P. B. Umbanhowar, and D. I. Goldman, Phys. Rev. Lett. **105**, 128301 (2010).
[12] B. Percier, S. Manneville, J. McElwaine, S. Morris, and N. Taberlet, Phys. Rev. E **84**, 051302 (2011).
[13] D. J. Costantino, J. Bartell, K. Scheidler, and P. Schiffer, Phys. Rev. E **83**, 011305 (2011).
[14] D. Chehata, R. Zenit, and C. R. Wassgren, Phys. Fluids **15**, 1622 (2003).
[15] I. Albert, J. G. Sample, A. J. Morss, S. Rajagopalan, A.-L. Barabási, and P. Schiffer, Phys. Rev. E **64**, 061303 (2001).
[16] T. A. Brzinski III and D. J. Durian, Soft Matter **6**, 3038 (2010).
[17] Y. Ding, N. Gravish, and D. I. Goldman, Phys. Rev. Lett. **106**, 028001 (2011).
[18] F. Zhou, S. G. Advani, and E. D. Wetzel, Phys. Rev. E **69**, 061306 (2004).
[19] D. Lohse, R. Rauhe, R. Bergmann, and D. van der Meer, Nature (London) **432**, 689 (2004).
[20] M. B. Stone, R. Barry, D. P. Bernstein, M. D. Pelc, Y. K. Tsui, and P. Schiffer, Phys. Rev. E **70**, 041301 (2004).
[21] G. Hill, S. Yeung, and S. Koehler, Europhys. Lett. **72**, 137 (2005).
[22] H. Katsuragi and D. J. Durian, Nat. Phys. **3**, 420 (2007).
[23] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret, and J. Crassous, Phys. Rev. Lett. **107**, 048001 (2011).
[24] F. Pacheco-Vázquez, G. A. Caballero-Robledo, J. M. Solano-Altamirano, E. Altshuler, A. J. Batista-Leyva, and J. C. Ruiz-Suárez, Phys. Rev. Lett. **106**, 218001 (2011).
[25] S. von Kann, S. Joubaud, G. A. Caballero-Robledo, D. Lohse, and D. van der Meer, Phys. Rev. E **81**, 041306 (2010).
[26] R. M. Nedderman, *Statics and Kinematics of Granular Materials* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1992).
[27] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, and E. Clément, Phys. Rev. E **60**, R5040 (1999).
[28] J. Geng, E. Longhi, R. P. Behringer, and D. W. Howell, Phys. Rev. E **64**, 060301 (2001).

Annexe C

Article : Lift forces in granular media

Soumis à Physics of Fluids, septembre 2013.

Lift forces in granular media

François Guillard,[1, a)] Yoël Forterre,[1, b)] and Olivier Pouliquen[1, c)]

Aix-Marseille Université, CNRS, IUSTI UMR 7343

5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille Cedex 13, France

(Dated: 20 September 2013)

The paper presents an experimental and numerical study of the forces experienced by a cylinder moving horizontally in a granular medium under gravity. Despite the symmetry of the object, a strong lift force is measured. Whereas the drag force increases linearly with depth, the lift force is shown to saturate at large depths and to scale like the buoyancy with a large amplification factor of order 20. The origin of this high lift force is discussed based on the stress distribution measured in discrete numerical simulations. The lift force comes from the gravitational pressure gradient, which breaks the up/down symmetry and strongly modifies the flow around the obstacle compared to the case without pressure gradient.

[a)] francois.guillard@univ-amu.fr

[b)] yoel.forterre@univ-amu.fr

[c)] olivier.pouliquen@univ-amu.fr

I. INTRODUCTION

Forces experienced by objects moving in a fluid is a classical problem in fluid mechanics. It has been extensively studied in the case of a newtonian fluid. The case of non newtonian fluids has attracted attention more recently, and researches has been conducted by dragging objects in polymers[1,2], colloïdal suspensions[3], gels[4] or foams[5]. The aim of the work presented in this paper is to investigate the case of an object moving in a granular medium. This problem, which is of practical importance in many applications (stirring[6], mining, mixing, problems of impacts[7], locomotions in sand[8]), is also of fundamental interest to probe the rheology of particulate materials[9,10].

When studying the forces experienced by an object in a flow, the total force is usually split in two contributions: a drag force parallel to the direction of the mean flow, and a lift force perpendicular to the flow. The drag force in granular media has been studied in details by many authors in different configurations, with the obstacle dragged either horizontally[11,12] or vertically as in impact problems[13–15]. A main result is that at low speeds a quasi static regime exists, for which the drag is independent of the velocity and proportional to the hydrostatic pressure times the surface of the object[16–19]. The robustness of this frictional scaling has been tested by changing the geometry of the objects[20], by probing the effect of the boundaries of the vessel containing the medium[21], by changing the effective gravity[22] or by varying the initial volume fraction[19]. At higher velocities such as encountered in impact problems, an inertial contribution is observed in addition to the frictional one, which scales as the velocity to the square[15]. By contrast, very few studies address the question of the lift force in granular media. Percier et al[23] studied the lift experienced by an inclined plate moving at the free surface of a granular medium. The case of an object entirely plunged into the packing has been studied first by Ding et al[24] in the quasi-static regime and more recently by Potiguar and Ding[25] at higher velocities. In their experiments and simulations, Ding et al[24] have dragged different objects horizontally under the free surface. They have shown that even for a symmetric object like a cylinder, a strong lift force exists. A main result of their study is that the lift increases linearly with the depth, like the drag force. The authors have proposed a phenomenological model, in order to compute the lift on obstacles of various geometries. They assume that the lift created by each elementary surface at the surface of the object is the same as a plate moving alone at the same depth and at the

same angle of attack. This model successfully helps in understanding the forces developed by sand lizard during its motion[26] and for designing the foots of robots walking on sand[27].

The results obtained by Ding et al[24] contrast with our common knowledge of lift in fluid mechanics. The observation of a lift on a cylinder shows that in a granular medium no geometrical asymmetry is necessary to measure a lift, which is not true in newtonian or non-newtonian fluids such as polymers, gels or foams. If not from the shape of the object, the top/bottom asymmetry necessary to observe a lift has to come from the material itself. In a granular medium, the pressure gradient induced by gravity could be the source of this asymmetry. The flow of granular media being controlled by a frictional rheology, i.e. the stresses are proportional to the pressure, the response of the medium in presence of gravity is no longer invariant along the vertical. In this case, the lift force should depend on the pressure gradient and not on the depth, like the buoyancy force in fluid mechanics. This seems to contradict the observations of Ding et al[24], who report a lift force that increases linearly with depth. However, their experiments being carried out at moderate depth, the presence of the free surface could break the top/bottom symmetry as well. What happens when the object is dragged at larger depths, far from the free surface? Does the lift still increase with depth or saturate as expected from the above symmetry arguments?

Clarifying these issues and investigating in details how a lift force develops when an object moves in a granular medium is the goal of this study. The paper is organized as follows. Section 1 is dedicated to the experimental study performed on fixed cylinders buried in a rotating tank filled with glass beads. The setup is described and the measurements for both the drag and lift forces are analyzed in a wide range of cylinder size and depth. The observation of a strong lift force independent of the depth is discussed and a scaling law is evidenced. Section 2 is dedicated to simulations using a discrete element method. The results are shown to be quantitatively in agreement with the experiments and details about the flow perturbation around the obstacle are discussed. Section 3 is a discussion about the origin of the lift and an attempt to understand the scaling observed in both the experiments and the simulations based on the analysis of the stress distribution around the object. Conclusions and perspectives are given in section 4.

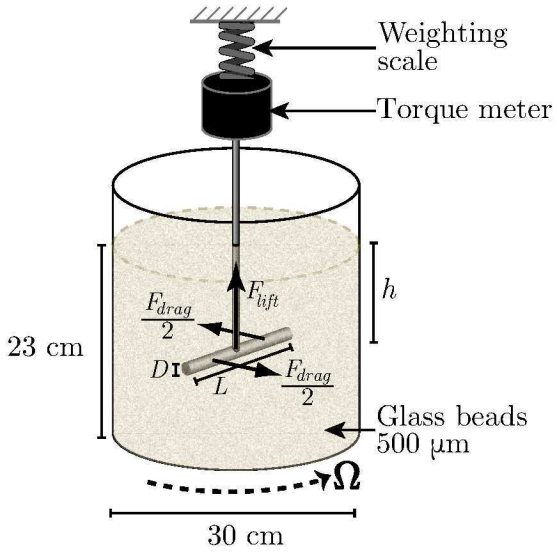


FIG. 1. Sketch of the experiment. A static cylinder is buried in a rotating tank filled with glass beads. A torque meter and a precision weighting scale record the drag and lift forces on the cylinder. Note that each half of the cylinder experiences a force equal to $F_{\rm drag}/2$, which implies eq. 1.

II. EXPERIMENTS

A. Experimental setup

The experimental setup is sketched in Fig. 1. It is composed of a tank 30 cm in diameter filled with 23 cm of glass beads 530±30 μm in diameter and density $\rho_g = 2.5\,\mathrm{g.cm^{-3}}$. The tank is fixed on a rotating table and rotates around its vertical axis. All our experiments are performed at a rotation speed equal to 0.8 rpm, which corresponds to the quasi-static regime for which we have checked that the measured forces are independent of velocity[17]. The obstacle is a steel cylinder of length L and diameter D, which is buried at the centre of the tank, at depth h. The cylinder is kept static and horizontal by a 3 mm vertical rigid rod fixed at the top of the experiment to a torque meter (Meiri CS1). The measured torque $\mathcal{M}$ experienced by the cylinder when the tank is rotating provides a measurement of the drag force using the following relation[28] (see caption of Fig. 1):

$$F_{\rm drag} = \frac{4}{L}\mathcal{M}. \qquad (1)$$

The torque meter is itself fixed on a high precision weighting scale (Mettler Toledo XS 6002 S), which gives the vertical force experienced by the cylinder, i.e. the lift force F_{lift}. The whole set-up (cylinder, support and sensors) is fixed on a motorized vertical translation stage to adjust the depth h. Note that in order to get information on the forces exerted on the horizontal cylinder only, the contribution of the vertical support alone is systematically subtracted from the total torque and vertical force when computing the drag and lift forces (the contribution of the support represents less than 5% of the total forces).

The experimental procedure is the following. The grains are first poured in the tank and stirred by hand. The cylinder is then introduced in the packing and the tank is put in rotation. Both the torque and the lift then increase and reach a plateau, before dropping after half a rotation when the cylinder goes through its wake[28]. This drop of the forces after half a turn has been studied in detail by Guillard et al[28] and comes from the development of a structure in the medium as the cylinder continuously passes through its own wake. Here we focus on the first half-turn, when the medium is not affected by the motion of the cylinder. The forces are then recorded during the first half-rotation only, and time-averaged in the plateau region. Moreover, to avoid any bias in the structure of the medium, the direction of the rotation is systematically reversed between two successive experiments. An important remark is that the first experiments obtained just after the tank has been filled are not reproducible and exhibit variations depending on the initial preparation. However, after several runs performed at different depths h, the medium no longer evolves, and measurements are then highly reproducible and independent of the filling procedure. All the data presented in the paper are obtained in this steady regime.

B. Experimental results

Fig. 2a and 2b show the drag and lift forces measured on three cylinders having the same diameter $D = 4\,\text{mm}$ but different length ($L = 6$, 9 and 12 cm). As observed in several previous studies[17,19], the drag force is proportional to the depth h of the object and to its surface. In Fig. 2c the drag forces rescaled by the apparent surface F_{drag}/DL is plotted as a function of the hydrostatic pressure $\rho g h$, with $\rho = 1.5\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$ the density of the granular medium ($\rho = \phi\rho_g$ with $\phi \simeq 0.6$ the volume fraction of the medium). The collapse of the

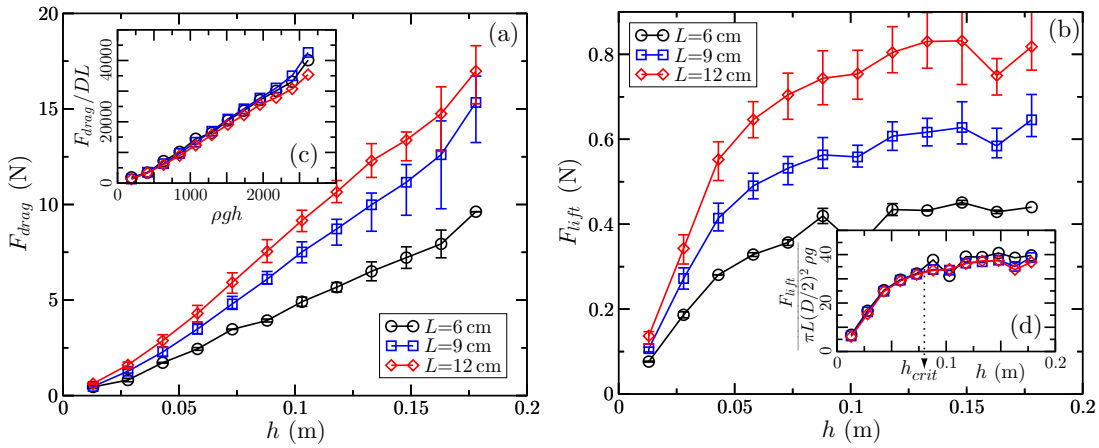


FIG. 2. Drag (a) and lift (b) forces as function of depth h measured with cylinders of diameter $D = 4\,\text{mm}$ and various lengths L. Each point is an average of 4 measurements, error bars indicating their minimal and maximal values. Insets : scaled drag (c) and lift (d) forces for the same cylinders (see text).

data on a line shows the following scaling for the drag force:

$$F_{\text{drag}} = C_d\, \rho g h\, DL, \tag{2}$$

with $C_d \sim 13$. It is interesting to note that although the scaling is intuitively given by a friction criterium (a force proportional to the ambient hydrostatic pressure times the surface) the coefficient of proportionality is large. Such a large amplification factor of the drag forces in granular media is recovered in various configurations and depends on the geometry of the system as well as on the packing fraction and frictional properties of the particles[8,18,29].

The remarkable result concerns the lift force plotted in Fig. 2b. First of all, it must be noted that the vertical force points upward (hence its name "lift"), which means that it tends to push the object outside the granular bed. Secondly, the lift force shows a very different behavior than the drag force. Close to the free surface, the lift force increases with depth as observed in Ding et al[24]. However, at larger depths, the lift saturates and reaches a constant value independent of the depth. This saturation value of the lift $F_{\text{lift}}^{\text{sat}}$ increases when increasing the length of the cylinder (Fig. 2b). Based on a dimensional argument, a scaling can be proposed for the lift force. Far from the free surface, the only source of asymmetry that can induce a lift force is the gravitational pressure gradient $\nabla p = \rho g$. As a result, one

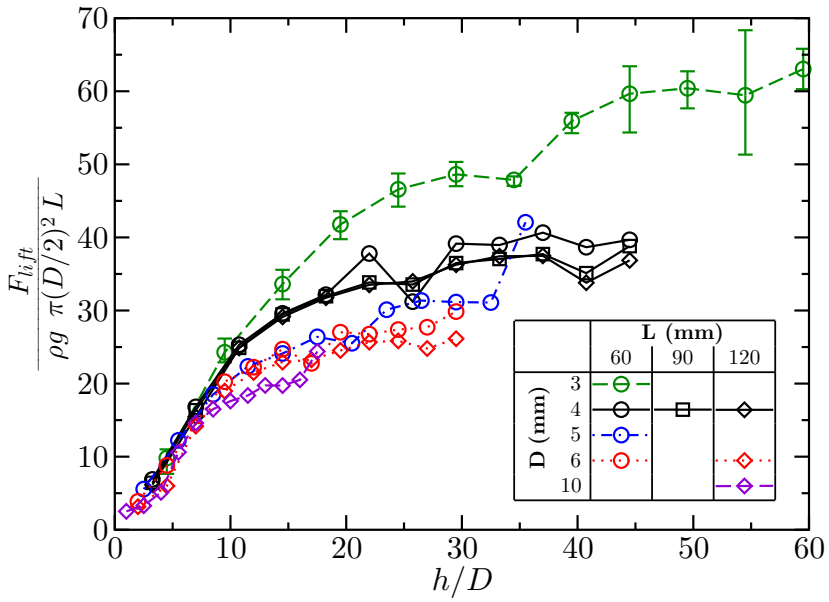


FIG. 3. Lift force rescaled by the buoyancy for cylinders of various lengths L and diameters D as function of the rescaled depth h/D. Each point is an average of 4 measurements, error bars indicating minimal and maximal measured values are displayed only for $D = 3\,\text{mm}$ for clarity.

expects the lift force to scale like the buoyancy force : $\nabla p \times \text{Volume} = \rho g\, \pi (D/2)^2 L$. In Fig. 2d, we have plotted the ratio between the lift force and the buoyancy as a function of the depth. The data obtained for cylinders having different lengths collapse on a single curve.

To further investigate the robustness of this scaling law, we have carried out systematic experiments varying both the diameter and the length of the cylinder. Fig. 3 is a summary of all our results showing how the lift force rescaled by the buoyancy varies as a function of h/D, the depth over the cylinder diameter. For all cylinders, the saturation of the lift force at large depths is recovered. However, the normalization by the buoyancy force is not sufficient to capture the whole dependency of the lift force on the diameter. Data for small cylinders deviate from the main trend, with a higher plateau value reached at a larger depth. In order to analyze the influence of the diameter D, we have plotted in Fig. 4 the plateau value of the lift force $F_{\text{lift}}^{\text{sat}}$ rescaled by the buoyancy as a function of D/d, the cylinder diameter rescaled by the grain diameter. A master curve is obtained, giving the following

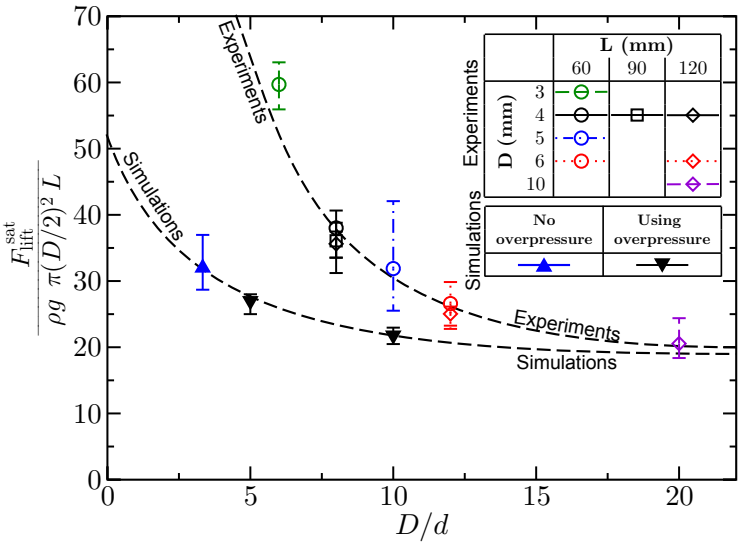


FIG. 4. Saturated lift force scaled by buoyancy as function of the ratio between the cylinder diameter to the grain diameter, D/d, both in experiments and discrete simulations. Points are average of $F_{\rm lift}$ in the saturated region, error bars are maximal and minimal $F_{\rm lift}$ in this region. The lines are guides for the eyes.

scaling of the saturated lift force as a function of the parameters:

$$F_{\rm lift}^{\rm sat} \sim C_l\,(D/d)\ \ \rho g\ \pi \frac{D^2}{4} L. \tag{3}$$

The factor $C_l(D/d)$ is a function of the ratio of the obstacle diameter relative to the grain diameter, and tends to a constant $C_l \approx 20$ when $D/d > 15$. This means that for large obstacles compared to the grain diameter, the lift force is equal to 20 times the buoyancy force, a surprisingly high force. For smaller diameter this ratio increases and the lift force can reach values as high as 60 times the buoyancy for cylinders having a diameter less than 5 grain diameters. Such a finite size effect has been observed in previous studies for the drag force, which is found to be higher for small objects than for larger ones[13,17]. We observe the same effect for the lift force.

This finite size effect is also observed when studying the critical depth $h_{\rm crit}$ at which the lift force saturates to its plateau value (see Fig. 2d). Fig. 5 shows that for large cylinder diameters (typically $D/d > 15$), the critical saturation depth $h_{\rm crit}$ is independent of the grain size and scales as $h_{\rm crit} \approx 10D$. However, for cylinder diameter close to the grain diameter,

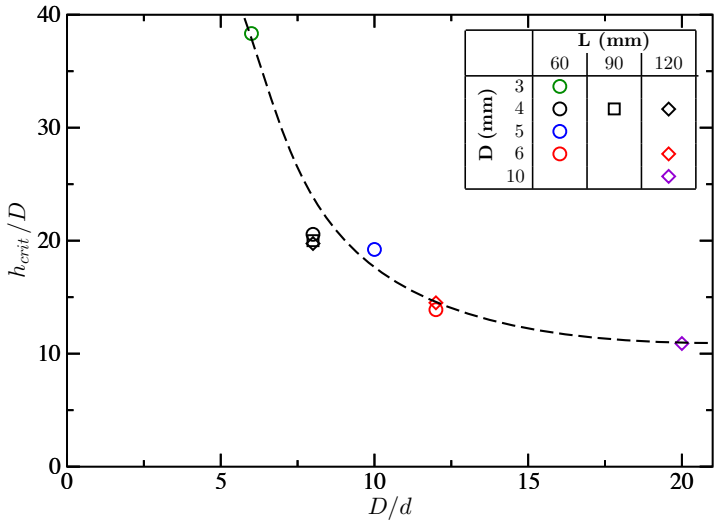


FIG. 5. Critical saturation depth scaled by the cylinder diameter $h_{\rm crit}/D$ as function of D/d in the experiments. The saturation depth $h_{\rm crit}$ is defined as the depth at which the lift force reaches 90% of the plateau value (see Fig. 2d). The line is a guide for the eyes.

the saturation depth increases strongly: typically, a 5 grain diameters cylinder needs to reach a depth equal to 40 times its diameter for the lift force to saturate.

In conclusion to this experimental section, we have shown that a cylinder moving horizontally in a granular medium not only experiences a drag force, but also a very high lift force, despite the top/bottom symmetry of the object. Close to the free surface, the lift force increases with depth, as already observed in the experiment by Ding et al[24]. However, at large depths, we found that the lift saturates and scales with the buoyancy force, its order of magnitude being equal to 20 times the buoyancy in our experiment with glass beads.

To better understand how this lift force arises from the stress distribution applied by the grains on the moving cylinder, and since it remains a challenge to probe experimentally the local stress distribution in a granular medium, we perform in the next section numerical simulations using a discrete element method.

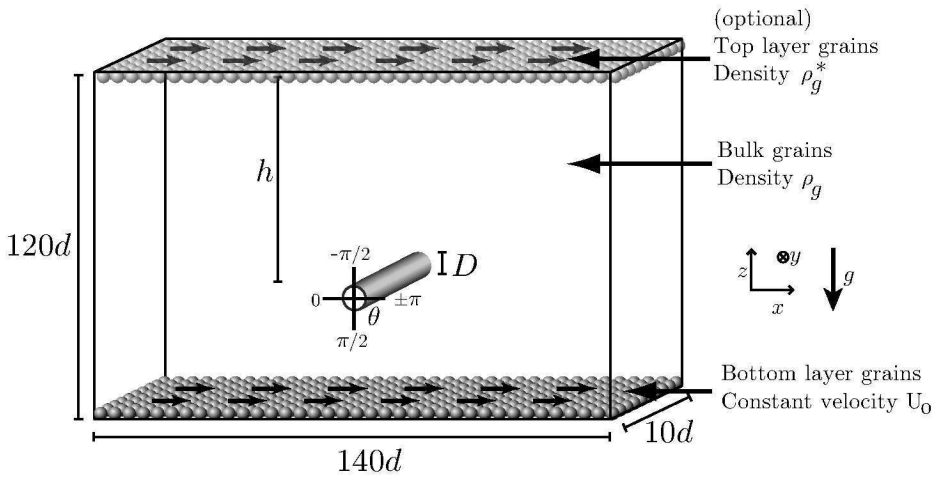


FIG. 6. Sketch of the molecular dynamic simulation geometry.

III. NUMERICAL SIMULATIONS

A. Numerical method

To perform numerical simulations of a cylinder moving in a granular medium we have used the open source software Liggghts[30]. The software is based on a molecular dynamics method and solves the equations of motion for the dynamics of soft, inelastic, frictional spheres. Details of the simulation method are given in Appendix A. The configuration studied is sketched in Fig. 6. The simulation space is a 3D box with periodic boundary conditions along the x and y directions. Gravity points towards $-z$. The size of the box is $140 \times 10 \times 120$ particles in the x, y and z direction. At the beginning of the simulations, a monolayer of fixed spheres is created at the bottom of the simulation box. Grains are then poured in the box, until the surface reaches the desired vertical position for the cylinder. A cylinder of diameter D is then introduced with its axis aligned along the y direction. The cylinder is treated as a fixed wall and remains static during the simulation. Once the cylinder has been created, more grains are poured in the box up to the desired level. To create the relative motion between the cylinder and the granular medium, a velocity U_0 is then prescribed to the bottom monolayer, which entrains the whole granular bed. Simulating the flow when the cylinder is deeply buried in the packing is expensive in term of CPU time, due to the large amount of grains above the cylinder. In order to simulate the flow at high

pressure level without increasing the height of the packing and spending too much time, the following trick has been used. Before starting the motion, when the packing has been created, an additional square lattice monolayer of heavy grains of density ρ_g^* higher than ρ_g is placed at the top of the packing, with typically $60\,\rho_g < \rho_g^* < 210\rho_g$. Those grains are free to move vertically but their horizontal velocity is imposed and equal to U_0. With this trick, the cylinder feels an ambient hydrostatic pressure corresponding to a column of equivalent height $\tilde{h} = h + \frac{\pi d}{6}\frac{\rho_g^*}{\rho}$. This procedure is used with $h/D = 16$, corresponding at a cylinder at the center of the granular bed.

In this study, we have performed three kinds of numerical experiments. (i) The first one corresponds to the 'normal' situation that mimics the experiments with no heavy grains at the top. This simulation was essentially used to study moderated pressure levels. In this case, the effective depth $\tilde{h}$ is simply the real distance h from the centre of the cylinder to the free surface: $\tilde{h} = h$. (ii) The second kind of simulations was used to study high pressure levels by adding the top heavy monolayer, giving an equivalent $\tilde{h} = h + \frac{\pi d}{6}\frac{\rho_g^*}{\rho}$, with $h/D = 16$. (iii) Finally, we have also performed simulations where gravity only applies on the top heavy monolayer but is switched off for the grains in the bulk. This latter case provides an interesting way to probe the flow in presence of a mean pressure equivalent to a column of equivalent height $\tilde{h} = \frac{\pi d}{6}\frac{\rho_g^*}{\rho}$ but without pressure gradient.

The typical time of each simulation corresponds to a relative displacement between the cylinder and the granular medium equal to a 40 cylinder diameters (a typical run cost $4.5\,10^5$ s total CPU time, meaning 15 hours in real time on the parallel computer from IDRIS). A steady regime is typically reached after the cylinder has moved 2 diameters. All the quantities presented in the following are time averaged in the steady regime.

B. Averaged drag and lift forces

Intensive simulations have been carried out for different cylinder diameters and different equivalent depths. We first report results for the average forces experienced by the obstacle. Fig. 7 shows how the drag and the lift forces vary with depth in the simulations. The same behaviors as in the experiments are observed. Fig. 7a shows that the ratio of the drag force over the surface $F_{\rm drag}/DL$ varies linearly with the effective hydrostatic pressure $\rho g\tilde{h}$. The coefficient of proportionality between the rescaled drag force and the hydrostatic

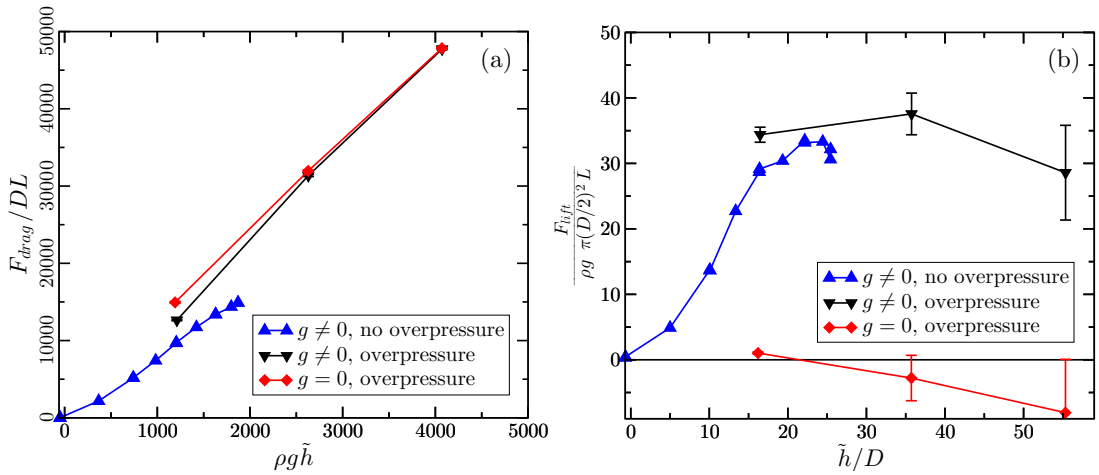


FIG. 7. Simulated drag (a) and lift (b) forces measured for a cylinder $D/d = 3.3$ using the 3 different ways of changing the effective depth $\tilde{h}$. Error bars are standard deviation on 4 runs.

pressure in the simulations ($C_d \sim 10$) is also similar as in the experiments. It is interesting to notice that no difference is observed between the case with and without pressure gradient, indicating that the drag is mostly controlled by the mean pressure level. The simulations of the lift force also reproduce well the results observed in experiments. The lift force first increases and saturates at equivalent depths large compared to the cylinder diameter. The interesting point is that, unlike the drag force, the presence or not of a pressure gradient has a strong influence on the lift force: no significative lift is obtained for the case without pressure gradient, indicating that the origin of the lift is the pressure gradient.

Quantitatively, the lift force measured in the simulations is close to the experimental data for large cylinders, but a systematic deviation is observed for small diameters as shown in Fig. 4. The lift rescaled by the buoyancy force is always 20 % to 50 % less in the simulations than in the experiments. The difference in the geometry (a rotating device in the experiment versus a translating object in the simulation), or the simplification in the contact interaction, may be the source of the discrepancies. However, qualitatively, all the features observed experimentally are recovered in the simulations.

C. Flow around the obstacle

To understand the origin of the lift force and its saturation observed at large depth, we first analyze the properties of the flow around the obstacle. The discrete simulations give access to the particle velocities and to the inter-particle contact forces, from which the continuous velocity field and the stress field can be computed using a coarse graining procedure described in Appendix A. Fig. 8 presents successively the pressure field (a,b), the velocity field in the frame moving with the obstacle (c,d), and the velocity field in the frame moving with the particles far away from the obstacle (e,f). For each cases, we compare the normal configuration where the obstacle moves in the presence of the gravity field (right), with a case where the obstacle experiences the same effective mean pressure but without gravity, i.e without any pressure gradient (left). From these figures, the crucial role of the pressure gradient in the development of a lift force is evident. Without pressure gradient, the flow and pressure field exhibits a top/bottom symmetry as expected. When the pressure gradient is switch on, the flow and pressure field becomes asymmetric.

We first analyze the pressure field. In absence of gravity, a high pressure region develops in front of the obstacle and a low pressure region at the back (Fig. 8a). When gravity is switch on (Fig. 8b), the pressure field is deformed and the high and low pressure zones are no longer aligned with the central horizontal line. The high pressure region is slightly tilted downward and the low pressure zone at the rear is tilted upward. The velocity field is also affected by the pressure gradient. Comparing Fig. 8c and 8d, one observes that when a pressure gradient exists, particles are more inclined to pass above the obstacle (the central line is deformed upward) and move faster above than below compared to the symmetric case. When looking at the velocity field in the frame moving with the grains far away from the cylinder (Fig. 8e and 8f), one observes that the shape of the zone affected by the moving obstacle becomes asymmetric in presence of gravity, with a larger extension above than below the cylinder. The role of the pressure gradient thus appears to be more subtile than simply adding a linear vertical variation of the stress, as it considerably affects the flow around the cylinder.

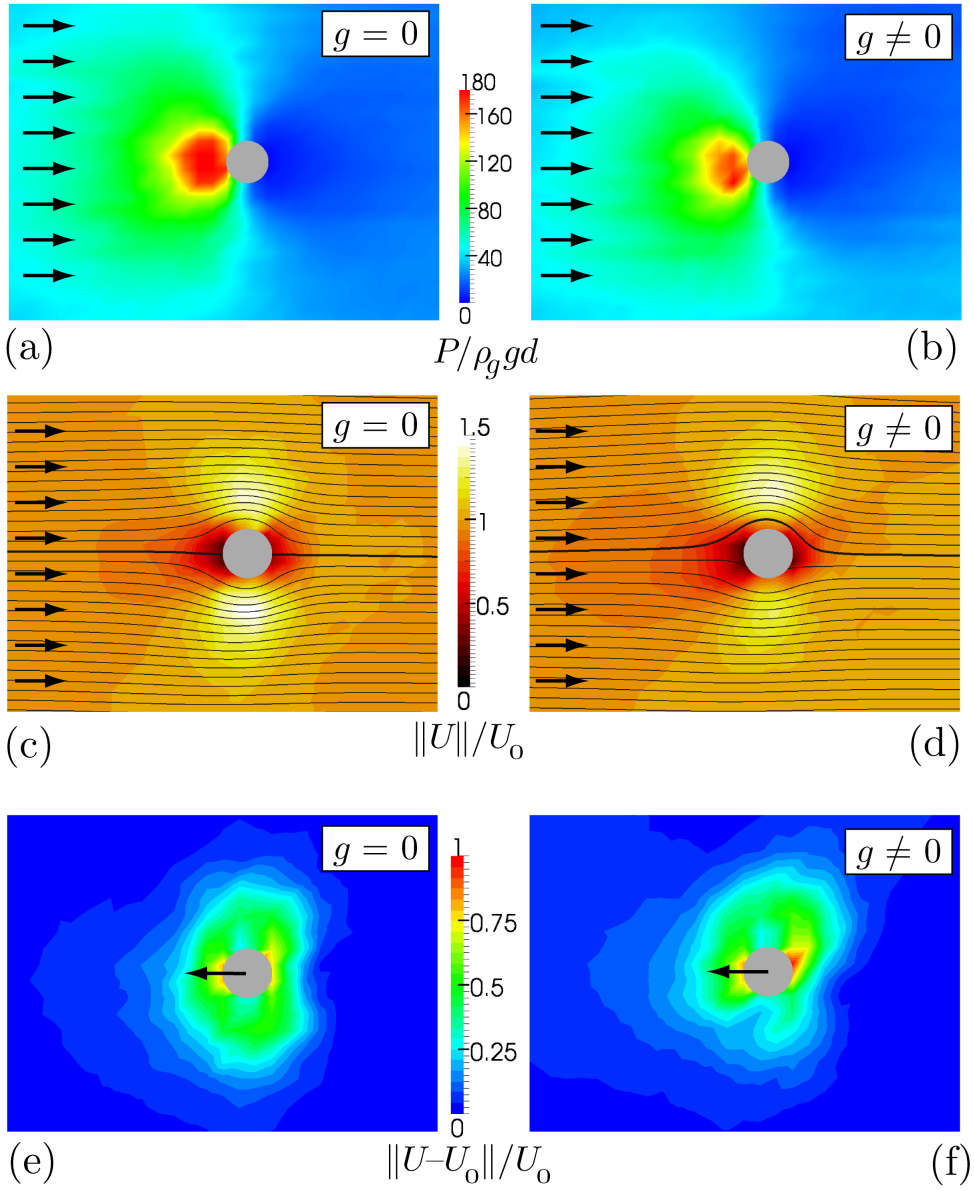


FIG. 8. Discrete numerical simulations for a cylinder of diameter $D/d = 3.3$ located at an effective depth $\tilde{h}/D = 16$. Figures on the left (resp. on the right) correspond to simulations without (resp. with) pressure gradient. (a,b) Pressure field. (c,d) Velocity field in the frame of the cylinder showing the magnitude of the velocity and the streamlines. (e,f) Velocity field in the frame of the grains far away from the cylinder.

IV. DISCUSSION

Both the experiments and the simulations presented above show that a cylinder moving at large depth in a granular medium under gravity experiences a strong lift force, which is independent of the depth and scales like the buoyancy. The striking result is that this lift force is equal to more than 20 times the common Archimedes force in fluid mechanics. To our knowledge, such a lift force induced by motion on a symmetrical object is peculiar to granular materials and has no equivalence in newtonian or non-newtonian fluids.

To understand the origin of this lift, it is interesting to compare how the efforts are distributed at the surface of the obstacle in the case without and with gravity (i.e., without or with pressure gradient). Fig. 9 is a qualitative picture of the scenario. When a cylinder moves in a granular medium under a mean pressure P_0 but in absence of pressure gradient (no gravity), a strong asymmetry exists between the front and the rear as observed in Fig. 8a, with a very large overpressure about 15 times the mean pressure level at the front. In this case both the top and bottom half of the cylinder are submitted to strong but opposite net vertical forces, resulting in no net lift force on the cylinder. When a pressure gradient is present, one expects from the frictional rheology of granular media that the stress on the cylinder scales with the pressure level. Since the top and bottom parts feel a different hydrostatic pressure due to gravity, the pressure on the lower front quarter should be larger than on the upper front quarter, inducing a net lift force. In this picture, the lift force comes from two factors: (i) the large overpressure that develops at the front of an object moving in a granular medium (left/right asymmetry) and (ii) the top/bottom asymmetry induced by the gravity.

In order to more precisely test this qualitative argument, we have computed the stress distribution on the cylinder from the discrete forces applied by the grains in contact with the cylinder (see Appendix A). Fig. 10a shows the radial distribution for both the normal stress σ_n (black line) and the tangential stress σ_t (red line) for a case with gravity (solid line) and without gravity (dotted line). The first important observation is that the tangential stress is always one order of magnitude smaller than the normal stress and thus contributes to less than 10 % of the total force experienced by the cylinder. In the following discussion, we will thus focus only on the normal stress distribution $\sigma_n(\theta)$ around the obstacle.

When gravity is zero and no pressure gradient exists, the normal stress distribution is sym-

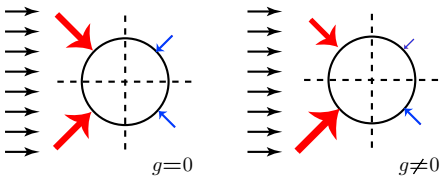


FIG. 9. Schematic forces on each quarter of a cylinder in a granular flow, either with or without pressure gradient.

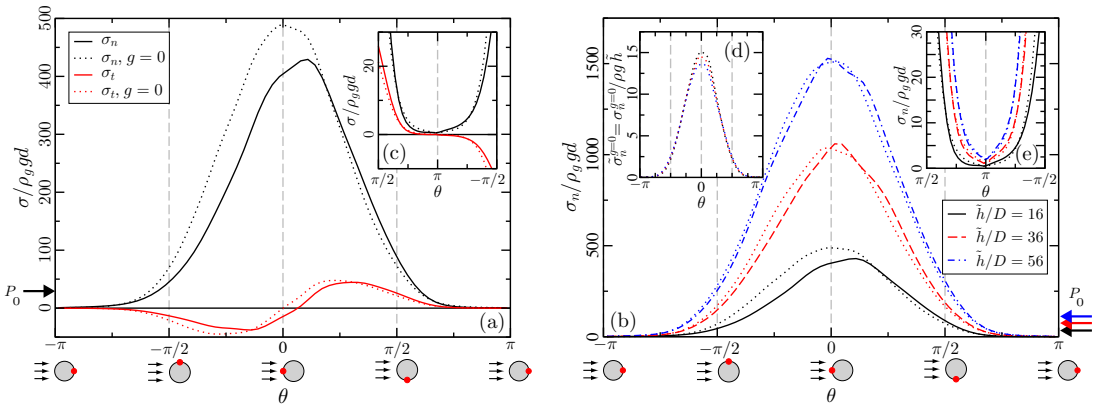


FIG. 10. a) Normal and tangential stress distribution for a cylinder $D/d = 3.3$ and $\tilde{h}/D = 16$. b) Normal stress distribution at various effective depth around a cylinder $D/d = 3.3$. Dotted line are with $g = 0$ (no pressure gradient). Insets: c) and e) Magnification of the rear part of the cylinder; d) Normal stress scaled by the hydrostatic pressure.

metric around the center line of the cylinder, with a maximum at the front ($\theta = 0$) equal to 15 times the confining pressure P_0 and an almost vanishing value at the rear ($\theta = \pi$) (Fig. 10c). By increasing the confining pressure (i.e. the equivalent depth) (Fig. 10b and 10e), one observes that this symmetric distribution increases linearly with the confining pressure, as expected from the frictional rheology. One can then write $\sigma_n^{g=0}(\theta) = \rho g \tilde{h} \tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta) = P_0 \tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)$ with the normalised distribution $\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)$ being independent of P_0 (Fig. 10d).

When gravity is switched on, the distributions become asymmetric (Fig. 10b): the normal stress becomes higher in the bottom front quarter ($0 < \theta < \pi/2$) and lower in the top front quarter ($-\pi/2 < \theta < 0$). This asymmetry induces the net lift force. Qualitatively, the simple picture of Fig. 9 is then correct: the lift arises from an increase of the normal stress on the bottom front quarter. One can wonder if this asymmetry of the stress distribution in

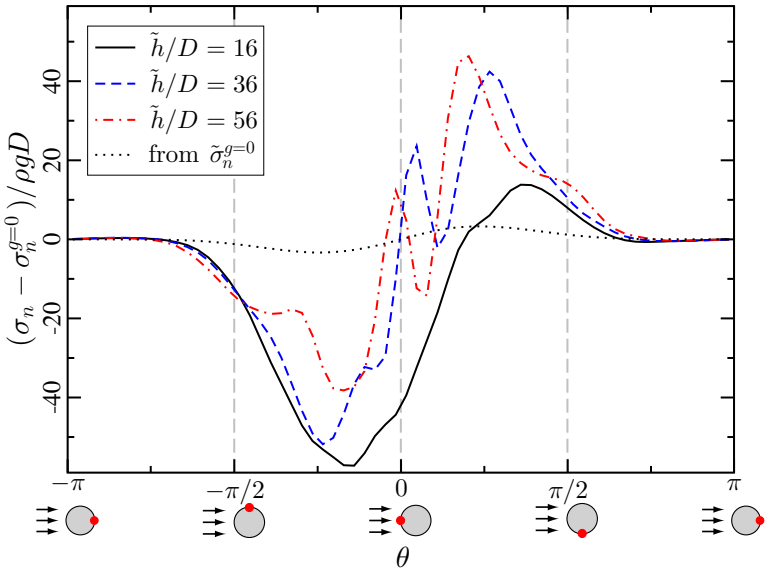


FIG. 11. Angular distribution of the difference between pressure with and without bulk gravity $\sigma_n - \sigma_n^{g=0}$ for 3 effective depths.

the presence of gravity is simply given by the stress distribution without gravity, weighted by the hydrostatic pressure level. In other terms, it is tempting to assume that the forces on each elementary surface around the obstacle only depends on the local hydrostatic pressure and is the same with or without pressure gradient. Under this assumption, the normal stress distribution $\sigma_n(\theta)$ around the obstacle in presence of gravity would be given by the normalized stress distribution without gravity $\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)$ multiplied by the local hydrostatic pressure as:

$$\sigma_n(\theta) = \tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)\rho g\left(\tilde{h} + \frac{D}{2}\sin\theta\right) \tag{4}$$

where $\tilde{h}$ is the equivalent depth at the centre of the cylinder. In this case, the lift force would be simply given by the integral $F_{\text{lift}} = (\rho g L D^2/4)\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)\sin^2\theta d\theta$ since $\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\sigma}_n^{g=0}(\theta)\sin\theta d\theta = 0$. This approach thus predicts that the lift scales like the buoyancy, in agreement with the experiments and simulations. However, this simple description fails in quantitatively predicting the lift force. Using the distribution $\tilde{\sigma}_n^{g=0}$ measured in the simulation without gravity (Fig. 10d), one find $F_{\text{lift}}/(\pi\rho g L D^2/4) \simeq 3.6$, which is one order of magnitude lower than the measured lift force, equal to 30 times the buoyancy in this case. The discrepancy can also be evidenced by directly looking at the asymmetric part of

the distribution. Fig. 11 shows the difference $\sigma_n - \sigma_n^{g=0}$ normalized by $\rho g D$ for the three equivalent depths of Fig. 10b. As in the simple model, the three curves roughly collapse, showing that the asymmetric part of the distribution does not scale with the mean pressure. However, the asymmetric contribution predicted by eq. 4 and shown by the dotted line in Fig. 11 is one order of magnitude smaller than the measured ones.

The important result of this analysis is then that the angular stress distribution on the obstacle is the sum of a symmetric part proportional to the mean pressure or equivalently to the depth, which is responsible for the drag force but do not contribute to the lift, and a asymmetric part which does not depends on the mean pressure and induces lift. However, the asymmetry in the stress distribution can not be understood by a simple weighting of the stress by the local hydrostatic pressure, but results from a more complex modification of the whole flow around the obstacle induced by the pressure gradient. It is interesting to note that the splitting of the stress between a symmetric part proportional to depth and an asymmetric part independent of depth can be rationalized in an asympotic analysis presented in Appendix B. In this analysis, the small parameter is $\epsilon = \rho g D/P_0 = D/\tilde{h}$, the typical pressure variation on the size of the cylinder over the mean pressure, and one assumes that the rheology is given by a frictional criterium.

Before concluding, it is interesting to discuss our observations in the light of the results previously obtained by Ding et al[24]. A first result in their study is that the lift force varies linearly with the depth like the drag force. Our experiments show that this is only true when the object moves close to the free surface, at a distance less than 15 cylinder diameters, and that the lift saturates at larger depth. The linear increase of the lift is thus a surface effect. The second result of Ding et al[24] is a phenomenological model to capture the lift force on objects of arbitrary shape from the knowledge of the force on plates at various inclinations. The basic assumption in the model is that each surface element of the obstacle experiences the same lift force as a plate having the same angle of attack and weighted by the local hydrostatic pressure. If we apply this model and use the variation of the lift on plates with inclination found by Ding et al[24], the saturation of the lift force at large depths is not recovered. One may argue that the measurement on plates was done close to the free surface and that measurements at larger depths may reconcile both regimes. However, the fact that, in our study, the lift force cannot be deduced from the simple multiplication of the stress distribution obtained without gravity by the local hydrostatic pressure suggests a

more complex picture. The presence of the pressure gradient at the origin of the lift actually perturbs the flow at the scale of the whole object, which precludes the estimate of the lift just from local measurements on plates.

V. CONCLUSION

In conclusion, we have shown that a cylinder moving in a granular bed experiences a strong lift force, which saturates at large depths. The lift far from the free surface is proportional to the buoyancy of the object, but with a high amplification factor, higher than 20. The origin of this strong lift force has been studied using discrete numerical simulations and shown to arise from the gravitational pressure gradient, which breaks the up/down symmetry. However, the analyze of the stress distribution around the object reveals that the lift can not be understood by a simple weighting of the stress by the local hydrostatic pressure, but results from a more complex modification of the flow around the obstacle. These results could have implications for models describing the forces acting on objects buried in granular media such as in animals and robots locomotion[26,27].

Our study also open new perspectives for the basic understanding of granular flows. First, it would be interesting to address the question of drag and lift forces in granular media in the framework of continuum modeling. We have seen that the existence of a strong lift force is specific to granular media and related to the frictional behavior of these systems. The data presented here could served as a base to test the relevance of rheological models proposed in the literature, in the spirit of recent studies who implemented viscoplastic rheologies[31] in numerical codes[32–34]. Another interesting perspective would be to extend the study of forces in granular media to objects immersed in granular sheared flows and not only in static piles. In fluid mechanics, it is well known that gradients of shear may induce net forces on particles, a question that would be relevant in the context of granular media and the problem of the segregation of large objects[35,36] .

We acknowledge Marc Médale for fruitful discussions. This work has been supported by the French National Research Agency (ANR) through the program ANR Blanc RSC ANR-08-BLAN-0048-CSD2 and by the Labex MEC ANR-11-LABX-0092 and A*MIDEX ANR-11-IDEX-0001-02. The numerical simulations have been performed using the HPC

resources of IDRIS under the allocation 2012-96212 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif).

Appendix A: Simulation method

The contact model used in the DEM simulations is a Hertzian model with friction and dissipation[30,37,38], but with no rolling friction nor cohesion. More precisely, for two particles of diameter d and mass m separated by a distance r, one defines the normal direction as the axe joining the centre of the particles, the tangential direction being in the plane perpendicular to that direction. The force is then zero when $r > d$. For $r < d$, one can define the normal overlap $\delta_n = d - r$, and the tangential overlap δ_t which is the relative tangential displacement of the particles since the beginning of the contact. The force is then decomposed in its normal part F_n and the tangential part F_t:

$$\begin{aligned} F_n &= k_n \delta_n + \gamma_n v_n^{rel} \\ F_t &= k_t \delta_t + \gamma_t v_t^{rel} \quad \text{if } |F_t| < \mu_g |F_n| \\ &= \mu_g |F_n| \qquad\quad \text{else.} \end{aligned} \tag{A1}$$

in which v_n^{rel} and v_t^{rel} are the normal and tangential components of the relative velocity of the particles at the contact points. The constant μ_g is the friction coefficient and the parameters k_n, k_t, γ_n, γ_t are function of the material properties and of the overlaps δ_n and δ_t as given in Table I. Note that the coefficients corresponding to particle–particle contacts are slightly different than particle–cylinder contact, the last one being treated as a contact between a sphere and an infinite plane.

The particles used in the simulation are $d = 1.5\,\text{mm}$ in diameter, with density equal to $\rho_g = 2.5\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$. The contact interaction between particles and between the particles and the obstacle are characterized by a Young modulus equal to $E = 5.10^6\,\text{Pa}$, a Poisson ratio of $\nu = 0.45$, a coefficient of restitution $e = 0.6$ and a coefficient of friction $\mu_g = 0.5$. These values are classical values used in MD simulations to model the flow of glass beads[39]. Our choice to use dimensional quantities instead of dimensionless variables in the simulations is motivated by the fact that we have performed simulations both with and without gravity. The two cases corresponding to different pressure scales, it turns out to be easier from a simulation point of view to use dimensional quantities and use dimensionless quantities afterwards when analyzing the results.

Using this contact force model, the time evolution of the motion of the particles is integrated using a Verlet algorithm with a constant time-step. The typical time-step is $10^{-5}\,\text{s}$.

TABLE I. Expressions and values of the coefficients of the contact force model used in the simulation. Here $\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e)+\pi^2}}$.

Coefficient	Particle–Particle expression	Value	Particle–Cylinder expression	Value
$k_n/\sqrt{\delta_n} = k_n^*$	$\frac{E}{3(1-\nu^2)}\sqrt{d}$	$81.10^3\,\mathrm{N.m^{-\frac{3}{2}}}$	$\frac{2E}{3(1-\nu^2)}\sqrt{d/2}$	$114.10^3\,\mathrm{N.m^{-\frac{3}{2}}}$
$k_t/\sqrt{\delta_n} = k_t^*$	$3\frac{1-\nu}{2-\nu}k_n^*$	$86.10^3\,\mathrm{N.m^{-\frac{3}{2}}}$	$3\frac{1-\nu}{2-\nu}k_n^*$	$122.10^3\,\mathrm{N.m^{-\frac{3}{2}}}$
$\gamma_n/\delta_n^{1/4}$	$-\sqrt{\frac{5}{2}}\beta\sqrt{mk_n^*}$	$0.15\,\mathrm{kg.s^{-1}.m^{-\frac{1}{4}}}$	$-\sqrt{5}\beta\sqrt{\sqrt{2}mk_n^*}$	$0.26\,\mathrm{kg.s^{-1}.m^{-\frac{1}{4}}}$
$\gamma_t/\delta_t^{1/4}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}}\beta\sqrt{mk_t^*}$	$0.13\,\mathrm{kg.s^{-1}.m^{-\frac{1}{4}}}$	$-\sqrt{\frac{10}{3}}\beta\sqrt{\sqrt{2}mk_t^*}$	$0.21\,\mathrm{kg.s^{-1}.m^{-\frac{1}{4}}}$

1. Coarse-graining method

a. Velocity field

The continuum velocity field is obtained from the discrete positions $\mathbf{x}_i$ and velocities $\mathbf{v}_i$ of all the N_p particles using the coarse-graining method developed by Glasser et al [10,40]. The idea is to do a spatial averaging around points in the simulation space. The typical grid of points we use is $120 \times 3 \times 120$ points in the simulation space. The averaging window is a sphere of radius R centered at point $\mathbf{x}$. The mean velocity is then given by:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{v}_i \times \mathcal{W}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{N_p} \mathcal{W}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})}, \tag{A2}$$

where $\mathcal{W}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})$ is the averaging function: $\mathcal{W}(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}| < R - d/2) = 1/6\pi d^3$ and $\mathcal{W}(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}| > R + d/2) = 0$. In the simulations we use $R = d$.

b. Stress field

The stress tensor is computed using the same procedure from the forces $\mathbf{f}_{ij}$ between particles and is given by:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j,i\neq j}^{N_p,N_p} \mathbf{f}_{ij} \otimes \mathbf{x}_{ij}\ \mathcal{W}(\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{x}) \tag{A3}$$

where $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$ and $\mathcal{W}$ is the fraction of the contact vector $\mathbf{x}_{ij}$ inside the averaging region[10,40]. Note that the kinetic part of the stress tensor is negligible in the quasi-static regime studied here. These fields are then averaged in time.

c. Angular distribution of the stress on the cylinder

To compute the stress on the cylinder, we extract for all the N_{pc} contacts particle–cylinder, the radial position of the contact points θ_i and the force $\mathbf{f_i}$ at the contact. The perimeter is divided into M points at angles $\theta_m = (m + 1/2) \times 2\pi/M$, $m \in \{0..M-1\}$. The mean force $\mathbf{f}(\theta_m)$ at point m is the average of the contact forces weighted by a gaussian function of mean θ_m and standard deviation ς. This force is also averaged on the y direction and temporally.

$$\mathbf{f}(\theta_m) = \sum_{i=1}^{N_{pc}} \frac{\sqrt{2\pi}}{M\varsigma} \exp\left(-\frac{(\theta_i - \theta_m)^2}{2\varsigma^2}\right) \mathbf{f}_i \tag{A4}$$

We typically used $\varsigma = 8°$ and $M = 64$. The normal and tangential stresses σ_n and σ_t are given by: $\sigma_n(\theta_m) = \frac{\mathbf{f}(\theta_m).\mathbf{n}}{LD\pi/M}$ and $\sigma_t(\theta_m) = \frac{|\mathbf{f}-(\mathbf{f}(\theta_m).\mathbf{n})\mathbf{n}|}{LD\pi/M}$ with $\mathbf{n} = (\cos\theta_m, \sin\theta_m)$.

Appendix B: Asymptotic analysis

We show in this appendix that the stress distribution around a cylinder immersed at large depth in a granular medium can be split between a symmetric part proportional to the pressure and an asymmetric part proportional to the gradient of pressure. To this end, we denote D the diameter of the cylinder, h the depth and $P_0 = \rho g h$ the mean hydrostatic pressure at the centre of the cylinder. At large depth, the parameter $\epsilon = \frac{\rho g D}{P_0} = D/h$, which compares the pressure variation on the size of the cylinder to the confining pressure, is small $\epsilon \ll 1$. We then assume that the rheology of the granular medium is given by a friction criterium, i.e. the stress tensor $\boldsymbol{\sigma}$ can be written as $\boldsymbol{\sigma} = P(-\mathbf{I} + \boldsymbol{\mu})$, where P is the pressure (the trace of the stress tensor) and $P\boldsymbol{\mu}$ is the deviatoric part. When there is no pressure gradient but a mean confining pressure P_0, i.e. $\epsilon = 0$, the stress tensor can be written as: $P = P_0(1 + f_0(\mathbf{x}))$ and $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0(\mathbf{x})$, where $f_0(\mathbf{x})$ and $\boldsymbol{\mu}_0(\mathbf{x})$ vanish far away from the cylinder and are symmetric under the transformation $z \to -z$, z being the vertical coordinate with the origin at the centre of the cylinder. When switching on the gravity, one can write at first order in ϵ:

$$P = P_0(1 + \epsilon z + f_0(\mathbf{x}) + \epsilon f_1(\mathbf{x})),$$

and

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0(\mathbf{x}) + \epsilon \boldsymbol{\mu}_1(\mathbf{x}),$$

where $f_1(\mathbf{x})$ and $\boldsymbol{\mu}_1(\mathbf{x})$ vanish at infinity. At first order, the stress tensor is given by:

$$\boldsymbol{\sigma} = P_0\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_0 + \epsilon P_0\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1$$

with

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathbf{0}} = P_0(1+f_0)(-\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{0}}),$$

and

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1 = (z+f_1)(-\mathbf{I}+\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{0}}) + (\mathbf{1}+\mathbf{f_0})\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{1}}.$$

The function $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_0$ is symmetric under the transformation $z \to -z$ whereas $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1$ is a priori asymmetric. The only part that can induce lift thus comes from the second asymmetric term in the stress (the first order term in ϵ), which scales like $\epsilon P_0 = \rho g D$ and is thus independent of depth. This simple argument show that the lift at large depth scales like the buoyancy.

REFERENCES

[1]H. Tabuteau, P. Coussot, and J. R. de Bruyn, "Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid," J. Rheol. **51**, 125–137 (2007).

[2]D. F. James, "Boger Fluids," Annu. Rev. Fluid Mech. **41**, 129–142 (2009).

[3]N. P. Chafe, J. R. de Bruyn, "Drag and relaxation in a bentonite clay suspension," J. Non-Newton. Fluid **130**, 129–137 (2005).

[4]J. R. Gladden, A. Belmonte, "Motion of a viscoelastic micellar fluid around a cylinder: flow and fracture," Phys. Rev. Lett. **98**, 224501 (2007).

[5]B. Dollet, F. Elias, C. Quilliet, C. Raufaste, M. Aubouy, and F. Graner, "Two-dimensional flow of foam around an obstacle: Force measurements," Phys. Rev. E **71**, 031403 (2005).

[6]R. Soller, and S. Koehler, "Drag and lift on rotating vanes in granular beds," Phys. Rev. E **74**, 021305 (2006).

[7]H. Katsuragi, and D. J. Durian, "Unified force law for granular impact cratering." Nat. Phys. **3**, 420–423 (2007).

[8]R. D. Maladen, Y. Ding, C. Li, and D. I. Goldman, "Undulatory swimming in sand: subsurface locomotion of the sandfish lizard," Science **325**, 314–318 (2009).

[9]GDR MiDi, "On dense granular flows," Eur. Phys. J. E **14**, 341–365 (2004).

[10]B. Andreotti, Y. Forterre, O. Pouliquen, *Granular media: between fluid and solid.* Cambridge University Press, 2013.

[11]R. Candelier, and O. Dauchot, "Creep Motion of an Intruder within a Granular Glass Close to Jamming," Phys. Rev. Lett. **103**, 128001 (2009).

[12]N. Gravish, P. Umbanhowar, and D. Goldman, "Force and Flow Transition in Plowed Granular Media," Phys. Rev. Lett. **105**, 128301 (2010).

[13]A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret, and J. Crassous, "Dense Granular Flow around a Penetrating Object: Experiment and Hydrodynamic Model," Phys. Rev. Lett. **107**, 048001 (2011).

[14]A. Clark, L. Kondic, and R. Behringer, "Particle Scale Dynamics in Granular Impact," Phys. Rev. Lett. **109**, 238302 (2012).

[15]H. Katsuragi, and D. J. Durian, "Drag force scaling for penetration into granular media," Phys. Rev. E **87**, 052208 (2013).

[16]K. Wieghardt, "Experiments in Granular Flow," Annu. Rev. Fluid Mech. **7**, 89–114 (1975).

[17]R. Albert, M. Pfeifer, A.-L. Barabási, and P. Schiffer, "Slow Drag in a Granular Medium," Phys. Rev. Lett. **82**, 205–208 (1999).

[18]G. Hill, S. Yeung, and S. Koehler, "Scaling vertical drag forces in granular media," Europhys. Lett. **72**, 137–143 (2005).

[19]T. A. Brzinski III, and D. J. Durian, "Characterization of the drag force in an air-moderated granular bed," Soft Matter **6**, 3038–3042 (2010).

[20]I. Albert, J. Sample, A. Morss, S. Rajagopalan, A.-L. Barabási, and P. Schiffer, "Granular drag on a discrete object: Shape effects on jamming," Phys. Rev. E **64**, 061303 (2001).

[21]M. Stone, R. Barry, D. Bernstein, M. Pelc, Y. Tsui, and P. Schiffer, "Local jamming via penetration of a granular medium," Phys. Rev. E **70**, 041301 (2004).

[22]D. Costantino, J. Bartell, K. Scheidler, and P. Schiffer, "Low-velocity granular drag in reduced gravity," Phys. Rev. E **83**, 011305 (2011).

[23]B. Percier, S. Manneville, J. McElwaine, S. Morris, and N. Taberlet, "Lift and drag forces on an inclined plow moving over a granular surface," Phys. Rev. E **84**, 051302 (2011).

[24]Y. Ding, N. Gravish, and D. Goldman, "Drag Induced Lift in Granular Media," Phys. Rev. Lett. **106**, 028001 (2011).

[25]F. Q. Potiguar, and Y. Ding, "Lift and drag in intruders moving through hydrostatic granular media at high speeds," Phys. Rev. E **88**, 012204 (2013).

[26]R. D. Maladen, Y. Ding, P. B. Umbanhowar, A. Kamor, and D. I. Goldman, "Me-

chanical models of sandfish locomotion reveal principles of high performance subsurface sand-swimming," J. R. Soc. Interface **62**, 1332–1345 (2011).

[27]C. Li, T. Zhang, and D. I. Goldman, "A terradynamics of legged locomotion on granular media.," Science **339**, 1408–1412 (2013)

[28]F. Guillard, Y. Forterre, and O. Pouliquen, "Depth-Independent Drag Force Induced by Stirring in Granular Media," Phys. Rev. Lett. **110**, 138303 (2013).

[29]E. E. de Beer, "Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand," Géotechnique. **20**, 387-411 (1970).

[30]C. Kloss, C. Goniva, A. Hager, S. Amberger, and S. Pirker, "Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM," Prog. Comput. Fluid. Dy. **12**, 140–152 (2012).

[31]P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen, "A constitutive law for dense granular flows," Nature **441**, 727–730 (2006).

[32]J. Chauchat, and M. Médale, "A three-dimensional numerical model for incompressible two-phase flow of a granular bed submitted to a laminar shearing flow," Comput. Method. Appl. M. **199**, 439–449 (2010).

[33]P.-Y. Lagrée, L. Staron, and S. Popinet, "The granular column collapse as a continuum: validity of a two-dimensional NavierStokes model with a μ(I)-rheology," J. Fluid Mech. **686**, 378–408 (2011).

[34]K. Kamrin, and G. Koval, "Nonlocal Constitutive Relation for Steady Granular Flow," Phys. Rev. Lett. **108**, 178301 (2012).

[35]Y. Fan, and K. Hill, "Phase Transitions in Shear-Induced Segregation of Granular Materials," Phys. Rev. Lett. **106**, 218301 (2011).

[36]A. Tripathi, and D. Khakhar, "Numerical Simulation of the Sedimentation of a Sphere in a Sheared Granular Fluid: A Granular Stokes Experiment," Phys. Rev. Lett. **107**, 108001 (2011).

[37]P. A. Cundall, and O. D. L. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," Geotechnique **29**, 47–65 (1979).

[38]A. Di Renzo, and F. P. Di Maio, "Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes," Chemi. Eng. Sci. **59**, 525–541 (2004).

[39]L. Silbert, D. Ertaş, G. Grest, T. Halsey, D. Levine, and S. Plimpton, "Granular flow down an inclined plane: Bagnold scaling and rheology," Phys. Rev. E **64**, 0151302 (2001).

[40]B. J. Glasser, and I. Goldhirsch, "Scale dependence, correlations, and fluctuations of stresses in rapid granular flows," Phys. Fluids **13**, 407–420 (2001).

Bibliographie

[Ai et al., 2011] J. Ai, J.-F. Chen, J. M. Rotter, et J. Y. Ooi. *Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations.* Powder Technol., **206** (3), 269–282 (2011). 96

[Albert et al., 2001] I. Albert, J. Sample, A. Morss, S. Rajagopalan, A.-L. Barabási, et P. Schiffer. *Granular drag on a discrete object : Shape effects on jamming.* Phys. Rev. E, **64** (6), 061303 (2001). 11

[Albert et al., 2000] I. Albert, P. Tegzes, B. Kahng, R. Albert, J. Sample, M. Pfeifer, A.-L. Barabási, T. Vicsek, et P. Schiffer. *Jamming and fluctuations in granular drag.* Phys. Rev. E, **84** (22), 5122–5 (2000). 12

[Albert et al., 1999] R. Albert, M. Pfeifer, A.-L. Barabási, et P. Schiffer. *Slow Drag in a Granular Medium.* Phys. Rev. Lett., **82** (1), 205–208 (1999). 10, 11, 13, 20, 30, 31, 34

[Andréotti et al., 2011] B. Andréotti, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *Les milieux granulaires : entre fluide et solide.* EDP sciences (2011). 3

[Bengough et Mullins, 1990] A. G. Bengough et C. E. Mullins. *Mechanical impedance to root growth : a review of experimental techniques and root growth responses.* J. Soil Sci., **41** (3), 341–358 (1990). 10

[Brilliantov et al., 1996] N. Brilliantov, F. Spahn, J. Hertzsch, et T. Pöschel. *Model for collisions in granular gases.* Phys. Rev. E, **53** (5), 5382–5392 (1996). 96

[Brzinski III et Durian, 2010] T. A. Brzinski III et D. J. Durian. *Characterization of the drag force in an air-moderated granular bed.* Soft Matter, **6** (13), 3038–3042 (2010). 10, 11, 13, 20, 30, 31, 52, 56

[Chauchat et Médale, 2010] J. Chauchat et M. Médale. *A three-dimensional numerical model for incompressible two-phase flow of a granular bed submitted to a laminar shearing flow.* Comput. Methods Appl. Mech. Eng., **199** (9-12), 439–449 (2010). 9, 91

[Chauchat et Médale, 2014] J. Chauchat et M. Médale. *A three-dimensional numerical model for dense granular flows based on the $\mu(I)$ rheology.* J. Comput. Phys., **256**, 696–712 (2014). 9, 91

[Chehata et al., 2003] D. Chehata, R. Zenit, et C. R. Wassgren. *Dense granular flow around an immersed cylinder.* Phys. Fluids, **15** (6), 1622 (2003). 11, 13

[Cheuk et al., 2008] C. Cheuk, D. White, et M. Bolton. *Uplift mechanisms of pipes buried in sand.* J. Geotech. Geoenvironmental Eng., **134**, 154–163 (2008). 10

[Clark et al., 2012] A. Clark, L. Kondic, et R. Behringer. *Particle Scale Dynamics in Granular Impact.* Phys. Rev. Lett., **109** (23), 238302 (2012). 12

[Costantino et al., 2011] D. Costantino, J. Bartell, K. Scheidler, et P. Schiffer. *Low-velocity granular drag in reduced gravity.* Phys. Rev. E, **83** (1), 011305 (2011). 11

[da Cruz et al., 2005] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux, et F. Chevoir. *Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows.* Phys. Rev. E, **72** (2), 021309 (2005). 6

[Cundall et Strack, 1979] P. A. Cundall et O. D. L. Strack. *A discrete numerical model for granular assemblies.* Geotechnique, **29** (1), 47–65 (1979). 25, 96

[Di Renzo et Di Maio, 2004] A. Di Renzo et F. P. Di Maio. *Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes.* Chem. Eng. Sci., **59** (3), 525–541 (2004). 96

[Ding et al., 2011] Y. Ding, N. Gravish, et D. Goldman. *Drag Induced Lift in Granular Media.* Phys. Rev. Lett., **106** (2), 028001 (2011). 10, 14, 15, 32, 34, 49, 50, 91

[Fan et Hill, 2011] Y. Fan et K. M. Hill. *Phase Transitions in Shear-Induced Segregation of Granular Materials.* Phys. Rev. Lett., **106** (21), 218301 (2011). 80, 84, 89

[Faug et al., 2009] T. Faug, R. Beguin, et B. Chanut. *Mean steady granular force on a wall overflowed by free-surface gravity-driven dense flows.* Phys. Rev. E, **80** (2), 021305 (2009). 10

[Feng et al., 1994] J. Feng, H. Hu, et D. Joseph. *Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. Part 2. Couette and Poiseuille flows.* J. Fluid Mech., **277**, 271–301 (1994). 79

[Forterre, 2006] Y. Forterre. *Kapiza waves as a test for three-dimensional granular flow rheology.* J. Fluid Mech., **563**, 123 (2006). 9

[Forterre et Pouliquen, 2008] Y. Forterre et O. Pouliquen. *Flows of Dense Granular Media.* Annu. Rev. Fluid Mech., **40** (1), 1–24 (2008). 5, 7

[Geng et Behringer, 2005] J. Geng et R. Behringer. *Slow drag in two-dimensional granular media.* Phys. Rev. E, **71** (1), 011302 (2005). 12

[Glasser et Goldhirsch, 2001] B. J. Glasser et I. Goldhirsch. *Scale dependence, correlations, and fluctuations of stresses in rapid granular flows.* Phys. Fluids, **13** (2), 407–420 (2001). 101

[Goldsmith et al., 2013] J. Goldsmith, H. Guo, S. N. Hunt, M. Tao, et S. Koehler. *Drag on intruders in granular beds : A boundary layer approach.* Phys. Rev. E, **88** (3), 030201 (2013). 13

[Gravish et al., 2010] N. Gravish, P. Umbanhowar, et D. Goldman. *Force and Flow Transition in Plowed Granular Media.* Phys. Rev. Lett., **105** (12), 128301 (2010). 14, 21

[Hertz, 1882] H. Hertz. *Über die Berührung fester elastischer Körper.* J. für die reine u. angew. Math., **92** (1882). 25, 96

[Hill et al., 2005] G. Hill, S. Yeung, et S. Koehler. *Scaling vertical drag forces in granular media.* Eur. Lett., **72** (1), 137–143 (2005). 12, 31

[Jaeger et al., 1996] H. Jaeger, S. Nagel, et R. Behringer. *Granular solids, liquids, and gases.* Rev. Mod. Phys., **68** (4), 1259–1273 (1996). 4

[Jean, 1999] M. Jean. *The non-smooth contact dynamics method.* Comput. Methods Appl. Mech. Eng., **177** (3-4), 235–257 (1999). 25

[Jeffery, 1922] G. B. Jeffery. *The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid.* Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., **102** (715), 161–179 (1922). 86

[Jop et al., 2005] P. Jop, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology.* J. Fluid Mech., **541**, 167–192 (2005). 7, 73

[Jop et al., 2006] P. Jop, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *A constitutive law for dense granular flows.* Nature, **441** (7094), 727–730 (2006). 8, 9, 91

[Kamrin, 2010] K. Kamrin. *Nonlinear elasto-plastic model for dense granular flow.* Int. J. Plast., **26** (2), 167–188 (2010). 9, 91

[Kamrin et Koval, 2012] K. Kamrin et G. Koval. *Nonlocal Constitutive Relation for Steady Granular Flow.* Phys. Rev. Lett., **108** (17), 178301 (2012). 9

[Katsuragi et Durian, 2007] H. Katsuragi et D. J. Durian. *Unified force law for granular impact cratering.* Nat. Phys., **3** (6), 420–423 (2007). 12

[Katsuragi et Durian, 2013] H. Katsuragi et D. J. Durian. *Drag force scaling for penetration into granular media.* Phys. Rev. E, **87** (5), 052208 (2013). 12

[Kloss et al., 2012] C. Kloss, C. Goniva, A. Hager, S. Amberger, et S. Pirker. *Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM.* Prog. Comput. Fluid Dyn., **12** (2), 140–152 (2012). 25, 98

[Koehler, 2005] S. Koehler. *Scaling behavior of drag forces in shallow granular media.* Bull. Am. Phys. Soc., p. 1–4 (2005). 10, 12

[Kondic et al., 2012] L. Kondic, X. Fang, W. Losert, C. O'Hern, et R. Behringer. *Microstructure evolution during impact on granular matter.* Phys. Rev. E, **85** (1), 1–17 (2012). 12

[Lagrée et al., 2011] P.-Y. Lagrée, L. Staron, et S. Popinet. *The granular column collapse as a continuum : validity of a two-dimensional Navier-Stokes model with a $\mu(I)$-rheology.* J. Fluid Mech., **686**, 378–408 (2011). 9, 91

[Li et al., 2013] C. Li, T. Zhang, et D. I. Goldman. *A terradynamics of legged locomotion on granular media.* Science, **339** (6126), 1408–12 (2013). 10, 14

[Maladen et al., 2009] R. D. Maladen, Y. Ding, C. Li, et D. I. Goldman. *Undulatory swimming in sand : subsurface locomotion of the sandfish lizard.* Science, **325** (5938), 314–318 (2009). 10

[Mehandia et al., 2012] V. Mehandia, K. Gutam, et P. Nott. *Anomalous Stress Profile in a Sheared Granular Column.* Phys. Rev. Lett., **109** (12), 1–5 (2012). 72

[Melosh, 1989] H. J. Melosh. *Impact cratering : A geologic process.* Oxford University Press (1989). 10

[Midi, 2004] G. D. R. Midi. *On dense granular flows.* Eur. Phys. J. E, **14**, 341–365 (2004). 7, 82

[Miller et al., 1996] B. Miller, C. O'Hern, et R. P. Behringer. *Stress fluctuations in continuously sheared granular materials.* Phys. Rev. Lett., **77** (15), 3110–3113 (1996). 23

[Mindlin et Deresiewicz, 1953] R. D. Mindlin et H. Deresiewicz. *Elastic Spheres in Contact under Varying Oblique Forces.* Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech, **20**, 327–353 (1953). 96

[Pacheco-Vázquez et al., 2011] F. Pacheco-Vázquez, G. A. Caballero-Robledo, J. Solano-Altamirano, E. Altshuler, A. Batista-Leyva, et J. Ruiz-Suárez. *Infinite Penetration of a Projectile into a Granular Medium.* Phys. Rev. Lett., **106** (21), 218001 (2011). 13

[Percier et al., 2011] B. Percier, S. Manneville, J. McElwaine, S. Morris, et N. Taberlet. *Lift and drag forces on an inclined plow moving over a granular surface.* Phys. Rev. E, **84** (5), 051302 (2011). 14

[Potiguar et Ding, 2013] F. Q. Potiguar et Y. Ding. *Lift and drag in intruders moving through hydrostatic granular media at high speeds.* Phys. Rev. E, **88** (1), 012204 (2013). 14

[Pouliquen et al., 2006] O. Pouliquen, C. Cassar, P. Jop, Y. Forterre, et M. Nicolas. *Flow of dense granular material : towards simple constitutive laws.* J. Stat. Mech. Theory Exp., **2006** (07), P07020 (2006). 7

[Reddy et al., 2011] K. Reddy, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *Evidence of Mechanically Activated Processes in Slow Granular Flows.* Phys. Rev. Lett., **106** (10), 108301 (2011). 9

[Saffman, 1965] P. G. Saffman. *The lift on a small sphere in a slow shear flow.* J. Fluid Mech., **22** (2), 385–400 (1965). 79

[Savage et Lun, 1988] S. B. Savage et C. K. K. Lun. *Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids.* J. Fluid Mech., **189**, 311–335 (1988). 80

[Seguin et al., 2011] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret, et J. Crassous. *Dense Granular Flow around a Penetrating Object : Experiment and Hydrodynamic Model.* Phys. Rev. Lett., **107** (4), 048001 (2011). 12, 31

[Seguin et al., 2013] a. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez, J. Crassous, et P. Gondret. *Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium.* Phys. Rev. E, **87** (1), 012201 (2013). 12

[Silbert et al., 2001] L. Silbert, D. Ertaş, G. Grest, T. Halsey, D. Levine, et S. Plimpton. *Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology.* Phys. Rev. E, **64** (5), 051302 (2001). 26, 97

[Soller et Koehler, 2006] R. Soller et S. Koehler. *Drag and lift on rotating vanes in granular beds.* Phys. Rev. E, **74** (2), 021305 (2006). 13

[Staron et al., 2012] L. Staron, P.-Y. LagreÃÅe, et S. Popinet. *The granular silo as a continuum plastic flow : The hour-glass vs the clepsydra.* Phys. Fluids, **24** (10), 103301 (2012). 9, 91

[Stone et al., 2004] M. Stone, R. Barry, D. Bernstein, M. Pelc, Y. Tsui, et P. Schiffer. *Local jamming via penetration of a granular medium.* Phys. Rev. E, **70** (4), 041301 (2004). 12

[Thomas, 2000] N. Thomas. *Reverse and intermediate segregation of large beads in dry granular media.* Phys. Rev. E, **62** (1), 961–74 (2000). 80

[Tripathi et Khakhar, 2011] A. Tripathi et D. Khakhar. *Numerical Simulation of the Sedimentation of a Sphere in a Sheared Granular Fluid : A Granular Stokes Experiment.* Phys. Rev. Lett., **107** (10), 108001 (2011). 80, 85

[Tripathi et Khakhar, 2013] A. Tripathi et D. V. Khakhar. *Density difference-driven segregation in a dense granular flow.* J. Fluid Mech., **717**, 643–669 (2013). 80

[Umbanhowar et Goldman, 2010] P. Umbanhowar et D. Goldman. *Granular impact and the critical packing state.* Phys. Rev. E, **82** (1), 1–4 (2010). 12

[Vanel et al., 1999] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, et E. Clément. *Memories in sand : experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles.* Phys. Rev. E, **60** (5), R5040 (1999). 59

[Wieghardt, 1975] K. Wieghardt. *Experiments in Granular Flow.* Annu. Rev. Fluid Mech., **7** (1), 89–114 (1975). 10, 11

[Zhou et al., 2004] F. Zhou, S. Advani, et E. Wetzel. *Slow drag in granular materials under high pressure.* Phys. Rev. E, **69** (6), 061306 (2004). 12

Résumé

Cette thèse présente une étude expérimentale et numérique des forces s'exerçant sur un objet en mouvement dans un milieu granulaire. La compréhension précise de ces forces présente en effet d'importants intérêts fondamentaux (rhéologie des milieux granulaires, phénomène de ségrégation) et appliqués (robotique, locomotion animale ...). Expérimentalement, un cylindre horizontal est mis en rotation à faible vitesse dans un bac de billes de verre. Les forces s'exerçant sur cet objet dans la direction du mouvement (forces de traînée) et dans la direction verticale (forces de portance) sont mesurées. Lors du premier demi-tour, avant que le cylindre ne repasse dans son propre sillage, nous mettons en évidence l'existence d'une force de portance élevée sur l'objet (bien qu'il soit symétrique), de l'ordre de 20 fois la poussée d'Archimède du milieu, et indépendante de la profondeur. Des études numériques de dynamique moléculaire (méthode éléments discrets) permettent de comprendre comment cette portance émerge de la modification de l'écoulement granulaire par la présence d'un gradient de pression dans le milieu. Aux temps longs, après plusieurs rotations du cylindre, on observe une chute de la force de traînée, qui devient indépendante de la profondeur. Le milieu se structure sous l'effet des passages répétés du cylindre dans son sillage, ce qui écrante le poids des grains situés au dessus. Enfin, une étude numérique des forces sur une grosse particule en écoulement avec le milieu granulaire est ébauchée, en lien avec le phénomène de ségrégation granulaire.

Abstract

This thesis presents an experimental and numerical study of the forces experienced by an object moving in granular media. This problem, which is of practical importance in many applications (robots, animal locomotion), is also of fundamental interest (rheology of granular materials, granular segregation). The experiment consists in a horizontal cylinder rotating around the vertical axis in glass beads. Both drag forces and lift forces experienced by the cylinder are measured. During the first half rotation, before the cylinder crosses its own wake, we measure a strong lift force (despite the symmetry of the object), about 20 times the buoyancy of the cylinder, and independent of its depth. Molecular dynamic simulations (Discrete Element Method) shed lights on how this lift force arises from the modification of the grain flow due to the pressure gradient in the medium. After several rotations, when the cylinder goes through its own wake, the drag force drops and becomes independent of depth. The rotation of the cylinder induces a structure in the granular packing, which screens the weight of the grains above it. Finally, a numerical study of forces on a large particle flowing with the granular medium is sketched, in relation with the phenomenon of granular segregation.