



# Modélisation fréquentielle analytique de convertisseurs statiques en vue du dimensionnement de systèmes par optimisation

Le Nhat Hoang Tran

► **To cite this version:**

Le Nhat Hoang Tran. Modélisation fréquentielle analytique de convertisseurs statiques en vue du dimensionnement de systèmes par optimisation. Energie électrique. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. <NNT : 2015GREAT122>. <tel-01272378>

**HAL Id: tel-01272378**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01272378>**

Submitted on 10 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES**

Spécialité : **Génie Electrique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Le Nhat Hoang TRAN**

Thèse dirigée par **Laurent GERBAUD** et  
codirigée par **Nicolas RETIERE** et **Hieu NGUYEN-HUU**

préparée au sein du **Laboratoire de Génie Electrique de  
Grenoble**

dans l'**École Doctorale Electronique, Electrotechnique,  
Automatique et Traitement du Signal**

# **Modélisation fréquentielle analytique de convertisseurs statiques en vue du dimensionnement de systèmes par optimisation**

Thèse soutenue publiquement le **17 décembre 2015**,  
devant le jury composé de :

**M. Bruno FRANCOIS**

Professeur à l'École centrale de Lille, Membre

**M. Hubert PIQUET**

Professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Rapporteur

**M. Demba DIALLO**

Professeur de l'Université Paris-Sud, Rapporteur

**M. Laurent GERBAUD**

Professeur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Membre

**M. Nicolas RETIERE**

Professeur de l'Université Joseph Fourier, Membre

**M. Hieu NGUYEN-HUU**

Maître de Conférence à l'École polytechnique de Da Nang, Membre





# Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier M. Bruno François, qui a présidé mon jury. Je tiens ensuite à remercier chaleureusement mes deux rapporteurs Demba Diallo et Hubert Piquet d'avoir accepté de juger mes travaux.

J'ai eu la chance de travailler et d'être encadré pendant ces trois années par mes encadrants Laurent Gerbaud, Nicolas Retière, Hieu Nguyen-Huu. Je les remercie sincèrement du fond de mon cœur. M. Laurent Gerbaud, le directeur de thèse parfait, était toujours présent et disponible pour m'aider. Il m'a encouragé et avait confiance en moi. M. Nicolas Retière, par ses conseils scientifiques, ses explications et ses exigences, m'a donné des problématiques très intéressantes et des motivations d'étude. M. Hieu Nguyen-Huu, pour sa gentillesse. Ce dernier m'a conseillé de poursuivre mes études en France, m'a donné des conseils très pertinents. Tous les mots ne suffisent pas à exprimer ma reconnaissance envers eux.

Je remercie du fond de mon cœur tous les permanents, chercheurs, techniciens, ingénieurs, personnels administratifs, doctorants au laboratoire.

J'aimerais remercier mes amis vietnamiens au laboratoire et à l'extérieur, qui m'ont aidé dans la vie professionnelle et aussi la vie personnelle.

Encore une fois, merci à toutes et à tous.

Con xin cảm ơn ba má đã luôn ủng hộ mọi quyết định của con và luôn âm thầm theo dõi những bước chân của con trên đường đời. Con biết lời cảm ơn là không bao giờ đủ với tình yêu của ba má dành cho con. Con thương ba má rất nhiều.

Anh cảm ơn vợ yêu đã luôn bên cạnh anh những lúc vui buồn. Cảm ơn em đã luôn ủng hộ những quyết định của anh. Cảm ơn con trai đã đến với ba và cho ba những niềm vui và hạnh phúc.

## Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <i>Introduction générale</i> .....  | 7         |
| <b>CHAPITRE I : Problématique de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques</b> .....                          | <b>11</b> |
| <b>I. Introduction</b> .....  | <b>13</b> |
| <b>II. Dimensionnement par optimisation</b> .....   | <b>13</b> |
| <b>III. Etat de l'art de la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques</b> .....                               | <b>15</b> |
| III.1. Modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques.....   | 15        |
| III.1.1 Méthodes indirectes s'appuyant sur de la simulation temporelle .....  | 15        |
| III.1.1.1 La démarche.....  | 15        |
| III.1.1.2 Les avantages .....   | 17        |
| III.1.1.3 Les inconvénients .....   | 17        |
| III.1.1.4 Utilisabilité en optimisation.....  | 17        |
| III.1.2 Méthodes directes .....   | 18        |
| III.1.2.1 Méthode fréquentielle itérative.....  | 18        |
| III.1.2.2 Méthode fréquentielle directe basée sur le formalisme de représentation d'état .....                              | 20        |
| III.2. Méthode du formalisme d'état pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques.....                    | 22        |
| III.2.1 Hypothèses de modélisation .....  | 22        |
| III.2.2 Méthode de modélisation .....   | 22        |
| III.2.2.1 Equations d'état .....  | 22        |
| III.2.2.2 Equations de calcul du vecteur initial $X_1(t_0)$ et des instants de commutation                                  | 24        |
| III.2.2.3 Pourquoi faire une modélisation avec intégration d'exponentielle de matrice .....                                 | 28        |
| III.2.2.4 Calcul du spectre d'harmoniques à partir des équations d'état et des instants du changement de configuration..... | 29        |
| <b>IV. Conclusion</b> .....   | <b>31</b> |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>CHAPITRE II : Résolution numérique.....</b>  | <b>33</b> |
| <b>I. Introduction .....</b>  | <b>35</b> |
| <b>II. Méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel des<br/>convertisseurs statiques .....</b>                              | <b>35</b> |
| II.1. Newton-Raphson.....   | 35        |
| II.1.1 Principe .....   | 35        |
| II.1.2 Avantages .....  | 36        |
| II.1.3 Inconvénients et problèmes de convergence .....  | 36        |
| II.1.3.1 Saut de racine .....   | 36        |
| II.1.3.2 Dépendance de la résolution aux valeurs initiales des inconnues.....   | 37        |
| II.1.3.3 Piégeage de la résolution si initialisation sur des extrema .....  | 38        |
| II.1.3.4 Division par zéro.....   | 38        |
| II.2. SQP (Sequential Quadratic Programming) .....  | 39        |
| II.2.1 Principe .....   | 39        |
| II.2.2 Avantages .....  | 40        |
| II.2.3 Inconvénient et problèmes de convergence.....  | 40        |
| II.2.3.1 Convergence numérique .....  | 40        |
| II.2.3.2 Piégeage de la résolution sur un optimum local non désiré .....  | 40        |
| II.3. Pourquoi choisir la méthode NR et la méthode SQP.....   | 42        |
| <b>III. Amélioration de la convergence des méthodes utilisées pour la<br/>résolution du modèle temporel .....</b>                       | <b>42</b> |
| III.1. Formulation des contraintes de commutation.....  | 42        |
| III.1.1 Contraintes pour assurer le sens de variation du courant et de la tension d'un<br>semiconducteur qui commute naturellement..... | 42        |
| III.1.2 Contraintes en fonction du temps .....  | 43        |
| III.2. Estimation des instants de changement d'état des semiconducteurs .....   | 43        |
| III.2.1 Principe de l'estimation .....  | 43        |
| III.2.1.1 Solutions générales d'une équation d'état .....   | 43        |
| III.2.1.2 Utilisation des valeurs propres pour estimer les instants de changement de<br>configuration.....                              | 44        |
| III.2.2 1 <sup>er</sup> cas : la réponse libre domine la réponse forcée .....   | 46        |

|   |           |
|---|-----------|
| III.2.3 2 <sup>ème</sup> cas : la période d'oscillation est proche de la période de fonctionnement du système.....                      | 47        |
| III.2.4 3 <sup>ème</sup> cas : la réponse libre est dominée par la réponse forcée .....   | 48        |
| III.2.5 4 <sup>ème</sup> cas : les valeurs propres sont réelles .....   | 49        |
| III.2.6 5 <sup>ème</sup> cas : la réponse totale oscille plusieurs fois avec des extrema proches de zéro .....                          | 50        |
| III.3. Symétries de fonctionnement du convertisseur statique .....  | 52        |
| III.3.1 Symétrie de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes.....  | 52        |
| III.3.2 Symétrie de fonctionnement du redresseur triphasé à diodes.....   | 52        |
| III.4. Mise en œuvre des matrices d'état .....  | 53        |
| III.5. Logiciels utilisés.....  | 55        |
| <b>IV. Conclusion .....</b>   | <b>56</b> |
| <b>CHAPITRE III : Mise en œuvre de la démarche et illustration via une analyse</b>  |           |
| <b>fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes .....</b>   | <b>57</b> |
| <b>I. Introduction .....</b>  | <b>59</b> |
| <b>II. Modélisation fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes .....</b>  | <b>59</b> |
| II.1. Structure .....   | 59        |
| II.2. Modélisation des configurations possibles du redresseur monophasé à diodes étudié .....   | 60        |
| II.3. Modes de fonctionnement traités .....   | 61        |
| II.4. Modélisation du mode de fonctionnement avec deux phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement : mode (2)..... | 65        |
| II.4.1 Formulation des équations et des contraintes .....   | 66        |
| II.4.1.1 Equations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$ .....  | 66        |
| II.4.1.2 Equations pour le calcul des instants de commutation .....   | 66        |
| II.4.1.3 Méthodes de résolution .....   | 67        |
| II.5. Résolution des modèles.....   | 70        |
| II.5.1 Résolution des instants de commutation avec une initialisation quelconque pour le mode (2).....                                  | 70        |
| II.5.2 Etude de sensibilité de la valeur $V_{dc}$ à l'instant $t_0$ pour le mode (2) .....  | 73        |
| II.5.3 Résolution avec choix de valeurs initiales pour les instants de commutation pour le mode (2) .....                               | 73        |



|  |            |
|--|------------|
| II.5.4 Résolution pour les modes (1), (3) et (4).....                                | 77         |
| II.5.4.1 Résolution pour le mode (1).....  | 78         |
| II.5.4.2 Résolution pour le mode (3).....  | 80         |
| II.5.4.3 Résolution pour le mode (4).....  | 82         |
| <b>III. Conclusion .....</b>   | <b>85</b>  |
| <b><i>CHAPITRE IV : Dimensionnement par optimisation d'un canal de puissance</i></b> |            |
| <b><i>aéronautique .....</i></b>   | <b>87</b>  |
| <b>I. Introduction .....</b>   | <b>89</b>  |
| <b>II. Structure du canal de puissance étudié .....</b>                              | <b>89</b>  |
| <b>III. Modélisation des composants dans le canal de puissance .....</b>             | <b>91</b>  |
| III.1. Générateur et feeders .....   | 91         |
| III.1.1 Générateur .....   | 91         |
| III.1.2 Feeders.....   | 91         |
| III.2. Autotransformateur .....  | 91         |
| III.2.1 Structure de l'autotransformateur .....                                      | 91         |
| III.2.2 Géométrie de l'autotransformateur .....                                      | 93         |
| III.2.3 Calcul des paramètres du circuit électrique .....                            | 95         |
| III.2.3.1 Calcul des inductances propres .....                                       | 95         |
| III.2.3.2 Calcul des inductances de fuite .....                                      | 95         |
| III.2.3.3 Calcul des inductances mutuelles.....                                      | 95         |
| III.2.3.4 Calcul des résistances .....   | 95         |
| III.3. Redresseur.....   | 96         |
| III.4. Inductances d'interphase .....  | 96         |
| III.4.1 Structure des inductances d'interphase.....                                  | 97         |
| III.4.2 Géométrie des inductances d'interphase.....                                  | 97         |
| III.4.3 Calcul des paramètres du circuit électrique .....                            | 98         |
| III.5. Filtre .....  | 98         |
| III.5.1 Inductance du filtre.....  | 99         |
| III.5.2 Condensateur du filtre.....  | 100        |
| <b>IV. Modélisation du redresseur du canal de puissance.....</b>                     | <b>100</b> |
| IV.1. Détermination des variables d'état .....                                       | 104        |

|  |            |
|--|------------|
| IV.2. Détermination des instants de commutation.....   | 105        |
| IV.3. Contraintes et équations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$ et aux instants de commutation..... | 106        |
| IV.3.1 Périodicité des variables d'état en régime permanent.....   | 106        |
| IV.3.2 Formulations des instants de commutation.....   | 107        |
| <b>V. Modélisation sous Portunus.....</b>  | <b>107</b> |
| V.1. Modélisation du générateur et des feeders sous Portunus.....  | 107        |
| V.2. Modélisation de l'autotransformateur sous Portunus.....   | 108        |
| V.3. Modélisation des inductances d'interphase sous Portunus.....  | 108        |
| V.4. Modélisation du filtre sous Portunus.....   | 109        |
| <b>VI. Contraintes de dimensionnement.....</b>   | <b>109</b> |
| VI.1. Normes sur les harmoniques.....  | 109        |
| VI.1.1 Normes sur les harmoniques du côté de l'entrée du canal.....  | 109        |
| VI.1.1.1 Sur le courant d'entrée du canal de puissance.....  | 109        |
| VI.1.1.2 Sur la tension d'entrée du canal de puissance.....  | 110        |
| VI.1.2 Normes sur les harmoniques du côté de la sortie du canal.....   | 110        |
| VI.2. Normes sur le régime transitoire.....  | 111        |
| VI.2.1 Norme sur le régime transitoire du côté de l'entrée.....  | 111        |
| VI.2.2 Norme sur le régime transitoire du côté de la sortie.....   | 112        |
| VI.3. Stabilité du canal de puissance.....   | 112        |
| <b>VII. Dimensionnement par optimisation.....</b>  | <b>114</b> |
| VII.1. Paramètres de dimensionnement.....  | 114        |
| VII.2. Problème d'optimisation.....  | 115        |
| VII.2.1 Fonction objectif.....   | 115        |
| VII.2.2 Contraintes.....   | 115        |
| VII.2.3 Variables inconnues.....   | 115        |
| VII.2.4 Espace de recherche.....   | 116        |
| VII.3. Résultats :.....  | 118        |
| VII.3.1 Validation des valeurs des variables d'état et des instants de commutation obtenues par optimisation.....                    | 120        |
| VII.3.2 Vérification des harmoniques obtenues par optimisation.....  | 121        |
| VII.3.3 Vérification des contraintes a posteriori.....   | 122        |
| VII.3.3.1 Normes sur le régime transitoire.....  | 122        |

|  |            |
|--|------------|
| VII.3.4 Vérification du déphasage des deux systèmes de tension de sortie de l'autotransformateur ..... | 124        |
| <b>VIII. Conclusion .....</b>  | <b>124</b> |
| <i>Conclusions et perspectives.....</i>  | <i>127</i> |
| <b>Annexe I : Le principe de mise en œuvre des matrices d'état.....</b>                                | <b>131</b> |
| <b>Annexe II : Exemple des modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes .....</b>          | <b>132</b> |
| <b>Annexe III : Modélisation des dispositifs dans le canal de puissance étudié .....</b>               | <b>132</b> |
| <b>Bibliographie.....</b>  | <b>165</b> |

# **Introduction générale**

L'électronique de puissance est en constante évolution depuis près d'un demi-siècle. Elle offre de très bons rendements pour convertir l'énergie électrique. Cependant, dans le cadre des réseaux électriques où elle est de plus en plus envisagée, des perturbations harmoniques apparaissent en amont et en aval des convertisseurs statiques. Ces harmoniques, peu désirables, doivent respecter des normes. Selon les études conduites, différentes bandes de fréquence sont considérées du point de vue normatif. Par exemple, pour l'aéronautique, la bande basses fréquences va jusqu'à 150kHz et la bande haute fréquence est au-delà de 150kHz. Pour analyser les perturbations harmoniques, des modèles fréquentiels du fonctionnement des convertisseurs statiques sont nécessaires.

Dans nos travaux, nous sommes particulièrement intéressés par la modélisation en vue du dimensionnement optimal de composants ou systèmes. La recherche de la meilleure efficacité énergétique possible des systèmes d'alimentation électrique pousse en effet de plus en plus à leur optimisation. Et celle-ci nécessite bien sûr l'utilisation de modèles adaptés. Pour une optimisation tenant compte de contraintes harmoniques, les modèles devront être capables de représenter correctement les harmoniques sur une bande de fréquences donnée.

Nos travaux se concentreront plus particulièrement sur la modélisation fréquentielle des convertisseurs en basses fréquences (jusqu'à 150kHz). La construction des modèles peut s'avérer difficile, car la détermination des instants de commutation naturelle n'est pas facile a priori. En effet, ces commutations sont liées à l'évolution des grandeurs courant et/ou tension des semiconducteurs. Elles sont souvent à l'origine de phases de conduction dont la durée est fortement liée au point de fonctionnement et aux paramètres du circuit (par exemple, les valeurs des composants passifs). Ainsi, les commutations naturelles s'avèrent difficilement prédictibles et difficiles à modéliser analytiquement. Pour cela, des formulations spécifiques doivent être mise en œuvre pour les déterminer.

Afin de faire la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques en vue d'un dimensionnement, plusieurs approches existent.

- On peut combiner une simulation temporelle à l'aide d'un logiciel dédié (Portunus, Psim, Saber,...) avec un algorithme d'optimisation stochastique. Cependant, plus on

monte en fréquence, plus les simulations sont lourdes (durées des régimes transitoires, périodes d'échantillonnage, etc.). De plus, le nombre de contraintes de dimensionnement envisageables est alors souvent limité à quelques dizaines.

- Il est aussi possible d'utiliser un modèle analytique avec un algorithme d'optimisation déterministe. La construction du modèle est délicate et parfois longue à mettre en œuvre. De plus, il est souvent délicat de calculer les instants de commutation naturelle. Enfin, le modèle doit être capable de supporter les variations de paramètres imposées par l'algorithme d'optimisation. Cependant, cette approche permet d'envisager plus de contraintes que la précédente et est souvent beaucoup plus rapide en temps de calcul.

Dans nos travaux, nous privilégierons la deuxième approche et nous nous concentrerons sur les points suivants :

- définir une méthode de modélisation fréquentielle semi-analytique qui sera générique pour la simulation de tout convertisseur statique, en nous restreignant dans un premier temps à des convertisseurs ayant peu de commutations par période du fondamental du réseau, mais incluant des commutations naturelles (difficilement prédictibles)
- étendre la modélisation semi-analytique orientée simulation fréquentielle à une modélisation orientée dimensionnement par optimisation
- améliorer la convergence des méthodes utilisées pour la résolution des problèmes
- appliquer l'approche à un ou plusieurs redresseurs à diodes ; sur ce point, nous envisagerons une application industrielle inspirée des travaux de post-doctorat de J. Régnier [1] et de thèse de H. Nguyen-Huu [2] et portant sur les systèmes de génération électrique embarqués dans les avions.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre présente le problème général du dimensionnement par optimisation et des méthodes de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques. Nous choisissons et détaillons plus particulièrement une méthode semi-analytique qui nous semble adaptée à la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques, en vue de leur dimensionnement dans des systèmes par des algorithmes d'optimisation déterministes. Elle est en particulier valable pour les convertisseurs statiques présentant des commutations naturelles.

Le deuxième chapitre présente les problèmes rencontrés dans le processus de résolution numérique utilisé dans l'approche de modélisation retenue. Nous proposons des solutions à ces problèmes pour améliorer la convergence de calcul et réduire les temps de calcul. Nous détaillons les formulations mathématiques que nous retenons. Nous présentons également des cas complexes sur lesquels nous ne pouvons pas appliquer les solutions que nous proposons. Ces cas limites, très peu nombreux, constituent une limite de l'approche. De plus, nous proposons d'exploiter les symétries de fonctionnement du convertisseur statique et d'utiliser les moyens disponibles au laboratoire pour faciliter en partie la mise en équation des modèles.

Dans le troisième chapitre, nous appliquons la méthode choisie dans le cas d'un redresseur monophasé à diodes, cas typique d'un convertisseur présentant des commutations naturelles. Nous considérons deux modes de fonctionnement caractéristiques de ce redresseur : l'un avec empiètement d'anode et l'autre avec des phases de conduction discontinues. Dans le deuxième cas, une ou plusieurs phases de conduction par demi-période de fonctionnement sont analysées. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux obtenus par des simulations sous Psim combinées à de la FFT. Ce chapitre est essentiellement dédié à l'application de notre approche en termes de simulation, pour illustrer nos choix.

Dans le quatrième chapitre, nous traitons une application industrielle. Nous choisissons de travailler sur un canal de puissance d'un avion. Nous réalisons le dimensionnement par optimisation de ce canal de puissance avec l'objectif de minimiser sa masse tout en respectant les normes de qualité du réseau. Nous développons les modèles utilisés pour les convertisseurs et les composants du canal de puissance. Ces modèles sont orientés optimisation. Nous définissons aussi des contraintes en vue du dimensionnement par optimisation. Enfin, nous simulons les résultats obtenus afin de vérifier que le dimensionnement est satisfaisant, y compris les critères non pris en compte lors de l'optimisation.

Enfin, nous concluons sur nos travaux et ouvrons ceux-ci sur différentes perspectives.



# CHAPITRE I : Problématique de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques

## SOMMAIRE

---

|   |           |
|---|-----------|
| <i>CHAPITRE I : Problématique de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques</i> .....                          | <b>11</b> |
| <b>I. Introduction</b> .....  | <b>13</b> |
| <b>II. Dimensionnement par optimisation</b> .....   | <b>13</b> |
| <b>III. Etat de l'art de la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques</b> .....                               | <b>15</b> |
| III.1. Modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques.....   | 15        |
| III.1.1 Méthodes indirectes s'appuyant sur de la simulation temporelle .....  | 15        |
| III.1.1.1 La démarche.....  | 15        |
| III.1.1.2 Les avantages .....   | 17        |
| III.1.1.3 Les inconvénients .....   | 17        |
| III.1.1.4 Utilisabilité en optimisation.....  | 17        |
| III.1.2 Méthodes directes .....   | 18        |
| III.1.2.1 Méthode fréquentielle itérative.....  | 18        |
| III.1.2.2 Méthode fréquentielle directe basée sur le formalisme de représentation d'état.....                               | 20        |
| III.2. Méthode du formalisme d'état pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques.....                    | 22        |
| III.2.1 Hypothèses de modélisation .....  | 22        |
| III.2.2 Méthode de modélisation.....  | 22        |
| III.2.2.1 Equations d'état .....  | 22        |
| III.2.2.2 Equations de calcul du vecteur initial $X_1(t_0)$ et des instants de commutation                                  | 24        |
| III.2.2.3 Pourquoi faire une modélisation avec intégration d'exponentielle de matrice .....                                 | 28        |
| III.2.2.4 Calcul du spectre d'harmoniques à partir des équations d'état et des instants de changement de configuration..... | 29        |
| <b>IV. Conclusion</b> .....   | <b>31</b> |





## I. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le problème général du dimensionnement par optimisation et l'état de l'art de la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques. De là, nous choisissons une méthode générique qui peut être adaptée à la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques en vue de leur dimensionnement par des algorithmes d'optimisation. La méthode choisie repose sur les équations d'état et sur une résolution explicite par exponentielle de matrice permettant de ne calculer qu'un minimum de points sur une période de fonctionnement. De cette formulation, nous déduisons le calcul de spectre d'harmoniques.

## II. Dimensionnement par optimisation

La formulation du problème d'optimisation sous contraintes peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\text{trouver } \bar{x} \text{ tel que } \begin{cases} f(\bar{x}) = \min(\text{ou max})f(x) \\ \bar{x} \in X \\ g(\bar{x}) = 0 \\ h(\bar{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Les fonctions  $g$  et  $h$  sont respectivement appelées contrainte d'égalité et d'inégalité.

En fait, l'optimisation minimise (ou maximise) une fonction qui dépend d'une ou de plusieurs variables [3], [4]. Cette fonction est la fonction objectif. Pour le dimensionnement, les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$ , relient des paramètres d'entrée et des critères de sortie d'un modèle de dimensionnement. Les paramètres d'entrée sont généralement des paramètres (physiques, géométriques,...) du composant ou système à concevoir. Les critères de sortie sont plutôt des performances (rendement, coût, masse, dynamique ...). L'algorithme d'optimisation doit trouver un ensemble de paramètres qui satisfasse aux conditions suivantes :

- la fonction objectif est minimum
- les contraintes sur l'entrée et la sortie sont respectées.

La procédure de dimensionnement par optimisation est illustrée sur la Figure I.1.

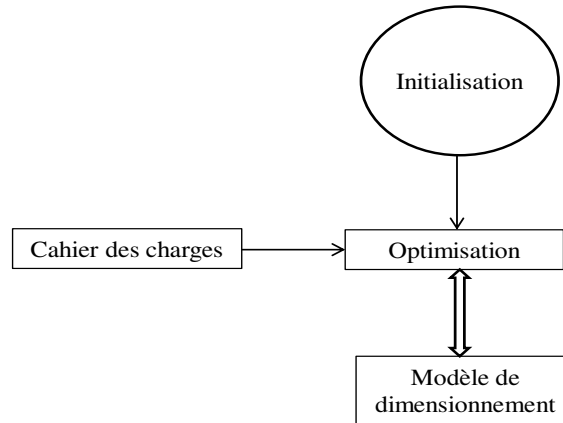


Figure I.1: Procédure de dimensionnement par optimisation

Il existe plusieurs algorithmes d'optimisation. Dans [5], les auteurs ont proposé une classification qui repose sur l'exploitation de l'espace de recherche selon :

- les algorithmes d'optimisation stochastiques
- les algorithmes d'optimisation déterministes.

Les algorithmes d'optimisation stochastiques explorent l'espace de recherche de manière aléatoire. Ainsi, ils ne dépendent pas du point initial. De plus, ces algorithmes n'ont pas besoin de la dérivée partielle des grandeurs de sortie du modèle de dimensionnement en fonction de ses paramètres d'entrée. Cela est un avantage, mais aussi un inconvénient car le temps d'optimisation peut être long. De plus, il est difficile de définir un critère d'arrêt de ces algorithmes [2]. Cependant, ces algorithmes peuvent donner l'optimum global sans rester piégé par des optimums locaux. Ainsi, ces algorithmes conviennent aux modèles avec peu de contraintes et non dérivables.

Les algorithmes d'optimisation déterministes peuvent utiliser le gradient des fonctions objectifs et des contraintes par rapport aux paramètres d'entrée du modèle de dimensionnement, comme directions dans l'espace de recherche. Ainsi, ces algorithmes convergent rapidement et conviennent aux modèles ayant beaucoup de contraintes (plusieurs centaines de contraintes sont possibles). Cependant, selon le point initial choisi, ils peuvent être piégés par un optimum local.

Selon le modèle de dimensionnement, on peut utiliser un algorithme d'optimisation du type déterministe ou stochastique. Pour les modèles numériques ou contenant une partie numérique, par exemple une simulation numérique combinée à un traitement par transformée de Fourier pour le calcul des harmoniques du courant ou de tension, on utilise souvent les algorithmes stochastiques (algorithmes évolutionnaires, algorithmes génétiques,...) [2]. Avec

les modèles analytiques permettant d'exprimer beaucoup de contraintes et dérivables, on préfère souvent utiliser des algorithmes déterministes avec le calcul du Jacobien du modèle (sequential quadratic programming, point intérieur,...)[6]. En effet, les dérivées partielles pour construire le Jacobien sont calculables facilement à partir du modèle grâce au calcul formel ou à de la dérivation automatique [7]. De plus, ces approches offrent des possibilités pour faire des études de sensibilité du dimensionnement par rapport au cahier des charges.

De cette rapide comparaison, on retient qu'en général, le dimensionnement par optimisation avec beaucoup de contraintes nécessite :

- un modèle rapide (analytique ou semi-analytique)
- le calcul du Jacobien de ce modèle (si possible exact).

### **III. Etat de l'art de la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques**

Dans cette partie, nous présentons les principes des méthodes utilisées pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques. Ces méthodes sont comparées pour choisir celle qui convient le mieux à notre objectif. La mise en équation ne sera développée que pour la méthode retenue.

#### **III.1. Modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques**

De nombreuses méthodes pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques ont été proposées ces dernières années [8]. On peut distinguer deux familles de méthodes :

- les méthodes indirectes : calcul des spectres des grandeurs en combinant une simulation temporelle et une transformée de Fourier rapide
- les méthodes directes : calcul des spectres des grandeurs à partir des équations du modèle.

##### **III.1.1 Méthodes indirectes s'appuyant sur de la simulation temporelle**

###### **III.1.1.1 La démarche**

Le principe des méthodes indirectes est présenté sur la Figure I.2. Ces méthodes reposent sur une simulation temporelle du système étudié, par exemple avec des logiciels de type circuit comme PSIM, SABER, PORTUNUS ... A partir des résultats de simulation temporelles, le spectre harmonique est obtenu par une transformée de Fourier rapide (FFT).

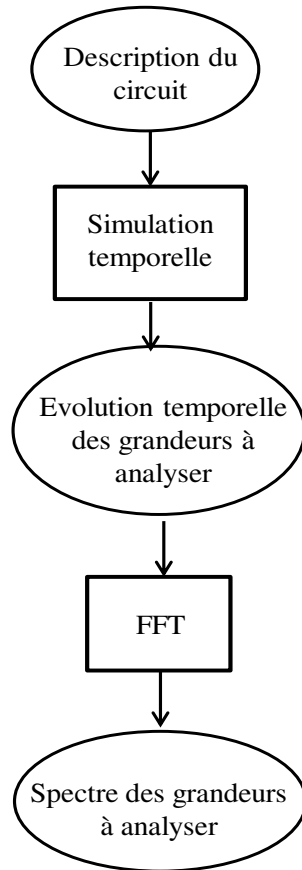


Figure I.2: Principe des méthodes indirectes

Cette démarche est souvent utilisée pour effectuer des analyses comportementales d'un système. Cependant, afin de réaliser des analyses fréquentielles fiables, il faut respecter les critères ci-dessous.

Le pas de calcul tout au long de la simulation doit être constant, ou bien les résultats de simulation doivent être rééchantillonnés avec un pas constant via une interpolation linéaire. Pour la simulation, la valeur du pas de calcul doit respecter les constantes de temps du système [9]. Pour la FFT, la période d'échantillonnage doit respecter le théorème de Shannon [10]. Globalement, le pas doit être suffisamment petit pour obtenir des résultats précis respectant les dynamiques recherchées par la FFT. Donc, la simulation temporelle peut s'avérer longue, d'autant plus qu'un transitoire de fonctionnement doit être préalablement simulé avant le régime permanent sur lequel est fait FFT.

Le calcul de spectre harmonique doit se faire sur un nombre entier de périodes correspondant à la fréquence fondamentale du signal. On notera que pour certaines applications, le régime transitoire avant d'obtenir le régime permanent peut être très long comparativement à la période à observer.

La FFT de certains logiciels de simulation ne donne que le module des harmoniques. Ainsi, un post-traitement des simulations doit être fait dans un autre outil, si les phases des harmoniques sont nécessaires.

#### III.1.1.2 Les avantages

Ces méthodes sont simples à mettre en œuvre et présentent les avantages suivants:

- les logiciels de simulation sont souvent très conviviaux et la description des applications est aisée.
- il n'est pas nécessaire d'avoir beaucoup de connaissances a priori sur le fonctionnement de l'application étudiée. Elle s'avère particulièrement adaptée aux convertisseurs statiques présentant des commutations naturelles.

#### III.1.1.3 Les inconvénients

Par contre, ces méthodes présentent divers inconvénients :

- le régime transitoire permettant d'obtenir le régime permanent peut être coûteux en temps de calcul (CPU), notamment lorsqu'on simule un système compliqué avec un pas de calcul petit afin de respecter toutes les dynamiques modélisées [11], [12].
- la FFT, pour avoir la phase et le module des harmoniques est parfois à faire hors de l'outil de simulation temporelle.

#### III.1.1.4 Utilisabilité en optimisation

Les méthodes d'optimisation peuvent être simplement appliquées sur une telle modélisation. De nombreux algorithmes ont été développés pour améliorer la qualité de leurs résultats et accélérer leur convergence [13]–[16]. La conception par optimisation nécessite l'utilisation de techniques d'optimisation itérant sur la simulation temporelle suivie de la FFT (comme présenté sur la Figure I.3). L'optimisation peut engendrer de nombreuses évaluations et devenir très coûteuse en temps [17]. D'autre part, les algorithmes d'optimisation modifiant les paramètres, on peut aboutir à des dynamiques qui impactent le temps de simulation et le pas de temps. Or, il est difficile de gérer automatiquement cette complexité dans une boucle d'optimisation et il apparaît alors de forts risques de non convergence de la simulation temporelle. Ainsi, la combinaison de la simulation temporelle avec une FFT n'est pas adaptée à une procédure rapide de dimensionnement par optimisation et peut manquer de robustesse.

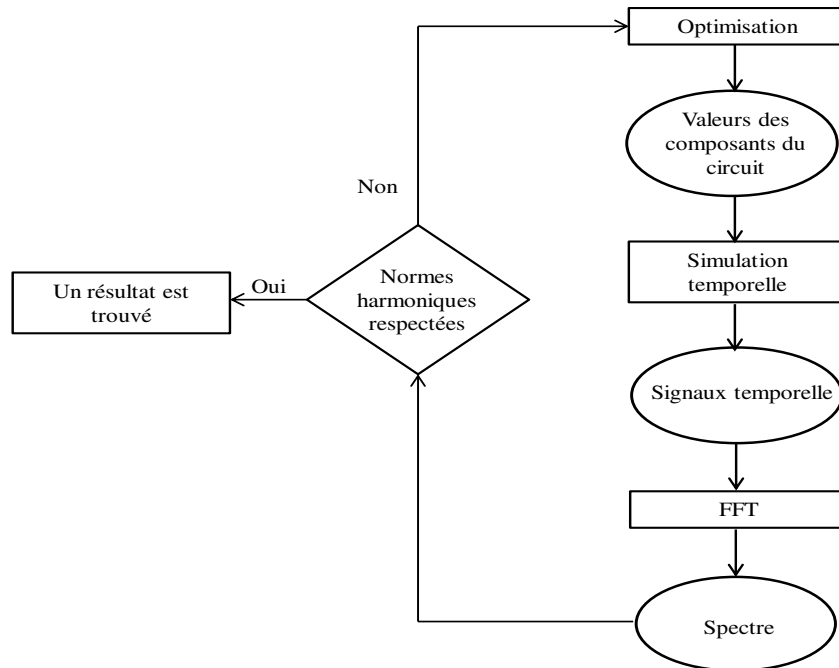


Figure I.3 : Principe d'optimisation en utilisant les méthodes indirectes

### III.1.2 Méthodes directes

Comme présenté ci-dessus, les méthodes de calcul fréquentiel indirectes sont souvent trop lourdes et sensibles pour une procédure de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques en vue d'un dimensionnement par optimisation. Ainsi, un calcul direct des harmoniques paraît préférable. Quelques modèles analytiques ont été proposés par [18]–[21] pour calculer les harmoniques générés par les convertisseurs.

Si ces modèles analytiques permettent de modéliser correctement des convertisseurs statiques pour des analyses harmoniques en basse fréquence, leur utilisation dans le cadre de dimensionnement par optimisation reste encore très contraignante, voire rédhibitoire pour de grosses applications. En outre :

- ils ont été initialement développés pour la modélisation de convertisseurs en commutation forcée [18], [19]
- des formulations mathématiques complexes sont utilisées [20], [21] et mises en œuvre manuellement par le concepteur, ce que est source potentielle d'erreur.

#### III.1.2.1 Méthode fréquentielle itérative

##### III.1.2.1.a La démarche

Cette méthode est présentée dans [22]. Initialement, elle a été développée pour des convertisseurs en commutations forcées. Le principe de la méthode est de représenter

l'interrupteur par une fonction de modulation ( $F_m(\theta)$ ). La relation du signal de sortie  $Y(\theta)$  au signal d'entrée  $X(\theta)$  s'exprime alors par l'équation (I.2) :

$$Y(\theta) = X(\theta) \cdot F_m(\theta) \text{ avec } \theta = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t \quad (\text{I.2})$$

où  $f$  : fréquence fondamentale du système étudié

Afin d'illustrer ce problème, un exemple est présenté sur la Figure I.4.

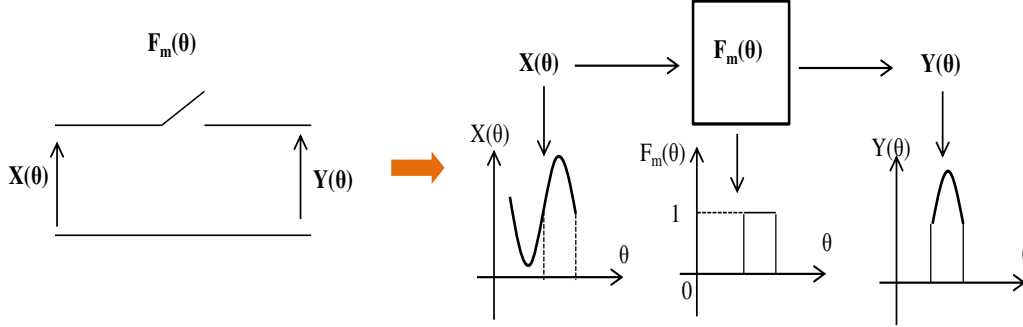


Figure I.4 : Principe des fonctions de modulation

Si la fonction de modulation est périodique, elle peut s'exprimer sous la forme d'une série de Fourier par l'équation suivante :

$$F_m(\theta) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (F_{ak} \cdot \cos(k \cdot \theta) + F_{bk} \cdot \sin(k \cdot \theta)) \quad (\text{I.3})$$

où:  $F_a^k, F_b^k$  sont les coefficients de Fourier de rang harmonique  $k$

La grandeur modulée par  $F_m(\theta)$  est  $X_p(\theta)$  de fréquence  $f_p = p \cdot f$  ( $p$  est un réel positif) qui peut s'écrire :

$$X_p(\theta) = X_{ap} \cdot \cos(p \cdot \theta) + X_{bp} \cdot \sin(k \cdot \theta) \quad (\text{I.4})$$

L'expression de la sortie  $Y(\theta)$  s'écrit quant à elle :

$$Y(\theta) = Y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (Y_{an} \cdot \cos(n \cdot \theta) + Y_{bn} \cdot \sin(n \cdot \theta)) \quad (\text{I.5})$$

Ici,  $Y_0, Y_{an}, Y_{bn}$  sont les composantes harmoniques calculées par les équations (I.6) et (I.5).

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \left( \begin{bmatrix} F_{ap} & F_{bp} \\ F_{bp} & -F_{ap} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ap} & F_{bp} \\ -F_{bp} & F_{ap} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} X_{ap} \\ X_{bp} \end{bmatrix} \quad (\text{I.6})$$

$$\begin{bmatrix} Y_{an} \\ Y_{bn} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} F_{a(p+n)} & F_{b(p+n)} \\ F_{b(p+n)} & -F_{a(p+n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{a(p-n)} & F_{b(p-n)} \\ -F_{b(p-n)} & F_{a(p-n)} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} X_{ap} \\ X_{bp} \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

### III.1.2.1.b Les avantages

Cette méthode a comme avantages :



- de déterminer directement le spectre harmonique d'un signal dans le domaine fréquentiel
- d'être analytique
- de pouvoir s'appliquer aux convertisseurs statiques en commutation naturelle, à condition d'ajouter un ensemble d'équations aux modèles permettant de déterminer les instants de commutation naturelle, puisque cette méthode a été initialement développée pour des convertisseurs en commutations forcées.

#### *III.1.2.1.c Les inconvénients*

Mais cette méthode présente certains inconvénients :

- le temps de calcul est long (environ 64s pour la modélisation d'un pont redresseur triphasé alimenté par une source de tension triphasée avec la charge est une série de l'inductance et de la résistance en parallèle avec une source de courant) [22].
- le nombre d'harmoniques pour chaque grandeur est défini a priori.

#### *III.1.2.1.d Utilisabilité en optimisation*

Dans [22], l'auteur a appliqué cette méthode pour modéliser un pont redresseur monophasé à diodes et un pont redresseur triphasé à diodes. Les résultats obtenus sont acceptables. Cependant, l'adaptation de cette méthode à une démarche de dimensionnement par optimisation n'est pas encore faite. De plus, cette méthode n'a pas été validée sur des systèmes complexes associant plusieurs convertisseurs.

### **III.1.2.2 Méthode fréquentielle directe basée sur le formalisme de représentation d'état**

#### *III.1.2.2.a La démarche*

Cette méthode repose sur la résolution explicite avec exponentielle de matrice des équations d'état, puis sur une application analytique de la transformation de Fourier aux équations d'état en exploitant une résolution temporelle à certains instants (ceux de commutation des semiconducteurs). Cela permet de connaître l'évolution des variables d'état en régime permanent sur une période de fonctionnement. Cette méthode est réalisée en trois étapes :

- la description du fonctionnement du convertisseur statique par des équations d'état pour toutes les configurations de son mode de fonctionnement
- le calcul des valeurs du vecteur d'état et des instants de commutation par la résolution d'un système d'équations non-linéaires

- le calcul du spectre d'harmoniques en appliquant la transformation de Fourier sur les équations d'état du modèle

#### *III.1.2.2.b Les avantages*

Pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques, cette méthode a comme avantages :

- le modèle de calcul est analytique
- le spectre harmonique est calculé directement dans le domaine fréquentiel
- elle présente des gains importants en temps de calcul et est peu coûteuse en ressources informatiques par rapport aux méthodes précédentes [23] [12]
- elle peut être utilisée pour des convertisseur en commutation forcée ou naturelle [17]
- elle peut être appliquée à la mise en œuvre d'un modèle compliqué
- on peut la différentier pour obtenir un Jacobien exact du modèle, ce qui peut être très important pour des algorithmes d'optimisation utilisant les Jacobiens des modèles de dimensionnement
- le nombre d'harmoniques pour chaque grandeur est non défini a priori.

#### *III.1.2.2.c Les inconvénients*

Par contre, elle présente les inconvénients suivants :

- elle n'est pas adaptée à des applications où l'on souhaite analyser le régime transitoire
- elle est longue à mettre en œuvre et peut être rédhibitoire si :
  - il y a beaucoup de configurations par période de fonctionnement
  - l'application est de grande taille
- la modélisation simplifiée des semiconducteurs limite la gamme de fréquences envisagée en termes de calcul.

#### *III.1.2.2.d Utilisabilité en optimisation*

Cette méthode a été développée pour la première fois dans [23]. Cependant, l'auteur ne l'a appliquée qu'aux convertisseurs d'électronique de puissance à commutations forcées. Ainsi, les instants des changements d'état des semiconducteurs sont connus avant modélisation. Cela permet de faciliter la résolution du système des équations d'état du circuit. De plus, la méthode de modélisation est complètement manuelle et orientée analyse. Afin d'étendre cette première approche, les travaux de [12] ont permis d'appliquer la méthode à des convertisseurs à commutation naturelle. Cependant, il reste encore des limitations quant à la réalisation des modèles et à l'adaptation de cette méthode à une démarche de

dimensionnement par optimisation. Les travaux conduits dans [17] ont exploité la démarche précédente pour construire un modèle de redresseur à diodes adapté à une démarche de dimensionnement en optimisant un convertisseur AC/DC qui est utilisé pour la génération DC de véhicules de transport. Cependant, la robustesse de l'approche n'est pas satisfaisante. Tout cela nous montre que cette méthode est capable d'être utilisée en optimisation mais que sa résolution doit être améliorée.

Nous avons donc retenu cette méthode pour la suite de notre travail.

## III.2. Méthode du formalisme d'état pour la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques

### III.2.1 Hypothèses de modélisation

Afin de modéliser fréquentiellement les convertisseurs statiques, nous faisons les hypothèses suivantes :

- les convertisseurs statiques fonctionnent en régime permanent.
- les interrupteurs sont idéaux (comme présenté sur la Figure I.5).

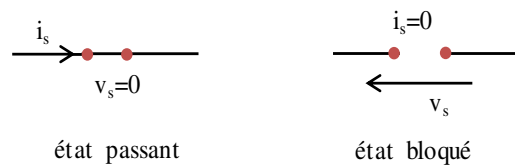


Figure I.5: Semiconducteur idéal

- les composants passifs sont linéaires.

### III.2.2 Méthode de modélisation

#### III.2.2.1 Equations d'état

##### III.2.2.1.a Mise en équation

Sur une période de fonctionnement  $T$  d'un convertisseur statique, il y a  $N_c$  configurations, comme illustré sur la Figure I.6. Chaque configuration est numérotée par un indice  $k$ , allant de  $1$  à  $N_c$ . Une configuration d'indice  $k$  commence à l'instant  $t_{k-1}$  et se termine à l'instant  $t_k$ . Elle dure  $\Delta t_k$ . En fonction des commutations des semiconducteurs, chaque configuration donne une topologie particulière du circuit constitué par le convertisseur, de laquelle les équations d'état sont déduites.

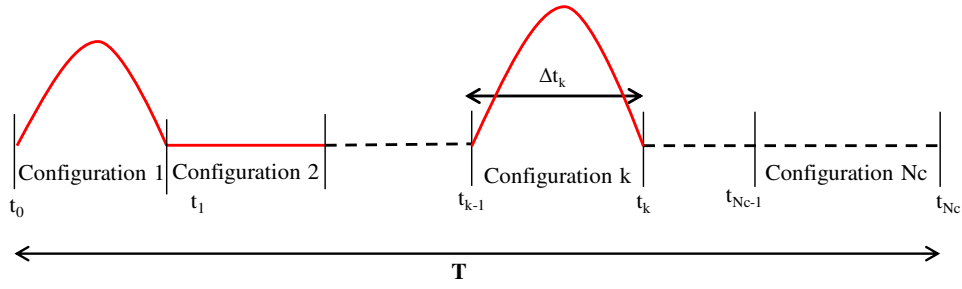


Figure I.6 : Configurations d'un convertisseur sur une période de fonctionnement

A partir des lois de Kirchoff, les équations d'état décrivant un convertisseur statique peuvent être exprimées par les équations (I.8) et (I.9) pour toute configuration d'indice  $k$  des convertisseurs statiques:

$$\frac{dX_k(t)}{dt} = A_k \cdot X_k(t) + B_k \cdot U(t); k = 1..Nc \quad (I.8)$$

$$Y_k(t) = C_k \cdot X_k(t) + D_k \cdot U(t); k = 1..Nc \quad (I.9)$$

où:

| Nom   | Description                  | Nom   | Description         |
|-------|------------------------------|-------|---------------------|
| $X_k$ | Vecteur des variables d'état | $A_k$ | Matrice d'état      |
| $Y_k$ | Vecteur des sorties          | $B_k$ | Matrice d'entrée    |
| $U_k$ | Vecteur des entrées          | $C_k$ | Matrice de sortie   |
| $t$   | Temps                        | $D_k$ | Matrice de couplage |

Tableau I.1: Eléments des équations d'état

En tenant compte des hypothèses de modélisation présentées à la partie III.2.1, pour chaque configuration, les matrices  $A_k$ ,  $B_k$ ,  $C_k$ ,  $D_k$  sont différentes, mais elles sont constantes pour une configuration donnée (voir la Figure I.7). En effet, elles ne dépendent que de la topologie du circuit.

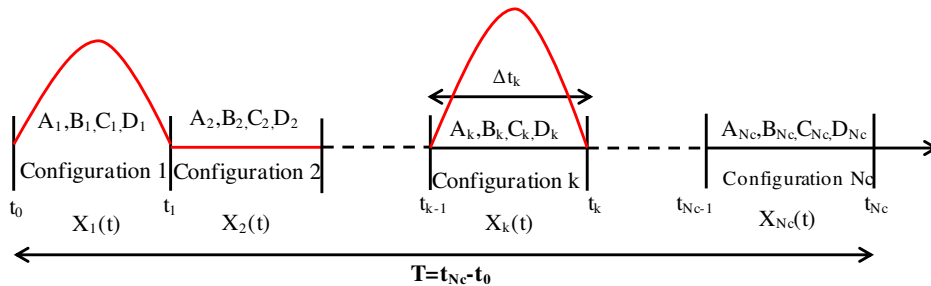


Figure I.7 : Matrices d'état de chaque configuration sur une période de fonctionnement

De ce fait,  $X_k$  et  $Y_k$  peuvent aussi évoluer d'une configuration à l'autre. Dans nos applications, une grandeur qui disparaît de  $X_k$  est généralement exprimable dans  $Y_k$ . Ainsi, les grandeurs caractérisant les composants passifs et les semiconducteurs, peuvent être exprimées

quelle que soit la configuration d'indice  $k$  considérée, soit directement à partir de  $X_k$ , soit indirectement via  $Y_k$ .

### III.2.2.1.b Résolution exacte

La résolution des équations (I.8) et (I.9) dans le domaine temporel s'exprime analytiquement par les équations (I.10) et (I.11) [24], pour une configuration  $k$  ( $k=1..Nc$ ):

$$X_k(t) = e^{A_k(t-t_{k-1})}X_k(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^t e^{A_k(\tau-t_{k-1})}B_k \cdot U(\tau)d\tau \quad (I.10)$$

$$Y_k(t) = C_k \cdot (e^{A_k(t-t_{k-1})}X_k(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^t e^{A_k(\tau-t_{k-1})}B_k \cdot U(\tau)d\tau) + D_k \cdot U(t) \quad (I.11)$$

Nous constatons qu'il n'est pas nécessaire de résoudre l'équation (I.11). En effet, ayant résolu l'équation (I.10) qui donne le vecteur  $X_k(t)$ , il est préférable d'en déduire directement le vecteur  $Y_k(t)$  avec l'équation (I.9). Ainsi, seule l'équation (I.10) doit être résolue. Pour cela, il faut connaître les valeurs initiales  $X_k(t_{k-1})$  et aussi les instants  $t_{k-1}$  et  $t_k$  délimitant la configuration  $k$  dans le temps.

*Remarques : la source  $U(\tau)$  est souvent une source sinusoïdale ou constante. Donc, le deuxième terme de l'équation (I.10) peut être calculé de manière exacte [4].*

### III.2.2.2 Equations de calcul du vecteur initial $X_1(t_0)$ et des instants de commutation

Pour commencer, nous exploitons la propriété de continuité du vecteur d'état  $X(t)$  aux instants de commutation (illustré sur la Figure I.8). Cela nous permet d'écrire :

$$X_k(t_{k-1}) = X_{k-1}(t_{k-1}) \quad (k = 1..Nc) \quad (I.12)$$

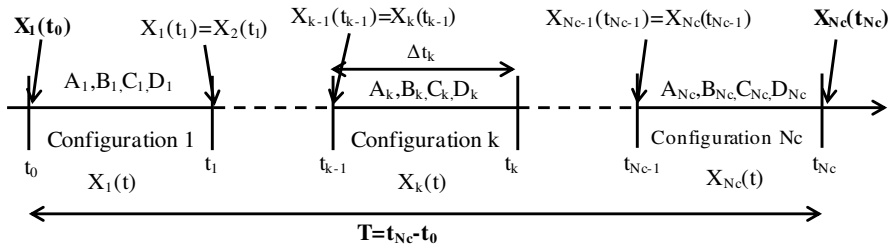


Figure I.8 : Continuité du vecteur d'état  $X(t)$  aux instants de commutation

Afin d'introduire les calculs, considérons la configuration  $1$ , sur l'intervalle de temps  $[t_0, t_1]$ . Pour calculer  $X_1(t_1)$ , nous partons de la connaissance de la valeur  $X_1(t_0)$  et de celle des instants  $t_0$  et  $t_1$  de la configuration  $1$ . Nous utilisons l'exponentielle de matrice d'état  $e^{A_1}$  comme exprimé par l'équation (I.10). De même pour calculer la valeur  $X_2(t_2)$ , il nous faut connaître la valeur de  $X_2(t_1)$  et celle des instants  $t_1$  et  $t_2$  de la configuration  $2$ , puis utiliser les

équations (I.10) et (I.12). Ainsi, par itération sur  $k$ , en partant des valeurs  $\{t_k, k = 0..Nc\}$  et de  $X_1(t_0)$ , nous calculons  $X_1(t_1)..X_k(t_k)$  pour arriver à  $X_{Nc}(t_{Nc})$ . Cela est illustré sur la Figure I.9.

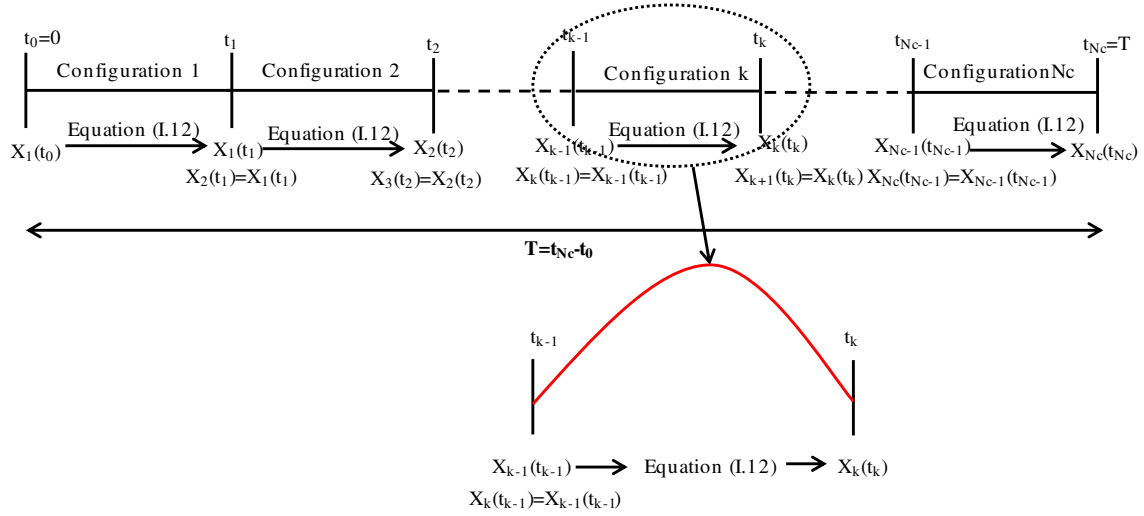


Figure I.9 : Illustration de calcul des valeurs  $X_k(t_k)$  ( $k = 0..Nc$ )

Pour calculer  $X_1(t_0)$ , nous considérons un fonctionnement périodique du convertisseur en régime permanent. Ceci entraîne l'égalité entre les valeurs du vecteur  $X$  en début de période et en fin de période de fonctionnement comme présenté par l'équation (I.13) :

$$X_1(t_0) = X_{Nc}(t_{Nc}) \quad (I.13)$$

Afin de déterminer les instants des changements de configuration  $t_0, t_1, \dots, t_{Nc}$ , nous allons formuler des contraintes sur les conditions de commutation des interrupteurs du système. Cela concerne le courant ou la tension aux bornes de l'interrupteur. Ici, nous ne considérons que les semiconducteurs en commutation naturelle. En effet, les instants de changement de configuration des semiconducteurs en commutation forcée sont connus si la commande est connue. Sur la Figure I.10, nous illustrons le critère de commutation naturelle d'un semiconducteur pour lequel :

- son blocage se fait sur l'annulation du courant (Figure I.10a)
- son amorçage se fait sur l'annulation de la tension à ses bornes (Figure I.10b)

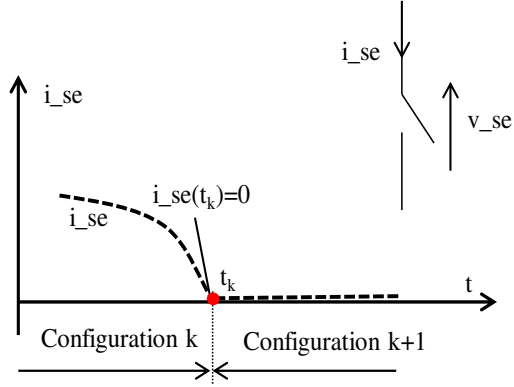


Figure I.10a: Critère de blocage d'un semiconducteur

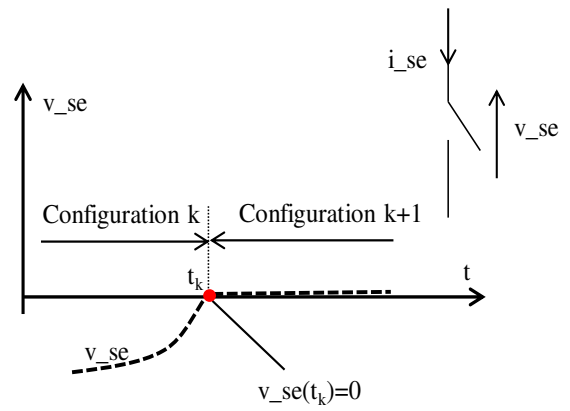


Figure I.10b: Critère d'amorçage d'un semiconducteur

Figure I.10 : Critères de commutation

A partir de la Figure I.10, à tout instant  $t_k$ , une commutation naturelle d'un semiconducteur sur annulation de son courant ou de sa tension peut se traduire par une équation implicite de la forme générale suivante :

$$f_{c_k}(t_k) = 0 \quad (k = 0..N_c - 1) \quad (I.14)$$

De plus, le fait de considérer l'étude sur une période de fonctionnement du système, il est possible d'écrire:

$$t_{N_c} - t_0 = T \quad (I.15)$$

Finalement, nous obtenons un système d'équations correspondant aux variables inconnues  $t_0, t_1, \dots, t_{N_c}, X_I(t_0)$  :

$$\begin{aligned} X_1(t_0) &= X_{N_c}(t_{N_c}) \\ t_{N_c} - t_0 &= T \\ f_{c_k}(t_k) &= 0 \quad (k = 0..N_c - 1) \end{aligned} \quad (I.16)$$

L'équation  $t_{N_c} - t_0 = T$  est résolue explicitement en écrivant :

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 \\ t_{N_c} &= T \end{aligned} \quad (I.17)$$

Ainsi, au vu de la méthode de résolution, le modèle a l'allure suivante :

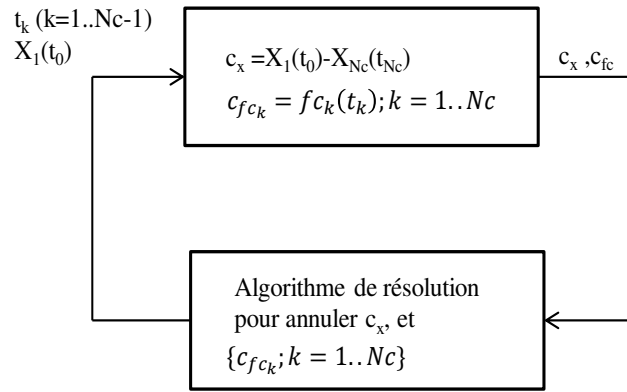


Figure I.11 : Allure du modèle pour résolution (I.16)

Le système d'équations (I.16) est non linéaire (utilisation des solutions explicites en exponentielles de matrices) et plusieurs méthodes peuvent permettre de le résoudre. Une méthode de type Newton-Raphson est préférable [25]. Cependant, pour assurer la convergence, nous relâchons la condition de commutation à l'instant  $t_k$  comme illustré par l'équation (I.18).

$$-\varepsilon_k \leq f c_k(t_k) \leq \varepsilon_k \quad (k = 0..Nc - 1) \quad (I.18)$$

Ainsi, nous résolvons au final un système d'équations et d'inéquations (I.19) et une méthode de type SQP (Sequential Quadratic Programming) peut être préférable [26].

$$\begin{aligned} X_1(t_0) &= X_{Nc}(t_{Nc}) \\ t_{Nc} - t_0 &= T \\ -\varepsilon_k &\leq f c_k(t_k) \leq \varepsilon_k \quad (k = 1..Nc - 1) \end{aligned} \quad (I.19)$$

Vu de la méthode de résolution, le modèle a la forme suivante :



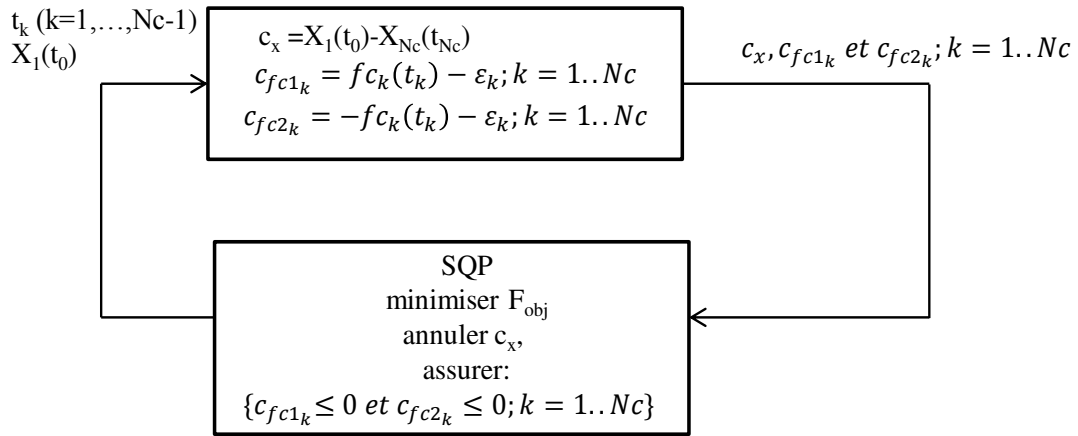


Figure I.12 : Forme du modèle pour la résolution de l'équation (I.19)

où  $F_{obj}$  sera une fonction à minimiser, que nous développerons dans les prochains chapitres.

### III.2.2.3 Pourquoi faire une modélisation avec intégration d'exponentielle de matrice

Pour atteindre le régime permanent, les simulations classiques pas à pas de type Euler, Trapèze ou Runge Kutta (utilisées dans les outils de simulation d'électronique de puissance) doivent calculer le régime transitoire. Cela peut être très long, surtout si les matrices d'état ont des petites valeurs propres [1]. L'utilisation d'exponentielle de matrice d'état ( $e^A$ ) permet de calculer directement le régime permanent et les variables d'état à l'instant de commutation du convertisseur statique [23]. Cela évite de calculer de nombreux points intermédiaires entre deux instants de commutation. Un exemple de points de calcul obtenus par une simulation classique et par l'intégration d'exponentielle de matrice ( $e^A$ ) est présenté sur la Figure I.13.

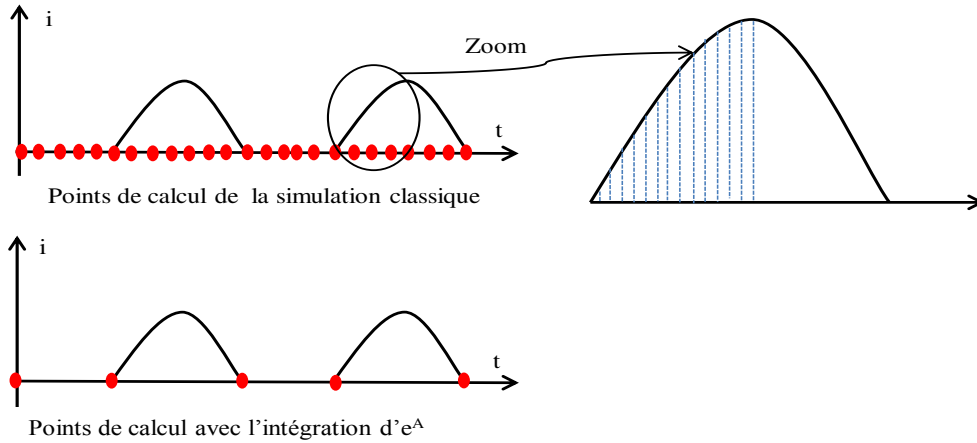


Figure I.13 : Points de calcul pour une simulation classique (intégration pas à pas) et points à calculer avec une intégration d' $e^A$

Enfin, l'exponentielle de la matrice d'état ( $e^A$ ) est dérivable, ce qui facilite le calcul de Jacobiens et l'utilisation d'algorithmes d'optimisation déterministes.

#### III.2.2.4 Calcul du spectre d'harmoniques à partir des équations d'état et des instants du changement de configuration

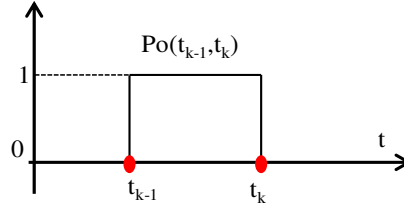
Une fois que nous connaissons la valeur de  $X_1(t_0)$  et celle de chaque instant  $t_k$  ( $k = 0..Nc$ ), nous pouvons calculer le spectre d'harmoniques des grandeurs étudiés.

Tout d'abord, en combinant le vecteur  $X_k(t)$  de chaque configuration  $k$ , le vecteur  $X(t)$  peut être reconstitué sur une période entière de fonctionnement par l'équation (I.20):

$$X(t) = \sum_{k=1}^{Nc} X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k) \quad (I.20)$$

où la porte  $Po(t_{k-1}, t_k)$  définit la fenêtre temporelle de la configuration  $k$  et s'exprime par l'équation (I.21). Elle est illustrée sur la Figure I.14.

$$Po(t_{k-1}, t_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{k-1} \leq t \leq t_k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (I.21)$$


 Figure I.14 : Définition de la porte  $Po(t_{k-1}, t_k)$ 

L'application de la transformation de Fourier (TF) sur l'équation (I.20) conduit à l'équation (I.22):

$$TF(X(t))(f) = TF(\sum_{k=1}^{Nc} X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) = \sum_{k=1}^{Nc} TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \quad (I.22)$$

D'autre part, l'équation (I.8) peut être réécrite :

$$\frac{dX_k(t)}{dt} \cdot Po(t_{k-1}, t_k) = A_k \cdot X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k) + B_k \cdot U(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k) \quad (I.23)$$

En appliquant la TF à l'équation (I.23), on obtient :

$$TF\left(\frac{dX_k(t)}{dt} \cdot Po(t_{k-1}, t_k)\right) = \begin{cases} A_k \cdot TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \\ + B_k \cdot TF(U(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \end{cases} \quad (I.24)$$

En prenant en compte les propriétés de dérivation de la TF dans le domaine temporel, l'expression de gauche de l'équation (I.24) s'écrit :

$$TF\left(\frac{dX_k(t)}{dt} \cdot Po(t_{k-1}, t_k)\right) = \begin{cases} -X_k(t_{k-1}) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_{k-1}} + X_k(t_k) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_k} \\ + i \cdot 2\pi \cdot f \cdot TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \end{cases} \quad (I.25)$$

Puis, en remplaçant l'équation (I.25) dans l'équation (I.24), nous obtenons :

$$\begin{cases} -X_k(t_{k-1}) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_{k-1}} + X_k(t_k) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_k} \\ + i \cdot 2\pi \cdot f \cdot TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \end{cases} = \begin{cases} A_k \cdot TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \\ + B_k \cdot TF(U(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \end{cases} \quad (I.26)$$

Afin de faciliter cette écriture, nous proposons d'écrire :

$$TF_k(f) = TF(X_k(t) \cdot Po(t_{k-1}, t_k)) \text{ et}$$

$$MI_k = \begin{bmatrix} i \cdot 2\pi \cdot f & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & i \cdot 2\pi \cdot f \end{bmatrix} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = i \cdot 2\pi \cdot f \cdot I$$

Après simplification de l'équation (I.26), nous obtenons :

$$(MI_k - A_k).TF_k(f) = \left| \begin{array}{c} B_k.TF(U(t).Po(t_{k-1}, t_k)) \\ +X_k(t_{k-1}).e^{-i.2\pi.f.t_{k-1}} - X_k(t_k).e^{-i.2\pi.f.t_k} \end{array} \right. \quad (I.27)$$

Si la matrice  $(MI_k - A_k)$  n'est pas singulière, la valeur de  $TF_k(f)$  est calculée par :

$$TF_k(f) = (MI_k - A_k)^{-1} \cdot \left| \begin{array}{c} B_k.TF(U(t).Po(t_{k-1}, t_k)) \\ +X_k(t_{k-1}).e^{-i.2\pi.f.t_{k-1}} - X_k(t_k).e^{-i.2\pi.f.t_k} \end{array} \right. \quad (I.28)$$

De plus, les sources utilisées dans les convertisseurs statiques sont souvent constantes ou sinusoïdales en fonction du temps. Ainsi, l'expression  $TF(U(t).Po(t_{k-1}, t_k))$  peut être calculée de manière exacte et exprimée par l'équation (I.29) :

$$TF(U(t).Po(t_{k-1}, t_k)) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} U(t).e^{-i.2\pi.f.t} dt \quad (I.29)$$

Finalement, en combinant les équations (I.23) et (I.28), le terme  $TF(X(t))(f)$  dans l'équation (I.22) est calculé. Ensuite, nous récupérons la partie imaginaire et la partie réelle de  $TF(X(t))(n.f)$  ; puis nous calculons les amplitudes de chaque rang harmonique par l'équation (I.30) :

$$\begin{aligned} Ah_0 &= f. |TF(X(t))(0)| \quad si \ n = 0 \\ Ah_n &= 2.f. |TF(X(t))(n.f)| \quad si \ n > 0 \end{aligned} \quad (I.30)$$

où  $f = 1/T$  et  $n$  est le rang de l'harmonique à calculer.

De plus, pour calculer la phase d'harmonique rang  $n$ , nous appliquons l'équation suivante :

$$\varphi_n = \arctg \left( \frac{\text{imaginaire}(TF(X(t))(n.f))}{\text{réelle}(TF(X(t))(n.f))} \right) \quad (I.31)$$

#### IV. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes méthodes de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques. Nous avons fait le choix d'adopter une méthode semi-analytique en vue de l'utiliser pour le dimensionnement par optimisation. Ainsi, nous avons retenu et détaillé la méthode à base du formalisme d'état, qui sera appliquée par la suite à un cas test. Mais auparavant, il conviendra de s'affranchir de quelques problèmes numériques.



# CHAPITRE II : Résolution numérique

## SOMMAIRE

|  |           |
|--|-----------|
| <b>I. Introduction .....</b>   | <b>35</b> |
| <b>II. Méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel des convertisseurs statiques .....</b>                               | <b>35</b> |
| II.1. Newton-Raphson.....  | 35        |
| II.1.1 Principe .....  | 35        |
| II.1.2 Avantages .....   | 36        |
| II.1.3 Inconvénients et problèmes de convergence.....  | 36        |
| II.1.3.1 Saut de racine .....  | 36        |
| II.1.3.2 Dépendance de la résolution aux valeurs initiales des inconnues.....  | 37        |
| II.1.3.3 Piégeage de la résolution si initialisation sur des extrema.....  | 38        |
| II.1.3.4 Division par zéro.....  | 38        |
| II.2. SQP (Sequential Quadratic Programming).....  | 39        |
| II.2.1 Principe .....  | 39        |
| II.2.2 Avantages .....   | 40        |
| II.2.3 Inconvénient et problèmes de convergence.....   | 40        |
| II.2.3.1 Convergence numérique .....   | 40        |
| II.2.3.2 Piégeage de la résolution sur un optimum local non désiré .....   | 40        |
| II.3. Pourquoi choisir la méthode NR et la méthode SQP.....  | 42        |
| <b>III. Amélioration de la convergence des méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel .....</b>                        | <b>42</b> |
| III.1. Formulation des contraintes de commutation.....   | 42        |
| III.1.1 Contraintes pour assurer le sens de variation du courant et de la tension d'un semiconducteur qui commute naturellement..... | 42        |
| III.1.2 Contraintes en fonction du temps.....  | 43        |
| III.2. Estimation des instants de changement d'état des semiconducteurs .....  | 43        |
| III.2.1 Principe de l'estimation .....   | 43        |
| III.2.1.1 Solutions générales d'une équation d'état .....  | 43        |
| III.2.1.2 Utilisation des valeurs propres pour estimer les instants de changement de configuration.....                              | 44        |

|  |           |
|--|-----------|
| III.2.2 1 <sup>er</sup> cas : la réponse libre domine la réponse forcée .....                                      | 46        |
| III.2.3 2 <sup>ème</sup> cas : la période d'oscillation est proche de la période de fonctionnement du système..... | 47        |
| III.2.4 3 <sup>ème</sup> cas : la réponse libre est dominée par la réponse forcée.....                             | 48        |
| III.2.5 4 <sup>ème</sup> cas : les valeurs propres sont réelles .....  | 49        |
| III.2.6 5 <sup>ème</sup> cas : la réponse totale oscille plusieurs fois avec des extrema proches de zéro .....     | 50        |
| III.3. Symétries de fonctionnement du convertisseur statique .....   | 52        |
| III.3.1 Symétrie de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes.....   | 52        |
| III.3.2 Symétrie de fonctionnement du redresseur triphasé à diodes.....  | 52        |
| III.4. Mise en œuvre des matrices d'état .....   | 53        |
| III.5. Logiciels utilisés.....   | 55        |
| <b>IV. Conclusion .....</b>  | <b>56</b> |

## I. Introduction

Ce chapitre présente les méthodes que nous avons utilisées pour la résolution du modèle temporel des convertisseurs statiques (avant transformation de Fourier), les problèmes posés par cette résolution et les solutions que nous proposons. Ce chapitre comporte trois parties.

- La première partie présente le principe, les avantages et les inconvénients des méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel et le calcul du vecteur d'état aux instants de commutation.
- La deuxième partie présente et analyse les problèmes de résolution de tels modèles.
- La dernière partie présente les améliorations que nous proposons pour traiter les problèmes rencontrés.

## II. Méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel des convertisseurs statiques

Ici, les méthodes Newton-Raphson (NR) et Sequential Quadratic Programming (SQP) sont utilisées pour résoudre le modèle analytique temporel dont la solution permet de calculer les harmoniques par transformation de Fourier.

### II.1. Newton-Raphson

#### II.1.1 Principe

En analyse numérique, la méthode de Newton-Raphson est une méthode pour trouver itérativement une approximation des racines (ou zéros) d'une fonction  $f(x)$  à valeur réelle.

Cette méthode est réalisée selon les étapes suivantes.

Pour chaque itération d'indice  $i$  :

1. évaluer symboliquement  $f'(x)$  et proposer une estimation initiale de la racine  $x_i$
2. utiliser l'estimation  $x_i$  pour estimer la nouvelle valeur de la racine  $x_{i+1}$  par l'équation suivante :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (\text{II.1})$$

3. trouvez l'erreur absolue relative  $\epsilon$ , qui est calculée par la formule ci-dessous :

$$|\epsilon| = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| \quad (\text{II.2})$$



4. comparer cette erreur à la valeur relative de tolérance pré-choisie  $\epsilon_c$  ; si  $\epsilon > \epsilon_c$ , revenir à l'étape 2, sinon arrêter le calcul et  $x_{i+1}$  est l'approximation retenue pour la racine à trouver  $x^*$ .

Il faut bien sûr initialiser la résolution de  $f(x)=0$  avec une valeur initiale  $x_0$ , au tout début de la méthode.

Une représentation graphique du principe de la méthode est présentée sur la Figure II.1. Les points verts sont les valeurs d'estimation de la racine et le point rouge est la racine à trouver.

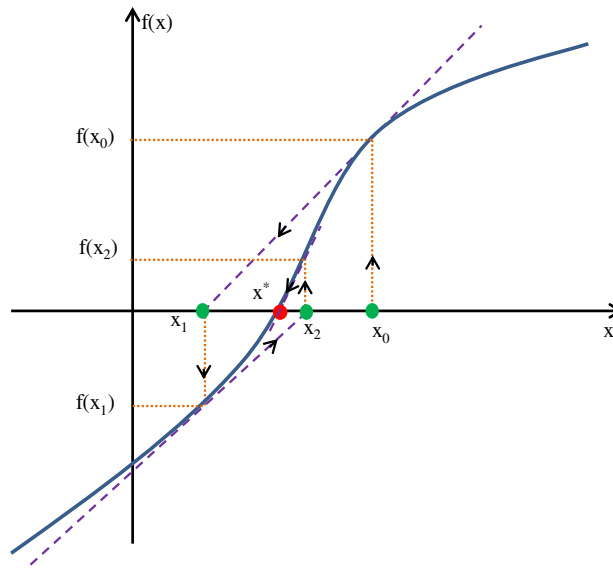


Figure II.1 : Représentation graphique du principe de la méthode NR pour une fonction scalaire

### II.1.2 Avantages

Elle présente des avantages incontestables :

- une capacité de résolution du système d'équations non-linéaires
- une simplicité d'utilisation
- une convergence rapide.

### II.1.3 Inconvénients et problèmes de convergence

Dans ce paragraphe, nous particularisons les problèmes de résolution d'une telle fonction implicite, pour les fonctions de commutation  $f_{C_k}(t)$ .

#### II.1.3.1 Saut de racine

Dans certains cas, toute fonction  $f_{C_k}(t)$  ( $k = 1..Nc$ ) peut présenter plusieurs racines. On peut choisir une estimation initiale proche d'une racine. Cependant, l'estimation peut être

éloignée et NR peut converger vers une autre racine. Cela est courant pour des fonctions trigonométriques.

### II.1.3.2 Dépendance de la résolution aux valeurs initiales des inconnues

Ces valeurs initiales fournies aux inconnues jouent un rôle important sur la convergence et le temps de calcul de la méthode. Ainsi, une bonne estimation des valeurs initiales des inconnues est nécessaire, mais ce travail est souvent difficile. Pour illustrer ce problème, un exemple de résolution de l'équation (I.14) est présenté sur la Figure II.2 pour une configuration  $k$ .

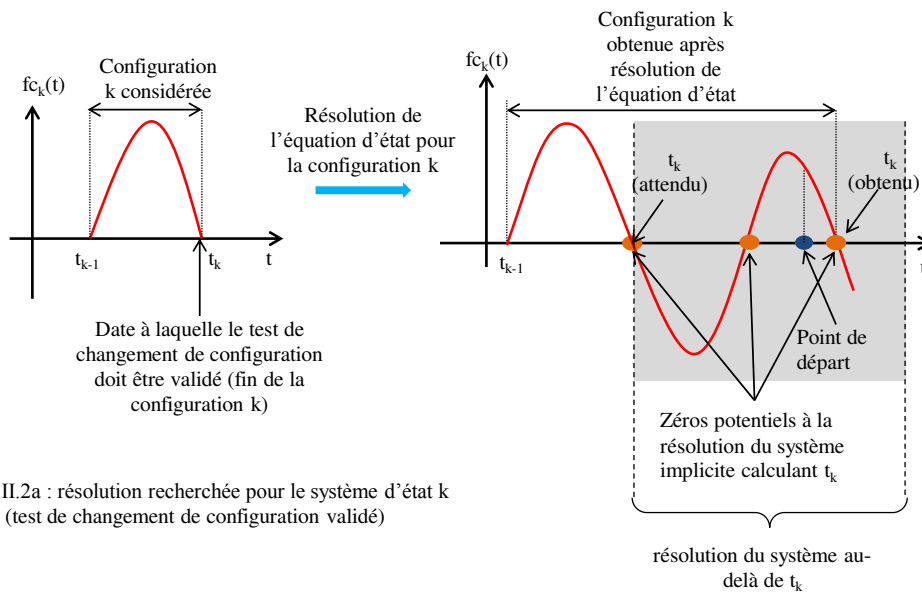


Figure II.2a : résolution recherchée pour le système d'état  $k$  (test de changement de configuration validé)

Figure II.2b : résolution non souhaitée pour le système d'état  $k$  (test de changement de configuration non validé)

Figure II.2: Exemple de l'impact du point de départ

S'il n'y avait pas de commutation à l'instant  $t_k$ , le calcul de  $X_k(t)$  se poursuivrait, comme illustré sur la Figure II.2b, avec plusieurs passages par zéro. Or, ce qui est souhaité, c'est l'arrêt de calcul à  $t_k$  (Figure II.2a), puis passage à la configuration  $(k+1)$ , où un nouveau système d'état est à résoudre.

Dans ce cas, pour toute configuration d'indice  $k$ , la résolution du modèle peut se faire piéger par un zéro qui n'est pas le premier (c'est-à-dire celui souhaité) à partir de  $t_{k-1}$ . Cela peut être lié au choix de la valeur initiale de  $t_k$ , ou cela peut être dû au fait que par simplification de la modélisation, le critère permettant d'obtenir  $t_k$  (qui est le premier passage par zéro), est utilisée de manière globale.

Pour une simulation classique en électronique de puissance (utilisant une intégration pas à pas des équations d'état), la discrétisation temporelle permet une avancée progressive dans le temps, au cours de la simulation ; et donc, il est aisé de détecter les instants de commutation caractérisés par le premier zéro de  $f_{c_k}(t)$ , pour chaque configuration rencontrée. Pour la modélisation semi-analytique choisie ici, dans le cas d'une commutation naturelle de semiconducteur, chaque configuration se termine par un passage à zéro d'un courant ou d'une tension, soit d'une manière générale, d'une fonction de commutation  $f_{c_k}(t)$ . Il est important de détecter le premier passage à zéro de cette fonction, pour la configuration correspondante. Ici, la formulation choisie pour les fonctions  $f_{c_k}(t)$  est générale, et ne garantit pas, si la fonction oscille autour de zéro, que la résolution implicite fournisse le premier zéro souhaité (Figure II.2).

Pour éliminer ce problème, nous proposons de fournir une valeur initiale judicieuse aux méthodes de résolution pour la valeur initiale  $t_k$  du premier zéro de  $f_{c_k}(t)$ . Cette convergence dépend aussi des paramètres numériques de la méthode de résolution. Il faut aussi noter, comme les modèles que nous utilisons sont exploités en dimensionnement par optimisation, que les paramètres du circuit influent sur ces résultats.

### II.1.3.3 Piégeage de la résolution si initialisation sur des extrema

Si la valeur initiale choisie est par hasard un extremum (maximum ou minimum) de la fonction  $f_{c_k}(t)$ , la méthode peut se faire piéger sur un zéro non souhaité [27]. La Figure II.3 illustre ce problème. Avec le point de départ  $t_{k,0}$  (un des extrêmes de la fonction  $f_{c_k}(t)$ ), la méthode diverge et on ne trouve pas le point recherché  $t_k$ .

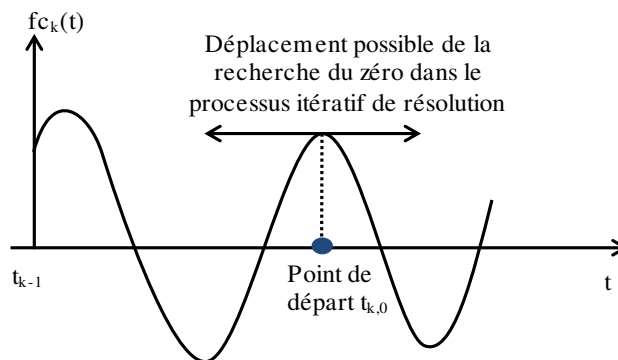


Figure II.3 : Exemple de piégeage de la résolution si initialisation sur des extrema

### II.1.3.4 Division par zéro

Si par hasard, lors d'une itération d'indice  $i$  de la résolution (NR ou SQP) des équations, une valeur initiale  $t_{k,i}$  conduit à avoir  $\frac{df_{c_k}(t_{k,i})}{dt} = 0$ , alors, la nouvelle valeur  $t_{k,i+1}$  ne peut pas

être calculée en raison d'une division par zéro. Cependant, ce problème peut être corrigé en modifiant la valeur  $t_{k,i}$ .

## II.2. SQP (Sequential Quadratic Programming)

### II.2.1 Principe

SQP est une des méthodes les plus performantes pour résoudre des problèmes d'optimisation avec des contraintes non-linéaires. Un problème d'optimisation non-linéaire peut être formulé par les équations vectorielles générales de la forme (II.3) et (II.4) [26] :

$$\text{minimiser } f(x) \quad (\text{II.3})$$

avec les contraintes :

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ g(x) &\leq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

La fonction de Lagrange associée à ce problème est définie par l'équation (II.5) [28]:

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T h(x) + \mu^T g(x) \quad (\text{II.5})$$

où  $\lambda$ ,  $\mu$  sont les multiplicateurs de Lagrange avec  $\mu \geq 0$ .

Un optimum  $x^*$  du problème d'optimisation non-linéaire est atteignable s'il existe les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda^*$ ,  $\mu^*$  vérifiant :

$$\nabla L(x^*, \lambda^*, \mu^*) = \nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\lambda^* + \nabla g(x^*)\mu^* = 0 \quad (\text{II.6})$$

où  $\nabla f(x^*)$ ,  $\nabla h(x^*)$  et  $\nabla g(x^*)$  sont les gradients des fonctions  $f$ ,  $h$ , et  $g$  par rapport à  $x$

L'équation (II.6) est appelée condition de Kuhn-Tucker.

Le principe de cette méthode est de trouver la direction de recherche  $\delta_k$  et le coefficient d'ajustement de pas  $\alpha_k$  à l'itération  $k$  pour générer une nouvelle itération  $k+1$  permettant de se rapprocher d'une solution  $x^*$  [2], [29]. Les paramètres de la nouvelle itération sont calculés par l'équation (II.7) :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \delta_k \quad (\text{II.7})$$

On remarque que la direction de recherche  $\delta_k$  est une solution régulière d'un sous-problème quadratique [26]. Cependant, l'approximation quadratique n'est valable qu'au voisinage de  $x_k$ . Il faut donc jouer sur le coefficient d'ajustement de pas  $\alpha_k$  pour que ce coefficient soit assez faible. Il est initialisé à 1 et par exemple divisé par 2 à chaque itération  $k$  de la recherche [2], [29]. Si le point  $x^*$  trouvé respecte la condition de Kuhn-Tucker, une solution est atteinte et l'algorithme s'arrête.

### II.2.2 Avantages

Cette méthode est intéressante pour le dimensionnement par optimisation d'un système avec convertisseurs statiques pour des raisons de :

- rapidité : cette méthode utilise la valeur des dérivées partielles (de  $f$ ,  $h$ , et  $g$ ) afin de fournir la direction de recherche ; donc, sa convergence vers l'optimum est plus rapide que celle d'autres algorithmes [2], [7], [30]
- capacité à la résolution de problème non-linéaire : cette méthode permet de résoudre des problèmes d'optimisation sur des modèles non-linéaires incluant des contraintes d'inégalité
- capacité à traiter du dimensionnement par optimisation pour un système contenant des convertisseurs statiques [31], [32].

### II.2.3 Inconvénient et problèmes de convergence

La convergence numérique et la convergence vers un bon mode de fonctionnement du convertisseur statique sont deux problèmes réels pour la modélisation des convertisseurs statiques. En outre, la mise en œuvre du modèle peut requérir beaucoup de temps en termes de développement.

Dans la suite de ce paragraphe, comme pour NR, nous discutons les problèmes dans le cas particulier des fonctions de changement de configuration  $f_{c_k}(t)$  ( $k=1..N_c$ ).

#### II.2.3.1 Convergence numérique

Comme pour NR, cette méthode utilisée pour la résolution temporelle des convertisseurs statiques est sensible au point de départ du calcul. Ce point de départ joue un rôle important sur la convergence numérique des résultats.

En outre, il faut mentionner l'importance des contraintes associées à la modélisation. Certaines ont une grande influence sur cette convergence numérique, notamment les contraintes liées aux conditions d'ouverture ou de fermeture des semiconducteurs sont parfois difficiles à satisfaire numériquement.

#### II.2.3.2 Piégeage de la résolution sur un optimum local non désiré

On peut remarquer que cette méthode s'arrête dès qu'elle trouve un minimum, qu'il soit global ou local. Pour que  $x^*$  soit un optimum global, les hypothèses suivantes sont requises [2] :

- la condition d'arrêt est satisfaite au point  $x^*$

- les fonctions  $f$ ,  $h$ , et  $g$  sont convexes dans tout l'espace de recherche.

Cependant, pour un problème d'optimisation réel, les fonctions  $f$ ,  $h$  et  $g$  ne sont pas toujours convexes dans tout l'espace de recherche. De plus, il est difficile de vérifier si ces fonctions sont effectivement convexes en raison de la complexité de modélisation des problèmes réels. Cependant, il est possible de vérifier la convexité sur un espace réduit, autour d'un point pour des petits problèmes. En pratique, la taille de nos problèmes fait qu'une telle vérification est impossible à envisager. Cela peut conduire à des divergences numériques. De plus, l'utilisation des gradients du modèle induit un fort risque de se faire piéger par un optimum local [33]. Dans ce cas, bien que l'on ait une convergence numérique de la résolution, on obtient une divergence vers un mauvais mode de fonctionnement et donc une perte de validité du modèle résolu. C'est un (problème que nous avons déjà présenté pour NR au paragraphe II.1.3). Cependant, alors que pour NR, ce problème est lié à l'obtention d'un zéro non désiré parmi ceux existants ; pour SQP, ce problème est lié au fait que la méthode se fait piéger par un optimum local.

Pour analyser ce problème au regard de SQP, prenons l'exemple de la Figure II.4 qui présente, par exemple, le courant traversant un semiconducteur pour une configuration  $k$ .

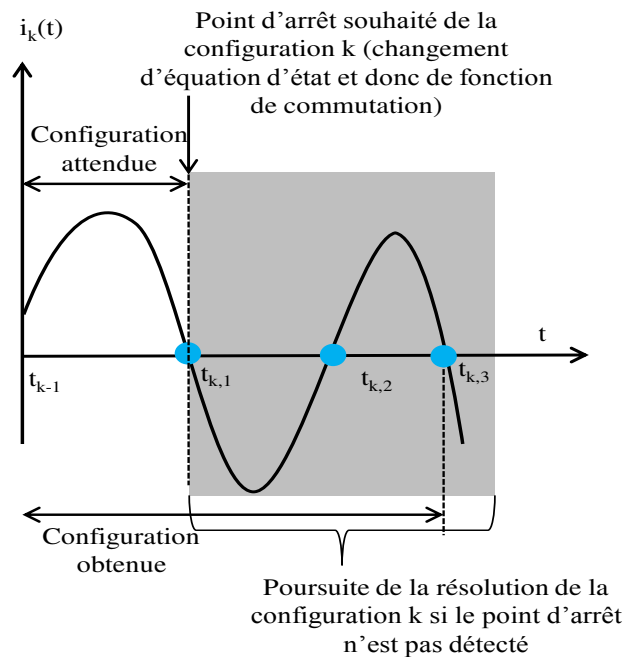


Figure II.4: Exemple de résolution piégée dans un mauvais mode de fonctionnement

En observant la Figure II.4, les instants  $t_{k,2}$  et  $t_{k,3}$  satisfont aux contraintes imposées. Cependant, ces instants ne sont pas corrects. La résolution peut aboutir sur une convergence globale du modèle du convertisseur statique vers un mauvais mode de fonctionnement, c'est-

à-dire, sur les optima locaux telles que  $t_{k,2}$  et  $t_{k,3}$ , au lieu de la solution désirée  $t_{k,1}$ . Ainsi, il est clair que le point de départ initialisant la résolution peut impacter les résultats.

### **II.3. Pourquoi choisir la méthode NR et la méthode SQP**

Malgré les limitations de ces algorithmes, nous proposons de les utiliser et de les comparer en raison de :

- leur rapidité de convergence
- leur capacité de résolution de modèle non-linéaire.

## **III. Amélioration de la convergence des méthodes utilisées pour la résolution du modèle temporel**

Comme mentionné précédemment, la convergence des méthodes retenues pour la résolution dépend fortement du point de départ. Dans cette partie, nous présentons différentes pistes pour réduire ce problème.

### **III.1. Formulation des contraintes de commutation**

#### **III.1.1 Contraintes pour assurer le sens de variation du courant et de la tension d'un semiconducteur qui commute naturellement**

Afin d'aider la convergence du modèle vers le bon mode de fonctionnement, nous formulons des contraintes sur les commutations des semiconducteurs.

En effet, la commutation d'un semiconducteur qui commute naturellement, se fait :

- soit sur un passage à zéro de son courant (Figure II.5a)
- soit par un passage à zéro de la tension à ses bornes (Figure II.5b).

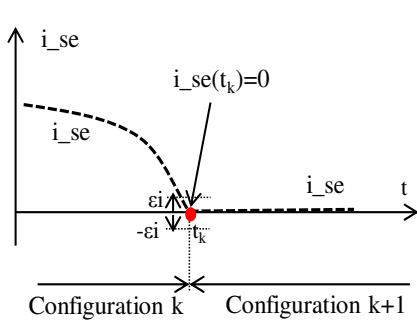


Figure II.5a: Critère de blocage d'un semiconducteur

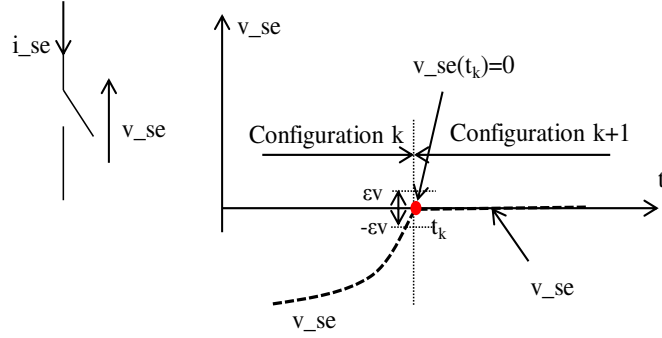


Figure II.5b: Critère d'amorçage d'un semiconducteur

Figure II.5: Exemple de commutation naturelle d'un semiconducteur

Par rapport à ce qui a été présenté au premier chapitre, afin d'assurer le sens de variation du courant (descendre vers zéro et être négatif juste après  $t_k$ ) ou de la tension (augmenter vers zéro et être positif juste après  $t_k$ ) du semiconducteur dans la configuration  $k$ , nous ajoutons des contraintes sur les dérivées temporelles du courant ou de la tension à l'instant  $t_k$ . Cela s'exprime par l'équation (II.8).

|   |        |
|---|--------|
| $\frac{dv_{se}}{dt}(t_k) > 0 \text{ ou } \frac{di_{se}}{dt}(t_k) < 0$ | (II.8) |
|---|--------|

### III.1.2 Contraintes en fonction du temps

Sur une période de fonctionnement, il y a  $Nc+1$  instants ( $t_0, t_1..t_{Nc}$ ) de commutation. Ainsi, nous ajoutons des contraintes comme :  $t_0 < t_1 < \dots < t_{Nc}$  pour assurer que les instants obtenus après résolution sont ordonnés de manière croissante.

## III.2. Estimation des instants de changement d'état des semiconducteurs

### III.2.1 Principe de l'estimation

#### III.2.1.1 Solutions générales d'une équation d'état

Afin d'améliorer la convergence des méthodes de résolution utilisées, nous proposons d'analyser les valeurs propres de la matrice d'état  $A_k$  des différentes configurations pour initialiser leur durée. Ainsi, analysons l'équation ci-dessous (notée équation (I.10) dans le chapitre I) :

$$X_k(t) = e^{A_k(t-t_{k-1})}X_k(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^t e^{A_k(\tau-t_{k-1})}B_k \cdot U(\tau)d\tau \quad (\text{II.9})$$



Rappelons que cette équation est le somme de deux réponses, pour une configuration  $k$  donnée:

- une réponse libre :  $X_{k_{libre}}(t) = e^{A_k(t-t_{k-1})}X_k(t_{k-1})$
- une réponse forcée :  $X_{k_{forcée}}(t) = \int_{t_{k-1}}^t e^{A_k(\tau-t_{k-1})}B_k \cdot U(\tau)d\tau$

La Figure II.6 illustre des exemples de décomposition d'un signal selon ces 2 composantes pour la configuration  $k$  considérée. Ce signal pouvant être, par exemple une composante  $i$  du vecteur  $X$ .

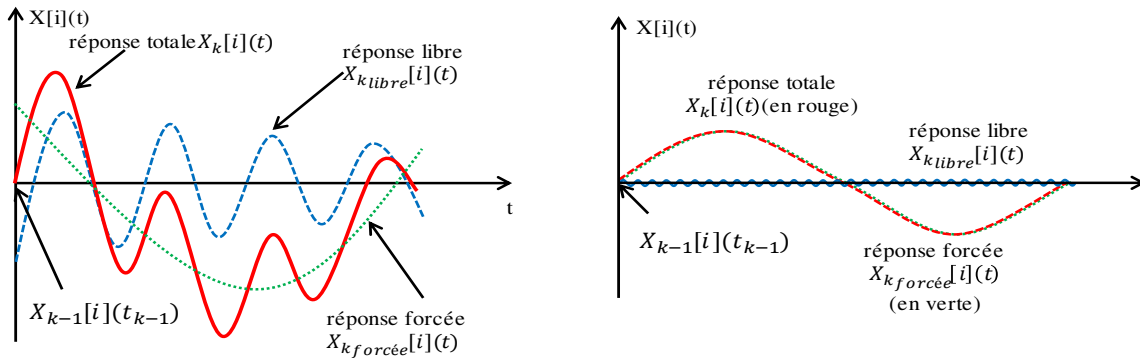


Figure II.6: Deux exemples de décomposition du signal en fonction des  $A_k, B_k, U_b, X_{k-1}[i](t_{k-1})$

Remarque : On retrouve le même type de courbe sur les sorties  $Y_k(t)$  des systèmes d'état. En effet, celles-ci sont les combinaisons linéaires de  $X_k(t)$  et  $U_k(t)$ .

### III.2.1.2 Utilisation des valeurs propres pour estimer les instants de changement de configuration

Nous nous intéressons à la caractéristique de la réponse libre. Il est facile d'analyser la caractéristique de la réponse libre via ses valeurs propres. Ces valeurs sont calculées à partir de la matrice d'état ( $A_k$ ) de la configuration  $k$  considérée. La matrice  $A_k$  peut avoir plusieurs valeurs propres et elles existent sous deux formes typiques :

- des valeurs propres réelles  $\frac{-1}{\tau_n}$
- des valeurs propres complexes conjuguées  $\frac{-1}{\tau_k} \pm j \frac{2\pi}{T_{ok}}$

Pour les valeurs propres complexes conjuguées  $\frac{-1}{\tau_k} \pm j \frac{2\pi}{T_{ok}}$ , leur partie réelle  $\frac{-1}{\tau_k}$  représente la constante de temps d'amortissement  $\tau_k$  et leur partie imaginaire  $\frac{2\pi}{T_{ok}}$  représente une pulsation d'oscillation correspondante à une période  $T_{ok}$  de la réponse libre amortie. Dans de nombreux de cas, cette partie imaginaire peut être utilisée pour l'estimation de la durée de

la configuration concernée. La Figure II.7 illustre une telle estimation dans un cas particulier où la réponse libre domine la réponse dynamique totale lors des premiers instants.

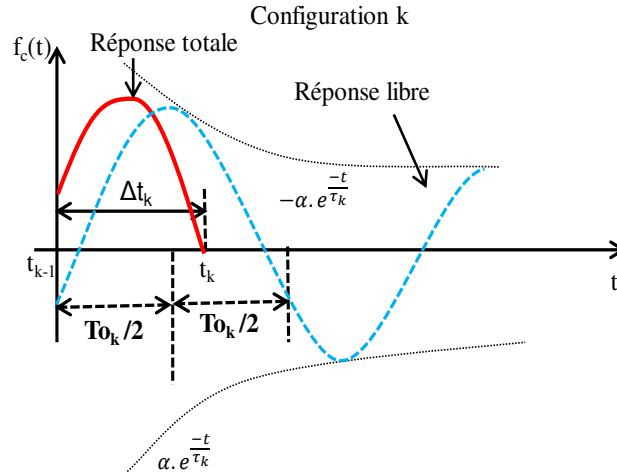


Figure II.7 : Estimation de la durée de la phase de la configuration  $k$

En observant l'exemple de la Figure II.7, nous constatons que la durée de la phase  $\Delta t_k$  peut être approximée par la demi-période d'oscillation  $\Delta t_k \approx T_{ok}/2$ . Grâce à cela, la valeur initiale de l'instant  $t_k$  est estimée par l'équation (II.10)

$$t_{k,0} = t_{k-1,0} + \Delta t_k = t_{k-1,0} + T_{ok}/2 \quad (\text{II.10})$$

avec  $t_{k-1,0}$ ,  $t_{k,0}$  : les valeurs initiales respectives des instants  $t_{k-1}$ ,  $t_k$  qui sont fournies aux algorithmes de résolution NR ou SQP.

Au final, les caractéristiques dynamiques permettent d'estimer pour chaque configuration  $k$ , une valeur initiale de leur durée  $\Delta t_{k,0}$ , et donc la valeur initiale de la date où elle se termine ( $t_{k,0}$ ). Ce sont les valeurs initiales de l'ensemble  $\{t_{1,0}, \dots, t_{k,0}, \dots, t_{Nc,0}\}$  qui sont données à l'algorithme de résolution.

Cette estimation renforce la convergence des méthodes de résolution utilisées et peut éviter d'être piégé dans un mauvais mode de fonctionnement.

Maintenant, nous allons regarder différentes situations, en les illustrant sur différents modes de fonctionnement d'un redresseur monophasé à diodes :

- la réponse libre domine la réponse forcée
- la période d'oscillation est proche de la période de fonctionnement du système
- la réponse libre est dominée par la réponse forcée
- les valeurs propres sont réelles
- la réponse totale oscille plusieurs fois avec des extrema proches de zéro.

Ces situations peuvent se différencier entre elles sur plusieurs des points suivants :

- les dynamiques de la réponse libre
- les dynamiques de la réponse forcée
- les amplitudes de la réponse libre
- les amplitudes de la réponse forcée.

### III.2.2 1<sup>er</sup> cas : la réponse libre domine la réponse forcée

Afin d'exposer le principe d'estimation des instants de commutation des semiconducteurs à partir des valeurs propres, l'exemple d'un redresseur monophasé à diodes est utilisé. Nous considérons plus particulièrement la configuration avec les diodes D1 et D4 passantes (D2 et D3 bloquées). Le circuit est présenté sur la Figure II.8.

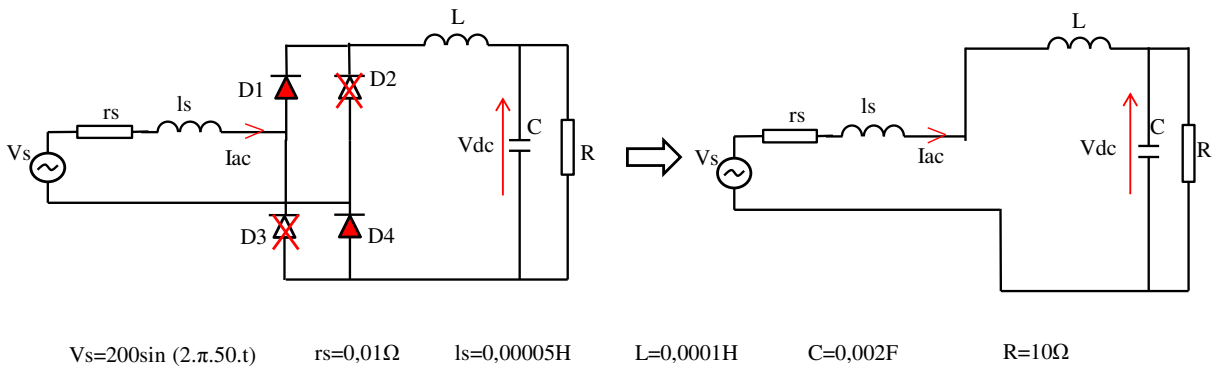


Figure II.8: Exemple d'illustration de l'estimation des instants de commutation des semiconducteurs

Dans ce cas, nous nous intéressons aux variables d'état :  $I_{ac}$  et  $V_{dc}$ . En utilisant les lois générales de l'électricité, les matrices d'état de la configuration étudiée s'expriment selon l'équation (II.11).

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L + l_s} & -\frac{1}{L + l_s} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R \cdot C} \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L + l_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Les valeurs propres de matrice A sont de la forme  $\frac{-1}{\tau} \pm j \frac{2\pi}{T_0}$ . Pour un jeu de paramètres donné, une simulation numérique du circuit donne les caractéristiques du courant  $I_{ac}$  sur la Figure II.9. Les instants de début et de fin de la configuration sont respectivement  $t_0$  et  $t_1$ . A l'instant  $t_1$ , les diodes D1 et D4 se bloquent. Alors, le circuit passe dans une nouvelle configuration. En observant la Figure II.9, nous constatons que la durée de la configuration  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  peut être estimée par une demi-période de l'oscillation  $T_0$  de la réponse libre. Ainsi, l'estimation de l'instant  $t_2$  peut se faire par  $t_{1,0} = t_{0,0} + T_0/2$ .

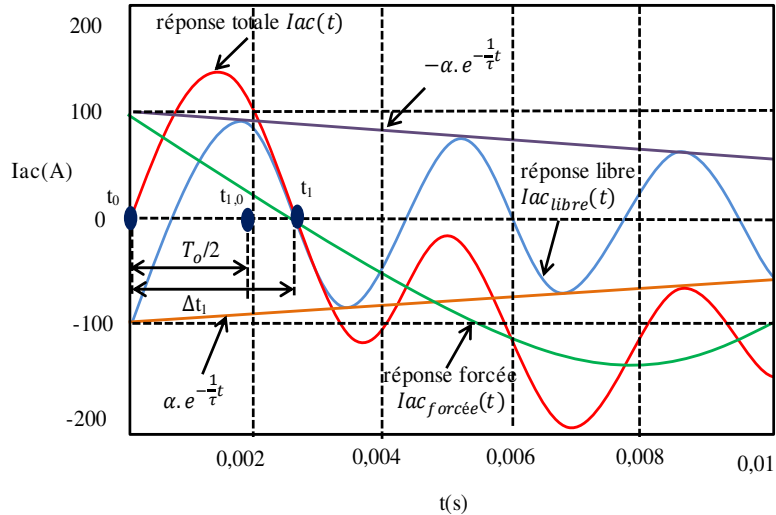
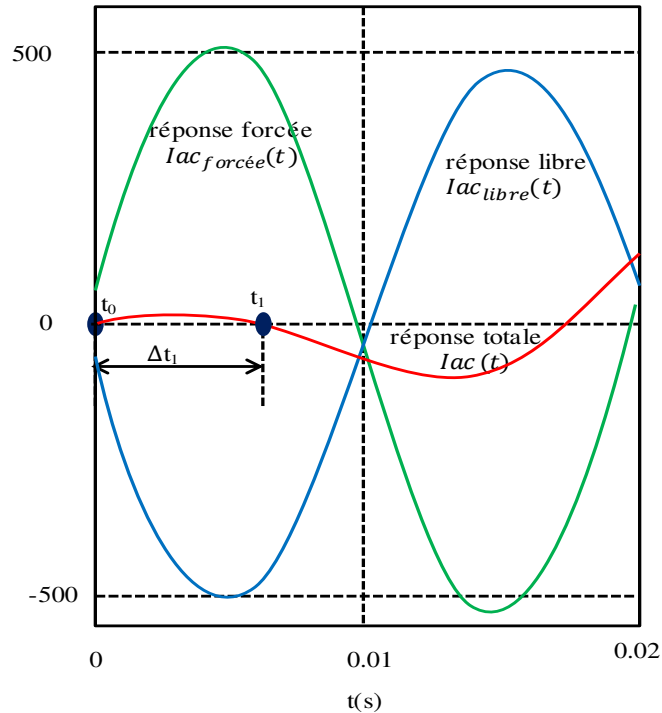


Figure II.9: Caractéristiques du courant  $I_{ac}$  de la configuration où D1 et D4 sont passantes ( $k=1$ )

### III.2.3 2<sup>ème</sup> cas : la période d'oscillation est proche de la période de fonctionnement du système

Nous considérons le cas où la période d'oscillation de la réponse libre de la configuration est proche de la période de fonctionnement du système et la réponse libre est peu amortie. Pour illustrer ce problème, nous exploitons à nouveau l'exemple présenté dans la partie III.2.2, avec un jeu de valeurs différentes ( $r_s=0.05$ ,  $l_s=0.01$ ,  $L=0.001$ ,  $C=0.001$ ,  $R=50$ ). La caractéristique du courant  $I_{ac}$  obtenue est présentée sur la Figure II.10.

Figure II.10: Caractéristiques du courant  $I_{ac}$  (configuration 1)

On peut remarquer qu'à l'instant de début de configuration  $t_0$ , la somme de la réponse libre et la réponse forcée vaut zéro. Sur cette figure, nous constatons que la période d'oscillation de la réponse libre est proche de la période de fonctionnement de la source ( $T=0,02s$ ). Les instants de commutation sont alors estimés relativement à la période de fonctionnement. Pour ces cas, on obtient souvent une très bonne convergence numérique et une très bonne convergence vers le bon mode de fonctionnement.

### III.2.4 3<sup>ème</sup> cas : la réponse libre est dominée par la réponse forcée

Dans ce cas, les oscillations de la réponse libre sont masquées par celles de la réponse forcée du signal. Ainsi, sa période d'oscillation est masquée par la période de la source ( $T$ ). L'équation (II.10) ne peut pas être appliquée et la réponse totale est donnée par la réponse forcée qui a la même la période de fonctionnement.

Afin d'illustrer ce point, nous exploitons également l'exemple du redresseur monophasé à diodes, en changeant des valeurs de composants passifs du circuit ( $r_s=0,01$ ,  $l_s=0,00005$ ,  $L=0,00001$ ,  $C=0,00001$ ,  $R=3$ ). La caractéristique du courant  $I_{ac}$  est présentée sur la Figure II.11. La durée de la configuration considérée est proche d'une demi-période de fonctionnement. L'application de l'équation (II.10) pour estimer les instants de commutation conduit les méthodes de résolution à diverger numériquement ou à converger vers un mauvais résultat. Cependant, ces instants peuvent être estimés en fonction de la période de

fonctionnement (par exemple : la durée  $\Delta t_I$  est estimée à  $T/Nc$ , puis on exploite l'équation (II.10)). Pour ce cas, il n'est pas difficile d'obtenir la convergence numérique et la convergence vers le bon mode de fonctionnement.

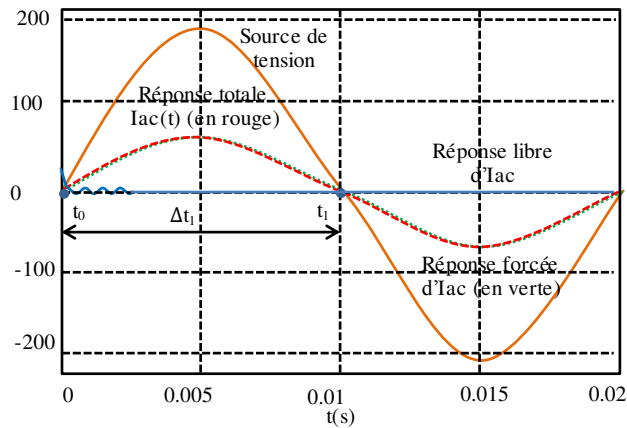


Figure II.11: Exemple de la réponse forcée imposant la réponse totale

### III.2.5 4<sup>ème</sup> cas : les valeurs propres sont réelles

Dans ces cas, la réponse libre n'est pas oscillante. Elle est exprimée par une fonction exponentielle  $c_0 \cdot e^{-t/\tau}$  ( $c_0$  est une constante). Afin d'illustrer ce problème, reprenons l'exemple du redresseur monophasé à diodes pour ( $r_s=0,1$ ,  $l_s=0,02$ ,  $L=0,01$ ,  $C=0,001$ ,  $R=10$ ). Nous exploitons également la caractéristique du courant  $I_{ac}$  (présentée sur la Figure II.12). Sur la durée considérée, la valeur de la réponse libre est presque constante, car le rapport  $t/\tau$  est petit. Sur la durée de la configuration considérée  $\Delta t_1$  ou pour une durée légèrement supérieure, cette forme est presque linéaire. Ainsi, l'estimation de la valeur initiale de l'instant de commutation de la configuration est aisée. Nous pouvons estimer ces valeurs directement en fonction de nombre de configuration sur la période de fonctionnement.

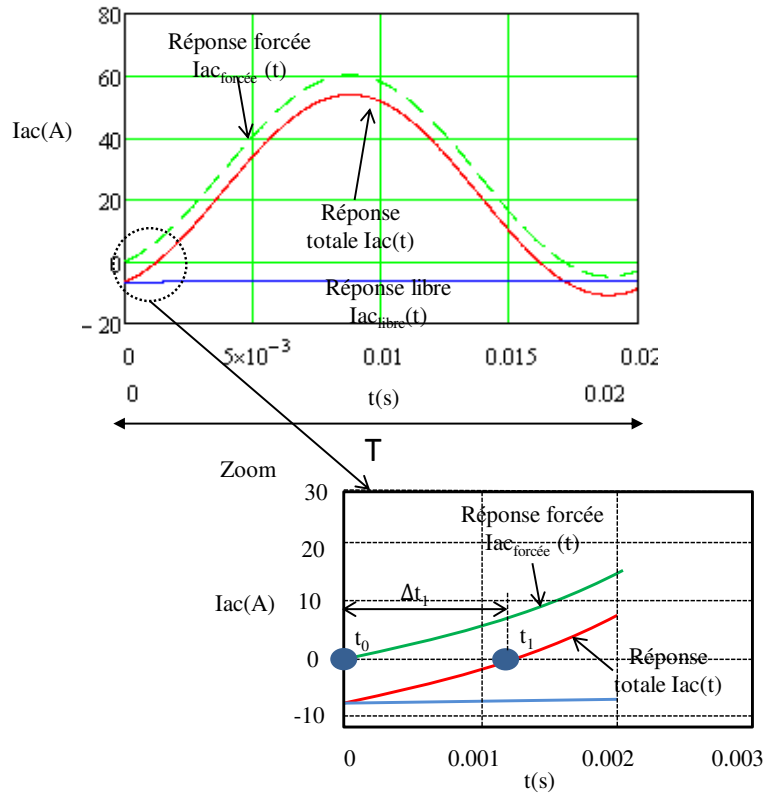


Figure II.12: Exemple d'illustration de cas ayant les valeurs propres réelles

### III.2.6 5<sup>ème</sup> cas : la réponse totale oscille plusieurs fois avec des extrema proches de zéro

Ce sont les cas où la réponse totale du signal considérée oscille plusieurs fois dans la configuration considérée en approchant zéro à plusieurs reprises avant de l'atteindre (voir la Figure II.13). Ces oscillations conduisent à faire piéger les gradients utilisés pour rechercher les zéros. Pour ces cas, on ne peut pas estimer les valeurs initiales des instants de commutation comme pour l'équation (II.10), et nous ne pouvons plus comparer la période d'oscillation à la période de fonctionnement.

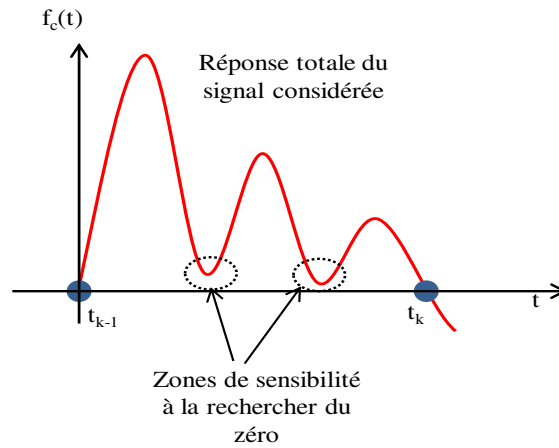


Figure II.13 : Réponse totale oscillant plusieurs fois dans la configuration considérée

Afin de bien expliquer ceci, nous utilisons à nouveau le redresseur monophasé à diodes en changeant les valeurs des composants passifs ( $r_s=0,01$ ,  $l_s=0,00005$ ,  $L=0,0004$ ,  $C=0,0005$ ,  $R=10$ ). Nous analysons aussi la caractéristique du courant  $I_{ac}$  de la configuration considérée présentée sur la Figure II.14. Sur cette figure, dans la configuration considérée avec la durée  $\Delta t$ , la réponse totale d' $I_{ac}$  se fait sur quasi deux périodes d'oscillations d' $I_{ac}$ . Cela peut souvent conduire à une convergence vers le mauvais mode de fonctionnement, alors que l'on a une résolution numérique qui converge vers un résultat stable.

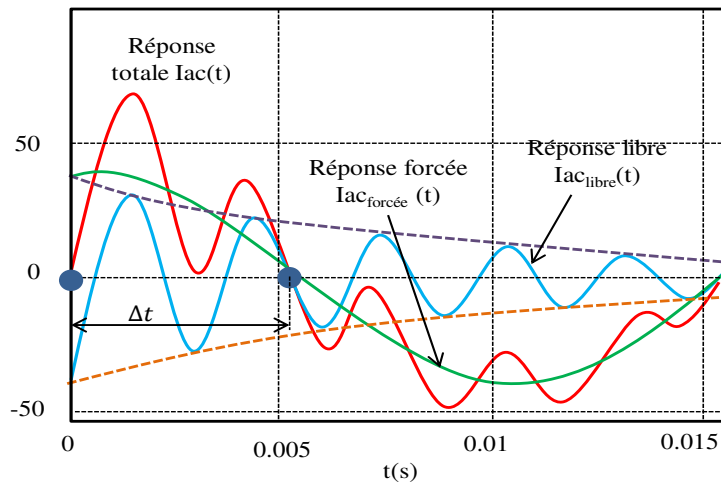


Figure II.14 : Exemple des cas difficiles à conclure

Ici, la convergence vers le bon mode de fonctionnement peut aussi s'avérer fortement sensible par rapport aux précisions demandées dans l'algorithme de résolution.



### III.3. Symétries de fonctionnement du convertisseur statique

Pour simplifier la modélisation, nous proposons aussi d'exploiter les symétries de fonctionnement. Nous allons illustrer ceci dans le cas de redresseurs monophasés et triphasés à diodes.

#### III.3.1 Symétrie de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes

Le fonctionnement du redresseur monophasé est symétrique sur une demi-période de la source alternative  $V_{ac}$  (voir Figure II.15). Nous constatons que les instants de changement d'état des diodes (D2 et D3) sur la deuxième demi-période ( $t_3, t_4$ ) sont directement liés à ceux des diodes (D1 et D4) sur la première demi-période ( $t_1, t_2$ ). Les instants  $t_3$  et  $t_4$  sont ainsi calculés à partir des instants  $t_1$  et  $t_2$  en leur ajoutant  $T/2$  soit :  $t_3 = t_1 + T/2$  et  $t_4 = t_2 + T/2$ . Ainsi, il est uniquement nécessaire de trouver les instants  $t_1$  et  $t_2$ .

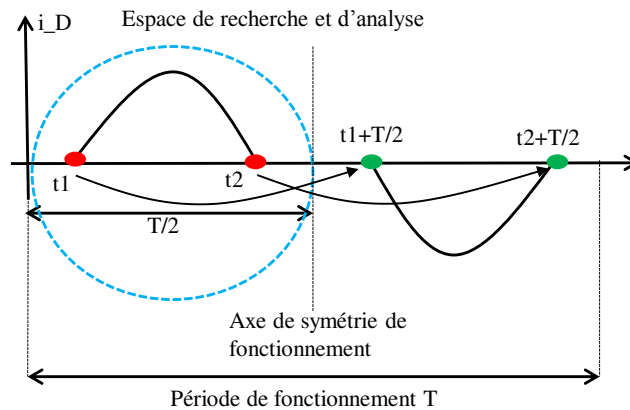


Figure II.15: Symétrie de fonctionnement du redresseur à diodes monophasé

#### III.3.2 Symétrie de fonctionnement du redresseur triphasé à diodes

Pour le redresseur triphasé à diodes (Figure II.16), la symétrie de fonctionnement permet de se ramener à un sixième de la période de fonctionnement de la source. Nous avons donc seulement besoin de calculer les instants de commutation des diodes sur le premier sixième de cette période de fonctionnement. Les autres instants sont déduits par décalages successifs de  $T/6$ , par exemple  $t_3 = t_1 + \frac{T}{6}$ ;  $t_4 = t_2 + \frac{T}{6}$  ..., comme illustré sur la Figure II.17.

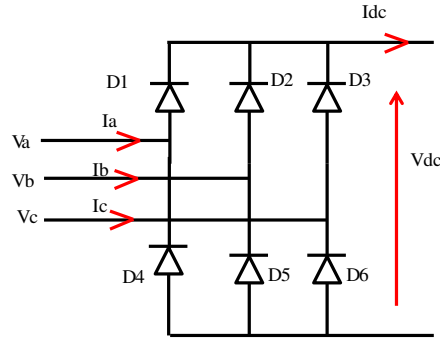


Figure II.16 : Structure de redresseur à diodes triphasé

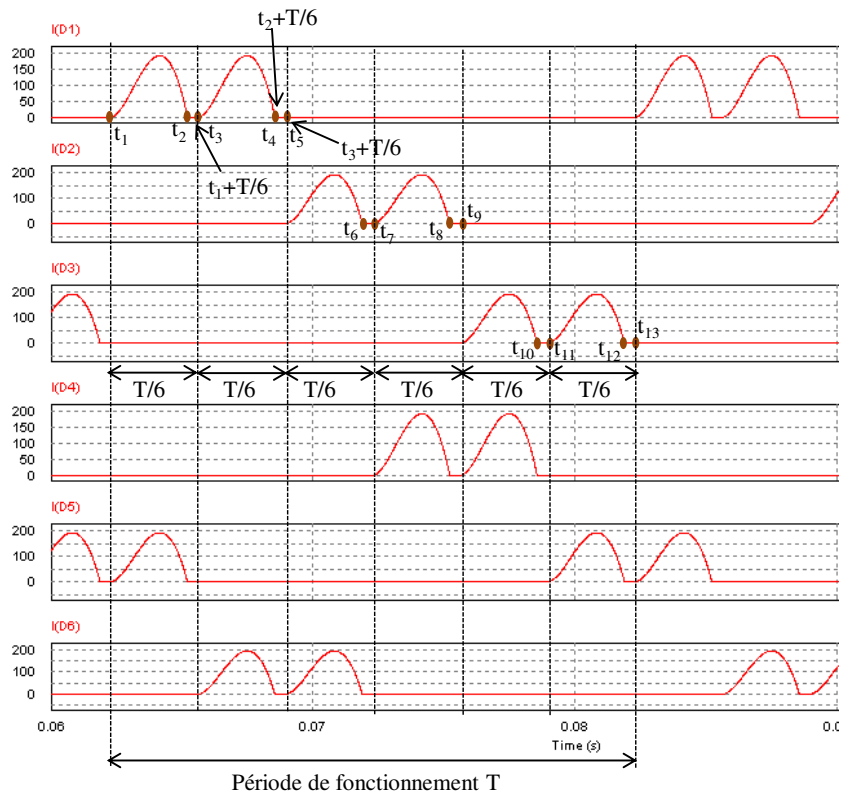


Figure II.17: Symétrie de fonctionnement du redresseur à diodes triphasé

### III.4. Mise en œuvre des matrices d'état

La construction des modèles nécessite une bonne connaissance du fonctionnement du convertisseur étudié. La construction du système d'état du convertisseur statique est à faire pour chaque configuration. Elle peut devenir laborieuse si la taille de l'application augmente. Afin de faciliter la mise en œuvre, nous utilisons une méthodologie de modélisation de convertisseur statique développée au laboratoire dans [34], [35], et [36] qui nous permet de créer les matrices d'état. Grâce à cela, nous limitons les risques d'erreurs pendant la construction du modèle. Cependant, un préalable reste toujours le choix du mode de

fonctionnement du convertisseur qui appartient au modélisateur. Si celui-ci se trompe, les résultats seront largement faussés.

Sur une période de fonctionnement du convertisseur statique, il y a plusieurs configurations consécutives. Pour chaque configuration, les matrices d'état sont construites en respectant la démarche suivante (décrite en détail dans l'annexe I).

- Création d'un fichier netlist représentatif du circuit pour la configuration étudiée du convertisseur. Pour nous, ce fichier est issu de la schématique d'un simulateur circuit d'électronique de puissance (par exemple Psim, Pspice)
- Calcul de la matrice des mailles fondamentales ( $s_i$   $i=1...16$ ) à partir de la netlist et classification des grandeurs d'état en maillons ou branches. Cela est réalisé automatiquement selon l'algorithme de Welsh [34], [35].

Les matrices des mailles fondamentales contiennent des 0, 1 et -1. Elles ne dépendent que la topologie, pour un circuit donné (sans semiconducteur). L'annexe I présente synthétiquement la définition de ces matrices.

Cette procédure classe aussi les courants traversant des inductances et les tensions aux bornes des condensateurs en 2 groupes : grandeurs de branche et grandeurs de maillon. De là, on en déduit un choix de vecteur d'état  $X$ . Les grandeurs restantes sont linéairement dépendantes de  $X$ , donc sont dans le vecteur de sortie  $Y$ , au sens de la représentation d'état.

- Partant de la classification des grandeurs du circuit en branches ou maillons, nous construisons les matrices d'état en exploitant les formulations issues de [34], [35]. Ainsi, pour chaque configuration d'indice  $k$ , nous avons une expression paramétrée en fonction des paramètres des composants du circuit ( $L, C, R, M$ ) pour les matrices  $A_k, B_k, C_k, D_k$ . Ceci est très important en dimensionnement où l'algorithme d'optimisation change les paramètres (à chacune de ses itérations), tout en conservant le même mode de fonctionnement dans les configurations.

La procédure de mise en œuvre des matrices d'état est illustrée sur la Figure II.18.

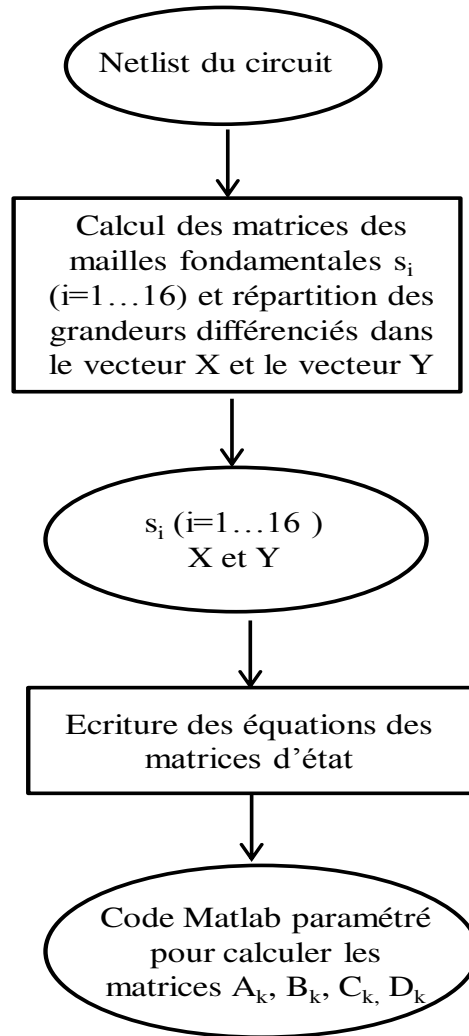


Figure II.18 : Procédure de mise en œuvre des matrices d'état

### III.5. Logiciels utilisés

Dans notre étude, nous utilisons les logiciels tels que Psim, Portunus, Matlab pour mettre en œuvre les modèles, les résoudre, les analyser et faire l'optimisation.

Psim et Portunus sont des simulateurs du circuit de l'électronique de puissance. Nous les utilisons pour de la vérification et la validation des résultats obtenus par la résolution proposée. Ces logiciels offrent un environnement de travail convivial. En outre, Psim schématique est utilisé pour la description des circuits afin d'en extraire la netlist qui est requise pour la mise en équation d'état.

Matlab est un logiciel développé par Mathworks [37]. Il offre un langage de programmation haut niveau et un environnement interactif utilisé par des millions d'ingénieurs et de scientifiques dans le monde entier. Il propose de nombreuses boîtes à outils et méthodes numériques. Il propose notamment une implantation des algorithmes NR et SQP. Pour les deux méthodes de résolution utilisées, les Jacobiens sont calculés par défaut, par

différences finis. Matlab est utilisé pour la résolution des modèles en exploitant la démarche présentée dans ce chapitre.

#### **IV. Conclusion**

Ce chapitre a présenté deux aspects importants :

- les problèmes de résolution des modèles temporels avec les méthodes utilisées
- des améliorations de modélisation et résolution des modèles.

Nous avons distingué deux types des problèmes de convergence : des problèmes de convergence numérique et des problèmes de convergence vers un bon mode de fonctionnement du convertisseur statique. Nous avons proposé d'analyser les valeurs propres des matrices d'état de chaque configuration afin d'améliorer les deux types de convergence. Ces problèmes sont principalement dus à une mauvaise initialisation des instants de commutation. Indirectement, cela revient à calculer des durées de configuration. Ainsi, pour les estimer, nous avons proposé une méthode basée sur les valeurs propres des réponses dynamiques du convertisseur statique lors de chaque configuration. L'analyse des valeurs propres des matrices d'état nous a permis de donner des règles de bon sens pour initialiser les durées des configurations, et donc les instants de changement de configuration, avant d'effectuer la résolution du modèle par une méthode NR ou SQP. Cependant, il reste quelques rares cas, où il est difficile d'assurer une bonne résolution des modèles.

Pour une mise en œuvre plus facile de la formulation, nous avons exploité les symétries de fonctionnement des convertisseurs et proposé une démarche basée sur des outils informatiques qui réduit de possibles erreurs.

Dans le chapitre suivant, nous allons maintenant appliquer cette formulation à la modélisation fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes.

# CHAPITRE III : Mise en œuvre de la démarche et illustration via une analyse fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes

## SOMMAIRE

---

|   |           |
|---|-----------|
| <i>CHAPITRE III : Mise en œuvre de la démarche et illustration via une analyse fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes</i> ..... | 57        |
| <b>I. Introduction</b> .....  | <b>59</b> |
| <b>II. Modélisation fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes</b> .....  | <b>59</b> |
| II.1. Structure .....   | 59        |
| II.2. Modélisation des configurations possibles du redresseur monophasé à diodes étudié .....   | 60        |
| II.3. Modes de fonctionnement traités .....   | 61        |
| II.4. Modélisation du mode de fonctionnement avec deux phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement : mode (2) .....  | 65        |
| II.4.1 Formulation des équations et des contraintes .....   | 66        |
| II.4.1.1 Equations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$ .....  | 66        |
| II.4.1.2 Equations pour le calcul des instants de commutation .....   | 66        |
| II.4.1.3 Méthodes de résolution .....   | 67        |
| II.5. Résolution des modèles .....  | 70        |
| II.5.1 Résolution des instants de commutation avec une initialisation quelconque pour le mode (2) .....                                   | 70        |
| II.5.2 Etude de sensibilité de la valeur $V_{dc}$ à l'instant $t_0$ pour le mode (2) .....  | 73        |
| II.5.3 Résolution avec choix de valeurs initiales pour les instants de commutation pour le mode (2) .....                                 | 73        |
| II.5.4 Résolution pour les modes (1), (3) et (4) .....  | 77        |
| II.5.4.1 Résolution pour le mode (1) .....  | 78        |
| II.5.4.2 Résolution pour le mode (3) .....  | 80        |
| II.5.4.3 Résolution pour le mode (4) .....  | 82        |
| <b>III. Conclusion</b> .....  | <b>85</b> |



## I. Introduction

Dans ce chapitre, nous appliquons les méthodes présentées précédemment à la modélisation fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes. Bien qu'a priori très simple du point de vue structurel, ce convertisseur s'avère complexe à modéliser analytiquement en raison des commutations naturelles et des symétries très fortes qui rendent les critères de commutation peu nombreux et très sensibles aux valeurs des paramètres des composants de son circuit. En jouant sur les valeurs des composants passifs, nous obtenons différents modes de fonctionnement (cf. Annexe II). Cependant, dans ce chapitre, nous ne considérerons que deux modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes : l'un avec empiètement et l'autre sans empiètement d'anode (ayant des phases de conduction discontinue). Dans le deuxième cas, une, deux et trois phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement seront considérées. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux obtenus par des simulations Psim associées à une FFT sous Matlab.

## II. Modélisation fréquentielle d'un redresseur monophasé à diodes

### II.1. Structure

La structure du redresseur monophasé à diodes étudié est présentée sur la Figure III.1.

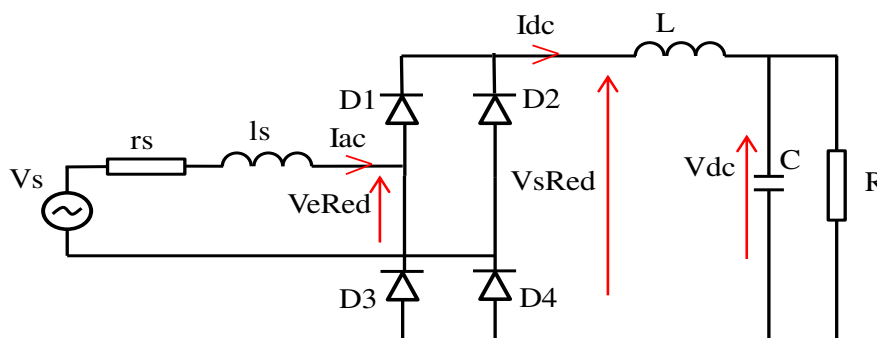


Figure III.1: Structure de redresseur étudiée ( $l_s \ll L$ )

où:



| Nom   | Description   | Nom | Description          |
|-------|---|-----|----------------------|
| $V_s$ | Source de tension sinusoïdale $V_s = V_{max} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$ | L   | Inductance du filtre |
| $r_s$ | Résistance de la ligne  | C   | Capacité du filtre   |
| $l_s$ | Inductance de la ligne  | R   | Charge               |
| $D_i$ | diodes  |     |                      |

Tableau III.1 : Composants de redresseur étudié

## II.2. Modélisation des configurations possibles du redresseur monophasé à diodes étudié

Pour le redresseur monophasé à diodes étudié, nous avons les quatre états possibles présentés dans le Tableau III.2:

| Etat du redresseur                         | Structure du redresseur | Topologie du circuit correspondante |
|--|-------------------------|-------------------------------------|
| (e1) : aucune diode ne conduit             |                         |                                     |
| (e2) : les deux diodes D1 et D4 conduisent |                         |                                     |
| (e3) : les deux diodes D2 et D3 conduisent |                         |                                     |
| (e4) : toutes les diodes conduisent        |                         |                                     |

Tableau III.2 : Etats possibles du redresseur monophasé à diodes

En utilisant les lois générales de l'électricité, on obtient les matrices d'état de chaque état qui sont présentées dans le Tableau III.3.

| Etat | X             | Y        | A  | B  | C                                      | D                                      |
|------|---------------|----------|--|--|--|--|
| (e1) | Vdc           | Iac, Idc | $\begin{bmatrix} -\frac{1}{R.C} \end{bmatrix}$   | [0]  | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ |
| (e2) | Iac, Vdc      | Idc      | $\begin{bmatrix} -\frac{rs}{L+ls} & -\frac{1}{L+ls} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R.C} \end{bmatrix}$                 | $\begin{bmatrix} \frac{1}{L+ls} \\ 0 \end{bmatrix}$    | [1 0]                                  | [0]                                    |
| (e3) | Iac, Vdc      | Idc      | $\begin{bmatrix} -\frac{rs}{L+ls} & \frac{1}{L+ls} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{R.C} \end{bmatrix}$                 | $\begin{bmatrix} \frac{1}{L+ls} \\ 0 \end{bmatrix}$    | [-1 0]                                 | [0]                                    |
| (e4) | Iac, Idc, Vdc |          | $\begin{bmatrix} -\frac{rs}{ls} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{R.C} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{1}{ls} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ |  |  |

Tableau III.3 : Matrices d'état de chaque d'état

avec:

- X : vecteur d'état
- Y : vecteur de sortie qui se limite ici aux variables différentiées qui ne sont pas dans X

### II.3. Modes de fonctionnement traités

Les simulations données en annexe II montrent différents modes de fonctionnement simulés sous Psim. Dans ce chapitre, nous n'allons développer qu'un seul mode du point de vue de la modélisation. C'est un mode de fonctionnement avec deux phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement (voir la Figure III.2), que nous appellerons par la suite « mode (2) ».

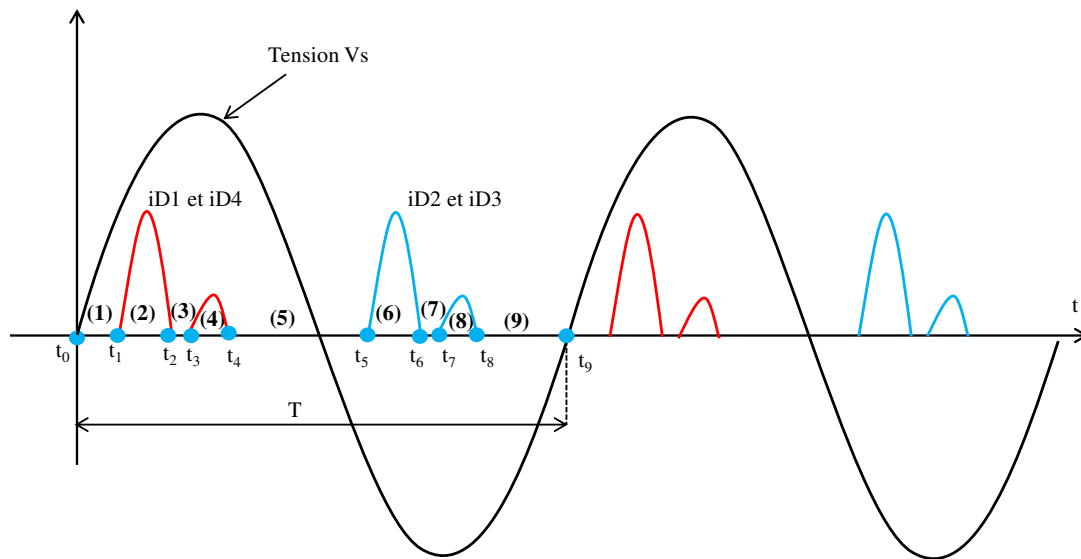


Figure III.2 : Mode de fonctionnement avec deux phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement

Ce mode est caractéristique des problèmes de modélisation que l'on rencontre sur le redresseur monophasé à diodes. La démarche se transpose donc aisément sur les autres modes possibles.

Du point de vue des résultats, nous allons étudier le mode précédent, ainsi que trois autres modes :

- le mode (1) : mode de fonctionnement avec une phase de conduction continue par demi-période de fonctionnement (voir la Figure III.3)

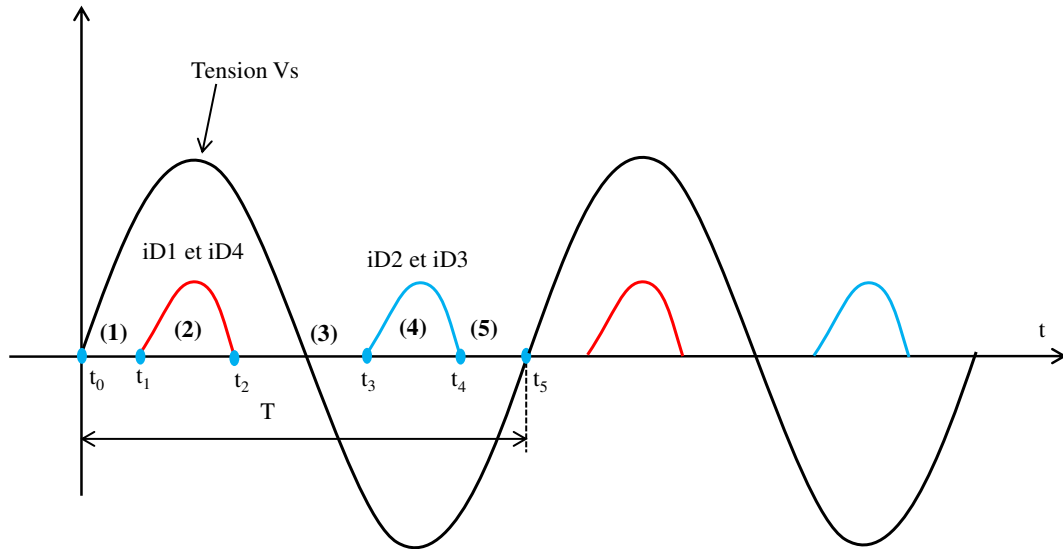


Figure III.3: Mode de fonctionnement avec une phase de conduction continue par demi-période de fonctionnement

- le mode (3) : mode de fonctionnement avec trois phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement (voir la Figure III.4)

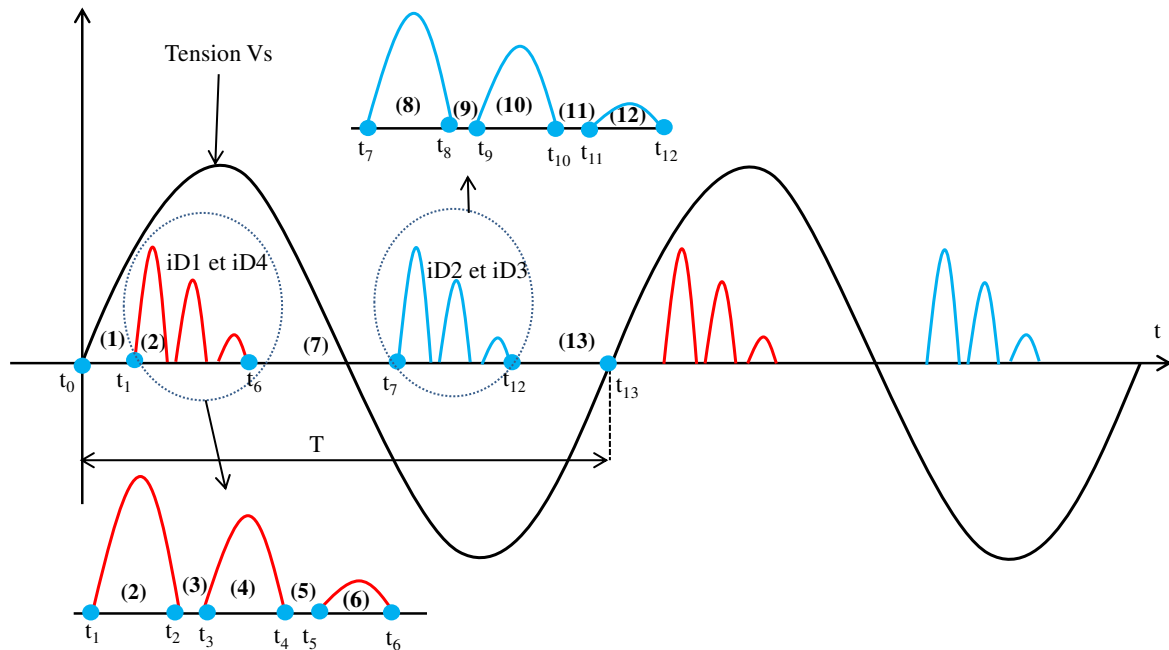


Figure III.4 : Mode de fonctionnement avec trois phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement

- le mode (4) : mode de fonctionnement avec empilement (voir la Figure III.5)

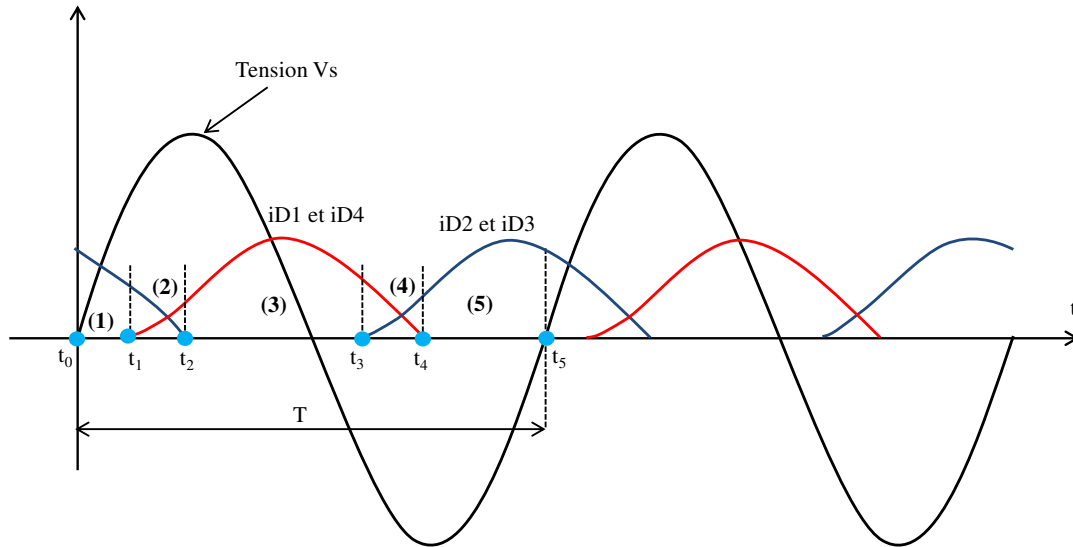


Figure III.5 : Mode de fonctionnement avec empiètement

Les valeurs des composants pour obtenir chaque mode sont détaillées dans le Tableau III.4.

| Mode | Vmax | Fréquence | rs    | ls       | L        | C        | R   |
|------|------|-----------|-------|----------|----------|----------|-----|
| 1    | 200V | 50Hz      | 0,01Ω | 0,00005H | 0,001H   | 0,001F   | 10Ω |
| 2    | 200V | 50Hz      | 0,01Ω | 0,00005H | 0,0001H  | 0,001F   | 10Ω |
| 3    | 200V | 50Hz      | 0,01Ω | 0,00005H | 0,00001H | 0,001F   | 10Ω |
| 4    | 200V | 50Hz      | 0,1Ω  | 0,05H    | 0,02H    | 0,00001F | 10Ω |

Tableau III.4 : Valeurs des composants utilisées pour étudier chaque mode

Pour ces modes, les enchaînements des états sont présentés dans le Tableau III.5.

| Mode | Nombre de configurations sur une période de fonctionnement | Enchaînement des états   |
|------|--|--|
| (1)  | 5  | $(e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1)$   |
| (2)  | 9  | $(e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1)$   |
| (3)  | 13   | $(e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e2) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1) \rightarrow (e3) \rightarrow (e1)$ |
| (4)  | 5  | $(e3) \rightarrow (e4) \rightarrow (e2) \rightarrow (e4) \rightarrow (e3)$   |

Tableau III.5 : Enchaînement des états des modes traités

*Remarque : nous choisissons le début de la période de calcul à l'instant  $t_0=0$  où la tension de source  $V_s$  devient positive.*

Comme nous l'avons évoqué au début de ce paragraphe, les modes (1), (2) et (3) étant de nature similaire ; maintenant, nous ne considérons en détail que le mode (2) du point de vue de la mise en œuvre du modèle. On remarquera que celui-ci est un intermédiaire en termes de complexité de formulation, entre les modes (1) et (3).

#### II.4. Modélisation du mode de fonctionnement avec deux phases de conduction continue par demi-période de fonctionnement : mode (2)

Reprenons la Figure III.2. Nous avons 9 configurations sur une période de fonctionnement avec trois états (e1), (e2) et (e3) du redresseur. A partir de la synthèse des états (voir le Tableau III.3) et en utilisant la symétrie de fonctionnement du redresseur (présentée à la partie IV.2.1 du chapitre II), nous pouvons calculer (cf. Figure III.6):

- les valeurs des deux variables d'état  $I_{ac}$  et  $V_{dc}$  à l'instant  $t_0=0$
- les quatre instants de commutation  $t_1, t_2, t_3$  et  $t_4$ .

L'instant  $t_0$  est pris comme instant de référence et est donné par le passage à zéro de la tension de source du redresseur.

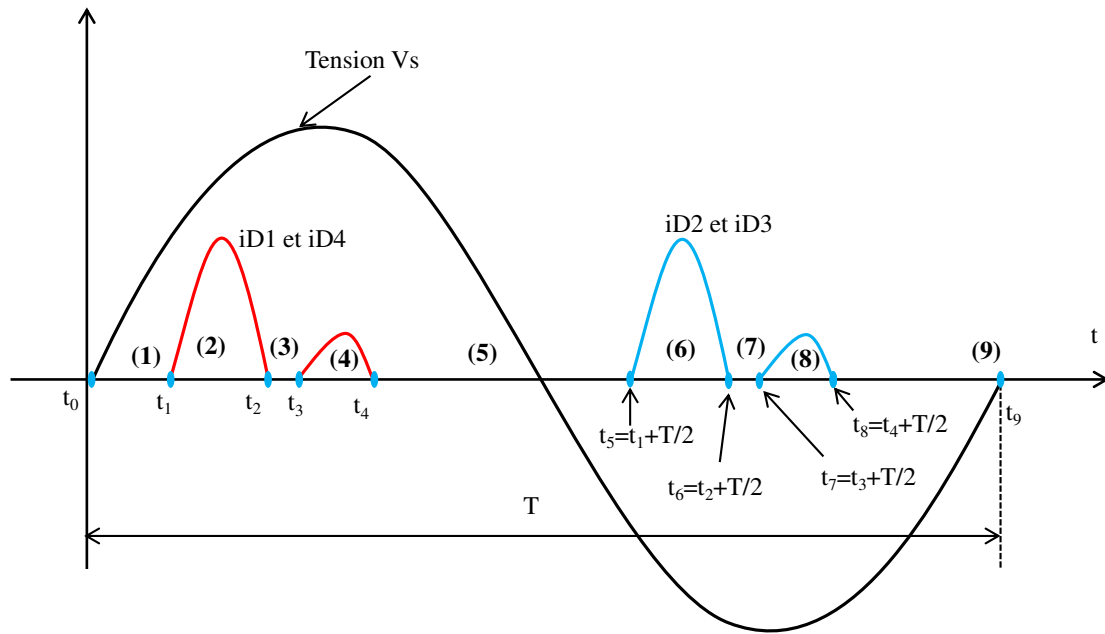


Figure III.6 : Instants de commutation naturelle sur une période de fonctionnement du mode (2)

## II.4.1 Formulation des équations et des contraintes

### II.4.1.1 Equations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$

Nous avons besoin de calculer les valeurs des variables d'état à l'instant  $t_0$ . En exploitant les périodicités de fonctionnement en régime permanent du redresseur, les valeurs des variables d'état en début de période et en fin de période de fonctionnement sont égales (Figure III.6), soit :

$$\begin{aligned} I_{ac}(t_0) &= I_{ac}(t_9) \\ V_{dc}(t_0) &= V_{dc}(t_9) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

### II.4.1.2 Equations pour le calcul des instants de commutation

Il y a deux types d'instant de commutation à considérer. Ce sont les moments où l'état (e1) passe à état (e2) (instants  $t_1$  et  $t_3$ ) et ceux pour les transitions inverses (instants  $t_2$  et  $t_4$ ). Cela est illustré sur la Figure III.7.

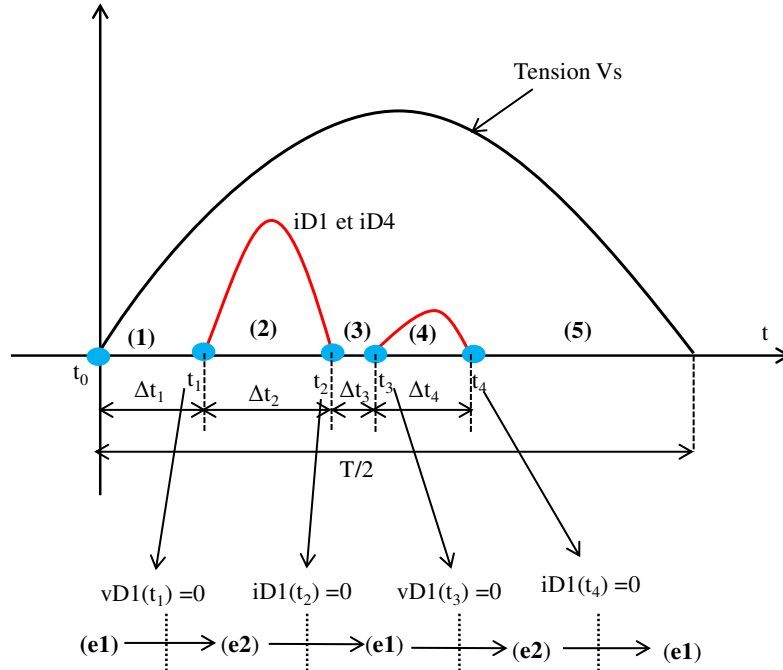


Figure III.7 : Critères aux instants de commutation (demi-période d'étude)

Les conditions de commutation sont définies par les évolutions du courant  $iD1$  et de la tension  $vD1$ . La tension  $vD1$  s'annule aux instants  $t_1$  et  $t_3$ , et le courant  $iD1$  s'annule aux instants  $t_2$  et  $t_4$ . Les instants de commutation sont donc définis par les équations (III.2) et (III.3), qui est des fonctions de commutation (paragraphe III.2.2.2 du chapitre I).

$$vD1(t_k) = \frac{1}{2} \cdot \left( V_s(t_k) - V_{dc}(t_k) - r_s \cdot I_{ac}(t_k) - l_s \cdot \frac{dI_{ac}(t_k)}{dt} - L \cdot \frac{dI_{dc}(t_k)}{dt} \right) = 0 \quad (k = 1,3) \quad \text{(III.2)}$$

$$iD1(t_k) = I_{ac}(t_k) = 0 \quad (k = 2,4) \quad \text{(III.3)}$$

En notant que certaines grandeurs sont nulles à cet instant de commutation, l'équation (III.2) peut se simplifier en l'équation (III.4).

$$vD1(t_k) = \frac{1}{2} \cdot (V_s(t_k) - V_{dc}(t_k)) = 0 \quad (k = 1,3) \quad \text{(III.4)}$$

#### II.4.1.3 Méthodes de résolution

✓ NR

Nous utilisons la méthode NR intégrée à la fonction Fsolve de Matlab. Pour calculer les variables inconnues, cette méthode résout le système d'équations (III.1), (III.2) et (III.3).

✓ SQP



Cette méthode est intégrée à la fonction `Fmincon` de Matlab. Afin d'utiliser cette méthode, il nous faut donner :

- une fonction objectif à minimiser
- les contraintes d'égalité
- les contraintes d'inégalité.

Dans notre cas, nous n'avons pas d'objectif particulier. Ainsi, pour la fonction objectif à minimiser, nous avons testé différentes expressions :

$$fobj = \sum (X_i(t_{Nc}) - X_i(t_0)) = (Iac(t_9) - Iac(t_0)) + (Vdc(t_9) - Vdc(t_0)) \quad (III.5)$$

$$fobj = (t_2 - t_1) + (t_4 - t_3) \quad (III.6)$$

$$fobj = |vD1(t_1)| + |iD1(t_2)| + |vD1(t_3)| + |iD1(t_4)| \quad (III.7)$$

Il s'avère que l'expression (III.5) semble la plus percutante, mais c'est avant toutes les formulations des critères de commutation qui sont importants pour la convergence de la résolution, et vers un bon mode de fonctionnement.

Pour les contraintes d'égalité, nous avons utilisé l'équation (III.1).

Pour les contraintes d'inégalité, nous avons plusieurs formulations.

- Nous relâchons les conditions de commutation. Ainsi, les équations (III.3) et (III.4) sont mises sous la forme d'inégalités :

$$\begin{aligned} -\varepsilon_v &\leq vD1(t_k) \leq \varepsilon_v \quad (k = 1,3) \\ -\varepsilon_i &\leq iD1(t_k) \leq \varepsilon_i \quad (k = 2,4) \end{aligned} \quad (III.8)$$

où  $\varepsilon_v$  et  $\varepsilon_i$  sont choisis en fonction des valeurs de  $vDI_{max}$  et  $iDI_{max}$  (à environ 0.01%). Ces valeurs maximales dépendent de valeurs composantes du circuit.

- En outre, nous ajoutons des contraintes sur le signe des dérivées de la tension et du courant de diode D1 aux instants de commutation. Nous les formulons par l'équation (III.9).

$$\begin{aligned} \frac{dvD1}{dt}(t_k) &\geq 0 \quad (k = 1,3) \\ \frac{diD1}{dt}(t_k) &\leq 0 \quad (k = 2,4) \end{aligned} \quad (III.9)$$

Sur le système d'état de toute configuration  $k$ , cela permet de supprimer au moins la moitié des zéros non souhaités (voir Figure III.8 pour la tension  $vDI$ ) et d'aider à récupérer le premier zéro souhaité en limitant  $\Delta t_k$  (paragraphe III.2 du chapitre II).

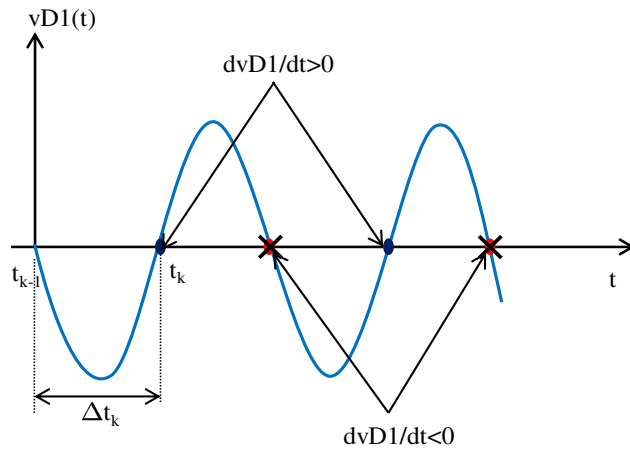


Figure III.8 : Exemple de dérivation de la tension  $v_{D1}$  dans la configuration  $k$

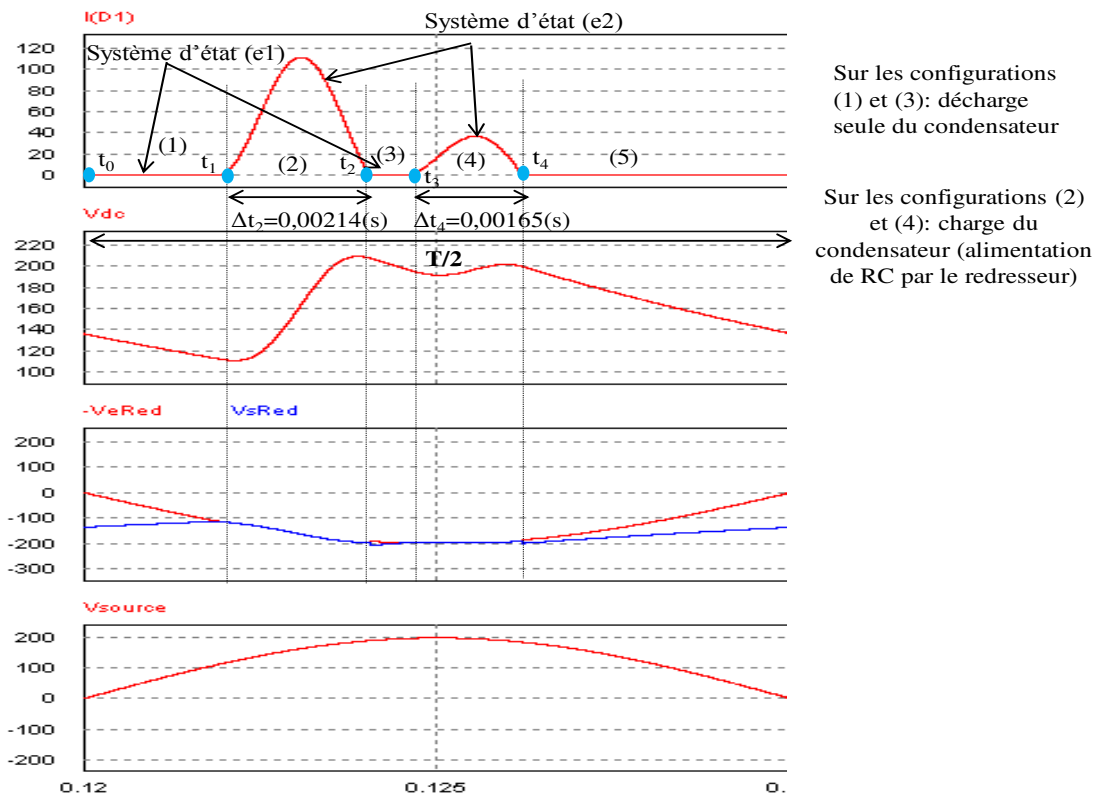
- Nous contraignons la séquence des instants de commutation. Cela nous permet de contraindre la succession des configurations (équation (III.10)).

$$t_0 = 0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4 \leq \dots \leq t_9 = T \quad (\text{III.10})$$

- Enfin, pour un mode ayant plusieurs phases de conduction sur une demi-période de fonctionnement, les durées des phases de conduction deviennent de plus en plus petites au fur et à mesure que l'on progresse dans la demi-période. En effet, la charge du condensateur par le redresseur se fait essentiellement sur les premières phases de conduction (voir Figure III.9). Ceci est formulé par la contrainte d'inégalité suivante :

$$\Delta t_2 > \Delta t_4 \quad (\text{III.11})$$

$$\text{avec } \begin{cases} \Delta t_2 = t_2 - t_1 \\ \Delta t_4 = t_4 - t_3 \end{cases}$$



Sur les configurations (1) et (3): décharge seule du condensateur

Sur les configurations (2) et (4): charge du condensateur (alimentation de RC par le redresseur)

Figure III.9 : Les durées des phases de conduction deviennent de plus en plus petites au fur et à mesure que l'on avance dans la demi-période

## II.5. Résolution des modèles

### II.5.1 Résolution des instants de commutation avec une initialisation quelconque pour le mode (2)

Afin d'exécuter les méthodes NR et SQP, il nous faut donner des valeurs initiales aux variables inconnues (les valeurs à l'instant  $t_0$ ). Le courant  $I_{ac}$  à l'instant  $t_0$  est toujours égal à zéro car  $t_0$  marque le début de l'état (e1) qui est une phase de conduction discontinue. De plus, nous choisissons une valeur initiale de  $V_{dc}(t_0)$  égale à 100V. Une étude de sensibilité de la valeur initiale de  $V_{dc}$  sur la résolution, est présentée plus loin dans ce chapitre. Pour les valeurs initiales des instants de commutation ( $t_{1,0}$ ,  $t_{2,0}$ ,  $t_{3,0}$ ,  $t_{4,0}$ ), plusieurs jeux de valeurs sont choisis aléatoirement. Les résultats obtenus après résolution sont présentés dans le Tableau III.6.

| Cas | $t_{10}$ | $t_{20}$ | $t_{30}$ | $t_{40}$ | NR                    | SQP                   |
|-----|----------|----------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|
| 1   | 0,002    | 0,006    | 0,0065   | 0,009    | Non convergence       | Convergence numérique |
| 2   | 0,002    | 0,005    | 0,006    | 0,0085   | Non convergence       | Convergence numérique |
| 3   | 0,002    | 0,004    | 0,005    | 0,007    | Convergence numérique | Convergence numérique |
| 4   | 0,002    | 0,004    | 0,005    | 0,0065   | Convergence numérique | Convergence numérique |
| 5   | 0,001    | 0,004    | 0,005    | 0,007    | Non convergence       | Convergence numérique |
| 6   | 0,001    | 0,003    | 0,004    | 0,006    | Convergence numérique | Convergence numérique |
| 7   | 0,0015   | 0,0035   | 0,0045   | 0,0065   | Non convergence       | Convergence numérique |
| 8   | 0,0015   | 0,0035   | 0,0045   | 0,006    | Convergence numérique | Convergence numérique |

Tableau III.6 : Bilan de la résolution sans initialisation des instants de commutation

Nous constatons plusieurs choses.

- Pour la méthode SQP : tous les cas convergent. Cependant, nous obtenons deux résultats différents. Les cas 1 et 2 donnent les mêmes résultats (nommés résultats 1 dans le Tableau III.7). Les cas restants (cas 3 à 8) donnent les mêmes résultats (nommés résultats 2 dans le Tableau III.7).
- Pour la méthode NR : seulement 4 cas convergent et les autres cas divergent. Cela nous montre que cette méthode dépend fortement des valeurs initiales des variables inconnues. Les résultats obtenus dans les cas convergents sont les mêmes que ceux obtenus avec la méthode SQP (résultats 2).

Nous comparons les résultats 1 et 2 aux résultats obtenus par la simulation sous Psim. Le détail est présenté dans le Tableau III.7.

|                    | $I_{ac}(t_0)$<br>(A) | $V_{dc}(t_0)$<br>(V) | $t_1(s)$ | $t_2(s)$ | $t_3(s)$ | $t_4(s)$ | $\Delta t_2 = t_2 - t_1$<br>(s) | $\Delta t_4 = t_4 - t_3$<br>(s) |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------|----------|----------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| <b>Résultats 1</b> | 0                    | 101,4                | 0,001446 | 0,005755 | 0,00607  | 0,00783  | 0,004309                        | 0,00176                         |
| <b>Résultats 2</b> | 0                    | 136,3                | 0,001905 | 0,00404  | 0,00455  | 0,0062   | 0,002135                        | 0,00165                         |
| <b>Psim</b>        | 0                    | 136,3                | 0,001906 | 0,00404  | 0,00454  | 0,0062   | 0,002134                        | 0,00166                         |

Tableau III.7 : Comparaison des résultats obtenus par NR et SQP à ceux obtenus par Psim

A partir des résultats du Tableau III.7, nous constatons différentes choses.

- Les résultats 2 sont similaires aux résultats obtenus par la simulation sous Psim.
- Il y a des grandes différences entre les résultats 1 et les résultats obtenus par la simulation sous Psim, notamment la valeur de  $V_{dc}$  à l'instant  $t_0$  et la durée  $\Delta t_2$ . Cela provient du calcul inexact des instants de commutation. Afin de bien expliquer ceci, nous comparons la courbe d' $iDI$  de la configuration 2 correspondant à la durée  $\Delta t_2$  à celle obtenue par la simulation sous Psim sur la Figure III.10. Le mode obtenu

pour les résultats 1 (Figure III.10a) est entièrement différent de celui obtenu par Psim (Figure III.10b). Ainsi, les cas 1 et 2 de la méthode SQP sont convergents vers un mauvais mode de fonctionnement. Cela est dû au fait que les valeurs initiales des instants de commutation fournies à cette méthode ne sont pas bonnes. D'autre part, le fait qu'il y ait un point d'inflexion pour  $I_{ac}$  (Figure III.10a) renforce la difficulté de détection du franchissement de seuil à zéro.

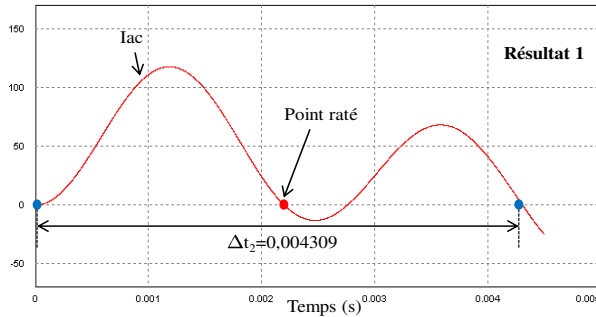


Figure III.10a: Mode obtenu par le résultat 1

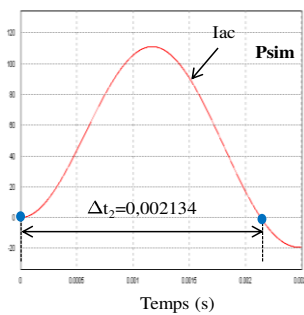


Figure III.10b: Mode obtenu par la simulation sous Psim

Figure III.10 : Comparaison des évolutions d' $I_{ac}$  pour les résultats 1 et Psim

- en combinant avec les résultats présentés dans le Tableau III.6, on observe bien que la prédiction des durées des phases de conduction ( $t_{2,0}-t_{1,0}$  et  $t_{4,0}-t_{3,0}$ ) a un grand impact sur la convergence des méthodes NR et SQP. Par exemple, avec la prédiction faite pour le cas 2 ( $t_{2,0}-t_{1,0}=0,003$ ,  $t_{4,0}-t_{3,0}=0,0025$ ), la méthode NR ne converge pas numériquement, et la méthode SQP converge numériquement vers un mauvais mode de fonctionnement. Par contre, avec le cas 3 ( $t_{2,0}-t_{1,0}=0,002$ ,  $t_{4,0}-t_{3,0}=0,002$ ), les méthodes NR et SQP convergent vers le bon mode de fonctionnement. Dans tous les cas, la méthode NR reste plus dépendante des valeurs initiales des durées que la méthode SQP (car elle ne converge pas dans les cas 5 et 7).

### II.5.2 Etude de sensibilité de la valeur $V_{dc}$ à l'instant $t_0$ pour le mode (2)

Afin d'étudier la sensibilité de la valeur  $V_{dc}$  choisie à l'instant  $t_0$ , nous effectuons différentes résolutions en la changeant. Les valeurs initiales des instants de commutation sont choisies parmi celles présentées dans le Tableau III.6. Ici, nous choisissons les cas 2 et 3, pour lesquels les résultats obtenus via les deux méthodes de résolution NR et SQP sont différents.

✓ Cas 2

| $V_{dc}(t_0)$ | NR              | SQP   |
|---------------|-----------------|---|
| 50            | Non convergence | Convergence numérique mais vers un mauvais mode de fonctionnement |
| 70            | Non convergence | Convergence numérique mais vers un mauvais mode de fonctionnement |
| 80            | Non convergence | Convergence numérique mais vers un mauvais mode de fonctionnement |
| 120           | Non convergence | Convergence numérique mais vers un mauvais mode de fonctionnement |
| 150           | Non convergence | Convergence numérique mais vers un mauvais mode de fonctionnement |

Tableau III.8 : Influence de la valeur de  $V_{dc}(t_0)$  sur la convergence des méthodes de résolution (cas 2)

Comme précédemment, la méthode NR ne converge pas quelque soit la valeur de la tension continue tandis que la méthode SQP converge numériquement, mais toujours vers un mauvais mode de fonctionnement.

✓ Cas 3

| $V_{dc}(t_0)$ | NR                         | SQP                        |
|---------------|----------------------------|----------------------------|
| 50            | Convergence (bon résultat) | Convergence (bon résultat) |
| 70            | Convergence (bon résultat) | Convergence (bon résultat) |
| 80            | Convergence (bon résultat) | Convergence (bon résultat) |
| 120           | Convergence (bon résultat) | Convergence (bon résultat) |
| 150           | Convergence (bon résultat) | Convergence (bon résultat) |

Tableau III.9 : Influence de la valeur de  $V_{dc}(t_0)$  sur la convergence des méthodes de résolution (cas 3)

Les deux méthodes de résolution sont maintenant convergentes, indépendamment de la valeur initiale de  $V_{dc}(t_0)$ . De plus, les résultats obtenus par ces deux méthodes sont identiques et corrects. Cela signifie donc que seule l'initialisation des instants de commutation a une importance pour la bonne convergence des méthodes de résolution.

### II.5.3 Résolution avec choix de valeurs initiales pour les instants de commutation pour le mode (2)

L'analyse ci-dessus a montré que la convergence des méthodes NR et SQP dépend fortement des valeurs initiales des instants de commutation (voir Figure III.11). Ainsi, il est

nécessaire de mieux initialiser ces valeurs. Le principe de l'initialisation que nous proposons est présenté dans la partie III.2 du chapitre II.

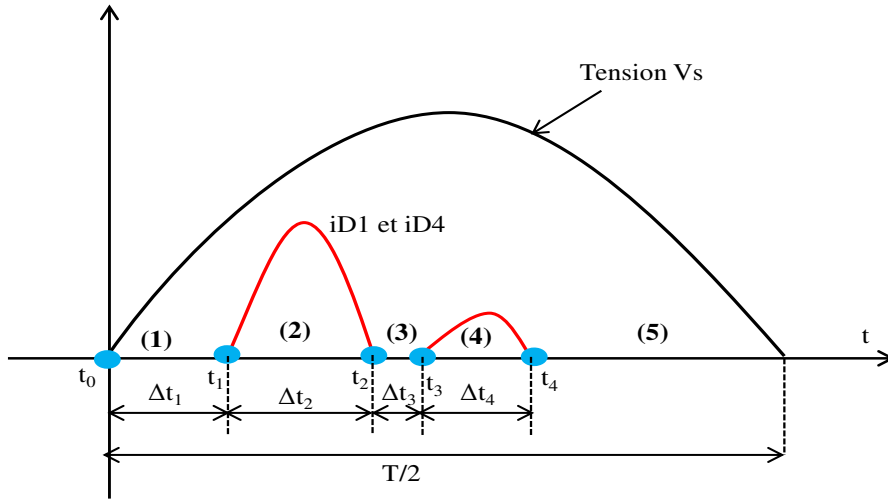


Figure III.11: Instants des commutations et durées des configurations

Pour initialiser la valeur de l'instant  $t_1$ , nous utilisons les valeurs propres de la matrice d'état de l'état (e1). Cependant, ces valeurs propres sont réelles. Comme présenté dans la partie III.2 du chapitre II, nous pouvons estimer la valeur initiale relativement à la période de fonctionnement. Comme l'instant  $t_0$  est toujours égal à zéro, l'estimation de l'instant  $t_1$  est aussi l'estimation de la durée de configuration (1) ( $\Delta t_1$ ). Dans une demi-période, il y a 5 configurations. Ainsi, nous proposons d'estimer la valeur initiale de cet instant ( $t_{1,0}$ ) par  $T/2/5=0,002$ (s).

Afin d'initialiser  $t_2$ , nous calculons d'abord les valeurs propres de la matrice d'état de la configuration (2):

$$\begin{aligned} vp1 &= -83,33 + 2581,93i = -\frac{1}{0,012} + i \cdot \frac{2\pi}{0,00243} = -\frac{1}{\tau} + i \cdot \frac{2\pi}{T_o} \\ vp2 &= -83,33 - 2581,93i = -\frac{1}{0,012} - i \cdot \frac{2\pi}{0,00243} = -\frac{1}{\tau} - i \cdot \frac{2\pi}{T_o} \end{aligned} \quad (III.12)$$

Nous utilisons la partie imaginaire de ces valeurs propres pour calculer la période d'oscillation de la réponse libre d'Iac, soit  $T_o = 0,00243$  (équation (III.12)). La durée de la configuration (2) est initialisée à  $T_o/2$ . Ainsi, nous proposons d'estimer de la valeur initiale de l'instant  $t_2$  ( $t_{2,0}$ ) par l'équation suivante :

$$t_{2,0} = t_{1,0} + \frac{T_o}{2} = 0,002 + \frac{0,00243}{2} = 0,003215 \text{ (s)} \quad (III.13)$$

Pour initialiser  $t_3$ , nous utilisons le même principe que pour l'initialisation de  $t_{1,0}$ . C'est-à-dire qu'ayant 5 configurations sur la demi-période, on ramène l'initialisation de la durée de

la configuration (3) à  $T/2/5=0,002$ . Ainsi, nous estimons la valeur initiale de l'instant ( $t_{3,0}$ ) par l'équation (III.14).

$$t_{3,0} = t_{2,0} + 0,002 = 0,003215 + 0,002 = 0,005215 \text{ (s)} \quad \text{(III.14)}$$

La configuration (4) est la phase de conduction. Elle a la même matrice d'état que la configuration (2). Ainsi, la valeur initiale de la durée de cette configuration est estimée à la même valeur que celle pour la configuration (2). Nous estimons la valeur initiale de l'instant  $t_4$  ( $t_{4,0}$ ) par l'équation (III.15).

$$t_{4,0} = t_{3,0} + \frac{0,00243}{2} = 0,005215 + 0,001215 = 0,00643 \text{ (s)} \quad \text{(III.15)}$$

En résumé, pour ce cas, l'estimation des valeurs initiales des instants est :

$$\begin{aligned} t_{1,0} &= 0,002 \text{ (s)} \\ t_{2,0} &= 0,003215 \text{ (s)} \\ t_{3,0} &= 0,005215 \text{ (s)} \\ t_{4,0} &= 0,00643 \text{ (s)} \end{aligned} \quad \text{(III.16)}$$

La valeur initiale d' $I_{ac}(t_0)$  est toujours prise égale à zéro, car la configuration (1) est une phase de conduction discontinue. Nous faisons également l'étude de la sensibilité de la résolution par rapport à la valeur initiale de  $V_{dc}(t_0)$  en changeant cette valeur pour chaque résolution. Quelle que soit cette valeur, les méthodes NR et SQP sont toujours convergentes vers un bon résultat (voir Tableau III.10). Ce résultat est présenté dans le Tableau III.11.

| <b>Vdc(t<sub>0</sub>)</b> | <b>NR</b>                        | <b>SQP</b>                       |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 50                        | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |
| 70                        | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |
| 80                        | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |
| 100                       | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |
| 120                       | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |
| 150                       | Convergence vers un bon résultat | Convergence vers un bon résultat |

Tableau III.10 : Convergence de NR et SQP avec initialisation des instants de commutation

|                  | <b>I<sub>ac</sub>(t<sub>0</sub>)</b><br>(A) | <b>V<sub>dc</sub>(t<sub>0</sub>)</b><br>(V) | <b>t<sub>1</sub></b> (s) | <b>t<sub>2</sub></b> (s) | <b>t<sub>3</sub></b> (s) | <b>t<sub>4</sub></b> (s) | <b>Δt<sub>2</sub>=t<sub>2</sub>-t<sub>1</sub></b><br>(s) | <b>Δt<sub>4</sub>=t<sub>4</sub>-t<sub>3</sub></b><br>(s) |
|------------------|---|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--|--|
| <b>NR et SQP</b> | 0   | 136.319                                     | 0.001905                 | 0.00404                  | 0.00455                  | 0.0062                   | 0.002135   | 0.00165  |
| <b>Psim</b>      | 0   | 136.321                                     | 0.001906                 | 0.00404                  | 0.00454                  | 0.0062                   | 0.002134   | 0.00166  |

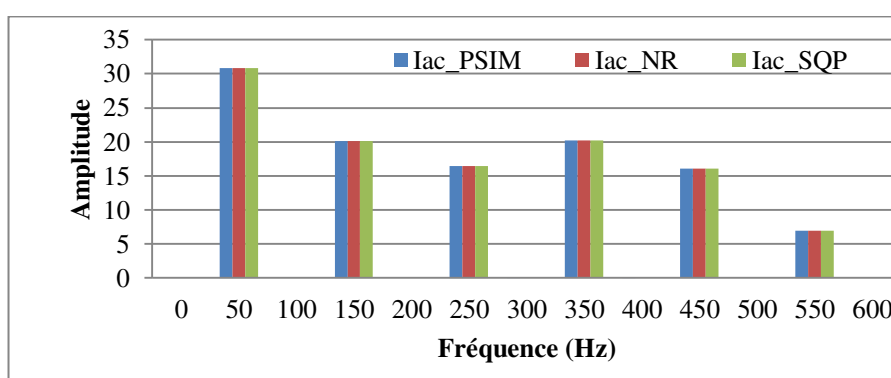
Tableau III.11 : Comparaison des résultats obtenus par NR et SQP à ceux obtenus par Psim

En comparant les résultats obtenus par NR et SQP à ceux obtenus par Psim, il est clair que les méthodes NR et SQP présentent une bonne convergence numérique vers le bon mode de fonctionnement. Cela nous montre que l'initialisation des instants de commutation à partir

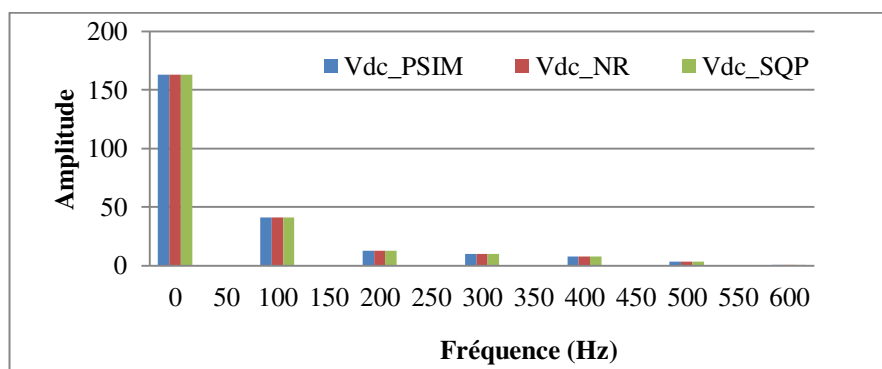


des valeurs propres des matrices d'état améliore fortement la convergence des méthodes NR et SQP.

Après détermination de toutes les variables inconnues, nous en déduisons les spectres (module et phase) des harmoniques du courant  $I_{ac}$  et de la tension  $V_{dc}$ . Les modules des harmoniques sont comparés sur la Figure III.12 à ceux obtenus par la simulation combinée à la FFT sous Psim. Par contre, la simulation Psim ne nous permet que de comparer les phases des harmoniques. La comparaison des phases des harmoniques obtenues par notre approche à celles obtenues par la simulation sous Psim combinée à une FFT sous Matlab est présentée sur la Figure III.13.

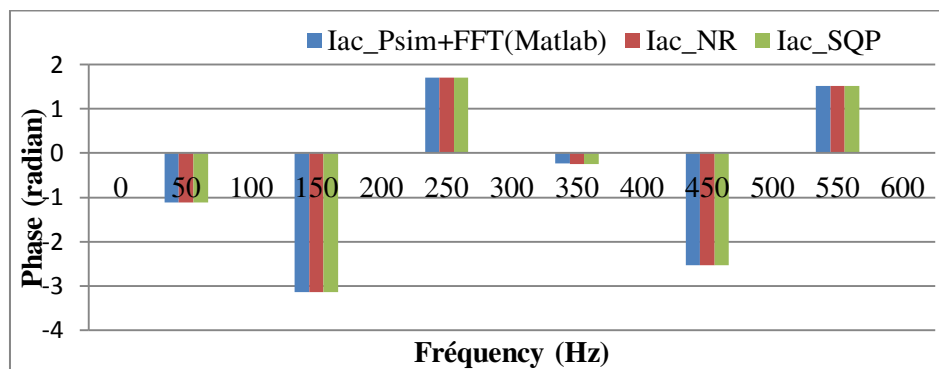


Modules des harmoniques du courant  $I_{ac}$

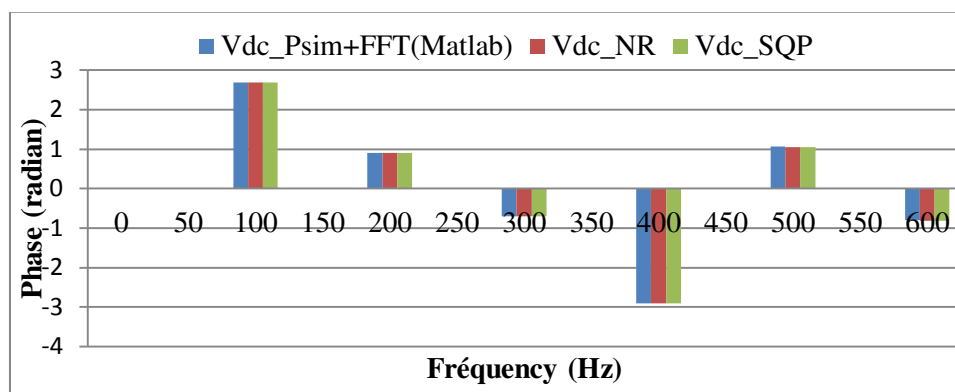


Modules des harmoniques de la tension  $V_{dc}$

Figure III.12 : Comparaisons des modules des harmoniques du courant  $I_{ac}$  et de la tension  $V_{dc}$  obtenus par notre approche à ceux obtenus par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Psim



Phases des harmoniques du courant Iac



Phases des harmoniques de la tension Vdc

Figure III.13 : Comparaisons des phases des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenues par notre approche à celles obtenues par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Matlab

A partir des comparaisons faites sur la Figure III.12 et la Figure III.13, les modules et les phases obtenus par notre approche sont identiques à ceux obtenus par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Matlab.

De plus, nous constatons que les temps de calcul des méthodes de résolution (NR et SQP) sont équivalents à ceux obtenus par Psim pour une petite structure telle que le redresseur étudié. Dans le Tableau III.12, nous détaillons le temps de calcul de ces méthodes et celui de la simulation sous Psim combinée à la FFT.

| Méthodes                     | NR  | SQP | Psim+FFT |
|------------------------------|-----|-----|----------|
| Temps de calcul en moyen (s) | 1.3 | 1.4 | 1.3      |

Tableau III.12 : Temps de calcul de NR, SQP et Psim+FFT

#### II.5.4 Résolution pour les modes (1), (3) et (4)

Dans ce paragraphe, nous présentons la résolution des modes (1), (3) et (4), nous présentons uniquement les résultats obtenus avec la démarche d'initialisation des instants de commutation que nous avons présenté dans ce chapitre et appliqué sur le mode (2).

Les analyses de sensibilité étant équivalentes, nous ne les reprenons pas pour ces trois modes.

#### II.5.4.1 Résolution pour le mode (1)

Pour le mode (1), sur une période de fonctionnement, nous avons le comportement décrit sur la Figure III.14.

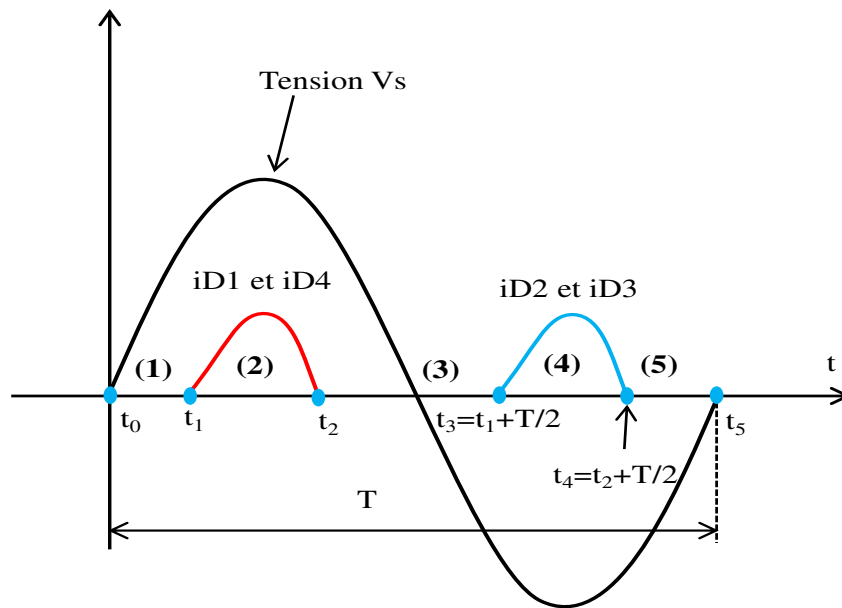


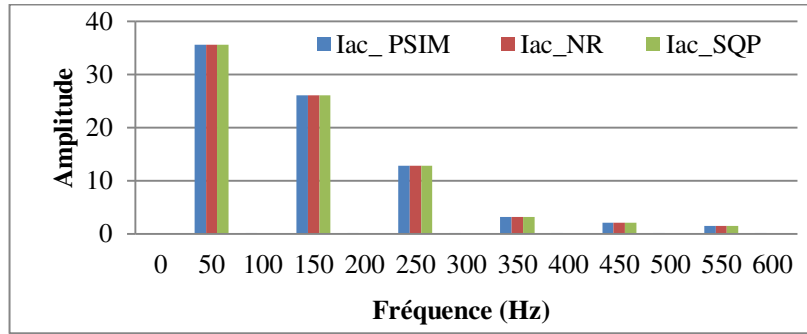
Figure III.14 : Instants de commutations naturelles sur une période de fonctionnement du mode (1)

Pour ce mode, nous avons utilisé la symétrie de fonctionnement. Ainsi nous avons calculé les instants de commutation dans la première demi-période ( $t_1$  et  $t_2$ ). En utilisant le même principe d'initialisation des instants de commutation du mode (2), les valeurs initiales des instants de commutation sont données par les équations (III.17).

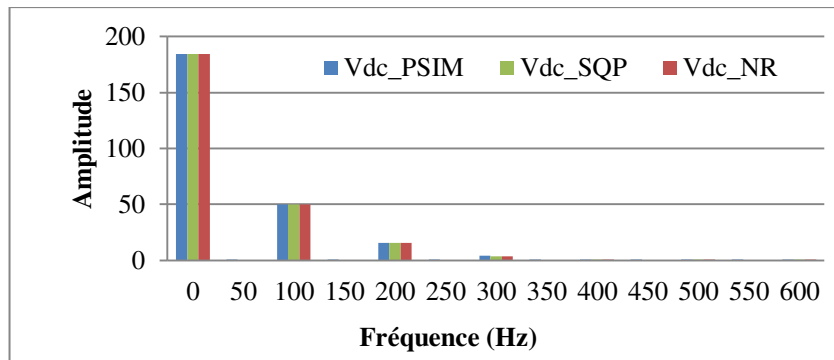
$$\begin{aligned}
 t_{1,0} &= T/2/3 = 0,0033 \text{ (s)} \\
 t_{2,0} &= t_{1,0} + \frac{T_{o,2}}{2} = 0,0033 + \frac{0,0064}{2} = 0,0065 \text{ (s)}
 \end{aligned}
 \tag{III.17}$$

où:  $T_{o,2}$  est la période d'oscillation calculée par les valeurs propres de la matrice d'état de la configuration (2) de ce mode.

Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par la simulation sous Psim associée à une FFT sous Matlab. Les amplitudes et les phases des premières harmoniques sont données respectivement sur la Figure III.15 et la Figure III.16.

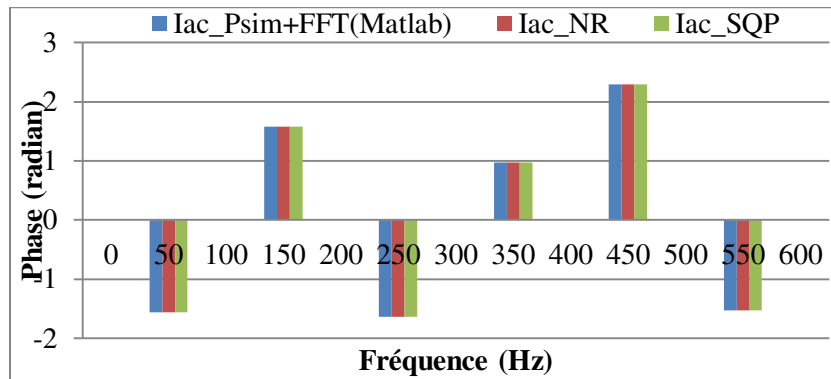


Modules des harmoniques du courant Iac



Modules des harmoniques de la tension Vdc

Figure III.15 : Comparaisons des modules des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenus par notre approche à ceux obtenus par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Psim pour le mode (1)



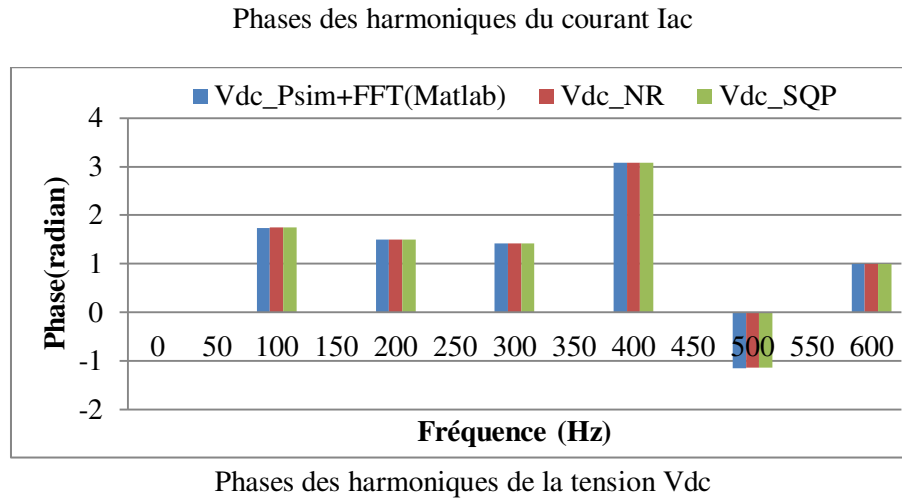


Figure III.16 : Comparaisons des phases des harmoniques du courant  $I_{ac}$  et de la tension  $V_{dc}$  obtenues par notre approche à celles obtenues par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Matlab pour le mode (1)

#### II.5.4.2 Résolution pour le mode (3)

Pour le mode (3), sur une période de fonctionnement, nous avons le comportement décrit sur la Figure III.17.

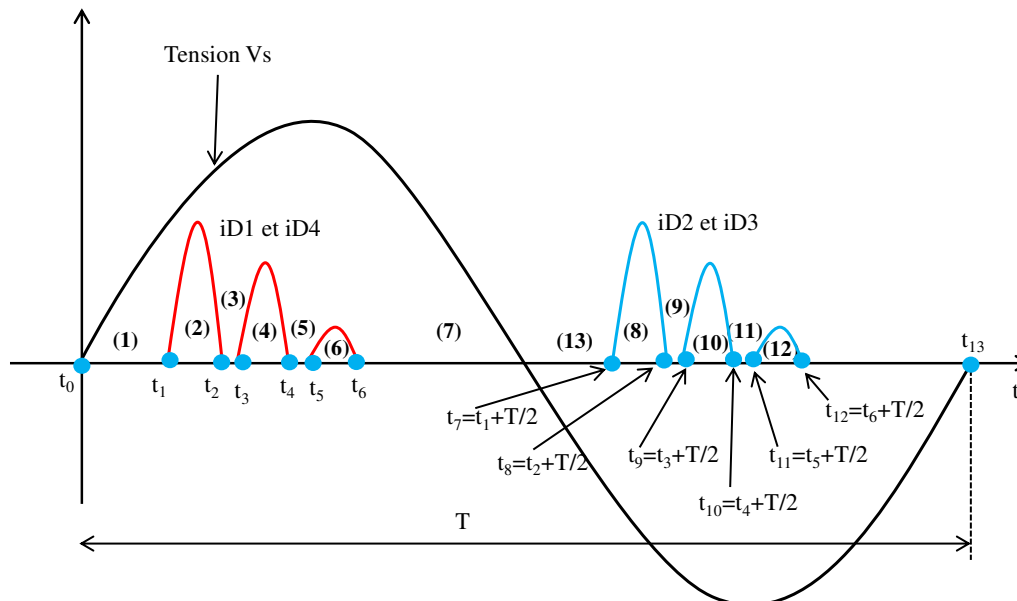


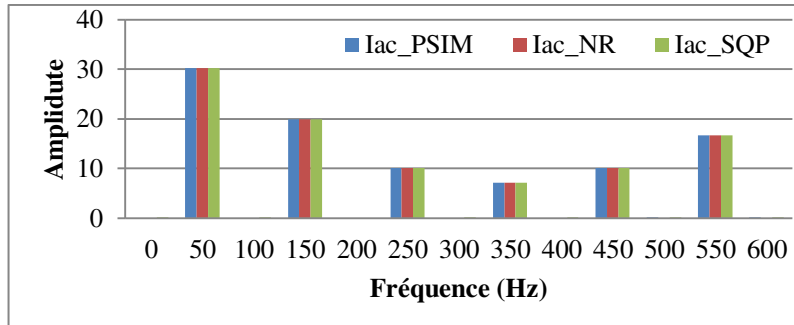
Figure III.17: Instants des commutations naturelles sur une période de fonctionnement du mode (3)

Comme pour les modes précédents, dans ce mode, nous avons calculé aussi les instants de commutation sur la première demi-période. Les valeurs initiales de ces instants de commutation sont données par les équations (III.18):

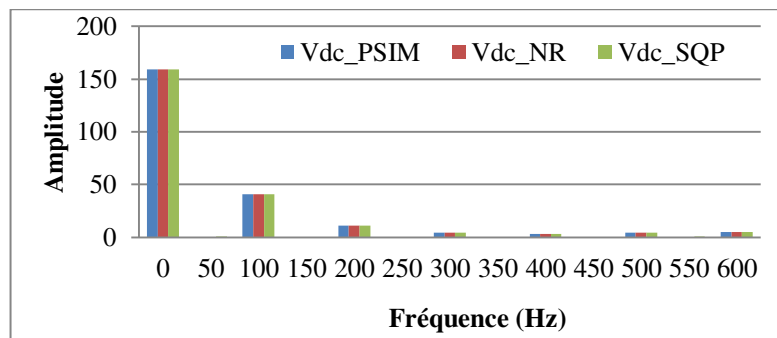
$$\begin{aligned}
 t_{1,0} &= T/2/7 = 0,0016 \text{ (s)} \\
 t_{2,0} &= t_{1,0} + \frac{T_{o,2}}{2} = 0,0016 + \frac{0,00154}{2} = 0,00237 \text{ (s)} \\
 t_{3,0} &= t_{2,0} + T/2/7 = 0,00237 + 0,0016 = 0,00397 \text{ (s)} \\
 t_{4,0} &= t_{3,0} + \frac{T_{o,4}}{2} = 0,00397 + \frac{0,00154}{2} = 0,00474 \text{ (s)} \\
 t_{5,0} &= t_{4,0} + T/2/7 = 0,00474 + 0,0016 = 0,00634 \\
 t_{6,0} &= t_{5,0} + \frac{T_{o,6}}{2} = 0,00634 + \frac{0,00154}{2} = 0,00711 \text{ (s)}
 \end{aligned}
 \tag{III.18}$$

où:  $T_{o,2}$ ,  $T_{o,4}$ ,  $T_{o,6}$  sont respectivement les périodes d'oscillation calculées par les valeurs propres des matrices d'état des configurations (2), (4), (6) de ce mode.

Les résultats obtenus sont comparés à ceux issus de la simulation sous Psim associée à une FFT sous Matlab. Les amplitudes et les phases des premières harmoniques sont données sur les Figure III. 18 et Figure III.19.

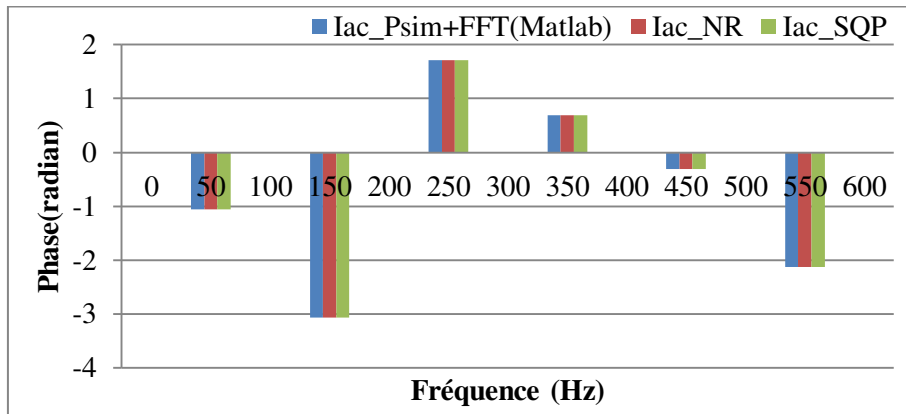


Modules des harmoniques du courant Iac

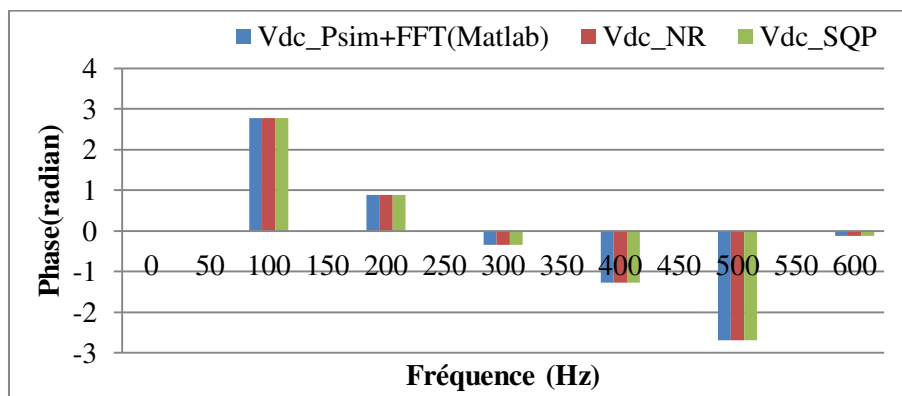


Modules des harmoniques de la tension Vdc

Figure III. 18 : Comparaisons des modules des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenus par notre approche à ceux obtenus par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Psim pour le mode (3)



Phases des harmoniques du courant Iac



Phases des harmoniques de la tension Vdc

Figure III.19 : Comparaisons des phases des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenues par notre approche à celles obtenues par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Matlab pour le mode (3)

#### II.5.4.3 Résolution pour le mode (4)

Pour le mode (4), sur une période de fonctionnement, nous avons le comportement décrit sur la Figure III.20

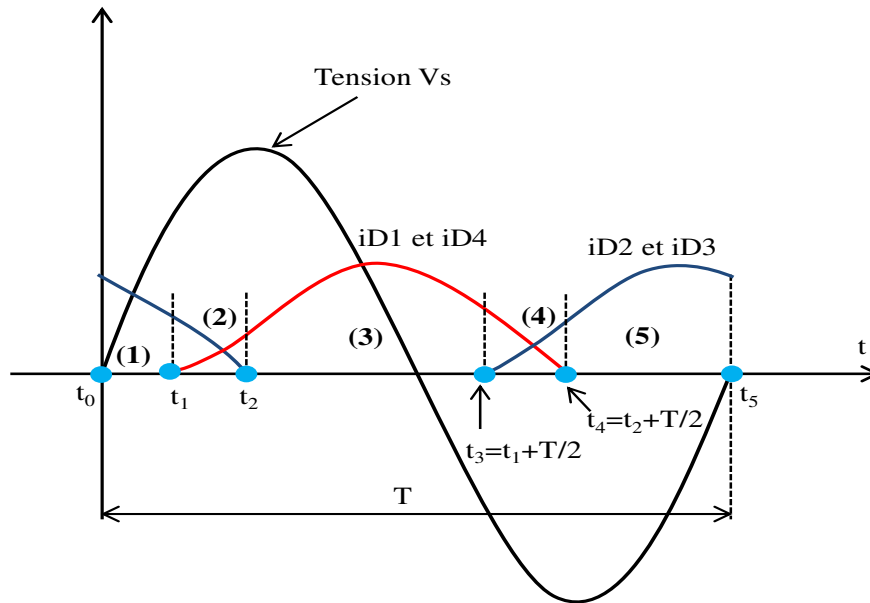
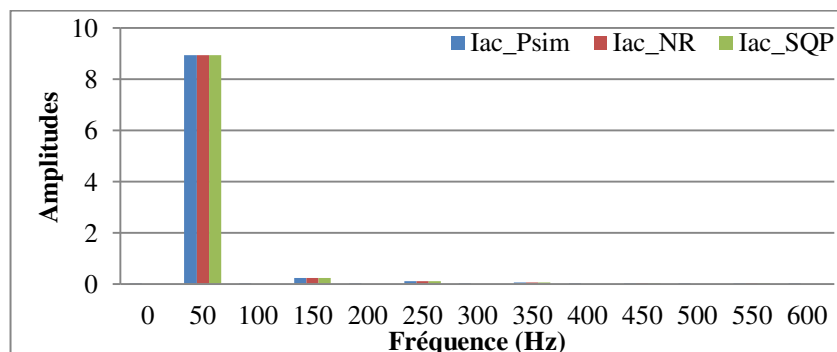


Figure III.20: Instants de commutations naturelles sur une période de fonctionnement du mode (4)

Pour ce mode, nous avons exploité aussi la symétrie de fonctionnement. Ainsi, nous avons calculé les instants de commutation sur la première demi-période :  $t_1$  et  $t_2$ . Pour initialiser ces instants, nous avons utilisé les valeurs propres des matrices d'état des configurations (1) et (2). Cependant, ces valeurs propres sont réelles. Nous initialisons donc les instants de commutation en fonction du nombre de configurations apparaissant sur une demi-période. Cela s'exprime par les équations (III.19).

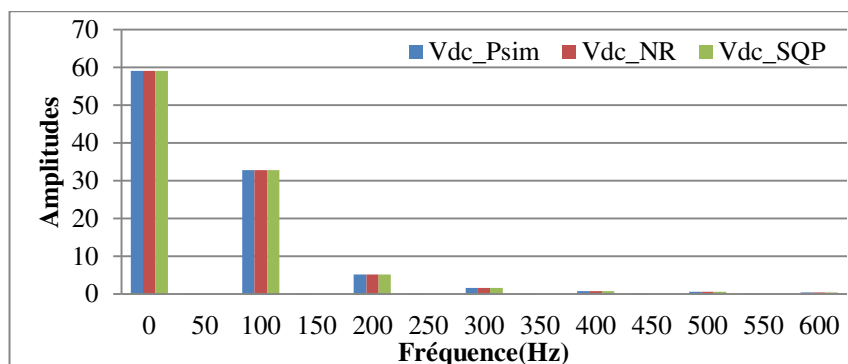
$$\begin{aligned} t_{1,0} &= T/2/3 = 0,0033 \text{ (s)} \\ t_{2,0} &= t_{1,0} + T/2/3 = 0,0033 + 0,0033 = 0,0066 \text{ (s)} \end{aligned} \quad \text{(III.19)}$$

Nous présentons aussi les amplitudes (voir Figure III.21) et les phases (voir Figure III.22) des premières harmoniques qui sont comparées à celles obtenues par la simulation sous Psim associée à une FFT sous Matlab.



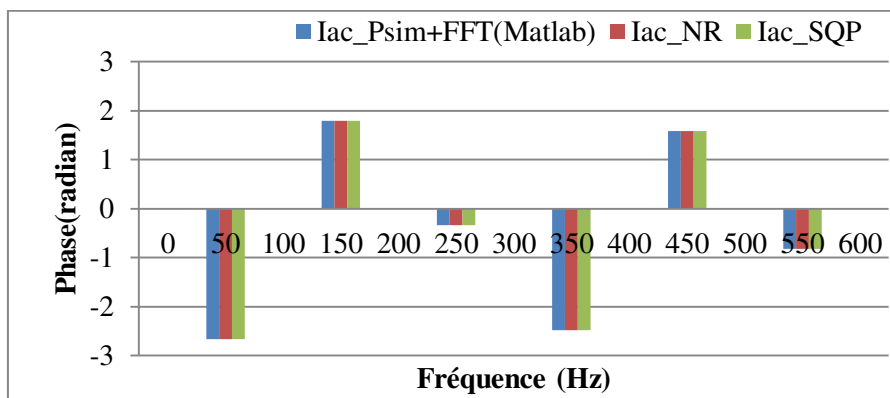


Modules des harmoniques du courant Iac

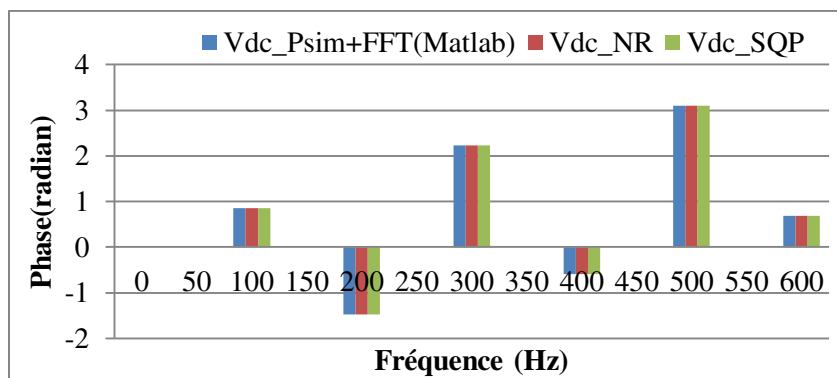


Modules des harmoniques de la tension Vdc

Figure III.21 : Comparaisons des modules des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenus par notre approche à ceux obtenus par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Psim pour le mode (4)



Phases des harmoniques du courant Iac



Phases des harmoniques de la tension Vdc

Figure III.22: Comparaisons des phases des harmoniques du courant Iac et de la tension Vdc obtenues par notre approche à celles obtenues par la simulation sous Psim combinée à la FFT sous Matlab pour le mode (4)

### **III. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons introduit les différentes configurations du redresseur monophasé à diodes. Ensuite, nous en avons déduit les différents modes de fonctionnement. Parmi ceux-ci, nous avons uniquement développé la modélisation et l'initialisation des durées des configurations et des instants de commutation, pour le mode de fonctionnement ayant 2 configurations de conduction continue et 3 configurations de conduction discontinue par demi-période. Nous avons présenté les résultats obtenus par notre approche et nous les avons comparés à une simulation sous Psim. Nous avons aussi fourni des résultats sur d'autres modes de fonctionnement (sans décrire leur modélisation, similaire en termes de démarche à celle du premier cas d'étude).

Les résultats obtenus nous ont montré la précision, la faisabilité et l'utilisabilité de de notre formulation pour la modélisation fréquentielle de ponts de diodes. En général, cette approche doit permettre la modélisation fréquentielle semi-analytique de tout convertisseur statique en vue de dimensionnement par optimisation.

Dans le chapitre suivant, nous appliquons la modélisation développée dans ce chapitre, à un dimensionnement d'un canal de puissance par optimisation.



# CHAPITRE IV : Dimensionnement par optimisation d'un canal de puissance aéronautique

## SOMMAIRE

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>I. Introduction .....</b>   | <b>89</b>  |
| <b>II. Structure du canal de puissance étudié .....</b>  | <b>89</b>  |
| <b>III. Modélisation des composants dans le canal de puissance .....</b>   | <b>91</b>  |
| III.1. Générateur et feeders .....   | 91         |
| III.1.1 Générateur .....   | 91         |
| III.1.2 Feeders .....  | 91         |
| III.2. Autotransformateur .....  | 91         |
| III.2.1 Structure de l'autotransformateur .....  | 91         |
| III.2.2 Géométrie de l'autotransformateur .....  | 93         |
| III.2.3 Calcul des paramètres du circuit électrique .....  | 95         |
| III.2.3.1 Calcul des inductances propres .....   | 95         |
| III.2.3.2 Calcul des inductances de fuite .....  | 95         |
| III.2.3.3 Calcul des inductances mutuelles.....  | 95         |
| III.2.3.4 Calcul des résistances .....   | 95         |
| III.3. Redresseur.....   | 96         |
| III.4. Inductances d'interphase .....  | 96         |
| III.4.1 Structure des inductances d'interphase.....  | 97         |
| III.4.2 Géométries des inductances d'interphase.....   | 97         |
| III.4.3 Calcul des paramètres du circuit électrique .....  | 98         |
| III.5. Filtre .....  | 98         |
| III.5.1 Inductance du filtre.....  | 99         |
| III.5.2 Condensateur du filtre.....  | 100        |
| <b>IV. Modélisation du redresseur du canal de puissance.....</b>   | <b>100</b> |
| IV.1. Détermination des variables d'état .....   | 104        |
| IV.2. Détermination des instants de commutation.....   | 105        |
| IV.3. Contraintes et équations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$ et aux instants de commutation..... | 106        |
| IV.3.1 Périodicité des variables d'état en régime permanent.....   | 106        |

|   |            |
|---|------------|
| IV.3.2 Formulations des instants de commutation .....   | 107        |
| <b>V. Modélisation sous Portunus.....</b>   | <b>107</b> |
| V.1. Modélisation du générateur et des feeders sous Portunus .....  | 107        |
| V.2. Modélisation de l'autotransformateur sous Portunus .....   | 108        |
| V.3. Modélisation des inductances d'interphase sous Portunus.....   | 108        |
| V.4. Modélisation du filtre sous Portunus.....  | 109        |
| <b>VI. Contraintes de dimensionnement.....</b>  | <b>109</b> |
| VI.1. Normes sur les harmoniques.....   | 109        |
| VI.1.1 Normes sur les harmoniques du côté de l'entrée du canal .....  | 109        |
| VI.1.1.1 Sur le courant d'entrée du canal de puissance .....  | 109        |
| VI.1.1.2 Sur la tension d'entrée du canal de puissance .....  | 110        |
| VI.1.2 Normes sur les harmoniques du côté de la sortie du canal .....   | 110        |
| VI.2. Normes sur le régime transitoire.....   | 111        |
| VI.2.1 Norme sur le régime transitoire du côté de l'entrée .....  | 111        |
| VI.2.2 Norme sur le régime transitoire du côté de la sortie .....   | 112        |
| VI.3. Stabilité du canal de puissance.....  | 112        |
| <b>VII. Dimensionnement par optimisation.....</b>   | <b>114</b> |
| VII.1. Paramètres de dimensionnement.....   | 114        |
| VII.2. Problème d'optimisation .....  | 115        |
| VII.2.1 Fonction objectif.....  | 115        |
| VII.2.2 Contraintes.....  | 115        |
| VII.2.3 Variables inconnues.....  | 115        |
| VII.2.4 Espace de recherche.....  | 116        |
| VII.3. Résultats :.....   | 118        |
| VII.3.1 Validation des valeurs des variables d'état et des instants de commutation<br>obtenues par optimisation ..... | 120        |
| VII.3.2 Vérification des harmoniques obtenues par optimisation .....  | 121        |
| VII.3.3 Vérification des contraintes a posteriori.....  | 122        |
| VII.3.3.1 Normes sur le régime transitoire.....   | 122        |
| VII.3.4 Vérification du déphasage des deux systèmes de tension de sortie de<br>l'autotransformateur .....             | 124        |
| <b>VIII. Conclusion .....</b>   | <b>124</b> |

## I. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter le dimensionnement par optimisation d'un canal de puissance. Ce chapitre comporte trois grandes parties.

- Tout d'abord, nous présentons le canal de puissance et détaillons la modélisation des différents composants de ce canal. Notamment, notre travail se concentre de la modélisation fréquentielle de deux ponts redresseurs triphasés à diodes en parallèle. Dans cette modélisation, nous incluons aussi le calcul des masses des divers composants du système, afin de les contraindre lors du dimensionnement par optimisation.
- Ensuite, nous déterminons les contraintes du dimensionnement et nous construisons le modèle analytique adapté au notre objectif.
- Finalement, nous comparons les résultats obtenus par optimisation à ceux obtenus avec des simulations sous Portunus. De plus, nous vérifions a posteriori que les contraintes non prises en compte par l'optimisation sont bien respectées.

## II. Structure du canal de puissance étudié

Le canal de puissance permet d'assurer l'alimentation haute tension (HVDC  $\pm$  270VDC) d'un réseau mixte AC/HDVC (c'est-à-dire, à la fois continu et alternatif) comme présenté sur la Figure IV.1. Ce canal comporte différents dispositifs (transformateur, filtre, convertisseurs statiques ...) qui sont connectés en série ou en parallèle. Il existe différents types de canal de puissance : 12, 18 pulses [2] avec ou sans inductance d'interphase [38].

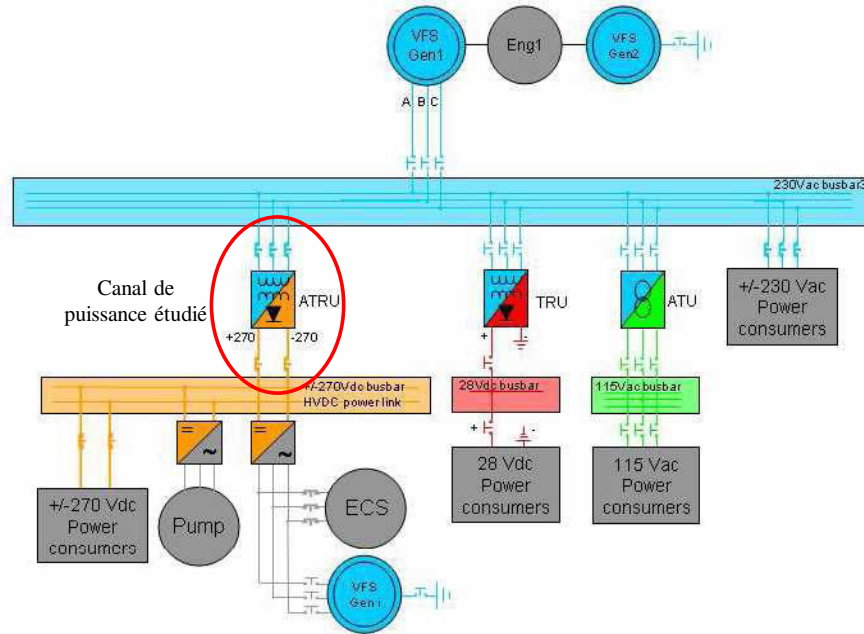


Figure IV.1 : Schéma principal d'un réseau mixte AC/HVDC [2]

La structure du canal de puissance qui est ici modélisée est un ATRU (Auto-Transformer-Rectifier-Unit) 12 pulses. Elle est détaillée sur la Figure IV.2 [2]. Elle comporte les dispositifs suivants [1]:

- un autotransformateur
- une association de redresseurs triphasés à diodes en parallèle
- une association d'inductances d'interphase
- un filtre passe-bas

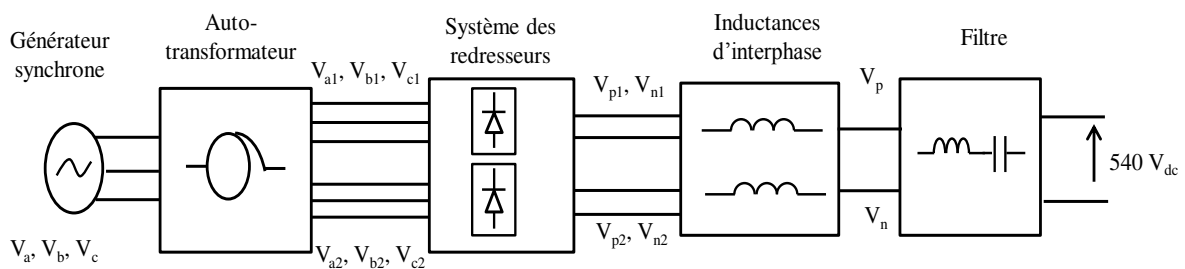


Figure IV.2: Structure du canal de puissance étudié

La tension à l'entrée du canal est fournie par le générateur synchrone via les feeders. Elle est alternative triphasée ( $V_a$ ,  $V_b$ ,  $V_c$ ). A la sortie de l'autotransformateur, on a deux systèmes de tension triphasée ( $V_{a1}$ ,  $V_{b1}$ ,  $V_{c1}$ ) et ( $V_{a2}$ ,  $V_{b2}$ ,  $V_{c2}$ ) qui sont déphasés de  $30^\circ$ . Ces deux systèmes constituent l'entrée du redresseur à 12 diodes. A la sortie des redresseurs, il y a deux systèmes de tensions continues ( $V_{p1}$ ,  $V_{n1}$ ) et ( $V_{p2}$ ,  $V_{n2}$ ). Ces tensions sont combinées au

travers de l'inductance d'interphase, afin d'équilibrer les courants traversant les deux ponts redresseurs triphasés à diodes. La sortie de cette interphase est filtrée et la tension de sortie du canal vaut 540VDC.

### **III. Modélisation des composants dans le canal de puissance**

Dans cette partie, les principaux résultats étant issus de [2], nous ne développons pas les calculs déjà définis dans [2]. Ils sont repris en détail dans l'annexe A.III. Nous ne mentionnons ici que les points que nous avons dû expliciter ou qui nous semblent importants pour l'application de notre formulation.

#### **III.1. Générateur et feeders**

##### **III.1.1 Générateur**

Dans notre étude, le générateur n'est pas dimensionné. Ainsi, nous ne comptons pas la masse du générateur dans la masse du canal.

Afin de faire la modélisation fréquentielle, nous avons choisi un modèle RLE pour représenter le générateur [39], [40]. Ce modèle est décrit par :

- $R_g$  : résistance du générateur
- $L_g$  : inductance du générateur
- $E$  : valeur choisie pour assurer la tension efficace à l'entrée du canal de 230V (phase-neutre) à une fréquence de 400Hz [2].

##### **III.1.2 Feeders**

Les feeders (représentés par  $R_f$  et  $L_f$ ) sont les lignes électriques qui connectent le générateur et l'ATRU. Là encore, nous ne dimensionnons pas les feeders. Dans nos travaux, les valeurs des feeders sont fournies par des données issues de la thèse de Hieu NGUYEN-HUU [2].

#### **III.2. Autotransformateur**

##### **III.2.1 Structure de l'autotransformateur**

Dans notre étude, nous utilisons la structure de l'autotransformateur définie dans les travaux de post-doctorat de J.Regnier [1]. Cette structure est présentée sur la Figure IV.3.



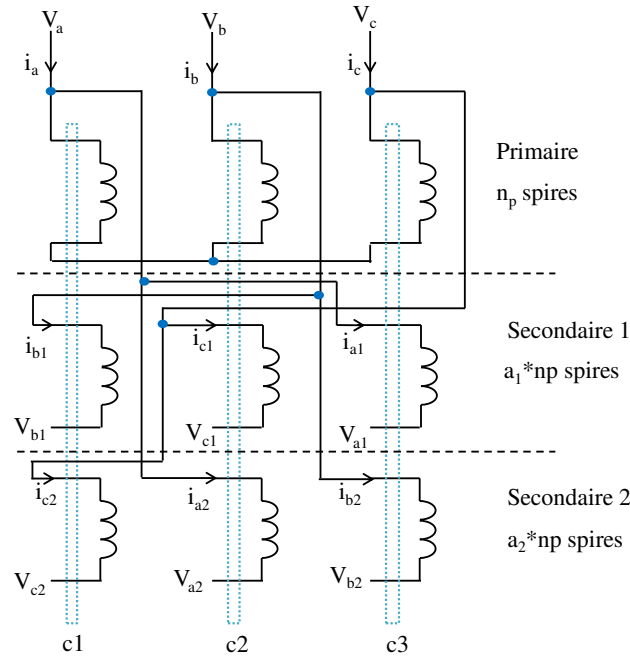


Figure IV.3: Structure de l'autotransformateur étudié

Le rôle de l'autotransformateur est de créer deux systèmes de tensions triphasées ( $V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}$ ) et ( $V_{a2}, V_{b2}, V_{c2}$ ) qui sont déphasés de  $30^\circ$  l'un par rapport à l'autre (comme présenté sur la Figure IV.4), mais de même valeur efficace.

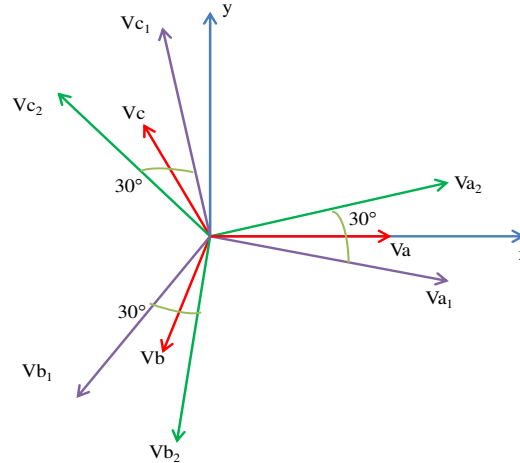


Figure IV.4: Schéma vectoriel des tensions d'entrée et de sortie de l'autotransformateur [2]

L'autotransformateur comporte trois colonnes avec un primaire et deux secondaires. Le premier secondaire produit les tensions ( $V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}$ ) et le deuxième secondaire produit les tensions ( $V_{a2}, V_{b2}, V_{c2}$ ). Afin d'assurer deux ensembles de tensions triphasées déphasés de  $30^\circ$ , nous utilisons des bobinages situés sur des colonnes différentes (voir Figure IV.3). Les nombres de spires des bobinages sont définis par :

- $n_p$  spires pour les bobinages sur le primaire
- $a_1 * n_p$  spires pour les bobinages sur le premier secondaire

- $a_2 * n_p$  spires pour les bobinages sur le deuxième secondaire

Le déphasage de  $30^\circ$  entre  $(V_{a1}, V_{b1}, V_{c1})$  et  $(V_{a2}, V_{b2}, V_{c2})$  est théorique. Dans la réalité, en raison d'imperfections de construction (la forme du noyau), ce déphasage ne sera que proche de  $30^\circ$ .

Pour cette structure de l'autotransformateur, les relations entre les grandeurs d'entrées et de sorties de l'autotransformateur peuvent être exprimées par les matrices de couplage en courant (équation (IV.1)) et en tension (équation (IV.2)).

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & a_1 & a_2 & 1 & 0 \\ a_1 & 0 & 1 & 0 & a_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \\ i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix} \quad (IV.1)$$

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{b1} \\ V_{c1} \\ V_{a2} \\ V_{b2} \\ V_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 \\ a_1 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & 1 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & 1 & a_2 \\ a_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (IV.2)$$

### III.2.2 Géométrie de l'autotransformateur

Dans notre étude, pour l'autotransformateur, nous utilisons une forme de noyau magnétique carrée, telle que celle utilisée par [41] et [42]. Cette géométrie est issue de [2] et détaillée dans l'annexe A.III.

A partir de cette géométrie, nous calculons la masse, les inductances et les résistances des bobinages en fonction des paramètres géométriques et de la puissance d'entrée de l'autotransformateur (voir la Figure IV.5).

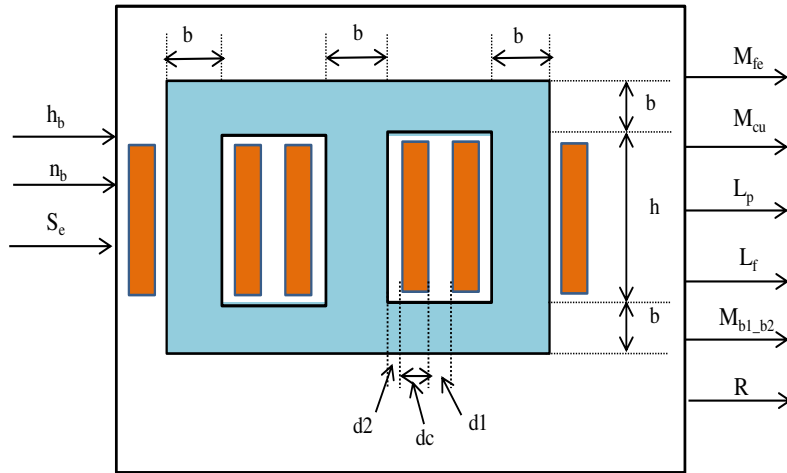


Figure IV.5: Géométrie de l'autotransformateur et entrées/sorties de son modèle

avec :

| Grandeur    | Signification   |
|-------------|---|
| $h$         | Hauteur de fenêtre du noyau magnétique                  |
| $h_b$       | Hauteur des bobinages                                   |
| $n_b$       | Nombre de spires des bobinages                          |
| $b$         | Largeur du noyau magnétique                             |
| $dc$        | Largeur du bobinage                                     |
| $d1$        | Distance d'isolement entre deux bobinages               |
| $d2$        | Distance d'isolement entre le bobinage et le noyau      |
| $S_e$       | Puissance apparente de l'entrée de l'autotransformateur |
| $M_{fe}$    | Masse du noyau magnétique                               |
| $M_{cu}$    | Masse du cuivre des bobinages                           |
| $L_p$       | Inductance propre des bobinages                         |
| $L_f$       | Inductance de fuite des bobinages                       |
| $M_{b1_b2}$ | Mutuelle entre deux bobinages b1 et b2                  |
| $R$         | Résistance des bobinages                                |

Tableau IV.1 : Entrées/sorties du modèle de l'autotransformateur

La masse de l'autotransformateur est la somme de la masse du cuivre des bobinages  $M_{cu}$  et de la masse du noyau magnétique  $M_{fe}$ .

En tenant compte des relations magnétiques, des relations électriques, et des relations géométriques pour le dimensionnement de l'autotransformateur, nous retenons les paramètres de conception suivants [2] :

- $a_1$  : coefficient dans les matrices de couplage primaire - premier secondaire
- $a_2$  : coefficient dans les matrices de couplage primaire - deuxième secondaire
- $kd$  : rapport entre la largeur du bobinage et la largeur du noyau magnétique

- $n_p$  : nombre de spires du primaire.

Le détail de calcul de la masse de l'autotransformateur est présenté par [2] et est repris dans l'annexe A.II.

### III.2.3 Calcul des paramètres du circuit électrique

#### III.2.3.1 Calcul des inductances propres

Pour calculer les inductances propres des bobinages ( $L_p$ ) de l'autotransformateur, nous utilisons la formule suivante:

$$L_p = \frac{n_{bo}^2}{R_{equi}} \quad (IV.3)$$

où :  $n_{bo}$  : nombre de spires du bobinage

$R_{equi}$  : réluctance équivalente du circuit magnétique sur lequel est le bobinage

#### III.2.3.2 Calcul des inductances de fuite

Afin de calculer l'inductance de fuite d'un bobinage, nous utilisons la formule suivante [39]:

$$L_f = \mu_0 \cdot n_{bo}^2 \cdot \frac{dc_k \cdot d_{moy_k}}{3 \cdot h_b} \quad (IV.4)$$

avec:  $\mu_0$  : perméabilité à vide

$dc_k$  : largeur du bobinage

$h_b$  : hauteur du bobinage

$d_{moy_k}$  : longueur moyenne des spires du bobinage

#### III.2.3.3 Calcul des inductances mutuelles

Les inductances mutuelles entre les bobinages de l'autotransformateur sont déterminées par la formule suivante :

$$M_{b1_b2} = k_M \cdot \sqrt{L_{p_b1} \cdot L_{p_b2}} \quad (IV.5)$$

où:  $M_{b1_b2}$  : mutuelle entre la bobine b1 et la bobine b2

$L_{p_b1}$  : inductance propre de la bobine b1

$L_{p_b2}$  : inductance propre de la bobine b2

$k_M$  : coefficient de couplage

#### III.2.3.4 Calcul des résistances

Pour calculer la résistance d'un fil, nous utilisons la formule suivante :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (\text{IV.6})$$

avec:  $\rho$  : résistivité du fil

$l$  : longueur du fil

$S$  : section du fil

### III.3. Redresseur

La modélisation des redresseurs de l'ATRU constitue le cœur de l'application de la méthodologie présentée au chapitre II. Elle est développée dans le paragraphe IV de ce chapitre. Le système de redressement étudié est constitué de deux ponts de diodes mis en parallèle, comme présenté sur la Figure IV.6.

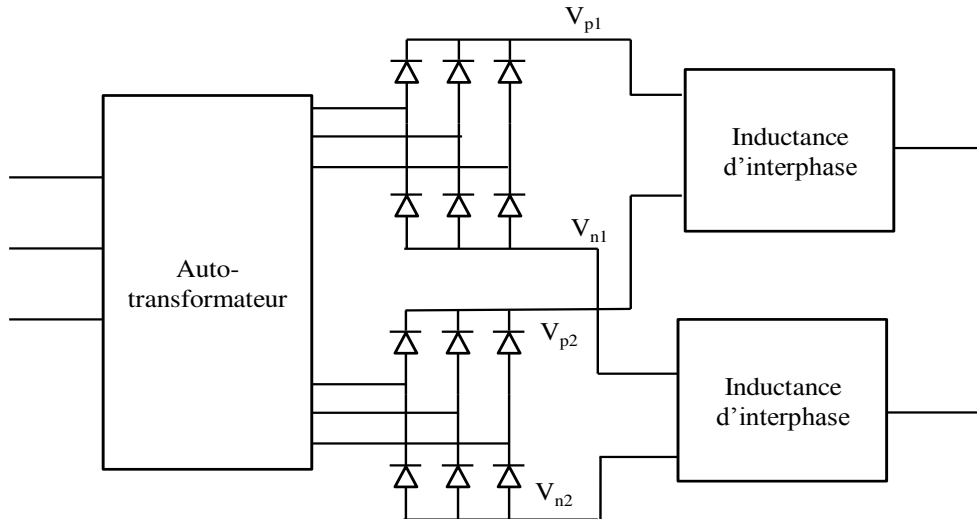


Figure IV.6: Système de redresseurs étudié

Afin de refroidir les diodes du redresseur, on utilise un radiateur. On considère que la masse des diodes est négligeable par rapport à la masse du radiateur. La masse du redresseur se ramène donc à la masse du radiateur qui est figée pour la conception par rapport à une puissance globale à évacuer. La masse du radiateur ne dépend pas des paramètres de conception. Sa géométrie est simplement calculée en fonction du type de radiateur utilisé.

### III.4. Inductances d'interphase

Comme évoqué précédemment, dans le système de canal étudié, les deux redresseurs sont mis en parallèle. Les courants de sortie des deux redresseurs peuvent être différents. Afin d'équilibrer ces courants, il a été introduit des inductances d'interfaçage, couplant les deux

sorties des redresseurs [2]. Cet équilibrage permet de diminuer les pertes dans les redresseurs, comme présenté dans [2].

### III.4.1 Structure des inductances d'interphase

La sortie des deux redresseurs se ramène à deux systèmes de tensions redressées. On utilise deux inductances d'interphase : l'une pour équilibrer les courants du bus positif, et l'autre pour équilibrer les courants du bus négatif.

En raison des symétries du système, les deux inductances d'interphase sont identiques. En pratique, on peut considérer chaque inductance d'interphase comme un transformateur d'équilibrage avec des nombres de spires identiques au primaire et au secondaire.

### III.4.2 Géométrie des inductances d'interphase

Le noyau de chaque inductance d'interphase est de section carrée. Une telle inductance est présentée sur la Figure IV.7 et détaillée dans l'annexe A.III.

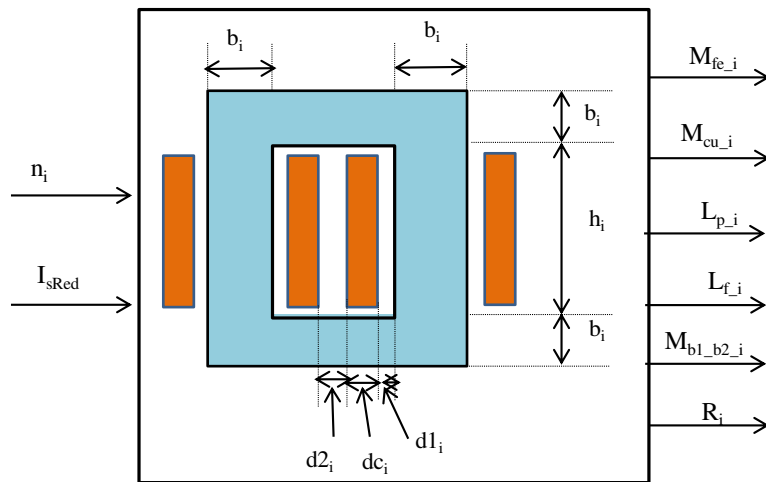


Figure IV.7: Géométrie d'une inductance d'interphase et entrées/sorties de son modèle

avec :

| Grandeur   | Signification                                      |
|------------|--|
| $h_i$      | Hauteur de fenêtre du noyau magnétique             |
| $n_i$      | Nombre de spires des bobinages                     |
| $b_i$      | Largeur du noyau magnétique                        |
| $dc_i$     | Largeur du bobinage                                |
| $dl_i$     | Distance d'isolement entre deux bobinages          |
| $d2_i$     | Distance d'isolement entre le bobinage et le noyau |
| $I_{sRed}$ | Courant de la sortie de redresseur                 |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $M_{fe\_i}$     | Masse du noyau magnétique              |
| $M_{cu\_i}$     | Masse du cuivre des bobinages          |
| $L_{p\_i}$      | Inductance propre des bobinages        |
| $L_{f\_i}$      | Inductance de fuite des bobinages      |
| $M_{b1\_b2\_i}$ | Mutuelle entre deux bobinages b1 et b2 |
| $R_i$           | Résistance des bobinages               |

Tableau IV.2 : Entrées/sorties du modèle d'une inductance d'interphase

La masse d'une inductance d'interphase est la somme de la masse du cuivre des bobinages  $M_{cu\_i}$  et de la masse du noyau magnétique  $M_{fe\_i}$ .

Comme pour l'autotransformateur, pour une inductance d'interphase, nous calculons la masse, les inductances et les résistances en fonction des paramètres géométriques et des entrées.

Nous retenons finalement les paramètres de conception suivants [2] :

- $n_i$  : nombre de spires d'une inductance d'interphase
- $kd_i$  : rapport entre la largeur de bobinage et la largeur de noyau magnétique.

### III.4.3 Calcul des paramètres du circuit électrique

Pour calculer les inductances propres des bobinages, nous utilisons l'équation :

$$L_{p\_i} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_{ni} \cdot n_{bo}^2}{l_{eff}} \quad (IV.7)$$

avec:  $\mu_r$  : perméabilité relative effective du noyau magnétique

$S_{ni}$  : section du noyau magnétique

$l_{eff}$  : longueur effective du noyau magnétique

Pour calculer les inductances de fuite, les mutuelles dans l'inductance d'interphase et les résistances, nous utilisons les équations (IV.4), (IV.5), et (IV.6).

### III.5. Filtre

Un filtre est mis entre les inductances d'interphase et la charge. Il permet de filtrer la tension de sortie pour obtenir la tension désirée. La structure du filtre est présentée sur la Figure IV.8.

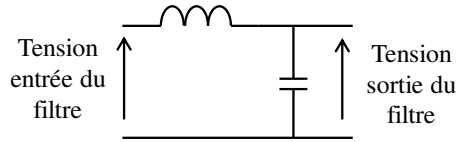


Figure IV.8: Structure de filtre utilisée

A partir de cette structure, nous dimensionnons le condensateur et l'inductance du filtre.

### III.5.1 Inductance du filtre

L'inductance est bobinée autour de la jambe centrale d'un noyau magnétique dans laquelle il y a un entrefer (voir Figure IV.9).

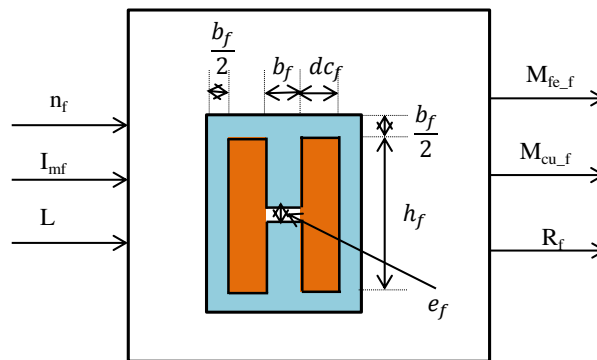


Figure IV.9: Géométrie de l'inductance du filtre et entrées/sorties de son modèle

avec :

| Grandeur    | Signification                               |
|-------------|---|
| $h_f$       | Hauteur de fenêtre du noyau magnétique      |
| $n_f$       | Nombre de spires des bobinages              |
| $b_f$       | Largeur du noyau magnétique                 |
| $dc_f$      | Largeur du bobinage                         |
| $e_f$       | Hauteur de l'entrefer                       |
| $I_{mf}$    | Courant maximal circulant dans l'inductance |
| $M_{fe\_f}$ | Masse du noyau magnétique                   |
| $M_{cu\_f}$ | Masse du cuivre des bobinages               |
| $L$         | Inductance du filtre                        |
| $R_i$       | Résistance des bobinages                    |

Tableau IV.3 : Entrées/sorties du modèle de l'inductance du filtre

Afin de calculer la masse de l'inductance, nous utilisons les techniques de dimensionnement des inductances présentées dans [41]. Cette masse est la somme de la masse



du cuivre des bobinages  $M_{cu_f}$  et de la masse du noyau magnétique  $M_{fe_f}$ . Les paramètres de calcul de la masse de l'inductance du filtre sont :

- $n_f$  : nombre de spires de l'inductance d'interphase
- $kd_f$  : rapport entre la largeur du bobinage et la largeur du noyau magnétique
- $L$  : inductance du filtre.

De plus, la résistance  $R_i$  est calculée par l'équation (IV.6).

### III.5.2 Condensateur du filtre

D'après [2], la structure du condensateur utilisé est la structure LELSIC 85 qui a la plus petite taille sur le marché (dimension et masse). Pour calculer la masse de ce condensateur, nous utilisons les données de SIC-SAFCO qui permettent de construire la variation de la masse en fonction de la valeur de capacité [2], [43]. Cela est présenté sur la Figure IV.10.

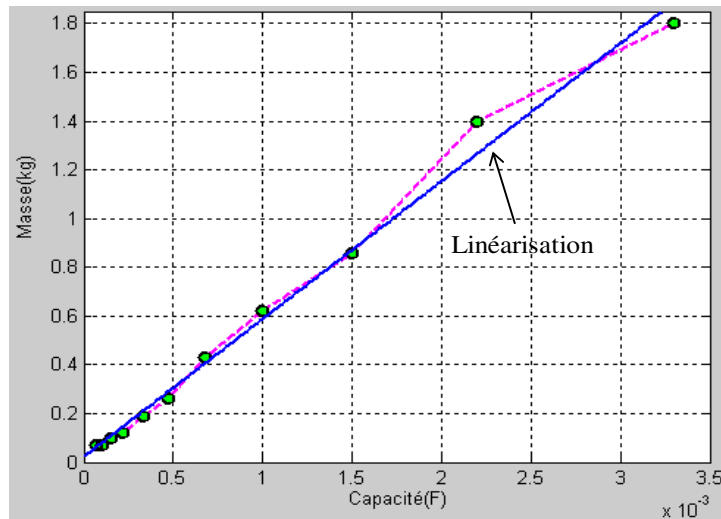


Figure IV.10 : Variation de la masse de capacité en fonction de la capacité [2] et linéarisation que nous proposons

Nous étudions la capacité dans l'intervalle de [0,0006F; 0,001F] [2]. Dans cet intervalle, nous supposons que la masse varie linéairement avec la capacité. La capacité est aussi un paramètre de dimensionnement

## IV. Modélisation du redresseur du canal de puissance

Le redresseur utilisé dans le canal de puissance est une association en parallèle de deux ponts redresseurs triphasés à diodes Re1 et Re2 (voir Figure IV.11). L'entrée des deux redresseurs est constituée de deux systèmes de tensions triphasées ( $V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}$ ) et ( $V_{a2}, V_{b2},$

$V_{c2}$ ) qui sont déphasés de  $30^\circ$ . Les fonctionnements de ces ponts redresseurs sont interdépendants.

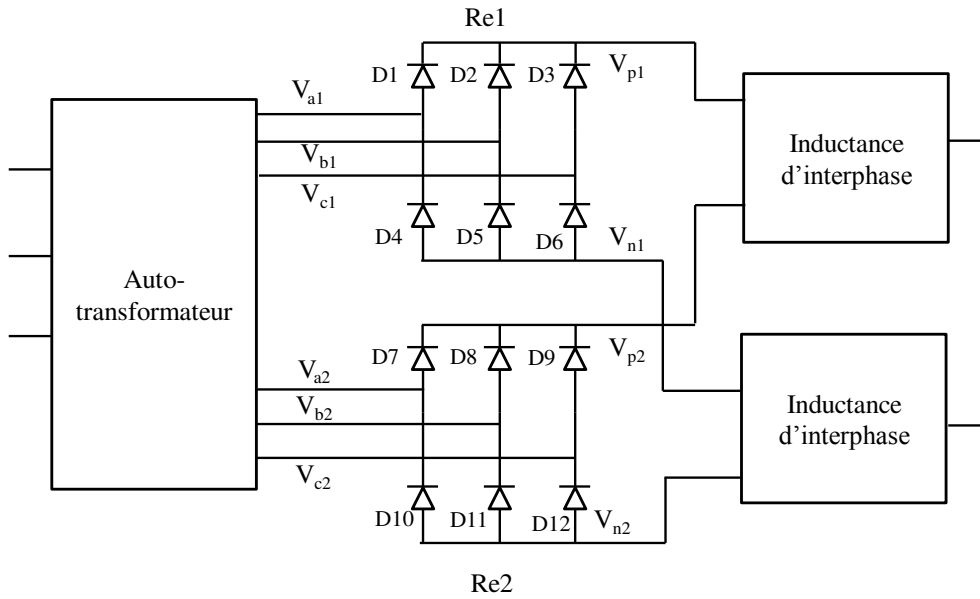


Figure IV.11: Système en parallèle des deux ponts redresseurs triphasés à diodes

Nous considérons des redresseurs en phase de conduction continue. De ce fait, pour la structure choisie, les commutations se font avec empiètement d'anode. Le début de la période de fonctionnement étudiée est choisi à l'instant où la diode D1 s'amorce. Pour les deux ponts redresseurs triphasés à diodes étudiés, nous avons 24 configurations sur une période de fonctionnement. L'enchaînement de ces configurations est représenté sur la Figure IV.12 et l'état des diodes de chaque configuration est donné dans le Tableau IV.4. Nous exploitons les symétries pour ramener l'étude sur un sixième de période de fonctionnement, soit à un enchaînement de 4 configurations qui se reproduisent 6 fois par permutation cyclique des phases.

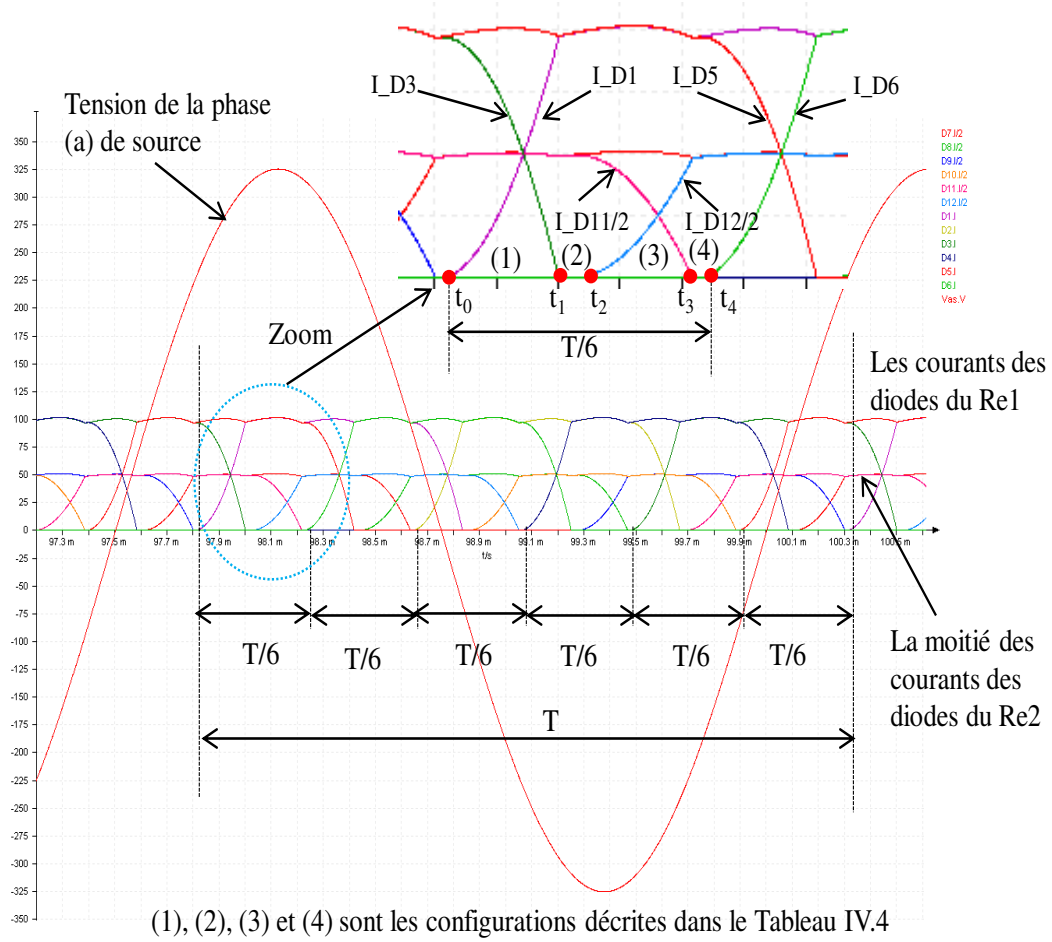


Figure IV.12 : Configurations sur une période de fonctionnement  $T$  : visualisation des courants dans les diodes

| Configurations | D1 | D2 | D3 | D4 | D5 | D6 | D7 | D8 | D9 | D10 | D11 | D12 |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| (1)            | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0   | 1   | 0   |
| (2)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0   | 1   | 0   |
| (3)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0   | 1   | 1   |
| (4)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (5)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (6)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (7)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (8)            | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (9)            | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (10)           | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0   | 0   | 1   |
| (11)           | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1   | 0   | 1   |
| (12)           | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1   | 0   | 0   |
| (13)           | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1   | 0   | 0   |
| (14)           | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1   | 0   | 0   |
| (15)           | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1   | 0   | 0   |
| (16)           | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1   | 0   | 0   |
| (17)           | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1   | 0   | 0   |
| (18)           | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1   | 0   | 0   |
| (19)           | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1   | 1   | 0   |
| (20)           | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0   | 1   | 0   |
| (21)           | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0   | 1   | 0   |
| (22)           | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0   | 1   | 0   |
| (23)           | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0   | 1   | 0   |
| (24)           | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0   | 1   | 0   |
|                | D1 | D2 | D3 | D4 | D5 | D6 | D7 | D8 | D9 | D10 | D11 | D12 |

Tableau IV.4 : Etat des diodes de chaque configuration

Avec 0 et 1 correspondant respectivement à l'état bloqué et à l'état passant des diodes.

A partir du Tableau IV.4, nous définissons trois types de configuration :

- phases d'empiètement d'anode du redresseur Re1 avec phases de conduction normale du redresseur Re2 (configurations (1), (5), (9), (13), (17) et (21))
- phases de conduction normale pour le redresseur Re1 avec phases d'empiètement d'anode du redresseur Re2 (configurations (3), (7), (11), (15), (19) et (23))
- phases de conduction normale du redresseur Re1 avec phases de conduction normale du redresseur Re2 (configurations (2), (4), (6), (8), (10), (12), (14), (16), (18), (20), (22), et (24))

### IV.1. Détermination des variables d'état

Afin de construire le modèle, nous utilisons la procédure présentée dans la partie III.4 du chapitre II. Pour chaque configuration, elle nous donne :

- les variables d'état de la configuration concernée
- les matrices des mailles fondamentales ( $s_i$   $i=1..16$ ) définies au chapitre II, à partir de [34], [35].

A partir des matrices des mailles fondamentales, nous pouvons calculer facilement les matrices d'état de chaque configuration paramétrées en fonction des valeurs des composants passifs du circuit global représentant le canal de puissance (voir Figure IV.13). Cette formulation donne des équations paramétrées en fonction des grandeurs du convertisseur. Ceci est fondamental pour la procédure d'optimisation.

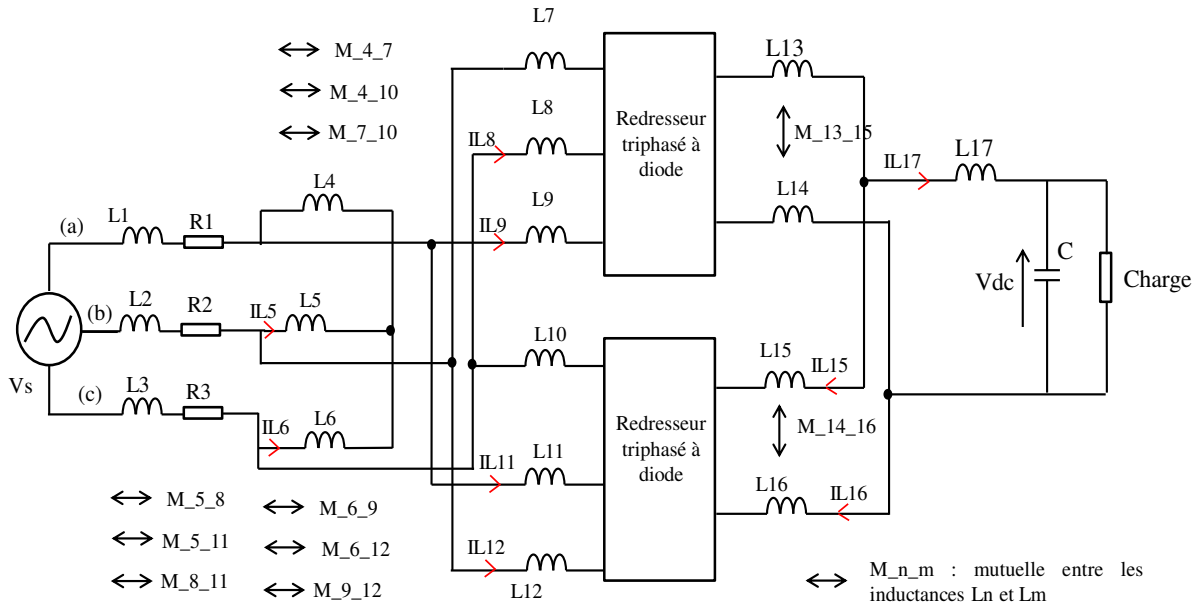


Figure IV.13 : Circuit global représentant le canal de puissance

Après application de cette procédure pour les 24 configurations, nous obtenons les variables d'état calculées et présentées dans le Tableau IV.5. Nous avons besoin de calculer les valeurs de ces variables d'état à l'instant  $t_0$ .

| Nom  | Description                          |
|------|--------------------------------------|
| Vdc  | Tension aux bornes de la capacité C1 |
| IL5  | Courant de l'inductance L5           |
| IL6  | Courant de l'inductance L6           |
| IL8  | Courant de l'inductance L8           |
| IL9  | Courant de l'inductance L9           |
| IL11 | Courant de l'inductance L11          |
| IL12 | Courant de l'inductance L12          |
| IL15 | Courant de l'inductance L15          |
| IL16 | Courant de l'inductance L16          |
| IL17 | Courant de l'inductance L17          |

Tableau IV.5 : Variables d'état calculées

## IV.2. Détermination des instants de commutation

Reprenons la Figure IV.12, il y a 25 instants de commutation sur une période du fonctionnement considérée ( $t_0, t_1, \dots, t_{24}$ ). De plus, le fonctionnement de l'association des redresseurs est symétrique sur un sixième de la période de fonctionnement de la source triphasée. Ainsi, nous n'avons besoin que de calculer les instants de commutation  $t_0, t_1, t_2$  et  $t_3$  du premier sixième de la période de fonctionnement (voir Figure IV.14). Les autres instants sont déduits par décalage successif de  $T/6$  pour chaque phase à partir des instants sur ce premier sixième de période de fonctionnement, par exemple  $t_4 = t_0 + \frac{T}{6}$ ;  $t_5 = t_1 + \frac{T}{6}$ ..

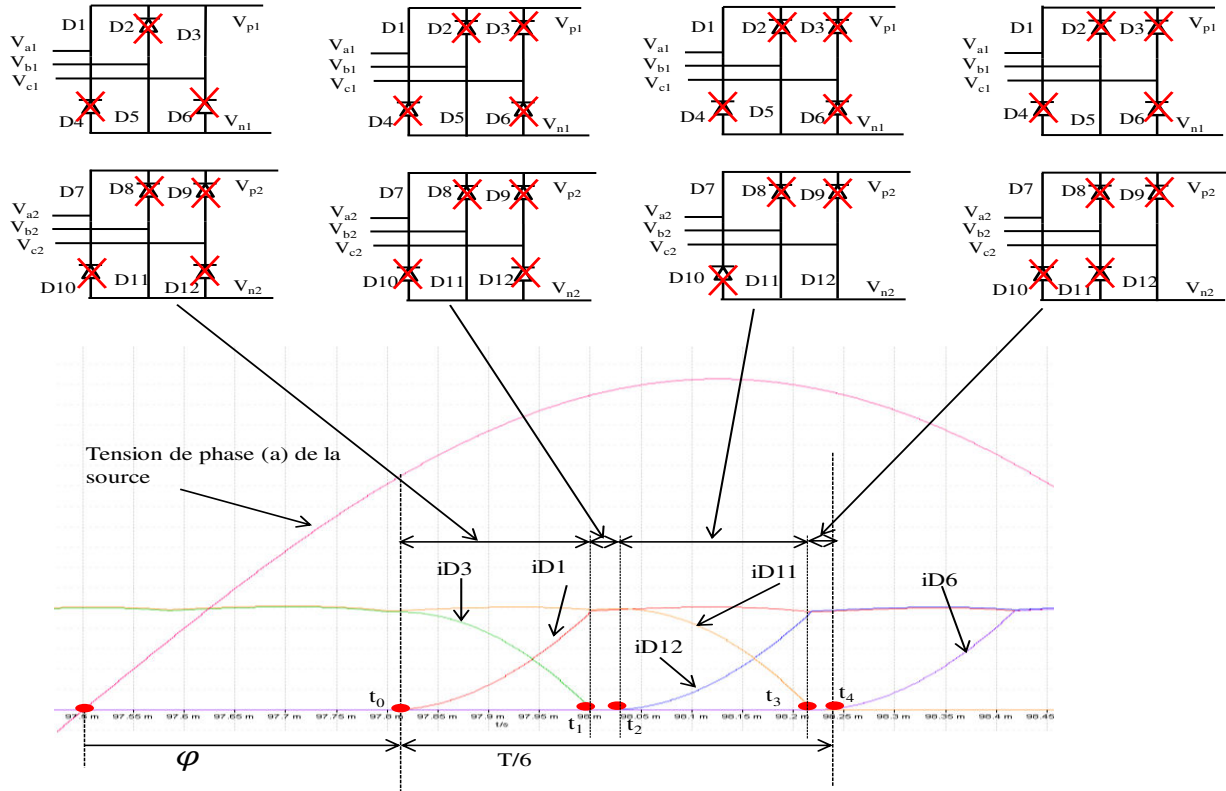


Figure IV.14 : Premier sixième de la période de fonctionnement

Nous remarquons qu'à l'instant  $t_0$ , c'est-à-dire au début de la période calculée, la tension de la phase (a) de la source n'est pas égale à zéro. Ainsi, il faut déterminer la phase  $\varphi$  de cette tension. Cette phase est déterminée grâce à la condition d'amorçage de la diode D1. Par convention, nous prenons l'instant  $t_0$  égal à zéro (référence de début de période à  $t_0=0$ ). Ainsi, dans ce cas, nous calculons seulement les instants  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  et la phase  $\varphi$ .

### IV.3. Contraintes et équations pour le calcul des valeurs des variables d'état à l'instant $t_0$ et aux instants de commutation

#### IV.3.1 Périodicité des variables d'état en régime permanent

Afin de calculer les valeurs des variables d'état à l'instant  $t_0$ , nous utilisons les périodicités de fonctionnement en régime permanent du redresseur. Cela se traduit par l'égalité entre les valeurs des variables d'état en début de période et en fin de période de fonctionnement :

$$X(t_0) = X(t_{24}) \quad (IV.8)$$

où  $X$  : vecteur des variables d'état

L'équation (IV.8) est utilisée comme contraintes d'égalité.

### IV.3.2 Formulations des instants de commutation

Pour déterminer les instants de commutation  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  et la phase  $\varphi$ , nous utilisons toujours les critères de commutation des diodes :

- à la phase  $\varphi$  (correspondant à l'instant  $t_0$ ), la tension aux bornes de la diode D1 ( $vD1$ ) s'annule (la diode D1 se ferme, le courant  $iD1$  devient positif)
- à l'instant  $t_1$ , le courant dans la diode D3 ( $iD3$ ) s'annule (la diode D3 s'ouvre)
- à l'instant  $t_2$ , la tension aux bornes de diode D12 ( $vD12$ ) s'annule (la diode D12 se ferme et le courant  $iD12$  devient positif)
- à l'instant  $t_3$ , le courant dans la diode D11 ( $iD11$ ) s'annule (la diode D11 s'ouvre)

Tout cela s'exprime par les équations (IV.9).

$$\begin{aligned} vD1\left(\varphi, \frac{T}{2\pi}\right) &= 0 \\ iD3(t_1) &= 0 \\ vD12(t_2) &= 0 \\ iD11(t_3) &= 0 \end{aligned} \quad (IV.9)$$

Cependant, dans notre étude, nous relâchons les conditions de commutation qui deviennent donc :

$$\begin{aligned} -\varepsilon_v &\leq vD1\left(\varphi, \frac{T}{2\pi}\right) \leq \varepsilon_v \\ -\varepsilon_i &\leq iD3(t_1) \leq \varepsilon_i \\ -\varepsilon_v &\leq vD12(t_2) \leq \varepsilon_v \\ -\varepsilon_i &\leq iD11(t_3) \leq \varepsilon_i \end{aligned} \quad (IV.10)$$

où  $\varepsilon_v$  et  $\varepsilon_i$  sont choisis en fonction des valeurs  $vD_{max}$  et  $iD_{max}$  (à environ 0.01%). Ces valeurs maximales dépendent des valeurs composantes du circuit.

L'équation (IV.10) correspond à des contraintes d'inégalité.

## V. Modélisation sous Portunus

Pour vérifier les résultats obtenus par optimisation, nous comparons ces résultats aux ceux obtenus par la simulation sous Portunus. Nous modélisons donc ce canal sous Portunus.

### V.1. Modélisation du générateur et des feeders sous Portunus

Dans notre étude, nous modélisons le générateur par une source de tension triphasé avec une valeur de tension simple efficace de 230V et une fréquence de 400Hz. La modélisation du générateur et des feeders est illustrée sur la Figure IV.4.



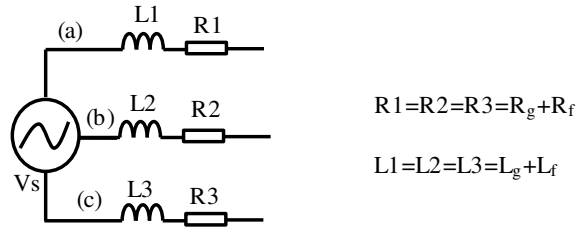


Figure IV.15 : Modélisation du générateur et des feeders sous Portunus

### V.2. Modélisation de l'autotransformateur sous Portunus

Chaque bobinage de l'autotransformateur est représenté par une inductance propre en série avec une inductance de fuite et une résistance, et par la mutuelle entre ce bobinage et les autres bobinages sur une même colonne d'un noyau magnétique. Sur la Figure IV.16, nous représentons la modélisation de l'autotransformateur sous Portunus.

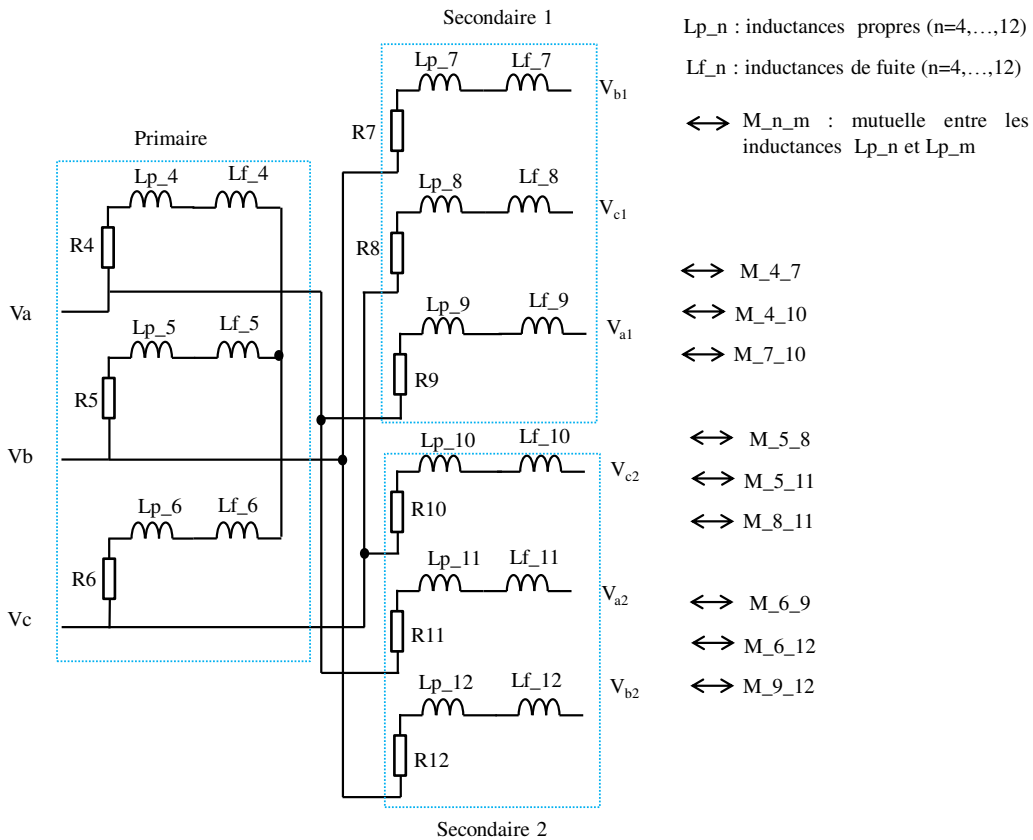


Figure IV.16: Modélisation de l'autotransformateur sous Portunus

### V.3. Modélisation des inductances d'interphase sous Portunus

Afin de modéliser les inductances d'interphase, nous reprenons le même principe que celui utilisé pour la modélisation de l'autotransformateur. Chaque inductance est modélisée par une inductance propre en série avec une inductance de fuite, une résistance, et par une

mutuelle entre les inductances propres du bus positif et une mutuelle entre les inductances propres du bus négatif (voir Figure IV.17).

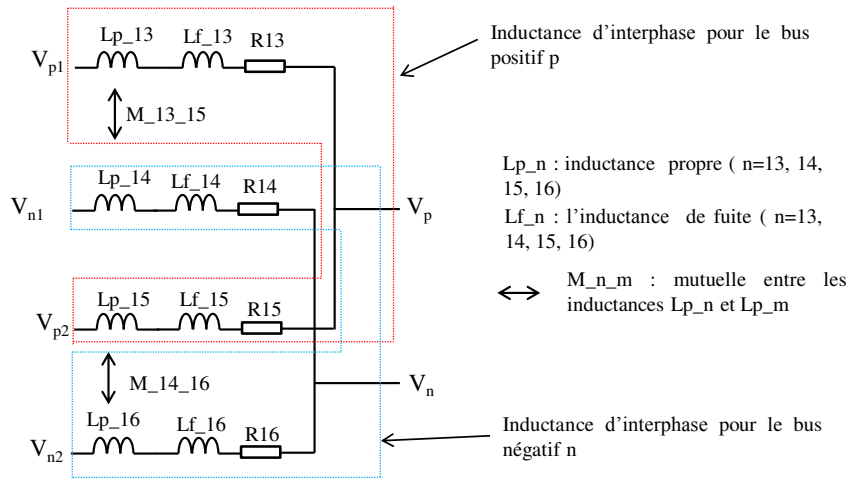


Figure IV.17: Modélisation des inductances d'interphase sous Portunus

#### V.4. Modélisation du filtre sous Portunus

Le filtre est représenté par une inductance, une résistance et une capacité (voir Figure IV.18).

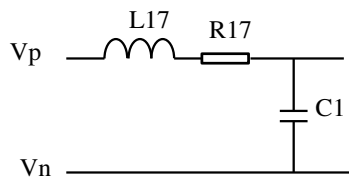


Figure IV.18 : Structure du filtre sous Portunus

## VI. Contraintes de dimensionnement

### VI.1. Normes sur les harmoniques

Dans nos travaux, nous n'avons considéré que les harmoniques en basse fréquence (jusqu'à 15kHz). Cela avait été défini dans le cahier des charges fourni dans [2]. Comme la fréquence fondamentale est de 400Hz, le nombre d'harmoniques considérées (nh) est obtenu par  $15000/400=37,5$ , soit  $nh=37$  (fréquence de 14800Hz).

#### VI.1.1 Normes sur les harmoniques du côté de l'entrée du canal

##### VI.1.1.1 Sur le courant d'entrée du canal de puissance

Les taux individuels d'harmoniques (TIH) du courant à l'entrée (TIH\_Ie<sub>i</sub>) doivent respecter le gabarit donné dans le Tableau IV.6 [2].

| Harmoniques (i)    | Norme                        |
|--------------------|------------------------------|
| i=3, 5, 7          | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,02   |
| i=11               | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,1    |
| i=13               | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,08   |
| i=17, 19           | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,04   |
| i=23, 25           | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,03   |
| i=29, 31, 35, 37   | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,3/i  |
| i=2,4              | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,01/i |
| i=3k et i :impaire | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,02   |
| Autre cas          | TIH_Ie <sub>i</sub> ≤ 0,02   |

Tableau IV.6 : Normes sur les harmoniques du courant à l'entrée du canal [2]

#### VI.1.1.2 Sur la tension d'entrée du canal de puissance

Pour la tension d'entrée du canal, le taux individuel de chaque harmonique (TIH\_Ve<sub>i</sub>) doit respecter la norme suivante :

$$TIH_{Ve_i} \leq 0.08 \quad (i = 2 \dots nh,) \quad (IV.11)$$

De plus, nous considérons le taux de distorsion harmonique de la tension de chaque phase défini par l'équation (IV.12).

$$THD_{Ve} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{nh} Ve_i^2}}{Ve_1} < 10\% \quad (IV.12)$$

*Remarque :* En raison des symétries de fonctionnement des trois phases du canal, dans notre étude, nous appliquons uniquement ces normes sur les harmoniques du courant ou de la tension de l'entrée de la phase (a) (courant dans l'inductance L1 et tension Va) (voir la Figure IV.15 et la Figure IV.3). Dans nos modèles, nous faisons l'hypothèse que les phases sont équilibrées. Ainsi, pour les autres phases, ces normes sont vérifiées après le dimensionnement, via les simulations sous Portunus.

#### VI.1.2 Normes sur les harmoniques du côté de la sortie du canal

Le spectre de la tension de sortie du canal doit respecter le gabarit de la Figure IV.19 [2].

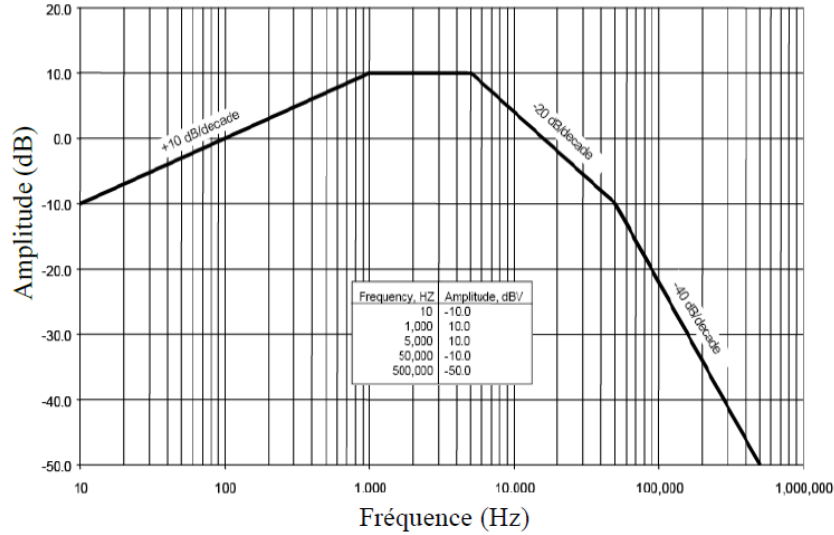


Figure IV.19 : Gabarit du gain de la tension Vdc à respecter [2]

Le gain (en dB) d'harmoniques de la tension du côté de la sortie du canal est calculé par l'équation (IV.13) [2] :

$$Vdc_f(\text{en dB}) = 20 \cdot \log(Vdc_f(\text{en V})) \text{ avec } 10 < f < 15000 \quad (\text{IV.13})$$

Dans notre étude, la fréquence des sources est notre référence de fondamentale. Les commutations principales se font tous les douzièmes de période (12 diodes). Nous avons donc fait le choix de ne considérer les harmoniques qu'à des fréquences multiples de la fréquence fondamentale.

De plus, le taux de distorsion harmonique de la tension de sortie Vdc doit respecter la norme suivante :

$$THD_{Vdc} = \frac{\sqrt{\sum_{f=10}^{15000} Vdc_f^2}}{Vdc_0} < 1.5\% \quad (\text{IV.14})$$

Ceci se reformule par l'équation (IV.15), en fonction des indices des harmoniques.

$$THD_{Vdc} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{nh} Vdc_i^2}}{Vdc_0} < 1.5\% \quad (\text{IV.15})$$

## VI.2. Normes sur le régime transitoire

### VI.2.1 Norme sur le régime transitoire du côté de l'entrée

La valeur efficace de la tension simple de chaque phase en régime transitoire doit respecter le gabarit défini entre les deux courbes de la Figure IV.20 [2].

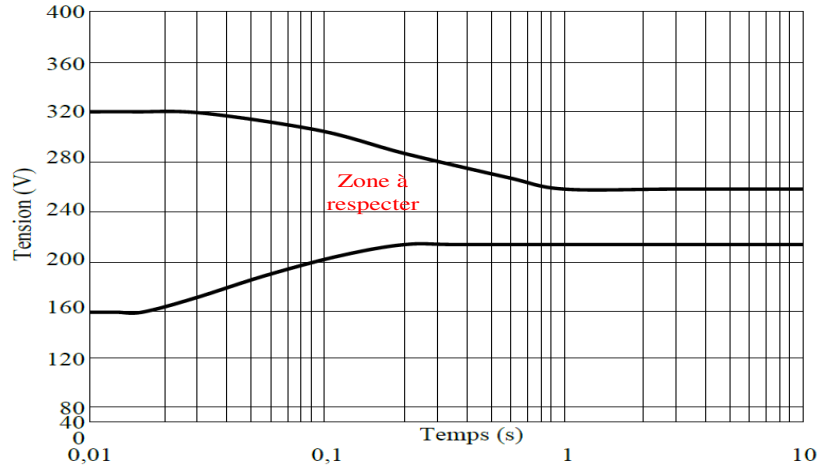


Figure IV.20 : Norme sur le régime transitoire de la tension d'entrée du canal de puissance [2]

### VI.2.2 Norme sur le régime transitoire du côté de la sortie

La tension en régime transitoire du côté de la sortie du canal doit respecter la zone définie entre les deux courbes de la Figure IV.21 [2] [44].

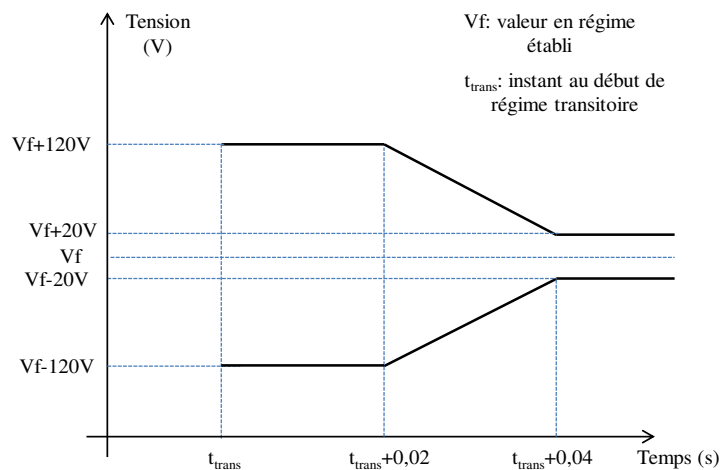


Figure IV.21 : Norme sur le régime transitoire de la tension de sortie du canal de puissance

Ces normes sur le régime transitoire seront vérifiées par une simulation sous Portunus après avoir obtenu les résultats du dimensionnement par optimisation.

### VI.3. Stabilité du canal de puissance

Afin de vérifier la stabilité du canal de puissance, un circuit équivalent est construit en ramenant côté continu, les résistances et les inductances de tous les composants du canal (voir Figure IV.22). Le principe de construction du circuit équivalent est présenté dans [2] et [1].

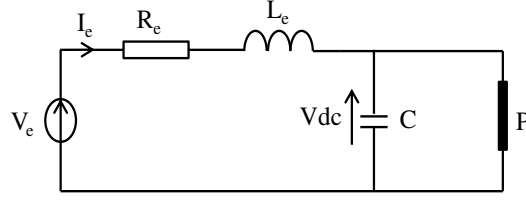


Figure IV.22 : Circuit équivalent

avec:

- $V_e, V_{dc}, R_e, L_e$  calculés à partir du canal de puissance
- $P$  : puissance absorbée par la charge du côté continu.

Nous utilisons le théorème de Routh pour vérifier la stabilité. Nous considérons le comportement dynamique du modèle équivalent autour d'un point de fonctionnement. Afin de faciliter notre étude, nous posons :

$$\begin{aligned} V_e &= V_{e0} - \Delta V_e \\ I_e &= I_{e0} - \Delta I_e \\ V_{dc} &= V_{dc0} - \Delta V_{dc} \\ P &= P_0 - \Delta P \end{aligned} \quad (IV.16)$$

avec:  $V_{e0}, I_{e0}, V_{dc0}, P_0$  : point de fonctionnement en régime permanent

$\Delta V_e, \Delta I_e, \Delta V_{dc}, \Delta P$  : petites variations autour du point de fonctionnement.

En utilisant le circuit de la Figure IV.22 en régime permanent, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} V_{e0} &= V_{dc0} + R_e \cdot I_{e0} \\ I_{e0} &= P_0 / V_{dc0} \end{aligned} \quad (IV.17)$$

La résolution de l'équation (IV.17) nous donne :

$$\begin{aligned} V_{dc0} &= \frac{V_{e0} + \sqrt{V_{e0}^2 - 4R_e P_0}}{2} \\ I_{e0} &= \frac{P_0}{V_{dc0}} = \frac{2P_0}{V_{e0} + \sqrt{V_{e0}^2 - 4R_e P_0}} \end{aligned} \quad (IV.18)$$

Le comportement dynamique du système peut s'écrire par l'équation (IV.19) [1].

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta V_{dc}}{dt} \\ \frac{d\Delta I_e}{dt} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \Delta V_{dc} \\ \Delta I_e \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \Delta V_e \\ \Delta P \end{pmatrix} \quad (IV.19)$$

avec :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{I_{e0}}{C \cdot V_{dc0}} & \frac{1}{C} \\ -\frac{2V_{dc0} - R_e I_{e0} + V_{e0}}{L_e \cdot V_{dc0}} & -\frac{R_e}{L_e} \end{pmatrix} \quad (IV.20)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{C \cdot V_{dc0}} \\ -\frac{1}{L_e} & 0 \end{pmatrix}$$

A partir des équations (IV.19) et (IV.20), nous pouvons calculer la fonction de transfert du système. Le dénominateur de cette fonction est donné par l'équation (IV.21) [1].

$$D(s) = s^2 + \left( \frac{R_e}{L_e} - \frac{P_0}{C \cdot V_{dc0}^2} \right) s + \frac{1}{L_e \cdot C} \frac{2V_{dc0} - V_{e0}}{V_{dc0}} \quad (IV.21)$$

En appliquant le critère de Routh, le système étudié est stable si et seulement si :

$$\frac{R_e}{L_e} - \frac{P_0}{C \cdot V_{dc0}^2} > 0 \quad (IV.22)$$

L'équation (IV.22) est utilisée comme contrainte de stabilité du système.

## VII. Dimensionnement par optimisation

### VII.1. Paramètres de dimensionnement

Dans le Tableau IV.7, nous reprenons les paramètres de dimensionnement que nous avons contraints, et sur lesquels nous avons agi.

| Paramètres | Description   |
|------------|---|
| $a_1$      | Coefficient dans les matrices couplages primaire-premier secondaire                                 |
| $a_2$      | Coefficient dans les matrices couplages primaire-deuxième secondaire                                |
| $kd$       | Rapport entre la largeur de bobinage et la largeur du noyau magnétique de l'autotransformateur      |
| $n_p$      | Nombre de spires du primaire de l'autotransformateur  |
| $kd_i$     | Rapport entre la largeur de bobinage et la largeur de noyau magnétique de l'inductance d'interphase |
| $n_i$      | Nombre de spires du primaire de chaque inductance d'interphase                                      |
| $L$        | Inductance du filtre  |
| $C$        | Capacité du filtre  |
| $kd_f$     | Rapport entre la largeur du bobinage et la largeur du noyau magnétique de l'inductance du filtre    |
| $n_f$      | Nombre de spires de l'inductance du filtre  |

Tableau IV.7: Bilan des paramètres de dimensionnement [2]

## VII.2. Problème d'optimisation

### VII.2.1 Fonction objectif

Notre objectif est de minimiser la masse totale du canal de puissance. Cela se traduit par l'équation (IV.23).

$$F_{obj} = \min(M_{totale\_canal}) = \min(M_{at} + M_{re} + M_i + M_f) \quad (IV.23)$$

avec:

- $M_{at}$ : masse de l'autotransformateur
- $M_{re}$ : masse du redresseur
- $M_i$ : masse des deux inductances d'interphase
- $M_f$ : masse du filtre

### VII.2.2 Contraintes

Nous utilisons les contraintes présentées au paragraphe VI de ce chapitre, en excluant les contraintes concernant le régime transitoire, car nous ne considérons que le fonctionnement du canal en régime permanent et ces contraintes seront vérifiées par des simulations a posteriori, après obtention des résultats d'optimisation. Nous considérons aussi les contraintes pour calculer les variables d'état à l'instant  $t_0$ , les instants de commutation et la phase (paragraphe IV.3). Ainsi, pour notre problème, cela revient à satisfaire environ une centaine de contraintes.

### VII.2.3 Variables inconnues

Les variables inconnues de notre problème sont :



- les paramètres de conception (Tableau IV.7),
- les variables d'état à l'instant  $t_0$  (Tableau IV.5),
- les instants de commutation et la phase  $\varphi$ .

### VII.2.4 Espace de recherche

Pour l'optimisation, la limitation de l'espace de recherche est importante pour réduire le temps de calcul et augmenter la convergence vers de bons résultats.

Nous utilisons les intervalles de variation proposés par [2] à partir d'études préliminaires (voir Tableau IV.8).

| Paramètres | Description  | Intervalle de variation |              |
|------------|--|-------------------------|--------------|
|            |  | Min                     | Max          |
| $a_1$      | Coefficient dans l'équation $V_{a1}=V_a+a_1.V_c$   | -2,1694                 | 2,1706       |
| $a_2$      | Coefficient dans l'équation $V_{a2}=V_a+a_2.V_b$   | -2,1694                 | 2,1706       |
| kd         | Rapport entre la largeur du bobinage et la largeur du noyau magnétique de l'autotransformateur           | 0,064                   | 3,63         |
| $n_p$      | Nombre de spires du primaire de l'autotransformateur   | 10                      | 416          |
| $kd_i$     | Rapport entre la largeur du bobinage et la largeur du noyau magnétique de chaque inductance d'interphase | 0,04                    | 9            |
| $n_i$      | Nombre de spires du primaire de chaque inductance d'interphase   | 7                       | 2038         |
| L          | Inductance du filtre   | 5 $\mu$ H               | 100 $\mu$ H  |
| C          | Capacité du filtre   | 600 $\mu$ F             | 1000 $\mu$ F |
| $kd_f$     | Rapport entre la largeur de bobinage et la largeur de noyau magnétique de l'inductance du filtre         | 0,0013                  | 572          |
| $n_f$      | Nombre de spires de l'inductance du filtre   | 1                       | 303281       |

Tableau IV.8 : Espace de recherche des paramètres de dimensionnement issus de [2]

Pour les variables d'état et les instants de commutation, nous estimons l'espace de recherche comme suit.

- Vdc : la valeur nominale de la tension de sortie du canal est de 540V. Ainsi, l'estimation de l'intervalle de variation de Vdc est choisie centrée sur 540 entre [280; 800].
- IL17 : le courant nominal vaut 185A. Afin d'assurer au transfert nominal de puissance (au regard des contraintes sur Vdc), pour l'intervalle de variation de Vdc utilisée en dimensionnement, l'intervalle de variation de IL17 est choisi de [125; 355].

- IL15 et IL16 : ces deux courants dans l'inductance d'interphase sont égaux à environ la moitié du courant IL17. Ainsi, l'intervalle de variation de ces courants est estimé en fonction de IL17.
- IL8, IL11, IL12 : ce sont des courants dans les secondaires de l'autotransformateur. Dans certaines configurations, ces courants peuvent être égaux au courant IL15 ou au courant IL16. Ainsi, leurs intervalles de variation sont estimés en fonction d'IL15 et d'IL16.
- IL9 : ce courant égale au courant travers dans la diode D1 à l'instant  $t_0$  (égal zéro), ainsi, l'intervalle de variation proposé est de [-50; 50].
- IL5 et IL6 : ce sont les courants dans le primaire de l'autotransformateur. A partir des équations (IV.24) et (IV.25) pour calculer le courant maximal en entrée de l'autotransformateur pour chaque phase (détails donnés dans l'annexe A.III), nous estimons les intervalles de variation de ces courants à [-300 ; 300].

$$S_e = 3.V_{ef}.I_{ef} \Rightarrow I_{ef} = \frac{S_e}{3.V_{ef}} \quad (IV.24)$$

$$I_{e\_max} = \frac{S_e}{3.V_{ef}}\sqrt{2} = \frac{100000}{3 * 230}\sqrt{2} \approx 204 (A) \quad (IV.25)$$

- Instants de commutation  $t_1, t_2, t_3$  : ils sont limités à un sixième de période de fonctionnement considéré. Du fait qu'il y a quatre configurations par sixième de période, nous avons initialisés ces instants de commutation comme suit :

$$\begin{aligned} t_{1,0} &= T/6/4 = 0,000104 (s) \\ t_{2,0} &= t_{1,0} + T/6/4 = 0,000104 + 0,000104 = 0,000208 (s) \\ t_{3,0} &= t_{2,0} + T/6/4 = 0,000208 + 0,00104 = 0,000312 (s) \end{aligned} \quad (IV.26)$$

- La phase  $\varphi$  : le déphasage  $\varphi$  de la tension de la phase (a) de la source par rapport à  $t_0$  limite à  $[-\pi ; \pi]$  ;

Dans le Tableau IV.9, nous résumons les intervalles de variation des variables d'état et des instants de commutation.

| Nom       | Description                                | Intervalle de variation |       |
|-----------|--|-------------------------|-------|
|           |  | Min                     | Max   |
| Vdc       | Tension aux bornes de la capacité C1       | 280                     | 800   |
| IL5       | Courant de l'inductance L5                 | -300                    | 300   |
| IL6       | Courant de l'inductance L6                 | -300                    | 300   |
| IL8       | Courant de l'inductance L8                 | 60                      | 180   |
| IL9       | Courant de l'inductance L9                 | -50                     | 50    |
| IL11      | Courant de l'inductance L11                | 60                      | 180   |
| IL12      | Courant de l'inductance L12                | -180                    | -60   |
| IL15      | Courant de l'inductance L15                | -180                    | -60   |
| IL16      | Courant de l'inductance L16                | 60                      | 180   |
| IL17      | Courant de l'inductance L17                | 125                     | 355   |
| $\varphi$ | Phase de tension de phase (a) de la source | $-\pi$                  | $\pi$ |
| $t_1$     | Instant de commutation                     | 0                       | T/6   |
| $t_2$     | Instant de commutation                     | 0                       | T/6   |
| $t_3$     | Instant de commutation                     | 0                       | T/6   |

Tableau IV.9 : Espace de recherche des variables inconnues et des instants de commutation

### VII.3. Résultats :

Pour l'optimisation, incluant la résolution du modèle temporelle, nous utilisons l'algorithme SQP intégré à la fonction Fmincon sous Matlab. Afin d'aider l'optimisation globale à progresser, nous faisons une optimisation progressive où nous contraignons de plus en plus la fonction objectif. En effet, nous faisons une première optimisation sans contrainte sur la fonction objectif (voir Figure IV.23).

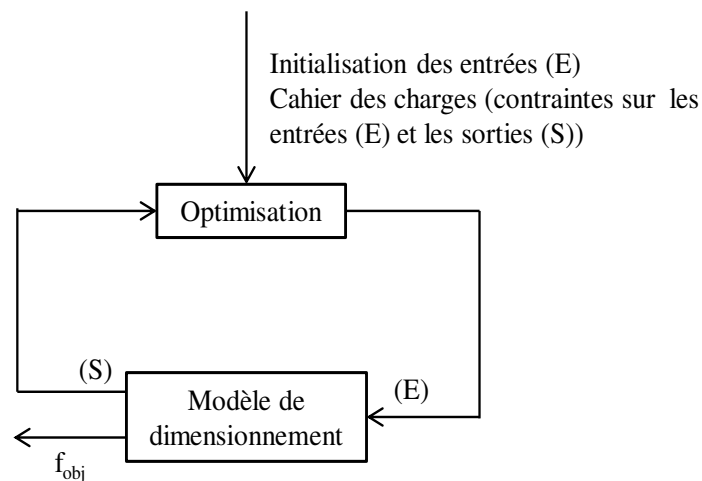


Figure IV.23 : Première optimisation

Ensuite, en fonction des résultats, nous relaxons ou contraignons les valeurs des contraintes, et nous modifions les valeurs initiales des inconnues de telle sorte que, pour chaque optimisation d'indice  $i$  (voir Figure IV.24) :

- les valeurs initiales des variables inconnues sont les valeurs de ces variables obtenues par l'optimisation précédente
- la valeur de la fonction objectif est contrainte inférieure à celle obtenue par l'optimisation précédente. C'est donc une contrainte d'inégalité.

Nous arrêtons ces itérations d'optimisation, lorsque nous n'arrivons plus à satisfaire la fonction objectif. Dans ce cas, le résultat conservé, est celui obtenu lors de l'avant dernière optimisation, c'est-à-dire, la dernière ayant satisfait l'objectif.

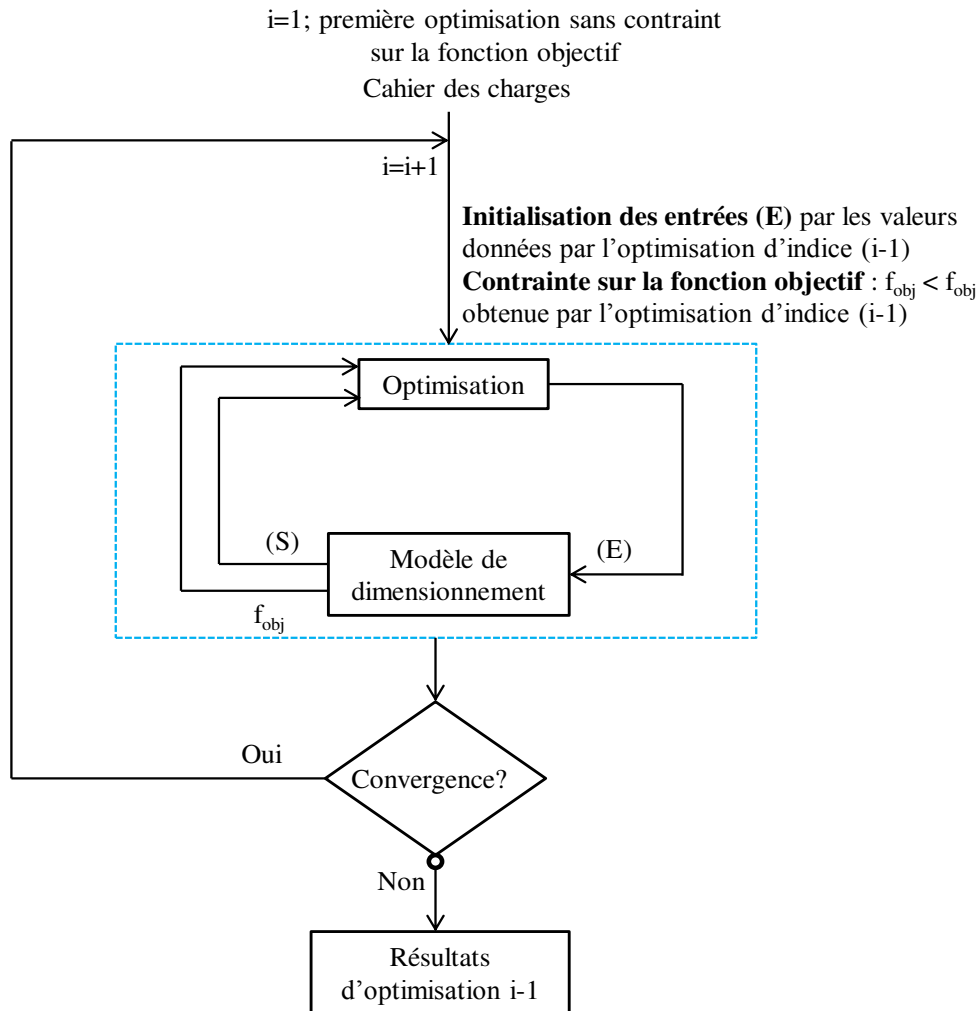


Figure IV.24 : Principe d'optimisation d'indice  $i$

Dans notre cas d'application particulier, avec le cahier des charges donné précédemment, nous avons fait 4 optimisations successives pour obtenir des résultats finaux

satisfaisants en terme de  $f_{obj}$  et contraintes. Le temps de calcul pour chaque optimisation est de 1h à 2h. Les résultats de la dernière optimisation sont présentés dans le Tableau IV.10.

| $a_1$   | $a_2$   | $kd$        | $n_p$     | $kd_i$    | $n_i$    | $L(H)$    | $C(F)$  | $kd_f$  |
|---------|---------|-------------|-----------|-----------|----------|-----------|---------|---------|
| -0.348  | -0.348  | 0.735       | 47.081    | 0.4927    | 60.627   | 8.26E-6   | 0.00062 | 0.88    |
| $n_f$   | Vdc(V)  | IL5(A)      | IL6(A)    | IL8(A)    | IL9(A)   | IL11(A)   | IL12(A) | IL15(A) |
| 7.03    | 598.71  | -68.60      | 36.5      | 95.24     | 0.04     | 100.90    | -100.93 | -99.15  |
| IL16(A) | IL17(A) | $\Phi(rad)$ | $t_1(s)$  | $t_2(s)$  | $t_3(s)$ | Masse(kg) |         |         |
| 99.23   | 194.48  | 0.7983      | 0.0001798 | 0.0002099 | 0.000402 | 40.781    |         |         |

Tableau IV.10 : Résultats d'optimisation

### VII.3.1 Validation des valeurs des variables d'état et des instants de commutation obtenues par optimisation

Afin de valider ces résultats, nous les comparons aux résultats obtenus par une simulation sous Portunus. Nous remarquons que pour faire la simulation sous Portunus, il nous faut simuler sur une longue durée pour passer le régime transitoire et calculer exactement la FFT des grandeurs. Il faut au moins simuler 10s avec un pas de calcul de  $10^{-5}$ s tandis que la période de source est de 2.5ms. Une telle simulation prend environs 10 minutes. Les FFT se font successivement par chaque grandeur et le calcul de la FFT prend de 5 à 10 minutes pour chaque grandeur. De plus, si nous faisons la simulation avec un pas de calcul de  $10^{-6}$ s sur une durée de 10s, il est très difficile de faire le post-traitement de la simulation en raison du très grand nombre de données stockées qui tend à dépasser les limites en mémoire de l'ordinateur (ordinateur avec un processeur Intel core 2 duo 3.00GHz et 4Go de RAM sous Windows 7, 32 bits).

La comparaison des résultats obtenus par optimisation avec ceux obtenus par la simulation sous Portunus est présentée dans le Tableau IV.11.

| Noms      | Matlab    | Portunus | Ecart (%) |
|-----------|-----------|----------|-----------|
| Vdc       | 598,71    | 599,5    | 0,13      |
| IL5       | -68,60    | -68,25   | 0,18      |
| IL6       | 36,5      | 35,5     | 0,51      |
| IL8       | 95,24     | 95,34    | 0,05      |
| IL9       | 0,04      | 0        | 0,02      |
| IL11      | 100,90    | 99,3     | 0,82      |
| IL12      | -100,93   | -99,35   | 0,82      |
| IL15      | -99,15    | -99,3    | 0,07      |
| IL16      | 99,23     | 99,35    | 0,05      |
| IL17      | 194,48    | 194,6    | 0,05      |
| $\varphi$ | 0,7983    | 0,80     | 0,02      |
| $t_1$     | 0,0001798 | 0,00018  | 0,008     |
| $t_2$     | 0,0002099 | 0,00021  | 0,004     |
| $t_3$     | 0,000402  | 0,000399 | 0,12      |

Tableau IV.11 : Comparaison des résultats obtenus par optimisation à ceux obtenus par Portunus

où les écarts sont calculés par les formules suivantes :

- pour la tension :  $e_v = \frac{|V_M - V_P|}{\max(V)} * 100$
- pour les courants :  $e_i = \frac{|I_M - I_P|}{\max(I)} * 100$
- pour les instants :  $e_t = \frac{|t_M - t_P|}{T} * 100$

et  $\max(V)$  et  $\max(I)$  sont respectivement la valeur maximale des tensions et des courants sous Portunus.

A partir des comparaisons données dans le Tableau IV.11, les résultats obtenus par optimisation sont tout à fait acceptables. L'erreur maximale est de 0,82% sur les courants IL11 et IL12 de l'autotransformateur, cette erreur pouvant provenir d'une mauvaise estimation des instants de commutation.

### VII.3.2 Vérification des harmoniques obtenues par optimisation

Après avoir validé les valeurs des variables d'état et des instants de commutation, nous vérifions les taux individuels (supérieurs à 0,1%) des harmoniques du courant et de tension de la phase (a) de l'entrée du canal, obtenus par optimisation. Ces harmoniques sont comparées aux harmoniques obtenues par la simulation sous Portunus. Les comparaisons sont présentées sur la Figure IV.25 et la Figure IV.26.

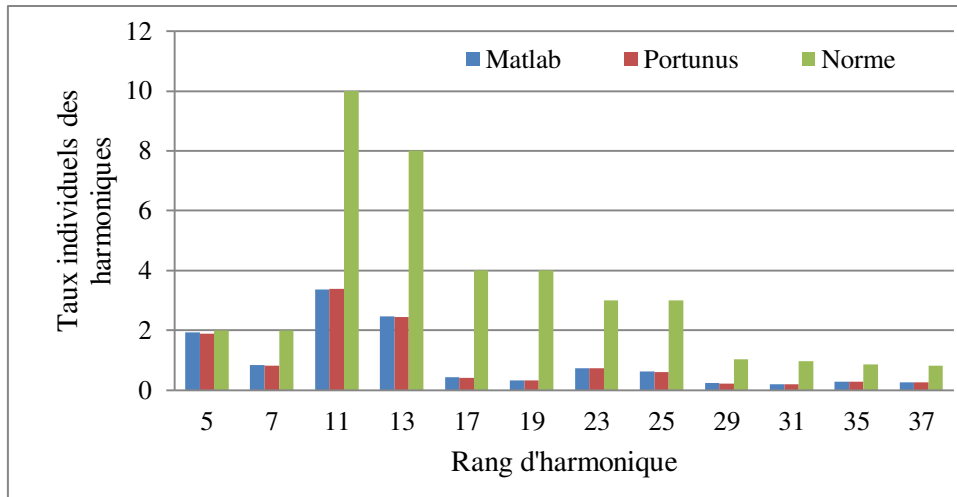


Figure IV.25 : Comparaisons des taux individuels des harmoniques du courant de la phase (a)

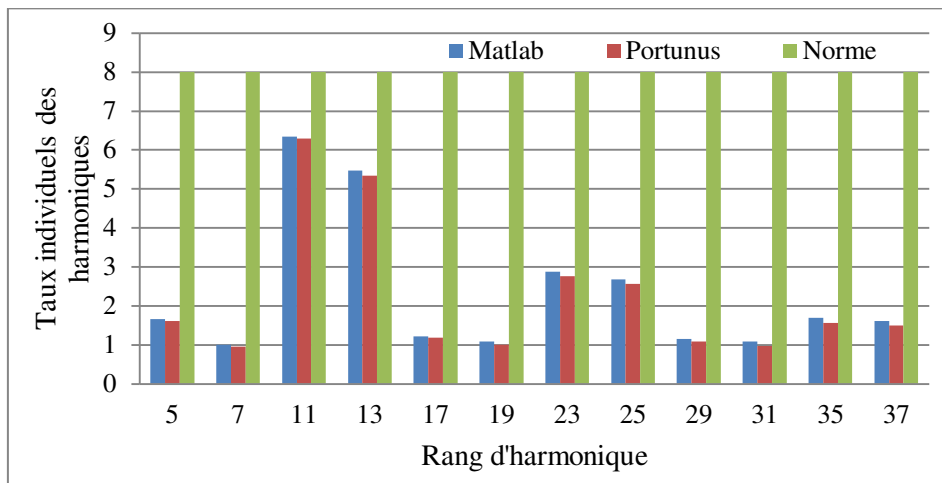


Figure IV.26 : Comparaisons des taux individuels des harmoniques de la tension de la phase (a)

A partir de la Figure IV.25 et de la Figure IV.26, nous constatons que les taux individuels des harmoniques du courant et de la tension obtenus par optimisation et par la simulation sous Portunus, respectent bien les normes. Cependant, il y a un petit écart entre les taux obtenus par l'optimisation et ceux par la simulation sous Portunus : écart maximum de 0,04% pour les taux individuels des harmoniques du courant et de 0,11% pour les taux individuels des harmoniques de la tension. Cependant, ces écarts ne sont pas importants. Encore une fois, nous pouvons considérer que nous obtenons de bons résultats d'optimisation.

### VII.3.3 Vérification des contraintes a posteriori

#### VII.3.3.1 Normes sur le régime transitoire

Pour vérifier les normes sur le régime transitoire, nous utilisons la charge définie par le profil de puissance de la Figure IV.27 [44].

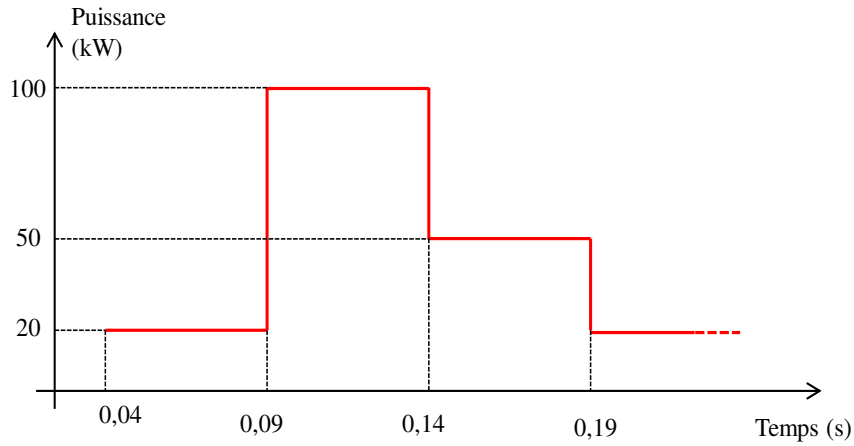


Figure IV.27 : Profil de puissance de la charge d'essai

La dynamique de la tension alternative à l'entrée du canal avec le profil de la charge utilisé est présentée sur la Figure IV.28. Nous pouvons observer que cette tension respecte bien la norme.

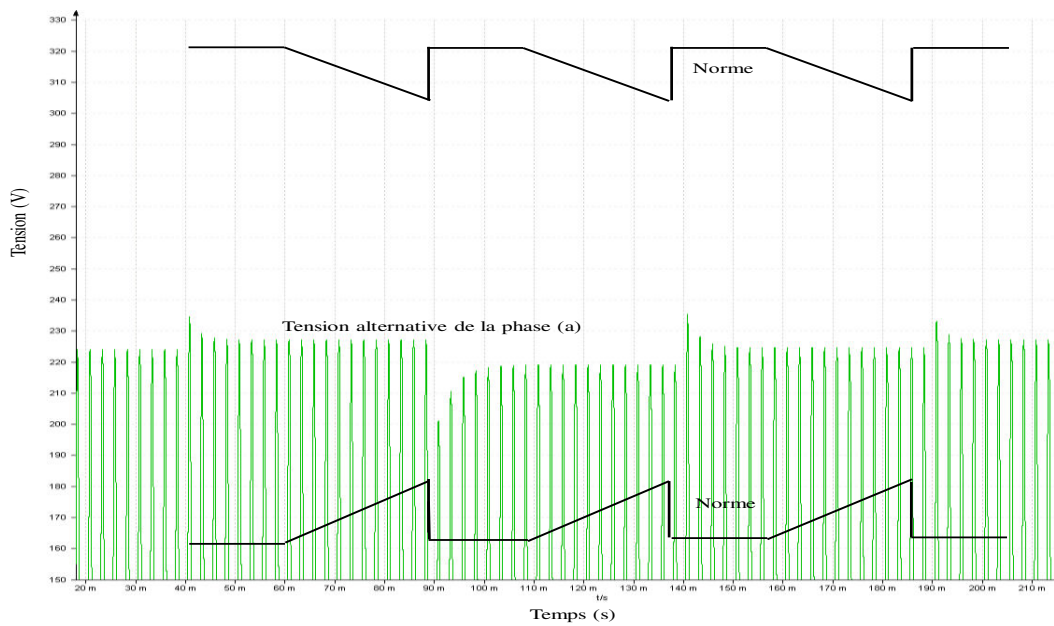


Figure IV.28 : Dynamique de la tension alternative à l'entrée du canal

La dynamique de la tension continue à la sortie du canal avec le profil de la charge utilisé est montrée sur la Figure IV.29. Cette tension satisfait aussi la norme.



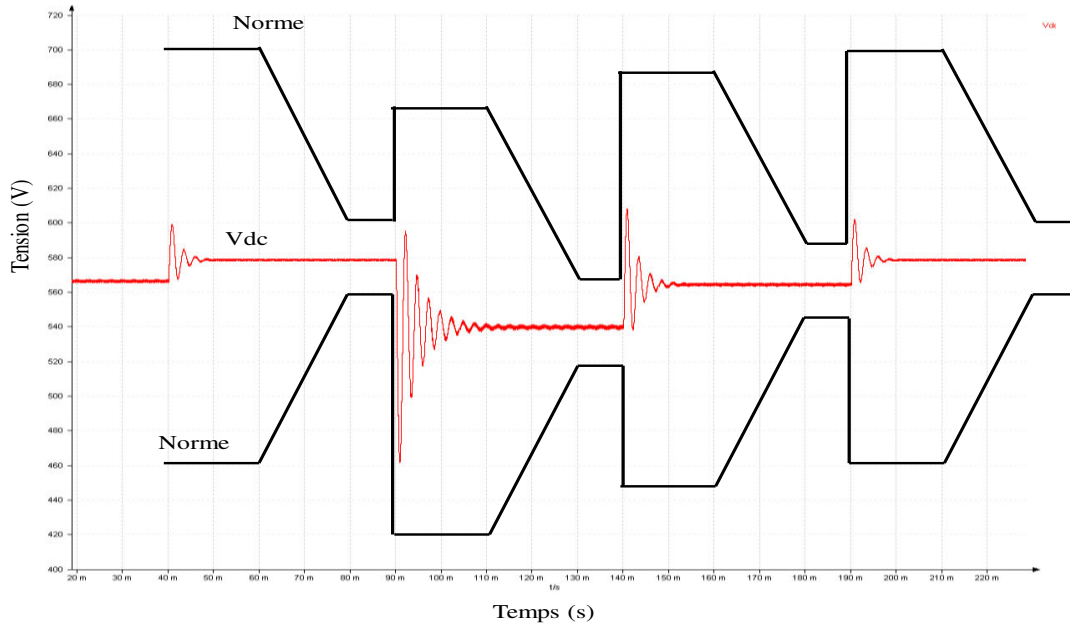


Figure IV.29 : Dynamique de la tension continue à la sortie du canal

### VII.3.4 Vérification du déphasage des deux systèmes de tension de sortie de l'autotransformateur

Les déphasages des tensions de sortie de l'autotransformateur entre premier secondaire et deuxième secondaire sont détaillés dans le Tableau IV.12.

|  |                |
|--|----------------|
| $\Delta\phi_a = \phi_{V_{a1}} - \phi_{V_{a2}}$ | $28^\circ 40'$ |
| $\Delta\phi_b = \phi_{V_{b1}} - \phi_{V_{b2}}$ | $29^\circ 50'$ |
| $\Delta\phi_c = \phi_{V_{c1}} - \phi_{V_{c2}}$ | $28^\circ 40'$ |

Tableau IV.12 : Déphasages des tensions de sortie de l'autotransformateur

Ces déphasages ne sont pas égaux à  $30^\circ$  comme supposé en théorie. Le déphasage de la phase (b) est plus proche de  $30^\circ$  que celui de la phase (a) et de la phase (c). Ceci est dû au déséquilibre des inductances dans l'autotransformateur sur ces phases. En effet, l'inductance de la phase (b) est plus grande que celle de la phase (a) et de la phase (c), en raison de la construction géométrique du noyau magnétique qui est un noyau à structure plate. En effet, cela dissymétrise les inductances de fuite des bobinages dans l'autotransformateur et impacte également ces déphasages.

## VIII. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dimensionnement par optimisation d'un canal de puissance d'un Airbus. Nous avons détaillé la modélisation de l'autotransformateur, des redresseurs, de l'inductance d'interphase et du filtre.

Le modèle d'optimisation est complètement semi-analytique. Le dimensionnement se fait avec plus d'une centaine de contraintes. Ces résultats satisfont aussi les contraintes a posteriori (courant de court-circuit, normes sur le régime transitoire).

Les résultats obtenus nous montrent que notre approche de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques à commutation naturelle est adaptée au dimensionnement par optimisation.



# Conclusions et perspectives

## I. Conclusions

Dans le cadre de cette thèse, le cœur de notre travail repose sur une méthode de modélisation semi-analytique adaptée à une procédure de dimensionnement par optimisation, notamment avec des algorithmes de type déterministe utilisant les gradients des modèles de dimensionnement (SQP,...). Nous nous intéressons plus particulièrement aux interactions entre les convertisseurs statiques et les composants passifs qui constituent le système dimensionné, car elles impactent fortement les instants de commutation naturelle des semi-conducteurs.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les méthodes de modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques le plus souvent utilisées. Nous avons choisi et détaillé une méthode générique avec une résolution semi-analytique qui peut être adaptée à la modélisation fréquentielle de convertisseurs statiques, en vue de leur dimensionnement par des algorithmes d'optimisation. Nous avons présenté aussi une formulation analytique du calcul des spectres d'harmoniques à partir des équations d'état.

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié deux problèmes typiques de convergence des méthodes de résolution utilisées (NR et SQP): la convergence numérique et la convergence vers le bon mode de fonctionnement. Nous avons proposé une démarche pour initialiser les instants de commutation en utilisant les valeurs propres des matrices d'état. Cela permet d'améliorer considérablement ces problèmes de convergence. Cependant, nous avons rencontré des cas difficiles, où la convergence n'est pas assurée. De plus, nous avons exploité les symétries de fonctionnement du convertisseur statique pour réduire la taille du modèle. Nous avons utilisé aussi des formulations automatiques pour extraire des matrices des mailles fondamentales. A partir de ces matrices, nous avons écrit des codes paramétrés sous Matlab pour calculer les matrices d'état de chaque configuration. Cela réduit les risques d'erreurs de formulations.

Dans le troisième chapitre, nous avons validé notre approche en l'appliquant au redresseur monophasé à diodes dont la simplicité structurelle cache des difficultés remarquables de modélisation analytique en raison de la sensibilité de son mode fonctionnement à son environnement (valeurs des paramètres). Nous avons traité plusieurs

modes de fonctionnement de ce redresseur. De plus, sur ce cas, nous avons étudié la sensibilité de la tension du bus continu qui n'a pas été initialisée. En utilisant l'initialisation des instants de commutation proposée précédemment, la convergence des méthodes de résolution utilisées a fortement amélioré. Les résultats obtenus ont été validés par le logiciel PSIM et ont montré que notre approche peut modéliser fréquemment des convertisseurs statiques et être adaptée au dimensionnement par optimisation.

Dans le dernier chapitre, nous avons choisi de dimensionner un canal de puissance aéronautique pour obtenir la masse minimale. Nous avons considéré une bande de fréquences allant jusqu'à 15kHz. Ce canal comporte deux ponts redresseurs triphasés à diodes en parallèle. Le dimensionnement par optimisation est réalisé par un algorithme SQP avec environ une centaine de contraintes (dont des contraintes de qualité du réseau, des contraintes sur les instants de commutation, ...). Les résultats obtenus ont satisfait non seulement le cahier des charges, mais aussi les contraintes a posteriori (normes sur le régime transitoire, déphasage des tensions).

Tout cela nous permet de conclure que notre approche convient à la modélisation fréquentielle des convertisseurs statiques orientée vers le dimensionnement par optimisation. Cela nous ouvre notamment une nouvelle piste pour le dimensionnement de gros systèmes ayant des convertisseurs statiques en commutation naturelle.

## II. Perspectives

Nous pouvons définir différentes perspectives pour la suite de nos travaux.

Pour commencer, du point de vue méthodologique, afin de pouvoir utiliser la modélisation proposée dans nos travaux sous différents environnements de calcul, il serait intéressant de la mettre en œuvre de manière à ce qu'elle soit portable et indépendante de Matlab. Pour cela, nous pourrions réexploiter des approches de types générateurs de modèles, bien pratiquées au G2elab (Réductool, Magmems [45]), ainsi que les formalismes de composants logiciels, notamment utilisés dans l'environnement CADES [2]. Ces implantations devront inclure le calcul de gradients des modèles.

Dans notre travail, la dérivation des modèles est faite par différences finies. Cependant, les formules utilisées reposant essentiellement sur des exponentielles de matrice et sur des équations analytiques implicites, il serait possible de réaliser cela par dérivation analytique ou

dérivation de code. Notamment, pour les équations implicites, on pourrait utiliser le théorème des fonctions implicites, exploité de manière importante dans Cades, Adolc [46], [47], et [48].

Il existe des cas non satisfaisants de convergence (chapitre III).

D'autre part, pour des applications avec beaucoup de composants passifs (donc de constantes de temps et de fréquences d'oscillation), l'analyse des valeurs propres peut s'avérer impossible à réaliser de manière empirique.

Dans ces cas, il conviendrait d'analyser de manière plus fine la dépendance entre les modes du système modélisé et sa réponse dynamique. Mais c'est un problème qui reste pour l'instant totalement ouvert. Pour les gros systèmes, on pourra aussi simplifier le modèle, en négligeant les dynamiques parasites ou non visibles aux échelles de temps et de fréquences considérées au profit des dynamiques dominantes (visible à l'échelle macroscopique). Cela pourra se faire en exploitant des techniques de réduction de modèle, de type Bond graph [49] ou plans d'expériences [50], [51], [52]. Les circuits ou modèles obtenus, étant plus petits, devraient permettre de faire apparaître les fréquences les plus importantes et ainsi, de mieux appréhender les dépendances entre les valeurs propres et les instants de commutation comme proposé dans le chapitre II.

Du point de vue de l'application traitée dans le quatrième chapitre, on pourrait substituer les deux redresseurs par un redresseur de type MLI. La modélisation devrait être plus aisée car les commutations seront commandées. Notamment, les instants de changement de mode seraient définis a priori. La principale limite sera alors la description du mode de fonctionnement avec de très nombreuses configurations par période (quelques centaines). Ainsi, dans ce cas, une aide à la mise en œuvre des modèles sera probablement indispensable pour gérer le nombre d'états et les transitions. Cela pourra aussi obliger à passer à des algorithmes d'optimisation aptes à absorber plus de contraintes que les algorithmes du type SQP.

On notera que la non synchronisation entre la fréquence de MLI et celle du fondamental des sources, pourra alors être gérée comme dans la thèse de Chérif Larouci [53], et donc permettre de conserver une étude sur la période de fonctionnement.

Il serait aussi intéressant de regarder d'autres structures de redressement, par exemple avec des structures de convertisseurs statiques en cascade. On pourra aussi envisager de juxtaposer de convertisseurs « lents » de type ponts de diodes et « rapides » commandés en

MLI. Cependant, ce dernier type de structure est susceptible de poser des problèmes d'asynchronisme des deux modèles.

## Annexe I : Le principe de mise en œuvre des matrices d'état

Sur une période de fonctionnement du convertisseur statique, il y a plusieurs configurations consécutives. La démarche de calcul des matrices d'état de chaque configuration est similaire. Ainsi, nous présentons la démarche générale de mise en œuvre pour une configuration. La mise en œuvre du modèle est automatiquement réalisée avec les étapes suivantes :

- création d'un fichier netlist représentatif du circuit pour la configuration étudiée du convertisseur
- calcul de la matrice des mailles fondamentales
- construction des matrices d'état

### I. Quelques définitions

- Un graphe est un circuit qui est représenté comme un ensemble d'arêtes orientées reliant un certain nombre de nœuds constituant un graphe.
- Un arbre est un ensemble d'arêtes du graphe reliant tous les nœuds mais ne formant pas de mailles.
- Une branche est une arête du graphe appartenant à l'arbre.
- Une maille est un ensemble d'arêtes du graphe formant une boucle.
- Une maille fondamentale est une maille du graphe ne contenant qu'un seul maillon de l'arbre.
- Un maillon est une arête du graphe n'appartenant pas à l'arbre.

Ces définitions sont illustrées sur la Figure A.I.1.

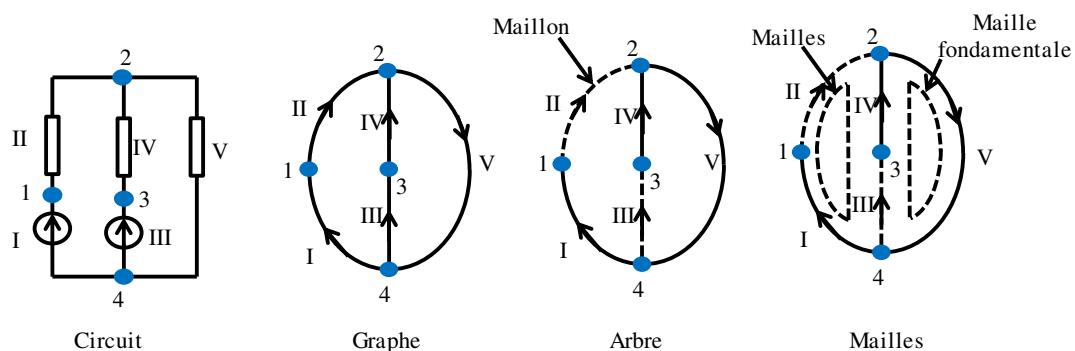


Figure A.I.1 : Exemple d'analyse d'une topologie du circuit [34]



## II. Création du fichier netlist

Ici, le schéma du circuit de chaque configuration peut être décrit sous la forme d'un fichier Netlist à partir de l'utilisation schématique des logiciels comme Psim, Pspice. Il faut construire le schéma du circuit pour chaque configuration retenue sur la période de fonctionnement. Le fichier netlist pourrait aussi être créé à la main, mais ce travail fastidieux pourrait être source d'erreurs.

## III. Calcul de la matrice des mailles fondamentales B1

Pour extraire les relations entre les tensions et les courants du circuit, un algorithme qui repose sur l'algorithme de Welsh est utilisé [34], [35]. L'analyse de Kirchoff nous donne les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} V_{mc} \\ V_{mr} \\ V_{ml} \\ V_{mj} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\ s_9 & s_{10} & s_{11} & s_{12} \\ s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_e \\ V_{bc} \\ V_{br} \\ V_{bl} \end{pmatrix} = -[B1] \begin{pmatrix} V_e \\ V_{bc} \\ V_{br} \\ V_{bl} \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.1})$$

$$[I_b] = \begin{pmatrix} I_e \\ I_{bc} \\ I_{br} \\ I_{bl} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} s_1 & s_5 & s_9 & s_{13} \\ s_2 & s_6 & s_{10} & s_{14} \\ s_3 & s_7 & s_{11} & s_{15} \\ s_4 & s_8 & s_{12} & s_{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{mc} \\ I_{mr} \\ I_{ml} \\ I_{mj} \end{pmatrix} = [B1^T] \begin{pmatrix} I_{mc} \\ I_{mr} \\ I_{ml} \\ I_{mj} \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.2})$$

où

- les  $s_i$ , ( $i = 1..16$ ) sont des sous-matrices de la matrice B1
- $V_{mc}, V_{mr}, V_{ml}, V_{mj}$  sont respectivement les vecteurs de tension aux bornes des capacités, des résistances, des inductances, et des sources de courant correspondant aux maillons du graphe
- $V_e, V_{bc}, V_{br}, V_{bl}$  sont respectivement les vecteurs de tensions aux bornes des sources de tensions, des capacités, des résistances, et des inductances correspondant aux branches du graphe,
- $I_{mc}, I_{mr}, I_{ml}, I_{mj}$  sont respectivement les vecteurs de courant dans les sources de tension, les capacités, les résistances, et les inductances correspondant aux maillons du graphe,
- $I_e, I_{bc}, I_{br}, I_{bl}$  sont respectivement les vecteurs de courant dans les capacités, les résistances, des inductances, et des sources de courant correspondant aux branches du graphe,

Les étapes de calcul des sous-matrices  $s_i$ , ( $i = 1..16$ ) sont détaillées dans la thèse de Bordry et la thèse de Merdassi [34], [35].

En fonction de la nature des différents composants, nous disposons des relations ci-dessous :

$$V_{br} = R_1 \cdot I_{br} \quad (\text{A.I.3})$$

$$V_{mr} = R_2 \cdot I_{mr} \quad (\text{A.I.4})$$

$$I_{bc} = C_1 \cdot \frac{d}{dt} V_{bc} \quad (\text{A.I.5})$$

$$I_{mc} = C_2 \cdot \frac{d}{dt} V_{mc} \quad (\text{A.I.6})$$

$$V_{bl} = L_1 \cdot \frac{d}{dt} I_{bl} + M \cdot \frac{d}{dt} I_{ml} \quad (\text{A.I.7})$$

$$V_{ml} = L_2 \cdot \frac{d}{dt} I_{ml} + M^T \cdot \frac{d}{dt} I_{bl} \quad (\text{A.I.8})$$

où

- Les matrices  $R_1, R_2, C_1, C_2, L_1, L_2$  sont les matrices diagonales des résistances de branche, des résistances de maillon, des capacités de branche, des capacités de maillon, et des inductances de branche, des inductances de maillon respectivement.
- La matrice  $M$  est la matrice des mutuelles entre les inductances de branches et de maillons.

#### IV. Construction des matrices d'état

A partir des méthodes mentionnées dans la thèse de Bordry [35], nous calculons les matrices d'état de chaque configuration sur une période de fonctionnement du convertisseur statique. En combinant les équations des relations tension-courant de (A.I.3) à (A.I.8) avec les équations (A.I.1) et (A.I.2), nous obtenons un système d'état réduit après calcul qui est exprimé par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} + B \cdot \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} + E \cdot \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} V_e \\ \frac{d}{dt} I_j \end{bmatrix} \quad (\text{A.I.9})$$

Dans notre étude, la matrice E est nulle. Donc, nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} X(t) = A \cdot X(t) + B \cdot U(t) \quad (\text{A.I.10})$$

$$\text{où } X(t) = \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} \text{ et } U(t) = \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix}$$

En plus, les matrices d'état A et B sont exprimées sous la forme de matrices blocs et présentées par l'équation (A.I.11) :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} \quad (\text{A.I.11})$$

Les matrices A et B sont des constantes établies à partir des matrices  $s_i$  et des matrices  $R_i, L_i, C_i$ . Ses sous-matrices sont données par les équations ci-dessous:

$$A_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A.I.12})$$

$$A_{12} = T_1^{-1} (s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A.I.13})$$

$$A_{21} = T_2^{-1} (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{10}) \quad (\text{A.I.14})$$

$$A_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A.I.15})$$

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A.I.16})$$

$$B_{12} = T_1^{-1} (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A.I.17})$$

$$B_{21} = T_2^{-1} (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_9) \quad (\text{A.I.18})$$

$$B_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A.I.19})$$

avec:

$$H_1 = R_2 + s_7 \cdot R_1 \cdot s_7^T \quad (\text{A.I.20})$$

$$H_2 = Id + R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_7 \quad (\text{A.I.21})$$

où Id est une matrice identité de dimension  $[V_{br}, V_{br}]$

$$T_1 = C_1 + s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \quad (\text{A.I.22})$$

$$T_2 = L_2 + M^T \cdot s_{12}^T + s_{12} \cdot M + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \quad (\text{A.I.23})$$

Selon l'existence ou non des composants dans le circuit, le calcul des matrices A et B peut différer. Les détails sont présentés dans [34], [35], et [36].



## Annexe II : Exemple des modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes

### I. Modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes

La structure du redresseur monophasé à diodes étudié est présentée sur la Figure A.II.1.

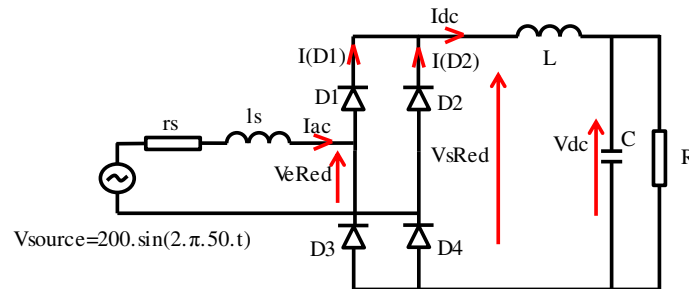
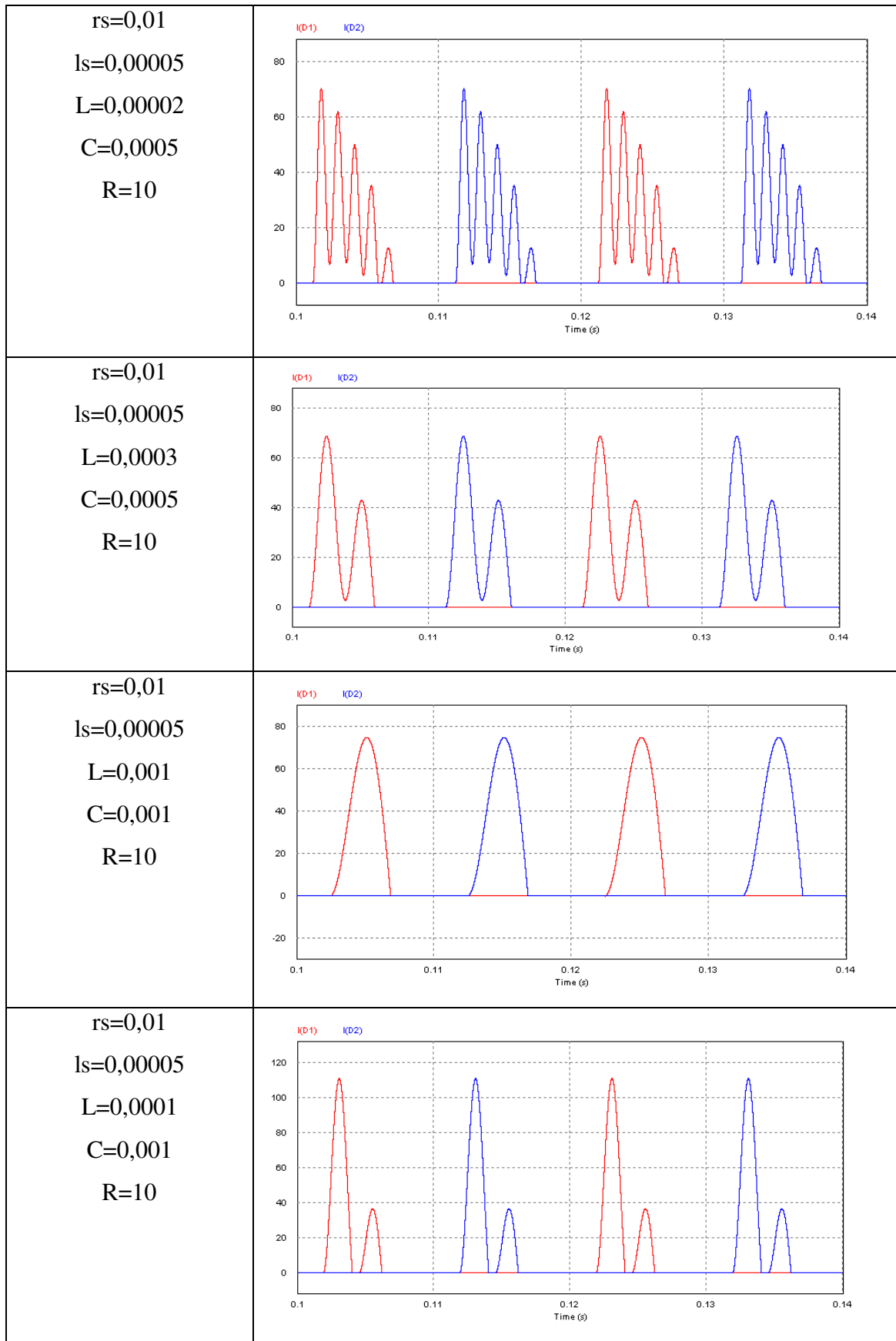


Figure A.II.1: Structure de redresseur étudiée

Le mode de fonctionnement du redresseur dépend des paramètres du circuit. Ici, nous présentons des modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes, dans le Tableau A.II.1.

| Paramètres du circuit  | Modes de fonctionnement |
|--|-------------------------|
| $r_s=0,01$<br>$l_s=0,00005$<br>$L=0,000001$<br>$C=0,00001$<br>$R=10$ |                         |
| $r_s=0,01$<br>$l_s=0,00005$<br>$L=0,0000001$<br>$C=0,0001$<br>$R=10$ |                         |



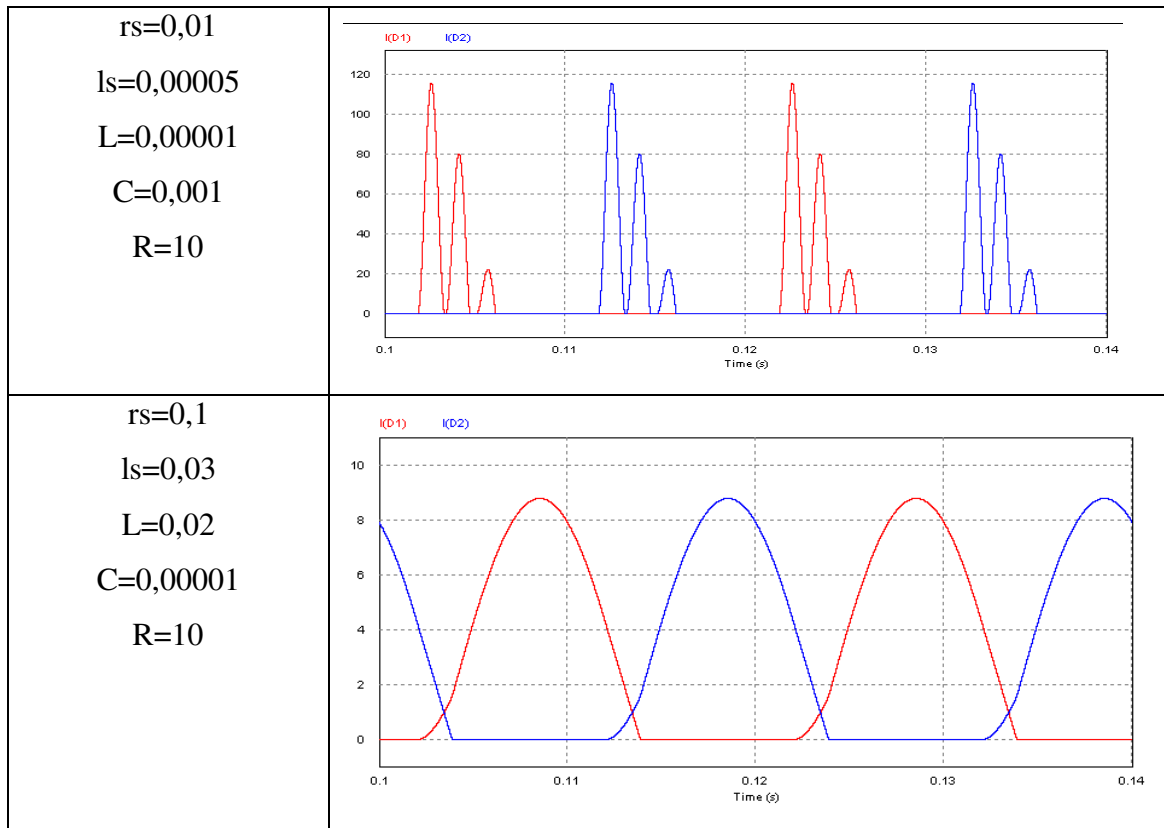


Tableau A.II.1 : Modes de fonctionnement du redresseur monophasé à diodes (sous Psim)





## Annexe III: Modélisation des dispositifs dans le canal de puissance étudié

Cette annexe présente les équations analytiques permettant de modéliser pour le dimensionnement les composants du canal de puissance étudié au chapitre IV. Elle reprend et développe des formulations développées dans la thèse de Hieu Nguyen-Huu[2] et le post-doc de Jérémy Régnier[1].

### I. Structure d'un canal de puissance étudié

La structure du canal de puissance étudié est un ATRU (Auto-Transformer-Rectifier-Unit) 12 pulses et est détaillée sur la Figure A.III.1 [2]. Elle comporte les dispositifs suivants [1]:

- un autotransformateur
- une association de redresseurs triphasés à diodes en parallèle
- deux inductances d'interphase
- un filtre passe-bas

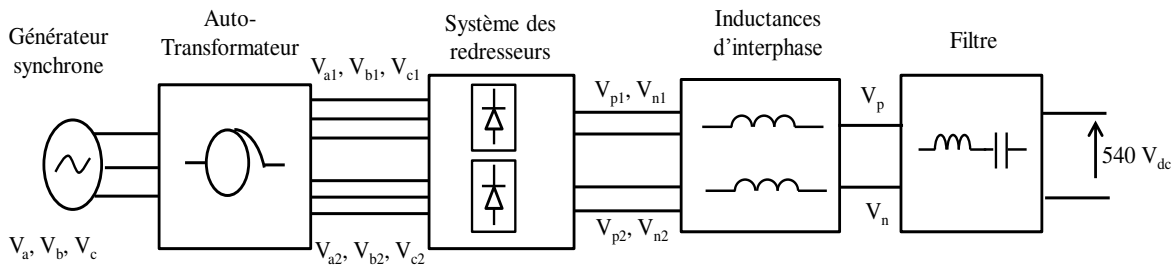


Figure A.III.1 : Structure du canal de puissance étudié

### II. Autotransformateur

#### II.1.1 Structure de l'autotransformateur

Dans notre étude, nous utilisons la structure de l'autotransformateur définie dans le travail de [1]. Cette structure est présentée sur la Figure A.III.2.

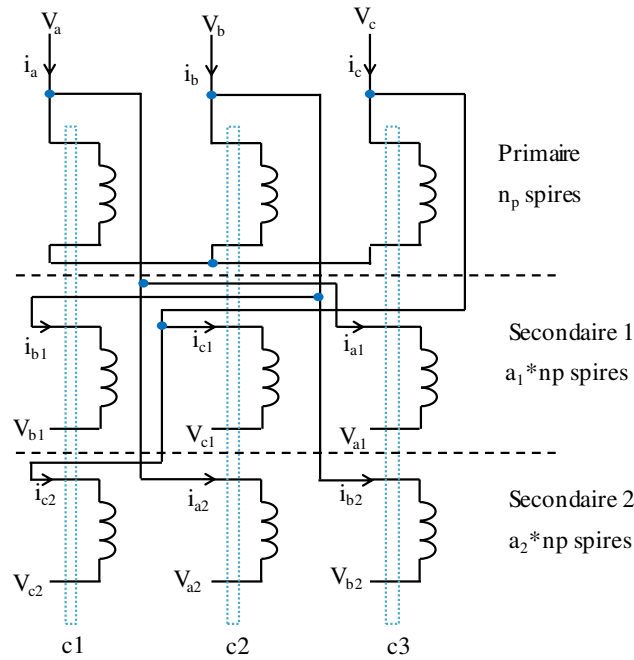


Figure A.III.2 : Structure de l'autotransformateur étudié

L'autotransformateur comporte trois colonnes avec un primaire et deux secondaires. Le premier secondaire produit les tensions ( $V_{a1}$ ,  $V_{b1}$ ,  $V_{c1}$ ) et le deuxième secondaire produit les tensions ( $V_{a2}$ ,  $V_{b2}$ ,  $V_{c2}$ ). Pour les créer, nous utilisons des bobinages situés sur des colonnes différentes (illustré sur la Figure A.III.2)

Les nombres de spires des bobinages sont :

- $n_p$  spires pour les bobinages sur le primaire
- $a_1 * n_p$  spires pour les bobinages sur le premier secondaire
- $a_2 * n_p$  spires pour les bobinages sur le deuxième secondaire

Le rôle de l'autotransformateur est de créer deux systèmes de tensions triphasées ( $V_{a1}$ ,  $V_{b1}$ ,  $V_{c1}$ ) et ( $V_{a2}$ ,  $V_{b2}$ ,  $V_{c2}$ ) qui sont déphasées de  $30^\circ$  (comme présenté sur la Figure A.III.3), mais de même valeur efficace.

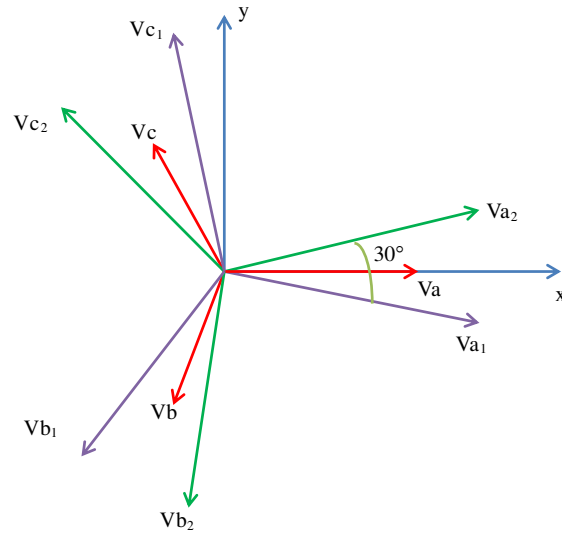


Figure A.III.3 : Schéma vectoriel des tensions d'entrée et de sortie de l'autotransformateur

## II.2. Géométrie de l'autotransformateur

Dans notre étude, nous utilisons la géométrie de l'autotransformateur avec la forme de noyau magnétique carrée, qui est utilisée par [41] et [42]. Cette géométrie est illustrée sur la Figure A.III.4.

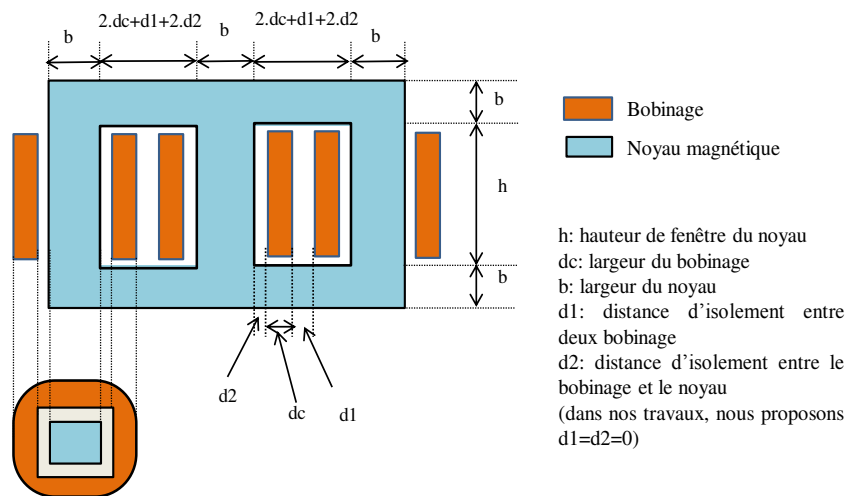


Figure A.III.4 : Géométrie de l'autotransformateur [2]

## II.3. Equations de dimensionnement

### II.3.1 Dimensionnement du circuit magnétique

On suppose le flux magnétique isolé dans chaque colonne de l'autotransformateur. Les trois colonnes du noyau magnétique sont identiques. Ici, nous présentons les équations sur la colonne qui supporte la tension  $V_a$  à l'entrée.

On a :

$$V_a = n_p \cdot \frac{d\phi}{dt} = n_p \cdot \frac{d(S_n \cdot B)}{dt} = n_p \cdot S_n \cdot \frac{dB}{dt} \quad (\text{A.III.1})$$

où:  $\phi$  : flux magnétique crée par la tension à entrée

$B$  : induction magnétique dans le noyau magnétique de la colonne

$S_n$  : surface du noyau magnétique ( $S_n = b^2$ )

On déduit :

$$B = \frac{1}{n_p \cdot S_n} \int V_a(t) \cdot dt \quad (\text{A.III.2})$$

La tension  $V_a$  est supposée être de la forme  $V_a = V_{ef} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ . Alors :

$$B = \frac{\sqrt{2}}{n_p \cdot S_n \cdot \omega} V_{ef} \cdot \cos(\omega t) \quad (\text{A.III.3})$$

On aboutit à:

$$B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{n_p \cdot S_n \cdot \omega} V_{ef} \quad (\text{A.III.4})$$

Le matériau du noyau magnétique peut supporter une induction inférieure à la valeur limite  $B_{max\_lim}$ . Cette valeur dépend du matériau et est donnée par le constructeur. Ainsi, on aboutit à :

$$B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{n_p \cdot b^2 \cdot \omega} V_{ef} \leq B_{max\_lim} \quad (\text{A.III.5})$$

La largeur du noyau magnétique est donc exprimée par:

$$b \geq \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot V_{ef}}{n_p \cdot \omega \cdot B_{max\_lim}}} \quad (\text{A.III.6})$$

Dans notre étude, la largeur du noyau magnétique est calculée par:

$$b = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot V_{ef}}{n_p \cdot \omega \cdot B_{max\_lim}}} \quad (\text{A.III.7})$$

### II.3.2 Calcul de la masse de l'autotransformateur

La masse de l'autotransformateur inclut :

- la masse du cuivre des bobinages de primaire et des secondaires
- la masse du noyau magnétique en fer.

#### II.3.2.1 Masse du cuivre des bobinages

##### II.3.2.1.a Primaire

La puissance apparente de l'entrée de l'autotransformateur  $S_e$  s'exprime par :

$$S_e = 3.V_{ef}.I_{ef} \quad (\text{A.III.8})$$

avec :  $S_e$  : puissance apparente de l'entrée de l'autotransformateur et valant 100kVA

$V_{ef}$  : valeur efficace de tension de l'entrée pour chaque phase

$I_{ef}$  : valeur efficace de courant de l'entrée pour chaque phase

Le courant efficace à l'entrée de chaque phase est calculé par :

$$I_{ef} = \frac{S_e}{3.V_{ef}} \quad (\text{A.III.9})$$

La section de cuivre de chaque spire de la bobine est choisie via l'équation suivante :

$$S_{cu\_1sp\_pri} \geq \frac{I_{ef} \cdot \sqrt{2}}{J} \quad (\text{A.III.10})$$

où:  $J$  : densité de courant surfacique de courant maximal admissible pour le cuivre.

La surface de cuivre du bobinage sur une colonne au primaire est donc calculée par l'équation ci-dessous :

$$S_{cu\_pri} = S_{cu\_1sp\_pri} \cdot n_p \quad (\text{A.III.11})$$

#### II.3.2.1.b Secondaire

On suppose qu'il n'y a pas des pertes dans l'autotransformateur. Ainsi, la puissance apparente à la sortie de l'autotransformateur  $S_s$  est égale à celle à l'entrée de l'autotransformateur. De plus, on suppose que la répartition de la puissance  $S_s$  est identique pour chaque phase de la sortie. La puissance apparente dans chaque phase est donc donnée par:

$$S_{s\_1phase} = \frac{S_s}{6} \quad (\text{A.III.12})$$

La valeur efficace des tensions de sortie  $V_{sef}$  s'exprime par:

$$V_{sef} = V_{ef} \cdot k \quad (\text{A.III.13})$$

où  $k$  : le rapport entre les amplitudes des tensions sur les secondaires et des tensions appliquées au primaire. Cette rapport est donné dans [1] et vaut 1,224.

La valeur efficace du courant de chaque phase est :

$$I_{sef} = \frac{S_{s\_1phase}}{V_{sef}} = \frac{S_s}{6.V_{ef} \cdot k} \quad (\text{A.III.14})$$

La section de cuivre de chaque spire de la bobine respecte l'équation suivante :

$$S_{cu\_1sp\_se} \geq \frac{I_{sef} \cdot \sqrt{2}}{J} \quad (\text{A.III.15})$$

La surface de cuivre du bobinage sur une colonne du premier secondaire est donc calculée par l'équation:

$$S_{cu\_se1} = S_{cu\_1sp\_se} \cdot a_1 \cdot n_p \quad (\text{A.III.16})$$

La surface de cuivre du bobinage sur une colonne du deuxième secondaire est donc calculée par l'équation:

$$S_{cu\_se2} = S_{cu\_1sp\_se} \cdot a_2 \cdot n_p \quad (\text{A.III.17})$$

### II.3.2.1.c Masse du cuivre

La surface du cuivre pour chaque colonne se calcule avec:

$$S_{cu\_1co} = S_{cu\_pri} + S_{cu\_se1} + S_{cu\_se2} \quad (\text{A.III.18})$$

Pour trois colonnes, la surface totale du cuivre est calculée par l'équation suivante :

$$S_{cu\_tot} = 3 \cdot S_{cu\_1co} \quad (\text{A.III.19})$$

Les cuivres sont enroulés autour des colonnes (voir Figure A.III.5). Le diamètre moyen d'un enroulement se calcule par:

$$d_{moy} = \frac{4(b + d2) + \left(\frac{b}{2} + d2 + dc\right) \cdot 2 \cdot \pi}{2} = 2(b + d2) + \left(\frac{b}{2} + d2 + dc\right) \pi \quad (\text{A.III.20})$$

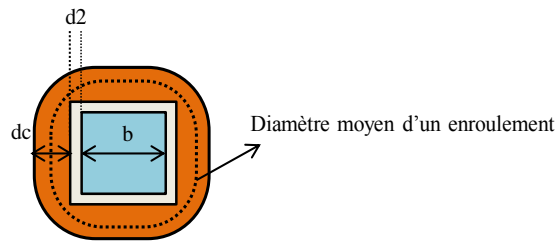


Figure A.III.5 : Diamètre moyen d'un enroulement

Le volume du cuivre est donc :

$$V_{cu} = d_{moy} \cdot S_{cu\_tot} \quad (\text{A.III.21})$$

La masse du cuivre dans l'autotransformateur est calculée par:

$$M_{cu} = Mv_{cu} \cdot V_{cu} \quad (\text{A.III.22})$$

où  $Mv_{cu}$  : masse volumique du cuivre

### II.3.2.2 Masse du noyau magnétique

La surface réservée pour les bobinages est donnée par :

$$S_B = Kb \cdot S_{cu\_1co} \quad (\text{A.III.23})$$

avec  $Kb$  : coefficient de bobinage, qui est le rapport entre la surface d'encoche totale et la surface d'encoche effectivement remplie par du cuivre. Dans ce cas, nous utilisons  $Kb=2$  [2].

A partir de la Figure A.III.4, la hauteur de fenêtre du noyau magnétique se calcule par :

$$h = \frac{S_B}{dc} + 2 \cdot d2 + (N_{bobine} - 1) \cdot d1 = \frac{S_b}{kd \cdot b} \quad (\text{A.III.24})$$

De plus, la surface de section en vue de face du noyau, est calculée par:

$$S_{fe} = 3 \cdot h \cdot b + 2 \cdot b \cdot (3 \cdot b + 4 \cdot kd \cdot b + 4 \cdot d2 + 2 \cdot d1) \quad (\text{A.III.25})$$

Le volume de fer du noyau magnétique se calcule avec:

$$V_{fe} = b \cdot S_{fe} \quad (\text{A.III.26})$$

On déduit la masse de fer :

$$M_{fe} = Mv_{fe} \cdot V_{fe} \quad (\text{A.III.27})$$

où  $Mv_{fe}$ : masse volumique du fer

### II.3.2.3 Masse de l'autotransformateur

La masse de l'autotransformateur est calculé par :

$$M_{at} = M_{fe} + M_{cu} \quad (\text{A.III.28})$$

## II.4. Equations de modélisation

### II.4.1 Inductances propres des bobinages

Afin de calculer les inductances propres, nous utilisons le réseau réductance de l'autotransformateur présenté sur la Figure A.III.6.

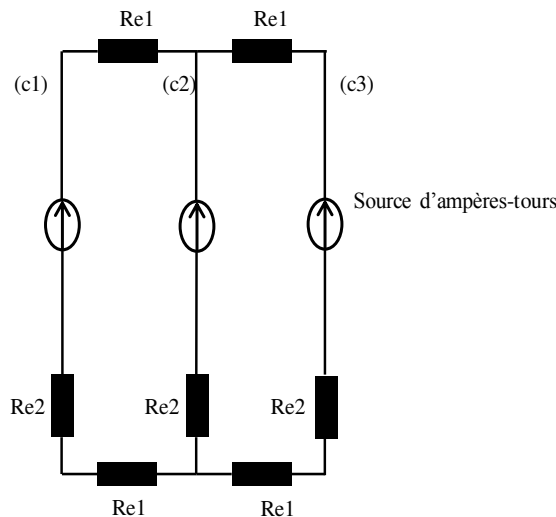


Figure A.III.6 : Réseau réductance de l'autotransformateur [2]

A partir de la géométrie de l'autotransformateur, les réductances  $Re1$  et  $Re2$  sont calculées par les équations suivantes :



$$Re1 = \frac{b + 2. dc}{\mu_0 \mu_r S_n}$$

$$Re2 = \frac{h + b}{\mu_0 \mu_r S_n}$$
(A.III.29)

Pour calculer les inductances propres des bobinages sur la colonne (c1), nous utilisons le circuit équivalent des réluctances présenté sur la Figure A.III.7.

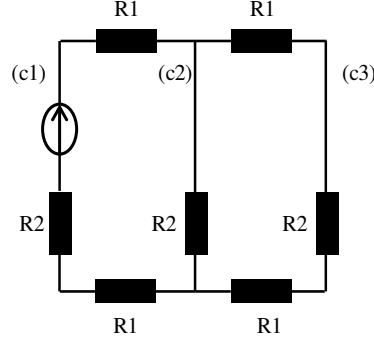


Figure A.III.7 : Circuit équivalent pour calculer les inductances propres des bobinages sur la colonne (c1)

La réluctance équivalente est calculée par l'équation suivante :

$$Rc1_e = 2. Re1 + Re2 + \frac{Re2. (2. Re1 + Re2)}{2. Re1 + 2. Re2}$$
(A.III.30)

On déduit les inductances propres du primaire  $Lp_{c1}$ , du premier secondaire  $Lse1_{c1}$  et du deuxième secondaire  $Lse2_{c1}$  sur la colonne (c1) :

$$Lp_{c1} = \frac{n_p^2}{Rc1_e}$$
(A.III.31)

$$Lse1_{c1} = \frac{a_1^2 n_p^2}{Rc1_e}$$
(A.III.32)

$$Lse2_{c1} = \frac{a_2^2 n_p^2}{Rc1_e}$$
(A.III.33)

Les réluctances et inductances propres des bobinages sur les colonnes (c2) et (c3) sont obtenues d'une manière similaire et données par les équations suivantes :

$$Rc2_e = R1 + 1.5R2$$
(A.III.34)

$$Lp_{c2} = \frac{n_p^2}{Rc2_e}$$
(A.III.35)

$$Lse1_{c2} = \frac{a_1^2 n_p^2}{Rc2_e} \quad (A.III.36)$$

$$Lse2_{c2} = \frac{a_2^2 n_p^2}{Rc2_e} \quad (A.III.37)$$

$$Rc3_e = 2.R1 + R2 + \frac{R2.(2.R1 + R2)}{2.R1 + 2.R2} \quad (A.III.38)$$

$$Lp_{c3} = \frac{n_p^2}{Rc3_e} \quad (A.III.39)$$

$$Lse1_{c3} = \frac{a_1^2 n_p^2}{Rc3_e} \quad (A.III.40)$$

$$Lse2_{c3} = \frac{a_2^2 n_p^2}{Rc3_e} \quad (A.III.41)$$

#### II.4.2 Inductances de fuite

Pour calculer l'inductance de fuite d'un bobinage, nous utilisons la formule suivante [39] :

$$L_f = \mu_0 \cdot n_s^2 \cdot \frac{dc_k \cdot d_{moy\_k}}{3 \cdot h_b} \quad (A.III.42)$$

avec:  $\mu_0$  : perméabilité à vide

$n_s$  : nombre de spires du bobinage

$dc_k$  : largeur de bobinage

$h_b$  : hauteur de bobinage

$d_{moy\_k}$  : longueur moyenne des spires du bobinage

Les bobinages dans chaque colonne de l'autotransformateur sont superposés comme illustré sur la Figure A.III.8.

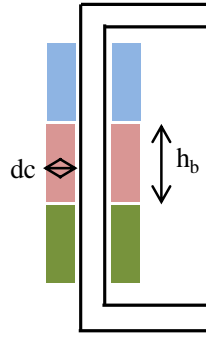


Figure A.III.8 : Superposition des bobinages dans chaque colonne [2]

On peut remarquer que les inductances de fuite des bobinages au primaire, au premier secondaire et au deuxième secondaire des colonnes sont identiques.

#### II.4.2.1 Inductances de fuite des bobinages du primaire

La hauteur du bobinage est :

$$h_p = \frac{S_{cu\_pri} \cdot Kb}{dc} \quad (A.III.43)$$

L'inductance de fuite du bobinage se calcule avec :

$$L_{f\_pri} = \mu_0 \cdot n_p^2 \frac{dc \cdot d_{moy}}{3 \cdot h_p} \quad (A.III.44)$$

#### II.4.2.2 Inductances de fuite des bobinages du premier secondaire

La hauteur du bobinage est :

$$h_{se1} = \frac{S_{cu\_se1} \cdot Kb}{dc} \quad (A.III.45)$$

L'inductance de fuite du bobinage se calcule avec :

$$L_{f\_se1} = \mu_0 \cdot n_p^2 \cdot a_1^2 \frac{dc \cdot d_{moy}}{3 \cdot h_{se1}} \quad (A.III.46)$$

#### II.4.2.3 Inductances de fuite des bobinages du deuxième secondaire

La hauteur du bobinage est :

$$h_{se2} = \frac{S_{cu\_se2} \cdot Kb}{dc} \quad (A.III.47)$$

L'inductance de fuite du bobinage se calcule avec :

$$L_{f\_se2} = \mu_0 \cdot n_p^2 \cdot a_2^2 \frac{dc \cdot d_{moy}}{3 \cdot h_{se2}} \quad (A.III.48)$$

### II.4.3 Mutuelles :

Pour calculer les mutuelles dans l'autotransformateur, nous utilisons la formule suivante :

$$M_{b1,b2} = k_M \cdot \sqrt{L_{p,b1} \cdot L_{p,b2}} \quad (\text{A.III.49})$$

où:  $M_{b1,b2}$  : mutuelle entre bobine b1 et bobine b2

$L_{p,b1}$  : inductance propre de bobine b1

$L_{p,b2}$  : inductance propre de bobine b2

$k_M$  : coefficient de couplage

Le coefficient de couplage se calcule par l'équation suivante :

$$k_M = \sqrt{1 - \frac{l_{f,b1}}{l_{f,b1} + L_{p,b1}}} \quad (\text{A.III.50})$$

avec  $l_{f,b1}$  : inductance de fuite de bobine b1

Par exemple, la mutuelle entre la bobine de primaire et la bobine de premier secondaire sur la colonne (c1) est calculée par l'équation ci-dessous :

$$M_{p,se1,c1} = \sqrt{1 - \frac{L_{f,pri}}{L_{f,pri} + L_{p,c1}}} \cdot \sqrt{L_{p,c1} \cdot L_{se1,c1}} \quad (\text{A.III.51})$$

Les autres mutuelles dans l'autotransformateur sont déduites de la même manière.

### II.4.4 Résistances :

Pour calculer la résistance d'un fil, nous utilisons la formule suivante :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (\text{A.III.52})$$

avec:  $\rho$  : résistivité de fil

$l$  : longueur de fil

$S$  : section de fil

On peut remarquer que les résistances des bobinages au primaire, au premier secondaire et au deuxième secondaire des colonnes sont identiques.

#### II.4.4.1 Résistances des bobinages du primaire

La longueur de fil du cuivre d'un bobinage du primaire est :

$$l_{fil,pri} = n_p \cdot d_{moy} \quad (\text{A.III.53})$$

La résistance des bobinages du primaire se détermine par la formule suivante :

$$R_{pri} = \rho_{cu} \cdot \frac{l_{fil\_pri}}{S_{cu\_1sp\_pri}} \quad (\text{A.III.54})$$

#### II.4.4.2 Résistances des bobinages du premier secondaire

La longueur de fil du cuivre des bobinages du premier secondaire est :

$$l_{fil\_se1} = n_p \cdot a_1 \cdot d_{moy} \quad (\text{A.III.55})$$

La résistance des bobinages du primaire se détermine par la formule suivante :

$$R_{se1} = \rho_{cu} \cdot \frac{l_{fil\_se1}}{S_{cu\_1sp\_se}} \quad (\text{A.III.56})$$

#### II.4.4.3 Résistances des bobinages du deuxième secondaire

La longueur de fil du cuivre des bobinages du premier secondaire est :

$$l_{fil\_se2} = n_p \cdot a_2 \cdot d_{moy} \quad (\text{A.III.57})$$

La résistance des bobinages du primaire se détermine par la formule suivante :

$$R_{se2} = \rho_{cu} \cdot \frac{l_{fil\_se2}}{S_{cu\_1sp\_se}} \quad (\text{A.III.58})$$

### III. Redresseur

#### III.1. Structure

Le système de redresseur étudié est constitué de deux ponts triphasés à diodes mis en parallèle (voir Figure A.III.9)

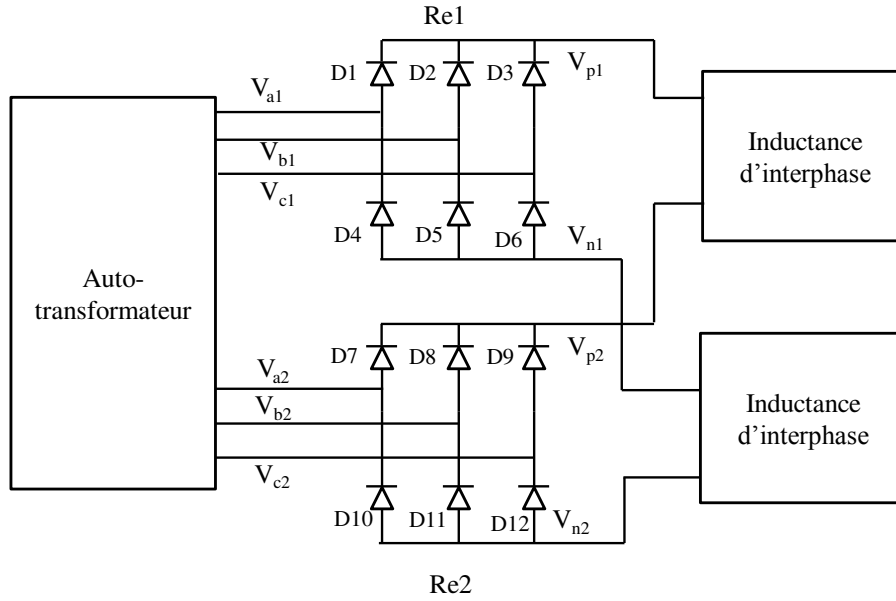


Figure A.III.9 : Structure de redresseur étudiée

La tension maximale de l'entrée du redresseur est :

$$V_{eRed} = V_{sef} \sqrt{2} \quad (\text{A.III.59})$$

La valeur moyenne de tension de sortie du redresseur [2] est:

$$V_{mRed} = \frac{6}{\pi} V_{eRed} \cdot \cos \frac{\pi}{6} \quad (\text{A.III.60})$$

Le courant maximal qui traverse chaque diode se calcule avec:

$$I_{Dmax} = I_{sRed} \quad (\text{A.III.61})$$

avec  $I_{sRed}$  : courant efficace de la sortie de redresseur

On remarque que chaque diode ne conduit que sur un tiers de période ( $T/3$ ). Ainsi, on a :

$$I_{Dmoy} = I_{sRed} / 3 \quad (\text{A.III.62})$$

On en déduit :

$$I_{Def} = I_{sRed} / \sqrt{3} \quad (\text{A.III.63})$$

Donc, on obtient :

$$I_{sRed} = I_{eRed} \sqrt{\frac{3}{2}} = I_{sef} \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (\text{A.III.64})$$

avec :  $I_{eRed}$  : courant efficace de l'entrée du redresseur

### III.2. Calcul de la masse

Afin de protéger des diodes du redresseur, on utilise un radiateur comme système de refroidissement. On considère que la masse des diodes est négligeable par rapport à la masse du radiateur. La masse du redresseur est donc restreinte à la masse du radiateur. De plus, la masse du radiateur ne dépend pas des paramètres de conception et est calculée en fonction du type de radiateur utilisé. Le radiateur utilisé est le type AAVID THERMALLOY, réf OSX43 [2], [1].

La masse de radiateur est calculée par :

$$M_{rad} = l_{rad} \cdot Mu_{rad} \quad (\text{A.III.65})$$

avec:  $Mu_{rad}$  : masse de radiateur par mètre de longueur

$l_{rad}$  : longueur de radiateur

La longueur de radiateur peut être calculée en fonction de sa résistance thermique par l'équation ci-dessous :

$$l_{rad} = 0.001(a_0 \cdot R_{the}^3 + a_1 \cdot R_{the}^2 + a_2 \cdot R_{the} + a_3) \quad (\text{A.III.66})$$

Avec:  $R_{the}$  : résistance thermique du radiateur (donnée par le producteur)

$a_0=-407,0327$  ;  $a_1=1432,3$  ;  $a_2=-1639,9$  ;  $a_3=670,6418$

## IV. Inductance interphase

### IV.1. Structure

La sortie de deux redresseurs est définie par deux systèmes de tensions redressées ( $V_{p1}$ ,  $V_{n1}$ ) et ( $V_{p2}$ ,  $V_{n2}$ ) ( $p$  : tension positive et  $n$  : tension négative). Ainsi, on utilise deux inductances d'interphase correspondant, l'une pour équilibrer les courants du bus positif, et l'autre pour équilibrer les courants du bus négatif. En raison des symétries du système, les deux inductances d'interphase sont identiques. Nous présentons donc uniquement le calcul d'inductance d'interphase du bus positif (voir Figure A.III.10).

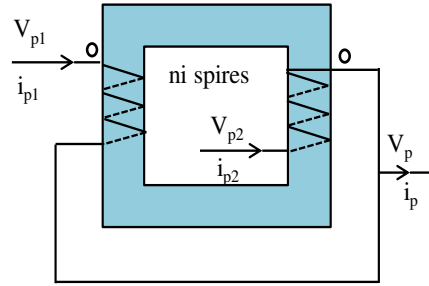


Figure A.III.10 : Structure de l'inductance d'interphase [2]

## IV.2. Géométrie

Avec la structure de l'inductance d'interphase ci-dessus, la géométrie choisie est la forme carrée et est décrite sur la Figure A.III.11.

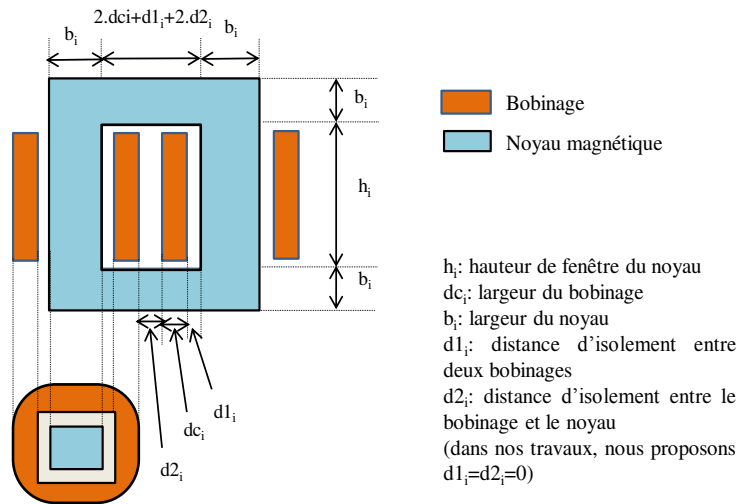


Figure A.III.11 : Géométrie de l'inductance d'interphase [2]

## IV.3. Equations de dimensionnement

### IV.3.1 Tensions et courants de sortie de l'inductance d'interphase

En utilisant la structure du circuit dans la Figure A.II.9, on peut écrire :

$$V_p - V_{p1} = n_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{A.III.67})$$

$$V_p - V_{p2} = n_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{A.III.68})$$

Alors :

$$V_p = \frac{V_{p1} + V_{p2}}{2} \quad (\text{A.III.69})$$

Il n'existe pas d'entrefer dans le noyau magnétique. En utilisant la loi de Lenz, on a :



$$\sum n_i \cdot i = R \cdot \Phi = 0 \quad (\text{A.III.70})$$

Donc :

$$n_i \cdot I_{p1} - n_i \cdot I_{p2} = 0 \quad (\text{A.III.71})$$

D'autre part :

$$I_{p1} + I_{p2} = I_p \quad (\text{A.III.72})$$

Des équations (A.III.71) et (A.III.72), on déduit :

$$I_{p1} = I_{p2} = \frac{I_p}{2} \quad (\text{A.III.73})$$

#### IV.3.2 Calcul du circuit magnétique

Avec le circuit magnétique présenté sur la Figure A.III.10, on peut écrire :

$$\Delta V_1 = V_p - V_{p1} = n_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{A.III.74})$$

et

$$\Delta V_2 = V_{p2} - V_p = n_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{A.III.75})$$

Alors :

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = V_{p2} - V_{p1} = 2 \cdot n_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 2 \cdot n_i \cdot \frac{\partial (S_{ni} \cdot B_i)}{\partial t} = 2 \cdot n_i \cdot S_{ni} \frac{\partial B_i}{\partial t} \quad (\text{A.III.76})$$

avec :  $S_{ni} = b_i^2$ : surface de noyau magnétique

$B_i$  : Inductance magnétique

On déduit :

$$\frac{\partial B_i}{\partial t} = \frac{1}{2 \cdot n_i \cdot S_{ni}} (\Delta V_1 + \Delta V_2) \quad (\text{A.III.77})$$

Donc :

$$B_i(t) = \frac{1}{2 \cdot n_i \cdot S_{ni}} \int (\Delta V_1 + \Delta V_2) dt \quad (\text{A.III.78})$$

Pour l'intervalle de temps où les diodes conduisent (par exemple  $\pi/3 \leq wt \leq 2\pi/3$ , on

a :

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = V_m \left( \sin \left( wt + \frac{\pi}{12} \right) - \sin \left( wt - \frac{\pi}{12} \right) \right) \quad (\text{A.III.79})$$

où:  $V_m$  : valeur crête de la tension en sortie de l'autotransformateur.

En supposant que cette tension est sinusoïdale, on écrit :

$$V_m = V_{sef} \sqrt{2} \quad (\text{A.III.80})$$

Alors, l'inductance magnétique s'exprime par:

$$B_i(t) = \frac{V_m}{2 \cdot n_i \cdot S_{ni} \cdot w} \left( \cos \left( wt - \frac{\pi}{12} \right) - \cos \left( wt + \frac{\pi}{12} \right) \right) \quad (\text{A.III.81})$$

On déduit [2] :

$$B_{i\_max} = \frac{V_m}{2 \cdot n_i \cdot S_{ni} \cdot w} \left( \sin \left( \frac{\pi}{12} \right) + \sin \left( \frac{5\pi}{12} \right) \right) \quad (\text{A.III.82})$$

Donc :

$$b_i = \sqrt{S_{ni}} = \sqrt{\frac{V_m \left( \sin \left( \frac{\pi}{12} \right) + \sin \left( \frac{5\pi}{12} \right) \right)}{2 \cdot n_i \cdot B_{i\_max} \cdot w}} \quad (\text{A.III.83})$$

### IV.3.3 Calcul de la masse

#### IV.3.3.1 Masse du cuivre

Dans une inductance d'interphase, le courant maximal est le courant de la sortie de redresseur :

$$I_{\max\_i} = I_{sRed} \quad (\text{A.III.84})$$

La section de cuivre de chaque spire de la bobine est choisie pour respecter l'équation suivante :

$$S_{cu\_1sp\_i} \geq \frac{I_{\max\_i} \cdot \sqrt{2}}{J} \quad (\text{A.III.85})$$

Où : J : densité de courant surfacique de courant maximal admissible pour le cuivre

La surface de cuivre d'un bobinage est calculée par l'équation ci-dessous :

$$S_{cu\_i} = S_{cu\_1sp\_i} \cdot n_i \quad (\text{A.III.86})$$

La surface de cuivre totale dans une inductance d'interphase se calcule avec :

$$S_{cu\_i\_tot} = 2 \cdot S_{cu\_i} \quad (\text{A.III.87})$$

En utilisant le même principe de calcul du diamètre moyen d'un enroulement des bobinages de l'autotransformateur, le diamètre moyen d'un enroulement des bobinages de l'inductance d'interphase est :

$$d_{moy\_i} = \frac{4(b_i + d2_i) + \left( \frac{b_i}{2} + d2_i + dc_i \right) \cdot 2\pi}{2} = 2(b_i + d2_i) + \left( \frac{b_i}{2} + d2_i + dc_i \right) \pi \quad (\text{A.III.88})$$

Alors, le volume du cuivre est calculé par:

$$V_{cu\_i} = d_{moy\_i} \cdot S_{cu\_i\_tot} \quad (\text{A.III.89})$$

La masse du cuivre dans une inductance interphase se détermine avec :

$$M_{cu\_i} = Mv_{cu} \cdot V_{cu\_i} \quad (\text{A.III.90})$$

#### IV.3.3.2 Masse du noyau magnétique

Dans une l'inductance d'interphase, la surface réservée pour les bobinages est :

$$S_{b\_i} = Kb \cdot S_{cu\_i\_tot} \quad (\text{A.III.91})$$

La hauteur de fenêtre du noyau magnétique est calculée par :

$$h_i = \frac{S_{b\_i}}{dc_i} + 2 \cdot d2_i \quad (\text{A.III.92})$$

La section de fer « vue de face » du noyau magnétique se calcule par l'équation suivante :

$$S_{fe\_i} = 2 \cdot h_i \cdot b_i + 2 \cdot b_i \cdot (2 \cdot b_i + 2 \cdot kd_i \cdot b_i + 2 \cdot d2_i + d1_i) \quad (\text{A.III.93})$$

Le volume de fer du noyau magnétique se calcule avec:

$$V_{fe\_i} = b_i \cdot S_{fe\_i} \quad (\text{A.III.94})$$

On en déduit la masse de fer :

$$M_{fe\_i} = Mv_{fe} \cdot V_{fe\_i} \quad (\text{A.III.95})$$

Alors, la masse totale d'une inductance d'interphase est :

$$M_{1i\_tot} = M_{fe\_i} + M_{cu\_i} \quad (\text{A.III.96})$$

On détermine donc la masse du système d'inductances d'interphase avec:

$$M_i = 2 \cdot M_{1i\_tot} \quad (\text{A.III.97})$$

### IV.4. Equations de modélisation

#### IV.4.1 Inductance propre des bobinages

L'inductance propre des bobinages de l'inductance d'interphase est calculée par la formule :

$$L_{p\_i} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_{ni} \cdot n_i^2}{l_{eff}} \quad (\text{A.III.98})$$

avec:  $\mu_r$  : perméabilité relative effective du noyau magnétique

$l_{eff}$  : longueur effective du noyau magnétique

La longueur  $l_{eff}$  est calculée à partir de la géométrie du noyau magnétique et illustrée sur la Figure A.III.12. La formule de calcul de cette longueur s'écrit :

$$l_{eff} = 2 \cdot (h_i + b_i) + 2 \cdot (b_i + 2 \cdot dc_i + 2 \cdot d2_i + d1_i) \quad (\text{A.III.99})$$

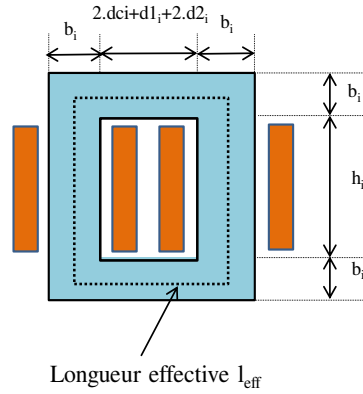


Figure A.III.12 : Longueur effective du noyau magnétique de l'inductance d'interphase

#### IV.4.2 Inductance de fuite des bobinages de l'inductance d'interphase

L'inductance de fuite des bobinages est calculée par la formule suivante :

$$L_{fi} = \mu_0 \cdot n_i^2 \cdot \frac{d_{ci} \cdot d_{moy\_i}}{3 \cdot h_b} \quad (\text{A.III.100})$$

#### IV.4.3 Mutuelles :

Afin de calculer les mutuelles des bobinages dans l'inductance d'interphase, nous utilisons le même principe que celui utilisé dans l'autotransformateur (équations (A.III.49) et (A.III.50)).

#### IV.4.4 Résistance des bobinages :

La longueur de fil du cuivre d'un bobinage de l'inductance d'interphase est :

$$l_{fil\_i} = n_i \cdot d_{moy\_i} \quad (\text{A.III.101})$$

La résistance des bobinages de l'inductance d'interphase se détermine par la formule suivante :

$$R_i = \rho_{cu} \cdot \frac{l_{fil\_i}}{S_{cu\_1sp\_i}} \quad (\text{A.III.102})$$

## V. Filtre

### V.1. Structure

Le rôle du filtre est de filtrer la tension de sortie pour obtenir la tension désirable. La structure du filtre est présentée sur la Figure A.III.13.

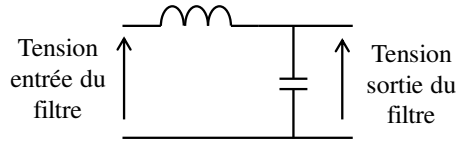


Figure A.III.13 : Structure de filtre

## V.2. Inductance du filtre

Le bobinage de l'inductance est bobiné autour de la jambe centrale du noyau magnétique dans lequel il y a un entrefer. La géométrie de l'inductance est décrite sur la Figure A.III.14.

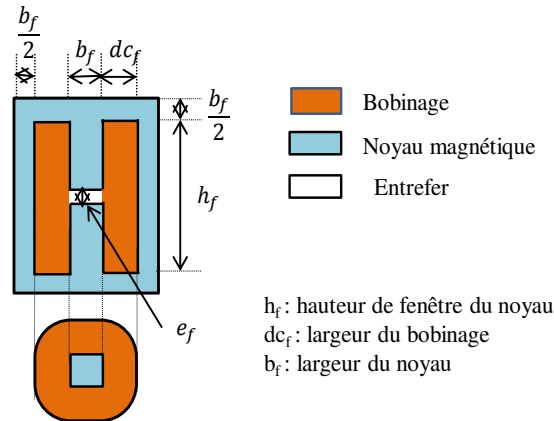


Figure A.III.14 : Géométrie de l'inductance [2]

### V.2.1 Calcul du circuit magnétique

La surface de noyau magnétique de la colonne milieu est :

$$S_{nf} = b_f^2 \quad (\text{A.III.103})$$

Le flux magnétique dans le noyau magnétique de l'inductance est imposé par les ampères-tours présents dans les bobinages [41]. Ainsi, la surface du noyau magnétique de la colonne milieu est calculée par:

$$S_{nf} = b_f^2 = \frac{L \cdot I_{mf}}{n_f \cdot B_{mf}} \quad (\text{A.III.104})$$

avec:  $L$  : inductance du bobinage

$I_{mf}$  : Courant maximal circulant dans l'inductance,  $I_{mf} = 2 \cdot I_{\max\_i}$

$B_{mf}$  : Induction maximale en régime linéaire du matériau

On en déduit :

$$b_f = \sqrt{\frac{L \cdot I_{mf}}{n_f \cdot B_{mf}}} \quad (\text{A.III.105})$$

De plus, la hauteur de l'entrefer est calculée par l'équation ci-dessous :

$$e_f = \mu_0 \cdot S_{nf} \cdot n_f^2 / L \quad (\text{A.III.106})$$

### V.2.2 Calcul de la masse

La section de cuivre de chaque spire de la bobine est choisie par la formule :

$$S_{cu\_1sp\_f} \geq \frac{I_{mf} \cdot \sqrt{2}}{J} \quad (\text{A.III.107})$$

Alors, la surface de cuivre totale est :

$$S_{cu\_f} = S_{cu\_1sp\_f} \cdot n_f \quad (\text{A.III.108})$$

La surface réservée pour le bobinage du filtre est calculé par :

$$S_{b\_f} = Kb \cdot S_{cu\_f} \quad (\text{A.III.109})$$

Alors, on déduit la hauteur de fenêtre du noyau magnétique avec:

$$h_f = \frac{S_{b\_f}}{dc_f} \quad (\text{A.III.110})$$

La section de fer « vue de face » du noyau magnétique se calcule par l'équation suivante :

$$S_{fe\_f} = 2 \cdot h_f \cdot b_f + 2 \cdot b_f \cdot (b_f + kd_f \cdot b_f) - e_f \cdot b_f \quad (\text{A.III.111})$$

Le volume de fer du noyau magnétique se calcule avec:

$$V_{fe\_f} = b_f \cdot S_{fe\_f} \quad (\text{A.III.112})$$

On en déduit la masse de fer :

$$M_{fe\_f} = Mv_{fe} \cdot V_{fe\_f} \quad (\text{A.III.113})$$

La hauteur de la fenêtre du noyau magnétique remplie par le cuivre est :

$$h_{cu\_f} = \frac{h_f}{Kb} \quad (\text{A.III.114})$$

Alors, le volume du cuivre se calcule avec:

$$V_{cu\_f} = h_{cu\_f} \cdot \left( \pi \left( \frac{b_f}{2} + dc_f \right)^2 - b_f^2 \right) \quad (\text{A.III.115})$$

On en déduit la masse du cuivre :

$$M_{cu\_f} = Mv_{cu} \cdot V_{cu\_f} \quad (\text{A.III.116})$$

Ainsi, la masse totale de l'inductance du filtre est :

$$M_{i\_f\_tot} = M_{fe\_f} + M_{cu\_f} \quad (\text{A.III.117})$$

### V.2.3 Calcul de la résistance de bobinage

Longueur de fil du cuivre du bobinage de l'inductance est :

$$l_{fil\_f} = n_f \cdot d_{moy\_f} \quad (A.III.118)$$

A partir de la géométrie, la longueur moyenne d'un tour de spire  $d_{moy\_f}$  est déterminée par l'équation suivante :

$$d_{moy\_f} = \frac{4 \cdot b_f + 2 \cdot \pi \left( \frac{b_f}{2} + dc_f \right)}{2} = 2 \cdot b_f + \pi \left( \frac{b_f}{2} + dc_f \right) \quad (A.III.119)$$

La résistance du bobinage de filtre se détermine par la formule suivante :

$$R_f = \rho_{cu} \cdot \frac{l_{fil\_f}}{S_{cu\_1sp\_f}} \quad (A.III.120)$$

### V.3. Capacité

D'après [2], la structure du condensateur utilisé est la structure LELSIC 85 qui a la plus petite taille (dimension et masse). Pour calculer la masse de ce condensateur, nous utilisons les données de SIC-SAFECO qui permettent de construire la variation de la masse en fonction de la valeur de capacité [2], [43] (Figure A.III.15).

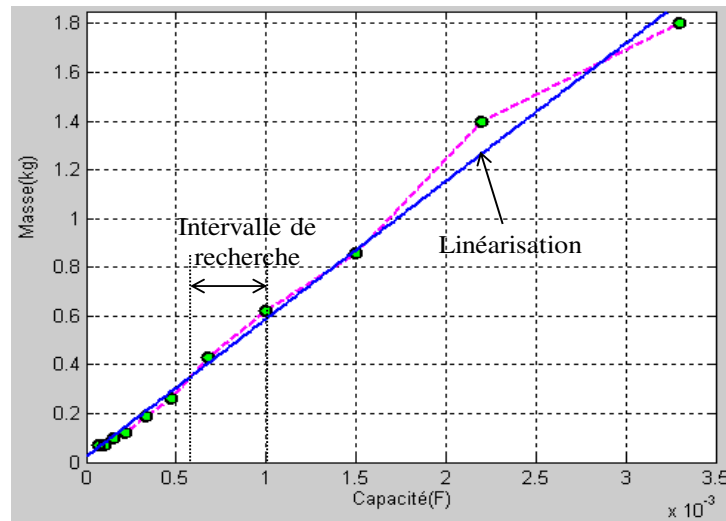


Figure A.III.15: Variation de la masse de capacité en fonction de la capacité [2]

Nous étudions la capacité dans l'intervalle [0,0006F ; 0,001F]. Dans cet intervalle, nous supposons que la masse varie linéairement avec la capacité. A partir des données de la Figure A.III.15, nous définissons une fonction d'interpolation linéaire pour calculer la masse en fonction de la capacité:

$$M_{C\_f} = a_{0f} \cdot C + a_{1f} \quad (A.III.121)$$

avec:  $M_{C\_f}$  : masse de la capacité

$C$  : capacité

$a_{0f} = 636.9$  et  $a_{1f} = -0.0169$

#### V.4. Masse du filtre

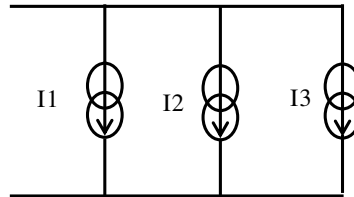
La masse du filtre se calcule par l'équation suivante :

$$M_f = M_{C_f} + M_{i_f_{tot}} \quad (\text{A.III.122})$$

#### VI. Vérification de la fonction de redresseur après l'optimisation

Afin de vérifier les configurations sur une période de fonctionnement, nous utilisons le profil de la charge harmonique défini sur la Figure A.III.16, en ne retenant que les trois harmoniques prédominantes. Nous les représentons chacune par une source de courant, comme suit :

- une source continue
- une source alternative à 10000Hz (fréquence de la porteuse de la MLI)
- une source alternative à 2000Hz (soit l'harmonique 5 à 400Hz choisie car cette harmonique est en butée de la norme)



$$I1=100\text{A}$$

$$I2=10\sin(2\pi f_1 t) \quad (f_1=10000\text{Hz})$$

$$I3=10\sin(2\pi f_2 t) \quad (f_2=2000\text{Hz})$$

Figure A.III.16: Profil de la charge harmonique

En utilisant ce profil de charge harmonique, nous obtenons l'enchaînement des configurations sur une période de fonctionnement comme illustré sur la Figure A.III.17. Celui-ci est le même que celui présenté dans le Tableau IV.4 et montre que les harmoniques retenues sont bien choisies.



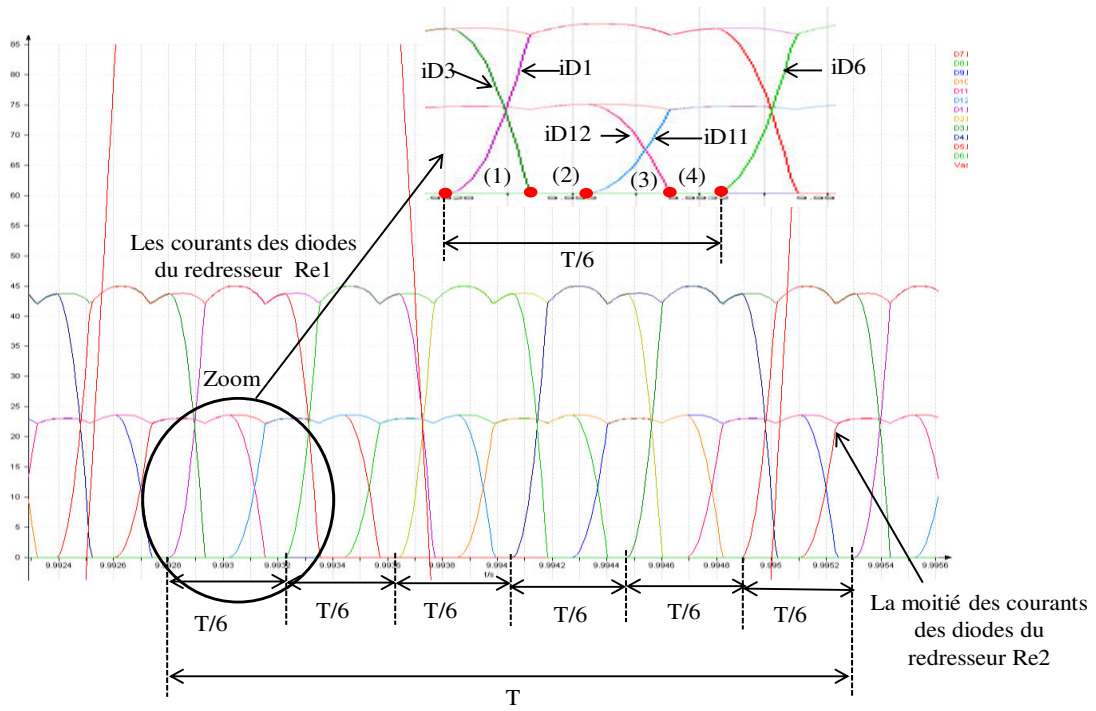


Figure A.III.17: Configurations sur une période de fonctionnement

## Bibliographie

- [1] J. REGNIER, « Etude sur les réseaux de bord continus », LEEI et Airbus, Rapport de Post-doc, 2005.
- [2] H. H. Nguyen, « Méthodes et outils pour la conception de composants intégrés dans un réseau électrique embarqué », Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008.
- [3] E. Polak, *Computational methods in optimization a unified approach*. New York: Academic Press, 1971.
- [4] V. Fischer, « Composants logiciels pour le dimensionnement en génie électrique. Application à la résolution d'équations différentielles », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2004.
- [5] B. Sareni, « Conception simultanée par optimisation des systèmes d'énergie électrique », INP Toulouse, Mémoire HDR, 2006.
- [6] O. Bossi, J. Pouget, N. Retiere, et L. Gerbaud, « Optimal power flow with storage: application to DC railway electrification systems », présenté à OIPE, Delft, Netherlands, 10-12/09, vol. Book of digests, p. 79-80.
- [7] F. Wurtz, « Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1996.
- [8] LIU Xiaofeng, « Méthode de modélisation harmonique de système multi-convertisseurs », Rapport de Master, juin 2005.
- [9] M. Iordache, E. Mendes, C. Marchand, S. Belin, et V. Mickiewicz, « Harmonic analysis method for traction drives EMI studies », *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 150, n° 4, p. 431-438, 2003.
- [10] « Théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon », *Wikipédia*. 28-janv-2015.
- [11] J.-C. Crébier, « Contribution à l'étude des perturbations conduites dans les redresseurs commandes », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1999.
- [12] J.-F. LANGE, « Création de modèles fréquentiels pour convertisseurs statiques », G2Elab, Master 2, juin 2006.
- [13] G. W. Chang, Y. C. Chin, et S. H. Lee, « Efficient approach to characterising harmonic currents generated by a cluster of three-phase AC/DC converters », *Electr. Power Appl. IEE Proc.*, vol. 153, n° 5, p. 742-749, sept. 2006.
- [14] D. G. Bedrosian et J. Vlach, « An accelerated steady-state method for networks with internally controlled switches », *IEEE Trans. Circuits Syst. Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, n° 7, p. 520-530, juill. 1992.
- [15] R. Ghandehari, S. Mohamadian, et A. Shoulaie, « A new approach to AC/DC converters modelling in time domain for harmonic analysis », in *Power Quality Conference (PQC), 2010 First*, 2010, p. 1-5.
- [16] G. W. Chang, Y. C. Chin, et S. H. Lee, « Analyzing Input Harmonic Currents of a Six-pulse AC/DC Converter by an Efficient Time-domain Approach », in *2006 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 2006, p. 1-5.
- [17] H. Nguyen Huu, L. Gerbaud, N. Retiere, J. Roudet, et F. Wurtz, « Analytical modeling of static converters for optimal sizing of on-board electrical systems », *IEEE-VPPC'2010*, 2010.
- [18] J. G. Mayordomo, A. Carbonero, L. F. Beites, R. Asensi, et W. Xu, « A Contribution Towards a General and Systematic Procedure for Modeling Line Commutated AC/DC

- Converters in the Harmonic Domain », *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 24, n° 4, p. 2415-2427, oct. 2009.
- [19] J. Arrillaga, *Power system harmonic analysis*. Chichester; New York: Wiley, 1997.
- [20] G. Carpinelli, F. Iacovone, A. Russo, P. Varilone, et P. Verde, « Analytical modeling for harmonic analysis of line current of VSI-fed drives », *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 19, n° 3, p. 1212-1224, juill. 2004.
- [21] K. L. Lian, B. K. Perkins, et P. W. Lehn, « Harmonic Analysis of a Three-Phase Diode Bridge Rectifier Based on Sampled-Data Model », *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 23, n° 2, p. 1088-1096, avr. 2008.
- [22] E. Morin, « Modélisation d'un réseau électrique de tramway : du composant au système », Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005.
- [23] R.-M. Popescu, « Vers de nouvelles méthodes de prédiction des performances CEM dans les convertisseurs d'électronique de puissance », Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1999.
- [24] J. J. D'Azzo et C. H. Houpis, *Linear control system analysis and design: conventional and modern*. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [25] *Numerical recipes in C Book, Book*,. Cambridge: Cambridge Univ. Pr., 1997.
- [26] A. Antoniou et W. Lu, *Practical optimization algorithms and engineering applications*. New York: Springer, 2007.
- [27] A. Kaw, « Holistic Numerical Methods. » [En ligne]. Disponible sur: <http://nm.mathforcollege.com/#sthash.CmBtmZ2x.rABdL0Lt.dpbs>. [Consulté le: 11-mars-2015].
- [28] H. Ronald H.W, « Optimization Theory », 2006. [En ligne]. Disponible sur: [http://www.math.uh.edu/~rohop/fall\\_06/](http://www.math.uh.edu/~rohop/fall_06/). [Consulté le: 11-mars-2015].
- [29] V. Mester, « Conception Optimale Systémique des Composants des Chaînes de Traction Electrique », phdthesis, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [30] W. Jazdzynski, « Multicriterial optimisation of squirrel-cage induction motor design », *Electr. Power Appl. IEE Proc. B*, vol. 136, n° 6, p. 299-307, nov. 1989.
- [31] Jean-François Lange, Laurent Gerbaud, Hieu Nguyen-Huu, et James Roudet, « Using constrained optimization algorithm for the modeling of static converter harmonics », *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, vol. 31, n° 3, p. 764-779, mai 2012.
- [32] G. N. Bathurst, « A Newton Solution for the Harmonic Analysis of Power Systems with Multiple Non-linear Devices: A Thesis Presented for the Degree of Doctor of Philosophy in Electrical and Electronic Engineering at the University of Canterbury, Christchurch, New Zealand », University of Canterbury, 1999.
- [33] K. Kadded, *Optimisation de forme de machines électriques à l'aide d'un logiciel éléments finis et de la méthode des pénalités intérieures étendues*. 1993.
- [34] A. Merdassi, « Outil d'aide à la modélisation moyenne de convertisseurs statiques pour la simulation de systèmes mécatroniques », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2009.
- [35] F. Bordry, « Synthèse des méthodes de simulation des convertisseurs statiques », Thèse de doctorat, INP Toulouse, 1985.
- [36] I. Galanaou, « Mise en équations et résolution de modèles circuit CEM issues d'INCA3D », INP Grenoble et UJF, Rapport de Master, mai 2010.
- [37] « MATLAB - Le langage du calcul scientifique - MathWorks France. » [En ligne]. Disponible sur: <http://fr.mathworks.com/products/matlab/>. [Consulté le: 25-mars-2015].
- [38] A. Uan-Zo-li, R. Burgos, F. Wang, D. Boroyevich, F. Lacaux, et A. Tardy, « Comparison of prospective topologies for aircraft autotransformer-rectifier units », in

- The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2003. IECON '03*, 2003, vol. 2, p. 1122-1127 Vol.2.
- [39] J.-D. Chatelain, *Machines électriques Tome 2*. Paris: Dunod, 1989.
- [40] L. GARBUIO, « Etude d'un réseau mixte AC-HVDC », LEEI et Airbus, 1, nov. 2006.
- [41] J.-P. Ferrieux et F. Forest, *Alimentations à découpage, convertisseurs à résonance: principes, composants, modélisation*. Paris: Dunod, 1999.
- [42] M. Poloujadoff et R. D. Findlay, « A Procedure for Illustrating the Effect of Variation of Parameters on Optimal Transformer Design », *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 1, n° 4, p. 202-205, nov. 1986.
- [43] « Condensateurs », *Exxelia Group*. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.exxelia.com/fr/tous-nos-produits/condensateurs-au-tantale/>. [Consulté le: 19-juin-2015].
- [44] M. Sautreuil, « La Robustesse : Une nouvelle approche pour l'intégration des systèmes de génération aéronautique », Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009.
- [45] H. L. Rakotoarison, « Méthode et outil de génération automatique de modèle pour l'optimisation fortement contrainte des microsystemes magnétiques. », Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I ; Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007.
- [46] B. Delinchant, D. Duret, L. Estrabaut, L. Gerbaud, H. Nguyen Huu, B. du Peloux, H.L. Rakotoarison, F. Verdier, F. Wurtz, "An Optimizer using the Software Component Paradigm for the Optimization of Engineering Systems", COMPEL, the international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, special issue : selected paper from the 9th workshop on optimization and inverse problems in electromagnetics, Sorrento, 2006, Volume 26, Number 2, 2007, pp 368-379
- [47] P. Enciu, L. Gerbaud, F. Wurtz, " Automatic Differentiation Applied for Optimization of Dynamical Systems", IEEE Transactions on Magnetics, ISSN: 0018-9464, Vol. 46, Issue 8, August 2010, pp. 2943-2946
- [48] P. Enciu, F. Wurtz, L. Gerbaud, B. Delinchant, "AD for Optimization in Electromagnetism Applied to Semi-Analytical Models Combining Composed Functions", COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, special issue on selected paper from OIPE'2008 (Optimisation and Inverse Problems in Electromagnetism), 2009, Volume 28 Issue 5, pp. 1313-1326
- [49] G. Gandanegara, « Méthodologie de conception systémique en génie électrique à l'aide de l'outil Bond Graph Application à une chaîne de traction ferroviaire », Thèse de doctorat, INP Toulouse, 2003.
- [50] M. C. Costa, S. I. Nabeta, A. B. Dietrich, J. R. Cardoso, Y. Marechal, et J.-L. Coulomb, « Optimisation of a switched reluctance motor using experimental design method and diffuse elements response surface », *Sci. Meas. Technol. IEE Proc. -*, vol. 151, no 6, p. 411-413, nov. 2004.
- [51] M. C. Costa, M. L. P. Filho, Y. Marechal, J.-L. Coulomb, et J. R. Cardoso, « Optimization of grounding grids by response surfaces and genetic algorithms », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no 3, p. 1301-1304, mai 2003.
- [52] A. Noire, S. Bergeon, A. Olliver, et Y. Courant, « Design of ST planar integrated inductors based on INFINISCALE flow », in *IEEE International Conference on Integrated Circuit Design and Technology and Tutorial*, 2008. ICICDT 2008, 2008, p. 305-308.

- [53] C. Larouci, « Conception et optimisation de convertisseurs statiques pour l'électronique de puissance Application aux structures à absorption sinusoïdale », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2002.



# **Modélisation fréquentielle analytique de convertisseurs statiques en vue du dimensionnement de systèmes par optimisation**

## **Résumé**

Dans le cadre du dimensionnement des systèmes de conversion statique d'énergie implantés dans des réseaux électriques, il est important de respecter certaines normes harmoniques. Pour caractériser celles-ci, on doit utiliser des approches des modélisations fréquentielles : soit numérique, soit semi-analytique. La deuxième est préférable pour à une procédure de dimensionnement par optimisation de système, qui requiert un modèle rapide et peut accepter beaucoup de contraintes. Cependant, la difficulté principale apparaît lors de la modélisation analytique des structures d'électronique de puissance, notamment celles ayant de la commutation naturelle.

Cette thèse propose une approche de modélisation semi-analytique où la résolution des équations implicites est faite par Newton-Raphson ou SQP. Cependant, cette approche pose des difficultés de convergence de la méthode utilisée du point de vue numérique et du point de vue du mode de fonctionnement du convertisseur statique. Ainsi, cette thèse propose différentes alternatives pour les résoudre.

En terme d'illustrations, cette thèse s'appuie particulièrement sur des applications avec des redresseurs à diodes qui sont largement utilisés dans les sous-stations de réseaux ferroviaires ou dans les réseaux d'avion, Notamment, un canal de puissance typique d'un Airbus de « nouvelle génération » sert d'application du point de vue de dimensionnement par optimisation.

Mots clés : convertisseur statique, dimensionnement de réseaux électriques, harmoniques, modélisation fréquentielle, optimisation

---

## **Analytical frequency modeling of static converters for the design base on optimization of systems**

### **Abstract**

For the design of static energy conversion systems from power grids, harmonic standards have to be respected. To characterize them, frequency modeling approaches, either numerical or semi-analytical. The second one is more advisable for the sizing by optimization of systems, where a fast model is required and many constraints have to be carried out. However, the main difficulties happen in the analytical modeling of power electronics structures, especially those with soft commutations.

This thesis proposes a semi-analytical modeling approach where the solving of implicit equations is carried out by Newton-Raphson or SQP. The convergence difficulties are analyzed in two viewpoints: numerically and according the operating mode of the static converters. Then, alternatives are proposed to solve them.

To illustrate the problematic, applications with diode rectifiers (widely used in railway electrical grid substations or airline electrical grid) are used. Especially, the sizing of power channel of « new generation » of an Airbus, is made by optimization, using the proposed modelling approach.

Keywords: design of electrical grids, frequency modeling, harmonics, optimization, static converter, numerical methods