

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

SYNTHÈSE DE CHAMP SONORE PAR
WAVE FIELD SYNTHESIS À PARTIR
D'ENREGISTREMENTS CAPTÉS PAR
UNE ANTENNE MICROPHONIQUE

Mémoire de maîtrise
Spécialité : génie mécanique

Telina RAMANANA

Jury : Alain BERRY (directeur)
Philippe-Aubert GAUTHIER
Roch LEFEVRE
Yann PASCO

RÉSUMÉ

Ce projet traite de la restitution par Wave Field Synthesis (WFS) d'un champ sonore mesuré par une antenne microphonique. L'importance de la reproduction de champ sonore de milieux industriels ou d'intérieurs de véhicule a pris son essor depuis ces dernières années. Ainsi la capacité de pouvoir synthétiser fidèlement un champ mesuré dans une salle dédiée à l'écoute faciliterait son analyse dans le cadre de mesures objectives (études suivant des métriques prédéfinis) et subjectives (études de perception). La WFS s'impose comme une technologie de reproduction de champ capable d'assurer une grande résolution spatiale, une restitution étendue du champ d'écoute ainsi qu'une bonne précision physique du champ sonore. L'objectif principal est de reproduire un champ fidèle en terme de : 1) réponses en fréquences de la chaîne complète de reproduction, 2) d'erreurs de spectre réduites, 3) bonne restitution du champ d'un point de vue des caractéristiques spatiales. Des simulations appuyées par une campagne expérimentale ont été menées pour valider les algorithmes de restitution proposés et définir l'approche type problème inverse régularisé par formation de voies comme étant le plus performant.

Cette recherche est le fruit de deux ans de travaux effectués au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS).

Mots-clés : Acoustique, Wave Field Synthesis, formation de voies, problème inverse, extrapolation de champ, antennerie, traitement du signal

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier les personnes qui m'ont soutenu durant les deux années de maîtrise passées à l'Université de Sherbrooke. Je remercie Alain Berry, mon directeur de recherche pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur un sujet aussi intéressant que la synthèse de champ sonore. Je le remercie pour son regard scientifique toujours éclairé ainsi que sa grande disponibilité rendant cette expérience formatrice agréable à suivre. Je le remercie également pour avoir toujours su prendre en compte les objectifs de chacun de manière efficace sans s'éloigner des objectifs définis dans le cadre de cette maîtrise.

Je souhaite spécialement remercier Philippe-Aubert Gauthier, mon tuteur tout au long de la maîtrise. Je tiens à le remercier pour son entière disponibilité, son aide, ses nombreux conseils ainsi que sa patience toujours très appréciée. Son implication et sa supervision dans mon travail de recherche a toujours été très bénéfique pour le bon avancement du projet selon les exigences de la maîtrise.

Par ailleurs, je voudrai remercier Maud Rouan pour son soutien tout au long de mes études suivies à Sherbrooke. Je la remercie pour sa grande patience, sa tolérance et ses encouragements appréciés et nécessaires particulièrement dans les moments difficiles.

Je souhaite remercier, ma mère Mino Ramanana, mon père Harilaza Ramanana et mon petit frère Rehareha Ramanana pour leur soutien malgré la distance.

La maîtrise a permis également la rencontre de nombreuses personnes favorisant la naissance de solides amitiés. Ainsi je souhaite remercier tous mes amis Sherbrookoïses qui ont partagé avec moi cette dernière expérience étudiante principalement les Gadzarts avec qui j'ai passé énormément de temps. Je souhaite remercier tout particulièrement Arnaud Busson mon plus fidèle ami à Sherbrooke avec qui j'ai pu intégralement partager cette formidable aventure.

TABLE DES MATIÈRES

1	INTRODUCTION	1
2	ÉTAT DE L'ART	3
2.1	Techniques de reproduction de l'audition spatiale	3
2.1.1	Méthode de simulation de la perception	3
2.1.2	Méthode de simulation de champs acoustiques	5
2.2	Fondements théoriques de la <i>Wave Field Synthesis</i>	6
2.2.1	Le principe de Huygens	6
2.2.2	Les équations de Kirchhoff-Helmoltz	8
2.2.3	Les contraintes de la <i>Wave Field Synthesis</i>	10
2.3	Méthodes de caractérisation du champ cible	11
2.3.1	La formation de voies (<i>Beamforming</i>)	11
2.3.2	Le problème inverse	13
2.3.3	Problème inverse général	14
2.3.4	Expansion en valeurs singulières	14
2.3.5	Solution du problème inverse général du rayonnement sonore	15
2.3.6	Solution échantillonnée du problème inverse	16
2.4	Conclusion	20
3	PROBLEMATIQUE, OBJECTIFS ET METHODOLOGIE	23
3.1	Problématique de recherche	23
3.2	Objectifs du projet de recherche	24
3.3	Méthodes et approches proposées	25
4	OPÉRATEURS DE LA WAVE FIELD SYNTHESIS	29
4.1	Formulation de Kirchhoff-Helmholtz	29
4.2	Reproduction d'ondes sphériques	32
4.2.1	Rayleigh I	32
4.2.2	Rayleigh II	33
4.3	Wave field synthesis 2.5D	35
4.4	Reproduction d'ondes planes	38
4.4.1	Rayleigh I	38
4.4.2	Mise en oeuvre de la fonction source	42
5	BEAMFORMING CAPTURE AND WAVE FIELD SYNTHESIS	47
5.1	Abstract	47
5.2	Introduction	48
5.3	Transducer array configurations	49
5.4	Signal processing	49
5.4.1	Delay-and-sum beamforming	51
5.4.2	Wave Field Synthesis	51

5.4.3	Filter and fractional delay implementation	53
5.5	Simulation results	53
5.5.1	Beamforming directivity patterns	53
5.5.2	Frequency response comparison	55
5.5.3	Bass management and bass equalization	55
5.5.4	Sound spectra errors	57
5.5.5	Reproduced sound fields	61
5.6	Conclusion	62
5.7	Récapitulatif	62
6	INVERSE PROBLEM AND WAVE FIELD SYNTHESIS	65
6.1	Abstract	65
6.2	Introduction	66
6.3	Transducer arrays	68
6.4	Signal processing	68
6.4.1	Wave Field Synthesis	70
6.4.2	Conversion of microphone array capture to plane waves	72
6.4.2.1	Direct problem	72
6.4.2.2	Singular value decomposition and inverse problem	72
6.4.2.3	Inverse problem regularization	73
6.4.2.4	Beamforming regularization	74
6.5	Simulation results	75
6.5.1	Direct problem conditioning	75
6.5.2	Selection of the penalization parameter	76
6.5.3	Reproduction chain frequency response	77
6.5.4	WFS equalization	80
6.5.5	Error sound spectra	81
6.5.6	Reproduced sound fields	84
6.6	Experimental results	87
6.6.1	Experimental setup	87
6.6.2	Error sound spectra	88
6.6.3	Reproduced sound fields	89
6.6.4	Comparison with reproduction in cabin mock-up	93
6.7	Conclusion	95
6.8	Acknowledgement	96
6.9	Récapitulatif	96
7	MISE EN OEUVRE DES MÉTHODES DE REPRODUCTION	99
7.1	Paramètres de filtrage	99
7.2	Gestion des délais fractionnaires	101
7.3	Dispositif matériel	102
8	CONCLUSION	107
A	COMPLÉMENT THÉORIQUE	109

TABLE DES MATIÈRES	vii
A.1 Formation de voies	109
A.2 Problème inverse	111
A.3 Égalisation fréquentielle de la WFS	113
B PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL	117
B.1 Calibration et sensibilité	117
B.1.1 Antenne microphonique	117
B.1.2 Réseau de reproduction de haut-parleurs	117
B.2 Procédure de reproduction et d'acquisition	118
B.2.1 Vérifications préliminaires	118
B.2.2 Descriptif des extraits sonores	119
B.2.3 Conditionnement des signaux cibles et reproduits	120
B.2.4 Partie reproduction	120
B.2.5 Partie acquisition	121
C DÉVELOPPEMENT COMPLÉMENTAIRE DES OPÉRATEURS	123
C.1 Ondes sphériques	123
C.2 Ondes planes	125
D DONNÉES TECHNIQUES	127
LISTE DES RÉFÉRENCES	129

LISTE DES FIGURES

2.1	Schéma de principe de l'approche binaurale	4
2.2	Construction de Huygens à l'aide de sources réelles	7
2.3	Salle d'écoute du GAUS, photo tirée du <i>Site web du GAUS</i>	7
2.4	Illustration du principe de Huygens	7
2.5	Principe de Huygens pour la propagation des ondes	8
2.6	Représentation de la formulation de Kirchhoff-Helmholtz	9
2.7	Principe de la formation de voies sur un réseau linéaire	12
2.8	Symboles et conventions géométriques	13
2.9	Illustration du système de coordonnées pour l'extrapolation de champ . . .	19
2.10	Reconstruction de champs complexes par SFE	21
3.1	Schéma bloc récapitulatif pour la reproduction de champ.	24
3.2	Réseaux d'antenne utilisés	26
3.3	Schéma de la mise en oeuvre de la matrice de conversion \mathbf{H}	26
4.1	Notations utilisées pour le problème intérieur.	30
4.2	Notation utilisée pour la formulation des intégrales de Rayleigh.	33
4.3	Schéma de la reproduction d'une source virtuelle par Rayleigh I.	36
4.4	Représentation de l'onde plane dans le repère	39
4.5	Schéma de la sélection des haut-parleurs	43
4.6	Mise en oeuvre du fenêtrage Tukey	45
4.7	Schéma récapitulatif des étapes de filtrage de l'opérateur onde plane. . . .	45
5.1	Microphone array inside the aircraft cabin	50
5.2	Transducer array configurations	50
5.3	Signal processing schema block	51
5.4	Wave Field Synthesis principle	52
5.5	Beamforming directivity patterns	54
5.6	FRFs from a virtual plane wave input to a referenced microphone	56
5.7	FRFs after bass equalization	57
5.8	Average magnitude error	58
5.9	PSD of the target and the reproduced sound at a referenced microphone .	58
5.10	Snapshots for a beamformer aligned plane wave reproduction case	59
5.11	Snapshots for a beamformer non-aligned plane wave reproduction case . . .	60
6.1	Microphone array inside the aircraft cabin	69
6.2	Transducer array configurations	69
6.3	Signal processing schema block	70
6.4	Wave Field Synthesis principle	71
6.5	Condition number for four direct problem configurations.	76
6.6	Singular value decomposition	78
6.7	FRFs from a virtual plane wave input to a referenced microphone	79

6.8	FRFs between a virtual WFS plane wave input and at referenced microphone	80
6.9	FRFs after WFS equalization	82
6.10	Average magnitude for various cases and PSD	83
6.11	Snapshots for a horizontal plane wave reproduction case	85
6.12	Snapshots for a plane wave reproduction case with elevation	86
6.13	Experimental setup inside WFS room	88
6.14	Average magnitude error and PSD	90
6.15	Beamforming maps	91
6.16	Sound fields comparison	92
6.17	Spherical plots comparison	94
6.18	WFS and cabin mock-up reproduction comparison	95
7.1	Schéma bloc récapitulatif pour la reproduction de champ.	99
7.2	Étapes de traitement des signaux sources par le système WFS	103
7.3	Configuration des antennes dans la salle WFS.	104
7.4	FRFs d'un haut-parleur et d'un caisson de basse	104
A.1	Directivité par formation de voies de l'antenne microphonique	110
A.2	Comparaison du conditionnement de \mathbf{G}	112
A.3	FRFs pour l'égalisation WFS	114
A.4	FRF de la WFS pure pour une onde plane	115
A.5	Évaluations objectives des résultats théoriques	116
B.1	Détermination des gains haut-parleurs et caissons de basse	118
B.2	Position de l'antenne microphonique dans l'avion lors des mesures de vol	120

LISTE DES TABLEAUX

B.1	Descriptif des tests de fonctionnalité des algorithmes de reproduction. . . .	119
D.1	Données du constructeur des haut-parleurs	127
D.2	Données du constructeur des caissons de basse	127

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le domaine de l'acoustique reste un domaine très vaste où il demeure encore de nombreuses perspectives de développement. C'est dans cette optique que mon projet de recherche s'inscrit, à l'heure où le domaine du multimédia et de l'audiovisuel est en plein essor. Ce projet de recherche en maîtrise s'intéresse à la correcte reproduction du son par application du concept de *Wave Field Synthesis* (WFS) [Berkhout, 1988; Berkhout *et al.*, 1993]. Nous montrerons qu'à partir de l'énoncé de la représentation du champ acoustique inhérente à l'équation de Kirchhoff-Helmholtz, une opération de synthèse pourra être effectuée pour la reconstruction spatiale et temporelle d'un environnement sonore originel. À partir d'un enregistrement effectué par une antenne microphonique captant un champ acoustique au sein d'une enceinte fermée telle qu'une cabine d'avion, un habitacle de voiture, un wagon de train ou encore une usine industrielle, mon projet de maîtrise vise à mettre en oeuvre la reproduction la plus fidèle qui soit de l'environnement acoustique mesuré au travers d'un système commercial WFS à 96 canaux au sein d'une salle dédiée à l'écoute. Dans ce but, une configuration carrée de haut-parleurs est utilisée pour générer le champ acoustique à restituer.

Pour aboutir, plusieurs approches combinant la capture du champ ainsi que sa restitution sont numériquement simulées puis expérimentalement évaluées. Elles nous permettront d'évaluer et de constituer la description physique spatiale du champ acoustique cible à reproduire par rapport aux métriques objectifs d'évaluation. Une fois cette étape réalisée, nous serons plus à même de convertir en signaux de commande vers les opérateurs WFS les informations en amplitudes et en phases des signaux à reproduire. Ces approches sont les suivantes : la formation de voie et la méthode inverse avec régularisation de Tikhonov ou avec régularisation par formation de voies.

Ce projet de recherche recoupe un grand nombre de domaines et se caractérise par sa multidisciplinarité. Effectivement, nous nous pencherons sur des problématiques relevant du traitement du signal, d'acoustique fondamentale, de programmation informatique par la production d'algorithmes de synthèse à fournir à l'ordinateur du système physique WFS et au travers des nombreuses simulations à effectuer pour tester, expérimenter, confronter et évaluer les approches abordées. La contribution de ce projet est bien évidemment notable dans le domaine du transport (aéronautique, ferroviaire, automobile) où les en-

jeux en termes de réduction de bruit pour l'amélioration du confort des usagers sont très présents. Aussi, si l'on arrive parfaitement à reproduire un champ acoustique à partir d'enregistrements directement en salle d'écoute, cela ouvrira la voie à de nouvelles formes d'expérimentations sonores facilitant la mise en oeuvre d'équipements de mesures acoustiques particulièrement lorsque l'accès à un cas de mesure est restreint ou encombrant (cabines d'avions). Par ailleurs, la méthode de reproduction proposée favorisera la mise en oeuvre d'études de perception et de tests d'écoute. Ce projet apporterait donc une plus grande flexibilité pratique pour les raisons précédemment évoquées.

CHAPITRE 2

ÉTAT DE L'ART

Dans ce chapitre, une revue de littérature des différentes méthodes utilisées pour la réalisation du projet est exposée. L'objectif de cet état de l'art est d'expliquer de manière concise et complète les principes physiques qui accompagnent les approches abordées dans le cadre de cette maîtrise recherche. Une première section présente l'inventaire des techniques de reproduction existantes dans le domaine de l'audition spatiale (section 2.1) incluant la reproduction par *Wave Field Synthesis* (WFS), une autre section introduit les fondements théoriques de la WFS c'est à dire les équations principales à mettre en oeuvre (section 2.2) puis une dernière section présente successivement les principales approches et méthodes de caractérisation du champ cible (section 2.3).

2.1 Techniques de reproduction de l'audition spatiale

Il est important de correctement introduire la notion de spatialisation audio à laquelle nous adhérons dans la suite du projet. Effectivement, la spatialisation audio ne se résume pas seulement à la parfaite reproduction de la sensation ressentie lors d'une situation naturelle enregistrée par divers moyens (reproduction de la qualité sonore d'un lieu). Elle prend tout son intérêt dans la reproduction de la qualité de l'immersion naturelle où les aspects d'enveloppement, cohérence ou encore de réalisme entrent en jeu [Gauthier *et al.*, 2005].

Deux approches sont à différencier lorsque l'on parle de reproduction spatiale. La première approche concerne *la simulation de la perception* tandis que l'autre s'inscrit plus dans notre intérêt de reproduction par WFS à savoir *la simulation de champs acoustiques*.

2.1.1 Méthode de simulation de la perception

- Les systèmes binauraux

Les systèmes par reproduction binaurale s'appuient sur les caractéristiques psychophysiologiques de l'auditeur pour localiser les sons. Les tympans reçoivent des ondes de pression similaires à celles reçues en situation réelle. L'image sonore est perçue, comprise par le cerveau, comme étant en trois dimensions provoquant un rendu de la réalité sonore fidèle. Autrement dit, la technique binaurale suppose que la reproduction de la pression acous-

tique aux tympans de l'auditeur suffit pour la reproduction d'une impression auditive spatiale.

On introduit ici, la notion de *Head-Related Transfer Function* (HRTF) mettant en exergue la fonction de transfert relative à la tête pour caractériser les transformations des ondes sonores causées par les épaules, la tête, le pavillon auriculaire et le conduit auditif humain. Ces HRTFs ont pour but de tenir compte de la composante physiologique (morphologie et forme de la tête) de l'auditeur dans la perception sonore. On modélise ainsi un profil physique de l'auditeur.

Ainsi, le signal sonore à spatialiser est traité par un filtre binaural (tenant compte des HRTFs) afin de restituer l'espace sonore en trois dimensions jusqu'aux oreillettes (ou casque stéréophonique) de l'auditeur comme présenté en figure 2.1. En jouant sur les paramètres de direction d'arrivée et de distance d'un signal auditif, le cerveau nous permet inconsciemment de localiser et de repérer une source sonore se déplaçant. L'oreille externe effectuera un filtrage fréquentiel procurant une sensation de localisation auditive des sources acoustiques. Cependant cette technique possède plusieurs inconvénients. Tout d'abord, c'est une méthode demeurant assez complexe, de plus les HRTFs sont dépendantes de la personne puisque chaque personne possède sa propre morphologie, la mesure de la HRTF sera différente d'une personne à une autre.

- La stéréophonie conventionnelle.

Dans la famille des techniques de reproduction s'apparentant à la simulation de la perception, on retrouve un grand classique et la forme la plus courante : la stéréophonie. Cette fois-ci, on se base sur une connaissance empirique des phénomènes de la perception auditive et on en tire un mixage manuel en jouant essentiellement sur l'intensité et le délai du signal audio.

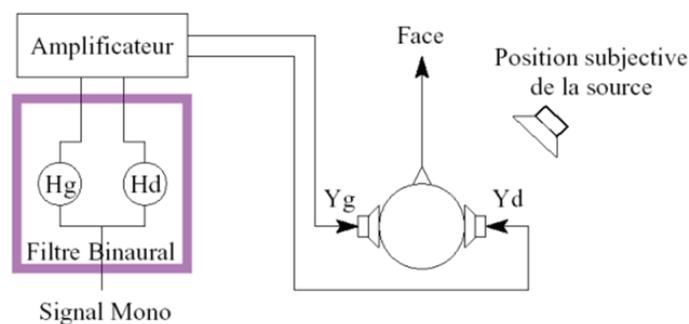


Figure 2.1 Schéma de principe de l'approche binaurale

2.1.2 Méthode de simulation de champs acoustiques

- Technique de reproduction holophonique.

Pour resituer l'apparition de la technique de reproduction sonore par *Wave Field Synthesis*, il apparaît comme primordial d'expliquer ce qu'est l'Holophonie. Effectivement, la technique WFS désigne une application particulière de la reproduction holophonique comme la reproduction ambisonique en représente une autre.

La technique de l'holophonie constitue par analogie aux hologrammes visuels, le procédé de reproduction permettant de capter, synthétiser une scène sonore en préservant les informations spatiales (notions de distance et de direction des sources). Initié par l'argentin Hugo Zuccarelli, reconnu pour ses théories sur la perception des sons par le système auditif humain, l'holophonie suppose que l'oreille interne analyse le son d'une manière holographique, que le système auditif fonctionne comme un interféromètre [Zuccarelli, 1983]. Ainsi, le système auditif humain se comporte comme un émetteur sonore, produisant un son de référence qui se combine avec le son entrant (extérieur) pour former une figure d'interférence à l'intérieur de l'oreille. L'holophonie, comme l'enregistrement binaural, reproduit les différences interaurales (moment d'arrivée, amplitude entre les oreilles et le déphasage). Le dispositif holophonique a été repris par d'autres comme Maurice Jessel [Jessel, 1973].

- L'ambisonie

Un cas particulier de la reproduction holophonique est la reproduction par ambisonie. Cette technique de synthèse et de reproduction d'environnement sonore permet à l'auditeur d'être immergé dans un environnement virtuel grâce à un nombre de haut-parleurs variant. Introduite dans les années 70 par Michael Gerzon, l'ambisonie permet d'offrir une méthode d'encodage (reposant sur une décomposition du champ acoustique en harmoniques sphériques ou cylindriques) et de décodage (calcul des signaux d'alimentation des haut-parleurs) afin de restituer une scène sonore mesurée tout en conservant ses informations directionnelles dans l'espace [Gerzon, 1985].

- La *Wave Field Synthesis*

La WFS : il s'agit d'une technique de reproduction holophonique permettant de synthétiser une scène sonore tout en préservant les informations spatiales (de direction et de distance) des sources virtuelles qui la composent. La distinction avec la stéréophonie se fait au niveau de la localisation des sources virtuelles ne dépendant plus de la position de l'auditeur. La WFS permet donc de reconstruire le champ sonore dans lequel les auditeurs peuvent se déplacer en gardant une bonne perception de la localisation des sources. Le système

reproduit un front d'onde virtuel synthétisé par de nombreux haut-parleurs (voir figure 2.2) afin de restituer fidèlement et dans l'espace le champ acoustique cible. C'est ce procédé de reproduction qui est utilisé dans cette maîtrise. Les haut-parleurs sont répartis suivant une configuration carrée comme illustrée en figure 2.3.

De nombreux instituts, organismes, Universités se sont penchés sur l'approche par *Wave Field Synthesis*. Parmi eux on peut citer l'Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique (IRCAM), l'Université de Delft, l'Institut de Fraunhofer, l'entreprise SonicEmotion commercialisant des systèmes WFS ainsi que IOSONO [Corteel *et al.*, 2002; Verheijen, 1998].

2.2 Fondements théoriques de la *Wave Field Synthesis*

2.2.1 Le principe de Huygens

Développée en grande partie par l'Université des technologies de Delft aux Pays Bas dans les années 80, l'application pratique par WFS s'appuie sur un principe physique bien connu qui est le principe de Huygens illustré en figure 2.4. Ainsi, on applique ce principe sur la propagation des ondes à la synthèse contrôlée de champs acoustiques. Effectivement, ce principe stipule que « chaque particule (P) de la matière traversée par une onde communique son mouvement, non seulement à la particule voisine (P') qui est alignée avec (P) et la source (A), mais également à toute autre particule (P'') qui touche (P) et qui s'oppose à son mouvement. De sorte qu'il faut qu'autour de chaque particule il se fasse une onde dont cette particule sera le centre » [Jessel, 1973].

Dans le cas de la *Wave Field Synthesis*, on pourrait voir l'onde sonore émise par une source primaire se propager à l'instant t comme la somme des contributions d'une infinité de sources sonores ponctuelles, dites secondaires sur le front de l'onde à l'instant $(t - 1)$. Ainsi, si l'on considère un réseau de sources sonores (secondaires) convenablement disposées, l'application du principe de Huygens permet la reproduction artificielle du champ acoustique de n'importe quelle source sonore (primaire). Bien entendu, dans la réalité, nous ne pourrions utiliser qu'un nombre fini de sources secondaires engendrant quelques approximations et erreurs par rapport à la théorie. Dans notre application, nous disposons d'un réseau linéaire de hauts parleurs, le but étant de reproduire un champ acoustique dans le plan horizontal (plan de l'antenne microphonique d'enregistrement). Le principe laisse supposer que la validité de l'énoncé de Huygens n'est vérifiable que lorsque les sources secondaires sont disposées sur le front d'onde que l'on souhaite reproduire voir figure 2.5.

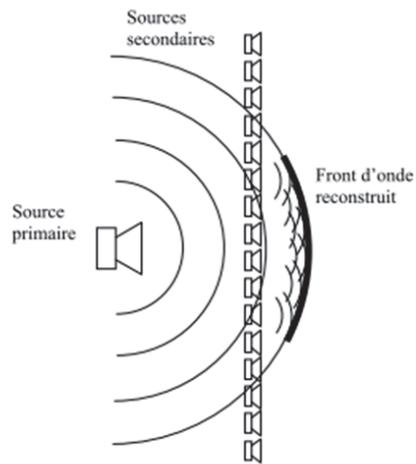


Figure 2.2 Construction de Huygens appliquée à la reproduction de champ acoustique à l'aide de sources réelles



Figure 2.3 Salle d'écoute du GAUS, photo tirée du *Site web du GAUS*

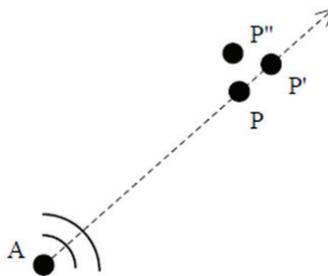


Figure 2.4 Illustration du principe de Huygens

C'est l'ensemble des contributions des sources secondaires qui permet la restitution du front d'onde à reproduire.

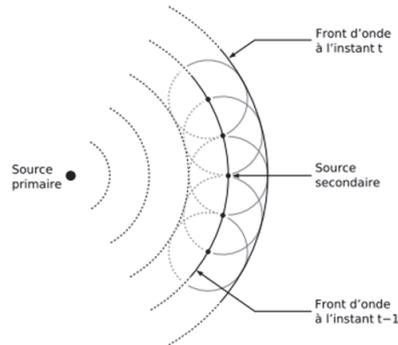


Figure 2.5 Principe de Huygens pour la propagation des ondes

Dans notre cas pratique, il est plus facile de placer les sources secondaires sur une surface ou une ligne bien connue. Une disposition linéaire telle que montrée dans la figure 2.2 sera plus pratique et flexible. Nous voyons bien que dans cette configuration, les sources secondaires continûment distribuées sont substituées par un nombre fini de sources réelles matérialisées par des haut-parleurs.

2.2.2 Les équations de Kirchhoff-Helmoltz

D'un point de vue théorique, le principe de Huygens se concrétise physiquement par une formulation mathématique. Cette formulation est la formule de Kirchhoff-Helmholtz permettant de déterminer les amplitudes et les phases des sources distribuées. Cette formule est une représentation intégrale du champ acoustique. On se contente dans cet état de l'art de présenter les équations de base de la WFS nous permettant de générer les signaux de commande au système physique de haut-parleurs. L'essentiel du développement des opérateurs WFS est donné au chapitre 4.

L'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz se définit à partir du théorème de Green et de l'équation d'onde comme suit [Verheijen, 1998] :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_S [p(\vec{y}, \omega) \vec{\nabla} G(\vec{x}|\vec{y}) - G(\vec{x}|\vec{y}) \vec{\nabla} p(\vec{y}, \omega)] \vec{n} dS \forall \vec{x} \in V \quad (2.1)$$

où $p(\vec{x}, \omega)$ représente la pression acoustique en un point quelconque A à l'intérieur de la surface fermée S (voir figure 2.6). On représente par $p(\vec{y}, \omega)$ la pression acoustique en un point quelconque \vec{y} appartenant à la surface S . G est appelée la fonction de Green. \vec{n} est la

normale à la surface (vers l'intérieur). S représente une surface fermée contenant le milieu acoustique V dans lequel a lieu la propagation d'ondes acoustiques. La fonction de Green est définie par sa forme générale suivante :

$$G = \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (2.2)$$

On définit le nombre d'onde $k = \omega/c$ (avec ω la pulsation et c la vitesse du son dans l'air) et la distance $r = |\vec{x} - \vec{y}|$ entre la surface S au point A (voir figure 2.6).

Après développement (présenté au chapitre 4), on peut réécrire la formulation de Kirchhoff-Helmholtz de la manière suivante :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_S [p(\vec{y}, \omega) \frac{(jkr - 1)e^{jkr}}{4\pi r^2} \cos \theta - j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{4\pi r}] dS \quad \forall \vec{x} \in V \quad (2.3)$$

On introduit la masse volumique de l'air ρ_0 et la vitesse particulaire v_n . On précise que θ correspond à l'angle entre le vecteur position \vec{r} au point A et la normale \vec{n} à la surface S . Par ailleurs, on distingue deux termes. Le premier terme sous l'intégrale représente la distribution d'un dipôle alimenté par une pression $p(\vec{y})$ à la surface S alors que le deuxième terme représente la distribution de monopoles alimentée par la vitesse particulaire v_n à la surface S [Brandenburg *et al.*, 2004]. Le lien avec le principe de Huygens précédemment décrit et la formulation intégrale ci-dessus se fait au niveau des sources. La distribution de la source originale est appelée distribution primaire de la source tandis que la distribution de monopôles et de dipôles est appelée distribution secondaire de la source [Verheijen, 1998]. C'est l'équation (2.3) de Kirchhoff-Helmholtz qui nous donnera directement les amplitudes monopolaires et dipolaires des sources secondaires de reproduction sur S .

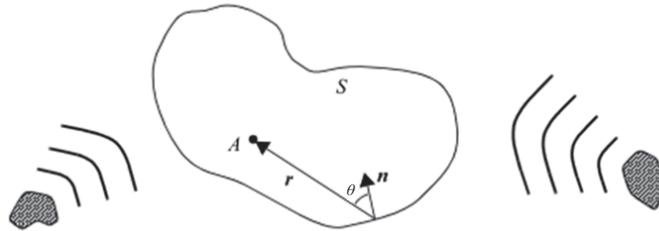


Figure 2.6 Représentation physique de la formulation de Kirchhoff-Helmholtz pour un volume fermé S

2.2.3 Les contraintes de la *Wave Field Synthesis*

Comme nous l'avons déjà expliqué précédemment, la WFS peut rencontrer quelques contraintes d'ordre pratique. Il n'est pas surprenant que les résultats émanant de la réalisation pratique ne correspondent pas parfaitement aux exigences théoriques. Le champ sonore rendu par WFS peut plus ou moins différer du champ acoustique théorique attendu pour plusieurs raisons [Theile et Wittek, 2004] :

- La discrétisation du réseau de sources (*Spatial aliasing*)

On peut rencontrer des erreurs spatiales et spectrales de la reproduction du champ sonore dû à la discrétisation de la distribution des sources secondaires (c'est à dire des haut-parleurs). La fréquence de repliement spatiale f_{alias} correspond à la fréquence maximale pouvant être spatialement reconstruite par le système de reproduction. Au-delà de cette fréquence f_{alias} les haut-parleurs créent des phénomènes d'interférence constructive et destructive dans l'espace de reproduction nuisant à la reproduction spatiale. f_{alias} dépend de l'intervalle d'échantillonnage spatial, c'est à dire l'espacement entre haut-parleurs. Pour notre réseau de reproduction WFS, $f_{alias} = c/(2\Delta_{x_{spk}})$ avec $\Delta_{x_{spk}}$ l'espacement entre deux haut-parleurs successifs et c la vitesse du son dans l'air.

- Les réflexions de la salle de reproduction (*Spatial Interference*)

Une reproduction sonore par WFS ne peut pas parfaitement reconstruire le champ sonore désiré si les réflexions de la salle produisent des interférences en terme de perception spatiale. Dans le développement des opérateurs WFS, on fait l'hypothèse de propagation en champ libre. Certains aspects de la perception peuvent être affectés comme la notion de distance, de profondeur et d'impression spatiale. Des algorithmes de compensation peuvent être développés pour minimiser cet effet incongru [Gauthier, 2007].

- Contrainte dans le plan horizontal

En théorie, la WFS ne pose pas de restrictions particulières dans le plan horizontal, cependant, une réduction de la dimension de la configuration du réseau dans le plan horizontal constitue l'approche pratique largement utilisée. Cette approche implique certaines conséquences. Effectivement, en synthétisant les sources exclusivement dans le plan horizontal, on modifie l'intégrité du champ acoustique à reproduire dépréciant ainsi la perception de distance, de profondeur, d'impression spatiale.

- La limitation des dimensions de la configuration du réseau de haut-parleurs

En pratique, le réseau de reproduction WFS est constitué d'un nombre fini de haut-parleurs. En raison du nombre fini et non infini (comme la théorie le prévoit) de haut-parleurs, des ondes diffractées apparaissent aux bords des rangées de haut-parleurs. Un fenêtrage par haut-parleur est souvent appliqué pour limiter cet effet de bord au détriment d'une zone de reproduction valide réduite.

2.3 Méthodes de caractérisation du champ cible

Pour mener à bien la reproduction du champ sonore désiré, la première étape consiste à effectuer l'estimation du champ acoustique capté par une antenne microphonique irrégulière puis de convertir ces informations en amplitudes d'ondes planes propagatives. Effectivement, on émet dans ces travaux, l'hypothèse que l'on est capable de reproduire un champ acoustique complexe à partir de la superposition de multiples ondes planes par WFS.

En terme de notation, on choisit la convention d'écriture suivante : \vec{a} représente un vecteur position quelconque dans l'espace, \mathbf{a} un vecteur quelconque de taille variable qui ne soit pas un vecteur position et \mathbf{A} une matrice quelconque de taille variable. Cette notation sera celle utilisée tout au long du mémoire.

2.3.1 La formation de voies (*Beamforming*)

Pour convertir les mesures effectuées en amplitudes d'ondes planes, la première méthode abordée est la formation de voies communément appelée *beamforming*.

Le principe de la formation de voies est le mieux présenté au travers d'une description basique du principe de *delay-and-sum* (voir figure 2.7) lequel sera utilisé et combiné à la WFS. Soit une antenne microphonique de M microphones disposés linéairement de positions \vec{x}_m avec ($m = 1, 2, \dots, M$) dans un plan $x - y$ (système de coordonnées choisi). Lorsque l'on applique le *delay-and-sum*, on peut mesurer la pression p_m des signaux individuellement reçus par chaque micro retardés puis sommés. Dans l'illustration, on considère une source sonore émettant une onde plane arrivant sur notre antenne microphonique linéaire. La réponse de la formation de voies $q(\vec{\kappa}, t)$ sera la suivante :

$$q(\vec{\kappa}, t) = \sum_{m=1}^M w_m p_m(t - \Delta_m(\vec{\kappa})) \quad (2.4)$$

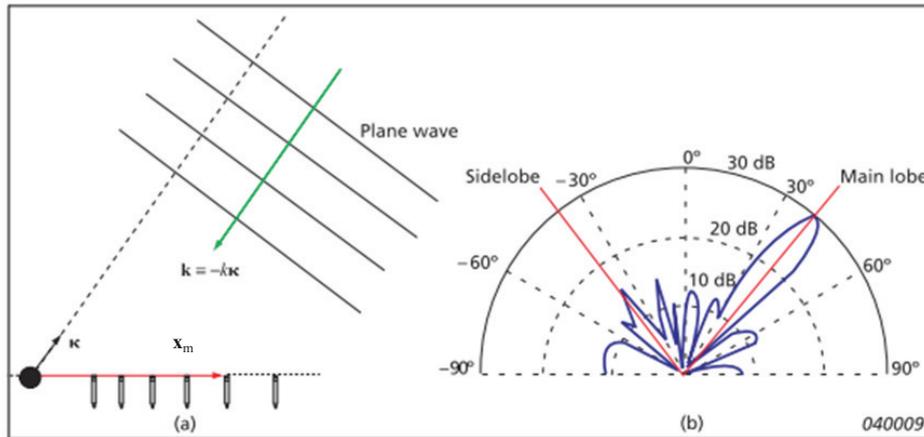


Figure 2.7 a) Onde plane incidente arrivant sur un réseau d'antenne linéaire b) diagramme de directivité avec le lobe principal dans la direction de focalisation. Cette figure est extraite de [Christensen et Hald, 2004].

où w_m représente un coefficient pondéré à chaque signal reçu individuellement par les microphones. On peut alors obtenir une directivité caractérisée par le niveau de pression (dB) en fonction de l'angle d'incidence (en degré) comme illustré en figure 2.7(b).

Géométriquement, on peut également montrer que le temps de retard s'obtient de la manière suivante :

$$\Delta_m = \frac{\kappa \times x_m \times \cos \theta}{c} \quad (2.5)$$

c correspond à la vitesse de propagation du son et $\vec{\kappa}$ le vecteur de pointage pour les directions d'écoute et θ l'angle entre les vecteurs $\vec{\kappa}$ et \vec{x}_m .

Dans le cadre du projet, la formation de voies est utile pour convertir les mesures d'antenne en ondes planes propagatives. Les retards individuels Δ_m sont choisis dans le but d'obtenir une directivité sélective dans une direction d'écoute spécifique ici caractérisée par le vecteur unitaire $\vec{\kappa}$. Le but étant d'ajuster le temps de retard de manière à ce que chaque signal associé à une onde plane ayant une certaine incidence de direction $\vec{\kappa}$ soit en phase temporellement avant d'être sommé. Les signaux venant d'ondes planes provenant d'autres directions que $\vec{\kappa}$ ne seront pas alignés avant d'être sommés et ne seront donc pas correctement additionnés par la formation de voies. Concrètement, notre algorithme de formation de voies estime le champ acoustique capté à l'aide de N directions d'écoute prédéfinies qui seront transformées en N réponses $q(\vec{\kappa}, t)$ d'ondes planes. Ces réponses par

formation de voies sont ensuite converties par les opérateurs WFS pour la restitution en ondes planes par le système de reproduction.

À noter que la formation de voies peut également être utilisée comme une technique de cartographie acoustique permettant de cartographier un milieu, un objet, un véhicule à l'aide d'une antenne microphonique pour localiser des sources de bruit [Christensen et Hald, 2004; Padois, 2011]. Ce n'est pas notre cas d'application.

2.3.2 Le problème inverse

La deuxième méthode abordée pour la conversion des mesures d'antenne en ondes planes propagatives est la méthode inverse. Connaissant la mesure du champ acoustique et la matrice de propagation des délais de la position des ondes planes jusqu'aux positions des microphones de l'antenne, on va chercher à estimer le plus précisément possible les amplitudes d'ondes planes correspondantes ayant permis d'obtenir le champ acoustique mesuré (raisonnement inverse). La théorie du problème inverse est une technique très utilisée dans le domaine de la description et la caractérisation d'un environnement sonore à reproduire. Elle est bien adaptée pour l'extrapolation de champ sonore autour d'une antenne microphonique. Dans cette partie, la théorie générale du problème inverse pour l'acoustique linéaire est présentée.

Les symboles et conventions géométriques utilisées pour l'explication du problème inverse sont illustrées figure 2.8. Tout point du champ est décrit par $\vec{x} \in V$. Tout point appartenant à la source de surface S_s (entourant le volume de source V_s) est noté \vec{y} . Un point appartenant à la surface de mesure continue $S_a \in V$ est noté \vec{x}_a . Un simple microphone m est localisé en $\vec{x}_m \in S_a$ avec $m = 1, 2, \dots, M$.

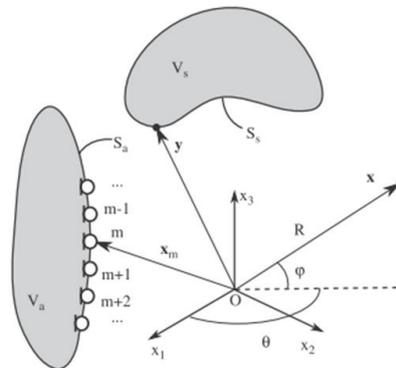


Figure 2.8 Symboles et conventions géométriques

2.3.3 Problème inverse général

Soit \vec{x}' un point source, l'équation de Kirchhoff-Helmholtz nous donne [Gauthier *et al.*, 2011] :

$$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{x}|\vec{x}') = -4\pi\delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad (2.6)$$

$G(\vec{x}|\vec{x}')$ est la fonction de Green du problème et $k = \omega/c$ le nombre d'onde (rad/m) avec ω la pulsation et c la vitesse du son dans l'air. On détermine le champ sonore représentant les sources confinées dans le volume de source V_s par la formulation simple suivante :

$$p(\vec{x}) = \int G(\vec{x}|\vec{y})q(\vec{y})dS_s \quad (2.7)$$

$q(\vec{y})$ représente la distribution monopole-amplitude par unité de surface. Le problème inverse consiste à estimer la distribution de la source sonore $q(\vec{y})$ à partir des mesures de champ à la surface S_a dans l'espace continu ($p(\vec{x}_a)$) ou échantillonné ($p(\vec{x}_m)$). Dans la plupart des applications pratiques en acoustique de la méthode inverse, on discrétise la formulation continue avant de l'analyser et de la résoudre [Koopmann *et al.*, 1989; Nelson, 2001].

La fonction de Green G doit satisfaire simultanément les trois propriétés suivantes : existence d'une solution, unicité de la solution et stabilité de la solution [Kirsch, 2011]. Dans l'équation (2.7), $G(\vec{x}|\vec{y})$ est le noyau de l'opérateur intégral représentant la physique du rayonnement sonore et doit satisfaire l'équation de Helmholtz.

2.3.4 Expansion en valeurs singulières

Le problème inverse peut être exprimé au travers de l'expansion en valeurs singulières du noyau de l'opérateur intégral (SVE) décrit dans l'équation (2.7). L'utilisation de la SVE dans les domaines de l'acoustique et plus particulièrement la reproduction de champ sonore n'est pas nouvelle. Nous allons ici énoncer la théorie générale de la SVE. Pour n'importe quel noyau trouvé dans l'opérateur intégral, l'expansion en valeurs singulières correspondant s'exprime par :

$$G(\vec{x}_a|\vec{y}) = \sum_{i=1} \sigma_i u_i(\vec{x}_a) v_i^*(\vec{y}) \quad (2.8)$$

$u_i(\vec{x}_a)$ et $v_i(\vec{y})$ représentant les fonctions singulières du noyau et $v_i^*(\vec{y})$ désigne le complexe conjugué de la fonction singulière $v_i(\vec{y})$. Les σ_i représentant les valeurs singulières correspondantes. Ces valeurs sont des nombres réels positifs. Par ailleurs, les fonctions singulières sont orthonormales, on arrive finalement à la propriété suivante [Hansen, 1998; Photiadis, 1990] :

$$\sigma_i u_i(\vec{x}_a) = \int G(\vec{x}_a|\vec{y}) v_i(\vec{y}) dS_s \quad (2.9)$$

Cette propriété montre que si la distribution de la source est une fonction singulière $v_i(\vec{y})$, le champ de pression sonore résultant est la fonction singulière $u_i(\vec{x}_a)$ mise à l'échelle par σ_i . La valeur singulière σ_i représente le couplage entre les deux fonctions singulières v_i et u_i . Chaque groupe $u_i(\vec{x}_a)$, $v_i(\vec{y})$ et σ_i est appelé système singulier de l'équation de l'opérateur intégral. Les fonctions et les valeurs singulières sont uniquement théoriquement connues pour des géométries simples des domaines S_s et S_a : planaires, cylindriques et sphériques. On retrouve bien les solutions orthogonales correspondantes de l'équation complexe de Helmholtz de l'équation (2.6) : ondes planes, cylindriques harmoniques et sphériques harmoniques. Cette approche sous forme d'expansion en valeurs singulières est largement abordée par Photiadis et Fazi [Photiadis, 1990; Fazi, 2010].

En pratique, pour des cas discrets, c'est la décomposition en valeurs singulières (singular value decomposition [SVD]) et non l'expansion en valeurs singulières (singular value expansion [SVE]) qui est utilisée. Les propriétés de la SVE se transposent néanmoins à la SVD.

2.3.5 Solution du problème inverse général du rayonnement sonore

À partir de la décomposition en valeurs singulières, la solution continue du problème inverse est donnée par :

$$q(\vec{y}) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\int u_i^H(\vec{x}_a) p(\vec{x}_a) dS_a}{\sigma_i} v_i(\vec{y}) \quad \forall \vec{y} \in \vec{S}_s \quad (2.10)$$

On précise que $u_i^H(\vec{x}_a)$ correspond à la transposée hermitienne de la fonction singulière $u_i(\vec{x}_a)$. Au travers de cette équation, on voit que plus les valeurs singulières σ_i diminuent rapidement plus importante sera l'amplification du système singulier correspondant à la solution inverse.

Le problème inverse en continu implique des difficultés et des problèmes d'instabilité se répercutant sur la décomposition en valeurs singulières. Effectivement, une amplification du bruit mesuré dans la solution du problème inverse peut donner des valeurs singulières trop petites. Une autre approche du problème inverse peut alors être introduite pour palier à ces difficultés : la solution du problème inverse échantillonnée.

2.3.6 Solution échantillonnée du problème inverse

Comme nous l'avons mentionné précédemment, dans la plupart des applications pratiques de la méthode inverse, on discrétise la formulation continue avant de l'analyser et de la résoudre. Ainsi le problème inverse général doit voir aussi bien ses entrées $q(\vec{y})$ que ses sorties $p(\vec{x})$ discrétisées [Kirsch, 2011]. Soit un ensemble de M mesures de microphones et un ensemble de N sources candidates, le problème direct échantillonné dans l'espace s'écrit sous la forme de la matrice suivante :

$$\mathbf{p}(\vec{x}_m) = \mathbf{G}(\vec{x}_m, \vec{y}_n)\mathbf{q}(\vec{y}_n) \quad (2.11)$$

Avec

$$\mathbf{p} \in \mathbb{C}^M, \mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times N}, \mathbf{q} \in \mathbb{C}^N \quad (2.12)$$

On considère que le nombre de sources utilisées dans le problème inverse est toujours plus grand ou égal au nombre de mesures par microphones, i.e $M \leq N$. Dans le cas où $M = N$, la solution du problème inverse s'écrit directement par :

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{p} \quad (2.13)$$

Dans le cas où $M \leq N$ avec une matrice \mathbf{G} rectangulaire, l'inversion matricielle n'est plus possible. On utilise alors une formulation plus générale impliquant la minimisation de la norme 2 de l'erreur entre la pression sonore reconstruite \mathbf{r} et la pression sonore mesurée \mathbf{p} .

On cherche alors la distribution optimale \mathbf{q}_{opt} :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_2^2\} \quad (2.14)$$

On peut encore stabiliser cette formulation en régularisant le problème inverse par la régularisation de Tikhonov [Gauthier *et al.*, 2011] :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda^2\Omega(\mathbf{q})^2\} \quad (2.15)$$

λ représente le paramètre de régularisation et Ω représente la norme discrète de lissage.

Pour l'équation (2.14), on peut alors écrire la solution du problème inverse dans la base singulière :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = \mathbf{G}^+ \mathbf{p} = \sum \frac{\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (2.16)$$

où \mathbf{G}^+ est la matrice pseudo-inverse de \mathbf{G} . Comme précédemment expliqué, il est important de contrôler l'effet de la division par σ_i pour éviter une instabilité menant à des phénomènes d'amplification. Dans les travaux exposés ici, on règle les problèmes d'amplification et de sensibilité en utilisant la régularisation Tikhonov et la régularisation par formation de voies.

On considère que la norme discrète de lissage peut s'écrire sous une forme plus générale :

$$\Omega(\mathbf{q}) = \|\mathbf{L}\mathbf{q}\|_2 \quad (2.17)$$

où $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ est une matrice de poids. Quand $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ (matrice identité), c'est la régularisation Tikhonov classique où chaque source candidate (amplitude d'onde plane dans notre cas) reçoit la même pénalisation.

Pour une norme discrète de lissage de la forme de l'équation 2.17, on écrit la solution optimale par :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = [\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda^2 \mathbf{L}^H \mathbf{L}]^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{p}. \quad (2.18)$$

Pour améliorer la résolution spatiale de la solution du problème inverse \mathbf{q}_{opt} , on introduit la régularisation par formation de voies dont l'objectif est d'effectuer une meilleure pénalisation. L'idée est de régulariser \mathbf{q}_{opt} par une information obtenue a priori par *delay-and-sum* du champ acoustique cible. On garde toujours l'hypothèse de reconstruction du

champ cible par des ondes planes propagatives, ainsi seules les directions d'arrivées sont prises en compte. La matrice poids est alors modifiée et s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{L} = [\text{diag}(\|\mathbf{G}^H \mathbf{p}\| / \|\mathbf{G}^H \mathbf{p}\|_\infty)]^{-1} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (2.19)$$

où $|\cdot|$ représente la magnitude élément par élément et $\text{diag}(\cdot)$ représente une matrice diagonale qui serait construite à partir du vecteur argument. \mathbf{L} est appelée matrice de régularisation par formation de voies. Cette matrice \mathbf{L} est chargée d'appliquer une plus grande pénalisation à certaines amplitudes de sources \mathbf{q} .

Dans ce projet, l'objectif est donc de reproduire un champ acoustique mesuré puis estimé par deux méthodes différentes : la formation de voies et un problème inverse utilisant deux types de régularisation (Tikhonov et par matrice de formation de voies). Ces algorithmes seront présentés sous formes de filtres chargés de convertir des mesures temporelles en amplitudes d'ondes planes propagatives vers le système de reproduction WFS. On comparera ainsi, le champ acoustique mesuré avec le champ acoustique reproduit. Une nouvelle mesure du champ acoustique reproduit sera cette fois-ci effectuée pour être comparée avec le champ initialement mesuré.

Une manière d'effectuer cette comparaison des champs cibles / reproduits sera d'appliquer une méthode d'extrapolation de champ sonore (aussi appelé *Sound Field Extrapolation* ou SFE) sur les mesures d'antenne microphonique. La SFE trouve de nombreuses applications dans des domaines bien variés de l'acoustique (imagerie acoustique, localisation de source, reproduction de champ sonore, etc). Cette méthode nous permettra de caractériser ces champs acoustiques avec divers outils de description spatiale du champ sonore telles que la reconstruction du champ complexe extrapolé autour de la zone de mesure et la pression directionnelle. Ces méthodes sont largement abordées et développées par [Gauthier *et al.*, 2011, 2014].

La SFE vise à prédire ce que serait le champ acoustique produit dans une certaine région en se reposant sur la mesure du champ sonore à partir d'une antenne microphonique placée dans une région de mesure connue. On se base sur une méthode de problème inverse, telle que présentée plus haut, puisque l'on peut facilement l'utiliser avec n'importe quelle configuration de réseau d'antenne microphonique. Cependant, en raison de la sensibilité au bruit de mesure, une régularisation du problème inverse est obligatoire comme expliqué dans la section 6.4.2.2.

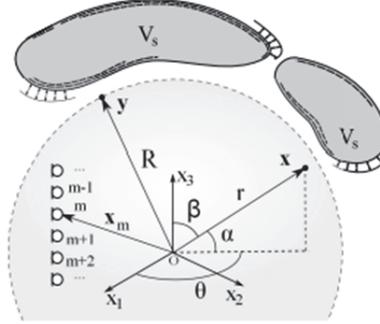


Figure 2.9 Illustration du système de coordonnées utilisées pour l'extrapolation de champ

Dans l'illustration donnée en figure. 2.9, on représente le système de coordonnées utilisé. Les microphones sont localisés en \vec{x}_m . Tous les points équivalents à la distribution de la source sont notés par \vec{y} . Tout point du champ est noté \vec{x} . Les sources réelles sont comprises dans le volume V_s .

On peut caractériser le champ d'extrapolation $p(\vec{x})$ à l'extérieur du réseau d'antenne à n'importe quel endroit \vec{x} à partir d'une combinaison linéaire d'ondes planes d'amplitude $q_n(\vec{x})$:

$$p(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N e^{i\vec{k}_n \cdot \vec{x}} q_n(\vec{x}) \quad (2.20)$$

\vec{k}_n étant le vecteur d'onde pour la $n^{\text{ème}}$ onde plane ($\vec{k}_n = k \vec{n}_n, k = \omega/c$). La distribution de l'onde plane complexe est de phase nulle à l'origine $\vec{x} = 0$.

Pour n'importe quel point \vec{x} excluant l'origine du système de coordonnées, la finalité de la SFE sera d'être en capacité d'obtenir une nouvelle distribution d'ondes planes complexes \bar{q}_n qui serait centrée autour du champ centré au point \vec{x} [Gauthier *et al.*, 2011]. Cela correspondrait simplement en une translation de l'origine du système de coordonnées :

$$p(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N \bar{q}_n(\vec{x}) \quad (2.21)$$

Avec

$$\bar{q}_n(\vec{x}) = e^{i\vec{k}_n \cdot \vec{x}} q_n(\vec{x}) \quad (2.22)$$

Le but de l'extrapolation de champ sonore est d'estimer l'amplitude de la source d'amplitude \mathbf{q} qui prédit le mieux le champ de pression sonore \mathbf{p} connaissant l'opérateur de propagation \mathbf{G} (toujours pour le cas d'ondes planes). L'approche générale à notre problème est la minimisation du problème par la régularisation de Tikhonov [Gauthier *et al.*, 2011, 2014]. On détermine ainsi la distribution optimale nécessaire pour effectuer notre extrapolation de champ n'importe où en \vec{x} dans notre région d'extrapolation. Connaissant l'opérateur de propagation \mathbf{G} pour une géométrie imposée de la distribution de source ainsi que la solution optimale \mathbf{q}_{opt} du problème inverse, on peut caractériser le champ d'extrapolation à un point \vec{x} par la formulation suivante :

$$\mathbf{p}(\vec{x}) = \mathbf{G}(\vec{x}|\vec{y}_n)\mathbf{q}_{opt} \quad (2.23)$$

On peut alors effectuer la reconstruction du champ complexe extrapolé autour de la zone de mesure comme en exemple à la figure 2.10. On pourra grâce à la SFE comparer visuellement les parties réelles et imaginaires des champs acoustiques cibles et reproduits pour différentes fréquences. La méthode par extrapolation de champ est donc utilisée dans ce projet à des fins de comparaison et donc d'évaluation de la qualité de la reproduction spatiale.

2.4 Conclusion

Pour conclure ce chapitre sur l'état de l'art, on peut dire que parmi les techniques de reproduction existantes, la WFS figure dans la famille de la reproduction de champ et se distingue par sa grande résolution spatiale, une restitution étendue de la zone d'écoute et une bonne précision physique du champ sonore. Plusieurs méthodes existent pour caractériser un champ cible à reproduire, autrement dit, convertir des mesures temporelles effectuées par une antenne microphonique (en l'occurrence irrégulière) d'un champ acoustique en amplitudes de source à fournir à un système de reproduction telle que la WFS. C'est à ce moment là que les principes physiques de formation de voies et de problème inverse interviennent. Pour comprendre plus facilement les différentes étapes de travail à effectuer pour mener à bien ce projet, le chapitre suivant est consacré à la méthodologie établie pour répondre aux objectifs spécifiques découlant de la problématique du projet de recherche.

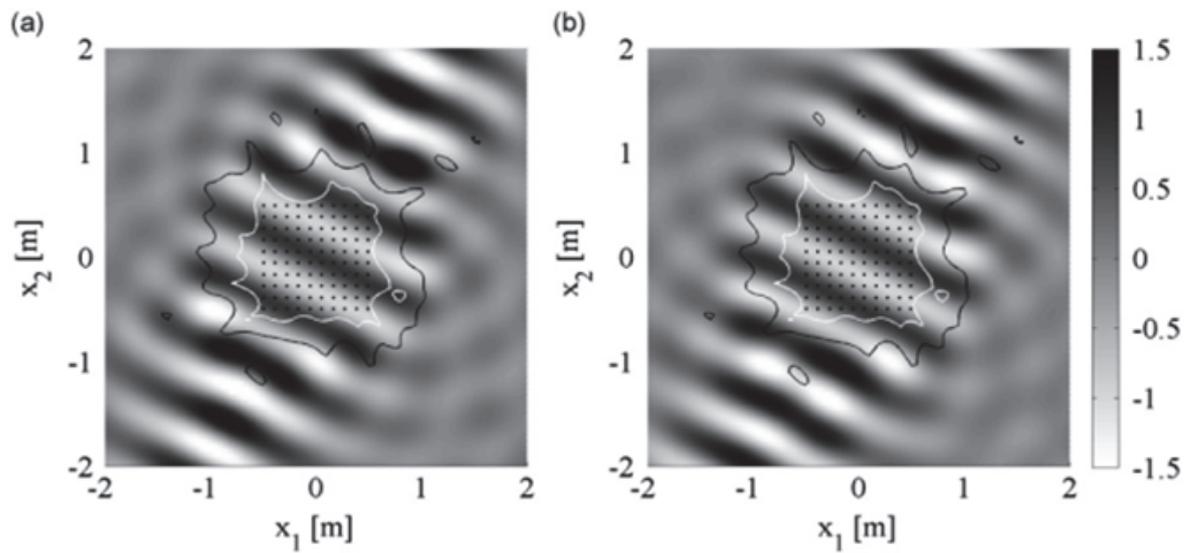


Figure 2.10 Partie réelle (a) et partie imaginaire (b) d'une extrapolation de champ acoustique (ici d'onde plane) à une fréquence $f = 600$ Hz utilisant la régularisation de Tikhonov classique extrait de [Gauthier *et al.*, 2011]. Les microphones sont représentés en points noirs.

CHAPITRE 3

PROBLEMATIQUE, OBJECTIFS ET METHODOLOGIE

Ce chapitre est consacré à la définition de la méthodologie à établir pour atteindre les objectifs spécifiques de recherche au travers des approches introduites dans l'état de l'art du chapitre. 2.

3.1 Problématique de recherche

Dans le cadre de ma maîtrise, plusieurs aspects relatifs à la reproduction de champ sonore vont être abordés. La restitution d'un champ sonore se base premièrement sur la capacité à caractériser le champ acoustique cible à reproduire au travers d'une méthode fiable incluant les techniques décrites dans la bibliographie. Effectivement, pour fournir un environnement sonore fidèle, plusieurs caractéristiques intrinsèques au champ à reproduire relatives au temps, à la fréquence ou encore à l'espace doivent être préservées. Ces approches physiques sont nécessaires pour immerger l'auditeur dans le champ sonore approprié désiré pour que les indices de localisation soient recréés le plus fidèlement possible.

Mon projet de recherche repose sur la prise en main de mesures temporelles d'un champ acoustique par antenne microphonique d'un environnement fermé au sein d'une cabine d'avion. Cependant la méthode peut s'étendre à d'autres applications, d'autres milieux acoustiques à reproduire comme un habitacle de voiture, le wagon d'un train, une usine industrielle, etc. L'enjeu est simple à comprendre : réussir à reproduire le champ acoustique mesuré dans une salle dédiée à l'écoute. La réussite du projet passe alors par la réponse à la problématique suivante : comment transcrire des mesures effectuées par une antenne microphonique irrégulière exposée à un champ cible vers un système WFS de 96 haut-parleurs ?

Avant d'arriver au stade de la parfaite restitution, plusieurs étapes intermédiaires sont à prendre en compte. Nous tâcherons dans cette partie de décrire les objectifs, les méthodes et les approches que nous établirons tout au long du projet de maîtrise pour aboutir à sa réussite.

3.2 Objectifs du projet de recherche

Dans cette section, on s'attache à décrire en détail les objectifs du projet de recherche en le découpant en plusieurs étapes de travail.

On peut visualiser au travers du diagramme bloc illustré figure 3.1 les objectifs intermédiaires à accomplir. À l'origine, nous disposons des données du champ acoustique cible \mathbf{p} à reproduire sous formes de M signaux temporels. Ces M signaux seront transformés par le filtre de conversion \mathbf{H} de formation de voies ou de problème inverse (régularisation Tikhonov ou régularisation par formation de voies) en N amplitudes d'ondes planes. Ces amplitudes calculées sont ensuite transformées par l'opérateur WFS \mathbf{W} pour obtenir les L signaux sources \mathbf{u} du système de reproduction (c'est à dire les signaux de commande haut-parleurs) pour la restitution sous forme d'ondes planes propagatives. Finalement on mesure le champ reproduit \mathbf{r} avec la même antenne microphonique que \mathbf{p} . On peut alors effectuer la comparaison des deux champs acoustiques en analysant l'erreur de reproduction $\mathbf{e} = \mathbf{p} - \mathbf{r}$.

On récapitule les différentes étapes importantes du projet sous forme d'objectifs spécifiques :

- Objectif spécifique n°1 : Effectuer la conversion des données temporelles en amplitudes d'ondes planes propagatives par le filtre \mathbf{H} de formation de voies (ondes planes propagatives dans le plan horizontal) ou de problème inverse (ondes planes propagatives dans l'espace).
- Objectif spécifique n°2 : À partir des amplitudes d'ondes planes propagatives, mettre en oeuvre les commandes haut-parleurs, autrement dit, calculer les signaux sources du système de reproduction WFS. Cette conversion est effectuée par le filtre \mathbf{W} pour la restitution du champ reproduit \mathbf{r} . Rappelons que la reconstruction du champ reproduit se fait en générant exclusivement des ondes planes.

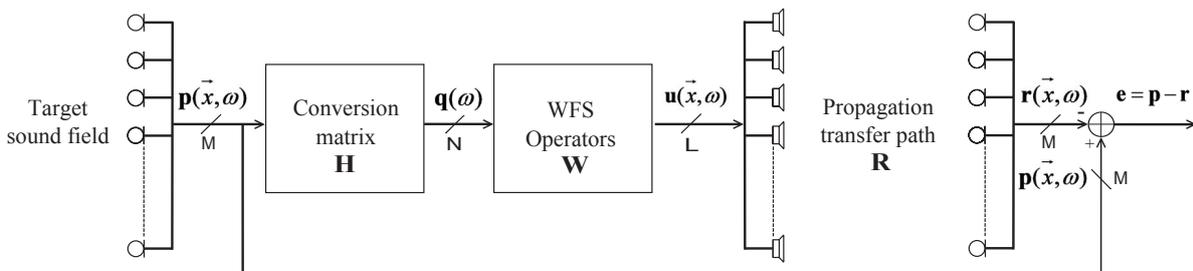


Figure 3.1 Schéma bloc récapitulatif pour la reproduction de champ.

- Objectif spécifique n°3 : Restituer le champ acoustique reproduit \mathbf{r} , le mesurer avec l'antenne microphonique puis le comparer avec le champ acoustique cible \mathbf{p} en analysant l'erreur de reproduction \mathbf{e} . Des métriques d'évaluation objective seront à définir pour critiquer et valider la qualité de la reproduction effectuée aussi bien du point de vu rendu audio (différence de timbre, comparaison des spectres de puissance) que la reproduction spatiale (comparaison des champs acoustiques complexes reconstruits par extrapolation de champ, comparaison des pressions directionnelles des champs acoustiques).

3.3 Méthodes et approches proposées

Pour répondre aux différents objectifs spécifiques, une méthodologie précise est proposée afin de comprendre comment les approches théoriques présentées dans l'état de l'art seront utiles pour réaliser ce projet. La méthodologie générale découle du schéma explicatif détaillé figure 3.1. Dans cette section, on détaille les approches nécessaires répondant à chacun des 3 objectifs spécifiques. Par ailleurs, le matériel expérimental utilisé est également présenté.

Pour réaliser l'acquisition des données temporelles des champs mesurés, on dispose au GAUS d'une antenne microphonique de $M = 80$ microphones répartis en deux couches horizontales superposées. Sa conception a été pensée pour pouvoir capter au mieux des informations provenant aussi bien du dessus que du dessous de l'antenne. La distance inter-microphonique (verticale et horizontale) est de 12.25 cm pour une fréquence de repliement spatiale $f_{alias} = 1400$ Hz. La mesure du champ se fait à une fréquence d'échantillonnage audio de $f = 48$ kHz.

Pour la partie reproduction, le GAUS dispose d'une salle d'écoute dédiée à la reproduction de champ. Le système de reproduction est composé d'un réseau de $L = 96$ haut-parleurs avec une configuration carrée de 4 rangées de 24 haut-parleurs pour une zone d'écoute de 4×4 m . Deux caissons de basse sont également présents aux coins du réseau carré pour la fourniture basse fréquence. La distance inter-haut-parleurs $\Delta_{x_{\text{Spk}}} = 16.5$ cm pour une fréquence de repliement spatiale $f_{alias} \approx 1000$ Hz.

Ces deux réseaux de transducteurs (antenne microphonique et système de reproduction WFS) sont illustrés figure 3.2. Une description plus complète est détaillée dans le chapitre. 7 à la section 7.3.

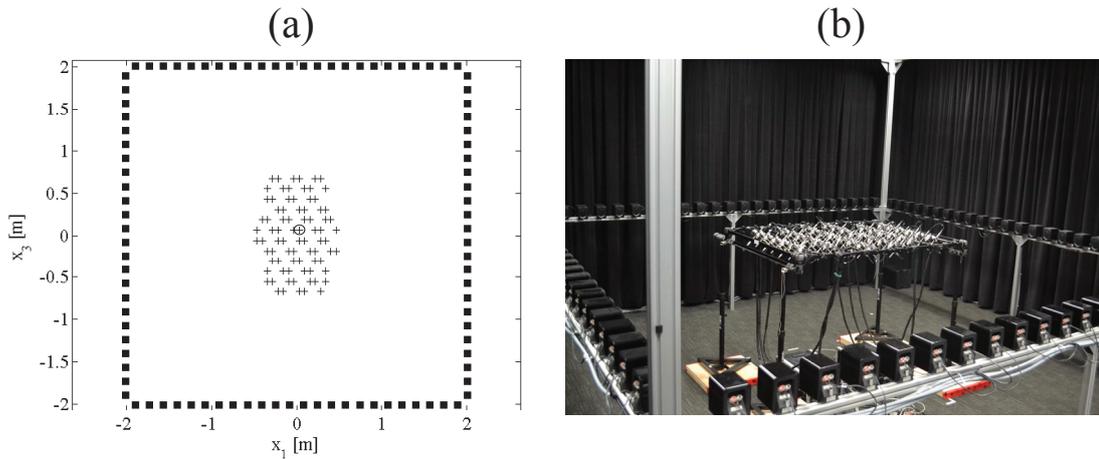


Figure 3.2 (a) : Configuration des réseaux d'antenne modélisés sous MATLABTM, (b) : photo de la configuration des réseaux dans la salle d'écoute WFS du GAUS.

- Objectif spécifique n°1

On rappelle que l'objectif est la mise en oeuvre de la conversion des M données temporelles \mathbf{p} en N amplitudes d'ondes planes propagatives. Le filtre réalisant cette opération est \mathbf{H} comme illustré en figure 3.3. Cette opération est effectuée soit par la formation de voies soit par le problème inverse.

Dans le cas de la formation de voies, \mathbf{p} est estimé grâce à la définition de N directions d'écoute dans le plan horizontale selon la théorie du *delay-and-sum* décrit dans la section 2.3.1 et dans l'équation (2.4). Dans la suite du projet, on exprime la formation de voies dans le domaine fréquentiel avec la forme matricielle suivante :

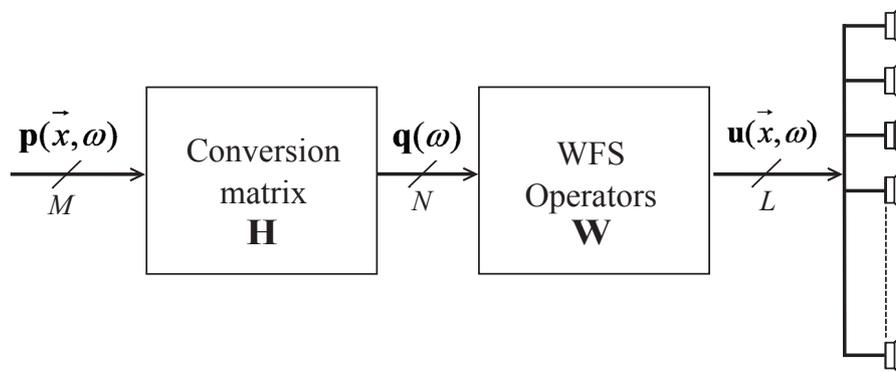


Figure 3.3 Schéma de la mise en oeuvre de la matrice de conversion \mathbf{H}

$$\mathbf{q}(\omega) = \mathbf{H}^H(\theta, \omega)\mathbf{p}(\omega) \quad (3.1)$$

où $\mathbf{q}(\omega) = [q_1(\omega) \ q_2(\omega) \ \cdots \ q_N(\omega)]^T$ correspond aux N réponses de la formation de voies mais aussi aux amplitudes d'ondes planes propagatives pour les directions d'écoute fixes définies par $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_n]^T$ à partir des M mesures d'antenne microphonique définies par $\mathbf{p}(\omega) = [p_1(\omega) \ p_2(\omega) \ \cdots \ p_M(\omega)]^T$. Précisons que pour la mise en oeuvre de cette approche, le vecteur de pointage des directions d'écoute noté $\boldsymbol{\theta}$ est défini exclusivement dans le plan horizontal. Dans une certaine mesure, la formation de voies utilise l'antenne microphonique comme plusieurs microphones virtuels très directifs pointés dans les N directions d'écoute de $\boldsymbol{\theta}$ et dont les réponses constitueront les amplitudes d'ondes planes à convertir par les opérateurs WFS.

Dans le cas du problème inverse, on cherche à déterminer les amplitudes optimales d'ondes planes \mathbf{q}_{opt} ayant pu créer le champ acoustique cible \mathbf{p} . Pour cela, on définit un modèle de distribution de sources (d'ondes planes propagatives dans l'espace) autour de l'antenne microphonique. On connaît alors le modèle de propagation acoustique \mathbf{G} entre les sources d'ondes planes et l'antenne microphonique. En utilisant la régularisation Tikhonov ou la régularisation par formation de voies comme présenté en section 2.3.6 et dans l'équation (2.18) on peut alors calculer les N amplitudes d'ondes planes optimales \mathbf{q}_{opt} .

Ces approches font l'objet d'articles scientifiques présentés dans la suite du mémoire. Ils exposent successivement les travaux effectués sur la formation de voies (voir chapitre. 5) ainsi que le problème inverse (voir chapitre. 6).

- Objectif spécifique n°2

Une fois les amplitudes d'ondes planes propagatives \mathbf{q} obtenues par formation de voies ou par problème inverse, il nous faut trouver les signaux sources \mathbf{u} correspondants à fournir au système de reproduction WFS. Par ailleurs, le défi que l'on s'impose est celui d'émettre l'hypothèse que l'on est capable de reconstruire n'importe quel champ acoustique aussi complexe qu'il soit par la superposition de multiples ondes planes. Le filtre qui effectuera cette conversion d'amplitudes d'ondes planes \mathbf{q} en signaux sources \mathbf{u} est noté \mathbf{W} . C'est dans ce filtre \mathbf{W} que la formulation de la fonction source (exprimée dans le chapitre. 4 à la section 4.4 pour une reproduction d'ondes planes) intervient prenant en compte l'amplitude d'onde plane \mathbf{q} calculé par \mathbf{H} . L'opérateur \mathbf{W} implique ainsi des opérations de filtrage fréquentiel indispensables sur l'amplitude \mathbf{q} permettant d'ajuster correctement les informations de gain et de phase des signaux de commande \mathbf{u} . Le détail du développement et de l'implémentation des opérateurs WFS est décrit dans le chapitre. 4.

- Objectif spécifique n°3

Une fois la mise en oeuvre des signaux de commande \mathbf{u} effectuée, le dernier objectif consiste à reproduire le champ acoustique \mathbf{r} à l'aide du système de reproduction WFS, de le mesurer avec l'antenne microphonique dans les mêmes configurations que pour l'acquisition de \mathbf{p} puis d'évaluer l'erreur de reproduction \mathbf{e} . Cette évaluation de la qualité de reproduction se fait sous deux aspects : la qualité du rendu audio (en terme d'erreurs de spectre) et la qualité de la reproduction spatiale. La qualité du rendu audio est effectuée en utilisant plusieurs critères objectifs tels que l'erreur de timbre noté $\mathcal{M}(\omega)$ [dB ref 1 / Hz] dont l'expression est la suivante :

$$\mathcal{M}(\omega) = ||10 \log_{10} |\mathbf{p}| - 10 \log_{10} \|\mathbf{r}\|_2 / \sqrt{M} \quad (3.2)$$

Ce critère dépendant de la fréquence est censé représenter comment la pression sonore reproduite \mathbf{r} correspond à la pression sonore cible \mathbf{p} moyennée à chaque microphone de l'antenne. Toujours dans l'aspect qualité du rendu audio, l'évaluation de la reproduction s'est également faite en comparant directement les spectres de puissance des pressions sonores cibles et reproduits. Pour l'évaluation de la reproduction spatiale, la reconstruction des champs complexes (cibles et reproduits) ainsi qu'une comparaison des pressions directionnelles sont effectuées à partir de la méthode d'extrapolation de champ décrite en section 2.3.1. Une dernière façon d'évaluer la qualité spatiale serait de réappliquer une formation de voies au sens du *delay-and-sum* sur la mesure des champs cibles et reproduits avec des directions d'écoute dans le plan horizontale (plan de reproduction de la WFS). Le vecteur de pointage à définir (pour les directions d'écoute) doit avoir une résolution importante pour pouvoir comparer précisément des similitudes de directivité des champs.

Ces différents critères d'évaluation présentés sont utilisés dans les articles scientifiques et plus particulièrement celui sur le problème inverse où les résultats expérimentaux sont également exposés (voir chapitre. 6).

CHAPITRE 4

OPÉRATEURS DE LA WAVE FIELD SYNTHESIS

Ce chapitre est consacré au développement des opérateurs WFS, c'est à dire \mathbf{W} (voir figure 3.3). Les opérateurs WFS seront chargés d'effectuer la conversion des amplitudes d'ondes planes propagatives \mathbf{q} calculées par la matrice de conversion \mathbf{H} en signaux de commande \mathbf{u} comme précédemment décrit dans l'objectif spécifique n°2 du chapitre 3. Dans le cadre du projet, on se fixe pour objectif d'accomplir la reconstruction du champ cible par la superposition de multiples ondes planes. Il faut donc que \mathbf{W} génère des signaux de commande capables de fournir la synthèse d'un champ de pression acoustique \mathbf{r} sous forme d'ondes planes propagatives. Les équations principales de la WFS sont ici décrites en passant par l'équation de Kirchhoff-Helmholtz et les intégrales de Rayleigh. On présente ici le développement des opérateurs WFS, dans un premier temps pour la reproduction d'ondes sphériques puis dans un deuxième temps pour le cas qui nous intéresse à savoir la reproduction d'ondes planes.

4.1 Formulation de Kirchhoff-Helmholtz

On présente dans cette section le développement des opérateurs de synthèse pour la mise en oeuvre du champ reproduit à partir de sources de reproduction (secondaires) de type monopole. Il est important de préciser que le développement des opérateurs WFS est basé sur la formulation de l'équation intégrale de Kirchhoff-Helmholtz et la définition du champ de pression harmonique complexe $p(\vec{x}, \omega)$. En prenant pour convention temporelle l'expression $e^{-j\omega t}$, on définit la quantité réelle d'un champ de pression harmonique par :

$$p(\vec{x}, t) = \Re(p(\vec{x}, \omega)e^{-j\omega t}) \quad (4.1)$$

On considère l'équation intégrale de Kirchhoff-Helmholtz avec la fonction de Green d'un milieu homogène :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_S [p(\vec{y})\vec{\nabla}G(\vec{x}|\vec{y}) - G(\vec{x}|\vec{y})\vec{\nabla}p(\vec{y})]\vec{n} dS \quad \forall \vec{x} \in V \quad (4.2)$$

où $p(\vec{x}, \omega)$ représente la pression acoustique en un point quelconque A dans le volume V , les vecteurs \vec{x} et \vec{y} étant des vecteurs de position tels que définis en figure 4.1. On représente par $p(\vec{y}, \omega)$ la pression acoustique en un point quelconque \vec{y} appartenant à la surface S . Le volume V et la surface S sont également définis en figure 4.1. S représente une surface fermée contenant le milieu acoustique V dans lequel a lieu la propagation d'ondes acoustiques. $G(\vec{x}|\vec{y})$ représente la fonction de Green définie comme suit :

$$G = \frac{e^{jkr}}{4\pi r} + F \quad (4.3)$$

Cette fonction de Green doit vérifier :

- l'équation de propagation d'onde en présence d'une source ponctuelle $\nabla^2 G(\vec{x}|\vec{y}) + k^2 G(\vec{x}|\vec{y}) = \delta(\vec{x} - \vec{y})$,
- la condition de Sommerfeld loin des sources,
- certaines conditions limites sur S que nous définirons par la suite.

On définit la distance $r = |\vec{x} - \vec{y}|$, le nombre d'onde $k = \omega/c$, (avec ω la pulsation et c la vitesse du son dans l'air), F une fonction quelconque satisfaisant l'équation de propagation d'Helmholtz. Si on fixe le terme $F = 0$, on peut préciser que la fonction de Green représente une onde sphérique divergente. Pour la définition des conditions limites sur S , on définit le gradient de pression d'après l'équation d'Euler. On retrouve :

$$\begin{aligned} -\nabla p(\vec{x}) &= \rho_0 \frac{\partial \vec{v}(\vec{x})}{\partial t} = -j\omega \rho_0 \vec{v}(\vec{x}) \\ \nabla p(\vec{y}) \cdot \vec{n} &= j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

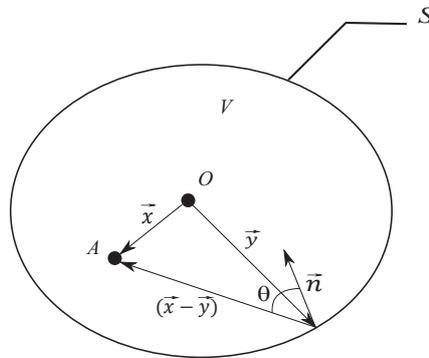


Figure 4.1 Notations utilisées pour le problème intérieur.

À partir de l'équation d'Euler (4.4), on réécrit l'équation de Kirchhoff-Helmholtz :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_S [p(\vec{y}) \nabla G(\vec{x}|\vec{y}) \vec{n} - j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) G(\vec{x}|\vec{y})] dS \forall \vec{x} \in V \quad (4.5)$$

avec $v_n(\vec{y})$ la vitesse particulière, plus précisément le vecteur vitesse \vec{v} projeté sur le vecteur normal $\vec{n}(\vec{y})$ à la surface fermée S . On développe la dérivée directionnelle de la fonction de Green, c'est à dire :

$$\nabla G(\vec{x}|\vec{y}) \cdot \vec{n} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} + F \right) \cos \theta, \quad (4.6)$$

θ étant défini sur la figure 4.1.

On obtient la formulation intégrale de Rayleigh II en fixant $F = 0$. Le terme précédent se développe alors ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) \cos \theta = \frac{(jkr - 1)e^{jkr}}{4\pi r^2} \cos \theta \quad (4.7)$$

L'équation de Kirchhoff-Helmholtz se réécrit de la manière suivante :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_S \left[p(\vec{y}) \frac{(jkr - 1)e^{jkr}}{4\pi r^2} \cos \theta - j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right] dS \forall \vec{x} \in V \quad (4.8)$$

On peut distinctement remarquer la présence de deux termes dans l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz caractérisant les deux types de rayonnement (monopolaire et dipolaire) superposés. Le premier terme de l'intégrale représente le potentiel de « double couche », c'est à dire, la contribution du rayonnement dipolaire au sein du volume V d'amplitude la pression à la surface $p(\vec{y})$. Le second terme de l'intégrale représente quant à lui le potentiel de « simple couche », c'est à dire, la contribution du rayonnement monopolaire au sein du volume V d'amplitude $-j\omega \rho_0 v_n(\vec{y})$. Ces deux contributions nous permettent de caractériser physiquement les sources secondaires de reproduction sur S . Connaissant le champ cible $p(\vec{x})$ on cherche la distribution de sources secondaires (monopoles et dipôles) réparties sur S permettant de reconstruire $p(\vec{x})$ dans V . Les amplitudes monopolaires et dipolaires étant directement données par l'équation de Kirchhoff-Helmholtz :

$$p(\vec{x}) = \begin{cases} 0 \forall \vec{x} \notin V \\ \int_S \left[p(\vec{y}) \frac{(jkr-1)e^{jkr}}{r^2} \frac{e^{jkr}}{4\pi} \cos \theta - j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right] dS \forall \vec{x} \in V \end{cases} \quad (4.9)$$

on considère cette intégrale nulle à l'extérieur de S bien que pour une application WFS, cette condition ne soit pas très importante. Effectivement, l'objectif de la reproduction

pour notre application est de synthétiser le champ acoustique dans l'espace d'écoute V sans s'occuper de ce qui advient à l'extérieur. La condition $p(\vec{x}) = 0 \forall \vec{x} \notin V$ n'est pas obligatoire, il n'est donc pas primordial d'inclure à la fois les sources monopolaires et dipolaires sur S .

4.2 Reproduction d'ondes sphériques

4.2.1 Rayleigh I

Pour déterminer l'intégrale de Rayleigh I, il faut choisir une surface particulière d'intégration S et définir une fonction adaptée F dans la fonction de Green G . La surface choisie est l'union d'un plan à $x_3 = 0$ représentant une surface S_1 et d'un hémisphère dans le demi espace à $x_3 > 0$ de rayon R . La surface S est représentée figure 4.2.

Les sources cibles définies par le champ à reproduire $p(\vec{y})$ sont localisées dans le demi espace $x_3 < 0$, à l'extérieur des trois objets $V + S_1 + S_2$. Dans le cas où le rayon R de l'hémisphère S_2 tend vers ∞ , la contribution de S_2 dans l'intégration sur S devient négligeable. Seul S_1 demeure important dans l'intégration sur S (condition de Sommerfeld). On réécrit la formulation intégrale de la manière suivante :

$$p(\vec{x}, \omega) = \int_{S_1} [p(\vec{y}) \frac{\partial}{\partial n} (\frac{e^{jkr}}{4\pi r} + F(\vec{y})) - (\frac{e^{jkr}}{4\pi r} + F(\vec{y})) \frac{\partial p(\vec{y})}{\partial n}] dS \forall \vec{x} \in V \quad (4.10)$$

Pour annuler le premier terme de l'intégrale de l'équation (4.10), il faut que :

$$\frac{\partial}{\partial n} (\frac{e^{jkr}}{4\pi r} + F(\vec{y})) = 0 \quad (4.11)$$

C'est le cas si on pose :

$$F(\vec{y}) = \frac{e^{jkr'}}{4\pi r'} \quad (4.12)$$

où r' serait la distance entre A et l'image par S_1 d'une source ponctuelle dans V . Comme dans l'équation (4.10), les sources sont sur S_1 , la source et son image deviennent confondues et $r' = r$.

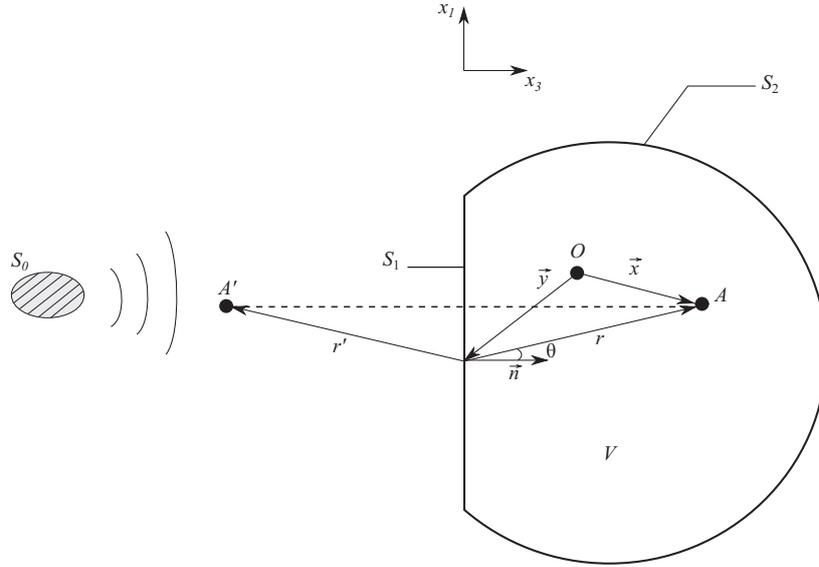


Figure 4.2 Notation utilisée pour la formulation des intégrales de Rayleigh.

alors on développe :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F(\vec{y})}{\partial n} &= \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{e^{jkr'}}{4\pi r'} \right) \frac{\partial r'}{\partial n} \\
 &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) \frac{-\partial r}{\partial n} \\
 &= -\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Après avoir fait disparaître le premier terme de l'Eq (4.10), on peut écrire la relation suivante :

$$p(\vec{x}, \omega) = \frac{-1}{2\pi} \int_{S_1} j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{r} dS \tag{4.14}$$

Ceci représente l'intégrale de Rayleigh I caractérisant le rayonnement d'une distribution continue de sources monopolaires sur S_1 pour reconstruire $p(\vec{x}) \forall \vec{x} \in V$.

4.2.2 Rayleigh II

Dans le cas de l'intégrale de Rayleigh II, on choisit une fonction F visant à faire disparaître cette fois-ci le second terme de l'équation (4.10). Pour annuler le deuxième terme de l'intégrale de l'équation (4.10), il faut que $F(\vec{y})$ soit exprimée telle que :

$$F(\vec{y}) = -\frac{e^{jkr'}}{4\pi r'} \quad (4.15)$$

les sources sont sur S_1 , la source et son image deviennent donc confondues et $r' = r$.

On développe :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\vec{y})}{\partial n} &= \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{-e^{jkr'}}{4\pi r'} \right) \frac{\partial r'}{\partial n} \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{-e^{jkr}}{4\pi r} \right) \frac{-\partial r}{\partial n} \\ &= \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

r' ayant la même signification que précédemment.

On substitue ensuite dans l'équation (4.10) :

$$\begin{aligned} p(\vec{x}) &= \int_{S_1} p(\vec{y}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} + \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) dS \\ &= \int_{S_1} 2p(\vec{y}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jkr}}{4\pi r} \right) dS \end{aligned} \quad (4.17)$$

Finalement on trouve :

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} p(\vec{y}) \frac{(jkr - 1)}{r^2} e^{jkr} \cos \theta dS \quad (4.18)$$

où θ correspond à la direction $(\vec{x} - \vec{y})$ du point d'écoute A par rapport à la normale \vec{n} à la surface S_1 comme illustré figure 4.2.

L'équation (4.18) représente l'intégrale de Rayleigh II caractérisant le rayonnement d'une distribution continue de sources dipolaires sur S_1 pour reconstruire $p(\vec{x}) \forall \vec{x} \in V$.

Suivant le caractère monopolaire ou dipolaire du type de source de reproduction souhaité (les sources secondaires), c'est l'intégrale de Rayleigh I ou II qui servira de point de départ pour le développement des opérateurs de synthèse pour la WFS. Les intégrales de Rayleigh suggèrent une possible reproduction du champ acoustique dans l'espace d'écoute à $x_3 > 0$ en alimentant convenablement une distribution continue de sources de reproduction sur un plan infini.

4.3 Wave field synthesis 2.5D

De manière pratique, on comprend bien qu'il faut simplifier le problème pour arriver à alimenter un nombre de haut-parleurs réalisable. Pour se faire, [Vogel, 1993; Verheijen, 1998] introduit une approche différente avec les opérateurs 2.5D intermédiaires à la 3D et la 2D. Effectivement, en pratique on ne peut réaliser un plan de sources infini ni même une distribution continue de sources. La simplification du problème passe par le changement de l'approximation de l'intégrale de surface par une intégrale de ligne. La notation utilisée dans la suite de notre raisonnement sera comme décrit à la figure 4.3 : le vecteur \vec{x} décrit un point quelconque appartenant à $V_1 + S + V_2$, le vecteur \vec{y} décrit un point quelconque appartenant à la surface de sources de reproduction S , le vecteur \vec{x}' décrit une position de source S_0 dans V_1 . L'indice $_0$ fait référence à la projection dans le plan $x_1 - x_3$ (plan horizontal). L'apostrophe fait référence à une source dans V_1 à reproduire.

Soit un champ de pression acoustique à reproduire :

$$p(\vec{x}) = q(\omega)D(\theta, \phi, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x}-\vec{x}'|}}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \quad \forall \vec{x} \in \{S + V_2\} \quad (4.19)$$

$q(\omega)$ correspond à l'amplitude monopolaire de la source S_0 , $D(\theta, \phi, \omega)$ étant la directivité de la source en champ lointain (pour $kr \gg 1$). On définit alors le champ reproduit $r(\vec{x})$ par des sources monopolaires sur S défini selon l'intégrale de Rayleigh I par :

$$r(\vec{x}) = \frac{-1}{2\pi} \int_S j\omega\rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{r} dS \quad \forall \vec{x} \in V_2 \quad (4.20)$$

Un plan de sources de reproduction n'étant pas pratique, on remplace l'intégration de surface par une intégration de ligne (ligne horizontale).

De plus, pour un champ de pression acoustique à reproduire donné par l'équation (4.19), on trouve :

$$j\omega\rho_0 v_n(\vec{y}) = q(\omega) \frac{e^{jkr'}}{r'} \left[\frac{\sin \theta}{r' \cos \phi} \frac{\partial D}{\partial \theta} - \frac{\sin \phi \cos \theta}{r'} \frac{\partial D}{\partial \phi} + \frac{(jkr' - 1)}{r'} D \cos \phi \cos \theta \right] \quad (4.21)$$

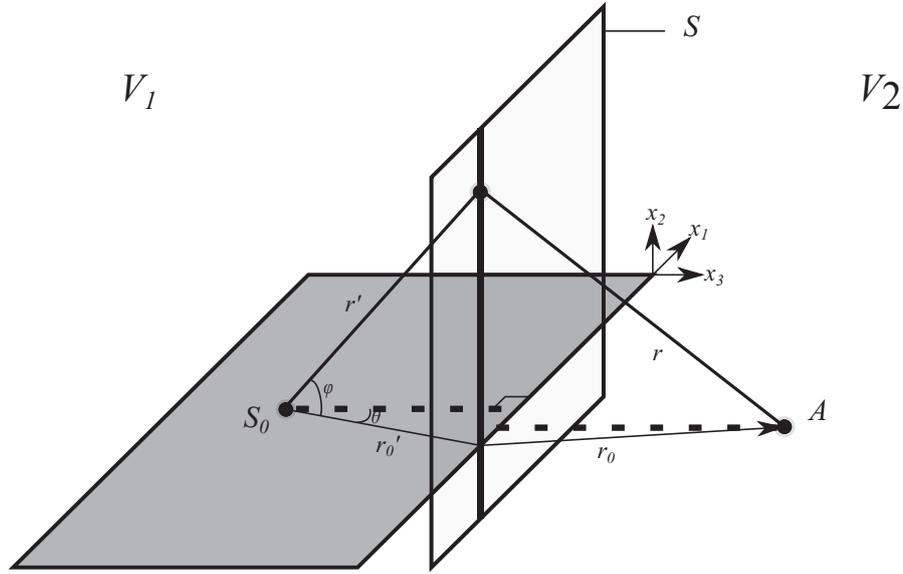


Figure 4.3 Schéma de la reproduction d'une source virtuelle par Rayleigh I.

On remplace le terme $j\omega\rho_0v_n(\vec{y})$ dans l'intégrale de Rayleigh I. On obtient une intégrale double de la forme :

$$r(\vec{x}) = \frac{-1}{2\pi} \iint_{\infty} j\omega\rho_0v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{r} dx_2 dx_1 = \int_{\infty} I(\lambda) dx_1, \quad (4.22)$$

La méthode de phase stationnaire est utilisée pour approcher l'intégrale double par une intégrale simple (équation (4.22)) suivant x_1 avec :

$$I(\lambda) = \int_a^b f(x_2) e^{i\lambda\delta(x_2)} dx_2 \quad (4.23)$$

La méthode de phase stationnaire consiste à approcher l'intégrale I par son comportement au voisinage des bornes d'intégration mais aussi au voisinage du point où la phase $\lambda\delta(x)$ est stationnaire, c'est à dire les points x_s tels que $\partial\delta(x_s)/\partial x_s = 0$. Par identification :

$$f(x_2) = -\frac{1}{2\pi} \frac{q(\omega)}{r'r} \left[\frac{\sin\theta}{r' \cos\phi} \frac{\partial D}{\partial\theta} - \frac{\sin\phi \cos\theta}{r'} \frac{\partial D}{\partial\phi} + \frac{(jkr' - 1)}{r'} D \cos\phi \cos\theta \right] \quad (4.24)$$

Ici on considère donc que x_1 est fixé. L'expression donnée par l'équation (4.24) est donc exprimée en fonction de x_2 .

Pour $\delta \gg 1$, on utilise l'approximation de la phase stationnaire suivante [Bleistein, 1984] :

$$I \approx f(x_2^0) e^{j\delta(x_2^0)} \sqrt{\frac{2\pi j}{\left. \frac{\partial^2 \delta(x_2)}{\partial x_2^2} \right|_{x_2=x_2^0}}} \quad (4.25)$$

Avec

$$\delta(x_2) = k(r + r') \quad (4.26)$$

x_2^0 correspond au point de phase stationnaire le long de x_2 . On trouve ce point de phase stationnaire en imposant la dérivée de la phase à zéro, c'est à dire, $\partial\delta(x_2^0)/\partial x_2 = 0$ sachant que $\delta(x_2) = k(r + r')$ (voir développement en annexe C, section C.1). On comprend que le point de phase stationnaire est atteint lorsque $x_2^0 = 0$. Par ailleurs, on suppose que le champ acoustique cible à reproduire provient d'une source virtuelle dans le plan horizontal $x_1 - x_3$. Il nous faut également déterminer $\partial^2\delta(x_2^0)/\partial x_2^2$ et $f(x_2)$ en les évaluant au point de phase stationnaire x_2^0 .

On trouve :

$$f(x_2^0) = \frac{-1}{2\pi} \frac{q(\omega)}{r'_0 r_0} \left[\frac{\sin \theta}{r'_0} \frac{\partial D}{\partial \theta} + \frac{(jkr'_0 - 1)}{r'_0} D \cos \theta \right] \quad (4.27)$$

avec $\phi = 0$ et $x_2^0 = 0$.

Pour $kr'_0 \gg 1$ (cas où la source virtuelle est éloignée de la ligne de sources de reproduction), le deuxième terme domine dans l'expression de $f(x_2^0)$. D'où :

$$f(x_2^0) = \frac{-1}{2\pi} \frac{q(\omega)}{r'_0 r_0} \left[\frac{(jkr'_0 - 1)}{r'_0} D \cos \theta \right] \quad (4.28)$$

Par calculs (voir l'annexe C, section C.1), on trouve :

$$\frac{\partial^2 \delta(x_2^0)}{\partial x_2^2} = k \left[\frac{r_0 + r'_0}{r_0 r'_0} \right] \quad (4.29)$$

En réinjectant les équations (4.29), (4.28) et (4.25) dans l'équation (4.22) on peut écrire l'expression du champ reproduit :

$$r(\vec{x}, \omega) = q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \theta D(\theta, 0, \omega) \frac{e^{jkr_0}}{\sqrt{r_0}} \frac{e^{jkr'_0}}{r'_0} \sqrt{\frac{r'_0}{r_0 + r'_0}} dx_1 \quad (4.30)$$

On peut dire que le terme $e^{jk r_0}/r_0$ correspond au rayonnement en \vec{x} d'un monopole en \vec{y} . On peut alors écrire que :

$$r(\vec{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk r_0}}{r_0} dx_1 \quad (4.31)$$

avec :

$$Q(\vec{y}, \omega) = -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \theta D(\theta, 0, \omega) \frac{e^{jk r'_0}}{\sqrt{r'_0}} \sqrt{\frac{r_0}{r_0 + r'_0}} \quad (4.32)$$

Cette formulation implique la présence de r_0 (distance entre le point d'écoute A et la ligne de sources secondaires) dans la définition des amplitudes monopolaires de reproduction. On introduit alors le terme $x_3^{(ref)}$ la position d'une ligne de référence en face de la ligne de sources de reproduction pour s'affranchir de r_0 la position d'écoute. Ce qui donne finalement :

$$Q(\vec{y}, \omega) = -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \theta D(\theta, 0, \omega) \frac{e^{jk r'_0}}{\sqrt{r'_0}} \sqrt{\frac{x_3^{(ref)}}{x_3^{(ref)} + r'_0}} \quad (4.33)$$

L'amplitude de source obtenue comprend $q(\omega)$ un signal monophonique dans le domaine fréquentiel, $j\sqrt{jk/2\pi}$ combine un filtre d'amplification des hautes fréquences de +3 dB/octave et un déphasage de $j^{1.5}$ soit (135 °), $D(\theta, 0, \omega)$ est la directivité de la source dans V_1 , $\cos \theta$ vient de la projection de r'_0 sur la normale à S , $\sqrt{\frac{x_3^{(ref)}}{x_3^{(ref)} + r'_0}}$ le gain de compensation pour la ligne de référence et $e^{jk r'_0}/\sqrt{r'_0}$ le rayonnement de la source jusqu'à la source de reproduction en \vec{y} .

4.4 Reproduction d'ondes planes

4.4.1 Rayleigh I

Pour la reproduction d'ondes planes par WFS, il nous faut modifier les opérateurs de synthèse puisque l'expression du champ de pression acoustique cible à reproduire n'est plus le même :

$$p(\vec{x}, \omega) = q(\omega) e^{j\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (4.34)$$

$q(\omega)$ correspond à l'amplitude monopolaire de la source S_0 . Étant donné que nous cherchons à reproduire des ondes planes, il n'y a plus de terme de directivité. On définit le nombre d'onde $\vec{k} = k_1 \cdot \vec{x}_1 + k_2 \cdot \vec{x}_2 + k_3 \cdot \vec{x}_3$

On définit alors le champ reproduit par sources monopolaires sur S défini selon l'intégrale de Rayleigh I par :

$$r(\vec{x}, \omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_S j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) \frac{e^{jk r}}{r} dS \quad \forall \vec{x} \in V_2 \quad (4.35)$$

On remplace l'intégration de surface par une intégration de ligne selon x_1 . On rappelle que la distance $r = |\vec{x} - \vec{y}|$ correspond à la distance entre les sources de reproduction et la position d'écoute A dans V_2 .

On exprime la vitesse particulière $v_n(\vec{y})$ en fonction de $p(\vec{x})$:

$$\begin{aligned} j\omega \rho_0 v_n(\vec{y}) &= q(\omega) \left[\frac{\partial e^{j\vec{k} \cdot \vec{x}}}{\partial x_3} \right] \\ &= q(\omega) j k_3 e^{jk_3 x_3} e^{jk_1 x_1} e^{jk_2 x_2} \\ &= q(\omega) j k_3 e^{j\vec{k} \cdot \vec{x}_3} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Par ailleurs, on considère que l'onde plane se propage dans le plan horizontal qui est le plan de la source primaire et du point d'écoute. Ainsi, on peut définir le vecteur \vec{k} de la manière suivante :

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \sin \theta \\ 0 \\ k \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

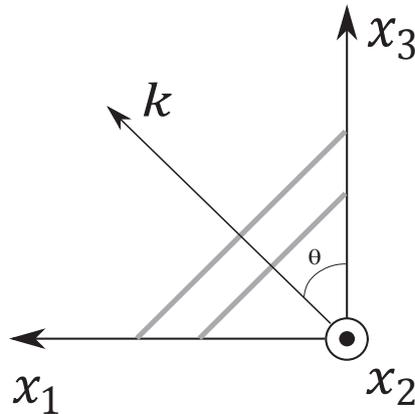


Figure 4.4 Représentation de l'onde plane dans le repère

On remplace le terme $j\omega\rho_0v_n(\vec{y})$ dans l'intégrale de Rayleigh I. On obtient une intégrale double de la forme :

$$r(\vec{x}) = \frac{-1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} j\omega\rho_0v_n(\vec{y}) \frac{e^{jkr}}{r} dx_2 dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} I(\lambda) dx_1 \quad (4.38)$$

Par la méthode de phase stationnaire, on peut identifier les termes de I comme pour le cas de la reproduction d'ondes sphériques. Par identification :

$$f(x_2) = \frac{-jk_3 S(\omega) e^{jk\vec{x}_0}}{2\pi r} \quad (4.39)$$

avec \vec{x}_0 la position du point d'écoute A dans le plan $x_1 - x_3$. De plus :

$$\delta(x_2) = kr \quad (4.40)$$

Pour $\delta \gg 1$, on utilise l'approximation de la phase stationnaire suivante :

$$I \approx f(x_2^0) e^{j\delta(x_2^0)} \sqrt{\frac{2\pi j}{\left. \frac{\partial^2 \delta(x_2)}{\partial x_2^2} \right|_{x_2=x_2^0}}} \quad (4.41)$$

x_2^0 correspond au point de phase stationnaire le long de x_2 . On trouve ce point de phase stationnaire en imposant la dérivée de la phase à zéro, c'est à dire, $\partial\delta(x_2^0)/\partial x_2 = 0$ sachant que $\delta(x_2) = kr$. On comprend que le point de phase stationnaire est atteint lorsque $x_2^0 = 0$. Par ailleurs, on sait que le champ cible est une onde plane dans le plan horizontal $x_1 - x_3$. Il nous faut également déterminer $\partial^2\delta(x_2^0)/\partial x_2^2$ et $f(x_2)$ en les évaluant au point de phase stationnaire x_2^0 pour $\phi = 0$ et $x_2^0 = 0$.

Par ailleurs, on sait que :

$$\frac{\partial\delta(x_2^0)}{\partial x_2} = 0 \quad (4.42)$$

Or

$$\frac{\partial^2\delta(x_2^0)}{\partial x_2^2} = \frac{\partial kr}{\partial x_2} \quad (4.43)$$

Par calculs, (voir l'annexe C, section C), on trouve :

$$\partial^2\delta(x_2^0)/\partial x_2^2 = \frac{k}{r_0} \quad (4.44)$$

avec r_0 la distance du point d'écoute A dans V_2 par rapport à la ligne de sources secondaires.

On peut réécrire l'expression du champ reproduit :

$$r(\vec{x}, \omega) = \frac{-jk_3 S(\omega)}{2\pi r_0} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jk r_0} e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} \sqrt{\frac{2\pi j}{\frac{k}{r_0}}} dx_1 \quad (4.45)$$

avec

$$k_3 = k \cos \theta \quad (4.46)$$

Et

$$\vec{k} \cdot \vec{x}_0 = k_1 x_1 + k_3 x_3 \quad (4.47)$$

On trouve alors :

$$\begin{aligned} r(\vec{x}, \omega) &= \frac{-jkq(\omega)}{2\pi r_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \theta e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} e^{jk r_0} \sqrt{\frac{2\pi j r_0}{k}} dx_1 \\ &= -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \theta e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} e^{jk r_0} \frac{1}{\sqrt{r_0}} dx_1 \\ &= -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \theta e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} \frac{e^{jk r_0}}{r_0} \sqrt{r_0} dx_1 \end{aligned} \quad (4.48)$$

On rappelle que le terme $e^{jk r_0}/r_0$ correspond au rayonnement en \vec{x} d'un monopole en \vec{y} .

On peut alors écrire que :

$$r(\vec{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk r_0}}{r_0} dx_1 \quad (4.49)$$

avec :

$$Q(\vec{y}, \omega) = -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \theta e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} \sqrt{r_0} \quad (4.50)$$

On introduit alors le terme $x_3^{(ref)}$ la position d'une ligne de référence en face de la ligne de sources de reproduction pour s'affranchir de r_0 la position d'écoute. Ce qui donne finalement :

$$Q(\vec{y}, \omega) = -q(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \theta e^{j\vec{k}\cdot\vec{x}_0} \sqrt{x_3^{(ref)}} \quad (4.51)$$

4.4.2 Mise en oeuvre de la fonction source

La formulation finale de la fonction source équation (4.51) pour la reproduction d'ondes planes par WFS selon l'intégrale de Rayleigh I se découpe en plusieurs processus de filtrage par lesquelles le signal cible à reproduire $q(\omega)$ doit être traité. L'amplitude de source obtenue comprend donc le signal $q(\omega)$ alimentant la source (d'onde plane) dans le domaine fréquentiel, $j\sqrt{jk/2\pi}$ combine un filtre d'amplification des hautes fréquences de +3 dB/octave et un déphasage de $j^{1.5}$ soit 135° . Étant donné que nous travaillons avec des ondes planes, il n'y a plus de terme de directivité dans la fonction source. $\cos\theta$ vient de la projection de la direction de l'onde plane sur la normale à S et $\sqrt{x_3^{(ref)}}$ le gain de compensation relatif à la ligne de référence.

Pour résumer, le processus de filtrage des opérateurs WFS se décline en trois étapes :

- Étape 1 : un terme de gain regroupant les termes scalaires $-\cos\theta\sqrt{x_3^{(ref)}}$.
- Étape 2 : filtrage fréquentiel comprenant la coloration induite par le terme \sqrt{k} .
- Étape 3 : un déphasage dû au terme $j\sqrt{j}$.

À cela, nous pouvons ajouter une 4^{ème} étape assurant la sélection des haut-parleurs actifs pour la bonne reproduction des sources virtuelles du champ à synthétiser. Ce critère de sélection s'effectue suivant l'incidence de l'onde plane cible et la normale à chaque haut-parleur. Ainsi pour une onde plane donnée, on active tous les haut-parleurs dont le résultat du produit scalaire de la normale avec la direction de propagation \vec{k} est supérieur à 0 c'est à dire : $\vec{k} \cdot \vec{n}_l > 0$. Pour comprendre en détail le mécanisme de la sélection de haut-parleur, un exemple est donné avec l'illustration en figure 4.5. Pour reproduire l'onde plane numéro 4 ayant une incidence à 45° , on remarque que seuls les haut-parleurs dont le produit scalaire $\vec{k} \cdot \vec{n}_l$ est positif sont actifs (représentés en gras). En pointillé, on représente la ligne de référence introduite par le formalisme de l'intégrale de Rayleigh I équation (4.51). Par ailleurs, la distance $x_3^{(ref)}$ est calculée pour chaque haut-parleur et chaque direction de propagation.

En WFS, il est d'usage d'appliquer un fenêtrage spatial sur la sélection des haut-parleurs actifs pour éviter les interférences aux coins des 4 rangées du réseau de reproduction. Un fenêtrage sur 4 haut-parleurs de type Tukey est alors choisi pour pondérer la réponse des haut-parleurs aux extrémités des rangées. On précise que la ligne de référence est calculée en fonction de l'incidence de l'onde plane à reproduire. Effectivement, la ligne de référence doit toujours être orthogonale à la direction de l'onde cible \vec{k} et doit également passer par le centre du réseau comme présenté dans l'illustration figure 4.5. Le fenêtrage

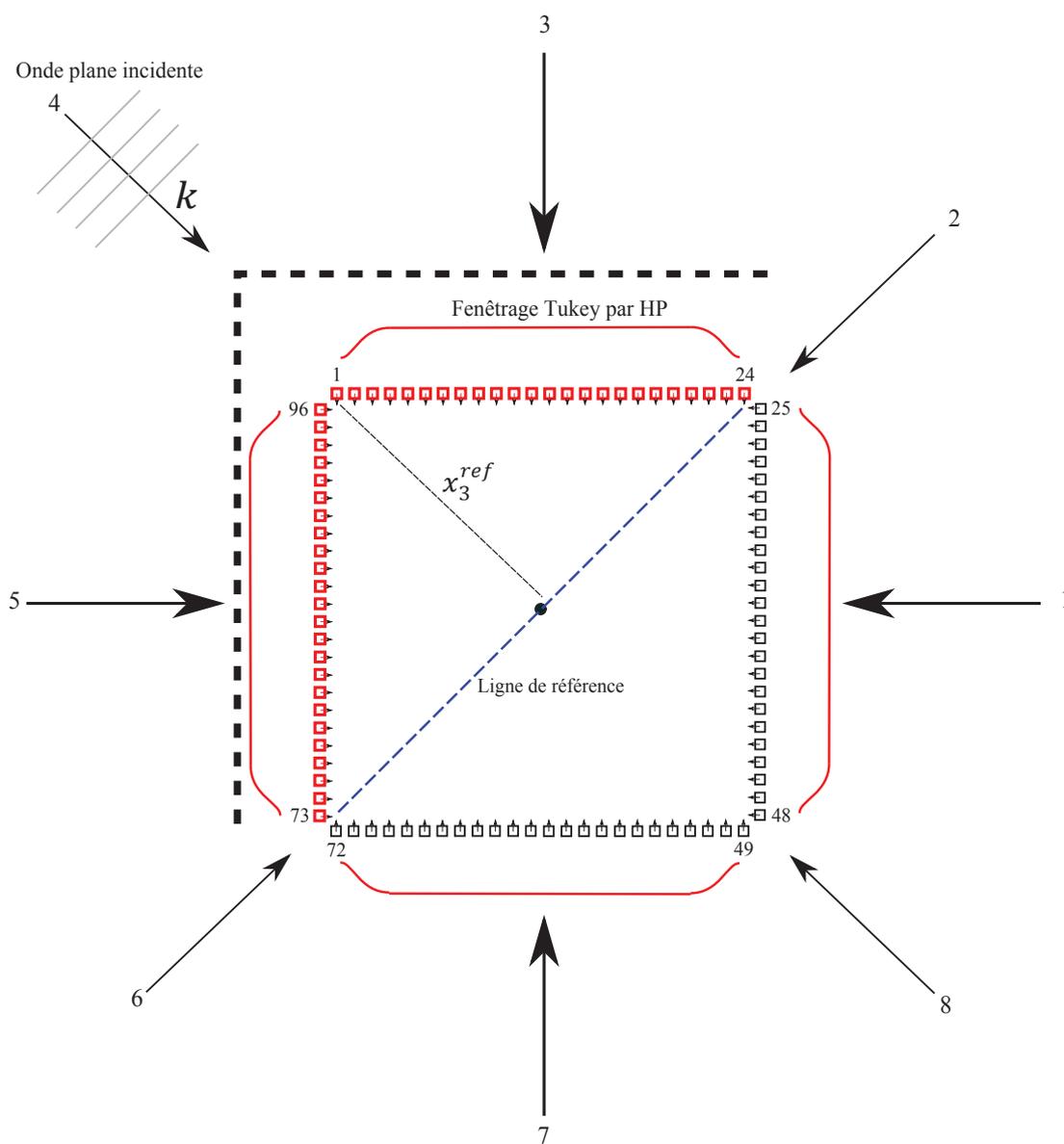


Figure 4.5 Schéma de la sélection des haut-parleurs pour une onde plane incidente avec le système WFS SonicEmotion à disposition du GAUS.

doit uniquement s'appliquer sur les haut-parleurs actifs sans discontinuité. Ainsi, dans le cas présenté l'onde 4 active les haut-parleurs 1 à 24 ainsi que 73 à 96. La fenêtre Tukey s'appliquera donc sur ces deux rangées sans discontinuité comme représenté en pointillé gras au niveau des haut-parleurs 1 et 96.

La figure 4.6 présente un graphique de fonctionnalité de l'activation associé au fenêtrage des haut-parleurs suivant 8 ondes planes placées également tous les 45° sans élévation autour du réseau de reproduction. À chaque onde plane strictement orthogonale à une rangée de haut-parleurs (cas n°1, n°3, n°5 et n°7 de la figure 4.5), seuls les haut-parleurs en vis à vis sont actifs comme on peut le voir sur la figure 4.6.

Ce projet fait intervenir plusieurs filtres numériques (\mathbf{H} , \mathbf{W}) chargés de traiter les données temporelles \mathbf{p} d'entrée pour générer les signaux de commande \mathbf{u} et synthétiser un champ reproduit \mathbf{r} . Cependant, ces filtres font intervenir des matrices de délais (terme $e^{jk r_0}/r_0$ pour le rayonnement des haut-parleurs jusqu'au point d'écoute dans \mathbf{W} ou encore entre les positions d'ondes planes et les positions des microphones pour \mathbf{H}). Bien évidemment ces délais peuvent comporter des parties fractionnaires. Numériquement, on gère ces délais fractionnaires en les approximant à l'aide d'un filtre Finite Impulse Response (FIR) basé sur la formule classique de l'interpolation de Lagrange [Laakso *et al.*, 1996]. C'est cette dernière étape de filtrage qui est illustrée par la première case $z^{-\Delta}$ dans la figure 4.7. Le détail de la mise en oeuvre de ce filtre est détaillé dans le chapitre 7.

On en conclut donc que l'opérateur WFS \mathbf{W} comprend 5 étapes de filtrage primordiales pour la restitution correcte du signal cible $q(\omega)$ sous forme d'ondes planes (figure 4.7).

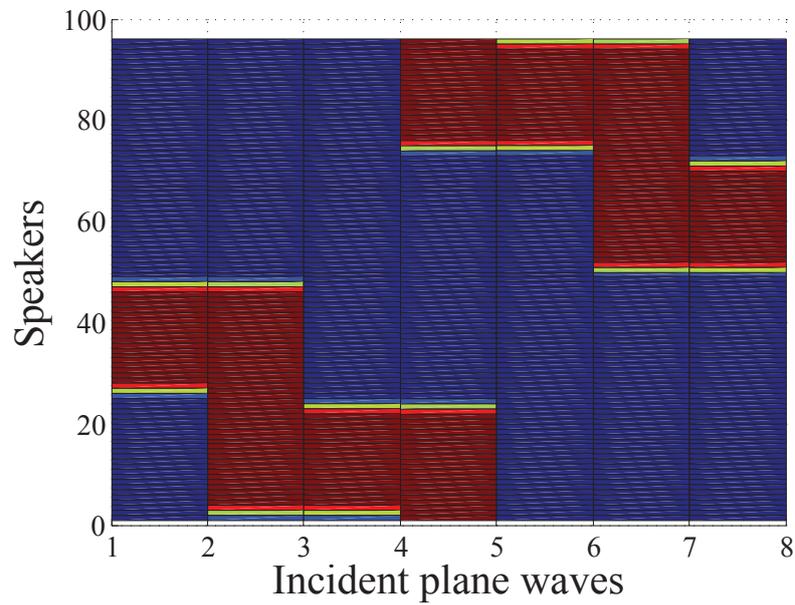


Figure 4.6 Exemple d'application du fenêtrage pour 8 ondes planes à reproduire, en rouge les haut-parleurs actifs, en bleu les haut-parleurs silencieux. La plage d'amplitude couverte est de 0 à 1.

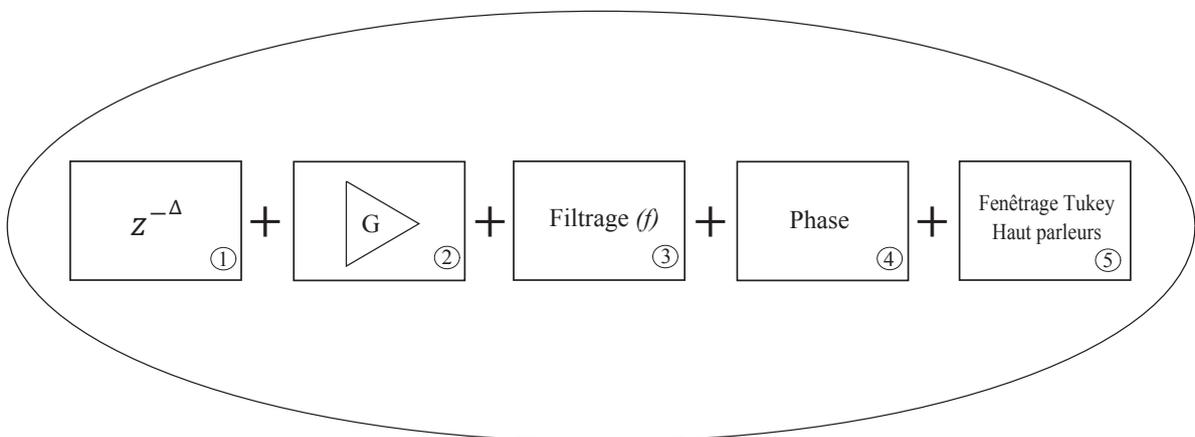


Figure 4.7 Schéma récapitulatif des étapes de filtrage de l'opérateur onde plane.

CHAPITRE 5

SOUND REPRODUCTION BY BEAMFORMING CAPTURE AND WAVE FIELD SYNTHESIS

Ce chapitre est consacré à la mise en oeuvre du filtre de conversion \mathbf{W} chargé de convertir les données temporelles \mathbf{p} en amplitudes d'ondes planes propagatives \mathbf{q} en utilisant l'algorithme de formation de voies selon le principe du *Delay-and-sum* conformément à l'objectif n°1. Ce chapitre se décline sous la forme d'un article scientifique présenté à la 55^{ème} conférence de l'*Audio Engineering Society* (AES) à Helsinki (Finlande) du 27-29 août 2014. Les co-auteurs de l'article sont dans l'ordre : Telina Ramanana, Philippe-Aubert Gauthier, Anthony Bolduc et Alain Berry. Une revue de littérature est introduite afin de resituer la méthode proposée par rapport à l'existant (combinaison de la formation de voies sur des enregistrements captés par une antenne irrégulière avec un système de reproduction type WFS ou autre). Un bref rappel sur le formalisme de la formation de voies combiné à la restitution d'ondes planes par WFS est également rapporté (voir Sec. 5.4). Des résultats numériques sont fournis et analysés pour évaluer la qualité de la reproduction simulée selon plusieurs critères objectifs (voir Sec. 5.5). Finalement on terminera par conclure sur la performance de la reproduction par formation de voies.

5.1 Abstract

In this paper, the reproduction of industrial or vehicle sound environments is investigated. The method relies on the combination of microphone array recording, beamforming, Wave Field Synthesis (WFS), and bass equalization. The approach is based on fixed looking-direction beamformers to separate signals depending on their incoming direction. The beamformer signals are then processed by WFS in order to recreate the sound environment as multiple plane waves. A theoretical parametric study based on the number of beamformer steering directions is provided. Comparisons of the target and reproduced sound environments are reported in order to identify appropriate system parameters for the reproduction of sound environments as found in vehicle or industrial contexts.

5.2 Introduction

This work is in the lineage of recent research devoted to sound environment and sound field reproduction in aircraft cabin mock-up [Verron *et al.*, 2013]. If sound reproduction in mock-up with trim panel actuators relies on multichannel equalization, it also comes with technical challenges : 1) Squeaks and rattles from trim panels, 2) sensitivity and robustness of system equalization [Gauthier *et al.*, 2013], and 3) cumbersome nature of specific-model mock up limiting the reproduction system to a given model. To circumvent these challenges, this paper investigates the capacity of open-loop Wave Field Synthesis (WFS) combined with delay-and-sum beamforming to reproduce a given vehicle sound environment. The main performance criterion is reproduced sound spectrum as function of space.

The main objective is to consider the problem of translating measurements by a microphone array exposed to a sound environment inside an enclosed space such as an aircraft cabin to a set of loudspeakers using WFS. Among the different spatial sound technologies, WFS is known to provide : 1) Highest spatial resolution, 2) extended listening area, and 3) physically-accurate reproduced sound field below the spatial aliasing frequency. We assume that the rendered sound field can be reconstructed as the combination of multiple plane waves from different directions of arrival around the listening area. With this approach, another technical challenge is the capacity of creating a proper spatial perception. This will be assumed to occur by virtual stereophony and phantom images between beamforming steering directions and WFS plane waves.

Related works based on beamforming of measurements at a microphone array have been investigated *et al.* [Hur *et al.*, 2011]. Hur proposed methods based on beamforming capture at a microphone array to estimate the signals that would have appeared at the element of a different microphone array at the same location. A fixed directions beamforming, an adaptative parametric beamforming and an hybrid method are tested for a binaural reproduction. Otherwise, in [Abel *et al.*, 2010] a novel technique for designing a collection of beamformers implementing a constant-amplitude panning law is considered. The method is based on controlling mainlobe width and sidelobe level of each beamformer as a function of direction and frequency in order to determine the appropriate beamformer count and their centers. This designed 'beamformer bank' produces a panning law which can be applied to a stereophonic reproduction system. Other approaches rely on coding and parameter extraction, an example of which is Directional Audio Coding (DirAC) [Pulkki, 2007]. However, considering the spatially-extended microphone array used in this paper (Fig. 5.1 and 6.2), an application of DirAC to the problem at hand would require further adaptation

and development as it relies in its original form on B-format recording [Pulkki, 2007]. This is left for future research.

In the fields of radar, sonar and seismic imaging using a sensor array (antennas, hydrophones and accelerometers), techniques for array signal processing are developed. In [Teutsch, 2007] Teutsch reviews microphone array methods to extract information contained in an acoustic field for 'Acoustic Scene Analysis' (ASA) purpose. Two typical tasks are often reported, namely waveform estimation (WE) and parameter estimation (PE). The aim of WE is to extract signals from a specific position. PE methods are typically used for acoustic source localization and detection of the number of sources in the wavefield under observation. In this paper, we rely on WE in order to derive monophonic signals from various directions. These signals are then used to drive plane waves by WFS.

Section 5.3 provides a description of the transducer arrays. Section 5.4 describes beamforming capture and WFS processing. Simulated results are reported in Sec. 5.5.

5.3 Transducer array configurations

In-flight recording using a microphone array is shown in Fig. 5.1. A custom 80-microphone array made of 6-mm electret capsules was designed and used for in-flight recording of the target sound field [Gauthier *et al.*, 2012]. In order to spatially capture the sound environment in such a confined space, the microphone array is designed as a horizontal double layer array with 12.25 cm vertical and inter-microphone spacing [Gauthier *et al.*, 2013]. Signals are sampled at 48 kHz. For WFS reproduction, a 96-loudspeaker array arranged as a square enclosing a listening area is used. Loudspeakers are separated by 16.5 cm. The spatial aliasing frequency is around 1 kHz. Microphone and loudspeaker arrays configured for sound reproduction and objective evaluation are depicted in Fig. 5.2.

5.4 Signal processing

The approach consists in using a fixed beamforming $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ which transforms M -channel microphone array information in a set of N steering directions in horizontal plane. These beamformer signals are then reproduced by plane waves with similar propagating directions using WFS. Objective evaluations are provided through the comparison of the target array measurement $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ with the measured reproduced sound environment $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ as depicted in Fig. 5.3.



Figure 5.1 Microphone array inside the aircraft cabin for the measurement of the target sound environment.

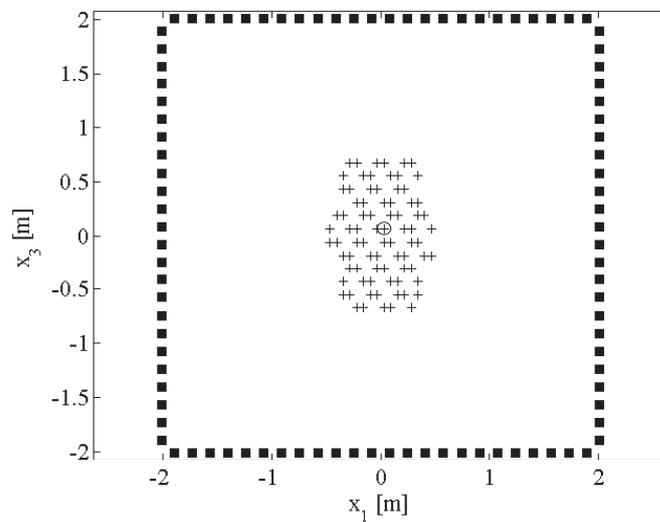


Figure 5.2 Microphone and loudspeaker arrays : Crosses correspond to the 80 microphones and filled squares correspond to the 96 loudspeakers. Microphone #48, identified as a circle marker, is used as a reference for the reported simulations.

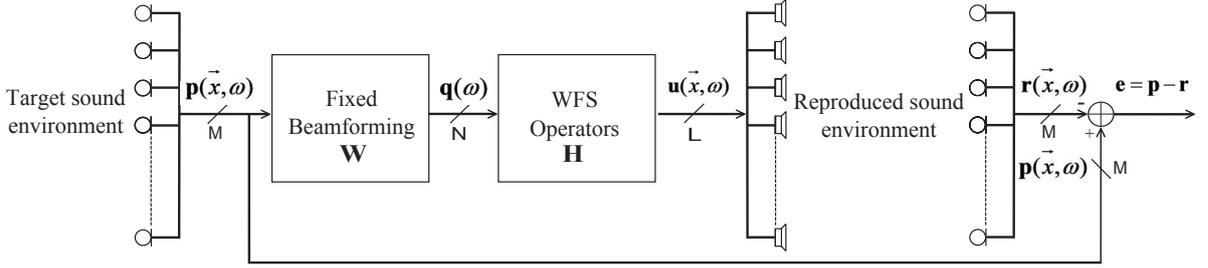


Figure 5.3 From left to right, signal processing from the measured target sound environment (\mathbf{p}) to the measured reproduced sound environment (\mathbf{r}) for objective evaluation through reproduction error (\mathbf{e}).

5.4.1 Delay-and-sum beamforming

For sound capture, a beamforming algorithm is used [Teutsch, 2007]. From time-domain signals recorded at M microphones, beamforming can be described in the frequency domain in matrix form :

$$\mathbf{q}(\omega) = \mathbf{H}^H(\theta, \omega)\mathbf{p}(\omega), \quad (5.1)$$

where $\mathbf{q}(\omega) = [q_1(\omega) \ q_2(\omega) \ \dots \ q_N(\omega)]^T$ and $\mathbf{p}(\omega) = [p_1(\omega) \ p_2(\omega) \ \dots \ p_M(\omega)]^T$, are, respectively the N beamformers' output signals for fixed steering directions $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n]^T$ and microphone array signals in the frequency domain.

5.4.2 Wave Field Synthesis

Assuming the Rayleigh I integral formulation, we define $p(\vec{x}, \omega)$ as the target sound field and $r(\vec{x}, \omega)$ as the reproduced sound field in the volume V_2 as depicted in Fig. 5.4 [Verheijen, 1998]. Target plane wave is described by

$$p(\vec{x}, \omega) = S_n(\omega)e^{j\vec{k}_n \cdot \vec{x}}, \quad (5.2)$$

where $S_n(\omega)$ is the complex amplitude of the virtual plane wave and \vec{k}_n the wave vector.

The reproduced sound pressure field according to the Rayleigh I integral is

$$r(\vec{x}, \omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_S j\omega\rho_0 v_3(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}}{|\vec{x}-\vec{y}|} dS \quad (5.3)$$

where ρ_0 is the air density, $v_3(\vec{y})$ the particle velocity of the target sound field along x_3 . Secondary sources are positioned in $\vec{y} \in S$. In Eq. (5.3), $e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}/2\pi|\vec{x}-\vec{y}|$ is the Green's function for a source in S to a listening point A in V_2 . According to the 2.5D WFS approach [Verheijen, 1998; Ahrens et Spors, 2010], for a line array of reproduction sources,

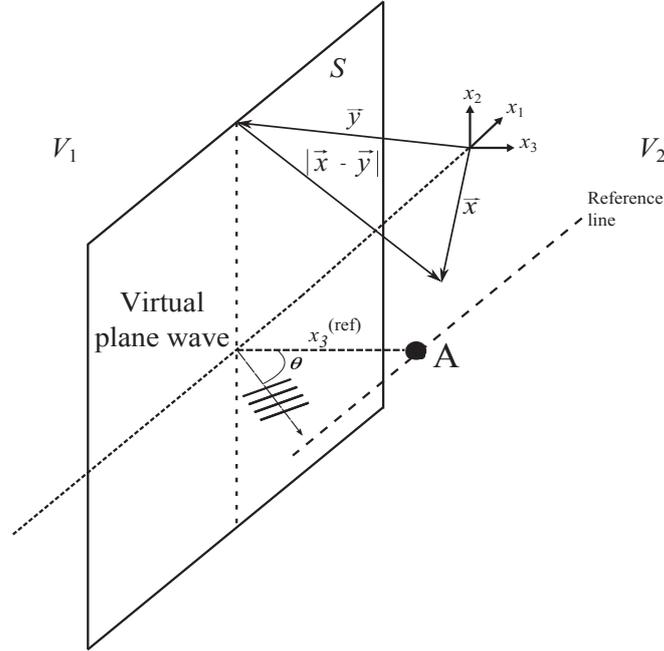


Figure 5.4 Wave Field Synthesis with linear distribution of secondary sources.

integration on S is replaced by a line integration along x_1 based on the stationary phase approximation along x_2 . For the 2.5D WFS, the reproduced sound field is

$$r(\vec{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}}{|\vec{x}-\vec{y}|} dx_1, \quad (5.4)$$

where $F(\vec{y}, \omega)$ is the driving function corresponding to the monopole amplitude of the secondary source in \vec{y} . A reference line in $x_3^{(ref)}$ is also introduced. From the stationary phase approximation, the driving function is

$$F(\vec{y}, \omega) = -S_n(\omega) j \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos(\theta) e^{jk\vec{n}\cdot\vec{y}} \sqrt{x_3^{(ref)}} \quad (5.5)$$

In Eq. (5.5) $j\sqrt{jk}$ combines a high frequency amplification filter of +3 dB/octave and a phase shift. The angle θ denotes the direction of the target plane wave relative to x_3 . Finally, $\sqrt{x_3^{(ref)}}$ is a compensation gain depending on the reference line as depicted in Fig. 5.4. The virtual source function $S_n(\omega)$ corresponds to the beamforming output signal $q_n(\omega)$ from a given steering direction.

5.4.3 Filter and fractional delay implementation

For practical implementation, both the beamforming matrix and WFS operators are based on Lagrange interpolators for fractional delays representation in the time domain [Laakso *et al.*, 1996]. This ensures finite size impulse responses which limits time leakage at the cost of erroneous gains in the vicinity of the Nyquist frequency. In this paper, the beamforming matrix and WFS FIR (Finite Impulse Response) filters orders are 2048 and Lagrange interpolators order is 32.

5.5 Simulation results

In this section, the beamformers' directivity patterns, frequency response functions and reproduced sound fields are reported.

5.5.1 Beamforming directivity patterns

Three delay-and-sum beamformer systems with varying N are compared. In principle, an increased number of steering directions N would provide a finer spatial resolution as depicted in Fig. 5.5. However, due to the finite-size of the microphone array, the beamformers' main lobe beamwidth varies with frequency. This create between-beamformer redundancy for the lower frequency, because of larger main lobes, and null spots in the higher frequency range, because of smaller main lobes. In other words, beamformers' main lobe overlapping induces uselessly repeated signal information in the low frequency resulting in an unexpected amplification. The spatial aliasing frequency of the microphone array is around 1.4 kHz.

By increasing the number of steering directions, spatial discrimination is enhanced. For each beamformer system with N steering directions, θ_n are uniformly distributed over 360° . However, overlapping appears on each beam pattern at different frequencies. This means that below these overlapping frequencies, the beamformers will capture similar and redundant signals that would be amplified at the reproduction stage. This should be avoided. In Sec. 5.5.3 crossover filters and bass equalization are introduced to circumvent this limitation.

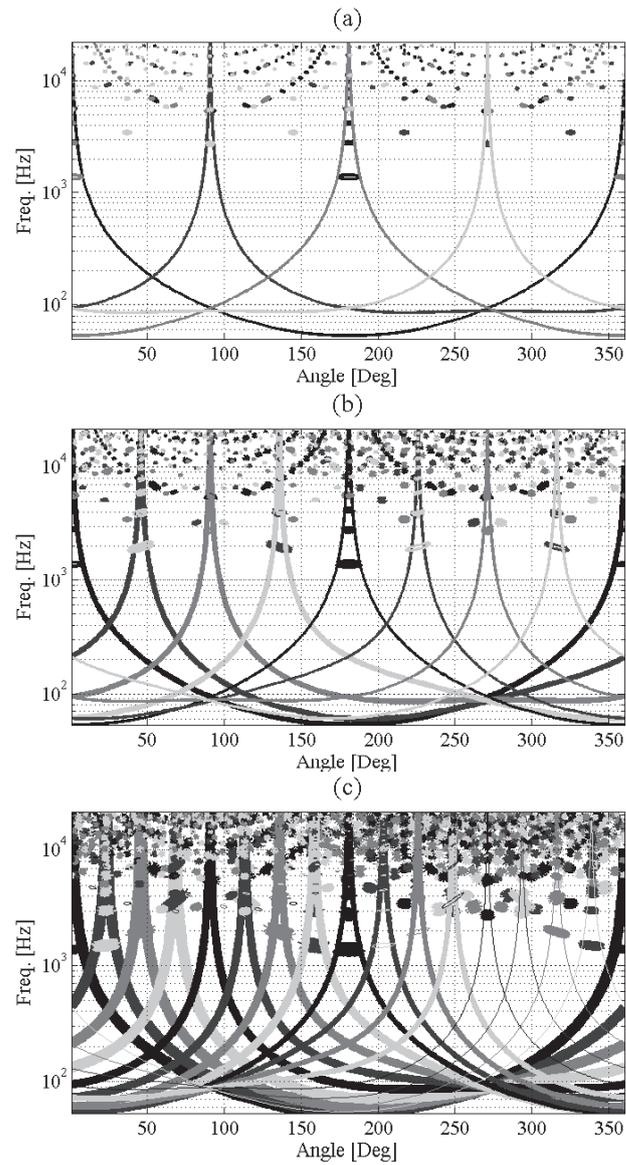


Figure 5.5 Beamforming directivity patterns shown as isocontour line at -3 dB (beamwidth) for varying N : (a) $N = 4$, (b) : $N = 8$, and (c) : $N = 16$.

5.5.2 Frequency response comparison

To investigate the flatness of the reproduced transfer paths, frequency response functions (FRFs) from an input target plane wave $p(\vec{x}, \omega)$ to reproduced sound $r(\vec{x}, \omega)$ at one microphone of the array are reported and discussed.

Knowing spatial aliasing frequency limitations of the combined capture and reproduction system (1.4 kHz and 1 kHz, respectively) all figures presented are limited to 3 kHz as higher frequencies suffer from expected aliasing deterioration. For the test case of a theoretical target plane wave reproduction, the FRFs from this plane wave input signal to reproduced sound at microphone #48 (near the center of the microphone array, see Fig. 5.2) are reported in Fig. 5.6. Figure 5.6(a) shows the FRFs for an incoming plane wave with $\theta_i = 0^\circ$ which corresponds to one of the beamforming steering directions θ_n where θ_i is the incident plane wave to reproduce. Figure 5.6(b) reports the case when $\theta_i = 60^\circ$, i.e. that is when the target plane wave is not aligned with one of the beamformer steering directions. In both cases, one notes that, as previously described, overlapping induces low-frequency amplification. This phenomenon worsens as N increases. Above 800 Hz, the $N = 8$ beamformer rendering system is the most efficient. Above 2200 Hz, all reported cases suffer from aliasing interference. In Fig. 5.6(b), the null-spot effect in the higher frequency range is observed as FRFs drop from 1300 Hz. However, one notes that the phenomenon is less drastic as N increases. Indeed, a finer spatial discrimination resolution enhances the reproduction when $\theta_n \neq \theta_i$ and also reduce the amount of signal that falls between the θ_n main lobes.

5.5.3 Bass management and bass equalization

In order to limit bass amplification and to preserve spatial separation in the high-frequency range, several beamformer systems are combined with varying crossover frequencies : Fewer beams are used for the low-end of the frequency range and more beams are used for the high-end of the frequency range. This results in combined three-frequency-band beamformers. This strategy was also used by [Hulsebos *et al.*, 2002] to attenuate bass redundancy between beamformers. Crossover frequencies are determined from the overlapping phenomenon as reported in Sec. 5.5.2. The crossover for $N = 4$ to 8 beamformers operates at 400 Hz and at 800 Hz for $N = 8$ to 16 beamformers. Crossovers are achieved using low-pass and high-pass Butterworth filters of order 5.

Under 200 Hz, overlapping is still observed for $N = 4$ beamformers. This low-frequency limitation is caused by the limited-size microphone array $1.32 \times 0.93 \times 0.1225$ m, for

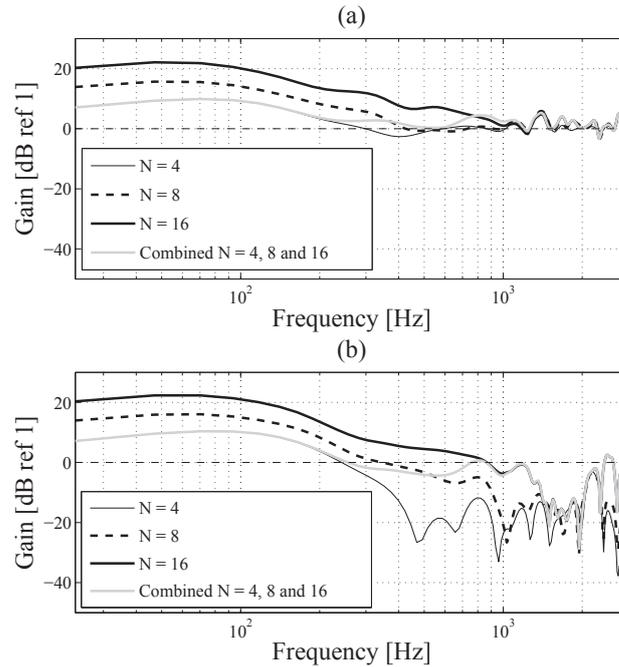


Figure 5.6 FRFs between the target and reproduced plane wave amplitudes at microphone #48 of the microphone array : (a) for $\theta_i = 0^\circ$, (b) for $\theta_i = 60^\circ$. Thin dash line : 0 dB gain.

which wavelengths longer than 1.71 m ($\lambda = c/f$ with $c = 342$ m/s and $f = 200$ Hz) cannot be discriminated by standard beamforming. However, as for many practical WFS implementations with closely-spaced small or mid-sized loudspeakers, the low-frequency content is often reproduced using subwoofers. Therefore, some coloration and reduced spatial accuracy in this range is often expected.

To attenuate this bass coloration, a monophonic equalization curve is applied to the transfer paths from each microphone in the array to each loudspeaker. For this equalization, a FRF from a target and aligned plane wave to a center microphone in the array (#48) in listening space is selected. An amplitude-only equalization is achieved by inverting this curve below 400 Hz. This single-channel equalization is possible because most of the FRFs as reported in Fig. 5.6 (or for other microphones or incoming directions) share similar low-frequency amplification. Such a monophonic channel inversion is not applied at frequencies above 400 Hz since the exact gain of the FRFs vary with microphone position and incoming direction. Results of this equalization is shown as FRFs in Fig. 5.7. As expected, bass amplification is corrected in low-frequency range.

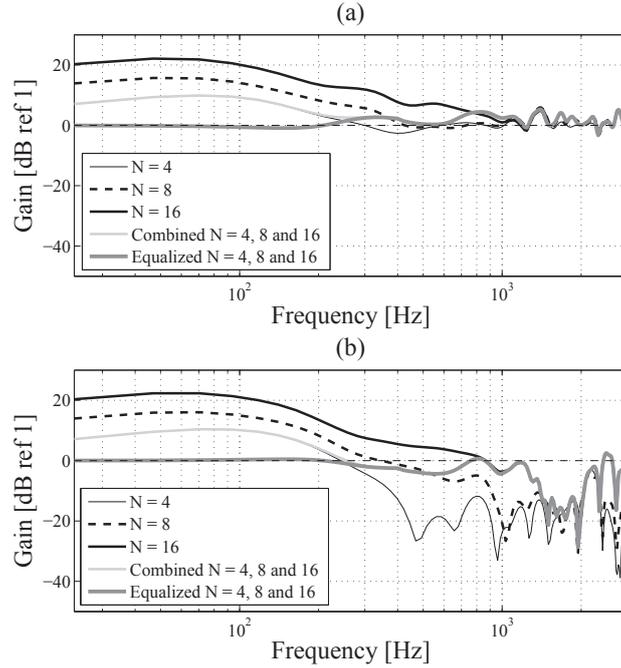


Figure 5.7 Original, combined and equalized FRFs of the reproduction chain from the input of a target theoretical plane wave to microphone # 48, (a) for $\theta_i = 0^\circ$, (b) for $\theta_i = 60^\circ$. Thin dash line : 0 dB gain.

5.5.4 Sound spectra errors

A frequency-dependent objective evaluation of the timbre of the reproduced signal \mathbf{r} expressed by $\mathcal{M}[\omega]$ [dB ref 1 / Hz] is used to evaluate the sound environment reproduction. It is defined as

$$\mathcal{M}[\omega] = \|\|10 \log_{10} |\mathbf{p}| - 10 \log_{10} |\mathbf{r}|\|_2 / \sqrt{M}. \quad (5.6)$$

It represents, on the average, how reproduced spectrum corresponds to target spectrum at each of the microphone in the array. In Eq. (5.6), \log_{10} and $|\cdot|$ are element-wise log and absolute values of vectors. Results are depicted in Fig. 5.8 for : 1) A Gaussian pulse with a 400 Hz center frequency and 1.5 fractional bandwidth defined as a target plane wave from $\theta_i = 0$ (Fig. 5.8(a)) and $\theta_i = 60^\circ$ (Fig. 5.8(b)), 2) "a white noise" signal also defined as a target plane wave from $\theta_i = 0^\circ$ (Fig. 5.8(a)) and $\theta_i = 60^\circ$ (Fig. 5.8(b)), and 3) for a real in-flight microphone array recording of a sound environment in the aircraft cabin. If the first two cases illustrate idealistic situations and allow for the comparison of aligned ($\theta_i = \theta_n$) and not-aligned target sound field ($\theta_i \neq \theta_n$), the third case corresponds to a more realistic situation where parts of the incoming sounds are aligned with beamformers and others are not. Results show that, with the Gaussian pulse signal, the magnitude error

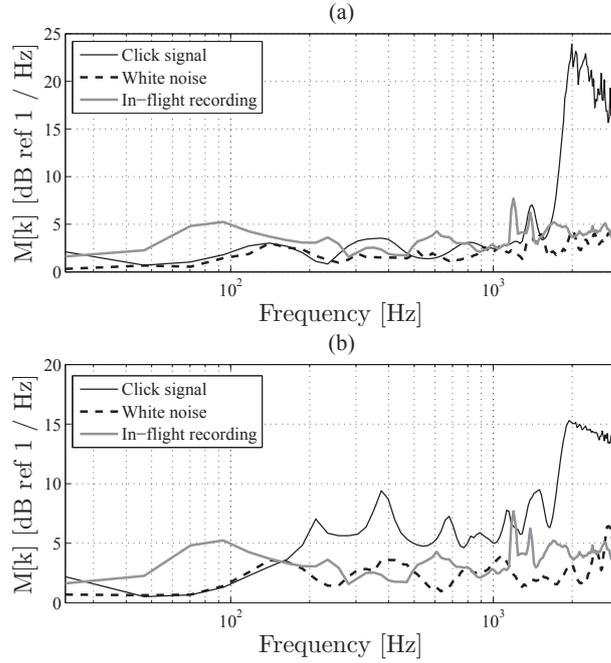


Figure 5.8 Average magnitude error $\mathcal{M}[\omega]$ evaluated at 80 microphones from various signals processed by the equalized reproduction system : (a) for $\theta_i = 0^\circ$, (b) for $\theta_i = 60^\circ$.

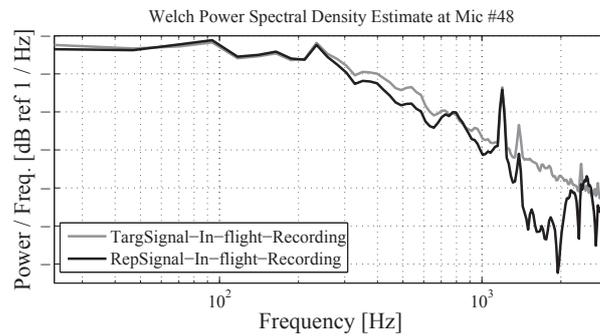


Figure 5.9 Example of Welch Power Spectral Density of target and reproduced sound at microphone # 48 for the Real in-flight recording. Y-axis grid step : 10 dB.

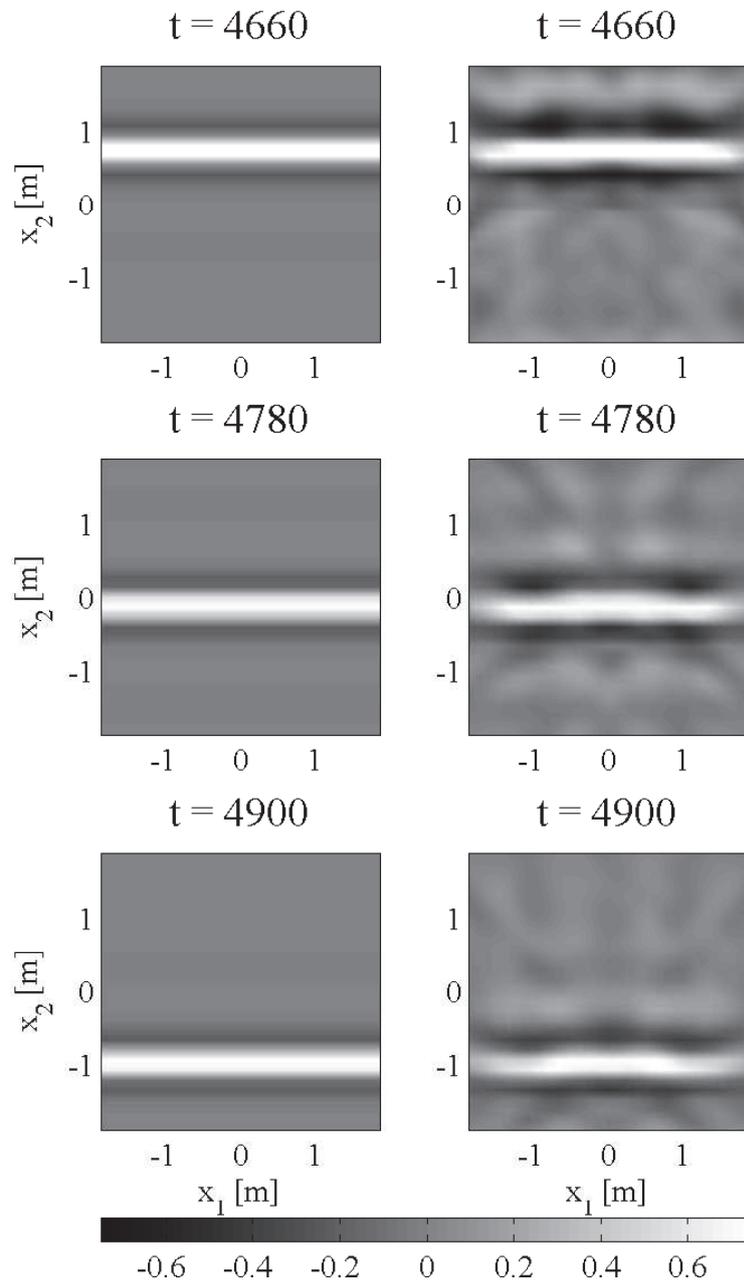


Figure 5.10 Snapshots at sample index t of the target sound environment (left) and reproduced sound environment (right) with $\theta_i = 0^\circ$.

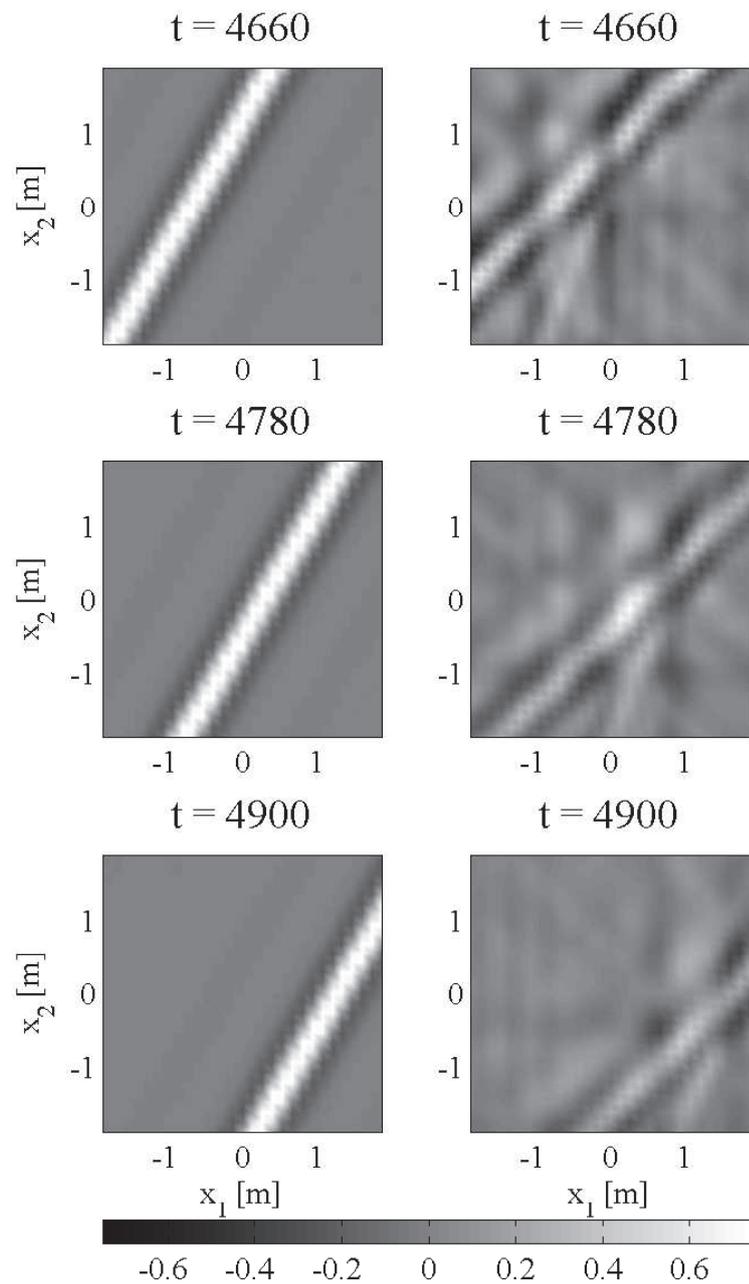


Figure 5.11 Snapshots at sample index t of the target sound environment (left) and reproduced sound environment (right) with $\theta_i = 60^\circ$.

remains below 4 dB with $\theta_i = 0^\circ$ and under 9 dB with $\theta_i = 60^\circ$ below 1.2 kHz. For the case of Gaussian pulse at 400 Hz, $\mathcal{M}[\omega]$ peaks at 1.4 kHz followed by much fluctuation. This is not representative of a faulty behavior since the Gaussian pulse does not have significant energy in this frequency range. Therefore, $\mathcal{M}[\omega]$ is not a relevant performance metric in this range for this signal. For the white noise signal, the magnitude error remains below 4 dB with $\theta_i = 0^\circ$ and $\theta_i = 60^\circ$ below 1.2 kHz. In high frequency range, the error curve slightly increases but remains low. For the real flight recordings, average magnitude error results show two error peaks at 1.2 and 1.4 kHz. They both correspond to tonal components of the aircraft sound and to FRFs drops as depicted Fig. 5.7(b). The null-spot effect previously discussed affects the reproduced signal's magnitude at high frequency especially around 1.3 kHz. Under 1.2 kHz, the error remains under 5 dB. In Fig. 5.9, Welch power spectral densities for the real in-flight recording are introduced. They illustrate the magnitude offset for the high-frequency range generating error peaks in Fig. 5.8.

5.5.5 Reproduced sound fields

In order to evaluate the correspondence between the target and reproduced sound fields over an extended area, further simulations are provided. A free-field listening space is assumed and two different idealistic target sound fields are tested. The test signal is the same Gaussian pulse previously described. Figure 5.10 shows the target sound field and reproduced sound field for a plane wave with $\theta_i = 0^\circ$. The reproduced wave front results from the three processing beams combination at 0° . Some leakage appears from other directions : One distinguishes two softer wave fronts from $\pm 45^\circ$. They correspond to the $N = 8$ and 16 beamformers which detect an incoming plane wave through their $\pm 45^\circ$ steering directions. This is prominent for the lower frequencies.

A similar type of result is reported in Fig. 5.11 for $\theta_i = 60^\circ$ which does not correspond to any of the steering directions of the beamformers. This result is reported in order to illustrate a situation for which part of the target sound environment has a propagating direction that falls between main beamforming lobes. As depicted in Fig. 5.11, a low-frequency front is recreated by beamformer at 90° . A smaller wave-length wave front emerges in $\pm 45^\circ$ due to the combination of the beamformer systems with $N = 8$ and 16. Otherwise, one notes that for this target propagating direction that is not perfectly aligned with one of the steering directions, the reproduction cannot be qualified as strict sound field reproduction or physically-accurate as function of space. Accordingly, we expect that human sound localization would operate mostly as for multichannel stereophonic sound perception that blend summing localization and precedence effects.

5.6 Conclusion

In this paper, beamforming capture and WFS are investigated for industrial or vehicle sound environment reproduction application. The main objective was to reproduce a target sound environment captured by a 80-channel microphone array and to process each signal by delay-and-sum beamformer for varying steering directions through a 96-channel WFS system. The results show that each beamforming system is limited and the combination of beamformers introduces bass amplification. To overcome this problem, a three-band beamforming system was introduced along with a low-frequency equalization curve. These both contribute to provide a properly reproduced sound environment in terms of : 1) Frequency response functions of the whole reproduction chain, 2) sound spectra errors, and 3) recreated sound fields. According to the result, it is expected that the captured industrial or vehicle sound environments, such as the real in-flight recording tested in this paper, could be successfully reproduced by the proposed combination of beamforming capture and WFS of virtual plane waves. Better results for the higher frequency range would be expected at the cost of an increasing N ($N = 32, 64, \dots$) and supplementary crossovers.

In order to compare the proposed method with other approaches, sound field extrapolation based on inverse problem [Hulsebos *et al.*, 2002; Gauthier *et al.*, 2011] will be implemented. These techniques will be investigated in order to automatically compensate for the redundant information between beamformers as reported in the results. In a near future, experiments using a WFS system in dedicated listening room with sound environment reproduction as described in this paper will be conducted. Real in-flight microphone array recording will be used for this purpose.

5.7 Récapitulatif

Pour récapituler, on peut dire que la conversion en ondes planes propagatives par formation de voies combiné à la WFS donne des résultats intéressants en termes de réponse en fréquence de la chaîne de reproduction simulée (**RWH**) où $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ correspond à la propagation acoustique simulée entre les haut-parleurs et l'antenne microphonique placée au milieu du système de reproduction WFS comme illustré Fig. 5.2. Cependant, le chevauchement des lobes de directivité entraîne des problèmes d'amplification en basses fréquences. C'est pourquoi on définit trois bandes fréquentielles sur lesquelles le filtre de formation de voies adapte sa résolution de directions d'écoute avec : $N = 4$ pour toutes les fréquences inférieures à 400 Hz, $N = 8$ entre 400 et 800 Hz puis $N = 16$ au delà de 800 Hz.

En terme de physique, on ne peut pas dire que cette approche s'apparente à de la reproduction de champ mais plutôt à de la stéréophonie dans le sens où le champ reproduit n'est que l'image captée par les réponses des directions d'écoute du champ cible. Autrement dit, on reproduit par WFS des sources d'ondes planes dont les directions correspondent aux directions d'écoute de la formation de voies. Ainsi la qualité de la reproduction du champ reproduit est dépendante de la résolution du vecteur de pointage $\boldsymbol{\theta}$ de \mathbf{H} dans le plan horizontale sur \mathbf{p} . C'est pourquoi on se tourne alors vers une solution s'apparentant à de la reproduction de champ dans le sens strict du terme au travers du le problème inverse.

CHAPITRE 6

SOUND FIELD REPRODUCTION BY WAVE FIELD SYNTHESIS USING INVERSE PROBLEM BASED ON MICROPHONE ARRAY CAPTURE

Ce chapitre est consacré à la mise en oeuvre du filtre de conversion \mathbf{W} chargé de convertir les données temporelles \mathbf{p} en amplitudes d'ondes planes propagatives \mathbf{q} en utilisant le problème inverse conformément à l'objectif n°1. Ce chapitre se décline sous la forme d'un article scientifique soumis au *Journal of the Audio Engineering Society* (JAES) le 29 août 2014. Les co-auteurs de l'article sont dans l'ordre : Telina Ramanana, Philippe-Aubert Gauthier et Alain Berry. À l'instar du chapitre sur la formation de voies, une revue de littérature est introduite (application du problème inverse sur des enregistrements captés par une antenne irrégulière avec un système de reproduction WFS). Une section sur le formalisme de la solution du problème inverse pour deux types de régularisation (Tikhonov et par une matrice de formation de voies) combiné à la restitution d'ondes planes par WFS est rapporté (voir section 6.4). Comme pour la formation de voies, des résultats numériques sont fournis et analysés pour évaluer la qualité de la reproduction simulée (voir section 6.5) appuyés par une campagne expérimentale menée dans les laboratoires du GAUS dont les résultats sont également exposés (voir section 6.6). Par ailleurs, les résultats obtenus à partir de l'approche par formation de voies sont également inclus pour être comparés l'objectif étant de définir l'approche la plus performante.

6.1 Abstract

The aim of this paper is to investigate sound field reproduction based on actual arbitrarily-shaped microphone array recordings. The field of application is inspired from spatial sound reproduction within an industrial context for vehicle or working environment sound reproduction. The paper investigates two methods for converting microphone array recording to plane wave representation for subsequent reproduction with standard Wave Field Synthesis of plane waves. The methods rely on inverse problem where one seeks for plane wave source amplitudes corresponding to a given microphone array recording. The first is based on Tikhonov regularization and the second is based on beamforming regularization ma-

trix. These methods are also compared with a fixed-looking direction approach and actual implementation in cabin mock-up in order to identify the most appropriate algorithm for the reproduction of sound fields on the basis of objective evaluation criteria. Theoretical and experimental investigations are reported for the case of a target sound field captured by a 80-channel microphone array.

6.2 Introduction

The demand for accurate spatial reproduction of vehicle interior sound fields has increased although very few studies have investigated vehicle sound field reproduction inside a dedicated listening room using Wave Field Synthesis (WFS). This work is part of recent research devoted to real sound field or real sound environment reproduction in aircraft cabin mock-up [Gauthier *et al.*, 2013]. If sound reproduction in mock-up with trim panel actuators relies on multichannel equalization, it also comes with technical challenges : 1) Squeaks and rattles from trim panels, 2) sensitivity and robustness of system equalization, and 3) cumbersome nature of specific-model mock up limiting the reproduction system to a given model. The aim of this paper is to report recent investigations on reproduction of vehicle sound environments in a WFS listening room. It is expected that such a listening environment, although not being visually similar to an actual cabin, can solve many of the aforementioned issues encountered in reproduction in actual mock-ups with trim panel actuators.

Usually, the target sound environment is captured in a first stage using a microphone array. However, as many practical implementations of microphone arrays rely on non-regular array geometries, such as for conformal nearfield acoustical holography [Williams, 2003] or beamforming [Padois, 2011], sound field extrapolation based on spatial transform [Hulsebos, 2004] cannot be directly applied to transform the microphone array recording in plane-wave or spherical-harmonics formats. This paper proposes methods to solve this specific problem.

In the field of WFS reproduction, Cobos presented a method to reproduce complex sound scenes captured by means of a small microphone array [Cobos *et al.*, 2012]. The proposed method combining a recorded sound scene capture with WFS auralization approach aims to preserve the spatial impression of the original sound using plane waves and point sources so that direct sound and room reflections are reproduced separately. The quality of the reproduction depends on the microphone array geometry as a compact tetrahedral

configuration is used to divide the recorded sound into different directional signals using a Direction-Of-Arrival (DOA) spatial filtering procedure.

In [Nowak et Strauß, 2012], a car cabin sound field reproduction analysis is considered to evaluate sound field characteristics using a microphone array measurements inside an Audi Q7 equipped with a loudspeaker array for WFS playback. Simulated WFS scenes are conducted by convolving audio signals with the measured impulse responses.

Other methods investigate impulse response measurements or sound field recordings reproduction relying on plane wave decomposition using spatial transform [Hulsebos, 2004]. However these approaches assume the use of a regular microphone array geometry like a linear array. Such a plane wave transformation is not directly applicable considering the non-regular geometry of the microphone array in this case.

The method proposed here extends theoretical results of a beamforming approach involving fixed-steering directions applied on in-flight aircraft recordings with non-regular microphone array. In [Ramanana *et al.*, 2014], a three-band multi-resolution beamforming system was designed to enhance spatial discrimination of the target sound environment before implementing beamformer amplitude responses using a WFS reproduction system. A bass equalization was applied to overcome beam pattern overlapping in the low-frequency range. For propagation directions of the target sound field that were not perfectly aligned with one of the beamformers' steering directions, the reproduction cannot be qualified as strict sound field reproduction or physically-accurate as function of space. Indeed, in [Ramanana *et al.*, 2014] it is anticipated that human sound localization operates mostly as for multichannel stereophonic sound perception (through amplitude panning between the beams) that blends summing localization and precedence effects.

Related works based on beamforming have been investigated by Hur *et al.* [Hur *et al.*, 2011]. Hur *et al.* proposed methods based on beamforming capture by a microphone array to estimate the signals that would be observed by a different microphone array at the same location. A fixed-direction beamforming, an adaptive parametric beamforming and an hybrid method were tested for binaural reproduction [Hur *et al.*, 2011].

In this context, this paper investigates inverse problem methods using Tikhonov regularization and beamforming regularization [Gauthier *et al.*, 2011] combined to WFS in order to recreate the target vehicle sound field. Similar to the beamforming approach [Ramanana *et al.*, 2014], the main objective is to consider the problem of translating measurements from a microphone array exposed to a sound field or a sound environment inside an enclosed space such as an aircraft cabin, to signals driving a set of loudspeakers using WFS. We

assume that the rendered sound field can be reconstructed as the combination of multiple plane waves from different directions of arrival around the listening area. We expect the inverse problem formulation to lead to a more appropriate sound perception over the listening area compared to beamforming since a finer discrimination of the target sound field defined by the solution basis for the inverse problem is performed and the aforementioned redundancy issues should be circumvented. We investigate and evaluate the efficiency of the proposed approaches in terms of : 1) Frequency response of the whole reproduction chain, 2) sound spectra errors, and 3) physical reconstruction as function of space.

6.3 Transducer arrays

In this paper, the methods are tested for the case of aircraft cabin in-flight recording using a microphone array, see Fig. 6.1. A custom 80-microphone array made of 6-mm electret capsules was designed and used for in-flight recording of target sound fields inside an aircraft cabin [Gauthier *et al.*, 2013]. In order to spatially capture the sound environment in such a confined space, the microphone array was designed as a horizontal double layer array with 12.25 cm vertical and horizontal microphone separation. The microphone array position during reproduction tests is shown in Fig. 6.2. Signals are sampled at 48 kHz.

For WFS reproduction, a 96-loudspeaker array arranged as a square enclosing a 4 meter \times 4 meter listening area with 2 subwoofers is used (Fig. 6.2). Loudspeakers are separated by 16.5 cm. On Figure 6.2, the Fore and Aft directions correspond to those of the aircraft relative to the microphone array during in-flight measurements. One should note that, by comparison with the cabin environment, the WFS listening area surrounded by loudspeakers is larger than the actual cabin width.

6.4 Signal processing

The multichannel signal processing chain is shown in Fig. 6.3. The approach consists in selecting a finite set of plane waves as the solution basis. Next, in order to deduce the plane wave signals from the M microphone array signals, the task is defined as an inverse problem combined with Tikhonov regularization or beamforming regularization. The plane wave signals $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ are then reproduced using classical WFS with similar propagating directions. Objective evaluations are provided through the comparison of the target array measurement $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ with the measured reproduced sound field environment $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ as depicted in Fig. 6.3. The sound field conversion matrix from \mathbf{p} to N complex plane wave



Figure 6.1 Microphone array inside the aircraft cabin for the measurement of the target sound field.

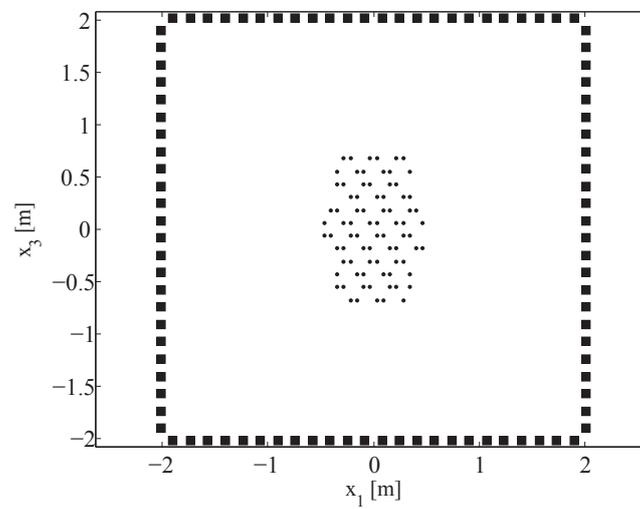


Figure 6.2 Microphone and loudspeaker arrays : Points correspond to the 80 microphones and filled squares correspond to the 96 loudspeakers. Microphone # 48, identified as a circle marker, is used as a reference for the reported simulations and experiments. Microphone array position inside the aircraft cabin is depicted.

signals \mathbf{q} is defined by $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$. The WFS operators are given by matrix $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{L \times N}$ transforming plane wave amplitudes into L loudspeaker signals. The propagation transfer path from the loudspeakers to the reproduced sound field is denoted by $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times L}$. For the simulations, this transfer matrix corresponds to a free-field Green functions matrix. Finally, one defines the transfer reproduction matrix $\mathbf{E} = \mathbf{R}\mathbf{W}\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times M}$. If perfect reproduction is achieved, \mathbf{E} is the identity matrix, i.e. the signal at microphone m is perfectly and only reproduced at microphone m : there is no cross-talk and the reproduction chain has a flat and unitary frequency response function.

For the actual implementation of the signal processing chain in Fig. 6.3, the systems' FRFs $\mathbf{W}\mathbf{H}$ are converted to Finite Impulse Response filter (FIR) coefficients in the time domain. The actual filtering is performed using the overlap-add method.

6.4.1 Wave Field Synthesis

Assuming the Rayleigh I integral formulation, we define $p(\vec{x}, \omega)$ as the target sound field and $r(\vec{x}, \omega)$ as the reproduced sound field in the volume V_2 enclosed by the reproduction loudspeakers as depicted in Fig. 6.4 [Verheijen, 1998]. A target plane wave is described by

$$p(\vec{x}, \omega) = q_n(\omega) e^{j\vec{k}_n \cdot \vec{x}}, \quad (6.1)$$

where $q_n(\omega)$ is the complex amplitude of the target plane wave and \vec{k}_n the wave vector.

The reproduced sound pressure field according to the Rayleigh I integral is

$$r(\vec{x}, \omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_S j\omega \rho_0 v_3(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}}{|\vec{x}-\vec{y}|} dS \quad (6.2)$$

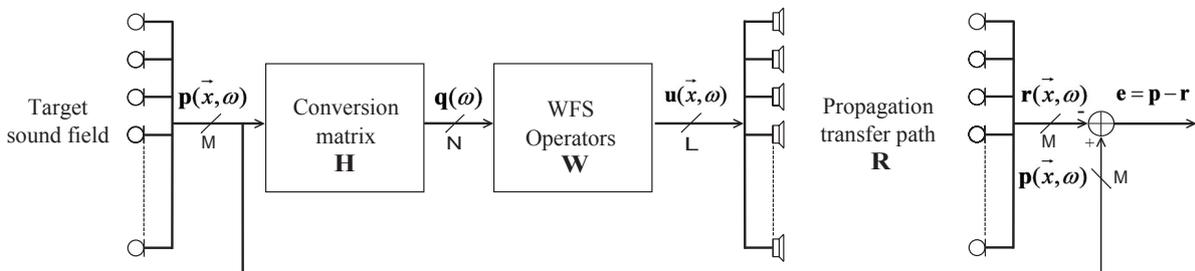


Figure 6.3 From left to right, signal processing from the measured target sound environment \mathbf{p} to the measured reproduced sound environment \mathbf{r} for objective evaluation through reproduction error \mathbf{e} .

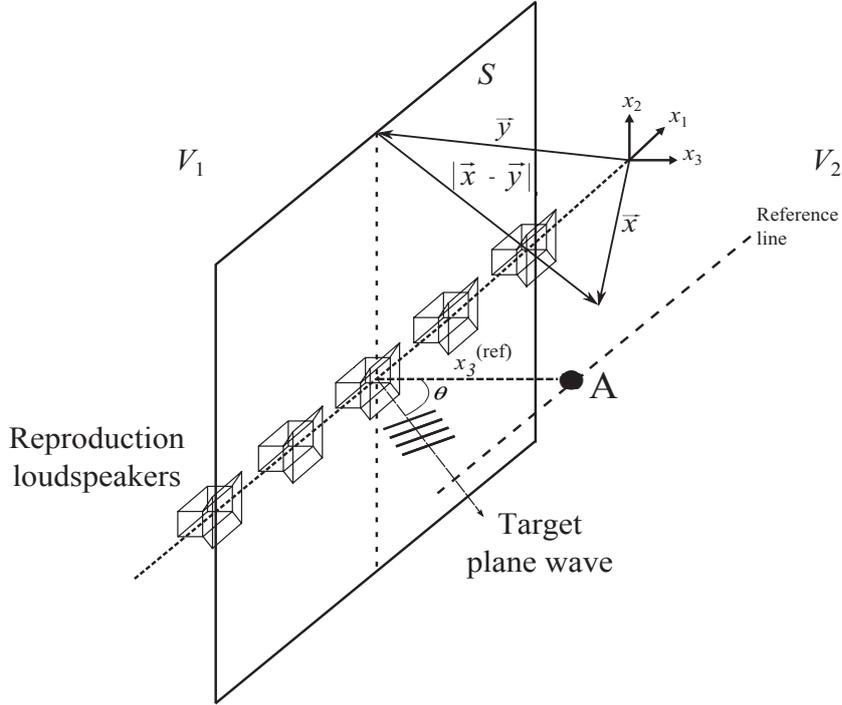


Figure 6.4 Wave Field Synthesis with linear distribution of secondary sources.

where ρ_0 is the air density, $v_3(\vec{y}, \omega)$ the particle velocity of the target sound field along x_3 , $k = \omega/c$ the wavenumber with c the speed of sound. Reproduction sources are positioned in $\vec{y} \in S$. In Eq. (6.2), $e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}/2\pi|\vec{x}-\vec{y}|$ is the Green's function for a source in S to a listening point A in V_2 . According to the 2.5D WFS approach [Verheijen, 1998; Ahrens et Spors, 2010], for a line array of reproduction sources, integration on S is replaced by a line integration along x_1 based on the stationary phase approximation along x_2 . For the 2.5D WFS, the reproduced sound field is

$$r(\vec{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x}-\vec{y}|}}{|\vec{x}-\vec{y}|} dx_1, \quad (6.3)$$

where $F(\vec{y}, \omega)$ is the driving function corresponding to the monopole amplitude of the secondary source in \vec{y} . In this paper, the reference line $x_3^{(ref)}$ is positioned as a line that crosses the center of the loudspeaker array and perpendicular to the plane wave propagation direction. From the stationary phase approximation, the driving function is

$$F(\vec{y}, \omega) = -q_n(\omega)j\sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos(\theta) e^{jk\vec{n}\cdot\vec{y}} \sqrt{x_3^{(ref)}} \quad (6.4)$$

In Eq. (6.4) $j\sqrt{j\bar{k}}$ combines a high frequency amplification filter of +3 dB/octave and a phase shift. The angle θ denotes the direction of the target plane wave relative to x_3 . Finally, $\sqrt{x_3^{(ref)}}$ is a compensation gain depending on the reference line as depicted in Fig. 6.4. In actual WFS implementation, the integral of Eq. (6.3) reduces to a summation and the driving function Eq. (6.4) includes a coefficient $\Delta_{x_{\text{Spk}}}$ that replaces dx_1 in Eq. (6.3).

6.4.2 Conversion of microphone array capture to plane waves

6.4.2.1 Direct problem

First, the direct problem is formulated in the frequency domain for radial frequency ω . For each frequency, the direct problem is defined for a set of M measurement microphones and N plane waves. Accordingly, the spatially sampled direct problem is written in matrix form :

$$\mathbf{p}(\vec{x}_m) = \mathbf{G}(\vec{x}_m, \theta_n, \alpha_n)\mathbf{q}(\theta_n, \alpha_n) \quad (6.5)$$

where \vec{x}_m is the position of the m -th microphone and θ_n and α_n are the n -th propagating plane wave azimuth and elevation angles, respectively. The transfer matrix \mathbf{G} represents the transfer functions from plane wave sources to the M measurement microphones. Therefore, $G_{mn} = e^{j\vec{k}_n \cdot \vec{x}_m}$, where \vec{k}_n is the wavenumber vector for the n -th propagation direction. For the practical implementation of the previous equation, we rely on time-domain computation of the corresponding impulse response using Lagrange interpolators for fractional delays implementation [Laakso *et al.*, 1996]. The time delay Δ_{mn} is given by $\Delta_{mn} = (\vec{k}_n/k) \cdot \vec{x}_m/c$ where c is the speed of sound.

6.4.2.2 Singular value decomposition and inverse problem

Singular value decomposition is a useful tool to analyze and deal with ill-posed problems. For a given propagation matrix \mathbf{G} , the singular value decomposition is expressed as :

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H = \sum_{i=1}^{\min(M,N)} \mathbf{u}_i\sigma_i\mathbf{v}_i^H \quad (6.6)$$

with unitary matrices $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ and $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, \mathbf{u}_i and \mathbf{v}_i are the left and right singular vectors, respectively, corresponding to the columns of \mathbf{U} and \mathbf{V} . Each singular vector pair $\mathbf{v}_i, \mathbf{u}_i$ corresponds to a singular value σ_i on the main diagonal of $\Sigma \in \mathbb{R}^{M \times N}$. The singular values are stored in decreasing order along the diagonal of Σ . Owing to the singular vectors

orthogonality, one can write the direct problem as :

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} = \sum_{i=1}^{\min(M,N)} \sigma_i(\mathbf{v}_i^H \mathbf{q}) \mathbf{u}_i. \quad (6.7)$$

The pseudo-inverse solution of the inverse problem can then be written as :

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^+ \mathbf{p} = \sum_{i=1}^{\min(M,N)} \frac{\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i, \quad (6.8)$$

where \mathbf{G}^+ is the pseudo-inverse of \mathbf{G} . From Eq. (6.8), one recognizes the importance of considering the singular value decay. Indeed, the effect of the division by σ_i should always be verified in order to avoid instability of the solution of the inverse problem typically leading to an amplification phenomena [Gauthier *et al.*, 2011]. The aim of Tikhonov or beamforming regularization is to avoid these amplification and sensitivity issues.

6.4.2.3 Inverse problem regularization

Knowing the propagation operator \mathbf{G} , acoustic inverse problems consist in solving the sources amplitudes \mathbf{q} that created the measured data \mathbf{p} . A typical approach to avoid the issues mentioned in the previous section is an inverse problem which involves prediction error minimization with Tikhonov regularization [Gauthier *et al.*, 2011] :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda^2 \Omega(\mathbf{q})^2\} \quad (6.9)$$

where λ is the penalization parameter and $\Omega(\cdot)$ is a discrete smoothing norm used to shape the regularization. The discrete smoothing norm can be written in general :

$$\Omega(\mathbf{q}) = \|\mathbf{L}\mathbf{q}\|_2 \quad (6.10)$$

where $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ is a weighting matrix. When $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ (identity matrix), this is known as classical Tikhonov regularization where each candidate source is weighted by the same amount of penalization. The function to be minimized (Eq. (6.9)) is a Hermitian quadratic function of \mathbf{q} . Strictly speaking, Eq. (6.9) is only valid for the over-determined case, i.e. $N < M$ where the prediction error $\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}$ cannot be reduced to zero. However, as long as $\lambda > 0$, the Hessian matrix $[\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda^2 \mathbf{L}^H \mathbf{L}]$ is positive definite and Eq. (6.9) can be used, even for $M \leq N$, i.e. for the determinate and under-determined cases.

The optimal solution of the problem is given by [Gauthier *et al.*, 2011] :

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = [\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda^2 \mathbf{L}^H \mathbf{L}]^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{p}. \quad (6.11)$$

One understands that a good conditioning of the direct problem and the selection of the penalization parameter are crucial for the inverse problem. For the reported cases, we use a normalized regularization parameter [Gauthier *et al.*, 2013] $\bar{\lambda}$ so that $\lambda = \bar{\lambda} \sigma_1$, where σ_1 is the largest singular value of \mathbf{G} . Therefore λ changes with frequency according to the first singular value, i.e. $\bar{\lambda}$ is expressed as a fraction of σ_1 . Based on the inverse problem solution given by Eq. (6.11), one derives the conversion matrix \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = [\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda^2 \mathbf{L}^H \mathbf{L}]^{-1} \mathbf{G}^H. \quad (6.12)$$

The selection of the penalization parameter is discussed in the next sections.

6.4.2.4 Beamforming regularization

In recent works [Gauthier *et al.*, 2011], investigations were conducted in order to enhance the spatial resolution of the inverse problem solution \mathbf{q}_{opt} using a beamforming regularization matrix to improve the weighting of the inverse problem solution [Gauthier *et al.*, 2011]. Indeed, the idea is to regularize the inverse solution by an *a priori* information obtained by delay-and-sum beamforming performed in a first stage. Since the target sound field is reconstructed by a set of plane waves, only the directions of arrival are taken into account (non-focused beamforming). Therefore, the diagonal beamforming regularization matrix \mathbf{L} is given by :

$$\mathbf{L} = [\text{diag}(|\mathbf{G}^H \mathbf{p}| / \|\mathbf{G}^H \mathbf{p}\|_{\infty})]^{-1} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (6.13)$$

where absolute value $|\cdot|$ is performed elementwise, $\text{diag}(\cdot)$ maps a vector to a square diagonal matrix and $\|\cdot\|_{\infty}$ is the infinite vector norm, i.e. the maximum value of the absolute values of the vector coefficients. The effect of \mathbf{L} is to apply a stronger penalization to some of the sources in \mathbf{q} . In fact, the diagonal beamforming regularization matrix takes a beamforming output $|\mathbf{G}^H \mathbf{p}|$, normalizes it and inverts the resulting diagonal matrix. Accordingly, the penalization amount for the plane wave directions that produce the maximum beamforming output will be $\bar{\lambda}$. The other plane wave directions will be regularized by a penalization amount larger than $\bar{\lambda}$. In other words, the inverse problem is

spatially-regularized according to a preliminary inversed beamforming map. Theoretical developments of this regularization method are given in [Gauthier *et al.*, 2011].

6.5 Simulation results

In this section, the conditioning of the direct problem and the penalization parameter selection are first reported for the tested configurations. Next, results of Tikhonov regularization and beamforming regularization are provided and compared. Considering some limitations in the results, additional equalization of the WFS operators is introduced.

6.5.1 Direct problem conditioning

As previously mentioned, the selection of the reproduction source geometry with respect to the microphone array geometry directly impacts on the plant matrix \mathbf{G} conditioning [Nelson, 2001]. In this section, different plane wave distributions are compared on the basis of their respective condition number $\kappa = \sigma_1/\sigma_{\min(M,N)}$. The comparison of four different plane wave distributions is provided. These distributions of incoming plane waves are based on unitary icosahedrons of different orders where the vertices are used as plane wave propagation directions. The distribution of the incoming plane waves is based on icosahedrons of different orders, where the vertices are used as propagation directions (corresponding to $N = 42$ plane waves, $N = 362$ plane waves, and $N = 1002$ plane waves). The 4th configuration is derived from an icosahedron of order 6 where only the north hemisphere is preserved, leading to $N = 196$ plane waves in this case.

Figure 6.5 presents the condition number κ for these configurations. One notes that the spherical set of 42 plane waves has a lower condition number in the low frequency region but suffers from ripples and fluctuations above 1.3 kHz. Although the condition number is relatively lower in the low-frequency end of the spectrum by comparison with the other configurations, the stronger ripples above 1.3 kHz suggests that this over-determined ($N < M$) configuration should be avoided. For the under-determined ($N > M$) configurations with 362 and 1002 plane waves, the condition number is more flat over the frequency range, except for the low-frequency range where the condition number is larger. According to this comparison, the spherical and hemispherical plane wave distributions, with $N = 362$ and $N = 196$, respectively, are the most appropriate. Indeed, while they provide a sufficiently dense distribution of incoming directions, they also correspond to acceptable condition numbers. Since these two configurations provide similar conditioning,

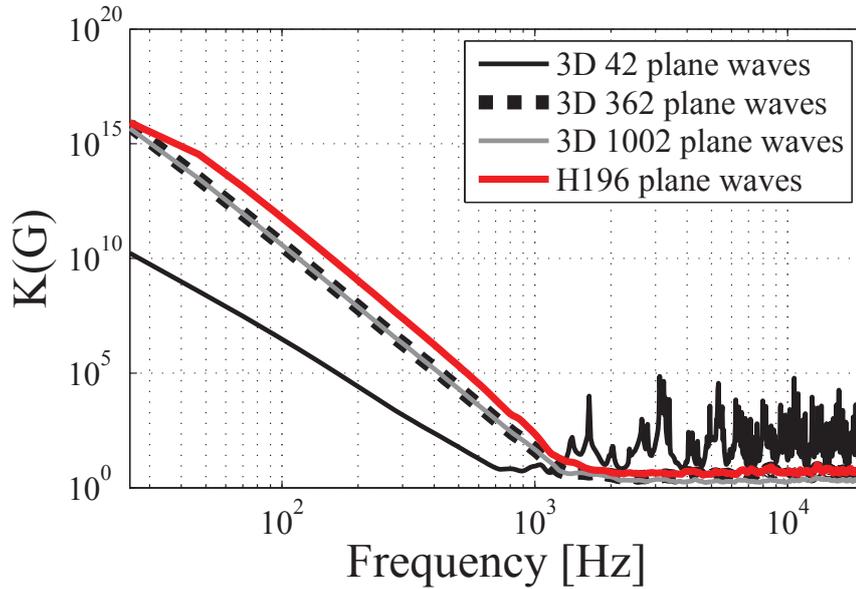


Figure 6.5 Condition number for four direct problem configurations.

the hemispherical distribution with $N = 196$ is used for the simulations and experiments since it reduces the computational burden by a factor of two.

6.5.2 Selection of the penalization parameter

The selection of the penalization parameter is a detrimental task for any regularized inverse problem. The "L-curve" is a typical data-dependent criterion based on the mean square prediction error and on the solution norm [Nelson, 2001]. In this paper, one of the challenges is the derivation of a measurement-data-independent penalization parameter which does not require prior knowledge of the target sound field. Therefore, attention is turned towards the singular value spectrum in order to set the regularization parameter.

Figure 6.6 shows three of the 80 singular values for the propagation matrix \mathbf{G} for the hemispherical set of 196 plane waves. The figure shows the singular value spread : σ_1 (the largest), σ_{40} , and σ_{80} (the smallest). One notes the large ratio between σ_1 and σ_{80} in the low frequency range, as already suggested by the condition number. The extremely small σ_{80} in this frequency range is the main source of ill-conditioning and its impact should be reduced by regularization. This disparity reduces with increasing frequency up to 1.5 kHz. Above 1.5 kHz, the σ_i spread is much reduced and all the singular values are larger than 1. One also notes that this transition frequency is in the range of the microphone array spatial aliasing frequency (estimated around 1.4 kHz).

As mentioned earlier, small singular values typically correspond to a large increase of $1/\sigma_i$ in Eq. (6.8) leading to an undesired amplification of the solution \mathbf{q} . Larger-than-one singular values above 1.5 kHz should not cause stability or conditioning issue and one concludes that the main challenge is to deal with small singular values in the 0 to 1.5 kHz frequency range.

On the basis of the normalized regularization parameter, the inversion in Eq. (6.11) with Tikhonov regularization will cancel the amplification caused by small singular values if the penalization parameter $\lambda = \bar{\lambda}\sigma_1$ is larger than σ_i . Taking a look at Fig. 6.6, one of the possible criterion would be to cancel any singular value smaller than one, hence limiting any amplification. For the illustrated case, this is achieved with $\bar{\lambda} = 0.05$ where the rejection line follows one after 1 kHz. The other reported case is $\bar{\lambda} = 0.4$. In this case the rejection operates slightly above one and some of the singular values in the higher frequency range (above 1.5 kHz) are also rejected. This more penalized case is introduced for comparison purposes.

Finally, although the argument based on the SVD of \mathbf{G} is valid for the inverse problem derivation of \mathbf{H} based on classical Tikhonov regularization (with $\mathbf{L} = \mathbf{I}$), it should be carefully interpreted for the case of beamforming regularization with $\mathbf{L} \neq \mathbf{I}$. In this latter case, one should rely on the generalized SVD (GSVD) of \mathbf{G} and \mathbf{L} [Gauthier *et al.*, 2011]. However, for the reported application of aircraft cabin sound environment, sound tends to come from surrounding directions. Therefore, the inversed beamforming map given by the main diagonal of \mathbf{L} does not show a large dynamic range. Therefore, it is not expected that GSVD would differ significantly from the SVD of \mathbf{G} . Accordingly, most of the previously reported discussion still applies for the reported application.

6.5.3 Reproduction chain frequency response

To investigate the flatness of the reproduction transfer paths, the FRFs $\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ from an input target plane wave \mathbf{p} to reproduced sound field \mathbf{r} at one microphone of the array are reported and discussed. For the test case of theoretical target plane wave reproduction, the FRFs from this plane wave input signal to reproduced sound at microphone #48 (near the center of the microphone array) are reported in Fig. 6.7.

Figure 6.7(a) shows the FRFs (in the frequency range of the reproduction loudspeakers, not of the subwoofers) for a virtual plane wave with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$ where θ and α are the azimuth and elevation. Figure 6.7(b) reports the case where $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$. The aim is to evaluate and exemplify the FRFs of the complete system (combination of the conversion

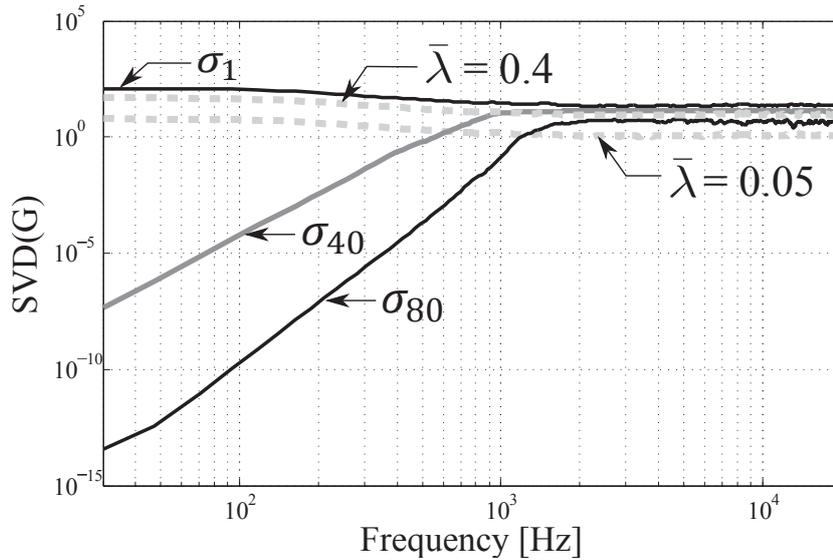


Figure 6.6 Three singular values (σ_1 , σ_{40} , and σ_{80}) of \mathbf{G} for the hemispherical distribution of 196 plane waves. Maximum and minimum singular values are depicted as solid lines, $\lambda = \bar{\lambda}\sigma_1$ are depicted as gray dotted lines for $\bar{\lambda} = 0.4$ and $\bar{\lambda} = 0.05$.

matrix \mathbf{H} and WFS with \mathbf{W}) flatness and capacity to preserve the frequency content of a target signal. For the reported experimental configurations, considering the horizontal 96-loudspeaker array, the main challenge concerns the incoming sound with non-null elevation as the WFS operators are defined considering virtual sources in the 96-loudspeaker array plane, i.e. $x_1 - x_3$ -plane. Indeed, the driving function for plane wave reproduction defined in Eq. (6.3) is based on the stationary phase approximation along x_2 where secondary sources and target plane waves are supposed to be in the $x_1 - x_3$ -plane as described in Sec. 6.4.1. Results reported in Fig. 6.7 show that in both cases of regularization, the FRFs remain sufficiently flat from 80 Hz to 1 kHz. Above 1 kHz, spatial aliasing of individual combined systems (microphone array and loudspeaker array) impacts the efficiency of the rendering system with moderate fluctuations from 1 kHz to 1.4 kHz and stronger ripples above 1.4 kHz. According to these reported FRFs, both conversion matrices based on Tikhonov and beamforming regularization show similar performance. If it is impossible, based on a flatness argument, to discriminate both regularization schemes, once combined with the WFS system \mathbf{W} , they both suffer from high-frequency amplification as described above. To solve this issue, one first returns to the WFS-reproduced plane waves.

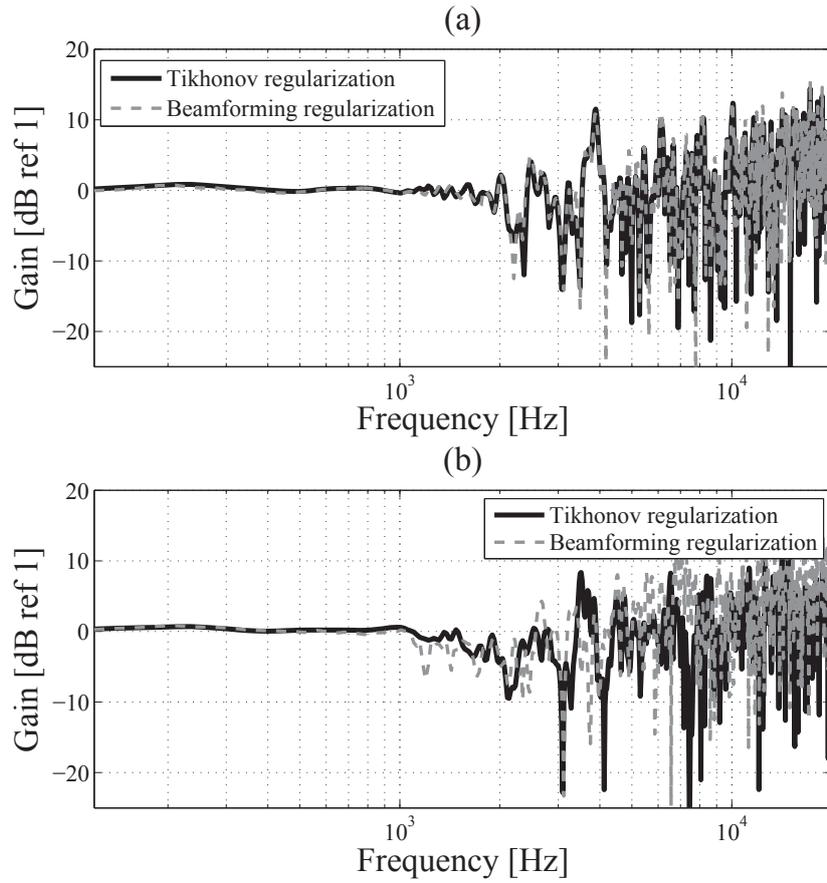


Figure 6.7 FRFs from a virtual plane wave input to reproduced sound at microphone #48 for the Tikhonov regularization and the beamforming regularization with $\lambda = 0.04$. The input is a plane wave with : (a) $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$, (b) $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$.

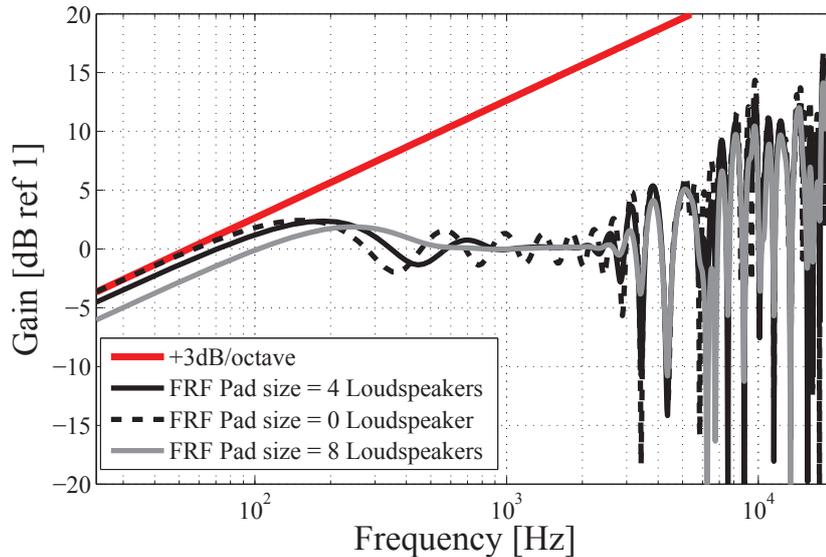


Figure 6.8 FRFs between a virtual WFS plane wave input and at microphone #48 for different pad sizes. The +3 dB/octave slope is also shown for comparison.

6.5.4 WFS equalization

Frequency response functions of \mathbf{RW} where the input is the amplitude of one of the N virtual WFS plane waves and the output is the reproduced sound pressure at microphone #48 are shown in Figure 6.8.

As described in Sec. 6.4.1, the WFS driving function involves a +3 dB/octave filter significantly affecting the reproduction in the low frequency range (when the active loudspeaker line is not long enough to properly reproduce the plane wave). Above the spatial aliasing frequency, this high-frequency amplification also degrades the illustrated FRFs. Although this filter is theoretically sound since it is derived from classical WFS implementation based on Kirchhoff-Helmholtz integral, its purpose is doubtful for frequencies above the spatial aliasing frequency and below the frequency for which the loudspeaker line is not large enough to achieve proper sound field reproduction.

As for many practical WFS implementations, a spatial Tukey window is applied on active loudspeakers using a fixed pad size to prevent diffraction by corner loudspeakers. Figure 6.8 also illustrates the effect of the pad size on the low-end of the frequency range. A large pad size increases the attenuation of the low frequencies. For the reported simulations and experiments, a 4-loudspeaker pad size is used. It is interesting to note that although spatial aliasing artifacts introduce peaks and notches in the FRFs above 2 kHz, a general

trend of +3 dB/octave, similar to the one observed in the previous section, is present. It is proposed to solve this problem with spatially-averaged WFS equalization.

To this end, a single-channel amplitude equalization is applied to each of the plane-wave WFS operators. The equalizations are derived for each of the N plane waves. First, the M transfer paths from the n -th virtual plane wave to the M microphones are computed. Next, phase informations are removed. Finally, these transfer paths are averaged over the M microphones for each frequency. Therefore, the microphone array is used as a single space-averaging sensor for the derivation of amplitude-only equalizations.

Results of these equalizations are exemplified for two of the 196 plane waves in Fig. 6.9. As expected, average high-frequency amplification above 2 kHz is greatly reduced. Spurious notches are still present above 2 kHz. However, it would be tricky to compensate for these local notches as they exhibit strong spatial variations due to spatial aliasing by both the microphone array (aliasing frequency 1.4 kHz) and the loudspeaker array (aliasing frequency 1 kHz). Local compensations could lead to global errors.

6.5.5 Error sound spectra

In this section, the two proposed conversion methods for the target sound field to plane wave representation are compared on the basis of their ability to preserve the timbre, or simply spectra of test signals and real in-flight recordings, without consideration for the spatial distribution of phase or direction of arrival.

To assess the quality of the reproduced sound, a frequency-dependent objective evaluation of the timbre of the reproduced signal \mathbf{r} expressed by $\mathcal{M}(\omega)$ [dB ref 1 / Hz] is used. It is defined as :

$$\mathcal{M}(\omega) = ||10 \log_{10} |\mathbf{p}| - 10 \log_{10} \|\mathbf{r}\|_2 / \sqrt{M} \quad (6.14)$$

where \log_{10} and $|\cdot|$ are element-wise logarithm and absolute values of vectors, respectively. This evaluation criterion represents on the average how the reproduced sound pressure corresponds to the target sound pressure at each of the microphones in the array. Note that in Eq. (6.14), the target and reproduced sound pressures in the frequency domain are based on power spectral density using power spectral density estimated by the Welch periodogram method using 8192 points.

Theoretical results in terms of \mathcal{M} are shown in Fig. 6.10. Results are provided for : 1) A white noise signal defined as a target plane wave with propagation direction $\theta = 0^\circ$ and

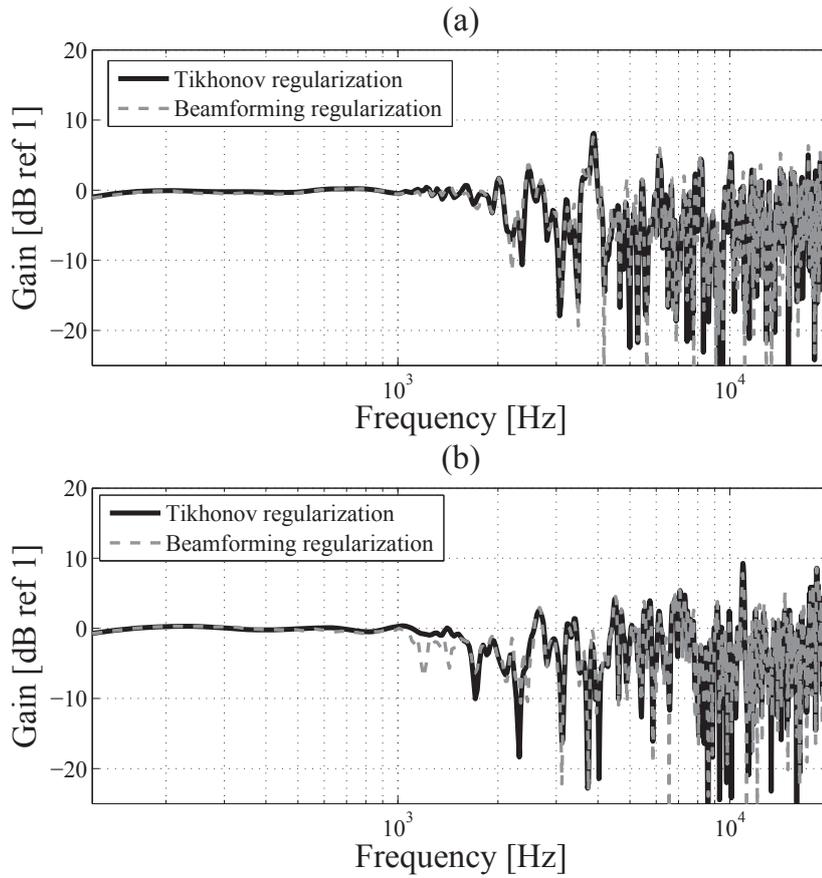


Figure 6.9 WFS equalization : FRFs between the target and reproduced plane wave amplitudes at microphone #48 of the microphone array for the Tikhonov regularization and the beamforming regularization for $\lambda = 0.04$: (a) for $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$, (b) for $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$.

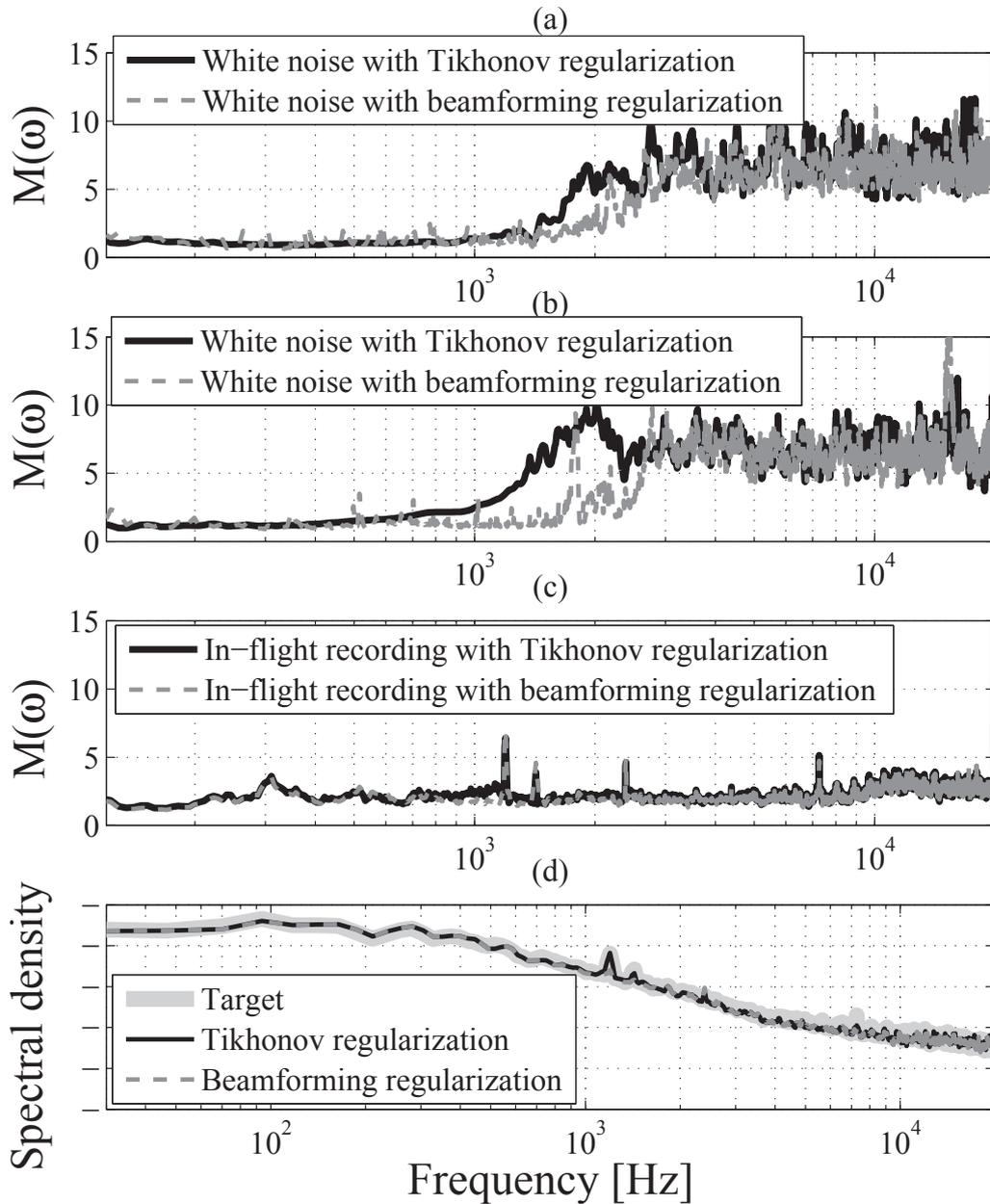


Figure 6.10 Average magnitude error \mathcal{M} evaluated at 80 microphones for various cases processed by the entire reproduction system \mathbf{E} : (a) for an impinging white noise plane wave with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$, (b) for an impinging white noise plane wave with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$, (c) for a real in-flight recording. Examples of Welch Power Spectral Density for real-in-flight recording at microphone #48 are provided in (d) with y-axis grid step of 20 dB.

$\alpha = 0^\circ$, 2) a white noise signal defined as a target plane wave with propagation direction $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$, and 3) an in-flight microphone array recording of aircraft cabin sound field. The first two cases illustrate idealistic situations of in-plane ($\alpha = 0^\circ$) and out-of-plane ($\alpha = 45^\circ$) target sound fields. The last case based on the theoretical simulations of in-flight recording reproduction corresponds to a more realistic situation where the target sound propagates in many directions. Results from Figs. 6.10(a) and (b) show that for the white noise signal \mathcal{M} remains under 2 dB below 1.4 kHz, for both Tikhonov and beamforming regularizations. For both reported cases ($\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$), \mathcal{M} suddenly increases at 1.4 kHz to reach a 6 to 10 dB range error followed by strong fluctuations as frequency increases. This is attributed to spatial aliasing by both microphone and loudspeaker arrays. For the in-flight recordings, the magnitude error shows two peaks at 1.2 kHz and 1.4 kHz corresponding to tonal components of the aircraft sound. However, below 1.2 kHz, the average error remains under 2.5 dB. Both methods of derivation of the conversion matrix deliver similar performances in terms of \mathcal{M} . These timbre errors above the aliasing frequencies could be attenuated by using a single loudspeaker in place of loudspeaker groups for WFS. However, considering the total sound pressure level, it is unlikely that a single loudspeaker could generate the power of a subset of the loudspeaker array. Therefore, this solution is not applied.

In comparison with the white noise cases, the in-flight recording shows smaller reproduction error \mathcal{M} in higher frequency. Therefore we anticipate that higher frequencies artifacts will be less audible for this realistic sound with much smaller high frequency content than white noise.

Figure 6.10(d) shows the Power Spectral Densities (PSD) obtained using Welch periodogram method with 8192 points for the target and reproduced sounds at microphone #48 for the in-flight recording for both conversion methods. As expected from simulated \mathcal{M} , the reproduced and target PSDs show good agreement and both conversion matrices perform equally.

6.5.6 Reproduced sound fields

In order to evaluate the correspondence between the target and reproduced sound fields over an extended area, further simulations compare the spatial accuracy of the two proposed methods for the derivation of conversion matrix \mathbf{H} . The test signal is a Gaussian pulse with a 400 Hz center frequency and 1.5 fractional bandwidth.

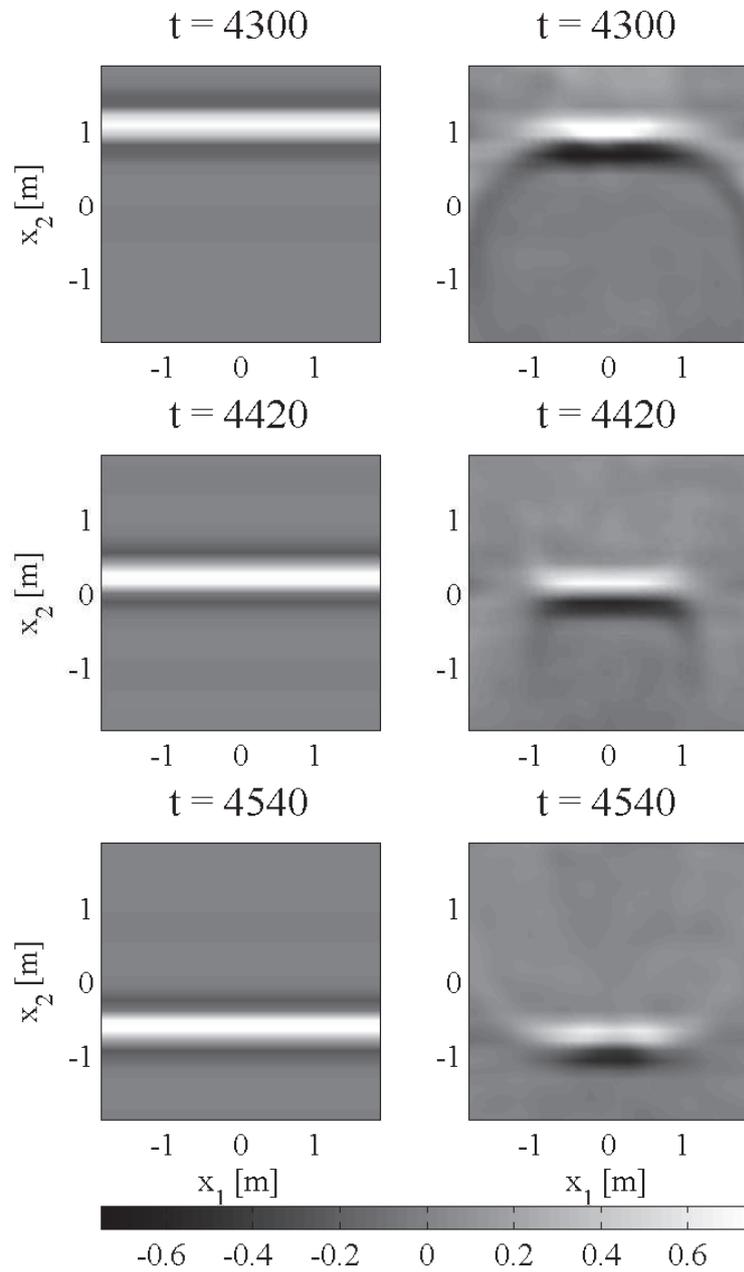


Figure 6.11 Snapshots at sample index t of the target sound field (left) and reproduced sound field (right) with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$ for the beamforming regularization approach with $\bar{\lambda} = 0.04$.

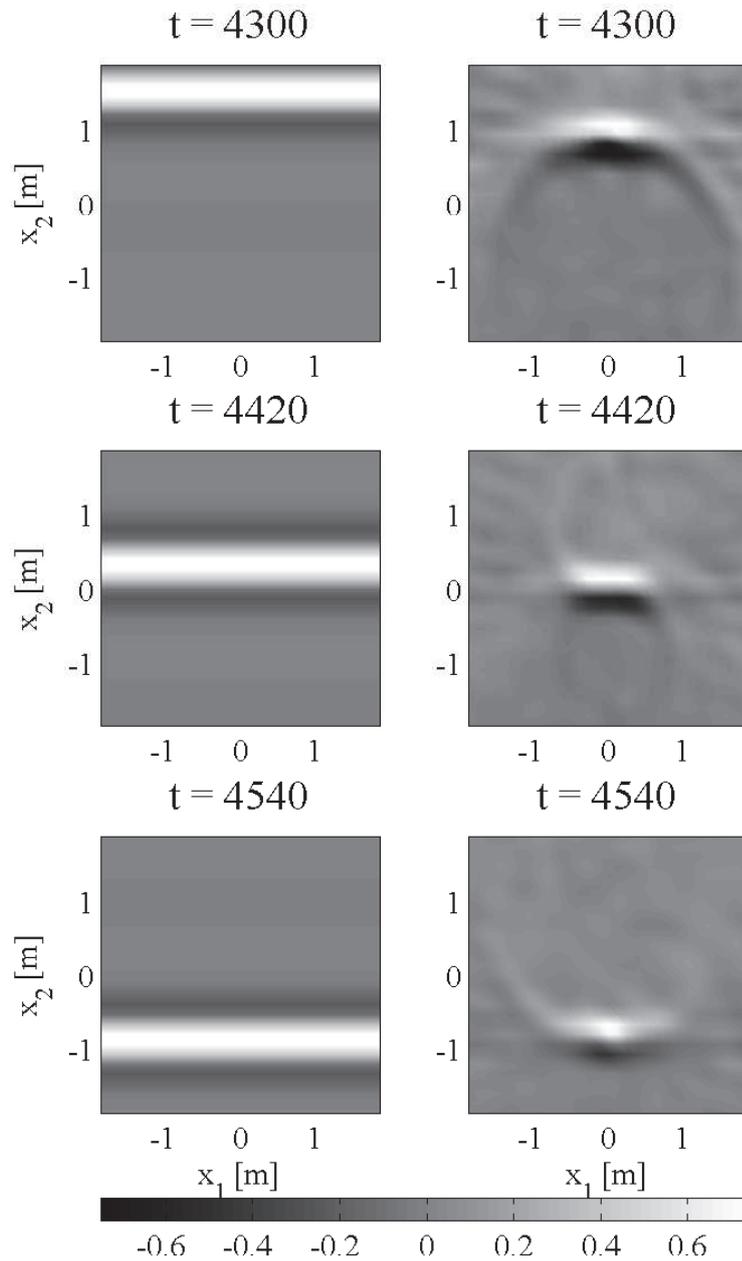


Figure 6.12 Snapshots at sample index t of the target (left) and reproduced plane waves (right) with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$ for the beamforming regularization approach with $\bar{\lambda} = 0.04$.

Figure 6.11 shows the target and reproduced sound fields with beamforming regularization for a plane wave with $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 0^\circ$. The reproduced wave front results from the whole reproduction chain (including conversion matrix \mathbf{H} , WFS system \mathbf{W} and reproduction system \mathbf{R}). One observes that the wave front width along x_1 is around 1.6 m. By comparison with a previously tested method solely based on beamforming [Ramanana *et al.*, 2014], one notes reduced leakage from non-target directions.

A similar type of simulation is reported in Fig. 6.12 for $\theta = 0^\circ$ and $\alpha = 45^\circ$. This case is shown in order to illustrate a situation for which the target sound field has a propagating direction with a certain elevation. As depicted in Fig. 6.12, a narrower wave front emerges. Therefore, the effective reproduction area is expected to be smaller for out-of-plane incoming sound. However, the effective reproduction area still covers the microphone array region. In the case $\alpha = 45^\circ$, since the target snapshots illustrate the plane wave's trace in the horizontal plane, there is a time shift between the target and reproduced sound fields. However, both are expected to be in phase at the center of the area where the microphone array is located.

6.6 Experimental results

In this section, the two algorithms proposed in the previous sections are subject to experimental tests and comparisons. In the experiments, the design parameters, i.e. number of plane waves N and normalized regularization parameter $\bar{\lambda}$ are set according to the theoretical simulations ($N = 196$ and $\bar{\lambda} = 0.04$). Results and sound reproduction quality assessments are provided on the basis of objective evaluation. Sound spectra errors are reported as well as parametric descriptions of the measured reproduced sound fields to evaluate the physical reconstruction of the target sound field in terms of spatial description. All reported experiments are based on WFS operators as defined in Sec. 6.4.1 with equalization introduced in Sec. 6.5.4. Comparison with previous works using beamforming capture [Ramanana *et al.*, 2014] and multichannel equalization in cabin mock-up [Gauthier *et al.*, 2013] are also used for comparison purposes.

6.6.1 Experimental setup

The 80-channel microphone array and the 96-loudspeaker array are positioned according to Fig. 6.2. The experimental setup is shown in Fig. 6.13. The WFS system consists of 96 loudspeakers and two subwoofers located at two corners of the square loudspeaker array

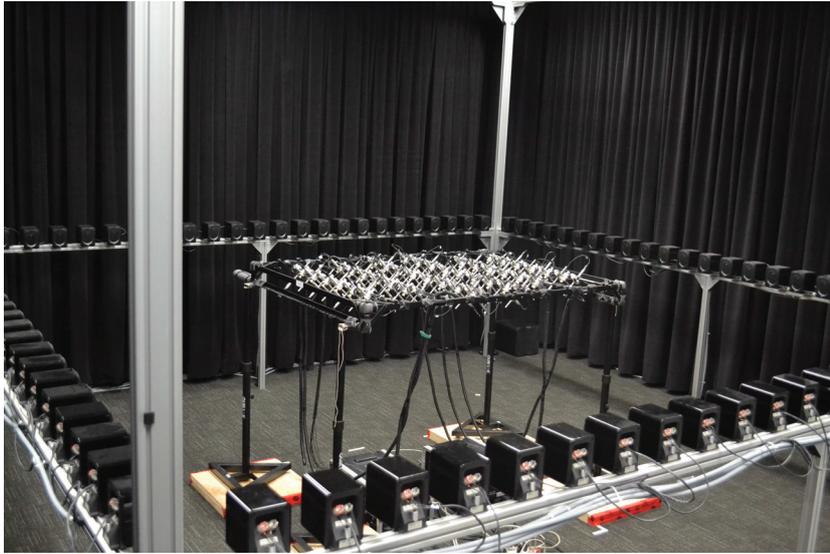


Figure 6.13 Microphone and loudspeaker arrays inside the dedicated WFS room for experimental evaluation of the reproduced sound fields.

configuration. Loudspeakers are ELAC 301.2 with a 80 Hz to 35 kHz frequency range. Subwoofers are Velodyne MiniVee with a 28 Hz to 120 Hz frequency range.

Subwoofers are driven by the same source signals \mathbf{u} than their neighbor loudspeakers without the Tukey spatial window. A crossover frequency $f_c = 120$ Hz is used. A sensitivity compensation gain $g_{\text{Sub}} = \Delta_{x_{\text{Sub}}}/\Delta_{x_{\text{Spk}}}$ is applied to subwoofers, where $\Delta_{x_{\text{Sub}}}$ and $\Delta_{x_{\text{Spk}}}$ are the respective separation of the subwoofers and the loudspeakers.

The experimental WFS system includes two subwoofers that are in charge of the frequency content in the range of 20 to 120 Hz, the 96 electrodynamic loudspeakers are in charge of the remaining audio bandwidth. Therefore, for the subwoofers the Huygens principle and Kirchhoff-Helmholtz integral equation are not respected. In this case, the experiments more conveniently described as amplitude-based and time-based stereophonic sound. This should be kept in mind while interpreting the results in the low-frequency range. Considering an ideal free-field propagation model between the loudspeaker array and the microphone array, no room compensation is taken into account in the definition of the Green's function used for the definition of the driving function in Eq. (6.3).

6.6.2 Error sound spectra

Like for the theoretical test cases, the timbre evaluation criterion given by Eq. (6.14) is used while comparing the target and reproduced sounds at the microphone array.

Objective evaluation of a real in-flight reproduced recording is shown in Fig. 6.14(a). The two conversion matrices \mathbf{H} based on the inverse problem with Tikhonov and beamforming regularization are depicted for a normalized regularization parameter $\bar{\lambda} = 0.04$. Results show similar trends for both methods. Between 120 and 250 Hz, \mathcal{M} remains under 5.6 dB and increases between 250 to 1200 Hz reaching a peak of 9 dB. For the beamforming regularization, better timbre reproduction is observed between 600 and 1200 Hz with a 5 dB error instead of 7.5 dB for the Tikhonov regularization. Above 1.2 kHz, \mathcal{M} suddenly falls to approximately 4 dB for both methods until 3.3 kHz. Beyond 3.3 Hz, timbre error remains under 5 dB before increasing in the vicinity of the Nyquist frequency.

Target and reproduced Welch PSDs of in-flight recording for microphone #48 are also introduced in Fig. 6.14(b) to illustrate some of the reproduced spectra. Results show an alternance of amplification and attenuation in the frequency range 230 to 480 Hz and 480 to 900 Hz respectively. This is explained by magnitude bumps observed in Fig. 6.8 between 250 and 1.2 kHz which result in a succession of amplification and attenuation phenomena caused by WFS.

The methods introduced in this paper are compared with a former method based on standard delay-and-sum beamforming to achieve directive virtual microphone [Ramanana *et al.*, 2014]. A fixed-looking-direction beamformer approach based on three-band beam systems was used in this case [Ramanana *et al.*, 2014]. Corresponding average magnitude errors \mathcal{M} are reported in Fig. 6.14(a). Considering these results and observations, it is concluded that, in terms of sound spectra errors, the inverse problem with beamforming regularization is the method that provides the best performance.

When comparing the two methods presented in this paper with the former beamformer approach [Ramanana *et al.*, 2014], one notes that although the beamformer approach performs better for some frequencies, it suffers strongly in the low-frequency range of the spectrum.

6.6.3 Reproduced sound fields

Several objective metrics are presented to assess the spatial quality of the reproduction. A spatial evaluation based on a beamforming mapping as well as some metrics derived from sound field extrapolation (SFE) methods are reported. According to the previous theoretical and experimental results, only the best reported case, namely the beamforming regularization method (with $\bar{\lambda} = 0.04$) is shown.

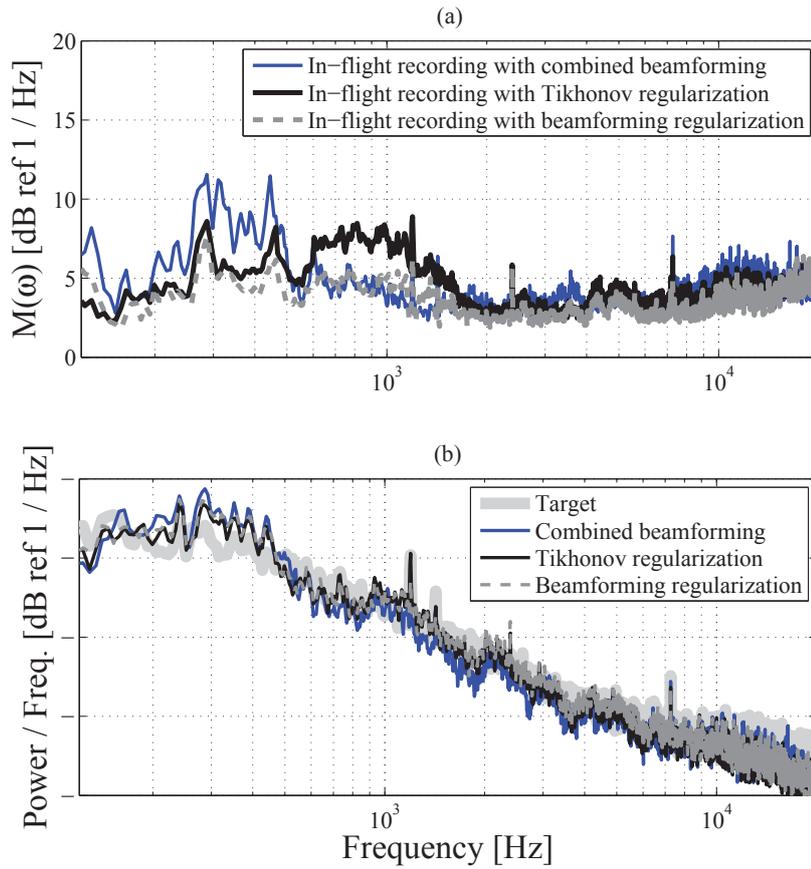


Figure 6.14 (a) Average magnitude error $\mathcal{M}(\omega)$ evaluated at 80 microphones for a real in-flight recording with combined beamforming, Tikhonov regularization and beamforming regularization with $\bar{\lambda} = 0.04$, (b) an example of Welch Power Spectral Density of target and reproduced sound at microphone # 48 with the same methods. Y-grid step : 20 dB.

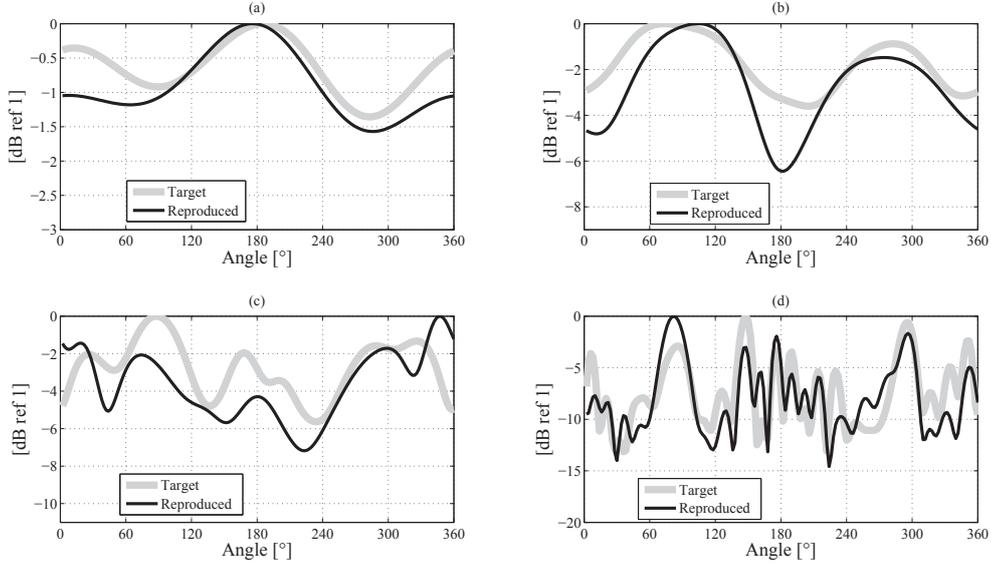


Figure 6.15 Beamforming maps over 360° in the horizontal plane for the beamforming regularization approach with $\bar{\lambda} = 0.04$ at : (a) 120 Hz, (b) 300 Hz, (c) 500 Hz, and (d) 1195 Hz.

First, in order to evaluate the efficiency of the system to reproduce incoming sound directions, beamforming maps are computed for the target and reproduced sound fields. These non-focusing standard delay-and-sum beamforming maps are computed from target and reproduced sound pressures at the microphone array for steering directions over 360° with 2° angular resolution in the horizontal plane. Beamforming maps are shown in Fig. 6.15 for 120, 300, 500 and 1195 Hz. The beamforming scales are normalized according to their maximum value in order to solely compare the spatial distribution of the incoming sound. The main spatial features of the incoming sound are reproduced with some fluctuations and differences. Even for the highest reported frequency, i.e. 1195 Hz, the maps still present matching features.

In order to compare the reproduced sound pressure field with the target sound pressure field, SFE is applied to the measured target and reproduced sound fields [Gauthier *et al.*, 2011, 2014]. The SFE method is also based on inverse problem and plane wave representation [Gauthier *et al.*, 2011, 2014]. A direct comparison of the extrapolation of the measured target and reproduced sound fields at 440 Hz is shown in Fig. 6.16 for the two conversion methods, i.e. classical Tikhonov regularization and beamforming regularization.

The reproduced field shows clear similarities in terms of spatial distribution. Directional sound pressure corresponding to the extrapolated field shown in Fig. 6.16 is shown

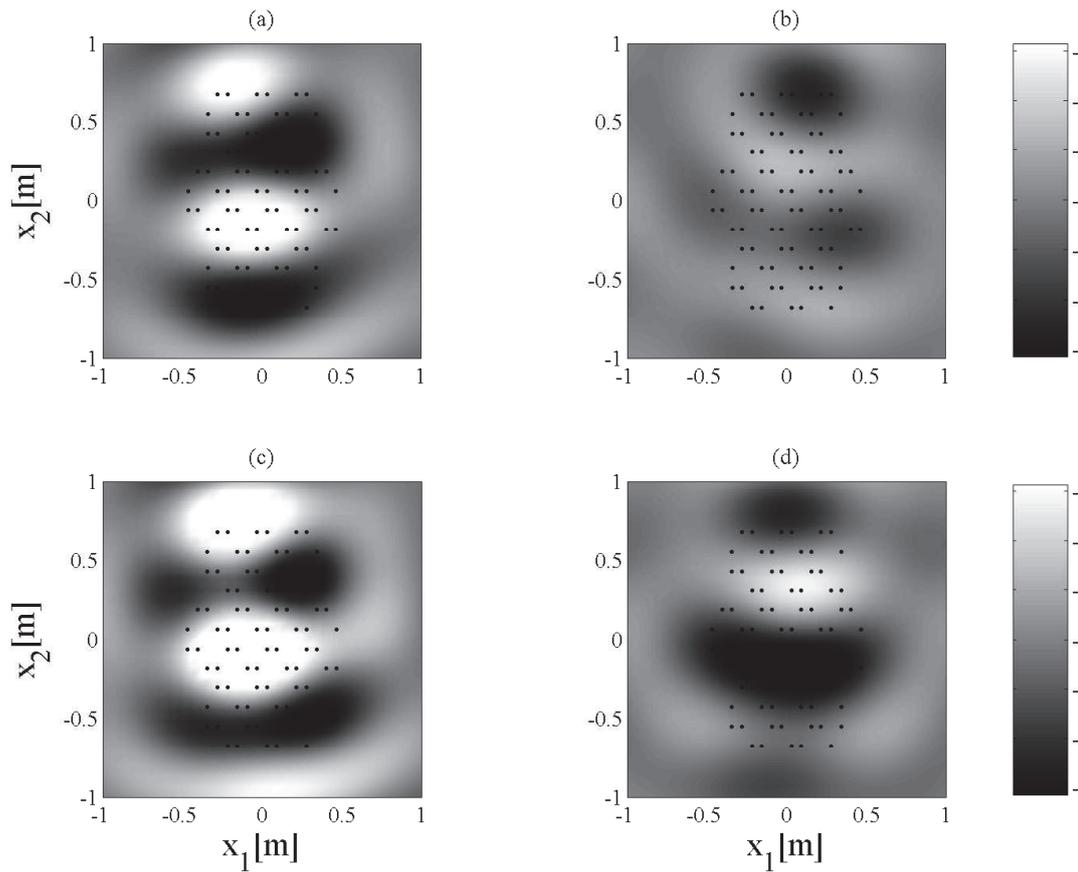


Figure 6.16 Comparison of the extrapolated target sound field and extrapolated measured reproduced sound field in a monitoring region at 440 Hz : (a) real part of the target sound field, (b) imaginary part of the target sound field, (c) real part of the reproduced sound field, (d) imaginary part of the reproduced sound field. Microphones are shown as points. Color grid step : 0.01 Pa.

in Fig. 6.17. Similarities are observed as two main facing lobes are present and well-reproduced as shown in Fig. 6.17(a) and Fig. 6.17(c). The scale is normalized to the maximum value of each directional pressure distribution. Other smaller lobes are also reproduced, partly explained by the more reflective floor and ceiling of the WFS room. One observes that directional pressure that shows some elevation in the target (Fig. 6.17(b)) is reproduced without elevation (Fig. 6.17(d)). This is expected from the conversion of plane wave signals to the WFS operators as described in Sec. 6.4.

At the light of the directional pressure distribution, and taking into account the floor and ceiling limitations, one notes a satisfactory reproduced incoming sound direction since the main features of the directional pressure distribution are preserved. An improved listening room with acoustical material on the ceiling could reduce the room effect.

6.6.4 Comparison with reproduction in cabin mock-up

As mentioned in the Introduction, this paper is the subsequent step of a former research project dedicated to aircraft sound field reproduction in cabin mock-up [Gauthier *et al.*, 2013]. In this section, the best experimental results obtained with the WFS system are compared to the experimental results obtained using multichannel equalization in cabin mock-up instrumented with 41 panel actuators and 80 microphones [Gauthier *et al.*, 2013]. The aim of this section is to compare the two implementations and state if any one is more efficient. Results are compared on the basis of \mathcal{M} in Fig. 6.18.

Both cases show a similar range of average spectra error \mathcal{M} although the mock-up performs slightly better in the very low- and very high-frequency ranges. Since, by marked contrast with the open-loop reproduction method reported in this paper, the mock-up implementation relies on system equalization by multichannel inversion of a measured system \mathbf{R} , a reduced reproduction error is to be expected for the mock-up implementation. However, this is at the cost of a reduced flexibility. Indeed, the mock-up implementation suffers from the cumbersome nature of the model-specific mock-up hence limiting the reproduction to a single aircraft mode. Also, the mock-up implementation suffered from squeaks and rattles that occurs when sound pressure level is large. Therefore, the method proposed in this paper, combining plane wave conversion, open-loop WFS with minor equalization and excellent audiophile loudspeakers can outperform the mock-up implementation with respect to certain requirements such as flexibility and enhanced audio quality.

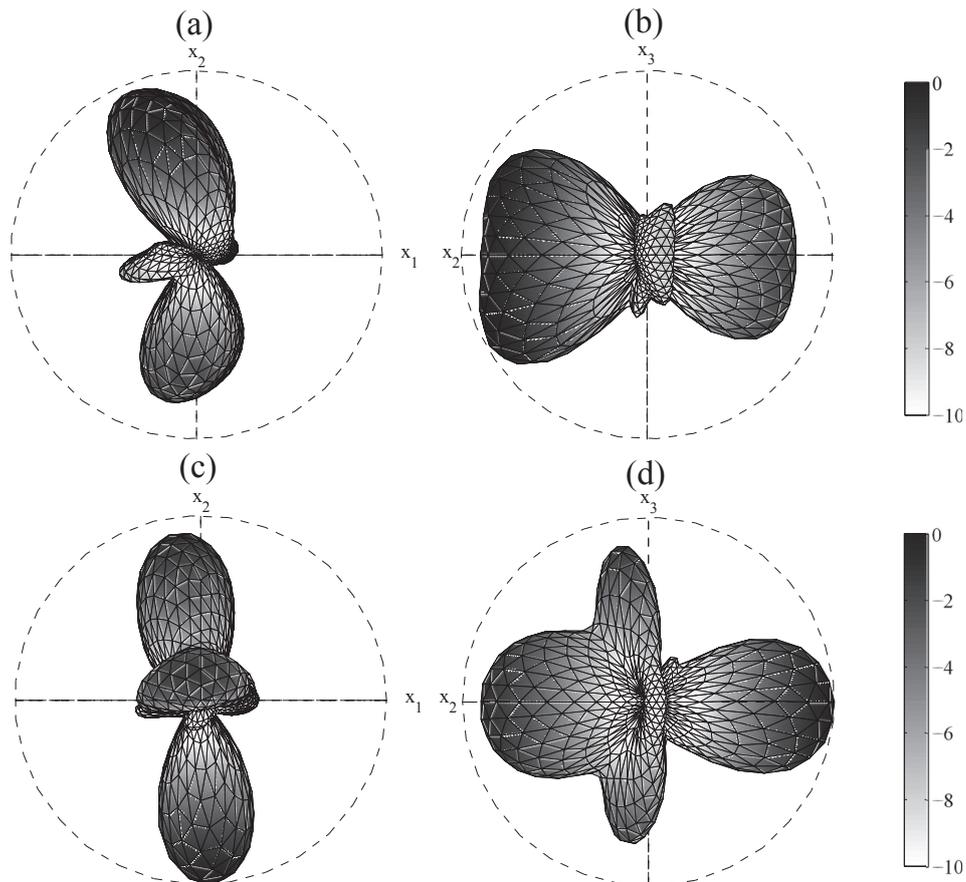


Figure 6.17 Spherical plots of the normalized directional pressures (linear (radius) and dB ref 1 (color) scale) at 440 Hz for : (a) Top view of the target sound field, (b) side view of the target sound field, (c) top view of the reproduced sound field, (d) side view of the reproduced sound field.

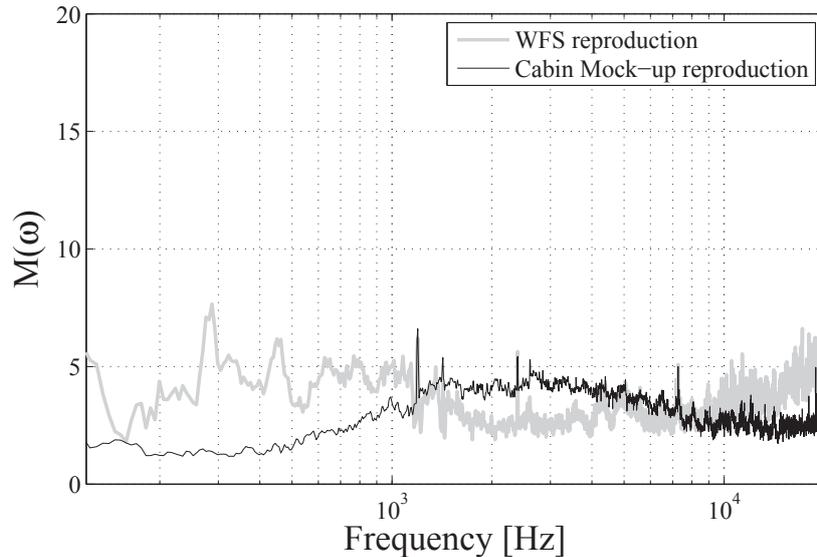


Figure 6.18 Comparison of average magnitude error \mathcal{M} evaluated at 80 microphones for the proposed approach with a reproduction in cabin mock-up. Beamforming regularization with $\bar{\lambda} = 0.04$ is used for the WFS reproduction approach.

6.7 Conclusion

The aim of this paper was to investigate sound field reproduction based on actual arbitrarily-shaped microphone array recordings. Because of the arbitrary or irregular shape of the microphone array, standard methods based on spatial transforms of the recorded sound field could not be applied. The field of application is inspired from recent applications of spatial sound reproduction within an industrial context for vehicle or working environment sound reproduction. The paper investigated two methods for converting non-regular microphone array recording to plane wave representation for subsequent reproduction with standard plane wave WFS processing. The methods are based on an inverse problem where one looks for plane wave source amplitudes corresponding to a given microphone array recording. The first method is based on Tikhonov regularization and the second is based on beamforming regularization matrix.

To evaluate these approaches, theoretical and experimental investigations and objective evaluations were reported for the case of a target sound field captured by a 80-channel microphone array. Simulation results show comparable performance of Tikhonov regularization and beamforming regularization matrix on the basis of sound spectra errors and reproduced sound field. Experimental results were also provided to compare the two approaches of preliminary plane wave conversion. These approaches were also compared

with experimental results of a combined-beamforming method [Ramanana *et al.*, 2014] and reproduction in actual cabin mock-up [Gauthier *et al.*, 2013]. Despite several differences between ideal theoretical results and experimental results (caused by : different sound speed, array positioning errors, ideal monopole assumption for reproduction loudspeakers) experimental results show satisfactory sound field reproduction performance in terms of sound spectra errors, reproduced sound fields, and incoming sound direction.

Illustrative examples of extrapolated sound fields were shown to assess the correspondence between the target and reproduced sound fields. Directional pressure was also given as an example. At the light of these experimental results, the inverse problem with beamforming regularization matrix (to convert the microphone array recordings to a plane-wave representation for subsequent WFS) provides a slightly more faithful reproduced sound field. However this at the cost of a supplemental computational burden. Accordingly, the authors think that the plane wave conversion solely based on Tikhonov regularization should be enough for most industrial applications where the sound comes from many surrounding directions. The proposed approach combining inverse problem capture and WFS shows interesting avenues in the industrial or vehicle reproduction sound field captured by an arbitrary microphone array where the entire sound environment is captured in a single take (i.e. when individual sources can hardly be recorded independently because of productivity or functional issues of such industrial contexts).

In the light of the presented results and discussion, the proposed approach appears to be a efficient tool for physical sound field reproduction.

6.8 Acknowledgement

Part of this work was funded by CRIAQ (Consortium for Research and Innovation in Aerospace in Québec), NSERC (Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada), Bombardier Aerospace and CAE.

6.9 Récapitulatif

L'approche par problème inverse montre de bien meilleurs performances en terme de qualité de reproduction du champ cible en comparaison de la solution par formation de voies si l'on en croit les résultats numériques et expérimentaux. Effectivement on note une amélioration nette de la différence de timbre \mathcal{M} (en simulation et en expérimental) entre \mathbf{p} et \mathbf{r} , des réponses en fréquences plates de la chaine complète de reproduction \mathbf{E} incluant la

matrice de conversion \mathbf{H} et le système WFS \mathbf{W} plus \mathbf{R} la reproduction du champ reproduit à un microphone de référence jusqu'à $f \approx 1500$ Hz (en simulation). De meilleurs résultats aussi en terme de reproduction des fronts d'onde plane pour n'importe quelle incidence θ dans le plan horizontal et une restitution correcte pour un champ cible ayant des directions de propagation avec élévation (en simulation). Les résultats expérimentaux viennent confirmer les résultats numériques (voir les résultats de timbre \mathcal{M} et la comparaison des densités spectrales de puissance). Cela dit, on note que la solution basée sur la régularisation par formation de voies est la solution la plus efficace, plus précise sur une plus grande gamme fréquentielle. Les résultats obtenus par extrapolation de champ (reconstruction des champs acoustiques complexes et pression directionnelle) et par formation de voies (comparaison des directivités dans le plan horizontal) mettent en exergue des similitudes entre \mathbf{r} et \mathbf{p} répondant à la deuxième condition de l'objectif n°3 : restituer spatialement le champ cible. Cependant, la solution par régularisation Tikhonov offre des résultats intéressants. Cette solution représente une bonne alternative pour une application industrielle s'affranchissant du poids des calculs supplémentaires à effectuer pour générer la matrice de formation de voies à partir de \mathbf{p} voir Sec. 6.4.2.4.

CHAPITRE 7

MISE EN OEUVRE DES MÉTHODES DE RE-PRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la mise en oeuvre concrète des filtres multicanaux pour la reproduction de champ sonore. Ainsi on présente les différents paramètres de traitement du signal utilisés pour le filtrage des signaux cibles à reproduire propres à la chaîne de reproduction complète (algorithme de restitution plus WFS) ou propres aux algorithmes d'extrapolation des signaux microphoniques eux-mêmes (formation de voie et problème inverse). Une section sur la mise en oeuvre des délais fractionnaires est également fournie.

7.1 Paramètres de filtrage

On introduit dans cette section le détail du paramétrage choisi pour la mise en oeuvre des différents filtres de reproduction. Par ailleurs, quelques précisions en terme de traitement du signal sont apportées pour une meilleure compréhension.

Dans un premier temps, les étapes successives de traitement du signal sont récapitulées.

Le champ cible \mathbf{p} est capté par les $M = 80$ microphones de l'antenne. Les signaux temporels sont ensuite traités par les différents filtres de captation type formation de voie ou problème inverse (successivement par régularisation Tikhonov puis par formation de voies) $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$. Ces filtres calculent N signaux correspondant respectivement aux réponses par formation de voies définies dans \mathbf{H} ou aux amplitudes des sources candidates de la solution base du problème inverse définis dans \mathbf{H} . Ces N signaux sont par la suite convertis par l'opérateur onde plane $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{L \times N}$ en signaux de commande (ou signaux sources) \mathbf{u}

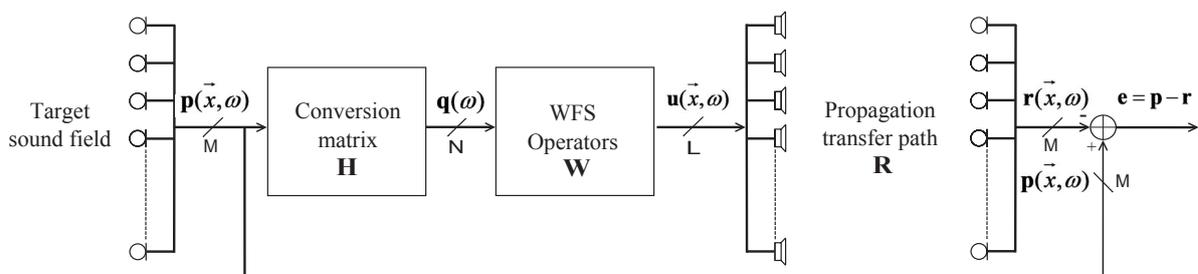


Figure 7.1 Schéma bloc récapitulatif pour la reproduction de champ.

vers les $L = 96$ haut-parleurs du réseau de reproduction. On reproduit alors le champ de reproduction \mathbf{r} que l'on mesure avec la même antenne à $M = 80$ microphones. La comparaison de \mathbf{p} avec \mathbf{r} est effectuée sur la base de plusieurs critères d'évaluation. Ces évaluations objectives ont pour objectif de juger de la bonne restitution du champ en terme d'erreur de spectre (timbre et densité spectrale), de réponse en fréquence et finalement de caractéristique spatiale du champ.

Si l'on revient au schéma figure 7.1, il est intéressant de noter que la méthode générale se base sur la constitution de filtres réalisant intrinsèquement des opérations dans le domaine fréquentiel tout en travaillant avec des signaux purement temporels (en entrée et sortie de ces filtres). Pour aller plus en détail, on peut préciser que les filtres de conversion \mathbf{H} et \mathbf{W} sont mis en oeuvre au travers de filtres FIR auxquels on définit un ordre $N_{order} = 2048$ pour la réponse à l'impulsion (nombre de points), une fréquence d'échantillonnage $f_s = 48000$ en Hz et un ordre pour l'interpolation de Lagrange $O = 32$ (voir fin du chapitre 4). Les opérations se font donc dans le domaine temporel, cependant on copie toutes les informations dans le domaine fréquentiel en effectuant une transformée de Fourier rapide. En ce qui concerne le processus de filtrage des M signaux temporels de \mathbf{p} successivement par \mathbf{HW} , dans le domaine discret si l'on considère un signal cible à filtrer noté $x[n]$ par un des filtres de la chaîne de reproduction noté $s[n]$, on effectue une convolution discrète avec des transformées de Fourier et une méthode d'empiètement additive (*overlap-add method*) [Rabiner et Gold, 1975] :

$$y(n) = x[n] * s[n] \quad (7.1)$$

où $y(n)$ est la sortie du filtre. Cette méthode introduit la segmentation du signal $x[n]$ en plusieurs séquences indépendantes $x_k[n]$. Or d'après le théorème de la convolution circulaire, on obtient :

$$y_k(n) = \text{IFFT}(\text{FFT}(x_k[n]) \cdot \text{FFT}(s[n])) \quad (7.2)$$

où $y_k[n]$ représente le résultat des transformées de Fourier discrètes inverses évaluées par la multiplication des FFT de $x_k[n]$ par la FFT de $s[n]$. Le signal de sortie est reconstruit par chevauchement et addition des $y_k[n]$ (par empiètement additif), k étant le nombre de séquences.

7.2 Gestion des délais fractionnaires

Dans le domaine du traitement d'antenne, la propagation acoustique \mathbf{R} (voir figure 7.1) peut numériquement se traduire par une matrice de délais dont les lignes et colonnes dépendent des dimensions des réseaux impliqués dont on souhaite calculer les temps de propagation (direction de propagation des ondes planes, réseaux de reproduction, antenne microphonique, etc). Ainsi, en traitement du signal il est assez facile de mettre en oeuvre des délais constants pourvu que le délais soit un multiple de la période d'échantillonnage utilisé. Cependant, dans le cas où le retard représente une fraction de la période d'échantillonnage, il est nécessaire d'introduire une méthode d'approximation permettant de contrôler le plus justement possible ce retard fractionnaire une fois ramené sur la grille temporelle. Par ailleurs, nous avons vu précédemment que la définition de l'opérateur WFS onde plane \mathbf{W} introduisait une composante de phase à pente constante $j\sqrt{j}$ dans le domaine fréquentiel qui par la suite doit être ramené dans le domaine temporel. Cette phase implique également des retards fractionnaires à contrôler.

Pour formaliser ces retards, on associe une fonction de transfert sous la forme d'une transformée en z pour un retard donné D exprimé en nombre (entier ou non) d'échantillon :

$$F(z) = z^{-D}, \quad (7.3)$$

Pour la gestion des délais fractionnaires, autant au niveau des filtres de formation de voies ou pour le problème inverse \mathbf{H} , ou encore pour les délais inhérents à la WFS \mathbf{W} (voir chapitre 4), les retards fractionnaires sont calculés en utilisant la méthode d'approximation des interpolateurs de Lagrange [Laakso *et al.*, 1996].

Ainsi, pour un retard fractionnaire D donné, un filtre FIR (Finite impulse response) est utilisé dans le domaine de la transformée en z par :

$$F(z) = z^{-D} = \sum_{n=0}^L f(n)z^{-n} \quad (7.4)$$

où $f(n)$ représente la réponse à l'impulsion trouvée par transformée de Fourier inverse pour des instants discrets *Inverse Discrete-Time Fourier Transform*. Elle se caractérise par une fonction en $\sin(x)/x$ (sinus cardinal) [Laakso *et al.*, 1996]. Le filtre utilisé sera donc une approximation tronquée de $f(n)$ évaluée pour des n entiers seulement. Ainsi le filtre par interpolation de Lagrange choisi se formule de la manière suivante :

$$f(n) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^O \frac{D-k}{n-k} \text{ avec } n = 0, 1, 2, \dots, O \quad (7.5)$$

Cette méthode d'interpolation est simple à mettre en oeuvre et garantit d'avoir des réponses impulsionnelles finies limitant tout problème d'étalement temporel au coût de gains erronés au voisinage de la fréquence de Nyquist ce qui a peu d'importance pour notre application. Pour toutes les approches et méthodes abordées, les filtres correspondant à la matrice de formation de voies, au problème inverse où à la WFS sont d'ordres $N_{order} = 2048$ et $O = 32$ pour l'interpolateur de Lagrange.

7.3 Dispositif matériel

On présente dans cette section les deux antennes de reproduction et d'acquisition utilisées ainsi que le routage nécessaire pour mettre en oeuvre les signaux de commande dans le système WFS.

La figure 7.2 illustre le traitement des signaux de commande \mathbf{u} générés par \mathbf{W} jusqu'au réseau de haut-parleurs. La lecture des signaux de commande se fait avec le logiciel Reaper à partir de l'ordinateur 1. Ces signaux sont composés de 100 canaux (96.4) pour commander les 96 haut-parleurs plus 4 caissons de basse placés aux 4 coins du réseau. Ces commandes sont par la suite envoyées à la matrice chargée d'effectuer le routage vers les amplificateurs. Chaque convertisseur RME reçoit 64 entrées MADI de 24-Bit audio avec un échantillonnage à 48 kHz. Ces canaux sont par la suite convertis en ADAT vers les amplificateurs puis le réseau de reproduction physique.

L'antenne de microphone est placée au centre de la zone d'écoute à hauteur des haut-parleurs figure 7.3. L'acquisition se fait également sur Reaper à partir d'un autre ordinateur. On récupère ainsi 80 signaux temporels. Au niveau de la gestion des signaux de commande \mathbf{u} , les signaux d'entrée fournis aux caissons de basse correspondent à leurs haut-parleurs adjacents (respectivement les haut-parleurs 1, 25, 49 et 73 comme représenté sur l'illustration) sans l'application du fenêtrage Tukey introduit par l'opérateur onde plane défini dans le chapitre 4.

Il est important de noter que la synthèse de champ sonore dans le sens strict du terme n'est effective que sur une gamme fréquentielle précise correspondant à la plage d'utilisation en fréquence des haut-parleurs.

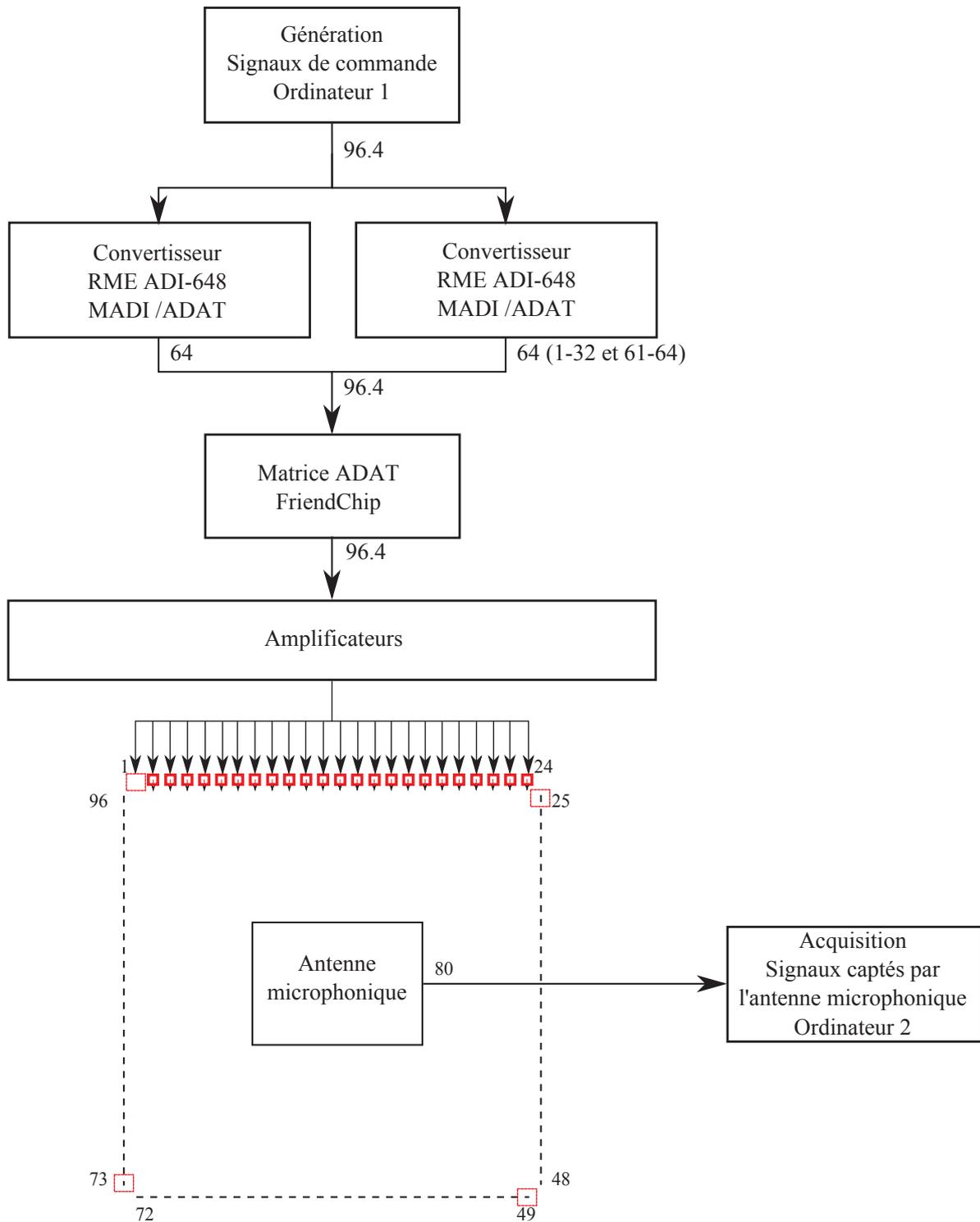


Figure 7.2 Schéma du dispositif expérimental

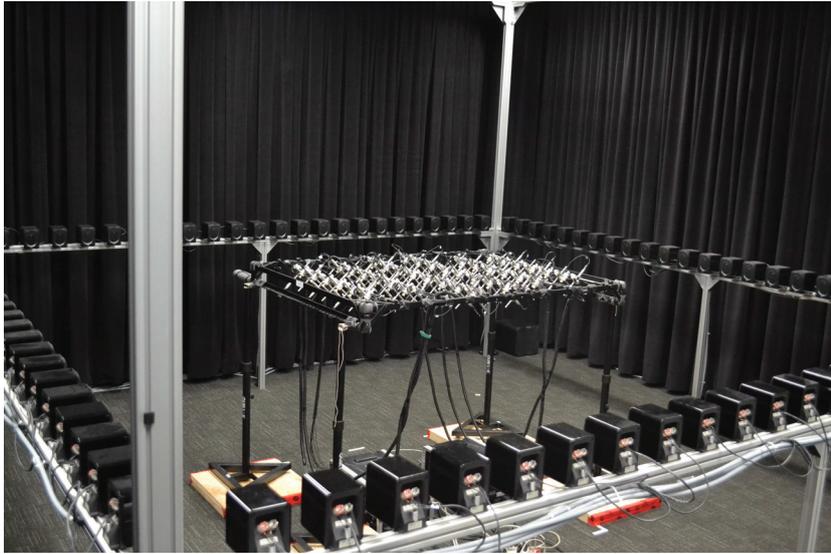


Figure 7.3 Configuration des antennes dans la salle WFS.

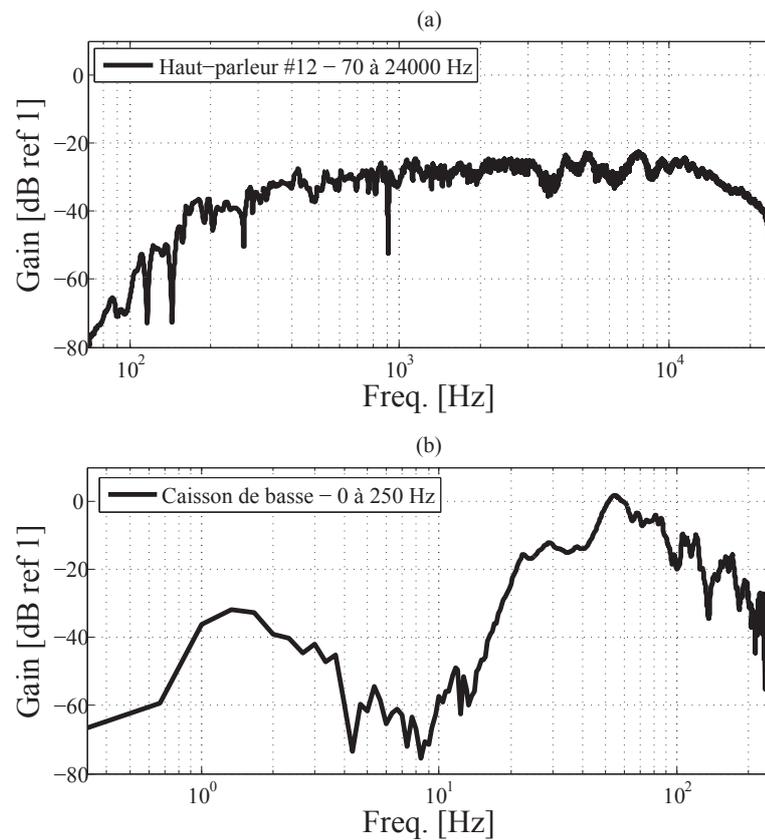


Figure 7.4 Réponses en fréquence mesurées d'un haut-parleur (a) et d'un caisson de basse (b) en dB ref 1.

On présente figure 7.4, en (a) la réponse en fréquence mesurée d'un haut-parleur du réseau de 70 à 24000 Hz et en (b) celle d'un des caissons de basse de 0 à 250 Hz. On peut identifier la zone d'accrochage du caisson de basse entre 20 et 120 Hz pour un gain avoisinant les -15 dB ref 1. À noter que les modes de salle sont de 52 Hz (influence de la réflexion plafond-plancher) et 30 Hz (influence de la réflexion sur les murs atténuée par la présence de rideaux). Le pic à 52 Hz est perceptible sur la réponse mesurée des caissons de basse. La zone d'accrochage des haut-parleurs se situe elle entre 100 et 22000 Hz. Arrivé au plateau de la réponse en fréquence, le gain avoisine les -29 dB ref 1. Au regard de ces données, on détermine la fréquence de transition à laquelle on bascule des caissons de basses au réseau de haut-parleur. Cette fréquence choisie est $f_{cross} = 120$ Hz. Cela signifie que sous 120 Hz, on se tourne plutôt sur une reproduction de type « surround » (stéréo) car la discrétisation de sources secondaires selon l'intégrale de Rayleigh I (et le principe de Huygens) n'est plus assurée (présence de 4 caissons de basse aux coins du réseau de reproduction).

Plus d'informations relatives aux données constructeur des haut-parleurs et caissons de basse sont fournies dans l'annexe D.

CHAPITRE 8

CONCLUSION

Ce projet de maîtrise se penche sur la capacité de reproduire fidèlement un champ acoustique cible préalablement enregistré par une antenne microphonique non régulière via un système de type WFS. Le champ d'application du projet englobe la reproduction de champ sonore de milieux industriels ou d'intérieur de véhicule. Si de nombreux travaux couvrent la problématique de la reproduction de champs acoustiques virtuels générés par des sources primaires simples (ondes planes, ondes cylindriques et sphériques divergentes), peu ont abordé la question précise de la reproduction d'un champ préalablement mesuré par une antenne microphonique irrégulière. De plus, l'importance de la reproduction de champ sonore de milieux industriels ou d'intérieurs de véhicule a pris son essor depuis ces dernières années.

Parmi les différentes techniques de synthèse de champ, la WFS s'impose par sa capacité à assurer une grande résolution spatiale, une restitution étendue du champ d'écoute ainsi qu'une bonne précision physique du champ sonore en dessous de la fréquence de repliement. Ayant comme base de travail les signaux temporels obtenus par l'enregistrement d'un champ à reproduire, la problématique était la suivante : comment transcrire des mesures effectuées par une antenne microphonique irrégulière exposée à un champ cible vers un système WFS de 96 haut-parleurs ? Dans cette optique, trois filtres de reproduction basés sur la formation de voies et sur une approche de type problème inverse (régularisation Tikhonov et régularisation par formation de voies) combinés à la WFS sont testés et comparés. L'objectif principal est de reproduire un champ fidèle en terme de : 1) réponses en fréquence de la chaîne complète de reproduction, 2) d'erreurs de spectre réduites, 3) bonne restitution du champ d'un point de vue caractéristiques spatiales. Par ailleurs, on fait l'hypothèse que l'on est en capacité de reproduire un champ acoustique complexe par la combinaison de multiples ondes planes. Ainsi, les opérateurs WFS sont définis pour convertir les signaux en sortie des matrices de conversion \mathbf{H} (réponses de la formation de voies ou amplitudes calculées des sources candidates dans la solution du problème inverse) en ondes planes.

Des simulations numériques sont effectuées afin de définir numériquement laquelle des trois approches est la plus performante selon les critères objectifs de reproduction. Les filtres \mathbf{H} sont théoriquement créés à partir de modèles d'antennes de microphones et de

haut-parleurs dont on connaît la géométrie et suivant certaines hypothèses acoustiques bien définies (rayonnement monopolaire des haut-parleurs en conditions de champ libre). À partir des simulations numériques on génère alors les signaux de commande vers le système WFS. Une campagne expérimentale est menée pour mesurer le champ reproduit afin d'être objectivement comparé au champ cible.

La formation de voies est limitée en terme d'erreurs de spectres. L'erreur de timbre est plus importante comparée aux filtres de problème inverse. La redondance des informations captées par l'antenne microphonique empêche une correcte estimation du champ acoustique cible menant vers des phénomènes d'amplification (dû au chevauchement des lobes de directivité) à corriger. Par ailleurs, la reproduction par WFS à partir des réponses par formation de voies ne peut s'apparenter à de la reproduction de champ dans le sens strict du terme. On s'attend ainsi à ce que la localisation humaine en terme de perception du son fonctionne comme en stéréophonie dans le cas où le champ cible est estimé entre deux directions d'écoute.

La méthode par problème inverse offre de bonnes performances de reproduction au vu des erreurs de timbre et de la qualité de la reproduction spatiale. Différents critères basés sur la description spatiale ont permis de voir des similitudes encourageantes du champ reproduit avec le champ cible (en terme de directivités par formation de voies à différentes fréquences, reconstruction des champs complexes et pressions directionnelles). À noter que la reproduction utilisant une régularisation par formation de voies est la plus performante bien que la régularisation Tikhonov classique soit également bonne. Cependant, cette régularisation s'effectue à partir d'une solution a priori, c'est à dire des données du champ cible (génération d'une matrice de pondération par formation de voies appliquée sur le champ cible). Le gain de performance de reproduction semble assez faible comparé aux étapes de calcul. Une régularisation Tikhonov classique apparaît donc comme une bonne alternative pour une application standard industrielle.

Finalement, nous pouvons conclure que la reproduction par WFS d'un champ complexe mesuré par une antenne microphonique en salle d'écoute est possible au regard des critères objectifs d'évaluation établis. Cependant des optimisations visant à améliorer les approches proposées dans cette maîtrise peuvent être apportées pour affiner la reproduction (meilleur conditionnement du problème direct, stratégie de pénalisation du problème inverse plus précise). Des tests d'écoute et autres études de perception pourraient alors être effectuées.

ANNEXE A

COMPLÉMENT THÉORIQUE

Dans cette annexe, on introduit différents compléments théoriques justifiant les choix de mise en oeuvre appliqués lors de la réalisation des algorithmes de reproduction. Des simulations complémentaires sont fournies pour étayer et argumenter les propos tenus dans les articles. Une section est consacrée à l'algorithme sur la formation de voies à trois bandes fréquentielles (section A.1), une section sur l'étude de la solution de base du problème inverse : définition du problème direct, décomposition en valeurs singulières et nombre de conditionnement (section A.2) puis une section justifiant les choix d'égalisation (section A.3).

A.1 Formation de voies

La reproduction réalisée à partir de l'algorithme de formation de voies apparaît plutôt comme une reproduction d'environnement sonore que comme de la reproduction de champ. Effectivement, la bonne estimation du champ cible \mathbf{p} à reproduire est effectuée par le pointage des directions d'écoute $\boldsymbol{\theta}$ et le design des réponses de la formation de voies qui dépend de la géométrie de l'antenne microphonique. On définit ensuite par l'opérateur WFS \mathbf{W} des ondes planes censées reproduire la réponse de la formation de voies aux positions des directions d'écoute. Dans le cas où l'on essaye de reproduire des informations du champ capté entre deux directions d'écoute, la reproduction s'apparente à de la stéréophonie puisque l'information est reproduite en WFS par la réponse de la capture des deux directions d'écoute de la formation de voies. Par ailleurs, contrairement au problème inverse, l'estimation du champ cible en élévation est très limitée puisque le vecteur de pointage pour le design des directions d'écoute est contenu dans le plan horizontal. Cependant, par la géométrie double couche de l'antenne microphonique, on est capable d'estimer des informations du champ en élévation à certaines fréquences.

La figure A.1 présente les directivités de l'antenne microphonique avec : figure A.1(a) la directivité pour une direction d'écoute à $\theta = 0^\circ$ vue de haut, figure A.1(b) la même directivité vue de côté à hauteur du plan horizontal, figure A.1(c) la directivité pour une direction d'écoute à $\theta = 45^\circ$ et figure A.1(d) la directivité pour une direction d'écoute à $\theta = 67.5^\circ$. Ces directivités correspondent à une fréquence de 750 Hz. Il est intéressant d'observer la forme des lobes illustrés. Effectivement même si le vecteur de pointage (pour la définition des directions d'écoute) est contenu dans le plan horizontal, on remarque sur la figure A.1(b) que le lobe principal est capable de capter des informations du champ en élévation (selon la dimension x_3). Ceci est rendu possible par la géométrie double couche de l'antenne rendant l'estimation même sommaire du champ en élévation possible. De plus, il a été démontré que des problèmes d'amplification pouvaient se produire en raison de la redondance d'informations captées par deux lobes principaux de deux directions d'écoute différentes. Effectivement, le chevauchement de lobes à basses fréquences induit une am-

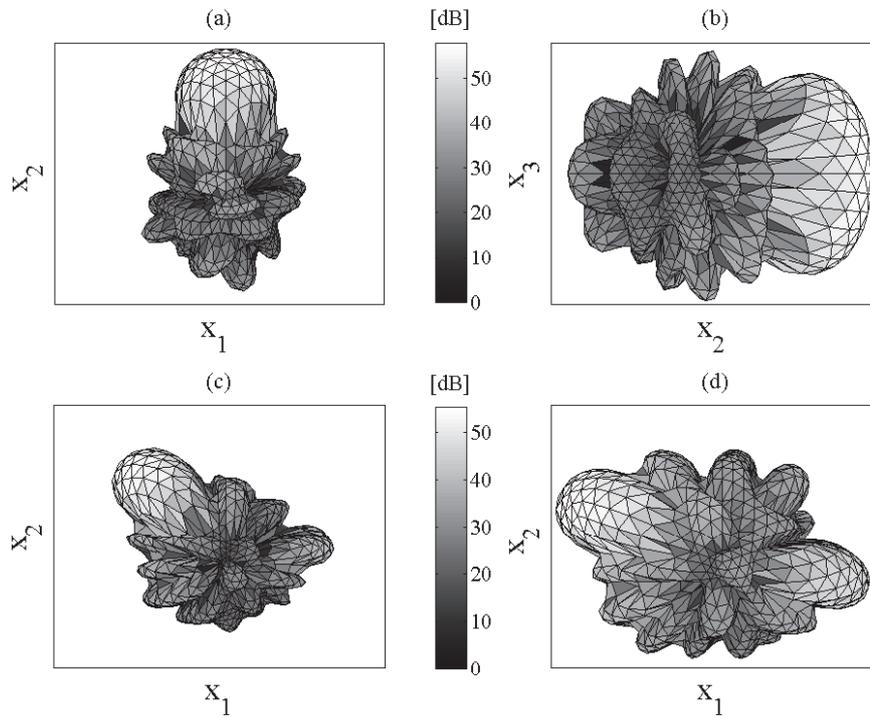


Figure A.1 Directivités de l’algorithme par formation de voies pour différentes directions d’écoute de l’antenne microphonique à $f = 750$ Hz : (a) à $\theta = 0^\circ$ vue de haut, (b) la même directivité que (a) vue de côté à hauteur du plan horizontal, (c) à $\theta = 45^\circ$ et (d) à $\theta = 67.5^\circ$.

plification non négligeable corrigée par une égalisation monophonique sous 400 Hz. Cette égalisation fut nécessaire malgré le design de la formation de voie à 3 bandes fréquentielles où seules $N = 4$ directions d’écoute sont fonctionnelles entre 0 et 400 Hz, $N = 8$ entre 400 et 800 puis $N = 16$ au delà. Sur la figure A.1(d), la directivité pour une direction d’écoute pointant à $\theta = 67.5^\circ$ présente 2 principaux lobes symétriques dans le plan horizontal. Ceci met encore en évidence le problème de la redondance de captation d’information du champ cible \mathbf{p} inhérent à la formation de voies classique de type *delay-and-sum*. D’autres lobes secondaires sont aussi visibles. Ils correspondent à des artefacts qui ne peuvent que réduire la qualité de la reproduction. Finalement, on peut également mettre en évidence le fait que la formation de voies telle que définit ici (directions d’écoute contenues dans le plan horizontal) n’est pas capable d’estimer la zone « noyau » située au centre de l’antenne microphonique avec élévation contrairement au problème inverse où la définition des sources candidates de la solution de base (dans le problème direct) est sphérique enveloppeant géométriquement l’antenne microphonique permettant théoriquement de discrétiser et d’identifier correctement le champ cible dans son intégralité.

A.2 Problème inverse

Dans cette section, on présente une étude du conditionnement du problème direct pour la mise en oeuvre du problème inverse. Une étude paramétrique sur le nombre de sources candidates ainsi que sur la disposition (sphérique, hémisphérique et azimutale) des sources candidates est ici discutée pour compléter le choix d'une configuration hémisphérique de la solution de base dans l'article chapitre 6.

On rappelle que le conditionnement de la matrice de propagation acoustique \mathbf{G} entre les sources candidates et l'antenne microphonique est un élément important en terme de stabilité des solutions d'amplitudes de sources. Sur la base de la décomposition en valeurs singulières, un problème direct bien conditionné conduira à un système plus stable et plus robuste lors du processus d'inversion de la matrice \mathbf{G} ajoutée à la pénalisation imposée. On détermine le nombre de conditionnement $\kappa(\mathbf{G})$ comme suit :

$$\kappa(\mathbf{G}) = \sigma_1/\sigma_M, \quad (\text{A.1})$$

où σ_1 représente la plus grande valeur singulière de la matrice \mathbf{G} et σ_M la plus petite. Un conditionnement élevé de la matrice signifie qu'une faible perturbation des données peut conduire à une grande perturbation de la solution. On souhaite donc que le nombre de conditionnement $\kappa(\mathbf{G})$ soit réduit. On définit L le nombre de sources candidates et $M = 80$ le nombre de microphones qui composent l'antenne microphonique.

On illustre à la figure A.2 le nombre de conditionnement pour différentes configurations. On observe en figure A.2(a) 5 cas de distributions sphériques de sources candidates. Lorsque $L < 42$, $\kappa(\mathbf{G})$ présente de nombreuses fluctuations au dessus de 1450 Hz. Dans ce cas, le problème est sur-déterminé $L < M$ et le nombre de valeurs singulières non-nulles de Σ est moindre. Lorsque $L > M$ le problème inverse est sous-déterminé, $\kappa(\mathbf{G})$ est plus stable dans les hautes fréquences. On remarque également que le nombre croissant de sources candidates influe très peu le conditionnement de la matrice \mathbf{G} sauf dans le cas d'une distribution uniquement horizontale d'ondes planes (voir figure A.2(c)). Effectivement, lors de la décomposition en valeurs singulières, le nombre de valeurs singulières non-nulles sur la diagonale de Σ ne change pas. La restriction principale concerne donc le nombre L de sources candidates qui doit être supérieur à M pour rester dans le cas sous-déterminé. À noter que le problème sous-déterminé n'est en théorie pas plus pratique mais adouci les distributions spatiales des solutions du problème inverse.

Dans un deuxième temps, on étudie le conditionnement du cas de distributions hémisphériques de sources candidates. Les simulations de distributions hémisphériques sont illustrées en figure A.2(b). On remarque que de la même manière que pour le cas sphérique, du moment que l'on choisisse $L > M$, $\kappa(\mathbf{G})$ demeure réduit (même nombre de valeurs singulières non-nulles). On compare en figure A.2(c) l'influence du nombre de sources candidates sur le plan horizontal (2D). Il semble que l'augmentation de L entraîne le plateau observable dans les basses fréquences (entre 0 et 2 kHz). Ce phénomène est dû à la redondance aux microphones puisqu'aucune information n'est captée en élévation. De plus, des fluctuations plus marquées en hautes fréquences que dans les cas (a) et (b) sont

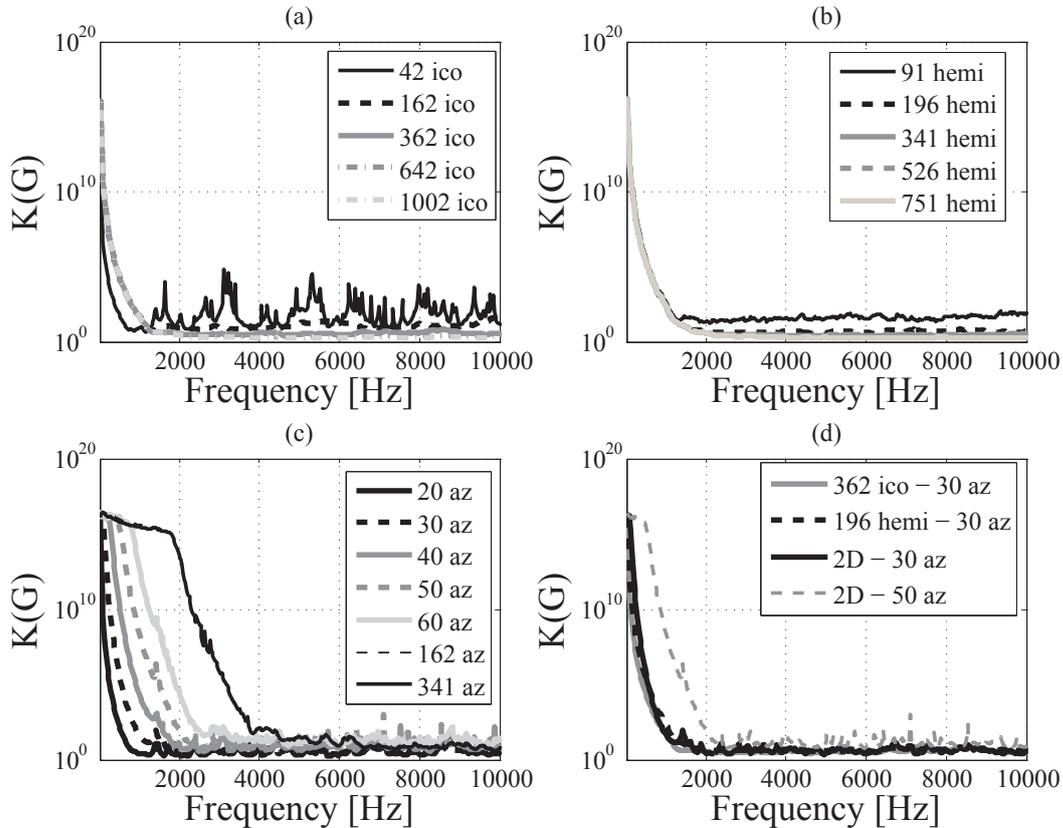


Figure A.2 Comparaison du conditionnement pour différentes configurations de sources candidates pour la solution base du problème inverse de 20 Hz à 10 kHz avec nombre variable L d'ondes planes : (a) cas de distribution sphérique, (b) cas de distribution hémisphérique, (c) cas de distribution sur le plan équatorial (2D), (d) comparaison des 3 cas précédents.

à noter. On remarque également la présence d'un coude qui devient de plus en plus droit à mesure que L augmente. Finalement, on présente en figure A.2(d) la comparaison d'une configuration sphérique, avec une configuration hémisphérique et deux en 2D. Pour les trois premières configurations, on a le même nombre de sources à l'équateur. On remarque qu'il y a très peu de différences entre la disposition sphérique à 362 sources et la disposition hémisphérique à 196 sources. Leur nombre de conditionnement se réduit rapidement avec l'accroissement de la fréquence. La solution 2D à 30 sources a sensiblement le même comportement malgré des fluctuations plus prononcées en hautes fréquences, cependant lorsque l'on passe à 50 sources pour la configuration 2D le coude observé figure A.2(c) réapparaît ainsi que d'amples fluctuations en hautes fréquences limitant le choix d'une disposition en 2D. Ces observations ont également participé au choix de la configuration hémisphérique à 196 sources comme configuration d'ondes planes utilisée pour le problème inverse de conversion du champ acoustique mesuré en distribution d'ondes planes.

A.3 Égalisation fréquentielle de la WFS

Cette section vient en complément de l'article soumis au JAES (chapitre 6) traitant l'approche par problème inverse plus spécifiquement sur l'égalisation WFS proposée à la section 6.5.4. On présente ici quelques simulations complémentaires sur le problème inverse aussi bien par la régularisation Tikhonov que par la régularisation par formation de voies illustrant la nécessité d'effectuer une égalisation sur la base des réponses en fréquence pour différents cas d'ondes planes jusqu'à l'antenne microphonique. Pour être plus complètes, les égalisations présentées par la suite ne sont pas induites directement par la mise en oeuvre du problème inverse mais par l'opérateur onde plane WFS \mathbf{W} pour réduire l'impact de la coloration hautes fréquence induite par le \sqrt{k} des opérateurs WFS, notamment au-delà de la fréquence de repliement spatial. Cependant, étant donné qu'une égalisation justifiée théoriquement est déjà appliquée sur la solution par formation de voies (formation de voies à 3 bandes fréquentielles) de 0 à 400 Hz, l'égalisation de coloration WFS n'est appliquée que sur les deux solutions de problème inverse.

On observe à la figure A.3(a) que la courbe en fréquence des ondes planes sélectionnées sont caractérisées par des oscillations. Ainsi se suit une alternance d'amplification puis d'atténuation visible entre 100 et 800 Hz. Au dessus de 1300 Hz, la WFS semble ne plus être valable et l'on voit l'impact de la coloration en \sqrt{k} influencer grandement les hautes fréquences. On définit alors un filtre d'égalisation montré figure A.3(b) basé sur l'inversion des réponses en fréquence de figure A.3(a) pour obtenir une réponse égalisée illustrée figure A.3(c). Les fluctuations entre 100 et 800 Hz sont toujours présentes mais plus estompées.

Par ailleurs, la coloration hautes fréquences est bien atténuée. Un autre sujet de discussion concerne l'effet de la WFS en basses fréquences puisque l'égalisation semble aggraver une atténuation déjà visible figure A.3(a) sous 70 Hz. Effectivement, on mentionne dans l'article sur le problème inverse un défaut de l'opérateur onde plane WFS en basse fréquence provoquant une atténuation visible figure A.3(a) sous 60 Hz environ. Pour être plus exact, il ne s'agit pas d'un problème inhérent à la WFS mais plutôt à l'incapacité du réseau de reproduction à reproduire des longueurs d'onde supérieures à 5.7 m ($\lambda = c/f$ avec $c = 342$ m/s et $f = 60$ Hz). Le fenêtrage à 4 haut-parleurs (configuration utilisée ici) réduit encore cette capacité de reproduction.

Pour illustrer ce propos, la figure A.4 présente la réponse en fréquence d'une onde plane placée idéalement dans le plan horizontal pour $\theta = 0^\circ$ et $\alpha = 0^\circ$ jusqu'au microphone #48 de l'antenne. On remarque bien que l'augmentation du fenêtrage repousse la fréquence sous laquelle le réseau ne peut reproduire correctement le champ de reproduction. De plus on voit bien l'influence de la coloration en \sqrt{k} sur les basses fréquences et dans les hautes fréquences. En effet, la réponse en fréquence semble suivre la tendance de cette coloration de 0 à 70 Hz et de 2200 à 20000 Hz.

Si l'on revient à la figure A.3(b), on observe que l'atténuation basse fréquence après égalisation est plus prononcée. Une nouvelle égalisation basse fréquence entre 0 et 70 Hz est alors effectuée pour compenser au niveau des basses fréquences. Le filtre d'égalisation uti-

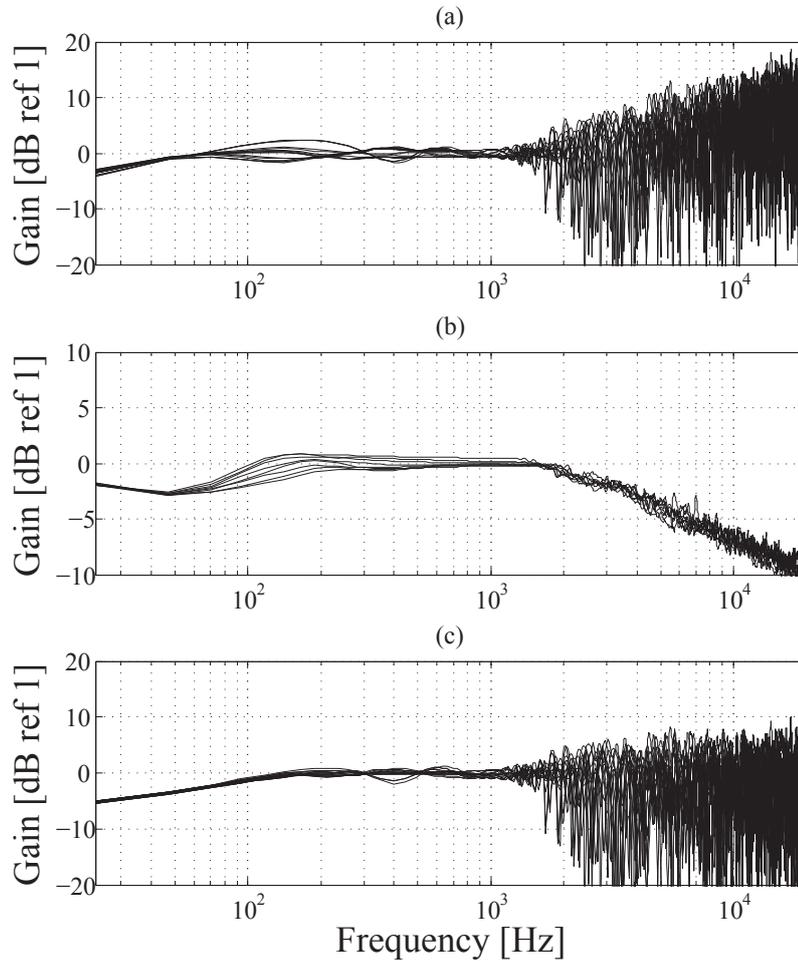


Figure A.3 Réponses en fréquence de : (a) la WFS de quelques ondes planes de la solution hémisphérique à 196 sources jusqu'au microphone #48 de l'antenne, (b) de quelques courbes d'égalisation à partir de (a) et (c) même cas que (a) après égalisation.

lisé est basé sur l'inversion de la réponse en fréquence d'une onde plane pour $\theta = 0^\circ$ et $\alpha = 0^\circ$ jusqu'au microphone #48. Il s'agit donc d'une égalisation monophonique appliquée à tous les canaux (puisque le phénomène d'atténuation est commun à tous les canaux sous 60 Hz).

Pour évaluer l'effet de l'égalisation WFS et la correction en basse fréquence, on présente quelques résultats de simulation (pour le cas problème inverse par régularisation beam-forming) d'erreur de timbre type $\mathcal{M}[\omega]$ [dB ref 1 / Hz] et une illustration de la densité spectrale du signal reproduit comparé au signal cible sont montrés à la figure A.5.

On observe bien dans la figure A.5 que les égalisations appliquées ont eut l'effet escompté.

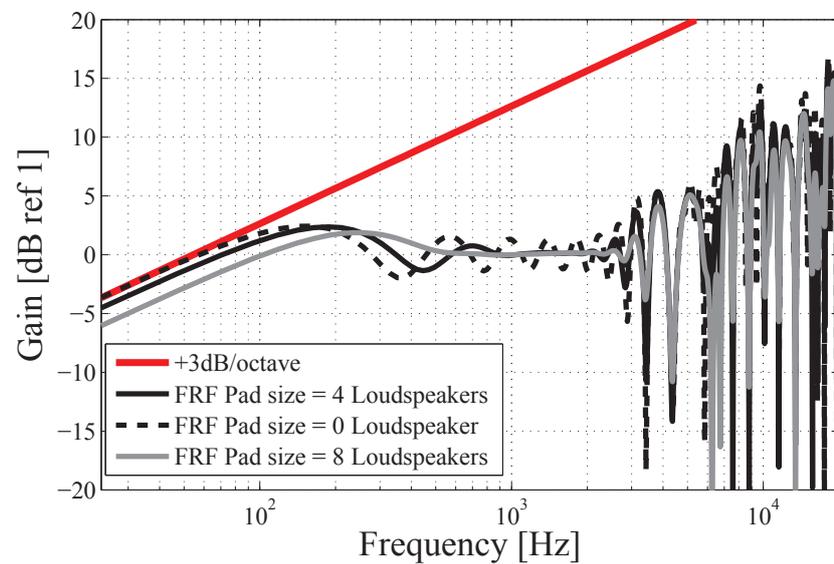


Figure A.4 Réponse en fréquence de la WFS pour une onde plane dans le plan horizontal au microphone #48 pour différents fenêtrages haut-parleurs.

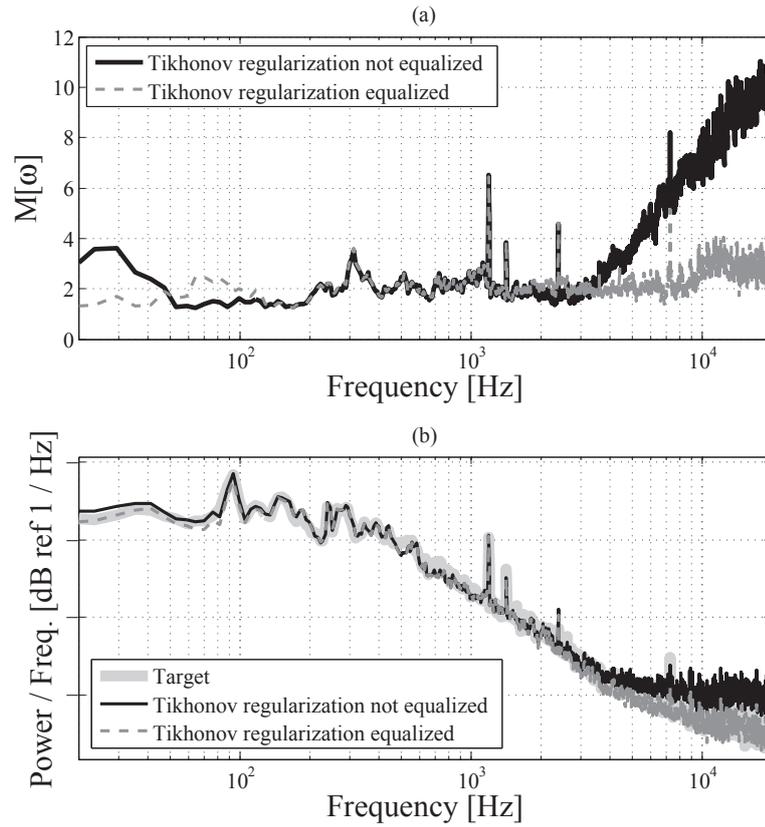


Figure A.5 Évaluations objectives des résultats théoriques : (a) erreur de timbre avec et sans égalisation WFS et application de la correction basses fréquences, (b) densités spectrales des signaux reproduits avec et sans égalisation WFS et correction en basse fréquence comparé à celle du signal cible pour le microphone #48.

ANNEXE B

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

B.1 Calibration et sensibilité

Dans les deux sous-sections suivantes, on présente successivement la méthode de calibration des réseaux de transducteur ainsi que leurs implémentations dans la chaîne de reproduction.

B.1.1 Antenne microphonique

Le protocole de calibration de l'antenne microphonique doit être similaire à celui effectué lors de la première campagne de mesure en cabine d'avion. La méthode consiste à utiliser un calibrateur acoustique délivrant un signal de sortie de niveau de pression acoustique de 94 dB à 1000 Hz. À partir du signal enregistré pour le microphone testé, on relève la sensibilité du microphone en calculant le ratio du niveau de pression délivré par le calibrateur par la valeur maximale RMS (en gain linéaire) captée par le microphone à la fréquence correspondante. On effectue cette opération pour l'ensemble des 80 microphones de l'antenne. Ces sensibilités seront appliquées aux mesures assurant l'homogénéité physique du U/Pa^1 propre à chaque microphone. Les sensibilités mesurées donnent des valeurs allant de 17 à 32 Pa/U.

B.1.2 Réseau de reproduction de haut-parleurs

Pour des raisons pratiques et de temps, la calibration du réseau se limite à 3 haut-parleurs. Ainsi, il est supposé que les 96 haut-parleurs et 96 amplificateurs combinés disposent de paramètres physiques similaires. Ce qui est d'autant plus probable que les amplificateurs ne sont pas équipés de potentiomètre de volume, annulant ainsi un risque de gain différent d'amplificateurs en amplificateurs. La démarche consiste à placer un microphone à une distance de 1 m et à hauteur (1.2 m) du haut-parleur mesuré. La sortie du signal test à balayage sinusoïdal est étalonnée en mesurant sa pression acoustique à 1 m. On calcul ensuite les valeurs moyennes des gains linéaires par tiers d'octave des réponses en fréquence des trois haut-parleurs comme illustré sur la figure B.1. On a effectué la même opération en basses fréquences en étalonnant les deux caissons de basse.

Ces gains constants seront à appliquer sur les signaux de commande haut-parleurs et caissons de basse. À 1 m, on mesure $\text{Gain}_{Hp} \cdot K_{Hp} = 1 \text{ U}$ où U correspond à une unité numérique. Le rayonnement d'un haut-parleur est défini comme un monopole avec une fonction de Green exprimée en e^{jkr}/r équivalent à une unité numérique. On définit alors

¹U désigne simplement une unité numérique, sans unité physique.

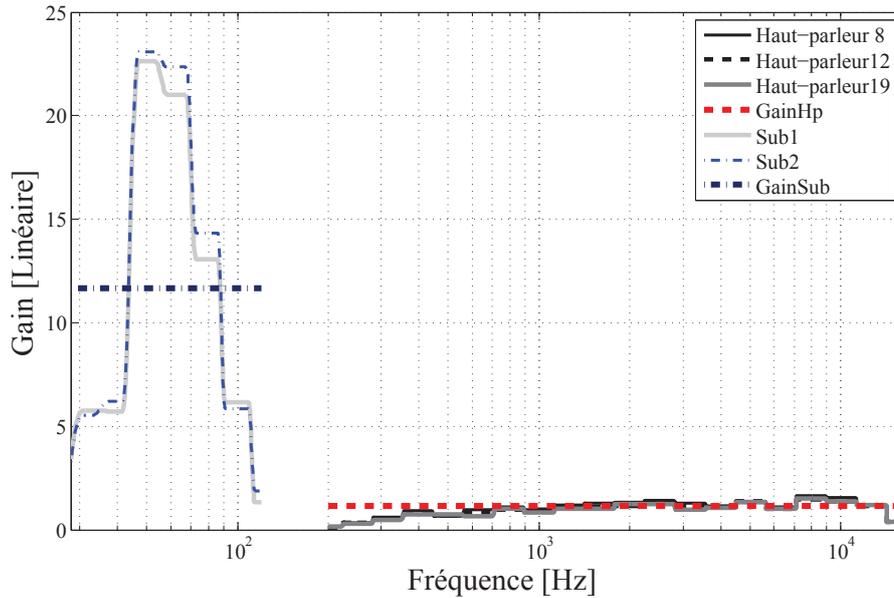


Figure B.1 Détermination des gains globaux K des haut-parleurs et des caissons de basses selon les gains par tiers d'octave.

le gain haut-parleur à appliquer comme $K_{HP} = 1/Gain_{Hp}$ de même pour chaque caisson de basse comme $K_{Sub} = 1/Gain_{Sub}$.

B.2 Procédure de reproduction et d'acquisition

Avant de réaliser les mesures objectives d'environnements sonores de vol, des vérifications préliminaires sont effectuées pour évaluer la bonne fonctionnalité des antennes de reproduction (système WFS) et d'acquisition (antenne microphonique).

B.2.1 Vérifications préliminaires

Dans cette sous section, on introduit la procédure à suivre avant chaque mesure objective. Cette procédure permet de valider toute la connectique du système avant les mesures. Cette étape est importante puisque un seul haut-parleur qui serait non fonctionnel peut être difficile à détecter à l'oreille mais pourrait influencer la qualité des mesures. Cette procédure est la suivante :

- Vérification de la fonctionnalité de chaque haut-parleur.
- Exécution par le système WFS de 4 ondes planes successives ayant 4 incidences distinctes dans le plan horizontal (0° , 90° , 180° et 270°) sans élévation. Les signaux utilisés sont des bruits blancs décorrélés de 4 secondes.
- Vérification de la fonctionnalité des algorithmes de reproduction. On teste ainsi la capacité des systèmes complets (formation de voies, problème inverse par réguli-

sation Tikhonov et régularisation par formation de voies) combinant captation et reproduction de différents cas d'ondes planes tableau B.1.

Algo. Config.	« Beamforming »	Tikhonov	Régularisation « Beamforming »
PW₁ ($\alpha = 0^\circ$)	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 0^\circ$
PW₂ ($\alpha = 0^\circ$)	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 45^\circ$
PW₃ ($\alpha = 45^\circ$)	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 0^\circ$
PW₄ ($\alpha = 45^\circ$)	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 45^\circ$

Tableau B.1 Descriptif des tests de fonctionnalité des algorithmes de reproduction.

où **PW₁** correspond à la restitution d'une direction d'onde plane privilégiée propre à l'algorithme testé (aligné à une direction d'écoute de formation de voies ou à une direction d'une position de source candidate dans la solution du problème inverse). L'élévation est nulle. **PW₂** correspond à la restitution d'une direction d'onde plane défavorable propre à l'algorithme testé (non aligné à une direction d'écoute de la formation de voies ou à une direction d'une position de source candidate dans la solution du problème inverse). L'élévation est nulle. **PW₃** correspond à **PW₁** avec une élévation de 45° degrés. **PW₄** correspond à **PW₂** avec une élévation de 45° degrés.

- Exécution d'une onde plane se déplaçant successivement dans le plan horizontal tous les 10° pour chaque algorithme sans élévation, soit $\alpha = 0^\circ$.
- Même configuration mais avec une élévation, soit $\alpha = 45^\circ$
- Vérification de la fonctionnalité des algorithmes de reproduction. On teste ainsi la capacité des systèmes complets (formation de voies, problème inverse par régularisation Tikhonov et régularisation formation de voies) combinant captation et reproduction pour différents cas d'ondes planes.

B.2.2 Descriptif des extraits sonores

Plusieurs signaux correspondant à 4 configurations de vol seront testés par chaque algorithme. Les mêmes échantillons de vols seront testés pour être soumis à une étude comparative :

- L'échantillon **05** correspondant à une mesure au sol.
- L'échantillon **07** correspondant à une mesure lorsque l'avion roule sur le tarmac.
- L'échantillon **17** correspondant à une mesure de vol à basse altitude (de 10 à 20 kft).
- L'échantillon **21** correspondant à une mesure de vol à haute altitude (de 35 à 40 kft).

Durant la campagne de mesure, l'antenne microphonique a été placée au sein du CRJ comme illustré dans la figure B.2, permettant une captation complète du champ cible à reproduire (pointillé).

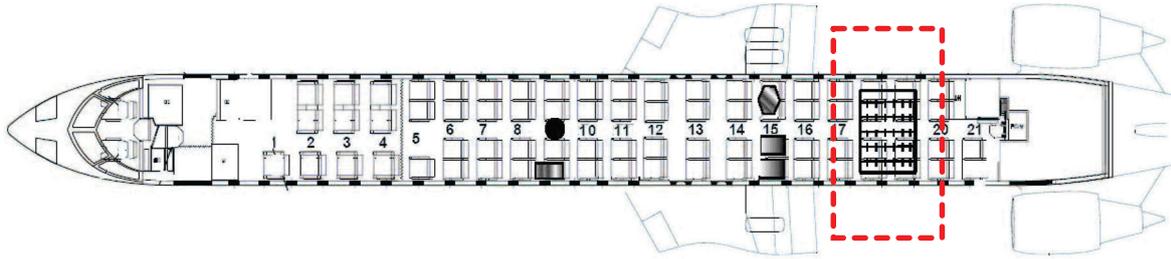


Figure B.2 Position de l'antenne microphonique dans l'avion lors des mesures de vol

B.2.3 Conditionnement des signaux cibles et reproduits

Pour effectuer la synchronisation des signaux reproduits avec les signaux cibles, on fait précéder chaque signal cible par une impulsion temporellement gaussienne étalée sur une seconde. On peut ainsi mesurer le signal reproduit et réaligner temporellement en calculant la corrélation des impulsions gaussiennes (du cible et du reproduit). On aura alors aligné le signal cible et le signal reproduit.

Les paramètres de filtrage pour le traitement du signal sont donnés ci-dessous :

- $s_f = 48000$ fréquence d'échantillonnage
- $N = 2048$ nombre d'échantillons pour le calcul de la réponse impulsionnelle
- $L = 96$ nombre de haut-parleurs sur le réseau.

Cette synchronisation se calcule ainsi car le défi majeur de cette campagne expérimentale réside dans le fait que la partie reproduction, assumée par le système WFS et la partie acquisition assumée par l'antenne de microphones, soient pilotées par deux ordinateurs totalement indépendants. Ainsi, il faut s'assurer que les fréquences d'échantillonnage numériques des deux systèmes soient les mêmes (en l'occurrence $s_f=48000$ Hz) et mettre en oeuvre le réalignement temporel de façon manuelle en post-traitement. Cette étape est primordiale pour effectuer les comparaisons objectives (critères d'évaluation) lors du post-traitement.

B.2.4 Partie reproduction

Chaque signal cible dure 5 secondes pour un total de 240000 échantillons. On filtre ces signaux par la chaîne complète de restitution comprenant l'algorithme et l'opérateur onde plane $\mathbf{WH}_{L \times M}$ afin d'obtenir les commandes haut-parleurs \mathbf{u} (signaux sources). Le système WFS comprend deux convertisseurs de 64 canaux chacun (RME ADI-648 : MADI vers ADAT). Chaque signal de commande est généré selon la procédure expliquée ci-dessous :

- Chaque signal source est converti en trois fichiers audionumériques de type WAV, par exemple : « Algo-Extract-01-64.wav » , « Algo-Extract-65-96.wav » et « Algo-Extract-1-4.wav » pour être transmis par les deux cartes RME 64 canaux du système de reproduction. Les deux premiers .wav correspondent aux signaux sources haut-parleurs et le dernier aux caissons de basse. Les 64 premiers canaux de « Algo-Extract-01-64.wav » sont convertis par les 64 canaux du premier convertisseur RME

ADI-648, les canaux 65 à 96 canaux de « Algo-Extract-65-96.wav » (soit 32 canaux) sont convertis par les 32 premiers canaux du deuxième convertisseur RME ADI-648. Les 4 derniers canaux de « Algo-Extract-1-4.wav » sont convertis par les 4 derniers canaux du deuxième RME ADI-648 (61 à 64).

- Les signaux sources suivant les assignations décrites précédemment sous format .wav sont ensuite chargés sur le logiciel Reaper suivant le routage décrit précédemment.
- Les signaux sources sont successivement testés pour chaque algorithme. Un projet Reaper correspond donc à une séquence de quatre signaux de commande obtenus à partir des quatre signaux cibles (**05**, **07**, **17** et **21**) espacés par 2 secondes de silence. Un projet Reaper correspond à un algorithme testé. Chaque séquence est également précédée de deux secondes de silence pour laisser un délai suffisant pour lancer l'acquisition.

B.2.5 Partie acquisition

De la même manière que la partie reproduction, un protocole est dressé pour la partie acquisition :

- Un projet Reaper (« template : 96-channel-recording ») est créé pour chaque algorithme testé. Deux fichiers audionumériques de type .wav sont enregistrés. Le premier correspond aux 48 premiers canaux et aux 32 derniers de l'antenne pour un total de 80 microphones sont générés.
- 4 régions sont manuellement définies (temporellement) associées au 4 signaux cibles initiaux.
- Exportation de ces régions en vue de l'évaluation objective qui est réalisée en post-traitement avec MATLABTM.

ANNEXE C

DÉVELOPPEMENT COMPLÉMENTAIRE DES OPÉRATEURS DE WFS

Dans cette annexe, certains éléments plus pointus du développement des opérateurs WFS vu au chapitre 4 pour la reproduction d'ondes sphériques (voir section 4.2) et d'ondes planes (voir section 4.4.) sont ici fournis.

C.1 Ondes sphériques

On définit (voir figure 4.3) :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \\ r' &= \sqrt{(x_{01} - y_1)^2 + (x_{02} - y_2)^2 + (x_{03} - y_3)^2} \\ \delta(x_2) &= k(r + r') \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

où r correspond à la distance entre le point d'écoute A et le plan de sources secondaires S , r' la distance entre la source virtuelle S_0 et le plan de sources secondaires S .

On peut écrire que :

$$\frac{\partial \delta x_2^0}{\partial x_2} = k \left[\frac{2x_2 - 2y_2}{2\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}} + \frac{2x_{02} - 2y_{02}}{2\sqrt{(x_{01} - y_1)^2 + (x_{02} - y_2)^2 + (x_{03} - y_3)^2}} \right]$$

Pour clarifier le développement, on effectue successivement un changement de variable. Ainsi, on pose :

$$\begin{aligned} u &= 2x_2 - 2y_2 \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} &= 2 \\ v &= 2\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \\ \frac{\partial v}{\partial x_2} &= \frac{2x_2 - 2y_2}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

de même, on pose :

$$\begin{aligned} u_2 &= 2x_{02} - 2y_{02} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= 2 \\ v_2 &= 2\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_2} &= \frac{2x_{02} - 2y_{02}}{\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

On cherche à calculer le terme $\partial^2 \delta x_2^0 / \partial x_2^2$ tel que présenté dans l'équation (4.29).

Si maintenant on pose :

$$\frac{\partial \delta x_2^0}{\partial x_2} = k \left[\frac{u}{v} + \frac{u_2}{v_2} \right]$$

et si on simplifie les dérivées telles que $\partial \delta u / \partial x_2 = u'$, $\partial \delta v / \partial x_2 = v'$ et $\partial \delta u_2 / \partial x_2 = u_2'$, $\partial \delta v_2 / \partial x_2 = v_2'$ on peut écrire que :

$$\frac{\partial^2 \delta x_2^0}{\partial x_2^2} = k \left[\frac{u'v - v'u}{v^2} + \frac{u_2'v_2 - v_2'u_2}{v_2^2} \right]$$

Par conséquent, on peut alors développer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta x_2^0}{\partial x_2^2} &= k \left[\frac{4\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} - \frac{4(x_2 - y_2)^2}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}}}{4(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2} \right] \\ &+ k \left[\frac{4\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2} - \frac{4(x_{02} - y_{02})^2}{\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2}}}{4(\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2})^2} \right] \\ &= k \left[\frac{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2 - (x_2 - y_2)^2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^3} \right] \\ &+ k \left[\frac{(\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2})^2 - (x_{02} - y_{02})^2}{(\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{02} - y_{02})^2 + (x_{03} - y_{03})^2})^3} \right] \end{aligned} \quad (C.4)$$

On effectue les dérivations au point stationnaire, ce qui signifie que l'on travaille sur la surface de reproduction S hors $\vec{x} = \vec{y} \in S$, de plus cela implique que $x_{02} = x_2 = y_2 = 0$.

Finalement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta x_2^0}{\partial x_2} &= k \left[\frac{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2})^3} + \frac{(\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{03} - y_{03})^2})^2}{(\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{03} - y_{03})^2})^3} \right] \\ &= k \left[\frac{1}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_{01} - y_{01})^2 + (x_{03} - y_{03})^2}} \right] \quad (C.5) \\ &= k \left[\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_0'} \right] \\ &= k \left[\frac{r_0' + r_0}{r_0 r_0'} \right] \end{aligned}$$

Ce résultat est utilisé à l'équation (4.29) du chapitre 4 section 4.2.

C.2 Ondes planes

On définit (voir figure 4.3) :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \\ \delta(x_2) &= kr \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

De la même manière que pour les ondes sphériques, on cherche à calculer le terme $\partial^2 \delta x_2^0 / \partial x_2^2$, cette fois-ci avec :

$$\begin{aligned} \delta(x_2) &= kr \\ &= k\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

donc

$$\frac{\partial \delta(x_2)}{\partial x_2} = \frac{\partial kr}{\partial x_2} \quad (\text{C.8})$$

ainsi on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta(x_2)}{\partial x_2} &= \frac{\partial k\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}}{\partial x_2} \\ &= k \left[\frac{2x_2 - 2y_2}{2\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Comme dans le cas des ondes sphériques, on effectue un changement de variable. Ainsi, on pose :

$$\begin{aligned} u &= 2x_2 - 2y_2 \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} &= 2 \\ v &= 2\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \\ \frac{\partial v}{\partial x_2} &= \frac{2x_2 - 2y_2}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

On cherche à calculer le terme $\partial^2 \delta x_2^0 / \partial x_2^2$ tel que présenté dans l'équation (4.44).

Si maintenant on pose :

$$\frac{\partial \delta x_2^0}{\partial x_2} = k \left[\frac{u}{v} \right]$$

et si on simplifie les dérivées telles que $\partial \delta u / \partial x_2 = u'$ et $\partial \delta v / \partial x_2 = v'$, on peut écrire que :

$$\frac{\partial^2 \delta x_2^0}{\partial x_2^2} = k \left[\frac{u'v - v'u}{v^2} \right]$$

et donc

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \delta(x_2)}{\partial x_2^2} &= k \left[\frac{4\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} - \frac{4(x_2 - y_2)^2}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}}}{4(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2} \right] \\
&= k \left[\frac{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2 - (x_2 - y_2)^2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2})^3} \right]
\end{aligned} \tag{C.11}$$

On effectue les dérivations au point stationnaire, ce qui signifie que l'on travaille sur la surface de reproduction S et que $\vec{x} = \vec{y} \in S$, de plus cela implique que $x_{02} = x_2 = y_2 = 0$. Finalement :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \delta(x_2)}{\partial x_2^2} &= k \left[\frac{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2})^2}{(\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2})^3} \right] \\
&= k \left[\frac{1}{\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_3 - y_3)^2}} \right] \\
&= \frac{k}{r_0}
\end{aligned} \tag{C.12}$$

Ce résultat est utilisé à l'équation (4.44) du chapitre 4 section 4.4.

ANNEXE D

DONNÉES TECHNIQUES

On présente ici les caractéristiques techniques tirées de la documentation des constructeurs des haut-parleurs et caissons de basse du réseau de reproduction WFS présents au GAUS. Les haut-parleurs sont des ELAC 301.2. Les données techniques sont présentées dans le tableau D.1 :

Dimensions	121 × 91 × 136 mm
Poids	1.5 kg
Gamme fréquentielle	80 à 35000 Hz
Sensibilité	86 dB / 2.83 V / m
Impédance nominale	4 Ω

Tableau D.1 Données du constructeur des haut-parleurs

Les caissons de basse utilisés sont des Velodyne de modèle MiniVee brevetés *Energy Recovery System* (ERS). Les données techniques sont présentées dans le tableau tableau D.2 :

Dimensions	277 × 264 × 325 mm
Poids	15 kg
Réponse en fréquence	28 à 120 Hz (+/- 3dB)
Sensibilité	86 dB / 2.83 V / m
Fréquence de transition passe-haut	80 Hz
Fréquence de transition passe-bas	28 à 120 Hz
Amplificateur ERS	2000 watts puissance dymnamique, 1000 watts puissance RMS

Tableau D.2 Données du constructeur des caissons de basse

LISTE DES RÉFÉRENCES

- Abel, J. S., Hur, Y., Park, Y.-C. et Youn, D. H. (2010). A set of microphone array beamformers implementing a constant-amplitude panning law. Dans *Audio Engineering Society Convention 129*, Audio Engineering Society.
- Ahrens, J. et Spors, S. (2010). An analytical approach to 2.5D sound field reproduction employing linear distributions of non-omnidirectional loudspeakers. Dans *International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, ICASSP*.
- Berkhout, A. J. (1988). A holographic approach to acoustic control. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 36, numéro 12, p. 977–995.
- Berkhout, A. J., de Vries, D. et Vogel, P. (1993). Acoustic control by wave field synthesis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 93, numéro 5, p. 2764–2778.
- Bleistein, N. (1984). *Mathematical methods for wave phenomena*. Academic Press.
- Brandenburg, K., Brix, S. et Sporer, T. (2004). Wave field synthesis : from research to applications. Dans *Proceedings of the XII. European Signal Processing Conference, European Signal Processing Conference*.
- Christensen, J. et Hald, J. (2004). Technical review beamforming. *Bruël & Kjør*.
- Cobos, M., Spors, S., Ahrens, J. et Lopez, J. J. (2012). On the use of small microphone arrays for wave field synthesis auralization. Dans *Audio Engineering Society Conference : 45th International Conference : Applications of Time-Frequency Processing in Audio*, Audio Engineering Society.
- Corteel, E., Horbach, U. et Pellegrini, R. (2002). Multichannel inverse filtering of multiexciter distributed mode loudspeakers for wave field synthesis. Dans *Audio Engineering Society Convention 112*, Audio Engineering Society.
- Fazi, F. M. (2010). *Sound field reproduction*. Thèse de doctorat, University of Southampton.
- Gauthier, P.-A. (2007). *Synthèse de champs sonores adaptative*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke.
- Gauthier, P.-A., Berry, A. et Woszczyk, W. (2005). Sound-field reproduction in-room using optimal control techniques : simulations in the frequency domain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 117, numéro 2, p. 662–678.
- Gauthier, P.-A., Camier, C., Gauthier, O., Pasco, Y. et Berry, A. (2013). Sound field reproduction of real flight recordings in cabin mock-up. Dans *Audio Engineering Society Conference : 52nd International Conference : Sound Field Control-Engineering and Perception*, Audio Engineering Society.

- Gauthier, P.-A., Camier, C., Lebel, F. A., Pasco, Y. et Berry, A. (2012). Experiments of sound field reproduction inside aircraft cabin mock-up. Dans *Audio Engineering Society Convention 133*, Audio Engineering Society.
- Gauthier, P.-A., Camier, C., Pasco, Y., Berry, A., Chambatte, E., Lapointe, R. et Delalay, M.-A. (2011). Beamforming regularization matrix and inverse problems applied to sound field measurement and extrapolation using microphone array. *Journal of Sound and Vibration*, volume 330, numéro 24, p. 5852–5877.
- Gauthier, P.-A., Chambatte, É., Camier, C., Pasco, Y. et Berry, A. (2014). Beamforming regularization, scaling matrices, and inverse problems for sound field extrapolation and characterization : Part II—experiments. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 62, numéro 4, p. 207–219.
- Gerzon, M. A. (1985). Ambisonics in multichannel broadcasting and video. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 33, numéro 11, p. 859–871.
- Hansen, P. C. (1998). *Rank-deficient and discrete ill-posed problems : numerical aspects of linear inversion*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Hulsebos, E. (2004). *Auralization using wave field synthesis*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology.
- Hulsebos, E., de Vries, D. et Bourdillat, E. (2002). Improved microphone array configurations for auralization of sound fields by wave-field synthesis. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 50, numéro 10, p. 779–790.
- Hur, Y., Abel, J. S., Park, Y.-C. et Youn, D. H. (2011). Techniques for synthetic reconfiguration of microphone arrays. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 59, numéro 6, p. 404–418.
- Jessel, M. (1973). *Acoustique théorique, volume 1*. Masson.
- Kirsch, A. (2011). *An introduction to the mathematical theory of inverse problems*. Springer.
- Koopmann, G. H., Song, L. et Fahnlne, J. B. (1989). A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 86, numéro 6, p. 2433–2438.
- Laakso, T. I., Valimaki, V., Karjalainen, M. et Laine, U. K. (1996). Splitting the unit delay [fir/all pass filters design]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, volume 13, numéro 1, p. 30–60.
- Nelson, P. (2001). A review of some inverse problems in acoustics. *International journal of acoustics and vibration*, volume 6, numéro 3, p. 118–34.
- Nowak, J. et Strauß, M. (2012). Sound field reproduction analysis in a car cabin based on microphone array measurements. Dans *Audio Engineering Society Conference : 48th International Conference : Automotive Audio*, Audio Engineering Society.

- Padois, T. (2011). *Localisation de source acoustique en soufflerie anéchoïque par deux techniques d'antennerie : formation de voies et retournement temporel numérique*. Thèse de doctorat, Poitiers.
- Photiadis, D. M. (1990). The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 88, numéro 2, p. 1152–1159.
- Pulkki, V. (2007). Spatial sound reproduction with directional audio coding. *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 55, numéro 6, p. 503–516.
- Rabiner, L. R. et Gold, B. (1975). Theory and application of digital signal processing. *Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1975. 777 p.*, volume 1.
- Ramanana, T., Gauthier, P.-A., Bolduc, A. et Berry, A. (2014). Sound reproduction by beamforming capture and wave field synthesis. Dans *Audio Engineering Society Conference : 55th International Conference*, Audio Engineering Society.
- Teutsch, H. (2007). *Modal array signal processing : principles and applications of acoustic wavefield decomposition*. Springer.
- Theile, G. et Wittek, H. (2004). Wave field synthesis : A promising spatial audio rendering concept. *Acoustical science and technology*, volume 25, numéro 6, p. 393–399.
- Verheijen, E. N. G. (1998). *Sound reproduction by wave field synthesis*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology.
- Verron, C., Gauthier, P.-A., Langlois, J. et Guastavino, C. (2013). Spectral and spatial multichannel analysis/synthesis of interior aircraft sounds. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, volume 21, numéro 7, p. 1317–1329.
- Vogel, P. (1993). *Application of wave field synthesis in room acoustics*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology.
- Williams, E. G. (2003). Continuation of acoustic near-fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 113, numéro 3, p. 1273–1281.
- Zuccarelli, H. (1983). Ears hear by making sounds. *New scientist*, volume 100, numéro 1383, p. 438–440.

