

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

IDENTIFICATION PARAMÉTRIQUE ET ANALYSE DE SENSIBILITÉ D'UN MODÈLE DYNAMIQUE DE L'AÉRONEF SA160 POUR LE DÉVELOPPEMENT D'UNE VERSION SANS PILOTE (DRONE)

Mémoire de maîtrise
Spécialité : génie mécanique

Mikaël CARDINAL

Jury : Patrice MASSON, ing., Ph.D. (directeur)
Jean DE LAFONTAINE, ing., Ph.D.
Mirko ZGELA, M.Sc., Aviatech Services Techniques Inc.

RÉSUMÉ

Ce mémoire présente les travaux qui ont été menés conjointement avec l'entreprise Aviatech Services Techniques Inc. (AST) de Trois-Rivières. AST est une firme d'ingénierie se spécialisant dans l'intégration de systèmes avioniques, dans la fabrication de systèmes de levées géophysiques ainsi que dans la conception et la certification de produits aéronautiques. Depuis sa création en 2007, celle-ci a accompli plusieurs projets portant sur des modifications structurales d'aéronefs et sur des essais en vol pour des appareils certifiés sous les catégories FAR 23, 25, 27 et 29. Récemment, l'entreprise s'est impliquée dans le secteur des drones et développe des partenariats avec différentes institutions, dont les universités.

Le projet présenté dans ce document s'inscrit dans la lignée des efforts mis par AST afin de développer une version sans pilote (drone) du SA160. De par l'investissement dans le développement technologique du SA160 ainsi que la connaissance des données techniques s'y rattachant, AST est à même de contribuer grandement au développement d'un tel aéronef. Également, l'entreprise est en bonne position afin de proposer des stratégies pour faciliter une future certification de l'appareil ainsi que son intégration dans un espace aérien civil.

Le projet de recherche est orienté sur le développement d'un modèle dynamique du SA160, lequel pourra éventuellement servir à des fins de conception de lois de commande et de système de navigation autonome. L'asservissement de ce système complexe requiert une étude approfondie de la dynamique de l'appareil en boucle ouverte. Ainsi, un modèle possédant un haut degré de fidélité est requis afin de démontrer la navigabilité de l'appareil et ses capacités de vol autonome. À cet effet, un modèle dynamique est obtenu à partir de techniques d'identification paramétrique du modèle à temps continu appliquées aux données de vol du SA160. La méthode est appliquée avec l'outil Matlab SIDPAC (*System IDentification Program for AirCraft*) développé par la NASA.

Dans un premier temps, l'instrumentation nécessaire à l'identification du système dynamique a été installée sur l'appareil. Des essais en vol ont permis de recueillir un ensemble de données inertielles et aérodynamiques pour des manœuvres de vol spécifiquement conçues pour maximiser l'efficacité du processus d'identification. Ces manœuvres permettent d'exciter les différents modes de l'aéronef, ce qui permet l'obtention de données riches en information pour l'identification des différents paramètres aérodynamiques du modèle. D'abord, la dynamique couplée à 6 degrés de liberté a été étudiée. À la suite des résultats obtenus, le système a été découplé en deux systèmes indépendants modélisant respectivement la dynamique longitudinale et la dynamique latérale/directionnelle.

La méthodologie utilisée a permis d'obtenir un modèle avec de bonnes capacités de prédiction, pour les dynamiques découplées. Une analyse de sensibilité a également été effectuée afin d'identifier le niveau de précision du modèle en regard de l'incertitude statistique des paramètres identifiés. Ces travaux permettent donc d'orienter les efforts de modélisation sur certains paramètres en particulier, en fonction de leur niveau d'influence sur les variables d'état du modèle.

Mots-clés : drone, modèle dynamique, identification paramétrique, analyse de sensibilité

REMERCIEMENTS

Premièrement, je tiens à remercier mon directeur de recherche, Patrice Masson. Ses conseils et son aide technique ont été des plus appréciées. Je souhaite également le remercier pour l'opportunité qu'il m'a donnée quant à ma participation à la conférence SciTech 2014 (AIAA), durant laquelle j'ai eu le privilège de présenter mes travaux de recherche.

Je veux également remercier tout le personnel d'Aviatech Services Techniques Inc. en ce qui a trait à l'instrumentation de l'appareil ainsi qu'au programme d'essais en vol. Je tiens à souligner particulièrement le travail de Mirko Zgela quant à son soutien technique ainsi que sa participation active aux essais en vol en tant que pilote du SA160, de même que le support financier de M. Louis Simon.

Je remercie également ma conjointe, Sarah Delafontaine, pour son support moral de même que ses encouragements continuels à me dépasser moi-même dans un domaine qui me passionne.

Enfin, merci au Fond de recherche du Québec – Nature et technologies (FRQNT), le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et Aviatech Services Techniques pour l'apport financier dont j'ai bénéficié dans le cadre d'une bourse BMP Innovation.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ.....	i
REMERCIEMENTS	iii
LISTE DES FIGURES.....	vii
LISTE DES TABLEAUX.....	ix
LEXIQUE.....	xi
LISTE DES SYMBOLES	xiii
LISTE DES ACRONYMES.....	xv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Contexte.....	1
1.2 Problématique.....	1
1.3 Structure du document.....	2
CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART	3
2.1 Modélisation analytique de la dynamique.....	3
2.1.1 Formulation des angles d'Euler.....	3
2.1.2 Formulation d'Euler-Rodrigues (quaternion).....	6
2.1.3 Couplage longitudinal-latéral.....	8
2.2 Détermination des paramètres aérodynamiques du modèle.....	8
2.2.1 Techniques de détermination.....	8
2.2.2 DATCOM.....	9
2.2.3 Identification par données de vol.....	10
2.2.4 Considérations statistiques	14
2.3 Définition des commandes pour l'identification du système	14
2.4 Système de navigation autonome	17
2.4.1 Lois de contrôle	18
CHAPITRE 3 DÉFINITION DU PROJET	21
3.1 Définition.....	21
3.2 Objectifs	22
CHAPITRE 4 MÉTHODOLOGIE.....	23
4.1 Approche proposée.....	23
4.2 Instrumentation.....	25
4.3 Procédure expérimentale	28
CHAPITRE 5 IDENTIFICATION D'UN MODÈLE DYNAMIQUE COUPLÉ À 6 DDL	
31	
5.1 Introduction	36
5.2 The SA160 General Aviation Aircraft	37
5.3 The Aircraft Model.....	39
5.4 Identification methodology.....	43
5.4.1 System Identification.....	43
5.4.2 Data Instrumentation Errors	45
5.5 Instrumentation and Flight Testing	45
5.5.1 Air Data	45
5.5.2 Inertial Data	46
5.5.3 Flight Control Surfaces.....	46
5.5.4 Weight and Balance and CofG.....	47

5.5.5	Flight Test Program.....	48
5.6	Results.....	49
5.6.1	Longitudinal Dynamics.....	49
5.6.2	Lateral/directional Dynamics.....	50
5.6.3	Fully-coupled Dynamics.....	52
5.7	Conclusion.....	54
5.8	Acknowledgments.....	55
CHAPITRE 6 ANALYSE DE SENSIBILITÉ DU MODÈLE DYNAMIQUE.....		56
6.1	Introduction.....	64
6.2	The SA160 General Aviation Aircraft.....	65
6.3	The Aircraft Model.....	66
6.4	Identification Methodology.....	69
6.4.1	General Approach.....	69
6.4.2	Data Processing.....	71
6.4.3	Parameters Estimation.....	72
6.5	Instrumentation and Flight Testing.....	73
6.5.1	Overview.....	73
6.5.2	Air Data.....	74
6.5.3	Inertial Data.....	75
6.5.4	Flight Control Surfaces Calibration.....	76
6.5.5	Weight & Balance and CofG Determination.....	76
6.5.6	Flight Test Program.....	77
6.6	Sensitivity Analysis.....	78
6.6.1	Approach.....	79
6.6.2	Longitudinal Dynamics.....	82
6.6.3	Lateral/Directional Dynamics.....	86
6.1	Conclusion.....	90
6.2	Acknowledgments.....	92
CHAPITRE 7 CONCLUSION.....		93
ANNEXE A	Formulation avec quaternions.....	95
ANNEXE B	Modélisation avec DATCOM.....	97
ANNEXE C	Format SIDPAC pour les données de vol.....	101
ANNEXE D	Commandes de vol pour l'identification.....	103

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Systèmes d'axe utilisés pour le développement des équations du mouvement	4
Figure 2.2: Représentation des angles d'Euler (ϕ , θ , ψ) ainsi que des systèmes de coordonnées de l'aéronef et celui fixé au sol [29].....	5
Figure 2.3 : L'axe d'Euler permet de représenter l'orientation avec quatre paramètres, soit l'angle de rotation total Θ et les trois composantes du vecteur de l'axe d'Euler (E_x , E_y et E_z) [29]	7
Figure 2.4: Modélisation de la géométrie du SA160 avec le logiciel DATCOM+ PRO	10
Figure 2.5 : Approche générale pour l'identification paramétrique [21]	11
Figure 2.6 : Erreur expérimentale causée par la justesse des capteurs ainsi que par le caractère aléatoire du bruit [21]	12
Figure 2.7 : Schématique de la technique par erreur de sortie	13
Figure 2.8 : Commandes du type 3-2-1-1 (a), 2-1-1 (b) et doublet (c).....	16
Figure 2.9: Schématique typique d'un système de contrôle de vol d'un aéronef à décollage horizontal (<i>HTOL</i>) [3]	18
Figure 2.10 : Processus de conception d'un système de régulation avec un modèle linéaire et un modèle non linéaire [33].....	20
Figure 4.1 : Étape 1 du projet de recherche.....	23
Figure 4.2 : Étapes 2 et 3 du projet de recherche	24
Figure 4.3: Capteur de données aérodynamiques (<i>airdata boom</i>) d'Aero-Instruments.....	27
Figure 4.4: Unité de mesures inertielles et GPS (<i>GPS-aided IMU</i>) VN200 de VectorNav	27
Figure 4.5 : Procédure générique pour chaque manœuvre effectuée pour l'acquisition de données de vol	28
Figure 5.1: SA160 general views and basic dimensions.	37
Figure 5.2 : Fully-coupled parameters identification methodology. The system identification is performed with SIDPAC output-error method with the model structure equations presented in this paper. The result from the decoupled parameter estimates is used as initial estimates for the fully-coupled case.....	43
Figure 5.3 : SA160 research platform used for flight testing with close caption on the airdata boom installation. The tests were conducted at Trois-Rivières airport, Québec, Canada.	48
Figure 5.4 : Converged model fit to flight data for four consecutive inputs to elevator. Flight conditions are $V_0 = 174$ ft/s and 4130 ft pressure altitude.....	49
Figure 5.5 : Prediction results for longitudinal dynamics. Flight conditions are $V_0 = 170$ ft/s and 3737 ft pressure altitude.....	50
Figure 5.6 : Converged model fit to flight data for ailerons and rudder inputs. Flight conditions are $V_0 = 171$ ft/s and 3678 ft pressure altitude.....	51
Figure 5.7 : Prediction results for lateral/directional dynamics. Flight conditions are $V_0 = 183$ ft/s and 3505 ft pressure altitude.	52
Figure 5.8 : Inputs for fully-coupled system identification.....	53
Figure 5.9 : Converged model for fully-coupled inputs. No significant aerodynamic coupling is observed. The circled zones correspond to the time window where aerodynamic coupling is to be observed. These areas are related to the excitation type, as explained previously. Flight conditions are $V_0=170$ ft/s and 3300 ft pressure altitude.....	53
Figure 6.1: SA160 general views and basic dimensions.	65
Figure 6.2 : SA160 system identification approach.	69

Figure 6.3: Raw data processing steps for system identification.	71
Figure 6.4 : Schematic of the instrumentation package installed on the research aircraft.	74
Figure 6.5 : Airdata boom installation on the research aircraft.	75
Figure 6.6 : VN200 GPS-Aided IMU unit and DAU installation in aircraft cockpit.	76
Figure 6.7: Sensitivity analysis procedure.	79
Figure 6.8 : Prediction of longitudinal dynamics output variables time-history for the $\pm 3\sigma$ variation of the control derivative D_{m,δ_e} around its nominal value identified from the output-error method.	82
Figure 6.9 : Error (%) of the longitudinal output variable amplitudes (a) and TIC variation due to the uncertainty in dimensionless vertical force derivative with respect to AoA. The graphs are plotted for the $\pm 3\sigma$ interval.	83
Figure 6.10 : Combined TIC sensitivities to pairs of parameters that most significantly affect the model outputs $\Delta\alpha$ (a), Δq (b) and $\Delta\alpha_z$ (c). The most significant parameters are plotted in the $\pm 3\sigma$ interval, and all the others are randomly varied in their respective $\pm 3\sigma$ interval.	85
Figure 6.11 : Prediction of lateral/directional dynamics output variable time-history for the $\pm 3\sigma$ variation of the control derivative D_{y,δ_a} around its nominal value identified from the output-error method (b), and associated inputs to ailerons and rudder (a).	87
Figure 6.12 : Combined TIC sensitivities to pairs of lateral/directional parameters that most significantly affect the model outputs $\Delta\beta$ (a), Δp (b), Δr (c), $\Delta\phi$ (d), $\Delta\psi$ (e) and $\Delta\alpha_y$ (f). The most significant parameters are continuously varied in the $\pm 3\sigma$ interval, and all the others are randomly varied in their respective $\pm 3\sigma$ intervals.	89
Figure B.1 : Vitesse calibrée (KCAS) et angle de tangage associés au mode phugoïde	97
Figure B.2 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique du mode phugoïde	98
Figure B.3 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique courte période	99
Figure B.4 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique avec déploiement des volets hypersustentateurs	100
Figure D.1 : Impulsion à deux côtés	103
Figure D.2 : Balayage en fréquence	103
Figure D.3 : Commande du type doublet	104
Figure D.4 : Commande du type 3-2-1-1	104
Figure D.5 : Commande du type 2-1-1	105
Figure D.6 : Ondes carrées orthogonales	106
Figure D.7 : Ondes carrées avec décalage	106

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Applicabilité du facteur d'échelle (λ) ou du paramètre pour l'erreur de justesse (b) selon le type de capteur typiquement utilisé pour l'identification paramétrique d'un aéronef [21]	12
Tableau 4.1 : Quantités physiques et capteurs correspondants utilisés pour l'identification de la dynamique du SA160.	26
Table 5.1: SA160 general characteristics	37
Table 5.2: Variables used in the state-space model.....	40
Table 5.3: Parameters identified for the data shown on Figure 5.4.....	49
Table 5.4: Lateral/direction parameters identified for the converged model	51
Table 6.1: SA160 general characteristics	65
Table 6.2: Longitudinal dynamics parameters uncertainty influence on the output variables for the one-at-a-time $\pm 3\sigma$ parameter variation. The highlighted lines correspond to the most influential parameters for the model prediction accuracy.	84
Table 6.3: Lateral/directional dynamics parameters uncertainty influence on the output variables for the one-at-a-time $\pm 3\sigma$ parameter variation. The highlighted lines correspond to the most influential parameters to the model prediction accuracy.	88
Tableau C.1 : Format de la matrice des données de vol pour le <i>toolbox</i> SIDPAC.....	101

LEXIQUE

Terme technique	Définition
Systeme de régulation	Ce qui est rajouté à un système dynamique pour l'asservir.
<i>Hardware-In-the-Loop</i>	Nom donné à une technique de simulation en temps réel qui fait appel à un modèle mathématique pour représenter la dynamique du système étudié, celui-ci étant utilisé de pair avec une unité de contrôle réelle ou encore avec des composantes réelles du système.
<i>Sense-and-Avoid</i>	Décrit la capacité d'un appareil sans pilote à détecter les aéronefs à proximité et à garder une distance sécuritaire avec ces derniers.

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
$[\]$	Dérivée première selon le référentiel inertiel
$[\ddot{\ }]$	Dérivée seconde selon le référentiel inertiel
a	Accélération
b	Envergure de l'aile
bhp	<i>Brake horse power</i>
C_N	Coefficient de la force normale
C_X	Coefficient de la force axiale
C_Z	Identique à C_N , mais de signe opposé
F_S	Vecteur représentant la force de surface nette
g	Constante d'accélération gravitationnelle (9.81 m/s ²)
I	Tenseur d'inertie
l	Composante du moment aérodynamique autour de l'axe x_b
lbm	Livre-masse (impérial)
m	Composante du moment aérodynamique suivant l'axe y_b
M_S	Vecteur représentant le moment net
n	Composante du moment aérodynamique autour de l'axe z_b
p	Taux de roulis
pi	Pied (impérial)
q	Taux de tangage
r	Taux de lacet
S_w	Surface alaire
u	Vitesse selon l'axe x_b
v	Vitesse selon l'axe y_b
V	Vecteur des vitesses de translation
V_w	Vitesse du vent dans le repère fixe du sol
V_∞	Vitesse de l'écoulement par rapport à l'aéronef
w	Vitesse selon l'axe z_b
X	Composante de la force aérodynamique selon l'axe x_b
x_b, y_b, z_b	Coordonnées cartésiennes rattachées au CM de l'aéronef (en mouvement)
x_f, y_f, z_f	Coordonnées cartésiennes rattachées au sol (fixe)
Y	Composante de la force aérodynamique selon l'axe y_b
Z	Composante de la force aérodynamique selon l'axe z_b
α	Angle d'attaque

β	Angle de dérive
ρ_∞	Densité de l'air
ϕ, θ, ψ	Angles d'Euler
ω	Vecteur des vitesses angulaires

LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	Définition
AFCS	<i>Automatic Flight Control System</i>
AIAA	<i>American Institute of Aeronautics and Astronautics</i>
CAS	<i>Command Augmentation System</i>
CM	<i>Centre de masse</i>
DDD	<i>Dull, Dirty and Dangerous</i>
DDL	<i>Degré de liberté</i>
DGPS	<i>Differential Global Positioning System</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
FAA	<i>Federal Aviation Administration (États-Unis)</i>
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
HIL	<i>Hardware-In-the-Loop</i>
HTOL	<i>Horizontal Take-Off and Landing</i>
IFR	<i>Instruments Flight Rules</i>
IMU	<i>Inertial Measurements Unit</i>
KCAS	<i>Knots Calibrated Air Speed</i>
LQG	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
LQT	<i>Linear Quadratic Tracker</i>
LPV	<i>Linear Parametric Varying</i>
MEMS	<i>Micro Electro-Mechanical System</i>
MIMO	<i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i>
USAF	<i>United States Air Force</i>
VFR	<i>Visual Flight Rules</i>
WAAS	<i>Wide Area Augmentation System</i>
XML	<i>Extensible Markup Language</i>

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte

Les véhicules aériens sans pilote sont typiquement utilisés pour des missions longues et répétitives du point de vue du pilote, pour des fins militaires, ou encore, pour des missions où l'environnement pourrait présenter un sérieux risque pour la santé du pilote, tel qu'un environnement toxique ou radioactif. Ces trois types de mission pour lesquelles on fait appel à des véhicules sans pilote sont couramment décrits par l'acronyme anglais DDD, signifiant *Dull, Dirty and Dangerous* [3]. L'avantage économique d'une plate-forme de ce type est également un des principaux attraits. Selon Reg Austin [3], les coûts d'opérations d'une plate-forme sans pilote représentent de 40% à 80% des coûts d'opération d'un aéronef piloté effectuant la même mission, et ce, considérant la mise en œuvre d'une station de contrôle au sol. Il est donc fort intéressant pour les entreprises manufacturières d'aéronefs d'investir dans le développement d'une plate-forme aérienne sans pilote, puisque ce genre d'aéronef est de plus en plus demandé.

AST investit actuellement dans le développement technologique relié au secteur des drones, principalement pour ce qui est de l'intégration de capteurs embarqués ainsi qu'en ce qui concerne le développement de systèmes de contrôle de vol. À cet effet, AST propose au candidat le projet de maîtrise présenté dans ce mémoire. En tant que détenteur du Certificat Type du Symphony SA160, AST a contribué grandement au développement technologique de cet appareil de l'aviation générale. Plusieurs modèles du SA160 sont disponibles, principalement une version VFR et IFR, ainsi que des configurations pour des travaux aériens permettant l'inspection d'infrastructures.

1.2 Problématique

Dans le cadre du développement d'une version sans pilote (drone) du SA160, l'état de l'art montre qu'un modèle dynamique est nécessaire afin de déterminer la stabilité et la robustesse d'un tel système. Jusqu'à maintenant, aucun modèle de la dynamique du SA160 n'a été élaboré. Plus particulièrement dans l'optique où l'aéronef sera certifié pour des opérations dans un espace aérien civil, l'élaboration d'un système de contrôle basé sur un modèle

dynamique réaliste est de mise. La problématique est donc d'identifier un modèle dynamique possédant d'excellentes caractéristiques de prédiction en boucle ouverte, ce qui mènera éventuellement à la conception de lois de commande (boucle fermée) et à des simulations HIL (*Hardware-In-the-Loop*) critiques pour la démonstration technologique d'un tel aéronef.

1.3 Structure du document

Ce document est un mémoire par article, qui inclut un acte de conférence (AIAA SciTech 2014) ainsi qu'un article soumis au *Canadian Aeronautics and Space Journal* (CASJ). Dans un premier temps, un chapitre porte sur l'état de l'art des modèles dynamiques d'aéronefs ainsi que sur l'aspect du contrôle d'un véhicule aérien sans pilote. Bien que les travaux présentés se limitent à l'élaboration du modèle dynamique du SA160, l'aspect du contrôle est brièvement abordé dans l'état de l'art afin de situer les activités de ce projet de maîtrise dans son contexte plus global. Cette revue bibliographique est suivie de l'approche proposée ainsi que de la méthodologie au Chapitre 4. Encore une fois, la méthodologie proposée recense les étapes qui permettront de mettre en œuvre des lois de contrôle sur le SA160. Cependant, seulement la première étape de cette méthodologie est présentée dans le cadre de cette recherche.

Suivant la méthodologie, les Chapitres 5 et 6 présentent respectivement l'acte de conférence ainsi que l'article de journal soumis au CASJ. Chacun de ces articles est précédé d'un avant-propos permettant de situer la contribution de l'article aux travaux de recherche menés dans cette maîtrise.

CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART

Le présent chapitre portera, dans un premier temps, sur la modélisation dynamique d'un aéronef. Les équations du mouvement sont élaborées de même que les différentes représentations mathématiques utilisées dans la littérature. Également, l'identification paramétrique de modèles dynamiques d'aéronefs à partir de données expérimentales est le sujet de discussion. Afin de fournir une vue d'ensemble pour la suite du projet, une section porte sur la navigation autonome et la conception de lois de commande à l'aide de modèles dynamiques. L'état des connaissances sur l'aspect de l'incertitude statistique des paramètres identifiés à partir d'essais en vol est enfin présenté.

2.1 Modélisation analytique de la dynamique

Afin d'être en mesure de prédire le comportement dynamique d'un aéronef dans le contexte d'une boucle d'asservissement, il est opportun de s'attarder au modèle utilisé en boucle ouverte avant de s'attarder aux lois de contrôle en boucle fermée. Cette approche suivant laquelle un modèle d'asservissement est basé sur une modélisation dynamique est couramment utilisée pour la conception de systèmes de contrôle automatiques d'aéronefs sans pilote [17] [19] [6] [24]. Cette approche permet, entre autres, d'optimiser les paramètres du système de régulation pour les différentes phases du profil de mission, par exemple pour une manœuvre d'évitement ou encore pour l'atterrissage et le décollage automatique. Les prochains paragraphes seront dédiés à une brève description de quelques modèles mathématiques régissant le mouvement d'un aéronef. Quelques outils logiciels seront également présentés avec leurs avantages et leurs limites.

2.1.1 Formulation des angles d'Euler

Le système d'équations présenté ici décrit le mouvement d'un aéronef selon les 6 DDL. La nomenclature utilisée est celle de Phillips [29]. La Figure 2.1 montre les systèmes d'axe utilisés pour le développement des équations, soit le repère fixé à l'aéronef ainsi que le repère fixé au sol. Dans le développement qui suit, les mouvements de l'aéronef sont décrits par rapport au repère fixe au sol. À des fins de simulation, et, considérant des manœuvres qui s'effectuent sur des distances relativement courtes par rapport au rayon de courbure de la

Terre, il n'est pas nécessaire ici d'utiliser un repère géocentrique avec des coordonnées sphériques. Le repère géographique est plutôt utilisé, tel qu'illustré à la Figure 2.1.

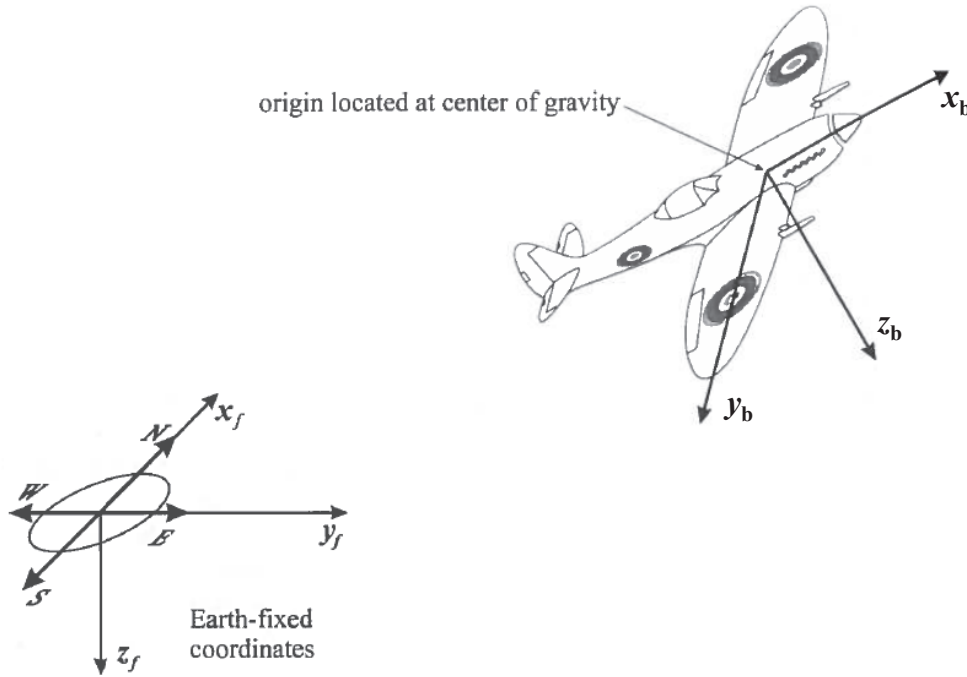


Figure 2.1 : Systèmes d'axe utilisés pour le développement des équations du mouvement

Le repère cartésien fixe rattaché au sol et celui rattaché à l'aéronef facilitent respectivement l'expression des forces et des moments ainsi que celle du tenseur d'inertie. La deuxième loi de Newton se résume aux équations (2.1) et (2.2), pour le cas d'un corps rigide dans le repère rattaché au corps [29]. L'équation (2.3) est le tenseur d'inertie.

$$\mathbf{F}_S + \mathbf{W} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) + \boldsymbol{\omega} \times (m\mathbf{V}) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{M}_S + \mathbf{W} = \frac{d}{dt}([\mathbf{I}]\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\omega} \times ([\mathbf{I}]\boldsymbol{\omega}) \quad (2.2)$$

$$[\mathbf{I}] = \begin{bmatrix} I_{xx_b} & -I_{xy_b} & -I_{xz_b} \\ -I_{yx_b} & -I_{yy_b} & -I_{yz_b} \\ -I_{zx_b} & -I_{zy_b} & -I_{zz_b} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ici, le vecteur \mathbf{F}_S représente la force de surface nette sur l'aéronef, \mathbf{W} le poids et \mathbf{M}_S le vecteur du moment net sur l'aéronef. Avec u , v , et w , les vitesses suivant les trois axes du repère rattaché à l'aéronef, m la masse de l'aéronef, et p , q et r , les vitesses angulaires

correspondantes, et W_{x_b} , W_{y_b} , W_{z_b} les composantes de la force gravitationnelle selon les 3 axes de l'aéronef, la deuxième loi de Newton conduit aux relations matricielles (2.4) et (2.5).

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x_b} + W_{x_b} + (rv - qw)W/g \\ F_{y_b} + W_{y_b} + (pw - ru)W/g \\ F_{z_b} + W_{z_b} + (qu - pv)W/g \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\begin{bmatrix} I_{xx_b} & 0 & -I_{xz_b} \\ 0 & I_{yy_b} & 0 \\ -I_{xz_b} & 0 & I_{zz_b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_{x_b} + (I_{yy_b} - I_{zz_b})qr + I_{xz_b}pq \\ M_{y_b} + (I_{zz_b} - I_{xx_b})pr + I_{xz_b}(r^2 - p^2) \\ M_{z_b} + (I_{xx_b} - I_{yy_b})pq + I_{xz_b}qr \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Par la suite, la position et l'orientation de l'aéronef par rapport au système de coordonnées cartésiennes fixé au sol sont déterminées avec la formulation des angles d'Euler, soit ϕ , θ et ψ représentant respectivement l'angle de roulis, l'angle de tangage et l'angle de lacet. Ces angles sont illustrés à la Figure 2.2 en relation avec le référentiel fixé au sol et celui fixé à l'aéronef.

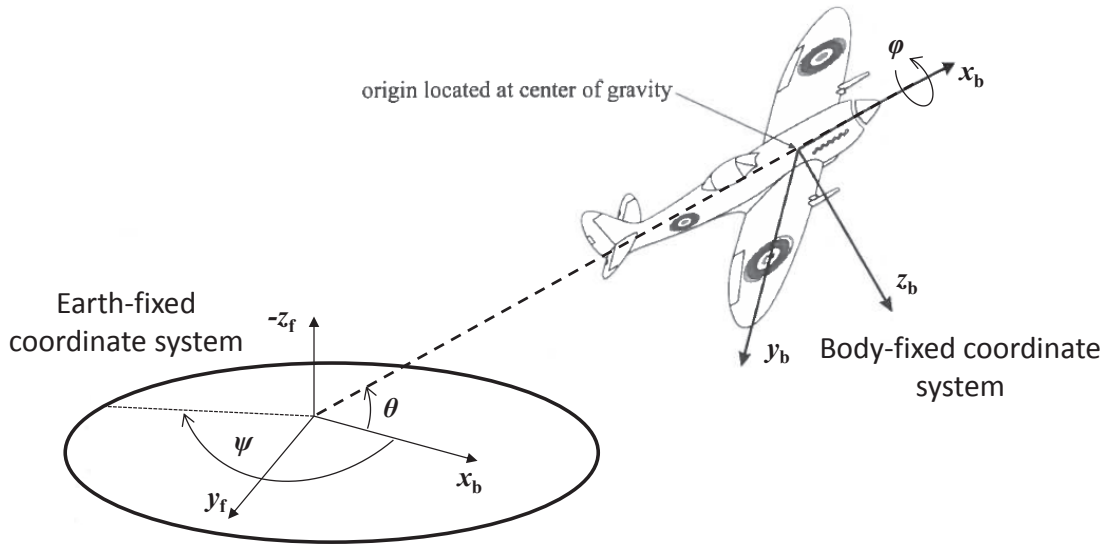


Figure 2.2: Représentation des angles d'Euler (ϕ , θ , ψ) ainsi que des systèmes de coordonnées de l'aéronef et celui fixé au sol [29]

Ainsi, pour passer d'un repère à l'autre, on fait appel à un ensemble de 6 équations différentielles qui sont les équations de transformation cinématiques [29]. Cet ensemble combiné avec les équations (2.4) et (2.5) mène à un système de 12 équations différentielles non linéaires (équations (2.6) à (2.9)).

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} = \frac{g}{W} \begin{Bmatrix} F_{x_b} \\ F_{y_b} \\ F_{z_b} \end{Bmatrix} + g \begin{Bmatrix} -S_\theta \\ S_\phi C_\theta \\ C_\phi C_\theta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx_b} & 0 & -I_{xz_b} \\ 0 & I_{yy_b} & 0 \\ -I_{zx_b} & 0 & I_{zz_b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} M_{x_b} + (I_{yy_b} - I_{zz_b})qr + I_{xz_b}pq \\ M_{y_b} + (I_{zz_b} - I_{xx_b})pr + I_{xz_b}(r^2 - p^2) \\ M_{z_b} + (I_{xx_b} - I_{yy_b})pq - I_{xz_b}qr \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{y}_f \\ \dot{z}_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_{wx_f} \\ V_{wy_f} \\ V_{wz_f} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_\phi S_\theta / C_\theta & C_\phi S_\theta / C_\theta \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & S_\phi / C_\theta & C_\phi / C_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Les symboles S_x et C_x des matrices de transformation représentent respectivement $\sin(x)$ et $\cos(x)$. Pour les autres symboles, se référer à la Liste des symboles. Il est à noter que l'équation (2.9) présente une singularité, connue sous le nom de *gimbal lock*. Cette singularité peut être évitée si on fait appel à une transformation qui utilise l'algèbre quaternion, cependant elle a très peu de chance de se produire si l'avion opère dans des conditions normales de vol [29]. Enfin, il est opportun de souligner que les effets de précession gyroscopique (hélice) et les effets de couplage inertiel ne sont pas pris en considération dans ce système d'équations. Se référer à la section 2.1.3 pour le système d'équations qui considère ces effets.

2.1.2 Formulation d'Euler-Rodrigues (quaternion)

D'autres formulations existent, telles que celle de l'axe d'Euler, celle du cosinus directionnel, ou encore celle d'Euler-Rodrigue (quaternion). Ces différentes formulations des équations de transformation cinématiques sont présentées par Phillips, Hailey et Gebert [30]. Pour le cas de la formulation d'Euler-Rodrigue, les équations de transformation cinématiques sont d'abord décrites avec l'axe d'Euler, ce qui introduit un quatrième degré de liberté mathématique [29]. Ainsi, l'orientation de l'aéronef est décrite par l'angle total de rotation Θ , comme il est

montré à la Figure 2.3. La formulation d'Euler-Rodrigue découle des quatre paramètres de la formulation de l'axe d'Euler.

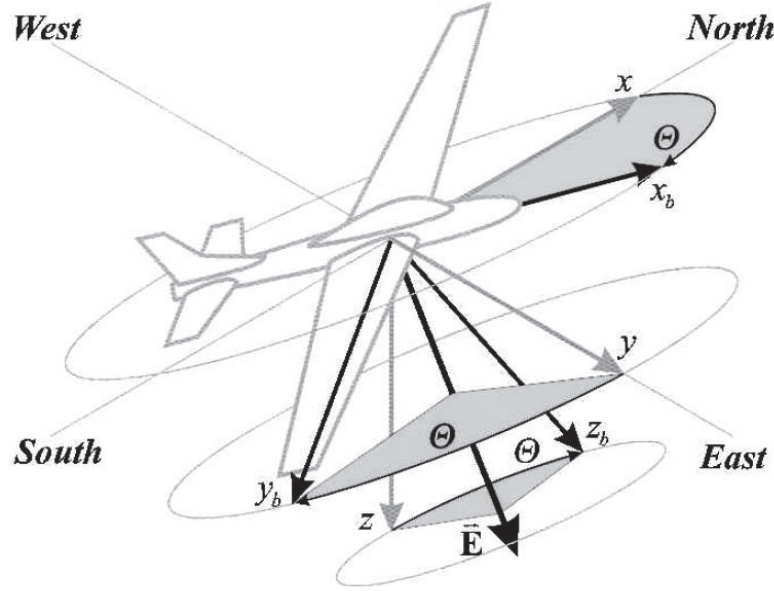


Figure 2.3 : L'axe d'Euler permet de représenter l'orientation avec quatre paramètres, soit l'angle de rotation total Θ et les trois composantes du vecteur de l'axe d'Euler (E_x , E_y et E_z) [29]

Enfin, la formulation d'Euler-Rodrigues utilise l'axe d'Euler et définit les *paramètres symétriques d'Euler-Rodrigues* (quaternion).

$$\begin{pmatrix} e_0 \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta/2) \\ E_x \sin(\Theta/2) \\ E_y \sin(\Theta/2) \\ E_z \sin(\Theta/2) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Afin d'illustrer la forme générale d'un quaternion, $Q(e_0, e_x, e_y, e_z)$ est défini par l'équation (2.11).

$$Q = e_0 + e_x \vec{i} + e_y \vec{j} + e_z \vec{k} \quad (2.11)$$

On observe donc qu'un quaternion est composé d'un scalaire et de trois vecteurs. La formulation via les quaternions conduit à un ensemble de 13 équations différentielles au lieu des 12 initiales, de par l'introduction d'un degré de liberté mathématique supplémentaire. Ce système d'équations est présenté à l'ANNEXE A, de même que les opérations matricielles qui permettent de passer d'un repère à l'autre.

2.1.3 Couplage longitudinal-latéral/directionnel

Afin de considérer les effets de couplage inertiel et gyroscopique, l'équation (2.7) est modifiée pour conduire à l'équation (2.12). La matrice des composantes du moment angulaire net (h_{x_b} , h_{y_b} , h_{z_b}) est donc rajoutée au système des 12 équations différentielles ordinaires de la section 2.1.1 .

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{xx_b} & -I_{xy_b} & -I_{xz_b} \\ -I_{xy_b} & I_{yy_b} & -I_{yz_b} \\ -I_{xz_b} & -I_{yz_b} & I_{zz_b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} M_{x_b} \\ M_{y_b} \\ M_{z_b} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -h_{z_b} & h_{y_b} \\ h_{z_b} & 0 & -h_{x_b} \\ -h_{y_b} & h_{x_b} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{Bmatrix} (I_{yy_b} - I_{zz_b})qr + I_{yz_b}(q^2 - r^2) + I_{xz_b}pq - I_{xy_b}pr \\ (I_{zz_b} - I_{xx_b})pr + I_{xz_b}(r^2 - p^2) + I_{xy_b}qr - I_{yz_b}pq \\ (I_{xx_b} - I_{yy_b})pq + I_{xy_b}(p^2 - q^2) + I_{yz_b}pr - I_{xz_b}qr \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ce moment angulaire net peut être causé par la rotation d'une hélice dans le repère fixe de l'avion, tandis que le couplage inertiel peut se produire dans le cas où la masse de l'aéronef n'est pas distribuée symétriquement par rapport au plan x_b - y_b (voir Figure 2.1). Il est à noter que, dans la littérature, on fait souvent référence aux équations découplées, c'est-à-dire que la dynamique à 6 DDL est séparée en 2 systèmes, soit les équations longitudinales linéarisées et les équations latérales/directionnelles linéarisées. Chacun de ces systèmes possède 3 DDL et fait appel à la théorie des petites perturbations (*small-disturbance theory*). Afin d'être valide, cette approximation doit être appliquée dans le cas où les forces et moments aérodynamiques varient lentement et pour des manœuvres en vol qui ne s'éloignent pas considérablement des conditions d'équilibre statique [29], qui seront explicitées dans les prochaines sections. Enfin, même en considérant un aéronef qui opère dans une plage qui respecte l'hypothèse des petites perturbations, le couplage longitudinal-latéral peut se produire [29, 31]. Ce couplage peut également provenir des effets aérodynamiques de l'hélice en rotation dans le cas d'un avion monomoteur.

2.2 Détermination des paramètres aérodynamiques du modèle

2.2.1 Techniques de détermination

Pour être en mesure d'exprimer les forces aérodynamiques dans le système d'équations différentielles présenté plus tôt, plusieurs alternatives sont possibles. Principalement, (1) une

caractérisation en soufflerie, (2) un calcul faisant appel à des méthodes numériques ou encore, (3) l'identification d'un modèle aérodynamique à partir d'essais en vol sont parmi les différentes options auxquelles on fait appel [8]. À ce jour, aucun modèle complet de la dynamique du SA160 n'a été développé. La première méthode mentionnée ne sera pas exploitée dans le cadre des travaux de la présente recherche, puisqu'elle implique des essais souvent longs et coûteux.

2.2.2 DATCOM

Dans un premier temps, le *USAF Digital Data Compendium* (DATCOM), a été utilisé pour l'estimation des paramètres aérodynamiques du SA160 sans avoir recourt à des essais en soufflerie [12, 19, 33, 36]. À l'origine, cet outil était un sommaire de quelque 1400 pages préparé par la *Douglas Aircraft Company*. Ce sommaire des méthodes pour l'évaluation des coefficients aérodynamiques a été programmé en FORTRAN, pour ensuite être repris par Bill Galbraith, lequel l'a converti dans un format plus facile d'utilisation [13]. Concernant la validité de cet outil, des données comparant des tests en vol et un modèle utilisant les coefficients générés par DATCOM+ PRO ont été comparés. Les résultats semblent assez concluants, et ce, sans ajustement du modèle [12]. Quelques graphiques théoriques découlant d'un modèle dynamique utilisant DATCOM+ PRO sont comparés à des données expérimentales à l'ANNEXE B. En spécifiant un fichier *XML* contenant la géométrie de l'aéronef et les conditions de vol, il est donc possible de décrire les paramètres aérodynamiques sur l'ensemble des phases de la mission. Les coefficients aérodynamiques du SA160 ont été estimés à l'aide de ce logiciel en se basant sur un modèle déjà programmé d'un Cessna 172. Ce dernier possède une configuration très similaire au SA160, avec une aile haute haubanée ainsi qu'une configuration d'empennage identique. Le profil et la forme de l'aile ainsi que la géométrie du fuselage et des surfaces de contrôle ont été modifiés pour correspondre à celles du SA160. Les paramètres obtenus avec DATCOM ont ensuite servi comme intrants à la méthode d'identification du système présentée à la section 2.2.3

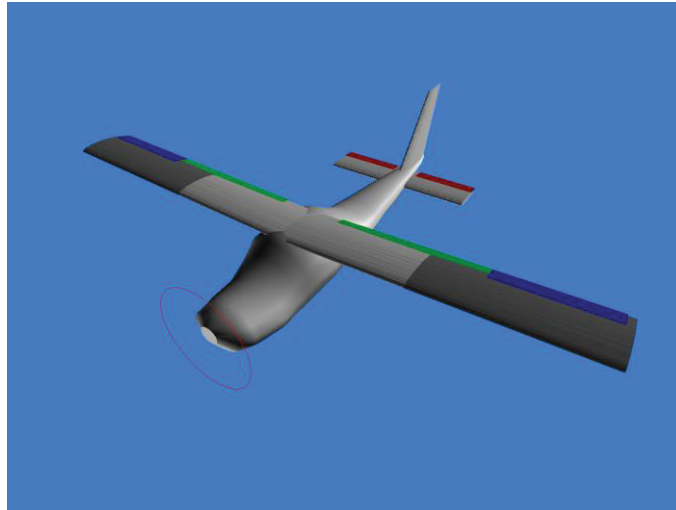


Figure 2.4: Modélisation de la géométrie du SA160 avec le logiciel DATCOM+ PRO

2.2.3 Identification par données de vol

Plusieurs références portent sur l'identification de la dynamique d'aéronefs par le biais d'essais en vol [5, 7, 28, 34]. Cette approche permet donc de déterminer les paramètres *a priori* inconnus de l'aéronef de sorte que la réponse dynamique du modèle mathématique représente avec précision la réponse mesurée. Deux auteurs récurrents dans ce domaine sont V. Klein et Eugene A. Morelli, qui présentent quelques études de cas avec des données non fictives provenant d'essais en vol dans un ouvrage qui s'adresse particulièrement aux ingénieurs-chercheurs dans cette discipline [21]. Klein et Morelli y présentent plusieurs méthodes qui sont utilisées afin d'identifier un modèle de la dynamique d'un aéronef à partir d'essais en vol. Ces méthodes pourraient même être éventuellement incorporées à un système de contrôle de vol automatique qui calcule les coefficients aérodynamiques en temps réel afin de déterminer, par exemple, certains paramètres pour le système de régulation en fonction des différentes phases de vol [6]. L'ouvrage de Klein et Morelli vient avec SIDPAC (*System Identification Programs for AirCraft*), un ensemble de programmes Matlab dans lesquels sont implémentées plusieurs méthodes présentées dans le livre. Cet outil est développé au *NASA Langley Research Center* [28]. L'approche générale proposée par Klein et Morelli est présentée à la Figure 2.5.

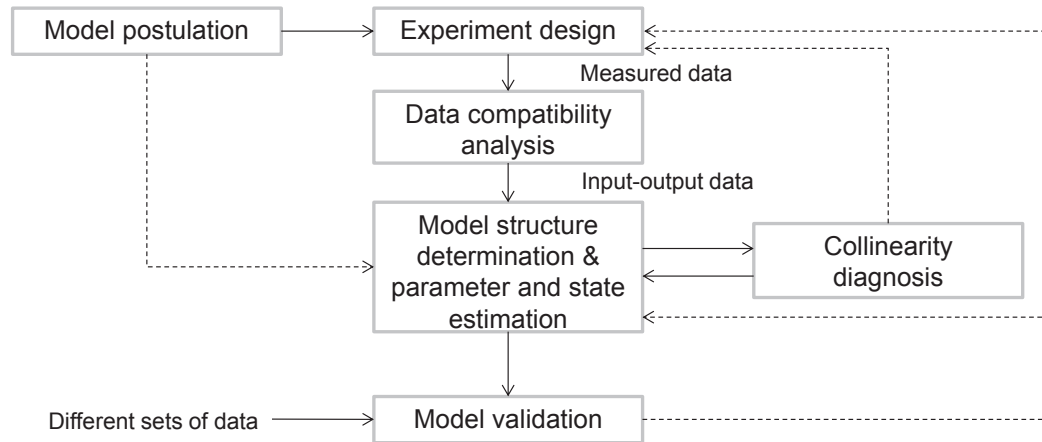


Figure 2.5 : Approche générale pour l'identification paramétrique [21]

Les étapes présentées à la Figure 2.5 sont nécessaires pour établir les relations de dépendance entre le mouvement des surfaces de contrôle et la réponse dynamique de l'aéronef [21]. En fonction des caractéristiques dynamiques et aérodynamiques *a priori* connues de l'appareil, le type de manœuvre nécessaire pour l'identification du système est déterminé. Il importe donc de définir le mouvement des surfaces de contrôle en fonction du temps qui permet d'exciter la dynamique de l'avion de manière à en tirer un maximum d'information. Les paramètres expérimentaux à définir incluent l'instrumentation, la configuration de l'aéronef, les conditions de vol et le type de manœuvre. L'étape de l'analyse de compatibilité des données consiste à vérifier l'exactitude des résultats expérimentaux en déterminant l'erreur faite par les instruments de mesure. Les relations cinématiques données par les équations (2.6), (2.8) et (2.9) sont utilisées afin de corriger les données expérimentales en éliminant l'erreur systématique. L'erreur systématique peut être causée par une calibration imparfaite des instruments de mesure, ou encore par un facteur externe qui vient perturber la mesure. Par exemple, la distorsion de l'écoulement autour de l'aile vient fausser la lecture de l'angle d'attaque vrai de l'aéronef, ce qui résulte en une erreur systématique de l'angle d'attaque mesuré. De plus, l'erreur aléatoire est également quantifiée lors de cette étape. Selon Klein et Morelli [21], l'équation typique qui régit une mesure expérimentale donnée par un capteur est :

$$z(i) = (1 + \lambda)y(i) + b + v(i) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.13)$$

où $z(i)$ est la mesure i en sortie du capteur, $y(i)$ la mesure vraie, $v(i)$ le bruit aléatoire, λ un certain facteur d'échelle constant et b , un paramètre constant caractérisé par l'erreur de

justesse. Lorsque la mesure expérimentale est égale à la vraie mesure, λ , b et ν prennent la valeur zéro.

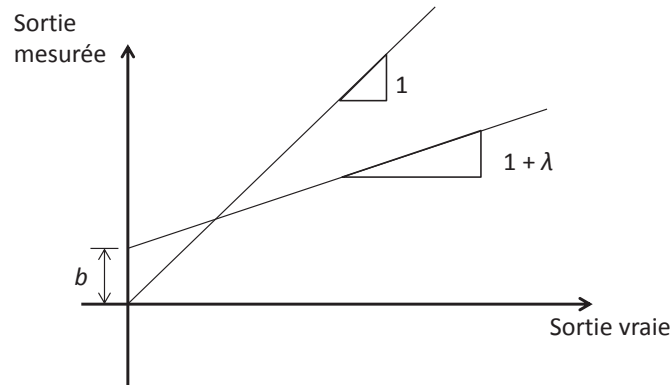


Figure 2.6 : Erreur expérimentale causée par la justesse des capteurs ainsi que par le caractère aléatoire du bruit [21]

Le graphique de la Figure 2.6 traduit l'équation (2.13) sans le bruit aléatoire. Plusieurs données de vol expérimentales montrent que l'équation (2.13) est applicable dans la plupart des cas [21]. Cependant, les données en provenance d'un capteur ne sont pas toutes affectées avec un facteur d'échelle (λ) et un paramètre pour l'erreur de biais (b), comme le montre le Tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Applicabilité du facteur d'échelle (λ) ou du paramètre pour l'erreur de justesse (b) selon le type de capteur typiquement utilisé pour l'identification paramétrique d'un aéronef [21]

Capteur	Variable mesurée	Erreur de justesse (b)	Erreur de facteur d'échelle (λ)
Accéléromètre (translation)	a_x, a_y, a_z	oui	non
Gyroscope (taux de variation angulaire)	p, q, r	oui	oui
Capteur pour l'angle d'écoulement (angle d'attaque, angle de lacet)	α, β	oui	oui
Capteur de pression dynamique (vitesse relative à l'air)	V	oui	oui
Gyroscopes intégrateurs (angles d'Euler)	ϕ, θ, ψ	oui	oui
Altimètre de pression (altitude)	h	non	oui

Toujours en référence à la Figure 2.5, l'identification paramétrique du système est basée principalement sur des méthodes statistiques qui permettent d'établir les relations

mathématiques existant entre les variables mesurées. Une fois que le type de relation est déterminé, l'identification proprement dite débute, ayant les données expérimentales mesurées en entrée et en sortie et un modèle mathématique de l'aéronef basé sur la connaissance *a priori* des caractéristiques de l'appareil. Une technique d'estimation est ensuite sélectionnée pour modifier le modèle mathématique du départ de sorte qu'il reproduise le plus fidèlement possible les données expérimentales obtenues pour les variables de sortie. Les deux méthodes couramment utilisées appartiennent à la catégorie des méthodes du maximum de vraisemblance, soit les techniques à erreur de sortie (*output-error*) et à erreur d'équation (*equation-error*).

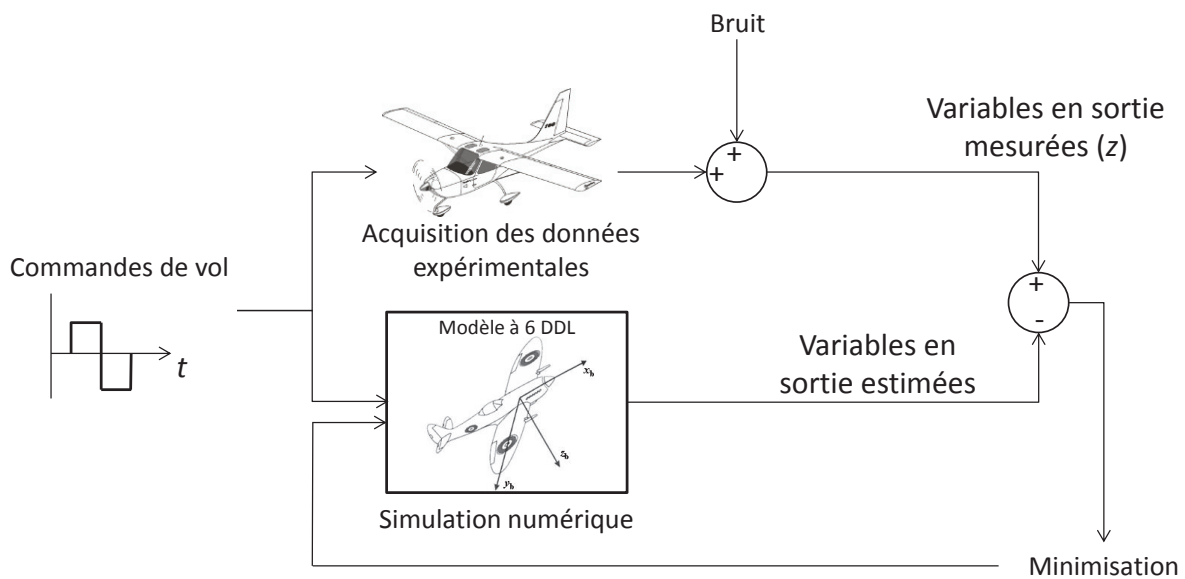


Figure 2.7 : Schématisation de la technique par erreur de sortie

Comme illustré à la Figure 2.7, la technique par erreur de sortie cherche à minimiser le résidu, soit la différence entre les variables en sortie mesurées et celles estimées à partir d'un modèle mathématique basé sur les équations du mouvement présentées à la section 2.1. Les paramètres inconnus sont obtenus en minimisant une fonction coût qui implique la somme des différences au carré [21].

La technique *equation-error*, quant à elle, est une simplification de la technique *output-error* en ce qu'elle minimise non la différence entre les variables en sortie mesurées et celles estimées, mais bien la différence des forces et des moments aérodynamiques [21]. D'autres

techniques sont également utilisées dans le domaine, parmi elles des méthodes de régression linéaire.

Certaines considérations statistiques doivent être prises en compte lors de la détermination de paramètres à partir de techniques d'identification du système. Habituellement, les estimés des paramètres d'un modèle dynamique sont fournies pour un intervalle de confiance à 95%, en effectuant l'hypothèse d'une distribution Gaussienne du résidu (erreur entre le modèle et les données de vol). En réalité, ce n'est pas le cas puisque le résidu est dit *coloré*, ce qui signifie que l'incertitude statistique ne peut être évaluée simplement en assumant une distribution Gaussienne de l'erreur. Elle doit plutôt être évaluée en prenant en compte le contenu fréquentiel du résidu. L'état de l'art démontre qu'un facteur multiplicatif maximal de 10 doit être appliqué à l'écart-type obtenu en assumant une distribution Gaussienne [35]. L'information statistique obtenue est communément connue sous le nom des bornes de Cramér-Rao, lesquelles sont multipliées par un certain facteur [35]. Ce facteur multiplicatif est proposé par Tischler afin d'être assuré que la valeur réelle du paramètre est comprise à l'intérieur de son incertitude statistique, selon l'état de l'art et les résultats obtenus typiquement dans le cadre d'un travail d'identification de système spécifiquement pour les aéronefs.

2.3 Définition des commandes pour l'identification du système

Le choix de procéder à l'identification de la dynamique via des données de vol expérimentales est d'autant plus avantageux que le mouvement des surfaces de contrôle du SA160 est régi par un lien mécanique direct avec les contrôles opérés par le pilote. Cette situation est idéale en ce que le pilote peut facilement injecter les manœuvres désirées pour l'identification sans passer par un système de commandes de vol électriques par exemple (*Fly-by-Wire*). Basées sur ce qui est retrouvé dans la littérature, voici les considérations générales qui permettent de définir des commandes de vol riches en information pour l'identification des paramètres aérodynamiques d'un aéronef :

- 1) Les commandes de vol du type ondes carrées alternées sont plus efficaces que les commandes sinusoïdales pour l'identification, puisqu'elles possèdent un contenu

fréquentiel plus large [26]. Shafer arrive à la même conclusion [32] en plus de préciser que l'amplitude des commandes ne doit pas être trop élevée pour rester dans les limites de la théorie linéaire des équations de la dynamique (petites perturbations);

- 2) Klein et Morelli [21] suggèrent de déterminer l'amplitude des commandes afin d'obtenir un bon ratio signal/bruit. Toujours selon Klein & Morelli, les données servant à l'identification devraient présenter un ratio signal/bruit de 10 ou plus;
- 3) Suivant l'approche heuristique de Klein et Morelli [21], la durée totale de la manœuvre d'excitation devrait typiquement représenter un multiple de 5 de la période du mode dynamique dominant, en incluant le temps nécessaire pour que l'aéronef revienne aux conditions d'équilibre initiales;
- 4) Le principe qui prévaut idéalement est d'injecter des commandes d'excitation qui possèdent un spectre fréquentiel qui couvre les fréquences anticipées des modes dynamiques (phugoïde (longue période), courte période, roulis hollandais, etc);
- 5) Par souci d'une meilleure estimation statistique des données de vol pour une modélisation dynamique de qualité, chaque manœuvre doit être répétée au minimum deux fois, idéalement quatre [21].
- 6) Les commandes les plus souvent retrouvées dans la littérature, soit pour l'identification de la dynamique ou soit pour les tests de certification sont le doublet et le 3-2-1-1 [32][15][14]. Cette appellation fait référence au temps relatif pour lequel la surface de contrôle est défléchie vers le haut ou vers le bas (se référer à la Figure 2.8).

Les commandes de vol proposées par Klein & Morelli sont montrées à l'ANNEXE D. Une première ébauche de la définition des commandes de vol pour le SA160 est présentée dans les prochains paragraphes.

Puisque certaines caractéristiques de la dynamique du SA160 sont déjà connues, les commandes de vol sélectionnées se limitent au 3-2-1-1, au 2-1-1 et au doublet montrés à la Figure 2.8, où on peut observer la trace temporelle de la déflexion d'une surface de contrôle donnée (déflexion de l'élévateur $\Delta\delta_e$, de la dérive verticale $\Delta\delta_r$ ou des ailerons δ_a). Connaissant certaines caractéristiques telles que la fréquence des modes, il s'agit de

sélectionner la bonne largeur d'impulsion de sorte à exciter ces fréquences pour les différentes dynamiques de l'aéronefs (longitudinale, latérale/directionnelle ou complètement couplée)..

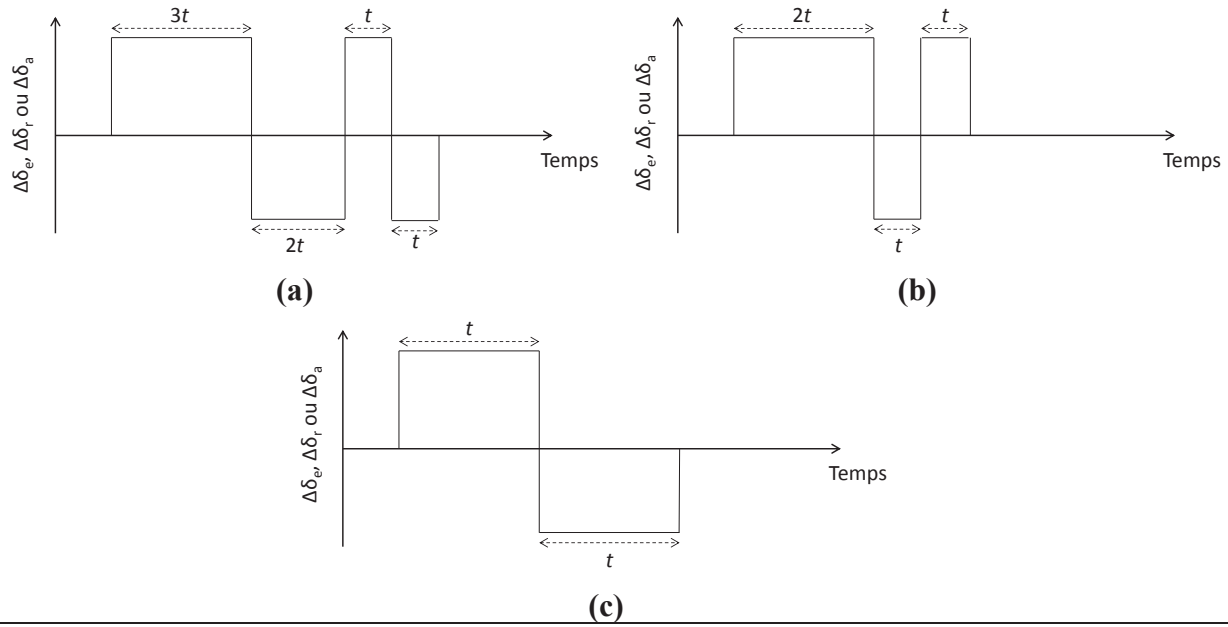


Figure 2.8 : Commandes du type 3-2-1-1 (a), 2-1-1 (b) et doublet (c).

L'utilisation de la commande 3-2-1-1 ou 2-1-1 est souvent décidée lors des essais préliminaires. Si le 3-2-1-1 a pour effet de faire dériver l'aéronef trop loin du point d'opération en vol équilibré, le 2-1-1 est plutôt sélectionné [21]. Le vol équilibré est défini comme étant la condition pour laquelle l'aéronef est à l'équilibre statique. Pour cette condition, les surfaces de contrôle sont ajustées de sorte à ce que la sommation des forces et la sommation des moments par rapport au centre de gravité de l'aéronef sont égales à zéro. Les durées de référence montrées sont généralement définies selon les indications de Klein et Morelli [21]. Pour la durée de référence d'une commande 3-2-1-1, la valeur suggérée pour l'impulsion **2** correspond à la moitié de la période du mode dynamique anticipé T_{f_n} .

$$t = \frac{T_{f_n}}{4} \quad (2.14)$$

Pour la durée de référence d'une commande 2-1-1, la valeur suggérée pour l'impulsion **1** est donnée par l'équation (2.15).

$$t = \frac{0.7}{2f_n} \quad (2.15)$$

Afin d'étudier la dynamique couplée (longitudinale/latérale), des commandes multiples sont nécessaires. Ainsi, une combinaison de commandes aux ailerons ainsi qu'à la gouverne de direction est de mise pour exciter les modes dynamiques couplés, principalement le roulis hollandais. L'autre mode couplé, le mode spirale, est un mode dans lequel il n'est pas souhaitable de se retrouver du point de vue de la sécurité. Celui-ci est donc exclu de l'étude dynamique présentée dans ce mémoire. D'autres types de commandes typiques sont présentés à l'ANNEXE D.

2.4 Système de navigation autonome

À titre informatif concernant les étapes du projet qui seront réalisées à la suite de cette recherche, une brève discussion sur les systèmes de navigation autonome ainsi que sur la conception de lois de commande fait l'objet des prochains paragraphes.

La plupart du temps, un aéronef sans pilote utilise les données en provenance d'un GPS et/ou d'un système de navigation inertiel afin de fournir au système de contrôle l'information sur l'état de l'avion, principalement la vitesse horizontale, l'altitude et les vitesses angulaires selon les trois axes. L'avantage d'un système de navigation inertiel est qu'il n'est pas vulnérable aux facteurs externes tels que la perte du signal GPS ou une interférence radiofréquence [3]. Un tel système, typiquement composé de gyroscopes et d'accéléromètres, calculera la position de l'aéronef par rapport à un repère fixe et prédéfini au sol en effectuant l'intégrale des données des capteurs. La Figure 2.9 présente la structure schématique typique d'un système de contrôle d'un aéronef sans pilote à décollage horizontal (*HTOL*) ainsi que l'interaction des données de navigation avec les actionneurs et l'ordinateur de bord.

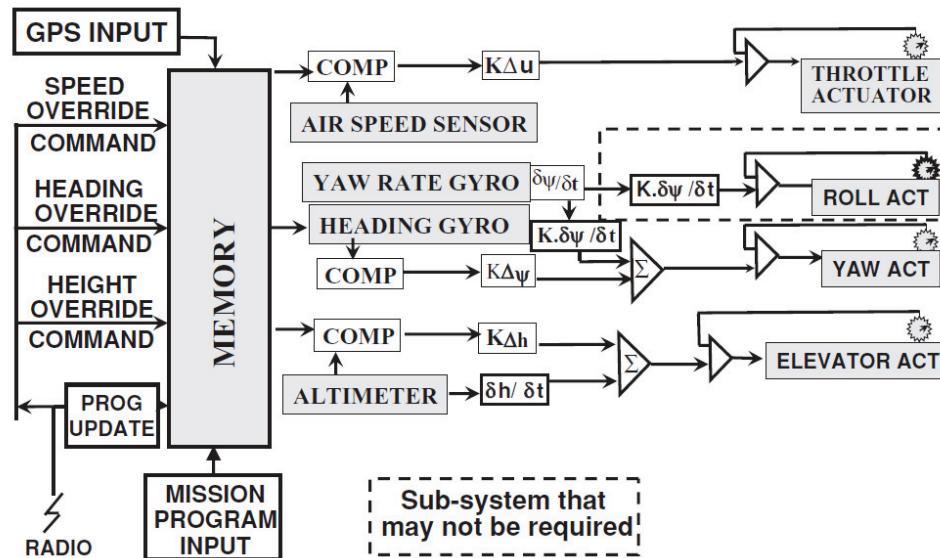


Figure 2.9: Schématique typique d'un système de contrôle de vol d'un avion à décollage horizontal (*HTOL*) [3]

Un système de navigation est généralement constitué d'un GPS et d'un système de navigation inertielle. Ainsi, advenant la perte du signal GPS, le système de navigation inertielle peut prendre le relais en calculant sa position à partir de la dernière position fournie par le GPS. Concernant le GPS, il est opportun ici de noter qu'il existe des variantes plus précises que le GPS standard, par exemple le DGPS (*Differential GPS*) ou encore le WAAS (*Wide Area Augmentation System*). Une précision accrue est bénéfique pour les phases plus critiques de la mission, par exemple l'atterrissage autonome ou encore une manœuvre d'évitement. Pour ce qui est de l'atterrissage autonome, les avions sans pilote seront parfois munis d'un DGPS et d'un radar altimètre, afin d'accroître la précision au niveau du positionnement au toucher de la piste ainsi que pendant la phase de décollage [6].

2.4.1 Lois de contrôle

Les différentes techniques pour la conception de lois de contrôle font appel à deux grandes branches de la théorie du contrôle : soit l'approche dite « classique » ou l'approche dite « moderne ». L'approche classique en boucle fermée est valable pour une boucle unique, pour laquelle les outils tels que les graphiques de Bode et de Nyquist peuvent être utilisés pour être en mesure de qualifier la stabilité du système en boucle fermée [33]. Cette approche est facile à implémenter pour des systèmes du type *SISO*. Dès qu'on s'intéresse à des systèmes dynamiques multivariables avec des boucles de contrôle multiples, il devient difficile de faire

une conception à partir de l'approche classique. On aura plutôt recours à l'approche moderne, avec des entrées et sorties multiples (*MIMO*). Celle-ci conduit à une optimisation des paramètres du système de régulation selon certains indices de performance choisis. On parle alors de méthode de conception de contrôle optimal, qui règle mathématiquement le système de régulation en fonction de ces indices de performance. Également, d'autres méthodes de conception sont plutôt liées au contrôle robuste, tel que la méthode H_∞ [23]. Pour le contrôle robuste, il s'agit de méthodes qui permettent de concevoir un système de régulation de sorte que le système réagisse avec stabilité, performance et robustesse à différents types de perturbations ou erreurs dans le modèle dynamique [23]. L'approche moderne est basée sur une modélisation par variables d'état, tel que définie par les équations (2.16) et (2.17) :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x(0) = x_0 \quad (2.16)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.17)$$

où A est la matrice d'état du système, B la matrice des entrées du système, C et D les matrices de transformation en sortie et x_0 le vecteur des conditions initiales des variables d'état. On fait donc appel ici à des équations matricielles qui permettront de calculer tous les paramètres du système de régulation pour toutes les boucles de contrôle simultanément [33]. Ces relations représentent un système linéarisé à des fins de conception d'un système de régulation, puisqu'il est plus difficile de concevoir un système de contrôle avec une dynamique non linéaire [33]. Par conséquent, une méthode courante est de linéariser le système autour de certains points d'opération et de déterminer les paramètres du système de régulation pour ces différents points. La démarche générale couramment utilisée est montrée à la Figure 2.10. Ici, il importe de faire le lien entre l'équation (2.16) et l'ensemble des équations différentielles du premier ordre présenté à la section 2.1.1 et 2.1.2 .

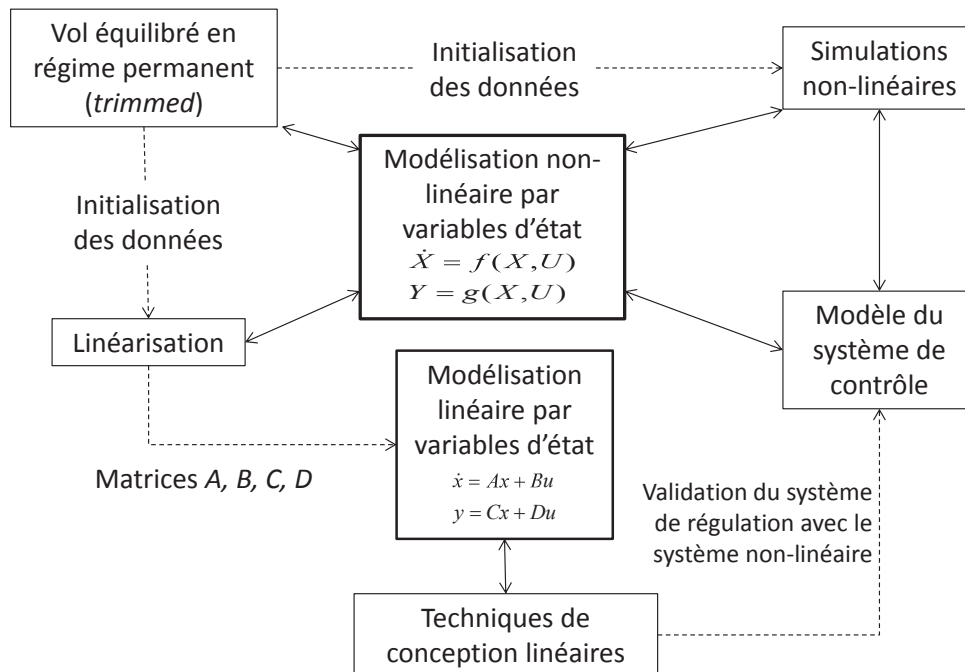


Figure 2.10 : Processus de conception d'un système de régulation avec un modèle linéaire et un modèle non linéaire [33]

Ainsi, le présent projet de recherche s'intéresse à définir un modèle linéaire par variable d'états, lequel pourra ensuite servir pour les étapes subséquentes de la conception du système de contrôle montrées à la Figure 2.10.

CHAPITRE 3 DÉFINITION DU PROJET

3.1 Définition

La certification pour des opérations dans un espace aérien civil étant un élément primordial, la conception d'un système de régulation pour une version sans pilote du SA160 doit faire l'objet d'une étude approfondie du modèle dynamique à partir duquel les lois de commande seront conçues. Le projet porte donc sur l'application de techniques d'identification du système dans le cas spécifique du SA160. La question de recherche est la suivante :

« Comment configurer et implanter un système de contrôle de vol sur le SA160 et comment démontrer sa stabilité et sa robustesse? ».

La stabilité est démontrée par la position des pôles du système dynamique en boucle fermée, alors que le terme « robustesse » est utilisé ici au sens d'une stabilité en présence de perturbations externes (rafale de vent, conditions météorologiques) qui viennent modifier l'état dynamique du système, ou encore en présence d'erreurs de modélisation et d'erreurs dans les paramètres du système. La méthodologie proposée qui permet de répondre à cette question est présentée au chapitre suivant. Cependant, le travail effectué dans le cadre de cette maîtrise porte uniquement sur la première étape qui permet de répondre à cette question, soit l'élaboration d'un modèle de la dynamique de l'appareil.

3.2 Objectifs

L'objectif principal est donc de développer un modèle dynamique du SA160. Les sous-objectifs sont :

- à partir des techniques connues d'identification du système, identifier la dynamique du SA160;
- déterminer les limitations du modèle identifié à la suite des essais en vol et son niveau de fiabilité d'un point de vue statistique afin de fournir des outils de modélisation pertinents pour la conception des lois de commande.

Afin d'atteindre ces objectifs, un programme d'essais en vol sera élaboré pour mettre en œuvre les techniques d'identification sélectionnées. Ce programme inclut la sélection d'un ensemble de capteurs ainsi que la conception de manœuvres permettant de maximiser l'information sur la dynamique du système.

CHAPITRE 4 MÉTHODOLOGIE

Cette section présente d'abord l'approche proposée ainsi que l'instrumentation sélectionnée pour l'acquisition des données aérodynamiques et inertielles lors des essais en vol qui permettront l'identification de la dynamique du SA160. Puis, une première ébauche de la procédure expérimentale fait l'objet d'une discussion, suivie des outils numériques et logiciels qui sont utilisés pour l'identification paramétrique et la modélisation dynamique.

4.1 Approche proposée

L'état de l'art montre que la première étape dans le processus de conception d'un système de navigation autonome est d'abord et avant tout l'élaboration d'un modèle dynamique de l'avion. Comme il est primordial d'avoir un modèle qui s'approche le plus fidèlement possible de la réalité, l'identification du système, c'est-à-dire l'élaboration d'un modèle dynamique complet à partir des données de vol, est une démarche appropriée qui est utilisée pour la conception de système de navigation autonome [21]. La figure suivante montre la première étape de l'approche proposée.

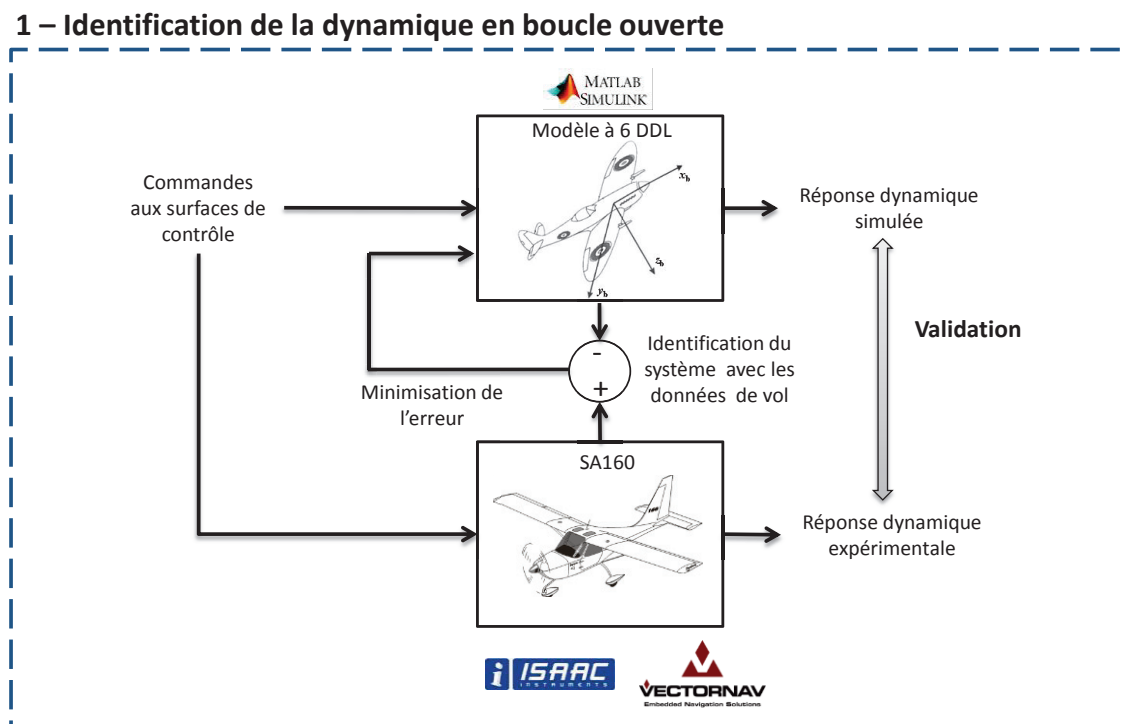
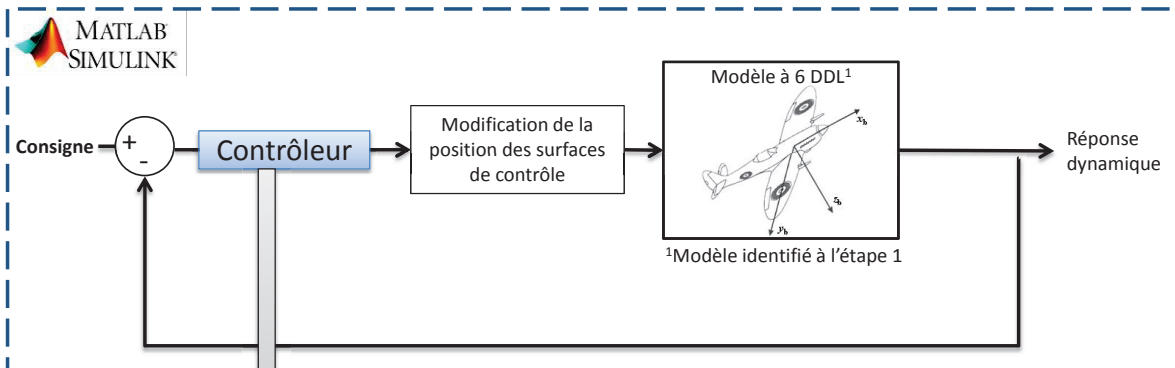


Figure 4.1 : Étape 1 du projet de recherche

Le matériel utilisé pour l'acquisition de données est présenté à la section 4.2. La deuxième étape de la recherche, qui n'est pas effectuée dans le cadre de cette maîtrise, consiste à développer des lois de contrôle pour les phases susmentionnées du profil de mission, puis la troisième étape consiste à intégrer ces lois dans un système de régulation physique pour procéder à des simulations *HIL*. Ces étapes sont explicitées à la Figure 4.2.

2 – Loi de contrôle



3 – Simulation *HIL*

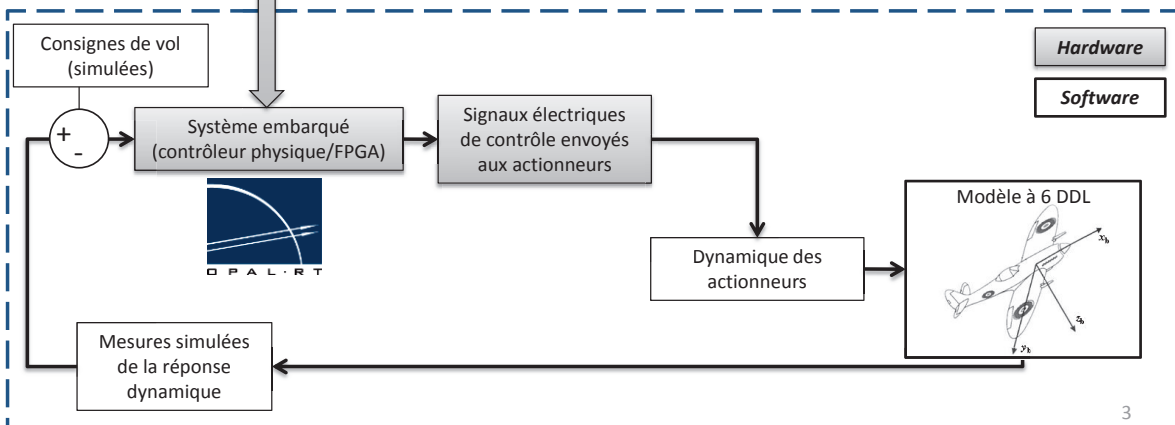


Figure 4.2 : Étapes 2 et 3 du projet de recherche

Lors de l'étape 2, le choix des indices de performance pour des lois de contrôle du type *LQR/LQT*, des lois de commandes linéaires à paramètres variants (*LPV*) ou encore des techniques de commande par séquençement de gain (*gain scheduling*). À partir de ces indices de performance, la boucle de contrôle serait conçue avec les paramètres correspondants pour les différentes phases du profil de mission à l'étude.

Enfin, la loi de contrôle sera implantée dans un système de régulation physique lors de l'étape 3. Les simulations du type *HIL* permettront de procéder rapidement aux itérations nécessaires

pour la définition des paramètres du système de contrôle. Ces simulations pourraient être effectuées par exemple sur le système de développement OPAL RT. En sortie, des signaux électriques seraient générés, puis mesurés de sorte à simuler la dynamique des actionneurs, pour ensuite simuler la dynamique de l'aéronef (identifiée à l'étape 1). L'analyse des résultats serait principalement basée sur des réponses dynamiques acceptables suivant les normes de certification ainsi que sur la stabilité et la robustesse du système en regard des erreurs de modélisation [1, 2].

4.2 Instrumentation

Afin d'acquérir des données appropriées pour l'identification de la dynamique du SA160, l'information en provenance d'une unité de mesures inertielles (*IMU*) combinée à celles d'un capteur d'angle d'attaque et d'angle de lacet est utilisée. Le Tableau 4.1 recense les quantités physiques qui doivent être typiquement mesurées et qui sont nécessaires pour l'identification du système ainsi que les capteurs correspondants.

Tableau 4.1 : Quantités physiques et capteurs correspondants utilisés pour l'identification de la dynamique du SA160.

Quantité physique	Capteurs utilisés	Fournisseur
Accélérations (a_x, a_y, a_z)	Accéléromètres de translation	ISAAC Instrument (SENAC1-100)
Vitesses angulaires (p, q, r)	Gyroscopes	ISAAC Instrument (SENGYR-301)
Angles d'Euler (angles de l'aéronef par rapport à un repère fixe au sol) (ϕ, θ, ψ)	GPS/IMU VN200	VectorNav
Vitesse vraie par rapport à l'écoulement (V)	Tube de Pitot	Aero-Instrument (P/N 100400)
Angle d'attaque et angle de lacet (α, β)	Capteur de données aérodynamiques (<i>airdata boom</i>)	Aero-Instrument (P/N 100400)
Déflexion de la dérive verticale	Potentiomètre linéaire	ISAAC Instruments (SENST2-121)
Déflexion de la gouverne de profondeur	Potentiomètre linéaire	ISAAC Instruments (SENST2-121)

Bien qu'il existe des méthodes permettant d'estimer l'angle d'attaque et l'angle de lacet à partir des données inertielles seulement, le recours à un capteur pour l'angle de l'écoulement permet d'obtenir une mesure plus près de la réalité en ce que l'incertitude est plus petite [27]. Ce type de capteur est donc plus approprié à des fins de conception d'un système de régulation basé sur une dynamique réaliste de l'aéronef. Par surcroît, les données en provenance des capteurs de pression totale et de pression statique sont davantage précises puisqu'ils sont positionnés loin en avant de l'écoulement local autour de l'aile. Pour un avion monomoteur, un *airdata boom* est typiquement positionné à l'extrémité de l'aile et à l'avant de celle-ci (2 à 3 longueurs de corde [21]) de sorte à minimiser l'influence de l'écoulement local. Le capteur proposé dans le cadre de la recherche est un capteur de données aérodynamiques (*airdata boom*) d'Aero-Instruments, montré à la Figure 4.3.



Figure 4.3: Capteur de données aérodynamiques (*airdata boom*) d'Aero-Instruments

Concernant les données inertielles, AST possède actuellement le système d'acquisition de données d'ISAAC Instruments avec l'enregistreur BOXV7x-PRO, lequel possède 12 entrées analogiques. Cependant, ISAAC Instruments n'offre pas de gyroscopes intégrateurs (*vertical gyro*) parmi son ensemble de capteurs. Par conséquent, le recours à une unité de mesure inertielle en parallèle avec le système d'acquisition de données d'ISAAC Instruments est une solution envisageable qui minimiserait les coûts. L'unité VN200 de VectorNav est proposée. Cette unité possède un filtre de Kalman étendu (*EKF*) et permet d'acquérir un ensemble complet des données inertielles, incluant les angles d'Euler et même les quaternions. Le VN200 est constitué de capteurs MEMS et comprend un receveur GPS.



Figure 4.4: Unité de mesures inertielles et GPS (*GPS-aided IMU*) VN200 de VectorNav

4.3 Procédure expérimentale

La procédure expérimentale pour les essais en vol est brièvement explicitée. Selon Klein & Morelli [21], l'idéal pour l'identification de la dynamique d'un aéronef est de répéter quatre fois chaque manœuvre afin de baser le processus sur un ensemble de données de vol qui résultent de commandes légèrement différentes d'une manœuvre à l'autre. Cela permet d'exciter la dynamique de diverses manières et ainsi d'identifier un modèle dynamique plus précis. Une première ébauche de la définition des commandes de vol pour l'identification est présentée à la section 2.3. En faisant l'hypothèse que ces commandes sont définies et que la durée des manœuvres est de T s, la procédure suivante est proposée à titre d'information générique. Un premier ensemble de données de vol est utilisé pour l'identification de la dynamique et un second ensemble est utilisé à des fins de validation du modèle obtenu avec le premier ensemble.

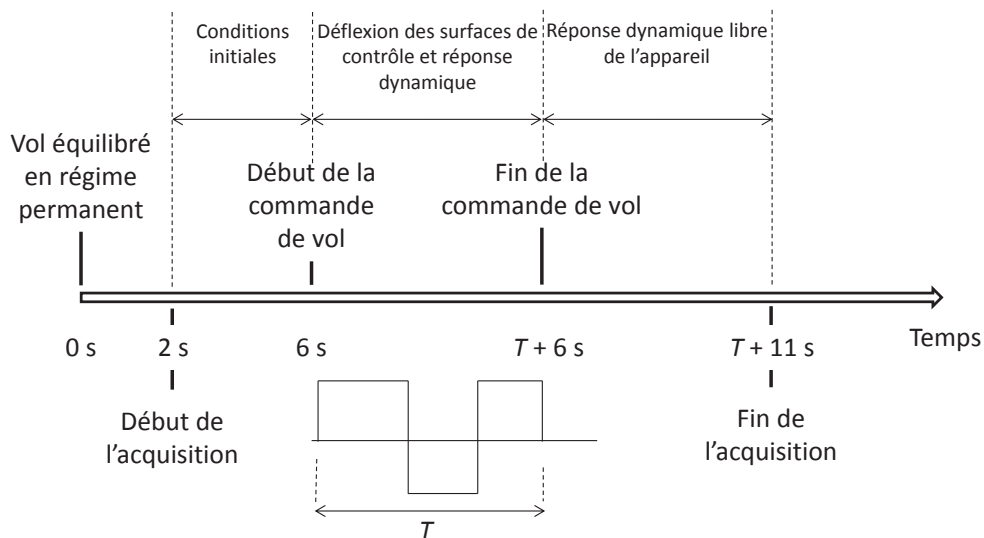


Figure 4.5 : Procédure générique pour chaque manœuvre effectuée pour l'acquisition de données de vol

CHAPITRE 5 IDENTIFICATION D'UN MODÈLE DYNAMIQUE COUPLÉ À 6 DDL

Avant-propos

Auteurs et affiliation :

M. Cardinal : étudiant à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique

P. Masson : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique

Date d'acceptation : 27 août 2013

État d'acceptation : version finale publiée

Conférence : American Associations for Aeronautics and Astronautics (AIAA) SciTech 2014

Référence : [Cardinal, M. et Masson, P., *Fully-coupled 6 DoF Model for Unmanned Version of the SA160 General Aviation Aircraft*, AIAA SciTech proceedings, 2014]

Titre français : Modèle couplé à 6 degrés de liberté pour une version sans pilote du SA160

Contribution au document :

Cet article contribue au mémoire en ce qu'il décrit la démarche expérimentale ainsi que les résultats de l'identification de la dynamique du SA160 à partir d'un programme d'essais en vol. La dynamique longitudinale ainsi que la dynamique latérale/directionnelle y sont identifiées séparément, puis un cas complètement couplé est investigué. L'article porte également sur le niveau de couplage longitudinal/latéral-directionnel. L'article met en relief l'aspect de l'importance d'acquérir un modèle dynamique fiable à des fins de conception de lois de contrôle pour un appareil sans pilote (drone).

Résumé français :

Avec l'utilisation grandissante des véhicules aériens sans pilote (drones) dans l'espace aérien civil, la conception et le développement de ce type d'aéronef requièrent une étude approfondie de la dynamique afin de démontrer la navigabilité d'un tel système. Cet article décrit la première étape qui s'inscrit dans le processus de développement d'une version sans pilote de l'aéronef SA160 en présentant un modèle complètement couplé de l'aéronef. Les paramètres étant évalués à partir de données de vol avec le logiciel SIDPAC (*System Identification Program for Aircraft*), la problématique abordée est la validation d'un modèle prédisant la

réponse dynamique du SA160 basé sur les paramètres identifiés. Un modèle par variables d'état est utilisé pour la modélisation de la dynamique de l'appareil monomoteur SA160. Les coefficients aérodynamiques *a priori* inconnus sont estimés à partir d'un modèle élaboré dans l'environnement du logiciel *Digital Datcom*. Ces coefficients sont utilisés comme premiers estimés pour la méthode de minimisation par erreur de sortie. L'effet de l'hélice en rotation sur la dynamique de l'appareil est considéré afin de prendre en compte le couplage aérodynamique causé par l'effet de l'hélice sur l'écoulement de l'air. Le couplage inertiel est également considéré de même que la précession gyroscopique de l'hélice. Le modèle dynamique fait appel à la théorie des petites perturbations. Les mouvements de l'appareil sont donc étudiés autour des conditions de vol à l'équilibre. De plus, cette dynamique est élaborée avec les équations linéarisées et adimensionnelles. L'objectif principal est de démontrer que le modèle par variables d'état identifié par les essais en vol permet de représenter avec fiabilité et précision la dynamique réelle de l'aéronef. L'instrumentation utilisée inclut un capteur d'angle d'attaque, un capteur d'angle de dérive, un tube de Pitot-statique ainsi qu'une centrale de mesures inertielles afin d'obtenir un ensemble complet de données expérimentales à 6 degrés de liberté. La déflexion des surfaces de contrôle est mesurée à partir de capteurs de déplacement linéaire. Les commandes de vol aux surfaces de contrôle sont conçues de sorte à exciter les modes de l'avion et ainsi obtenir des données riches en contenu sur la dynamique du système. Les résultats de simulation sont comparés aux données de vol pour différents ensembles de données de vol se rattachant aux différentes dynamiques de l'avion (longitudinal, latéral/directionnelle) et différentes manœuvres de vol sont présentées pour des conditions de vol spécifiques. Dans le processus d'identification du système, les paramètres identifiés sont utilisés comme entrée pour la méthode par erreur de sortie pour le cas complètement couplé, et le degré de couplage aérodynamique fait l'objet d'une discussion.

Fully-coupled 6 DoF Model for Unmanned Version of the SA160 General Aviation Aircraft

Mikaël Cardinal¹ and Patrice Masson²

GAUS, Mechanical Engineering Department, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, QC, J1K 2R1, CANADA

With the growing use of Unmanned Aerial Vehicle (UAV) in civilian airspace, design and development of this type of aircraft requires a thorough study of its dynamics in order to demonstrate airworthiness of such a system. This paper describes the first step in the development of an unmanned version of the SA160 aircraft by presenting a fully-coupled 6 DoF model of the SA160 aircraft. As the aerodynamic parameters are evaluated with in-flight data using the SIDPAC (System Identification Program for AirCraft) software, the problem addressed in this paper is the validation of a predictive model for the dynamic response of the SA160 based on identified parameters. In this work, a state-space representation is used for the dynamic modeling of the SA160 single-engine aircraft. The a priori unknown aerodynamic coefficients are first estimated using a Digital Datcom (U.S. Air Force Digital Data Compendium) model. These coefficients are used as initial estimates for the output-error method. The effect of the rotating propeller on the aircraft dynamics is included in order to account for aerodynamic and inertial coupling. The dynamic model is based on the small-disturbance theory, so that aircraft motion is simulated around equilibrium flight conditions. Furthermore, the dynamic model elaborated in this paper is based on dimensionless linearized equations. The main goal is to demonstrate that the state-space model parameters identified through flight test program provide reliable and accurate dynamic model. System identification techniques are then used with in-flight data from an instrumented aircraft. Instrumentation includes an air data boom and an inertial measurement unit fitted to the SA160 in order to get a full set of in-flight aerodynamic and 6 DoF dynamic data. The flight control surfaces deflection is also measured with linear position measurement sensors. The inputs applied to flight control surfaces (elevator, ailerons and rudder) are designed such as to excite the aircraft in order to provide sufficiently rich data quality

¹ MSc Engineering Student, Mech. Eng. Dept., 2500 boul. Université, Student Member AIAA.

² Professor, Mech. Eng. Dept., 2500 boul. Université.

for modeling. Results from the model with identified SA160 aerodynamic parameters are compared to flight test data. Different sets of longitudinal, lateral/directional and fully-coupled maneuvers are performed for specific flight conditions. In the system identification process, aerodynamic parameters identified from longitudinal and lateral/directional dynamics are used as inputs for the output-error method applied for the fully-coupled case, and the amount of aerodynamic coupling is addressed.

Nomenclature

a_x, a_y, a_z	=	body-axis translational accelerations (ft/s ²)
b	=	wingspan (ft)
b_x	=	bias in measured variable x
bhp	=	break horse power
$C_{L,\dot{\alpha}}$	=	change in lift coefficient with AoA rate
$C_{m,\dot{\alpha}}$	=	change in pitching moment coefficient with AoA rate
C_x, S_x, T_x	=	$\cos(x), \sin(x), \tan(x)$
C_l, C_m, C_n	=	rolling, pitching and yawing moment coefficients
C_x, C_y, C_z	=	x -axis, y -axis and z -axis force coefficients in body-axes coordinates
C_{X,δ_e}	=	x -axis force coefficient derivative with respect to elevator deflection
$\left(\frac{\partial C_x}{\partial \delta_e}\right)$, and so forth for $C_{Y,\delta_a}, C_{Y,\delta_r}, C_{Z,\delta_e}$ terms	
$C_{Y,\beta}$	=	y -axis force coefficient derivative with respect to angle-of-sideslip
$\left(\frac{\partial C_y}{\partial \beta}\right)$		
C_{l,δ_a}	=	rolling moment coefficient derivative with respect to ailerons deflection
$\left(\frac{\partial C_l}{\partial \delta_a}\right)$	and similarly for $C_{l,\delta_r}, C_{m,\delta_e}, C_{n,\delta_a}, C_{n,\delta_r}$ terms	
c_w	=	wing chord (ft)
g	=	earth gravitational constant (32.174 ft/s ²)
h_{xx}	=	x -axis component of propeller angular momentum relative to the body-fixed coordinate system

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	=	moment of inertia components (slug · ft ²)
I_{xz}	=	product of inertia (slug · ft ²)
lbf	=	pound-force
l_{ref}	=	reference length for dimensionless aircraft model
m	=	mass (slug)
$\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$	=	dimensionless roll, pitch and yaw rates
p, q, r	=	body-axis roll, pitch and yaw rates (deg/s)
S_x	=	sin(x)
T_x	=	tan(x)
t	=	time (s)
V_0	=	equilibrium airspeed at trim condition (ft/s)
W	=	weight (lbf)
\mathbf{x}	=	aircraft state vector
α	=	angle-of-attack (deg)
β	=	angle-of-sideslip (deg)
$\delta_a, \delta_e, \delta_r$	=	ailerons, elevator and rudder deflection (deg)
Δx	=	disturbance of variable x around aircraft equilibrium flight condition
θ	=	parameter vector for system identification
θ, ϕ, ψ	=	Pitch, roll and heading angles (deg)
$\sigma(x)$	=	standard deviation of variable x
$\ \ $	=	Euclidian norm

Superscripts

T	=	transpose
'	=	dimensionless time rate of change
\wedge	=	estimate
-1	=	matrix inverse

Subscripts

0	=	refers to equilibrium trim condition
---	---	--------------------------------------

5.1 Introduction

In recent years, the use of UAVs has grown in military and civilian applications. Beyond the fact that unmanned aircraft applications are of high interest for Dull, Dirty or Dangerous missions (DDD), the benefits of an unmanned platform translates in a 40% to 80% gain in operational costs versus a similar manned platform performing the same mission [3]. Furthermore, a high level of autonomy is desired from takeoff to landing since it reduces the dependency on communications and the associated bandwidth [3]. As such, the common approach to autonomous navigation system design is to develop a mathematical model of the aircraft dynamics which will further allow defining the Automatic Flight Control System (AFCS) parameters throughout the mission profile [6, 17, 19, 24]. The synthesis of a UAV automatic controller must be based on a reliable mathematical model which has representative characteristics. Furthermore, dynamic modeling is an essential and critical prerequisite for a UAV design and evaluation before safe operations, especially when performing in-flight testing and landing [16].

The first step in the design and development of the unmanned version of the SA160 is focused on the 6 DoF model development through system identification, which is the most reliable approach [9]. Consequently, the model is developed and validated through a flight test program, based on experimental input and output data. The flight test program includes longitudinal and lateral/directional maneuvers using standard inputs used for system identification [21].

This paper first describes the SA160 aircraft used as a research platform in section 5.2. In section 5.3, the equations of motion and mathematical model are discussed. Section 5.4 presents a description of the system identification steps applied to the SA160. In section 5.5, instrumentation description and general attributes are discussed and the flight test program is presented. Results and discussion on the reliability of the dynamic model are presented in section 5.6. Finally, this paper concludes with future work proposed to implement an autonomous navigation system on the SA160, based on the results shown in the current paper.

5.2 The SA160 General Aviation Aircraft

The SA160 is a general aviation high-wing aircraft with lift struts. Several versions of this airplane are actually offered, among others a VFR (Visual Flight Rules) version and an IFR (Instrument Flight Rules) version with a fully integrated glass cockpit and enhanced performance. The fuselage features a robust steel tubing roll cage covered by a non-structural fiberglass skin. The wing and control surfaces are made of standard aluminum construction. Figure (1) shows a three-view representation of the SA160 aircraft.

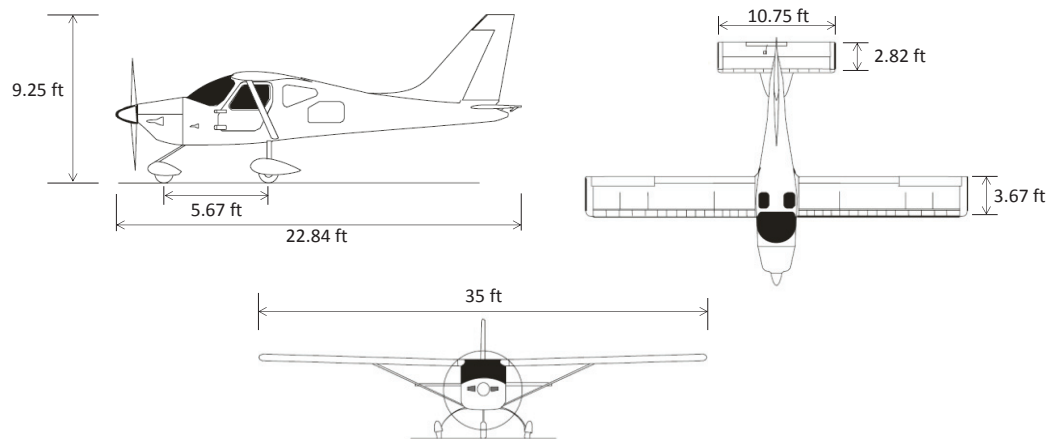


Figure 5.1: SA160 general views and basic dimensions.

The wing has a new generation GA(W)-2 airfoil except for the outer wing section where the camber of the lower side was removed on the ailerons, thus reducing the section pitching moment in the wing outer area. The horizontal tail and the vertical stabilizer airfoil is a NACA 63A010. Other SA160 general characteristics are shown in Table 5.1:

Table 5.1: SA160 general characteristics

Engine type	Textron Lycoming O-320-D2A
Engine power	160 bhp
Propeller	2 blades MT 186 R 140-3D
Maximum Takeoff Weight	2150 lbf
Fowler flaps deflection	Down 0° to 40°
Fuel capacity ³	32.2 gal US
Flight envelope load factor limits	+3.8g/ -1.5g (flaps up) +2.0g/ -1.5g (flaps down)

³ The fuel capacity was increased to 40 gal US on the research platform used for flight testing.

5.3 The Aircraft Model

Two main assumptions are made in deriving the equations of motion. First, rigid body motion of the aircraft is assumed, so structural flexibility effects are not considered. This assumption is deemed acceptable since the structural deformation of a general aviation aircraft is quite small compared to large transport aircraft with high inertia and long-span structures. The second assumption is the one related to the small-disturbance theory, which results in linearized rigid-body equations for longitudinal and lateral motion if aerodynamic forces and moments do not vary abruptly and if the motion of the aircraft does not drift significantly from steady trimmed flight condition.

Nonetheless, longitudinal and lateral motions are coupled because of the inertial and gyroscopic effects, even into the limits of the small-disturbance theory [31]. Aerodynamic coupling terms are accounted for because of the single rotating propeller [29]. The fully-coupled 6 DoF dynamic model used in this work is based on the non-dimensional linearized equations developed by Phillips [29], in which vertical and lateral accelerations were added in the output equation. These equations can be expressed in the well-known state-space form, as described by Eqs. (5.1) and (5.2):

$$E\mathbf{x}' = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \quad (5.2)$$

where \mathbf{x} represents the aircraft state vector, \mathbf{u} the control vector and \mathbf{y} , the system outputs. The E , A , B , C and D matrices in Eqs. (5.1) and (5.2), are developed with Eqs. (5.3) and (5.4):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - B_{z,\alpha'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -l_{xz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B_{m,\alpha'} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_{xz} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta' \\ \Delta\alpha' \\ \Delta\bar{p}' \\ \Delta\bar{q}' \\ \Delta\bar{r}' \\ \Delta\phi' \\ \Delta\theta' \\ \Delta\psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{y,\delta_a} & 0 & D_{y,\delta_r} \\ 0 & D_{z,\delta_e} & 0 \\ D_{l,\delta_a} & 0 & D_{l,\delta_r} \\ 0 & D_{m,\delta_e} & 0 \\ D_{n,\delta_a} & 0 & D_{n,\delta_r} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta\delta_e \\ \Delta\delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{y,\beta} & -A_g T_{\phi_0} S_{\theta_0} & A_{y,\bar{p}} & 0 & A_{y,\bar{r}} - 1 & A_g C_{\phi_0} C_{\theta_0} & -A_g S_{\phi_0} S_{\theta_0} \\ A_g T_{\phi_0} S_{\theta_0} & A_{z,\alpha} & 0 & A_{z,\bar{q}} + 1 & 0 & -A_g S_{\phi_0} C_{\theta_0} & -A_g C_{\phi_0} S_{\theta_0} \\ A_{l,\beta} & A_{l,\alpha} & A_{l,\bar{p}} + \eta_{xx} & -\eta_{xy} & A_{l,\bar{r}} + \eta_{xz} & 0 & 0 \\ A_{m,\beta} & A_{m,\alpha} & \eta_{yx} & A_{m,\bar{q}} + \eta_{yy} & -\eta_{yz} & 0 & 0 \\ A_{n,\beta} & A_{n,\alpha} & A_{n,\bar{p}} - \eta_{zx} & -\eta_{zy} & A_{n,\bar{r}} + \eta_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_{\phi_0} T_{\theta_0} & C_{\phi_0} T_{\theta_0} & 0 & A_g T_{\phi_0} / C_{\theta_0} \\ 0 & 0 & 0 & C_{\phi_0} & -S_{\phi_0} & -A_g T_{\phi_0} C_{\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{\phi_0} / T_{\theta_0} & C_{\phi_0} / C_{\theta_0} & 0 & A_g T_{\phi_0} T_{\theta_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\alpha \\ \Delta\bar{p} \\ \Delta\bar{q} \\ \Delta\bar{r} \\ \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\alpha \\ \Delta\bar{p} \\ \Delta\bar{q} \\ \Delta\bar{r} \\ \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \\ \Delta a_z \\ \Delta a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_0 / c_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_0 / c_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_0 / c_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & A_{z,\alpha} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{y,\beta} K_2 & 0 & 0 & 0 & A_{y,\bar{r}} K_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\alpha \\ \Delta\bar{p} \\ \Delta\bar{q} \\ \Delta\bar{r} \\ \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 D_{z,\delta_e} \\ K_2 D_{y,\delta_a} & 0 & K_2 D_{y,\delta_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta\delta_e \\ \Delta\delta_r \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

All state-space model parameters from Eqs. (5.3) and (5.4) are explicitly developed in Table (2). Those dimensionless parameters are expressed with the more common aerodynamic parameters notation (i.e. $C_{m,\dot{\alpha}}$, $C_{L,\dot{\alpha}}$, etc.). In order to lighten the text and for simplicity, the reader is referred to the nomenclature for the complete definitions of the variables.

Table 5.2: Parameters used in the state-space model

$B_{m,\alpha'} = \frac{\rho S_w c_w^2 l_{ref}}{4 I_{yy}} \frac{2V_0}{c_w} C_{m,\dot{\alpha}}$	$D_{n,\delta_r} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2 I_{zz}} C_{n,\delta_r}$	$K_2 = \frac{V_0^2}{g l_{ref}}$
$B_{z,\alpha'} = \frac{\rho S_w c_w}{4W/g} \left(-\frac{2V_0}{c_w} \right) C_{L,\dot{\alpha}}$	$A_g = \frac{g l_{ref}}{V_0^2}$	$K_3 = \frac{V_0 b_w l_{ref}}{2g}$
$l_{xz} = I_{xz} / I_{xx}$	$A_{y,\beta} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\beta}$	$\eta_{xx} = A_g \frac{I_{xz} T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{xx}}$
$D_{x,\delta_e} = \frac{\rho S_w c_w^2 l_{ref}}{4 I_{yy}} \frac{2V_0}{c_w} C_{m,\dot{\alpha}}$	$A_{y,\bar{p}} = \frac{\rho S_w b_w}{4W/g} \frac{2V_0}{b_w} C_{Y,\bar{p}}$	$\eta_{zz} = A_g \frac{-I_{xz} T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}}$

$D_{y,\delta_a} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_a}$	$A_{y,\bar{r}} = \frac{\rho S_w b_w 2V_0}{4W/g b_w} C_{Y,r}$	$\eta_{xy} = A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx})S_{\phi_0} C_{\theta_0} + I_{xz} T_{\phi_0} S_{\theta_0}}{I_{xx}}$
$D_{y,\delta_r} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_r}$	$A_{z,\alpha} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Z,\alpha}$	$\eta_{xz} = A_g \frac{(I_{yy} - I_{zz})T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{xx}}$
$D_{l,\delta_a} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{xx}} C_{l,\delta_a}$	$A_{z,\bar{q}} = \frac{\rho S_w c_w}{4W/g} \left(-\frac{2V_0}{c_w} \right) C_{L,q}$	$\eta_{yx} = A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx})S_{\phi_0} C_{\theta_0} + 2I_{xz} T_{\phi_0} S_{\theta_0}}{I_{yy}}$
$D_{l,\delta_r} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_r}$	$A_{l,\beta} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{xx}} C_{l,\beta}$	$\eta_{yz} = \frac{h_{xx} l_{ref}}{I_{yy} V_0} + A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx})T_{\phi_0} S_{\theta_0} - 2I_{xz} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{yy}}$
$D_{z,\delta_e} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Z,\delta_e}$	$A_{l,\alpha} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{xx}} C_{l,\alpha}$	$\eta_{zx} = A_g \frac{(I_{yy} - I_{xx})T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}}$
$D_{m,\delta_e} = \frac{\rho S_w c_w l_{ref}^2}{2I_{yy}} C_{m,\delta_e}$	$A_{l,\bar{p}} = \frac{\rho S_w b_w^2 l_{ref} 2V_0}{4I_{xx} b_w} C_{l,p}$	$\eta_{zy} = \frac{h_{xx} l_{ref}}{I_{zz} V_0} + A_g \frac{(I_{yy} - I_{xx})T_{\phi_0} S_{\theta_0} - I_{xz} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}}$
$D_{n,\delta_a} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{zz}} C_{n,\delta_a}$	$K_1 = -\left(\frac{V_0}{g} \right) \frac{V_0^2}{g l_{ref}}$	
$A_{m,\beta} = \frac{\rho S_w c_w l_{ref}^2}{2I_{yy}} C_{m,\beta}$	$A_{n,\alpha} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{zz}} C_{n,\alpha}$	

The output equation (Eq. (5.2)) is represented in the matrix formulation with Eq. (5.4). The outputs vector \mathbf{y} includes the vertical (a_z) and lateral (a_y) accelerations, which are useful to include for system identification purpose because it provides additional measured outputs to the output-error method used for system identification.

The state vector \mathbf{x} is dimensionless, so that Eq. (5.3) is integrated with respect to dimensionless time τ defined in Eq. (5.5). V_0 denotes the equilibrium airspeed, t is the dimensional time, and l_{ref} is an arbitrary chosen reference length, which is taken as the wing chord length within the work presented in this paper.

$$\tau \equiv \frac{V_0 t}{l_{ref}} \quad (5.5)$$

The continuous-time LTI (Linear Time Invariant) system depicted by Eqs. (5.3) and (5.4) is solved with the Matlab® software, using the *lsim.m* function. Also referring to Eqs. (5.3) and (5.4), the state variables are defined as follow: $\Delta\alpha$ and $\Delta\beta$ are the AoA (Angle-of-Attack) and AoS (Angle-of-Sideslip) disturbances about a referenced trim flight condition, $\Delta\bar{p}$, $\Delta\bar{q}$ and $\Delta\bar{r}$ are respectively the disturbances in dimensionless angular rates for roll, pitch and yaw rates, and finally, $\Delta\phi$, $\Delta\theta$, and $\Delta\psi$ the disturbances in Euler angles. Control vector includes

respectively the ailerons, elevator, rudder deflection variation around a referenced trim flight condition.

The control derivatives are embodied in the $D_{xx,xx}$ terms. For example, the dimensionless control derivative $D_{x,\delta_e} \equiv (\rho S_w l_{ref} / (2W / g)) C_{X,\delta_e}$ includes the control derivative $C_{X,\delta_e} = \partial C_X / \partial \delta_e$, that is the change in longitudinal force coefficient C_X with respect to a change in the elevator deflection δ_e , and so forth for the other terms. Inertial and gyroscopic coupling terms are represented by the η dimensionless coefficients, which are expanded in Table 5.2. Aerodynamic coupling due to asymmetric rotating propeller is accounted for with $A_{m,\beta}$, $A_{l,\alpha}$, and $A_{n,\alpha}$, in which is embodied the more common coefficients notation $C_{m,\beta}$, $C_{l,\alpha}$ and $C_{n,\alpha}$, the change in pitching moment, rolling moment coefficient and yawing moment coefficients with AoS and AoA respectively. These coefficients are the most significant for an asymmetric configuration (single-engine, no counterrotating propeller), as stated by Phillips [29]. The body-fixed coordinates system x -axis is defined positive forward and located in the aircraft's plane of symmetry, the y -axis is positive right and normal to the plane of symmetry, and the z -axis is in the plane of symmetry pointing downward. The flight control surface deflection convention is the following: the elevator deflection is positive for trailing edge down, the aileron deflection is positive for right aileron trailing edge down, and the rudder deflection is positive for left trailing edge.

5.4 Identification methodology

5.4.1 System Identification

In a first attempt to identify the parameters in Eqs. (5.3) and (5.4), longitudinal and lateral/directional static stability, dynamic stability and control derivatives are identified in two distinct steps. The longitudinal dynamics is identified with the α , q , and a_z equations taken from Eqs. (5.3) and (5.4) system matrix corresponding lines and columns. The lateral/directional dynamics is identified with the β , p , r , ϕ , and a_y equations similarly. The problem is therefore investigated with the well-known decoupled equation of motion prior to the identification of the longitudinal/lateral coupling. Maximum likelihood parameter estimation method is used for both, assuming a deterministic linear system (no process noise). The dynamic system identified is thus modeled only with measurement noise, which is assumed to be white. The general procedure for parameter estimation is shown in Figure 5.2.

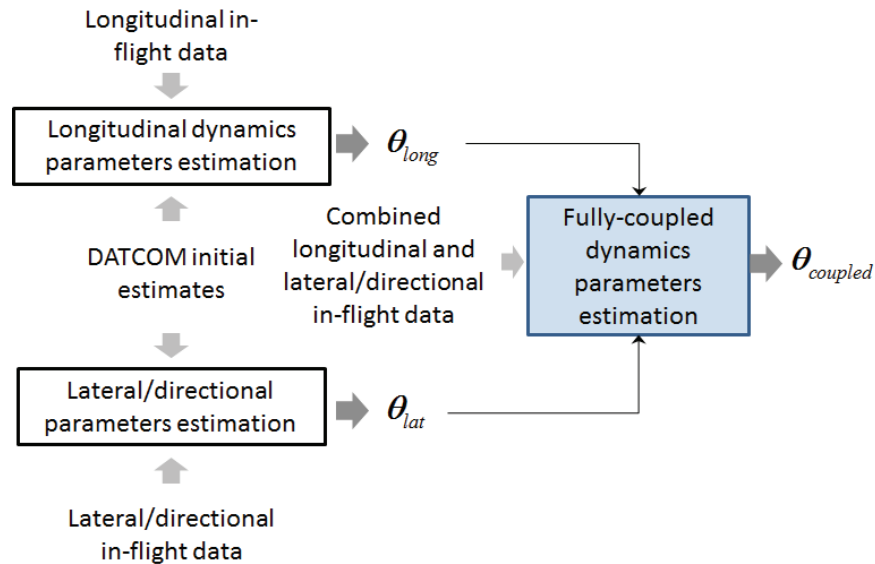


Figure 5.2 : Fully-coupled parameters identification methodology. The system identification is performed with SIDPAC output-error method with the model structure equations presented in this paper. The result from the decoupled parameter estimates is used as initial estimates for the fully-coupled case.

Specifically-designed maneuvers for both longitudinal and lateral/directional dynamics are performed with the SA160 in order to have suitable in-flight data for parameter estimation.

For the decoupled case, the aerodynamics parameters are initially computed using a Digital Datcom [12, 13] model of the SA160, since it is recognised as one of the best analytical method for aerodynamic coefficients prediction [37]. Some of the aerodynamic coefficients are also taken from the manufacturer's aerodynamic report when available. These first estimates serve as inputs to the SIDPAC software package [21] in which the output-error method was used. Referring to Figure 5.2, the parameter vector to estimate from longitudinal and lateral/directional are:

$$\boldsymbol{\theta}_{long} = \left[A_{z,\alpha} \quad B_{z,\alpha'} \quad A_{z,\bar{q}} \quad A_{m,\alpha} \quad B_{m,\alpha'} \quad A_{m,\bar{q}} \quad D_{z,\delta_e} \quad D_{m,\delta_e} \quad b_\alpha \quad b_q \quad b_{a_z} \right]^T \quad (5.6)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{lat} = \left[A_{y,\beta} \quad A_{y,\bar{p}} \quad A_{y,\bar{r}} \quad A_{l,\beta} \quad A_{n,\beta} \quad A_{l,\bar{p}} \quad A_{n,\bar{p}} \quad A_{l,\bar{r}} \quad A_{n,\bar{r}} \quad D_{y,\delta_a} \quad \dots \right. \\ \left. \dots \quad D_{y,\delta_r} \quad b_\beta \quad D_{l,\delta_a} \quad D_{n,\delta_a} \quad D_{l,\delta_r} \quad D_{n,\delta_r} \quad b_p \quad b_r \quad b_\phi \quad b_{a_y} \right]^T \quad (5.7)$$

Maximum likelihood method is implemented with a cost function consisting of the difference between measured (\mathbf{z}) and computed (\mathbf{y}) system outputs weighted by their covariance matrix, as defined by Eq. (5.8):

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [\mathbf{z}(i) - \mathbf{y}(i)] \hat{\mathbf{R}}^{-1} [\mathbf{z}(i) - \mathbf{y}(i)]^T \quad (5.8)$$

where $\boldsymbol{\theta}$ is the vector of parameters to estimate and $\hat{\mathbf{R}}$, the estimate of the measurement noise covariance matrix. This cost function is optimized with the SIDPAC modified Newton-Raphson algorithm, and implemented using the equations presented herein. The convergence criteria used for the algorithm is the following:

$$\frac{\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}\|}{\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}\|} < 0.001 \quad (5.9)$$

In Eq. (5.9), $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ is the calculated parameter vector estimate at iteration k , and $\|\cdot\|$ the Euclidian norm. Within the context of aircraft parameter estimation, convergence criteria depicted by Eq. (5.9) works well [21].

5.4.2 Data Instrumentation Errors

Prior to system identification, in-flight data is pre-processed for sensors alignment and position errors, and noise is removed with smoothing techniques. Data compatibility analysis is then performed using the kinematic relations, thus providing estimates for instrumentation errors depicted by Eq. (5.10), which is used as the model equation for sensors in-flight measurements:

$$\mathbf{z}(i) = (1 + \lambda)\mathbf{y}(i) + \mathbf{b} + \mathbf{v}(i) \quad (5.10)$$

where \mathbf{z} is the sensor measurement vector, \mathbf{y} is the true dynamic system output vector, \mathbf{v} the random white noise vector, λ is the instrumentation scale factor error, and \mathbf{b} the instrumentation bias error. In the data compatibility analysis, the measured AoS and AoA are corrected for both scale factor and bias errors, as the accelerometers and gyroscopes are corrected only for bias. The instrumentation error selected for each sensor was assessed in comparing reconstructed outputs with measured outputs.

5.5 Instrumentation and Flight Testing

5.5.1 Air Data

An air data boom from Aero-Instruments (model 100400) was fitted to the aircraft at the left wingtip. In order to minimize the static pressure error due to upwash effect, the boom was extended so the static pressure port location is about one chord length forward of wing leading edge. The boom supporting structure was designed in such a way that deformations under aerodynamic and inertial loading do not affect significantly the AoA and AoS measurements. The maximum error due to the supporting structure deformation under loading was evaluated with a Finite Element Model (FEM). Although the systematic error is diminished in the way described, the remaining systematic error is evaluated further within the aircraft system identification process. A modal analysis was also performed on the FEM to ensure that a safe margin was obtained between the engine frequency range and boom assembly natural frequencies.

Since the mathematical model used for system identification is considering variations from the steady state, AoA and AoS are not extensively calibrated for true values, and the signal

variation is studied about the zero value, which corresponds to trim level flight. The manufacturer's calibration data was used to calculate the measured AoA and AoS with the flow vanes output voltage. Prior to system identification, the measured AoA and AoS were corrected for the aircraft angular rates.

The boom static and total pressure lines were connected to pre-calibrated differential and static pressure transducers located in the wing near the boom location, thus avoiding pressure lag effects. Standard leak tests were performed as per the aircraft maintenance manual. The relation between the differential pressure and airspeed is processed with the equations developed by Kohlman [22]. The pressure transducers as well as the flow vane potentiometers were linked to the Data Acquisition Unit (DAU) located in the aircraft cockpit.

5.5.2 Inertial Data

The inertial data was provided by three accelerometers and three single-axis rate gyros rigidly mounted in the aircraft cockpit, thus providing 6 DoF inertial data. A GPS antenna was also connected to the RS-232 DAU serial port for GPS speed and position. The VN200 GPS-Aided IMU unit was used in combination with the DAU in order to log the Euler angles. The VN200 has an on-board Extended Kalman Filter (EKF), and dynamic accuracy for pitch and roll angles is better than 0.25° , and better than 0.75° in heading. The primary interest in using the VN200 unit is that it provides a high-quality measurement of Euler angles which are to be used as measured outputs to optimize the cost function described by Eq. (5.8). Furthermore, Euler angles time series allows comparison of the 6 DoF simulations to experimental data for a given maneuver, when validating the model. Thus, it was deemed of interest to have a reliable set of Euler angles data to compare with simulation results as well as to provide the modified Newton-Raphson algorithm more measured state variable inputs for optimization. The VN200 sensors are individually calibrated for bias, scale factor and misalignment errors, resulting in less time spent in data processing.

5.5.3 Flight Control Surfaces

The SA160 has a standard flight control surface configuration, with outboard Frise type ailerons, inboard trailing edge Fowler flaps, elevator and rudder. The elevator, ailerons and

rudder maximum and minimum deflections were calculated with linear position measurement sensors linked to the cable mechanism between the pilot's stick and flight control surfaces. The sensors were calibrated with the physically measured maximum and minimum control surface deflection, assuming a linear relationship with output voltage. The flight control surfaces deflection was measured with electronic level to yield calibration. The positive deflection measured on the aircraft is the same as the convention used by Phillip's model in section 5.3. The aileron deflection is defined with respect to left ailerons (δ_{a_L}) and right aileron (δ_{a_R}) deflection with Eq. (13):

$$\delta_a \equiv \frac{\delta_{a_R} - \delta_{a_L}}{2} \quad (13)$$

5.5.4 Weight and Balance and CofG

Prior to flight test, a weight and balance study was performed on the research aircraft. The aircraft was leveled with an electronic level to the factory level line. The lateral and longitudinal CofG location was then determined, using certified weighing scales. The vertical CofG location was also calculated from the weighing scale readings for four different inclination angles.

5.5.5 Flight Test Program

The flight test program was divided into three main phases: longitudinal dynamics maneuvers, lateral/directional maneuvers and fully-coupled maneuvers. The SA160 is not equipped with a fly-by-wire command system with preprogrammable inputs, but with a conventional direct mechanical linkage from pilot's stick to control surfaces. The maneuver amplitude and time were adjusted in real time in order to excite the aircraft dynamics with inputs that contain variability. The first phase involves standard inputs to elevator (doublet, 3-2-1-1, 2-1-1) in such a way to excite the phugoid and short period modes⁸. The notation 3-2-1-1 or 2-1-1 refers to the relative time length for which the control surface is deflected up or down. Pilot stick's inputs were applied to the airplane with the best achievable way in order to excite the predicted aircraft modes, thus obtaining data with rich content on the aircraft aerodynamic behavior. The predicted modes were estimated based on certification flight tests results and the Digital Datcom model. Longitudinal static and dynamic derivatives as well as the elevator control derivatives were identified from the first phase. The second phase purpose was to determine the static and dynamic derivatives for lateral and directional motion, and control derivatives associated to rudder and ailerons. Finally, the last phase was performed to get a set of data with multiple elevator, rudder and aileron inputs for fully-coupled system identification. A first set of data was used for system identification, and a second set was used to validate the mathematical model obtained from the first set. The DAU sampling rate was set to 50 Hz.



Figure 5.3 : SA160 research platform used for flight testing with close caption on the airdata boom installation. The tests were conducted at Trois-Rivières airport, Québec, Canada.

5.6 Results

5.6.1 Longitudinal Dynamics

In this section, the results for longitudinal dynamics identification are shown for four consecutive inputs to elevator, obtaining better confidence with improved accuracy in the results. Moreover, pilot's inputs variability in amplitude and frequency is good for system identification since this results in a more robust identification⁸. While performing maneuver, altitude and airspeed were checked to avoid the aircraft to drift away significantly from initial flight conditions. The referenced flight condition was set with zero bank angle. Figure 4 shows the converged longitudinal model together with the flight data that is used for the output-error method.

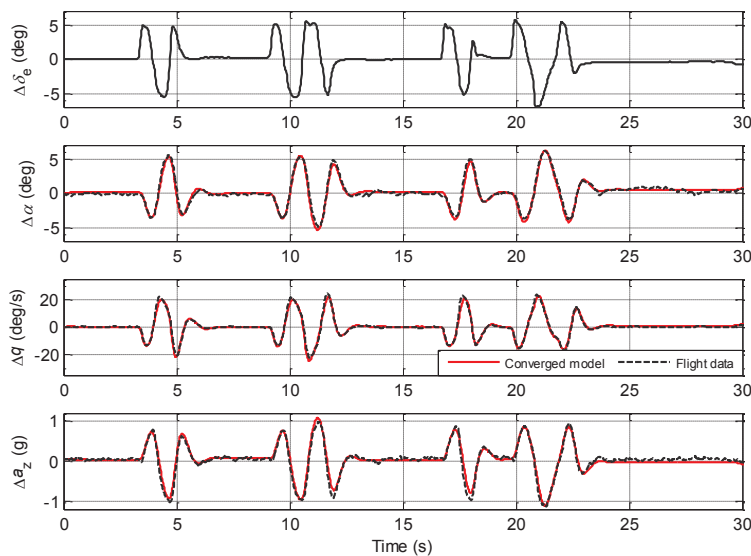


Table 5.3: Parameters identified for the data shown on Figure 5.4.

θ_{long}	$\hat{\theta}_{long}$	$\sigma(\hat{\theta}_{long})$
$A_{z,\alpha}$	-0.0391	3.4866e-04
$B_{z,\alpha'}$	-0.0346	2.8724e-03
$A_{z,\bar{q}}$	-0.0306	3.0750e-03
$A_{m,\alpha}$	-0.0099	6.7136e-05
$B_{m,\alpha'}$	-0.0252	5.1774e-04
$A_{m,\bar{q}}$	-0.0490	5.5369e-04
D_{z,δ_e}	-0.0001	2.4573e-04
D_{m,δ_e}	-0.0098	9.0340e-05

Figure 5.4 : Converged model fit to flight data for four consecutive inputs to elevator. Flight conditions are $V_0 = 174$ ft/s and 4130 ft pressure altitude.

For data shown in Figure 5.4, SIDPAC modified Newton-Raphson algorithm converged after 22 iterations. Table 5.3 gives the estimates of parameters as well as the associated standard deviation on the estimation. In order to validate the model identified, another set of inputs is used and longitudinal data is compared to the model identified in this prediction case. This validation is shown on Figure 5.5. The plots show two consecutive inputs to elevator, and good results on the predicted AoA, pitch rate and vertical acceleration disturbances around the trim flight condition are obtained.

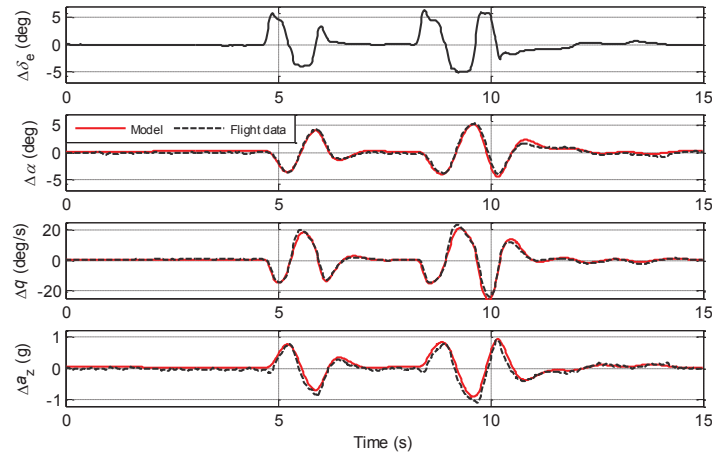


Figure 5.5 : Prediction results for longitudinal dynamics. Flight conditions are $V_0 = 170$ ft/s and 3737 ft pressure altitude.

For the prediction case (Figure 5.5), flight conditions are similar to the one prevailing while performing the maneuver for model identification.

5.6.2 Lateral/directional Dynamics

In this section, flight data that includes both rudder and ailerons inputs are presented, since the lateral/directional dynamics is highly coupled. The amplitude and frequency were adjusted in-flight until the aircraft motion amplitude was deemed sufficiently high in order to get good results for system identification, but again avoiding a significant drift away from nominal trim flight conditions, which was set with zero bank angle. Figure 5.6 displays the converged lateral/directional model together with the measured output variables. The rudder deflection is small compared to ailerons, because since the SA160 has a large rudder surface, larger amplitude values results in drift away from nominal trim flight conditions.

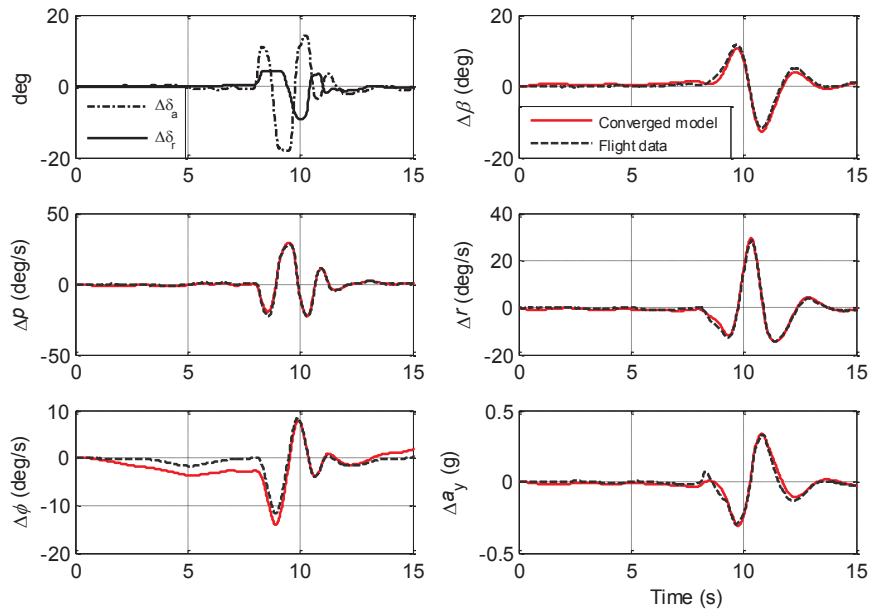


Figure 5.6 : Converged model fit to flight data for ailerons and rudder inputs. Flight conditions are $V_0 = 171$ ft/s and 3678 ft pressure altitude.

Table 5.4: Lateral/direction parameters identified for the converged model

θ_{lat}	$\hat{\theta}_{lat}$	$\sigma(\hat{\theta}_{lat})$	θ_{lat}	$\hat{\theta}_{lat}$	$\sigma(\hat{\theta}_{lat})$
$A_{y,\beta}$	-0.00584	6.7283e-05	$A_{n,\bar{r}}$	-0.01786	2.2289e-04
$A_{y,\bar{p}}$	-0.03611	1.6218e-02	D_{y,δ_a}	-0.00587	5.6223e-04
$A_{y,\bar{r}}$	-0.04437	1.0070e-02	D_{y,δ_r}	0.00126	1.0206e-04
$A_{l,\beta}$	-0.00122	2.0238e-05	D_{l,δ_a}	-0.00402	3.4658e-05
$A_{n,\beta}$	0.00147	1.2897e-05	D_{n,δ_a}	0.00013	1.7997e-05
$A_{l,\bar{p}}$	-0.08472	1.0205e-03	D_{l,δ_r}	0.00063	4.2231e-05
$A_{n,\bar{p}}$	-0.01080	5.5746e-04	D_{n,δ_r}	-0.00219	2.0261e-05
$A_{l,\bar{r}}$	0.02475	5.6482e-04			

Despite data compatibility analysis, a noticeable difference is observed for the bank angle ($\Delta\phi$) time history in Figure 5.6. This is possibly due to a bias integration, or difficulty for the EKF to estimate low-frequency dynamic.

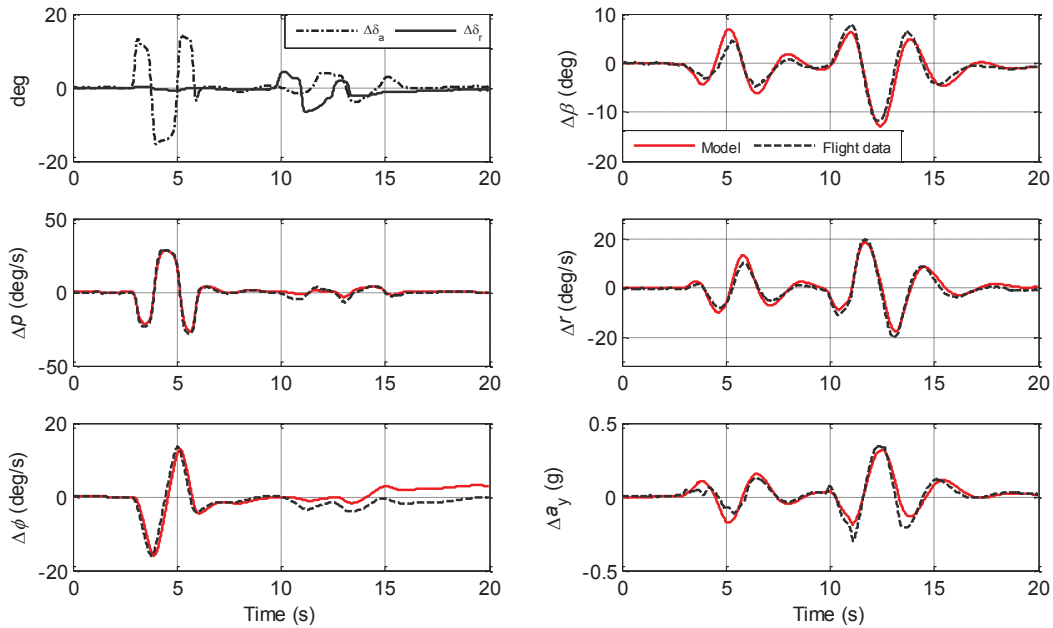


Figure 5.7 : Prediction results for lateral/directional dynamics. Flight conditions are $V_0 = 183$ ft/s and 3505 ft pressure altitude.

For lateral/directional dynamics, better results are obtained for prediction case (Figure 5.7) when the flight data for system identification used is generated by simultaneous inputs to rudder and ailerons. Figure 5.7 shows that the input type behave like an orthogonal square wave with faster motion on aileron deflection than for rudder (Figure 5.6).

5.6.3 Fully-coupled Dynamics

For the fully-coupled dynamics identification, several in-flight maneuvers were performed. The best achievable results in the output-error method are obtained for a maneuver consisting of input to elevator, followed by rudder and then ailerons (Figure 5.8). Although a 3-2-1-1 type of input is more likely to excite a wider frequency range, it can lead to significant drift from equilibrium flight. In this case again, the trim condition was set with zero bank angle. To avoid this, the rudder excitation was reduced in length with a shorter time-length input instead of a 3-2-1-1, while insuring good lateral excitation amplitude for good modeling results.

Concerning the aerodynamic coupling terms, the effect of $C_{n,\alpha}$ and $C_{l,\alpha}$ is expected to be observed on the roll rate (Δp) and yaw rate (Δr) curves at the same time for which the

elevator input is applied, since this input is likely to produce an effect on these state variables through AoA disturbance. Similarly, $C_{m,\beta}$ effect is expected to be observed on the pitching moment (Δq) and AoA ($\Delta\alpha$) curves through an AoS variation due to rudder input.

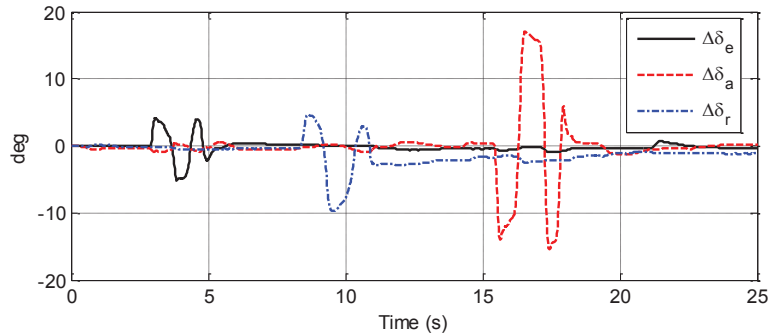


Figure 5.8 : Inputs for fully-coupled system identification.

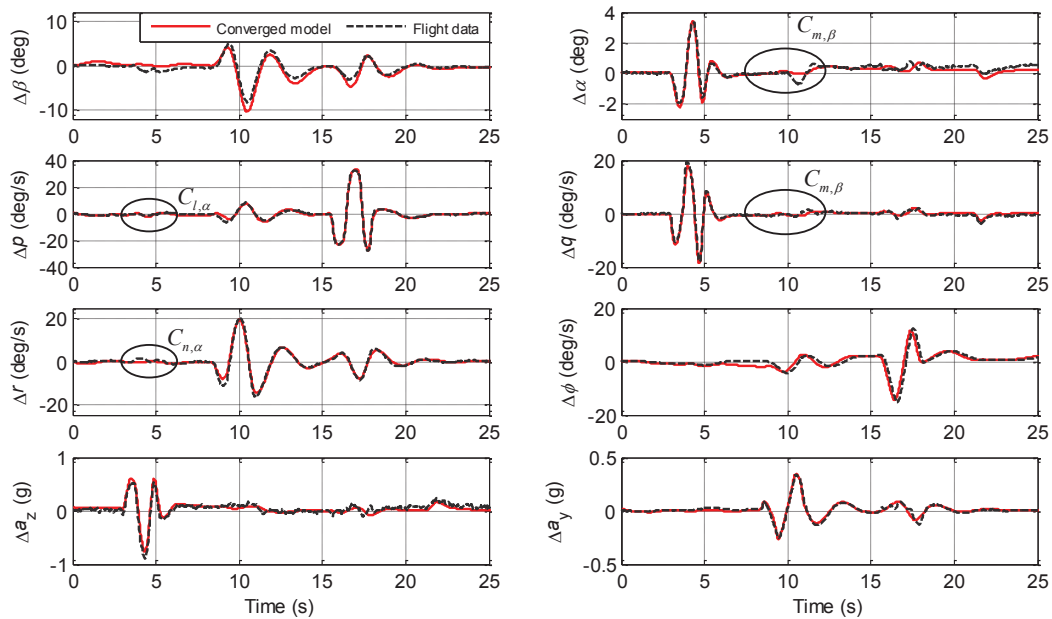


Figure 5.9 : Converged model for fully-coupled inputs. No significant aerodynamic coupling is observed. The circled zones correspond to the time window where aerodynamic coupling is to be observed. These areas are related to the excitation type, as explained previously. Flight conditions are $V_0=170$ ft/s and 3300 ft pressure altitude.

In Figure 5.9, the modified Newton-Raphson algorithm converged after 91 iterations, with a parameters vector $\theta_{coupled}$ consisting of the addition of parameters in both Eqs. (5.6) and (5.7), for a total of 34 parameters, including aerodynamic coupling ($A_{l,\alpha}$, $A_{n,\alpha}$, $A_{m,\beta}$) and biases for each state variable. The results from longitudinal and lateral/directional dynamics

identification is used as initial estimates for this case, resulting in faster convergence of the algorithm. From Figure 5.9, small amount of aerodynamic coupling is observed. Although this coupling is not very significant, as it usually is for airplane presenting low thrust-to-weight ratio characteristics [21], the flight data shows that the most significant aerodynamic coupling term on the SA160 for this maneuver is $C_{m,\beta}$, the change in pitching moment coefficient with AoS. Since this coupling is very small in relative amplitude, the AoA disturbance curve in Figure 5.9 demonstrates that the output-error method is not able to accurately match the model to flight data, although a slight tendency of the model to reproduce the coupling is observed. For the other coupling terms, ($C_{n,\alpha}$ and $C_{l,\alpha}$), the very-small amplitude oscillations observed in Figure 5.9 for the roll and yaw rates are more likely due to small involuntary lateral/directional input from the pilot's stick lateral motion while performing the longitudinal maneuver.

For improved prediction accuracy, the least-square regression method could be used to find a better estimate of the aerodynamic coupling term $C_{m,\beta}$. The results could then be injected in Eq. (5.3) and validated with another set of flight test data for the prediction case. Steady-state turning flight maneuver is also to be investigated for fully-coupled system identification using the output-error method.

5.7 Conclusion

The SA160 fully-coupled dynamics was investigated, and Phillip's dimensionless 6 DoF model was implemented into SIDPAC software for the system identification work presented in this paper. The interest in using Phillip's equations is that it makes the identified parameters independent of the aircraft airspeed, thus the model identified remains accurate for various flight conditions. Furthermore, Phillip's model was found accurate to predict the SA160 6 DoF dynamic within the small-disturbance theory limitations, and good convergence and prediction results were obtained for both longitudinal and lateral/directional maneuvers.

For the fully-coupled case, the results demonstrate that the modified Newton-Raphson algorithm cannot properly identify the aerodynamic coupling terms with good variance estimates, for the maneuver presented herein.

With the perspective of developing flight control laws for an unmanned version of the SA160, the next step will be to identify the aircraft 6 DoF dynamics for the takeoff and landing configurations, thus providing a set of linear state-space models useful for flight control laws design and hardware-in-the-loop simulations, which are critical prerequisites for safe technology demonstration of unmanned flight.

In future work, in order to demonstrate the fidelity level of the identified model from flight test data, system sensitivity analysis is recommended. In this step, the uncertainties in the model output variables will be quantified with respect to the given variance of the parameters identified. The main goal being to assess which of the state-space model parameters are critical to the reliability of the dynamic model, the method would use a one-at-a-time sensitivity measure of the state variables following impulses applied to the elevator, ailerons and rudder.

5.8 Acknowledgments

This work was conducted within an industrial innovation scholarship program which is co-funded by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC), the *Fonds de recherche sur la nature et les technologies du Québec* (FQRNT) and Aviatech Technical Services Inc. (ATS). The authors would like to thank ATS staff for their support and recommendation while performing the aircraft instrumentation and flight testing. The authors would also like to thank Mirko Zgela (Technical Advisor and Project Pilot) and Louis Simon for their significant contributions to this project.

CHAPITRE 6 ANALYSE DE SENSIBILITÉ DU MODÈLE DYNAMIQUE

Avant-propos

Auteurs et affiliation :

M. Cardinal : étudiant à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique

P. Masson : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique

M. Zgela : conseiller technique et pilote d'essai, Aviatech Services Techniques Inc.

Date de soumission : 27 mai 2014

Revue : Canadian Aeronautics and Space Journal (CASJ)

Titre français : Analyse de sensibilité d'un modèle dynamique du SA160

Contribution au document :

Cet article contribue au mémoire en élaborant davantage sur la fiabilité du modèle dynamique présenté au CHAPITRE 5. Afin d'établir l'influence de l'incertitude statistique sur les capacités prédictives du modèle dynamique, l'article présente des métriques permettant d'établir un niveau de fiabilité pour des manœuvres spécifiques. Ainsi, ces informations pourront éventuellement servir à déterminer l'influence de l'incertitude du modèle dynamique sur la conception des lois de commandes.

Résumé français :

Malgré l'utilisation grandissante des technologies de drones dans l'industrie aérospatiale, la méthodologie complète pour leur intégration dans un espace aérien civil est encore manquante. À cet effet, une version sans pilote du SA160 serait un bon candidat à des fins de démonstration technologique des concepts de lois de commande et de navigation autonome, spécialement pour les phases critiques de la mission, par exemple un atterrissage autonome. Dans le but d'obtenir un modèle haute-fidélité pour procéder à des simulations dites *Hardware-In-the-Loop*, un modèle dynamique est élaboré via des techniques bien connues d'identification du système. Ces techniques sont mises en œuvres avec le programme Matlab SIDPAC (*System Identification Program for Aircraft*). Le problème principal abordé dans cet article est l'effet de l'incertitude sur les paramètres identifiés à partir des essais en vol sur les

résultats de simulation. Dans un premier temps, l'approche proposée tente d'identifier les paramètres du modèle par représentation d'état pour lesquels le modèle est le plus sensible, en évaluant les sensibilités individuellement pour chacun des paramètres. Puis, les paramètres les plus influents identifiés en premier lieu sont ensuite utilisés pour procéder à des analyses de sensibilités combinées, et la variabilité des variables d'état est étudiée, avec tous les autres paramètres (moins influents) fixés à des valeurs aléatoires à l'intérieur de leurs bornes d'incertitudes respectives. Le résultat présenté se résume à la variabilité des variables d'état en sortie causée par l'incertitude sur la valeur des paramètres aérodynamiques estimés qui sont les plus influents, sous la forme d'une étude approfondie qui fait appel à des indices de sensibilité.

Sensitivity Analysis of the SA160 General Aviation Aircraft

Dynamic Model

Mikaël Cardinal⁴ and Patrice Masson⁵

GAUS, Mechanical Engineering Department, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, QC, J1K 2R1, CANADA

Mirko Zgela⁶

Aviatech Technical Services Inc., Trois-Rivières, QC, G9A 4G1, CANADA

Within the context of the growing use of Unmanned Aerial Vehicle (UAV) in civil airspace, the SA160 general aviation aircraft is selected to demonstrate the crucial technological requirements for sense-and-avoid and automatic landing capabilities. As such, this paper aims at providing a high fidelity model for hardware-in-the-loop (HIL) simulations of the Automatic Flight Control System (AFCS), a dynamic model is elaborated through system identification techniques using the SIDPAC (System IDentification Program for AirCraft) software package. This paper addresses the effect of the uncertainties on the aerodynamic parameters, identified from flight test data, on the simulation results. Firstly, the approach attempts to identify the state-space model parameters to which the dynamic model is most sensitive using a one-at-a-time sensitivity measure of the state variables using in-flight input data to flight control surfaces. Then, the most influential parameters identified in the first step are varied simultaneously and state output variability is studied while all other parameters are set to random values that fall within their respective statistical uncertainty interval. The results showed that the estimated aerodynamic parameters lead to a reliable dynamic model, based on a thorough study with sensitivity indices. The study was conducted using the most influential aerodynamic parameters on the aircraft model states.

Nomenclature

⁴ MSc Engineering Student, Mech, Eng. Dept., mikael.cardinal@usherbrooke.ca, Student Member AIAA.

⁵ Professor, Mech. Eng. Dept., patrice.masson@usherbrooke.ca.

⁶ President and Technical Advisor, Aviatech Technical Services Inc., mirkoz@ats-ast.com.

a_x, a_y, a_z	=	body-axis translational accelerations (ft/s ²)
$A_{y,\beta}$	=	$\frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\beta}$ Dimensionless y-force derivative with respect to Angle-of-Sideslip (AoS)
$A_{y,\bar{p}}$	=	$\frac{\rho S_w b_w 2V_0}{4W/g b_w} C_{Y,p}$ Dimensionless y-force derivative with respect to dimensionless roll rate
$A_{y,\bar{r}}$	=	$\frac{\rho S_w b_w 2V_0}{4W/g b_w} C_{Y,r}$ Dimensionless y-force derivative with respect to dimensionless yaw rate
A_g	=	$\frac{g l_{ref}}{V_0^2}$ Dimensionless coefficient used in the nondimensional linearized equation of motion
$A_{z,\alpha}$	=	$\frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Z,\alpha}$ Dimensionless z-force derivative with respect to Angle-of-Attack (AoA)
$A_{z,\bar{q}}$	=	$\frac{\rho S_w c_w}{4W/g} \left(-\frac{2V_0}{c_w} \right) C_{L,q}$ Dimensionless z-force derivative with respect to pitching rate
$A_{l,\beta}$	=	$\frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{xx}} C_{l,\beta}$ Dimensionless rolling derivative with respect to AoS
$A_{l,\bar{p}}$	=	$\frac{\rho S_w b_w^2 l_{ref} 2V_0}{4I_{xx} b_w} C_{l,p}$ Dimensionless rolling derivative with respect to dimensionless roll rate
b	=	wingspan (ft)
$B_{m,\alpha'}$	=	$\frac{\rho S_w c_w^2 l_{ref} 2V_0}{4I_{yy} c_w} C_{m,\dot{\alpha}}$ Dimensionless pitching moment derivative with respect to AoA rate
$B_{z,\alpha'}$	=	$\frac{\rho S_w c_w}{4W/g} \left(-\frac{2V_0}{c_w} \right) C_{L,\dot{\alpha}}$ Dimensionless lift coefficient derivative with respect to AoA rate
b_x	=	bias in measured variable x
C_L	=	lift coefficient
$C_{L,\dot{\alpha}}$	=	aerodynamic stability derivative $\left(\frac{\partial C_L}{\partial \dot{\alpha}} \right)$
$C_{L,q}$	=	aerodynamic stability derivative $\left(\frac{\partial C_L}{\partial q} \right)$

C_l, C_m, C_n = rolling, pitching and yawing moment coefficients

$C_{l,\beta}$ = aerodynamic stability derivative $\left(\frac{\partial C_l}{\partial \beta}\right)$

$C_{l,p}$ = aerodynamic stability derivative $\left(\frac{\partial C_l}{\partial p}\right)$

$C_{m,\dot{\alpha}}$ = aerodynamic stability derivative $\left(\frac{\partial C_m}{\partial \dot{\alpha}}\right)$

C_x, C_y, C_z = x-axis, y-axis and z-axis force coefficients in body-axes coordinates

C_x, S_x, T_x = $\cos(x), \sin(x), \tan(x)$

C_{X,δ_e} = x-axis force coefficient derivative with respect to elevator deflection $\left(\frac{\partial C_x}{\partial \delta_e}\right)$, and so forth for

$C_{Y,\delta_a}, C_{Y,\delta_r}, C_{Z,\delta_e}$ terms

$C_{Y,\beta}$ = y-axis force coefficient derivative with respect to AoS $\left(\frac{\partial C_y}{\partial \beta}\right)$

$C_{Z,\alpha}$ = z-axis force coefficient derivative with respect to AoA $\left(\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}\right)$

C_{l,δ_a} = rolling moment coefficient derivative with respect to ailerons deflection $\left(\frac{\partial C_l}{\partial \delta_a}\right)$ and similarly

for $C_{l,\delta_r}, C_{m,\delta_e}, C_{n,\delta_a}, C_{n,\delta_r}$ terms

c_w = wing chord (ft)

$D_{x,\delta_e} = \frac{\rho S_w c_w^2 l_{ref}}{4I_{yy}} \frac{2V_0}{c_w} C_{X,\delta_e}$ Dimensionless x-force derivative with respect to elevator deflection

$D_{y,\delta_a} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_a}$ Dimensionless y-force derivative with respect to ailerons deflection

$D_{y,\delta_r} = \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_r}$ Dimensionless y-force derivative with respect to rudder deflection

$D_{l,\delta_a} = \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{xx}} C_{l,\delta_a}$ Dimensionless rolling moment derivative with respect to ailerons deflection

D_{l,δ_r}	$= \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Y,\delta_r}$	Dimensionless y -force derivative with respect to rudder deflection
D_{z,δ_e}	$= \frac{\rho S_w l_{ref}}{2W/g} C_{Z,\delta_e}$	Dimensionless z -force derivative with respect to elevator deflection
D_{m,δ_e}	$= \frac{\rho S_w c_w l_{ref}^2}{2I_{yy}} C_{m,\delta_e}$	Dimensionless pitching moment derivative with respect to elevator deflection
D_{n,δ_a}	$= \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{zz}} C_{n,\delta_a}$	Dimensionless yawing moment derivative with respect to ailerons deflection
D_{n,δ_r}	$= \frac{\rho S_w b_w l_{ref}^2}{2I_{zz}} C_{n,\delta_r}$	Dimensionless yawing moment derivative with respect to rudder deflection
g	$=$	earth gravitational constant (32.174 ft/s ²)
\mathcal{H}	$=$	Hessian matrix
h_{xx}	$=$	x -axis component of propeller angular momentum relative to the body-fixed coordinate system
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	$=$	moment of inertia components (slug · ft ²)
I_{xz}	$=$	product of inertia (slug · ft ²)
l_{ref}	$=$	reference length for dimensionless aircraft model
m	$=$	mass (slug)
$\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$	$=$	dimensionless roll, pitch and yaw rates
p, q, r	$=$	body-axis roll, pitch and yaw rates (deg/s)
t	$=$	time (s)
V_0	$=$	equilibrium airspeed at trim condition (ft/s)
W	$=$	weight (lbf)
\mathbf{x}	$=$	aircraft state vector
α	$=$	angle-of-attack (deg)
β	$=$	angle-of-sideslip (deg)
$\delta_a, \delta_e, \delta_r$	$=$	aileron, elevator and rudder deflection (deg)

Δx = disturbance of variable x around aircraft equilibrium flight condition, or variation of the estimated aerodynamic parameters x around its nominal value

$$\eta_{xx} = A_g \frac{I_{xz} T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{xx}} \quad \text{Dimensionless inertial coupling coefficient}$$

$$\eta_{zz} = A_g \frac{-I_{xz} T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}} \quad \text{Dimensionless inertial coupling coefficient}$$

$$\eta_{xy} = A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx}) S_{\phi_0} C_{\theta_0} + I_{xz} T_{\phi_0} S_{\theta_0}}{I_{xx}} \quad \text{Dimensionless inertial coupling coefficient}$$

$$\eta_{xz} = A_g \frac{(I_{yy} - I_{zz}) T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{xx}} \quad \text{Dimensionless inertial coupling coefficient}$$

$$\eta_{yx} = A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx}) S_{\phi_0} C_{\theta_0} + 2I_{xz} T_{\phi_0} S_{\theta_0}}{I_{yy}} \quad \text{Dimensionless inertial coupling coefficient}$$

$$\eta_{yz} = \frac{h_{xx} l_{ref}}{I_{yy} V_0} + A_g \frac{(I_{zz} - I_{xx}) T_{\phi_0} S_{\theta_0} - 2I_{xz} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{yy}} \quad \text{Dimensionless inertial and gyroscopic coupling}$$

coefficient

$$\eta_{zx} = A_g \frac{(I_{yy} - I_{xx}) T_{\phi_0} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}} \quad \text{Dimensionless inertial coefficient}$$

$$\eta_{zy} = \frac{h_{xx} l_{ref}}{I_{zz} V_0} + A_g \frac{(I_{yy} - I_{xx}) T_{\phi_0} S_{\theta_0} - I_{xz} S_{\phi_0} C_{\theta_0}}{I_{zz}} \quad \text{Dimensionless inertial and gyroscopic coupling coefficient}$$

θ = parameter vector for system identification

θ, ϕ, ψ = Euler pitch, roll and heading angles (deg)

l_{xz} = I_{xz} / I_{xx} Dimensionless inertial coefficient

ρ = air density (slug/ft³)

$\sigma(x)$ = standard deviation of variable x

$||$ = absolute value

$|||$ = Euclidian norm

Superscripts

- T = matrix or vector transpose
' = dimensionless time rate of change
^ = estimate
-1 = matrix inverse

Subscripts

- 0 = refers to equilibrium trim condition
 X,Y = derivative of X with respect to Y

6.1 Introduction

In recent years, the use of UAVs has grown in military and civilian applications. Beyond the fact that unmanned aircraft applications are of high interest for Dull, Dirty or Dangerous missions (DDD), the benefits of an unmanned platform translates in a 40% to 80% gain in operational costs versus a similar manned platform performing the same mission [3]. Furthermore, a high level of autonomy is desired from takeoff to landing since it reduces the dependency on the communications and associated bandwidth [3]. As such, the common approach to autonomous navigation system design is to develop a mathematical model of the aircraft dynamics which will allow further definition of the Automatic Flight Control System (AFCS) parameters throughout the mission profile [6, 17, 19, 24]. The synthesis of a UAV automatic controller must be based on a reliable mathematical model which has representative characteristics. The elaboration of accurate dynamic models is critical not only for the design and performance of flight control systems, but also for flight-vehicle certification [18]. Dynamic modeling is an essential and critical prerequisite for a UAV design and evaluation before safe operations, especially when performing in-flight testing and landing [16].

One of the critical milestones for UAVs integration into civilian airspace is the validation of technologies and procedures in order to ensure safe separation from other aircraft [20]. There is also a need to develop a methodology to define airworthiness standards for such systems. In this respect, technology demonstration is still required to address and validate the critical aspects for UAV operations in civilian airspace. In this paper, the SA160 dynamic modeling and sensitivity analysis are presented as the first steps prior to the design of AFCS and HIL simulations. The SA160 dynamics was identified through well-known system identification techniques [4] for cruise configuration. In order to quantify to which extent this model is reliable with respect to model uncertainties, a sensitivity analysis is performed based on statistical information from maximum likelihood methods. Additional assumptions are made to account for non-uniform and time-correlated variance of the difference between the measured outputs and model outputs.

This paper first describes the SA160 aircraft used as the research platform in Section 6.2. In Section 6.3, the mathematical model is discussed. Sections 6.4 and 6.5 present respectively the

system identification methodology and the instrumentation of the research aircraft. The model obtained through system identification is the object of a sensitivity analysis in Section 6.6.

6.2 The SA160 General Aviation Aircraft

The SA160 is a general aviation high-wing aircraft with lift struts. Several versions of this airplane are offered, including a VFR (Visual Flight Rules) version and an IFR (Instrument Flight Rules) version with a fully integrated glass cockpit and enhanced performance. The fuselage features a robust steel tubing roll cage covered by a non-structural fiberglass skin. The wing and control surfaces are made of standard aluminum construction. Figure 6.1 shows a three-view representation of the SA160 aircraft.

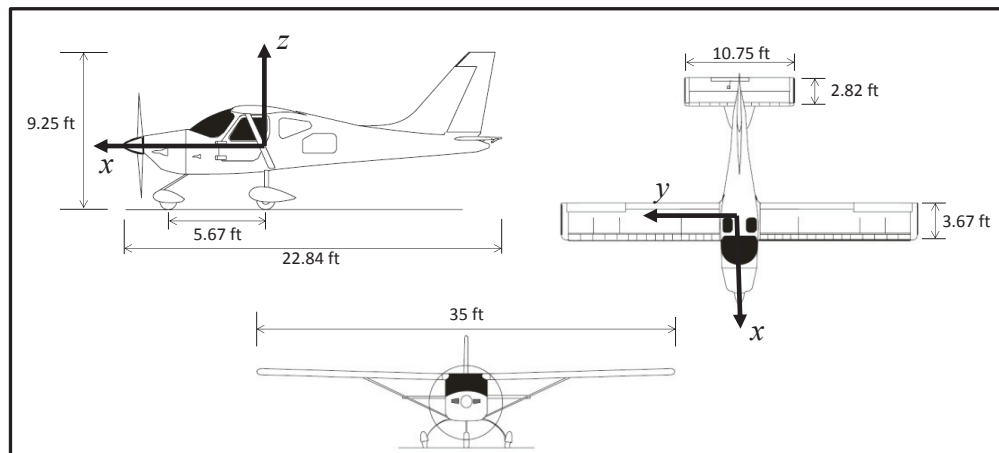


Figure 6.1: SA160 general views and basic dimensions.

The wing has a new generation GA(W)-2 airfoil except for the outer wing section where the camber of the lower side was removed on the ailerons, thus reducing the section pitching moment in the wing outer area. The horizontal tail and the vertical stabilizer airfoil is a NACA 63A010. Other SA160 general characteristics are shown in Table 6.1.

Table 6.1: SA160 general characteristics

Engine type	Textron Lycoming O-320-D2A
Engine power	160 bhp (break horsepower)
Propeller	2 blades MT 186 R 140-3D
Maximum Takeoff Weight	2150 lbf
Fowler flaps deflection	Down 0° to 40°
Fuel capacity ⁷	32.2 gal US
Flight envelope load factor limits	+3.8g/−1.5g (flaps up) +2.0g/−1.5g (flaps down)

⁷ The fuel capacity was increased to 40 gal US on the research platform used for flight testing.

6.3 The Aircraft Model

The dynamic model used in this work is based on the non-dimensional linearized equations developed by Phillips [29]. This model is considering inertial, gyroscopic and aerodynamic coupling [31]. For the specific case of the SA160, it was found that the aerodynamic coupling terms were difficult to obtain through system identification for the maneuvers investigated up to now. Since the amount of longitudinal-lateral/directional coupling was small for the SA160 cases investigated [4], these terms are not considered within the context of this paper, and the effort focuses on system identification with the decoupled longitudinal and lateral/directional equations. The maneuvers presented in this paper include only maneuvers for which the initial trim condition are achieved with zero bank angle, thus resulting in very low amplitude longitudinal to lateral/directional coupling [9]. However, to allow future in-depth studies considering turning flight maneuvers, the fully-coupled equation structure is kept in order to consider gyroscopic and aerodynamic coupling terms. The intent in using this linearized model is to provide valuable information for flight control law design in the form of a piecewise linear model throughout the aircraft flight envelope. Eventually, a full non-linear model is to be used for HIL testing.

Two main assumptions are made in deriving the equations of motion. First, rigid body motion of the aircraft is assumed, so structural flexibility effects are not considered. This assumption is deemed acceptable since the structural deformation of a general aviation aircraft is quite small compared to large transport aircraft with high inertia and long-span structures. The second assumption is related to the small-disturbance theory, which results in linearized rigid-body equations for longitudinal and lateral motion if aerodynamic forces and moments do not vary abruptly and if the motion of the aircraft does not drift significantly from steady trimmed flight condition. The steady trimmed flight condition in this paper is achieved with zero trim value for the angular rates of the aircraft (p , q , r). Other assumptions included in the model are that the derivatives of the wind speed with respect to time are negligible, that the Earth's curvature is zero and that the Earth is non-rotating.

In this work, the non-dimensional linearized equations developed by Phillips [29] are complemented by vertical and lateral accelerations added to the output equation. The complete

development of these equations [4] can be reduced to the well-known state-space form, as described by Eq. (6.1) and Eq. (6.2):

$$E\mathbf{x}' = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \quad (6.2)$$

where \mathbf{x} represents the aircraft state vector, \mathbf{u} the control vector and \mathbf{y} , the system outputs. The E , A , B , C and D matrices include gyroscopic and inertial coupling terms, but not the aerodynamic coupling terms. The state vector \mathbf{x} (Eq. (6.3)) embodied the AoA, AoS, dimensionless angular rates and Euler angles. The output vector \mathbf{y} (Eq. (6.4)) includes AoA, AoS, dimensional angular rates and Euler angles, plus the vertical and lateral accelerations.

$$\mathbf{x} = [\Delta\beta \quad \Delta\alpha \quad \Delta\bar{p} \quad \Delta\bar{q} \quad \Delta\bar{r} \quad \Delta\phi \quad \Delta\theta \quad \Delta\psi]^T \quad (6.3)$$

$$\mathbf{y} = [\Delta\beta \quad \Delta\alpha \quad \Delta p \quad \Delta q \quad \Delta r \quad \Delta\phi \quad \Delta\theta \quad \Delta\psi \quad \Delta a_z \quad \Delta a_y]^T \quad (6.4)$$

All the state variables are defined as disturbance quantities, so aircraft motion is studied around equilibrium flight condition. In this work, the model includes only perturbations induced by the flight control surfaces. Thus, the throttle and flap settings were held fixed. The aileron, elevator and rudder perturbations are applied to the system with the control vector \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = [\Delta\delta_a \quad \Delta\delta_e \quad \Delta\delta_r]^T \quad (6.5)$$

The continuous LTI (Linear Time Invariant) system (Eqs. (6.1) and (6.2)) is solved with the Matlab® software. Since the sensitivity of state variables will be further studied in this paper with respect to the parameters in matrices E , A and B of Eq. (1), these matrices are fully developed in Eq. (6.6):

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 - B_{z,\alpha'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -l_{xz} & 0 & 0 & 0 \\
0 & -B_{m,\alpha'} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -l_{xz} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta\beta' \\
\Delta\alpha' \\
\Delta\bar{p}' \\
\Delta\bar{q}' \\
\Delta\bar{r}' \\
\Delta\phi' \\
\Delta\theta' \\
\Delta\psi'
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
D_{y,\delta_a} & 0 & D_{y,\delta_r} \\
0 & D_{z,\delta_e} & 0 \\
D_{l,\delta_a} & 0 & D_{l,\delta_r} \\
0 & D_{m,\delta_e} & 0 \\
D_{n,\delta_a} & 0 & D_{n,\delta_r} \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta\delta_a \\
\Delta\delta_e \\
\Delta\delta_r
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
A_{y,\beta} & -A_g T_{\phi_0} S_{\theta_0} & A_{y,\bar{p}} & 0 & A_{y,\bar{r}} - 1 & A_g C_{\phi_0} C_{\theta_0} & -A_g S_{\phi_0} S_{\theta_0} \\
A_g T_{\phi_0} S_{\theta_0} & A_{z,\alpha} & 0 & A_{z,\bar{q}} + 1 & 0 & -A_g S_{\phi_0} C_{\theta_0} & -A_g C_{\phi_0} S_{\theta_0} \\
A_{l,\beta} & 0 & A_{l,\bar{p}} + \eta_{xx} & 0 & A_{l,\bar{r}} + \eta_{xz} & 0 & 0 \\
0 & A_{m,\alpha} & \eta_{yx} & A_{m,\bar{q}} + \eta_{yy} & 0 & 0 & 0 \\
A_{n,\beta} & 0 & A_{n,\bar{p}} - \eta_{zx} & 0 & A_{n,\bar{r}} + \eta_{zz} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & S_{\phi_0} T_{\theta_0} & C_{\phi_0} T_{\theta_0} & 0 & A_g T_{\phi_0} / C_{\theta_0} \\
0 & 0 & 0 & C_{\phi_0} & -S_{\phi_0} & -A_g T_{\phi_0} C_{\theta_0} & 0 \\
0 & 0 & 0 & S_{\phi_0} / T_{\theta_0} & C_{\phi_0} / C_{\theta_0} & 0 & A_g T_{\phi_0} T_{\theta_0}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta\beta \\
\Delta\alpha \\
\Delta\bar{p} \\
\Delta\bar{q} \\
\Delta\bar{r} \\
\Delta\phi \\
\Delta\theta \\
\Delta\psi
\end{bmatrix}
\quad (6.6)$$

All aerodynamic parameters in Eq. (6.6) are further identified through system identification techniques. Note that, when coupling terms are dropped, Eq. (6.6) is a decoupled system resulting in longitudinal and lateral/directional dynamics. One should note that the heading equation is an identity that has no influence in the dynamic response of the aircraft. It is presented in Eq. (6) for the sake of completeness and was not used for system identification. Furthermore, the equation that includes the variation of airspeed was dropped since the study focuses only on the short period mode. Hence, the phugoid mode was not investigated in the sensitivity analysis.

The body-fixed coordinate system is defined in Figure 6.1. The flight control surface deflection convention is the following: the elevator deflection is positive for trailing edge down, the aileron deflection is positive for right aileron trailing edge down, and the rudder deflection is positive for trailing edge to the left.

6.4 Identification Methodology

6.4.1 General Approach

In a first attempt to identify the aerodynamic parameters in Eq. (6.6) for cruise configuration, longitudinal and lateral/directional dynamics are studied separately for simple flight maneuvers for which the initial condition of the bank angle was zero. This was done in order to assess to which extent the model is reliable without considering the aerodynamic and gyroscopic coupling terms from the fully-coupled equations. Thus, the problem is investigated with the well-known decoupled equations of motion. The state variables for longitudinal motion are α , q , and a_z , as the state variables for lateral/directional dynamics are β , p , r , ϕ , ψ and a_y . Both dynamics are identified with maximum likelihood methods using the output-error method (modified Newton-Raphson algorithm) from the SIDPAC software [21]. Specifically-designed maneuvers are performed in-flight in order to excite the aircraft predicted modes, resulting in sufficiently rich data for system identification purpose. The flight control surface inputs are designed based on an initial Digital Datcom model [12, 13], allowing the system identification to be performed in a more efficient way by reducing the time spent in-flight trying different types of flight controls inputs. A preliminary baseline model is therefore a very useful guide for efficient system identification experiment design [11].

In order to validate that the model identified has good predictive characteristics, a second subset of flight test data is used to validate the model identified with the first set of in-flight data, as shown in Figure 6.2.

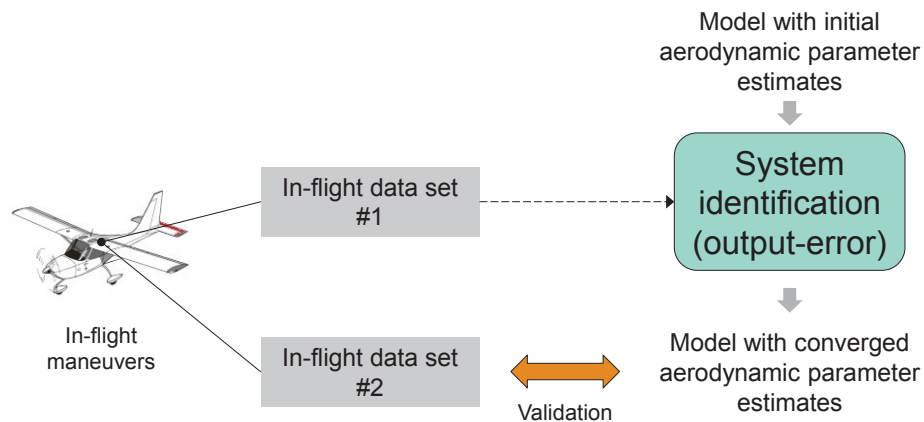


Figure 6.2 : SA160 system identification approach.

6.4.2 Data Processing

To ensure quality data for model identification, data compatibility analysis is applied to the in-flight data to remove systematic instrumentation error. Prior to that, inertial and air data are corrected for position errors, and data is filtered using an optimal Wiener filter. Since the systematic instrumentation error can change with maneuver type and/or flight conditions [21], this error is quantified and removed for each individual maneuver performed. The main steps for data processing are illustrated in Figure 6.3.

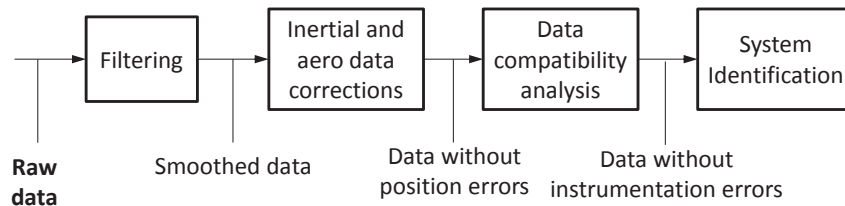


Figure 6.3: Raw data processing steps for system identification.

Prior to data compatibility analysis, the flight data was analyzed by comparing the measured air data with reconstructed AoA and AoS using the translational kinematic equations in which the measured accelerations and angular rates were utilized as inputs. The comparison between reconstructed AoA and AoS from inertial data versus the actual in-flight air data measurements was used to assess which instrumentation parameters to be used in the data compatibility analysis. The same procedure was applied for the Euler angles with the rotational kinematic equations, using the data from measured angular velocities as inputs. In the data compatibility analysis step, AoA, AoS and airspeed are reconstructed and matched to the measured outputs with the same output-error method used for system identification, but in this case the unknown parameters are the instrumentation biases and scale factors selected for the appropriate sensors measurements. Similarly, the Euler angles were also reconstructed and compared against measured values in order to identify instrumentation bias errors. The generic model equation for sensor measurements is depicted by Eq. (6.7):

$$z(i) = (1 + \lambda)y(i) + b + v(i) \quad (6.7)$$

where \mathbf{z} is the sensor measurement vector, \mathbf{y} is the true dynamic system output vector, \mathbf{v} the random white noise vector, λ is the instrumentation scale factor error, and b the instrumentation bias error. As mentioned previously, the applicability of bias or scale factor errors was determined based on comparison between reconstructed and measured air data for the AoA and AoS, and on a comparison between measured and reconstructed Euler angles for the gyros and Euler angles [21]. Table 1 synthesized the instrumentation error parameters used in the data compatibility analysis.

Table 1 Instrumentation Error Parameters Used in Data Compatibility Analysis

Measured Data	Parameters Used
AoA	Scale factor and bias
AoS	Scale factor and bias
Translational accelerations(accelerometers)	Bias
Angular rates (gyros)	Bias
Euler angles	Scale factor

6.4.3 Parameters Estimation

Maximum likelihood methods are implemented for longitudinal and lateral/directional dynamics identification. The corresponding parameters vector to estimate $\boldsymbol{\theta}_{long}$ and $\boldsymbol{\theta}_{lat}$ are:

$$\boldsymbol{\theta}_{long} = \left[A_{z,\alpha} \quad B_{z,\alpha'} \quad A_{z,\bar{q}} \quad A_{m,\alpha} \quad B_{m,\alpha'} \quad A_{m,\bar{q}} \quad D_{z,\delta_\epsilon} \quad D_{m,\delta_\epsilon} \quad b_\alpha \quad b_q \quad b_{a_z} \right]^T \quad (6.8)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{lat} = \left[A_{y,\beta} \quad A_{y,\bar{p}} \quad A_{y,\bar{r}} \quad A_{l,\beta} \quad A_{n,\beta} \quad A_{l,\bar{p}} \quad A_{n,\bar{p}} \quad A_{l,\bar{r}} \quad A_{n,\bar{r}} \quad D_{y,\delta_a} \quad \dots \right. \\ \left. \dots \quad D_{y,\delta_r} \quad b_\beta \quad D_{l,\delta_a} \quad D_{n,\delta_a} \quad D_{l,\delta_r} \quad D_{n,\delta_r} \quad b_p \quad b_r \quad b_\phi \quad b_{a_y} \right]^T \quad (6.9)$$

The parameter vectors described with Eqs. (6.8) and (6.9) will be reduced further in this paper for sensitivity analysis purpose. In the sensitivity analysis, the most influential parameters on the model states will be retained. Note that these vectors include bias errors for each state variable, to take into account any instrumentation errors not removed by data compatibility analysis, or biases which would result in drift when computing the state time histories. The cost function $J(\boldsymbol{\theta})$ used for the output-error method consists of the standard summation of the differences between measured (\mathbf{z}) and computed (\mathbf{y}) outputs weighted by the inverse of their covariance matrix \hat{R} :

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [\mathbf{z}(i) - \mathbf{y}(i)] \hat{R}^{-1} [\mathbf{z}(i) - \mathbf{y}(i)]^T \quad (6.10)$$

This cost function is optimized with the SIDPAC modified Newton-Raphson algorithm, and implemented using the dynamic equations presented herein. The convergence criteria used for the algorithm is the following:

$$\frac{\|\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1}\|}{\|\hat{\theta}_{k-1}\|} < 0.001 \quad (6.11)$$

In Eq. (6.11), $\hat{\theta}_k$ is the calculated parameter vector estimate at iteration k , and $\|\cdot\|$ symbolises the Euclidian norm. Within the context of aircraft parameter estimation, convergence criteria depicted by Eq. (6.11) has been shown to be adequate [21].

6.5 Instrumentation and Flight Testing

This section will briefly describe the instruments installed on the research aircraft and the modifications that were involved. First, a general overview of the instrumentation installed on the aircraft is provided. Next, the air data boom installation is discussed, and then inertial data sensors installation and characteristics are presented. Finally, the flight control surface instrumentation and weight and balance characterization are explained.

6.5.1 Overview

To provide a full set of in-flight aerodynamic and inertial data, an air data boom from Aero-Instruments (model 100400) was fitted to the aircraft at the left wingtip. Also, the VectorNav VN200 GPS-aided Inertial Measurements Unit (IMU) and the ISAAC Data Acquisition Unit (DAU) BOX7V-PRO were fitted in the cockpit near the CofG location. The IMU was placed almost at the CofG, resulting in insignificant measurement errors. However, the accelerometers and rate gyros data was corrected to remove any position and misalignment error. The VN200 unit was used to log the Euler angles. While performing the flight tests, data from both the DAU and the VN200 were recorded from an on-board laptop computer, as shown in Figure 6.4. The data from both systems were reconciled on the same time basis by resampling using the common GPS time. The primary interest in using the VN200 IMU is that it provides (along with other inertial and GPS data) high-quality measurements of Euler

angles, which are to be used as measured outputs to optimize the cost function described by Eq. (6.10). Furthermore, the Euler angle measurements make it possible to use this data to assess the proper sensors error model to use by comparing the reconstructed Euler angles with the measured Euler angles, as discussed in Section 6.4. Thus, the applicability of bias and scale factor error is determined for the appropriate sensors. Both the VN200 and the ISAAC DAU sampling rates were set to 50 Hz.

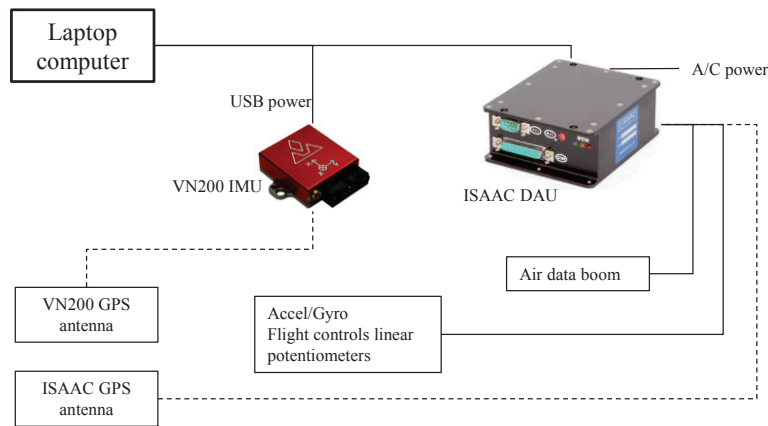


Figure 6.4 : Schematic of the instrumentation package installed on the research aircraft.

6.5.2 Air Data

The air data boom supporting structure was rigidly mounted to the end of the forward spar at the wing tip location (Figure 6.5), which imparted good stiffness characteristics to the air data boom assembly. In order to minimize the static pressure error due to upwash effect, the boom was extended so the static pressure port location was about one chord length forward of wing leading edge. The boom supporting structure was designed in such a way that deformations under aerodynamic and inertial loading did not significantly affect significantly the AoA and AoS measurements. The maximum error due to the supporting structure deformation under loading was evaluated with a Finite Element Model (FEM).

Although the systematic error is diminished in the way described, the remaining systematic error is evaluated further within the aircraft system identification process. A modal analysis was also performed on the FEM to ensure that a safe margin was obtained between the engine frequency range and boom assembly natural frequencies.



Figure 6.5 : Airdata boom installation on the research aircraft.

6.5.3 Inertial Data

Full 6 DoF inertial data was provided by ISAAC sensors. Three accelerometers and three single-axis gyroscopes were rigidly mounted at the same location as the DAU, aft of co-pilot seat near the aircraft CofG as shown in Figure 6.6. A GPS antenna was also connected to the RS-232 DAU serial port for GPS speed, position and time. Furthermore, Euler angles time histories allow comparison of the 6 DoF simulations to experimental data for a given maneuver, when validating the model.

The VN200 unit was used in combination with the DAU in order to log the Euler angles. The VN200 has an on-board Extended Kalman Filter (EKF), and dynamic accuracy for pitch and roll angles better than 0.25° , and better than 0.75° in heading. Adding to the advantages stated in subsection 6.5.1, it was also deemed of interest to have a reliable set of Euler angles data to compare with simulation results. The VN200 sensors are individually calibrated for bias, scale factor and misalignment errors, resulting in less time spent in data processing.

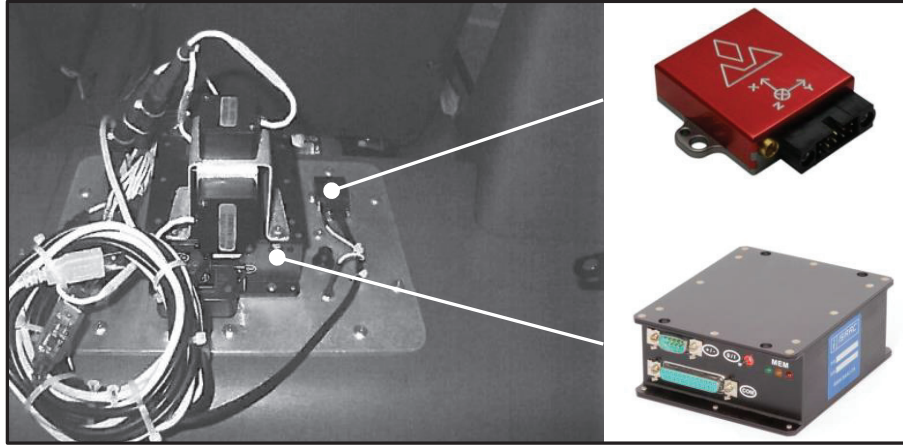


Figure 6.6 : VN200 GPS-Aided IMU unit and DAU installation in aircraft cockpit.

6.5.4 Flight Control Surfaces Calibration

The SA160 has a standard general aviation flight control surfaces, which are actuated by a direct mechanical linkage with the pilot's stick. The aircraft has outboard Frise type ailerons and inboard Fowler flaps. Elevator, ailerons and rudder linkages were instrumented with linear potentiometers, which were calibrated with the physically measured maximum and minimum control surfaces deflection, assuming a linear relationship with the output voltage read by the DAU. The positive deflection measured on the aircraft is the same as the convention used by Phillips model in section 6.3. Finally, the aileron deflection is defined with respect to left aileron (δ_{a_L}) and right aileron (δ_{a_R}) deflection with Eq. (6.12):

$$\delta_a \equiv \frac{\delta_{a_R} - \delta_{a_L}}{2} \quad (6.12)$$

6.5.5 Weight & Balance and CofG Determination

Prior to flight testing, a weight and balance study was performed on the research aircraft. The aircraft was longitudinally leveled with an electronic level to the factory level line, and the aircraft bank angle was set to zero by adjusting the air pressure in the main landing gear wheels. The lateral and longitudinal CofG location was then determined, using certified weighing scales. The vertical CofG location was also calculated from the weighing scale readings for four different inclination angles. Having the CofG location in the three axes,

corrections for position errors were made on the flight test raw data to account for the fact that the air data boom was not aligned with the CofG. While the aircraft was leveled, the inertial sensors and VN200 IMU mounting angles were also measured in pitch and bank in order to further correct the Euler angle and accelerometer reading. The weight and balance included the pilot/co-pilot as well as the fuel weight. The data acquisition unit was used to track the change in fuel quantity in order to update the CofG location through the flight. The flight test program was performed at maximum takeoff weight (2150 lbs).

6.5.6 Flight Test Program

The flight test program was divided into three main phases: longitudinal dynamics maneuvers, lateral/directional maneuvers and fully-coupled maneuvers. The SA160 is not equipped with a fly-by-wire command system with preprogrammable inputs, but with a conventional direct mechanical linkage from pilot's stick to control surfaces. The maneuver amplitude and time length were adjusted in real time in order to excite the aircraft dynamics with inputs that contain variability. The first phase involves standard input type to elevator (doublet, 3-2-1-1, 2-1-1) in such a way to excite the short period modes [21]. The notation 3-2-1-1 or 2-1-1 refers to the relative time length for which the control surface is deflected up or down. Pilot inputs were applied to the airplane in order to excite the predicted aircraft modes, thus obtaining data with rich content on the aircraft aerodynamic behavior. The predicted modes were estimated based on certification flight test results and the Digital Datcom model. Longitudinal static and dynamic derivatives as well as the elevator control derivatives were identified from the first phase. The second phase purpose was to determine the static and dynamic derivatives for lateral and directional motion, and the control derivatives associated to rudder and ailerons. Finally, the last phase was performed to get a set of data with multiple elevator, rudder and aileron inputs for fully-coupled system identification. As already stated, the fully-coupled case is not presented in this paper because results have shown very little amount of aerodynamic coupling. Moreover, overmodeling is not desirable since it can degrade the model predictive ability [35]. The larger the model complexity is, the poorer the statistical level of confidence is in the identified parameters.

6.6 Sensitivity Analysis

In previous work conducted specifically on aircraft dynamic model sensitivity analysis, the main objectives were either to determine which parameters could be set to a fixed value without affecting the model prediction significantly [10] or to check the model accuracy [11]. In reference [10], the parameter vector is split in two subvectors, one which contains the less significant parameters (at nominal fixed values), and the other which contains randomly selected values of the most influential parameters extracted from their respective uncertainty interval. In this paper, the idea is to study the effect of the most influential parameters, but using random values of the less significant parameters. Hence, the most influential parameters are continuously varied in the range covering their respective lower and upper bounds, while the less significant parameters are set to random value in their respective uncertainty interval. The objective is to quantify the maximum and minimum possible error envelopes of the model output variables (y) based on statistical information from maximum likelihood methods used in the system identification.

In aircraft system identification, the standard procedure in maximum likelihood methods is to compute the estimates of the parameters within the 95% confidence intervals, assuming that the residuals are Gaussian. This is actually not the case since the variance is time correlated and non-uniform [10, 35]. The residuals between flight test data and model are thus said to be colored, and Cramér-Rao bounds must be computed accounting for frequency content of the residuals. This is always the case, since the model equation structure generates errors from effects not included in the model, such as nonlinearities. Because of non-Gaussian noise and modeling errors, the Cramér-Rao bounds are set to 10 times the Cramér-Rao bounds computed with the Gaussian noise assumption. According to Tischler and other references [21, 25, 35], this multiplier provides a reasonable estimate of expected scatter. Therefore, the standard deviation that will be used throughout the sensitivity analysis presented herein is defined as:

$$\sigma_i \approx 10CR_i = 10\sqrt{(\mathcal{H}^{-1})_{ii}} \quad (6.13)$$

where CR_i is the Cramér-Rao bound associated to the i th parameters estimated with the maximum likelihood method without considering non-Gaussian noise, and $(\mathcal{H}^{-1})_{ii}$ is the diagonal element of the inverse of the Hessian matrix. One should note that the CR_i value in Eq. (6.13) is the value obtained for the optimized cost function depicted by Eq. (6.10) using the SIDPAC output-error method in time domain.

6.6.1 Approach

In order to define the subvectors with the estimated parameters that are the most influential on the model outputs contained in the vector \mathbf{y} from Eq. (6.2), a one-at-a-time sensitivity analysis is performed for both longitudinal and lateral/directional in-flight maneuvers. For each case investigated, the error on the output variables is plotted against a $\pm 3\sigma$ variation of each individual parameter, while the others are held fixed to their nominal value given by the system identification process. The most influential parameters are determined by their greatest influence on the model output variables in terms of the sensitivity index further discussed. Then, these most influential parameters are retained for further combined sensitivity analysis using reduced parameter vector, as shown in Figure 6.7.

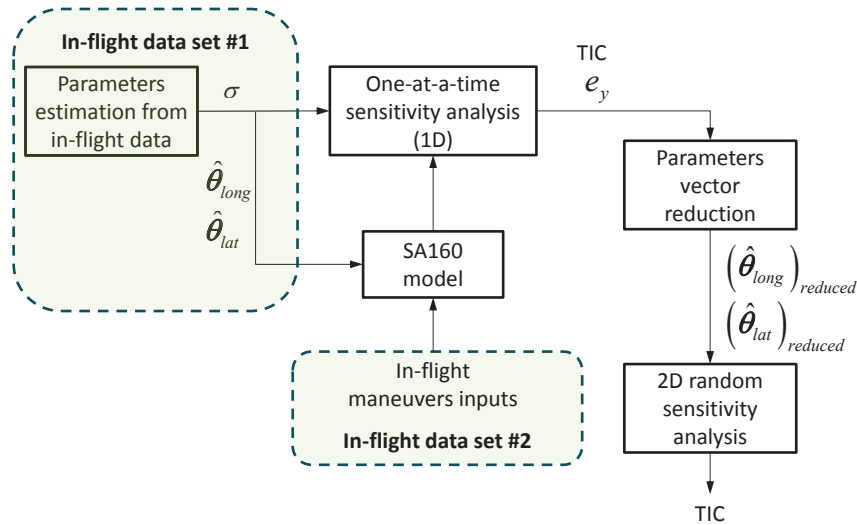


Figure 6.7: Sensitivity analysis procedure.

In the one-at-a-time sensitivity analysis, the error on a given output variable $y(t)$ from the outputs vector \mathbf{y} is computed using the sensitivity index given by Eq. (6.14).

$$e_y(\%) = \frac{\max|y(t)| - \max|\bar{y}(t)|}{\max|\bar{y}(t)|} \times 100\% \quad (6.14)$$

The variable $\bar{y}(t)$ represents the output variable time-history resulting from the model simulation with the nominal value of the estimated parameter, $y(t)$ is the output variable resulting from the greatest uncertainty in the estimated parameters from Eqs. (6.8) & (6.9), and $|\cdot|$ is the absolute value. With Eq. (6.14), model output sensitivities are quantified in terms of percentage of the maximum amplitude of the nominal value case for each individual parameter contained in Eqs. (6.8) and (6.9).

Referring to Figure 6.7, the Theil inequality coefficient (TIC) is computed with Eq. (6.15) for both the one-at-a-time sensitivity analysis and the combined case where two parameters are varied in the $\pm 3\sigma$ range simultaneously, the last case resulting in a 2D mapping. The pairs of parameters for 2D mapping are selected based on their greatest influence on a given state variable.

$$\text{TIC} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - z_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2}} \quad (6.15)$$

The TIC is a measure of the model predictive accuracy based on the simulation time history output (y) and corresponding flight data (z), both containing n samples. The TIC is normalized between 0 and 1, zero being the case for which the model perfectly predicts the flight data, and 1 is the case for which the model has no predictive capability. Dorobantu *et al* and Tischler [11, 35] use the guideline given by Jategaonkar [18] to ensure good model predictive characteristics:

$$\text{TIC} \leq 0.25 \text{ to } 0.30 \quad (6.16)$$

More straightforward methods exist to compute the output sensitivities to parameters. However, the one-at-a-time sensitivity analysis performed within the context of this research

aims at providing insights into the parameters in the $\pm 3\sigma$ interval, and not only at the nominal value identified from the output-error method. As it will be further demonstrated in this paper, the sensitivity to TIC value is not always linear in the uncertainty interval. The $\pm 3\sigma$ covered using 20 randomly selected values using the Matlab® function *datasample*. The data from which the values were randomly selected consist in a vector containing 100 linearly spaced values from $\pm 3\sigma$ to $\pm 3\sigma$.

6.6.2 Longitudinal Dynamics

Figure 6.8 shows a prediction case for the SA160 longitudinal short period dynamics excited by two consecutive inputs to the elevator ($\Delta\delta_e$). The grey areas result from varying the control derivative D_{m,δ_e} in the $\pm 3\sigma$ interval, providing a visual representation of the effect of the pitching moment coefficient uncertainty on the AoA ($\Delta\alpha$), pitching rate (Δq) and vertical acceleration (Δa_z) disturbances around trim flight conditions.

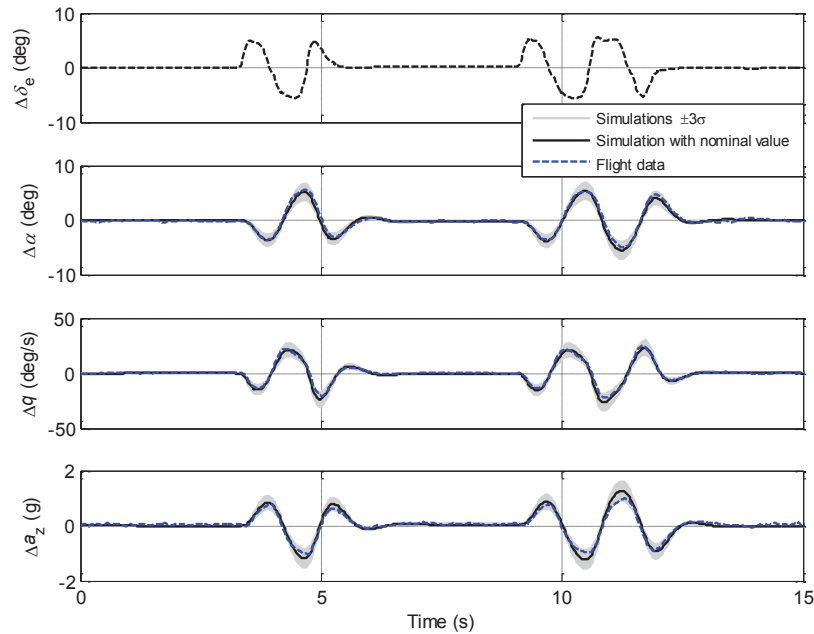


Figure 6.8 : Prediction of longitudinal dynamics output variables time-history for the $\pm 3\sigma$ variation of the control derivative D_{m,δ_e} around its nominal value identified from the output-error method.

Figure 6.8 shows that the dynamic model identified from the first set of in-flight data is in good agreement with this second set of flight data, when comparing the simulation with nominal value with flight data. Parameter vector reduction to the most influential parameter set is constructed based on TIC sensitivity graphs such as those presented in Figure 6.9:

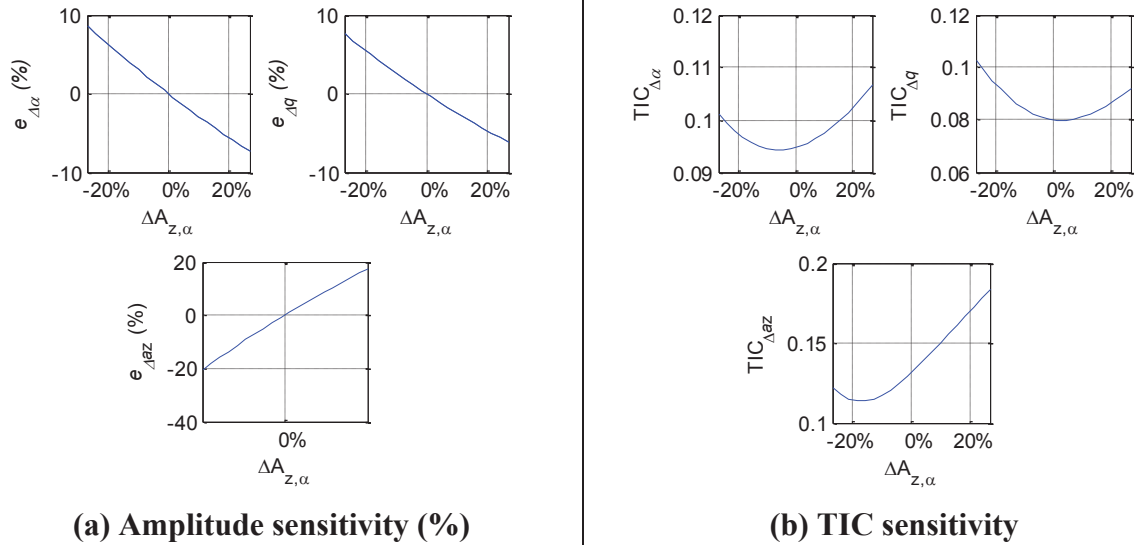


Figure 6.9 : Error (%) of the longitudinal output variable amplitudes (a) and TIC variation due to the uncertainty in dimensionless vertical force derivative with respect to AoA. The graphs are plotted for the $\pm 3\sigma$ interval.

Figure 6.9a indicates the percent error made on the amplitude of the model output variables between the simulation with nominal value and the simulations for the $\pm 3\sigma$ interval (Eq. (6.13)), as Figure 6.9b shows the TIC variation for each of the individual outputs due to the same parameter variation around the nominal value identified with system identification (Eq. (6.14)). This study is conducted for each parameter in Eq. (6.8), and the maximum amplitude error and TIC due to the $\pm 3\sigma$ variation is synthesized in Table 6.2:

Table 6.2: Influence of longitudinal dynamics parameters uncertainty on the output variables for the one-at-a-time $\pm 3\sigma$ parameter variation. The highlighted lines correspond to the most influential parameters for the model prediction accuracy when combined in pair with other influential parameters.

$\hat{\theta}_{long}$	$\Delta\alpha$		Δq		$\Delta\alpha_z$		Mean TIC	Mean e (%)
	$e_{\Delta\alpha}$ (%)	TIC $_{\Delta\alpha}$	$e_{\Delta q}$ (%)	TIC $_{\Delta q}$	$e_{\Delta\alpha_z}$ (%)	TIC $_{\Delta\alpha_z}$		
$A_{z,\alpha}$	8.7	0.12	7.6	0.10	17.4	0.18	0.13	11.23
$B_{z,\alpha'}$	0.2	0.10	4.3	0.09	9.1	0.16	0.12	4.53
$A_{z,\bar{q}}$	2.7	0.10	2.8	0.10	2.7	0.14	0.11	2.73
$A_{m,\alpha}$	12.3	0.14	3.3	0.13	12.3	0.19	0.15	9.30
$B_{m,\alpha'}$	7.5	0.11	12.6	0.11	7.5	0.16	0.13	9.20
$A_{m,\bar{q}}$	13.5	0.12	16.0	0.13	13.6	0.18	0.14	14.37
D_{z,δ_e}	3.9	0.10	3.2	0.10	10.2	0.17	0.12	5.77
D_{m,δ_e}	27.8	0.19	27.8	0.16	27.8	0.22	0.19	27.8

For each individual longitudinal parameter, the mean error and mean TIC is calculated. Based on the maximum values obtained, the parameter vector is reduced from Eq. (6.8) to Eq. (6.17), retaining only those parameters for which the uncertainty induces the largest variations in the model outputs, when paired with another influential parameter:

$$\left(\hat{\theta}_{long}\right)_{reduced} = \left[A_{z,\alpha} \quad A_{m,\alpha} \quad A_{m,\bar{q}} \quad D_{m,\delta_e} \right]^T \quad (6.17)$$

Parameters in Eq. (6.17) are studied in pairs to determine which combination results in the largest variation for each of the model state variable. The resulting pairs are then used to better illustrate the effect of a combined variation to the model outputs. The combined parameters are varied around their nominal value, while the TIC resulting from this simultaneous variation is calculated in order to study the effect on the most affected model output. While the most influential pairs of parameters are continuously varied for a given output variable TIC value in Figure 6.10, all other parameters values are selected in their respective $\pm 3\sigma$ interval using 20 random combinations of values. This strategy is used in order to assess to which extent the model is robust to parameter uncertainty.

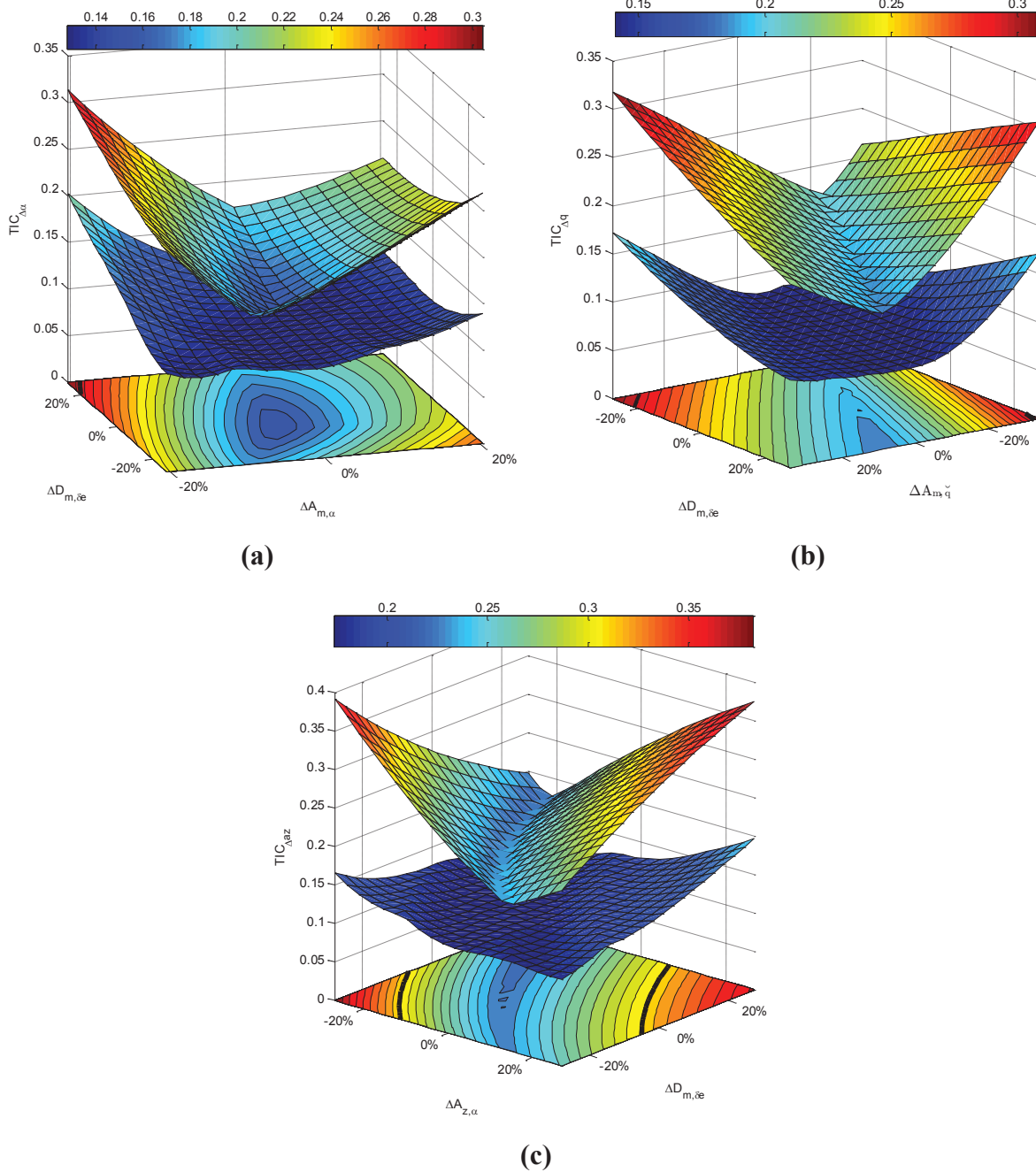


Figure 6.10 : Combined TIC sensitivities to pairs of parameters that most significantly affect the model outputs $\Delta\alpha$ (a), Δq (b) and Δa_z (c). The most significant parameters are plotted in the $\pm 3\sigma$ interval, and all the others are randomly varied in their respective $\pm 3\sigma$ interval.

The resulting maximum and minimum TIC envelopes shown in Figure 6.10 provide very conservative results on the output variable sensitivities, since the combination of the most sensitive parameters are simultaneously varied with all other random parameter values within

their statistical confidence interval. Thus, the maximum TIC envelope for which the 2D contour plot is shown represents the worst case. Moreover, the areas for which the TIC is higher than 0.3 (Eq. (6.16)) are located at the limits of the $\pm 3\sigma$ intervals for the AoA (Figure 6.10a) and pitching rate (Figure 6.10c). These areas are defined by the dark black lines on the maximum TIC envelope contour plot in Figure 6.10. The results in Figure 6.10b demonstrate that the z -acceleration disturbance TIC is higher than 0.3 for a larger portion of the contour plot than for AoA (Figure 6.10a) and pitch rate (Figure 6.10c). Thus, for the longitudinal short-period dynamics presented in this section, the dimensionless control derivative D_{m,δ_e} and the dimensionless vertical force coefficient change with AoA $A_{z,\alpha}$ are critical to the model predictive accuracy of Δa_z , since their respective uncertainty combined with random values of all the other parameters results in a TIC value as high as 0.38 (Figure 6.10b). Finally, the general conclusion for the longitudinal model is that the maximum TIC contour plots present very sensitive behavior to the axis representing the vertical force coefficient change with AoA ($A_{z,\alpha}$) in Figure 6.10b. Thus, this is a critical parameter to identify and more effort should be spent on reducing its statistical uncertainty. All other longitudinal parameters identified with associated uncertainty result in good predictive capability for the longitudinal short period dynamics. However, the TIC considered is the worst case envelope. Most of the time, the TIC is expected to fall within the minimum and maximum envelopes (between 0.15 and 0.3) which results in good predictive capability according to Eq. (6.16).

6.6.3 Lateral/Directional Dynamics

The same steps as those used for the longitudinal dynamics are performed for the lateral/directional dynamics. This time, the model prediction quality is applied to an in-flight maneuver consisting of simultaneous inputs to the ailerons and rudder.

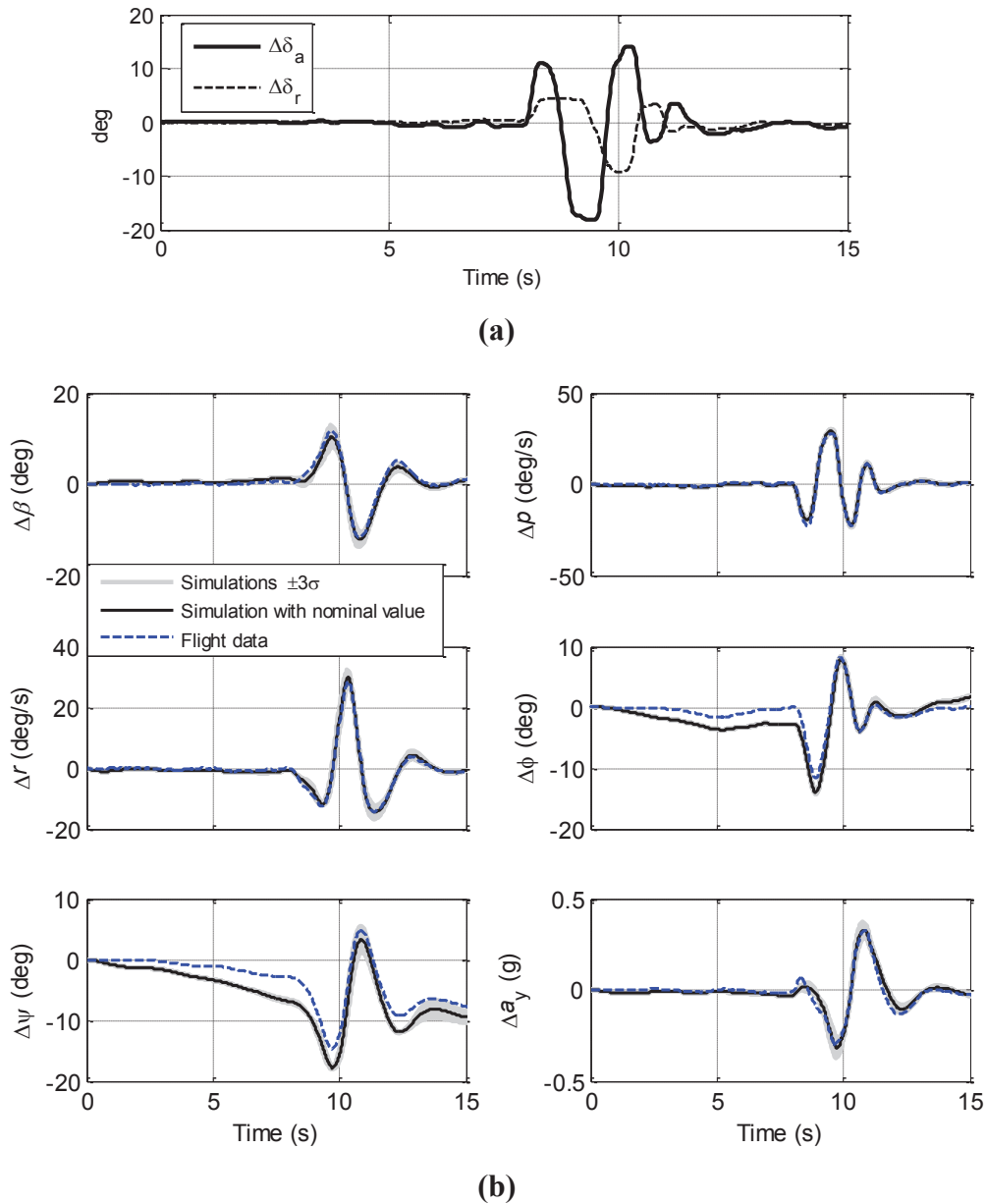


Figure 6.11 : Prediction of lateral/directional dynamics output variable time-history for the $\pm 3\sigma$ variation of the control derivative D_{y,δ_a} around its nominal value identified from the output-error method (b), and associated inputs to ailerons and rudder (a).

For the heading $\Delta\psi$ and bank $\Delta\phi$ disturbances due, a noticeable discrepancy is observed (Figure 6.11) between flight data and simulations. This discrepancy is observed in the portion of the maneuver where the aircraft was trimmed in level flight, for which the flight controls surface deflection is limited to the minimum. One of the hypotheses made is that the instrumentation bias errors identified from the lateral/directional data are not accurate since the model for instrumentation error was based on an equation structure that is misrepresenting

the real aircraft lateral/directional dynamic behavior, thus resulting in mismatch between model and flight data for low-frequency dynamics. The same calculation used for the longitudinal case is synthesized in Table 6.3 for the lateral/directional case.

Table 6.3: Influence of lateral/directional dynamics parameter uncertainty on the output variables for the one-at-a-time $\pm 3\sigma$ parameter variation. The highlighted lines correspond to the most influential parameters to the model prediction accuracy.

$\hat{\theta}_{lat}$	$\Delta\beta$		Δp		Δr		$\Delta\phi$		$\Delta\psi$		Δa_y		Mean TIC	Mean e (%)
	$e_{\Delta\beta}$ (%)	TIC $_{\Delta\beta}$	$e_{\Delta p}$ (%)	TIC $_{\Delta p}$	$e_{\Delta r}$ (%)	TIC $_{\Delta r}$	$e_{\Delta\phi}$ (%)	TIC $_{\Delta\phi}$	$e_{\Delta\psi}$ (%)	TIC $_{\Delta\psi}$	$e_{\Delta a_y}$ (%)	TIC $_{\Delta a_y}$		
$A_{y,\beta}$	1.5	0.11	0.1	0.05	0.9	0.06	0.1	0.25	1.2	0.19	8.3	0.13	0.13	2.0
$A_{y,\bar{p}}$	13.7	0.16	3.0	0.06	10.0	0.09	0.6	0.26	12.2	0.23	15.0	0.14	0.16	9.1
$A_{y,\bar{r}}$	1.1	0.12	0.0	0.05	0.0	0.05	0.0	0.25	0.7	0.18	1.0	0.12	0.13	0.5
$A_{l,\beta}$	1.7	0.10	2.4	0.06	0.1	0.06	3.8	0.27	1.7	0.20	1.6	0.12	0.14	1.9
$A_{n,\beta}$	0.4	0.11	0.5	0.05	0.1	0.06	1.5	0.26	2.6	0.20	0.3	0.13	0.14	0.9
$A_{l,\bar{p}}$	2.0	0.11	10.7	0.08	1.2	0.06	13.3	0.30	4.3	0.22	1.8	0.13	0.15	5.6
$A_{n,\bar{p}}$	3.1	0.12	0.8	0.06	7.5	0.09	4.0	0.28	1.9	0.21	3.5	0.14	0.15	3.5
$A_{l,\bar{r}}$	0.7	0.11	2.1	0.06	1.2	0.06	4.0	0.27	1.4	0.20	0.6	0.12	0.14	1.7
$A_{n,\bar{r}}$	5.8	0.12	0.7	0.06	3.9	0.07	1.2	0.26	2.8	0.19	5.3	0.12	0.14	3.3
D_{y,δ_a}	13.8	0.17	3.4	0.06	7.8	0.10	1.4	0.26	0.7	0.21	14.0	0.16	0.16	6.9
D_{y,δ_r}	0.12	0.11	0.1	0.05	0.9	0.05	0.1	0.25	1.5	0.18	6.1	0.13	0.13	1.5
D_{l,δ_a}	1.6	0.11	10.8	0.08	1.0	0.06	4.7	0.28	0.8	0.19	1.4	0.13	0.14	3.4
D_{n,δ_a}	6.9	0.13	3.0	0.06	11.0	0.10	1.2	0.27	8.4	0.19	7.6	0.15	0.15	6.4
D_{l,δ_r}	2.5	0.12	0.7	0.06	2.7	0.06	5.0	0.28	0.6	0.19	2.3	0.12	0.14	2.3
D_{n,δ_r}	8.4	0.12	1.5	0.06	6.6	0.07	1.4	0.26	3.7	0.19	7.8	0.13	0.14	4.9

From the information in **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, the reduced lateral/directional parameter vector is defined in Eq. (6.18):

$$\left(\hat{\theta}_{lat}\right)_{reduced} = \left[A_{y,\bar{p}} \quad A_{l,\bar{p}} \quad D_{y,\delta_a} \quad D_{n,\delta_a} \quad D_{l,\delta_r} \right]^T \quad (6.18)$$

For each output variable, the parameters are selected in pairs for the combined sensitivity analysis based on the maximum TIC and error in the absolute amplitude (e) of the output variable time-history. Again, all other parameters are randomly varied in their respective $\pm 3\sigma$ interval.

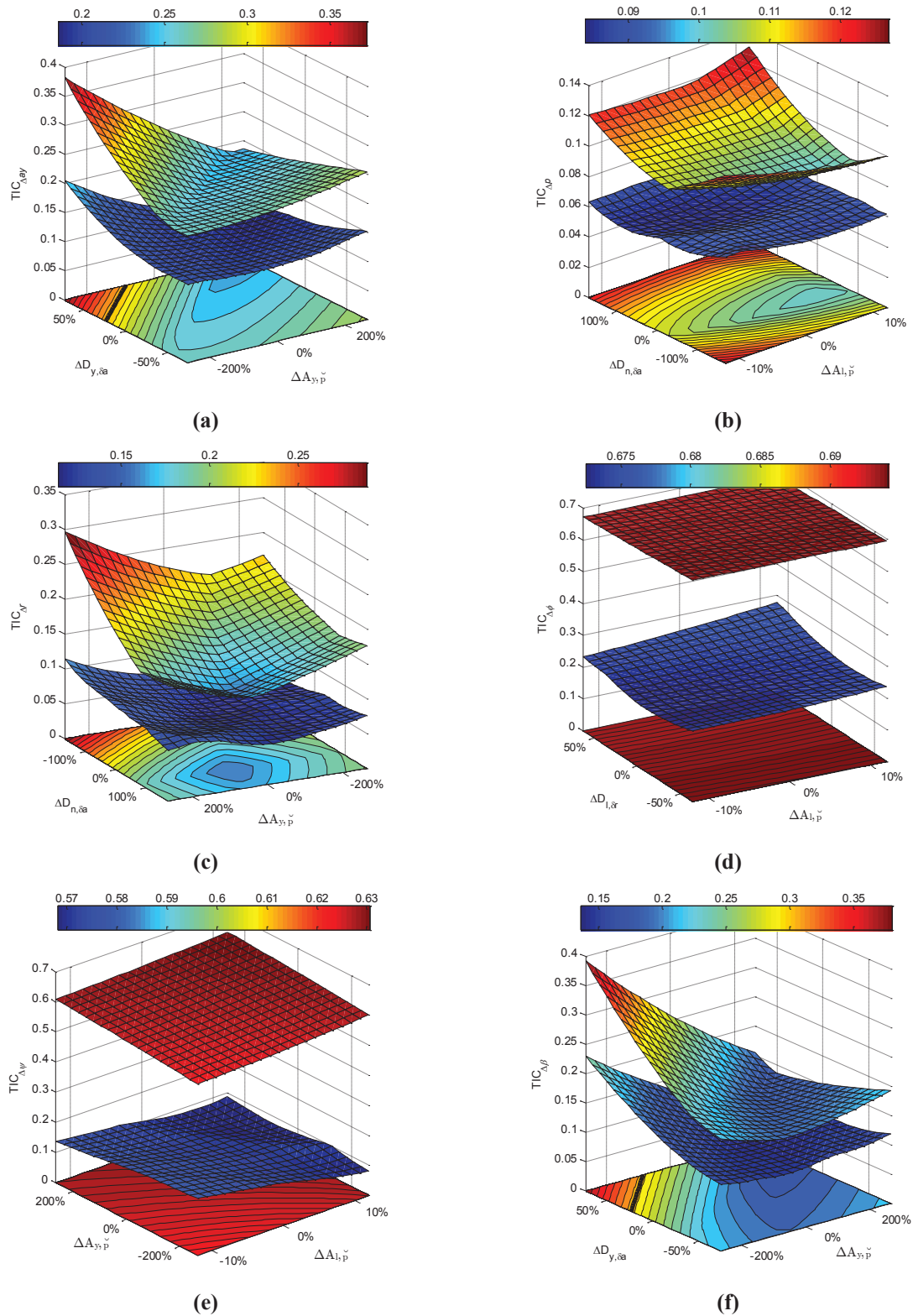


Figure 6.12 : Combined TIC sensitivities to pairs of lateral/directional parameters that most significantly affect the model outputs $\Delta\beta$ (a), Δp (b), Δr (c), $\Delta\phi$ (d), $\Delta\psi$ (e) and Δa_y (f). The most significant parameters are continuously varied in the $\pm 3\sigma$ interval, and all the others are randomly varied in their respective $\pm 3\sigma$ intervals.

In Figure 6.12, out-of-bound TIC values are observed for the heading ($\Delta\psi$) and bank ($\Delta\phi$) angles. As aforementioned, this result is hypothetically due to an error in the instrumentation bias estimation, since all the other output variables TIC fall within the 0 to 0.30 range for the majority of the most influential parameters $\pm 3\sigma$ intervals. Moreover, from the point of view of flight control law design, the interest is in the dynamic portion of the maneuver, where the flight data and simulation show good agreement. Consequently, the lateral/directional model demonstrates good model predictive qualities for the maximum case deviation from the nominal values identified with system identification.

More specifically for Δr and Δp , excellent results are obtained for the maximum TIC envelopes (Figure 6.12b and Figure 6.12c), with values falling between 0.05 and 0.13 for the roll rate and 0.1 to 0.28 for the yaw rate. Observing the TIC for state variables Δa_y (Figure 6.12a) and $\Delta\beta$ (Figure 6.12f), both are found very sensitive to the lateral force coefficient derivative with respect to aileron deflection ($\Delta D_{y,\delta a}$). Thus, in order to reduced uncertainty on AoS and lateral acceleration, additional maneuvers should be performed to expand the flight test data results in order to improve the estimation of $\Delta D_{y,\delta a}$. Another solution would be to improve the sensor accuracy for the sensitive parameter. Despite this, most of the maximum TIC envelopes are below 0.3, so that statistically the model should have good predictive characteristics.

6.7 Conclusion

This paper established sets of sensitive derivatives for both longitudinal and lateral/directional aircraft dynamics that were identified from flight test data through system identification techniques. Their respective uncertainty intervals were used in order to quantify the resulting error in the model states when compared against flight data, for a given flight control surface input. As such, efforts were focused on the determination of the most influential parameters to the model outputs using predefined metrics.

The sensitivity analysis was performed on decoupled longitudinal and lateral/directional dynamics equations. However, more research should be performed in order to identify the fully-coupled set of parameters, which included aerodynamic coupling terms. As such, turning-flight maneuvers are expected to be more appropriate to identify the fully-coupled dynamics. Hence, the degree of coupling between longitudinal and lateral/directional dynamics is to be further addressed to assess whether it is justified or not to appeal to the fully-coupled equations within the context of flight control law design for the specific case of the SA160 aircraft. Hence, the fully-coupled equations were presented in order to provide a more generic equation structure, keeping in mind that coupling is expected to be significant for turning flight maneuvers.

The information resulting from the work presented herein could be very useful in order to deploy supplemental modeling effort on specific aerodynamic parameters that are critical to the SA160 model predictive ability, considering the modeling uncertainties. In order to minimize the uncertainty of these parameters, possible solutions include reducing the instrumentation sensor error, or repeating maneuvers to limit the variability in the flight test data.

The results shown in this paper also provide insights into any system identification techniques to be applied on a general aviation aircraft similar to the SA160. Therefore, this work could be used in any other similar system identification flight test program to assess on which specific parameters the program should focus in order to increase the model accuracy. In this way, the flight test program could be shortened based on the known level of effort to spend on specific parameters.

Finally, this paper provides insight into the upcoming conversion of the SA160 to an unmanned platform by quantifying the parameters uncertainties that are the most influential on the model outputs, resulting in very useful information for the AFCS design. If the model is entirely based on a model built on system identification techniques, it is of high interest to perform a robustness analysis on the flight control law selected, including the uncertainties of the dynamic model to be used for flight control law design. Thus, the reliability of the AFCS is addressed based on valuable statistical level of confidence.

In the upcoming work on the unmanned version of the SA160, HIL simulations will also be performed with the model presented herein. The entire process described in this paper will also be applied for the takeoff and landing configurations, thus providing a validated model for the entire mission profile in the form of a piecewise linearized model around specific flight conditions.

6.8 Acknowledgments

This work was conducted within an Industrial Innovation Scholarship program (IIS) which is co-funded by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC), the *Fonds de recherche sur la nature et les technologies du Québec* (FRQNT) and Aviatech Technical Services Inc. (ATS). The authors would like to thank ATS staff for their support and recommendation while performing the aircraft instrumentation and flight testing. The authors would also like to thank Louis Simon from ATS for his significant contribution to this project.

CHAPITRE 7 CONCLUSION

En développant la méthode pour modéliser la dynamique du SA160, une bonne connaissance de l'identification de systèmes à partir de données expérimentales a été acquise à travers ce projet de recherche. Également, le candidat a acquis de l'expérience en instrumentation et en essais en vol, puisqu'il a contribué activement au programme de test et aux modifications apportées sur l'aéronef afin d'y installer les différents capteurs. De plus, étant à bord de l'avion pour les essais, il est beaucoup plus rapide de procéder rapidement à des changements dans le programme de vol en fonction des résultats observés en temps réel.

D'autre part, en plus de contribuer à la recherche et au développement d'une entreprise québécoise, l'intérêt d'un tel projet de recherche est d'autant plus motivant puisque l'application technologique des méthodes s'est effectuée sur un avion certifié actuellement sur le marché. Il est donc fort intéressant au niveau de la maîtrise d'effectuer des recherches et d'en voir les résultats concrets pour un cas d'intérêt réel pour l'industrie aéronautique.

Cette maîtrise aura donc permis de fournir les outils numériques nécessaires pour le développement de lois de contrôle dans le but ultime de convertir le SA160 en aéronef sans pilote (drone). Les prochaines étapes seront donc étroitement liées au projet de recherche présenté dans ce mémoire, puisque le modèle dynamique sera utilisé pour la conception des lois de commande ainsi que pour les simulations *Hardware-In-the-Loop*. De plus, la fiabilité du modèle dynamique présenté dans l'article qui fait l'objet de ce mémoire permettra de déterminer le niveau de tolérance quant à la robustesse du système asservi en rapport avec l'incertitude statistique sur les paramètres identifiés.

Enfin, ce projet de recherche étant effectué dans le cadre d'une bourse BMP Innovation (FRQNT/CRSNG), il est fort intéressant de développer des technologies en partenariat université/entreprise puisque le résultat des recherches est directement applicable à des cas d'intérêt pour l'industrie. L'aspect innovateur de tels projets est donc un apport direct à l'économie québécoise dans le secteur de l'aéronautique.

ANNEXE A Formulation avec quaternions

La formulation avec quaternions présentée ici prend en compte le couplage inertiel et gyroscopique. Cet ensemble de 13 équations différentielles est présenté dans 2 ouvrages de Phillips [29, 30]. S'y référer pour les opérations mathématiques propres aux quaternions.

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} = g \begin{Bmatrix} 2(e_x e_z - e_y e_0) \\ 2(e_y e_z - e_x e_0) \\ e_z^2 + e_0^2 - e_x^2 - e_y^2 \end{Bmatrix} + \frac{g}{W} \begin{Bmatrix} X + T_{x_b} \\ Y + T_{y_b} \\ Z + T_{z_b} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx_b} & -I_{xy_b} & -I_{xz_b} \\ -I_{xy_b} & I_{yy_b} & -I_{yz_b} \\ -I_{xz_b} & -I_{yz_b} & I_{zz_b} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0 & -h_{z_b} & h_{y_b} \\ h_{z_b} & 0 & -h_{x_b} \\ -h_{y_b} & h_{x_b} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} + \right. \\ \left. + \begin{Bmatrix} l + T_{z_b} y_{bp} - T_{y_b} z_{bp} + (I_{yy_b} - I_{zz_b})qr + I_{yz_b}(q^2 - r^2) + I_{xz_b}pq - I_{xy_b}pr \\ m + T_{x_b} y_{bp} - T_{z_b} x_{bp} + (I_{zz_b} - I_{xx_b})pr + I_{xz_b}(r^2 - p^2) + I_{xy_b}qr - I_{yz_b}pq \\ n + T_{y_b} y_{bp} - T_{x_b} y_{bp} + (I_{xx_b} - I_{yy_b})pq + I_{xy_b}(p^2 - q^2) + I_{yz_b}pr - I_{xz_b}qr \end{Bmatrix} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{y}_f \\ \dot{z}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_0 \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} 0 \\ u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} e_0 \\ -e_x \\ -e_y \\ -e_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_{wx_f} \\ V_{wy_f} \\ V_{wz_f} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -e_x & -e_y & -e_z \\ e_0 & -e_z & e_y \\ e_z & e_0 & -e_x \\ -e_y & e_x & e_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Dans l'équation (A.3), la multiplication de quaternions (\otimes) est définie comme suit à titre d'exemple:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{c} e_0 \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{array} \right\} \otimes \left. \begin{array}{c} A_0 \\ A_x \\ A_y \\ A_z \end{array} \right\} &= (e_0 A_0 - e_x A_x - e_y A_y - e_z A_z) \dots \\
 &+ (e_0 A_x + e_x A_0 + e_y A_z - e_z A_y) \dots \\
 &+ (e_0 A_y - e_x A_z + e_y A_0 + e_z A_x) \dots \\
 &+ (e_0 A_z + e_x A_y - e_y A_x + e_z A_0) \dots
 \end{aligned}$$

ANNEXE B Modélisation avec DATCOM

Les graphiques suivants montrent la dynamique longitudinale longue période (phugoïde), courte période ainsi que la dynamique de l'avion avec déploiement de volets hypersustentateurs prédite par un modèle à 6 DDL qui utilise les coefficients aérodynamiques de DATCOM+ PRO en comparaison avec des essais en vol [12]. La graduation des axes est volontairement omise.

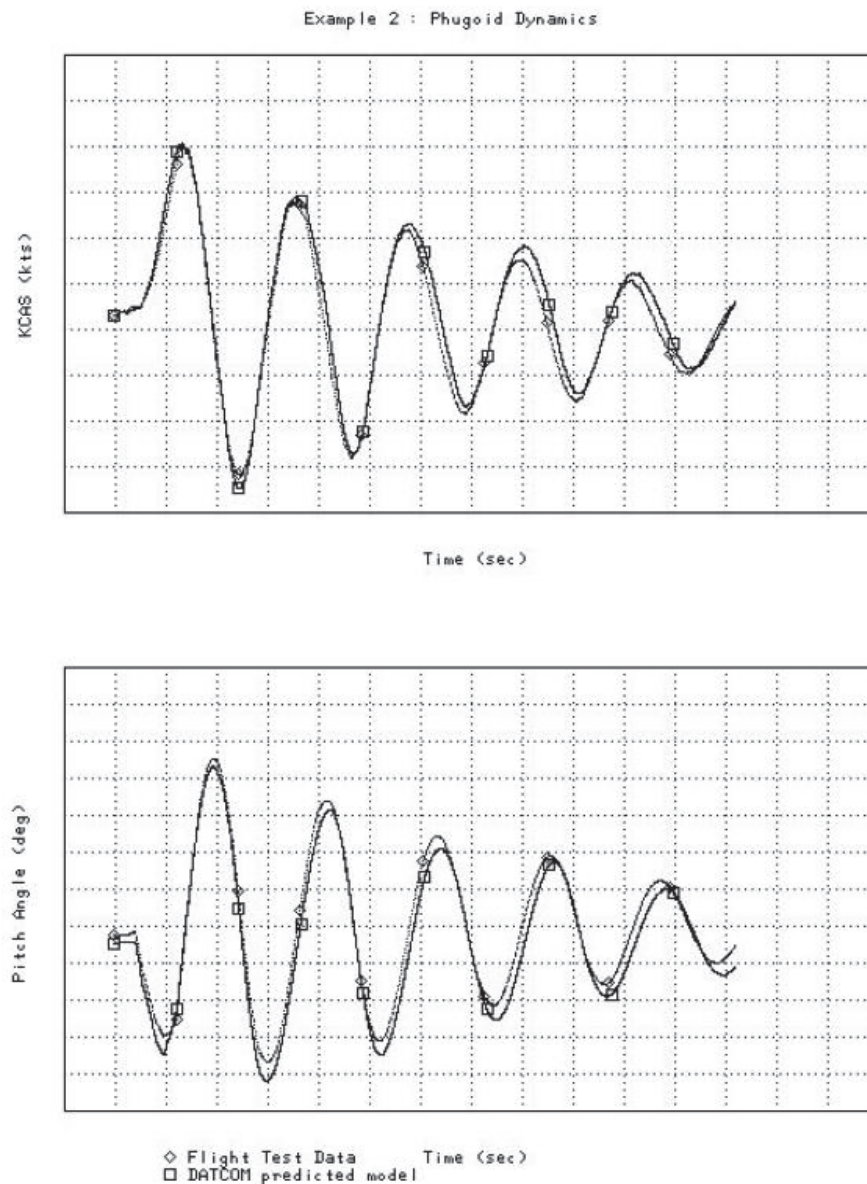


Figure B.1 : Vitesse calibrée (KCAS) et angle de tangage associés au mode phugoïde

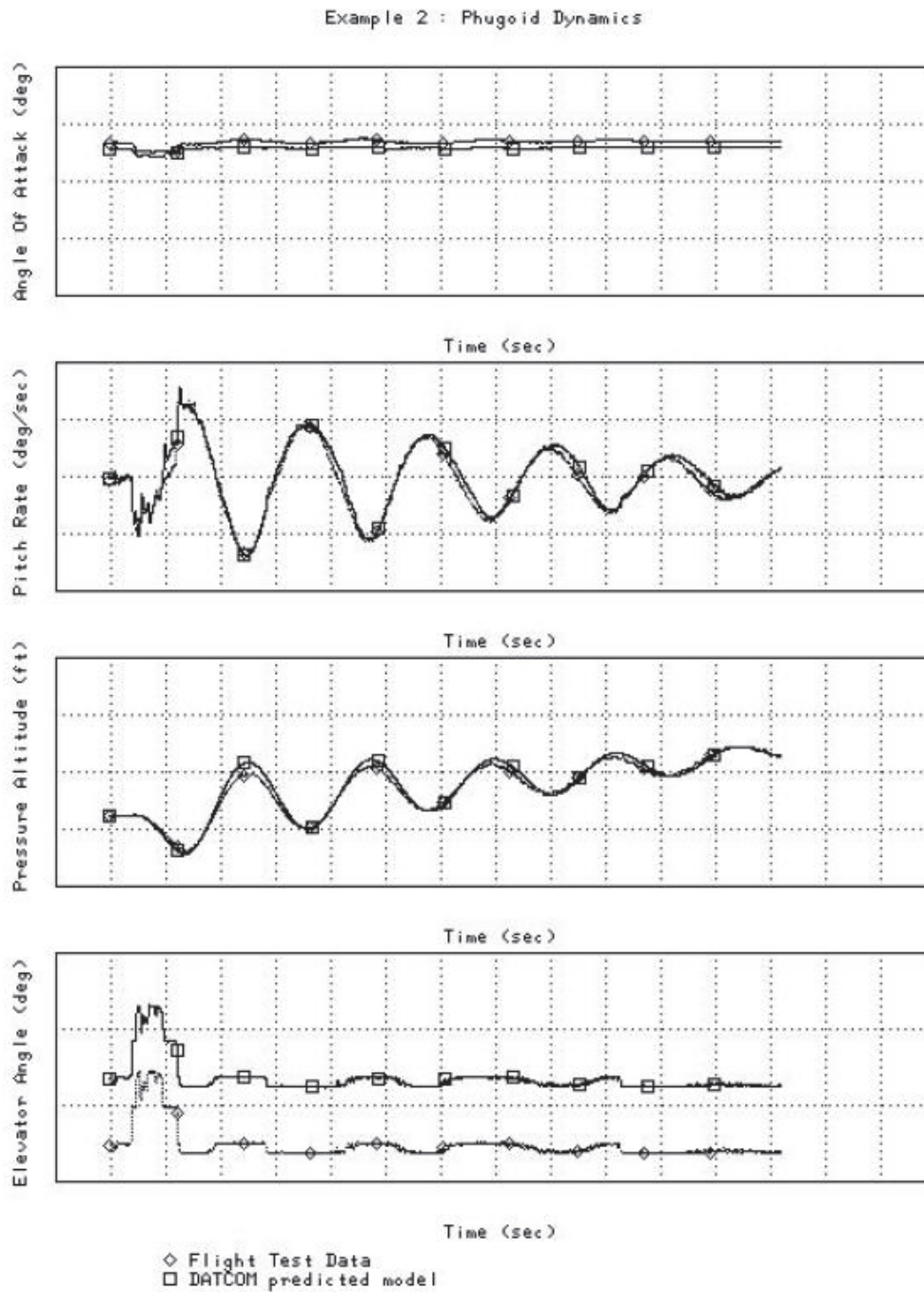


Figure B.2 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique du mode phugoïde

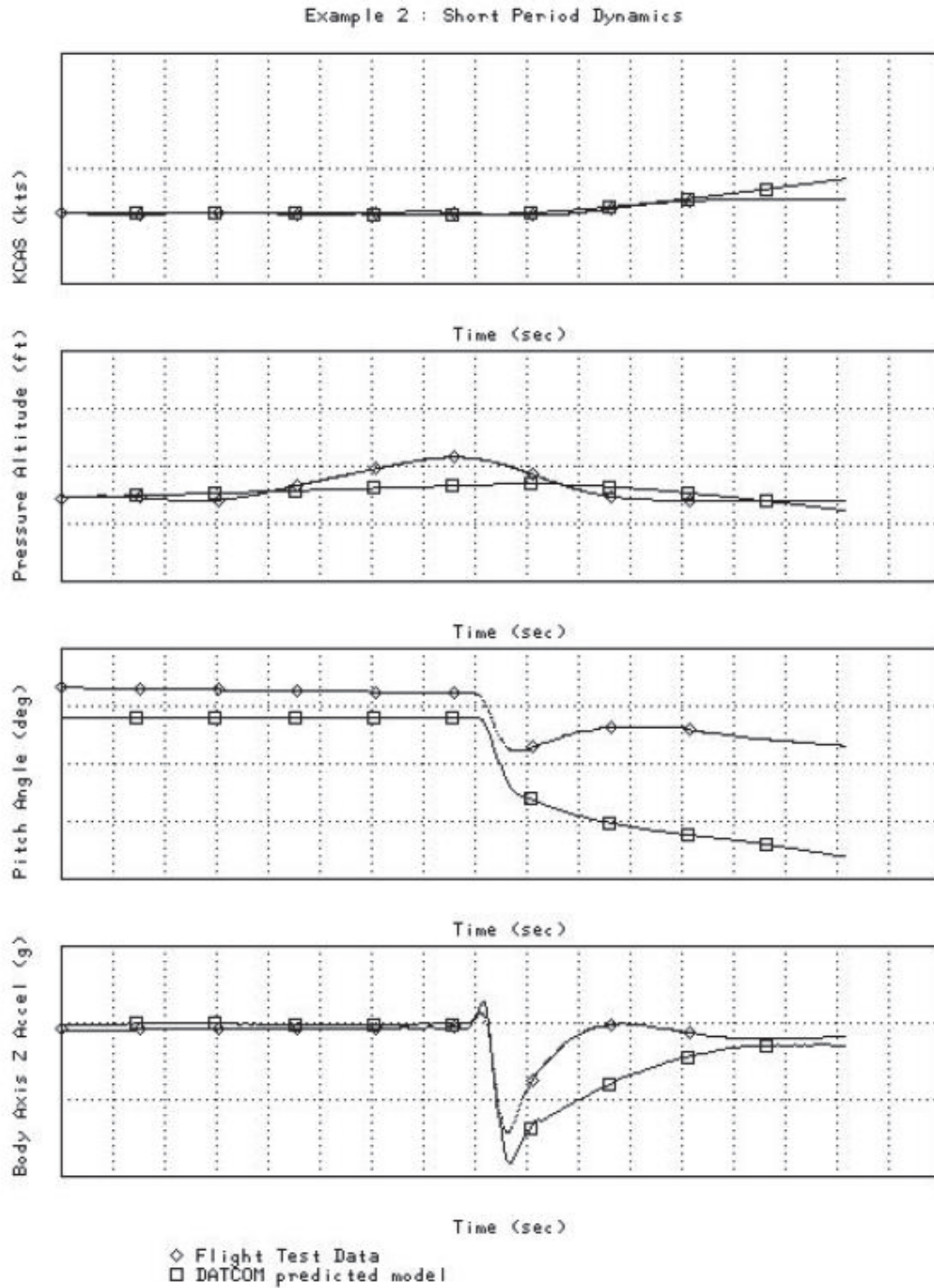


Figure B.3 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique courte période

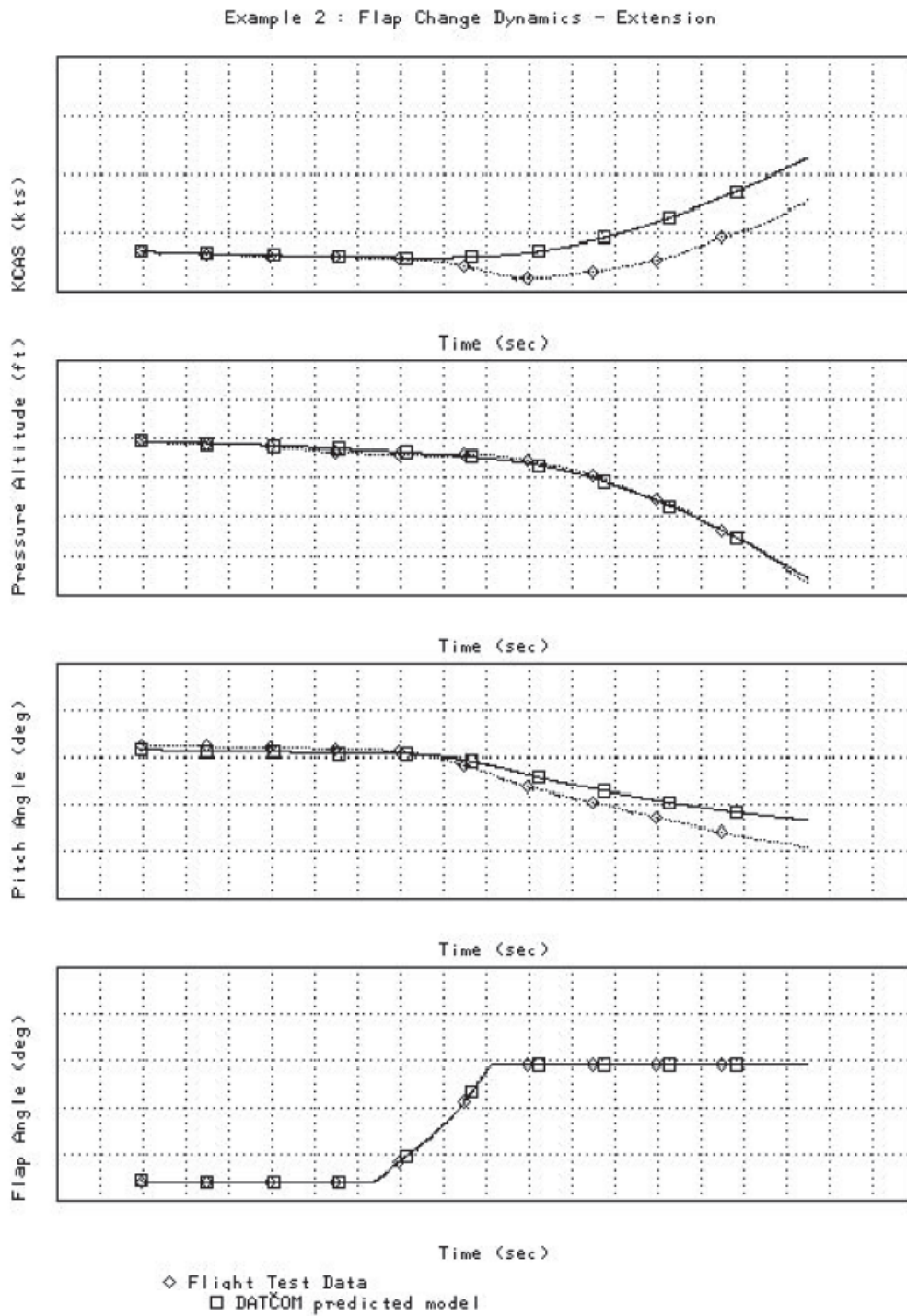


Figure B.4 : Comparaison d'un modèle DATCOM avec des données de vol pour la dynamique avec déploiement des volets hypersustentateurs

ANNEXE C Format SIDPAC pour les données de vol

Le Tableau C.1 présente le format de la matrice nécessaire pour l'utilisation du toolbox SIDPAC. Cette matrice *fdata.mat* est utilisée comme entrée pour tous les scripts compris dans ce toolbox.

SIDPAC Standard Data Channels

E.A. Morelli

NASA Langley Research Center

November 6, 2005

Tableau C.1 : Format de la matrice des données de vol pour le *toolbox* SIDPAC

CH. NO.	SYMBOLS	DESCRIPTION	UNITS
1	time	time	sec
2	V	airspeed	ft/sec
3	beta	sideslip angle	deg
4	alpha	angle of attack	deg
5	p	roll rate	deg/sec
6	q	pitch rate	deg/sec
7	r	yaw rate	deg/sec
8	phi	Euler roll angle	deg
9	the	Euler pitch angle	deg
10	psi	Euler heading angle	deg
11	ax	x body axis acceleration	g
12	ay	y body axis acceleration	g
13	az	z body axis acceleration	g
14	el	elevator deflection	deg
15	ail	aileron deflection	deg
16	rdr	rudder deflection	deg
17	tef	trailing edge flap deflection	deg
18	lef	leading edge flap deflection	deg
19	d1	auxiliary control surface 1 deflection	deg
20	d2	auxiliary control surface 2 deflection	deg
21	d3	auxiliary control surface 3 deflection	deg
22	d4	auxiliary control surface 4 deflection	deg
23	d5	auxiliary control surface 5 deflection	deg
24	d6	auxiliary control surface 6 deflection	deg
25	d7	auxiliary control surface 7 deflection	deg
26	d8	auxiliary control surface 8 deflection	deg
27	qbar	dynamic pressure	lbf/ft ²
28	mach	Mach number	--
29	rho	air density	slug/ft ³
30	h	altitude	ft
31	lonstk	longitudinal stick deflection	in
32	latstk	lateral stick deflection	in
33	rudped	rudder pedal deflection	in
34	tht1	throttle – engine #1	deg
35	tht2	throttle – engine #2	deg
36	tht3	throttle – engine #3	deg
37	tht4	throttle – engine #4	deg

38	thrust1	thrust – engine #1	lbf
39	thrust2	thrust – engine #2	lbf
40	thrust3	thrust – engine #3	lbf
41	thrust4	thrust – engine #4	lbf
42	p \dot{d}	roll acceleration	deg/sec ²
43	q \dot{d}	pitch acceleration	deg/sec ²
44	r \dot{d}	yaw acceleration	deg/sec ²
45	x _{cg}	x cg position	in
46	y _{cg}	y cg position	in
47	z _{cg}	z cg position	in
48	mass	aircraft mass	slug
49	I _{xx}	roll inertia	slug-ft ²
50	I _{yy}	pitch inertia	slug-ft ²
51	I _{zz}	yaw inertia	slug-ft ²
52	I _{xz}	x-z cross inertia	slug-ft ²
53	ax _m	measured x body axis acceleration	g
54	ay _m	measured y body axis acceleration	g
55	az _m	measured z body axis acceleration	g
56	alp \dot{d}	angle of attack rate	deg/sec
57	btad \dot{d}	sideslip angle rate	deg/sec
58	rtv	roll thrust vectoring	deg
59	ptv	pitch thrust vectoring	deg
60	y _t v	yaw thrust vectoring	deg
61	C _X	x body axis aerodynamic force coefficient	--
62	C _Y	y body axis aerodynamic force coefficient	--
63	C _Z	z body axis aerodynamic force coefficient	--
64	C _l	aerodynamic rolling moment coefficient	--
65	C _m	aerodynamic pitching moment coefficient	--
66	C _n	aerodynamic yawing moment coefficient	--
67	C _D	aerodynamic drag force coefficient	--
68	C _{Yw}	wind axis aerodynamic side force coefficient	--
69	C _L	aerodynamic lift force coefficient	--
70	C _T	thrust force coefficient	--
71	phat	non-dimensional roll rate	--
72	qhat	non-dimensional pitch rate	--
73	rhat	non-dimensional yaw rate	--
74	u	x body axis velocity component	ft/sec
75	v	y body axis velocity component	ft/sec
76	w	z body axis velocity component	ft/sec
77	sarea	wing reference area	ft ²
78	bspan	wing span	ft
79	cbar	mean aerodynamic chord	ft
80	betam	measured sideslip angle	deg
81	alpham	measured angle of attack	deg

ANNEXE D Commandes de vol pour l'identification

Cette annexe présente des commandes de vol typiques utilisées pour l'identification de la dynamique d'aéronefs [21]. Lorsque la dynamique est *a priori* inconnue, les commandes de vol doivent présenter des caractéristiques assez larges pour ce qui est du contenu fréquentiel, telles que les commandes de vol présentées aux Figure D.1 et Figure D.2.

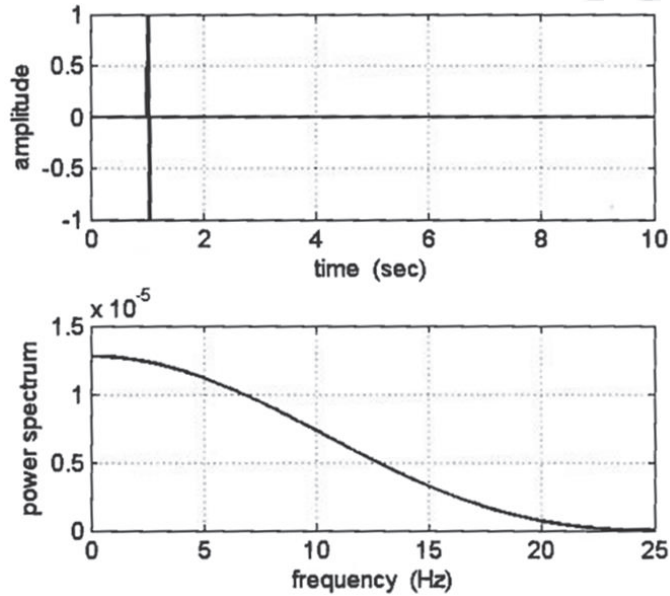


Figure D.1 : Impulsion à deux côtés

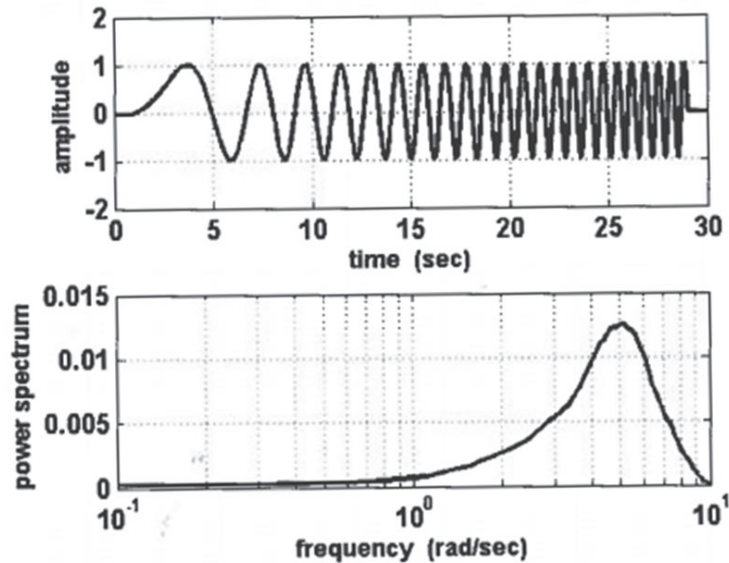


Figure D.2 : Balayage en fréquence

Lorsque la fréquence des modes est bien connue (ou bien approximée), on a plutôt recours à des commandes d'excitation dont le spectre en fréquence sera centré sur la fréquence du mode en question. Ces commandes prennent la forme d'impulsions à 2 ou plusieurs côtés afin d'éviter que l'aéronef ne s'éloigne trop du point d'opération pour lequel la dynamique est caractérisée. Ces commandes sont le doublet, le 3-2-1-1 et le 2-1-1 (Figure D.3, Figure D.4, Figure D.5).

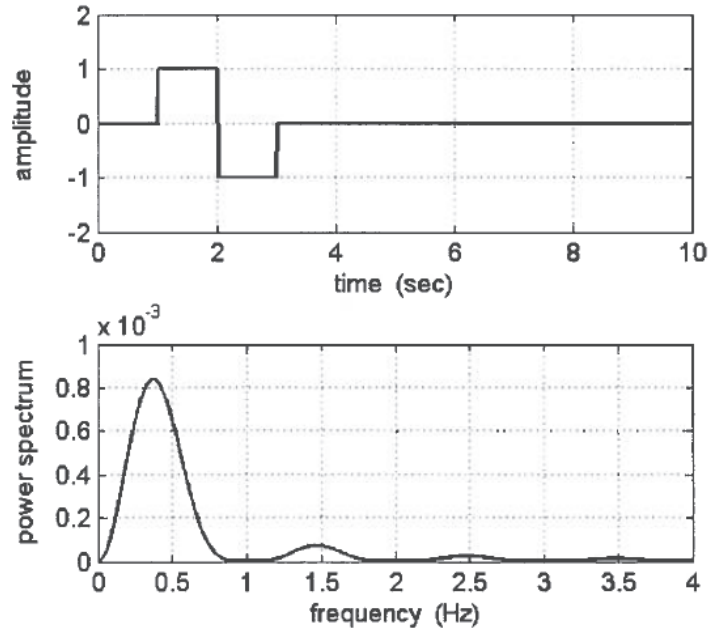


Figure D.3 : Commande du type doublet

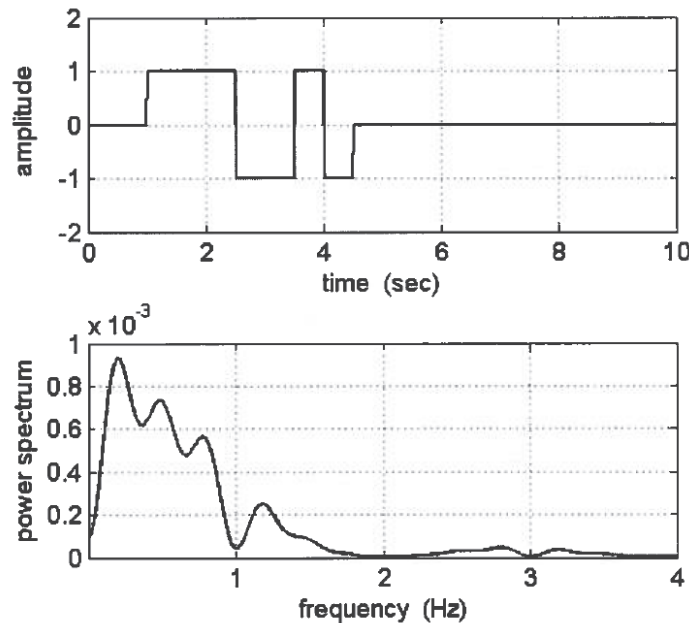


Figure D.4 : Commande du type 3-2-1-1

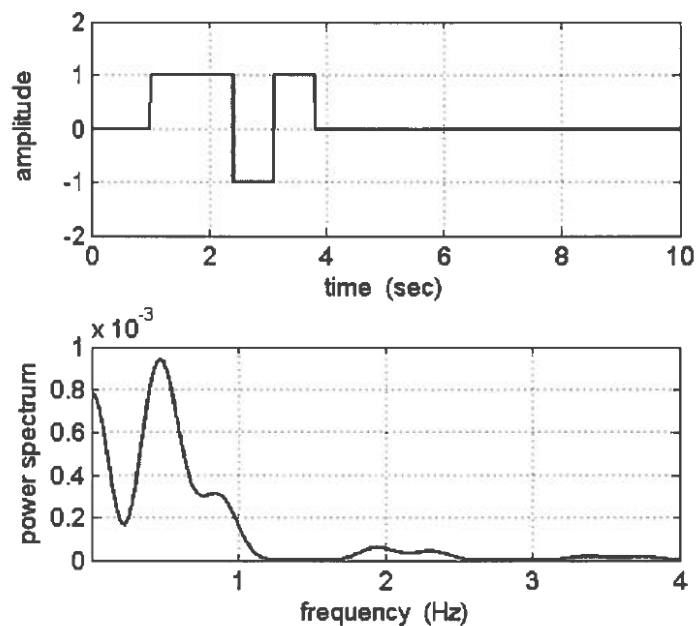


Figure D.5 : Commande du type 2-1-1

La forme carrée de la commande du type « doublet » (Figure D.3) permet d'exciter un spectre plus large en fréquence qu'une sinusoïde (ton pur). Quant à la commande du type 3-2-1-1 (Figure D.4), elle possède une représentation fréquentielle encore plus large que le doublet. Finalement, la commande 2-1-1 (Figure D.5) évite d'éloigner l'aéronef trop loin du point d'opération à l'équilibre, par conséquent d'avoir des données de moins bonne qualité pour l'identification. En effet, l'impulsion 3 d'une commande 3-2-1-1 est relativement longue, ce qui peut faire dévier significativement l'avion de son point d'opération d'équilibre pour lequel la dynamique est élaborée.

Pour ce qui est de la dynamique longitudinale/latérale, les ondes carrées orthogonales et le doublet avec décalage représentent tous deux des commandes typiques pour l'identification de la dynamique couplée (Figure D.6 et Figure D.7). Les travaux de Klein et Morelli ont mené à la définition de ces commandes suivant le principe selon lequel les commandes doivent être complètement décorréées d'un point de vue mathématique pour avoir des estimés les plus précis possible lors de l'identification paramétrique.

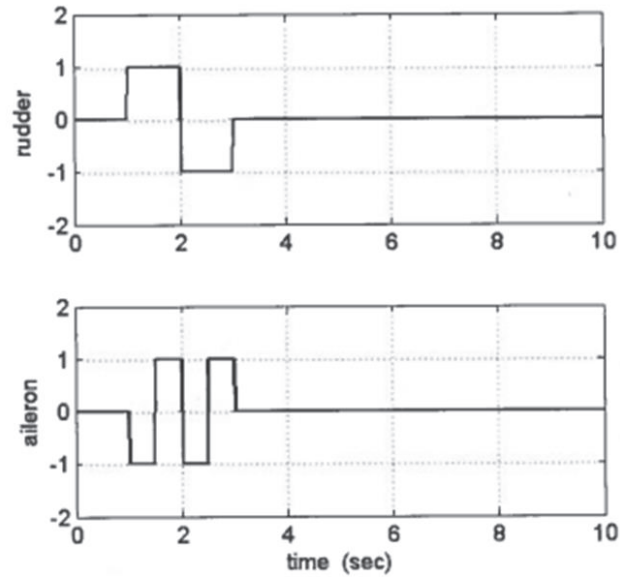


Figure D.6 : Ondes carrées orthogonales

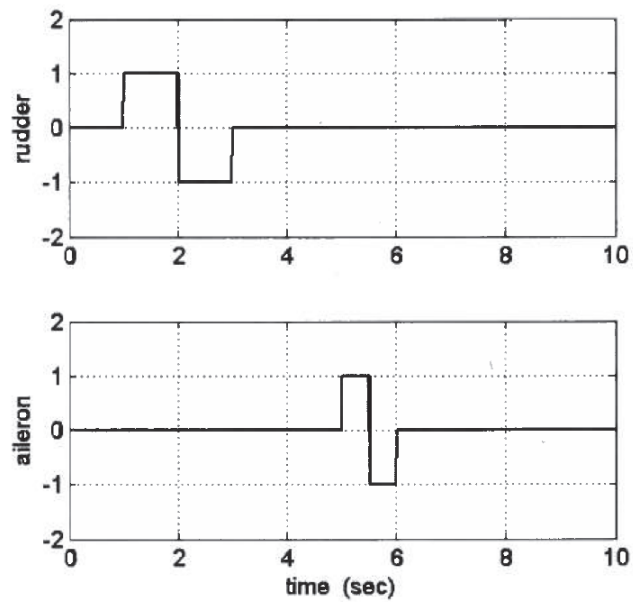


Figure D.7 : Ondes carrées avec décalage

Il existe également des méthodes qui permettent de concevoir des commandes de vol optimales suivant des cas particuliers. L'effort pour la conception de commandes optimales est justifié lorsqu'on s'intéresse à des cas très particuliers tels que des avions à haut angle d'attaque ou encore pour des manœuvres en régime de vol hypersonique.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Abdunabi, T. (2006). *Modelling and Autonomous Flight Simulation of a Small Unmanned Aerial Vehicle*. MSc, University of Sheffield, UK, 1-61p.
- [2] Adiprawita, W., Ahmad, A. S. et Semibiring, J. (2007). Hardware In The Loop Simulator in UAV Rapid Development Life Cycle. Dans *International Conference on Intelligent Unmanned Systems*. ICIUS, Bali, Indonesia, p. 31.
- [3] Austin, R. (2010). *Unmanned Aircraft Systems: UAVs Design, Development and Deployment*, Wiley édition. John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 332 p.
- [4] Cardinal, M. et Masson, P. (2014). Fully-coupled 6 DoF Model for Unmanned Version of the SA160 General Aviation Aircraft. Dans *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. - AIAA SciTech. American Institute of Aeronautics and Astronautics,
- [5] Chandler, P., Pachter, M., Mears, M. et Sheldon, S. (1992). Application of system identification techniques to flight control. Dans *92CH3000-7*. First IEEE Conference on Control Applications (Cat.No. IEEE, New York, NY, USA, p. 611-12.
- [6] Cho, A., Kim, J., Lee, S., Choi, S., Lee, B., Kim, B., Park, N., Kim, D. et Kee, C. (2007). Fully automatic taxiing, takeoff and landing of a UAV using a single-antenna GPS receiver only. Dans *International Conference on Control, Automation and Systems, ICCAS 2007, October 17, 2007 - October 20*. Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society, Seoul, Korea, Republic of, p. 821-825.
- [7] Chowdhary, G. et Jategaonkar, R. (2010). Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter. *Aerospace Science and Technology*, volume 14, numéro 2, p. 106-117.
- [8] Chumalee, S. (2010). *Robust Gain-Scheduled H-infinity Control for Unmanned Aerial Vehicles*. Ph. D., Cranfield University, UK, 1-216 p.
- [9] Ciecinski, P. et Pieniasek, J. (2009). Identification of a UAV Model for Control. Dans *Seventh International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo'09)*. Robot Motion and Control 2009. Springer Verlag, Berlin, Germany, p. 13-22.
- [10] Crespo, L. G., Morelli, E. A., Kenny, S. P. et Giesy, D. P. (2014). A Formal Approach to Empirical Dynamic Model Optimization and Validation. Dans *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. AIAA, National Harbor, MD,

- [11] Dorobantu, A., Murch, A., Mettler, B. et Balas, G. (2013). System Identification for Small, Low-Cost, Fixed-Wing Unmanned Aircraft. *Journal of Aircraft*, volume 50, numéro 4, p. 1117.
- [12] Galbraith, B. (2004). *DATCOM Predicted Aerodynamic Model*. Holy Cows Inc., 1-10 p.
- [13] Galbraith, B. (2011). *Datcom+ Pro Version 3.0* Orlando, Floride,
- [14] Guillaumaud, G. (2000). *FR-OMF100-030001 - Flight Test Report*. OMF, Neubrandenburg, Allemagne, 1-369 p.
- [15] Han, Y. et Kim, Y. (2011). Optimal input design for online parameter estimation for aircraft with multiple control surfaces. *Engineering Optimization*, volume 43, numéro 5, p. 559-580.
- [16] Hatamleh, K. S., Ma, O. et Paz, R. (2009). In-flight UAV Model Parameter Identification: A Simulation Study. Dans *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Chicago, IL, United states,
- [17] Ilyas Salfi, M., Ahsun, U. et Bhatti, H. A. (2009). Lateral and longitudinal guidance and control design of a UAV in auto landing phase. Dans *6th 2009 International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST)*, volume 2. IEEE, Piscataway, NJ, USA, p. 162.
- [18] Jategaonkar, R., Fischenberg, D. et von Gruenhagen, W. (2004). Aerodynamic Modeling and System Identification from Flight Data - Recent Applications at DLR. *Journal of Aircraft*, volume 41, numéro 4, p. 681.
- [19] Jodeh, N. M. (2006). *Development of Autonomous Unmanned Aerial Vehicle Research Platform: Modeling, Simulating, and Flight Testing*. MSc, Air Force Institute of Technology, Ohio, 1-185 p.
- [20] Johnson, C. et Walker, J. (2012). *Unmanned Aircraft Systems (UAS) Integration in the National Airspace System (NAS) Project*. NASA, 1-20 p.
- [21] Klein, V. et Morelli, E. A. (2006). *Aircraft System Identification: Theory and Practice*. AIAA, 484 p.
- [22] Kohlman, D. L. (1990). *Flight Test Principles and Practice*
- [23] Kron, A. (2003). *Conception de lois de commande Fly-by-wire robuste pour avions de transport civil dont la structure est considérée flexible*. PhD, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 1-284p.

-
- [24] Liu, Z., Wang, Y. et Hao, X. (2011). Coordinated landing control of Unmanned Aerial Vehicle. Dans *2011 International Conference on Electronics, Communications and Control*. IEEE, Piscataway, NJ, USA, p. 1965-70.
- [25] Maine, R. E., Iliff, K. W. (1981). *The Theory and Practice of Estimating the Accuracy of Dynamic Flight-Determined Coefficients*. NASA,
- [26] Morelli, E. A. (1999). Flight Test of Optimal Inputs and Comparison with Conventional Inputs. *Journal of Aircraft*, volume 36, numéro 2, p. 389.
- [27] Morelli, E. A. (2012). Real-Time Aerodynamic Parameter Estimation without Air Flow Angle Measurements. *Journal of Aircraft*, volume 49, numéro 4, p. 1064.
- [28] Morelli, E. A. et Klein, V. (2005). Application of system identification to aircraft at NASA langley research center. *Journal of Aircraft*, volume 42, numéro 1, p. 12-25.
- [29] Phillips, W. F. (2010). *Mechanics of Flight*, Wiley édition. John Wiley & Sons, New Jersey, 1138 p.
- [30] Phillips, W. F. et Hailey, C. E. (2001). Review of Attitude Representations Used for Aircraft Kinematics. *Journal of Aircraft*, volume 38, numéro 4, p. 718.
- [31] Phillips, W. F. et Santana, B. W. (2002). Aircraft small-disturbance theory with longitudinal-lateral coupling. *Journal of Aircraft*, volume 39, numéro 6, p. 973-980.
- [32] Shafer, M. (1984). *NASA-TM-85901 - Flight Investigation of Various Control Inputs Intended for Parameter Estimation* (Technical Memorandum). NASA,
- [33] Stevens, B. L. et Lewis, F. L. (2003). *Aircraft Control and Simulation*, John Wileys & Sons édition. Wiley, New Jersey, US, 664 p.
- [34] Suk, J., Lee, Y., Kim, S., Koo, H. et Kim, J. (2003). System identification and stability evaluation of an unmanned aerial vehicle from automated flight tests. *KSME International Journal*, volume 17, numéro 5, p. 654-667.
- [35] Tischler, M. B. et Remple, R. K. (2012). *Aircraft and Rotorcraft System Identification: Engineering Methods with Flight Test Examples*. AIAA, VA, 761 p.
- [36] Turevskiy, A., Gage, S. et Buhr, C. (2007). Model-Based Design of a New Light-weight Aircraft. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, p. 1-15.
- [37] Turvesky, A., Gage, S. et Buhr, C. (2007). Model-based Design of a New Lightweight Aircraft. Dans *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*. AIAA, Hilton Head, South Carolina,