



# Signal déterministe lié à la transmission d'activité dans un réseau de neurones ponctuels représenté par un graphe dirigé

Guillaume Becq

## ► To cite this version:

Guillaume Becq. Signal déterministe lié à la transmission d'activité dans un réseau de neurones ponctuels représenté par un graphe dirigé. 2013. <hal-01373068>

**HAL Id: hal-01373068**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01373068>**

Submitted on 28 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Signal déterministe lié à la transmission d'activité dans un réseau de neurones ponctuels représenté par un graphe dirigé.

Guillaume BECQ

Laboratoire Gipsa-lab  
11 rue des mathématiques, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères cedex, France  
guillaume.becq@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

**Thème** – Traitement du signal et graphes.

**Problème traité** – Signal lié à la transmission d'activité dans un graphe.

**Originalité** – Modèle de signal original pour une population de neurones. Le signal est vue comme la somme cumulée des activité se transmettant à travers un réseau de neurones. Le réseau de neurone est représenté par un graphe de connectivité dirigé.

**Résultats** – Il est montré que des fonctions  $t^\alpha$  avec  $\alpha \in \mathbf{R}$  peuvent être générées par ces réseaux.

## 1 Introduction

Si la modélisation du signal intracellulaire d'une cellule est bien maîtrisée [1], on peut se demander ce qui est enregistré par une électrode au voisinage d'une population de neurones [6, 5]. D'un autre côté, si la connectivité entre neurones peut être modélisée par des graphes dirigés, on peut se demander ce que produit le passage de l'activité d'un neurone aux autres et qu'elle peut être le signal observé correspondant à la somme des activités transmises dans le réseau. Cette transmission de l'activité à travers des chaînes de neurones est abordée d'un point de vue purement stochastique dans [2] où le terme de *synfire chain* est utilisée pour décrire la structure liée à cette propagation d'activité. La propagation de l'activité sur une grille d'automates cellulaires représentant des neurones est aussi étudiée dans [4, 3] par des calculs stochastiques. Les vitesses moyennes des ondes propagées sont calculées, sans pour autant avoir accès à ce qui peut être enregistré par une électrode. Là encore, les propagations entre neurones sont stochastiques liées à leur localisation sur un graphe aléatoire. Dans notre étude nous adoptons une approche déterministe, non trouvée dans la littérature, pour étudier le signal de l'activité d'un ensemble de neurones tel qu'observé par une électrode au voisinage de sa population. Pour cela nous étudions plusieurs configurations en partant des configurations les plus simples. Il est montré que sur ces réseaux simples, le signal enregistré peut suivre localement une loi de type  $x(t) = t^\alpha$  avec  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

## 2 Description des modèles

Nous nous plaçons dans un cadre où les connections entre neurones sont représentées par un graphe orienté  $G$ . Chaque sommet du graphe correspond à un neurone et chaque arc orienté correspond la liaison fonctionnelle d'activation du neurone efférent par le neurone afférent. Chaque neurone est considéré comme un automate cellulaire à 2 états, 0 ou 1, dit aussi neurone point (point neuron, [2]). Lorsqu'un neurone est activé, il reste en activité durant un temps  $T_{on}$ . Lorsqu'un neurone est activé, il rend actif les neurones sur lesquels il projette après un délai  $T_{delay}$ . Ces activations sont certaines. Dans cette étude, on s'intéresse à l'évolution du nombre de neurones activés à partir d'un évènement initial, qui correspond à la mise en activité d'un ensemble de neurones à partir de  $t = 0$ , à certains endroits du réseau. Soit  $s(t)$  le nombre de neurones actifs à l'instant  $t$ . Dans notre étude on considère que  $T_{on} \gg N$ , avec  $N$  le nombre de neurones du réseau et  $T_{delay}$  fixé arbitrairement à 1 est identique pour toutes les connections symbolisant les transmissions entre neurones. Dans ces conditions,  $s(t + 1) = s(t) + u(t)$  avec  $u(t)$  le nombre de nouveaux neurones mis en jeu dans la propagation de l'activité. L'activité de l'ensemble est donc vue comme la série  $s(t)$  de termes  $u(t)$ ,  $u(t)$  étant la suite générée par la mise en activité des neurones successifs reliés par le graphe  $G$ .

Les graphes représentant les réseaux de neurones étudiés dans cette étude sont présentés figure. 1.

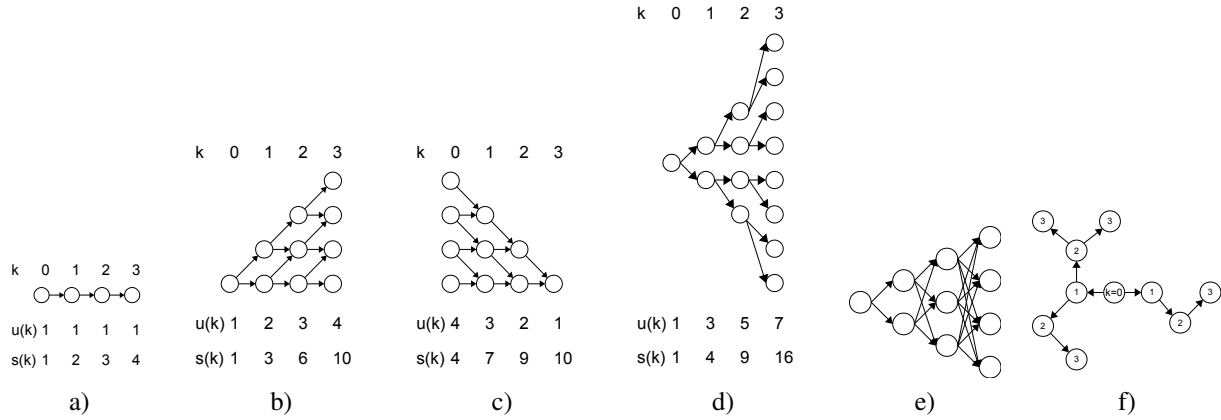


FIGURE 1 – Graphes simples : a) chaîne de neurones. b) arbre divergent avec progression arithmétique. c) arbre convergent. d) arbre binaire avec progression géométrique. e) et f) réseau équivalent d’un point de vue signal à b).  $k$  est l’instant d’activation de la couche considérée.  $u(k)$  est le terme de la suite du nombre de nouveaux neurones activés.  $s(k)$  est le nombre total de neurones activés à l’instant  $k$ .

### 3 Calcul des activités d’ensemble

Dans la figure 1, on constate que : a) induit un nombre de neurones en progression constante. C’est un cas particulier de suites ayant une progression constante ; b) et c) sont des cas particuliers de suites montrant une progression arithmétique ; b) correspond à un réseau divergent, c) à un réseau convergent ; d) est un cas particulier de suite ayant une progression géométrique.

On peut envisager d’autres structures telles que la progression des termes des suites se résume ainsi :

- suite arithmétique :  $u(n) = a n + b$
- suite géométrique :  $u(n) = b a^n$
- suite arithmético-géométrique :  $u(n) = \left( c + \frac{b}{(a-1)} \right) a^n - \frac{b}{(a-1)}$
- autre :  $u(n) = n^\alpha - (n-1)^\alpha$

Une notation récursive donne :

- suite arithmétique :  $u(n+1) = u(n) + a$
- suite géométrique :  $u(n+1) = a u(n)$
- suite arithmético-géométrique :  $u(n+1) = a u(n) + b$
- autre :  $u(n) = ?$

Le comportement d’ensemble aboutit alors à :

- suite arithmétique :  $s(n) = a/2 n^2 + (a/2 + b) n + b$
- suite géométrique :  $s(n) = b \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$
- suite arithmético-géométrique :  $s(n) = \left( c + \frac{b}{(a-1)} \right) \frac{(a^{n+1} - 1)}{a - 1} - \frac{b}{(a-1)} (n + 1)$
- autre :  $s(n) = n^\alpha$

Les signaux générés par de telles structures, à partir de l’activation de la région initiale de propagation, correspondent au front montant de l’activé et sont représentés figure 3.

L’étude du front descendant, correspondant à l’extinction des neurones dans le cas où  $T_{on}$  est atteint, conduit à la courbe complémentaire à 1 :  $f_{off}(t) = 1 - f_{on}(t)$ . La transformée de Fourier de tels signaux sont en  $S(f) \sim 1/f^{\alpha+1}$

### Références

- [1] S. Koch, “Biophysics of computation. Information processing in single neurons”, Oxford University Press, 1999.
- [2] M. Abeles, “Corticonics. Neural circuits of the cerebral cortex”, Cambridge University Press, 1991.
- [3] N. Vladimirov, R. D. Traub et Y. Tu, “Wave Speed in Excitable Random Networks with Spatially Constrained Connections”, PLoS ONE, 6(6) : e20536, 2011.
- [4] S. Boccaletti et al., “Complex networks : Structure and dynamics”, Physics Reports 424 : 175–308, 2006.

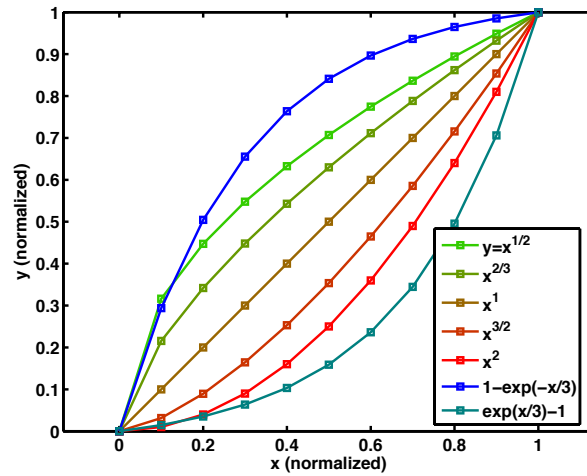


FIGURE 2 – Signaux observés correspond à l’activation des réseaux définis par des graphes. Les signaux sont normalisés en divisant par le nombre total de neurones de l’ensemble et le temps est normalisé pour arriver à  $x = 1$  quand tous les neurones sont activés. Ces signaux peuvent être considérés comme les fronts montants de la réponse à un échelon qui débute en 0 et dure pendant  $t_{on} \gg 1$ .

- [5] C. Bedard, H. Kroeger et A. Destexhe, “Does the 1/f frequency scaling of brain signals reflect self-organized critical states?”, Physical review letters, 97(11) : 118102, 2006.
- [6] C. Bédard, H. Kröger et A. Destexhe (2004), “Modeling extracellular field potentials and the frequency-filtering properties of extracellular space”, Biophysical journal, 86(3) : 1829–1842, 2004.