

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Étude des interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités auprès d'élèves  
jugés ou non en difficulté en mathématiques en classes ordinaires du primaire

par

Vincent Martin

Thèse présentée à la Faculté d'éducation

en vue de l'obtention du grade de

*Philosophiæ Doctor* (Ph. D.)

Doctorat en éducation

Août, 2014

© Vincent MARTIN, 2014







Et si le hasard n'était rien d'autre que l'angle mort de la compréhension,  
que la zone d'ombre des connaissances de l'humanité.



## IDENTIFICATION DU JURY

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Étude des interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités auprès d'élèves  
jugés ou non en difficulté en mathématiques en classes ordinaires du primaire

Vincent Martin

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

Jean-Pascal Lemelin	Président du jury
Laurent Theis	Directeur de recherche
Claudine Mary	Codirectrice de recherche
Izabella Oliveira	Codirectrice de recherche
Hassane Squalli	Membre interne du jury
Jacinthe Giroux	Membre externe du jury
Geneviève Lessard	Membre externe du jury

Thèse acceptée le 27 juin 2014





## REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier sincèrement Laurent Theis, mon directeur de recherche, mentor et ami, dont les innombrables questionnements, conseils et suggestions ont littéralement permis ma naissance comme chercheur et didacticien des mathématiques. L'acuité de son regard de didacticien et sa rigueur de chercheur autant que sa patience et sa diplomatie ont constitué des conditions *sine qua non* de ma réussite.

Je remercie également mes deux codirectrices de recherche, Claudine Mary et Izabella Oliveira, qui m'ont tant apporté par leurs regards acérés et par la justesse de leurs commentaires. Je suis reconnaissant pour leur soutien et pour leur disponibilité.

Je dois aussi mentionner le travail de Geneviève Lessard, Hassane Squalli et Jacinthe Giroux, les trois évaluateurs qui ont lu, scruté, questionné et commenté ma thèse afin de m'aider à la bonifier. Je les remercie pour leur rigueur et leur honnêteté intellectuelle. À leur manière, ces didacticiens sont autant de modèles pour le jeune chercheur que je suis.

Des remerciements particuliers à mes collègues et amis, celles et ceux qui m'ont accompagné, écouté et soutenu tout au long de mon épopée doctorale, à savoir Eddy Supeno, Antoine Giguère, Martin Bouthiette, Alex Boudreau, Julie Babin, Patricia Dionne, David Benoit, Caroline Bisson, Khôi Mai Huy et Serge Franc. Leurs réflexions et les nombreuses discussions que j'ai eues avec eux ont su m'enrichir à la fois comme chercheur et comme humain.

Je tiens également à souligner les contributions significatives de quelques collaborateurs ponctuels, notamment le travail de moine de mes deux transpositeurs, Alex Martin et Julie Fournier, ainsi que les bons conseils statistiques de Sébastien Béland. Je suis également reconnaissant des importantes validations méthodologiques offertes par Sylvain Bourdon, le *Jedi* qualitatif, et par Éric Yergeau, le *Jedi* quantitatif.

Je remercie chaleureusement ma famille, à savoir mon père Claude ainsi que Chantal, ma mère Andrée ainsi qu'Yves, mes frères Alex et Simon, ma sœur Véronique et ma belle-sœur Caroline, qui ont cherché à comprendre mon travail et qui m'ont supporté dans cette aventure qui leur a probablement paru sans fin à bien des reprises.

Enfin, je tiens à remercier avec tout mon cœur mon amoureuse Ruth, qui a su être présente, compréhensive, critique et empathique durant ces six années de travail, ainsi que ma fille Flavie, qui s'est montrée patiente et tolérante avec un papa dont la tête était souvent prise dans sa recherche. Elles sont les deux véritables moteurs de mon travail et sans elles, la réussite de cette entreprise n'aurait pas été possible.

## SOMMAIRE

De nombreuses recherches qui ont porté sur l'enseignement des mathématiques offert aux élèves en difficulté dans les classes spéciales ont permis de dresser un portrait des conditions didactiques offertes à ces élèves dans ce contexte. De ce portrait se dégage entre autres l'idée que les conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe spéciale pour l'enseignement des mathématiques sont singulièrement différentes des conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire. Ainsi, il apparaît<sup>1</sup> que, par rapport à la classe ordinaire, la classe spéciale présente un contexte d'enseignement des mathématiques où le temps didactique avance plus lentement, notamment en raison de la nature des savoirs véhiculés dans la classe et de la place qu'ils occupent (Cherel, 2005; Favre, 1997; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003).

Si plusieurs recherches se sont intéressées à cette problématique de l'enseignement des mathématiques en classe spéciale, force est de constater que peu d'entre elles portent exclusivement leur attention sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire. En ce sens, les conditions didactiques offertes à cette catégorie d'élèves dans ce contexte restent méconnues. Pourtant, dans le système scolaire québécois, les élèves en difficulté sont majoritairement scolarisés en classe ordinaire au primaire (Gouvernement du Québec, 1999, 2010.) C'est donc en partant de ce constat que cette recherche s'intéresse aux conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté.

Pour guider et structurer cette réflexion, nous avons défini deux piliers conceptuels. D'une part, le concept d'intervention didactique issu des travaux de Vannier (2002, 2006)

---

<sup>1</sup> L'orthographe moderne recommandée par le Conseil supérieur de la langue française est utilisée dans ce texte. Pour en savoir plus : [www.orthographe-recommandee.info](http://www.orthographe-recommandee.info).

nous a permis de considérer les interventions didactiques des enseignants selon quatre niveaux. Ceux-ci vont de la définition du projet didactique jusqu'à l'institutionnalisation des savoirs visés, en passant par la dévolution de la situation aux élèves et l'accompagnement de ces derniers pendant la résolution. D'autre part, l'enseignement des probabilités a été choisi comme contexte d'étude pour la réalisation de notre recherche. Ce choix se base à la fois sur la grande place occupée par les probabilités dans nos sociétés et sur leur richesse conceptuelle, qui s'articule notamment autour du caractère non-déterministe des probabilités, des différentes perspectives probabilistes, des conceptions probabilistes et des défis associés à l'enseignement des probabilités.

De manière plus concrète, les objectifs de cette étude sont (1) de décrire et de comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par deux enseignants pour l'enseignement des probabilités au sein de classes ordinaires du primaire, (2) de décrire et de comprendre les interventions didactiques réalisées plus spécifiquement pour l'enseignement des probabilités aux élèves en difficulté en mathématiques et (3) de situer les interventions didactiques faites auprès des élèves en difficulté en mathématiques par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas en difficulté en mathématiques.

Pour arriver à mieux comprendre l'enseignement des probabilités aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire du primaire, nous avons réalisé l'étude de cas de deux enseignants de classes ordinaires de troisième cycle du primaire. Nous avons demandé à ces enseignants d'utiliser une même ressource didactique liée aux probabilités afin de concevoir et de mettre en œuvre un projet didactique adapté à leurs élèves. Cette ressource est composée de trois outils probabilistes. Pour chacun des outils, les élèves ont dû déterminer les probabilités de gagner pour ensuite les comparer et arriver à déterminer l'outil offrant la meilleure probabilité. Cette ressource se voulait relativement ouverte, afin qu'il revienne aux enseignants de dégager des savoirs et des enjeux d'apprentissage pour leurs élèves en fonction des contraintes de leur milieu.

Pour présenter la ressource aux enseignants, nous avons réalisé une rencontre préparatoire en amont de la collecte de données. Durant celle-ci, nous avons également fait un survol des enjeux conceptuels liés aux probabilités. Pour recueillir les données, nous avons réalisé avec chacun des enseignants une entrevue pré-action, un enregistrement en classe de son activité et enfin, une entrevue postaction. De plus, nous avons demandé aux enseignants de classer les élèves de leur classe selon qu'ils les jugeaient forts, moyens ou en difficulté en mathématiques. Les données ainsi collectées ont été transcrites, traitées et analysées dans *Nvivo 10*. La démarche d'analyse des données a mené au codage du corpus. Puis, à partir des produits du codage, nous avons réalisé des analyses quantitatives. Enfin, nous avons fait une analyse didactique à travers une mise en relief de certains faits saillants liés à l'enseignement des probabilités et aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Les principaux résultats de cette recherche montrent que les deux enseignants ont rencontré certaines difficultés avec la perspective probabiliste fréquentielle et les enjeux conceptuels qui lui sont liés, notamment au regard de la gestion de la variabilité dans les essais et dans l'établissement d'un lien avec les probabilités théoriques. L'institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité semble également avoir été un défi pour eux. En effet, ils ont tendance à pointer les solutions de l'activité qui vont dans la direction attendue, mais sans nécessairement discuter des enjeux probabilistes sous-jacents. Lorsqu'ils le font, ils restent proches de l'activité et des outils, et n'abordent pas le fait que les connaissances ciblées dans la tâche dépassent le seul contexte de cette activité.

Dans ce contexte, les conditions didactiques offertes au sein des classes ordinaires observées semblent uniformes et peu différenciées dans leur nature au regard des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Celles-ci apparaissent fortement influencées par la posture adoptée par l'enseignant au regard des enjeux conceptuels et par sa propre maîtrise des savoirs mathématiques en jeu dans l'activité. Il semble également que la mode général d'intervention de l'enseignant (sa manière d'intervenir et de gérer les échanges), a une incidence sur les conditions didactiques qu'il offre aux élèves de sa classe. Dans

l'ensemble, seulement quelques mesures sont spécifiquement mises en œuvre auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques ou semblent avoir des effets spécifiques au regard de cette catégorie d'élèves. Toutefois, des différences quantitatives ont été observées en lien avec la quantité d'interventions auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques et aux moments où ces interventions étaient faites durant l'activité. D'une part, les interventions auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques sont en proportion moins nombreuses que les interventions auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. D'autre part, les deux enseignants interviennent surtout avant et pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Les résultats de cette thèse montrent que les deux enseignants ciblés ont planifié des projets didactiques distincts à partir d'une même ressource didactique, notamment en ce qui a trait aux modifications apportées à la ressource et au moment où a été proposée l'activité dans le parcours d'apprentissage des élèves. De plus, dans la réalisation de ce projet didactique, nous avons constaté que les deux enseignants ont fait des interventions didactiques assez différentes, que ce soit pour l'enrôlement des élèves et l'émergence du problème, pour l'aide offerte pendant la résolution ou pour l'institutionnalisation des savoirs en jeu.

Nous sommes d'avis que les résultats de cette étude peuvent éclairer les divers acteurs impliqués dans la formation des futurs enseignants du primaire, mais également de l'adaptation scolaire. En ce sens, cette thèse a permis de montrer que la planification d'une activité à partir d'une ressource didactique au fort potentiels mathématique et didactique n'est pas suffisant pour enseigner les probabilités et offrir des conditions didactiques favorables à l'apprentissage des probabilités, que ce soit aux élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Dans ce sens, nous avons mis en lumière qu'une attention particulière doit être portée aux enjeux probabilistes inhérents aux outils, en tenant compte des conséquences didactiques entraînées par les choix faits par l'enseignant en amont de la rencontre des élèves avec l'activité. Nos résultats illustrent le fait qu'il faut également

considérer la posture adoptée par l'enseignant au regard des contenu probabilistes et le mode général d'intervention qu'il met en œuvre dans le cadre de l'activité, et ce, en fonction de leur incidence sur les conditions didactiques offertes aux élèves pour l'apprentissage des probabilités. Cette thèse nous amène à penser qu'il est important de prendre en compte la gestion du retour et de la conclusion de l'activité pour arriver à favoriser l'institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité. Cette sensibilisation à différents éléments (degré de maîtrise des contenus probabilistes, choix didactiques, mode général d'intervention, gestion du retour et de la conclusion) en lien avec les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques lors de la formation des enseignants, nous paraît fondamentale. Enfin, il nous semble que les niveaux d'intervention didactique pourraient servir de point de départ à une réflexion avec les étudiants en formation pour décortiquer la démarche de planification et de réalisation d'un projet didactique.

En nous intéressant à un aspect peu exploré par la recherche scientifique, en l'occurrence les conditions didactiques offertes dans l'enseignement des probabilités aux élèves jugés en difficulté au sein de la classe ordinaire, nous croyons jeter un regard original sur la problématique de l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. En ce sens, les résultats de cette recherche peuvent constituer le point de départ pour la réalisation de recherches ultérieures sur les interventions didactiques faites par des enseignants du primaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. D'abord, cette thèse offre une ouverture sur des recherches avec davantage de séances d'enseignement observées en classe ou avec une plus grande diversité des contenus mathématiques enseignés. Ensuite, un prolongement de notre recherche pourrait mener à des recherches plus élaborées sur des contenus mathématiques avec lequel les enseignants se disent plus à l'aise, ou encore sur un enseignement ordinaire de différents contenus mathématiques, sans que soit présentée une ressource didactique. Enfin, à la lumière des résultats de cette thèse, il serait possible de mener des recherches pour dépasser la simple étude des pratiques déclarées et observées et d'aller jusqu'à l'étude du regard que les enseignants portent eux-mêmes sur leurs pratiques d'enseignement des mathématiques.





## TABLE DES MATIÈRES

<b>IDENTIFICATION DU JURY</b> .....	<b>7</b>
<b>SOMMAIRE</b> .....	<b>11</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>33</b>
<b>PREMIER CHAPITRE – LA PROBLÉMATIQUE</b> .....	<b>35</b>
1. L'ADAPTATION DE L'ENSEIGNEMENT .....	35
1.1 Le discours ministériel.....	36
1.2 La position de chercheurs .....	37
2. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LA CLASSE SPÉCIALE .....	39
2.1 Un ralentissement du temps didactique .....	41
2.2 Une économie dans l'exposé du savoir.....	42
2.3 Une algorithmisation des objets de savoir .....	42
2.4 Un surinvestissement et un désinvestissement de certains savoirs .....	43
2.5 Un manque d'institutionnalisation.....	44
2.6 Une gestion à chaud des erreurs et de l'échec .....	45
2.7 Une succession rapide de savoirs morcelés .....	46
2.8 L'effet pharmakéia.....	47
2.9 Un agrandissement de la part commune ou publique du travail.....	48
2.10 Un morcèlement des savoirs et une diminution des exigences.....	49
2.11 Une synthèse des phénomènes d'enseignement des mathématiques observés dans la classe spéciale .....	50
3. LA SCOLARISATION AU PRIMAIRE DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ AU QUÉBEC.....	52
3.1 Un historique de la scolarisation des élèves en difficulté.....	53
3.2 Quelques statistiques sur la scolarisation des élèves en difficulté au primaire .....	56
4. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LA CLASSE ORDINAIRE.....	58
4.1 Les travaux de Sarrazy et Roiné .....	58
4.2 Les travaux de Schmidt, Squalli et Mary.....	61
4.2.1 Une description des travaux .....	61
4.2.2 Les conditions favorables à l'intégration des élèves en difficulté .....	62

4.2.3 Une pratique exemplaire au cœur d'un système complexe, cohérent et stable	64
4.3 Une synthèse des conditions didactiques mises en place dans la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté.....	65
5. LE PROBLÈME ET LA QUESTION GÉNÉRALE DE RECHERCHE .....	67
<b>DEUXIÈME CHAPITRE – LE CADRE CONCEPTUEL.....</b>	<b>69</b>
1. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DE L'ENSEIGNANT .....	69
1.1 Les influences des travaux de Vygotski et de Bruner.....	70
1.1.1 Les médiations dans le cadre de Vygotski .....	70
1.1.2 La tutelle et le processus d'étayage dans le cadre de Bruner .....	73
1.2 Les niveaux d'intervention didactique de Vannier .....	77
1.2.1 Une étude de l'activité de tutelle d'enseignants dans l'enseignement des fractions à des élèves en difficulté en mathématiques.....	78
1.2.2 Le modèle trifonctionnel de la tutelle et les niveaux d'intervention didactique .....	81
1.2.3 Les résultats de l'étude.....	85
1.2.4 L'apport des travaux de Vannier à l'étude de notre objet.....	88
2. LES PROBABILITÉS : CHOIX ET DESCRIPTION D'UN CONTEXTE D'ÉTUDE .....	89
2.1 Le choix des probabilités comme contexte d'étude.....	90
2.2 La place des probabilités dans nos sociétés modernes .....	91
2.2.1 Les probabilités dans la vie du citoyen .....	91
2.2.2 Les probabilités dans le PFEQ du primaire.....	92
2.3 Les trois perspectives probabilistes .....	93
2.4 Les conceptions probabilistes .....	95
2.4.1 La chance et la qualité du joueur.....	97
2.4.2 La représentativité .....	97
2.4.3 Les effets trompeurs de la recension .....	98
2.4.4 La confusion entre des événements simples et composés.....	99
2.4.5 L'erreur de conjonction.....	100
2.4.6 L'effet de la taille de l'échantillon .....	101
2.4.7 L'accessibilité.....	102

2.4.8 L'effet de l'axe du temps .....	103
2.4.9 L'approche du résultat.....	104
2.5 Les défis liés à l'enseignement des probabilités .....	105
2.5.1 La maîtrise des concepts probabilistes .....	105
2.5.2 L'ouverture sur les trois perspectives probabilistes .....	106
2.5.3 La reconnaissance et la prise en compte des conceptions probabilistes .....	107
3. LES OBJECTIFS DE RECHERCHE.....	108
<b>TROISIÈME CHAPITRE – LA RESSOURCE DIDACTIQUE .....</b>	<b>111</b>
1. LES JUSTIFICATIONS DU RECOURS À UNE RESSOURCE DIDACTIQUE .....	112
2. LA DESCRIPTION DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE.....	114
3. L'ANALYSE À PRIORI DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE .....	115
3.1 Les choix et les caractéristiques liés à la ressource didactique.....	115
3.1.1 La roulette .....	116
3.1.2 La paire de dés à quatre faces.....	119
3.1.3 La bouteille.....	122
3.1.4 La comparaison des trois outils.....	124
3.2 Les enjeux probabilistes inhérents à la ressource didactique .....	126
3.2.1 L'inscription dans les perspectives probabilistes .....	127
3.2.2 Le passage entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique ....	128
3.2.3 Les différents nombres de cas possibles et de cas favorables .....	131
3.2.4 La rétroaction offerte par les outils .....	132
3.2.5 Les conceptions probabilistes.....	133
3.2.6 Les autres enjeux conceptuels .....	134
<b>QUATRIÈME CHAPITRE – LA MÉTHODOLOGIE .....</b>	<b>137</b>
1. LES PARTICIPANTS .....	137
1.1 Les enseignants .....	138
1.1.1 Un premier enseignant : Orange.....	139
1.1.2 Un second enseignant : Bleu .....	139
1.2 Les élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques.....	139
2. LES OUTILS ET LA DÉMARCHE DE COLLECTE DE DONNÉES .....	140

2.1 Les outils de collecte.....	141
2.2 La démarche de collecte de données.....	142
2.2.1 Temps 0 : La pré-expérimentation .....	143
2.2.2 Temps 1 : La rencontre préparatoire .....	144
2.2.3 Temps 2 : Les entrevues pré-action.....	149
2.2.4 Temps 3 : Les enregistrements en classe .....	149
2.2.5 Temps 4 : Les entrevues postaction .....	150
3. LE TRAITEMENT ET LA DÉMARCHE D'ANALYSE DES DONNÉES .....	152
3.1 Le traitement des données.....	152
3.2 La démarche d'analyse des données .....	152
3.2.1 Une première vague d'analyse : une analyse préliminaire.....	153
3.2.2 Une deuxième vague d'analyse : l'émergence d'un polyptyque de codage ..	154
3.2.2.1 Le déroulement de la deuxième vague d'analyse.....	154
3.2.2.2 Le codage et le polyptyque de codage .....	158
3.2.2.3 L'analyse quantitative à partir des données issues du codage .....	164
3.2.3 Une troisième vague d'analyse : l'analyse didactique des séances.....	167
4. LES CONSIDÉRATIONS ÉTHIQUES.....	168
4.1 Le consentement libre et éclairé des participants .....	169
4.2 Le maintien de l'anonymat des participants .....	169
4.3 La duperie et son dévoilement.....	170
<b>CINQUIÈME CHAPITRE – LA PRÉSENTATION ET L'ANALYSE DES</b>	
<b>RÉSULTATS .....</b>	<b>173</b>
<b>LE CAS D'ORANGE .....</b>	<b>175</b>
1. ORANGE ET LES ÉLÈVES DE SA CLASSE .....	177
1.1 Qui est Orange? Quel regard porte-t-il sur les probabilités? .....	177
1.2 Quel est le niveau mathématique de la classe et des élèves?.....	180
1.2.1 Le niveau mathématique collectif de la classe .....	180
1.2.2 Les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques .....	182
1.2.3 Les élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	184
1.3 Une synthèse de la section.....	187

2. LE PROJET DIDACTIQUE.....	188
2.1 L'adéquation et les modifications de la ressource didactique .....	189
2.1.1 L'ajout d'un pointeur laser.....	189
2.1.2 L'ajout du contexte de pari avec les outils.....	191
2.1.3 L'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille.....	196
2.2 Les objectifs de l'activité.....	198
2.3 La description de l'activité .....	199
2.3.1 Avant le travail avec les outils .....	201
2.3.2 Pendant le travail avec les outils .....	205
2.3.3. Après le travail avec les outils.....	207
2.4 Une synthèse de la section.....	208
3. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DURANT L'ACTIVITÉ.....	209
3.1. Pendant le travail avec les outils.....	210
3.1.1 Le mode général d'intervention .....	211
3.1.1.1 Un questionnement sur le nombre d'essais et la justification des choix associés.....	211
3.1.1.2 Un rappel du mandat de comparaison des outils.....	216
3.1.1.3 Les intentions d'Orange sur l'enjeu du nombre d'essais .....	218
3.1.2 Des occasions manquées de relier les perspectives probabilistes .....	221
3.1.3 Des indices pour aborder des enjeux conceptuels inhérents à l'activité .....	228
3.1.3.1 La reconnaissance d'évènements aléatoires composés .....	228
3.1.3.2 La présomption d'équiprobabilité .....	230
3.1.3.3 La conception probabiliste de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements .....	232
3.1.3.4 Les conditions de réalisation d'une expérience aléatoire.....	234
3.2 Après le travail avec les outils.....	237
3.2.1 Un retour sur le travail des élèves avec les outils .....	238
3.2.1.1 L'absence de réflexion sur l'enjeu du nombre suffisant d'essais.....	239
3.2.1.2 L'absence de liens établis entre les perspectives probabilistes .....	244
3.2.1.3 L'absence de comparaison entre les outils.....	245

3.2.2 La conclusion de l'activité : une tentative d'institutionnalisation.....	248
3.2.2.1 La mise en lumière de deux questions liées au travail des élèves.....	248
3.2.2.2 La paire de dés et sa probabilité théorique de gagner .....	251
3.2.2.3 La roulette et sa probabilité théorique de gagner .....	253
3.2.2.4 La bouteille et sa probabilité théorique de gagner .....	256
3.2.3 Le choix d'un outil et le retour au contexte de pari .....	260
3.3 Une synthèse de la section.....	261
4. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES.....	263
4.1 Un retour sur le mode général d'intervention d'Orange.....	263
4.2 Le cas d'Annabelle .....	264
4.2.1 Le regard porté par Orange sur l'élève en amont de l'activité.....	265
4.2.2 La contribution d'Annabelle durant l'activité.....	266
4.2.2.1 Les traces qualitatives de la contribution d'Annabelle .....	266
4.2.2.2 Les traces quantitatives de la contribution d'Annabelle .....	268
4.2.3 Le regard rétrospectif porté par Orange sur la performance d'Annabelle .....	270
4.2.4 Annabelle et le portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.....	271
4.3 Une analyse quantitative des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	272
4.3.1 La part des interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	273
4.3.2 Les interventions faites avant, pendant et après le travail avec les outils .....	278
4.3.3 Les types d'interventions faites durant l'activité .....	281
4.4 Une analyse qualitative des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	284
4.5 Une synthèse de la section.....	288
5. L'ÉPILOGUE DE L'ACTIVITÉ .....	291
<b>LE CAS DE BLEU .....</b>	<b>301</b>
1. BLEU ET LES ÉLÈVES DE SA CLASSE .....	303

1.1 Qui est Bleu? Quel regard porte-t-il sur les probabilités? .....	303
1.2 Quel est le niveau mathématique de la classe et des élèves?.....	307
1.2.1 Le niveau mathématique collectif de la classe.....	308
1.2.2 Les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques .....	309
1.2.3 Les élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	310
1.3 Une synthèse de la section .....	313
2. LE PROJET DIDACTIQUE.....	314
2.1 L'adéquation et la modification de la ressource didactique .....	316
2.1.1 L'ajout d'un préambule en amont du travail avec les outils .....	316
2.1.2 Le dévoilement prévu au départ de la composition de la bouteille.....	317
2.2 Les objectifs de l'activité.....	318
2.3 La description de l'activité .....	319
2.3.1 Première séance de l'activité.....	322
2.3.1.1 Avant le travail avec les outils .....	322
2.3.1.2 Pendant le travail avec les outils .....	327
2.3.1.3 Après le travail avec les outils.....	328
2.3.2 Seconde séance de l'activité.....	329
2.3.2.1 Avant le travail avec la bouteille.....	330
2.3.2.2 Pendant le travail avec la bouteille.....	331
2.3.2.3 Après le travail avec la bouteille .....	332
2.4 Une synthèse de la section .....	333
3. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DURANT L'ACTIVITÉ.....	334
3.1 Les choix structurants .....	335
3.1.1. Une structuration par la réalisation d'un préambule .....	336
3.1.1.1 Une réflexion générale sur les probabilités.....	337
3.1.1.2 Le recours à des situations semblables.....	339
3.1.1.3 La comparaison de situations .....	346
3.1.2 Une structuration par la prescription d'une démarche de réalisation des essais avec la bouteille.....	351
3.2 La prégnance de la perspective probabiliste théorique dans le discours de Bleu ....	353

3.2.1 La science du hasard, c'est du « mathématique » et non de « l'à peu près »	353
3.2.1.1 La perspective probabiliste fréquentielle	355
3.2.1.2 La perspective probabiliste théorique	361
3.2.2 « Combien de chances sur combien de possibilités »	367
3.3 Le mode général d'intervention	368
3.3.1 Pendant le travail avec les outils: première séance	369
3.3.1.1 Des interventions en fonction des besoins des élèves	369
3.3.1.2 Un indice par rapport à la paire de dés	371
3.3.1.3 Un indice par rapport à la roulette	372
3.3.1.4 Une gestion évasive du travail avec la bouteille	374
3.3.2 Pendant le travail avec la bouteille : deuxième séance	377
3.4 Le retour sur le travail des élèves et l'institutionnalisation des savoirs en jeu	378
3.4.1 La paire de dés et la roulette	379
3.4.1.1 Le retour sur le travail avec la paire de dés	379
3.4.1.2 Le retour sur le travail avec la roulette	381
3.4.2 La première comparaison : la paire de dés et la roulette	383
3.4.3 La bouteille	384
3.4.3.1 Le retour sur le travail avec la bouteille : première séance	385
3.4.3.2 Le retour sur le travail avec la bouteille : deuxième séance	394
3.4.4 La comparaison finale : les trois outils	405
3.5 L'intégration	407
3.5.1 La question de comparaison qui est posée	408
3.5.2 La question de comparaison qui a été préparée	412
3.6 Une synthèse de la section	413
4. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES	416
4.1 Une analyse quantitative des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques	417
4.1.1 La part des interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques	417



4.1.2 Les interventions faites avant, pendant et après le travail avec les outils .....	420
4.1.3 Les types d'interventions faites durant l'activité .....	423
4.2 Une analyse qualitative des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	424
4.2.1 Les interventions faites spécifiquement auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	424
4.2.1.1 L'interpellation spécifique d'un élève.....	425
4.2.1.2 La vérification ponctuelle de l'avancement des travaux .....	429
4.2.1.3 Un étayage plus directif.....	430
4.2.2 Les interventions destinées à tout le groupe.....	432
4.2.2.1 La recherche d'un minimum d'élèves prêts à intervenir.....	433
4.2.2.2 Le changement forcé de locuteur .....	434
4.2.2.3 Un tour de table .....	437
4.3 Une synthèse de la section .....	438
<b>SIXIÈME CHAPITRE – LA DISCUSSION DES RÉSULTATS .....</b>	<b>441</b>
1. LES QUATRE NIVEAUX D'INTERVENTION DIDACTIQUE .....	441
1.1 Définir un projet didactique.....	442
1.2 Provoquer l'émergence du problème.....	446
1.3 Offrir une aide à la résolution .....	449
1.4 Institutionnaliser les savoirs en jeu .....	450
2. L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS À PARTIR DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE.....	455
2.1 Une difficulté à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et le théorique.....	456
2.2 La maîtrise des contenus probabilistes .....	459
2.3 Une rupture épistémologique entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique.....	461
2.4 La prise en compte de la variabilité et de la loi des grands nombres .....	463
3. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES.....	470

3.1 Des différences dans les interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques.....	470
3.2 La posture adoptée et les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques .....	477
3.3 Les effets du mode général d'intervention .....	480
3.4 L'identification des élèves en difficulté en mathématiques dans la classe ordinaire .....	482
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>487</b>
1. UN RÉSUMÉ DE LA RECHERCHE .....	487
2. LES PRINCIPAUX RÉSULTATS DE LA RECHERCHE .....	489
3. LES LIMITES DE LA RECHERCHE .....	490
4. LES RETOMBÉES DE LA RECHERCHE .....	492
5. LES PISTES DE RECHERCHE.....	493
6. LE POSITIONNEMENT DANS LA THÉMATIQUE DU DOCTORAT .....	495
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>497</b>
<b>ANNEXE A – DIAPORAMA DE LA RENCONTRE PRÉPARATOIRE.....</b>	<b>511</b>
<b>ANNEXE B – GUIDE D'ENTREVUE PRÉ-ACTION.....</b>	<b>525</b>
<b>ANNEXE C – SYNOPSIS DE L'ACTIVITÉ D'ORANGE.....</b>	<b>529</b>
<b>ANNEXE D – SYNOPSIS DE L'ACTIVITÉ DE BLEU .....</b>	<b>531</b>
<b>ANNEXE E – GUIDE D'ENTREVUE POSTACTION.....</b>	<b>535</b>
<b>ANNEXE F – TROISIÈME PLAN DU POLYPTYQUE D'ENCODAGE .....</b>	<b>537</b>
<b>ANNEXE G – ATTESTION DE CONFORMITÉ AUX PRINCIPES ÉTHIQUES</b>	<b>545</b>
<b>ANNEXE H – FORMULAIRE DE CONSENTEMENT DES PARENTS.....</b>	<b>547</b>
<b>ANNEXE I – FORMULAIRE DE CONSENTEMENT DES ENSEIGNANTS .....</b>	<b>551</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 – La tour mexicaine de Bruner (1983) .....	75
Figure 2 – Des exemples d’items figurant dans la ressource de Vannier (2002) .....	79
Figure 3 – Le modèle trifonctionnel et les niveaux d’intervention didactique.....	85
Figure 4 – Les savoirs essentiels probabilistes dans le PFEQ (2001, p. 138) .....	93
Figure 5 – La roulette .....	117
Figure 6 – Une paire de dés à quatre faces .....	120
Figure 7 – Une représentation de la bouteille.....	123
Figure 8 – Le passage de la perspective fréquentielle à la théorique avec la bouteille .....	129
Figure 9 – Le résumé des cinq temps de la collecte de données .....	143
Figure 10 – Une vue d’ensemble des étapes de notre démarche d’analyse des données ..	153
Figure 11 – L’arborescence thématique et ses niveaux .....	155
Figure 12 – Le polyptyque et ses quatre plans .....	157
Figure 13 – Le plan du polyptyque lié au moment de l’intervention .....	160
Figure 14 – Le plan du polyptyque lié au contexte de l’intervention.....	161
Figure 15 – Le plan du polyptyque lié à la nature de l’intervention.....	162
Figure 16 – Le plan du polyptyque lié à la situation probabiliste évoquée .....	163
Figure 17 – Une ligne du temps de l’activité d’Orange.....	200
Figure 18 – L’arbre des probabilités d’Annabelle.....	229
Figure 19 – La roulette subdivisée d’Annabelle.....	255
Figure 20 – Les interventions faites par Orange auprès des É.tous.....	269
Figure 21 – Les interventions faites par Orange auprès des É.tous–.....	274
Figure 22 – Une ligne du temps de l’activité de Bleu .....	321
Figure 23 – L’organisation des six photos d’élèves par Bleu.....	343
Figure 24 – L’organisation des photos avec celle de Bleu .....	344
Figure 25 – La première conclusion de Logan et Nicolas avec la paire de dés.....	371
Figure 26 – La moitié « blanche » de l’arbre des probabilités de la bouteille.....	388
Figure 27 – La représentation de Bleu des probabilités de gagner associées aux outils ...	406
Figure 28 – Les interventions faites par Bleu auprès des É.tous .....	418



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 – La répartition des EHDAA au primaire selon leur type de regroupement pour les années scolaires 2006-2007 à 2010-2011 .....	57
Tableau 2 – La tâche prescrite à la tutrice dans la recherche de Bruner (1983).....	76
Tableau 3 – Les fonctions d'étayage ou de tutelle identifiées par Bruner (1983).....	77
Tableau 4 – La division de la roulette en secteurs angulaires par couleur .....	118
Tableau 5 – Les résultats possibles et leur somme pour deux dés à quatre faces.....	121
Tableau 6 – Les trois outils et leurs principales caractéristiques.....	127
Tableau 7 – Les résultats d'une requête d'encodage matriciel entre les plans 1 et 4 du polyptyque.....	165
Tableau 8 – Le niveau mathématique des élèves d'Orange .....	182
Tableau 9 – La description de certains élèves jugés en difficulté en mathématiques par Orange .....	186
Tableau 10 – La composition des quatre équipes de la classe d'Orange.....	207
Tableau 11 – Les interventions faites par Orange auprès des élèves de l'équipe D.....	270
Tableau 12 – La moyenne, la médiane et l'écart-type des interventions d'Orange pour les É.nondiff, les É.difficulté et les É.tous.....	275
Tableau 13 – Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous .....	277
Tableau 14 – Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous aux trois moments de l'activité.....	279
Tableau 15 – Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté– et des É.tous– aux trois moments de l'activité.....	280
Tableau 16 – Les types d'interventions faites par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté.....	282
Tableau 17 – Les types d'interventions faites par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté–.....	283
Tableau 18 – Le niveau mathématique des élèves de Bleu .....	309
Tableau 19 – Les résultats des essais réalisés avec la bouteille par les élèves de Bleu.....	395

Tableau 20 — Les interventions faites par Bleu auprès des É.nondiff et des É.difficulté ..	419
Tableau 21 — Les interventions faites par Bleu auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous aux trois moments de l'activité .....	421
Tableau 22 — Les types d'interventions que fait Bleu auprès des É.nondiff et des É.difficulté.....	423
Tableau 23 — Les interventions faites par Bleu et par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté aux trois moments de l'activité .....	474

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGNES ET DES ACRONYMES**

CLIPA	Classe d'initiation préprofessionnelle en alternance
COPEX	Comité provincial de l'enfance inadaptée
CSE	Conseil supérieur de l'éducation
EHDA	Élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
MEQ	Ministère de l'Éducation du Québec
PFEQ	Programme de formation de l'école québécoise
SEGPA	Sections d'enseignement général et professionnel adapté
TSD	Théorie des situations didactiques
ZEP	Zones d'éducation prioritaire
ZPD	Zone proximale de développement





## INTRODUCTION

Dans cette thèse<sup>2</sup> en didactique des mathématiques, nous avons étudié les conditions didactiques mises en place par deux enseignants de classes ordinaires de troisième cycle du primaire pour l'enseignement des probabilités à des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

De la problématique de recherche, il ressort qu'une logique d'adaptation pèse sur l'enseignement au sein de la classe spéciale, qui se traduit par l'émergence de phénomènes d'enseignement qui posent problème pour l'apprentissage des mathématiques chez les élèves en difficulté. Toutefois, au primaire, la classe spéciale ne constitue le milieu de scolarisation que pour une minorité des élèves en difficulté, étant donné que ces derniers se trouvent majoritairement scolarisés au sein de classes ordinaires. De plus, le contexte de la classe ordinaire est fort différent du contexte de la classe spéciale, qui regroupe un ensemble d'élèves qui a échoué dans l'enseignement régulier. Les recherches sur les classes spéciales ne nous renseignent donc pas nécessairement sur les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté dans les classes ordinaires. Peu de recherches ont étudié spécifiquement l'enseignement des mathématiques à ces élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire. En ce sens, nous en savons très peu sur les conditions didactiques mises en œuvre par l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe ordinaire. Il convient donc d'explicitier ces conditions didactiques, et ce, dans le but de mieux les comprendre.

Nous avons choisi l'enseignement des probabilités comme contexte d'étude pour cette thèse. Le concept d'intervention didactique de Vannier (2002, 2006) a constitué le

---

<sup>2</sup> Cette recherche a reçu l'appui financier du Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences (CREAS, <http://www.creas.ca/>), de la Faculté d'éducation de l'Université de Sherbrooke, du Fonds de recherche du Québec sur la société et la culture (FRQ-SC) et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

point de départ de notre réflexion sur les conditions didactiques mises en place par les enseignants. Nous avons cherché à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en place par des enseignants du primaire pour l'enseignement des probabilités en classe ordinaire, puis nous avons tenté de situer les interventions faites spécifiquement auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques par rapport à celles-ci.

Pour y arriver, nous avons élaboré une ressource didactique liée aux probabilités qui a été présentée à deux enseignants du troisième cycle du primaire, à partir de laquelle ils ont conçu et mis en œuvre un projet didactique adapté à leurs élèves. Des données ont été tirées d'entrevues pré-action et postaction avec chacun des enseignants ciblés et des enregistrements vidéo des séances d'enseignement en classe nous ont permis d'analyser les interventions didactiques mises en place par les enseignants pour la conception et la réalisation de leur projet. Notre analyse est présentée sous la forme de deux études de cas. Une comparaison des interventions didactiques faites auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques nous a permis d'ouvrir une réflexion sur les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques au sein de la classe ordinaire.

Cette thèse est composée de six chapitres. Le premier chapitre présente la problématique sur laquelle elle repose. Le deuxième chapitre permet d'aborder le cadre conceptuel qui structure la thèse de même que les objectifs qu'elle cible. Le troisième chapitre expose la ressource didactique qui a été proposée aux enseignants, et le quatrième chapitre traite de la méthodologie mise en œuvre. Le cinquième chapitre est dédié aux résultats et plus précisément à la présentation des cas qui ont fait l'objet de notre analyse : Bleu et Orange. Le sixième chapitre rapporte la discussion des résultats qui se dégagent de la thèse à l'aune de certains écrits scientifiques. Enfin, une conclusion vient clore la thèse.

## **PREMIER CHAPITRE**

### **LA PROBLÉMATIQUE**

Depuis quelques années, l'enseignement des mathématiques et ses spécificités auprès des élèves en difficulté font l'objet d'une attention particulière dans les travaux de recherche en didactique des mathématiques. S'inscrivant dans ce courant de recherche, cette thèse se préoccupe de l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire au primaire. Le présent chapitre vise à mettre en lumière cette problématique, que nous avons divisée en quatre sections.

Nous abordons ici la question de l'adaptation de l'enseignement, pour ensuite traiter de l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale. Puis, nous décrivons brièvement le contexte de scolarisation des élèves en difficulté qui prévaut au Québec et, enfin, nous nous intéressons à l'enseignement des mathématiques au sein de la classe ordinaire. Finalement, à la lumière de l'ensemble des éléments abordés dans le premier chapitre de la thèse, nous formulons un problème de recherche et une question générale de recherche.

#### **1. L'ADAPTATION DE L'ENSEIGNEMENT**

Dans la foulée de la réforme de l'éducation au Québec, l'adaptation de l'enseignement est devenue l'une des voies privilégiées par le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS)<sup>3</sup> pour atteindre la réussite pour tous, et ce, autant pour les niveaux d'enseignement primaire que secondaire. La présente section vise à exposer, d'une part, certains éléments du discours ministériel qui sous-tendent cette perspective d'adaptation de l'enseignement et, d'autre part, la position de chercheurs en didactique des mathématiques en lien avec cette perspective.

---

<sup>3</sup> Le Ministère de l'éducation du Québec (MEQ) est devenu le MELS en 2004. En fonction de la date de publication des documents évoqués, nous référons à l'un ou à l'autre des acronymes.

## 1.1 Le discours ministériel

Au Québec, des injonctions demandant aux enseignants d'adapter leur enseignement aux caractéristiques et aux besoins de leurs élèves se dégagent de différents documents ministériels (Gouvernement du Québec, 1999, 2001*a*; 2001*b*; 2006*a*, 2006*b*, 2007; 2009). Parmi ces documents, la *Politique de l'adaptation scolaire* (Gouvernement du Québec, 1999), vise à recadrer les grandes orientations de la réforme de l'éducation du Québec au regard des besoins particuliers des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). Ce document présente l'idée que les services éducatifs offerts par la commission scolaire et par l'établissement scolaire ainsi que les interventions de tous les acteurs de l'éducation doivent être adaptés aux besoins de ces élèves.

Dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ) du primaire (Gouvernement du Québec, 2001*a*), la mission de l'école s'articule autour de trois axes : instruire, socialiser et qualifier les élèves. La présentation de ce dernier axe de la mission de l'école québécoise – qualifier – soulève l'idée d'adaptation de l'enseignement aux besoins des élèves :

L'école a le devoir de rendre possible la réussite scolaire de tous les élèves et de faciliter leur intégration sociale et professionnelle, quelle que soit la voie qu'ils choisiront au terme de leur formation. À cette fin, le ministère de l'Éducation définit le curriculum national de base. Toutefois, les établissements scolaires ont la responsabilité d'offrir à chaque élève un environnement éducatif adapté à ses intérêts, à ses aptitudes et à ses besoins en différenciant la pédagogie et en offrant une plus grande diversification des parcours scolaires. Il incombe à chaque établissement, dans le cadre de son projet éducatif, de préciser ses propres orientations et les mesures qu'il entend prendre pour mettre en œuvre et enrichir le Programme de formation, de façon à tenir compte des caractéristiques particulières des élèves et du principe de l'égalité des chances pour tous. (*Ibid.*, p. 3)

Les caractéristiques particulières des élèves ainsi que leurs intérêts, aptitudes et besoins particuliers doivent donc être pris en considération par les établissements scolaires afin d'offrir un environnement éducatif et une mise en œuvre des programmes adaptés aux élèves qui les fréquentent. Cette adaptation passerait entre autres par une différenciation pédagogique.

L'idée d'adaptation de l'enseignement est également présente dans les grandes orientations de la formation initiale des enseignants québécois. Dans le référentiel de compétences professionnelles de la profession enseignante (Gouvernement du Québec, 2001*b*), l'adaptation de l'enseignement est vue comme une des compétences à développer par l'enseignant quels que soient les élèves ciblés. Ainsi, il est attendu qu'à terme, l'enseignant soit en mesure d'« adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap » (*Ibid.*, p. 103).

En bref, plusieurs documents ministériels publiés à la suite du dernier mouvement de réforme de l'éducation au Québec ont pointé l'importance, voire la nécessité de l'adaptation de l'enseignement aux élèves à qui celui-ci est dispensé, qu'ils soient en difficulté ou non.

## **1.2 La position de chercheurs**

En référence à ces exigences ministérielles, Roiné (à paraître) parle d'une « logique de l'adaptation » à l'œuvre dans l'enseignement aux élèves en difficulté. Il considère que cette logique se traduit comme une « intentionnalité générique » des enseignants responsables des élèves en difficulté à adapter leurs interventions aux besoins et aux caractéristiques de leurs élèves. De plus, il ajoute :

Cette logique s'inscrit dans une culture propre à l'adaptation scolaire (mais elle tend à dépasser les seules frontières de ce champ d'intervention) s'appuyant sur un ensemble de discours, d'injonctions, de prescriptions, mais

aussi de dispositifs, de techniques et de procédures rendant légitime et nécessaire ce type de projet d'enseignement pour les élèves hors normes. (*Ibid.*, p. 1)

Roiné met ainsi en lumière le fait que cette demande d'adaptation de l'enseignement aux besoins des élèves en difficulté vise autant l'enseignement dans la classe ordinaire que celui dispensé dans la classe spéciale. De plus, il souligne que cette logique de l'adaptation ne s'accompagne pas réellement d'une réflexion didactique. Giroux (2007, p. 4) affirme qu'« [...] il faut bien admettre, qu'officiellement du moins, la référence aux contenus d'enseignement dans la réflexion sur l'intervention adaptée est minimale ». Roiné (à paraître) adhère lui aussi à cette position :

La « *logique de l'adaptation* » a pour caractéristique majeure une forme de « cécité didactique » (Roiné, 2009) où la prise en compte de la spécificité du contenu d'enseignement et des déterminants de la situation didactique devient seconde au regard de la volonté de « combler le déficit » repéré chez chacun des élèves « en difficulté ». (*Ibid.*, p. 1)

Tout en pointant le manque de regard didactique dont est empreinte cette vision d'adaptation de l'enseignement, Giroux (2007) avance que celle-ci s'opère bien souvent autour d'orientations psychopédagogiques, essentiellement tournées vers la gestion de classe. Elle se traduit aussi par une prépondérance du thème de la gestion de classe au cours des dernières années dans les formations des enseignants et dans certaines publications destinées aux enseignants (*Ibid.*).

En somme, cette injonction ministérielle relativement à l'adaptation de l'enseignement pose donc problème puisqu'elle induit une orientation psychopédagogique et laisse de côté l'orientation didactique dans l'enseignement. Mais comment l'injonction ministérielle d'adaptation de l'enseignement se traduit-elle concrètement dans différents contextes d'enseignement? La section suivante présente une piste de réponse à cette question en abordant la manière particulière dont se manifeste la logique d'adaptation dans la classe spéciale.

## 2. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LA CLASSE SPÉCIALE

La classe spéciale regroupe des élèves reconnus en difficulté par le système scolaire, qui les a placés dans ce contexte en fonction de critères comme l'échec répété ou l'accumulation de certains retards scolaires. D'ailleurs, Favre (1997, 1999) parle d'une contrainte de l'échec qui vient peser sur l'institution de l'éducation spécialisée. Ses travaux l'ont conduit à distinguer trois composantes de cette contrainte de l'échec, à savoir l'échec préalable, l'échec latent et l'échec effectif. L'échec préalable fait référence au passé de l'élève qui se trouve en classe d'adaptation scolaire en raison de ses échecs dans le système régulier. L'échec latent caractérise les difficultés de l'élève anticipées par l'enseignante ou l'enseignant au cours de la planification et de la mise en œuvre d'une situation d'enseignement. L'échec effectif, quant à lui, rend compte des difficultés effectivement rencontrées par l'élève au cours de l'apprentissage. Ces trois composantes conditionnent l'action de l'enseignant. Dans ce sens, Roiné (à paraître) affirme que cette contrainte de l'échec conduit l'enseignant de la classe spéciale à postuler – en amont de toute proposition didactique qu'il pourrait mettre en œuvre – de l'échec de ses élèves, à s'attendre à le rencontrer de nouveau, ainsi qu'à faire en sorte que l'échec n'apparaisse pas trop afin de préserver ses élèves d'importantes frustrations.

La classe spéciale constitue donc une entité particulière au sein du système scolaire, caractérisée par une dynamique qui lui est propre, compte tenu de l'histoire des élèves qui la composent. La nature singulière de la classe spéciale fait jouer d'une manière tout aussi particulière l'injonction ministérielle d'adaptation de l'enseignement : la pression d'adaptation y est forte. En effet, les élèves en difficulté qui se retrouvent dans la classe spéciale ont été sortis des classes ordinaires et ont cessé de recevoir l'enseignement régulier qui y est dispensé pour être dirigés vers des classes spéciales afin de recevoir un enseignement spécial, c'est-à-dire adapté.

Cette logique d'adaptation dont est empreint l'enseignement au sein des classes spéciales fait naître certains phénomènes d'enseignement décelés par différents auteurs qui

se sont intéressés aux spécificités de l'enseignement des mathématiques dans ce type de classe. En effet, des recherches québécoises et franco-européennes menées en didactique des mathématiques ont fait ressortir des phénomènes d'enseignement observables dans la classe spéciale et caractérisant l'enseignement des mathématiques qui y est dispensé. En identifiant ces phénomènes d'enseignement, ces recherches ont dressé un portrait des conditions didactiques mises en place au sein de la classe spéciale par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques, que ces conditions soient jugées favorables ou non à l'apprentissage.

Des chercheurs ont mené des travaux qui se divisent en deux voies distinctes, selon qu'ils ont porté un regard spécifique sur la classe spéciale ou qu'ils ont comparé l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale à celui dans la classe ordinaire. D'un côté, des recherches ont identifié des phénomènes d'enseignement liés à l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté en mathématiques dans la classe spéciale, et ce, en portant un regard spécifique sur ce type de classe. Ces travaux ont parfois scruté des classes spéciales du Québec (Giroux, 2004; Lessard, 2011; René de Cotret et Fiola, 2006), ou encore, en France, des classes situées en zones d'éducation prioritaire (ZEP) (Butlen, Charles-Pezard et Masselot, 2009), dans des sections d'enseignement général et professionnel adapté (SEGPA) (Salin, 2006*a*, 2006*b*; Roiné, 2009) ou dans le contexte d'une classe de formation par alternance (cours-stage en entreprise) (Minassian et Munoz, 2009). D'un autre côté, des recherches ont étudié des phénomènes d'enseignement liés à l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté en mathématiques dans la classe spéciale à travers une comparaison avec l'enseignement des mathématiques dispensé dans la classe ordinaire. De tels travaux ont permis des comparaisons de l'enseignement des mathématiques dans des classes spéciales et dans des classes ordinaires en Europe francophone, notamment en France (Mercier, 1995) et en Suisse romande (Favre, 1997, 1999), ainsi qu'au Québec (Cherel, 2005; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003).



Nous présentons donc un certain nombre de ces phénomènes d'enseignement, qui nous informent sur les conditions didactiques mises en place dans la classe spéciale pour l'enseignement des mathématiques.

## **2.1 Un ralentissement du temps didactique**

La plupart des phénomènes d'enseignement mis en lumière par les travaux en didactique des mathématiques pour caractériser l'enseignement des mathématiques dispensé aux élèves en difficulté dans la classe spéciale sont liés à la progression du temps didactique. Ce concept didactique a été étudié et convoqué par plusieurs travaux en didactique des mathématiques (Chopin, 2007; Favre, 1997; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003). De manière générale, le temps didactique se rapporte à l'introduction des objets de savoir à enseigner et à leur progression dans la classe. Pour assurer cette progression, l'enseignant découpe les objets de savoir à enseigner en fonction du temps d'enseignement dont il dispose et des échéances ponctuant le rythme de la vie scolaire (Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003).

Des travaux de recherche en didactique des mathématiques ayant cherché à comparer l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans des classes ordinaires et spéciales ont souligné la progression plus lente du temps didactique en classe spéciale par rapport à la classe régulière (Cherel, 2005; Favre, 1997; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003). Par exemple, Cherel (2005) a étudié l'intégration partielle de deux élèves d'une classe spéciale aux leçons de mathématiques dans deux classes régulières. Elle a constaté que les manuels et le programme de mathématiques déterminent l'avancée du temps didactique dans le milieu régulier, alors que ce sont les objectifs de compréhension que l'enseignante se fixe à l'égard des élèves qui semblent régir la progression du temps didactique dans la classe spéciale.

Cherel (2005), Giroux et René de Cotret (2001)<sup>4</sup> et Giroux (2007), jugent par ailleurs que plusieurs phénomènes didactiques participent au ralentissement du temps didactique dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté dans les classes spéciales. Les paragraphes qui suivent présentent plusieurs de ces phénomènes d'enseignement qui ont une influence sur la progression du temps didactique dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté.

## **2.2 Une économie dans l'exposé du savoir**

Un phénomène d'enseignement participant au ralentissement du temps didactique dans la classe spéciale est lié à une certaine économie dans l'exposé du savoir (Cherel, 2005; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003). Ainsi, dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté en classe spéciale, les contenus mathématiques sont généralement présentés avec moins de profondeur ou de manière plus abrégée que dans l'enseignement ordinaire. René de Cotret et Giroux (2003) ont donné un exemple de ce phénomène lorsqu'elles ont comparé l'enseignement des nombres relatifs par le même enseignant dans deux classes (classe d'élèves doubleurs et classe régulière). Ces deux chercheuses ont constaté que certains aspects conceptuels des nombres relatifs n'ont pas été abordés dans la classe de doubleurs, alors qu'ils l'ont été dans la classe ordinaire.

## **2.3 Une algorithmisation des objets de savoir**

L'algorithmisation des objets de savoir dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté contribue également au ralentissement du temps didactique dans la classe spéciale. Ce phénomène se traduit par un exposé qui tend plus directement vers la règle qui permettra de résoudre les problèmes, c'est-à-dire à une transmission de règles à

---

<sup>4</sup> Ces auteures parlent de marqueurs du ralentissement du temps didactique, quoique chaque marqueur puisse représenter un phénomène d'enseignement en soi.

appliquer au détriment de la construction de sens (Butlen *et al.*, 2009; Giroux, 2007; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux, 2003; Salin, 2006a).

En lien avec cette idée de fournir hâtivement à l'élève ce dont il a besoin pour accomplir une tâche, certains auteurs (Cherel, 2005; Favre, 1997, 1999; Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Fiola, 2006) ont souligné le caractère directif de l'enseignement des mathématiques promulgué aux élèves en difficulté. Ainsi, ces études ont mis en lumière le fait que, dans l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté, la personne enseignante cherche souvent à orienter les élèves vers la bonne solution, par exemple en les guidant par une série de questions ou en leur fournissant trop rapidement les outils nécessaires à la réalisation de la tâche.

#### **2.4 Un surinvestissement et un désinvestissement de certains savoirs**

Un autre phénomène d'enseignement qui contribue au ralentissement du temps didactique dans la classe spéciale est lié à la manière dont sont investis les savoirs dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, que certains auteurs évoquent en termes de surinvestissement et de désinvestissement du savoir (Cange et Favre, 2003; Cherel, 2005; Conne, 1999, 2003; Conne, Favre et Giroux, 2006; Giroux, 2007; Lemoyne et Bisailon, 2006; Merri et Vannier, 2009; Salin, 2006b). Effectivement, certains contenus sont évacués de l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale afin d'étirer le temps consacré aux objets de savoir jugés essentiels (Cherel, 2005). À l'opposé, les objets de savoir qui se trouvent désinvestis le sont parce qu'ils semblent moins primordiaux ou, au contraire, parce qu'ils semblent trop difficiles (*Ibid.*). Dans ce sens, un fort accent est souvent mis, dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, sur la numération (*Ibid.*) et sur les habiletés de base (Cange et Favre, 2003; Conne, 1999) alors que, à l'opposé, la résolution de problèmes est souvent négligée dans ce contexte (Cherel, 2005; René de Cotret et Giroux, 2003).

Conne (1999) atteste, devant ce phénomène de surinvestissement et désinvestissement de savoirs, que l'enseignant court le danger d'une « reconduction dans l'ignorance » consistant à faire faire et refaire aux élèves ce qu'ils ont déjà réussi, dans le but inconscient de les maintenir dans la réussite et de sentir que son enseignement porte fruit. Cela empêche toutefois l'enseignant d'introduire les élèves à de nouveaux savoirs, ce qui fait que l'ignorance est alors reconduite.

En lien avec l'idée de surinvestissement de certains savoirs dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté en classe spéciale, Merri et Vannier (2009) ont dénoncé l'existence d'un phénomène d'enseignement référant à une intervention remédiate qualifiée par Watzlawick (1988) d'« ultrasolution ». Dans cette perspective, l'enseignant cherche des remèdes aux difficultés rencontrées par l'élève dans l'apprentissage des mathématiques par le recours à plus de problèmes du même type.

## **2.5 Un manque d'institutionnalisation**

Cherel (2005) et Butlen *et al.* (2009) ont remarqué un manque d'institutionnalisation dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe spéciale, qui pourrait aussi contribuer au ralentissement du temps didactique. L'institutionnalisation est un des concepts associés à la Théorie des situations didactiques (TSD) de Brousseau (1998). Elle est vue par cet auteur comme une phase essentielle du processus didactique dans laquelle il s'agit de

prendre acte de ce que les élèves ont fait, décrire ce qui s'est passé et ce qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux événements de la classe, comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ces productions des connaissances des autres (culturelles, ou du programme), indiquer qu'elles peuvent resservir. (*Ibid.*, p. 310)

Ainsi, Cherel (2005) a décrit le fait que l'enseignante de la classe spéciale qu'elle a observée avait tendance à différer l'institutionnalisation, c'est-à-dire à ne pas établir de rapport clair entre les connaissances ayant fonctionné en situation et le savoir institué.

Selon l'auteure, la coexistence de différents faits didactiques – notamment des termes, des méthodes ou des références à du matériel divers apparus au cours de l'apprentissage – était donc maintenue par l'enseignante sans qu'elle en élimine, de peur que les élèves ne perdent les sens qui leur sont rattachés. De plus, Cherel avance, en lien avec les travaux de Brousseau et Centeno (1991), que cette situation surcharge la mémoire didactique de la classe de connaissances fortement contextualisées, ce qui peut rendre les échanges didactiques confus et empêcher le changement de statut des connaissances.

De leur côté, Butlen *et al.* (2009) ont également été témoins de ce manque d'institutionnalisation dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté dans le cadre d'un travail réalisé dans des écoles en ZEP en France sur les pratiques effectives de professeurs débutants enseignant les mathématiques à des élèves issus de milieux très défavorisés. Ces auteurs soutiennent que dans ce contexte, les enseignants prennent en compte les productions de tous les élèves sans s'autoriser à en écarter certaines en fonction du niveau de raisonnement et de leur pertinence, afin de maintenir la paix sociale dans la classe. Les productions sont donc présentées sans hiérarchisation, ce qui peut être dommageable pour les apprentissages des élèves selon eux.

## **2.6 Une gestion à chaud des erreurs et de l'échec**

Le ralentissement du temps didactique dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe spéciale pourrait également être partiellement dû à un phénomène d'enseignement lié à une gestion à chaud des erreurs et de l'échec, abordée par nombre de recherches en didactique des mathématiques (Brousseau et Warfield, 2002; Cange et Favre, 2003; Cherel, 2005; Favre, 1997, 1999; Giroux, 2004, 2007; Giroux et René de Cotret, 2001; Perrin-Glorian, 1993; René de Cotret et Giroux, 2003). Ces recherches ont mis en lumière que l'enseignant d'une classe spéciale cherche, dans l'immédiat, à résoudre les erreurs et les manifestations d'incompréhension repérées chez les élèves, souvent même au détriment du savoir en jeu.

Les travaux de Favre (1997, 1999) ont porté sur la comparaison de l'enseignement et de l'apprentissage de la multiplication dans une classe spécialisée et dans une classe ordinaire du primaire. L'auteur a pointé le fait que la résolution par l'enseignante observée de toutes les incompréhensions manifestées par les élèves durant les leçons de mathématiques ralentit le temps didactique de la classe spéciale par rapport à celui de la classe ordinaire, dans laquelle l'enseignante semble se contenter de la compréhension d'une majorité d'élèves pour introduire de nouveaux objets de savoirs. Giroux (2004, 2007), en référence aux travaux de Favre (1997, 1999), a mentionné que cette gestion à chaud des erreurs mène souvent à la dissolution et à l'évanouissement du savoir en jeu dans l'échange didactique.

Ce phénomène de gestion à chaud des erreurs et de l'échec se traduit selon Giroux (2004) par un autre phénomène d'enseignement où l'enseignant a recours à des échanges didactiques serrés pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. En effet, dans ce contexte, les échanges didactiques sont souvent menés dans un mode question-réponse (Cherel, 2005; René de Cotret et Giroux, 2003). Giroux (2004) a attribué ce phénomène au fait que la personne enseignante de la classe spéciale cherche dans l'immédiat les occasions d'accorder son enseignement aux difficultés ou aux erreurs de l'élève au moment où elles se présentent. Les échanges didactiques serrés et menés dans un mode questions-réponses s'apparentent davantage à une forme d'évaluation continue conduite par l'enseignant plutôt qu'à un véritable dialogue dans lequel les élèves peuvent intervenir au même titre que la personne enseignante pour formuler ou questionner des idées liées aux savoirs en jeu.

## **2.7 Une succession rapide de savoirs morcelés**

Un autre phénomène d'enseignement associé à la progression du temps didactique dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté en classe spéciale a été mis en lumière dans une étude qui a cherché à caractériser les interactions dans les classes de mathématiques d'élèves faibles (Giroux et René de Cotret, 2001; René de Cotret et Giroux

2003). Ce phénomène renvoie à un défilement des objets de savoir auquel assiste l'élève, c'est-à-dire à une obsolescence rapide des objets de savoir dans la classe (Sensevy, 1998). L'élève se trouve ainsi témoin d'une succession d'objets de savoir sans qu'il puisse construire des relations entre ceux-ci, ce qui rend difficile la réalisation d'apprentissages qui s'inscrivent dans la durée et qui sont fondés sur la compréhension. L'organisation mise en place pour « entrer dans un nouveau savoir » n'amène pas l'élève à solliciter les rapports déjà construits autour d'objets pouvant être utiles à l'apprentissage de ce nouvel objet de savoir. Les différents contenus mathématiques sont alors enseignés en vases clos ou non-communicants. En conséquence, l'élève oublie les objets au fur et à mesure que d'autres se présentent.

## **2.8 L'effet pharmakéia**

Dans le cadre de ses travaux doctoraux de recherche, Roiné (2009) a identifié un phénomène d'enseignement qu'il a appelé « effet pharmakéia » et qui est associé à l'enseignement des mathématiques en classe spéciale. Ce phénomène fait référence à l'ajout, par l'enseignant, de dispositifs d'aide à la représentation ou au transfert censés aider l'élève à surmonter ses difficultés, mais qui complexifie la tâche de l'élève et qui modifie le contrat didactique en œuvre dans la classe. Ainsi, de remèdes anticipés, les dispositifs se révèlent des poisons potentiels puisque l'enseignant ne prend pas en compte les conditions didactiques associées à leur utilisation. Roiné avance que ce phénomène découlerait d'une certaine cécité didactique dont l'enseignant fait preuve et qui l'amène à ne pas porter attention aux conditions didactiques susceptibles de faire progresser l'acquisition de savoir chez les élèves. Ainsi, l'enseignant cherche à agir directement sur les mécanismes mentaux qui sont supposés expliquer les difficultés des élèves, plutôt que d'agir sur la situation d'enseignement, c'est-à-dire « d'organiser en amont et de piloter en aval un milieu didactique structuré par une situation pertinente, et enrichi par des interactions finalisées par l'acquisition d'un savoir spécifique » (*Ibid.*, p. 255).

## 2.9 Un agrandissement de la part commune ou publique du travail

Dans sa thèse, Roiné (2009) a également identifié un phénomène d'enseignement lié à la part publique qu'occupe le travail des élèves dans l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale. Il a remarqué que durant l'enseignement des mathématiques dans des classes de SEGPA, l'enseignant provoque des mises en commun afin de faire expliciter leurs procédures aux élèves, entre autres lorsqu'elles sont erronées. Ces mises en commun, qui cherchent à mettre en lumière les erreurs des élèves et à inciter ces derniers à adopter un regard métacognitif sur leur procédure, ne mettent cependant pas en place les conditions didactiques pour que ces erreurs puissent réellement être surmontées. Elles pourraient être utiles pour les élèves dans des conditions didactiques qui permettraient une discussion du savoir dans la situation plutôt que de se concentrer sur les procédures et stratégies employées. Cependant, de telles conditions ne semblent pas souvent mises en place dans les situations d'enseignement qu'a observées Roiné. Malgré le fait que l'enseignant soit animé par le souci que l'élève comprenne, il ne met pas toujours en place les conditions didactiques pour permettre à l'élève d'aborder les enjeux de savoirs et donc de retirer tout le potentiel d'apprentissage des mises en commun réalisées dans la classe.

Par ailleurs, cette mise en commun à laquelle réfère Roiné (2009) apparaît liée à un phénomène d'enseignement identifié par des chercheurs qui ont comparé l'enseignement des mathématiques dispensé dans la classe spéciale et dans la classe ordinaire (Cherel, 2005; Favre, 1997; Mercier, 1995). Ce phénomène relève d'une plus grande part publique du travail de l'élève dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté qu'aux autres élèves. Dans ce sens, Favre (1997) a constaté que, en fonction du type de classe dans lequel l'élève évolue, une plus ou moins grande part de son travail peut être traitée publiquement. D'un côté, l'élève de la classe ordinaire travaille en général de façon privée et il doit rarement justifier sa réponse, faire état de sa démarche ou prouver ce qu'il avance, et ce, même lorsqu'il est interrogé par la personne enseignante. De l'autre côté, l'élève de la classe spéciale est davantage sollicité par la personne enseignante pour



expliciter sa démarche et pour démontrer sa compréhension. L'existence de ce phénomène est corroborée par Cherel (2005).

Mercier (1995) a également remarqué ce phénomène à travers une comparaison des méthodes d'enseignement des fractions en classe ordinaire et en classe spéciale. Il a observé que le partage entre les parts publiques et privées de l'élève n'est pas le même dans ces deux types de classe. Ainsi, les enseignants des classes spéciales ont tendance à diriger collectivement l'action des élèves en leur fournissant une marche à suivre, plutôt qu'en les laissant développer un rapport plus personnel aux objets de savoirs. Les élèves de la classe spéciale se trouvent donc déchargés du contrôle du sens mathématique de l'action en n'ayant plus qu'à exécuter une suite de gestes partiels permettant d'aboutir à l'action recherchée. Dans ce sens, l'auteur établit un lien entre le phénomène d'algorithmisation des savoirs identifiés précédemment et le phénomène voulant que la part publique du travail de l'élève s'avère plus grande dans la classe spéciale que dans la classe ordinaire. Par ailleurs, l'auteur avance qu'un partage des parts publiques et privées du travail des élèves qui entraîne un enseignement qui met l'accent sur les gestes et qui tend à se démathématiser n'est pas spécifique aux classes spéciales, mais existe également dans l'enseignement en général.

En somme, ce phénomène d'augmentation de la part publique du travail de l'élève en difficulté par l'enseignant afin de s'assurer de la compréhension de celui-ci dans l'enseignement des mathématiques en classe spéciale a nécessairement un effet sur l'avancement du temps didactique, qui ne peut que ralentir dans le cas d'un fort accent mis sur la verbalisation des élèves et sur les mises en commun.

## **2.10 Un morcèlement des savoirs et une diminution des exigences**

En décrivant les pratiques d'enseignement de certains enseignants en contexte de ZEP, Butlen *et al.* (2009) ont souligné l'existence d'un phénomène d'enseignement plus général lié à l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, qui consiste en une

diminution des exigences, en un aplanissement des difficultés ou en un morcèlement des savoirs. Les auteurs ont remarqué, dans le contexte de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficultés en ZEP, que certains enseignants encouragent, rassurent et félicitent leurs élèves le plus souvent possible afin de créer un climat de confiance dans la classe, ce que ces auteurs nomment la paix sociale.

En d'autres mots, les enseignants œuvrant avec des élèves en difficulté tentent de travailler dans une logique de réussite à court terme, voire instantanée, et ils veulent éviter de lasser les élèves pour assurer le maintien de cette paix sociale. Pour ce faire, ceux-ci ont parfois tendance à abaisser leurs exigences, à aplanir les difficultés que les élèves rencontrent, ainsi qu'à découper le savoir en micro tâches dans l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. Un cercle vicieux s'instaure alors : puisque plus les enseignants abaissent leurs exigences à l'égard de leurs élèves, plus ils simplifient les tâches qu'ils leur présentent, moins les élèves s'investissent, et plus les enseignants chercheront à réduire leurs exigences et à simplifier les tâches. Au final, la construction de nouvelles connaissances par les élèves est mise en péril.

### **2.11 Une synthèse des phénomènes d'enseignement des mathématiques observés dans la classe spéciale**

Une multitude de recherches en didactique des mathématiques se sont attardées aux spécificités de l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficultés au sein de la classe spéciale. Salin (2006a) souligne que ces travaux ont permis de mettre en évidence différents phénomènes didactiques spécifiques à l'enseignement de cette discipline auprès de ce type d'élèves.

La mise en lumière de ces phénomènes d'enseignement a entre autres permis de dresser un portrait des conditions didactiques mises en place par l'enseignant dans la classe spéciale pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. De ce portrait se dégage notamment l'idée que les conditions didactiques mises en place par l'enseignant de

la classe spéciale pour l'enseignement des mathématiques sont singulièrement différentes des conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire. Ainsi, il apparaît que par rapport à la classe ordinaire, la classe spéciale présente un contexte d'enseignement des mathématiques où le temps didactique avance plus lentement, notamment en raison de la nature des savoirs véhiculés dans la classe et de la place qu'ils occupent. Les savoirs sont surinvestis ou désinvestis suivant leur statut, ils sont souvent algorithmisés et exposés partiellement, c'est-à-dire avec « économie », ils sont généralement morcelés et présentés de manière déconnectée. Certains travaux ont également montré que les savoirs mathématiques ne font pas toujours l'objet d'une institutionnalisation au sein des classes spéciales. L'avancement plus lent du temps didactique au sein de la classe spéciale semble également influencé par une gestion à chaud des erreurs et de l'échec qui vise à assurer la compréhension de tous, par certains glissements liés à des dispositifs d'aide, par la grande part commune ou publique du travail des élèves, par une diminution des exigences et une simplification des situations, ainsi que par le recours fréquent à la remédiation. En outre, l'ensemble des auteurs qui ont identifié ces phénomènes d'enseignement avancent que ces derniers peuvent poser problème aux élèves en difficulté pour l'apprentissage des mathématiques.

Ces phénomènes observés dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe spéciale relèvent selon nous d'une logique d'adaptation de l'enseignement aux besoins des élèves. D'ailleurs, Giroux (2007) juge que ces phénomènes d'enseignement « témoignent de la manière dont les contenus d'enseignement sont affectés, transformés par des intentions d'enseignement adaptées à une catégorie d'élèves pour lesquels l'enseignement régulier, avec ses méthodes, a échoué » (p. 6).

Dans ce sens, l'enseignant de la classe spéciale doit conjuguer avec un groupe particulier d'élèves qui se sont tous retrouvés en échec devant l'enseignement régulier des classes ordinaires. Nous croyons que cet historique scolaire induit une forte pression d'adaptation sur l'enseignement, qui amène l'enseignant à dispenser un enseignement des mathématiques différent à bien des égards de celui dispensé en classe ordinaire.

Ces différences contextuelles entre la classe spéciale et la classe ordinaire nous empêchent de déduire les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté par l'enseignement des mathématiques en classes ordinaire à partir des constats se dégageant des recherches ayant porté sur les classes spéciales. Il semble donc permis de se questionner sur les conditions didactiques mises en place par l'enseignant et offertes aux élèves en difficulté dans ce contexte. Dans ce sens, plusieurs questions émergent. Quelles sont les conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques à un groupe d'élèves qui n'est pas jugé à priori en situation d'échec, mais qui contient néanmoins des élèves en difficulté? Quels échos trouvent les injonctions ministérielles d'adaptation de l'enseignement dans ce contexte? Se traduisent-elles par une logique d'adaptation propre à la classe ordinaire que l'enseignant mettrait en œuvre spécifiquement au regard des élèves jugés en difficulté au sein de sa classe? Ces injonctions ministérielles provoquent-elles une pression d'adaptation pour l'enseignement des mathématiques auprès des élèves jugés en difficulté dans la classe ordinaire, sachant que la contrainte de l'échec propre à la classe spéciale ne pèse pas sur ce type de classe?

Les deux prochaines sections sont guidées par ces questions. D'une part, la troisième section pose une réflexion sur la tendance à la scolarisation au sein de la classe ordinaire qui prévaut pour les élèves en difficulté du primaire au Québec. D'autre part, la quatrième section présente des travaux de recherche qui ont mis en lumière certaines conditions didactiques propres à l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté dans la classe ordinaire.

### 3. LA SCOLARISATION AU PRIMAIRE DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ AU QUÉBEC

Les nombreuses recherches qui ont porté sur l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale ont soit porté un regard spécifique sur la classe spéciale soit comparé

la classe spéciale et la classe ordinaire. Ces deux types de recherche ont comme objet d'étude l'enseignement des mathématiques dans la classe spéciale et, lorsque la classe ordinaire a été considérée, c'était pour avoir un point de comparaison avec la classe spéciale. Toutefois, au sein du système scolaire québécois prévaut une tendance de scolarisation des élèves en difficulté dans les classes ordinaires. Celle-ci est à la fois soutenue par le Conseil supérieur de l'éducation (CSE) (1996, 2003) et mise en place par le MELS (Gouvernement du Québec, 1999, 2007). Elle est le produit de plusieurs réflexions survenues depuis environ 60 ans à différents niveaux en lien avec la scolarisation des EHDAA et des catégories d'élèves que cette appellation englobe.

Afin de mieux comprendre les origines de cette tendance, les prochaines sous-sections offrent un historique et un certain nombre de statistiques relatifs aux modalités de scolarisation des élèves en difficulté au primaire au Québec.

### **3.1 Un historique de la scolarisation des élèves en difficulté**

Avant 1960, les élèves handicapés et en difficulté n'avaient que peu ou pas accès à la scolarisation proprement dite au Québec (CSE, 1996). En effet, les interventions faites dans les commissions scolaires et les écoles publiques à l'intention des enfants en difficulté étaient rares et sporadiques (Goupil, 2007). Les services éducatifs offerts aux enfants en difficulté provenaient en grande partie d'établissements privés gérés par des communautés religieuses ou par des parents (Maertens, 2004).

Avec la publication du rapport Parent (Commission royale d'enquête sur l'enseignement dans la province de Québec, 1964), le droit à l'égalité des chances et à une éducation de qualité assumée par l'État a été reconnu pour les enfants dits « exceptionnels » (Goupil, 2007; Maertens, 2004). Dans une logique de dépistage précoce et d'intervention spécialisée, un réseau de classes et d'écoles spéciales destinées à répondre plus particulièrement aux besoins de ces élèves a été mis en place durant les années 60 et plusieurs services spécialisés tels que des services de psychologie, d'orthopédagogie,

d'orthophonie, de psychoéducation, de techniciens en éducation spécialisée sont progressivement apparus au sein du système scolaire « régulier » (CSE, 1996). Selon Maertens (2004), la mise sur pied de ces classes et écoles spécialisées visait non seulement à ce que la pédagogie, le matériel et les programmes puissent être adaptés aux besoins des enfants en difficulté, mais également à offrir à ces élèves la possibilité de développer une meilleure estime de soi tout en n'étant pas rejetés par leurs pairs.

En 1974, le MEQ a chargé le Comité provincial de l'enfance inadaptée (COPEX) de faire le point sur la situation de l'enfance inadaptée dans les écoles du Québec et d'émettre les recommandations nécessaires sur l'état et la gestion des ressources du secteur de l'adaptation scolaire (Trépanier, 2005). Le rapport COPEX (Gouvernement du Québec, 1976) a remis en question l'organisation des services offerts à l'élève en éducation spécialisée ainsi que l'efficacité des classes spéciales, notamment parce qu'elles semblaient créer une ségrégation (Maertens, 2004). En effet, les enfants en classe spéciale se retrouvaient uniquement entre enfants en difficulté et n'étaient plus confrontés aux exigences des classes ordinaires (*Ibid.*). Selon le CSE (1996), le rapport COPEX a également dénoncé le fait que le nombre d'élèves handicapés ou en difficulté ne cessait de s'accroître et que ces derniers ne réintégraient que très rarement la classe ou l'école ordinaire après avoir vécu un séjour dans une classe ou une école spécialisée. Le rapport mentionne plusieurs recherches visant à comparer les élèves des classes spéciales et ceux des classes ordinaires qui ont été menées et qui montrent l'incapacité des classes spéciales à prouver leur supériorité sur le plan pédagogique (CSE, 1996; Goupil, 2007; Maertens, 2004). D'autres travaux mettent en lumière le fait que la scolarisation des enfants en difficulté en classe ordinaire est bénéfique sur le plan socioaffectif (Goupil, 2007; Maertens, 2004).

Le rapport COPEX propose entre autres, pour organiser les services offerts aux élèves en difficulté, de suivre un modèle états-unien de normalisation basé sur un système en cascade qui vise l'intégration graduelle, où les différents paliers de services sont décrits afin de favoriser la scolarité de tout élève dans le cadre le plus normal possible (Trépanier,

2005). En réponse à ce rapport, le ministère de l'Éducation a adopté en 1978 une nouvelle politique relative à l'organisation des services aux élèves handicapés et en difficulté (Gouvernement du Québec, 1978). Cette politique a visé à assurer aux enfants handicapés et en difficulté, par la mise en œuvre d'une série de mesures graduées inspirée du système en cascade, un cheminement scolaire dans le cadre le plus normal possible, c'est-à-dire dans un cadre où les besoins éducatifs spéciaux de l'élève étaient le mieux pris en compte tout en lui assurant le maximum de contacts possibles avec des pairs non handicapés (CSE, 1996).

Vingt ans plus tard, dans la foulée des États généraux sur l'éducation et de la réforme de l'éducation, la *Politique de l'adaptation scolaire* est publiée (Gouvernement du Québec, 1999). Cette politique vise une organisation des services éducatifs en fonction des besoins de l'élève en privilégiant l'intégration à la classe ordinaire (Trépanier, 2005), et ce, dans la perspective du succès du plus grand nombre. Se référant au CSE (1996) et à l'*Exposé de la situation de la Commission des États généraux sur l'éducation* (Gouvernement du Québec, 1996), elle dénonce l'intégration sauvage, insuffisamment réfléchie et souvent sans mesures de soutien adéquates. Elle met l'accent sur une logique de prévention des difficultés comme voie d'action à privilégier dans l'intervention auprès des élèves handicapés ou en difficulté. Cette voie d'une intégration réfléchie dans une logique préventive et au regard des besoins de l'élève et des ressources disponibles est celle qui prévaut à ce jour.

En somme, l'intégration scolaire et sociale des EHDAA fait désormais partie intégrante du paysage scolaire québécois et de sa réalité, même si certains mouvements inverses sont aussi observés. La prochaine sous-section expose quelques statistiques relatives aux EHDAA et aux élèves en difficulté au primaire afin de comprendre comment se traduit cette tendance à la scolarisation en classe ordinaire dans le contexte que nous venons de décrire.

### 3.2 Quelques statistiques sur la scolarisation des élèves en difficulté au primaire

Au Québec, il n'y a qu'une minorité des élèves en difficulté<sup>5</sup> qui est scolarisée dans le contexte de la classe spéciale au primaire puisque la majorité de ces élèves se trouve scolarisée dans le contexte de la classe ordinaire. En effet, dans la *Politique de l'adaptation scolaire* (Gouvernement du Québec, 1999), il est montré, relativement aux EHDAA, aux élèves en difficulté et à leur intégration dans les classes ordinaires, que pour l'année scolaire 1997-1998<sup>6</sup> :

- les EHDAA représentaient 11,11 % des élèves du primaire;
- 89,2 % des EHDAA du primaire étaient des élèves en difficulté, ce qui représentait 9,91 % de tous les élèves du primaire;
- parmi les EHDAA du primaire, les élèves présentant des difficultés légères d'apprentissage représentaient 36 % et les élèves présentant des difficultés graves d'apprentissage constituaient 29,3 %, tandis que le 34,7 % restant regroupe le reste des EHDAA<sup>7</sup>;

---

<sup>5</sup> Les statistiques présentées ici sont en lien avec les EHDAA, mais notre recherche ne porte pas sur cette catégorie d'élèves. Notre thèse traite plutôt des élèves jugés en difficulté en mathématiques par les enseignants de classes ordinaires du primaire. Toutefois, comme le MELS ne dispose pas de données sur la scolarisation de ce type d'élèves, nous avons recours aux statistiques de scolarisation des EHDAA pour illustrer l'importante proportion de scolarisation en classe ordinaire des élèves en difficulté au primaire.

<sup>6</sup> L'élève du primaire dont l'évaluation pédagogique révèle soit un retard de deux ans ou plus en langue d'enseignement ou en mathématique soit un trouble spécifique d'apprentissage (par exemple dyslexie, dysorthographe, trouble du langage ou difficulté sur le plan de la conceptualisation ou du raisonnement) était étiqueté par le MEQ comme un élève ayant des *difficultés graves d'apprentissage* (DGA), et l'élève dont l'évaluation pédagogique révèle un retard de plus d'un an en langue d'enseignement ou en mathématique comme un élève ayant des *difficultés légères d'apprentissage* (DLA). Toutefois, le MEQ (Gouvernement du Québec, 2000) a désormais remplacé cette terminologie par deux nouvelles catégories concernant les élèves qui ont des besoins spécifiques : les *élèves handicapés* et les *élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage*, qui sont réunies sous l'appellation *d'élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage* (EHDAA).

<sup>7</sup> Ce reste des EHDAA regroupe des élèves ayant différents troubles et handicaps, dont un trouble du comportement (18,6 %) ou un trouble grave du comportement (1,1 %), une déficience intellectuelle légère (4,2 %) ou encore d'autres troubles et handicaps (10,8 %), par exemple l'autisme, les déficiences auditives et visuelles, les déficiences motrices, etc.



- les élèves présentant des difficultés d'apprentissage (qu'elles soient légères ou graves) représentaient donc 65,2 % des EHDAA et 7,25 % de tous les élèves du primaire;
- 98,7 % des élèves présentant des difficultés légères d'apprentissage et 68,2 % des élèves présentant des difficultés graves d'apprentissage étaient scolarisés en classe ordinaire.

Des statistiques plus récentes tirées du système Charlemagne du MELS<sup>8</sup> indiquent qu'en moyenne, 81,0 % des EHDAA ont été scolarisés en classe ordinaire au primaire pour les années scolaires de 2006-2007 à 2010-2011. Ces données sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1

La répartition des EHDAA au primaire selon leur type de regroupement pour les années scolaires 2006-2007 à 2010-2011

		2006-07	2007-08	2008-09	2009-10	2010-11 <sup>9</sup>
EHDAA en classe ordinaire	Effectifs	55 844	54 880	61 640	65 065	64 097
	%	80,2 %	79,7 %	81,1 %	82,1 %	82,0 %
EHDAA en classe spéciale	Effectifs	13 766	13 989	14 347	14 216	14 077
	%	19,8 %	20,3 %	18,9 %	17,9 %	18,0 %
Total des EHDAA	Effectifs	69 610	68 869	75 987	79 281	78 174
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Cette réalité de scolarisation des élèves en difficulté au primaire nous amène donc à considérer plus en détail les recherches en didactique des mathématiques qui ont porté sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, mais au sein de la classe ordinaire.

<sup>8</sup> Ce système est utilisé par le MELS en collaboration avec les commissions scolaires pour la déclaration des effectifs à la formation générale des jeunes.

<sup>9</sup> Les données ont été tirées du système au 28 janvier 2011, ce qui fait que les données de 2009-2010 et de 2010-2011 sont considérées comme provisoires.

#### 4. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LA CLASSE ORDINAIRE

Malgré la prévalence du contexte de la classe ordinaire pour la scolarisation des élèves en difficulté au primaire, l'enseignement des mathématiques dispensé à ces derniers dans ce contexte n'a pas été exploré par un grand nombre de recherches. En effet, seulement quelques recherches ont porté un regard spécifique sur les élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire et sur l'enseignement des mathématiques qui leur est dispensé par l'enseignant. En fait, à notre connaissance, deux recherches menées en didactique des mathématiques ont cherché à caractériser certaines conditions didactiques mises en place par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire au primaire. Celles-ci sont présentées dans les deux sous-sections suivantes.

##### 4.1 Les travaux de Sarrazy et Roiné

Les travaux de Sarrazy et Roiné (2006) ont porté sur la place des élèves faibles dans les interactions didactiques survenant durant l'enseignement de l'arithmétique avec des élèves de 9 ou 10 ans au sein de classes ordinaires du primaire en France. Dans l'ensemble, sept classes de l'école primaire composées de 142 élèves (70 garçons et 72 filles) ont été étudiées. Le niveau scolaire en mathématiques de ces élèves a été estimé à partir de l'application du *Test d'acquisition scolaire en mathématiques*. Selon leur score au test, les élèves ont été répartis en trois catégories, à savoir les bons élèves ( $n = 46$ ), les élèves moyens ( $n = 54$ ) et les élèves faibles ( $n = 42$ ). Cette classification s'est avérée concordante avec celle des enseignants. Le niveau moyen des élèves des sept classes était similaire. Des entretiens réalisés avec les enseignants ont permis de caractériser ces derniers selon trois styles didactiques fortement contrastés : le style dévoluant (pédagogie active), le style intermédiaire et le style institutionnalisant (faible ouverture, faible variété des situations).

Chaque enseignant a réalisé deux leçons d'une heure chacune sur l'enseignement du calcul relationnel, durant lesquelles les problèmes présentés ne mettaient en jeu que des

transformations d'état (« perdre » ou « gagner »)<sup>10</sup>. Durant ces séances, les interactions à visée didactique, c'est-à-dire celles pour lesquelles apparaissait un lien avec l'objet d'enseignement, ont été prises en considération pour l'analyse.

L'analyse des données, organisées en fonction de chacun des niveaux scolaires en mathématiques (bon, moyen, faible) et de chacun des styles d'enseignement (dévoluant, intermédiaire, institutionnalisant), a permis de dégager quatre constats majeurs. D'abord, il semble que plus le style d'enseignement est ouvert (dévoluant), moins les élèves faibles demandent ou prennent la parole. Ensuite, il apparaît que lorsque des élèves faibles sollicitent la parole, la probabilité que leur demande soit satisfaite est plus faible que pour les autres élèves, et ce, principalement dans le cas des styles d'enseignement dévoluant et intermédiaire. Aussi, les élèves faibles sont les élèves qui interagissent le moins, quel que soit le style de l'enseignant (et ce, malgré le fait qu'ils soient les élèves les plus sollicités par les enseignants de style institutionnalisant). Enfin, les analyses quantitatives ont montré qu'il n'y a pas de corrélation entre les sollicitations initiées par l'élève et les interrogations faites par l'enseignant, ce qui tend à prouver que les enseignants n'ont pas différencié leurs interrogations en interrogeant surtout les élèves qui participent moins aux interactions. Les auteurs concluent donc que ce n'est pas parce que les élèves ne sollicitent pas la parole qu'ils sont nommément interrogés par leur enseignant, étant donné que ce ne sont pas les élèves faibles qui sont en moyenne les plus interrogés par les enseignants, bien qu'ils soient ceux qui sollicitent le moins la parole.

Ces résultats amènent les auteurs à croire que les enseignants ont tendance à solliciter une « participation didactiquement fonctionnelle » des élèves dans les interactions didactiques. Ainsi,

les bons élèves sont [...] davantage sollicités en fin de séquence, et on les enjoint à se taire, en début de leçon, car ils démasquent trop tôt le coupable et,

---

<sup>10</sup> Les auteurs donnent l'exemple de problème suivant : « Élodie joue deux parties de billes. Elle joue une première partie puis une deuxième. À la deuxième partie, elle gagne 4 billes. Après ces deux parties, elle a perdu en tout 6 billes. Que s'est-il passé à la première partie? » (Sarrazy et Roiné, 2006, p. 4).

le suspense disparu, la pièce n'a pas d'intérêt; au contraire, celle du faible le dilue, brouille les pistes et entraîne [l'enseignant] sur des sentiers trop éloignés de sa route; avec les élèves moyens, il peut contrôler le flux, distiller finement ses apports, en distribuant à sa guise les questions et recadrages des réponses par lesquels il maintient son cap. (*Ibid.*, p. 7)

Selon les auteurs, la participation des élèves serait sollicitée par les enseignants sous l'influence d'une pression didactique, c'est-à-dire le devoir de faire avancer la leçon. Loin d'être insensibles à la dimension éthique de leur action, les enseignants seraient donc surtout portés à prendre en compte leur mission didactique consistant à faire avancer les connaissances pour le plus grand nombre d'élèves dans un temps nécessairement limité dans la gestion de la participation des élèves dans une discussion de groupe.

Ces résultats font écho aux travaux de Minassian et Munoz (2009), qui ont également mis en lumière une telle exclusion des élèves en difficulté des débats ou des discussions dans l'enseignement des mathématiques, mais dans une classe de mathématique au sein d'un établissement de niveau secondaire de formation par alternance en France. Ces auteurs ont observé ce phénomène d'exclusion des élèves en difficulté des échanges, mais à travers l'analyse d'une situation didactique portant sur l'apprentissage du calcul de surface et l'arrondissement d'un résultat. Dans ce contexte, les auteurs ont constaté que les élèves jugés faibles sont parfois exclus des discussions au profit des élèves jugés « tête de la classe ». Toutefois, ils ont souligné que l'enseignant observé, qui ne semble pas opérer cette exclusion volontairement, l'argumente, lorsqu'on le questionne à ce sujet, en soutenant que les erreurs ne doivent pas être visualisées par les élèves. Ceci laisse donc encore une fois sous-entendre que les interventions des élèves faibles ou jugés faibles sont empreintes de confusions et d'erreurs qui pourraient nuire aux autres élèves. Nous pouvons donc penser que tout se passe comme si les autres élèves ne devaient pas voir ces erreurs, et ce, même si elles permettent des retours conceptuels intéressants.

## 4.2 Les travaux de Schmidt, Squalli et Mary

Les travaux d'une équipe de didacticiens des mathématiques de Sherbrooke (Schmidt, Mary et Squalli, 2009; Squalli, Mary et Schmidt, 2007) se sont centrés, dans une perspective didactique, sur les conditions favorables à l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté d'apprentissage en classe ordinaire au primaire.

### 4.2.1 Une description des travaux

Les travaux de l'équipe de Schmidt ont permis d'étudier la pratique exemplaire d'une enseignante qu'ils jugent exceptionnelle – Calypso – dans l'enseignement des mathématiques, plus particulièrement au regard des conditions favorables qu'elle met en place pour l'apprentissage des élèves en difficulté cheminant dans sa classe. Cette classe, qui est une classe ordinaire de cinquième année du primaire, comprend 29 élèves, dont 15 sont identifiés en difficulté. Parmi ceux-ci, six élèves (quatre garçons et deux filles) ont été recommandés par Calypso comme sujets d'étude. Ils sont des élèves ayant pour la plupart toujours cheminé à l'intérieur de classes ordinaires. Ces élèves, qui ont deux ou trois ans de retard sur le plan des apprentissages correspondant à leur âge, sont tous suivis par un plan d'intervention.

Pour réaliser leur recherche, les chercheurs ont enregistré sur caméra la réalisation en classe de 12 situations d'enseignement en mathématiques. Ces enregistrements ont été réalisés lors de journées entières de classe, au rythme de trois jours consécutifs par mois, durant six mois. Des notes de terrain ont également été tenues lors des moments d'observation par la chercheure responsable de la recherche.

L'analyse détaillée de la pratique d'enseignement de Calypso a permis de faire ressortir les conditions favorables à l'apprentissage des mathématiques sous trois catégories. Les auteurs ont d'abord identifié des conditions favorables liées aux activités mathématiques chez les élèves dans la pratique de Calypso. D'abord, cette enseignante a

tendance à proposer des tâches d'un potentiel riche en constructions mathématiques. De plus, elle a tendance à faire vivre aux élèves divers aspects de l'activité mathématique (par exemple de construction, de formulation, de validation, de résolution, de justification, etc.). Ils ont ensuite repéré dans la pratique de l'enseignante des conditions favorables liées à la gestion de la rencontre des élèves avec les savoirs. En outre, cette enseignante a tendance à pratiquer une pédagogie du problème plutôt qu'une pédagogie de la réponse, c'est-à-dire à utiliser une pédagogie centrée sur le raisonnement et la compréhension de l'élève. Calypso a tendance à instaurer en classe un contrat didactique favorisant l'autonomie des élèves, à travers lequel elle tente de faire progresser chacun des élèves de la classe tout en responsabilisant les élèves à apprendre et à aider à apprendre. Enfin, l'enseignante a tendance à favoriser les interactions sociales entre les élèves.

Les chercheurs ont constaté que Calypso agit de la même façon avec tous ses élèves, car elle croit que c'est la condition essentielle pour que l'élève en difficulté soit réellement intégré dans sa classe, sans aucune ségrégation. Dans ce sens, les chercheurs soutiennent, au sujet des conditions favorables énoncées dans les deux précédentes catégories et qui apparaissent favorables à tous les élèves de la classe, qu'elles peuvent également favoriser la réussite des élèves en difficulté dans la classe ordinaire.

#### *4.2.2 Les conditions favorables à l'intégration des élèves en difficulté*

Il ressort de l'analyse que l'enseignante met un effort supplémentaire sous certains angles pour la réussite des élèves en difficulté, mais sans que cela ne se fasse au détriment de la réussite des autres élèves. Ce sont là les conditions favorables liées à l'intégration de l'élève en difficulté dans les activités de la classe que les chercheurs ont distinguées dans la pratique de Calypso. Celles-ci relèvent, selon les auteurs, de trois aspects de la pratique de l'enseignante.

En premier lieu, Calypso a tendance à s'assurer de l'intégration de l'élève en difficulté dans le travail collectif, que ce soit en grand groupe ou en équipe. Pour ce faire,

elle invite les élèves – et en l’occurrence les élèves en difficulté – à expliquer leur compréhension des consignes à l’équipe au début d’une situation. L’enseignante affirme que cette demande vise à ce que l’élève en difficulté entame une réflexion personnelle et qu’il arrive à développer une compréhension nécessaire à la réalisation de la tâche. Les auteurs soutiennent que cela augmente les chances que l’élève en difficulté puisse effectivement contribuer à la réflexion collective. Puis, afin de s’assurer qu’ils participent au débat qui prend place au cours du déroulement de la situation, elle interpelle de façon soutenue les élèves en difficulté en leur demandant leurs avis. De plus, pour s’assurer de la compréhension des élèves en difficulté, elle les questionne et parfois, elle simule une incompréhension personnelle face aux explications d’un autre élève, ce qui permet selon l’équipe de Schmidt de dédramatiser la difficulté. Enfin, il arrive à Calypso d’impliquer les élèves en difficulté dans les groupes d’experts qu’elle met sur pied dans certaines situations et qui visent à valider les productions des élèves, ce qui contribue à intégrer l’élève en difficulté dans le travail collectif.

En deuxième lieu, Calypso a tendance à suivre le progrès des élèves en difficulté. Cela l’amène entre autres à tenter de particulièrement suivre l’itinéraire cognitif des élèves en difficulté à l’intérieur d’une séance et d’une séance à l’autre. De plus, en incitant les élèves en difficulté à identifier les aspects compris et ceux plus faibles à travailler, elle prend soin de les amener à constater les progrès qu’ils réalisent. Elle valorise également de manière régulière leurs réussites et leurs progrès réels, et ce, en prenant la classe à témoin. Dans ce contexte, les auteurs ont souligné que le contrat didactique mis en place avec la classe encourage les élèves à prendre l’initiative de soulever eux-mêmes les progrès qu’ils ont pu relever chez leurs pairs, notamment ceux en difficulté. Les auteurs avancent donc que la classe devient une véritable communauté d’apprentissage qui a à cœur la réussite de tous et qui veille à souligner et à encourager les progrès réalisés.

En troisième lieu, Calypso a tendance à viser l’autonomie des élèves en difficulté, étant donné que leur intégration au sein de la classe nécessite de leur part une certaine autonomie en mathématiques. Ces élèves, qui ont tendance à être facilement convaincus par

leurs pairs ou l'enseignante, hésitent à défendre leur point de vue même quand ils ont raison. Les auteures ont donc relevé des conditions qui semblent favorables pour le développement de l'autonomie chez ces élèves dans la pratique de cette enseignante. D'abord, ils jugent que le contrat didactique installé dans la classe par l'enseignante suscite l'échange des idées et valorise les arguments rationnels plutôt que les arguments d'autorité. Ensuite, pour l'équipe de Schmidt, l'attitude de l'enseignant face au savoir renforce l'idée, chez les élèves, que même l'enseignante peut se tromper. Enfin, les auteurs ont remarqué chez les élèves en difficulté un engagement cognitif fort dans la tâche et une bonne confiance à contribuer à la réflexion collective. Selon eux, cela est suscité par le fait que l'enseignante cherche à reconnaître la valeur des démarches des élèves en difficulté et à renforcer leurs capacités d'autoanalyse.

#### *4.2.3 Une pratique exemplaire au cœur d'un système complexe, cohérent et stable*

En somme, l'étude de Schmidt *et al.* (2009; Squalli *et al.*, 2007) a permis d'identifier un certain nombre de conditions favorables (dont certaines didactiques) à l'apprentissage des mathématiques par des élèves en difficulté scolarisés dans une classe ordinaire du primaire. Or, ces conditions repérées dans la pratique d'une enseignante d'expérience relèvent d'une pratique exemplaire. Ces conditions revêtent selon nous un caractère singulier qui ne représente pas nécessairement la pratique d'une masse critique d'enseignants des classes ordinaires du primaire. De fait, au regard des conditions favorables pour l'enseignement des mathématiques dégagées par leur étude, les chercheurs affirment que

ce qui fait le succès de Calypso dans l'enseignement des mathématiques [relève d'] objectifs didactiques et pédagogiques forts appuyés par des choix et une gestion cohérente, une compréhension des enjeux de l'apprentissage, une attention soutenue sur l'élève et en particulier sur l'élève réputé en difficulté. (Schmidt *et al.*, p. 150)

Ils ajoutent toutefois que la réussite des interventions de Calypso, loin de constituer une liste d'interventions distinctes assurant à coup sûr la réussite chez les élèves, est



tributaire de leur appartenance à un système complexe, cohérent et stable. Dans ce sens, les interventions de l'enseignante, qui sont interreliées et cohérentes entre elles, découlent notamment de sa personnalité et de sa posture épistémologique.

Ces conditions sont considérées comme favorables pour l'enseignement des mathématiques en général. Les 12 situations d'enseignement étudiées portaient sur différents contenus, mais les chercheurs ont cherché au-delà des spécificités des contenus des invariants dans la pratique. Cette étude n'offre donc pas une réflexion relative aux conditions didactiques pour l'enseignement de contenus spécifiques, qui présentent nécessairement certains enjeux mathématiques particuliers.

#### **4.3 Une synthèse des conditions didactiques mises en place dans la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté**

Des recherches ont caractérisé les conditions didactiques mises en place par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire. Les travaux de l'équipe de Schmidt (Schmidt *et al.*, 2009; Squalli *et al.*, 2007) ont mis en lumière la pratique exemplaire d'une enseignante pour l'enseignement de différents contenus mathématiques dans une classe du primaire où sont intégrés des élèves en difficulté. Pour leur part, les travaux de Sarrazy et Roiné (2006) ont mis en exergue la place occupée par les élèves en difficulté dans les interactions didactiques liées à un certain contenu mathématique dans la classe ordinaire du primaire.

Les résultats issus de ces travaux semblent se poser en complémentarité, et ce, même si ceux-ci ne portaient pas au départ sur les mêmes objets d'étude. Ainsi, les travaux de Sarrazy et Roiné (2006) évoquent l'exclusion des élèves en difficulté des interactions didactiques sous l'influence d'une pression didactique, tandis que les travaux de l'équipe de Schmidt (Schmidt *et al.*, 2009; Squalli *et al.*, 2007) rapportent l'inclusion des élèves en difficulté dans les débats et les discussions mathématiques comme une des conditions favorables d'enseignement des mathématiques à ce type d'élèves.

Mais au-delà de ces constats, qu'est-ce que la mise en parallèle de ces travaux laisse présager quant aux conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques à un groupe notamment composé d'élèves en difficulté? D'un côté, les travaux de l'équipe de Schmidt ont identifié les conditions didactiques offertes à travers la pratique exemplaire de Calypso pour l'enseignement des mathématiques auprès des élèves en difficulté au sein d'une classe ordinaire du primaire. Ces conclusions revêtent un caractère singulier qui ne représente pas nécessairement la pratique d'une masse critique d'enseignants des classes ordinaires du primaire. De plus, le regard adopté par ces chercheurs n'est pas spécifique aux différents contenus enseignés à travers les différentes situations étudiées, ce qui fait qu'il n'ouvre pas sur l'enseignement de contenus spécifiques et sur leurs enjeux mathématiques particuliers. De l'autre côté, les travaux de Sarrazy et Roiné (2006) ont permis d'aborder certaines conditions didactiques mises en place dans des classes ordinaires, notamment en lien avec l'exclusion des élèves en difficulté des échanges didactiques, mais en contexte français. Nous pouvons donc nous questionner pour savoir si de telles conditions didactiques sont mises en œuvre dans les classes ordinaires du Québec. De plus, les travaux recensés laissent inconnue une large part des conditions didactiques mises en place pour les élèves en difficulté dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe ordinaire, puisqu'ils n'en ont ciblé qu'une seule.

Il ressort donc de cette section que malgré que ces recherches aient étudié spécifiquement l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire, nous n'en savons encore que très peu quant aux conditions didactiques qui y sont mises en place. Ainsi, la question reste donc entière quant à savoir quelles sont les conditions didactiques généralement mises en place dans les classes ordinaires du primaire pour enseigner les mathématiques à différents élèves, dont des élèves reconnus en difficulté. Il est également possible de se questionner pour savoir comment les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté et mises en œuvre dans les classes ordinaires se distinguent ou s'apparentent à celles mises en œuvre au sein des classes spéciales.

## 5. LE PROBLÈME ET LA QUESTION GÉNÉRALE DE RECHERCHE

Ce premier chapitre de la thèse a permis d'élaborer une problématique. De celle-ci se dégage un problème de recherche qui se compose de différents constats. D'abord, de nombreuses recherches ont cherché à décrire les conditions didactiques mises en place pour enseigner les mathématiques aux élèves en difficulté au sein de classes spéciales. Toutefois, au primaire, la classe spéciale ne constitue le milieu de scolarisation que pour une minorité des élèves en difficulté, étant donné que ces derniers se trouvent majoritairement scolarisés au sein de classes ordinaires. Or, peu de travaux ont cherché à caractériser l'enseignement des mathématiques dispensé aux élèves en difficulté dans la classe ordinaire au primaire. Ainsi, nous en savons très peu relativement aux conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques à un groupe d'élèves qui n'est pas jugé à priori en situation d'échec, mais qui contient néanmoins des élèves en difficulté. Dans ce sens, nous jugeons primordial de poursuivre le travail pour mieux comprendre les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté par les enseignants dans l'enseignement des mathématiques au sein des classes ordinaires du primaire. C'est pourquoi, à la lumière de cette problématique et du problème de recherche qui en découle, nous formulons la question générale de recherche suivante :

**Quelles conditions didactiques sont mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté?**



## **DEUXIÈME CHAPITRE**

### **LE CADRE CONCEPTUEL**

Dans ce deuxième chapitre, nous cherchons à définir les piliers conceptuels qui permettent de structurer et de supporter la thèse. Ainsi, dans un premier temps, nous présentons le concept d'intervention didactique issu des travaux de Vannier (2002, 2006), qui nous offre un regard sur les conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des mathématiques. Ce concept nous a permis d'appréhender les interventions didactiques de l'enseignant selon quatre niveaux, et ce, en allant de la définition du projet didactique jusqu'à l'institutionnalisation des savoirs visés, en passant par la dévolution de la situation aux élèves et l'accompagnement de ces derniers pendant la résolution. Dans un deuxième temps, nous exposons les probabilités en tant que contexte d'étude au sein duquel nous tenterons de répondre à notre question générale de recherche. Dans ce sens, nous justifions le choix de ce contexte et nous en dressons un portrait didactique. D'abord, nous abordons la question de la place occupée par les probabilités dans nos sociétés modernes. Puis, nous traitons des différentes perspectives probabilistes, ainsi que des conceptions probabilistes. Enfin, nous mettons en lumière certains défis associés à l'enseignement des probabilités et qui nous semblent devoir être pris en considération dans le cadre de la thèse, considérant que ceux-ci pourraient influencer les résultats. Dans un dernier temps, nous énonçons les objectifs de recherche de la thèse.

#### **1. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DE L'ENSEIGNANT**

Cette section a pour objectif de guider notre démarche visant à décrire et à comprendre les conditions didactiques mises en place par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classe ordinaire. Nous y présentons le concept d'intervention didactique, qui est issu de travaux menés en didactique des

mathématiques (Vannier, 2002, 2006), dont le développement a été influencé par des travaux réalisés dans le champ de la psychologie.

Les sous-sections suivantes décrivent les travaux menés en psychologie qui ont influencé le développement du concept d'intervention didactique. Elles présentent également la définition de ce concept et les travaux de recherche en didactique des mathématiques qui ont mené à son élaboration.

### **1.1 Les influences des travaux de Vygotski et de Bruner**

Les travaux respectifs des psychologues Vygotski et Bruner ont influencé le développement du concept d'intervention didactique. Quoiqu'ils n'aient pas été réalisés dans le champ de l'éducation et au regard de l'enseignement des mathématiques, ces travaux ont néanmoins contribué à la réflexion entourant le rôle joué par l'adulte dans le processus d'apprentissage d'un enfant, entre autres par l'émergence de certains concepts comme ceux de médiation par l'adulte, de zone proximale de développement, de tutelle et de processus d'étayage.

D'une part, les travaux de Vygotski ont mis en lumière l'idée d'apprentissage médiatisé en reconnaissant le rôle joué par les différents types de médiation sur le processus d'apprentissage. D'autre part, les travaux de Bruner ont défini les concepts de tutelle et de processus d'étayage en s'appuyant sur les travaux de Vygotski. Les sous-sections suivantes offrent un bref survol de leurs travaux.

#### *1.1.1 Les médiations dans le cadre de Vygotski*

Les travaux du psychologue russe Vygotski, qui prennent entre autres appui sur les travaux de Marx, ont permis de développer une théorie de *l'apprentissage socialement médiatisé* au sein de laquelle le concept de médiation occupe une importante place. Ainsi, Schmidt et Thivierge (2003) soutiennent que Vygotski reconnaît une origine sociale aux

formes supérieures de pensée, c'est-à-dire que l'élaboration des fonctions intellectuelles supérieures comme le langage, la pensée conceptuelle, la mémoire logique et l'attention volontaire reposerait sur le comportement de la collectivité. M.-F. Legendre (2005) ajoute que ces fonctions psychiques supérieures sont d'origine sociale, essentiellement parce qu'elles sont d'abord expérimentées dans le cadre d'une interaction avec autrui avant de pouvoir être exécutées sur le plan interne. Ce passage de l'externe à l'interne serait, selon cette auteure, le résultat d'un processus d'intériorisation qui ne se limite pas à la simple imitation d'une conduite externe, mais qui donne lieu à une véritable reconstruction, sur le plan interne, de ce qui a été initialement réalisé sur le plan externe. En effet, Vygotski (1994) soutient que

chaque fonction psychique supérieure se manifeste dans le processus de développement à deux reprises, tout d'abord comme fonction du comportement social, comme forme de collaboration et d'interaction, comme moyen d'adaptation sociale - c'est-à-dire comme catégorie interpsychique - et, ensuite, comme comportement individuel d'adaptation, comme processus interne de comportement, à savoir comme catégorie intrapsychique. (p. 157)

Cette idée voulant que chaque fonction psychique supérieure apparaisse deux fois, à savoir sur le plan social puis sur le plan individuel, constitue selon M.-F. Legendre (2005) une véritable loi générale du développement culturel de l'enfant dans la pensée vygotkienne. L'enfant adopte, à travers ses interactions avec le milieu, des formes de collaboration qu'il intériorise par la suite, mais les processus de médiation occupent un rôle essentiel dans le développement de sa pensée puisque celui-ci n'est pas en mesure de réaliser l'intériorisation de ces comportements sociaux par lui-même (Schmidt et Thivierge, 2003).

Ces processus de médiation se réalisent selon Vygotski (1997) de deux manières particulières : la médiation par l'adulte et la médiation par les signes (ou sémiotique). D'une part, ce sont les processus de médiation sémiotique, d'origine sociale et propres au développement historico-culturel, qui constituent pour Vygotski la source du développement des fonctions psychiques supérieures (M.-F. Legendre, 2005). Il entend par

signes « les diverses formes de comptage et de calcul, les moyens mnémotechniques, les symboles algébriques, les œuvres d'art, l'écriture, les schémas, les diagrammes, les cartes, les plans, tous les signes possibles, etc. » (Vygotski, 1985a, p. 39). Selon lui, toutes les fonctions intellectuelles supérieures se sont développées historiquement par l'intermédiaire de ces instruments psychologiques auxiliaires, dont l'emploi a permis la maîtrise et l'orientation des processus psychiques en allant des formes élémentaires vers les formes supérieures.

D'autre part, la médiation par l'adulte joue également un important rôle dans l'évolution de la pensée de l'enfant. Schmidt et Thivierge (2003) rapportent que selon Vygotski,

la médiation par l'adulte, et par l'enseignant notamment, ne correspond pas à une transmission directe des savoirs culturels. Les interactions et la collaboration avec l'adulte tracent la voie de leur développement et pré-déterminent les formes des significations à partir de celles déjà élaborées par les adultes. L'enfant pense et agit selon son propre mode de pensée, alors que son entourage canalise son activité dans un sens rigoureusement déterminé par l'histoire culturelle de l'homme. (*Ibid.*, p. 129)

L'adulte accompagne donc l'enfant dans l'apprentissage des savoirs culturels en le mettant en contact avec ses propres savoirs, eux-mêmes issus du développement historico-culturel de l'homme et de sa société. L'enfant se trouve donc plongé dans une relation dialectique entre les construits culturels et ses construits personnels (*Ibid.*). En lien avec cet accompagnement ou ce guidage, le concept de zone proximale de développement (ZPD) désigne ce que l'enfant peut faire en étant accompagné d'un adulte, mais qu'il ne peut réaliser sans le soutien de ce dernier (Vygotski, 1985b). L'auteur définit concrètement la ZPD d'un enfant comme

la distance entre le niveau actuel de développement, déterminé par la capacité de résoudre indépendamment un problème, et le niveau proximal du développement déterminé par la capacité de résoudre un problème sous le



guidage d'un adulte ou en collaboration avec un autre compagnon plus capable (Vygotski, 1978, p. 86)<sup>11</sup>.

Joshua (1996) offre une synthèse de ces idées en rappelant que Vygotski considère 1) que tous les apprentissages sont sociaux (surtout ceux qui permettent à l'enfant de partager la culture commune); 2) que ces apprentissages dépendent à la fois du développement cognitif de l'enfant et de l'apport de l'adulte et 3) qu'ainsi, l'état de développement de l'enfant englobe ce qu'il peut apprendre avec l'aide de l'adulte. Cet auteur mentionne finalement que la fonction de l'adulte consiste alors à fournir à l'enfant les intermédiaires sémiotiques qui permettront, après intériorisation, de disposer de moyens de généralisation et d'anticipation.

### *1.1.2 La tutelle et le processus d'étayage dans le cadre de Bruner*

Les travaux du psychologue états-unien Bruner sur la tutelle et le processus d'étayage ont été influencés par les travaux de Vygotski (Soury-Lavergne, 1998, 2003; Vannier, 2002, 2006; Vergnaud, 1994). D'ailleurs, Bruner confirme lui-même explicitement cette influence dans certains de ses ouvrages. De plus, ses travaux, tout particulièrement celui rapporté dans le texte de Wood, Bruner et Ross (1976)<sup>12</sup>, ont engendré bon nombre de travaux relativement au concept de tutelle ou plus généralement aux interactions enseignant-élève ou adulte-enfant, entre autres dans les domaines de la formation professionnelle des enseignants et de la psychologie (Vannier, 2002).

Dans les travaux de Bruner (1983), le rôle de l'adulte dans l'apprentissage d'un enfant en contexte de résolution de problèmes est décrit à travers les concepts de tutelle et

---

<sup>11</sup> Nous avons traduit librement le passage suivant : « It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers. »

<sup>12</sup> Cet article a été traduit et publié quelques années plus tard dans un ouvrage francophone rassemblant plusieurs articles-clés de Bruner (1983). Pour la suite, nous ferons référence à Bruner (1983) en référant à ce texte.

de processus d'étayage. D'abord, au sujet de la résolution de problèmes, l'auteur soutient que

les discussions sur la résolution de problème ou l'acquisition du savoir-faire reposent d'ordinaire sur l'hypothèse que celui qui apprend est seul et sans aide. Lorsqu'on tient compte du contexte social, on le considère d'ordinaire comme une occasion d'être en présence d'un modèle et d'imiter. (*Ibid.*, p. 263)

À partir de cette idée d'activité basée sur l'imitation d'un modèle – le tuteur, Bruner (1983) amène l'idée de processus d'étayage (ou *scaffolding process*) :

La plupart du temps [l'intervention du tuteur] comprend une sorte de processus d'étayage qui rend l'enfant ou le novice capable de résoudre un problème, de mener à bien une tâche ou d'atteindre un but qui auraient été, sans cette assistance, au-delà de ses possibilités. Ce soutien consiste essentiellement pour l'adulte à "prendre en mains" ceux des éléments de la tâche qui excèdent initialement les capacités du débutant, lui permettant ainsi de concentrer ses efforts sur les seuls éléments qui demeurent dans son domaine de compétence et de les mener à terme. Ainsi la tâche parvient-elle à une conclusion heureuse. (*Ibid.*, p. 263)

En d'autres mots, Bruner affirme que « ce système de support fourni par l'adulte à travers le discours, ou la communication plus généralement, est un peu comme un "étayage"<sup>13</sup> " à travers lequel l'adulte restreint la complexité de la tâche permettant à l'enfant de résoudre des problèmes qu'il ne peut accomplir tout seul » (*Ibid.*, p. 288). La complexité de la tâche est réduite par le tuteur alors qu'au début, il prend en mains les éléments de la tâche qui excèdent les capacités de l'élève afin de lui permettre de se concentrer sur les éléments qui demeurent à sa portée. Cette idée renvoie selon Vannier (2002) au concept de ZPD de Vygotski (1997), dans la mesure où la réussite avec l'aide de l'adulte est considérée comme un indicateur de ZPD pour la tâche à accomplir. Le tuteur vise donc à aider l'enfant à résoudre un problème qu'il ne peut pas résoudre seul, mais pour lequel il est toutefois capable de reconnaître des solutions acceptables (Vannier, 2002).

---

<sup>13</sup> Dans le dictionnaire *Le nouveau Petit Robert de la langue française* (Robert, Rey-Debove et Rey, 2008), l'étayage est défini comme l'action d'étayer, qui revient au figuré à appuyer ou soutenir, par exemple une hypothèse ou une théorie. Dans le cas présent, il s'agit plutôt d'un appui ou d'un soutien apporté par un tuteur à un enfant en situation d'apprentissage.

Pour étudier ce processus d'étayage, Bruner a imaginé une tâche de construction d'une pyramide – appelée tour mexicaine – à partir de blocs constitutifs complexes et imbriqués. Il a proposé la tâche à 30 enfants âgés de 3, 4 ou 5 ans, qui ont été organisés en groupes selon leur âge et leur sexe. Ceux-ci ont été assistés par une tutrice d'âge adulte, lors de séances individuelles d'une durée allant de vingt à soixante minutes. La figure 1 présente la tour mexicaine employée dans l'expérimentation de Bruner (1983).

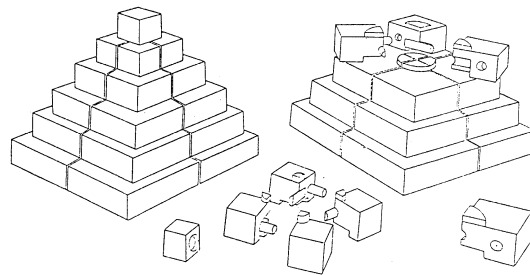


Figure 1. La tour mexicaine de Bruner (1983)

La tutrice a reçu des consignes strictes et précises de la part des chercheurs. Chaque séance de tutelle se divise en trois étapes successives. Pour chacune des étapes, la tutrice est informée de quatre éléments : le produit à obtenir, les contraintes éventuelles de temps, les catégories de comportement de l'enfant à observer pour prendre une décision d'action (ou de non-action), ainsi qu'en cas d'action, le type d'intervention. Le tableau 2 résume la tâche prescrite à la tutrice dans la recherche de Bruner (1983).

Tableau 2  
La tâche prescrite à la tutrice dans la recherche de Bruner (1983)

Étape	Produit à obtenir	Durée	Comportement de l'enfant	Action de la tutrice
Prise de contact	Jeu libre	5 min.		
Définition de la tâche	Un assemblage correct	Illimitée	Réussite  Échec	Invite à faire d'autres assemblages comme celui-ci. Montre un assemblage correct et invite à en faire un autre identique.
Construction	Autant d'assemblages corrects que possible	Illimitée	Réussite  S'arrête ou est en difficulté	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Intervient verbalement dans un premier temps.</li> <li>- Intervient plus directement si l'enfant ne parvient pas à suivre une consigne verbale.</li> </ul>

Tiré de Vannier (2002).

Dans l'ensemble, la tutrice a cherché à s'adapter aux besoins individuels des enfants tout en conservant une certaine uniformité dans ses interventions, ainsi qu'à intervenir verbalement avant d'intervenir directement auprès des enfants. L'analyse de ces séances de tutelle a entre autres permis d'identifier six fonctions de tutorat ou d'étayage (ou *scaffolding functions*) caractérisant le soutien provisoire de l'activité de l'enfant offert par l'adulte. Le tableau 3 présente une synthèse de ces six fonctions.

Tableau 3

Les fonctions d'étayage ou de tutelle identifiées par Bruner (1983)

<b>Fonction d' enrôlement</b>	Elle vise à engager l'adhésion de l'enfant aux exigences de la tâche et l'amène à prendre en compte la nature et les contraintes du problème qu'il a à résoudre.
<b>Fonction de réduction des degrés de liberté</b>	Elle vise à faciliter la tâche en réduisant la complexité du processus de résolution. Cette simplification de la tâche permet à l'enfant de manipuler moins de paramètres et, donc, d'associer avec une plus grande certitude une rétroaction à une manipulation particulière.
<b>Fonction de maintien de l'orientation</b>	Elle vise, d'une part, à éviter que l'enfant ne change d'objectif au cours de la tâche et perde de vue le but final initialement visé. D'autre part, il s'agit aussi de faire en sorte que l'enfant continue à avancer dans la recherche de sa solution.
<b>Fonction de signalisation des caractéristiques déterminantes</b>	Elle correspond à la validation des sous-tâches correctement effectuées. Cela donne une information à l'enfant sur la distance qu'il y a entre ce qu'il produit et ce qu'il voudrait produire, c'est-à-dire ce que lui-même considère comme correct.
<b>Fonction de contrôle de la frustration</b>	Elle vise à maintenir l'intérêt et la motivation de l'enfant en installant un climat de confiance, afin que la résolution de problème puisse s'avérer moins dangereuse ou stressante avec un tuteur que sans tuteur. Plusieurs voies sont possibles, par exemple en dédramatisant une erreur de l'enfant ou en amenant l'enfant à persévérer en exploitant le souhait de celui-ci de plaire à l'adulte. Toutefois, l'adulte doit rester vigilant pour ne pas créer une trop grande dépendance de l'enfant envers lui.
<b>Fonction de présentation de modèles de solutions</b>	Elle vise à faire la démonstration ou à modeler les solutions d'une tâche. Il peut alors s'agir de compléter une solution inachevée ou d'expliquer une solution, afin d'amener l'enfant à tenter d'imiter le tuteur.

Inspiré de Bruner (1983), de Soury-Lavergne (1998) et de Vannier (2002).

## 1.2 Les niveaux d'intervention didactique de Vannier

Le concept d'intervention didactique a été développé par Vannier (2002) dans le cadre d'un travail doctoral pour décrire et comprendre le rôle de l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en mathématiques. Pour ce faire, la chercheuse a transposé les concepts brunériens de tutelle et de processus d'étayage

dans le contexte scolaire et, ce faisant, elle a développé le concept d'intervention didactique.

Les sous-sections suivantes visent à décrire les travaux de Vannier, notamment au regard des enjeux mathématiques étudiés, du modèle trifonctionnel de la tutelle et des niveaux d'intervention didactique qu'ils ont permis de développer. Elles visent également à mettre en lumière les résultats de ces travaux, ainsi qu'à dégager leurs apports pour l'étude de notre objet.

### *1.2.1 Une étude de l'activité de tutelle d'enseignants dans l'enseignement des fractions à des élèves en difficulté en mathématiques*

Dans une recherche doctorale réalisée en France, Vannier (2002, 2006) a étudié l'activité de tutelle d'enseignants dans l'enseignement des fractions à des élèves reconnus en échec dans le cursus normal. Pour ce faire, l'auteure a fourni à ces enseignants une même ressource didactique qu'ils devaient adapter à leurs élèves en fonction de la progression didactique définie pour leur classe. La tâche proposée aux enseignants par la chercheuse vise la reconnaissance de fractions. Elle est constituée de 36 figures représentant chacune une fraction, dont certains exemples sont présentés dans la figure 2.

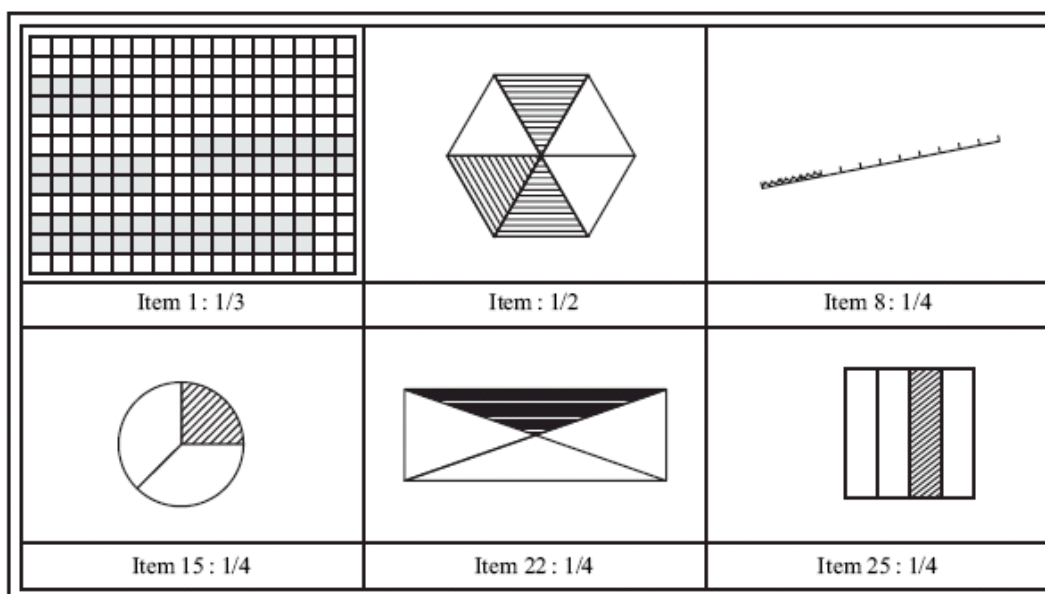


Figure 2. Des exemples d'items figurant dans la ressource de Vannier (2002)

Le choix de proposer une même ressource aux enseignants observés a permis, selon l'auteure, de mettre en évidence deux éléments. D'une part, elle a constaté que les mises en scène conçues par les enseignants à partir d'une même ressource peuvent être très variées. D'autre part, elle a identifié les ancrages institutionnels sous-jacents aux pratiques observées.

Pour réaliser sa recherche, Vannier a repris les concepts de tutelle et de fonction d'étayage développés par Bruner (1983)<sup>14</sup> pour définir l'intervention de tutelle d'enseignants. Afin de pouvoir transposer ces concepts issus du champ de la psychologie dans le contexte scolaire, c'est-à-dire où il y a un enseignement en classe et des objectifs d'apprentissage définis en référence à des programmes, l'auteure a pris certaines distances par rapport au cadre de Bruner. Elle a donc énoncé cinq caractéristiques particulières du contexte expérimental de Bruner (1983) qui le distinguent du contexte scolaire.

<sup>14</sup> Vannier (2006) avance que, dans les travaux de Bruner, il semble exister une quasi-synonymie entre les concepts de tutelle et d'étayage. Pour sa part, elle opte pour le concept de tutelle dans ses travaux.

En premier lieu, l'auteure a souligné que le contexte expérimental repose sur des interactions dyadiques, où la seule ressource pour l'élève est le tuteur. Or, dans le contexte scolaire, plusieurs ressources sont à la disposition de l'élève, entre autres le manuel, ses pairs, l'enseignant, etc. En deuxième lieu, l'auteure a remarqué que l'interaction se déroule en continu dans le contexte expérimental, ce qui signifie que le tuteur obtient beaucoup d'informations sur l'activité de l'élève, qu'il a les moyens d'intervenir avant que l'élève ne se décourage définitivement, ce qui signifie que l'élève agit sous contrôle du tuteur et n'accède pas à une activité véritablement autonome. Dans le contexte scolaire, les interventions de l'enseignant auprès d'un élève sont discontinues, alors qu'il intervient auprès de plusieurs élèves en parallèles. Conséquemment, il ne peut pas toujours intervenir avant que l'élève ne se décourage, et ce dernier doit souvent agir de manière autonome et sans le contrôle direct de l'enseignant, qui est avec d'autres élèves. En troisième lieu, l'auteure a mis en exergue le fait qu'il n'y a pas de contrainte de temps pour la réalisation de la tâche dans le contexte expérimental, ce qui est rarement le cas dans le cadre scolaire. Ainsi, alors que dans le contexte expérimental, c'est le temps de l'activité de l'enfant qui guide celui du tuteur; l'enseignant doit répartir son temps entre tous les élèves dans le contexte scolaire, ce qui donne lieu selon l'auteure à une discontinuité des interventions. En quatrième lieu, l'auteure a mentionné que, dans le contexte expérimental, la tâche proposée peut être résolue par une procédure unique, ce qui fait que la tâche est de type algorithmique, alors que ce n'est pas nécessairement le cas dans le contexte scolaire. En cinquième lieu, l'auteure a soulevé le fait que, en référence à des programmes scolaires, la tâche ne présente pas de véritable enjeu de construction de savoirs. Alors que dans le contexte expérimental, la seule exigence découle des contraintes matérielles d'emboîtement des pièces, le niveau d'exigence est défini dans le cadre scolaire par les savoirs scolaires présents dans les programmes ou dans les manuels.

Bref, en partant de l'idée que l'école a la responsabilité de faire apprendre des savoirs définis par des programmes officiels, Vannier a souligné le fait que la réussite de l'exécution de la tâche par l'élève dans le contexte scolaire ne constitue pas une fin en soi, mais qu'il faut également pouvoir tirer profit de cette réussite pour permettre la



construction du savoir. Ce contexte implique donc « la prise en compte de niveaux d'intervention situés en amont et en aval de la seule collaboration *in situ* » (Vannier, 2002, p. 174). C'est pourquoi l'auteure a proposé d'élargir la définition de tutelle à toute intervention faite sur l'activité de l'élève, et ce, du choix de la situation jusqu'à la mise en exergue d'un savoir. Elle est donc arrivée à définir la tutelle comme « l'ensemble des actes de l'enseignant qui permettent à l'activité de résolution d'un problème proposé aux élèves d'avoir lieu et d'être menée à bien » (*Ibid.*, p. 21).

### 1.2.2 Le modèle trifonctionnel de la tutelle et les niveaux d'intervention didactique

Pour définir la tutelle dans le cadre scolaire, Vannier (*Ibid.*) a élaboré un modèle trifonctionnel de la tutelle dans lequel sont retenues trois de ses fonctions jugées essentielles : 1) que l'élève accepte de résoudre le problème (la fonction d'enrôlement); 2) qu'il puisse bénéficier d'une aide nécessaire, suffisante et adaptée (la fonction de co-élaboration) et 3) qu'il soit assuré dans sa propre compétence (la fonction d'assurance)<sup>15</sup>. Ces trois fonctions jugées essentielles de la tutelle d'un enseignant et composant le modèle regroupent en fait les six fonctions de tutelle identifiées par Bruner (1983). Ainsi, la fonction d'enrôlement recouvre l'enrôlement dans la tâche; la fonction de prise en charge recouvre la réduction des degrés de liberté, le maintien de l'orientation et la signalisation des caractéristiques déterminantes de la tâche et la présentation de modèles de solutions. La fonction de mise en confiance recouvre enfin le contrôle de la frustration.

Partant de ce modèle trifonctionnel de la tutelle, l'auteure définit quatre niveaux d'intervention didactique qui viennent situer l'activité de tutelle de l'enseignant en cohérence avec sa définition de ce concept. Le premier niveau d'intervention didactique consiste à choisir une situation pour enseigner un concept, c'est-à-dire à définir un projet didactique adapté aux élèves de la classe et à organiser la mise en scène de l'apprentissage

---

<sup>15</sup> Dans ses premiers écrits, Vannier (2002, 2006) avait conservé la traduction des propos de Bruner en termes de « prise en charge ». Cependant, en considération de la connotation plutôt négative de cette dénomination, elle a depuis choisi d'opter pour la dénomination « co-élaboration » (Vannier et Eichner, 2011). Nous allons donc dans ce sens en employant la seconde dénomination.

visé. Le deuxième niveau d'intervention didactique consiste à faire émerger le problème, c'est-à-dire à faire en sorte que les élèves se rendent compte de l'insuffisance de leurs propres compétences pour résoudre le problème posé. En d'autres mots, c'est l'organisation, *in situ*, de la rencontre des élèves avec leur propre ignorance. Le troisième niveau d'intervention didactique consiste à aider les élèves dans la résolution du problème en répondant à leurs besoins locaux pour permettre à l'activité de se poursuivre. Enfin, le quatrième niveau d'intervention didactique consiste à favoriser l'entrée des élèves dans la culture. Cette entrée dans la culture se fait notamment par une décontextualisation de la compétence acquise et par une évaluation de sa pertinence par rapport au passé et à l'avenir du développement des connaissances de l'élève. Elle se fait également en établissant les liens nécessaires entre les concepts, de manière à favoriser la structuration du savoir. Elle peut même correspondre à l'introduction d'objets qui resteront pendant longtemps au-delà des possibilités des élèves, ce qui leur permet d'inscrire leur activité dans un contexte qui reste pour l'instant à peine compris. Pour ce dernier aspect, l'auteure expose l'exemple d'une enseignante qui présente des situations algébriques que ses élèves résolvent arithmétiquement, mais avec la promesse d'un bénéfice conceptuel lors de l'introduction future des relations et des calculs algébriques.

Vannier établit un lien entre les niveaux d'intervention didactique qu'elle définit et les concepts de dévolution<sup>16</sup> et d'institutionnalisation, qui ont été développés au sein de la TSD de Brousseau (1998) pour modéliser les interactions des sous-systèmes enseignant et enseigné au regard d'un savoir mathématique :

notre définition de l'enrôlement comprend des gestes de *dévolution* du problème à l'élève (niveau 2 d'intervention) tandis qu'à l'autre extrémité du processus didactique, la fonction d'assurance englobe les gestes *d'institutionnalisation* (niveau 4 d'intervention). (Vannier, 2002, p. 487)

---

<sup>16</sup> « La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et qu'il accepte lui-même les conséquences de ce transfert. » (Brousseau, 1990, p. 325)

Ainsi, après avoir défini le projet didactique et donc, avoir organisé les conditions de l'activité de ses élèves, l'enseignant doit mettre ce projet en action. Mais comme Vannier (2002) le souligne, il ne suffit pas de mettre les élèves devant un problème, aussi bien choisi soit-il, pour provoquer l'apprentissage. C'est donc par les gestes d'enrôlement que l'enseignant amène les élèves à s'emparer du problème. Pour définir ce phénomène, Brousseau parle quant à lui de dévolution, par laquelle l'enseignant fait en sorte que les élèves acceptent la responsabilité de la résolution d'un problème pour lequel ils ne disposent pas à priori des compétences suffisantes. Puis, le concept d'institutionnalisation peut être lié au quatrième niveau d'intervention didactique, qui vise à favoriser l'entrée de l'élève dans la culture. Ainsi, après être intervenu pour aider les élèves dans la résolution de la tâche, l'enseignant doit amener les élèves à reconnaître la validité des connaissances construites et à les évaluer à l'aune des savoirs mathématiques constitués. L'enseignant orchestre donc un retour sur la tâche pour permettre à ses élèves de construire des savoirs inscrits dans une institution donnée. Brousseau (1998) parle alors de la phase d'institutionnalisation, par laquelle l'enseignant cherche à « redécontextualiser » le savoir contextualisé dans l'activité pour permettre à ses élèves d'en faire l'apprentissage. Il cherche donc à amener les élèves à prendre conscience du fait que les connaissances ciblées dans la tâche dépassent le seul contexte de cette activité de résolution et sont plus largement reconnues dans une institution.

En somme, Vannier a étudié les conditions d'émergence du concept de tutelle pour arriver à définir un modèle trifonctionnel de la tutelle, reposant sur des fonctions d'enrôlement, de co-élaboration et d'assurance. Selon l'auteure, chacune de ces trois fonctions prend place dans un continuum qui vise le transfert de responsabilité opéré dans le cadre d'un apprentissage socialement médiatisé. Elle juge que, à travers un élargissement de la définition de tutelle à toute intervention sur l'activité de l'élève allant du choix de la situation à la mise en exergue d'un savoir, qui permet la prise en compte de niveaux d'intervention situés en amont et en aval de la seule collaboration *in situ*, l'activité de tutelle de l'enseignant se trouve située dans une perspective plus large de médiation culturelle.

La hiérarchisation des niveaux d'intervention didactique de Vannier (2002) tient compte de cette définition élargie de la tutelle et de ses fonctions essentielles. Dans ce sens, le premier niveau d'intervention correspond à la définition d'un projet didactique en amont de l'interaction avec la classe. L'enseignant organise alors les conditions de l'activité de ses élèves. Trois autres tâches déterminantes pour l'apprentissage s'ajoutent ensuite à cette tâche initiale et fondamentale de l'enseignant. L'auteure soutient que ces tâches sont comprises comme une extension du modèle trifonctionnel, où chacune des fonctions de tutelle se trouve liée à un des niveaux d'intervention didactique : l'action de faire émerger le problème (niveau 2) relève de la fonction d'enrôlement, l'aide à la résolution du problème (niveau 3) relève de la fonction de co-élaboration et, finalement, l'action de favoriser l'entrée des élèves dans la culture (niveau 4) relève de la fonction d'assurance. La figure 3 résume visuellement ces liens unissant le modèle trifonctionnel et les niveaux d'intervention didactique de Vannier.

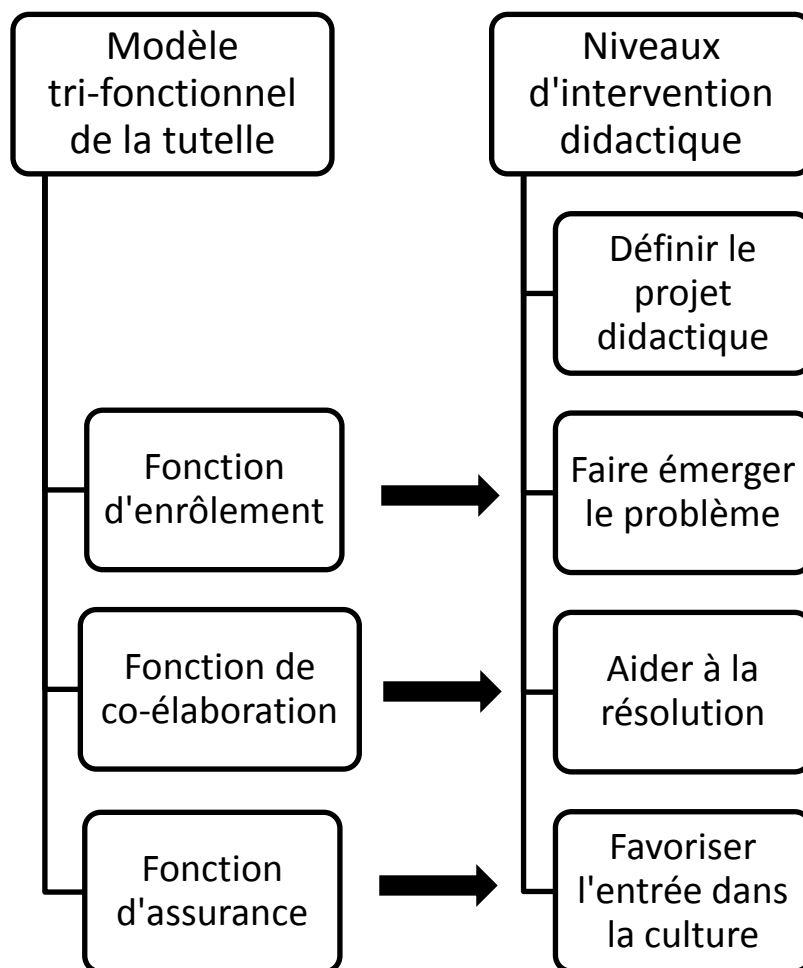


Figure 3. Le modèle trifonctionnel et les niveaux d'intervention didactique

### 1.2.3 Les résultats de l'étude

À partir de son échelle d'intervention didactique de l'enseignant en quatre niveaux, Vannier (2006) a fait émerger des résultats de l'analyse des actions de tutelle de deux enseignants. Pour ce faire, elle a porté un regard sur les séances d'enseignement réalisées dans deux des classes observées. D'abord, il y a la classe de Dan, qui enseigne dans une classe d'initiation préprofessionnelle en alternance (CLIPA). Puis, il y a la classe de Jem, qui enseigne dans une classe de 4<sup>e</sup> technologique, c'est-à-dire dans une classe où sont « récupérés » des élèves plus ou moins en échec dans le cursus d'enseignement général et offrant un enseignement moins abstrait et s'appuyant sur un enseignement technologique

permettant la mise en œuvre de projets techniques. Dans les deux cas, les enseignants sont responsables de l'enseignement des mathématiques à leurs élèves, qui sont des adolescents âgés de 15 ans ne disposant pas d'acquis suffisants pour suivre un cursus « normal » au collège en France.

D'abord, la mise en scène retenue et par laquelle chacun des enseignants définit un projet didactique adapté aux élèves de sa classe est de nature différente chez les deux enseignants. D'un côté, Dan retient une mise en scène qui semble au départ assez éloignée des critères fournis par la chercheuse : « la tâche prescrite aux élèves se limite apparemment à l'application d'un algorithme général de résolution, déclaré en amont de l'activité de résolution autonome » (*Ibid.*, p. 180). De l'autre, Jem imagine une mise en scène qui « semble favorable à l'apprentissage des élèves selon les critères retenus en termes d'émergence d'un problème à résoudre et d'enjeu de construction de savoir mathématique à travers une résolution collective orchestrée par l'enseignant » (*Ibid.*).

Sur le plan de l'enrôlement des élèves dans l'activité mathématique, les deux enseignants modélisent l'activité attendue, ce qui laisse peu de degrés de liberté aux élèves pour redéfinir leur propre stratégie de résolution. L'auteure souligne par ailleurs que le formatage de l'activité, qui est fréquemment observé dans ce type de classe, constitue probablement une manière de remédier à la grande hétérogénéité des élèves. L'enseignant crée alors « artificiellement un socle commun de connaissances sur lequel [il] va pouvoir s'appuyer pour provoquer la rencontre, chez les élèves, de leur propre ignorance » (*Ibid.*, p. 181).

Relativement à l'émergence d'un problème à résoudre, il ressort de l'analyse que Jem est le seul à organiser une provocation didactique, qu'il nommera lui-même piège. Cette provocation repose sur une rupture de la résolution routinière par la rencontre de l'item 15, qui semble divisé en trois parts égales, mais qui représente en fait un quart. Pour ce qui est de Dan, il prescrit un algorithme à partir d'une figure dont les parts sont égales.

Toutefois, cet invariant essentiel reste implicite pour les élèves, ce qui conduit à une conceptualisation erronée de la fraction.

L'aide apportée par les enseignants à l'activité de résolution des élèves diverge. Lorsque Jem se trouve devant les propos de deux élèves susceptibles de faire avancer le savoir du groupe, il n'exploite pas les propos tenus par ces élèves pour alimenter le débat et il n'amène pas les élèves à les développer ou à les expliciter davantage. Ainsi, tout se passe comme s'il ne percevait pas, à travers les propos des élèves, la possibilité de faire avancer le savoir du groupe. Quant à Dan, l'interaction de tutelle apparaît pour ce dernier comme une occasion d'installer la structure de l'activité qui assure la réalisation de la tâche. L'étayage se trouve alors au service de l'application de l'algorithme.

En somme, cette analyse des pratiques d'enseignement des deux enseignants ciblés au regard des quatre niveaux d'intervention didactique identifiés dépend des particularités du contexte dans lequel elle a été réalisée. Dans ce sens, les résultats précis qui en découlent nous offrent surtout un aperçu de la manière dont peuvent être comparées les interventions didactiques de différents enseignants dans l'enseignement d'un contenu mathématique. Par exemple, l'analyse de Vannier (*Ibid.*) permet de constater la possibilité de planifier des projets didactiques distincts liés à l'enseignement des fractions à partir de la même ressource didactique, qui peuvent être caractérisés par des dévolutions et des orientations didactiques particulières. Pensons par exemple à l'algorithmisation prononcée d'un des enseignements par rapport à l'autre. En outre, les résultats issus de l'analyse menée dans le cadre de ces travaux permettent de décrire des interventions didactiques de natures différentes mises en place par les enseignants, et non seulement des interventions efficaces ou exemplaires. Dans cette mesure, l'analyse n'ouvre pas simplement sur le dessin d'un portrait exemplaire des pratiques d'enseignement.

#### 1.2.4 L'apport des travaux de Vannier à l'étude de notre objet

Les travaux de Vannier (2002, 2006), basés sur les niveaux d'intervention didactique d'enseignants cherchant à enseigner les fractions à des élèves en difficulté, alimentent de multiples manières cette thèse. En effet, ces travaux apparaissent particulièrement pertinents au regard de notre objet d'étude, étant donné qu'ils ont été opérationnalisés dans le contexte de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en mathématiques.

La richesse des travaux de Vannier réside également dans leur dimension didactique, qui relève non seulement d'un élargissement de la définition du concept de tutelle développé par Bruner (1983), mais également d'une description des quatre niveaux d'intervention didactique que peut mettre en œuvre un enseignant pour enseigner les mathématiques. Ces quatre niveaux d'intervention permettent de considérer les conditions didactiques mises en place par l'enseignant en amont et en aval de la seule collaboration *in situ* avec l'élève, c'est-à-dire à travers la planification d'un projet didactique, sa dévolution aux élèves, puis l'accompagnement des élèves durant la résolution et enfin, l'institutionnalisation des savoirs visés. Cette dimension du travail de Vannier (*Ibid.*), qui considère que les choix didactiques de l'enseignant au regard de l'élève pour l'enseignement d'un certain contenu excèdent l'accompagnement de l'élève dans sa rencontre avec la tâche, constitue une des influences sur la présente recherche. Effectivement, nous cherchons à étudier les conditions didactiques mises en place par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques à certains élèves en allant dans le même sens que sa définition élargie du concept de tutelle, c'est-à-dire en considérant à la fois la planification de l'activité, la présentation de cette dernière aux élèves, l'accompagnement de ceux-ci durant sa résolution et, enfin, le retour sur les savoirs ciblés par l'activité.

La proposition d'une ressource didactique aux enseignants pour qu'ils développent un projet didactique lié au contenu mathématique ciblé – comme cela a été fait dans la



recherche de Vannier (*Ibid.*) – fait également partie de notre thèse. D'ailleurs, le troisième chapitre présente les justifications entourant notre recours à une ressource didactique, une description et une analyse à priori de cette ressource didactique ainsi que les consignes qui l'ont accompagnée lorsqu'elle a été présentée aux enseignants ayant participé à la recherche.

En somme, nous choisissons d'utiliser le concept d'intervention didactique développé par Vannier (2002, 2006). De ces travaux, nous retenons que les interventions didactiques sont des actions de tutelle de l'enseignant, mais réalisées au regard d'objectifs d'enseignement-apprentissage. Dans la suite du texte, il est ainsi entendu qu'une intervention didactique est faite par un enseignant dans le but d'amener les élèves à apprendre, c'est-à-dire à développer un savoir. Nous considérons donc qu'elle est différente de l'intervention liée à gestion des comportements et à l'organisation de la classe que l'enseignant fait dans une perspective pédagogique. De plus, nous estimons qu'une intervention didactique peut être de différente nature et qu'elle peut survenir tout au long du processus d'enseignement-apprentissage, c'est-à-dire durant la planification, l'enseignement et l'évaluation. Dans notre thèse, nous avons recours aux quatre niveaux d'intervention didactique que l'auteure a identifiés, à savoir la conception et la mise en scène d'un projet didactique, sa dévolution aux élèves, l'aide apportée aux élèves pour sa résolution et l'institutionnalisation des contenus probabilistes ciblés.

## 2. LES PROBABILITÉS : CHOIX ET DESCRIPTION D'UN CONTEXTE D'ÉTUDE

Pour pouvoir orienter dans une perspective didactique nos réflexions sur les interventions didactiques d'un enseignant auprès des élèves en difficulté, il convient désormais de porter plus précisément notre regard sur l'enseignement d'un des domaines des mathématiques. Nous avons choisi le domaine spécifique des probabilités dans les mathématiques pour contexte d'étude de notre objet. Cette section vise donc à justifier ce choix. Elle a également pour objectif de dresser un portrait didactique de ce domaine des

mathématiques. Ce sont donc les aspects reliés aux probabilités auxquels les sous-sections suivantes sont dédiées.

## **2.1 Le choix des probabilités comme contexte d'étude**

Le choix des probabilités comme contexte d'étude pour notre objet est appuyé par deux arguments. D'une part, à la suite du travail de synthèse des recherches sur le développement d'un raisonnement probabiliste et l'enseignement ou l'apprentissage des probabilités qui a été fait par Shaughnessy (1992), plusieurs auteurs ont mis en lumière une importante croissance du nombre de recherches faites sur cet objet de recherche dans les dernières années (Greer et Mukhopadhyay, 2005; Jones, Langrall et Mooney, 2007; Jones et Thornton, 2005). Or, à notre connaissance, très peu de recherche ont été réalisées sur l'enseignement ou l'apprentissage des probabilités auprès des élèves en difficulté. Dans l'ensemble des travaux de recherche recensés dans la problématique de cette thèse, aucun ne portait spécifiquement sur l'enseignement ou l'apprentissage des probabilités.

D'autre part, les probabilités présentent une richesse conceptuelle particulière par rapport aux autres branches des mathématiques, entre autres en raison de leur inscription dans une perspective non-déterministe, qui les placent à l'opposé d'autres domaines des mathématiques comme l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie (Savard, 2008; Scheaffer, 2006; Theis, 2011). Conséquemment, l'enseignement et l'apprentissage des probabilités impliquent un changement de perspective : il devient nécessaire de raisonner de manière non-déterministe dans le cadre de situations dotées d'incertitude.

De plus, cette branche des mathématiques présente plusieurs caractéristiques conceptuelles. Pensons par exemple à la place prépondérante qu'elles occupent dans nos sociétés, aux trois perspectives probabilistes, ainsi qu'aux nombreuses conceptions probabilistes. Ces caractéristiques permettent d'en dresser un portrait didactique nuancé et coloré. Elles rendent l'enseignement et l'apprentissage des probabilités riches et

intéressants sur le plan didactique. Ce portrait didactique des probabilités est décliné dans les prochaines sous-sections.

## **2.2 La place des probabilités dans nos sociétés modernes**

Plusieurs auteurs s'entendent pour dire que les probabilités occupent de nos jours une place importante dans nos sociétés et dans la vie du citoyen. Conséquemment, la place octroyée aux probabilités dans les PFEQ a pris de l'importance, notamment dans celui du primaire.

### *2.2.1 Les probabilités dans la vie du citoyen*

La vie quotidienne dans nos sociétés modernes, autant dans les relations avec les médias que dans les relations sociales, soumet l'individu à l'omniprésence du probable et de l'incertitude (Albert, 2006; Hacking et Dufour, 2004). Dans cet ordre d'idées, les probabilités constituent sans aucun doute, parmi les différents champs des mathématiques, l'un des plus importants (Shaughnessy, 1992). Effectivement, le développement d'un raisonnement probabiliste éclairé par l'apprentissage des probabilités offre la possibilité de mieux comprendre les phénomènes aléatoires et d'y faire face avec plus de discernement. Selon Doerr (2000), le développement d'un tel raisonnement débouche sur des perspectives d'interprétation et de compréhension d'un large éventail d'expériences du quotidien. Des événements aléatoires, touchant de près ou de loin l'individu dans son quotidien, peuvent être rencontrés dans une variété de domaines (Albert, 2006; Caron, 2002; Pratt, 1998). Entre autres, de telles situations se retrouvent en santé (diagnostic, choix de traitement par calcul des risques associés aux différentes procédures ou traitements), en environnement (prévisions météorologiques, évaluations de dangers écologiques), en consommation (achat de garanties prolongées, jeux de hasard et loteries), en gestion (choix d'investissement en fonction du jugement des risques associés aux différents types, planification financière), dans les loisirs (choix d'une stratégie, jeux de société recourant explicitement au hasard), etc. De plus, le développement d'outils conceptuels permettant d'aborder ces différents

phénomènes s'inscrit dans le développement d'une citoyenneté autonome et responsable en général (Caron, 2002) et, plus précisément, dans le développement d'une pensée critique à l'égard des jeux de hasard et d'argent (Savard et DeBlois, 2005).

### *2.2.2 Les probabilités dans le PFEQ du primaire*

Comme bien d'autres pays, le Québec a connu au tournant du troisième millénaire une réforme scolaire qui a engendré une révision du programme d'étude. Cette refonte du système scolaire québécois a accru l'importance de l'enseignement des probabilités dans le curriculum mathématique en l'instaurant dès le premier cycle du primaire (Gouvernement du Québec, 2001a). Auparavant, ce contenu était abordé seulement à partir du troisième cycle et, dans les faits, les quelques objectifs associés aux probabilités ne faisaient pas toujours l'objet d'un enseignement (Caron, 2002). Si, dans l'ancien programme, les probabilités étaient abordées sommairement et étaient survolées par la vérification expérimentale des cas de probabilités connus (intuitivement), le PFEQ en propose maintenant un enseignement plus approfondi et systématique (Savard et DeBlois, 2005). En effet, les probabilités font désormais partie des savoirs essentiels du PFEQ du primaire à tous les cycles (Gouvernement du Québec, 2001a). La figure 4 présente les savoirs essentiels liés aux probabilités qui sont ciblés dans le PFEQ du primaire.

PROBABILITÉ			
• Expérimentation d'activités liées au hasard	1	2	3
• Prédiction d'un résultat (certain, possible ou impossible)	1	2	3
• Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire simple	1		
• Probabilité qu'un événement simple se produise (plus probable, également probable, moins probable)		2	3
• Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau, d'un diagramme en arbre		2	3
• Comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus			3
• Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur		2	3

Figure 4. Les savoirs essentiels probabilistes dans le PFEQ (2001, p. 138)

Dans l'ensemble, il ressort de cette figure que, au primaire, l'élève fait des expériences aléatoires qui peuvent l'amener à émettre des prédictions et à se familiariser avec différents concepts probabilistes (entre autres les résultats certain, possible, impossible; l'évènement plus probable, également probable et moins probable). À terme, il peut arriver à dénombrer les résultats d'une expérience aléatoire en recourant à un tableau ou un arbre des probabilités (diagramme en arbre), et à les comparer avec des résultats théoriques connus.

Pour mieux comprendre le développement du raisonnement probabiliste, il convient maintenant de soulever deux questions liées aux particularités de cette branche des mathématiques, à savoir a) les perspectives probabilistes et b) les conceptions associées au développement du raisonnement probabiliste.

### 2.3 Les trois perspectives probabilistes

Plusieurs auteurs s'entendent pour dire qu'il existe trois perspectives probabilistes (Albert, 2006; Caron, 2002; Savard, 2008)<sup>17</sup>. Ces perspectives probabilistes relèvent de deux approches différentes : l'approche objective et l'approche subjective (Batanero, Henry et Parzysz, 2005; Even et Kvatinsky, 2010). L'approche objective, qui permet d'assigner une probabilité seulement aux évènements pouvant être répétés, comprend les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle des probabilités (Even et Kvatinsky, 2010). L'approche subjective, qui comprend la perspective subjective, permet d'assigner une probabilité à un évènement unique dans la mesure où la probabilité est vue comme relevant d'un degré de croyance plutôt que d'une occurrence relative (*Ibid.*). Mais voyons maintenant plus en détail ces trois perspectives probabilistes.

D'abord, la perspective probabiliste théorique, qui est traitée la plus régulièrement, peut être considérée comme la perspective classique (Albert, 2006). Dans cette perspective, les probabilités s'intéressent au calcul de la chance qu'a un évènement de se produire. Elle se présente comme le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles d'un évènement quelconque lorsque tous les cas sont jugés équiprobables. Pour exprimer le résultat émergeant de ce type de calcul, on a généralement recours à l'écriture fractionnaire, où la fraction est vue sous son sens de rapport. Caron (2002) et Savard (2008) mentionnent que la perspective théorique des probabilités a comme principal contexte d'application les jeux de hasard et d'argent. De plus, elles soulignent que cette perspective probabiliste est souvent privilégiée dans l'enseignement, notamment dans les situations d'apprentissage proposées aux élèves du primaire.

Ensuite, la perspective probabiliste fréquentielle, moins fréquemment abordée, mesure la fréquence relative d'un évènement particulier par rapport à une classe de référence. Les probabilités sont alors déterminées à partir de statistiques, ce qui permet d'établir des liens entre ces deux domaines des mathématiques. Ainsi, les probabilités fréquentielles se dégagent à travers la réalisation d'essais, ainsi que par la compilation et

---

<sup>17</sup> Les auteurs réfèrent généralement à des modes de construction des probabilités mais, dans le cadre de la thèse, nous avons plutôt choisi de faire référence à des perspectives probabilistes.

l'organisation de leurs résultats, afin d'arriver à déterminer les probabilités de voir se produire différents événements possibles. Le contexte d'application de la perspective fréquentielle est plutôt l'évaluation des probabilités qu'un événement se produise, par exemple dans le cas d'un accident de la route ou d'une maladie (Caron, 2002; Savard, 2008).

Enfin, la perspective probabiliste subjective (Albert, 2006; Caron, 2002; Chernoff, 2009; Savard, 2008) ou personaliste (Hacking et Dufour, 2004) consiste pour un individu ou un groupe d'individu à évaluer numériquement la force ou le degré d'une croyance à travers une analyse plus ou moins intuitive de l'information dont il dispose. Ainsi, cette perspective des probabilités permet d'évaluer la mesure de certitude associée à certains événements personnels (par exemple, la réussite d'un examen ou d'une épreuve physique), sociaux (par exemple, l'issue d'un scrutin, d'un match ou d'un film) ou scientifiques (par exemple, la météorologie) (Caron, 2002; Savard, 2008).

## **2.4 Les conceptions probabilistes**

Quand vient le temps de porter un jugement dans un contexte où intervient le hasard, nombreux sont les individus qui rencontrent des difficultés (Pratt, 1998; Shaughnessy, 1992). Pour la plupart, ces difficultés semblent provenir de certaines conceptions liées notamment aux notions de chances, de probabilité et de rapport à l'aléatoire (Schmidt, 2002). Dans l'ensemble, elles paraissent fortement enracinées dans les expériences passées de l'individu et semblent difficiles à changer. De plus, certaines de ces conceptions peuvent être rencontrées autant chez des enfants que chez des adultes, autant chez des experts que chez des novices en probabilités (Tversky et Kahneman, 1971).

Autour de ces conceptions, qui apparaissent comme des raisonnements probabilistes particuliers, la nomenclature est variée : *misconceptions*, conceptions erronées, conceptions primitives, conceptions spontanées, intuitions, heuristiques, biais, etc. (Shaughnessy, 1992). La plupart de ces termes sont connotés négativement, puisqu'ils traduisent un raisonnement

qui serait doté d'un manque, d'une lacune ou d'une simplicité excessive. Même si nous reconnaissons les difficultés que ces conceptions peuvent engendrer pour l'apprentissage des probabilités, nous choisissons d'aller dans le même sens que Savard (2008) et de les qualifier de conceptions probabilistes. Cette appellation, neutre à l'égard de ces raisonnements probabilistes particuliers, nous semble juste dans la mesure où ces conceptions probabilistes sont assez communes, qu'elles peuvent se développer, s'effacer, se modifier ou évoluer au gré des expériences et des enseignements vécus.

Le cœur des travaux de recherches des psychologues Kahneman et Tversky (Kahneman et Tversky, 1972, 1982; Tversky et Kahneman, 1971, 1973, 1974) est lié aux heuristiques et aux biais liés aux probabilités. Les travaux de ces auteurs sur le raisonnement en contexte d'incertitude (*reasoning under uncertainty*) sont les précurseurs d'un ensemble de travaux en psychologie et en éducation qui ont porté sur les conceptions probabilistes (Shaughnessy, 1992). Leurs travaux se basent sur l'idée originale voulant que les individus statistiquement naïfs estiment les probabilités associées à un événement en utilisant certaines heuristiques, notamment celles de représentativité (*representativeness heuristic*), de disponibilité (*availability heuristic*) et de conjonction (*adjustment and anchoring, conjunction and disjunction fallacies*). Il semble que ces heuristiques puissent aider à la réalisation d'estimations probabilistes dans certains contextes, mais qu'elles puissent également mener, dans bien des cas, à des biais ou à des conceptions probabilistes particulières.

À la suite des travaux de Kahneman et Tversky, plusieurs auteurs ont étudié ou rapporté ces conceptions probabilistes. Ces dernières ont notamment été recensées et décrites assez exhaustivement par les travaux de Savard (2008) et de Thibault (2011). D'ailleurs, nous avons nous-même travaillé à la recension et à la description de ces conceptions probabilistes dans le cadre de notre mémoire de maîtrise (Martin, 2010). Nous nous basons donc sur ces travaux de recension pour présenter neuf conceptions probabilistes documentées par les écrits scientifiques.



#### 2.4.1 La chance et la qualité du joueur

La première conception est en lien avec la qualité du joueur et la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements (Fischbein et Gazit, 1984). Les sujets qui présentent cette conception ont tendance à assigner un rôle, dans les événements aléatoires, aux qualités personnelles des joueurs (par exemple, son intelligence, son habileté, son âge, etc.), malgré le fait qu'objectivement, de tels effets n'existent pas. L'exemple suivant, utilisé par Fischbein et Gazit (1984), illustre bien les effets de cette conception :

Rose a 10 ans. Dans sa boîte, il y a 40 billes blanches et 20 billes noires. César, qui a 8 ans, a dans sa boîte 30 billes blanches et 15 billes noires. Chacun d'eux tire une bille de sa boîte, sans regarder. César affirme que Rose a plus de chance de piger une bille blanche parce qu'elle est plus vieille, et que par conséquent elle est la plus habile des deux. Que penses-tu de l'opinion de César? (Traduction libre, p. 6)

La conception présentée ici amènerait un individu à abonder dans le sens de César et à croire que, en dépit de probabilités théoriques équivalentes, la fillette aurait une meilleure chance que le garçon de piger une bille blanche puisqu'elle est plus âgée et donc plus habile. Néanmoins, ce jugement n'est pas réaliste puisque les deux enfants, en considération de la composition respective de leur boîte, présentent la même probabilité de piger une bille blanche, soit  $2/3$  des chances ou 2 cas favorables pour un cas défavorable.

#### 2.4.2 La représentativité

La deuxième conception est relative à la représentativité ou *representativeness* (Fischbein et Gazit, 1984; Fischbein et Schnarch, 1997; Kahneman et Tversky, 1972; Lecoutre et Durant, 1988; Lecoutre et Fischbein, 1998; Tversky et Kahnman, 1973; Watson, 2000). Kahneman et Tversky (1972) ont été les premiers à identifier cette stratégie de pensée qui amène une personne à estimer les possibilités d'un événement en fonction du degré de similitude de ses caractéristiques essentielles avec celles de la population parente ou, encore, en s'appuyant sur les faits saillants de la procédure par laquelle cet événement a

été généré et sur la façon dont celui-ci reflète ces faits saillants. Un exemple bien connu lié à cette conception est le suivant :

Amélie préfère choisir, lorsqu'elle participe à une loterie, des nombres consécutifs comme 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Elle soutient qu'en agissant ainsi, elle augmente ses chances de gagner. S'opposant à cet avis, Véronique déclare que les chances d'obtenir six nombres consécutifs sont plus petites que les chances d'obtenir une quelconque séquence aléatoire de six nombres. Cette dernière affirme que la loterie est un jeu de hasard et qu'on ne peut obtenir des nombres consécutifs. Que penses-tu des opinions de Amélie et Véronique? (Traduction libre, Fischbein et Gazit, 1984, p. 5)

Un individu recourant à cette conception de représentativité présentée ci-haut aurait tendance à s'opposer à la position d'Amélie et à aller dans le sens de Véronique. Celui-ci croirait alors que la séquence 1, 2, 3, 4, 5 et 6 a beaucoup moins de chance de se produire qu'une autre comportant une série irrégulière de nombres, et ce, parce qu'elle ne semble pas représenter, par ses caractéristiques, le genre de séquence généralement obtenu par le biais d'un tel tirage. Toutefois, ce jugement est faux puisque toutes les séries de six nombres sont équiprobables dans le contexte du problème. En d'autres termes, la combinaison d'Amélie, sans avoir plus de chance d'être tirée, possède les mêmes probabilités que toutes les autres combinaisons de six nombres.

#### 2.4.3 Les effets trompeurs de la recension

La troisième conception est relative aux effets trompeurs de la recension positive ou négative (*negative and positive recency effects*) (Cohen, 1957; Doerr, 2000; Fischbein, 1975; Fischbein et Gazit, 1984; Fischbein et Schnarch, 1997; Hacking et Dufour, 2004; Lajoie, Jacobs et Lavigne, 1995; Lecoutre et Fischbein, 1998; Rubel, 2006; Shaughnessy, 1992). Hacking et Dufour (2004) y réfèrent en termes de « sophisme du joueur » (*gambler's fallacy*). Cette conception probabiliste est en lien avec l'indépendance des événements ou des probabilités. Elle est basée sur la nécessité d'une équilibration entre les fréquences des différents résultats possibles à travers de nombreux essais. Ainsi, ce type de conception porte à croire que la fréquence des événements d'une expérience aléatoire a une

influence à long terme sur la probabilité d'obtenir un résultat particulier. Un exemple bien connu lié à cette conception est le suivant :

Lorsqu'on lance une pièce de monnaie, il y a deux résultats possibles : soit pile, soit face. Alexandre a lancé une pièce trois fois, et à chaque coup le côté face est sorti. Alexandre veut lancer la pièce encore une fois. Quelle est la chance d'obtenir le côté face une quatrième fois? (Traduction libre, Fischbein et Schnarch, 1997, p. 98)

Dans ce cas, l'effet de recension positif porterait un individu à croire que, en considération de la suite de trois côtés face, il est plus probable que le quatrième coup soit encore le côté face, puisque ce résultat suivrait le *pattern*, c'est-à-dire que le résultat le plus récemment obtenu serait plus probable de se produire. Dans l'autre sens, l'effet de recension négatif ferait croire à l'individu que, étant donné que le côté face est déjà sorti trois fois, il y a moins de chances d'obtenir encore le côté face au quatrième coup. Cette manière d'aborder l'évènement probabiliste est liée à l'idée que les occurrences doivent s'équilibrer ou se niveler (Shaughnessy, 1992).

#### 2.4.4 La confusion entre des évènements simples et composés

La quatrième conception est en lien avec la confusion entre des évènements simples et composés (*simple and compound events*) (Fischbein et Schnarch, 1997; Lecoutre et Durand, 1988; Schmidt, 2002), que Lecoutre et Fischbein (1998) nomment le biais d'équiprobabilité. Cette conception, souvent présente dans le cas de suites d'évènements particuliers où l'ordre des résultats a une importance, fait croire à l'idée que les deux combinaisons d'évènements ont une même probabilité de se produire. Un exemple couramment utilisé pour illustrer cette conception, provenant des travaux de Lecoutre et Durand (1988), est le suivant : « Imaginons que quelqu'un roule deux dés simultanément. Laquelle des deux possibilités suivantes est la plus probable : obtenir un 5 et un 6 ou obtenir un 6 et un 6? »

Dans ce cas, la conception dont il est question sous-entendrait que les différentes possibilités basées sur l'ordre des résultats dans un ensemble ne sont pas considérées séparément dans l'univers des possibles. Ainsi, dans l'exemple, le couple (6,6) n'est possible que dans un seul cas, tandis que l'obtention d'un 5 et d'un 6 peut être représentée par deux couples possibles, soit (5,6) et (6,5), où le premier résultat est issu du premier dé et le second du deuxième dé. Schmidt (2002) soutient qu'il existe en somme deux principaux types d'interprétations d'un raisonnement inscrit dans cette conception probabiliste. Ainsi, il y a (a) l'idée que deux événements sont l'effet du hasard et que, en conséquence, il n'y a aucune raison de prévoir une plus grande probabilité à l'un de ces événements qu'à l'autre et (b) l'idée que les résultats 5 et 6 sont équiprobables et qu'ainsi toutes les combinaisons de deux nombres possibles présentent la même probabilité. En bref, l'individu qui entretient une telle conception ne respecterait pas l'ordre des résultats et les considérerait à tort comme des événements indépendants, équiprobables (biais d'équiprobabilité), simples et non composés.

#### 2.4.5 L'erreur de conjonction

La cinquième conception est reliée à l'erreur de conjonction (*conjunction fallacy*) (Caron, 2002; Fischbein et Schnarch, 1997; Hacking et Dufour, 2004; Lecoutre et Fischbein, 1998; Pratt, 1998; Shaughnessy, 1992). Avec cette conception, la probabilité d'un événement en interaction simultanée avec un autre événement apparaît, sous certaines conditions, plus probable que la probabilité de voir survenir le même événement, mais individuellement. Pourtant, en probabilités, la possibilité d'occurrence simultanée de deux événements distincts est moins probable que la chance d'apparition d'un seul de ces deux événements. Voici un exemple de ce type de conception :

Daniel rêve de devenir médecin. Il aime aider les gens. Quand il était au secondaire, il était volontaire pour la Croix rouge. Il a fait de brillantes études et il a servi dans l'armée en tant qu'assistant médical. À la fin de son service militaire, Daniel s'est inscrit à l'université. Qu'est-ce qui te semble le plus probable, que Daniel soit un étudiant à l'école de médecine ou que Daniel soit un étudiant? (Traduction libre, Fischbein et Schnarch, 1997, p. 98)

Dans le cas de l'exemple présenté ici, la conception porterait l'individu à croire, en ayant comme trame de fond le contexte particulier, que la probabilité de l'évènement simple voulant que Daniel soit un étudiant apparaisse moins grande que celle supposant que Daniel soit étudiant en médecine. Néanmoins, la probabilité d'une combinaison de deux évènements indépendants est nécessairement moins élevée que les probabilités respectives de chacun de ces deux évènements.

#### 2.4.6 L'effet de la taille de l'échantillon

La sixième conception traite de l'effet de la taille de l'échantillon (*effect of sample size*) (Aspinwall et Tarr, 2001; Fischbein et Schnarch, 1997; Kahneman et Tversky, 1972; Lajoie *et al.*, 1995; Lecoutre et Fischbein, 1998; Shaughnessy, 1992; Stohl et Tarr, 2002; Tversky et Kahneman, 1971; Watson, 2000). Lorsqu'un individu présente une telle conception, il aura tendance à ignorer l'effet du nombre d'essais ou de la grandeur de l'échantillon dans son estimation des probabilités d'un ou de plusieurs évènements probabilistes. L'effet le plus courant associé à cette conception serait alors d'accorder une même probabilité à deux évènements distincts, et ce, indépendamment du nombre d'essais ou de l'échantillon que ceux-ci sous-tendent respectivement. Un exemple classique favorisant la démonstration de ce phénomène, tiré d'une situation reprise par Watson (2000) à partir du travail de Kahneman et Tversky (1972), est le suivant :

Dans une certaine ville, il y a deux hôpitaux : un petit, dans lequel on a en moyenne environ 15 naissances par jour, et un grand, où on a en moyenne environ 45 naissances par jour. Les probabilités de donner naissance à un garçon sont d'environ 50 % (néanmoins, il y a des jours où plus de 50 % des bébés sont des garçons, et d'autres jours où moins de 50 % des bébés sont des garçons). Dans le petit hôpital, on enregistre durant l'année les jours où le nombre total de garçons est plus grand que 9, ce qui représente 60 % du total des naissances dans ce petit hôpital. Dans le grand hôpital, on enregistre aussi pendant l'année les jours où il y a naissance de plus de 27 garçons, soit 60 % du total des naissances. Dans lequel de ces deux hôpitaux y a-t-il davantage de telles journées? (Traduction libre, Watson, 2000, p. 121)

Un jugement illustrant une telle conception imputerait à chacun des deux évènements la même probabilité, nonobstant la taille plus substantielle de l'échantillon dans le cas du gros hôpital par rapport au petit. Cette conception probabiliste, persistante chez les sujets de leur recherche, laisse pour compte la loi des grands nombres de Bernouilli (cité dans Borovcnik et Peard, 1996). Cette loi formule l'idée qu'il est plus probable que les grands échantillons reflètent la population parente, tandis que les petits échantillons produisent souvent des probabilités expérimentales qui diffèrent significativement de la distribution parente. Dans ce sens, celle-ci établit un lien entre les probabilités fréquentielle et théorique associées à un évènement, et ce, en soutenant qu'à mesure qu'un échantillon grandit, les probabilités fréquentielles liées à l'obtention d'un certain résultat empirique (utilisation des fréquences relatives pour déterminer la probabilité d'un évènement) ont tendance à se rapprocher de la probabilité théorique qui est associée à cet évènement. Ainsi, il apparaît plus probable qu'une journée où 60 % des naissances enregistrées sont des garçons survienne dans le petit hôpital que dans le grand, et ceci, en considération des grosseurs respectives des échantillons. Croire que les deux hôpitaux ont la même probabilité revient à ce que Tversky et Kahneman (1971) ont souligné en parlant de l'application de la loi des grands nombres à des petits nombres, c'est-à-dire la loi des petits nombres.

#### 2.4.7 L'accessibilité

La septième conception est relative à l'accessibilité (*availability*) ou à la disponibilité (Fischbein et Schnarch, 1997; Lecoutre et Fischbein, 1998; Pratt, 2000; Schmidt, 2002; Shaughnessy, 1992; Tversky et Kahneman, 1973). C'est Tversky et Kahneman (1973) qui ont identifié les premiers ce type de raisonnement sous l'appellation d'*availability heuristic*. Ainsi, lorsqu'un individu présente une telle croyance, il a tendance à estimer les probabilités d'un évènement sur la base de la facilité avec laquelle des instances ou des exemples particuliers de l'évènement peuvent lui venir à l'esprit, par la facilité de rappel, de construction ou d'association. Un exemple pouvant mettre en lumière ce type de raisonnement est le suivant :

Quand on choisit 2 membres parmi 10 candidats possibles pour former un comité, comparativement au choix de 8 membres parmi 10 candidats, le nombre de possibilités de compositions différentes du comité dans le cas des 2 membres est-il plus petit, plus grand, ou égal au nombre de possibilités concernant le comité de 8 membres? (Traduction libre, Fischbein et Schnarch, 1997, p. 99)

Devant cet exemple, l'individu qui utilise un tel type de raisonnement croira que les possibilités dans le cas des deux membres parmi les dix candidats sont plus élevées alors que, en fait, il s'agit d'un même nombre de possibilités pour un comité formé de deux ou de huit individus. Ce jugement aura probablement émergé du fait que les combinaisons comportant deux individus parmi les dix sont plus faciles à produire que celles mettant en jeu huit candidats. Un autre exemple, celui-là proposé par Schmidt (2002), nous amène à nous pencher sur le cas fictif d'un individu qui roule en voiture dans une ville et qui est heurté par un autre véhicule. Le raisonnement de l'individu accidenté s'inscrit dans cette conception probabiliste si, à la suite de l'accident, il a tendance à effectuer une estimation élevée de la fréquence des accidents dans cette ville en comparaison à un autre individu y ayant circulé de nombreuses années sans avoir d'accident.

#### 2.4.8 *L'effet de l'axe du temps*

La huitième conception est en lien avec l'effet de l'axe du temps (*time-axis fallacy*) (Borovcnik et Peard, 1996; Doerr, 2000; Falk, 1983; Fischbein et Schnarch, 1997; Lecoutre et Fischbein, 1998; Schmidt, 2002; Shaughnessy, 1992). Ayant été un des premiers à travailler sur cette croyance, Falk (1983) a aussi inspiré le nom utilisé dans la littérature de *Falk phenomenon*. Ainsi, l'individu qui démontre un jugement affecté par cette conception aura tendance à estimer la probabilité d'un événement à partir du principe de causalité, d'apparence temporelle unidirectionnelle, qui influence son interprétation intuitive de la probabilité que certains événements se produisent. En voici un exemple :

Hélène et Gaëlle ont chacune une boîte contenant deux billes blanches et deux billes noires.

- a) Hélène tire une bille de sa boîte et constate que c'est une bille blanche. Sans remettre cette bille dans la boîte, elle retire une seconde bille. Est-ce que la probabilité que cette seconde bille soit aussi une bille blanche est plus petite, égale ou plus grande que la probabilité qu'elle soit une bille noire?
- b) Gaëlle tire une bille de sa boîte et la place derrière elle sans la regarder. Elle pige ensuite une seconde bille et constate qu'elle est blanche. Est-ce que la probabilité que la première bille qu'elle a pigée soit blanche est plus petite, plus grande ou égale à la probabilité qu'elle soit noire?  
(Traduction libre, Fischbien et Schnarch, 1997, p. 99)

Ainsi, pour l'individu confronté à ce problème et présentant une telle conception, l'ordre causal apparent dans l'histoire, telle qu'elle est racontée comme une séquence d'évènements, lui rendra invisible la structure probabiliste du problème. Pour celui-ci, ce qui se passe lors du second tirage ne peut rétroactivement avoir une incidence sur ce qui s'est passé à la première extraction. Il ne semble pas réaliser que la connaissance du second résultat peut tout de même être utilisée dans la détermination de la probabilité du premier résultat.

#### 2.4.9 L'approche du résultat

La neuvième conception est finalement liée à l'approche du résultat (ou *outcome approach*), développée par Konold (1989, 1991, 1995) et notamment traitée par Savard (2008) et Chernoff (2009) dans leurs travaux doctoraux. Konold (1995) explique que lorsque des individus se font questionner sur la probabilité qu'un évènement a de se produire, certains individus orientés vers l'approche du résultat auront tendance à tenter de prédire le résultat de la prochaine occurrence de cet évènement plutôt que de tenter de déterminer les probabilités reflétant un ensemble d'occurrences de cet évènement. Cette approche par le résultat, comme le souligne Shaughnessy (1992), a été utilisée par Konold pour expliquer différemment les raisonnements probabilistes dans diverses situations, raisonnements que d'autres auteurs avaient attribués à d'autres conceptions probabilistes.



## 2.5 Les défis liés à l'enseignement des probabilités

L'enseignement des probabilités comporte certains défis rencontrés par les enseignants. Ces défis doivent être identifiés et pris en considération dans l'étude des interventions didactiques d'enseignants dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté, car ils pourront influencer l'analyse de nos données et leur interprétation.

Stohl (2005) a signalé que les enseignants et les formateurs universitaires devaient comprendre les concepts probabilistes et les conceptions probabilistes des élèves, ce qui n'est pas aussi simple qu'il n'y paraît. Haller (1997 dans Stohl, 2005) a d'ailleurs rapporté, à la suite de la réalisation d'une étude sur le développement des connaissances probabilistes d'enseignants du début du secondaire (*middle school*), que tous les enseignants ayant participé à sa recherche s'entendaient sur le fait qu'il est difficile d'enseigner les probabilités. En cohérence avec cette position, des auteurs ont mis en lumière certains défis liés à des enjeux mathématiques des probabilités et rencontrés par les enseignants dans l'enseignement des probabilités.

Dans ce sens, nous traitons, dans les paragraphes qui suivent, de trois défis liés à l'enseignement des probabilités. Le premier défi est lié à l'atteinte d'un degré de maîtrise suffisant des concepts probabilistes pour pouvoir les enseigner. Le second défi est en lien avec l'abandon de la concentration excessive sur la perspective théorique pour ouvrir sur les trois perspectives probabilistes. Le troisième défi est relié à l'évolution des conceptions probabilistes des enseignants, à la reconnaissance des conceptions que présentent leurs élèves et à leur prise en compte dans l'enseignement.

### 2.5.1 La maîtrise des concepts probabilistes

Pour pouvoir enseigner les probabilités, il va sans dire que les enseignants doivent maîtriser à un degré suffisant les contenus probabilistes, entre autres ceux ciblés par le PFEQ, afin de pouvoir les enseigner aux élèves. Toutefois, certains auteurs ont souligné

que les enseignants (ou futurs enseignants) présentent des lacunes conceptuelles sur le plan probabiliste (Jones et Thornton, 2005; Stohl, 2005). Pour Stohl (2005), la complexité conceptuelle des probabilités pourrait contribuer au fait que le développement des connaissances probabilistes des enseignants semble problématique. Cette auteure juge également que le rapport des enseignants à l'enseignement des mathématiques pourrait nuire à leur bonne maîtrise des concepts probabilistes. En effet, elle soutient que plusieurs enseignants conçoivent l'enseignement des mathématiques comme une discipline orientée sur le calcul et les règles, ce qui se traduit souvent par une vision déterministe des probabilités, autant dans leur enseignement que leur apprentissage. Dans ce sens, les enseignants peuvent en arriver à réduire l'enseignement-apprentissage des probabilités à l'utilisation de procédures pour calculer des probabilités théoriques sans même considérer leur application dans la vie quotidienne. L'idée d'atteindre un degré de maîtrise suffisant des concepts probabilistes pour pouvoir les enseigner apparaît donc comme un des défis relatifs à l'enseignement des probabilités que rencontrent les enseignants.

### *2.5.2 L'ouverture sur les trois perspectives probabilistes*

Comme il a été vu, il existe trois perspectives probabilistes : la perspective théorique, la perspective fréquentielle et la perspective subjective (Albert, 2006; Caron, 2002; Savard, 2008). Celles-ci sont de nature différente et elles ont des contextes d'application différents dans la vie de tous les jours. Ces perspectives probabilistes peuvent donc être utilisées pour arriver à déterminer une probabilité associée à un certain type d'évènement, mais également pour l'enseignement des probabilités. Ainsi, en fonction de leur nature et de leurs caractéristiques respectives, l'enseignant peut amener les élèves de sa classe à entrer par une ou des perspectives probabilistes pour résoudre une situation probabiliste, ce qui influencera les apprentissages mathématiques potentiellement réalisés et le raisonnement probabiliste développé.

Or, ces trois perspectives probabilistes sont rarement abordées dans leur multiplicité, que ce soit dans les ouvrages mathématiques savants, dans les manuels

scolaires de différents niveaux ou dans les ouvrages de didactique (Caron, 2002). De plus, Stohl (2005) a souligné le fort accent généralement mis sur la perspective théorique dans la formation à l'enseignement des probabilités des enseignants. Ainsi, partant du fait qu'à la fois les manuels scolaires et les ouvrages mathématiques ainsi que la formation des enseignants sont fortement orientés vers cette perspective probabiliste, il est possible que l'enseignement des probabilités laisse de côté les perspectives fréquentielle et subjective. Cependant, Stohl (2005) a mentionné, dans le même sens que Steinbring (1991) et que Jones et Thornton (2005), que seul un enseignement des probabilités combinant les perspectives théorique et fréquentielle peut permettre à des élèves à la fois de développer des intuitions probabilistes appropriées et d'éviter les conceptions probabilistes traitées dans les écrits scientifiques. En somme, l'idée de surmonter cette concentration excessive sur la perspective théorique et d'ouvrir sur la complémentarité des perspectives probabilistes apparaît donc comme un des défis rencontrés par les enseignants en lien avec l'enseignement des probabilités.

### *2.5.3 La reconnaissance et la prise en compte des conceptions probabilistes*

Comme il a été exposé précédemment, de nombreuses conceptions probabilistes sont associées à l'apprentissage des probabilités et au développement d'un raisonnement probabiliste (Pratt, 1998; Schmidt, 2002; Shaughnessy, 1992). Or, pour l'enseignement des probabilités, plusieurs auteurs (Kahneman et Tversky, 1982; Savard, 2008; Stohl, 2005) ont souligné que les enseignants doivent non seulement connaître les conceptions probabilistes que les élèves présentent potentiellement, mais qu'ils doivent également, le cas échéant, prendre en compte ces conceptions pour l'enseignement. Pour ce faire, l'enseignant pourrait notamment les évoquer ou les déclencher ouvertement à travers des situations destinées à ouvrir la discussion ou les réflexions sur leur existence et leurs effets potentiels. Shaughnessy (1992), en référence aux travaux de Beth-Marom et Dekel (1983 dans Shaughnessy, 1992) ainsi que de Rubin et Roseberry (1988 dans Shaughnessy, 1992), soutient toutefois que ceux-ci, en plus de ne pas toujours connaître lesdits concepts, se retrouvent parfois eux-mêmes avec de telles conceptions probabilistes. Pour sa part, Stohl

(2005), en plus d'abonder dans le sens de l'idée de Shaughnessy (1992), avance même qu'au-delà des élèves et des enseignants, il arrive parfois que ce soient les formateurs universitaires eux-mêmes qui présentent certaines de ces conceptions probabilistes. Ainsi, il appert qu'à la fois la formation des enseignants relativement à l'enseignement des probabilités et l'enseignement des probabilités aux élèves se trouvent perméables à ces conceptions probabilistes.

Stohl (2005) dénonce la mauvaise connaissance qu'ont souvent les enseignants de la loi des grands nombres de Bernoulli (cité dans Borovcnik et Peard, 1996). Cette loi est liée à l'idée qu'il est plus probable que les grands échantillons reflètent la population parente, alors que les petits échantillons produisent souvent des probabilités expérimentales qui diffèrent significativement de la distribution parente. Effectivement, Stohl (2005) affirme qu'une interprétation incorrecte de la loi des grands nombres peut être la source de conceptions probabilistes comme les effets trompeurs de recension et l'effet de la taille de l'échantillon. De plus, Stohl avance qu'une mauvaise interprétation de la loi des grands nombres par les enseignants, par exemple par son application à des petits nombres – ce que Tversky et Kahneman (1971) appellent la loi des petits nombres – pourrait amener les enseignants à guider erronément leurs élèves dans le développement d'un raisonnement probabiliste.

En bref, l'idée de faire évoluer leurs conceptions probabilistes, de reconnaître celles que les élèves présentent et de les prendre en compte dans l'enseignement apparaît comme un des défis relatifs à l'enseignement des probabilités que rencontrent les enseignants.

### 3. LES OBJECTIFS DE RECHERCHE

Ce deuxième chapitre de la thèse a permis d'élaborer une structure conceptuelle autour du concept d'intervention didactique de Vannier (2002, 2006). Il a également donné lieu au choix des probabilités comme contexte pour l'étude des conditions didactiques

mises en place par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté dans la classe ordinaire.

En fonction de la description de ces deux piliers conceptuels de la thèse, nous sommes désormais en mesure d'établir trois objectifs de recherche :

1. Décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par deux enseignants pour l'enseignement des probabilités au sein de classes ordinaires du primaire;
2. Décrire et comprendre les interventions didactiques réalisées plus spécifiquement pour l'enseignement des probabilités aux élèves jugés en difficulté;
3. Situer les interventions didactiques faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.



## **TROISIÈME CHAPITRE**

### **LA RESSOURCE DIDACTIQUE**

Dans le premier chapitre, nous avons pointé la nécessité de mieux connaître et de comprendre les conditions didactiques mises en place par l'enseignant du primaire pour enseigner les mathématiques à des élèves en difficulté dans la classe ordinaire. Dans le deuxième chapitre, nous avons identifié deux piliers conceptuels qui nous permettent de structurer notre recherche, ce qui nous amènera à décrire et à comprendre les conditions didactiques par l'étude des interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté au sein d'une classe ordinaire du primaire. Ce troisième chapitre constitue une ouverture sur une orientation qu'emprunte la thèse dans le but de poursuivre ces objectifs de recherche au regard de la problématique identifiée. Il convient de remarquer que le quatrième chapitre présentera la méthodologie de la thèse.

Dans le cadre de la thèse, nous avons demandé à des enseignants de classe ordinaire du primaire d'utiliser une même ressource didactique liée aux probabilités afin de concevoir et de mettre en œuvre un projet didactique adapté à leurs élèves. Cette ressource didactique que nous avons proposée est relativement ouverte, afin qu'il revienne aux enseignants de dégager des savoirs et des enjeux d'apprentissage pour leurs élèves en fonction des contraintes de leur milieu.

Le présent chapitre expose cette ressource didactique que nous avons élaborée et qui a été proposée aux enseignants qui ont participé à notre recherche. Les sections qui le composent présentent donc les justifications entourant le recours à une ressource didactique, puis une description et une analyse à priori de cette dernière.

## 1. LES JUSTIFICATIONS DU RECOURS À UNE RESSOURCE DIDACTIQUE

La démarche que nous avons réalisée avec la création d'une ressource didactique proposée aux enseignants afin qu'ils développent un projet didactique adapté à leurs élèves n'est pas habituelle, et ce, à deux niveaux. Le plus souvent, les enseignants choisissent des tâches ou des situations en référence à un savoir dont l'apprentissage est visé. Par exemple, les enseignants peuvent avoir accès – notamment dans les guides d'enseignement accompagnant les manuels – à un certain nombre d'informations pouvant les aider à mettre en place une situation didactique mettant en scène la ou les tâches proposées dans les manuels. Dans notre recherche, nous avons réalisé avec les enseignants une rencontre préparatoire<sup>18</sup> en amont de la collecte de données. Durant celle-ci, nous avons fait un survol de certains enjeux conceptuels liés aux probabilités et nous avons présenté la ressource didactique. Toutefois, nous avons choisi de ne pas accompagner cette présentation d'une analyse conceptuelle des enjeux et des variables didactiques inhérents à la ressource, afin de maintenir une certaine diversité dans les projets didactiques et dans les interventions des enseignants. Ainsi, le choix méthodologique particulier de proposer une ressource nous a permis d'observer des mises en scène différentes tout en conservant une possibilité de comparer les interventions didactiques des enseignants.

Comme l'a souligné Vannier (2002), la plupart des travaux consacrés à l'analyse des pratiques d'enseignement optent pour l'observation de situations dites « tout venant » ou encore « ordinaires », c'est-à-dire planifiées et mises en œuvre par l'enseignant et survenant donc en temps normal dans la classe. Les travaux de recherche de cette chercheuse se sont distingués de cette tendance puisqu'ils n'ont pas porté sur l'étude d'une ingénierie didactique ni sur l'étude d'une situation « tout venant »<sup>19</sup>. Nos travaux de

---

<sup>18</sup> Dans le chapitre dédié à la méthodologie, nous verrons que cette rencontre préparatoire visait à limiter les risques que le manque de connaissance des enjeux didactiques par les enseignants ne vienne occulter les éléments visés par les objectifs de recherche.

<sup>19</sup> Dans sa recherche, elle a étudié l'activité de tutelle d'enseignants dans l'enseignement des fractions à des élèves reconnus en échec dans le cursus normal. Pour ce faire, elle a fourni à ces enseignants une même ressource qu'ils devaient adapter à leurs élèves en fonction de la progression didactique définie pour leur



recherche vont précisément dans cette direction, puisque nous étudions les projets didactiques développés par des enseignants à partir d'une ressource didactique que nous leur avons fournie, ce qui se situe entre l'étude d'une ingénierie didactique et l'étude d'une situation tout venant.

Ce choix méthodologique particulier, inspiré des travaux de Vannier (2002), se justifie de deux manières au regard des objectifs de recherche que nous poursuivons. D'abord, celui-ci facilite la comparaison des enseignants impliqués dans la thèse en fonction des différentes interventions didactiques qu'ils mettront en place. Effectivement, le fait d'imposer l'utilisation – partielle ou complète – d'une même ressource didactique pour construire la situation à faire vivre aux élèves dans la classe nous permet de comparer les différentes interventions didactiques mises en place par les enseignants. Puis, ce choix méthodologique nous permet de disposer d'une analyse à priori de la ressource didactique pouvant enrichir notre compréhension des situations observées dans les classes. L'analyse des interventions didactiques qui ont été mises en place par les enseignants ne peut pas être menée sans une référence explicite à l'objet même de l'activité réalisée, puisque certaines de celles-ci sont spécifiques aux contenus mathématiques ciblés par la situation. Ainsi, en fonction des objectifs de la thèse, la proposition d'une ressource à des enseignants afin qu'ils l'adaptent dans la planification d'une activité destinée à leurs élèves s'avère plus intéressante que la simple étude d'une situation « tout venant ».

Pour assurer un recueil de données exploitables pour la recherche, nous avons en quelque sorte provoqué les interventions didactiques, et ce, de deux manières. D'une part, nous avons permis aux enseignants de modifier la ressource. Cela nous donnait accès à une lecture des interventions didactiques en amont des interactions proprement dites. Même si les interventions didactiques se trouvent guidées par la nature et les caractéristiques de la ressource, il n'en reste pas moins que les enseignants ont eu à modifier, à ajuster la ressource fournie, ce qui s'est traduit à nos yeux par une variété des situations mises en

---

classe. Cette ressource didactique proposée aux enseignants par la chercheuse visait la reconnaissance de fractions et elle est constituée de 36 figures représentant chacune une fraction.

place dans les classes. Dans ce sens, notre choix méthodologique de proposer une ressource aux enseignants s'avère plus pertinent, au regard de nos objectifs de recherche, que le recours à une ingénierie didactique, qui n'aurait pas permis d'étudier les interventions didactiques des enseignants préalables à la rencontre des élèves avec l'activité.

D'autre part, nous choisissons d'introduire dans cette ressource didactique de nombreuses variables au regard de différents enjeux conceptuels liés aux probabilités. Ces enjeux conceptuels inhérents à la ressource constituent des obstacles que les élèves rencontreront dans la réalisation de l'activité, ce qui fait que les caractéristiques des outils ont été choisies de manière à agir sur le développement du raisonnement probabiliste de l'élève. Aussi, nous avons fait le pari que les enseignants mettraient en œuvre des interventions didactiques au regard des obstacles liés aux enjeux conceptuels de l'activité et rencontrés par les élèves pour les aider à progresser dans la tâche.

Les justifications entourant le choix méthodologique du recours à une ressource didactique ayant été exposées, il convient désormais de présenter cette ressource.

## 2. LA DESCRIPTION DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE

La ressource didactique que nous avons conçue comporte trois outils – une roulette, une paire de dés à quatre faces et une bouteille – auxquels sont associées des probabilités différentes de gagner. Les deux premiers outils provoquent des événements probabilistes simples (la roulette et la bouteille), tandis que le troisième outil (la paire de dés) déclenche des événements probabilistes composés. L'idée générale de la ressource didactique est de comparer ces trois outils probabilistes en fonction de la probabilité de gagner qui leur est respectivement associée. Il s'agit donc de déterminer la probabilité de gagner associée à chacun des outils, puis de les comparer pour arriver à déterminer celui offrant la meilleure, celui offrant la pire, et celui offrant ni la meilleure ni la pire.

La consigne qui a été donnée aux enseignants lorsque la ressource leur a été présentée est la suivante :

En adaptant cette ressource didactique, vous allez viser à ce vos élèves sachent, à l'issue d'une activité probabiliste, réaliser seuls une tâche similaire. Vous pouvez intervenir quand et comme vous le souhaitez. Vous pouvez organiser une ou plusieurs séances.

La tâche des enseignants a alors consisté à utiliser notre ressource pour en faire une activité adaptée à leurs élèves et qui cadrerait dans le parcours didactique qu'ils avaient planifié pour eux. Ils leur revenaient de privilégier les variables didactiques qu'ils jugeaient adaptées aux élèves de leur classe, mais nous avons forcé l'utilisation des trois outils dans le cadre de l'activité.

Au regard de la description de la ressource et des consignes qui l'ont accompagné lorsqu'elle a été proposée aux enseignants, une analyse à priori de la ressource est réalisée dans le cadre de la section suivante.

### 3. L'ANALYSE À PRIORI DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE

L'analyse à priori de la ressource s'organisera autour de deux aspects précis, soit : (a) les choix et les caractéristiques liés à la conception de la ressource; et (b) les enjeux probabilistes potentiels de la ressource.

#### **3.1 Les choix et les caractéristiques liés à la ressource didactique**

Les choix et les caractéristiques liés à la conception de la ressource passent par la description de chacun des trois outils qui la composent, à savoir la roulette, la paire de dés à quatre faces et la bouteille. Nous présentons maintenant, pour chacun des outils, des travaux de recherche étant à leur origine ou les ayant employés, une description et une représentation visuelle des outils, la façon de les utiliser et de gagner en les utilisant, ainsi

que les probabilités de gagner qui leur sont associées. Puis, nous décrivons et justifions la comparaison entre les trois outils.

### *3.1.1 La roulette*

La roulette comme outil probabiliste est notamment issue des travaux de Piaget et Inhelder (1951), qui ont utilisé des roulettes pour étudier la genèse de l'idée de hasard chez l'enfant, ainsi que de Pratt (2000), qui a étudié le raisonnement probabiliste d'élèves dans l'utilisation des roulettes. Dans le cadre de notre recherche, la roulette utilisée a été conçue à partir de GeoGebra<sup>20</sup>, qui nous a permis de mesurer les angles et de tracer les points et les droites avec précision dans le but de délimiter les secteurs angulaires de la roulette.

Cette roulette est incomplète et elle ne fonctionne pas, c'est-à-dire qu'il ne s'agit pas d'une roue de fortune qui tourne à l'aide d'un pivot et dont l'aiguille indique le résultat. Il ne s'agit pas non plus d'une roulette de casino, qui est une assiette creuse qui tourne avec une bille déposée dessus et qui finit par indiquer le résultat. Il s'agit simplement d'un disque de carton divisé en 12 secteurs angulaires colorés soit de rouge, de jaune ou de bleu. La figure 5 présente la roulette.

---

<sup>20</sup> Geogebra est un logiciel libre de géométrie dynamique pour enseigner et apprendre les mathématiques. Il peut être téléchargé gratuitement à l'adresse suivante : <http://www.geogebra.org/cms/>.

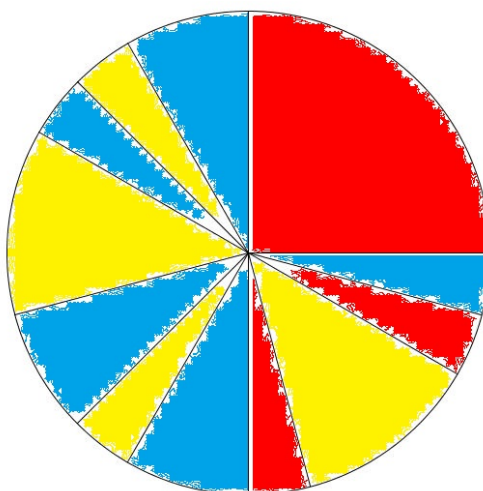


Figure 5. La roulette

Ce choix de ne pas faire fonctionner la roulette vise à forcer l'inscription de la roulette dans une perspective probabiliste théorique. En effet, puisqu'elle ne permet pas de faire des essais, la réflexion sur les probabilités de gagner avec cet outil probabiliste devra donc se situer sur le plan de la théorie et des calculs. De plus, lors de la présentation de la ressource aux enseignants, afin de les encourager à ne pas modifier la roulette, il a été dit que le fait que la roulette ne puisse pas fonctionner telle quelle constitue un choix délibéré visant à amener les élèves à raisonner différemment qu'avec les deux autres outils.

Les secteurs angulaires de la roulette ont des angles de différentes tailles, à savoir de  $90^\circ$ , de  $45^\circ$ , de  $30^\circ$  et de  $15^\circ$ . Le tableau 4 présente le nombre de secteurs angulaires et leur angle selon leur couleur, ainsi que l'angle total couvert par l'ensemble des secteurs angulaires pour chacune des couleurs.

Tableau 4

La division de la roulette en secteurs angulaires par couleur

Couleur	Rouge	Jaune	Bleu
	90°	45°	30°
Angles des secteurs angulaires	15°	45°	30°
	15°	15°	30°
	-	15°	15°
	-	-	15°
Total	120°	120°	120°

Il appert donc que la roulette contient 3 secteurs angulaires rouges pour un total de 120°, 4 secteurs angulaires jaunes pour un total de 120° et 5 secteurs angulaires bleus pour un total de 120°. Pour gagner avec la roulette, il faudrait tomber sur un des secteurs angulaires rouges si celle-ci tournait et avait une aiguille qui pointait le résultat. Comme les secteurs angulaires rouges recouvrent un tiers de la roulette, c'est-à-dire 120° sur 360°, la probabilité de gagner avec cet outil est de 1 sur 3 ou de 33,33 %. D'ailleurs, chacune des couleurs dispose de la même probabilité d'être obtenue, c'est-à-dire 1 sur 3, puisque le total des angles de chacun des secteurs angulaires de chacune des couleurs est de 120°.

Par ailleurs, afin que l'outil soit doté d'un niveau de complexité suffisant, à savoir qu'il ne soit pas possible de voir directement à l'œil nu que les trois couleurs correspondent à la même probabilité de gagner, les secteurs angulaires des différentes couleurs ne sont pas de la même dimension et sont répartis asymétriquement sur la roulette, et ce, sans jamais que deux secteurs angulaires de la même couleur soient adjacents.

Il convient finalement de mentionner que le fait que chacune des couleurs soit associée à un nombre différent de secteurs angulaires (3 pour le rouge, 4 pour le jaune et 5 pour le bleu) et que ces secteurs angulaires soient de différentes tailles pourrait à nos yeux amener les élèves à avoir différentes intuitions par rapport aux probabilités de gagner de chacune des couleurs. Par exemple, un élève pourrait croire que le rouge présente la plus grande probabilité de gagner puisqu'il possède le plus gros secteur angulaire de toute la roulette. Un deuxième élève pourrait juger que le jaune offre la meilleure probabilité de

gagner puisqu'il dispose de deux secteurs angulaires de grandeur moyenne plutôt que d'un seul grand secteur angulaire. Un autre élève pourrait interpréter que, étant donné que le bleu comprend plus de secteurs angulaires, à savoir cinq, il est la couleur qui présente la plus grande probabilité de gagner.

### *3.1.2 La paire de dés à quatre faces*

L'outil probabiliste que constitue la paire de dés à quatre faces dérive entre autres des travaux de Piaget et Inhelder (1951), de Lecoutre et Durand (1988) et de Pratt (2000), qui ont traité ou étudié différents objets liés au développement du raisonnement probabiliste autour des probabilités d'obtenir une certaine somme des résultats avec des dés à six faces.

Dans notre recherche, le choix de recourir à des dés à quatre faces plutôt qu'à des dés à six faces repose sur deux principaux arguments. D'une part, la paire de dés à quatre faces a 16 cas possibles de sommes de résultats, tandis que la paire de dés à six faces a 36 cas possibles de sommes de résultats. Le plus petit nombre de cas possibles associés à la paire de dés à quatre faces permet de voir apparaître plus rapidement qu'avec la paire de dés à six faces des tendances stables au niveau des résultats obtenus avec la réalisation d'un nombre suffisant d'essais. D'autre part, la tâche probabiliste liée à l'obtention d'une certaine somme de résultats avec deux dés à six faces a été fréquemment utilisée dans les manuels et dans les recherches en didactique, alors que la même tâche avec une paire de dés à quatre faces est moins fréquemment réalisée, à notre connaissance. Cela nous assurera que les élèves ne connaîtront pas d'emblée les probabilités de gagner associées aux différentes sommes de résultats possibles.

La paire de dés à quatre faces est composée de dés identiques – un blanc et un noir<sup>21</sup> – qui sont des tétraèdres réguliers. Leurs quatre faces respectives sont des triangles

---

<sup>21</sup> La paire de dés à quatre faces est composée d'un dé blanc et d'un dé noir afin de favoriser la distinction des deux événements simples (obtenir un résultat avec le premier dé et obtenir un résultat avec le deuxième dé) et

équilatéraux identiques et leurs arêtes mesurent 2 cm chacune. Cependant, il convient de souligner que, contrairement aux autres dés, le résultat d'un dé à quatre faces n'est pas donné par la face supérieure, car ce sont les sommets du dé à quatre faces qui sont numérotés avec les nombres de 1 à 4, et non pas les faces. En effet, ce type de dé possède trois nombres sur chaque face, qui se trouvent placés dans chacun des angles<sup>22</sup>. Lorsque le dé repose sur une surface plane après un lancer, c'est le sommet pointant vers le haut qui indique le résultat du lancer, avec le même nombre inscrit dans chacun des angles le bordant. La figure 6 présente une paire de dés à quatre faces comme celles qui ont été employées par les enseignants.



Figure 6. Une paire de dés à quatre faces

Pour gagner avec la paire de dés à quatre faces, il faut obtenir la somme de 5 avec les résultats des deux dés lorsqu'ils sont lancés simultanément une seule fois. Or, sept sommes différentes sont possibles selon les résultats pouvant être obtenus en lançant simultanément deux dés à quatre faces. Le tableau 5 présente les sommes possibles en fonction des résultats des deux dés à quatre faces lors d'un lancer, en plus d'indiquer en rouge les possibilités d'obtenir une somme de 5.

---

l'interprétation de leur combinaison pour l'obtention d'un événement composé (l'obtention de la somme du résultat du premier dé et du résultat du second dé.)

<sup>22</sup> Sur certains dés à quatre faces, les trois nombres indiqués sur une face le sont au milieu de chacune des arêtes la circonscrivant. Le résultat d'un lancer fait avec ce type de dés à quatre faces est alors donné par le nombre qui est inscrit à la base du dé se trouvant à plat sur une surface.



Tableau 5  
Les résultats possibles et leur somme pour deux dés à quatre faces

		Premier dé			
		1	2	3	4
Deuxième dé	1	2	3	4	5
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	7
	4	5	6	7	8

Dans le tableau, la somme de 5 est indiquée en rouge puisqu'elle constitue l'évènement attendu pour gagner. Il existe donc 4 combinaisons possibles de résultats pour obtenir une somme de 5 (1 et 4; 2 et 3; 3 et 2; 4 et 1), et ce, sur un total de 16 cas possibles. En d'autres mots, la probabilité de gagner avec cet outil est de 1 sur 4 ou 25 %. Remarquons que le cinq constitue la somme la plus probable sur les sept sommes pouvant être obtenues à partir des résultats du lancer des deux dés à quatre faces.

En tant qu'outil probabiliste, la paire de dés à quatre faces peut à la fois s'inscrire dans les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Effectivement, cet outil probabiliste peut s'inscrire dans une perspective fréquentielle puisqu'elle permet de faire des lancers, d'en compiler et d'en organiser les résultats afin d'arriver à déterminer les probabilités de voir se produire différents évènements possibles. Elle peut également s'inscrire dans une perspective théorique si la réflexion autour des probabilités n'est pas alimentée par les lancers effectués, mais plutôt par des stratégies d'ordre théorique telles que les calculs des cas possibles et favorables ou le recours à un arbre des probabilités.

Il convient finalement de mentionner que, selon nous, les caractéristiques de cet outil probabiliste pourraient amener les élèves à avoir différentes conceptions quant aux

probabilités de gagner qui lui sont associées. Ainsi, un élève pourrait croire que les sept sommes de résultats (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) qui peuvent être obtenus en roulant deux dés à quatre faces ont la même probabilité de survenir, alors que ce n'est pas le cas. Un autre élève pourrait oublier de considérer les diverses combinaisons de résultats qui permettent d'obtenir les différentes sommes, et ce, de deux façons. D'une part, cet élève peut ne pas penser au fait que deux et trois donnent une somme de cinq au même titre qu'un et quatre. D'autre part, l'élève peut oublier de considérer les combinaisons réciproques de résultats, par exemple un et quatre ou quatre et un. Ces combinaisons permettent toutes deux d'obtenir cinq, mais elles constituent deux cas possibles et non pas un seul. Ce dernier raisonnement probabiliste relève d'une conception probabiliste, présentée dans le cadre conceptuel, qui est liée à la confusion entre des événements simples et composés.

### *3.1.3 La bouteille*

La bouteille est issue des travaux de Piaget et Inhelder (1951). Ceux-ci ont travaillé avec des enfants pour les amener à faire des tirages avec remises dans un sac contenant un nombre total connu de billes de deux couleurs afin de déterminer le nombre de billes de chacune des deux couleurs. Par la suite, Brousseau, Brousseau et Warfield (2002), Briand (2005, 2007), Martin (2010, Martin et Theis, 2011) et Rioux (2012) ont utilisé des bouteilles plutôt qu'un sac dans des expérimentations menées auprès d'élèves de différents âges et au sein de contextes scolaires variés.

Dans notre recherche, la bouteille employée a été rendue opaque par l'application d'un ruban adhésif. Elle contient 5 billes au total, soit 1 bille noire et 4 billes blanches. Pour gagner avec la bouteille, il faut tirer une bille noire en effectuant un tirage. Comme celle-ci contient 5 billes, la probabilité de gagner avec cet outil est de 1 sur 5 ou 20 %. Or, il n'est pas permis d'ouvrir la bouteille ou de retirer le ruban qui la recouvre. Ainsi, la réalisation de tirages est la seule manière de connaître le contenu de la bouteille et la probabilité de gagner qu'elle offre. En effet, le goulot de la bouteille n'a pas été rendu opaque. Ainsi, en retournant la bouteille à l'envers, une seule bille a l'espace suffisant pour descendre

jusqu'au fond du goulot, qui laisse alors transparaître sa couleur. En remettant la bouteille à l'endroit, la bille tirée retourne se mêler aux quatre autres. Cette suite d'actions correspond donc à un tirage avec remise et est le seul moyen pour les élèves d'avoir accès au contenu de la bouteille. La figure 7 présente un aperçu de la composition, du recouvrement et du renversement de la bouteille probabiliste.

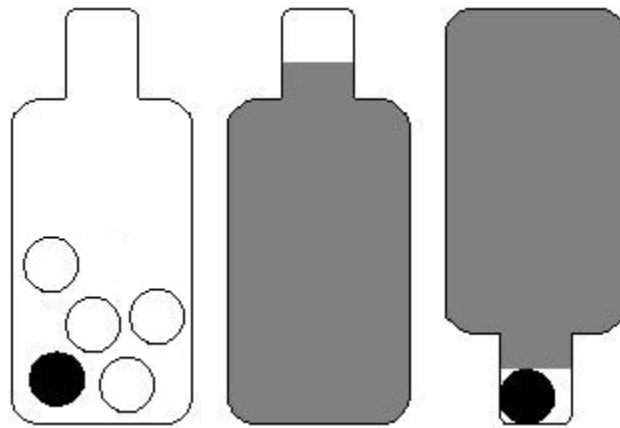


Figure 7. Une représentation de la bouteille

Il a été dit aux enseignants que la bouteille contenait cinq billes au total et au moins une bille blanche et une bille noire, mais sa composition exacte et la probabilité de gagner avec celle-ci n'ont pas été dévoilées aux enseignants. Ce choix vise à forcer l'inscription de la bouteille dans une perspective probabiliste fréquentielle afin qu'elle amène les élèves à réaliser des tirages, à considérer les résultats des tirages effectués et à les compiler pour tenter de déterminer les probabilités associées aux différents événements possibles. De plus, nous verrons dans l'analyse des enjeux conceptuels liés à cet outil qu'il permet également de faire un passage des résultats d'un nombre suffisant d'essais réalisés vers une hypothèse de la composition potentielle de la bouteille.

Concernant le contenu de la bouteille, nous avons choisi d'y insérer cinq billes au total, réparties en deux couleurs, soit blanche et noire. Ce choix, similaire à celui fait dans les recherches de Brousseau *et al.* (2002), de Briand (2005, 2007) de Martin (2010, Martin

et Theis, 2011) et de Rioux (2012), ouvre sur six compositions possibles (0 noire et 5 blanches; 1 noire et 4 blanches; 2 noires et 3 blanches; 3 noires et 2 blanches; 4 noires et 1 blanche; 5 noires et 0 blanche). Chacune de ces compositions offrent une probabilité différente de gagner. Une plus petite quantité de billes aurait limité à un nombre trop restreint de combinaisons possibles tandis qu'une quantité plus grande, soit 6, 7 ou 8 billes, aurait vu le nombre de combinaisons possibles grimper. Le nombre de billes dans la bouteille influence également la démarche permettant de dégager des probabilités fréquentielles car, plus les cas possibles sont nombreux, plus les essais doivent être nombreux pour arriver à déterminer, avec un certain degré de certitude, les probabilités que les différents événements ont de se produire. Les mêmes réflexions viennent expliquer la quantité de couleurs représentées dans les bouteilles, en l'occurrence deux. Il nous aurait été possible de choisir d'insérer des billes de trois ou même quatre couleurs dans la bouteille, mais les combinaisons possibles et le nombre nécessaire de tirages auraient complexifié inutilement l'outil et la tâche comme telle.

#### *3.1.4 La comparaison des trois outils*

Lorsque les élèves ont identifié les probabilités de gagner associées à chacun des outils, ils doivent alors les comparer entre elles afin de déterminer l'outil qui offre la meilleure chance de gagner, celui qui n'offre ni la meilleure ni la pire chance de gagner, ainsi que celui qui offre la pire chance de gagner.

Ce sont essentiellement des enjeux mathématiques liés à la fraction et aux pourcentages dont relève cette comparaison des trois outils. En effet, les probabilités de gagner associées à chacun des outils devraient être exprimées sous forme de fractions ou de pourcentages. Les élèves devront comparer ces probabilités pour arriver à classer les outils.

Les probabilités théoriques de gagner associées aux trois outils sont les suivantes :  $\frac{1}{3}$  ou environ  $33,33\%$  de chance de gagner avec la roulette;  $\frac{1}{4}$  ou  $25\%$  de chance de gagner avec la paire de dés; et  $\frac{1}{5}$  ou  $20\%$  de chance de gagner avec la bouteille. Ces

fractions sont toutes unitaires, ce qui devrait normalement faciliter leur comparaison. Toutefois, ce niveau de facilité est directement lié au sens de la fraction développé par les élèves. Les élèves pourraient conclure qu'entre des tous divisés en trois, quatre et cinq parts égales, la part la plus grande se trouve dans le tout divisé en le moins de morceaux (3) et que la part la plus petite est dans le tout divisé en le plus de morceaux (5). Les élèves pourraient également décider de mettre les fractions sur un dénominateur commun pour ensuite les comparer.

Cependant, il est possible que les élèves n'obtiennent pas nécessairement ces fractions précises et simplifiées à travers leurs calculs des probabilités de gagner pour chacun des outils. D'une part, il se peut que les élèves ne réduisent pas les fractions, que celles-ci découlent d'une démarche inscrite dans une perspective probabiliste théorique ou fréquentielle. Dans cette dernière, les démarches donnent des fractions avec des numérateurs et des dénominateurs plus ou moins élevés selon le nombre d'essais réalisés. Alors, selon leur connaissance de la notation fractionnaire, les élèves pourraient réduire les fractions avant de les comparer, sans nécessairement les placer sur un dénominateur commun, ou encore ils pourraient directement chercher ce dénominateur commun sans avoir préalablement réduit les fractions.

Nous pouvons penser que la comparaison de probabilités issues de démarches inscrites dans des perspectives probabilistes fréquentielle et théorique pourrait provoquer une recherche de base de comparaison (par exemple un dénominateur commun ou une expression en pourcentage). Il est possible que les probabilités issues de la perspective probabiliste théorique soient exprimées par des fractions dont les dénominateurs seront des nombres relativement peu élevés (car les nombres de cas possibles sont peu élevés pour chacun des outils), par opposition aux probabilités issues de la perspectives probabilistes fréquentielles, qui selon le nombre d'essais réalisés, pourraient être exprimées par des fractions donc les dénominateurs seraient des nombres élevés.

En outre, cette comparaison de probabilités de gagner associées aux outils qui sont de différentes natures parce qu'issues de démarches inscrites dans la perspective probabiliste fréquentielle ou théorique amènent d'autres enjeux conceptuels qui seront abordés plus loin, notamment au regard de la question du pont entre les deux perspectives.

D'autre part, il se peut que le travail visant à déterminer les probabilités de gagner associées aux outils soit influencé par certaines conceptions probabilistes ou par des raisonnements mathématiquement erronés. Cela pourrait entraîner une imprécision qui pourrait alors induire une réponse inexacte dans la comparaison des probabilités de gagner offertes par les outils. La réalisation d'un nombre insuffisant d'essais avec les outils s'inscrivant dans une perspective probabiliste fréquentielle pourrait amener à dégager trop tôt les probabilités fréquentielles de gagner pour ces outils. Cela pourrait être mis en parallèle avec la conception probabiliste liée à l'effet de la taille de l'échantillon. Ce lien est d'ailleurs fait dans la sous-section suivante. Par ailleurs, l'imprécision dans le calcul des probabilités de gagner avec les outils pourrait également découler d'une simple erreur de calcul ou de l'emploi d'une stratégie inappropriée.

### **3.2 Les enjeux probabilistes inhérents à la ressource didactique**

La ressource, telle qu'elle a été présentée aux enseignants dans le cadre de la recherche, implique certains enjeux probabilistes potentiels pour les enseignants et leurs élèves. Dans ce sens, nous présentons sept enjeux probabilistes sous-jacents à la ressource à travers les paragraphes suivants. Cependant, comme ces enjeux probabilistes découlent directement des choix et des caractéristiques associés à chacun des outils, nous rappelons les principales caractéristiques des trois outils dans le tableau 6.

Tableau 6  
Les trois outils et leurs principales caractéristiques

Outil probabiliste	Perspective probabiliste	Quoi faire pour gagner	Cas possibles et cas favorables	Probabilité de gagner
La roulette	Théorique	Il faudrait obtenir un des secteurs angulaires rouges si la roulette pouvait tourner et avait une aiguille pointant le résultat.	3 couleurs, divisées en 12 secteurs angulaires (3 rouges; 4 jaunes; 5 bleues), dont une couleur favorable (rouge)	1 sur 3
La paire de dés	Théorique et fréquentielle	Il faut obtenir la somme de 5 avec les résultats des dés lorsqu'ils sont lancés simultanément une seule fois.	16 cas possibles de résultats regroupés en 7 sommes de résultats possibles, dont 4 favorables pour une somme (5).	1 sur 4
La bouteille	Fréquentielle	Il faut tirer une bille noire en effectuant un tirage.	5 cas possibles (1 bille noire et 4 billes blanches), dont 1 cas favorable (la bille noire)	1 sur 5

### 3.2.1 L'inscription dans les perspectives probabilistes

Les trois outils ne sont pas tous inscrits dans les mêmes perspectives probabilistes. Par exemple, la bouteille s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle. À l'opposé, la roulette s'inscrit dans une perspective probabiliste théorique. Pour sa part, la paire de dés à quatre faces peut à la fois s'inscrire dans les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Les outils forcent donc une tension entre les perspectives probabilistes fréquentielle (la bouteille et possiblement les dés) et théorique (la roulette et possiblement les dés). À nos yeux, cette tension entre les deux perspectives probabilistes qu'amènent les outils constitue une richesse de la ressource, qui ouvre – comme l'ont avancé certains auteurs cités dans le cadre conceptuel – sur le développement d'un raisonnement probabiliste plus complexe, ainsi que sur des conceptions probabilistes plus éclairées. De surcroît, cette tension permet – nous semble-t-il – de réduire les risques de voir les projets didactiques des enseignants se diriger uniquement vers une perspective

théorique et algorithmique, ce qui est le cas pour l'enseignement des probabilités généralement dispensé, comme nous l'avons vu précédemment. Enfin, il convient de souligner que la ressource laisse complètement de côté la perspective probabiliste subjective puisqu'elle se concentre uniquement sur les deux autres perspectives probabilistes.

### *3.2.2 Le passage entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique*

Un des enjeux conceptuels centraux à la ressource didactique est le passage entre une perspective probabiliste fréquentielle et une perspective probabiliste théorique. À priori, ce passage n'est possible qu'avec la bouteille et la paire de dés, puisque la roulette ne permet pas de faire des essais.

D'une part, avec la bouteille, comme il n'est pas possible de calculer le nombre de cas possibles et de cas favorables (ce qui mène à la probabilité théorique), le passage est nécessairement orienté de la perspective probabiliste fréquentielle vers la probabilité théorique. D'autre part, avec la paire de dés, le passage entre les deux perspectives probabilistes peut se faire dans les deux sens, étant donné que l'outil peut à la fois être abordé dans une perspective probabiliste fréquentielle et dans une perspective probabiliste théorique. En effet, il est possible de faire comme pour la bouteille et de réaliser des essais pour dégager une probabilité fréquentielle, puis d'énoncer une hypothèse quant à la probabilité théorique (cette dernière peut néanmoins être calculée, ce qui n'est pas le cas pour la bouteille). Il est également possible de procéder déductivement en calculant la probabilité théorique de gagner, puis de la valider avec les essais.

Ainsi, pour la bouteille, comme la probabilité théorique n'est pas connue, il ne peut s'agir que d'une hypothèse sur sa composition, mais pour la paire de dés, pour laquelle la probabilité théorique peut être calculée, il peut s'agir d'une forme de validation ou de preuve par l'action.



Prenons l'exemple de la bouteille (dont le nombre total de billes contenues est connu), pour laquelle la réalisation et la compilation systématique d'un nombre d'essais suffisamment grand permet d'arriver à poser une hypothèse quant à sa composition (le nombre de billes noires et de billes blanches que la bouteille contient) et donc sur la probabilité théorique associée. Il s'agit alors d'un processus inductif qui permet de faire un passage de la perspective probabiliste fréquentielle à la perspective probabiliste théorique. La figure 8 illustre une représentation de ce processus.

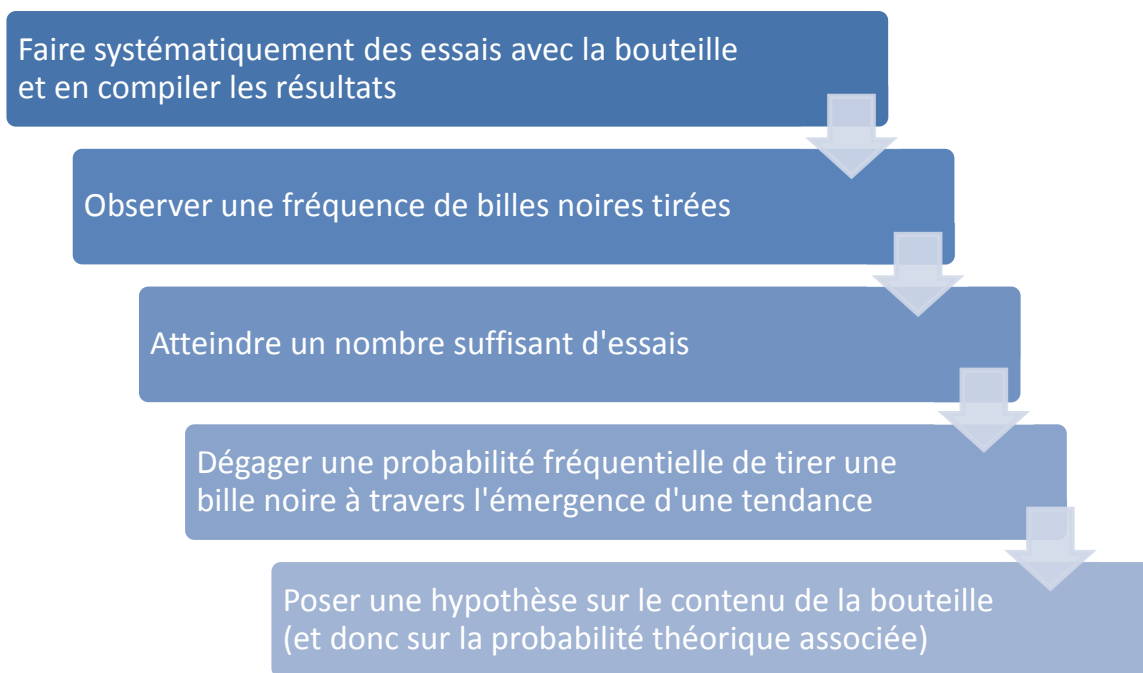


Figure 8. Le passage de la perspective fréquentielle à la théorique avec la bouteille

D'abord, une fréquence de gains est observée à partir d'un processus de réalisation et de compilation systématique d'essais. La réalisation d'un nombre d'essais suffisamment grand permet de faire émerger une tendance à partir de la fréquence de gains observée et ainsi, de dégager une probabilité fréquentielle. L'idée d'un nombre suffisamment grand d'essais est liée à la loi des grands nombres, qui stipule qu'à mesure qu'un échantillon grandit, les probabilités fréquentielles liées à l'obtention d'un certain résultat empirique (utilisation des fréquences relatives pour déterminer la probabilité d'un événement) ont

tendance à se rapprocher de la probabilité théorique qui est associée à cet évènement. L'augmentation du nombre d'essais jusqu'à l'atteinte d'une quantité suffisamment grande réduit donc la variabilité des données. En théorie, la variabilité des données a des probabilités plus élevées d'être plus importante dans un petit échantillon et à l'inverse, d'être plus faible dans un grand échantillon. La réalisation d'un nombre suffisant d'essais permet donc de faire le rapprochement entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique, puisque les principes de la loi des grands nombres supposent que la variabilité des données aura tendance à être plus petite dans un grand échantillon. C'est donc la loi des grands nombres qui ouvre sur ce passage entre les probabilités fréquentielle et théorique associées à un évènement.

Cela dit, nous pouvons penser que dans l'action, l'hypothèse quant à la composition de la bouteille ne viendra pas nécessairement uniquement après un nombre suffisant d'essais. Il est fort possible que, avec la bouteille, les hypothèses arrivent successivement et se raffinent au fur et à mesure de l'augmentation du nombre d'essais. Les hypothèses pourraient alors être de nature qualitative (il semble y avoir davantage de billes d'une couleur) au départ, puis se transformer en hypothèses quantitatives donc le niveau de certitude viendra s'accroître en même temps que le nombre d'essais (il est possible que la bouteille contienne une ou deux billes noires, puis la bouteille contient fort probablement une seule bille noire).

Toutefois, ce n'est que la réalisation d'une infinité d'essais qui permettrait de rendre égales les probabilités fréquentielle et théorique. L'augmentation du nombre d'essais jusqu'à une quantité suffisante (mais inférieure à l'infini) permet d'élever le niveau de certitude associé à une hypothèse qui peut être énoncée au regard des probabilités théoriques. Concrètement, cela signifie que la réalisation d'un nombre d'essais suffisamment grand permet de dégager une probabilité fréquentielle de gagner et éventuellement, de poser une hypothèse quant à la composition de la bouteille et donc, à la probabilité théorique qui lui est associée.

### *3.2.3 Les différents nombres de cas possibles et de cas favorables*

Chacun des outils présente un nombre différent de cas possibles. La roulette comprend trois couleurs, ce qui sous-entend que cet outil peut produire trois événements différents. De son côté, la bouteille peut engendrer cinq événements possibles (tirer une bille noire; tirer une des quatre billes blanches) puisqu'elle contient cinq billes. Pour sa part, la paire de dés peut donner lieu à 16 événements possibles distincts à partir de la combinaison des 4 événements possibles que chacun des dés peut produire. Ainsi, le dénombrement de tous les résultats possibles pour chacun des outils ne représente pas le même défi étant donné qu'il est potentiellement plus difficile de dénombrer 16 cas possibles pour la paire de dés que 3 cas possibles pour la roulette. Ce niveau de difficulté peut engendrer l'usage de certaines stratégies, par exemple un tableau ou un arbre des probabilités, pour organiser et dénombrer les cas possibles pour chacun des outils. Par ailleurs, notons que seulement la paire de dés peut entraîner l'emploi d'un arbre des probabilités à des fins de calcul des probabilités de gagner, car elle implique la combinaison de deux événements simples et équiprobables, ce qui résulte en un événement probabiliste composé. La roulette et la bouteille ne se prêtent pas à l'utilisation d'un arbre des probabilités puisqu'elles ne génèrent que des événements probabilistes simples.

Par ailleurs, sur le plan des cas possibles, la bouteille se distingue des deux autres outils impliqués dans la ressource, étant donné que si l'ensemble des cas possibles est connu à priori pour la roulette et la paire de dés, celui-ci n'est pas connu avec la bouteille. En effet, au départ, les élèves sauront uniquement que la bouteille contient cinq billes, c'est-à-dire cinq événements possibles, mais inconnus. Par la suite, la réalisation d'un nombre suffisant d'essais et la compilation de leurs résultats permettront de poser une hypothèse quant à la composition de la bouteille (l'ensemble des cas possibles), et ce, en même temps qu'il sera possible de voir une tendance se dégager par rapport aux probabilités fréquentielles de voir les différents événements se produire.

Au même titre que les outils présentent un nombre différent de cas possibles, ils comportent également un nombre différent de cas favorables. En effet, l'évènement attendu pour gagner avec la roulette est d'obtenir un des trois secteurs angulaires rouges sur un total de 12 secteurs angulaires, qui représente un total de  $120^\circ$  sur  $360^\circ$ . Avec la paire de dés, les quatre combinaisons possibles pour obtenir la somme de 5 à partir des résultats du lancer des dés constituent les évènements attendus pour gagner sur un ensemble de 16 cas possibles de résultats. La bouteille offre pour sa part cinq cas possibles (1 bille noire et 4 billes blanches), dont un seul cas favorable, à savoir le tirage de la bille noire. Remarquons que l'évènement attendu pour gagner est unique dans le cas de la bouteille (une seule bille noire), alors qu'il existe des ensembles de cas favorables pour la roulette (trois secteurs angulaires rouges) et pour la paire de dés (quatre résultats possibles pour obtenir la somme de 5).

Nos choix entourant les différents nombres de cas possibles et de cas favorables offerts par chacun des outils font, en conséquence, que ceux-ci comportent des probabilités de gagner qui sont relativement proches. En effet, ces probabilités se situent toutes entre  $1/5$  et  $1/3$ , ce qui évitera selon nous de rendre la comparaison des probabilités de gagner trop aisée, voire évidente. La comparaison de la probabilité respective de gagner offerte par chacun des outils devra donc reposer sur le développement et l'emploi d'un certain nombre de stratégies. Pensons par exemple a) au dénombrement des cas possibles et favorables ou b) à l'emploi de l'arbre des probabilités qui mènent au calcul de la probabilité théorique, c) à la réalisation d'essais et à la compilation des résultats qui permettent de voir une tendance émerger et qui mènent à dégager une probabilité fréquentielle, etc.

#### *3.2.4 La rétroaction offerte par les outils*

La ressource et chacun des outils qu'elle implique n'offrent qu'une faible rétroaction et peu de perspectives de validation. Cette faiblesse sur le plan de la rétroaction est directement en lien avec la nature des probabilités, qui est non-déterministe. Dans ce sens, aucune preuve ne peut véritablement valider un raisonnement d'élève, compte tenu du

fait que chaque essai supplémentaire réalisé permet d'augmenter le niveau de certitude relative, mais que jamais de réponse juste et finale ne puisse être obtenue par les élèves aux prises avec les outils. Conséquemment, c'est essentiellement par le débat et la confrontation des idées que les élèves peuvent aller chercher de la rétroaction et ainsi valider leurs hypothèses dans le cadre de cette situation. L'enseignant peut également être une source de rétroaction et de validation, selon la nature des interventions didactiques qu'il met en œuvre à travers l'accompagnement des élèves.

Cela dit, le calcul d'une probabilité théorique peut être validé, que ce soit par un pair ou par l'enseignant. Dans le cas de la paire de dés, qui permet à la fois une entrée par la perspective probabiliste fréquentielle et par la perspective probabiliste théorique, une validation du calcul de la probabilité théorique de gagner peut venir de la réalisation d'un nombre suffisant d'essais, qui permet de voir la probabilité fréquentielle tendre vers le résultat attendu.

### *3.2.5 Les conceptions probabilistes*

La ressource telle que proposée aux enseignants pourrait engendrer, chez les enseignants ou les élèves, le développement ou l'émergence de certaines conceptions probabilistes déjà énoncées dans la section dédiée aux probabilités dans le cadre conceptuel. Pensons d'abord à la conception probabiliste liée à la chance et à la qualité du joueur, qui pourrait émerger à travers l'usage de chacun des trois outils. En effet, certains individus pourraient faire un faux lien entre les probabilités de gagner associées à chacun des outils et des caractéristiques ou la chance de la personne qui fait les essais. Même si en théorie, les trois outils peuvent entraîner une telle conception, ce sont surtout les deux outils s'inscrivant dans une perspective fréquentielle, et donc qui impliquent la réalisation de lancers ou de tirages, qui pourraient favoriser le plus l'émergence d'une telle conception.

Ensuite, la conception probabiliste liée à la confusion entre des événements simples et composés pourrait émerger chez certains individus en lien avec la paire de dés. Il

s'agirait alors pour un individu d'oublier de considérer les combinaisons réciproques de résultats, par exemple 1-4 ou 4-1 pour obtenir la somme de 5, dans le dénombrement des cas possibles et favorables pouvant mener au calcul des probabilités de gagner.

Enfin, l'émergence de la conception probabiliste liée à l'effet de la taille de l'échantillon guette à la fois les enseignants et les élèves à travers les deux outils qui s'inscrivent dans les probabilités fréquentielles. Effectivement, ces deux outils impliquent la réalisation de lancers ou de tirages et, donc, imposent la constitution d'échantillons de résultats d'essais dans le but d'arriver à calculer les probabilités fréquentielles de gagner. Cette conception probabiliste pourrait se traduire par le fait de tirer des conclusions quant aux probabilités de gagner avec la bouteille ou la paire de dés, mais à partir d'échantillons trop petits, donc en ignorant les fondements de la loi des grands nombres.

Cela étant dit, il nous semble tout à fait possible que d'autres conceptions probabilistes puissent émerger dans la suite des choses, que ce soit chez les enseignants à travers la conception et la mise en œuvre de leurs projets didactiques ou encore chez les élèves à travers leur rencontre avec les différents outils. Pensons par exemple aux conceptions probabilistes liées à la représentativité, aux effets trompeurs de la recension ou à l'accessibilité.

### *3.2.6 Les autres enjeux conceptuels*

La roulette implique des enjeux mathématiques qui ne sont pas liés au domaine des probabilités, mais qui sont en lien avec le domaine de la mesure. Pensons par exemple à une stratégie par laquelle l'élève calculerait la probabilité de gagner offerte par cet outil en mesurant les angles couverts par les différents secteurs angulaires puis en les additionnant par couleur afin de savoir l'angle occupé par la couleur rouge. La roulette implique également des enjeux mathématiques liés au domaine de la géométrie. En effet, un élève pourrait employer une stratégie liée à la surface occupée par les différentes couleurs et leurs secteurs angulaires respectifs, soit par la considération des surfaces ou par un découpage et

un collage des secteurs angulaires pour les rassembler par couleur et les comparer. Enfin, la roulette implique des enjeux mathématiques en lien avec le domaine de l'arithmétique, et ce, avec diverses manières d'aborder la fraction et les pourcentages.

Rappelons également que la comparaison des différentes probabilités de gagner associées aux trois outils, qui vise à déterminer lequel offre la meilleure probabilité de gagner, lequel n'offre ni la meilleure ni la pire et lequel offre la pire probabilité de gagner, implique des enjeux mathématiques en lien avec les fractions. Cela a d'ailleurs été montré dans la sous-section précédente.





## **QUATRIÈME CHAPITRE**

### **LA MÉTHODOLOGIE**

Après le troisième chapitre, qui a permis de présenter la ressource didactique proposée aux enseignants participant à la recherche et d'en faire une analyse à priori, ce quatrième chapitre présente la méthodologie employée dans le but d'atteindre les objectifs de recherche de la thèse, identifiés à la fin du deuxième chapitre. Ceux-ci visent à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par un enseignant pour l'enseignement des probabilités en classe ordinaire, puis à identifier les interventions didactiques réalisées par l'enseignant plus spécifiquement à l'intention des élèves jugés en difficulté en mathématiques et enfin, à comparer ces dernières interventions didactiques avec celles mises en place de façon générale pour la classe. Ce faisant, nous avons réalisé une étude de deux cas.

Ce chapitre est structuré autour de quatre sections. La première section présente les participants de la recherche. La deuxième section offre un regard sur les outils et la démarche de collecte de données. La troisième section aborde le traitement et l'analyse des données. La quatrième section traite des considérations éthiques liées à notre recherche.

#### **1. LES PARTICIPANTS**

Dans cette section, nous décrivons les participants qui prennent part à la recherche. Il y a deux types de participants à la recherche. Le premier groupe de participants est composé de deux enseignants de classes ordinaires au primaire que nous avons recrutés. Le deuxième groupe de participants à la recherche est constitué des élèves des classes respectives de ces enseignants.

## 1.1 Les enseignants

À travers une démarche par contact direct dans différents milieux scolaires du Québec, cinq enseignants prêts à participer à la recherche ont été ciblés. Il s'agit de trois femmes et de deux hommes qui œuvraient tous au sein d'une classe ordinaire du troisième cycle du primaire. Le choix de ce cycle du primaire est lié à l'organisation des contenus probabilistes dans le curriculum du primaire : les contenus probabilistes abordés à ce stade sont plus diversifiés, ce qui permet d'ouvrir sur des tâches plus complexes.

La démarche complète de collecte de données a été réalisée avec chacun de ces enseignants. Puis, un premier survol des données et une analyse préliminaire des activités réalisées par les enseignants nous a permis de cibler les deux enseignants sur lesquels serait réalisée notre analyse. Ce choix repose essentiellement sur le fait que ces deux enseignants sont apparus comme ceux ayant la meilleure maîtrise des contenus liés aux probabilités dans le groupe. En effet, les trois enseignantes semblaient pour leur part avoir des difficultés importantes sur le plan conceptuel en lien avec les probabilités, ce qui aurait inévitablement eu d'importants impacts négatifs sur notre analyse de leurs interventions didactiques. Par ailleurs, nous avons également considéré le fait que l'activité de Bleu et d'Orange, les deux enseignants que nous avons retenus pour notre analyse, était mathématiquement riche et que certains éléments intéressants semblaient se dégager des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques au sein de leurs classes respectives. De plus, le fait que leur position par rapport aux probabilités était contrastée a également eu un impact dans leur sélection.

En somme, nous avons donc ciblé deux enseignants de classes ordinaires du troisième cycle du primaire pour la réalisation de notre analyse. Ce choix repose sur l'idée de faire une étude de cas multiples (Karsenti et Demers, 2004; Van der Maren, 1996; Yin, 2003) qui nous permet d'analyser les cas comme des entités différentes et de les comparer entre eux afin de mieux distinguer leurs particularités (Roy, 2003).

### *1.1.1 Un premier enseignant : Orange*

Orange est enseignant dans une classe ordinaire de cinquième année du primaire. Il détient un baccalauréat en enseignement préscolaire et primaire. Au moment de sa participation à la recherche, il en était à sa douzième année d'enseignement et à sa deuxième année dans une classe de ce niveau scolaire dans cette école. La classe d'Orange était composée de 25 élèves.

### *1.1.2 Un second enseignant : Bleu*

Bleu est enseignant dans une classe ordinaire de sixième année du primaire. Il détient un baccalauréat en enseignement au préscolaire et au primaire, ainsi qu'une maîtrise en sciences de l'éducation, mais sans lien direct avec l'enseignement des mathématiques. Au moment de sa participation à la recherche, il en était à sa dixième année d'enseignement, mais seulement à sa première année dans cette classe et dans cette école. La classe de Bleu était composée de 16 élèves.

## **1.2 Les élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques**

À notre demande, les deux enseignants ciblés ont classé l'ensemble des élèves de leur classe selon qu'ils les jugeaient forts, moyens ou en difficulté en mathématiques. Cette catégorisation des élèves nous a permis d'analyser les interventions didactiques mises en place par les enseignants pour les élèves qu'ils jugent ou non en difficulté en mathématiques. Le choix de recourir au jugement des enseignants pour cibler les élèves en difficulté en mathématiques dans leur classe se justifie selon nous par l'idée que nous observons leurs interventions didactiques auprès d'élèves qu'ils perçoivent comme étant en difficulté. De plus, les travaux de Bryant, Bryant et Hammill (2000) ainsi que ceux de Sarrazy et Roiné (2006) ont montré que le jugement des enseignants pour l'identification

des élèves en difficulté en mathématiques est généralement cohérent avec des mesures de test<sup>23</sup>.

Par ailleurs, le choix de donner le mandat aux enseignants de classer leurs élèves en fonction de trois catégories plutôt que de seulement cibler les élèves jugés en difficulté en mathématiques repose sur l'idée de ne pas rendre trop transparents les intentions du chercheur et les objectifs de la thèse<sup>24</sup>. Les enseignants auraient pu être tentés (implicitement ou explicitement) de modifier leur pratique d'enseignement s'ils avaient compris que la recherche visait à comparer leurs interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficultés en mathématiques et à des élèves qui ne sont pas en difficulté.

## 2. LES OUTILS ET LA DÉMARCHE DE COLLECTE DE DONNÉES

Afin de recueillir des données pertinentes sur les interventions didactiques des enseignants dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté en mathématiques en classe ordinaire, nous avons eu recours à deux principaux outils de collecte de données dans le cadre d'une démarche de collecte qui s'est déroulée en cinq temps. Dans les sections qui suivent, nous décrivons successivement les outils et la démarche de collecte de données.

---

<sup>23</sup> Comme il a été mentionné dans la problématique, les travaux de ces auteurs sur la place des élèves faibles dans les interactions didactiques survenant durant l'enseignement de l'arithmétique avec des élèves de 9 ou 10 ans au sein de classes ordinaires du primaire en France, Sarrazy et Roiné (2006) ont cherché à établir le niveau scolaire en mathématiques des élèves de sept classes de l'école primaire (142 élèves, à savoir 70 garçons et 72 filles). Pour ce faire, ils ont eu recours à ce qu'ils appellent un *Test d'acquisition scolaire en mathématiques*. Selon leur score au test, les élèves ont été répartis en trois catégories, à savoir les bons élèves ( $n = 46$ ), les élèves moyens ( $n = 54$ ) et les élèves faibles ( $n = 42$ ). Cette classification s'est avérée concordante avec celle des enseignants.

<sup>24</sup> Nous verrons dans la section dédiée aux considérations éthiques de la thèse que ceci constitue une duperie et que l'existence de celle-ci a été dévoilée aux enseignants au moment de l'entrevue postaction.

## 2.1 Les outils de collecte

Pour la collecte des données, nous avons eu recours à des entrevues pré-action et postaction et à l'enregistrement vidéo des séances d'enseignement en classe. Cette façon de faire nous a permis de recueillir une multitude d'informations, ce qui rend possible la réalisation d'études de cas en profondeur (Karsenti et Demers, 2004; Roy, 2003, Yin, 2003) et assure aux données une certaine crédibilité et fiabilité par la triangulation des méthodes (Miles et Huberman, 2003).

D'une part, nous avons réalisé deux types d'entrevues<sup>25</sup> qui nous ont permis d'accéder, par les propos recueillis, aux points de vue et opinions inscrits dans le discours des enseignants. Yin (2003) considère que l'entrevue est une des plus importantes sources d'information pour l'étude de cas. Soulignons que toutes les entrevues ont été enregistrées sur une enregistreuse numérique audio.

D'autre part, la partie centrale de la collecte de données a été l'enregistrement vidéo des séances d'enseignement en classe durant lesquelles ont été vécues les activités probabilistes des participants. Ces enregistrements vidéo, que Van der Maren (1996) appelle l'observation électronique et que De Ketele et Roegiers (1996) nomment l'observation médiatisée, ont été effectués, pour chacun des enseignants ciblés, tout au long des séances d'enseignement en classe liées à l'activité proposée. Cet outil nous a permis d'observer les interventions didactiques mises en œuvre par les enseignants durant la réalisation de leur activité probabiliste au sein de leur classe. De plus, l'enregistrement vidéo nous a permis de cerner le climat des événements vécus et le contexte (Van der Maren, 1996) entourant l'activité probabiliste, en plus de voir des actions et des paroles de l'enseignant dans ses interactions avec les élèves. Il a donc rendu possible l'emmagasinage d'une grande quantité d'informations pouvant être consultée en reprise (*Ibid.*). De plus, un

---

<sup>25</sup> Certaines questions des guides d'entrevue utilisés pour la réalisation des entrevues pré-action et postaction ont été élaborées à partir de questions contenues dans des guides d'entrevue élaborés et utilisés au CREAS par l'équipe de A. Hasni.

tel enregistrement permet les retours en arrière, le codage ultérieur ou le codage multiple ainsi qu'un contrôle du codage (De Ketele et Roegiers, 1996).

Nous décrivons maintenant le déroulement de la collecte de données, notamment en ce qui a trait aux modalités relatives aux deux entrevues et à l'enregistrement vidéo des séances en classe.

## **2.2 La démarche de collecte de données**

Cette sous-section vise à expliquer l'enchaînement et le déroulement des cinq temps de la démarche de collecte de données, c'est-à-dire la pré-expérimentation, la rencontre préparatoire, l'entrevue pré-action, l'enregistrement en classe et l'entrevue postaction. La figure 9 présente un résumé du déroulement de la collecte de données au regard des différents temps la composant avec une brève description pour chacun d'eux.

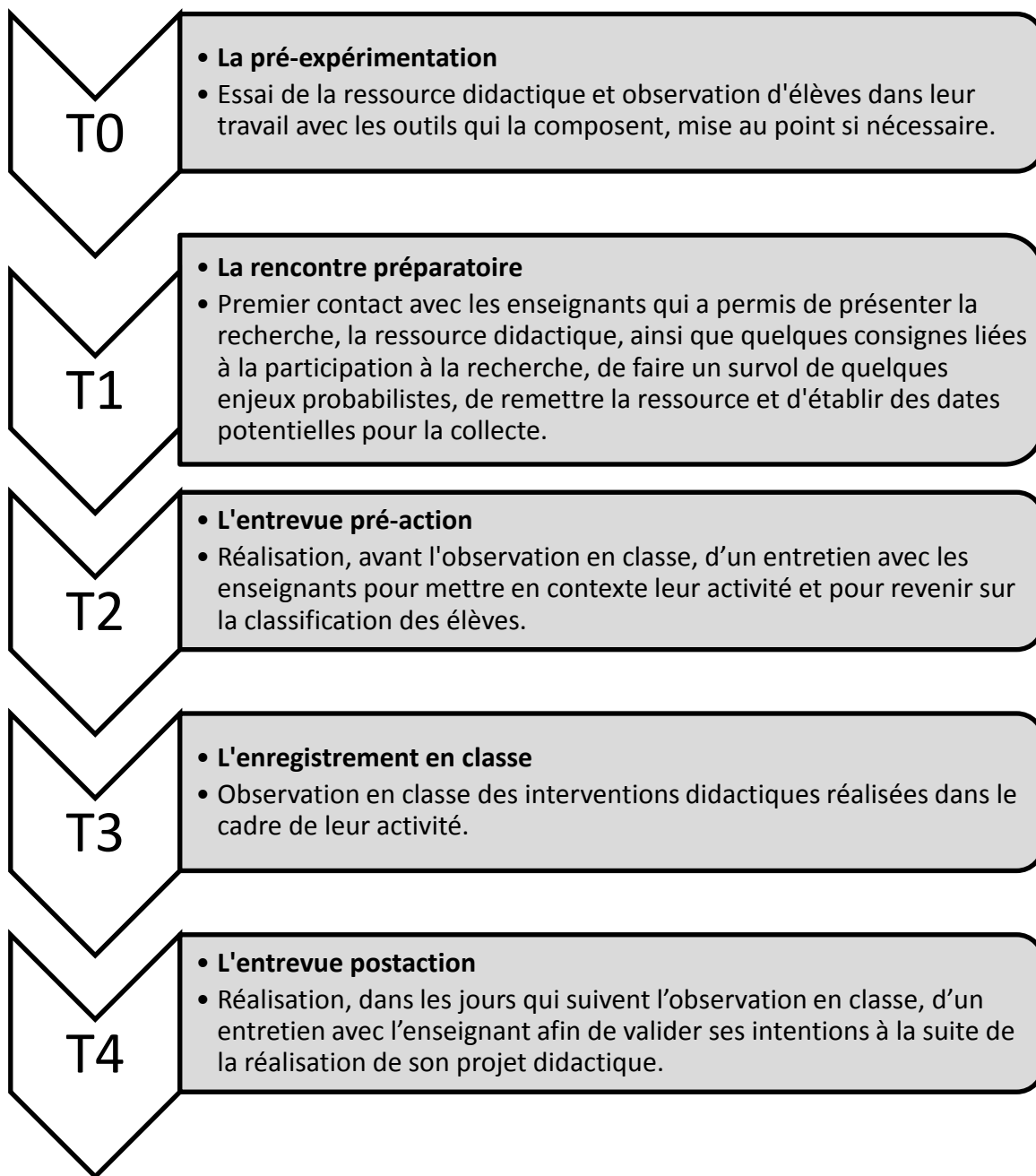


Figure 9. Le résumé des cinq temps de la collecte de données

### 2.2.1 Temps 0 : La pré-expérimentation

En amont de la collecte de données proprement dite, nous avons réalisé une pré-expérimentation. La pré-expérimentation a été vécue au cours d'une demi-journée passée

au sein d'une classe ordinaire de quatrième année du primaire dans une école de la région de Sherbrooke. L'enseignante de la classe avait environ cinq années d'expérience en enseignement. Le choix de ce milieu et de cette enseignante repose essentiellement sur le fait que nous connaissions personnellement cette dernière. Il s'agissait donc pour nous d'un contact simple et pertinent à faire jouer dans le but de réaliser une pré-expérimentation. Celle-ci visait essentiellement à faire l'essai de la ressource didactique et à voir des élèves travailler avec les outils qui la composent et à mettre ces outils au point si nécessaire. De plus, elle nous a permis d'avoir accès à plusieurs stratégies employées par les élèves durant leur travail avec les outils et de discuter avec l'enseignante de la ressource, des outils et de la manière de les présenter.

En prévision de cette pré-expérimentation, nous avons exposé le projet de recherche et nous avons présenté la ressource didactique à l'enseignante. Quelques jours plus tard, nous avons conjointement animé une activité que nous avons réalisée avec les élèves de la classe. Cette activité n'a pas fait l'objet d'une analyse détaillée, mais il nous semble néanmoins important de souligner que, dans l'ensemble, celle-ci s'est convenablement déroulée et que les élèves sont arrivés à travailler avec les outils. Conséquemment, nous avons choisi de ne pas apporter de changement à la ressource.

### *2.2.2 Temps 1 : La rencontre préparatoire*

Une rencontre préparatoire à la participation à la recherche a été organisée avec les participants en amont de la collecte de données. L'organisation et la tenue d'une telle rencontre préparatoire avaient essentiellement trois visées. En premier lieu, elle visait à faire un survol de quelques enjeux probabilistes, entre autres la perspective non-déterministe des probabilités, les trois perspectives probabilistes et un certain nombre de conceptions probabilistes. Cette réflexion guidée au regard de certains enjeux conceptuels sous-jacents à la ressource didactique visait à limiter les risques que des effets liés au manque de connaissance des probabilités des enseignants ne viennent occulter les éléments ciblés par les objectifs de recherche. En deuxième lieu, cette rencontre visait à présenter



aux enseignants ciblés la recherche, la ressource, ainsi qu'à donner quelques consignes associées à leur participation, notamment concernant l'élaboration de l'activité probabiliste et la classification des élèves de leur classe (forts, moyens, en difficulté en mathématiques). En dernier lieu, elle visait aussi à remettre la ressource aux enseignants et à établir des dates potentielles pour les enregistrements en classe de leurs activités probabilistes.

La rencontre préparatoire a été réalisée en présence d'Orange, de Bleu et de trois autres enseignantes, de deux stagiaires et de deux chercheurs en didactique des mathématiques, à savoir l'auteur de cette thèse et son directeur de recherche. Un conseiller pédagogique de la commission scolaire dans laquelle travaillaient tous les enseignants présents a également assisté à la rencontre. Cette rencontre a pris la forme d'une formation d'une durée d'environ 2 heures et 30 minutes.

Dans l'ensemble, cette rencontre préparatoire s'est caractérisée par la réalisation d'un exposé théorique par les chercheurs, mais qui a été accompagné de travail et de manipulation pour les participants. Cette rencontre a donc été à la fois ponctuée par une présentation magistrale, mais également par plusieurs moments d'échanges, de réflexions et de questionnements énoncés par les participants, notamment en lien avec les enjeux probabilistes et la ressource. Il convient de souligner qu'une version papier du diaporama a été remise à chacun des participants lors de la rencontre préparatoire, incluant les enseignants présents participant à la recherche. Une copie de ce diaporama est présentée à l'annexe A.

Le déroulement de cette rencontre préparatoire a été divisé en cinq moments. Les premières minutes de la rencontre ont été dédiées à la présentation du plan de la rencontre et à une brève introduction de notre recherche. Puis, un peu plus d'une heure a été dédiée à la présentation et à la résolution du problème du prisonnier, qui est en fait une version

légèrement modifiée du problème de Monty Hall<sup>26</sup>. Voici la formulation du problème qui a été présenté aux participants :

Dans un pays où la justice est rendue de manière singulière, un prisonnier a été condamné. Pour déterminer sa peine, il doit choisir entre trois portes fermées, identiques. Derrière deux d'entre elles, c'est l'échafaud, mais derrière l'autre, c'est la liberté! Le prisonnier choisit une des trois portes et l'indique au geôlier. Mais dans sa grande bonté, le geôlier, qui sait derrière quelle porte se trouve la liberté, ouvre alors une des portes derrière laquelle se trouve un échafaud. Cette porte est différente de celle choisie par le prisonnier. Il demande ensuite au prisonnier : " Maintenant que tu sais ce qui se trouve derrière la porte ouverte, veux-tu garder la porte que tu as choisie au début ou veux-tu changer de porte? " Qu'est-ce que le prisonnier devrait faire? Changer de porte ou garder celle qu'il a choisie au début?

À travers la résolution du problème, nous avons pour but d'amener les participants à réfléchir, premièrement, aux stratégies de résolution à employer pour maximiser les chances de gagner dans le cadre du problème (changer ou maintenir le choix initial de la porte) et, deuxièmement, à la vérification des probabilités associées à ces stratégies.

Au départ, les participants ont tenté de raisonner le problème, c'est-à-dire de réfléchir et de discuter pour arriver à trouver la solution. Après quelques minutes d'échanges, nous avons provoqué une ouverture vers la réalisation d'essais, d'abord en faisant quelques essais à haute voix devant les participants, puis en invitant ces derniers à faire leurs propres essais. Les équipes n'ont pas fait beaucoup d'essais (entre 10 et 20 essais par équipe environ), et les résultats accumulés ne faisaient pas émerger une tendance claire. Bleu a alors suggéré une solution valable au problème : il a indiqué que la meilleure stratégie est de changer de porte. Il a justifié son raisonnement en pointant qu'au départ, a) on a deux chances sur trois de choisir une mauvaise porte, ce qui signifie qu'il faut

---

<sup>26</sup> Le problème de Monty Hall est un problème probabiliste librement inspiré du jeu télévisé états-unien *Let's Make a Deal*. Il porte le nom de celui qui a présenté ce jeu aux États-Unis pendant treize ans, Monty Hall. Pour la rencontre préparatoire, nous avons eu recours à une version alternative de ce problème, nommé le problème du prisonnier. Cette substitution s'explique par deux arguments. D'une part, la formulation de départ du problème du prisonnier nous semble plus claire que celle du problème de Monty Hall. D'autre part, en recourant au problème du prisonnier, nous évitons de nommer d'entrée de jeu le problème comme étant celui de Monty Hall, qui est facilement repérable avec quelques clics dans Internet.

changer de porte pour survivre, mais b) on a seulement une chance sur trois de choisir la bonne porte, ce qui signifie qu'il ne faut pas changer de porte pour survivre. Il est ressorti que les essais réalisés par les équipes n'appuient pas nécessairement cette conclusion et certains participants ont alors supposé qu'ils n'ont pas fait suffisamment d'essais. Après un peu plus de 45 minutes de travail sur le problème, nous avons proposé d'accélérer le processus en suggérant l'utilisation d'un simulateur probabiliste informatique. Celui-ci permet de réaliser rapidement de grands nombres d'essais. En faisant des vagues de 10 essais, puis de 100 essais, puis de 1000 essais, nous avons pointé le fait que plus le nombre d'essais augmente, moins il y a de variabilité dans les pourcentages associées aux probabilités fréquentielles (elles se stabilisent) et plus celles-ci tendent vers les probabilités théoriques. Dans ce sens, nous avons alors exposé aux participants que, pour arriver à résoudre ce genre de problème, la réalisation d'essais offre une voie intéressante, alors qu'il est possible de voir une tendance se dégager des essais réalisés individuellement ou collectivement. En d'autres termes, nous avons indiqué que la réalisation d'essais peut nous informer sur les probabilités qui sont derrière le problème.

Par la suite, environ 35 minutes ont été dédiées à un survol de quelques enjeux probabilistes. En référence à un premier enjeu probabiliste, nous avons rapidement exposé aux participants la perspective non-déterministe des probabilités, qui les place à l'opposé des autres branches des mathématiques. Dans ce sens, nous avons expliqué le fait que l'enseignement et l'apprentissage des probabilités impliquent un changement de perspective, puisqu'il devient nécessaire de raisonner de manière non-déterministe dans le cadre de situations dotées d'incertitude. En référence à un deuxième enjeu probabiliste, nous avons présenté les trois perspectives probabilistes, à savoir la théorique, la fréquentielle et la subjective. Pour chacune d'elles, nous avons rapidement présenté quelques exemples et nous avons exposé l'intérêt de les placer en complémentarité pour favoriser le développement de raisonnement probabiliste éclairé. Enfin, en référence à un troisième enjeu probabiliste, nous avons présenté quelques conceptions probabilistes, à savoir celle liée à la chance et la qualité du joueur, celle liée à la représentativité, celle liée aux effets trompeurs de la recension, celle liée à la confusion entre des événements simples

et composés, celle liée à l'effet de la taille de l'échantillon et finalement, celle liée à l'accessibilité. Pour ce faire, nous avons expliqué chacune des conceptions et offert un ou deux exemples pour chacune d'elles. De plus, à travers la présentation de ces conceptions probabilistes, nous avons présenté certaines publicités de Loto-Québec qui nous semblent entretenir des conceptions probabilistes et évoquer de jeux de hasard faisant écho aux enjeux probabilistes évoqués. Mentionnons que, à travers ce survol de certains enjeux probabilistes, nous avons parfois fait référence au problème du prisonnier, par exemple en parlant de la perspective probabiliste fréquentielle.

Nous avons ensuite rapidement fait la présentation de la ressource didactique et des outils probabilistes. Nous avons exposé aux participants les caractéristiques et le fonctionnement de chacun des outils, notamment la manière de gagner avec chacun d'eux, leur lien respectif avec les perspectives probabilistes et la complémentarité qui en découlait. Nous avons également donné les consignes qui venaient guider l'utilisation de la ressource, notamment l'obligation d'utiliser les trois, le mandat de déterminer et de comparer les probabilités associés à chacun ainsi que la possibilité de la modifier dans le but de planifier une activité adaptée aux élèves.

Puis, environ une demi-heure a été investie pour présenter en détail notre recherche, notre démarche de collecte de données ainsi que la planification de cette dernière. Nous sommes donc arrivés à la recherche de dates pour la réalisation des entrevues pré-actions et des enregistrements des séances d'enseignement avec les participants.

En conclusion de rencontre, nous avons remis à chacun des enseignants cinq exemplaires de chacun des outils, ainsi que les formulaires de consentement qui sont destinés aux élèves et à eux-mêmes. De plus, nous avons donné aux enseignants la mandat de classer leurs élèves selon qu'ils les jugeaient forts, moyens ou en difficulté en mathématiques, afin qu'ils puissent nous remettre une liste des élèves avec le classement associé lors de la réalisation de l'entrevue pré-action et de l'enregistrement en classe.

### *2.2.3 Temps 2 : Les entrevues pré-action*

Une entrevue pré-action a été réalisée avec chacun des enseignants à la suite de la rencontre préparatoire. Cette entrevue, qui visait à mettre en contexte l'activité planifiée, nous a permis de poser, à chacun des enseignants, 27 questions divisées en 6 sections. Celles-ci portaient sur leur parcours professionnel, sur leur perception de l'enseignement des probabilités et de la ressource proposée, sur l'activité planifiée, sur leurs intentions poursuivies à travers celle-ci et sur leurs élèves. Le guide d'entrevue qui a été utilisé pour les entrevues pré-action se trouve à l'annexe B.

Pour Bleu comme pour Orange, cette entrevue pré-action a été réalisée par le chercheur, en tête à tête avec l'enseignant, le jour même de l'enregistrement en classe de l'activité, mais avant la réalisation de celle-ci. La durée de l'entrevue pré-action a été de 52 minutes pour Orange et de 26 minutes pour Bleu. Soulignons qu'en raison des disponibilités des enseignants, l'écart entre la rencontre préparatoire et la réalisation de l'entrevue pré-action aura été de 45 jours pour Bleu et de 52 jours pour Orange. Il convient de mentionner que c'est au moment de l'entrevue pré-action que les enseignants ont remis au chercheur une liste des élèves avec le classement des élèves jugés forts, moyens et en difficulté en mathématiques. Afin de pouvoir identifier les élèves dans les enregistrements vidéo, il a été suggéré aux enseignants, à la fin de l'entrevue pré-action, que les élèves inscrivent visiblement leur prénom sur un carton et que celui-ci soit posé sur leur pupitre durant les séances d'enseignement filmées en classe.

### *2.2.4 Temps 3 : Les enregistrements en classe*

Après la réalisation de l'entrevue pré-action, nous avons réalisé l'enregistrement en classe de l'activité planifiée par chacun des enseignants. Pour cet enregistrement, qui a été réalisé par le chercheur seul, nous avons eu recours à deux caméras numériques et à deux micros. D'une part, nous avons utilisé une caméra numérique fixe posée dans un coin de la classe et à laquelle était branché un micro plaque. Ce premier couple caméra-micro nous a

permis d'aller chercher une vue d'ensemble de la classe – en son et en images. Ainsi, pour les moments de plénières, c'est-à-dire les moments de discussion en grand groupe et lorsque l'enseignant s'adressait à l'ensemble du groupe, il offrait un plan large de la classe et le micro plaque employé pouvait capter à la fois les propos de l'enseignant et ceux des élèves. D'autre part, nous avons employé une caméra numérique portée au poing par le chercheur et à laquelle était branché un micro cravate porté par l'enseignant. Ce deuxième couple caméra-micro nous a permis de porter un regard spécifique sur l'activité de l'enseignant, qui était le sujet principal de l'enregistrement. Il a été suivi par la caméra pendant toute la séance, notamment lors des échanges avec un ou des élèves durant le travail en équipe. Lors de ces échanges impliquant des élèves et l'enseignant, le micro cravate a permis de capter à la fois les propos de l'enseignant et ceux du ou des élèves impliqués.

Lors de l'enregistrement des séances en classe, l'opérateur des caméras a tenté de se faire le plus discret possible, afin de tendre vers l'enregistrement d'une séance ordinaire de classe, c'est-à-dire une séance dont le déroulement est minimalement contrarié par la présence et les actions du chercheur ou par son matériel technologique. C'est pourquoi nous ne sommes aucunement intervenu dans le déroulement de l'activité.

L'enregistrement de l'activité de Bleu a été d'une durée d'environ 164 minutes, tandis que l'enregistrement de l'activité d'Orange a été d'une durée approximative de 77 minutes.

#### *2.2.5 Temps 4 : Les entrevues postaction*

À la suite de l'enregistrement en classe, une entrevue postaction a été réalisée par voie téléphonique avec chacun des enseignants. Dans ce cadre, nous avons présenté aux enseignants un synopsis<sup>27</sup> de leur projet didactique, que nous avons rédigé à la lumière de

---

<sup>27</sup> Ce terme, essentiellement connu pour son usage cinématographique, représente un écrit offrant une vue d'ensemble ou un aperçu d'une œuvre. Dans le cadre de cette thèse, un synopsis représente le projet didactique

l'entrevue pré-action et d'observations faites durant les séances d'enseignement en classe. Le synopsis présentait donc le déroulement de l'activité, mais incluait également nos interprétations quant aux intentions d'enseignement des enseignants. La présentation de notre compréhension des intentions d'enseignement des enseignants à travers les synopsis visait à les valider à la suite de la réalisation du projet didactique.

Durant l'entrevue, nous avons d'abord lu à haute voix le synopsis<sup>28</sup>. Puis, nous avons posé successivement 10 questions à l'enseignant. Par le biais de celles-ci, nous avons cherché à savoir si la vue d'ensemble de l'activité, telle qu'offerte par le synopsis, résumait bien la planification et les intentions d'enseignement de l'enseignant, s'il y avait eu des évènements marquants ou inattendus durant l'activité, si le déroulement de l'activité et les apprentissages mathématiques visés par celle-ci étaient restés les mêmes par rapport à ce qui avait été planifié. Ensuite, nous avons voulu savoir si des difficultés avaient été rencontrées durant l'activité, autant pour les élèves que pour l'enseignant et si la performance mathématiques d'un ou de plusieurs élèves s'étaient avérée particulièrement surprenante ou décevante. Enfin, nous avons tenté de savoir si les enseignants apporteraient des changements à l'activité s'ils avaient à la refaire et si leur opinion au regard de la ressource didactique avait changé à la suite de la réalisation de l'activité. Le guide d'entrevue qui a été utilisé pour les entrevues postaction se trouve à l'annexe E.

Pour Orange, cette deuxième entrevue a été d'une durée de 30 minutes et elle a eu lieu 8 jours après l'enregistrement en classe. Pour Bleu, elle a été d'une durée de 22 minutes et elle s'est déroulée 12 jours après l'enregistrement en classe.

---

de l'enseignant qui a été interprété par le chercheur à la lumière de l'entrevue pré-action et des interventions en classe, puis qui a été traduit en texte.

<sup>28</sup> Les synopsis des projets didactiques d'Orange et de Bleu se trouvent respectivement aux annexes C et D.

### 3. LE TRAITEMENT ET LA DÉMARCHE D'ANALYSE DES DONNÉES

Dans cette section, nous décrivons le traitement des données et la démarche d'analyse des données qui ont été mené à la présentation des deux cas et, donc, à la mise en lumière des résultats de notre thèse.

#### 3.1 Le traitement des données

Les données issues des enregistrements des séances d'enseignement et des entrevues ont été transcrites sous forme de verbatim afin de permettre leur codage. Dans le contexte des enregistrements en classe, ce sont essentiellement les images et les sons captés par la caméra portée au poing qui ont été utilisées, quoique les informations captées par la caméra fixe aient également été utilisées dans certains contextes précis, surtout pour obtenir une triangulation du son ou de l'image.

Les paroles de tous les acteurs des séances d'enseignement, en l'occurrence l'enseignant et l'ensemble des élèves de la classe (c'est-à-dire les élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques) ont donc été transcrites intégralement. De plus, au fil des verbatims ont été ajoutées de brèves descriptions relatives aux actions posées par ces différents acteurs et pouvant s'avérer pertinentes à prendre en considération au regard des interventions didactiques de l'enseignant. C'est sur ces données qualitatives qu'a porté l'analyse par laquelle nous avons tenté d'atteindre les objectifs de la thèse.

#### 3.2 La démarche d'analyse des données

Dans ce qui suit, nous précisons la forme qu'a prise notre démarche d'analyse afin d'introduire le lecteur à la présentation et à l'analyse des résultats, qui débouche sur l'étude de deux cas présentés au cinquième chapitre. La figure 10 présente une vue d'ensemble des étapes de notre démarche d'analyse des données.



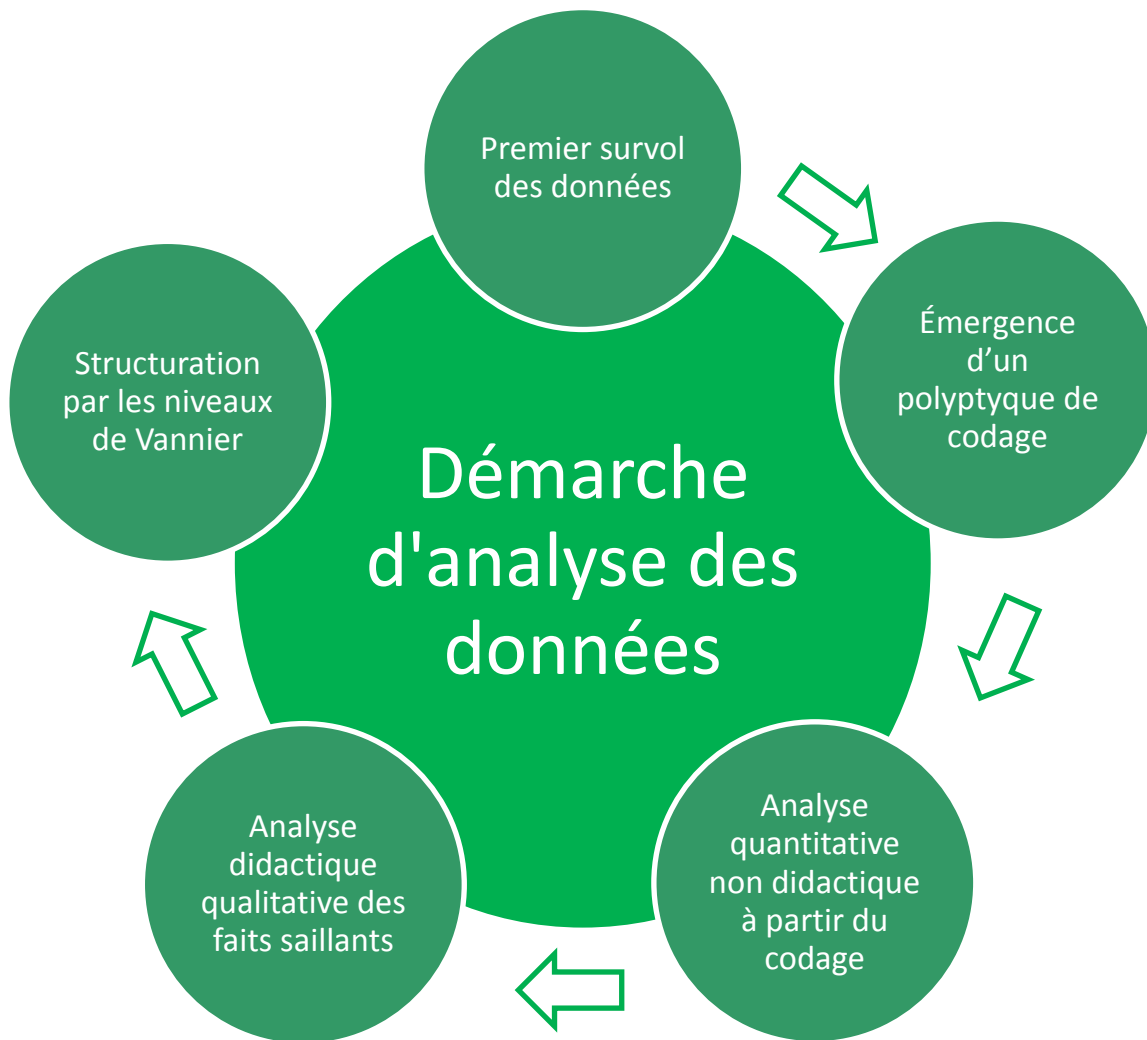


Figure 10. Une vue d'ensemble des étapes de notre démarche d'analyse des données

Nous décrivons maintenant en détail la démarche d'analyse proprement dite en présentant successivement les trois vagues d'analyse.

### 3.2.1 Une première vague d'analyse : une analyse préliminaire

Après la collecte de données, nous avons réalisé un premier survol des données en parallèle avec leur traitement, c'est-à-dire que nous avons fait des constats et pris des notes en même temps que la transcription des données se déroulait. Les enregistrements de la rencontre préparatoire, des entrevues pré-action et postaction et de la réalisation en classe

de l'activité ont été écoutés pour chacun des enseignants. Cette première vague de la démarche d'analyse nous a offert la possibilité de faire une première appropriation des données. À travers ce premier contact avec les données, nous avons librement exploré les données avec une pré-analyse des entrevues et des vidéos, c'est-à-dire un repérage de grands thèmes ou de faits saillants relatifs à nos objectifs de recherche et à notre objet d'étude. Dans cet élan, des notes détaillées ont été élaborées.

### *3.2.2 Une deuxième vague d'analyse : l'émergence d'un polyptyque de codage*

La réalisation d'une deuxième vague d'analyse a mené à l'émergence d'un polyptyque de codage<sup>29</sup>. Pour comprendre la nature de cette deuxième vague d'analyse, nous présentons son déroulement, le codage et le polyptyque de codage ainsi que l'analyse quantitative qui a été faite à partir des données issues du codage.

#### 3.2.2.1 Le déroulement de la deuxième vague d'analyse

D'abord, à partir des observations préliminaires réalisées à travers le premier survol des données, nous avons élaboré une arborescence thématique en cohérence avec les écrits scientifiques consultés. Cette arborescence ne contenait aucun élément contextuel et était principalement axé sur les niveaux d'intervention didactique de Vannier. Chaque niveau d'intervention contenait des codes et quelques-uns étaient directement issus de certains éléments des travaux de Vannier. Pour chacun de ces codes, nous avons élaboré une définition. La figure 11 présente l'arborescence thématique et ses niveaux.

---

<sup>29</sup> Au sens strict, un polyptyque est un tableau formé par un ensemble de panneaux peints ou sculptés liés entre eux. Dans le contexte de cette thèse, nous lui donnons le sens d'une arborescence à plusieurs branches, qui forment les différents plans du tableau de codage.

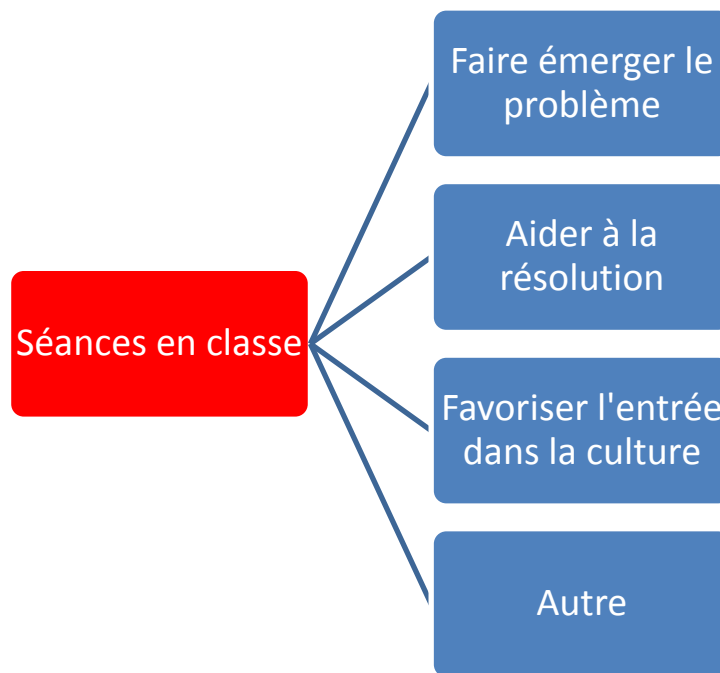


Figure 11. L'arborescence thématique et ses niveaux

Pour tester la robustesse et la cohérence interne de l'arborescence, nous avons codé l'ensemble du verbatim de l'enregistrement en classe de l'activité d'une des enseignantes qui a participé à la collecte de données, mais qui n'a pas été retenue pour les analyses de cette thèse (Rose). Nous avons par la suite effectué une première phase de validation interjuge par le biais d'une comparaison de notre codage et du codage d'un autre juge (le directeur de recherche). Nous avons travaillé avec les définitions de chacun des codes que contenait l'arborescence thématique. L'autre juge a codé trois extraits du verbatim que nous avons sélectionnés, à raison d'un extrait par moment de l'activité (un extrait avant le travail des élèves avec les outils, un extrait pendant le travail des élèves avec les outils et un extrait après le travail des élèves avec les outils). La somme de ces extraits représente 40 % de la durée de l'enregistrement de l'activité. La comparaison des résultats des deux codages a surtout mis en lumière un faible accord interjuge et la grande part de subjectivité à laquelle laissent place la nature et la définition des codes. Elle a également montré que l'organisation par niveaux faisant référence à une organisation chronologique des interventions de l'enseignante créait une confusion, notamment due au fait qu'une même

intervention peut être faite aux différents moments de l'activité pour différentes raisons (intentions). De plus, cette comparaison des codages a permis de constater que plusieurs aspects contextuels liés aux interventions de l'enseignante devaient être codés, mais qu'ils n'étaient pas pris en compte par l'arborescence thématique. Par exemple, l'arborescence ne permettait pas de savoir si l'intervention était faite ou non auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématiques.

Cette première étape de validation interjuge s'est donc soldée par une refonte de l'arborescence thématique. Pour ce faire, nous avons laissé tomber la structuration par les quatre niveaux de Vannier et nous avons plutôt opté pour une organisation selon la nature des interventions (interrogative, affirmative et répétitive). À ce plan du polyptyque, qui est axé sur la nature de l'intervention, nous avons ajouté trois plans plus contextuels. Ceux-ci sont relatifs au moment où survient l'intervention, au contexte dans lequel survient l'intervention (en individuel ou en plénière, auprès d'un élève jugé fort, moyen ou en difficulté, etc.), ainsi qu'à la situation probabiliste visée par l'intervention. La figure 12 présente le polyptyque et ses quatre plans. Chaque plan du polyptyque est composé de métacodes et de sous-codes et, pour chacun d'eux, nous avons élaboré une définition<sup>30</sup>.

---

<sup>30</sup> Nous décrivons ici la démarche qui nous a permis d'arriver au polyptyque de codage. Le polyptyque et les quatre plans qui le composent ainsi que la logique de notre codage seront présentés plus en détail un peu plus loin.

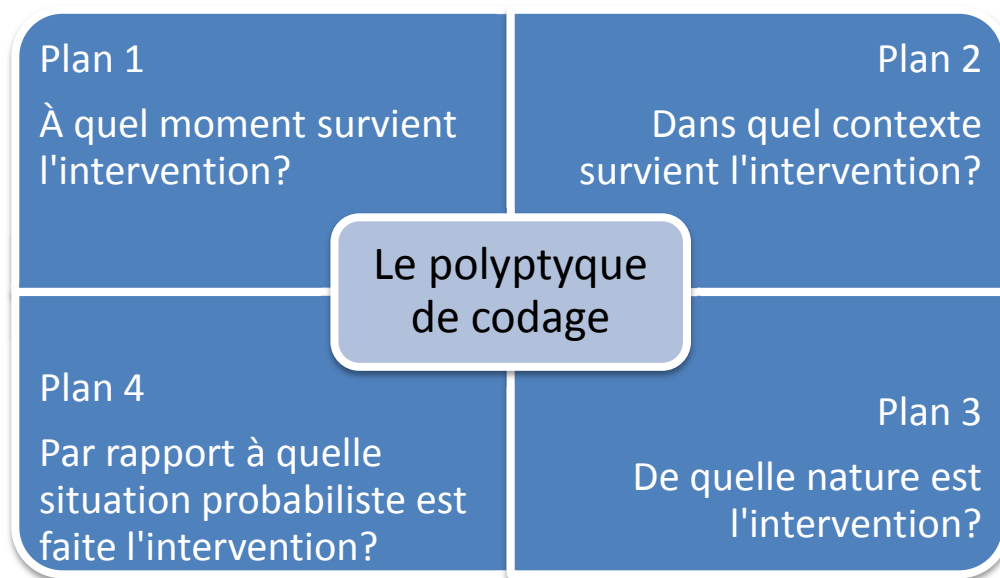


Figure 12. Le polyptyque et ses quatre plans

Nous avons réalisé une deuxième phase de validation interjuge, cette fois avec un juge complètement extérieur à notre recherche. Nous avons alors fait le choix de nous concentrer sur le plan dédié à la nature de l'intervention et de ne pas tenir compte des trois plans relatifs à des aspects contextuels de l'intervention durant cette deuxième phase de validation interjuge. Les éléments contextuels entourant une intervention (c'est-à-dire le moment où elle survient, la ou les situations probabilistes évoquées et le ou les élèves à qui elle s'adresse) sont relativement factuels. Leur codage est donc assez simple. Toutefois, le codage du plan lié à la nature de l'intervention est plus complexe puisqu'il est plus subjectif, car il implique de considérer, dans une certaine mesure, les intentions présumées de l'enseignant dans le cadre de son intervention.

Nous avons sélectionné six extraits de verbatims d'enregistrements en classe, à raison de deux extraits pour chacun des moments de l'activité (avant, pendant et après le travail des élèves avec les outils). Deux de ces extraits ont été tirés du verbatim de l'enregistrement de Bleu (pendant et après le travail), deux autres extraits sont issus du verbatim de l'enregistrement d'Orange (avant et après le travail) et deux autres extraits sortent du verbatim de l'enregistrement de Rose (avant et pendant le travail). La somme de

ces extraits représente près de 19 % de la durée des enregistrements des activités de ces trois enseignants.

En recourant au plan relatif à la nature de l'intervention du polyptyque de codage et aux définitions de ses métacodes et sous-codes, nous avons fait un codage des six extraits ciblés et l'autre juge a fait de même de son côté. La comparaison des résultats des deux codages a permis de constater un bon accord interjuge sur le plan qualitatif. Des discussions approfondies sur les écarts existant entre les deux codages ont permis d'apporter des ajustements fins au polyptyque de codage, notamment pour préciser et pour bonifier les définitions et pour réaliser quelques changements structurels mineurs.

Par la suite, nous avons codé la totalité du verbatim de l'enregistrement en classe de l'activité de Bleu, et ce, pour chacun des quatre plans du polyptyque. À la lumière de ce codage, nous avons encore réalisé quelques réajustements mineurs des définitions de certains métacodes et sous-codes du plan relié à la nature de l'intervention. Puis, nous avons procédé au codage du verbatim de l'enregistrement en classe de l'activité d'Orange dans son ensemble.

Lorsque le codage des deux verbatims a été complété, nous avons porté un regard sur le contenu du codage pour chaque des metacodes et sous-codes. Cette exploration des fruits du codage a eu deux débouchés, à savoir l'analyse quantitative d'une partie des données issues du codage ainsi que la mise en relief de faits saillants qui ont mené à l'analyse didactique des deux cas. Nous reviendrons sur ces deux étapes subséquentes de l'analyse des données mais, avant d'aller plus loin, nous décrivons le codage et le polyptyque de codage.

#### 3.2.2.2 Le codage et le polyptyque de codage

Dans le cadre de cette deuxième vague d'analyse, nous avons élaboré dans *Nvivo 10* un polyptyque de codage avec lequel nous avons codé les interventions de l'enseignant

dans les verbatims des enregistrements en classe des activités. Pour ce codage des interventions, nous avons considéré la phrase comme unité de sens. Une intervention peut être d'une longueur d'une phrase ou plus. Plusieurs interventions peuvent être incluses dans un tour de parole de l'enseignant. Dans le même sens, un échange au cours duquel l'enseignant fait plusieurs tours de paroles contient plusieurs interventions. Nous allons voir qu'une intervention est délimitée par le type de phrase qui est employé par l'enseignant (interrogative, affirmative ou répétitive) et par les intentions présumées qui guide son action.

Dans ce contexte, il ne faut pas confondre le sens donné ici au terme « intervention » avec le sens généralement admis en éducation, qui est de plus grande envergure et qui fait référence à l'« action pédagogique consciente qui a pour but de soutenir, de stimuler ou de modifier une situation, une attitude ou une action » (R. Legendre, 2005, p. 803). Pensons par exemple à une intervention pédagogique ou orthopédagogique, à une intervention reméditative, à une intervention éducative, etc.

En fonction de notre polyptyque, il est possible de coder une même intervention, (que celle-ci corresponde à une phrase ou à un ensemble de phrases) avec plus d'un code, c'est-à-dire que tous les codes ne sont pas nécessairement mutuellement exclusifs. En fait, chacune des interventions de l'enseignant doit être codée avec un minimum de quatre codes, c'est-à-dire un code pour chacun des plans du polyptyque. Comme nous le verrons avec le polyptyque, nous considérons que l'enseignant peut faire une intervention en plénière, en petit groupe ou en individuel et que celle-ci peut être destinée à un élève seul, à un petit groupe d'élèves ou à l'ensemble de la classe, selon les intentions de l'enseignant. Elle peut survenir à tout moment durant l'activité, c'est-à-dire avant, pendant et après le travail des élèves avec les outils. Enfin, l'intervention peut être de différentes natures. En ce sens, il est clair que certains aspects – auxquels réfèrent des codes du polyptyque de codage – font référence à des éléments contextuels de l'activité, alors que d'autres sont liés à des enjeux conceptuels de l'activité. Ces enjeux sont relatifs à une dimension didactique de l'analyse des interventions, alors que les autres sont plutôt en lien avec des aspects du

contexte dans lequel est réalisée l'intervention. Cela se reflète dans la version finale du polyptyque de codage qui a émergé de cette deuxième vague d'analyse et qui est composé de quatre plans. Ces derniers plans sont tous liés à une question. Nous survolons maintenant chacun des quatre plans du polyptyque, afin d'identifier leurs caractéristiques.

Le premier plan du polyptyque, qui est lié au moment de l'intervention, se compose de trois métacodes. Ces derniers sont en lien avec les trois moments de l'activité, à savoir avant, pendant et après le travail des élèves avec les outils. Ce plan porte donc sur un des éléments du contexte entourant l'intervention. La figure 13 présente ce premier plan du polyptyque.

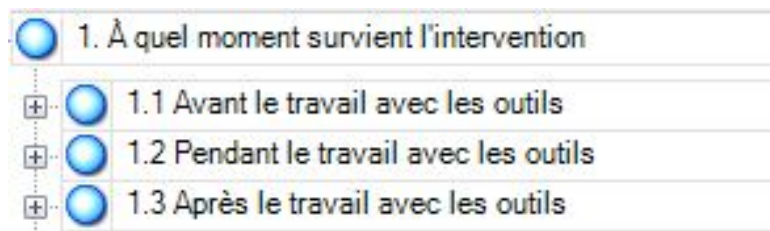


Figure 13. Le plan du polyptyque lié au moment de l'intervention

Les trois métacodes sont mutuellement exclusifs. Cela signifie qu'une intervention peut être faite avant le travail des élèves avec les outils, ou encore pendant ou après, mais elle ne peut pas être faite à plus d'un moment de l'activité. Dans ce sens, chaque intervention de l'enseignant est codée par un des trois métacodes de ce plan.

Le deuxième plan du polyptyque est lié au contexte de l'intervention. Il se compose de deux métacodes et de 10 sous-codes. Ces derniers sont en lien avec la configuration des élèves auxquels s'adresse l'intervention et au type d'élève ou groupe d'élèves auquel est dédiée l'intervention. La figure 14 présente ce deuxième plan du polyptyque.



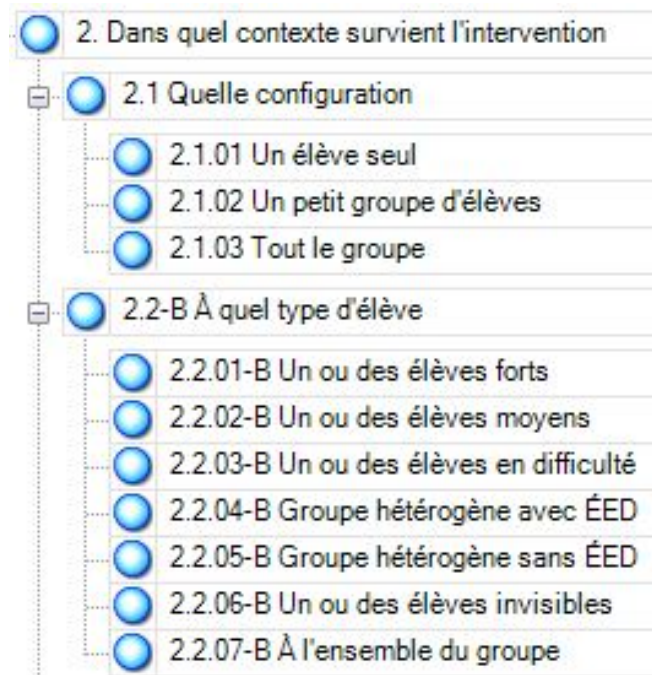


Figure 14. Le plan du polyptyque lié au contexte de l'intervention

Chaque intervention de l'enseignant doit être codé à la fois par un sous-code du premier métacode et un sous-code du deuxième métacode. Par exemple, une intervention de l'enseignant peut être faite lors d'un échange en plénière (le sous-code 2.1.03) et s'adresser à un élève en difficulté (le sous-code 2.2.03).

Le troisième plan du polyptyque, qui est lié à la nature de l'intervention, se compose de quatre métacodes et de 22 sous-codes. Ces derniers sont en lien avec la nature de l'intervention, qui peut être interrogative (questionner), affirmative (affirmer), répétitive (redire) ou d'une autre nature (autres choses). Ce sont les quatre métacodes qui correspondent à ces quatre natures possibles de l'intervention. Pour les trois premiers métacodes, des sous-codes viennent préciser la nature de l'intervention en adjoignant une intention présumée. Il convient également de remarquer qu'un sous-code supplémentaire est associé à chacun des trois premiers métacodes (Pour autres choses), pour permettre d'aller au-delà des sous-codes déjà énumérés. La figure 15 présente ce troisième plan du polyptyque.

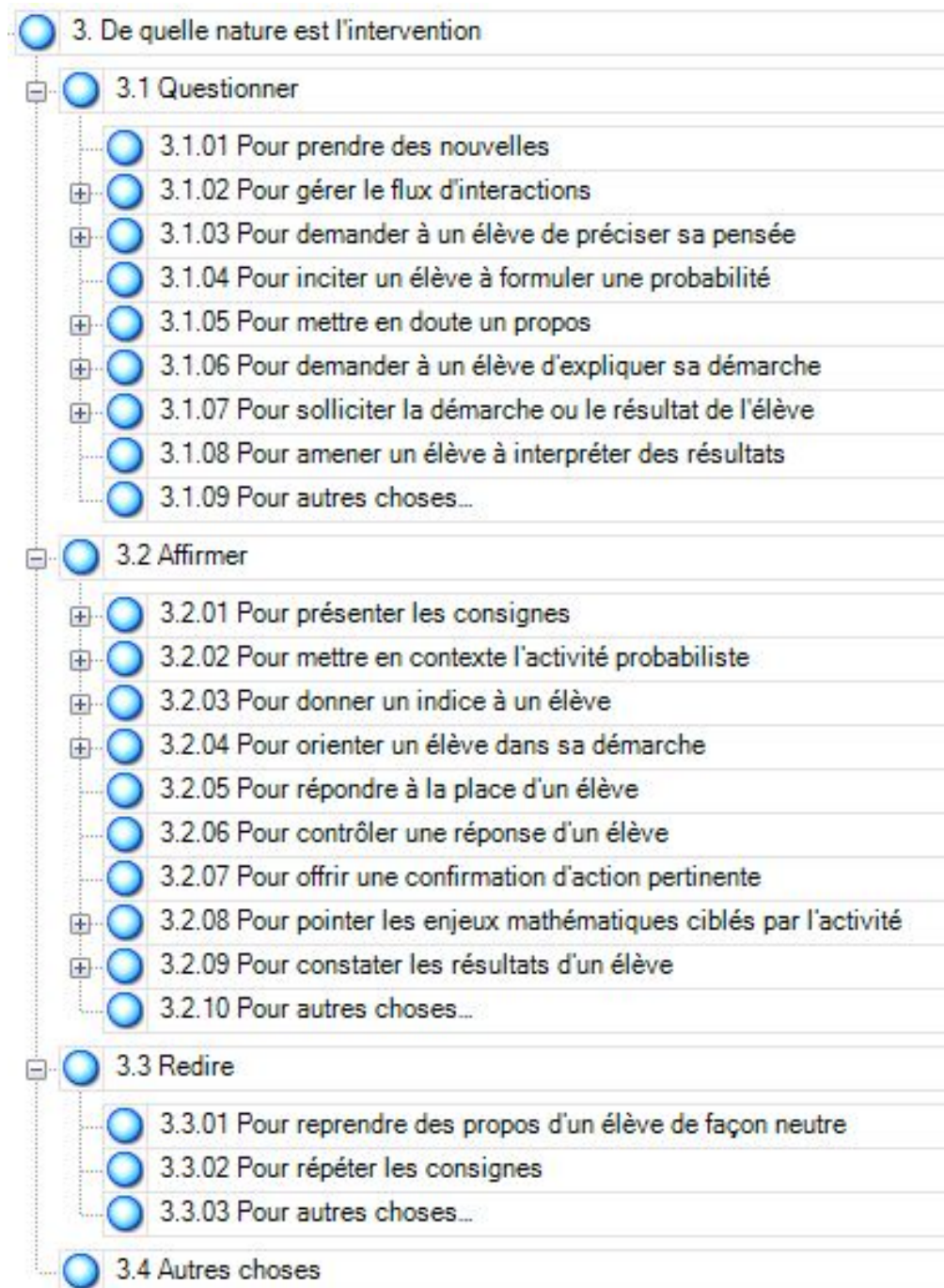


Figure 15. Le plan du polyptyque lié à la nature de l'intervention

Ainsi, une intervention de nature interrogative peut, par exemple, être faite par l'enseignant pour demander à un élève de préciser sa pensée (le sous-code 3.1.03) ou pour

amener un élève à interpréter des résultats (le sous-code 3.1.08). Sauf exception, une intervention est codée par un seul sous-code d'un seul métacode de ce plan du polyptyque. Les définitions et des exemples pour les métacodes et leurs sous-codes du troisième plan du polyptyque se retrouvent à l'annexe F<sup>31</sup>.

Le quatrième plan du polyptyque, qui est lié à la situation probabiliste sur laquelle porte l'intervention, se compose de six métacodes. Ce plan porte donc sur un des éléments du contexte entourant l'intervention. La figure 16 présente ce troisième plan du polyptyque.

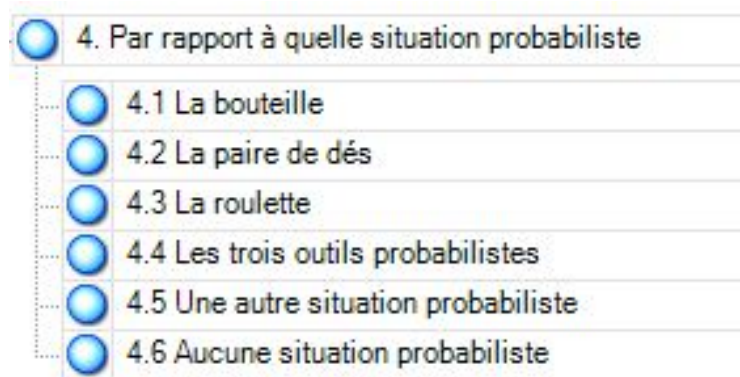


Figure 16. Le plan du polyptyque lié à la situation probabiliste évoquée

Ainsi, une intervention peut être faite au regard d'un des trois outils (par exemple, la bouteille, dont le métacode est 4.1) ou par rapport à une situation probabiliste qui n'est pas un outil de la ressource didactique (le métacode 4.5). Elle peut également porter sur les trois outils (le métacode 4.4) ou encore n'être liée à aucune situation probabiliste (le métacode 4.6). Dans ce sens, les métacodes de ce plan ne sont pas nécessairement mutuellement exclusifs, par exemple lorsqu'une intervention porte à la fois sur la paire de dés (le métacode 4.2) et sur une autre situation probabiliste que les outils de la ressource didactique (le métacode 4.5). Toutefois le métacode 4.6 exclut les cinq autres métacodes du plan.

---

<sup>31</sup> Nous ne donnons des définitions et des exemples que pour le troisième plan étant donné que c'est le seul des plans du polyptyque qui n'est pas exclusivement lié à des aspects contextuels de l'intervention.

### 3.2.2.3 L'analyse quantitative à partir des données issues du codage

L'exploration des fruits du codage a notamment débouché sur une analyse quantitative d'une partie des données issues du codage. Celles-ci ont été transformées et organisées à travers des opérations de requêtes menées dans *Nvivo 10*, à savoir des requêtes d'encodage et des requêtes d'encodage matriciel.

D'une part, une requête d'encodage permet de trouver tous les extraits codés à un ou des nœuds ou à une combinaison de nœuds. Ainsi, ce type de requête nous a amené à réaliser des analyses statistiques descriptives, notamment au regard de la fréquence d'interventions faites auprès des élèves pour chacun des enseignants. Nous avons donc considéré les distributions des interventions faites auprès des élèves de la classe de chacun des enseignants. Nous avons également étudié la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Ce faisant, nous avons exploré le nombre d'interventions faites auprès de chacun des élèves jugés en difficulté en mathématiques, les caractéristiques de la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et nous avons comparé la proportion des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques à la proportion d'élèves regroupés dans cette catégorie. Nos analyses statistiques descriptives reposent ainsi sur le recours à des histogrammes pour représenter les distributions, à des mesures de tendance centrale et de dispersion (moyenne, médiane, écart-type) pour caractériser les distributions, et sur une mise en relation de proportions pour comparer la proportion d'interventions faites auprès d'une catégorie d'élèves et la proportion d'élèves dans cette catégorie.

D'autre part, une requête d'encodage matriciel offre la possibilité de trouver une combinaison d'éléments (habituellement des nœuds) et d'afficher les résultats dans un tableau croisé. Ainsi, ce type de requête nous a amené à réaliser des analyses statistiques

inférentielles, et ce, à travers la réalisation de tests de khi-2. D'abord, pour illustrer en quoi consiste une requête d'encodage matriciel dans ce logiciel, nous présentons un exemple. Nous avons demandé au logiciel de déterminer les extraits qui ont à la fois été codés par un des trois métacodes relatifs au moment où survient une intervention (plan 1) et par un des six métacodes liés aux situations probabilistes sur lesquelles porte l'intervention (plan 4). Le résultat de la requête s'affiche dans un tableau croisé semblable au tableau 7.

Tableau 7

Les résultats d'une requête d'encodage matriciel entre les plans 1 et 4 du polyptyque

	1.1 Avant le travail avec les outils	1.2 Pendant le travail avec les outils	1.3 Après le travail avec les outils
4.1 La bouteille	8	59	16
4.2 La paire de dés	15	68	18
4.3 La roulette	5	68	40
4.4 Les trois outils	11	48	22
4.5 Une autre situation probabiliste	7	0	0
4.6 Aucune situation probabiliste	15	3	0

À partir des données présentées dans le tableau, nous pourrions nous questionner pour savoir si les moments de l'activité ont une influence sur les situations probabilistes évoquées dans les interventions de l'enseignant. Pour tenter de répondre à ce type de question, nous avons eu recours au test statistique du khi-2 ( $\chi^2$ ), une forme d'analyse statistique inférentielle cohérente avec la nature de ces données. Il s'agit d'un test statistique non-paramétrique qui permet de mesurer la taille de la différence entre la fréquence observée et celle prédite par l'hypothèse nulle ( $H_0$ ), qui suppose l'absence de différence significative. Dans ce sens, Haccoun et Cousineau (2007) expliquent que ce test sert à déterminer si la taille des effectifs est différente pour les diverses catégories d'une variable catégorielle nominale<sup>32</sup>. Ils soulignent donc que ce test permet d'établir la différence entre les fréquences observées dans les catégories et la taille des effectifs qui

<sup>32</sup> Une variable catégorielle nominale est une variable où chaque catégorie possible n'est pas hiérarchisée par rapport aux autres catégories (il n'y a pas de rang ou de priorité).

devraient exister s'il n'y avait pas de différence entre les effectifs de ces catégories. Ces auteurs exposent que, si la différence est suffisamment grande, la conclusion sera le rejet de l'hypothèse nulle mais, si la différence est trop petite, il faut alors conclure que la différence observée est attribuable au hasard. Dans ce cas, ces auteurs affirment qu'il n'est pas possible de rejeter  $H_0$ . Ceux-ci ajoutent que, pour qu'une interprétation du khi-2 soit valide, il faut comparer le résultat obtenu ( $\chi^2 = ?$ ) à un tableau des valeurs critiques de la distribution du khi-2 et que comme pour toutes les statistiques, il faut prendre en considération les degrés de liberté.

En revenant à notre exemple, la réalisation d'un test du khi-2 nous a permis de déterminer si les moments de l'activité ont une influence ou non sur les situations probabilistes évoquées dans les interventions de l'enseignant. Dans ce cas, l'hypothèse nulle supposerait l'absence de différence sur le plan des situations probabilistes évoquées par l'enseignant d'un moment de l'activité à un autre. Nous pourrions donc conclure que les différents moments de l'activité n'ont pas d'influence sur la ou les situations probabilistes que l'enseignant évoque dans ses interventions. Si nous devons rejeter l'hypothèse nulle, nous constaterions une différence entre les différents moments de l'activité au regard des situations probabiliste évoquées par l'enseignant dans ses interventions.

Le test statistique du khi-2 implique quelques prémisses. Ainsi, Yergeau (2006) souligne que les observations doivent être indépendantes, ce qui signifie que les sujets apparaissent une fois dans le tableau et que les catégories sont mutuellement exclusives. Cet auteur ajoute que la plupart des occurrences attendues d'un tableau croisé doivent être supérieure ou égale à 5 et qu'aucune occurrence attendue ne doit être inférieure à 1.

Ainsi, dans la réalisation des tests de khi-2 avec nos données, nous avons cherché à mesurer les différences sur le plan des interventions faites par les enseignants auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques, et ce, en fonction des différents moments de l'activité et des différents types d'intervention. Pour ce faire, nous avons dû

transformer les fréquences observées en pourcentage, et ce, en raison des différences d'effectifs dans chacune des catégories d'élèves, afin que ce soit la différence entre les proportions qui soit prise en considération. En effet, le fait que les catégories d'élèves ne regroupent pas les mêmes nombres d'élèves explique au moins partiellement la différence entre les fréquences observées pour chacune des deux catégories d'élèves. Le recours aux pourcentages nous a donc permis de prendre en considération les proportions d'élèves dans les catégories et ensuite, d'arriver à mesurer les différences.

### *3.2.3 Une troisième vague d'analyse : l'analyse didactique des séances*

La réalisation d'une troisième vague d'analyse a mené à une analyse didactique des séances pour chacun des enseignants. Cette analyse didactique des séances repose sur l'identification et l'analyse de faits saillants au regard des objectifs de recherche de notre thèse, qui ciblent la caractérisation des interventions didactiques des enseignants. La mise en relief de ces faits saillants pour l'analyse didactique des deux cas s'est faite à travers les deux premières vagues d'analyse. Ces faits saillants sont liés à l'enseignement des probabilités et aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

D'un côté, en lien avec l'enseignement des probabilités, ces faits saillants touchent notamment à la planification de l'activité sur le plan didactique, aux modifications apportées à la ressource ainsi qu'à des choix didactiques particuliers faits par les enseignants. Ils sont également liés à leur manière de présenter l'activité et les outils, d'aborder ou de rester à l'écart des enjeux conceptuels et aux interventions faites pour orchestrer le retour et pour conclure l'activité.

De l'autre côté, les faits saillants liés aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques ouvrent sur plusieurs aspects. D'une part, il y a les critères évoqués par les enseignants pour réaliser la démarche de catégorisation des élèves, afin de déterminer ceux jugés en difficulté en mathématiques. D'autre part, certains faits

saillants sont liés à des échanges particuliers impliquant des élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, à des interventions spécifiquement faites par les enseignants auprès de ces élèves ou à la place occupée par ces élèves durant l'activité.

Enfin, dans l'étude de la pratique d'enseignement d'une enseignante d'exception, l'équipe de Schmidt (Schmidt *et al.*, 2009; Squalli *et al.*, 2007) a identifié des conditions jugées favorables pour l'enseignement des mathématiques en général. Les chercheurs ont fait l'étude de 12 situations d'enseignement qui portaient sur différents contenus et ils ont cherché des invariants dans la pratique au-delà des spécificités des contenus. Conséquemment, leurs travaux n'offrent pas une réflexion relative aux conditions didactiques pour l'enseignement de contenus spécifiques, qui recouvrent nécessairement certains enjeux mathématiques particuliers. Dans cette thèse, nous avons plutôt cherché à prendre en considération les enjeux conceptuels particuliers de l'enseignement des probabilités dans notre étude des interventions didactiques des enseignants. Pour ce faire, nous avons donc fait le choix d'aller en profondeur dans l'analyse didactique des deux cas et dans la description des interventions respectivement faites par les enseignants pour l'enseignement des mathématiques à l'ensemble de la classe. L'analyse des interventions spécifiquement faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques est ensuite venue s'appuyer sur l'analyse des interventions faites pour l'enseignement à l'ensemble de la classe.

#### 4. LES CONSIDÉRATIONS ÉTHIQUES

Différentes considérations éthiques sont prises en compte dans le cadre de la thèse. Celles-ci respectent toutes la *Politique institutionnelle en matière d'éthique de la recherche avec des êtres humains*, qui a été approuvée et mise en vigueur par le Conseil d'administration de l'Université de Sherbrooke en février 1989 et qui a été modifiée en mars 1998 (Université de Sherbrooke, 1998). Cette politique est appliquée par le Comité d'éthique de la recherche en éducation et en sciences sociales.



Nous avons obtenu une attestation de conformité (certificat d'éthique) de la part de ce comité qui atteste de la conformité de notre recherche aux principes éthiques énoncés dans la *Politique institutionnelle en matière d'éthique de la recherche avec les êtres humains* (annexe G).

#### **4.1 Le consentement libre et éclairé des participants**

Afin d'être en mesure de faire la collecte de données, nous avons obtenu un consentement libre et éclairé des enseignants qui ont participé à la recherche ainsi que des parents des élèves de leur classe. Pour ce faire, un formulaire de consentement a été remis et présenté à chacun des enseignants ciblés. Ce formulaire visait à les informer des objectifs généraux de la recherche, du déroulement de celle-ci, du traitement anonyme des données, ainsi que des publications qui suivront l'analyse des données. Un formulaire équivalent a également été remis aux parents des élèves des classes des enseignants ciblés, et ce, par le biais de l'enseignant qui l'a distribué aux élèves. Les consentements des enseignants ciblés et des parents des élèves de leur classe, nécessaires pour l'enregistrement des séances à l'aide de matériel audiovisuel, ont été obtenus par le biais de ces formulaires qui ont été signés et retournés. Finalement, les enseignants, les élèves et les parents des élèves ont également informés à travers ces formulaires, qu'ils pouvaient cesser leur participation à la recherche à tout moment, et ce, sans crainte de subir des inconvénients par la suite. Une copie de chacun de ces formulaires<sup>33</sup> de consentement se retrouve aux annexes H et I.

#### **4.2 Le maintien de l'anonymat des participants**

Dans le cadre de la thèse, les participants à la recherche, à savoir autant les enseignants ciblés que les élèves de leur classe, sont restés anonymes, et le nom de leur école n'est pas révélé. De même, leur prénom a été, dans tous les textes issus de la collecte

---

<sup>33</sup> Il convient de mentionner que ces formulaires ont été élaborés à partir de formulaires équivalents conçus et utilisés dans le cadre de travaux de recherche menés au sein du CREAS.

ou de l'analyse des données, remplacé par un prénom fictif. Il s'avère donc impossible pour le lecteur de tirer des conclusions sur l'identité des participants.

### 4.3 La duperie et son dévoilement

Comme il a été dit précédemment, nous avons demandé aux enseignants de classer leurs élèves en fonction de trois catégories (forts, moyens et en difficulté en mathématiques), plutôt que de seulement cibler les élèves jugés en difficulté en mathématiques. Cette décision repose sur l'idée de ne pas rendre trop transparentes nos intentions de chercheur, ce qui aurait pu entraîner des biais méthodologiques dans la démarche de recherche. En effet, les enseignants auraient pu être tentés (implicitement ou explicitement) de modifier leur pratique d'enseignement s'ils avaient compris que la recherche vise à comparer leurs interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités à des élèves jugés en difficultés en mathématiques et à des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté. Dans ce sens, le principal objectif de la recherche qui a été présenté dans les formulaires de consentement indique que nous cherchions à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par un enseignant auprès des différents élèves d'une classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des probabilités. Cet objectif est proche du premier objectif de notre thèse, mais un ajout a été fait en lien avec le fait que c'est l'enseignement des probabilités aux différents élèves de la classe ordinaire qui est investigué. Le regard spécifique que nous portons sur les élèves jugés en difficulté en mathématiques a donc été occulté, alors que nous n'avons pas évoqué les deux autres objectifs de notre thèse, qui sont directement liés aux conditions didactiques offertes à cette catégorie d'élèves. Ainsi, la duperie relève à la fois de la tâche d'identification des élèves et de l'accent mis sur l'enseignement des probabilités plutôt que sur l'enseignement aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Selon l'*Énoncé de politique des trois Conseils : Éthique de la recherche avec des êtres humains* (Conseil de recherches en sciences humaines du Canada [CRSH], Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada [CRSNG], Instituts de recherche en

santé du Canada [IRSC], 2010), cela constitue une duperie. Cette dernière consistait à demander aux enseignants d'effectuer une tâche sans leur mentionner tous les éléments qui allaient être observés. La technique employée pour réaliser cette duperie a été la communication aux participants de renseignements erronés sur les buts du projet de recherche, en l'occurrence sur ses objectifs. Il est dit dans cet *Énoncé de politique des trois Conseils* que le débriefing postérieur à la recherche représente un moyen clé de conserver la confiance du participant à l'égard du milieu de la recherche dans le cas du recours à la duperie. Considérant que la question couverte par la duperie n'était pas de nature délicate, le débriefing a permis la transmission spontanée, simple et directe de l'information.

Ainsi, en terminant les entrevues postaction, nous avons dit quelques mots à chacun des enseignants sur la suite du projet de recherche et nous avons dévoilé la duperie. Dans ce sens, nous avons exposé le fait que notre analyse porterait sur les interventions didactiques mises en œuvre dans l'enseignement des probabilités auprès des différents élèves de leur classe et notamment auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Devant ce dévoilement de la duperie, aucun des enseignants ne s'est retiré de la recherche.



## **CINQUIÈME CHAPITRE**

### **LA PRÉSENTATION ET L'ANALYSE DES RÉSULTATS**

Dans ce chapitre, nous présentons et analysons les résultats de notre recherche. Nous y décrivons de manière détaillée les interventions didactiques de deux enseignants dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté au sein de classes ordinaires du troisième cycle du primaire. Rappelons d'abord que nos objectifs de recherche visent à (1) décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par l'enseignant pour l'enseignement des probabilités au sein d'une classe ordinaire du primaire, à (2) décrire et comprendre les interventions didactiques réalisées plus spécifiquement auprès des élèves en difficulté, ainsi qu'à (3) comparer les interventions didactiques faites auprès des élèves en difficulté par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

Pour atteindre nos objectifs de recherche, nous faisons l'étude séparée des cas d'Orange et de Bleu. Ceux-ci sont organisés de manière semblable autour de quatre grandes sections, à savoir une présentation de l'enseignant et des élèves de sa classe (section 1), de son projet didactique élaboré à partir de la ressource didactique (section 2), de ses interventions didactiques faites durant l'activité vécue en classe (section 3) et des conditions didactiques qu'ils ont offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques (section 4). Toutefois, une section supplémentaire est présente dans le cas d'Orange, qui a réalisé un épilogue pour son activité, et ce, sans que ce soit prévu au départ dans son projet didactique (section 5).



## LE CAS D'ORANGE

Notre analyse donne le portrait de la pratique d'Orange autour des outils que nous lui avons proposés. Nous la résumons en guise d'introduction. D'abord, précisons qu'Orange est un enseignant qui dit ne pas être à l'aise avec les probabilités et qui juge que les élèves de sa classe constituent un groupe ayant un niveau mathématique moyen. Il a apporté trois modifications à la ressource que nous lui avons proposée, modifications qui peuvent avoir des conséquences sur les enjeux d'apprentissage. Il a planifié et mis en œuvre l'activité comme une activité de réinvestissement de ce qui avait été préalablement enseigné pour les probabilités dans la classe. Cette activité l'éloigne de son enseignement habituel dans la mesure où elle n'est pas basée sur le manuel scolaire. Selon le projet didactique annoncé, Orange semble se situer dans une perspective probabiliste fréquentielle voulant que les élèves réfléchissent sur le nombre d'essais nécessaires.

Durant la réalisation de l'activité, Orange adopte ce que nous appelons une posture contemplative à travers les interventions qu'il met en œuvre. Ainsi, il observe et cherche à comprendre le travail des élèves au regard de leurs démarches et de leurs résultats. Il les interroge pour les amener à expliquer leurs réflexions, démarches et résultats, que ce soit pendant ou après le travail avec les outils. Les interventions qu'il met en œuvre sont rarement de nature péremptoire et, de manière générale, il ne cherche pas à guider ou à orienter le travail des élèves dans le cadre de l'activité. En fait, les interventions d'Orange restent en marge des enjeux conceptuels.

En effet, de par le projet annoncé et ses interventions, il semble qu'Orange se situe d'abord dans une perspective probabiliste fréquentielle en voulant faire expérimenter et faire réfléchir les élèves sur le nombre d'essais nécessaires. Or, ce projet de réflexion n'aboutit jamais et la conclusion de sa séance, bien qu'escamotée, se fait plutôt dans une perspective probabiliste théorique sans que jamais de liens ne soient établis entre les deux

perspectives probabilistes. Un second retour sur la séance – que nous qualifions d'épilogue de l'activité – fait avec les élèves et rapporté par Orange confirme cette position.

Dans le cadre de son activité, il offre aux élèves jugés en difficulté en mathématiques des conditions didactiques qui sont différentes, à certains égards, de celles offertes aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. En effet, une analyse quantitative de ses interventions dans le cadre de l'activité montre que les élèves jugés en difficulté en mathématiques reçoivent, en proportion, moins d'interventions de sa part que les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Cela s'avère cohérent avec son mode général d'intervention, à travers lequel il n'interpelle pas les élèves qui ne se manifestent pas, c'est-à-dire qu'il laisse les élèves amorcer les échanges particuliers (en tête-à-tête). Ainsi, il n'intervient que très peu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, car ceux-ci ne se manifestent pas dans le cadre de l'activité. Seule exception au tableau : Annabelle, qui se manifeste et, donc, qui a beaucoup d'échanges liés à des enjeux conceptuels avec l'enseignant. Le cas de cette élève jugée en difficulté en mathématiques constitue donc une particularité dans le portrait des conditions didactiques offertes à cette catégorie d'élèves. D'ailleurs, si nous l'excluons de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques, l'analyse quantitative révèle qu'Orange intervient uniquement avant et pendant le travail avec les outils auprès de ce type d'élèves, étant donné qu'aucune de ses interventions ne leur est destinée après le travail avec les outils. De plus, il ressort de l'analyse quantitative qu'il y a une différence significative entre les types d'interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves.

Dans ce qui suit, nous reprenons ces différents aspects plus en détail. La description du cas d'Orange se décline en cinq sections. Dans une première section, nous présenterons qui est Orange et qui sont les élèves qui composent sa classe. Une deuxième section décrira le projet didactique élaboré à priori par Orange à partir de la ressource qui lui a été proposée. La troisième section fera état des principales interventions didactiques mises en œuvre par Orange durant l'activité, alors que la quatrième section témoignera des conditions didactiques offertes par Orange aux élèves qu'il juge en difficulté en



mathématiques. Enfin, la cinquième section rapportera un épilogue de l'activité qu'a fait Orange, mais qui n'a pas été filmé dans le cadre de notre collecte de données.

## 1. ORANGE ET LES ÉLÈVES DE SA CLASSE

Cette section vise à présenter Orange et les élèves de sa classe. Nous y expliquerons que les probabilités ne sont pas nécessairement aisées pour Orange et que leur enseignement, comme pour le reste des mathématiques, se passe à l'aide du manuel scolaire. Nous allons également voir qu'Orange juge les probabilités importantes pour l'éducation citoyenne des jeunes, même s'il reconnaît que leur enseignement occupe un espace moindre dans l'espace scolaire (curriculum, manuel, enseignement en classe) que l'enseignement des autres branches des mathématiques. Nous verrons également qu'Orange juge son groupe d'élèves comme étant moyen en mathématiques et qu'il considère que le niveau mathématique d'un élève dépend de ses résultats, de son niveau d'autonomie et de ses capacités à appliquer et raisonner, mais également de ses capacités à transférer et à résoudre mathématiquement.

Cette section se divise en trois parties. Dans un premier temps, nous exposerons qui est Orange et quel est le regard qu'il porte sur les probabilités. Dans un deuxième temps, nous verrons quel est le niveau mathématique aux yeux d'Orange des élèves de la classe, ainsi que de la classe comme ensemble. Dans un troisième temps, nous ferons une synthèse de la section.

### 1.1 Qui est Orange? Quel regard porte-t-il sur les probabilités?

Orange enseigne dans une classe de cinquième année du primaire. Il détient un baccalauréat en enseignement préscolaire et primaire. Au moment de sa participation à la recherche, il en était à sa douzième année d'enseignement et à sa deuxième année dans une des classes de ce niveau scolaire dans cette école.

Lorsqu'il a parlé des probabilités au cours de l'entrevue pré-action, Orange a souligné que, par rapport à d'autres contenus mathématiques, les probabilités nécessitent pour lui davantage de réflexion. Pour lui, c'est là un des principaux défis de l'enseignement des probabilités. Il donne l'exemple du calcul du volume d'un solide, qui lui vient beaucoup plus naturellement que les probabilités.

**Orange :** Bien pour moi, là, je te dirais que c'est d'y penser. Honnêtement, tu vas demander: « Calcule-moi le volume d'un solide », je n'ai pas besoin de penser que ça va être ça fois ça, fois ça, ça va. [...] Mais je pourrais ouvrir n'importe quel cahier ou volume ou partir de n'importe quoi, puis du tac au tac, *pfuit*, c'est fait. [...] Mais là, mettons que tu as à enseigner les probabilités, bien faut que tu prennes le temps de t'asseoir, de planifier ton affaire, de dire « bon, ok, je ne peux pas dire n'importe quoi ». Si je lance un dé, ok, bon, ça ce n'est pas pire, 1 chance sur 6, mais bon, après ça, si tu as 2 dés, 3 dés [...] c'est de penser à ton affaire pour arriver au nombre de possibilités, faire ton arbre des possibilités<sup>34</sup>... Ton tableau...

(Entrevue pré-action, lignes 146 à 150)

De plus, en faisant référence à la fois à ses expériences vécues comme élève et comme enseignant, il mentionne qu'il dispose de « moins de pratique » que pour d'autres branches des mathématiques, qu'il en a « fait moins » dans sa vie.

**Chercheur :** Ça serait tu une fausse hypothèse que de croire que parce qu'on en fait moins dans l'année, on est peut-être moins familier avec?

**Orange :** Peut-être, puis peut-être que j'en ai fait moins dans ma vie aussi d'élève. [...] Ou peut-être que moi aussi, j'ai pris ça plus à la légère. Je ne sais pas, en tant qu'élève, là... [...] ...en tant qu'adulte, en tant qu'enseignant, je le prends pas à la légère, mais c'est certain qu'un coup que

---

<sup>34</sup> Les expressions « arbre des possibilités » et « arbre des probabilités » sont utilisées comme des synonymes par Orange dans le cadre de sa participation à notre recherche. Pour notre part, nous utilisons l'expression « arbre des probabilités » dans ce chapitre dédié à l'analyse du cas d'Orange.

c'est passé, c'est rare que... Puis je te dirai jamais que je vais revenir admettons, un matin, en disant: « Ah, à matin, je vous remets... Je vous remets une expérience aléatoire à faire. » [...] Tandis qu'un matin, je vais commencer par deux divisions de nombres à virgule pour commencer la journée, pour pas perdre la main. [...] Mais jamais j'avais dire: « Ok, je vous mets un 25 sous puis quelles sont les possibilités que je poigne 5 fois de file un face »...

**Chercheur :** Donc, ça habite peut-être moins le quotidien... [...] alors ça rend la chose peut-être un peu moins intuitive.

**Orange :** Exact.

(Entrevue pré-action, lignes 161 à 178)

Approuvant les propos du chercheur, Orange soutient que les probabilités habitent moins le quotidien de sa classe et donc, qu'elles lui viennent moins aisément en tête que d'autres branches des mathématiques. Par la suite, il affirme que c'est le manuel qui dicte le moment et la fréquence d'apparition des activités auxquelles il recourt pour l'enseignement des probabilités. Alors que l'ancien manuel (*Presto*) avec lequel il travaillait faisait revenir cycliquement des activités, le nouveau manuel (*Caméléon*) – qu'il employait pour la première fois dans l'année où s'est déroulée la recherche – offre plutôt un bloc destiné aux probabilités. Au moment du passage du chercheur dans la classe, l'enseignement des probabilités a donc été fait « en bloc » dans les semaines qui ont précédé la réalisation de l'activité dans le cadre de la recherche.

Orange affirme par ailleurs que la branche des probabilités est aussi importante que les autres branches des mathématiques, et ce, malgré le fait qu'elle occupe une moins grande place au sein du curriculum et dans les manuels scolaires. Orange mentionne que les probabilités sont une notion comme une autre, mais que le bloc des probabilités se voit dédié moins de temps en classe que les blocs de géométrie et d'arithmétique. Cela dit, Orange souligne que la branche des probabilités recouvre des enjeux importants pour le citoyen devant apprendre à faire des choix, notamment en lien avec les jeux de hasard et la météo.

**Orange :** C'est important que les jeunes comprennent les probabilités, c'est important aussi qu'ils apprennent à faire des choix en lien avec les probabilités. Des choix de futurs citoyens, là. [...] Moi, je vois ça beaucoup lié au hasard aussi, on utilise beaucoup le hasard en classe... [...] évidemment les jeux de hasard, les chances, la météo... [...] Mais je te dirais que c'est un bloc beaucoup moins important que, mettons, géométrie, mesure... [...] puis arithmétique. [...]

(Entrevue pré-action, lignes 104 à 112)

D'un côté, Orange souligne l'importance des probabilités dans la vie de tous les jours et de l'autre, il déclare qu'à l'école, ce n'est pas le plus important. Une différence apparaît donc entre le statut accordé aux probabilités « dans la vie de tous les jours » et « à l'école ».

## **1.2 Quel est le niveau mathématique de la classe et des élèves?**

Dans cette section, nous verrons le niveau mathématique collectif qu'Orange attribue à sa classe et nous découvrirons les critères qui ont guidé sa classification des élèves. Nous découvrirons que l'enseignant voit son groupe d'élèves comme étant moyen en mathématique et, d'autre part, qu'il juge que le niveau mathématique d'un élève dépend de ses résultats, de son niveau d'autonomie, ainsi que de ses capacités à appliquer et raisonner, mais également à transférer et à résoudre mathématiquement.

### *1.2.1 Le niveau mathématique collectif de la classe*

La classe d'Orange est composée de 25 élèves de cinquième année. Celui-ci juge que ce groupe d'élèves est moyen en mathématiques, c'est-à-dire qu'il ne le juge ni fort ni en difficulté en mathématiques. Comme l'extrait suivant l'expose, Orange justifie ce jugement porté quant au niveau mathématique du groupe d'élèves composant la classe essentiellement à partir des résultats qu'obtiennent les élèves. Ceux obtenant des résultats supérieurs à 85 % sont jugés forts en mathématiques, ceux obtenant des résultats situés

entre 70 % et 80 % sont jugés moyens, tandis que les élèves obtenant un résultat inférieur à 70 % sont jugés faibles en mathématiques.<sup>35</sup>

**Orange :** Bien mon feeling est alimenté par leurs résultats, évidemment... [...] C'est souvent les 10, 12 mêmes qui connaissent la réponse d'avance... [...] qui sont les plus rapides, donc après ça, tu as quelques élèves que c'est un peu plus lent, puis après ça j'en ai quelques-uns qui sont faibles. Donc, c'est pour ça que tout ça ensemble, j'arrive à moyen comme... Puis moyen, on s'entend, je veux dire qu'on tourne autour de 70, 75, 80. [...] Entre 70 et 80, je les catégorise dans le moyen, puis dans le faible, en bas de 70, puis j'en ai un dans le 50, j'en ai pas beaucoup... Puis dans le 85 et plus, j'en ai peut-être 4-5, j'ai tout compilé ça.

(Entrevue pré-action, lignes 640 à 646)

Cela dit, Orange a identifié dans sa classe cinq élèves forts en mathématiques, quatorze élèves moyens en mathématiques, ainsi que six élèves en difficulté en mathématiques. Cette classification est présentée dans le tableau 8.

---

<sup>35</sup> Ainsi, Orange laisse une tranche de 5 % sans attribution de statut, car il ne mentionne pas si les élèves obtenant des résultats situés entre 80 % et 85 % sont jugés forts ou moyens en mathématiques.

Tableau 8  
Le niveau mathématique des élèves d'Orange

	Catégorie d'élèves	Nombre	Individus
É.nondiff	Élèves jugés forts en mathématiques	5 (20,0 %)	Jacob; Gabriel; Camille; Maélie; Chloé
	Élèves jugés moyens en mathématiques	14 (56,0 %)	Léa; Nathan; Alice; Charlie; Noah; Adam; Noémie; Lucas; Coralie; Loïc; Zack; Ève; Emy; Elliot
É.difficulté	Élèves jugés en difficulté en mathématiques	6 (24,0 %)	Rosalie; Anaïs; Xavier; Annabelle; Théo <sup>36</sup> ; Étienne
	Total	25 (100,0 %)	

Pour appuyer la classification des élèves de sa classe en fonction de leur niveau mathématique individuel, Orange a exposé au cours de l'entrevue pré-action certains critères qui lui permettent de regrouper les élèves de sa classe dans ces trois catégories. Cependant, nous les regroupons ici en fonction des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques (élèves jugés forts et moyens en mathématiques) et des élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques. Cela s'explique par le fait que c'est ce regard dichotomique qui guide notre analyse des interventions de l'enseignant dans le cadre de l'activité<sup>37</sup>.

### 1.2.2 Les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques

Premièrement, au sujet des élèves qu'il juge forts en mathématiques, Orange affirme que ce sont des élèves autonomes, qui « allument vite » et qui « exécutent bien ». Ceux-ci

<sup>36</sup> Théo n'est présent que durant la première des deux périodes durant lesquelles se déroule l'activité probabiliste. Il est donc présent durant près de 28 minutes sur 77 minutes. Pour le reste de l'activité probabiliste, qui se déroule durant la deuxième période, il est simplement absent, et aucune raison n'a été donnée pour justifier son départ.

<sup>37</sup> Cette répartition des élèves en trois catégories (fort, moyen et en difficulté en mathématiques), plutôt que la simple identification des élèves jugés en difficulté en mathématiques, découle de la duperie que nous avons mise en œuvre pour ne pas provoquer une modification des pratiques d'enseignement des enseignants auprès des élèves jugés en difficulté.

obtiennent de bons résultats au bulletin, quoiqu'ils ne soient pas toujours parfaits. Il souligne que la vitesse d'exécution de ces élèves peut varier d'un individu à l'autre, mais que cela n'a pas d'importance car, au final, ceux-ci réussissent bien. De plus, il ajoute que ces élèves connaissent bien leurs tables et leurs formules, savent les convoquer au moment opportun et arrivent au résultat attendu. Enfin, Orange ajoute, au sujet du soutien qu'il doit fournir à ces élèves, qu'ils sollicitent rarement son aide et que, lorsqu'ils le font, cela s'avère court, rapide et efficace.

Deuxièmement, Orange identifie les élèves qu'il juge moyens en mathématiques comme des élèves qui sont capables de raisonner et d'appliquer des concepts mathématiques, qui connaissent leurs tables de multiplication, mais qui rencontrent des difficultés à transposer ces concepts, notamment dans des situations complexes ou dans des tâches d'évaluation. Il soutient que ces élèves font des erreurs de calcul et des erreurs d'inattention. Il expose un exemple au sujet des unités de mesure. Ainsi, il avance que les élèves jugés moyens en mathématiques auront tendance à se tromper dans l'utilisation des unités de mesure, ou encore à les oublier, ce qui n'est pas le lot des élèves jugés forts en mathématiques. Orange amène un second exemple pour décrire les élèves qu'il juge moyens en mathématiques. Cet exemple est lié à des calculs mathématiques sur le temps, alors que l'élève jugé moyen, qui oublie que le temps ne fonctionne pas en base 10, expose une réponse incohérente avec ce principe mathématique. L'enseignant mentionne que ce sont de petits exemples comme ceux-ci – les unités de mesure et le système temporel – qui montrent que les élèves jugés moyens en mathématiques ne dépassent pas les attentes et ont besoin du soutien de l'enseignant à l'occasion.

### *1.2.3 Les élèves jugés en difficulté en mathématiques*

Orange juge les élèves en difficulté en mathématiques<sup>38</sup> comme étant des élèves qui font beaucoup d'erreurs de calcul et d'erreurs de choix d'algorithmes, qui arrivent rarement à la bonne réponse, mais qui ne sont pas nécessairement en échec pour autant. D'ailleurs, il souligne qu'un seul élève est en échec en mathématiques dans sa classe, à savoir Théo, qu'il juge très faible en cette matière. Pour le reste, Orange affirme que ces élèves peuvent réussir, mais avec du soutien constant de sa part : « Puis les faibles, bien, c'est du soutien constant ».

Au sujet du soutien qu'il doit fournir aux élèves qu'il juge en difficulté en mathématiques, Orange affirme que celui-ci peut prendre différentes formes. D'une part, il peut s'agir de quelque chose d'assez global, comme d'élaborer un plan d'intervention. D'autre part, ce soutien peut également se traduire plus localement : relire la consigne, fournir un accompagnement dans la tâche, décortiquer la tâche en blocs ou en morceaux, élaborer un plan de travail, ou encore « remâcher ou redire » à l'élève les concepts mathématiques qui doivent être convoqués dans la tâche.

Enfin, l'enseignant avance que certains élèves jugés en difficulté en mathématiques – en l'occurrence, Étienne et Théo – vont avoir de la difficulté à se mobiliser. Orange dit qu'ils vont « avoir tendance à suivre la parade puis à se laisser aller », mettant ainsi en lumière le fait qu'ils ne sont pas nécessairement proactifs dans la démarche de résolution au sein d'une équipe. Il ajoute que ceux-ci sauront donc exécuter certaines tâches précises (par exemple, brasser la bouteille), mais ils ne seront probablement pas ceux qui exprimeront le plus leurs opinions. Toutefois, Orange nuance ces propos sur l'élève en difficulté en mathématiques qui a tendance à suivre la parade. Il avance que la personnalité y fait

---

<sup>38</sup> Dans son discours, Orange glisse souvent de l'expression « élèves en difficulté en mathématiques » à l'expression « élèves faibles en mathématiques ». Ce glissement se répercute tout au long de nos discussions réalisées dans le cadre de sa participation à notre recherche.



également pour beaucoup dans ce que font ou peuvent faire les élèves qu'il juge en difficulté en mathématiques.

Par la suite, Orange décrit quatre élèves qu'il a classés dans la catégorie des élèves en difficulté en mathématiques. Le tableau 9 présente le prénom de ces quatre élèves, un résumé des raisons pour lesquelles Orange dit les avoir classés dans cette catégorie, ainsi que des extraits du verbatim de l'entrevue pré-action. Dans cette description, soulignons qu'Orange ne mentionne pas Xavier et Rosalie, qui sont aussi classés dans cette catégorie d'élèves, ce qui peut être justifié par le fait que la question posée à Orange lui demandait de décrire et d'offrir des exemples des élèves en difficulté en mathématiques dans sa classe, sans exigence d'exhaustivité.

Tableau 9  
La description de certains élèves jugés en difficulté en mathématiques par Orange

Élève et description	Extraits
<p><b>Annabelle</b> Elle a un sens artistique très développé et elle est lunatique. Elle fait des erreurs dans ses calculs et dans ses choix d'algorithmes. Toutefois, elle est volubile, elle prend sa place et elle veut essayer par elle-même, même si elle peut parfois commettre des erreurs.</p>	<p>« [...] Annabelle [a] un sens artistique très développé, donc très lunatique, donc fait beaucoup d'erreurs de calculs, utilise d'autres... Va faire une addition quand c'est une soustraction... » « [...] comme Annabelle, [...] elle est volubile puis elle va prendre sa place puis elle va vouloir essayer. [...] Elle va prendre sa place puis elle va... [...] donner son opinion, puis peut-être ça va être erroné, mais... »</p>
<p><b>Anaïs</b> Elle a certaines forces en mathématiques, mais elle revient d'un congé de maladie prolongé durant lequel sa scolarité a été partiellement interrompue.</p>	<p>« ... Anaïs, mais elle a quand même certaines forces, mais elle a une maladie qui est l'arthrite juvénile, ça faisait 2 mois qu'elle n'était pas à l'école... [...] puis ça faisait 2-3 semaines qu'elle avait de la scolarisation à la maison, donc ça fait un méchant bout de temps qu'elle n'est pas... [...] assise sur une chaise d'école. Donc c'est certain que... [...] c'est de reprendre... [...], puis de passer par-dessus la maladie [...] »</p>
<p><b>Étienne et Théo</b> Ils peinent à se mobiliser et ils sont passifs lorsqu'ils font des mathématiques, notamment lors du travail en équipe. Ils ont tendance à suivre la parade et à se laisser aller. Ils exécutent des tâches précises, mais ils ne sont pas portés à exprimer leurs opinions.  Étienne nécessite souvent que soit redites ou remâchées les choses précédemment abordées.</p>	<p>« [...] Étienne [...] c'est de se mobiliser qui est difficile. Il est passif, puis il a besoin de soutien constant, donc c'est pour ça que je le classe dans les faibles. » « Comme Étienne, il se mobilise pas [...] il va avoir tendance à suivre la parade puis à se laisser aller. Quand ça va être à son tour de brasser la bouteille, il va la brasser, ce n'est pas lui qui va donner son opinion le plus. [...] Puis Théo, c'est la même chose, dans son équipe [...] » « Étienne, c'est le genre à venir puis dire : « Je ne me souviens plus comment on divise. » [...] Bon, bien on le revoit ensemble: « Ah, ok, c'est beau! »... [...] On le revoit, on vient de faire une tâche, c'était additionner des heures, un horaire de cinéma, alors c'est tout le temps de revenir, bon, ok, t'arrives à 3 heures 72, euh... Ça se peut tu 3 heures 72? Euh... (Simulant l'hésitation.) Non? Déjà, là, c'est lent puis... [...] Ok, qu'est-ce qu'on peut faire? On l'a vu, tu te souviens? Ok, on enlève 60, on l'envoie... C'est de le remâcher, de le faire redire... »</p>

### 1.3 Une synthèse de la section

Nos retenons de cette section quelques éléments en lien avec Orange et le regard qu'il porte sur les probabilités. D'abord, il ressort qu'Orange n'est pas très à l'aise avec les probabilités en tant que branche des mathématiques. Ensuite, il appert que, pour Orange, l'enseignement des mathématiques en général – et des probabilités en particulier – se passe à l'aide du manuel scolaire. Enfin, il se dégage qu'Orange juge les probabilités importantes pour l'éducation citoyenne des jeunes, même s'il reconnaît que leur enseignement occupe un espace moindre dans l'espace scolaire (curriculum, manuel, enseignement en classe) que l'enseignement des autres branches des mathématiques.

Nos retenons également de cette section qu'Orange voit son groupe d'élèves comme étant moyen en mathématique, avec environ un quart d'élèves jugés forts en mathématiques et un autre quart d'élèves jugés en difficulté en mathématiques, pour environ la moitié des élèves jugés moyens en mathématiques. Il ressort également que pour l'enseignant, le niveau mathématique d'un élève dépend de son besoin de soutien et conséquemment, de son niveau d'autonomie ainsi que de sa capacité à arriver à la bonne réponse sans faire d'erreur de calcul ou d'erreur d'inattention. Les capacités de l'élève à appliquer et à raisonner, mais également à transférer et à résoudre mathématiquement, sont évoquées par Orange pour décrire le niveau mathématique des élèves de sa classe. Enfin, dans son regard global sur l'ensemble des élèves, Orange s'appuie sur les résultats obtenus par l'élève pour établir son niveau mathématique.

Maintenant qu'ont été dressés les portraits d'Orange, de sa classe et des élèves qui s'y trouvent, notamment sur le plan de leurs niveaux mathématiques individuels et collectif, la section suivante nous permettra de prendre connaissance du projet didactique qu'Orange a élaboré à l'intention des élèves de sa classe à partir de la ressource didactique qui lui a été proposée.

## 2. LE PROJET DIDACTIQUE

Le projet didactique élaboré par Orange à partir de la ressource didactique que nous lui avons fournie se traduit par une activité qui s'inscrit dans le parcours d'apprentissage des probabilités offert aux élèves de sa classe comme une activité de réinvestissement (« Le but, c'était de réinvestir ce qu'on avait appris » [Entrevue postaction, ligne 8]). En effet, l'activité a été précédée d'un travail préalable sur les probabilités, à savoir la réalisation du bloc sur les probabilités dans le manuel employé en classe dans les semaines avant notre recherche.

Aux dires mêmes d'Orange, l'activité qu'il a planifiée à partir de la ressource didactique diffère de son enseignement habituel puisqu'il propose ordinairement aux élèves des situations issues du manuel, entre autres le « pile ou face » avec une pièce de monnaie, le jeu de bingo, le tirage d'une bille dans un sac contenant des billes rouges et des billes noires, le lancer de dés, la pige de cartes à jouer, etc.

**Orange :** C'est certain que là, je sors du sentier... [...] en partant des outils que tu nous as donnés. [...] C'est certain que là, je sors. Lorsque j'aurais passé, par exemple, l'année passée, dans *Presto*, lorsque j'aurais eu passé les leçons probabilistes qu'il y avait, je me serais pas creusé la tête à dire: « Bon, qu'est-ce qu'aujourd'hui je pourrais bien leur faire faire en tant qu'activité probabiliste? »

(Entrevue pré-action, lignes 224 à 228)

L'enseignant souligne par ailleurs que la ressource didactique et les outils qui la composent ont constitué pour lui une « bougie d'allumage » pour créer et offrir une activité différente de ce qui se trouve dans le manuel. Dans ce sens, c'est uniquement dans le contexte de la recherche, où une ressource didactique lui a été fournie, qu'Orange décide de s'écarter du manuel. Il en résulte une activité qui s'avère atypique par rapport à ce qu'il fait habituellement pour l'enseignement des probabilités.

Nous décrivons maintenant l'activité d'Orange sous quatre angles : l'adéquation et la modification de la ressource didactique pour créer son activité, les objectifs qu'il a explicitement fixés pour celle-ci, ainsi qu'une description de l'activité en soi et de la manière avec laquelle elle a été présentée aux élèves de la classe.

## 2.1 L'adéquation et les modifications de la ressource didactique

Dans son projet didactique, Orange apporte trois modifications à la ressource didactique qui lui a été proposée. En premier lieu, il choisit de modifier la roulette en fournissant un pointeur laser aux élèves et en donnant des consignes pour faire tourner la roulette, ce qui inscrit d'emblée cet outil dans une perspective probabiliste fréquentielle. En deuxième lieu, il prend la décision d'inscrire dans un contexte réaliste l'activité qu'il fait vivre aux élèves, à savoir un jeu de pari de points boni. En troisième lieu, il omet d'indiquer aux élèves le nombre de billes que contient la bouteille dans sa présentation de l'activité et des trois outils. Les paragraphes suivants montrent que ces trois modifications apportées à la ressource didactique viennent la transformer sur le plan didactique.

### 2.1.1 L'ajout d'un pointeur laser

Dans l'ensemble, Orange estime correct le matériel sur lequel repose l'activité, mais pas « clé en main » comme il aurait pu le croire au départ, ce qui l'a obligé à chercher à le comprendre et à se l'approprier.

**Orange :** Bien je peux te dire que ça m'a comme causé un casse-tête, [...] comme si c'est un tout inclus, mais il manque admettons... La boisson n'est pas incluse admettons. [...] Alors t'arrives, tu dis « Ok, j'ai des outils, bon c'est bien beau là, je veux bien, ok ». Là, on a pensé à notre affaire. Oui, la roue, bien tu nous l'avais dit, elle n'est pas complète. Bon, ok, qu'est-ce qu'on fait avec une roue pas complète? Le dé, bien c'est ça, ce n'est pas pire, ok? La bouteille, bien moi, je trouve ça quand même bien. J'aurais aimé ça y penser un jour, m'en faire des

bouteilles comme ça puis dire... Mais je ne suis pas allé plus loin que ça à me fabriquer du matériel. [...] Donc, le matériel en soi, il est correct, mais comme je te dis, il n'est pas clé en main [...].

(Entrevue pré-action, lignes 250 à 256)

Dans sa pratique habituelle d'enseignement des mathématiques, Orange suit le manuel et recourt à des activités « clé en main », accompagnées des instructions fournies dans le guide d'enseignement. Pour l'élaboration d'une activité, le recours à la ressource didactique, qui n'est pas accompagnée d'un guide d'instruction, le sort donc de sa zone de confort pour l'enseignement des mathématiques. Dans son appropriation de la ressource didactique, Orange choisit de ne pas modifier la paire de dés et la bouteille, qu'il considère adaptés aux élèves de sa classe, mais il apporte une modification à la roulette, qui lui semble présenter un défi particulier pour les élèves. En soi, ce défi particulier est lié au fait que la roulette ne tourne pas, ce qui pourrait constituer selon l'enseignant un obstacle pour les élèves. Conséquemment, il a eu recours à un rapporteur d'angles pour arriver à établir théoriquement que chacune des couleurs couvrent un tiers de la roulette et donc, que la probabilité d'obtenir un secteur angulaire rouge est de 1 sur 3. Toutefois, il doute que les élèves seront capables d'utiliser la stratégie que lui-même a employée pour calculer la probabilité de gagner associée à la roulette, ce qui l'a amené à leur proposer une alternative.

**Orange :** [...] l'outil, là, bien je le trouve bien, mais je le sais que où ça va... En tout cas, je vais être surpris où ça va accrocher c'est... euh... [...] en n'ayant pas de façon de la faire rouler, en n'ayant pas de pointeur... Nous, la première affaire qu'on a faite, c'est on a sorti notre rapporteur d'angles... [...] Puis on l'a vérifiée pour arriver à un tiers, un tiers, un tiers. [...] Mais les élèves, je serais bien surpris qu'il y en ait qui ... [...]

**Chercheur :** Qu'ils pensent à cette stratégie-là.

**Orange :** Exact. Puis le rapporteur d'angles, on l'a travaillé voilà longtemps, donc il y en a qui ont déjà dû oublier comment utiliser...

(Entrevue pré-action, lignes 338 à 346)

Ainsi, il a choisi de fournir des pointeurs lasers aux élèves, afin qu'ils puissent utiliser la roulette comme une roue de fortune, c'est-à-dire la faire tourner et produire des essais en pointant avec le pointeur laser.

**Orange :** [...] De quelqu'un qui roule la roulette. [...] Puis l'autre il pointe avec une lumière, on va le stabiliser. [...] Puis de voir où le pointeur arrive.

(Entrevue pré-action, lignes 362 à 368)

Cette modification de la ressource didactique à travers un ajout à la roulette a pour conséquence de ne plus inscrire automatiquement cet outil dans une perspective probabiliste théorique, mais de plutôt l'ouvrir à une perspective probabiliste fréquentielle, comme c'est le cas pour les deux autres outils de la ressource didactique. Ainsi, il deviendrait alors possible de faire des comparaisons entre les outils uniquement à partir de la perspective fréquentielle, puisque les deux autres outils permettent une entrée par la perspective probabiliste fréquentielle. Or, nous verrons plus tard que c'est une voie qu'il ne choisira d'exploiter.

### *2.1.2 L'ajout du contexte de pari avec les outils*

Orange apporte une seconde modification à la ressource didactique, alors qu'il choisit d'inscrire l'activité dans un contexte réaliste. Celui-ci consiste en un jeu de pari de points boni, qui sont issus d'un système d'émulation en fonction dans la classe, et que les élèves pourront parier avec l'outil de leur choix. Ce jeu doit logiquement amener les élèves à tenter d'identifier l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner afin de maximiser la probabilité de faire un gain.

Orange justifie cet ajout à travers la nécessité d'éduquer les futurs citoyens que sont les élèves à faire des « bons choix », notamment au regard des jeux de hasard.

**Orange :** On a discuté sur des choix de bons citoyens, donc le

hasard... [...] Les élèves vont parler de *mononcs*, de parents qui jouent au bingo, qui achètent des *gratteux*, des gens qu'ils connaissent qui dépensent beaucoup d'argent au casino, qui ont perdu ... ont parlé de black jack, il y en a qui ont parlé de poker parce que le poker est à mode... [...] Après ça, on a parlé de bons choix, de mauvais choix puis ça, c'était dans mon amorce, je les ai amenés à dire: « Bon, ok, avec de l'argent fictif, dans ton compte, dans ton cochon, t'as 40 piastres », ok? Je n'avais même pas rien dans les mains, je sortais des outils comme ça. Je dis: « Ok, j'ai une pièce de monnaie, es-tu prêt à parier 40\$ que ça va être pile? » Il y en avait un qui disait: « Oui », je flippais... « Ah, c'est face! T'as perdu. » Il perdait tout le temps, alors il souriait, il comprenait qu'il était tout... [...] Donc là, amener à faire des choix, à dire que peu importe, même quand t'as 1 chance sur 2, tu es loin d'être sûr de gagner. [...] Par rapport au hasard, puis à l'argent. Faut les éduquer dans ce sens-là. [...]

(Entrevue pré-action, lignes 394 à 406)

En proposant aux élèves un jeu de pari de points boni comme contexte pour l'activité, Orange juge vraisemblablement que celui-ci contribue à cette éducation citoyenne au regard des jeux de hasard et d'argent. Or, ce jeu de pari présente des caractéristiques particulières que nous exposerons dans les paragraphes suivants. Celles-ci sont en lien avec le dévoilement tardif de ses consignes et de son fonctionnement, ainsi que son espérance mathématique négative, qui n'est jamais nommée explicitement par l'enseignant.

En premier lieu, les consignes et les détails liés au jeu de pari sont dévoilés tardivement, ce qui peut avoir contribué à maintenir un certain flou chez les élèves. D'abord, avant le travail avec les outils, lorsqu'Orange présente l'activité aux élèves et qu'il introduit le jeu de pari, les conditions du jeu ne sont pas rendues explicites.

**Orange :** Donc, aujourd'hui, on va jouer avec des points boni. Parce que dans notre classe, on utilise des points boni. Aujourd'hui, je vais te permettre de jouer quelques



points boni. Et là, tu vas y aller selon le risque que tu es prêt à prendre. Tu pourras parier entre 1 et 5 points boni, dépendamment de ce que tu es prêt à gagner ou à perdre. [...] Si tu es prêt à parier 1 point, tu seras prêt à en gagner 1 ou à en perdre 1 jusqu'à concurrence de 5 points. Si tu gages 5 points, tu pourras en perdre 5 si le hasard ne t'est pas favorable. Ok? Pour ce faire, ok... On a parlé aussi des bons choix. Est-ce que c'est un bon choix de tout mettre ses œufs dans le même panier, est-ce que c'est un bon choix de mettre ses 5 points... 1 point. Donc c'est toi qui va calculer le risque que tu es prêt à prendre. [...]

(Enregistrement en classe, ligne 37)

Ainsi, à ce moment, l'élève ne sait pas comment gagner dans le jeu, ni ce qu'il sera possible de gagner s'il parie un ou des points boni avec un outil, nonobstant le choix de l'outil et la probabilité de gagner que celui-ci offre. De plus, l'enseignant n'explique pas que deux décisions doivent être prises en amont du choix du nombre de points boni à parier, à savoir 1) décider de jouer ou non, puis 2) choisir l'outil avec lequel jouer.

Quelques minutes plus tard, alors qu'il termine la présentation des outils, il revient sur le jeu de pari et fait de nouvelles précisions.

- Orange :** Donc, vous avez 8 minutes pour échanger, penser, réfléchir, émettre vos hypothèses et dire ce que vous faites avec cet outil-là, pour être capables, à la fin, de faire un choix parmi les 3 et de me dire lequel est le meilleur outil sur lequel vous êtes prêts à parier des points. [...] Alice, t'as des points d'interrogation dans les yeux.
- Alice :** Bien c'est quand qu'on va pouvoir, mettons, dire moi, je te parie admettons...
- Orange :** Ah, ça va être après ça. Après ça, on va donner nos découvertes et après ça, même si ton équipe a choisi un outil quelconque, t'auras le loisir de changer d'outil si t'es pas satisfait de ce que t'avais découvert. Ça va?

(Enregistrement en classe, lignes 87 à 91)

L'enseignant indique donc aux élèves qu'ils devront choisir un outil pour parier des points boni et que ce choix n'aura pas nécessairement à être en cohérence avec les conclusions de leur équipe. De plus, en réponse à la question d'une élève, il précise que le jeu de pari n'aura lieu qu'à la toute fin de l'activité. Enfin, nous verrons plus tard que ce n'est qu'au moment de réaliser le jeu de pari de points boni, qui aura finalement lieu lors de la séance supplémentaire du lendemain (épilogue), que l'enseignant expose aux élèves qu'ils ne sont pas obligés de parier des points boni.

En second lieu, le jeu de pari de points boni proposé par Orange aux élèves de la classe offre une espérance mathématique négative. L'espérance mathématique représente le gain moyen ou la perte moyenne qu'une personne est susceptible d'effectuer dans le cadre d'une expérience. L'espérance mathématique se calcule en multipliant chaque gain (ou chaque perte) possible par la probabilité qui lui est associée, alors que  $G(A)$  est le gain ou la perte associé à l'évènement A et  $P(A)$  est la probabilité associée à l'évènement B, etc.

$$\text{Espérance mathématique} = G(A)P(A) + G(B)P(B) + G(C)P(C) + \dots$$

Lorsque l'espérance mathématique est nulle, on dit que la situation est équitable, ce qui signifie que si on participe à un tel jeu, en moyenne, on ne perdra ni ne gagnera d'argent. Par contre, une situation offrant une espérance mathématique positive permettra en moyenne au joueur de gagner de l'argent à chaque essai. Mais lorsque l'espérance mathématique est négative, comme c'est le cas pour le jeu de pari proposé par Orange, cela signifie que, en moyenne, le joueur perdra de l'argent à chaque essai. Notons que c'est généralement le cas des loteries, dont le but est d'accumuler des fonds pour l'entreprise ou le gouvernement qui gère la loterie. Ainsi, avec le jeu de paris que propose Orange, où il est question de parier avec un des outils de l'activité, l'élève se retrouve devant une plus grande chance de perdre que de gagner, peu importe le choix de l'outil. Effectivement, les outils offrent des probabilités de gagner inférieures à 50 % (20 % avec la bouteille; 25 % avec les dés;  $33,\overline{33}$  % avec la roulette), ce qui signifie que, en moyenne, le joueur perdra de l'argent à chaque essai. Dans ce sens, la conclusion à laquelle devrait arriver l'élève est

que, mathématiquement, il ne vaut pas la peine d'utiliser un des outils pour miser des points boni et tenter d'en gagner davantage, étant donné l'espérance mathématique négative du jeu.

Toutefois, l'espérance mathématique offerte par le jeu ne dépend pas uniquement des probabilités de gagner; elle est également influencée par le ratio de gains. En effet, celui-ci a un impact sur le fait qu'un jeu a une espérance négative ou positive. C'est donc également parce que le ratio de gains est de 1 pour 1 (on gagne seulement 1 point pour chaque point misé) dans le jeu qu'il est possible de dire que celui-ci offre une espérance mathématique négative. Si le ratio de gain était de 3 pour 1 ou même de 4 pour 1 (on gagne 3 ou 4 points pour chaque point boni misé), le jeu aurait alors une espérance mathématique nulle ou positive. Si le ratio de gains était de 3 pour 1, le joueur ne devrait pas gagner ou perdre de points boni en moyenne s'il fait de nombreux paris avec la roulette, avec laquelle il devrait en théorie gagner le tiers du temps, étant donné la probabilité théorique de gagner de 1 sur 3 qui est associée à cet outil. Si le ratio de gains était de 4 pour 1, il devrait même théoriquement gagner des points bonis en moyenne s'il faisait un grand nombre d'essais avec la roulette. Mais comme les probabilités de gagner sont au mieux de  $33,3\overline{3}\%$  et que le ratio de gains n'est que de 1 pour 1, peu importe les choix que les élèves vont faire (l'outil utilisé pour faire le pari, le nombre de points boni pariés), ils seront théoriquement perdants à long terme s'ils jouent.

En somme, avec l'introduction de ce contexte réaliste de jeu de pari pour l'activité, Orange change de manière significative la ressource didactique, probablement sans s'en rendre compte. Toutefois, ce contexte ne semble pas avoir préoccupé ou intéressé les élèves durant le travail avec les outils. Durant l'ensemble de l'activité, seulement deux élèves font mention du jeu de pari. D'abord, une élève pose une question juste avant le début du travail avec les outils afin de savoir quand les paris auront lieu. Puis, la même question est posée par un élève à la toute fin de l'activité. Cela nous laisse croire que malgré le contexte réaliste dans lequel Orange a inscrit l'activité, les élèves se sont mis à la tâche pour déterminer la probabilité de gagner offerte par chacun des outils, pour ensuite tenter

d'identifier l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner.

### 2.1.3 L'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille

Orange apporte une troisième modification à son insu à la ressource didactique. En effet, il ne se rappelait pas que le nombre de billes contenues dans la bouteille était connu et donc, il n'a pas pu donner cette information aux élèves. Il s'agit donc d'une modification non planifiée de la ressource dans la mesure où elle ne repose pas sur un choix conscient de la part d'Orange.

Pour lui, l'ignorance du nombre de billes dans la bouteille rend impossible la recherche d'une probabilité de gagner associée à cet outil. En effet, au moment de l'entrevue pré-action, Orange mentionne qu'il ne se souvenait pas de la quantité de billes contenues dans la bouteille. Il affirme qu'en ignorant le nombre de billes dans la bouteille, il est « impossible d'arriver à une fraction ».

- Orange :** Avec la bouteille, on est capable de faire des essais, mais moi, je ne me souvenais même pas que dans le document, c'était écrit qu'il y avait 5 billes. [...] Dans ma tête, tu nous avais dit: « Je ne vous dis pas combien qu'il y a de billes dans la bouteille. » [...] Alors là, c'est impossible d'arriver à une fraction. [...] 1 chance sur 5. Si tu m'avais dit qu'il y a 5 billes, 1 chance sur 5...
- Chercheur :** En fait, [...] je te répète la consigne, on va dire, la façon dont je t'ai présenté la bouteille, c'était: « On sait qu'il y a 5 billes, on ne sait pas c'est quoi chacune des billes, mais on sait qu'il y a au moins 1 blanche puis au moins 1 noire ». Alors on sait qu'il y a 2 couleurs de billes, puis qu'il y en a 5 en tout. Mais on ne sait pas, par exemple, si c'est 2 noires-3 blanches, si c'est 4 blanches- 1 noire, si c'est... [...] Mais on sait que ce n'est pas ni 5 blanches, 0 noires, ni 5 noires, 0 blanches... [...] Puis on sait qu'il y en a cinq en tout.
- Orange :** Bien c'est le bout qui me manquait... [...] Moi, je croyais qu'il y avait... Ok, c'est ça qui fait que je me disais... [...] qu'on ne pouvait pas savoir la fraction. [...] C'est impossible. Si tu m'avais dit : « Il y a 1 noire puis

4 blanches »... [...] bien là, il peut y avoir... Bien là, je comprends qu'il y a plus de blanches parce que la noire, je ne la pogne pas souvent. [...] Ça fait un mois que je l'essaye.

(Entrevue pré-action, lignes 286 à 314)

Cette omission, qui est faite au moment de la présentation de l'activité et des outils, a des conséquences didactiques sur le travail des élèves avec la bouteille. En ne sachant pas combien de billes contient la bouteille, il est impossible d'établir théoriquement ses compositions potentielles, alors qu'en sachant qu'il y a cinq billes et assurément une noire et une blanche, il est possible de reconnaître qu'il y a quatre compositions potentielles (soit 1n-4b, 2n-3b, 3n-2b et 4n-1b). Différentes probabilités théoriques se trouvent associées à ces compositions :

- 1 bille noire et 4 billes blanches offrent une probabilité de gagner de 20 %;
- 2 billes noires et 3 billes blanches offrent une probabilité de gagner de 40 %;
- 3 billes noires et 2 billes blanches offrent une probabilité de gagner de 60 %;
- 4 billes noires et 1 bille blanche offrent une probabilité de gagner de 80 %.

Avec l'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille, cette réflexion sur les compositions potentielles de la bouteille et les probabilités théoriques associées n'est pas possible. Dans ce sens, la modification empêche donc de faire le passage de la perspective probabiliste fréquentielle vers la perspective probabiliste théorique, car l'ignorance du nombre de billes contenues dans la bouteille empêche de poser une hypothèse sur le contenu de la bouteille à partir des essais réalisés avec celle-ci.

D'ailleurs, nous verrons plus tard que lors de la conclusion de l'activité, Orange a recours à la « magie des choses » pour dévoiler tout simplement le contenu de la bouteille et la probabilité théorique qui lui est associée, sans faire de lien avec les résultats des travaux des élèves.

## 2.2 Les objectifs de l'activité

En parlant de son activité au moment de l'entrevue pré-action, Orange identifie un objectif principal et deux objectifs secondaires qu'il souhaite atteindre et que nous allons présenter dans cette section. Nous sommes conscients que ceux-ci sont probablement fortement influencés par la rencontre préparatoire que nous avons réalisée avec les participants en amont de l'expérimentation.

D'abord, Orange souhaite amener les élèves à réaliser des essais avec les outils, ainsi qu'à organiser et à consigner les résultats de ces essais dans un tableau de compilation. Cela a été explicitement travaillé avec les élèves dans le cadre du bloc sur les probabilités, et l'enseignant espère voir les élèves réinvestir ce qu'ils y ont appris. Il s'agit du principal objectif visé par Orange à travers son activité.

Puis, Orange identifie deux autres objectifs. D'une part, il vise à amener les élèves à déterminer les probabilités de gagner associées aux différents outils et à les exprimer en termes de fractions ou de pourcentages, comme cela a été fait dans le cadre des activités du manuel. D'autre part, il cherche à encourager les élèves à s'appuyer sur les données issues des essais réalisés avec les outils et à prendre position par rapport à ces données pour déboucher sur la formulation de probabilités de gagner pour chacun des outils.

- Orange :** Bien c'est certain que moi, j'espère de voir que les élèves vont réutiliser les essais, donc qu'ils font faire un tableau de compilation... [...] J'espère qu'ils vont le faire. [...] Puis je pense qu'ils vont le faire. Ensuite, j'aimerais bien voir mes élèves qui vont arriver à certains outils avec une probabilité, donc une fraction. [...] Parce qu'on a vu qu'on pouvait le noter en fractions. Puis la cerise sur le sundae, bien ceux qui vont me la donner en pourcentage... [...], mais je veux savoir vraiment... Qu'ils soient capables de me dire quel outil... Qu'ils soient capables de donner leur opinion, aujourd'hui.  
[...]
- Chercheur :** Puis dans tout ça, s'il y en avait un que tu souhaitais

**Orange :** absolument que les élèves utilisent, ça serait quoi?  
 Bien c'est certain que je veux les voir expérimenter. [...] Faire l'expérimentation, là, s'ils y vont pas naturellement, je vais être déçu. [...] Parce que j'en ai fait beaucoup, parce qu'on a expérimenté, parce que j'avais en tête cette activité-là, donc... [...]

(Entrevue pré-action, lignes 524 à 546)

Il nous semble qu'à travers ses propos, l'enseignant ne se positionne pas de manière explicite sur les perspectives probabilistes fréquentielles ou théoriques. Il parle de faire des essais, d'arriver à des pourcentages, mais à partir de cet extrait, nous jugeons qu'il n'est pas clair si l'enseignant souhaite que les élèves arrivent à ces résultats à partir d'une démarche inscrite dans la perspective probabiliste fréquentielle ou théorique.

### 2.3 La description de l'activité

L'activité, telle qu'elle a été conçue et mise en œuvre par Orange, se divise en trois temps : avant (T1), pendant (T2) et après (T3) le travail avec les outils. Elle est d'une durée de 77 minutes et se déroule sur deux périodes : la première d'une durée de près de 28 minutes, et la seconde, d'une durée d'environ 49 minutes. La figure 17 présente une ligne du temps de cette activité, où sont identifiés les trois temps et les grandes étapes pour chacun de ces temps.<sup>39</sup> Une description des temps et des étapes suit la ligne du temps.

---

<sup>39</sup> Dans la ligne du temps, la longueur des traits utilisés pour représenter les séances et les temps de l'activité est proportionnelle à leur durée respective.

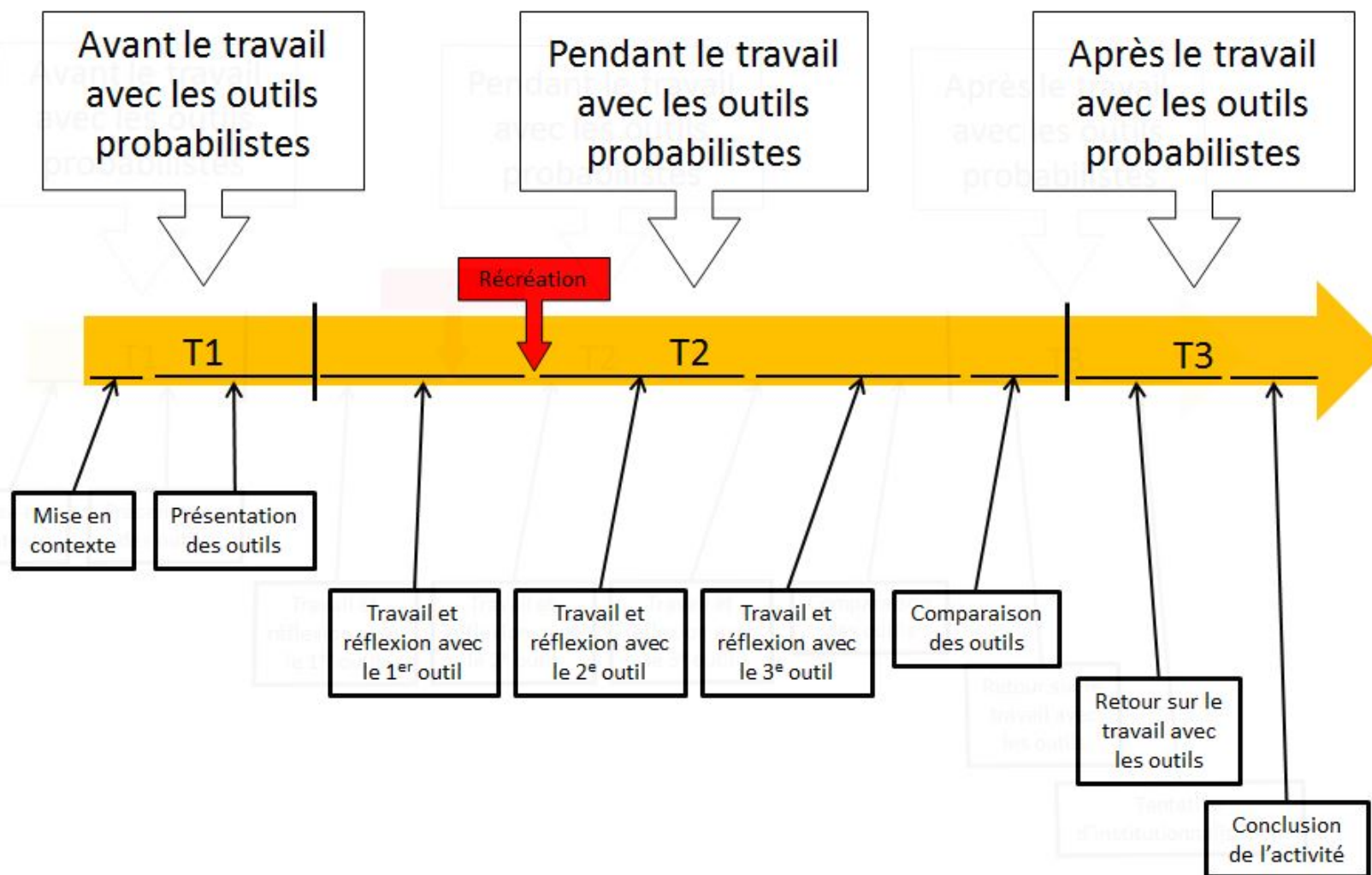


Figure 17. Une ligne du temps de l'activité d'Orange



### 2.3.1 Avant le travail avec les outils

Dans un premier temps, Orange met en contexte et présente l'activité. Ce premier temps est d'une durée d'environ 14 minutes et il se déroule exclusivement en plénière.

Dans la mise en contexte, Orange mène une brève discussion au cours de laquelle il questionne les élèves sur ce que sont les probabilités. Il donne quelques exemples de situations rencontrées par les élèves dans le bloc sur les probabilités et il aborde certains enjeux des jeux de hasard.

Dans la présentation de l'activité, Orange inscrit d'abord celle-ci dans un contexte réaliste. Ainsi, il expose aux élèves que, à la suite de l'identification de l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner, ils auront la possibilité de parier entre un et cinq points boni en employant l'outil choisi. Nous verrons que cette étape finale de l'activité aura lieu le lendemain de notre visite en classe.

Puis, Orange décrit les trois outils, à la fois au regard de leur fonctionnement et de leur manière respective de gagner. Cette présentation se fait en deux vagues. Dans un premier temps, il fait une présentation générale des outils. Dans un second temps, il revient un peu plus en détail sur les caractéristiques et les fonctionnements de chacun d'eux. Nous simplifions ici cette présentation en regroupant les propos tenus par Orange pour chacun des outils. D'abord, Orange présente la paire de dés à quatre faces.

- Orange :** Je vous présente le premier outil. Il s'agit de dés en forme de pyramide, ok, à 4 faces. [...]  
[...]
- Orange :** [...] Et pour lire le résultat, contrairement à un dé à 6 faces... [...] Pour lire le résultat, c'est le chiffre qui est au sommet. Ok? [...]  
[...]
- Orange :** Mes dés, vous allez gagner lorsque vous allez avoir un résultat de 5 en additionnant les 2 dés. Ok? Je lance deux dés, le but, c'est d'obtenir 5. [...]

- Noah :** Le plus haut résultat dessus, c'est quoi?  
**Orange :** Comment?  
**Noah :** Sur les dés là, c'est quoi le plus haut résultat (inaudible)?  
**Orange :** 4. 4 sur un puis 4 sur l'autre.  
**Ève :** Il n'y a pas de 6.  
**Orange :** Ça arrête à 4.

(Enregistrement en classe, lignes 37, 62 à 68)

Orange insiste donc sur le fait que le résultat favorable est la somme de cinq avec les résultats des deux dés. De plus, il explique comment lire le résultat d'un essai réalisé avec un dé à quatre faces et, à travers l'échange avec Noah et Ève, il en profite pour établir une distinction entre le dé à quatre faces et le dé à six faces.

Il présente ensuite la roulette aux élèves à l'aide de deux synonymes ou références, soit « roue de fortune » et « roue chanceuse ».

- Orange :** Vous aurez aussi une roulette, appelle-la la roue de fortune, la roue chanceuse, comme tu veux, qui est séparée avec 3 couleurs : du bleu, du jaune et du rouge. Ça va? [...] Le but, c'est d'obtenir la couleur rouge. Comment vas-tu faire pour obtenir la couleur rouge? Bon, évidemment, une roulette, c'est fait pour? [...] Tourner. Mais celle-là, malheureusement, elle est en papier, puis elle n'est pas sur un axe qui lui permet de tourner. Donc, évidemment, c'est vous qui allez trouver le moyen de la tourner et, normalement, il y a une petite boule qui se promène à l'intérieur, ou il y a une espèce de pointeur qui pointe. Aujourd'hui, on va utiliser la technologie, on a un pointeur laser. Ok? [...] Ça va être de pointer, de trouver le moyen de pointer son laser, ok, en voyant quelle est la couleur que le laser pointe. [...] C'est certain que si je pointe comme ça, bien tiens, je suis dans le jaune. Mais là, c'est moi qui a décidé. Ça veut dire que tu vas devoir placer ta manette stable sur un bureau, et il y a quelqu'un qui va trouver le moyen de tourner la roulette sans tricher, évidemment. Peut-être les yeux fermés. Vous pouvez faire ce que vous voulez avec la roulette [...]. Tu peux faire ce que tu veux. Tu peux la découper si tu veux, tu peux planter un crayon

dans le milieu. Tu utilises la façon que tu veux. Ok?  
Alors, quelle est la possibilité d'obtenir une couleur rouge?

(Enregistrement en classe, lignes 47, 70 à 74)

Dans ses explications, Orange mentionne que les élèves peuvent faire ce qu'ils veulent avec la roulette, notamment la découper ou la trouser au milieu pour y établir un pivot à l'aide d'un crayon afin de pouvoir la faire tourner. Il évoque donc le découpage du disque dans la feuille rectangulaire, et non le découpage des différents secteurs angulaires du disque pour pouvoir comparer leur taille respective. De plus, dans sa démonstration, il fait tourner la roulette et il place le pointeur laser au-dessus de celle-ci. Il donne donc d'une certaine manière un indice important aux élèves. En effet, il propose une stratégie à travers laquelle les élèves pourraient découper la roulette, la faire tourner sur un pivot et utiliser le pointeur laser pour réaliser des essais. Orange oriente donc explicitement le travail des élèves vers une perspective probabiliste fréquentielle d'aborder le problème.

Enfin, pour la bouteille, Orange expose le fait qu'elle contient des billes noires et des billes blanches, mais il omet de préciser la quantité de billes contenues dans la bouteille.

**Orange :** Alors, c'est une bouteille de verre. À l'intérieur de la bouteille... [...] Il y a des billes. Des billes à collier. Combien il y a de billes à collier, moi, je le sais pas, toi, tu le sais pas et malheureusement, j'ai eu beau regarder de tout bord, tout côté, il n'y a pas de petit trou pour qu'on puisse compter à l'intérieur combien qu'il y a de billes. La seule chose qu'on sait, c'est que dans notre cas, par le goulot, on peut voir la couleur. Et dans notre bouteille, je sais qu'il y a [...] des blanches et des noires. Ok? [...] Le but cet après-midi, ce n'est pas de savoir combien qu'il y en a, parce que là, on peut avoir plein de trucs [...]. Tu pourrais l'essayer pour l'expérimenter. La seule chose que tu n'as pas le droit de faire, c'est de la briser ou de décoller le ruban gommé qui est dessus. Ok? Donc, la bouteille.  
[...]

**Orange :** [...] Tu vas gagner quand tu vas obtenir 1 bille noire.  
**Élève invisible<sup>40</sup> :** Comment qu'on fait ça?  
**Élève invisible :** On l'ouvre.  
**Orange :** Tu ne l'ouvres pas. Tu le vois ici, il y a une petite ligne qui te permet de voir. La couleur blanche, on la voit bien. Quand ce n'est pas blanc, c'est parce que c'est noir. Vous regardez comme il faut, ok, vous allez voir blanche ou noire.

(Enregistrement en classe, lignes 49 à 77)

Orange ne divulgue donc pas l'information du nombre de billes contenues dans la bouteille lors de la présentation de cet outil. D'ailleurs, il souligne le fait que le mandat avec la bouteille n'est pas de découvrir le nombre de billes qu'elle contient, mais plutôt de « l'essayer pour l'expérimenter » sans la briser ou la décoller. Il indique également que c'est l'obtention d'une bille noire qui permet de gagner avec cet outil. Enfin, il explique la manière de réaliser un essai avec cet outil.

Enfin, Orange expose le mandat de comparaison des probabilités de gagner dégagées pour chacun des outils. Pour ce faire, il prend appui sur le contexte réaliste de pari de points boni pour justifier le besoin de déterminer l'outil offrant la probabilité la plus élevée de gagner.

**Orange :** Moi, aujourd'hui, je vais te demander, en équipe, ça va être d'essayer, parmi les 3 outils probabilistes, ma bouteille, 2 dés à 4 faces et une roue de fortune, de trouver... [...] lequel des 3 outils, toi, tu crois qui serait le meilleur pour te donner la meilleure chance de gagner. C'est-à-dire que toi, je ne sais pas, tu veux parier 1 point, tu vas devoir déterminer sur quel outil tu serais prêt à parier ton point boni.

(Enregistrement en classe, lignes 56 à 60)

---

<sup>40</sup> Un élève invisible est un élève qui est à l'extérieur du champ de la caméra et qui n'est pas identifié.

En terminant, Orange expose les consignes, le fonctionnement du travail avec les outils et celui du retour sur ce travail.

**Orange :** Donc, vous avez 8 minutes pour échanger, penser, réfléchir, émettre vos hypothèses, et dire qu'est-ce qu'on fait, nous, avec cet outil-là, pour être capables, à la fin, de faire un choix parmi les 3 et de me dire lequel est le meilleur outil sur lequel je serais prêt à parier des points. Ok? Ensuite, vous allez devoir, en équipe, me dire qu'est-ce que vous avez fait et quel est l'outil que vous avez choisi. [...]

(Enregistrement en classe, ligne 87)

### 2.3.2 Pendant le travail avec les outils

Dans le deuxième temps de l'activité, qui est entrecoupé par la récréation<sup>41</sup>, Orange met les élèves au travail avec les outils. Ce deuxième temps est d'une durée d'environ 47 minutes et il se déroule majoritairement en équipes de travail.

Pendant le travail des élèves avec les outils, Orange octroie explicitement, pour chacun des outils et à chacune des équipes, huit minutes pour travailler en équipe avec l'outil, ainsi que deux minutes pour réfléchir aux résultats obtenus avec l'outil et tirer des conclusions sur l'outil. À titre d'exemple, voici un extrait qui présente les consignes données par l'enseignant pour la réalisation du temps de réflexion de deux minutes octroyé aux équipes après leur travail avec le deuxième outil.

**Orange :** On dépose tous, tous, tous les outils, c'est terminé. [...] Donc, vous venez d'expérimenter pendant 8 minutes votre outil. Je vous donne maintenant 2 minutes. Ce n'est pas pour jouer avec les dés, ni la bouteille, ni la manette, ni la roulette. [...] Vous allez partager, essayer de comparer les 2 outils que vous avez utilisés pour voir

---

<sup>41</sup> La récréation survient après le travail et la réflexion avec le premier outil. Au retour, les élèves reprennent l'activité avec le travail et la réflexion avec le deuxième outil, et ainsi de suite.

s'il y en a un qui serait plus avantageux que l'autre à date. De quelle façon on peut s'y prendre? C'est à vous de le déterminer. Je vous donne 2 minutes de discussion. Alors, discutez. [...]

(Enregistrement en classe, ligne 285)

Les introductions aux temps de réflexion qui suivent le travail avec chacun des outils sont très semblables, si ce n'est qu'Orange ne souligne le besoin de comparaison entre les outils que pour les deux derniers temps de réflexion.

Enfin, lorsque toutes les équipes ont travaillé avec les trois outils et qu'un temps de réflexion a été fait après le travail avec chacun d'eux, Orange attribue quatre minutes pour réaliser le mandat de comparaison des probabilités de gagner dégagées pour chacun des trois outils et ainsi, arriver à déterminer lequel offre la meilleure probabilité de gagner.

Durant ce temps de l'activité, à l'exception des courts moments de transition où il s'adresse aux élèves pour faire la rotation des outils utilisés par les équipes ou pour gérer l'alternance entre les temps de travail et de réflexion avec les outils, Orange se déplace d'une équipe à l'autre et ce faisant, il intervient soit auprès de l'ensemble d'une équipe ou directement auprès d'un élève de l'équipe.

Mentionnons aussi que, au moment de la réalisation de l'activité, la classe est organisée en quatre ilots de six ou sept pupitres qui forment des équipes de travail. C'est donc dire que les élèves sont regroupés en quatre équipes, trois de six élèves et une de sept élèves. Remarquons que ces équipes sont hétérogènes : elles contiennent des élèves de différents niveaux mathématiques selon le regard d'Orange. Le tableau 10 présente la composition de ces quatre équipes.

Tableau 10  
La composition des quatre équipes de la classe d'Orange

	É.nondiff		
	É.fort	É.moyen	É.difficulté
Équipe A	–	Adam; Lucas; Coralie; Emy; Elliot	Étienne
Équipe B	Gabriel	Léa; Nathan; Loïc	Anaïs; Théo
Équipe C	Camille; Maélie	Charlie; Noah; Ève	Rosalie
Équipe D	Jacob; Chloé	Alice; Noémie; Zack	Annabelle; Xavier

### 2.3.3. Après le travail avec les outils

Le troisième temps de l'activité est d'une durée d'environ 16 minutes et il se déroule exclusivement en plénière. Orange y demande au porte-parole de chacune des équipes d'exposer quel outil son équipe a retenu, puis de justifier le choix en exposant la démarche, et la ou les stratégies sous-jacentes. Ce faisant, l'enseignant consigne au tableau les principaux éléments de réflexion de chacune des équipes. Trois équipes choisissent la roulette comme outil offrant la meilleure probabilité de gagner tandis que la quatrième équipe choisit la bouteille.

Après ce retour, Orange conclut l'activité avec une tentative d'institutionnalisation des savoirs en jeu. Durant cette dernière, il tente de faire émerger deux questionnements sur le travail avec les outils, il dévoile les probabilités théoriques de gagner avec les outils, il présente l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner et, en terminant, il fait une brève allusion au contexte de pari. Nous reviendrons plus loin sur cette conclusion de l'activité, à

savoir dans la section dédiée aux interventions didactique faites par Orange dans le cadre de l'activité.

## 2.4 Une synthèse de la section

Nos retenons de cette section quatre aspects importants du projet didactique d'Orange. En premier lieu, l'activité constitue un réinvestissement et diffère de l'enseignement habituel d'Orange, dans la mesure où elle ne repose pas sur le manuel.

En deuxième lieu, Orange a choisi d'apporter trois modifications à la ressource didactique. D'abord, il y a l'ajout d'un pointeur laser pour permettre de réaliser des essais avec la roulette, donc de la sortir de la perspective probabiliste théorique pour l'inscrire dans la perspective probabiliste fréquentielle. Il y a également l'ajout d'un contexte de pari de points boni à l'espérance mathématique négative, qui vise à justifier la recherche de l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Enfin, il y a aussi l'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille, que Bleu ne dévoile pas au moment de la présentation de l'activité, et qui vient empêcher de viser le passage de la perspective probabiliste fréquentielle vers la perspective probabiliste théorique en posant une hypothèse sur le contenu de la bouteille à la lumière des essais réalisés. Ces trois modifications ont des conséquences didactiques pour l'activité.

En troisième lieu, un objectif principal et deux objectifs secondaires ont été fixés par Orange au regard de l'activité. Ces objectifs visent à :

- a) Amener les élèves à réaliser des essais avec les outils ainsi qu'à organiser et à consigner les résultats de ces essais dans un tableau de compilation;
- b) Amener les élèves à partir des données issues des essais réalisés avec les outils pour déboucher sur la formulation de probabilités de gagner;
- c) Amener les élèves à exprimer en fractions ou en pourcentages les probabilités de gagner associées aux différents outils.



En quatrième lieu, nous avons fait une description technique de l'activité planifiée et réalisée par Orange. Il en ressort que celle-ci se divise en trois temps. De plus, nous avons montré qu'elle a donné lieu à cinq étapes, à savoir a) la mise en contexte; b) la présentation de l'activité; c) le travail avec les outils; d) le retour sur le travail avec les outils, et e) une tentative d'institutionnalisation des savoirs en jeu.

Dans cette section, nous avons présenté le projet didactique d'Orange, ainsi que les grandes lignes de sa gestion. Dans la section suivante, nous analyserons les interventions didactiques mises en œuvre par Orange dans le cadre de cette activité en les confrontant aux enjeux conceptuels sous-jacents.

### 3. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DURANT L'ACTIVITÉ

Comme nous allons le montrer dans cette section, Orange adopte ce que nous appelons une posture contemplative au regard des enjeux conceptuels à travers les interventions qu'il met en œuvre durant la réalisation de l'activité. Ainsi, il observe et cherche à comprendre le travail des élèves au regard de leurs démarches et de leurs résultats. Dans ce sens, il les interroge pour les amener à expliquer leurs réflexions, démarches et résultats, que ce soit pendant ou après le travail avec les outils. Les interventions qu'il met en œuvre sont rarement de nature péremptoire et, de manière générale, il ne cherche pas à guider ou à orienter le travail des élèves dans le cadre de l'activité. En fait, les interventions d'Orange restent généralement en marge des enjeux conceptuels liés aux outils et à l'activité.

Cette section se divise en trois parties. Dans un premier temps, nous analyserons les interventions faites par Orange pendant le travail des élèves avec les outils probabilistes. Nous verrons qu'Orange évoque régulièrement le nombre d'essais lors du travail des élèves avec les outils. Il semble donc adopter au départ une perspective probabiliste fréquentielle, conformément au projet annoncé. Son questionnement auprès des équipes est en cohérence avec cette approche. Toutefois, contrairement à ce que nous pourrions anticiper, nous

constatons que cette approche n'est pas accompagnée d'une réflexion sur l'enjeu du nombre suffisant d'essais. L'enseignant laisse aussi passer des occasions de faire le pont entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle. Nous qualifions ses interventions de contemplatives puisqu'il reste à l'écart d'une réflexion sur des enjeux conceptuels. Toutefois, nous verrons que, à quelques reprises durant le travail avec les outils, Orange aborde certains enjeux conceptuels lorsqu'il offre des indices aux élèves. Il s'écarte ainsi momentanément de sa posture contemplative, car il ne reste plus en retrait et entre dans les concepts probabilistes.

Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons aux interventions d'Orange lors du retour sur le travail réalisé par les équipes avec les outils et lors de la conclusion de l'activité, durant laquelle il fait une tentative d'institutionnalisation des savoirs en jeu. Durant le retour sur le travail des élèves avec les outils, Orange se place en continuité avec la perspective contemplative adoptée durant le travail avec les outils probabilistes. En effet, il interroge les élèves pour les amener à exposer leurs réflexions, leurs stratégies et leurs résultats au regard de leur travail avec les outils, mais il reste encore une fois en marge des différents enjeux conceptuels sous-jacents. Au moment de conclure l'activité, l'enseignant tente d'institutionnaliser certains savoirs en jeu. Ce faisant, il change de posture, alors qu'il pointe certains enjeux conceptuels et qu'il dévoile la solution de l'activité. Dans un troisième temps, une synthèse de la section sera faite.

### **3.1. Pendant le travail avec les outils**

En ce qui concerne les interventions faites par Orange pendant le travail avec les outils, nous présentons son mode général d'intervention avec l'entrée par le nombre d'essais, les occasions ratées d'établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique, ainsi que les indices offerts aux élèves à travers lesquels l'enseignant aborde certains enjeux conceptuels liés aux outils et à l'activité.

### 3.1.1 *Le mode général d'intervention*

De manière générale durant le travail des élèves avec les outils, Orange se promène d'une équipe à l'autre et il n'arrête pas très longtemps au sein d'une équipe. Il s'adresse le plus souvent à l'ensemble de l'équipe, c'est-à-dire à l'équipe comme à une unité. Sauf dans quelques cas, les échanges entre l'enseignant et un seul élève sont généralement amorcés par les élèves plutôt que par l'enseignant.

Lorsqu'il s'adresse à une équipe, il les questionne sur le nombre d'essais qu'ils ont déjà réalisés ou qu'ils pensent réaliser durant le travail avec les outils. Il leur demande également des justifications entourant le nombre d'essais et toutes les justifications sont acceptées. Parfois, l'enseignant rappelle aux élèves le mandat de comparaison des outils dans le cadre de l'activité. Dans tous les cas, Orange adopte une posture contemplative, alors qu'il les laisse progresser dans leur travail avec les outils sans aborder les enjeux conceptuels qui leurs sont reliés. Or, cette préoccupation liée à l'enjeu du nombre d'essais est directement liée à une intention de l'enseignant dans le cadre de l'activité, ce dont témoigne le discours de l'enseignant dans les entrevues pré-action et postaction.

Le portrait que nous dressons de son mode général d'intervention contribue donc à la caractérisation de la posture que nous avons appelée contemplative car, sur le plan des enjeux conceptuels probabilistes, il reste en retrait.

#### 3.1.1.1 Un questionnement sur le nombre d'essais et la justification des choix associés

Durant l'activité, Orange questionne fréquemment les élèves quant au nombre d'essais réalisés avec les outils, ainsi qu'en lien avec les justifications du choix de ce nombre d'essais. Pendant que les élèves travaillent avec les outils, l'enseignant ne tente pas d'orienter les élèves afin qu'ils augmentent le nombre d'essais ou qu'ils ciblent des nombres d'essais dont la taille est plus stratégique, ni de faire explicitement un lien avec la loi des grands nombres. Il les amène plutôt à expliciter la stratégie de leur équipe : combien

d'essais ont été réalisés et pourquoi. Dans ce sens, il reste en marge des enjeux conceptuels liés à la perspective probabiliste fréquentielle. Les quelques exemples d'échanges suivants montrent Orange qui interroge les élèves au sujet du nombre d'essais, mais qui adopte une posture de questionnement, de reformulation et d'approbation.

Le premier exemple survient au début du travail avec les outils, lors d'un échange entre Orange et les élève de l'équipe A, alors qu'ils travaillent avec la bouteille. Cet échange montre deux visions du nombre d'essais à réaliser au sein de l'équipe : en faire jusqu'à ce que le temps soit terminé ou faire un nombre précis d'essais, soit 25.

- Orange :** Puis combien de coups vous avez prévu faire comme ça? Est-ce que vous avez une idée ou vous allez y aller à l'infini ou...
- Elliot :** (En indiquant le temps restant sur la minuterie.) Bien jusqu'à temps que....
- Adam :** On est déjà rendu à 20.
- Orange :** Ok, puis quand le temps va être écoulé...
- Lucas :** Ouais, c'est ça.
- Orange :** Ok.
- Adam :** On va aller jusqu'à 25.
- Orange :** Pourquoi jusqu'à 25?
- Adam :** (Fait signe qu'il ne le sait pas)
- Orange :** Ok. Adam propose jusqu'à 25. Est-ce que Adam, c'est une bonne...
- Adam :** On est déjà à 20.
- Orange :** Vous êtes déjà à 20. Ce serait tu une bonne proposition 25 ou... Non?
- Étienne :** Bien on le fait jusqu'à temps qu'on aille...
- Orange :** (En interrompant Étienne.) Ok, pensez-y, mais ça vaut la peine d'y penser.

(Enregistrement en classe, lignes 137 à 145)

L'enseignant questionne les élèves sur le nombre d'essais qu'ils pensent faire et il leur demande des justifications. Devant les deux visions du nombre d'essais à réaliser au sein de l'équipe proposées par Elliot et Adam, Orange reformule les positions, peut-être dans le but de les clarifier pour tous les membres de l'équipe. De plus, il souligne que cette réflexion sur le nombre d'essais à réaliser est pertinente (« ça vaut la peine d'y penser »), ce qui pourrait inciter les élèves à poursuivre la réflexion entamée durant l'échange sur le

nombre d'essais à réaliser avec cet outil. Par contre, il ne se positionne par rapport à l'une ou l'autre des possibilités, c'est-à-dire qu'il ne tranche pas réellement.

Le deuxième exemple s'appuie sur un échange dans lequel Orange questionne à nouveau les élèves de l'équipe A, mais cette fois quant au nombre d'essais qu'ils pensent réaliser avec la paire de dés, qui est le troisième et dernier outil avec lequel ils travaillent.

**Orange :** Les 2 dés. Donc, vous devez lancer 2 dés puis obtenir?  
**Adam :** Le 5.  
**Orange :** Le 5. Alors, exécutez-vous. Ça va? Combien de fois vous allez le faire, avez-vous une idée?  
**Élève invisible :** 10 fois.  
**Orange :** 10, ah oui? Ok.

(Enregistrement en classe, lignes 341 à 345)

Après avoir récapitulé le fonctionnement et la manière de gagner avec cet outil, Orange questionne l'équipe sur le nombre d'essais qu'ils réaliseront. Devant la réponse d'un élève (ce sera 10 essais), Orange ne demande aucune justification et accueille la réponse sans relance.

Le troisième exemple survient quelques instants plus tard, alors qu'Orange revient voir l'équipe A et qu'il vérifie combien d'essais ont été faits par les élèves. Cependant, contrairement à la première fois, Orange demande à l'équipe de justifier le choix du nombre d'essais.

**Orange :** (À l'équipe A) Ça donne quoi, ça?  
 [...]  
**Orange :** Ça donne 4. Là, Lucas, l'as-tu compilé celui-là? Il ne faut pas oublier, il ne faut pas oublier. Là, vous êtes rendus à combien de tentatives?  
**Elliot :** 16?  
**Orange :** Le savez-vous?  
**Elliot :** 15? 16?  
**Orange :** Faudrait que vous vous entendiez là-dessus.

**Elliot :** Attends. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17.  
**Orange :** Ok, vous vous rendez à combien?  
**Elliot :** 20.  
**Orange :** 20. Il y a tu une raison pourquoi 20?  
**Elliot :** Non.  
**Orange :** Non, ok.

(Enregistrement en classe, lignes 381 à 395)

Après avoir insisté sur l'importance de compiler tous les essais (« Là, Lucas, l'as-tu compilé celui-là? Il ne faut pas oublier, il ne faut pas oublier »), il questionne les élèves sur le nombre d'essais qu'ils réalisent avec la bouteille (un élève dit que ce sera 10 essais). Orange demande à l'équipe de justifier ce choix. Il n'obtient aucune justification de la part de l'équipe et il accepte cette réponse sans relance.

Le quatrième exemple survient lors d'un échange dans lequel Orange interroge l'équipe C sur le nombre d'essais qu'ils pensent réaliser avec la paire de dés, qui est le troisième et dernier outil avec lequel ils travaillent. Cet exemple a ceci de particulier que l'équipe C ne dit pas chercher à faire un nombre précis d'essais, mais plutôt à en faire le plus possible dans le temps imparti pour leur travail avec cet outil.

**Orange :** Vous êtes rendus à combien de coups?  
**Charlie :** (Elle compte) [...] 14.  
**Orange :** Ok. (En incluant un nouvel essai réalisé) Et là, vous êtes rendus à 15. Combien de fois vous vouliez faire votre expérience?  
**Charlie :** Je n'en ai aucune espèce d'idée.  
**Orange :** Noah, combien de fois vous vouliez faire l'expérience?  
**Noah :** Je ne sais pas...  
 [...]  
**Charlie :** Jusqu'à temps que le temps soit écoulé.  
**Orange :** Ok, vous n'avez pas de nombre exact.  
**Charlie :** Non.  
**Orange :** Ok. (Il se dirige vers une autre équipe.)

(Enregistrement en classe, lignes 415 à 426)

Orange accueille donc sans relance cette réponse voulant que l'équipe fasse des essais jusqu'à ce que le temps disponible soit écoulé. Nous pouvons penser que cette réaction de l'enseignant s'explique par le fait que cette idée d'accumuler un maximum d'essais avec l'outil lui apparaît comme une stratégie cohérente employée par les élèves de l'équipe, étant donné qu'elle fait directement écho à l'idée de quantité nécessaire d'essais (il en faut toujours plus) qu'il évoque au moment de l'entrevue pré-action. Cela dit, la réaction d'Orange constitue peut-être simplement un autre indice de son mode d'intervention général, dans lequel il est contemplatif et il reste en marge des enjeux conceptuels.

Le cinquième exemple s'appuie sur un échange dans lequel Orange questionne les élèves de l'équipe D quant au nombre d'essais qu'ils pensent réaliser avec la bouteille, qui est le troisième et dernier outil avec lequel ils travaillent. La particularité de cet exemple réside dans la justification du choix du nombre d'essais offert par l'équipe, qui est le même que le nombre d'essais réalisés avec un autre outil.

- Orange :** Combien de fois vous avez l'intention de faire ça, vous autres?  
**Alice :** 21.  
**Orange :** 21 fois. Pourquoi 21?  
**Zack :** Comme le premier, pour mieux comparer.  
**Orange :** Ok, comme la première expérience, avec les dés. Là, vous êtes rendus à combien de coups, il y a tu quelqu'un qui...  
**Chloé :** 14.  
**Orange :** Ok, parfait, vous êtes bien partis. Ne lâchez pas.

(Enregistrement en classe, ligne 375 à 381)

Cet extrait nous montre que l'enseignant approuve explicitement l'idée d'accumuler des quantités égales d'essais avec les différents outils. Cette stratégie employée par les élèves de l'équipe doit lui sembler cohérente, puisqu'elle fait directement écho à l'idée de nombres stratégiques d'essais qu'il a évoquée au moment de l'entrevue pré-action.

### Ce que nous retenons...

En somme, Orange intervient généralement en lien avec la question du nombre d'essais et son mode d'intervention général consiste à questionner les élèves sur leur travail et à les laisser progresser. Tout se passe comme si l'enseignant aborde la question du nombre d'essais à réaliser ou déjà réalisés, mais ne se positionne pas, comme si toutes les raisons invoquées par les élèves étaient acceptables pour lui pour justifier ce nombre d'essais (en faire le plus possible, utiliser n'importe quel nombre, utiliser le même nombre avec les différents outils). Dans certains exemples, l'enseignant souligne l'importance de compiler les essais ou de s'assurer que quelqu'un garde le compte du nombre d'essais réalisés. Comme ces interventions nous semblent assez périphériques aux enjeux conceptuels liés aux nombres d'essais, nous considérons qu'elles sont cohérentes avec son mode général d'intervention, par lequel il adopte une posture contemplative et il reste en marge des enjeux conceptuels.

#### 3.1.1.2 Un rappel du mandat de comparaison des outils

À quelques reprises durant le travail des élèves avec les outils, Orange fait des interventions par lesquelles il semble vouloir faire un rappel du mandat de comparaison des outils dans le cadre de l'activité. En ce sens, il amène les élèves à exposer et à comparer les essais réalisés avec deux ou trois outils. À titre d'exemple, portons notre attention sur un échange survenu au sein de l'équipe A, durant lequel Orange amène les élèves à comparer les essais réalisés avec deux outils. Dans celui-ci, ce sont les résultats obtenus avec le premier et le deuxième outil avec lequel l'équipe a travaillé, à savoir la bouteille et la roulette, qui sont discutés.

**Orange :** Donc, vous avez fait combien d'essais?  
**Adam :** 10.  
**Orange :** Ok, vous avez obtenu quoi?  
**Lucas :** 5 sur 10.  
**Orange :** 5 sur 10. Rouge?  
**Lucas :** Oui.



- Orange :** Ok. Par rapport à l'autre, tout à l'heure, vous aviez quel outil?
- Elliot :** La bouteille.
- Orange :** La bouteille, ok. La bouteille, vous en étiez où, Coralie?
- Coralie :** Bien la bouteille, on a eu 26 blanches puis 10 noires.
- Orange :** Ok. Par rapport aux 2, est-ce qu'il y a quelque chose qui vous semble meilleur que l'autre? Discutez-en entre vous, ok, vous devez essayer de trouver. [...]

(Enregistrement en classe, lignes 285 à 295)

Orange intervient d'abord pour amener les élèves à exposer les résultats respectivement obtenus avec les deux outils. Puis, il amène les élèves à comparer ces résultats dans le cadre de ce moment de réflexion sur le travail réalisé avec le deuxième outil. En d'autres mots, Orange cherche à guider le travail de l'équipe sur la comparaison qui doit être menée entre les probabilités de gagner associées à chacun des outils et, pour ce faire, il invite les élèves à prendre appui sur les essais réalisés jusqu'à ce moment. Il réintroduit donc la question que les élèves auront à traiter en fin de compte (la comparaison des outils), mais sans se positionner dans un sens ou dans l'autre.

D'ailleurs, il convient de souligner que, à quelques reprises durant le travail avec les outils, Orange fait de telles interventions pour amener les élèves à comparer les conclusions liées aux probabilités de gagner liées à deux ou trois des outils, notamment en ce qui a trait aux résultats obtenus à travers des essais réalisés avec les différents outils. Ces interventions surviennent toutes lors des quelques minutes de réflexions qui suivent le travail avec deux, puis trois outils.

Ce qu'il faut retenir de l'ensemble de ces exemples, c'est que la ligne directrice des interventions d'Orange est liée à un questionnement quant au nombre d'essais que les élèves pensent réaliser ou qu'ils ont déjà réalisés durant le travail avec les outils. Dans certains cas, c'est un élève qui avance de lui-même une justification pour le choix du nombre d'essais. Sinon, Orange demande la plupart du temps à l'équipe de justifier le choix du nombre d'essais, mais il ne le fait pas systématiquement. Lorsqu'il le fait, soit il obtient

une justification et il ne la questionne pas, soit il n'obtient pas de réponse et il accepte celle-ci sans relance. Dans tous les cas, Orange questionne et ne réfute pas; il obtient des informations et cherche des justifications conscientes pour les choix faits par les élèves, mais il ne les remet pas en doute. En d'autres mots, ses interventions relatives aux nombres d'essais sont cohérentes avec la perspective contemplative, dans le sens qu'il reste en marge des enjeux conceptuels, que celles-ci visent à exposer et à justifier le nombre d'essais réalisés ou pour rappeler le mandat de comparaison des outils à travers les différents résultats obtenus.

### 3.1.1.3 Les intentions d'Orange sur l'enjeu du nombre d'essais

L'importance accordée par Orange à l'enjeu du nombre d'essais dans le cadre de l'activité transparait du discours qu'il tient, à la fois en amont et en aval de l'activité, au sujet de ses intentions au regard de l'activité. En effet, il mentionne dès l'entrevue pré-action que les élèves ont été amenés à discuter de cet enjeu durant la réalisation du bloc sur les probabilités vécu en amont de l'activité.

**Orange :** On a fait l'expérience, bien je n'avais pas le choix, moi, de les enligner en disant: «On va faire des expériences», alors on a fait des expériences aléatoires... [...] Avec un paquet de cartes, avec un gros paquet de cartes, un petit paquet de cartes, une pièce de monnaie, avec un dé. Puis là, je leur disais comment on pourrait faire... Alors je les ai amenés à faire des essais le plus possible... Combien de fois, 5 c'est tu assez? Ah non, on trouve que ce n'est pas beaucoup. 10? 20? On pourrais-tu en faire 100? Oui, mais on manquerait de temps? [...]

(Entrevue pré-action, lignes 384 à 388)

Dans les entrevues pré-action et postaction, Orange traite de cet enjeu, notamment en abordant l'idée de la quantité nécessaire d'essais (il en faut toujours plus), ainsi que l'idée de la quantité stratégique d'essais (le nombre d'essais pouvant faciliter, pour les

élèves, la comparaison et la conversion des probabilités vers des expressions en pourcentages ou en fractions). Cependant, Orange dit qu'il faut toujours plus d'essais, mais il ne dit pas explicitement pour quelle raison. Par exemple, il pourrait souhaiter toujours plus d'essais pour augmenter le niveau de certitude associé à la probabilité fréquentielle de gagner ou encore pour rapprocher la probabilité fréquentielle de la probabilité théorique. Comme nous pouvons le voir dans l'extrait suivant, Orange mentionne qu'il souhaite intervenir au regard de cet enjeu du nombre d'essais durant l'activité, mais sans chercher à prescrire ou à orienter le travail des élèves et le nombre d'essais à réaliser.

**Orange :** Ça va être de dire, en 3 minutes, vous avez fait combien d'essais? On en a fait 10. Bien pensez-vous que c'est assez pour... Ça va être de les amener à... [...] Je ne leur dirai pas : « Bien là, à 10, tu n'as pas assez, rends-toi à 20-25... » [...] Ou encore, on va en faire 13. Là, après ça, tu te compliques la vie... [...] si tu le mets sur 13, là, tu ne te rends pas sur 20 ou sur 25, donc ça va tout être... [...] Ou: « Faites 25 fois celle-là puis faites 10 fois celle-là, cet outil-là ».

(Entrevue pré-action, ligne 620 à 630)

Dans ces propos, il nous semble qu'Orange annonce à mots couverts son mode d'intervention privilégié durant le travail sur les outils probabilistes alors qu'il souligne ne pas vouloir orienter explicitement les élèves sur ce qui constitue, selon lui, un nombre d'essais suffisant (en avoir suffisamment) ou stratégique (ne pas se compliquer la vie). Ces deux aspects de l'enjeu du nombre d'essais semblent tout aussi importants pour Orange, qui les aborde toujours conjointement. Nous pouvons penser que l'idée de suffisance du nombre d'essais qui est présente dans le discours d'Orange fait implicitement référence à la loi des grands nombres.

Toutefois, on peut se questionner quant aux préoccupations qui guident l'enseignant à attribuer une telle importance à l'obtention d'un nombre d'essais qui facilite la comparaison ou la conversion vers les notations en pourcentage ou en fraction. Est-ce à mettre en relation avec des enjeux conceptuels qui ne sont pas d'ordre probabiliste et qui

sont plutôt relatifs au raisonnement proportionnel, aux fractions et au pourcentage? Ou encore est-ce qu'Orange, qui souhaite que les élèves puissent se concentrer sur la compréhension de la probabilité, a le souci de ne pas perdre les élèves à cause de calculs difficiles tant dans les décimaux que dans les fractions? Sans que cela ne nous permette de trancher de manière définitive, il a été vu qu'Orange accorde une grande importance aux enjeux conceptuels liés aux fractions dans le cadre de l'activité, notamment dans un des objectifs de l'activité, ce qui pourrait donner un certain crédit à la première hypothèse. Nous verrons également que l'importance accordée à la fraction se confirme dans la gestion que fait Orange du retour sur le travail et de la conclusion de l'activité.

Enfin, au moment de l'entrevue postaction, Orange mentionne une déception à l'égard de l'enjeu du nombre d'essais. En effet, il se dit déçu du travail fait par les élèves au regard de leurs nombres essais, qui se sont avérés petits et peu stratégiques.

**Orange :** Bien je te dirais que ce que j'ai vu me satisfait, mais je m'attendais à voir plus d'élèves faire des essais plus... Je ne sais pas moi, sur 10 ou sur 20 ou sur 30 parce qu'on... Je les avais amenés à ça sans jamais leur dire: « Il faut que tu en fasses 20 », ou le plus possible évidemment, mais que tu sois capable de le remettre en fraction irréductible puis si t'arrêtes à 11, là tu vas avoir de la difficulté rendu à 7 sur 11.

(Entrevue postaction, lignes 122 à 124)

Comme au moment de l'entrevue pré-action, Orange dit qu'il n'a pas cherché à orienter explicitement les élèves vers la question du nombre d'essais. Il semble aussi indiquer que l'intention cachée derrière l'importance accordée au nombre d'essais est leur transformation en fraction irréductible. Toutefois, il semble y avoir une confusion chez Orange au sujet du sens de la fraction irréductible, car  $\frac{7}{11}$  est une fraction irréductible et pourtant, elle ne semble pas le satisfaire.

Par ailleurs, comme dans l'entrevue pré-action, deux idées ressortent du discours de l'enseignant au sujet de la question du nombre d'essais, à savoir (a) l'idée de la quantité nécessaire d'essais (il en faut toujours plus) et (b) l'idée de la quantité stratégique d'essais (le nombre d'essais pouvant faciliter pour les élèves la comparaison et la conversion des probabilités vers des expressions en pourcentages ou en fractions irréductibles). Cependant, le mode général d'intervention d'Orange et les interventions qu'il met en œuvre durant le travail des élèves avec les outils ne l'amène pas à aborder ces deux aspects liés à l'enjeu conceptuel du nombre d'essais.

### *3.1.2 Des occasions manquées de relier les perspectives probabilistes*

En intervenant auprès des équipes durant le travail avec les outils, Orange ne saisit pas les occasions qui auraient été propices pour établir un pont entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle. Dans ce contexte, nous verrons que les interventions d'Orange s'inscrivent en cohérent avec sa posture contemplative, car il reste en marge de cet important enjeu conceptuel.

La relation entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique se trouve au cœur de l'activité réalisée par Orange, et ce, pour deux raisons. D'une part, il constitue un des enjeux conceptuels fondamentaux de la ressource didactique à partir de laquelle Orange a élaboré l'activité. Les outils qui la composent visent à forcer le recours – en complémentarité ou non – aux perspectives probabilistes fréquentielle et théorique pour arriver à dégager les probabilités de gagner qui leur sont associées. D'autre part, cet enjeu fait en quelque sorte écho aux objectifs fixés par Orange dans le cadre de l'activité. En effet, Orange souhaite voir les élèves faire des essais avec les outils, puis partir des données et arriver à prendre position relativement aux probabilités de gagner qui se dégagent des outils. Toutefois, comme indiqué plus haut, le lien entre le fréquentiel et le théorique reste implicite dans le discours d'Orange.

Dans le cadre de l'activité, nous considérons que la réalisation, la compilation et l'interprétation de données issues d'essais réalisés avec la roulette et la paire de dés pour arriver à dégager les probabilités de gagner qui leur sont associées et peuvent mener à établir un lien entre les perspectives probabiliste fréquentielle et le théorique. Pourtant, par ses interventions, Orange n'établit pas de lien entre ces deux perspectives probabilistes durant la réalisation de l'activité, ni pendant ni après le travail avec les outils. L'enseignant rencontre plusieurs occasions de mettre en relation les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique pendant le travail des élèves avec les outils, mais il les laisse passer et reste en retrait de cet enjeu probabiliste. Pour ce qui est de la bouteille, il a été vu que l'omission du nombre de billes contenues dans la présentation de cet outil au début de l'activité empêche l'établissement de ce pont, car il devient impossible de partir des essais réalisés pour arriver à énoncer une hypothèse quant à la composition de la bouteille.

Regardons trois exemples d'échanges constituant des occasions qui auraient pu être propices à l'établissement d'un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et le théorique avec la paire de dés et avec la bouteille.

Le premier exemple survient dans un échange impliquant l'équipe C, qui travaille avec la roulette, leur premier outil. Dans ce contexte, Orange questionne les élèves sur ce qui ressort de leur travail, ce qui débouche sur deux remarques de la part des élèves. La première réflexion s'appuie sur une perspective probabiliste théorique et vise l'analyse des dimensions des secteurs angulaires de la roulette pour arriver à déterminer la proportion des secteurs angulaires rouges. La seconde réflexion s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle et implique la prise en considération des résultats des essais réalisés avec l'outil.

- Orange :** Alors, qu'est-ce que vous en ressortez, de votre roulette?  
**Camille :** Le rouge, il sort plus que les autres couleurs.  
**Charlie :** Oui.  
**Orange :** Bien êtes-vous capables de me donner une preuve de ça ou... (À Charlie) Oui?  
**Charlie :** Bien parce qu'il y a une grande partie de rouge, puis les

- autres sont séparés en plus petites...
- Orange :** Ok, puis si on ne se fie pas aux parties? Vous, vos expériences ont donné quoi?
- Maélie :** Parce que c'est arrivé... Nous, on a eu 1, 2, 3, 4, 5, 6 fois. Puis les autres, on a eu 1, 2, 3, 4 fois. Puis l'autre, on a eu 3 fois.
- Orange :** Ok, vous pourriez m'exprimer ça comment, ça?
- Maélie :** Bien que le...
- Ève :** On a plus de chances de prendre la couleur rouge que les autres couleurs.
- Maélie :** On a eu 6 tiers.
- Orange :** Maélie, elle dit 6 tiers. Êtes-vous d'accord avec elle?
- Charlie :** Non.
- Maélie :** Pas 6 tiers, 6 treizièmes.
- Orange :** Ah, 6 treizièmes. Ok, vous avez obtenu 1 rouge 6 fois sur 13. Ok, parfait.

(Enregistrement en classe, lignes 182 à 196)

Dans cet échange, Orange ne cherche pas à établir de lien entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle, alors même que des stratégies sous-jacentes aux deux perspectives sont évoquées par les élèves. Il demande même explicitement aux élèves de ne pas tenir compte de la stratégie inscrite dans la perspective probabiliste théorique (« si on ne se fie pas aux parties ») pour centrer leur réflexion sur les résultats des essais, la stratégie basée sur une perspective probabiliste fréquentielle. En fonction de l'importance qu'il accorde aux enjeux conceptuels liés aux fractions, il est possible de croire qu'il cherche à les amener à exprimer les résultats de leurs essais sous forme de fraction (« vous pourriez m'exprimer ça comment »). À travers cet échange, l'enseignant oriente explicitement les élèves vers la recherche de la probabilité fréquentielle de gagner – possiblement exprimée sous forme d'une fraction – en analysant les essais réalisés avec la roulette. Dans ce sens, l'enseignant reste cohérent avec son mode d'intervention général, par lequel il questionne les élèves sur le nombre d'essais, sans se positionner, tout en ignorant le début de raisonnement inscrit dans la perspective probabiliste théorique qu'expose un des élèves.

Par ailleurs, la particularité de cet échange réside dans le fait qu'Orange cherche à réfuter les propos d'une élève, ce qui s'avère très rare. Dans l'échange, Orange ne s'oppose à aucun des différents arguments exposés par les élèves, semblant accepter l'ensemble des affirmations faites par les élèves comme justes et pertinentes. Toutefois, il cherche soudainement à corriger l'erreur commise par Maélie dans l'expression en fraction des résultats obtenus. Pour ce faire, l'enseignant relance donc l'idée que celle-ci a exprimée (six tiers) au reste de l'équipe, comme s'il souhaitait que ce soient les élèves qui viennent la réfuter plutôt que lui-même. Orange viendra ensuite reprendre et reformuler la correction émise par Charlie. Cela dit, l'erreur est factuelle et elle porte sur le concept de fraction, un contenu mathématique utile à la réalisation de l'activité, mais qui n'est pas directement relié aux objectifs de cette activité. Dans ce sens, l'enseignant ne dévie pas de son mode général d'intervention, qui est de rester contemplatif au regard des enjeux conceptuels centraux de l'activité.

Le deuxième exemple est issu d'un échange entre les membres de l'équipe D. Ces derniers travaillent avec leur premier outil, à savoir la paire de dés à quatre faces. Orange constate qu'au sein de l'équipe, deux stratégies émergent en parallèle : Alice et Annabelle ont fait des arbres des probabilités, tandis que le reste de l'équipe a fait des essais avec l'outil.

- Orange :** Ici?
- Alice :** On a fait 21 lancers, puis on a eu 5 fois 5, puis on a eu 16 fois 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
- Orange :** Ok.
- Alice :** Pas de 5, là. Puis j'ai fait un arbre des probabilités, puis c'est 4 sur 16...
- Orange :** [...] Vous êtes 2 à avoir fait l'arbre des probabilités, vous arrivez à 4 sur 16.
- Élève invisible :** Oui, mais c'est parce qu'ils n'ont pas suivi.
- Orange :** Ok, donc les filles se sont [...] comme dissociées un peu de l'équipe. [...] Ok, Alice l'a fait. Il y a Annabelle... Donc, pour la prochaine expérience, les filles, je vais vous demander que tout le monde suive puis qu'après, en équipe, si vous avez une autre solution à proposer,



- que vous le regardiez. Ok?
- Annabelle\*<sup>42</sup>** : C'est parce que c'est ça qui est logique parce que des fois, ça peut changer.
- Orange** : Oui. Ok. [...] (En s'adressant à Annabelle) Alors toi, avec ton arbre des probabilités, t'arrives à 4 sur 16. Puis toi... En faisant vos expériences, vous arrivez à 5 sur 21.
- Chloé** : Oui.
- Orange** : Ok.
- Chloé** : Mais c'est parce que pendant qu'ils faisaient l'arbre, ils ont, genre, pas suivi.
- Orange** : C'est certain. Donc, pour la prochaine expérience, vous allez tout le monde participer. Ok.

(Enregistrement en classe, lignes 196 à 208)

À travers cet échange, Orange aurait pu chercher à établir un pont entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle à partir de ce double travail réalisé par l'équipe D avec la paire de dés (des essais et des arbres de probabilités). Cependant, plutôt que de tenter d'établir ce lien entre les perspectives probabilistes sous-jacentes aux deux démarches, Orange intervient dans un registre psychopédagogique en demandant aux membres de l'équipe de travailler de concert. Pourtant, le fait que certains élèves aient réalisé des essais et que d'autres aient élaboré des arbres des probabilités offrait à Orange la possibilité d'exploiter une des richesses de la paire de dés, soit son inscription conjointe dans les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle. Cela dit, il se contente d'accueillir les propos des élèves et de redire les résultats obtenus par les différents élèves avec leurs stratégies respectives.

Le troisième exemple repose sur un échange entre Orange et les membres de l'équipe D, alors que ces derniers tentent d'interpréter les résultats obtenus avec la bouteille. Annabelle affirme qu'il n'est pas possible de calculer la probabilité de gagner avec la bouteille, car les quantités de billes noires et blanches contenues dans cet outil sont inconnues.

---

<sup>42</sup> Dans la présentation des extraits de verbatim, l'utilisation de l'astérisque à la suite d'un prénom indique que l'élève en question est jugé en difficulté en mathématiques.

- Orange :** Qu'est-ce que vous dégagez suite de la bouteille?  
**Chloé :** ...plus de chances à du blanc, mais...  
**Annabelle\* :** On ne peut pas vraiment calculer parce qu'on ne sait pas combien y a de billes.  
**Alice :** Bien oui, regarde, 3 sur 21.  
**Annabelle\* :** Mais oui, mais on ne sait pas combien il y a de billes noires puis combien il y a de billes blanches.  
**Orange :** Ok, ce qu'Annabelle dit, est-ce que ça peut avoir du bon sens? Elle dit « on ne sait pas combien qu'il y a de billes de chaque couleur ».  
**Annabelle\* :** Bien on se dit pas mal qu'il y a 1 noire.  
**Orange :** Ok.  
**Jacob :** Peut-être qu'il y a plus de blanches que de noires parce que...  
**Orange :** Peut-être. Vous êtes arrivés à quoi, là?  
**Chloé :** 3 noires sur 21.  
**Orange :** 3 noires sur 21, ok.  
**Jacob :** 18 blanches.  
**Orange :** 18 blanches, parfait. 3 chances sur 21, vous, trouvez-vous que c'est beaucoup?  
**Jacob :** Non.  
**Orange :** Non.

(Enregistrement en classe, lignes 438 à 453)

La remarque d'Annabelle fait directement référence à l'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille dans la présentation de l'activité par Orange. En effet, cette information manquante empêche le passage de la perspective probabiliste fréquentielle à la perspective probabiliste théorique, car il n'est pas possible de partir des essais réalisés pour arriver à énoncer une hypothèse quant à la composition de la bouteille et donc, relativement à la probabilité théorique qui lui est associée. Cela dit, si le calcul de la probabilité théorique de gagner avec la bouteille reste impossible, car le dénombrement des cas possibles et des cas favorables n'est pas réalisable, la probabilité fréquentielle associée à cet outil peut être dégagée à travers la réalisation d'un nombre suffisant d'essais.

En considération des essais réalisés avec la bouteille (3 billes noires sur 21 essais), les propos de Jacob (la bouteille contient plus de billes blanches que de billes noires), ouvrent sur l'exploration et l'interprétation des résultats d'essais réalisés avec la bouteille pour arriver à dégager une probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille. Cependant, le raisonnement menant au passage entre les résultats des essais réalisés et la composition potentielle de la bouteille que fait Annabelle lorsqu'elle affirme : « la bouteille ne contient qu'une seule bille noire » n'est pas possible puisque le nombre de billes contenues dans la bouteille n'est pas connu.

Les réflexions de ces élèves font écho à des enjeux comme la relation entre les résultats obtenus avec la bouteille et son contenu, ainsi que le rôle des essais et l'effet du nombre d'essais pour arriver à dégager la probabilité de gagner qu'offre cet outil. Sans aller de ce côté, Orange questionne et reformule, puis amène les élèves à interpréter les probabilités que semblent représenter les résultats obtenus (« trouvez-vous que c'est beaucoup? »). Il reste donc encore une fois en retrait par rapport aux enjeux conceptuels, que ce soit par rapport au raisonnement de Jacob, qui tente de donner un sens aux résultats des essais, ou au regard du glissement dans le raisonnement d'Annabelle, qui pose une hypothèse sur la composition de la bouteille sans que les paramètres de l'activité le permettent.

À la lumière de ces trois exemples, comment interpréter le choix d'Orange de ne pas aborder les liens possibles entre les deux perspectives probabilistes alors que de riches occasions pour le faire se présentent? Est-ce parce qu'il ne repère pas ces occasions? Est-ce qu'il ne veut pas ou ne peut pas les exploiter, notamment en raison d'une difficulté conceptuelle en lien avec les probabilités? Ou encore, peut-être trouve-t-il cela trop compliqué pour les élèves? Dans un cas comme dans l'autre, nous verrons dans une section subséquente que, au moment du retour, Orange ne cherchera pas à établir de lien entre les deux perspectives probabilistes. Il y rencontrera de nouvelles occasions offrant un riche potentiel pour mettre en lumière cet enjeu mais, encore une fois, ses interventions l'amèneront à rester en marge de cet enjeu conceptuel lié à l'activité.

### *3.1.3 Des indices pour aborder des enjeux conceptuels inhérents à l'activité*

Nous avons vu qu'à travers la perspective qu'il adopte, Orange reste en marge des enjeux conceptuels reliés au nombre d'essais et manque plusieurs occasions d'établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Quelques exemples ont été présentés pour illustrer ce propos. Toutefois, l'enseignant aborde parfois des enjeux conceptuels, même si ces moments sont sporadiques dans l'ensemble. Il convient donc quand même de s'y intéresser.

Orange fournit quelques indices en lien avec des enjeux conceptuels durant le travail des élèves. Ces indices sont liés à la reconnaissance d'évènements aléatoires composés avec la paire de dés, à la présomption d'équiprobabilité avec la roulette, à l'anticipation de la conception probabiliste de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements, ainsi qu'à certaines conditions de réalisation d'une expérience aléatoire. Dans tous ces cas, Orange s'écarte de sa posture contemplative.

#### *3.1.3.1 La reconnaissance d'évènements aléatoires composés*

Un premier exemple d'échanges dans lesquels Orange donne un indice aux élèves est lié à la reconnaissance d'évènements aléatoires composés avec la paire de dés. Dans cette situation, il fournit un indice lors d'un échange avec Annabelle, qui travaille au sein de l'équipe D. Celle-ci a élaboré un arbre des probabilités pour arriver à identifier tous les cas possibles avec la paire de dés, mais elle se questionne sur le nombre de cas favorables (voir la figure 18). Durant l'échange, Annabelle et Orange pointent différents éléments dans le cahier, notamment les couples 1-4 et 4-1, qui sont encadrés, car leur somme est 5.

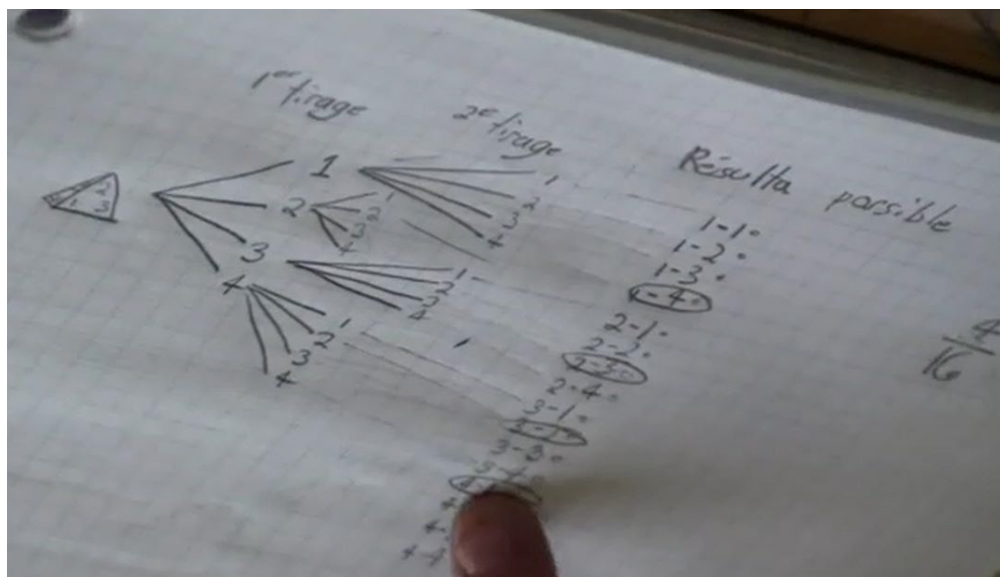


Figure 18. L'arbre des probabilités d'Annabelle

Le travail d'Annabelle est très détaillé. En effet, elle a d'abord fait une représentation du dé à quatre faces, puis elle a élaboré l'arbre des probabilités avec les résultats du premier tirage et du deuxième tirage, qui sont explicitement identifiés. Elle a ensuite listé tous les résultats possibles, placés en colonne, et encerclé les cas favorables. Enfin, elle a formulé sous forme d'une fraction la probabilité théorique de 4 sur 16 d'obtenir la somme de 5, dégagée à partir de sa stratégie de l'arbre des probabilités. Toutefois, étant donné que les 4 cas possibles identifiés comme pouvant donner une somme de 5 sur les 16 se regroupent en deux cas réciproques où l'un est l'inverse de l'autre, l'élève se demande s'il y a 2 ou 4 cas favorables. L'échange a donc été amorcé par une question précise de l'élève.

- Annabelle\*** : (En indiquant des éléments dans son arbre des probabilités.) Parce qu'ici, c'est tous nos résultats qui donnent 5.
- Orange** : Oui.
- Annabelle\*** : Mais c'est 1-4 et 4-1; 3-2 et 2-3. Ça veut dire qu'il y en a tu 2 ou il y en a 4?
- Orange** : Alors, ton premier dé, il indiquait 1 puis l'autre, il indiquait 4. Puis l'autre...
- Annabelle\*** : 4, 1.

- Orange :** Ah, est-ce que c'est la même chose?  
**Annabelle\* :** Oui.  
**Orange :** Mais est-ce que c'était le même dé? (Annabelle fait signe que non.) Non. Donc...  
**Annabelle\* :** Ah, ok, c'est 4 sur 16.

(Enregistrement en classe, lignes 175 à 182)

En partant de l'exemple de 1-4 et 4-1, deux cas réciproques d'un évènement aléatoire composé, Orange indique à Annabelle qu'avec le premier couple, le 1 a été obtenu avec le premier dé et le 4, avec le deuxième dé. Puis, il questionne Annabelle à propos du deuxième couple en lui demandant si « c'est la même chose ». Cette question est floue, alors que « la même chose » peut avoir plusieurs significations. Il précise d'ailleurs son questionnement en lui demandant : « est-ce que c'était le même dé »? Cela nous laisse croire qu'il veut amener l'élève à constater que les deux couples doivent être considérés comme des cas distincts. Il donne donc un indice à Annabelle lié à la confusion entre des évènements simples et composés (parfois nommée biais d'équiprobabilité). Au bout du compte, Orange intervient dans cet échange au regard d'enjeux conceptuels inhérents à la paire de dés. Ainsi, même s'il ne lui donne pas explicitement la réponse à sa question, il guide l'élève vers la conclusion attendue.

### 3.1.3.2 La présomption d'équiprobabilité

Un deuxième exemple d'échanges dans lesquels Orange donne un indice aux élèves est lié à la présomption d'équiprobabilité avec la roulette. Dans l'échange, il fournit un indice portant sur l'équiprobabilité des trois couleurs sur la roulette lors d'un échange avec l'équipe B. La discussion porte sur la probabilité de gagner de 1 sur 3, que l'équipe attribue à la roulette. Dans ce contexte, l'enseignant tente de pousser l'équipe au-delà de la présomption de l'équiprobabilité des trois couleurs de la roulette pour les encourager à chercher une validation.

- Orange :** La roulette, vous aviez obtenu quoi?  
**Anaïs\* :** 22 en jaune, 16 en rouge puis 8 en bleu.

- Orange :** Ok.
- Léa :** Mais on a plus de chances à la roulette parce qu'on a 3 chances. On a 1 chance sur 3...
- Orange :** 1 chance sur 3. Comment êtes-vous arrivés à 1 chance sur 3 pour la roulette?
- Léa :** Bien parce qu'il y a jaune, rouge et bleu.
- Orange :** Ok.
- Léa :** On ne peut pas poigner les 3 en même temps, alors c'est...
- Orange :** Ok, 1 chance sur 3. Ok. Est-ce que les couleurs sur la roulette ont la même proportion?
- Léa :** Non.
- Orange :** Non.
- Léa :** [...] Le rouge est plus grand un moment donné, ça nous donne l'illusion que le rouge est plus grand, mais ce n'est pas vrai.
- Orange :** Ok. Ok.
- Nathan :** Elles sont comme toutes égales. Bien il y a le grand qui est plus gros, mais à la fin vu que...
- Orange :** On aurait tu un moyen de le vérifier que notre roulette est pareille? Je ne sais pas.
- Léa :** Additionner toutes les couleurs, mettons (inaudible).
- Orange :** Ça pourrait être une solution. Je ne sais pas ce que vous pourriez faire, mais vous pouvez y penser.

(Enregistrement en classe, lignes 306 à 322)

Il semble possible de croire que la réflexion de Léa, qui présume de l'équiprobabilité des trois couleurs de la roulette, découle de la conception probabiliste liée au biais d'équiprobabilité, qui se manifeste lorsqu'on considère que des événements sont équiprobables alors qu'ils ne le sont pas nécessairement. En effet, même si l'élève ne paraît pas convaincue que les couleurs occupent la même place sur la roulette, il semble que, au départ, ce soit le nombre de couleurs qui soit important et pas nécessairement la place que chacune d'entre elles occupe sur la roulette.

Orange choisit alors de questionner les élèves sur l'hypothèse d'équiprobabilité et sur la manière de valider ou d'infirmer une telle affirmation. En partant de cette probabilité de gagner de 1 sur 3, il aurait été possible pour Orange d'orienter les élèves vers une analyse et une interprétation des résultats des 46 essais réalisés avec la roulette que rapporte

Anaïs au début, mais il ne va pas dans cette direction. Il soulève plutôt un questionnement et tente de déclencher une réflexion sur l'équiprobabilité des couleurs de la roulette chez les élèves. Cependant, encore une fois, il ne statue pas sur cette présomption d'équiprobabilité et sur une manière de trancher la question. Il a donc une influence implicite sur le travail des élèves au moment de cet échange, alors qu'il questionne et ouvre la réflexion, mais sans prendre position. Il donne donc un indice à l'équipe à l'effet qu'il est nécessaire de chercher à valider cette idée d'équiprobabilité des trois couleurs de la roulette pour avancer dans leur réflexion, mais Orange reste somme toute plutôt tacite.

### 3.1.3.3 La conception probabiliste de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements

Dans le cadre du travail des élèves avec les outils, Orange donne également des indices en lien avec l'anticipation et le désamorçage de la conception probabiliste de la qualité du joueur et de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements. Regardons deux échanges dans lesquels Orange donne un tel type d'indice à un ou des élèves. Un premier exemple de ce type d'indice se situe dans un échange vécu en plénière, alors qu'Orange distribue aux équipes leur deuxième outil. En donnant une paire de dés à l'équipe B, Orange demande à la classe si le dé blanc est meilleur que le dé noir.

- Orange :** Alors, ensuite, l'équipe B, à ma gauche, je vais vous donner les dés. Une petite question comme ça, est-ce qu'il y en a qui pensent que le blanc est meilleur que le noir?
- Plusieurs élèves :** Non.
- Orange :** Pourquoi?
- Un élève invisible :** Parce que c'est la même affaire.
- Un autre élève invisible :** Bien parce que les 2 sont...
- Orange :** Ah... Est-ce que ça change quelque chose la couleur?

(Enregistrement en classe, lignes 210 à 214)



Ces interventions interrogatives d'Orange sont en lien avec la conception probabiliste de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements, par rapport à laquelle il semble vouloir amener les élèves à réfléchir en lien avec la paire de dés. À la lumière des réactions de la classe, plusieurs élèves semblent au clair avec cette idée. Toutefois, nous pouvons penser que pour certains élèves, cette intervention de l'enseignant aura guidé leur réflexion en écartant – ou du moins en mettant en lumière – cette conception probabiliste dans leur travail avec cet outil. Dans une certaine mesure, il est donc possible qu'Orange oriente le travail des élèves avec la paire de dés, voire avec les outils, mais cette influence est tacite, car l'enseignant ne tranche pas explicitement la question. C'est essentiellement par son ton de voix qu'il laisse entendre qu'il n'y a pas de différence entre les deux dés.

Un second exemple de ce type d'indice se présente dans un échange mettant en scène l'équipe B. Léa affirme qu'elle ne pige que des billes blanches avec la bouteille, possiblement en raison de sa façon de brasser la bouteille. Orange lui demande alors si souffler sur la bouteille pourrait l'aider ou non à gagner.

- Léa :** Orange, je pogne toujours la blanche.  
**Orange :** Ah oui.  
**Léa :** Oui.  
**Orange :** Mais si, comme tu dis, tu pognes toujours un blanc, y a-t-il une raison?  
**Léa :** Mais c'est peut-être quand je brasse.  
**Orange :** Peut-être de la façon qu'on brasse. [...] Si on souffle sur notre bouteille, ça va tu nous aider?  
**Léa :** Non.  
**Orange :** Non, hein.

(Enregistrement en classe, lignes 406 à 413)

Comme pour l'indice précédent, les interventions d'Orange sont en lien avec la conception probabiliste de la nature chanceuse de certains objets, rituels ou comportements, dont il cherche à désamorcer l'émergence. En effet, ce type de raisonnement est présent lorsque l'élève évoque l'idée que sa manière de brasser la bouteille puisse influencer les

résultats de ses essais. En lien avec cette conception probabiliste, Orange questionne Léa sur la pertinence de souffler sur la bouteille pour influencer le résultat d'un tirage. Toutefois, même si Orange affirme explicitement que souffler sur la bouteille n'aide pas à gagner, il ne se positionne pas par rapport à l'influence de la manière de brasser la bouteille. Ce transfert est donc laissé à la charge de Léa.

#### 3.1.3.4 Les conditions de réalisation d'une expérience aléatoire

Un dernier exemple d'échanges dans lesquels Orange donne un indice aux élèves est lié à certaines conditions de réalisation d'une expérience aléatoire, en l'occurrence avec la roulette. En effet, Orange intervient fréquemment auprès de plusieurs équipes au sujet de leur manière de fonctionner avec la roulette et aborde ainsi un enjeu conceptuel inhérent à cet outil. Il convient de souligner que l'enseignant ne donne pas de tels indices au sujet de l'utilisation de la paire de dés ou de la bouteille. Regardons plus précisément deux échanges dans lesquels Orange donne des indices aux élèves sur leur façon d'utiliser la roulette.

Un premier exemple de ce type d'indice apparaît dans un échange avec l'équipe B. Les élèves ont mis la roulette à plat sur l'îlot de pupitres et un élève tient le pointeur laser au-dessus de la roulette. Il actionne le pointeur laser et le dirige vers la roulette en le faisant « tourner ». Lorsque l'élève arrête de bouger, le résultat de l'essai est la couleur du secteur angulaire dans lequel se trouve le laser.

- Orange :** Est-ce que la personne qui tient le pointeur devrait avoir les yeux ouverts ou fermés, vous croyez?  
**Léa :** Fermés.  
**Orange :** Ah, peut-être, sinon elle pourrait choisir sa couleur.

(Enregistrement en classe, lignes 93 à 95)

Cet échange est lié à la présentation de la roulette faite au début de l'activité, alors qu'Orange a clairement statué qu'il faudra « trouver le moyen de tourner la roulette sans

tricher, évidemment, peut-être les yeux fermés » (ligne 74). Cela dit, par son intervention interrogative sur la méthode d'utilisation de la roulette par l'équipe B, Orange juge que l'élève tenant le pointeur laser doit avoir les yeux fermés et il le laisse sous-entendre à travers sa question. Dans ce sens, Orange se prononce sur la question, allant même jusqu'à donner la raison pour laquelle l'élève doit fermer ses yeux : « sinon elle pourrait choisir sa couleur ».

Un second exemple de ce type d'indice réside dans un échange survenu quelques instants plus tard avec l'équipe A, où les membres travaillent avec la roulette. Au début de l'échange, Orange arrive aux abords de l'équipe et assiste à un essai. Elliot, qui tient la roulette découpée par un crayon planté en son centre, fait tourner la roulette. Emy tient quant à elle le pointeur laser en direction de la roulette qui tourne. Lorsque la roulette arrête de tourner, le pointeur laser indique un secteur angulaire rouge de la roulette : c'est le résultat du tirage. Les élèves écrivent le résultat, et Elliot passe la roulette à Étienne tandis qu'Emy passe le pointeur laser à Coralie. Orange constate donc que l'installation de la roulette et du pointeur laser change de mains à chaque essai et il intervient pour orienter le travail de l'équipe à cet égard.

- Orange :** Mais votre pointeur laser, vous, vous le changez de place à chaque fois? Hein?
- Étienne :** Oui.
- Orange :** Ok. Pensez-vous que ça peut changer quelque chose dans vos résultats?
- Lucas :** Non.
- Orange :** Ça ne change rien?
- Coralie :** Euh... Je crois que oui.
- Orange :** Ça peut changer de quoi. Ok.
- Elliot :** (Inaudible)
- Orange :** (En répétant les propos d'Elliot.) Ça dépend de la vitesse qu'on tourne la roue.
- Lucas :** Non, mais moi, je dis qu'on le met stable.
- Orange :** (En constatant le résultat de l'essai.) Jaune. (Il se dirige vers une autre équipe.)

(Enregistrement en classe, lignes 265 à 275)

En questionnant l'équipe à propos des changements d'emplacement du pointeur laser et de la possibilité que ceci puisse influencer les résultats des essais, Orange ne cherche pas simplement à comprendre le travail des élèves. Il semble plutôt chercher à les amener à réfléchir à leur méthode d'utilisation de la roulette et à un possible effet de celle-ci sur les résultats. La dernière intervention de Lucas nous semble témoigner de l'impact des interventions de l'enseignant, alors que l'élève suggère de stabiliser l'installation. En contrepartie, Orange accueille avec neutralité les réponses des élèves à ses questions, comme s'il souhaitait laisser les élèves réfléchir par eux-mêmes à leur démarche. D'ailleurs, au final, Orange quitte l'équipe sans officiellement avoir statué sur les déplacements incessants de l'installation ou la possibilité de la fixer avec plus de stabilité, laissant à la charge des élèves le soin de conclure et de prendre une décision.

### **Ce que nous retenons...**

Pour conclure sur les différents indices que fournit Orange aux élèves et qui l'amènent à aborder certains des enjeux conceptuels inhérents aux outils et à l'activité, il convient de souligner trois éléments. D'abord, notons que ces échanges durant lesquels les indices ont été fournis sont déclenchés de deux façons, soit par un élève, soit par Orange lui-même. Dans ce sens, le premier et le quatrième exemples sont des échanges amorcés par une élève (Annabelle et Léa) tandis que les quatre autres exemples (2, 3, 5 et 6) sont amorcés par Orange. Ensuite, il semble que ce soit souvent sous forme de question qu'Orange vienne introduire ces indices au début. Remarquons également que les indices fournis aux élèves ont des niveaux différents d'explicitations étant donné qu'Orange ne tranche pas toujours ou ne prend pas toujours explicitement position. Ainsi, dans tous les cas d'indices donnés aux élèves, Orange s'écarte de sa posture contemplative et intervient pour aborder un ou des enjeux conceptuels liés à l'activité. Toutefois, dans certains cas, il laisse à la charge de l'élève de tirer la conclusion, tandis qu'à d'autres moments, il prend position, même si cela n'est pas toujours fait de manière totalement explicite au regard des enjeux conceptuels.

Il s'avère que, dans les échanges qu'il amorce, Orange donne un indice, mais ne prend pas explicitement position (à l'exception du cinquième exemple), alors qu'il tranche dans le cadre des échanges qui ont été amorcés par une élève. Nous observons donc que les échanges amorcés par les élèves dans le cadre de cette activité amènent plus clairement Orange à sortir de sa posture contemplative pour intervenir au regard des enjeux conceptuels, comme s'il restait en marge de ceux-ci jusqu'à ce qu'un élève le questionne directement.

Enfin, nous remarquons qu'aucun des indices fournis par Orange n'est lié à des enjeux conceptuels sous-jacents à la perspective probabiliste fréquentielle, alors qu'il s'agit d'un des enjeux centraux de l'activité qu'il a lui-même identifié au moment de l'entrevue pré-action. Pour les deux premiers indices, Orange intervient en lien avec la reconnaissance de cas composés dans le travail avec la paire de dés ainsi qu'au regard de la présomption d'équiprobabilité dans le travail avec la roulette. Dans les deux cas, c'est une intervention qui est en lien avec la perspective probabiliste théorique. Puis, pour les deux autres types d'indices font en quelque sorte écho à la perspective probabiliste fréquentielle, mais sans aller dans le sens de l'enjeu du nombre d'essais, du concept de variabilité et de la loi des grands nombres. Ceux-ci ne sont pas non plus en lien avec le pont à établir entre les deux perspectives probabilistes.

### **3.2 Après le travail avec les outils**

Après le travail avec les outils, Orange orchestre un retour sur le travail réalisé par les quatre équipes et conclut l'activité avec une tentative d'institutionnalisation des savoirs en jeu. Nous verrons que, durant le retour sur le travail des élèves avec les outils, Orange se place en continuité avec la perspective contemplative adoptée plus tôt. En effet, il interroge les élèves pour les amener à exposer leurs réflexions, leurs stratégies et leurs résultats, mais il reste encore une fois en marge des différents enjeux conceptuels sous-jacents. Cependant, au moment de conclure l'activité, l'enseignant tente d'institutionnaliser des savoirs en jeu

et pour ce faire, il change de posture, alors qu'il pointe certains enjeux conceptuels et dévoile la solution de l'activité.

### *3.2.1 Un retour sur le travail des élèves avec les outils*

Dans sa gestion du retour sur le travail des élèves avec les outils, Orange se place en continuité avec la posture contemplative que nous lui avons attribuée durant le travail des élèves avec les outils. En ce sens, il accueille les réponses des élèves et il formule quelques questions pour les amener à clarifier leurs propos lorsqu'il le juge nécessaire, mais il reste en retrait par rapport aux enjeux conceptuels.

Dans cette étape de l'activité, Orange demande au porte-parole de chacune des équipes d'exposer quel outil son équipe a retenu et de justifier la ou les raisons de ce choix. Au fur et à mesure que les équipes présentent le fruit de leur travail, Orange consigne au tableau les principaux éléments de réflexion des équipes. Voici la commande exacte faite par Orange aux porte-paroles des équipes :

**Orange :**            Donc, chaque équipe a trouvé un porte-parole. [...] Ça va me prendre une personne, ok, qui va nous parler de son outil, qu'ils ont choisi. Et ils vont nous dire pourquoi. Moi, je vais me faire le secrétaire, je vais écrire votre choix, ok, et je vais essayer d'écrire le pourquoi à côté.

(Enregistrement en classe, ligne 555)

Ainsi, l'enseignant note que les équipes A, C et D ont choisi la roulette, tandis que l'équipe B a choisi la bouteille. Il consigne également quelques traces des arguments évoqués par les équipes pour appuyer le choix de l'outil.

Nous allons voir que, dans le cadre de ce retour, Orange n'entre pas vraiment dans les enjeux conceptuels. Il n'aborde pas la question du nombre suffisant d'essais pour conclure quant à la probabilité de gagner avec les outils et il ne saisit pas des occasions

d'établir un pont entre les perspectives probabilistes. Nous constaterons également l'absence d'une véritable comparaison entre les outils, alors qu'Orange ne cherche pas à connaître le travail fait par les équipes avec chacun d'eux, ni les probabilités de gagner qui leur sont associées et qu'ils ont dégagées.

### 3.2.1.1 L'absence de réflexion sur l'enjeu du nombre suffisant d'essais

Comme pendant le travail avec les outils, Orange n'aborde pas explicitement l'enjeu du nombre d'essais dans le cadre de cette étape de l'activité, alors que cela lui semblait si important au moment de l'entrevue pré-action. Il esquive toutes les occasions que lui offre le retour sur le travail des quatre équipes pour aborder le nombre d'essais réalisés, entre autres au regard de la loi des grands nombres, de l'effet du nombre d'essais ou de la variabilité dans les données issues d'une expérience aléatoire. Au sujet des résultats des essais réalisés avec l'outil choisi, l'enseignant intervient de manière neutre et accueille simplement les affirmations des élèves. Deux échanges, survenus durant le retour sur le travail des élèves avec les outils, le démontrent.

Un premier exemple est issu de l'échange qui survient lors du retour sur le travail de l'équipe A. Lucas, le porte-parole de l'équipe, établit que l'équipe a choisi la roulette pour parier ses points-boni et à la demande d'Orange, il justifie ce choix.

- Orange :** Pourquoi est-ce que ton équipe arrive à une conclusion que c'est la roue qui est le meilleur outil?
- Lucas :** Parce que le rouge sur la roulette est plus gros que chaque petite tranche.
- Orange :** [...] Alors, parce que le rouge est plus grand que les autres couleurs. [...] C'est ce que je comprends?
- Lucas :** Oui.

(Enregistrement en classe, lignes 561 à 566)

La justification apportée par l'élève est équivoque. Est-ce que le rouge est la couleur qui offre la meilleure probabilité sur la roulette parce qu'elle couvre la plus grande portion

de la roulette ou est-ce que le rouge offre la meilleure probabilité sur la roulette parce que, parmi les douze secteurs angulaires, elle a le secteur angulaire le plus grand? Dans le premier sens, le raisonnement de l'élève s'inscrirait dans une perspective probabiliste théorique, mais il serait mathématiquement erroné, puisque les trois couleurs couvrent des parts égales sur la roulette. Si c'est le deuxième sens qui prévaut, alors il est possible de dire que le raisonnement de l'élève repose sur une certaine conception probabiliste où une couleur qui a un grand secteur angulaire a plus de probabilité d'être obtenue qu'une couleur qui a plusieurs petits secteurs angulaires. Toutefois, ce raisonnement n'est pas mathématiquement juste, puisque c'est l'ensemble des secteurs angulaires des différentes couleurs qui permet de calculer la probabilité qui leur sont respectivement associée et non seulement la taille d'un seul de ces secteurs angulaires. Dans ce sens, il serait alors inexact d'affirmer que la couleur rouge est avantagée sur le plan probabiliste parce qu'elle a le plus grand secteur angulaire de la roulette

Orange dissipe l'ambiguïté autour de la justification de l'élève, alors qu'il reformule les propos de l'élève : l'équipe a choisi la roulette parce que la part de la roulette occupée par la couleur rouge est plus grande que les parts occupées par les deux autres couleurs (« parce que le rouge est plus grand que les autres couleurs »). L'élève entérine cette reformulation et l'enseignant ne revient pas sur le fait que cette justification est mathématiquement fausse.

Elliot intervient ensuite pour ajouter un argument issu d'une perspective probabiliste fréquentielle pour appuyer le choix de la roulette pour l'équipe.

- Elliot :** (En parlant de la probabilité de gagner avec la roulette.)  
 Bien la roue, ça vaut à une demie.
- Orange :** Pourquoi est-ce que ça vaut à une demie?
- Elliot :** Bien parce qu'il y a eu la moitié de nos...
- Orange :** [...] Combien de coups avez-vous faits?
- Elliot :** On en a fait 10. [...] On a eu 5 rouges.
- Orange :** Ok, vous avez eu, en plus, 5 rouges sur 10 coups. [...]

(Enregistrement en classe, lignes 568 à 575)



Elliot quantifie donc à  $\frac{1}{2}$  la probabilité d'obtenir un secteur angulaire rouge avec la roulette, étant donné que la moitié des 10 essais réalisés par son équipe avec cet outil ont permis d'obtenir un secteur angulaire rouge. Ainsi, les élèves ont observé une fréquence (5 fois un secteur angulaire rouge sur 10 essais) et ils concluent à partir de celle-ci si la probabilité de gagner avec cet outil. Cela pose le problème de la possibilité de conclure à partir d'une fréquence (ou probabilité fréquentielle) obtenue à partir d'un petit nombre d'essais. Toutefois, l'enseignant accueille les propos de l'élève sans l'amener à pousser plus loin sa réflexion et ainsi, il semble donc au moins temporairement entériner l'argumentation d'Elliot. Cela s'avère donc cohérent avec la posture contemplative qui le caractérise. Cette réflexion permettrait notamment d'aborder le nombre d'essais nécessaire pour pouvoir conclure sur les probabilités d'obtenir ou non un résultat.

Un second exemple est issu du retour sur le travail de l'équipe C. Durant l'échange, Orange discute avec Noémie, la porte-parole de l'équipe, au sujet de l'outil retenu par l'équipe, à savoir la roulette. Noémie souligne que le choix de la roulette découle notamment des 4 gains sur 10 essais réalisés par l'équipe.

**Orange :** Noémie, ton équipe a choisi quel outil probabiliste?  
**Noémie :** La roue.  
**Orange :** La roue. La roue, pour quelle raison?  
**Noémie :** Nous, sur nos essais, 4 fois, on a eu la rouge.  
**Orange :** Vous avez fait?  
**Noémie :** 10 essais.

(Enregistrement en classe, lignes 597 à 630)

En cohérence avec la perspective contemplative qui le caractérise, Orange reste en marge des enjeux conceptuels. Ainsi, il intervient en questionnant pour connaître le travail de l'équipe, puis il reformule et accueille les propos de l'élève. L'enseignant n'ouvre pas une réflexion sur la suffisance du nombre d'essais réalisés par l'équipe (10 essais) pour

conclure sur la probabilité de gagner avec cet outil, et ce, malgré le fait que Noémie évoque cette expérimentation comme un des arguments justifiant le choix de la roulette.

Un dernier exemple est issu d'une partie de l'échange auquel a donné lieu le retour sur le travail de l'équipe B. Dans celui-ci, la porte-parole de l'équipe expose un argument théorique pour justifier le choix de la bouteille et qu'elle a établi une comparaison entre la bouteille et la paire de dés. Orange questionne l'équipe au sujet des essais réalisés avec la bouteille, mais il reste cohérent avec sa posture contemplative, alors qu'il n'aborde pas les enjeux conceptuels inhérents à la stratégie et à la conclusion de l'équipe.

- Orange :** Moi, j'aimerais savoir, l'équipe B, la bouteille à 1 chance sur 2, combien de tentatives vous avez fait?
- Loïc :** On en a fait 40.
- Orange :** 40. Ok. Donc, si je comprends bien, vous avez eu, logiquement, 20 billes noires sur 40. 1 chance sur 2, ce serait ça. C'est tu ça? Arrivez-vous à ça, Loïc?
- Léa :** Bien on a eu 33 rouges comparé à 17 noires.
- Orange :** (En commettant une erreur en répétant les résultats de l'équipe.) Ah, on a eu 7 noires sur 40.
- Léa :** 17.
- Orange :** Ah, 17 noires sur 40. Ce n'est pas loin de 20 sur 40. [...] [...]
- Élève invisible :** Non, c'était 50.
- Orange :** Ah, c'était 50 finalement. 17 sur 50, c'est ça? Alors, ça ne change pas, vous gardez quand même la bouteille? C'est ça? 17 sur 50, ok. Alors, 17 sur 50. Est-ce qu'on est loin d'une demie? On s'éloigne un petit peu, n'est-ce pas?

(Enregistrement en classe, lignes 667 à 679)

Par ses interventions, Orange semble prendre à rebours la démarche faite par les élèves et donc, il leur demande d'exposer les résultats obtenus avec la bouteille, qui devraient normalement justifier leur conclusion. Ainsi, pour arriver à la conclusion que la probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille est de 1 sur 2, les résultats réalisés avec cet outil devraient logiquement être d'environ 20 billes noires tirées sur 40 essais.

Les résultats obtenus par l'équipe lors des essais réalisés avec la bouteille sont exposés, mais un imbroglio surgit. D'abord, Orange croit que les résultats des essais réalisés par l'équipe sont de 17 billes noires tirées sur 40 essais et il réagit en disant : « Ce n'est pas loin de 20 sur 40 ». L'enseignant fait alors remarquer la proximité des résultats obtenus par l'équipe avec la bouteille (la fréquence de gains qu'ils ont observée) et leur conclusion sur la probabilité de gagner avec cet outil (la probabilité fréquentielle qu'ils dégagent). Puis, il comprend que l'équipe a plutôt réalisé 50 essais et qu'une bille noire a été tirée 17 fois. Il fait alors remarquer à l'équipe, en faisant référence à la probabilité de gagner de 1 sur 2 identifiée par l'équipe, qu' : « On s'éloigne un petit peu, n'est-ce pas? ». Du coup, l'enseignant fait implicitement écho au concept de variabilité, alors qu'il expose le fait que les résultats issus des essais réalisés avec la bouteille ne sont pas si proches de la probabilité théorique posée en hypothèse par l'équipe.

L'enseignant fait remarquer que ces résultats réels ne sont plus aussi proches de l'hypothèse de l'équipe que ne l'étaient les résultats tels qu'ils avaient été compris par Orange au départ. Il lance quand même à l'équipe : « Alors, ça ne change pas, vous gardez quand même la bouteille? », sans laisser le temps à l'équipe de reprendre position. Il se prononce d'une certaine manière sur les résultats obtenus par les élèves avec cet outil, mais sans véritablement remettre en doute ou réfuter les propos de l'équipe. Par exemple, il aurait été possible de questionner les élèves sur la raison que les amène à conclure que la bouteille offre une probabilité de gagner de 1 sur 2 plutôt que de 2 sur 5, ce qui s'avère beaucoup plus proche de la fréquence de gain observée à travers les résultats des essais. Il accueille les propos et émet quelques commentaires, sans plus. De plus, il n'ouvre pas une réflexion sur la suffisance du nombre d'essais réalisés par l'équipe (50 essais) pour conclure sur la probabilité de gagner avec cet outil et il n'évoque pas explicitement la variabilité des données. Il reste donc encore une fois à l'écart des enjeux conceptuels.

Nous pouvons penser que le fait que le nombre de billes contenues dans la bouteille n'ait pas été dévoilé par Orange au départ a certainement eu une influence sur cet échange,

alors qu'il n'est pas possible de réfléchir en fonction de la composition potentielle de la bouteille. La connaissance du nombre de billes contenues dans la bouteille aurait notamment permis de discuter, en lien avec la variabilité des données, des différentes compositions possibles : considérant que 17 billes noires ont été tirées sur 50 essais, combien de billes noires peut-on penser que la bouteille contient (1, 2, 3 ou 4 billes noires)?

### 3.2.1.2 L'absence de liens établis entre les perspectives probabilistes

Comme cela a été pointé pour les interventions faites durant le travail des élèves avec les outils, Orange ne saisit généralement pas les occasions pour établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Pourtant, chacune des équipes présente au moins deux arguments complémentaires pour justifier le choix de leur outil, à savoir au moins un issu de la perspective probabiliste fréquentielle et au moins un inscrit dans la perspective probabiliste théorique. À ce titre, regardons plus précisément un autre échange, qui survient entre Orange et la porte-parole de l'équipe. Nous y constatons que la roulette a été choisie par cette équipe parce que « le rouge, il fait une plus grande partie » et parce qu'une majorité de rouge a été obtenue avec un petit échantillon d'essais réalisés avec cet outil. En cohérence avec sa posture contemplative, l'enseignant questionne et reformule pour arriver à comprendre, mais il reste en marge des enjeux conceptuels inhérents à l'explication de l'élève.

- Orange :** Alors Maélie, l'équipe C, vous avez opté pour quel outil?
- Maélie :** Nous, on a pris pour la roulette.
- Orange :** La roulette. Parfait, maintenant, pourquoi?
- Maélie :** Bien parce que le rouge, il fait une plus grande partie, comme disait Lucas. Nous, on en a obtenu plus de rouges aussi. On a eu...
- Orange :** Mais toi, tu me dis comme dirait Lucas. Votre équipe, c'est ce que vous aviez dit, la couleur rouge est plus grande?
- Maélie :** Oui.
- Orange :** Ok.
- Maélie :** Puis en plus, on l'a eu...

**Orange :** Le rouge est plus grand.  
**Maélie :** On l'a eu 6 fois sur 13.  
**Orange :** 6 fois sur 13. Ok, 6 fois sur 13.

(Enregistrement en classe, lignes 579 à 589)

Comme pour la justification de Lucas, à laquelle Maélie fait d'ailleurs référence, la raison du choix de la roulette par cette équipe présente une part d'ambiguïté. Est-ce que la roulette est choisie parce que la couleur rouge a le plus grand secteur angulaire (conception probabiliste) ou parce qu'elle occupe la plus grande part de la roulette (raisonnement théorique)? À nouveau, Orange interprète que le choix de l'équipe se justifie par le fait que la couleur rouge occupe la plus grande part de la roulette (« Le rouge est plus grand. »). Il pose une question et reformule le propos de l'élève, mais il ne réfute pas l'argument erroné que la couleur rouge recouvre la plus grande portion de la roulette, malgré qu'il le sache faux. De plus, en cohérence avec l'interprétation que fait Orange de la justification de Maélie, il est possible de comprendre que l'élève place elle-même en complémentarité les deux arguments respectivement issus de ces deux perspectives probabilistes. Cela pourrait paver la voie à un lien entre les deux perspectives probabilistes, mais l'enseignant n'établit pas de lien entre les arguments théorique et fréquentiel évoqués par Maélie.

### 3.2.1.3 L'absence de comparaison entre les outils

Durant le retour sur le travail des différentes équipes avec les outils, Orange n'encourage pas la comparaison explicite des trois outils dans le but de choisir celui offrant la meilleure probabilité de gagner. Ainsi, il laisse les équipes choisir combien d'outils seront évoqués dans leur retour.

Au début du retour, l'enseignant annonce que les porte-paroles vont devoir « parler de l'outil, qu'ils ont choisi [et] ils vont nous dire pourquoi » (ligne 555) et les questions qu'ils posent à chacun des porte-paroles pour le retour sur le travail de chacune des équipes vont dans le même sens. Nous pouvons donc dire que dans ses interventions entourant le retour sur le travail de chacune des équipes, la question de l'outil offrant la meilleure

probabilité de gagner, l'outil offrant la pire probabilité de gagner et l'outil n'offrant ni la meilleure ni la pire probabilité de gagner est donc laissée de côté par Orange. Toutefois, si deux des équipes ne parlent que de l'outil choisi, les deux autres équipes choisissent de mettre en relation deux ou trois outils pour établir une comparaison venant soutenir leur choix d'un outil.

Dans le retour sur le travail des équipes A et C, Orange laisse les élèves parler uniquement de l'outil choisi (la roulette), sans chercher les raisons qui ont mené au rejet de la paire de dés et de la bouteille. Dans le retour sur le travail de l'équipe B, la porte-parole établit une relation entre les probabilités de gagner déterminées pour la bouteille (1 chance sur 2) et pour la paire de dés (1 chance sur 7). Même si la roulette est ici laissée de côté, cette comparaison vient tout de même étayer l'argumentaire de l'équipe qui a mené au choix de la bouteille. Ce sont les élèves qui élaborent leur argumentaire pour justifier le choix de la roulette et dans ce sens, ce n'est pas Orange qui les encourage à comparer les deux outils. Quant au retour sur le travail de l'équipe D avec les outils, il a permis, à l'initiative de trois élèves, de pointer les probabilités de gagner dégagées et associées aux trois outils, à savoir une probabilité de gagner de 36 % avec la roulette, de 25 % avec la paire de dés et d'environ 14 % avec la bouteille. Cette mise en lumière des probabilités associées à chacun des outils permet de cibler la roulette à travers une véritable comparaison. Certaines interventions des élèves ont d'ailleurs permis d'explicitier les raisons sous-jacentes à la sélection de la roulette et au rejet de la paire de dés et de la bouteille. Le retour sur le travail de l'équipe D est donc le seul où une véritable comparaison s'opère entre les trois outils pour arriver à dégager l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Mais encore une fois, ce n'est pas sous l'effet des interventions d'Orange, qui laisse les élèves élaborer à leur guise l'argumentaire pour justifier le choix de la roulette.

### **Ce que nous retenons...**

Dans la gestion que fait Orange du retour sur le travail des équipes, nous retenons qu'il est cohérent avec la posture contemplative par laquelle il reste en retrait par rapport aux enjeux conceptuels. Il n'aborde pas la question du nombre suffisant d'essais pour conclure quant à la probabilité de gagner avec les outils et il laisse passer des occasions d'établir un pont entre les perspectives probabilistes. Cela s'explique peut-être par le fait qu'il n'arrive pas à prendre appui sur les résultats des essais réalisés par les élèves. D'ailleurs, au moment de l'entrevue postaction, il souligne lui-même sa difficulté à gérer les différents résultats des élèves, difficulté qui n'existe pas lorsqu'il n'y a qu'une réponse ou bien que les réponses sont semblables. Il laisse alors comprendre que la variabilité des résultats lui pose problème dans le cadre de l'activité.

**Orange :** [...] C'est ce que j'avais prévu, puis elle est arrivée, la difficulté, le fait de... [...] Puis ce que j'appréhendais, c'était de reprendre les: « Bon, bien nous autres, on est arrivé à tant d'essais, alors on en a eu 8 sur, exemple, 44 » [...] Après ça moi, j'appréhendais déjà... « Ok, là, 8 sur 44, Orange, allume, faut que tu... Ok, ils l'ont-tu mis en pourcentage, c'était tout ça, là, c'est... » [...] Tandis que quand tu attends une réponse unique ou une réponse semblable, c'est plus facile quand tu es en avant de ramasser tout ça que de reprendre des résultats qui sont différents 4 fois, là.

(Entrevue postaction, lignes 136 à 142)

Enfin, nous avons pu constater qu'Orange amène les porte-paroles à exposer l'outil choisi par l'équipe et à justifier ce choix, mais il n'encourage pas explicitement une comparaison des outils.

### *3.2.2 La conclusion de l'activité : une tentative d'institutionnalisation*

Après le retour sur le travail réalisé par les quatre équipes avec les outils, nous pouvons nous attendre à ce qu'Orange institutionnalise les savoirs en jeu dans l'activité. C'est dans ce sens que nous associons la dernière étape du déroulement de l'activité à une institutionnalisation. Or, l'enseignant tente effectivement d'institutionnaliser certains savoirs en jeu dans l'activité. À ce moment, il s'écarte de la posture de contemplation que nous avons observée à la fois durant le travail des élèves avec les outils et durant le retour sur ce travail, alors qu'il pointe des enjeux conceptuels et dévoile la solution de l'activité.

Regardons plus attentivement chacun des trois moments de cette dernière étape de l'activité, à savoir la mise en lumière de deux questions liées au travail des élèves, le dévoilement des probabilités théoriques de gagner avec les outils ainsi que le choix d'un outil et le retour au contexte de pari.

#### *3.2.2.1 La mise en lumière de deux questions liées au travail des élèves*

Pour démarrer la conclusion de l'activité, Orange soulève deux questions en lien avec le travail des élèves avec les outils. Elles sont en lien avec l'enjeu du nombre d'essais et l'utilisation de techniques liées aux probabilités dans le cadre de l'activité. Nous verrons que ces questionnements sont brefs et qu'ils n'offrent pas réellement, à notre sens, de pistes pour amener les élèves à reconnaître la validité des connaissances construites ou utilisées dans le cadre de l'activité, et à les évaluer en fonction des savoirs mathématiques constitués.

D'abord, Orange aborde l'enjeu du nombre d'essais. Toutefois, le questionnement lancé n'ira pas au-delà de quelques phrases et reste donc embryonnaire. L'échange suivant rapporte la dernière occasion où Orange a tenté d'aborder l'enjeu du nombre d'essais dans le cadre de l'activité.



**Orange :** Ok, donc, chaque équipe, vous m'avez parlé de la roue, de la roue, de la roue et de la bouteille. [...] Est-ce que vous trouvez que vos façons d'arriver à ces solutions-là sont correctes?

**Plusieurs élèves :** Oui.

**Orange :** Hein? Pour quelle raison est-ce qu'on est certain, au cours de nos apprentissages dans les probabilités, qu'est-ce qu'on a vu qu'on devait faire idéalement? Est-ce qu'on pouvait lancer 3 fois, 100 fois, de différentes... Oui, on ne me suit pas, là, hein? Ma question n'est pas claire. Ok, donc, vous avez fait plusieurs tentatives. Ici, vous avez lancé 40 fois. Est-ce que vous avez tenté votre expérience 40 fois pour chacun des outils?

(Enregistrement en classe, lignes 675 à 677)

En cohérence avec son discours sur l'enjeu du nombre d'essais, Orange questionne les élèves comme s'il souhaitait induire l'idée qu'il vaut mieux faire 100 essais que 3. Il semble donc évoquer implicitement la loi des grands nombres. De plus, il semble également vouloir mettre de l'avant l'idée qu'il serait préférable de faire le même nombre d'essais avec chacun des outils. Il a été vu précédemment que ce recours à un nombre stratégique d'essais pourrait faciliter, selon Orange, la conversion et la comparaison des probabilités, en plus de rendre plus aisé le recours à une expression des probabilités en fractions irréductibles.

Orange est toutefois conscient que les élèves n'arrivent pas à saisir le sens de son questionnement, le remarquant de lui-même à la lumière des réactions non verbales des élèves. Or, le but visé par ces interventions d'Orange n'est effectivement pas clair. Nous pouvons penser que l'enseignant souhaite amener les élèves à interroger le nombre d'essais réalisés avec les outils et ainsi, les encourager à porter un regard critique et à relativiser les probabilités fréquentielles qu'ils en ont dégagées. Or, cette ébauche de questionnement nous paraît trop brève pour permettre de produire une institutionnalisation et ainsi faire de l'enjeu du nombre d'essais réalisés un objet explicite d'apprentissage de cette activité. Orange rate donc une occasion d'institutionnalisation.

Orange se fait alors interrompre par un élève qui revient sur le nombre d'essais réalisés par l'équipe B (il expose le fait que l'équipe n'a pas fait 40 essais, mais plutôt 50 essais). À la suite de cette rectification de la part de l'élève de l'équipe B, Orange bifurque vers un autre sujet. Au bout du compte, il ne revient plus sur l'enjeu du nombre d'essais. Qu'est-ce qui s'est alors passé? Orange a-t-il été déconcentré par l'intervention de l'élève au sujet du nombre d'essais réalisés avec la bouteille dans l'équipe B? A-t-il perdu le fil de ses pensées, oubliant alors de revenir sur l'enjeu du nombre d'essais? Ou bien Orange a-t-il eu le sentiment de ne pas être apte à mener jusqu'au bout cette réflexion sur le plan didactique avec les élèves, sentant plutôt que son intervention n'était pas claire et compréhensible pour les élèves? Toujours est-il qu'Orange ne pousse pas plus loin le questionnement sur l'enjeu du nombre d'essais et ainsi, n'institutionnalise pas à proprement parler ce savoir mathématique en jeu dans l'activité.

L'enseignant lance ensuite un deuxième questionnement sur le travail effectué par les élèves avec les outils, en lien avec l'utilisation de techniques apprises en amont de l'activité.

**Orange :** Ok, donc, est-ce qu'il y a des équipes qui ont fait maintenant avec des techniques qu'on a apprises la semaine dernière? J'ai vu Annabelle faire l'arbre des probabilités. Est-ce qu'il y en a d'autres qui ont pensé à faire ça? Charlie?

**Charlie :** Bien nous, on a fait un tableau.

**Orange :** Ok, beaucoup ont fait des tableaux.

(Enregistrement en classe, lignes 679 à 681)

Ces interventions de l'enseignant constituent possiblement un des seuls exemples d'institutionnalisation au sens propre du terme. En effet, l'enseignant pointe le fait qu'il était possible de recourir à des techniques déjà apprises pour arriver à résoudre cette situation, ce qui semble cohérent avec son projet de réinvestissement rattaché à l'activité. Toutefois, il ne valide pas de manière explicite que le recours à ces stratégies est

effectivement pertinent. Cela permet possiblement d'amener les élèves à prendre conscience du fait que ces techniques ciblées dans l'activité dépassent le contexte de l'activité et que leur usage est plus largement reconnu au regard des probabilités. Cependant, la brièveté de ses interventions nous amène à douter de leurs effets réels sur l'apprentissage de ces concepts probabilistes par les élèves, surtout que leur contexte d'application dans le cadre de l'activité (ce n'est que la paire de dés qui permettait un usage pertinent de l'arbre des probabilités) n'est pas abordé ici. Pourtant, au moment de l'entrevue postaction, Orange souligne explicitement sa satisfaction de voir que l'arbre des probabilités, qui avait été vu en amont de l'activité, a été réinvesti.

**Orange :** Le but, c'était de réinvestir ce qu'on avait appris... [...] de façon détournée [...] Donc, c'était le but de ma planification à l'aide de tes outils. [...] Cela m'a permis de voir que certains ou certaines élèves ont été capables de faire l'arbre des probabilités, ça, c'est une chose qu'on avait vue, donc j'ai au moins... Quelqu'un l'a réinvesti, donc... [...] J'étais content de voir que ça porte fruit des fois (inaudible).

(Entrevue postaction, lignes 8 à 20)

Pour conclure l'activité, Orange revient ensuite sur chacun des outils avec lequel les élèves ont travaillé, afin d'exposer la probabilité de gagner qui leur est associée. Il revient alors, dans l'ordre, sur la paire de dés, la roulette et la bouteille.

### 3.2.2.2 La paire de dés et sa probabilité théorique de gagner

Dans un premier temps, Orange aborde la paire de dés. Pour ce faire, il indique la probabilité théorique de gagner qui lui est associée en prenant appui sur un raisonnement d'élève. Ainsi, il revient sur la stratégie de l'arbre des probabilités qui a été employée par Annabelle et par Alice. Ces élèves ont toutes deux travaillé au sein de l'équipe D. Notons que l'équipe C a fait un tableau pour relever l'ensemble des cas possibles et ainsi identifier les cas favorables, ce qui constitue une stratégie qui s'apparente à l'arbre des probabilités.

- Orange :** Bon, avec les dés, est-ce qu'on était capable d'arriver à une probabilité? Combien de fois est-ce qu'on pouvait obtenir la somme de 5, sur combien de possibilités? Annabelle, quand t'as fait ton arbre des probabilités, t'arrivais à quoi?
- Annabelle\* :** On est arrivé à 16 résultats possibles.
- Orange :** Il y avait 16 résultats possibles.
- Annabelle\* :** Il y en avait 4 qui donnaient 5.
- Orange :** Il y en avait 4 qui donnaient 5. Ok, on arrivait à 4 sur 16. 4 sur 16, est-ce qu'on est capable de me mettre ça en fraction irréductible? En fraction irréductible. Qu'est-ce qu'on ferait pour réduire ça? Coralie?
- Coralie :** On fait divisé par 4.
- Orange :** Divisé par 4, pour arriver à? Divisé par 4 à mon numérateur, divisé par 4 à mon dénominateur, je vais arriver à? 16 divisé par 4?
- Élève invisible:** 4.
- Orange :** 4. Alors, j'obtiens? Un quart, ok, pour les dés.

(Enregistrement en classe, lignes 681 à 689)

En demandant « Combien de fois est-ce qu'on pouvait obtenir la somme de 5, sur combien de possibilités », Orange donne en quelque sorte la clé de l'énigme de la paire de dés. Puis, sans chercher à faire développer les explications d'Annabelle, par exemple pour refaire l'arbre des probabilités et ainsi identifier explicitement tous les cas possibles et favorables, Orange passe directement à la recherche d'une fraction irréductible pour exprimer la probabilité de gagner associée à cet outil. Il questionne Coralie, qui identifie le facteur de division requis pour arriver à cette fraction irréductible (4 sur 16 devient 1 sur 4) : un quart. Ce faisant, Orange rappelle la procédure pour simplifier une fraction, c'est-à-dire la division du numérateur et du dénominateur par le même facteur, ce qui correspond dans une certaine mesure à une démarche d'institutionnalisation de ce concept mathématique lié à la fraction.

Survient finalement l'intervention de Léa, pour qui la stratégie d'Annabelle entre en conflit avec la stratégie employée par son équipe pour identifier la probabilité de gagner

avec la paire de dés. Ce questionnement de Léa fait probablement écho à la conception probabiliste présente au sein de l'équipe B, par laquelle la probabilité théorique de gagner est dictée par les sept sommes pouvant être obtenues avec la paire de dés et pour lesquelles l'équiprobabilité est présumée.

- Orange :** Oui, Léa?  
**Léa :** Moi, j'ai un commentaire. Dans les dés, c'était 16. Il me semble que ce n'est pas 16 parce qu'on n'a pas 1 chance sur 8.  
**Élève invisible:** Oui, il y a 16 résultats possibles  
**Orange** On avait 16 résultats possibles parce que si on faisait notre 1 avec notre 1, ça donnait 2, 1 avec 3, 1 avec 4. Il fallait faire l'arbre des possibilités, ok, on arrivait à 4 sur 16 ou un quart. Ok?

(Enregistrement en classe, lignes 689 à 692)

Devant le scepticisme de Léa à l'égard de la stratégie d'Annabelle, Orange reprend l'explication associée à l'arbre des probabilités et à la probabilité théorique de gagner offerte par la paire de dé. Toutefois, il n'expose pas explicitement le fait que les 16 cas possibles se répartissent inégalement entre les 7 sommes pouvant être obtenues avec la paire de dés, ce qui signifie qu'elles n'ont pas toutes la même probabilité de survenir.

### 3.2.2.3 La roulette et sa probabilité théorique de gagner

Dans un deuxième temps, Orange revient sur la roulette et indique la probabilité théorique de gagner qui lui est associée. Pour ce faire, il prend appui sur un raisonnement d'élève et revient sur la stratégie de subdivision de la roulette qu'Annabelle a développée et employée.

- Orange :** Ensuite, la roulette. Oh, là, la roulette, les élèves, vous êtes arrivés beaucoup en me disant que oui, c'était la roulette. 3 équipes sur 4, vous m'avez dit que c'était la roulette. Ok? [...] Donc, comment est-ce qu'on aurait pu

faire... Parce que l'équipe D, vous n'étiez pas loin à séparer votre roulette. Mais en réalité, Annabelle, tes tranches n'étaient pas tout à fait égales, et normalement, on n'aurait pas dû arriver à 25 morceaux, mais t'aurais dû arriver à 27 morceaux. Ok? Et là, t'aurais eu combien? 9 rouges sur 27. Ok, vous me suivez? 9 morceaux sur 27. 9 sur 27. Est-ce que quelqu'un est capable de me mettre ça en fraction irréductible? Jacob, qu'est-ce que je dois faire?

- Jacob :** Tu divises par 3.  
**Orange :** Tu divises... On pourrait tu aller plus vite que par 3? Léa?  
**Léa :** Par 9.  
**Orange :** Par 9. Et par 9. Et j'obtiens?  
**Jacob :** Un tiers.  
**Orange :** 1 sur 3.

(Enregistrement en classe, lignes de 692 à 698)

Orange débute son retour sur la roulette en mentionnant que trois des quatre équipes de la classe ont choisi cet outil. Puis, il revient sur la stratégie d'Annabelle, qui a subdivisé la roulette en segments de  $15^\circ$ , et il expose le fait qu'elle a commis une erreur en la réalisant. L'erreur est survenue dans la subdivision du grand secteur angulaire rouge ( $90^\circ$ ). Celui-ci aurait donc dû être subdivisé en 6 petits secteurs angulaires de  $15^\circ$ , puisque c'est un secteur angulaire de cette taille qu'Annabelle a utilisé pour subdiviser le reste de la roulette. Toutefois, cette subdivision a été réalisée à l'œil, c'est-à-dire approximativement à l'aide d'une règle, mais sans utiliser un rapporteur d'angles. Annabelle a donc subdivisé le grand secteur angulaire rouge en 7 petits secteurs angulaires plutôt qu'en 6, arrivant donc à 9 petits secteurs angulaires rouges sur 25 petits secteurs angulaires au total sur la roulette. Une application correcte de la stratégie aurait plutôt permis d'obtenir 24 secteurs angulaires de  $15^\circ$  pour un total de  $360^\circ$ , dont 8 secteurs angulaires (où  $8 \text{ secteurs angulaires} \times 15^\circ = 120^\circ$ ) auraient été rouges, 8 secteurs angulaires auraient été jaunes et 8 secteurs angulaires auraient été bleus. La figure 19 montre la roulette découpée sur laquelle Annabelle a mis en œuvre la stratégie de subdivision des secteurs angulaires.



Figure 19. La roulette subdivisée d'Annabelle

En tentant de corriger le résultat obtenu par Annabelle avec sa stratégie, Orange commet à son tour un impair. Étant conscient du fait que les trois couleurs sont équiprobables, il sait intuitivement que le nombre de petits secteurs angulaires doit être divisible par 3, afin que chacune des trois couleurs en obtienne un nombre égal. Mais il ne sait pas que les petits secteurs angulaires sont de  $15^\circ$  et, donc, qu'il doit y en avoir 24 pour arriver à  $360^\circ$ . Il affirme donc à tort qu'Annabelle aurait dû arriver à 27 petits secteurs angulaires, où chacune des trois couleurs aurait été subdivisée en 9 petits secteurs angulaires.

Remarquons que, dans cet échange, Orange intervient pour rectifier la stratégie élaborée par une élève durant son travail avec la roulette. Cette intervention constitue un des rares exemples d'interventions faites durant l'activité par laquelle l'enseignant réfute ou rectifie un raisonnement ou un propos d'élève. Nous pouvons penser que le choix de corriger cette erreur commise par une élève dans une stratégie qu'il utilise pour exposer aux élèves la probabilité théorique de gagner avec la roulette repose sur le fait que, dans le cadre de l'institutionnalisation, il souhaite indiquer la « bonne réponse », ce qui implique qu'elle ne contiendra pas d'erreur mathématique.

Finalement, Orange enchaîne encore une fois directement sur la recherche d'une fraction irréductible pour exprimer la probabilité de gagner. Il questionne les élèves et

aboutit à la fraction irréductible (9 sur 27 devient 1 sur 3) : un tiers. Comme il a été vu, cette recherche par Orange d'une fraction irréductible pour exprimer les probabilités de gagner associées aux outils vise à offrir aux élèves une base favorable de comparaison avec des fractions unitaires, c'est-à-dire dont le numérateur est 1.

En somme, il convient de souligner que la « bonne réponse » que l'enseignant dévoile pour la roulette ne fait pas écho aux choix didactiques faits en amont pour permettre aux élèves une entrée par la perspective probabiliste fréquentielle pour le travail avec la roulette. En effet, au départ, l'enseignant propose aux élèves d'utiliser un pointeur laser pour réaliser des essais avec cet outil, plutôt que le laisser incomplet et de forcer un traitement dans une perspective théorique. Il y a donc une rupture entre, d'une part, le projet d'expérimentation et de réflexion sur le nombre d'essais et, d'autre part, la conclusion de l'activité qui se trouve dirigée vers les probabilités théoriques.

#### 3.2.2.4 La bouteille et sa probabilité théorique de gagner

Dans un troisième temps, Orange revient sur la bouteille et invoque « la magie des choses » pour dévoiler le nombre de billes contenues dans la bouteille, puis il expose la probabilité de gagner associée à cet outil. Ce faisant, il ne tient pas compte – du moins, de manière explicite – du travail réalisé par les élèves, que ce soit en termes de stratégies, de raisonnements ou d'essais.

**Orange :** Maintenant, notre bouteille. Est-ce qu'on est capable de nous dire combien qu'il y avait de billes à l'intérieur? Malheureusement, on ne le sait pas. Ok? On ne le sait pas, mais par la magie des choses, on pourrait le savoir en se disant qu'il y avait... Et là, c'est là que j'ai... (Il prend une feuille sur son bureau et la regarde.) On pourrait se dire qu'il y avait...

**Plusieurs élèves :** 4.

**Orange :** Bon, ok, y avait 5 billes dans la bouteille. Ok? Il y avait 5 billes, et on arrive... On peut supposer qu'on n'a pas gagné souvent avec la bille noire. Donc, on pourrait



arriver à une fraction de 1 chance...  
**Plusieurs** Sur 5.  
**élèves :**  
**Orange** Sur 5. Allons-y avec 1 chance sur 5. Alors, 1 chance sur 5. Ok?

(Enregistrement en classe, lignes 698 à 702)

Dans son retour sur la probabilité de gagner avec la bouteille, l'enseignant aborde d'abord la question du contenu de la bouteille. Ainsi, il rappelle que le nombre de billes contenues dans la bouteille est inconnu, puis il dévoile – par magie – le fait que la bouteille contient cinq billes. L'omission du nombre de billes contenues dans la bouteille lors de la présentation de l'activité semble donc avoir rendu difficile le retour sur la probabilité de gagner associée à la bouteille. Cependant, il est techniquement possible d'arriver à dégager une probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille même sans connaître le nombre de billes qu'elle contient. Il suffit de réaliser un nombre suffisant d'essais pour observer une fréquence du nombre de gains. On établit ensuite un rapport entre le nombre de billes noires tirées et le nombre d'essais réalisés. Ce rapport, qui correspond à la probabilité fréquentielle de gagner, peut être exprimé sous forme de fraction ou de pourcentage. Cependant, cette probabilité ne peut pas être raisonnée dans la perspective probabiliste théorique, car il n'est pas possible de faire des liens avec la composition potentielle de la bouteille.

Néanmoins, Orange ne va pas dans cette direction. Il choisit plutôt d'argumenter le fait qu'étant donné qu'« on n'a pas gagné souvent avec la bille noire [d]onc on pourrait arriver à une fraction de 1 chance [...] sur 5 ». Dans une certaine mesure, il évoque une tendance généralement observée des résultats obtenus par les élèves pour dire que les gains se font rares avec cet outil. Orange conclut qu'on ne gagne pas souvent avec la bouteille et donc, qu'il n'y a qu'une seule bille noire dans la bouteille (1n-4b). Il retient donc cette composition potentielle de la bouteille au détriment des trois autres compositions possibles (2n-3b; 3n-2b; 4n-1b). La probabilité théorique de gagner avec la bouteille, telle qu'elle est

présentée par l'enseignant, repose sur un argument d'autorité, car sa validation ne tient qu'aux propos qu'il tient.

### **Ce que nous retenons...**

Cette conclusion de l'activité représente un défi important pour Orange, car elle se place en rupture avec la perspective que nous avons qualifiée de contemplative qu'il adopte dans le cadre de l'activité. En effet, cette conclusion de l'activité demande à l'enseignant qu'il amène les élèves à prendre conscience du fait que les connaissances ciblées dans la tâche dépassent le seul contexte de cette activité de résolution et qu'elles sont plus largement reconnues dans une institution. En théorie, cette dernière étape visait donc à guider les élèves vers une reconnaissance de la validité des connaissances construites et une évaluation de celles-ci à l'aune des savoirs mathématiques constitués. Mais tout cela apparaît incohérent avec la posture contemplative de cet enseignant, à travers laquelle il reste en marge des enjeux conceptuels pour simplement observer, questionner, reformuler et confirmer le travail des élèves. Il est donc possible de croire que cela peut avoir rendu cette étape plus difficile pour Orange.

En outre, tout se passe comme si les particularités conceptuelles de cette activité liée aux probabilités n'ont peut-être pas placé Orange en confiance et en maîtrise de l'ensemble de la démarche : un manque d'aisance conceptuelle rendrait effectivement difficile la mise en lumière des savoirs mathématiques à institutionnaliser.

Nous retenons également de cette tentative d'institutionnalisation qu'Orange dévoile aux élèves ce qu'il considère être la « bonne réponse » de l'activité et il leur présente ce qu'il fallait faire (ou une des manières de faire) pour y arriver plutôt que de les amener à identifier ce qui peut ou doit être retenu de cette activité en termes mathématiques ou probabilistes. Avec cette manière de faire, la validation vient exclusivement de l'enseignant et semble reposer sur son statut d'autorité. Il a été vu que l'exemple de la bouteille est particulièrement éloquent, alors qu'Orange invoque « la magie des choses »

pour justifier la probabilité de gagner associée à la bouteille, qu'il dévoile sans tenir compte du travail des élèves (stratégies, raisonnements, essais, etc.).

Remarquons que le dévoilement des probabilités théoriques de gagner associées à chacun des outils fait par Orange ne prend pas appui sur les stratégies développées par les élèves et inscrites dans une perspective probabiliste fréquentielle, donc génératrices d'essais. L'enseignant inscrit plutôt ses retours sur chacun des trois outils dans une perspective probabiliste théorique pour déterminer les probabilités de gagner associées à chacun d'eux. Pour le dire différemment, ce dévoilement de la « bonne réponse » s'inscrit exclusivement dans une perspective probabiliste théorique, alors qu'aucun résultat d'essai n'est évoqué. Cela fait possiblement écho à l'enseignement habituel des probabilités d'Orange qui est dicté par le manuel et qui s'inscrit potentiellement presque exclusivement dans une perspective probabiliste théorique. La considération des essais réalisés avec les outils aurait permis d'inscrire le raisonnement dans une perspective probabiliste fréquentielle.

Orange avait-il planifié un tel dévoilement laissant de côté les essais réalisés par les élèves et uniquement axé sur les probabilités théoriques de gagner associées à chacun des outils? Il n'est pas possible de le savoir, mais il est néanmoins essentiel de prendre en compte le fait qu'Orange juge difficile de récupérer les stratégies des élèves dans l'action et de les faire parler lors de la conclusion de l'activité. C'est d'ailleurs ce qu'il dit au moment de l'entrevue postaction, alors qu'il confesse la difficulté qu'il a rencontrée à s'appuyer sur les résultats des élèves pour conclure l'activité, ce qui peut expliquer aussi son attitude contemplative à travers laquelle il reste en marge des enjeux conceptuels. Ainsi, tout se passe comme si Orange rencontre une difficulté à induire les probabilités théoriques à partir des essais réalisés par les élèves avec les outils, desquels découlent des probabilités fréquentielles. Selon nous, cette difficulté à partir des résultats des élèves est perceptible à la fois dans l'étape de retour sur le travail des élèves avec les outils et dans la conclusion de l'activité. Il nous semble que cette difficulté explique probablement dans une certaine

mesure pourquoi Orange n'a pas établi un pont entre les deux perspectives probabilistes et qu'il n'a pas abordé plus directement l'enjeu du nombre d'essais.

### 3.2.3 *Le choix d'un outil et le retour au contexte de pari*

En terminant la conclusion de l'activité, Orange identifie la roulette comme étant l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Cela survient après qu'aient été identifiées les probabilités théoriques de gagner associées à chacun des trois outils. Orange dit alors : « on pourrait maintenant choisir » entre les trois outils. Il indique ainsi implicitement le fait que la découverte des probabilités de gagner associées aux outils était nécessaire pour arriver à les comparer et à déterminer l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner.

- Orange :** Donc, selon ce qu'on pourrait dégager aujourd'hui, on pourrait maintenant choisir et dire quel outil probabiliste me permettrait les meilleures chances de gagner. Alors, ce serait la roue. Ok? Mais est-ce que tout le monde serait prêt à parier ses points là-dessus?
- Plusieurs élèves :** Non.
- Orange :** Ok, c'est la chose qu'il nous restera à faire, voir si tu changes d'idée, puis si tu oses parier tes points [...] sur les outils.

(Enregistrement en classe, lignes 702 à 704)

La comparaison des probabilités de gagner associées aux trois outils qui permet à Orange d'identifier celui qui offre la plus grande probabilité de gagner reste totalement implicite. Effectivement, pour appuyer le choix de la roulette, Orange ne donne aucune explication quant à la comparaison des probabilités de gagner associées aux trois outils. En d'autres mots, le choix de l'outil offrant la plus grande probabilité de gagner est fait sans que ne soit évoquée explicitement la démarche de comparaison des probabilités associées à chacun des outils, que celles-ci soient exprimées sous forme de fractions ou de pourcentages. De plus, remarquons que, dans cette comparaison des probabilités de gagner,

l'outil qui offre la pire probabilité de gagner et l'outil qui n'offre ni la meilleure ni la pire probabilité de gagner ne sont pas identifiés.

En terminant, Orange revient sur le contexte de pari des points boni exposé au début de l'activité. Il mentionne alors que ces paris n'auront pas lieu immédiatement et qu'ils seront réalisés ultérieurement. Comme au début de l'activité, Orange n'expose pas le fait que le jeu de pari de points boni offre une espérance mathématique négative. Il laisse donc à la charge des élèves de tirer cette conclusion et, ainsi, de déduire qu'il ne vaut pas la peine d'utiliser un des outils pour miser des points boni et tenter d'en gagner davantage. Nous pouvons penser que cela traduit peut-être la faible importance de ce contexte de pari aux yeux d'Orange.

### **3.3 Une synthèse de la section**

Nous retenons de cette section qu'Orange adopte une perspective contemplative dans les interventions qu'il met en œuvre dans le cadre de l'activité, ce qui l'amène à rester en marge des enjeux conceptuels. Il observe et scrute avec attention le travail des élèves à travers leurs démarches et leurs résultats, il cherche à comprendre leur travail et, en ce sens, il les interroge pour les amener à expliquer leurs réflexions, démarches et résultats, que ce soit pendant ou après le travail avec les outils. Ainsi, ses interventions sont rarement de nature péremptoire et, de manière générale, il ne cherche pas à guider ou à orienter le travail des élèves dans le cadre de l'activité, restant à l'écart des enjeux conceptuels.

La perspective que nous avons qualifiée de contemplative et qui est adoptée par Orange dans le cadre de l'activité a été décortiquée au regard des interventions faites par l'enseignant pendant et après le travail des élèves avec les outils. Dans un premier temps, nous avons analysé les interventions faites par Orange pendant le travail des élèves avec les outils probabilistes. Nous avons vu que l'enseignant parle du nombre d'essais à réaliser lors du travail des élèves avec les outils, mais qu'il ne lance pas une réflexion relative à l'enjeu du nombre d'essais. De plus, nous avons constaté qu'il laisse passer des occasions de faire

le pont entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle. Dans ce sens, nous avons qualifié ses interventions de contemplatives par rapport au concept puisqu'il reste à l'écart d'une réflexion sur les enjeux relatifs à l'approche fréquentielle. Toutefois, nous avons pointé certains moments, durant le travail des élèves avec les outils, où l'enseignant aborde des enjeux conceptuels, en particulier lorsqu'il leur offre des indices. Dans les exemples qui précèdent, il s'écarte ainsi momentanément de sa posture contemplative, car il entre dans les enjeux conceptuels et ne reste plus en retrait des concepts probabilistes.

Dans un deuxième temps, nous avons porté attention aux interventions mises en œuvre par Orange lors du retour sur le travail réalisé par les équipes et lors de la conclusion de l'activité, durant laquelle l'enseignant a tenté d'institutionnaliser certains des savoirs en jeu dans l'activité. Durant le retour sur le travail des élèves avec les outils, nous avons vu qu'Orange se place en continuité avec la perspective contemplative adoptée durant le travail avec les outils probabilistes. En effet, il interroge les élèves pour les amener à exposer leurs réflexions, leurs stratégies et leurs résultats au regard de leur travail avec les outils, mais il reste encore une fois en marge des différents enjeux conceptuels sous-jacents. Cependant, au moment de la conclusion de l'activité, nous avons constaté que l'enseignant change de posture, alors qu'il pointe certains enjeux conceptuels et qu'il dévoile la solution de l'activité. Dans cette conclusion de l'activité, Orange présente des solutions et des réflexions qui sont uniquement inscrites dans la perspective probabiliste théorique, et aucun lien n'est établi avec la perspective probabiliste fréquentielle. Pourtant, son projet didactique annoncé se situe d'abord dans une perspective probabiliste fréquentielle : l'enseignant a dit vouloir faire expérimenter et faire réfléchir les élèves sur le nombre d'essais nécessaires. Il y a donc rupture entre le projet d'expérimentation et de réflexion sur le nombre d'essais, et la conclusion de l'activité, où il rate notamment des occasions d'institutionnaliser des savoirs mathématiques sous-jacents à la perspective probabiliste fréquentielle.

#### 4. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES

Dans la section précédente, nous avons caractérisé les interventions didactiques mises en œuvre par Orange. La présente section vise maintenant à cerner les interventions réalisées plus spécifiquement auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, ainsi qu'à les situer par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Nous avons articulé cette section en quatre parties. D'abord, nous reviendrons sur le mode général d'intervention d'Orange dans le cadre de l'activité. Ensuite, nous verrons le cas d'Annabelle. Nous établirons par la suite un portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, et ce, en nous basant à la fois sur des analyses quantitatives et qualitatives. Enfin, une synthèse de la section sera faite.

##### **4.1 Un retour sur le mode général d'intervention d'Orange**

Comme il a été exposé dans la section précédente, le mode général d'intervention d'Orange durant l'activité probabiliste, que nous qualifions de contemplatif, se caractérise par quatre éléments importants.

En premier lieu, Orange se promène d'une équipe à l'autre pour réaliser de courts échanges. Il ne s'arrête pas pour très longtemps au sein d'une équipe avant de passer à la prochaine équipe. En deuxième lieu, les échanges qui surviennent mettent souvent en scène l'enseignant et une équipe. Orange s'adresse généralement à l'équipe comme à une unité dans ses interventions. Il parle d'ailleurs généralement à la deuxième personne du pluriel (vous) plutôt qu'à la deuxième personne du singulier (tu). Ainsi, lorsque des échanges spécifiques surviennent entre Orange et un élève, ils sont la plupart du temps amorcés par l'élève plutôt que par l'enseignant. En troisième lieu, même si quelques exceptions sont repérables, Orange a tendance à interroger les élèves et à ne pas réfuter leurs raisonnements et leur travail : il obtient des informations et cherche des justifications pour les choix faits

par les élèves, mais il ne les remet pas en doute. En dernier lieu, Orange reste généralement en retrait des enjeux conceptuels inhérents aux outils et à l'activité. Dans ce sens, il évoque souvent le nombre d'essais dans ses échanges avec les élèves, mais il ne pousse pas une réflexion sur les enjeux conceptuels liés à la perspective probabiliste fréquentielle. De plus, l'enseignant n'a pas tendance à saisir les occasions conceptuelles qui auraient pu permettre d'établir un pont entre les perspectives probabilistes.

Ce mode général d'intervention a deux conséquences majeures sur les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité. D'une part, les interventions faites à l'intention de l'ensemble de la classe et à l'ensemble d'une équipe sont, pour ainsi dire, toujours amorcés par l'enseignant. D'autre part, les échanges plus spécifiquement faits auprès d'un élève sont la plupart du temps déclenchés par des élèves et non par Orange. Conséquemment, le nombre d'interventions dédiées spécifiquement à un élève ne dépend pas de l'enseignant, mais plutôt de l'élève. C'est ce dernier qui doit amorcer les échanges s'il souhaite les voir survenir. En ce sens, plus un élève amorce des échanges avec l'enseignant, plus ce dernier interagit avec lui.

Or, dans le cadre de l'activité, les élèves jugés en difficulté en mathématiques n'amorcent que peu d'échanges. Ils sont donc rarement mis en scène dans des échanges spécifiques avec Orange. Nous verrons toutefois qu'Annabelle fait exception à cet état de fait et qu'elle constitue un cas particulier au regard de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Ainsi, avant d'élaborer un portrait à la fois quantitatif et qualitatif des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, regardons d'abord un peu plus attentivement le cas d'Annabelle.

#### **4.2 Le cas d'Annabelle**

Dans le cadre de l'activité, le cas d'Annabelle apparaît hors du commun à plusieurs égards. Effectivement, Orange la juge en difficulté en mathématiques et, pourtant, dans le cadre de l'activité, elle développe de riches stratégies mathématiques pour arriver à calculer



les probabilités de gagner avec les différents outils. Elle expose également plusieurs raisonnements justes et pertinents sur le plan mathématique. Son travail avec les outils, essentiellement axé sur une perspective probabiliste théorique, se trouve souvent à évoluer dans une direction un peu différente du travail réalisé par le reste de l'équipe, qui fait des essais et œuvre donc surtout dans une perspective probabiliste fréquentielle. Par ailleurs, l'enseignant exprime une surprise quant à la performance de cette élève au moment de l'entretien postaction.

#### *4.2.1 Le regard porté par Orange sur l'élève en amont de l'activité*

Orange identifie Annabelle comme une élève en difficulté en mathématiques au moment de l'entretien pré-action et il justifie ce choix en évoquant certaines caractéristiques de l'élève et de son travail habituel en mathématiques.

- Orange :** Annabelle a un sens artistique très développé, donc très lunatique, donc fait beaucoup d'erreurs de calcul, utilise d'autres... Va faire une addition quand c'est une soustraction... [...]  
[...]
- Orange :** [...] Annabelle, que je classe dans les faibles en math, elle est volubile puis elle va prendre sa place puis elle va vouloir essayer... Il y a la personnalité aussi qui rentre en ligne de compte, là. [...] Elle va prendre sa place puis elle va... [...] donner son opinion, puis peut-être que ça va être erroné, mais...
- Chercheur :** Elle va le dire quand même.

(Entretien pré-action, lignes 734 et 794 à 801)

L'enseignant établit donc clairement une différence entre Annabelle et les autres élèves jugés en difficulté en mathématiques. Il a été vu précédemment que, en parlant des élèves jugés en difficulté en mathématiques, Orange dit qu'ils vont « avoir tendance à suivre la parade puis à se laisser aller ». Il met ainsi en lumière le fait que ces élèves ne sont pas nécessairement portés à être proactifs et à exprimer leurs opinions dans le cadre du travail en équipe. Ceux-ci n'auront pas tendance à intervenir et à tenter des stratégies ou des

raisonnements, alors que la personnalité d'Annabelle l'amène plutôt à prendre sa place. La catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques ne semble donc pas homogène, et Annabelle s'en distancie à cet égard.

Mais au-delà du regard que porte Orange sur Annabelle au moment de l'entrevue pré-action, examinons maintenant la contribution de cette élève à l'avancement de l'activité.

#### *4.2.2 La contribution d'Annabelle durant l'activité*

La remarquable contribution d'Annabelle à l'avancement de l'activité est explorée à la lumière des traces qualitatives et quantitatives que celle-ci a laissées.

##### *4.2.2.1 Les traces qualitatives de la contribution d'Annabelle*

D'abord, Annabelle élabore et met en œuvre deux stratégies afin de déterminer les probabilités théoriques de gagner associées à deux outils : a) la stratégie de subdivision des secteurs angulaires pour la roulette et b) l'arbre des probabilités pour la paire de dés. Celles-ci ont d'ailleurs été reprises par Orange au moment de sa conclusion de l'activité pour présenter les probabilités théoriques de gagner associées à la roulette et à la paire de dés.

Annabelle expose aussi plusieurs raisonnements justes et pertinents sur le plan mathématique durant le travail au sein de son équipe ainsi qu'au moment du retour sur le travail fait par son équipe avec les trois outils, ce qui atteste de l'importante contribution d'Annabelle à l'avancement de l'activité. Plusieurs échanges didactiques mettant en scène Annabelle et Orange surviennent pendant et après le travail avec les outils. Le fait qu'elle amorce des échanges avec Orange et qu'elle participe aux échanges amorcés par Orange auprès de son équipe explique les nombreuses interventions qui lui sont spécifiquement dédiées. De ces nombreuses interventions, la grande majorité était liée à des enjeux

conceptuels de l'activité, alors que seulement quelques-unes ont été faites pour demander le silence à l'élève dans le cadre d'un retour en plénière ou pour lui prescrire de travailler en collaboration avec ses coéquipiers.

Au sujet de la contribution d'Annabelle à l'avancement de l'activité, mais spécifiquement au sein de son équipe, il convient de souligner qu'en s'activant seule sur ses stratégies – qui s'inscrivent essentiellement dans une perspective probabiliste théorique – Annabelle n'a pas toujours directement contribué au travail des autres membres de l'équipe, qui vise en général à faire des essais avec les différents outils. En contrepartie, cela veut aussi dire qu'elle n'a pas simplement repris les stratégies proposées par d'autres élèves et que son implication et son travail dans l'activité ont été faits en toute autonomie.

Par ailleurs, soulignons qu'Annabelle a peu travaillé avec la bouteille. En effet, pendant que ces collègues réalisent des essais avec cet outil, elle travaille à l'élaboration et à la mise en œuvre de la stratégie de subdivision de la roulette. Cela dit, elle a porté un regard issu d'une perspective probabiliste théorique sur la bouteille, et ce, même si cet outil s'inscrit exclusivement dans une perspective probabiliste fréquentielle. Ainsi, dans un échange survenu entre Orange et les membres de son équipe, qui tentent d'interpréter les résultats obtenus avec la bouteille, Annabelle affirme qu'il n'est pas possible de calculer la probabilité de gagner avec la bouteille, car les quantités de billes noires et blanches contenues dans cet outil sont inconnues. Puis, elle avance que la bouteille contiendrait peut-être 1 seule bille noire.

- Orange :** Qu'est-ce que vous dégager suite de la bouteille?  
**Chloé :** ...plus de chances à du blanc, mais...  
**Annabelle\* :** On ne peut pas vraiment calculer parce qu'on ne sait pas combien y a de billes.  
**Alice :** Bien oui, regarde, 3 sur 21.  
**Annabelle\* :** Mais oui, mais on ne sait pas combien il y a de billes noires puis combien il y a de billes blanches.  
**Orange :** Ok, ce qu'Annabelle dit, est-ce que ça peut avoir du bon sens? Elle dit « on ne sait pas combien qu'il y a de billes de chaque couleur ».

**Annabelle\*** : Bien on se dit pas mal qu'il y a 1 noire.  
**Orange** : Ok.

(Enregistrement en classe, lignes 438 à 445)

Annabelle ne semble pas naturellement portée vers la perspective probabiliste fréquentielle puisque le raisonnement probabiliste qu'elle expose durant l'activité s'inscrit essentiellement dans une perspective probabiliste théorique. L'échange laisse entrevoir le fait qu'il apparaît difficile pour elle de concevoir la possibilité de déterminer la probabilité de gagner offerte par la bouteille alors que le nombre de billes que cette dernière contient n'est pas connu.

#### 4.2.2.2 Les traces quantitatives de la contribution d'Annabelle

Les échos de cette importante contribution d'Annabelle à l'avancement de l'activité se font sentir dans une analyse statistique descriptive des interventions faites par Orange auprès de cette élève dans le cadre de l'activité. Cette analyse contribue à situer Annabelle par rapport à l'ensemble du groupe, à son équipe et aux élèves jugés en difficulté en mathématiques au regard de la quantité d'interventions faites par Orange auprès d'élèves individuels durant l'activité. La figure 20 montre le nombre d'interventions faites par Orange auprès de chacun des élèves du groupe. Dans cette figure, les bandes noires sont associées aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques, tandis que les bandes blanches correspondent aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

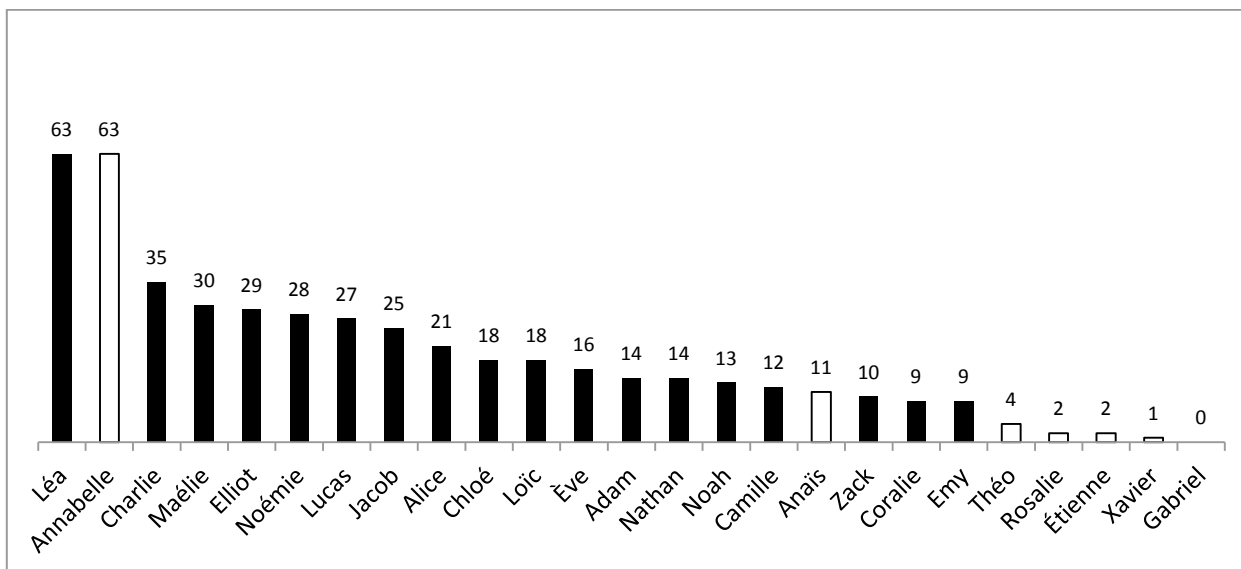


Figure 20. Les interventions faites par Orange auprès des É.tous

Annabelle est au sommet de la distribution (au premier rang, ex aequo avec Léa) pour les interventions faites par Orange auprès de chacun des élèves de la classe. Elle se trouve donc à l'opposé de son groupe d'élèves de référence, les élèves jugés en difficulté en mathématiques dans la distribution. Ceux-ci se voient attribuer très peu d'interventions par Orange dans le cadre de l'activité, ce qui fait d'Annabelle – et de loin – l'élève à qui est attribuée le plus d'interventions dans cette catégorie d'élèves.

Le même constat peut être fait au sein de l'équipe avec laquelle Annabelle travaille, l'équipe D, alors qu'elle se retrouve au premier rang pour le pourcentage d'interventions qui lui sont dédiées par Orange. Le tableau 11 montre en ordre décroissant les occurrences d'interventions faites par Orange auprès des élèves de l'équipe D, ainsi que les pourcentages associés.

Tableau 11

Les interventions faites par Orange auprès des élèves de l'équipe D

		Interventions (n=166)	
Élèves de l'équipe D	Annabelle*	Effectif	63
		%	38,0 %
	Jacob	Effectif	25
		%	15,1 %
	Noémie	Effectif	28
		%	16,9 %
	Chloé	Effectif	18
		%	10,8 %
Alice	Effectif	21	
	%	12,7 %	
Zack	Effectif	10	
	%	6,0 %	
Xavier*	Effectif	1	
	%	0,6 %	
Total	Effectif	166	
	%	100,0 %	

Il est donc possible de constater que, parmi les élèves de l'équipe D, composée de deux élèves jugés forts en mathématiques, de trois élèves jugés moyens en mathématiques et de deux élèves jugés en difficulté en mathématiques, Annabelle est l'élève avec qui Orange interagit le plus fréquemment.

Prenons maintenant connaissance du regard rétrospectif que porte Orange sur la performance d'Annabelle dans le cadre de l'activité.

#### 4.2.3 Le regard rétrospectif porté par Orange sur la performance d'Annabelle

Orange revient sur le cas d'Annabelle au moment de l'entrevue postaction, afin de signaler que sa performance mathématique l'a surpris dans le cadre de l'activité par rapport à ce qu'elle l'a habitué à voir en mathématiques.

**Orange :** Je te l'avais comme pointée en étant une élève moyenne-faible en mathématiques... [...] puis elle m'a grandement surpris. C'est elle qui a découpé la roulette, c'est elle qui a fait l'arbre des probabilités. Donc ça, c'était très surprenant.

(Entrevue postaction, lignes 146 à 148)

Remarquons qu'Orange parle ici d'Annabelle comme d'une « élève moyenne-faible en mathématiques » tandis que, autant dans la liste fournie pour exposer la catégorisation des élèves qu'au moment de l'entrevue pré-action, il l'a toujours qualifiée d'élève faible ou en difficulté en mathématiques. Il est impossible de dire à quoi peut être dû ce changement, mais il survient néanmoins au moment où Orange se déclare surpris de la performance mathématique d'Annabelle.

#### *4.2.4 Annabelle et le portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques*

Au final, il nous semble légitime de remettre en question les critères évoqués par Orange pour classer Annabelle dans les élèves jugés en difficulté en mathématiques. Sur la base d'une nature créative et artistique, à laquelle il attribue la responsabilité d'erreurs de calcul et de choix d'algorithmes, Orange en arrive à considérer Annabelle comme une élève en difficulté en mathématiques. Pourtant, mise à part l'erreur commise dans la stratégie de la subdivision de la roulette, Annabelle a remarquablement contribué à l'avancement de l'activité et elle n'a pas semblé éprouver de difficultés conceptuelles. Elle s'est effectivement avérée très proactive. Nous arrivons donc à la conclusion qu'Annabelle constitue un cas particulier dans la distribution de la classe par rapport à son groupe d'élèves de référence, à savoir les élèves jugés en difficulté en mathématique.

Considérant la nature particulière du cas d'Annabelle dans le cadre de l'activité, nous avons de bonnes raisons de croire qu'il serait pertinent de ne pas inclure Annabelle dans le groupe des élèves jugés en difficulté en mathématiques pour dresser un portrait

juste des conditions didactiques qui leur sont offertes. Cependant, afin de tenir compte de la classification de l'enseignant, nous présenterons systématiquement deux cas de figure pour la suite, à savoir les élèves jugés en difficulté avec Annabelle ou sans elle.

Alors que nous avons fait un retour sur le mode général d'intervention d'Orange et que nous avons dressé le portrait du cas d'Annabelle, nous chercherons maintenant à caractériser les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité. Pour dépeindre ces conditions didactiques offertes par Orange aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, nous analysons de deux manières distinctes les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, à savoir une analyse quantitative et une analyse qualitative. Il sera possible de constater que l'inclusion ou l'exclusion d'Annabelle de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques a une incidence certaine sur le portrait des conditions didactiques qui sont offertes à cette catégorie d'élèves dans le cadre de l'activité.

#### **4.3 Une analyse quantitative des interventions<sup>43</sup> faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques**

Pour ériger un portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, nous avons recours à une analyse quantitative à la fois descriptive et inférentielle. Dans cette perspective, nous nous

---

<sup>43</sup> Rappelons que dans le cadre de notre analyse, une intervention de l'enseignant constitue une unité de sens utilisée dans l'analyse des actions et du discours de ce dernier. Elle est délimitée par le type de phrase qu'il emploie (interrogative, affirmative ou répétitive) et par les intentions présumées qui guide son action. Une intervention peut être d'une longueur d'une phrase ou plus et un tour de parole de l'enseignant peut inclure plusieurs interventions. Une intervention se caractérise également par le moment où elle survient (Est-elle faite avant, pendant ou après le travail des élèves avec les outils?), par le contexte dans lequel elle survient (Est-elle faite en plénière, en petite groupe ou en individuel? Est-elle destinée à un élève, à un petit groupe d'élèves ou à l'ensemble du groupe? Est-elle faite auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématique?). Elle se caractérise également par le ou les situations probabilistes qu'elle évoque (Est-elle liée à un ou des outils? Évoque-t-elle une autre situation probabiliste?). Sur le plan technique, le codage visant à caractériser la nature des interventions faites par l'enseignant s'est fait à partir de 4 métacodes et de 22 sous-codes (voir l'annexe F).



interrogeons sur les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté en mathématiques sous trois angles différents. Ceux-ci se résument par trois questions que nous posons :

- Quelle part des interventions faites par Orange durant l'activité les élèves jugés en difficulté en mathématiques reçoivent-ils?
- Quels types d'interventions Orange fait-il auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques?
- Quand les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques surviennent-elles?

#### *4.3.1 La part des interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques*

Considérant que les interventions faites par Orange contribuent aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, nous avons cherché à connaître la part des interventions faites par l'enseignant auprès de cette catégorie d'élèves. Pour ce faire, nous allons explorer trois pistes : soit a) le nombre d'interventions faites par Orange auprès de chacun des élèves jugés en difficulté en mathématiques; b) les caractéristiques de la distribution des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques ainsi que c) la comparaison entre la proportion des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et la proportion d'élèves regroupés dans cette catégorie d'élèves.

Dans un premier temps, nous avons cherché à connaître le nombre d'interventions faites par Orange auprès de chacun des élèves jugés en difficulté en mathématiques, afin de pouvoir situer les élèves jugés en difficulté en mathématiques par rapport aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques dans la distribution des interventions d'Orange. La figure 21 présente le nombre d'interventions auprès de chacun des élèves de la classe (sauf Annabelle), au cours de l'activité. Les bandes noires sont associées aux

élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques tandis que les bandes blanches correspondent aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

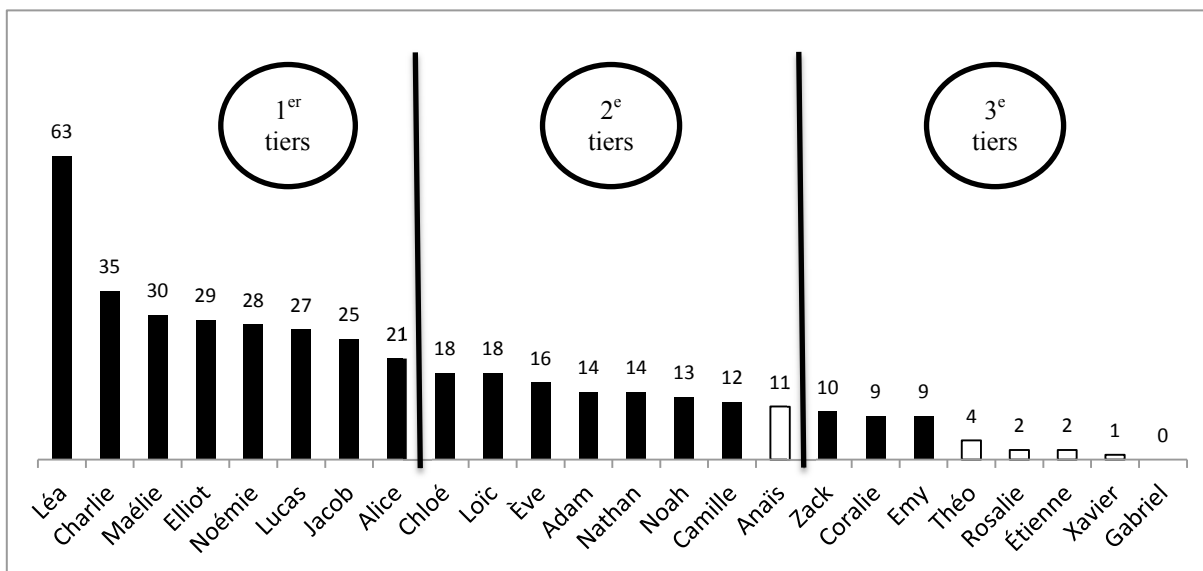


Figure 21. Les interventions faites par Orange auprès des É.tous<sup>44</sup>

Dans cette figure, il apparaît très clairement que les élèves jugés en difficulté en mathématiques reçoivent moins d'interventions que la plupart des autres élèves de la classe. En effet, ces élèves se retrouvent tous regroupés de manière homogène dans le dernier tiers de la distribution, soit celui des élèves ayant reçu le moins d'interventions de la part d'Orange.

Dans un deuxième temps, nous avons voulu savoir si la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques est similaire ou non à la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Le but est ici de transcender les effectifs inégaux de ces deux catégories d'élèves, à la fois par une comparaison des moyennes d'interventions faites

<sup>44</sup> L'expression É.tous est employée pour faire référence aux élèves de l'ensemble de la classe, tandis que l'expression É.tous- est employée pour souligner qu'Annabelle est écartée de l'ensemble des élèves de la classe.

auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématique et d'un élève qui n'est pas jugé en difficulté en mathématiques, et par la comparaison de la dispersion des nombres d'interventions faites auprès de ces deux catégories d'élèves. Dans ce sens, le tableau 12 présente la moyenne, l'écart-type et la médiane de la distribution des interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves, ainsi qu'auprès des élèves de l'ensemble de la classe.

Tableau 12

La moyenne, la médiane et l'écart-type des interventions d'Orange pour les É.nondiff, les É.difficulté et les É.tous<sup>45</sup>

		É.nondiff (n=19)	É.difficulté– (n=5)	É.difficulté (n=6)	É.tous– (n=24)	É.tous (n=25)
Interventions	Moyenne	20,6	4	13,8	17,13	19,0
	Écart-type	13,6	4,1	24,4	14	16,5
	Médiane	18	2	3,0	14	14,0
	Total	391	20	83	411	474

Ces données nous permettent de faire quelques constats. D'abord, les distributions des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques ne montrent pas les mêmes traits de symétrie et de dispersion. D'un côté, la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques est asymétriquement déplacée vers les valeurs élevées, car elle possède une moyenne plus élevée que sa médiane. Ce décalage de la moyenne et de la médiane découle visiblement de la présence d'Annabelle dans la distribution. En effet, le nombre d'interventions dédiées à Annabelle est beaucoup plus grand que les nombres d'interventions faites aux autres élèves jugés en difficulté en mathématiques, ce qui déplace la moyenne vers les valeurs supérieures sans affecter la médiane. De plus, l'écart-type particulièrement élevé de la distribution atteste de la grande dispersion de ces données, ce qui s'explique à nouveau par la présence d'Annabelle.

<sup>45</sup> Les expressions É.nondiff et É.difficulté sont respectivement employées pour faire référence aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques et aux élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques. Cela dit, l'expression É.difficulté– est employée pour souligner qu'Annabelle a été écartée de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

De l'autre côté, la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques est moins asymétriquement déplacée vers les valeurs élevées et elle est moins dispersée que ne l'est la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques avec Annabelle. En effet, l'écart entre la moyenne et la médiane de cette distribution est moindre que l'écart entre la moyenne et la médiane de la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. De plus, la valeur de l'écart-type de cette dernière distribution est presque le double de la valeur de l'écart-type de la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Cela atteste donc d'une plus grande homogénéité des données de la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

Toutefois, sans Annabelle, la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques devient la plus homogène des deux, alors qu'elle apparaît plus symétrique et moins dispersée que la distribution des interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Ces observations montrent donc que cette élève a des impacts importants sur la distribution des interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté par Orange dans le cadre de l'activité.

De plus, les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques reçoivent en moyenne plus d'interventions que les élèves jugés en difficulté en mathématiques, et ce, avec ou sans Annabelle. Toutefois, les élèves jugés en difficulté en mathématiques sans Annabelle se voient dédier par l'enseignant environ cinq fois moins d'interventions en moyenne que les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Il y a donc une énorme différence entre la moyenne des interventions auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques (sans Annabelle) et la moyenne des interventions auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

Dans un troisième temps, nous avons cherché à savoir si la proportion des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques est équivalente à la proportion du nombre d'élèves de la classe qu'ils représentent. Le but est ici de vérifier si les interventions faites par Orange dans le cadre de l'activité sont proportionnellement réparties au regard des nombres d'élèves jugés en difficulté en mathématiques et de ceux qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Le tableau 13 montre les résultats de la répartition de ces interventions.

Tableau 13

Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous

		Répartition	Interventions
Avec Annabelle			
É.nondiff	Effectif	19	391
	%	76,0 %	82,5 %
É.difficulté	Effectif	6	83
	%	24,0 %	17,5 %
É.tous	Effectif	25	474
	%	100,0 %	100,0 %
Sans Annabelle			
É.nondiff	Effectif	19	391
	%	79,2 %	95,1 %
É.difficulté–	Effectif	5	20
	%	20,8 %	4,9 %
É.tous–	Effectif	24	411
	%	100,0 %	100,0 %

Ce tableau montre que les élèves jugés en difficulté en mathématiques, sans Annabelle, reçoivent en proportion moins d'intervention de la part d'Orange que les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Effectivement, la proportion d'interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, mais sans Annabelle, est nettement inférieure à la proportion du nombre d'élèves que représente cette catégorie d'élèves.

Nous retenons donc que, dans le cadre de l'activité, les élèves jugés en difficulté en mathématiques – que ce soit avec ou sans Annabelle – ne reçoivent pas une part des

interventions d'Orange qui est proportionnelle au nombre d'élèves inclus dans cette catégorie d'élèves.

#### *4.3.2 Les interventions faites avant, pendant et après le travail avec les outils*

Nous investiguons maintenant les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Pour ce faire, nous réalisons deux croisements statistiques afin de mieux comprendre, d'une part, les types d'interventions qui sont faits par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et, d'autre part, les moments où surviennent ces interventions.

Avec le premier croisement statistique, nous avons cherché à répondre à la question suivante : y a-t-il une différence significative dans les interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves en fonction des trois moments de l'activité? Nous avons donc voulu savoir si les moments de l'activité influencent les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Ce croisement prend forme dans le tableau 14, qui est un tableau croisé impliquant la variable de la catégorie d'élèves, ainsi que la variable des interventions faites par Orange à chacun des trois moments de l'activité. Regardons tout d'abord ce qu'il en est lorsqu'Annabelle est incluse dans la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Tableau 14

Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous aux trois moments de l'activité

		Catégories d'élèves			
		É.nondiff (n=19)	É.difficulté (n=6)	É.tous (n=25)	
Moment de l'activité	Avant	Effectif %	58 14,9 %	9 10,5 %	67 14,2 %
	Pendant	Effectif %	225 57,5 %	54 64,9 %	279 58,8 %
	Après	Effectif %	108 27,6 %	20 24,6 %	128 27,1 %
Total		Effectif %	391 100,0 %	83 100,0 %	474 100,0 %

Ce tableau permet de mettre en lumière quelques différences observables entre les proportions d'interventions faites auprès des deux catégories d'élèves aux différents moments de l'activité. Toutefois, un khi-2 réalisé sur les valeurs exprimées en pourcentage des interventions faites auprès des deux catégories d'élèves au regard des trois moments montre que ces écarts de proportion ne sont pas suffisants pour rejeter l'hypothèse nulle ( $\chi^2=1,3$ ,  $p=0,522$ ,  $ddl=2$ )<sup>46</sup>. Ces résultats ne sont donc pas significatifs si Annabelle est comptée dans le groupe des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Une forte différence significative apparaît cependant lorsqu'Annabelle est écartée de la distribution. En effet, un khi-2 réalisé à partir des données du tableau 15 sur les proportions exprimées en pourcentage des interventions survenues aux trois moments de l'activité montre que ces écarts de proportion sont suffisants pour rejeter l'hypothèse nulle ( $\chi^2 = 33,92$ ,  $p < 0,000$ ,  $ddl = 2$ ). Les résultats suggèrent donc qu'il y a une différence significative entre les interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves, lorsqu'Annabelle est écartée de la distribution, en fonction des moments de l'activité.

<sup>46</sup> Ces trois nombres sont les valeurs à considérer dans la réalisation d'un test de khi-2 afin de déterminer si l'hypothèse nulle d'absence de différence statistiquement significative doit être rejetée ou non. Le «  $\chi^2$  » est la valeur de khi-2, le « p » est le degré de signification de cette valeur de khi-2, ainsi que le « ddl » est le degré de liberté par rapport auquel doit être interprétée la valeur de khi-2 pour arriver à identifier son degré de signification.

Tableau 15

Les interventions faites par Orange auprès des É.nondiff, des É.difficulté– et des É.tous–  
aux trois moments de l'activité

		Catégories d'élèves			
		É.nondiff (n=19)	É.difficulté– (n=5)	É.tous– (n=24)	
Moment de l'activité	Avant	Effectif	58	3	61
		%	14,9 %	14,3 %	14,9 %
	Pendant	Effectif	225	17	242
		%	57,5 %	85,7 %	58,9 %
	Après	Effectif	108	0	108
		%	27,6 %	0,0 %	26,2 %
Total	Effectif	391	20	411	
	%	100,0 %	100,0 %	100,0 %	

Ce tableau permet de remarquer le très petit nombre d'interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques lorsqu'Annabelle n'est pas prise en compte. La majeure partie des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques survient pendant le travail avec les outils, tandis qu'une petite proportion de ces interventions est faite avant. De plus, les élèves de cette catégorie ne font jamais l'objet d'une intervention d'Orange après le travail avec les outils.

Ce tableau offre également la possibilité d'observer les différences entre les proportions d'interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves aux différents moments de l'activité lorsqu'Annabelle est écartée de la distribution. D'abord, les pourcentages d'interventions survenues avant le travail avec les outils et adressées respectivement aux deux catégories d'élèves sont très proches. La proportion des interventions adressées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques pendant le travail avec les outils est plus grande que celle adressée aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Enfin, un important écart est observable sur le plan des interventions faites par Orange après le travail avec les outils, considérant qu'aucune intervention n'a été adressée aux élèves jugés en difficulté en mathématiques à ce moment



de l'activité et qu'environ une intervention sur quatre faites à l'intention des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques survient à ce moment de l'activité.

Il faut donc retenir que, dans le cadre de l'activité, Orange intervient surtout pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Les interventions qu'il fait auprès de cette catégorie d'élèves sont rares avant le travail avec les outils et absentes après. Comme le temps qui précède et le temps qui suit le travail avec les outils se déroulent en plénière, il se peut que les élèves jugés en difficulté en mathématiques ne soient pas portés à intervenir pour amorcer des échanges avec Orange. En fonction du mode général d'intervention d'Orange, ce sont surtout les élèves qui amorcent les échanges lorsqu'ils se font en tête à tête entre un élève et l'enseignant, alors que celui-ci a plutôt tendance à s'adresser à la classe ou à l'ensemble d'une équipe. Conséquemment, il n'interpelle pas les élèves jugés en difficulté en mathématiques et ceux-ci ne cherchent pas à obtenir la parole durant ces temps en plénière. Par contre, les élèves de cette catégorie ont tendance à plus intervenir dans les échanges en équipe durant le travail avec les outils, ce qui fait qu'il y a davantage d'interventions de faites auprès d'eux dans ce contexte.

#### *4.3.3 Les types d'interventions faites durant l'activité*

Avec le second test statistique, nous avons voulu voir s'il y a une différence significative entre le type d'interventions faites auprès des différentes catégories d'élèves par Orange. Nous avons donc cherché à savoir si le fait qu'Orange s'adresse à un élève jugé ou non en difficulté en mathématiques influence le type d'intervention qu'il fait. Ce croisement est présenté dans le tableau 16, qui est un tableau croisé impliquant la variable du type d'interventions faites par Orange durant l'activité et la variable de la catégorie d'élèves. Regardons tout d'abord ce qu'il en est lorsqu'Annabelle est incluse dans la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Tableau 16

Les types d'interventions faites par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté

		Catégories d'élèves			
		É.nondiff (n=19)	É.difficulté (n=6)	É.tous (n=25)	
Types d'intervention	Questionner	Effectif	113	26	139
		%	28,9 %	31,3 %	29,3 %
	Affirmer	Effectif	183	48	231
		%	46,8 %	57,8 %	48,7 %
	Reformulation et autres choses	Effectif	95	9	104
		%	24,3 %	10,8 %	21,9 %
Total	Effectif	391	83	474	
	%	100,0 %	100,0 %	100,0 %	

Un test de khi-2, qui a été réalisé sur les valeurs exprimées en pourcentage, montre que ces écarts de proportion sont suffisants pour rejeter l'hypothèse nulle ( $\chi^2=6,04$ ,  $p=0,049$ ,  $ddl=2$ ). Les résultats suggèrent qu'il y a une différence significative entre les types d'interventions faites auprès des différentes catégories d'élèves par Orange. Cette différence semble être à l'effet qu'Orange fait en proportion plus d'interventions de nature interrogative et de nature affirmative auprès des élèves jugés en difficulté qu'auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Par contre, ces derniers sont plus souvent l'objet d'interventions de reformulation ou relatives à autres choses que ne le sont les élèves jugés en difficulté en mathématiques. Il convient cependant d'être prudent dans l'affirmation d'une telle différence, étant donné que la valeur de  $p$  est à la limite du seuil que nous avons fixé pour le rejet de l'hypothèse nulle. Le nombre d'interventions faites auprès des élèves en difficulté est également très faible, ce qui limite probablement aussi la portée de cette analyse.

La différence significative entre les types d'interventions faites par Orange auprès des deux catégories d'élèves devient plus claire lorsqu'Annabelle est écartée de la distribution, comme le montre le tableau 17.

Tableau 17

Les types d'interventions faites par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté-

			Catégories d'élèves		
			É.nondiff (n=19)	É.difficulté- (n=5)	É.tous- (n=24)
Types d'intervention	Questionner	Effectif	113	7	120
		%	28,9 %	35,0 %	29,2 %
	Affirmer	Effectif	183	11	194
		%	46,8 %	55,0 %	47,2 %
	Reformulation et autres choses	Effectif	95	2	97
		%	24,3 %	10,0 %	23,6 %
Total		Effectif	391	20	411
		%	100,0 %	100,0 %	100,0 %

En effet, un khi-2 qui a été mené sur les proportions exprimées en pourcentage dans le tableau 17, montre que les écarts de proportion permettent de rejeter l'hypothèse nulle avec plus d'assurance ( $\chi^2 = 6,94$ ,  $p = 0,031$ ,  $ddl = 2$ ). Cette différence se veut à nouveau à l'effet que, lorsqu'Annabelle est écartée de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques, Orange fait en proportion plus d'interventions de nature interrogative et de nature affirmative auprès des élèves jugés en difficulté qu'auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques, mais que ces derniers sont, en proportion, plus souvent visés par des interventions de reformulation ou relatives à autre chose.

La différence peut être observée entre la proportion d'interventions de reformulation faites par Orange auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Elle est directement influencée par le petit nombre de fois où les élèves jugés en difficulté en mathématiques choisissent de participer aux échanges amorcés par Orange ou par un autre élève, ou encore amorcent eux-mêmes un échange. Il y a donc fort peu d'occasions offertes à Orange de reformuler les propos de cette catégorie d'élèves par opposition aux propos des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Nous pouvons penser que cette différence sur le plan des interventions de reformulation vient augmenter les proportions d'interventions de nature affirmative ou interrogative faites auprès des élèves jugés en

difficulté par rapport aux proportions de ces interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

Il faut donc retenir que, dans le cadre de l'activité, Orange ne met pas en œuvre les mêmes proportions des différents types d'interventions auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. En d'autres mots, le fait qu'Orange s'adresse à un élève qu'il juge ou non en difficulté en mathématiques a donc une influence sur ses types d'intervention durant l'activité.

#### **4.4 Une analyse qualitative des interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques**

Orange a effectué 83 interventions auprès d'un élève jugé en difficulté. Toutefois, si Annabelle est écartée de cette catégorie d'élèves, ce nombre diminue, car Orange n'a dédié qu'un total de 20 interventions aux 5 élèves jugés en difficulté en mathématiques autres qu'Annabelle. Ces interventions surviennent au sein de huit échanges entre Orange et un ou des élèves, tous durant le travail avec les outils, à l'exception d'un échange qui advient avant. Il est possible de constater que, pour la plupart, ces échanges ne sont pas en lien avec des enjeux conceptuels.

Le seul échange lié à un enjeu conceptuel durant lequel Orange a dédié une intervention à un élève jugé en difficulté est survenu au sein de l'équipe B lorsqu'Orange intervient auprès d'Anaïs. Cet échange est en lien avec les essais réalisés par l'équipe avec les outils.

**Orange :** Vous arrivez à quoi, vous, là?  
**Léa :** Bien c'est... Euh...  
**Orange :** Là, vous venez de faire la bouteille?  
**Léa :** Oui.  
**Orange :** Alors...  
**Loïc :** ...33 blanches, 17 noires.  
**Orange :** 33 blanches, 17 noires?

- Loïc :** Oui, on a mis ça à 40.  
**Orange :** Ok, sur 40. Donc, combien vous avez eu de noires...  
**Anaïs\* :** 17...  
**Orange :** Sur 40?  
**Anaïs\* :** On a eu 17 sur 40.  
**Orange :** 17 noires sur 40, ok. L'autre exercice, vous aviez fait la roulette, vous arriviez à quoi? Combien de rouges sur votre roulette?  
**Anaïs\* et Léa :** 16.  
**Orange :** Ok, sur combien de coups?  
**Anaïs\* :** 25.  
**Orange :** Ok, ça, ça va être important de le savoir. Puis les dés, vous êtes arrivés à quoi?  
**Anaïs\* :** 5...  
**Orange :** Ok. (Il quitte l'équipe.)

(Enregistrement en classe, lignes 458 à 476)

Cet échange n'est pas axé sur l'interprétation ou la comparaison de résultats issus de ces essais, mais il vise plutôt à amener l'équipe à exposer ses résultats. Orange cherche à obtenir des informations sur la démarche des élèves, mais il ne les remet pas en doute et n'amène pas les élèves à pousser plus loin leur réflexion. À travers ses interventions interrogatives visant à connaître les résultats des essais réalisés avec la bouteille et la roulette, l'enseignant intervient auprès d'Anaïs durant cet échange. Toutefois, il ne l'interpelle pas explicitement. C'est plutôt elle qui choisit de répondre aux questions qu'Orange lance à l'équipe, et c'est dans ce sens que l'enseignant se trouve à intervenir auprès de cette élève. Il nous semble donc que l'enseignant reste ici dans son mode général d'intervention auprès de l'élève jugé en difficulté en mathématiques.

Deux échanges durant lesquels Orange a dédié des interventions à un élève jugé en difficulté en mathématiques ne sont pas explicitement en lien avec un enjeu conceptuel de l'activité, mais amènent des clarifications quant aux consignes et aux contraintes de celle-ci. D'abord, un échange, amorcé par Théo, survient durant la présentation par Orange des consignes de l'activité, c'est-à-dire en plénière et avant le travail des élèves avec les outils. Probablement en réponse au fait qu'Orange a souligné qu'on ne connaît pas le nombre de

billes contenues dans la bouteille, l'élève jugé en difficulté en mathématiques demande la parole et propose une stratégie pour déterminer ce nombre de billes.

- Orange :** Oui Théo?
- Théo\* :** Bien quand... C'est une façon pour savoir. Bien tu l'égalises, puis tu en laisses tomber, alors si ça frappe 2 fois, bien il y a 2 dedans.
- Orange :** Ah là, regarde... Le but cet après-midi, ce n'est pas de savoir combien qu'il y en a, parce que là, on peut avoir plein de trucs, ok, on peut avoir plein de trucs. Tu pourrais l'essayer pour l'expérimenter. La seule chose que tu n'as pas le droit de faire, c'est de la briser ou de décoller le ruban gommé qui est dessus. Ok?

(Enregistrement en classe, lignes 54 à 56)

En réponse à l'intervention de l'élève jugé en difficulté, Orange précise le mandat entourant la bouteille : le but n'est pas de trouver le nombre de billes contenues dans la bouteille. Il piste néanmoins le travail des élèves vers la réalisation d'essais avec cet outil essentiellement inscrit dans la perspective probabiliste fréquentielle.

Cet échange apparaît tout à fait cohérent avec le mode général d'intervention d'Orange, alors qu'il s'adresse généralement aux équipes ou à la classe dans leur ensemble et qu'il laisse les élèves amorcer eux-mêmes les échanges plus spécifiques ou individuels. En effet, Théo demande la parole durant cet échange qui survient durant la plénière et c'est de sa propre initiative que découlent les interventions faites à son intention par Orange. Notons toutefois qu'il s'avère rare qu'un élève jugé en difficulté en mathématiques autre qu'Annabelle amorce un échange avec Orange dans le cadre de l'activité.

Un autre échange en lien avec le fonctionnement de la bouteille survient au sein de l'équipe B durant leur travail avec cet outil.

- Nathan :** La noire, on ne la voit pas, la blanche, on la voit.
- Orange :** Bien la noire, on la voit, mais faut faire un effort.
- Anaïs\* :** (En regardant dans la bouteille.) Bien, c'est noir.

**Orange :** C'est noir, c'est ça, ce n'est pas blanc. Alors, on s'entend que c'est noir, là?  
**Léa et Gabriel :** Oui.

(Enregistrement en classe, lignes 350 à 354)

Cet échange n'est pas en lien avec un enjeu conceptuel de l'activité, mais il porte quand même sur la clarification du fonctionnement de la bouteille. Les interventions faites auprès d'Anaïs durant cet échange découlent du fait que l'élève a choisi d'intervenir dans l'échange amorcé par un collègue, sans quoi l'enseignant ne se serait probablement pas adressé spécifiquement à elle.

Quatre autres échanges durant lesquels Orange a dédié des interventions à un élève jugé en difficulté ne sont pas reliés à un enjeu conceptuel. Durant trois de ceux-ci, il intervient simplement pour confirmer – ou accuser réception, pourrait-on dire – des propos d'un élève jugé en difficulté en mathématiques. Un autre échange est strictement organisationnel, alors que Rosalie, une élève jugée en difficulté en mathématiques, rapporte un outil à Orange afin qu'il puisse le donner à une autre équipe.

Enfin, au début du travail des élèves avec les outils, Orange interpelle pour une rare fois un élève pour s'adresser spécifiquement à lui. Il arrive auprès de l'équipe D et s'adresse à Xavier, qui est placé à l'autre bout de l'îlot de pupitres autour duquel l'équipe travail, afin de lui suggérer de se rapprocher de l'action.

**Orange :** Xavier, tu peux peut-être te rapprocher de tes camarades parce que je te trouve loin. Peut-être t'en venir ici? Ou à côté d'Alice.

(Enregistrement en classe, ligne 115)

Sans réagir verbalement, l'élève prend sa chaise et vient s'asseoir plus proche de ses collègues. Cette intervention d'Orange faite auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématiques est visiblement liée à un enjeu psychopédagogique. Xavier est assis loin de

ses collègues et ne s'engage pas – ou ne sera pas engagé – dans le travail de l'équipe avec une telle position. Orange intervient donc pour lui demander de venir rejoindre l'équipe, probablement pour favoriser son intégration au travail des autres membres de son équipe. Soulignons que sans considérer Annabelle, il s'agit ici de la seule intervention faite à l'intention d'un élève jugé en difficulté en mathématiques pour l'amener à la tâche ou pour offrir un soutien ou une attention particulière dans le cadre de l'activité probabilité.

### **Ce que nous retenons...**

En somme, les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques sont de différentes natures et surviennent dans des échanges qui sont, pour la plupart, sans lien direct avec les enjeux conceptuels de l'activité. Ces interventions découlent généralement d'un choix de l'élève jugé en difficulté en mathématiques d'amorcer un échange ou d'intervenir dans un échange, car les occasions où Orange interpelle directement un élève – et en l'occurrence un élève jugé en difficulté en mathématiques – sont rares. Dans ses interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, comme dans la plupart de ses interventions, Orange reste le plus souvent en marge des enjeux conceptuels inhérents aux outils et à l'activité. L'intervention faite auprès de Xavier apparaît particulière dans la mesure où Orange fait quelque chose de spécifique auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématique, mais celle-ci est reliée à un enjeu psychopédagogique et non pas à un enjeu conceptuel.

#### **4.5 Une synthèse de la section**

Nous retenons de cette section que le mode général d'intervention d'Orange durant l'activité s'inscrit dans une perspective contemplative et se caractérise par quatre éléments importants. D'abord, Orange se promène d'une équipe à l'autre et réalise de courts échanges avec les différentes équipes, durant lesquels il s'adresse généralement à l'équipe comme à une unité dans ses interventions. Dans ce cadre, Orange a tendance à interroger les élèves et à ne pas réfuter ni à confirmer leurs raisonnements et leur travail. En d'autres



mots, il obtient des informations et cherche des justifications conscientes pour les choix faits par les élèves dans le cadre de leur travail avec les outils, mais il ne les remet pas en doute. Ce faisant, Orange emprunte généralement une entrée par le nombre d'essais et a une forte tendance à ne pas saisir les occasions conceptuelles qui auraient pu permettre d'établir un pont entre les perspectives.

Il appert donc que ce mode général d'intervention a pour conséquence que les échanges sont généralement amorcés par les élèves, que ce soit un élève jugé ou non en difficulté en mathématiques.

Nous retenons également de cette section que le cas d'Annabelle est remarquable et que, dans ce sens, Orange intervient beaucoup auprès d'elle, probablement en conséquence de sa remarquable contribution à l'avancement de l'activité. D'une part, Annabelle contribue à l'avancement de l'activité, et ce, à travers le développement et la mise en œuvre de stratégies et la participation aux échanges de son équipe et du groupe. De ce fait, elle interagit à plusieurs reprises avec Orange dans des échanges liés à des enjeux conceptuels qui surviennent avant, pendant et après le travail avec les outils. D'autre part, Annabelle s'avère non seulement l'élève jugée en difficulté en mathématiques la plus sollicitée par Orange, mais elle est également la plus interpellée au sein de son équipe hétérogène de travail et l'une des deux élèves les plus sollicitées dans la classe.

Enfin, il convient aussi de retenir de cette section que, pour dépeindre les conditions didactiques offertes par Orange aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, nous avons élaboré des portraits basés sur une analyse quantitative et sur une analyse qualitative. Nous avons également fait un exercice d'inclusion/exclusion d'Annabelle au sein de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques qui montre une incidence certaine sur le portrait qui peut être fait des conditions didactiques offertes à cette catégorie d'élèves dans le cadre de l'activité.

L'analyse quantitative nous permet de retenir trois éléments contribuant à dresser le portrait des conditions didactiques offertes par Orange aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité. D'abord, les élèves jugés en difficulté en mathématiques, que ce soit avec ou sans Annabelle, ne reçoivent pas une part proportionnelle des interventions d'Orange au nombre d'élèves inclus dans cette catégorie d'élèves. Ensuite, Orange intervient surtout pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, étant donné que les interventions qu'il fait auprès de cette catégorie d'élèves sont rares avant le travail avec les outils et qu'aucune n'est faite après celui-ci. Enfin, Orange ne met pas en œuvre les mêmes proportions des différents types d'interventions auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. En d'autres mots, le fait qu'Orange s'adresse à un élève qu'il juge ou non en difficulté en mathématiques influence le type d'interventions durant l'activité.

L'analyse qualitative nous permet quant à elle de retenir que les interventions faites par Orange auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité sont de différentes natures et surviennent dans des échanges qui sont, pour la plupart, sans lien direct avec les enjeux conceptuels. Ces interventions découlent généralement d'un choix de l'élève jugé en difficulté en mathématiques d'amorcer un échange ou d'intervenir dans un échange amorcé par Orange ou par un autre élève, étant donné que l'enseignant s'adresse à priori aux équipes ou à l'ensemble de la classe, et non à des élèves en particulier. Par ailleurs, le mode général d'intervention d'Orange ne trouve pas toujours écho dans les échanges durant lesquels Orange intervient auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Ainsi, l'enseignant n'intervient qu'à une seule occasion sur le nombre d'essais faits par les élèves. Il reste néanmoins cohérent avec la perspective contemplative qui caractérise ses interventions dans le cadre de l'activité, alors qu'il questionne et cherche à comprendre, mais n'intervient que rarement pour guider la démarche ou le travail des élèves.

Maintenant qu'ont été investiguées les conditions didactiques offertes par Orange aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, la section suivante nous permettra de prendre connaissance de l'épilogue de cette activité.

## 5. L'ÉPILOGUE DE L'ACTIVITÉ

Dans l'entrevue postaction, Orange tient des propos plutôt critiques sur la manière avec laquelle il a bouclé l'activité. Il indique que, avant la réalisation de cette activité, il appréhendait la gestion du retour sur le travail des élèves avec les outils et que, effectivement, celui-ci a été difficile. Dans ce sens, il se dit insatisfait de sa gestion de ce qui a suivi le travail avec les outils.

**Orange :** Puis ce que j'appréhendais, puis ce qui est arrivé, c'était le retour à la fin, de ramasser tout ça puis de revenir sur chacun des outils, ne connaissant pas le contenu de la bouteille, c'était fatigant. [...] Je trouve que je suis allé vite et j'étais pressé par le temps, puis la bouteille me posait encore certains problèmes et j'appréhendais ça, puis j'avais raison de l'appréhender, c'était un petit peu précipité. Le retour a été difficile pour ça. Normalement, on aime bien connaître les réponses quand on enseigne quelque chose ou qu'on montre à quelqu'un quelque chose; là, j'avais une zone grise puis elle est restée grise. (Riant.) [...] Bien c'est parce qu'en étant pressé par le temps, là, j'ai été un petit peu... Bon, la roulette, c'était facile, les dés aussi, mais la bouteille, j'aurais aimé ça vraiment leur dire qu'en pourcentage, là, qu'on avait des chances de 20 % s'il y avait 1 bille noire puis 40 % s'il y en avait 2. Donc là, c'est là que je trouve que j'aurais pu faire mieux, d'ailleurs, c'est ce que j'ai fait le lendemain, je suis revenu sur l'activité.

(Entrevue postaction, lignes 26 à 34)

Orange pointe donc le manque de temps et la zone grise de l'ignorance du contenu de la bouteille comme des éléments qui contribuent à expliquer sa difficulté à gérer le retour sur l'activité. En faisant référence à l'ignorance du contenu de la bouteille, il indique

que de ne pas connaître les « réponses » de l'activité a ajouté à la difficulté. Dans son mode habituel d'enseignement des mathématiques, Orange utilise un manuel scolaire, qui est explicite sur les objectifs et les réponses attendues pour une situation. Toutefois, ce n'est pas le cas pour la ressource didactique à partir de laquelle il a planifié l'activité, ce qui semble avoir provoqué un inconfort pour lui au moment de son retour sur l'activité. Orange décide alors de revenir à nouveau sur l'activité le lendemain.

**Orange :** J'étais un peu déçu de la façon que ça s'était fini, donc je suis revenu avec les élèves. Puis j'ai pris du temps pour le réexpliquer, parce que moi, j'aime ça quand c'est clair. Puis dans ma tête, ce n'était pas clair.

(Entrevue postaction, ligne 36)

Cette séance supplémentaire<sup>47</sup> a été faite entre la première séance durant laquelle a été vécue l'activité et la réalisation de l'entrevue post, ce qui explique qu'Orange la décrive au passé. À l'occasion de cette séance supplémentaire, Orange dit être revenu plus en détail sur chacun des outils ainsi que sur les stratégies mathématiques pour arriver à déterminer les probabilités de gagner qui leur sont associées. Mentionnons que ce second retour sur l'activité amène un éclairage différent sur les sections précédentes et sur le regard que nous portons sur les interventions faites dans le cadre de l'activité. Nous verrons en quoi dans les paragraphes suivants, qui montrent ce qu'a raconté Orange sur ce second retour sur l'activité.

D'abord, Orange dit avoir fait un retour sur la roulette et sur la paire de dés.

**Orange :** J'ai repris l'histoire de la roulette, j'ai parlé des degrés. [...] Ok, on avait déjà travaillé le rapporteur d'angles, aucun élève n'y avait pensé. Je leur ai parlé aussi qu'il y a un élève qui m'avait demandé : « On peut-tu découper

---

<sup>47</sup> Étant donné que cette séance supplémentaire a eu lieu le lendemain de l'activité et que de surcroît, elle n'était pas planifiée, nous avons été absent de celle-ci. Cela a donc pour conséquence que nous n'avons pas observé Orange durant cette dernière séance et que notre regard sur celle-ci repose uniquement sur ce qu'il en dit, c'est-à-dire sur son discours.

la roulette? », donc j'avais dit oui, donc là, je pensais que quelqu'un était pour découper les pointes puis les assembler une par-dessus l'autre pour comparer que c'était pareil... [...] Ensuite, les dés, bien je suis revenu sur l'arbre puis j'ai dit que c'était une stratégie [...] Tout le temps en remettant en pourcentage... [...] évidemment, là.

(Entrevue postaction, lignes 40 à 46)

Pour la roulette, Orange a donc nommé des stratégies différentes que celles évoquées lors du premier retour. De plus, il dit avoir insisté sur l'importance d'exprimer en pourcentage les probabilités de gagner. Cependant, il est à nouveau revenu à l'arbre des probabilités comme stratégie pour arriver à déterminer la probabilité de gagner associée à la paire de dés. Par ailleurs, remarquons que, comme lors du premier retour, Orange n'évoque pas la perspective probabiliste fréquentielle pour arriver à déterminer les probabilités de gagner qui sont associées à ces outils. En effet, encore une fois, toutes les stratégies évoquées sont reliées à une perspective probabiliste théorique.

Puis, toujours en lien avec la roulette, Orange annonce également être revenu avec les élèves sur la stratégie de subdivision de la roulette d'Annabelle, dont la gestion s'était avérée difficile au moment de la conclusion de l'activité, alors qu'il avait commis une erreur.

- Orange :** J'ai reparlé du cercle, on a parlé du  $360^\circ$  puis là, en le divisant par 27, ça ne fonctionnait pas selon les plus petites pointes, donc je leur ai dit que c'était 24, puis ce qui m'avait un peu joué le tour, c'était l'idée du tiers, donc là...
- Chercheur :** Que ça soit divisible par 3.
- Orange :** Oui, c'est ça. [...] Alors je suis allé à 27, c'était plus facile, mais je n'ai jamais pensé [...] à 24, donc je suis allé à 27.

(Entrevue postaction, lignes 90 à 95)

Cet extrait témoigne donc du fait qu'Orange a su porter un regard critique sur son retour sur cette stratégie. Il a remarqué son erreur et il a tenté de la justifier et de la corriger. Orange dit ensuite être revenu sur la bouteille.

**Orange :** Je suis arrivé à la bouteille puis je leur ai dit: « Bon, hier, je vous ai dit qu'il y avait 1 bille noire sur 5 billes ». Puis là, je leur ai dit que je n'étais pas certain, mais parce que moi, je l'avais expérimenté, je croyais qu'il y en avait 1, mais peut-être qu'il y en avait 2. Puis là, je leur ai expliqué que 1 sur 5 par rapport à 2 sur 5 on avait 20 % à 40 %, donc ils comprenaient que s'il y en avait 2, c'était le meilleur outil qui offrait les chances de gagner.

(Entrevue postaction, ligne 46)

Dans ce second retour sur l'activité, Orange parle donc ouvertement des cinq billes que contient la bouteille. En s'appuyant sur les contenus potentiels de la bouteille, il ouvre d'une certaine manière la porte à un discours axé sur la perspective probabiliste théorique au regard de la probabilité de gagner avec cet outil.

Selon ses dires, Orange a cherché à expliquer pourquoi il affirmait que la bouteille offrait une probabilité de gagner de 20 %, et ce, en établissant un lien entre la composition potentielle de la bouteille et la probabilité théorique de gagner qu'elle peut offrir. Cela dit, il n'a pas dit s'être appuyé sur une analyse des essais réalisés – les siens ou ceux des élèves – pour arriver à cibler deux compositions possibles de la bouteille et à établir le lien avec les probabilités théoriques de gagner qui leur sont associées (1n-4b pour 20 %; 2n-3b pour 40 %). Ce faisant, Orange a écarté deux des quatre compositions possibles de la bouteille (3n-2b et 4n-1b), et ce, sans justifier cet oubli d'une quelconque manière. La bouteille est l'unique outil qui s'inscrit exclusivement dans une perspective probabiliste fréquentielle et pourtant, Orange ne semble pas avoir établi de lien entre les essais réalisés et l'émission d'une hypothèse quant à une composition potentielle de la bouteille, même lorsque le nombre de billes contenues dans la bouteille a été révélé. Nous pouvons penser que cela s'explique par le fait que son enseignement habituel des probabilités ne s'inscrit pas dans

une perspective probabiliste fréquentielle et que, en conséquence, il peine à s'appuyer sur les résultats des essais réalisés par les élèves pour aller vers la probabilité théorique de gagner. Toutefois, durant l'entrevue postaction, il n'a pas mentionné s'être finalement prononcé sur la manière de déterminer si la bouteille contenait une, deux ou même plus de billes noires.

En parlant de la bouteille et du fait qu'elle offrait probablement une probabilité théorique de gagner de 20 % ou de 40 %, selon la composition de la bouteille, il évoque la comparaison des outils et des probabilités de gagner qui leur sont associées. En effet, il dit avoir indiqué que, si la bouteille offrait une probabilité de gagner de 40 %, elle serait l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Ce choix de laisser ouverte la question que la bouteille puisse offrir 20 % ou 40 % de probabilité de gagner a des conséquences sur la comparaison des outils. En effet, déduire que la bouteille offre 20 % ou 40 % modifie complètement la comparaison des probabilités de gagner associées aux trois outils, considérant qu'avec 20 %, la bouteille offre la pire probabilité de gagner, tandis qu'avec 40 %, elle offre la meilleure probabilité de gagner.

Cela étant dit, Orange affirme avoir revu par la suite la comparaison des probabilités de gagner associées aux trois outils. Il revient en outre sur le choix d'un outil par chacune des équipes et il indique que leur discours n'étaient pas toujours très concluant pour justifier leur choix.

**Orange :** Je leur ai dit: « Comme hier, vous m'avez dit que c'était la roulette... » Les 4 équipes, il y en a 3 qui m'avaient parlé de la roulette, puis une équipe qui me parlait de la bouteille, mais que leur façon [...] d'y arriver [...] c'était moins concluant, je trouvais. [...] Donc, là j'avais fait le retour, donc, pour leur dire 33 % à peu près, 25 %... [...] 20 % ou 40 %...

(Entrevue postaction, lignes 48 à 52)

L'enseignant dit donc avoir rendu explicite la comparaison des probabilités de gagner associées à chacun des outils pour arriver à choisir celui offrant la meilleure probabilité de gagner. Enfin, Orange dit avoir offert l'opportunité aux élèves qui le désiraient de parier des points boni avec un des outils à la fin de cette séance supplémentaire.

- Orange :** Puis après ça, là, je leur ai dit: « Bien aujourd'hui, c'est là que vous allez parier vos points ceux qui le veulent, puis là vous avez le choix de changer d'outil d'après ce que je viens de vous dire ou garder votre outil ». [...] J'en ai une quinzaine d'élèves qui ont parié... [...] Tout le monde a choisi la roulette. [...] Et je leur ai demandé... Puis je pense aussi que le fait de tourner la roue, ça leur donnait plus l'impression de faire un jeu de hasard que de brasser des dés ou... [...] Là, c'était la roulette, c'était... Je pense qu'ils se croyaient à la « Poule aux œufs d'or » ou à « La roue chanceuse ». [...] Il y a un élève qui a gagné (riant.). [...] Il y en a 1 sur 15, puis ça a parié entre 1 et 5 points. Puis ils ne sont pas très, très, si je peux me permettre, *gambler*, parce que ça pariait beaucoup 1 ou 2 points. [...] ils étaient conservateurs.
- Chercheur :** [...] La personne qui a gagné, comment ça marchait? Est-ce qu'elle gagnait le même nombre de points qu'elle avait parié?
- Orange :** Oui, exactement. [...] Donc, elle avait parié, je pense, 4 points, elle en a gagné 4.

(Entrevue postaction, lignes 54 à 74)

À ce moment, trois choix s'offrent à l'élève. D'abord, il peut choisir de parier. Puis, s'il choisit de parier, il doit sélectionner un outil parmi les trois outils de l'activité avec lequel parier ses points boni, et ce, sans égard à l'outil choisi la veille par son équipe. Enfin, il doit déterminer combien de points boni il souhaite parier, à savoir entre un et cinq de ses points boni.



**Orange :** Quand j'ai dit « C'est le temps de parier », il y a des élèves qui m'ont demandé : « On est-tu obligé », j'ai dit : « Non », puis là j'ai dit ça: « Vous y aller selon votre gout du risque, ce que vous êtes capables de prendre ou pas »

(Entrevue postaction, ligne 78)

Dans le cas où l'élève choisit de parier des points boni sur un outil et qu'il perd son pari, il perd la quantité de points boni pariée, mais s'il gagne son pari, il gagne une nouvelle quantité de points boni égale à la quantité de points boni pariée. En d'autres mots, si deux points boni sont misés et que le pari est gagné, les deux points bonis misés sont gardés et deux points boni supplémentaires sont obtenus, mais si le pari est perdu, les deux points boni misés sont perdus et aucun point boni supplémentaire n'est obtenu. Nous pouvons donc penser qu'intuitivement, certains élèves ont senti que le jeu ne semblait pas une affaire très profitable.

Orange mentionne qu'il a profité du contexte de jeu de pari pour revenir sur les jeux de hasard et leurs enjeux et conséquences. Lors de l'entrevue postaction, Orange dit avoir « fermé la boucle » en revenant sur la réflexion, lancée dans le bloc sur les probabilités vécu en amont de l'activité, sur les bons et les mauvais choix de citoyens en lien avec le hasard et les jeux de hasard. Il n'a cependant pas donné de détails supplémentaires au sujet du retour sur cette réflexion. Il n'a pas dit, non plus, s'il a abordé l'espérance mathématique négative du jeu de pari avec les outils et, plus généralement, avec les jeux de hasard et d'argent. Il appert néanmoins que l'exploration de cette idée avec les élèves aurait pu contribuer à l'éducation citoyenne des élèves au regard des jeux de hasard et d'argent. Il s'agit pourtant au départ du principal argument évoqué par Orange au moment de l'entrevue pré-action pour justifier une telle mise en contexte de l'activité.

### **Ce que nous retenons...**

En somme, le regard critique qu'Orange porte sur sa propre pratique et le choix qu'il fait d'ajouter une séance supplémentaire le lendemain de l'enregistrement de l'activité nous font croire qu'au bout du compte, Orange est conscient de certaines failles de l'activité et de la gestion qu'il a faite de celle-ci. Dans un laps de temps relativement court, il a su réfléchir et interroger ses actions, ses choix et sa gestion dans le cadre de l'activité, puis choisir d'organiser un second retour pour rectifier ou boucler l'activité de manière plus satisfaisante, à la fois pour lui et pour les élèves. Toutefois, sur le plan des enjeux conceptuels, l'épilogue ne fait que confirmer qu'Orange met l'accent sur la perspective probabiliste théorique et qu'il reste en marge des enjeux conceptuels relatifs à la perspective probabiliste fréquentielle.

La gestion de l'activité semble difficile pour Orange. Effectivement, avec la planification et la réalisation d'une activité à partir de la ressource didactique, Orange s'est placé en terrain inconnu, loin d'un manuel scolaire qui oriente habituellement son enseignement des probabilités, une branche des mathématiques avec laquelle il ne semble pas à l'aise. Il se retrouve alors à tenter de fonctionner et de gérer l'activité, en dépit des défis conceptuels qu'elle renferme et qui semblent difficiles à relever pour lui dans ce contexte. Cela contribue peut-être aussi à expliquer la perspective contemplative qu'adopte Orange dans le cadre de cette activité. Pensons notamment à l'obligation de gérer la perspective probabiliste fréquentielle et l'établissement de ponts entre les probabilités théoriques et fréquentielles à travers le travail avec les trois outils. Conséquemment, il semble donc possible que, au moment de faire le premier retour sur l'activité, Orange ne se soit pas senti apte à mener à bien l'activité dans les conditions du moment. Il aurait alors décidé de finaliser temporairement l'activité. Puis il a réfléchi et finalement, il a décidé de revenir le lendemain pour reprendre de manière plus satisfaisante la conclusion de l'activité. En réagissant de la sorte, l'enseignant a peut-être cherché à s'assurer que les élèves voient une conclusion à cette activité à la fin de la première séance et, possiblement

pour tenter de les amener un peu plus loin, il leur a offert une seconde version de la conclusion de l'activité.

Se peut-il qu'Orange ait constaté qu'il n'était pas suffisamment à l'aise avec les moyens dont il disposait pour clore l'activité au moment du premier retour pour s'aventurer plus loin? Il aurait alors pu choisir de conclure temporairement l'activité, réfléchir et choisir de nouvelles pistes explicatives pour revenir une seconde fois sur l'activité. Nous pouvons alors penser qu'il aurait été en mesure de pointer plus explicitement, au bénéfice des élèves, l'importance de certains savoirs en jeu dans l'activité. Cela nous amène à croire que, lors de cette séance supplémentaire, Orange a peut-être été en mesure de réaliser une certaine institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité, visiblement dans une perspective probabiliste théorique. Il ne serait toutefois pas prudent de tirer une telle conclusion sur la seule base du discours d'Orange.

Pour conclure, nous retenons de cette section qu'Orange s'est rendu compte par lui-même de certaines failles de l'activité et de la gestion qu'il a faite de celle-ci. Le second retour qu'il a fait sur l'activité semble avoir structuré davantage les contenus mathématiques sous-jacents, mais son discours reste malgré tout axé sur la perspective probabiliste théorique. Cela laisse donc sous-entendre que le lien entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle n'a pas été fait davantage lors du premier retour.



## LE CAS DE BLEU

L'analyse que nous présentons maintenant donne le portrait du cas de Bleu. Cette introduction vise à en faire un résumé. D'abord, précisons que Bleu est un enseignant qui se dit être à l'aise avec les probabilités. Il juge que les élèves de sa classe constituent un groupe ayant un niveau mathématique fort. Il a apporté une modification à la ressource didactique que nous lui avons proposée, à savoir l'ajout d'un préambule en amont du travail des élèves avec les outils. Cette modification semble avoir eu d'importantes conséquences sur les enjeux d'apprentissage. Il a planifié et mis en œuvre l'activité à la fois comme a) une première activité dédiée à l'apprentissage des probabilités dans l'année scolaire et comme b) un contexte de réinvestissement pour les fractions et le pourcentage. Cette activité est proche de son enseignement habituel dans la mesure où elle n'est pas basée sur le manuel scolaire et où les outils s'apparentent au matériel qu'il prépare et utilise pour l'enseignement des probabilités. Selon le projet didactique annoncé, Bleu souhaite que les élèves réalisent des essais et réinvestissent les concepts de fraction et de pourcentages pour arriver à inscrire leur réflexion dans une perspective probabiliste théorique.

Durant la réalisation de l'activité, Bleu adopte ce que nous appelons une posture structurante dans ses interventions. Ainsi, il essaie d'abord de comprendre le travail des élèves et, les questionne pour que ceux-ci expliquent leurs réflexions, leurs démarches et leurs résultats. Puis, il intervient pour guider leur travail relativement aux enjeux conceptuels rencontrés dans le cadre de l'activité, que ce soit avant, pendant ou après le travail avec les outils.

Le projet didactique que Bleu annonce et ses interventions durant l'activité nous laissent croire qu'il se situe d'abord dans une perspective probabiliste théorique en présentant sur le plan théorique plusieurs situations semblables aux outils dans le cadre du préambule de l'activité, mais aussi en amenant les élèves à calculer des probabilités théoriques dans leur travail avec les outils. Toutefois, il peine à conjuguer avec les enjeux

conceptuels inhérents à la bouteille, qui s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle. Ainsi, il reste en marge des enjeux conceptuels propres aux probabilités fréquentielles durant la première séance, et ce ne sera qu'à la seconde séance qu'il prendra une posture structurante par laquelle il imposera aux élèves une démarche pour réaliser de nombreux essais et arriver à voir se dégager une tendance avec la bouteille. Au final, la conclusion de cette séance l'amène à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique, à travers un passage des résultats issus des tirages réalisés avec la bouteille vers la formulation d'une hypothèse quant à son contenu possible.

Dans ce contexte, l'enseignant offre aux élèves jugés en difficulté en mathématiques des conditions didactiques qui semblent différentes à certains égards de celles offertes aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. En effet, une analyse quantitative des interventions faites par Bleu montre que les élèves jugés en difficulté en mathématiques reçoivent en proportion moins d'interventions de la part de Bleu que les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Cette même analyse met également en lumière que Bleu intervient auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques surtout avant et pendant le travail avec les outils et très peu après. Une analyse qualitative vient enrichir et nuancer ces constats, alors que nous montrons que l'enseignant met en œuvre certaines mesures de nature pédagogique. Ces mesures ont comme effet de favoriser la participation de l'ensemble des élèves à la réflexion collective et de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et celles faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement.

Dans ce qui suit, nous reprenons ces différents aspects plus en détail. La description du cas de Bleu se décline en quatre sections. Dans une première section, nous présentons l'enseignant et les élèves qui composent sa classe. Une deuxième section décrit le projet didactique qu'il a élaboré à priori à partir de la ressource qui lui a été proposée. La troisième section fait état des principales interventions didactiques mises en œuvre par l'enseignant durant l'activité. Enfin, la quatrième section aborde les conditions didactiques qu'il offre aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

## 1. BLEU ET LES ÉLÈVES DE SA CLASSE

Cette section vise à présenter Bleu et les élèves de sa classe. Il sera possible de constater que l'enseignant semble à l'aise avec les probabilités. Celui-ci reconnaît toutefois que les probabilités occupent un petit espace dans la planification globale de l'année scolaire, mais il souligne leur importance, notamment au regard des possibilités de réinvestissement qu'elles offrent pour certains concepts mathématiques. Nous verrons également que Bleu voit son groupe comme étant fort en mathématiques. Il juge le niveau mathématique des élèves en fonction de leur capacité à appliquer des concepts mathématiques, à faire des liens entre ceux-ci et à les réinvestir dans des « situations réelles ou qui se ressemblent ».

Cette section se divise en trois parties. Nous reprendrons en détail les aspects qui viennent d'être soulignés, à savoir un portrait de Bleu, du regard qu'il porte sur les probabilités et du niveau mathématique des élèves et de la classe dans son ensemble. Nous ferons ensuite une synthèse de la section.

### 1.1 Qui est Bleu? Quel regard porte-t-il sur les probabilités?

Bleu est un enseignant dans une classe ordinaire de sixième année du primaire. Il détient un baccalauréat en enseignement au préscolaire et au primaire, ainsi qu'une maîtrise en sciences de l'éducation, mais sans lien avec l'enseignement des mathématiques. Au moment de sa participation à la recherche, cet enseignant en était à sa dixième année d'enseignement.

Pour lui, les probabilités sont importantes, sans toutefois être la branche la plus importante des mathématiques. Leur enseignement occupe un bloc de deux semaines vers la fin de l'année scolaire, ce qui ne représente pas une grande part du temps dédié à l'enseignement des mathématiques dans la classe.

**Bleu :** Notre enseignement des maths est souvent réparti en blocs; c'est un bloc qu'on voit à chaque année en 6<sup>e</sup> année. Je ne dirais pas que c'est le plus important, mais ça on le voit plus vers la fin de l'année parce que ça demande certains concepts. Donc... [...] beaucoup avec les fractions, les pourcentages, ces choses-là. Donc on le voit à peu près à ce temps-ci de l'année ou un peu plus tard là. Pis faut le voir absolument parce que souvent il y en a dans les examens du ministère en 6<sup>e</sup> année. [...] Donc, je dirais 2 semaines peut-être durant l'année.

(Entrevue pré-action, lignes 50 à 54)

Une relation est donc établie par Bleu entre la nécessité d'enseigner les probabilités et la présence assurée des probabilités dans l'examen de mathématiques de fin du primaire du MELS. Sans minimiser l'importance qu'il accorde aux probabilités, il est possible de croire que cette contrainte institutionnelle pourrait représenter un incitatif à l'enseignement systématique de cette branche des mathématiques dans la dernière année du primaire.

Bleu soutient que les probabilités constituent, dans une certaine mesure, un contexte de réinvestissement pour des concepts mathématiques, notamment les fractions et les pourcentages. Il semble que le caractère récapitulatif qu'attribue Bleu aux probabilités constitue alors une de leurs particularités qui justifie leur enseignement.

**Bleu :** Je te dirais qu'on ne passe pas nécessairement beaucoup de temps dessus... [...] mais moi, j'aime ça parce que, justement, ça permet de revoir d'autres concepts. [...] Fractions, pis... [...] ce genre de chose là.

**Chercheur :** Est-ce que je pourrais dire à ce moment-là que tu le vois, pas comme un contexte de réinvestissement, mais un peu?

**Bleu :** Pas uniquement un contexte de réinvestissement, mais oui.

(Entrevue pré-action, lignes 56 à 66)



Le fait que les probabilités constituent pour Bleu un contexte de réinvestissement pour des concepts mathématiques pourrait justifier que leur enseignement survienne en fin d'année scolaire, c'est-à-dire au moment où ces concepts mathématiques jugés préalables et devant être réinvestis ont été vus. En ce sens, Bleu se dit d'ailleurs convaincu de la nécessité pour les élèves d'avoir développé une solide compréhension du sens de la fraction pour arriver à travailler avec les probabilités. C'est pourquoi la réalisation de l'activité a été précédée d'un travail de révision de certains concepts mathématiques liés à la fraction et au pourcentage, notamment les fractions équivalentes, la simplification de fractions, le passage de la notation fractionnaire à un pourcentage.

- Bleu :** Ben, c'est sûr qu'on a déjà vu ensemble tout ce qui est en lien avec les fractions, [...] ...fractions équivalentes, réduction de fraction, le passage d'une fraction à un pourcentage, le passage... On utilise beaucoup le diagramme circulaire, ces choses-là; ça, c'est déjà pas mal tout vu...
- Chercheur :** Hum, hum. Et tu penses que ça pourrait être réinvesti par tes élèves dans l'activité?
- Bleu :** C'est sûr que ça va être réinvesti par mes élèves. [...] On a revu ça un peu dans les dernières semaines, on avait un devoir avec ça aussi pour comme réactiver leurs connaissances par rapport à ça. [...] En prévision d'aujourd'hui. [...] Je m'attends à ce qu'ils soient quand même assez... je ne m'attends pas nécessairement à faire trop d'interventions au niveau justement de ces concepts-là. [...] Je vais plus voir [...] dans quelle mesure [ils] sont capables de réinvestir.

(Entrevue pré-action, lignes 208 à 220)

L'enseignant se déclare donc confiant de ne pas avoir à intervenir relativement à ces concepts dans le cadre de l'activité, sous-entendant ainsi que ceux-ci ont été bien compris par les élèves. Il remarque enfin qu'il s'agira désormais pour les élèves de sa classe de réinvestir leur compréhension du concept de fraction dans le contexte d'une activité.

Toujours en lien avec l'idée de réinvestissement de concepts mathématiques, Bleu évoque d'autres savoirs mathématiques qui ont été vus en amont de l'activité et que les élèves pourraient réinvestir. Il s'agit du dénombrement et de l'arbre des probabilités. Bleu ne fait que nommer ceux-ci et n'étaye pas davantage sa réflexion à leur sujet.

- Chercheur :** J'ai compris donc qu'il y avait d'autres savoirs qui avaient été enseignés avant... [...] en prévision de, qui étaient pas nécessairement en lien avec les probabilités comme telles, qui étaient plutôt en lien avec on l'a dit, entre autre les fractions, le passage aux fractions, au pourcentage, réduction de fraction.
- Bleu :** Dénombrement aussi. [...] Les arbres<sup>48</sup>, tout ça.
- Chercheur :** Oui. Ok.
- Bleu :** On a vu ça au courant de l'année.

(Entrevue pré-action, lignes 241 à 248)

Bleu identifie donc quatre concepts mathématiques qui ont été vus au cours de l'année scolaire, voire revus dans les jours ou semaines précédant la réalisation de l'activité, et dont le réinvestissement par les élèves constitue un des défis à relever par les élèves dans le cadre de l'activité.

Bleu reconnaît qu'un des défis associés à l'enseignement des probabilités réside dans le fait de les rendre concrètes et intéressantes aux yeux des élèves, ainsi que de guider ces derniers vers une compréhension qui se manifeste au moment des évaluations.

- Bleu :** Bien comme c'est quelque chose qu'on voit moins, ou en tout cas [...], qu'on passe moins de temps sur ça, c'est de rendre concret, de rendre ça intéressant, de rendre ça justement, qu'on ait l'impression qu'on l'a bien enseigné, que les enfants ont bien compris et que nous on peut aller chercher des bonnes évaluations par rapport à ça. [...]

---

<sup>48</sup> Dans le cadre de sa participation à notre recherche, Bleu utilise comme des synonymes les expressions « les arbres », « arbre de dénombrement » et « arbre de possibilités ». Pour notre part, nous utilisons à nouveau l'expression « arbre des probabilités » dans ce chapitre dédié à l'analyse du cas de Bleu.

- Chercheur :** Est-ce qu'à ce compte-là, si tu me parles de rareté, on ne le fait pas souvent... [...] ça fait que c'est nouveau, c'est comme spécial, mais, en même temps, ça fait peut-être qu'on est moins habitué? [...] Autant pour les élèves finalement que pour l'enseignant.
- Bleu** Oui.

(Entrevue pré-action, lignes 85 à 94)

L'enseignant attribue ces défis liés à l'enseignement des probabilités au fait qu'il survient rarement durant l'année scolaire, ce qui fait qu'il manque dans un certain sens de pratique. En d'autres mots, celui-ci avance que, s'il est difficile de bien enseigner les probabilités, de les rendre concrètes et intéressantes dans le but d'amener les élèves à en comprendre le sens, c'est probablement entre autres attribuable au fait que peu de temps est dédié à cet enseignement. Nous comprenons donc que, pour lui, l'enseignement des probabilités revêt un certain caractère spécial et inhabituel par rapport à l'enseignement d'autres branches des mathématiques. Bleu souligne néanmoins qu'il a une relative aisance avec l'enseignement des probabilités.

- Bleu :** Mais je ne peux pas dire que c'est la matière avec laquelle je me sens le plus confortable, mais j'me sens pas inconfortable non plus. [...] Il y a des choses avec lesquelles je suis encore plus inconfortable.

(Entrevue pré-action, lignes 96 à 98)

Nous retenons donc que Bleu se sent à l'aise pour l'enseignement des probabilités, malgré qu'il trouve difficile d'en rendre le contenu concret et intéressant aux yeux des élèves de sa classe.

## 1.2 Quel est le niveau mathématique de la classe et des élèves?

Dans cette sous-section, nous décortiquons le regard que porte Bleu sur le niveau mathématique de sa classe et des élèves qui la composent. D'une part, nous verrons le niveau mathématique collectif que Bleu attribue à sa classe. D'autre part, nous

découvrirons les critères qui ont guidé la classification par Bleu des élèves de la classe en fonction de leur niveau mathématique, à savoir les élèves jugés forts en mathématiques, ceux jugés moyens en mathématiques, et ceux jugés en difficulté en mathématiques.

### *1.2.1 Le niveau mathématique collectif de la classe*

La classe de Bleu est composée de 16 élèves de sixième année. L'enseignant estime que ce groupe d'élèves est généralement fort en mathématiques et il appuie ce jugement sur trois arguments. D'abord, il considère que les élèves de sa classe semblent disposer d'« un esprit plus mathématique ». Ensuite, il soutient que ses collègues qui enseignaient à ces élèves l'année précédente jugeaient que le groupe était « plus facile en mathématiques ». Enfin, il perçoit que cette classe pourrait bien avoir un niveau mathématique moyen plus élevé que les précédentes classes de sixième année du primaire auxquelles il a enseigné, ajoutant par ailleurs que cela ne constitue qu'une impression. C'est d'ailleurs ce que Bleu a expliqué dans l'échange suivant, lors de l'entrevue pré-action.

- Bleu :** Je te dirais que, généralement, tous les chapitres qu'on a vu, ou toutes les situations mathématiques qu'on a vues, généralement ça passe très bien. [...] J'ai l'impression qu'ils ont un esprit plus mathématique là. [...] Pis je ne sais pas jusqu'à quel point c'est vrai, mais les collègues qui les avaient l'année dernière disaient que c'était un groupe qui était plus facile en math tout ça.
- Chercheur :** Ok. Donc aussi, sachant que c'est ça, l'année passée, ils étaient perçus plus forts en maths... [...] ça peut peut-être être aussi, mettons, en comparaison, si tu as déjà eu d'autres groupes en 6<sup>e</sup> année.
- Bleu :** Je dirais que c'est un petit peu plus fort, c'est la perception que j'ai, mais j'aurais de la difficulté à expliquer vraiment pourquoi.

(Entrevue pré-action, ligne 277 à 286)

Cela dit, Bleu a identifié, parmi les 16 élèves de sa classe, 5 élèves forts en mathématiques, 8 élèves moyens et 3 élèves en difficulté, qui sont représentés dans le tableau 18, à la fois en fréquence et en pourcentage.

Tableau 18  
Le niveau mathématique des élèves de Bleu

	Catégorie d'élèves	Nombre	Individus
É.nondiff	Élèves jugés forts en mathématiques	5 (31,25 %)	Charles; Alexis; Thomas; Léo; Emma
	Élèves jugés moyens en mathématiques	8 (50,0 %)	Logan; Nicolas; Juliette; Zoé; Édouard; Mia; Émile; Olivia <sup>49</sup>
É.difficulté	Élèves jugés en difficulté en mathématiques	3 (18,75 %)	Alicia; Liam; Benjamin
	Total	16 (100,0 %)	

Pour appuyer la classification des élèves de sa classe, Bleu a exposé, au cours de l'entrevue pré-action, certains critères qui lui permettent de regrouper les élèves de sa classe dans ces trois catégories. Cependant, nous les regroupons ici en fonction des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques (élèves jugés forts et moyens en mathématiques) et des élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques, dans la mesure où c'est ce regard dichotomique qui guide notre analyse des interventions de l'enseignant dans le cadre de l'activité.

### 1.2.2 Les élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques

Premièrement, au sujet des élèves qu'il juge forts en mathématiques, Bleu affirme qu'ils ont une bonne capacité à utiliser les concepts mathématiques, mais qu'ils sont également capables de faire des liens entre ceux-ci et même de les réinvestir. C'est cette

<sup>49</sup> Olivia est absente durant les deux séances de l'activité.

capacité à réinvestir ces concepts qui semble constituer la principale caractéristique des élèves forts en mathématiques aux yeux de Bleu. Il ajoute au sujet de ce type d'élèves que ce sont des élèves qui savent faire des déductions. Il met en lumière le cas d'un élève, Charles, qu'il dit particulièrement fort sur le plan du raisonnement mathématique, ce qui lui permet d'arriver aux réponses attendues en mathématiques, mais avec un minimum de démarches et de calculs explicites. Enfin, en parlant de la performance de ce type d'élèves dans la réalisation de l'activité, Bleu affirme : « Je pense que mes élèves forts vont passer au travers assez facilement ».

Deuxièmement, Bleu identifie les élèves qu'il juge moyens en mathématiques comme des élèves qui sont en mesure de faire ce qu'il appelle de « l'application mathématique », c'est-à-dire d'appliquer des concepts mathématiques en contexte de situation d'application (exercices), mais qui rencontrent des difficultés à transférer ces concepts mathématiques dans des « situations réelles ou qui se ressemblent ».

### *1.2.3 Les élèves jugés en difficulté en mathématiques*

Bleu juge les élèves en difficulté en mathématiques comme ayant accumulé des retards en mathématiques. Dans ce sens, il utilise l'image des élèves qui auraient été « perdus » depuis longtemps en mathématiques et, donc, qui se trouvent toujours plus loin derrière le groupe. Selon lui, ces élèves rencontrent de plus en plus de difficultés sur le plan de l'application des concepts mathématiques à mesure que ceux-ci se complexifient. Il mentionne également, non sans une certaine hésitation, que les élèves qu'il juge en difficulté en mathématiques sont souvent ceux qui semblent aux prises avec des troubles d'attention. L'extrait suivant, qui rapporte un échange survenu au cours de l'entrevue pré-action, présente les propos de Bleu en lien avec les élèves qu'il juge en difficulté en mathématiques.

**Bleu :** Ben je suis obligé d'un peu de... ben pas tous, mais je serais obligé un peu de cibler des élèves qui auraient des troubles d'attention, mais quand... je le dis et j'y pense,

pis c'est peut-être pas si vrai que ça. Ce sont des élèves qui ont de la difficulté au niveau de l'application, carrément, des... on dirait qu'ils ont été perdus en mathématiques depuis très longtemps... [...] donc plus les concepts se complexifient, plus c'est difficile pour eux autres de suivre, tout simplement. [...] Alors c'est difficile de faire des fractions si tu ne maîtrises pas tes multiples, c'est difficile de faire des probabilités si tu ne maîtrises pas tes fractions, c'est ça.

(Entrevue pré-action, lignes 318 à 324)

Plus précisément en lien avec la réalisation de l'activité, Bleu anticipe deux difficultés conceptuelles que les élèves jugés en difficulté en mathématiques pourraient rencontrer, à savoir l'interprétation de la variabilité et de l'écart entre la probabilité théorique et la probabilité fréquentielle en lien avec des événements aléatoires. Il réfère aussi au réinvestissement de certains concepts mathématiques, notamment les fractions.

**Bleu :** Je pense que [...] mes élèves plus faibles vont avoir de la difficulté [...] à penser, justement : « Ben là, ça ne peut pas être nécessairement ça la probabilité que ça se produise, parce que quand je le fais pour vrai, ce n'est pas ça ».

**Chercheur :** Est-ce que je peux, je me permets de reformuler, tu veux dire que tes élèves les plus faibles vont avoir de la difficulté à faire le pont entre les probabilités qui sont théoriques... [...] ...pis les probabilités qui surviennent dans la vraie vie, on va les appeler les fréquentielles, ou les expérientielles.

**Bleu :** Exactement. C'est ce que je pense. Évidemment, mes élèves plus faibles, aussi, il faudra que je m'attende à ce qu'ils aient de la difficulté avec certains concepts mathématiques... [...] ...gestion des fractions, transfert entre... (inaudible)... [...] ...ces affaires-là. [...] Pour le reste, je m'attends à ce que ça aille quand même assez bien. Je te dirais que je suis assez confiant dans le sens où si je me fie à ce qu'ils m'ont donné en mathématiques dernièrement, et quand on a vu cette matière-là, ça allait relativement bien.

(Entrevue pré-action, lignes 250 à 264)

Dans le cadre de l'activité, Bleu pense que les élèves jugés en difficulté en mathématiques pourraient rencontrer une difficulté à établir un lien entre les probabilités fréquentielles et les probabilités théoriques, considérant la variabilité qui caractérise la perspective probabiliste fréquentielle. Cette difficulté anticipée pour les élèves jugés en difficulté en mathématiques réfère au principal objectif que l'enseignant a fixé pour l'activité. Il dit vouloir amener les élèves à aller au-delà de la dimension expérimentale des outils pour tendre vers une interprétation mathématique des résultats qui en découlent.

Bleu estime également que cette catégorie d'élèves pourrait rencontrer des difficultés avec le réinvestissement de concepts mathématiques dans le cadre de l'activité, notamment en ce qui a trait aux fractions. Cela fait écho à l'image même que se fait l'enseignant des élèves jugés en difficulté en mathématiques, qui sont des élèves qui peinent à appliquer – et à fortiori à réinvestir – des savoirs mathématiques. Cette difficulté est elle aussi liée à un des objectifs de l'activité que Bleu a fixés, à savoir de voir les élèves réinvestir les concepts de fraction et de pourcentage pour exprimer les différentes probabilités.

Bleu souligne toutefois que le nombre d'élèves qu'il juge être en difficulté en mathématiques est petit et qu'il s'attend à ce que l'ensemble de la classe arrive à comprendre l'activité. Cela s'avère cohérent avec le fait qu'il considère comme fort le niveau mathématique collectif des élèves de sa classe.

**Bleu :** J'ai l'impression que je n'ai pas tant d'élèves faibles, c'est pour ça que je dis que... [...] je ne serais pas étonné qu'il n'y ait pas d'élèves qui aient absolument rien compris, là. [...] (En riant.) Généralement, ils comprennent tous un petit peu, au moins.

(Entrevue pré-action, lignes 330 à 334)



Enfin, il convient de souligner que, dans l'entrevue pré-action, Bleu identifie Benjamin comme un élève moyen en mathématiques. Pourtant, dans la liste remise avant l'entrevue pré-action, il le place dans la catégorie des élèves qu'il juge en difficulté en mathématiques. Il est possible que cela s'explique par le fait qu'aux yeux de l'enseignant, Benjamin se situe dans une certaine zone grise, entre l'élève jugé moyen et l'élève jugé en difficulté en mathématiques. Nous estimons également que cela peut être dû à une simple erreur de la part de l'enseignant au moment de l'entrevue. Dans un cas comme dans l'autre, nous avons choisi de considérer Benjamin comme un élève jugé en difficulté en mathématiques par Bleu, compte tenu du classement initial fait sur papier.

### **1.3 Une synthèse de la section**

Nous retenons de cette section que Bleu semble à l'aise avec les probabilités. Il reconnaît que leur enseignement occupe un petit espace dans la planification globale de l'année scolaire, mais l'enseignant souligne leur importance, notamment parce que les probabilités offrent un contexte intéressant de réinvestissement pour certains concepts mathématiques. Il pointe également l'importance d'enseigner les probabilités en sixième année, compte tenu du fait qu'elles sont systématiquement présentes dans l'examen de mathématiques de fin du primaire du MELS. Enfin, il mentionne que peu de temps se trouve dédié à l'enseignement des probabilités dans la classe et qu'il juge difficile de les enseigner de manière concrète et intéressante.

Nous retenons également de cette section que Bleu voit son groupe de 16 élèves comme étant fort en mathématique, avec 5 élèves qui sont jugés forts en mathématiques, 8 élèves qui sont jugés moyens en mathématiques et 3 élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques. Il ressort également que, pour Bleu, le niveau mathématique des élèves est jugé en fonction de leur capacité à appliquer des concepts mathématiques, à faire des liens entre ceux-ci ainsi qu'à les réinvestir dans des « situations réelles ou qui se ressemblent ». Par exemple, un élève identifié en difficulté en mathématiques est un élève qui a accumulé un retard en mathématiques et, donc, qui peine à appliquer les concepts mathématiques et

qui n'est pas vraiment en mesure de faire des liens entre différents concepts mathématiques ou de les transférer dans des situations réelles. Dans le cadre de l'activité, Bleu anticipe deux difficultés conceptuelles que les élèves jugés en difficulté en mathématiques pourraient rencontrer dans le cadre de l'activité, soit l'interprétation de la variabilité et de l'écart entre la probabilité théorique et la probabilité fréquentielle en lien avec des événements aléatoires, ainsi que le réinvestissement de certains concepts mathématiques, notamment les fractions. Il s'attend néanmoins à ce que l'ensemble de la classe arrive à comprendre l'activité, incluant les élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Maintenant qu'ont été dressés les portraits de Bleu et des élèves qui se trouvent dans sa classe, notamment sur le plan de leurs niveaux mathématiques individuels et collectif, la section suivante nous permettra de prendre connaissance du projet didactique que Bleu a élaboré à partir de la ressource didactique qui lui a été proposée.

## 2. LE PROJET DIDACTIQUE

Le projet didactique élaboré par Bleu à partir de la ressource didactique que nous lui avons fournie se traduit par une activité qui s'inscrit de deux manières distinctes dans le parcours d'apprentissage des mathématiques offert aux élèves de sa classe. D'une part, elle constitue la première activité dédiée à l'apprentissage des probabilités dans la classe de Bleu durant l'année scolaire en cours. D'autre part, comme il a été vu ci-haut, celle-ci se veut pour l'enseignant un terreau fertile pour le réinvestissement de concepts mathématiques liés à la fraction et au pourcentage préalables à la réalisation de l'activité.

L'activité élaborée par Bleu à partir de la ressource didactique qui lui a été proposée est fidèle à une activité typique qu'il utilise en général pour enseigner les mathématiques. Il reconnaît toutefois qu'il a investi un peu plus de temps qu'à l'habitude dans la planification de cette activité.

- Chercheur :** Est-ce que tu peux me décrire une activité typique que t'aurais utilisée pour enseigner les probabilités si on ne c'était pas rencontré cette année? Comme si j'étais allé te voir l'année dernière dans ta classe de 6<sup>e</sup> ou...  
[...]
- Bleu :** [...] J'ai passé un peu de temps, peut-être plus que d'habitude, mais ça va vraiment être fidèle à ce que je fais habituellement.
- Chercheur :** Ok. Alors, par exemple, pour enseigner les probabilités, tu ne vas pas nécessairement t'appuyer sur un manuel systématiquement ou ...
- Bleu :** Pas du tout, non. [...] On a une collection, *Clicmath*, je ne l'utilise pratiquement pas. [...] En mathématique je travaille beaucoup avec les élèves en grand groupe souvent. [...] Souvent, je vais travailler au tableau avec eux autres, je leur demande tout le temps d'avoir des feuilles brouillons pour qu'ils puissent me suivre, pour qu'ils puissent se pratiquer, pis on y va au fur et à mesure de comment ça se développe. Ça va vraiment être fidèle à ce que je fais en math habituellement.

(Entrevue pré-action, lignes 99 à 112)

Bleu dit donc avoir très peu recours au manuel pour enseigner les probabilités, ou les mathématiques en général. Il soutient également que pour cet enseignement, il a plutôt tendance à travailler beaucoup en plénière avec les élèves, lui au tableau et les élèves, avec du papier pour réfléchir et se pratiquer. Loin d'un parcours complètement tracé à l'avance, l'enseignement de Bleu semble plutôt revêtir une part d'inconnu ou d'ajustement à chaud. Son enseignement typique des probabilités semble donc se caractériser par de nombreux échanges en plénières auxquels les élèves et l'enseignant prennent part, ce qui a pour conséquence que le rôle de l'élève ne se limite pas à remplir le cahier ou à faire les exercices pointés dans le manuel.

Nous présenterons maintenant l'activité de Bleu sous quatre angles : l'adéquation et la modification de la ressource didactique pour créer son activité, les objectifs qu'il a

explicitement fixés pour celle-ci, la description de l'activité en soi et, enfin, la manière avec laquelle cette dernière a été présentée aux élèves de la classe<sup>50</sup>.

## **2.1 L'adéquation et la modification de la ressource didactique**

Dans l'ensemble, Bleu porte un regard très positif sur la ressource didactique qui lui a été fournie, alors qu'il dit la trouver géniale, notamment au regard du fait qu'elle offre la possibilité de manipuler du matériel concret dans le cadre de situations qui peuvent se produire dans la vraie vie. La nature concrète et la dimension de manipulation qui caractérisent la ressource didactique et qui découlent des outils qu'elle implique semblent définitivement être importantes aux yeux de Bleu. Dans ce sens, Bleu soutient que l'utilisation du matériel de manipulation motive les élèves de sa classe, ainsi qu'il leur permet d'apprendre beaucoup et plus facilement. Bleu affirme par ailleurs que la ressource didactique est adaptée aux élèves de sa classe et que globalement, le matériel qu'elle comprend s'apparente au matériel qu'il aurait lui-même utilisé, voire préparé dans le but d'enseigner les probabilités. Toutefois, Bleu laisse planer un certain doute par rapport à l'adéquation de la ressource didactique aux élèves de sa classe. Effectivement, il dit penser qu'elle est adéquate, mais il laisse poindre un doute – « Ben on verra » – en affirmant implicitement que seule la rencontre des élèves avec les outils permettra d'en vérifier l'adéquation.

### *2.1.1 L'ajout d'un préambule en amont du travail avec les outils*

Dans son projet didactique, Bleu apporte une seule modification à la ressource didactique qui lui a été proposée. En effet, il choisit d'ajouter, en amont du travail des élèves avec les outils impliqués dans la ressource didactique, un préambule durant lequel il présente un certain nombre de situations.

---

<sup>50</sup> L'analyse des interventions didactiques mise en œuvre par Bleu sera faite subséquemment.

Nous reviendrons dans la section dédiée aux interventions didactiques sur l'ajout de ce préambule fait par Bleu à la ressource didactique. Nous verrons alors que nous qualifions celui-ci de choix structurant fait par l'enseignant, mais soulignons d'ores et déjà que cet ajout aura de grands impacts didactiques sur l'activité et sur le travail des élèves avec les outils.

### *2.1.2 Le dévoilement prévu au départ de la composition de la bouteille*

Bleu avait originalement prévu une autre modification à la ressource didactique, alors qu'il comptait exposer aux élèves la composition de la bouteille au début de l'activité. Dans l'entrevue postaction, il reconnaît que ce changement de dernière minute dans la planification de l'activité a été provoqué par une discussion que nous avons eue avant la réalisation de l'activité. Il pensait qu'il fallait dire ce qu'il y avait à l'intérieur de la bouteille, et cette discussion nous a permis de lui rappeler que la composition de la bouteille n'était pas connue, que les seules informations connues pour la bouteille étaient qu'elle contenait cinq billes, dont au moins une bille blanche et une bille noire. Il a alors choisi de faire ce changement de dernière minute à sa planification de l'activité et ainsi, il n'a pas dévoilé le contenu de la bouteille.

Ce changement a eu d'importantes conséquences didactiques. En effet, le choix de ne pas dévoiler la composition de la bouteille oblige le passage à une perspective probabiliste fréquentielle. La présentation de la composition de la bouteille prévue au départ l'inscrivait dans une perspective probabiliste théorique comme les deux autres outils, ce qui aurait certainement rendu beaucoup plus simple le travail des élèves. Leur travail aurait essentiellement consisté à calculer la probabilité de gagner avec la bouteille en partant de sa composition (1n-4b). Il leur aurait suffi de dénombrer les cinq cas possibles et le cas favorable pour déterminer une fraction et un pourcentage représentant la probabilité de gagner avec la bouteille. Dans cette mesure, le choix initial de l'enseignant de dévoiler le contenu de la bouteille aurait également simplifié sa gestion de l'activité, considérant que l'ensemble du travail des élèves avec les outils aurait été inscrit dans une perspective

probabiliste théorique. Cela lui aurait donc probablement permis d'éviter ce moment d'insécurité vécu au regard de la gestion de la bouteille.

Dans ce sens, ce changement a également eu des conséquences sur l'organisation et le déroulement de l'activité, alors que celle-ci a dû être prolongée, puisqu'il n'était pas prévu au départ de réaliser autant d'essais avec la bouteille.

**Bleu :** Au niveau de la durée, ça été plus long que je pensais. [...] Puis, évidemment, la façon dont j'avais prévue [l'activité] pour ce qui concerne le défi de la bouteille, je ne pensais pas avoir à le refaire avec eux, pensant qu'on allait donner le nombre de billes à l'intérieur. Donc c'est sûr que ça aussi, ça a amené un petit changement, mais je pense que comme je te disais tantôt, ça a rendu l'activité plus riche puis plus réelle de ce qui se passe vraiment en probabilités.

(Entrevue postaction, lignes 40 à 42)

Nous verrons plus tard, dans la section dédiée aux interventions didactique de Bleu, que ce changement qui lui « paraissait simple » sur le coup s'est avéré plus complexe que prévu et a eu des conséquences sur la gestion de l'activité. En effet, ce changement de dernière minute semble avoir eu des incidences sur la gestion de la bouteille faite par Bleu durant la première séance de l'activité, alors qu'il n'avait pas planifié d'inscrire le travail avec la bouteille dans une perspective fréquentielle.

## 2.2 Les objectifs de l'activité

En parlant de son activité au moment de l'entrevue pré-action, Bleu identifie trois objectifs étroitement liés et se trouvant associés à l'apprentissage des probabilités. Nous sommes conscients que ceux-ci sont probablement fortement influencés par la rencontre préparatoire que nous avons réalisée avec Bleu et Orange.

D'abord, Bleu souhaite amener les élèves à aller au-delà de la dimension expérimentale (« impression ») des outils pour tendre vers une interprétation mathématique des résultats qui en découlent. En d'autres mots, il souhaite que les élèves fassent le passage d'une interprétation intuitive vers une interprétation mathématique des événements probabilistes pour arriver à solutionner l'activité. Cela constitue pour lui le principal objectif de l'activité.

- Bleu :** Pis je pense que ce qui est difficile pour eux, c'est de faire le transfert entre la... je vais dire la manipulation puis la réalité mathématique, si tu veux. [...] Ils vont être plus dans l'expérimentation et ils vont avoir de la difficulté de passer de ce qu'ils voient quand ils l'essaient à la notion mathématique, si tu veux.
- Chercheur :** Est-ce que si je reformule de la manière suivante c'est fidèle à tes propos: les élèves ont de la difficulté à interpréter mathématiquement les données... [...] issues de manipulation?
- Bleu :** C'est ça. [...] Pis c'est là-dessus que je veux les enligner.

(Entrevue pré-action, lignes 72 à 80)

Puis, Bleu identifie deux autres objectifs qu'il souhaite atteindre à travers l'activité. D'une part, il vise à amener les élèves à utiliser les outils constituant la ressource didactique pour arriver à dégager « vraiment de façon mathématique » les probabilités de gagner associées à chacun des outils, puis à les comparer afin de déterminer l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. D'autre part, Bleu cherche à encourager les élèves à réinvestir les concepts de fraction et de pourcentages pour exprimer les différentes probabilités dans le cadre de l'activité.

### 2.3 La description de l'activité

L'activité mise en œuvre par Bleu est d'une durée d'un peu moins de 164 minutes et se déroule sur deux jours (ou deux séances). Celle-ci se divise en six temps : avant (T1), pendant (T2) et après (T3) le travail avec les trois outils au cours de la première journée (et

réparti sur deux périodes), ainsi qu'avant (T4), pendant (T5) et après (T6) le travail spécifique avec la bouteille durant la seconde séance, au cours de la deuxième journée.

La figure 22 présente une ligne du temps de cette activité, où sont identifiés les six temps et les grandes étapes pour chacun de ces temps.<sup>51</sup> Une description des temps et des étapes suit la ligne du temps.

---

<sup>51</sup> Dans la ligne du temps, la longueur des traits utilisés pour représenter les séances et les temps de l'activité est proportionnelle à leur durée respective.



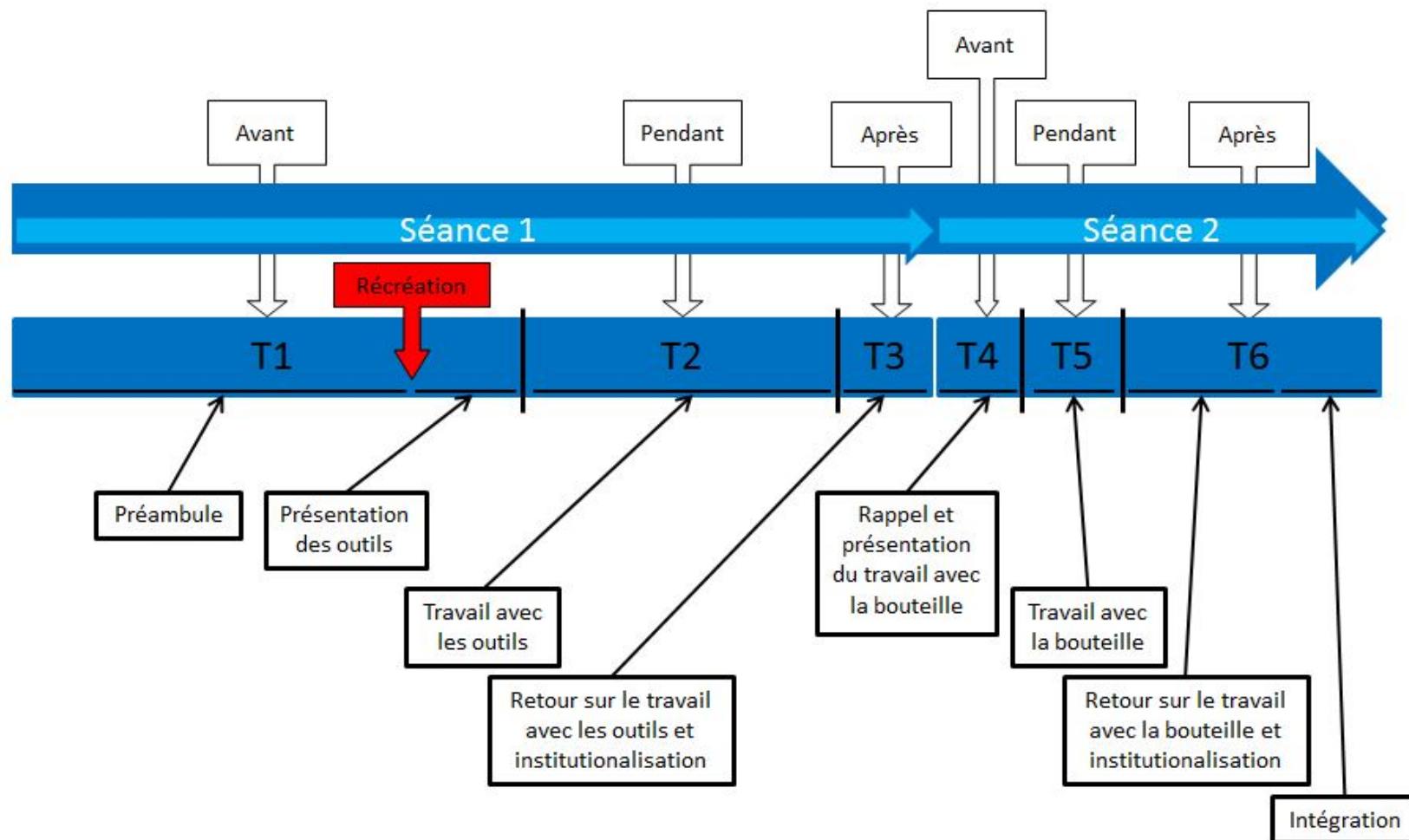


Figure 22. Une ligne du temps de l'activité de Bleu

### 2.3.1 Première séance de l'activité

La première séance de l'activité est d'une durée d'un peu moins de 110 minutes, réparties sur deux périodes, une première d'environ 50 minutes avant la récréation et une deuxième d'environ 60 minutes après la récréation. Durant cette séance, les élèves travaillent avec les trois outils et les trois temps de l'activité qu'inclut cette séance sont liés à ce qui se déroule avant (T1), pendant (T2) et après (T3) le travail avec les outils.

#### 2.3.1.1 Avant le travail avec les outils

Durant le premier temps de l'activité, Bleu propose aux élèves un préambule et une présentation de l'activité. Ce premier temps est d'une durée d'environ 62 minutes et il se déroule en grande majorité en plénière.

Dans le préambule de l'activité, qui a été d'environ 50 minutes, Bleu amène les élèves à formuler une définition des probabilités. Il guide ensuite les élèves dans la recherche d'exemples de situations dans la vie et plus particulièrement dans la classe, il les amène à déterminer les probabilités théoriques qui leur sont associées, puis il les questionne sur la manière d'exprimer une probabilité (fraction et pourcentage, fractions réductible ou irréductible, fractions équivalentes, etc.). Finalement, Bleu demande aux élèves de calculer et de comparer les probabilités de gagner associées à deux situations.

Lors de la présentation de l'activité elle-même, qui a été d'environ 12 minutes, Bleu inscrit d'abord celle-ci dans un contexte fictif. Ainsi, il expose d'abord rapidement qu'il est nécessaire de travailler avec trois outils, qu'il nomme « instruments ». Sous une forme humoristique, il présente la tâche sous forme de jeu, en référant à la possibilité de gagner un prix. La suite de l'activité nous montre que ce contexte fictif n'occupe toutefois qu'une place secondaire, alors qu'aucun tirage ou pari n'aura lieu pour gagner un prix.

**Bleu :** Voici le défi. [...] Je veux que tu arrives à me dire... J'ai

trois instruments à te proposer. Celui-ci (la bouteille), celui-ci (la roulette) et ces deux-là (les dés). [...] Donc, j'ai ces 3 objets-là. Le défi, vous allez... Vous pourriez remporter un gros lot [...] Un million de dollars ou, tiens, un suçon passé date, je ne sais pas, mettons. Si vous remportiez à l'un de ces 3 systèmes-là.

(Enregistrement en classe, lignes 502 à 506)

Puis, Bleu décrit les trois outils, à la fois au regard de leur fonctionnement et de leur manière respective de gagner. Nous simplifions ici cette présentation en regroupant les propos tenus par Bleu pour chacun des outils. D'abord, Bleu présente la roulette, qu'il nomme « la roue ».

**Bleu :** Pour gagner, si vous décidez d'utiliser la roue, il faudrait arriver à faire tourner la roue, imaginez qu'elle tourne, ou que c'est une aiguille, une flèche qui tourne dessus. Pour que tu gagnes, il faut que tu tombes sur le rouge, une pointe de tarte rouge. [...] Pour gagner avec cet instrument-là, il faut que tu tombes sur la pointe de tarte rouge. Une des pointes de tarte rouges. [...]

(Enregistrement en classe, lignes 506 à 508)

Bleu fait remarquer aux élèves que la roulette ne tourne pas et qu'ainsi, pour gagner avec cet outil, il faut imaginer qu'il est possible de faire tourner la roulette ou encore une aiguille sur la roulette et ainsi obtenir – « tomber », dira-t-il, sur – un des secteurs angulaires rouges.

Il introduit ensuite la paire de dés à quatre faces, pour laquelle il commence par exposer leur fonctionnement. Il annonce par la suite aux élèves la manière de gagner avec cet outil, à savoir par l'obtention de la somme de 5 en brassant les deux dés.

**Bleu :** Les dés. Ce sont des dés quatre, qu'on appelle. Quand vous le lancez, ce que vous... Ce que le résultat du dé, c'est ce qui est sur la pointe. [...] Que tu le tournes comme ça, que tu regardes les 3 faces de la pyramide

triangulaire, ce sera toujours un 1 qui est au sommet. [...] (En parlant du second dé.) C'est la même chose ici, mais dans une autre couleur. Le dé donne tout le temps un seul résultat [...] (En tenant le dé en équilibre la pointe vers la table.) Il ne peut pas tomber comme... Puis donner deux résultats. Il ne peut pas tomber comme ça, là. Ça va toujours être un sommet vers le haut. Pour gagner à ce jeu-là, il faut que tu lances ça et que la somme des 2 dés, la somme des 2 dés, soit 5. [...] Si j'additionne mes 2 dés, ça me donne 5.

(Enregistrement en classe, lignes 510 à 520)

Dans sa présentation de la paire de dés, Bleu insiste sur deux aspects. D'une part, il met l'accent sur le fonctionnement d'un dé à quatre faces tel qu'utilisé dans l'activité. D'ailleurs, pour s'assurer de la compréhension des élèves du fonctionnement d'un dé à quatre faces, il lance quelque fois un dé et valide auprès des élèves le résultat ainsi obtenu. D'autre part, il expose la manière de gagner avec l'outil et insiste sur la somme en utilisant tour à tour les mots somme et addition.

Enfin, pour la bouteille, Bleu annonce explicitement qu'elle contient des billes noires et des billes blanches pour un total de cinq billes, mais que les quantités de billes noires et de billes blanches sont inconnues. Il mentionne également que c'est le tirage d'une bille noire qui permet de gagner avec la bouteille. Il n'expose cependant pas comment se réalisent les essais avec cet outil.

**Bleu :** Ici, vous avez une bouteille [...] dans laquelle se trouvent des billes, 5 billes. Il y a des billes noires et des billes blanches. Je ne vous dis pas combien de chaque. Il y a des billes noires, des billes blanches. [...] Pour l'emporter à ce jeu [...], il faut que vous pigiez une [...] bille noire. La façon de voir, parce qu'on ne veut pas que tu la décapsules puis que tu sortes une bille parce qu'on ne veut pas que tu saches, en fait, ce qu'il y a dedans au complet. Parce que je vous dis qu'il y a 5 billes, des blanches, des noires. Je répète, c'est important, là. Il y a 5 billes, des blanches, des noires, mais tu ne sais pas combien de blanches, pas combien

de noires. Pour gagner, faut que tu piges une noire. Mais moi, je ne veux pas que t'enlèves le bouchon. Je ne veux pas que tu sortes toutes les billes, tu dises « Ah, c'est facile, il y en a [...] 3 noires, 2 blanches. Ou 4 noires, 1 blanche. » Ce serait trop facile de calculer la probabilité. Vous comprenez ce que je veux dire? Vous savez qu'il y en a 5. Vous savez qu'il y en a des blanches puis des noires. Puis vous savez que pour gagner, faut que tu piges une noire.

(Enregistrement en classe, ligne 532)

En mentionnant aux élèves qu'il est interdit d'ouvrir la bouteille, Bleu en vient à souligner le fait que la connaissance du contenu exact de la bouteille rendrait trop facile le calcul des probabilités de gagner avec la bouteille. Il se trouve alors en quelque sorte à exposer la différence de la bouteille par rapport aux deux autres outils, sans explicitement dire que cette différence réside dans l'ignorance des nombres de cas possibles et favorables.

Puis, Bleu présente le mandat de comparaison des probabilités associées aux trois outils afin de déterminer celui offrant la meilleure probabilité de gagner. L'enseignant redit alors qu'il est nécessaire de déterminer la probabilité de gagner avec chacun des outils, et récapitule la manière de gagner avec chacun des outils.

**Bleu :** Ma question, le défi, tu as ces 3 objets-là, je te dis que si tu remportes à l'un de ces 3 là, tu vas gagner un million de dollars ou... [...] Si vous l'emportez à l'un de ces 3 là, vous remportez soit le million, soit le suçon. C'est à vous de choisir lequel des 3 vous allez utiliser, celui qui va vous donner le plus de chances<sup>52</sup> de l'emporter. Donc, il faut que tu sois capable, si tu comprends mon défi comme il faut, de me donner la probabilité de gagner pour chacun des 3, puis lequel te donne le plus de chances de gagner. [...] (En prenant la roulette) Tu remportes si tu tombes sur le rouge. Imagine que c'est une flèche que tu tournes, puis si elle arrête sur le rouge,

---

<sup>52</sup> Dans la cadre de sa participation à notre recherche, Bleu semble employer comme des synonymes les termes « chances » et « probabilités ». Cela dit, nous utilisons probabilités et non chance dans les propos que nous tenons à l'égard du cas de Bleu, sauf lorsque nous citons textuellement ses propos.

tu gagnes. C'est bon? (En prenant les dés) Tu gagnes si t'as la somme de 5. (En prenant la bouteille) Tu gagnes si tu sors une bille noire. Avec lequel des 3 objets tu as le plus de chances de gagner?

(Enregistrement en classe, lignes 522 à 524)

En terminant, Bleu présente explicitement certaines exigences à l'égard du travail des élèves. Ainsi, il répète qu'il s'attend à ce que chaque élève détermine les probabilités de gagner associées à chacun des outils, puis que soient comparées ces probabilités afin de mettre en lumière l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Il mentionne que les résultats devront être rapportés sur une feuille qui sera ramassée à la fin de l'activité. De plus, Bleu annonce qu'il laisse au choix des élèves le fait de travailler en équipe ou individuellement.

**Bleu :** Je veux que tu me dises 2 choses : la probabilité de gagner avec chacun des objets pour les 3 objets; puis je veux que tu me dises lequel a le plus de chances de gagner, celui qui a la meilleure probabilité. [...] Vous allez pouvoir vous promener, il va y en avoir un peu partout. Moi, ce que je ramasse à la fin, c'est votre feuille de calculs qui me répond à mes 2 questions. Est-ce que vous pouvez travailler seuls, est-ce que vous pouvez travailler à 2, à 3? Je n'ai pas de problème avec ça. [...] Si vous avez des questions, évidemment, je suis là pour vous aider, je suis là pour vous enligner si jamais vous êtes coincés.

(Enregistrement en classe, ligne 524)

Il semble donc possible de croire que l'attente établie entre Bleu et les élèves est qu'ils doivent travailler par eux-mêmes et qu'il les guidera seulement s'ils ont des questions ou s'ils se trouvent dans une impasse.

### 2.3.1.2 Pendant le travail avec les outils

Dans le deuxième temps de l'activité, Bleu met les élèves au travail avec les outils. Ce temps est d'une durée d'environ 37 minutes et il se déroule en équipes, mis à part les quelques interventions faites par Bleu à l'intention de l'ensemble de la classe. Il a demandé aux élèves de disperser les cinq ensembles d'outils dans la classe et il a principalement laissé les élèves, qui ont tous travaillé en équipe, vaquer à la résolution de la tâche.

Après environ 5 minutes de travail, une question posée par un élève fait remarquer à Bleu le fait qu'il n'a pas exposé le fonctionnement de la bouteille aux élèves, c'est-à-dire la manière de réaliser des essais avec cet outil. Il demande donc aux élèves de suspendre leur travail quelques instants et leur explique la manière de réaliser un tirage avec la bouteille.

- Thomas :** C'est que la bouteille nous laisse sur aucune piste pour trouver le résultat parce que tu sais, tout ce qu'on sait, c'est qu'il y a cinq billes, pas comment... Puis il y en a juste des blanches et des noires. Tu sais, on ne sait pas comment qu'il y en a faudrait (inaudible). C'est comme impossible de déterminer les probabilités.
- Émile :** Bien moi, j'ai trouvé une façon niaiseuse, là.
- Bleu :** Vas-y, c'est quoi.
- Émile :** Ça ne marche pas pantoute. Je le vire à l'envers.
- Thomas :** Parce qu'il y a un peu de vitre là, entre le *tape* puis...
- Bleu :** Oui, non, mais c'est vrai. Je ne l'ai... Merci. (En s'adressant à la classe.) Arrêtez-vous 2 secondes. Précision super importante, je vous ai parlé de la bouteille, mais je ne vous ai même pas dit comment on faisait pour voir ce qui sortait. (En tenant une bouteille devant ses yeux et en la tournant à l'envers.) Vous la descendez comme ça, puis vous regardez à la lumière, vous allez voir si la bille elle est blanche-beige ou si elle est noire. C'est comme ça qu'on utilise le truc. Regardez ici. Regarde, Édouard, tu regardes en-dessous, ce n'est pas là. C'est vraiment sur l'anneau, ici, que vous voyez ce que vous avez tiré. Je ne vous avais même pas expliqué comment ça fonctionnait.

(Enregistrement en classe, lignes 584 à 589)

Durant approximativement le premier tiers de ce temps de l'activité (environ 12 minutes), Bleu se promène dans le local et répond localement aux interrogations et aux demandes d'aide des élèves. Puis, pour environ les deux tiers restant de ce deuxième temps de l'activité (25 minutes), Bleu s'installe à une table et laisse les élèves ou les équipes venir à lui pour lui présenter leur travail ou lui poser leurs questions. Ce sont donc les élèves qui choisissent à quel moment ils vont voir Bleu. Nous verrons plus tard que, à quelques reprises, l'enseignant interpelle toutefois des élèves ou des groupes d'élèves pour qu'ils viennent le voir et lui présentent leur travail, par exemple lorsque ceux-ci semblent avoir décroché de l'activité ou semblent perdre leur temps.

Finalement, avec un peu plus de 10 minutes restantes à la période, Bleu invite les élèves à retourner à leur place et il réalise un retour sur le travail avec les outils.

### 2.3.1.3 Après le travail avec les outils

Dans le troisième temps de l'activité, Bleu orchestre un retour sur le travail des élèves avec les outils et une certaine comparaison des probabilités de gagner associées à ces derniers. Il réalise également une institutionnalisation de certains savoirs en jeu. Ce troisième temps est d'une durée d'environ 11 minutes et il se déroule exclusivement en plénière.

D'abord, pour le retour sur le travail fait avec la paire de dés et la roulette, il part d'une brève explication des élèves. En écrivant au tableau, il prend rapidement à sa charge la synthèse des stratégies employées par les élèves et il détermine les probabilités de gagner avec chacun des outils. Il les exprime de son propre chef à la fois en fractions irréductibles et en pourcentages. Bleu amène tout de suite les élèves à prendre position quant à l'outil qu'ils choisiraient pour tenter de gagner un prix entre la paire de dés et la roulette. C'est la seconde qui est pointée.



Ensuite, pour le retour sur le travail effectué avec la bouteille, Bleu fonctionne un peu différemment, alors qu'il fait parler quelques élèves de leurs stratégies et de leurs résultats obtenus avec cet outil. Puis, il évoque l'impossibilité de déterminer les probabilités de piger une bille (avec la bouteille) spécifique puisque les nombres de cas possibles et de cas favorables sont inconnus. Il introduit ensuite la nécessité d'effectuer un grand nombre d'essais pour arriver à dégager une tendance qui donnerait une indication quant à la probabilité de gagner associée à cet outil. Il souligne cependant qu'il ne sera jamais possible de connaître avec exactitude la probabilité de gagner, mais que plus le nombre d'essais grandira, plus la tendance observée se rapprochera de la probabilité de gagner. Il propose alors aux élèves de poursuivre leur travail avec la bouteille le lendemain, à l'occasion d'une séance supplémentaire.

### *2.3.2 Seconde séance de l'activité*

La seconde séance de l'activité arrive en supplément de ce qui est prévu à priori par Bleu. Ce prolongement de l'activité est expliqué par l'enseignant au moment de l'entrevue postaction, lorsqu'il parle de la bonne participation des élèves durant le préambule de l'activité, alors que ceux-ci travaillaient avec différentes situations.

**Bleu :** Au niveau de la durée, ça été plus long que je pensais. Je travaille beaucoup comme ça, en interaction avec mes élèves. Dépendamment des rétroactions qu'ils me font sur un sujet, bien ça peut être beaucoup plus long ou pas. [...] Je sentais qu'il y avait un bon intérêt, lors de la première partie, quand on testait des choses de la classe. Ils avaient des bons exemples, fait que ça a pris un peu plus de temps.

(Entrevue postaction, lignes 40 à 42)

Nous avons également vu que ce prolongement de l'activité est attribuable à un changement de dernière minute qu'a fait Bleu au regard de sa planification de l'activité. En effet, il a réajusté le travail prévu avec la bouteille, alors qu'il avait prévu de dévoiler la

composition de la bouteille au début de l'activité, mais qu'il a choisi durant l'entrevue pré-action de ne pas la dévoiler. Cela a eu pour conséquence d'allonger le temps nécessaire pour arriver à dégager la probabilité de gagner avec cet outil. Nous reviendrons sur ce changement de dernière minute dans la section dédiée aux interventions didactique de Bleu.

Cette seconde séance se déroule donc le lendemain de la première et elle est d'une durée d'environ 54 minutes. Elle comprend la troisième et dernière période de l'activité. Durant celle-ci, les élèves travaillent essentiellement avec la bouteille. Dans ce sens, les trois temps de l'activité qu'inclut cette séance sont liés à ce qui se déroule avant (T4), pendant (T5) et après (T6) le travail avec cet outil.

#### 2.3.2.1 Avant le travail avec la bouteille

Dans le quatrième temps de l'activité, Bleu replonge les élèves dans le travail effectué la veille avec les outils. Ce temps de l'activité est d'une durée d'un peu moins de 11 minutes et il se déroule exclusivement en plénière.

Bleu amène alors les élèves à retracer les fractions originales qui ont été réduites pour exprimer les probabilités associées à la roulette (120 sur 360 devient 1 sur 3) et à la paire de dés (4 sur 16 devient 1 sur 4). Puis, Bleu relance la discussion survenue la veille relativement à la bouteille et à la possibilité de déterminer la probabilité de gagner qui lui est associée. Bleu amène les élèves à exposer à nouveau le fait qu'il n'est pas possible de savoir avec exactitude la probabilité de tirer une bille noire. L'enseignant introduit alors l'idée que c'est la réalisation de nombreux essais qui permettra de dégager une tendance quant au tirage d'une bille noire et, ainsi, de s'approcher de la probabilité de gagner avec la bouteille.

Pour arriver à dégager cette tendance, Bleu demande à la classe de réaliser, en équipes de deux, un grand nombre d'essais. Bleu réalise ensuite un exemple avec l'aide de

Logan, alors qu'il fait 10 essais et que l'élève note les résultats de la manière prescrite.

Puis, il mentionne la consigne supplémentaire suivante :

**Bleu :** Ce que je veux qu'on fasse ensemble, ce matin, en équipes de 2, vous allez vous mettre en équipes de 2 avec qui vous voulez, puis il va y avoir une personne qui va noter la réponse. Un B pour blanc puis un N pour noir. Puis il y a une autre personne qui va faire la bouteille. Alors je veux que ça aille assez rapidement, puis on va se donner un certain barème. [...] Je veux savoir pour 10 fois, pour 50 fois, puis pour 100 fois. [...] Puis là, évidemment, ici, est-ce que j'ai besoin d'en faire 50 ou je peux en faire juste 40 puis garder mes 10 du départ? Vous comprenez? J'en rajoute 40 ici puis ici, j'en rajouterai 50.

(Enregistrement en classe, lignes 1276 à 1280)

Bleu exige donc des équipes qu'elles fassent une première vague de 10 essais, puis une deuxième vague de 40 essais pour un sous-total de 50 essais, ainsi qu'une dernière vague de 50 essais pour un total de 100 essais. Il ne s'agit donc pas pour une équipe de faire 160 essais (10 essais + 50 essais + 100 essais), mais plutôt de faire 100 essais (10 essais + 40 essais + 50 essais). Ce faisant, l'équipe prend un portrait des 10 premiers essais, puis des 50 premiers, puis de l'ensemble des 100 essais.

### 2.3.2.2 Pendant le travail avec la bouteille

Dans le cinquième temps de l'activité, Bleu met les élèves au travail avec la bouteille. Ce deuxième temps est d'une durée de 11 minutes et il se déroule en équipes de travail.

La composition de ces équipes est laissée à la discrétion des élèves. De son côté, Bleu circule entre les équipes pour s'assurer que le travail avance bien. Il demande aussi aux équipes d'exprimer leurs portraits de 10 essais, de 50 essais et de 100 essais avec une

fraction et un pourcentage de billes noires tirées sur l'ensemble des essais réalisés. Lorsque toutes les élèves ont terminé de réaliser leurs essais, Bleu ramène les élèves en plénière.

### 2.3.2.3 Après le travail avec la bouteille

Dans le sixième temps de l'activité, Bleu orchestre un retour sur le travail des élèves avec la bouteille, une institutionnalisation de certains savoirs mathématiques reliés à cet outil. Il conclut l'activité avec une comparaison des probabilités de gagner associée aux trois outils. Puis, il fait vivre aux élèves une étape d'intégration. Ce sixième temps est d'une durée d'un peu plus de 32 minutes et il se déroule à la fois en plénière (pour le retour) et en travail individuel (pour l'intégration).

Dans le retour sur le travail avec la bouteille, qui est d'une durée d'environ 19 minutes, Bleu guide les élèves dans l'organisation et l'interprétation des résultats des essais réalisés avec la bouteille. Lorsqu'une probabilité de gagner avec cet outil se dégage, il amène les élèves à comparer les probabilités de gagner associées aux trois outils afin d'identifier celui offrant la meilleure probabilité de gagner. Bleu conclut alors l'activité avec une institutionnalisation de certains savoirs mathématiques reliés à la bouteille.

Durant l'étape d'intégration, qui est d'une durée de près de 13 minutes, Bleu propose aux élèves deux situations et leur demande de calculer les probabilités de gagner associées à chacune d'elles, puis de les comparer afin de déterminer celle avec laquelle il est le plus probable de gagner. Puis, il leur propose deux autres situations qu'il leur demande de comparer. Cette étape d'intégration se conclut par un bref retour sur les démarches et les résultats se dégageant des deux tâches de comparaison. Nous reviendrons en détail sur l'étape d'intégration et sur la comparaison de ces situations dans la section dédiée aux interventions didactique de Bleu.

## 2.4 Une synthèse de la section

Nos retenons de cette section quatre aspects importants du projet didactique de Bleu. En premier lieu, l'activité de Bleu s'inscrit dans le parcours d'apprentissage des mathématiques offert aux élèves de sa classe à la fois comme a) une première activité dédiée à l'apprentissage des probabilités dans sa classe durant l'année scolaire en cours et comme b) un contexte de réinvestissement pour les fractions et le pourcentage. Bleu soutient que l'activité est fidèle à une activité typique qu'il utilise en général pour enseigner les mathématiques. Il justifie cela en soulignant qu'elle n'implique pas le recours au manuel et qu'elle comporte une forte dimension de travail en plénière et qu'elle permet des échanges assez ouverts entre les élèves et lui. Il reconnaît toutefois avoir investi un peu plus de temps qu'à l'habitude dans sa planification.

En deuxième lieu, Bleu qualifie la ressource didactique de géniale, notamment parce qu'elle offre aux élèves la possibilité de manipuler du matériel concret dans le cadre de situations qui peuvent se produire dans la vraie vie. Il soutient que les outils s'apparentent au matériel qu'il aurait lui-même utilisé, voire préparé dans le but d'enseigner les probabilités. De plus, il juge la ressource didactique adaptée aux élèves de sa classe, mais il laisse planer un certain doute en affirmant implicitement que seule la rencontre des élèves avec les outils permettra d'en vérifier l'adéquation.

En troisième lieu, un objectif principal et deux objectifs secondaires ont été fixés par Bleu au regard de l'activité :

- a) Aller au-delà de la dimension expérimentale (interprétation intuitive) des outils pour tendre vers une interprétation mathématique des résultats qui en découlent;
- b) Utiliser les outils pour arriver à dégager « vraiment de façon mathématique » les probabilités de gagner qui leur sont associées, puis à les comparer afin de déterminer celui offrant la meilleure probabilité de gagner;
- c) Réinvestir les concepts de fraction et de pourcentages pour exprimer les différentes probabilités dans le cadre de l'activité.

En quatrième et dernier lieu, nous avons fait une description technique de l'activité planifiée et réalisée par Bleu. Il en ressort que celle-ci est d'une durée de 164 minutes et qu'elle se divise en six temps répartis en deux séances. De plus, nous avons montré qu'elle a donné lieu à huit étapes, à savoir a) le préambule; b) la présentation des outils; c) le travail avec les outils; d) le retour sur le travail avec les outils et l'institutionnalisation; e) le rappel de la première séance et la présentation du travail avec la bouteille; f) le travail avec la bouteille; g) le retour sur le travail avec la bouteille et l'institutionnalisation ainsi que h) l'intégration.

### 3. LES INTERVENTIONS DIDACTIQUES DURANT L'ACTIVITÉ

Comme nous allons le montrer dans cette section, Bleu adopte une posture structurante dans les interventions qu'il met en œuvre au regard des enjeux conceptuels dans l'activité. Ainsi, il cherche généralement à orienter le travail, les réflexions et les conclusions des élèves au regard des enjeux conceptuels de l'activité. Il questionne les élèves pour les amener à expliquer leurs réflexions, leurs démarches et leurs résultats afin d'arriver à comprendre leur travail, mais il tente ainsi de guider leur travail par des prises de position, par des recommandations, par des formulations connotées, par des indices, etc. En bref, sa position par rapport aux enjeux conceptuels n'est pas neutre; il en aborde plusieurs à travers ses différentes interventions.

Cette section se divise en six parties. Dans un premier temps, nous porterons attention à deux grands choix structurants faits par Bleu dans le cadre de l'activité, à savoir la réalisation d'un préambule au début de la première séance et la prescription d'une démarche de réalisation des essais avec la bouteille au début de la seconde séance. Il sera possible de constater que ces deux choix structurants viennent orienter le travail des élèves avec les outils, notamment sur le plan didactique. Dans un deuxième temps, nous mettrons en lumière la prégnance de la perspective probabiliste théorique dans le discours de Bleu. Nous allons donc voir trois types de formulations utilisées par Bleu à différents moments

de l'activité et qui sont sémantiquement connotées en faveur d'une perspective probabiliste théorique. Dans un troisième temps, nous allons voir que, durant le travail des élèves avec les outils, Bleu adopte un mode général d'intervention qui découle de cette posture structurante qui caractérise les interventions qu'il fait dans le cadre de l'activité. Ce mode général d'intervention se traduit par des interventions à travers lesquelles Bleu guide les élèves au regard des stratégies employées et des conclusions ou conjectures qui en découlent. En ce sens, il donne des indices reliés aux enjeux conceptuels des outils, il fait des recommandations liées à l'expression des probabilités et il se prononce en faveur ou en défaveur du travail effectué par les élèves. Dans un quatrième temps, nous verrons les interventions mises en œuvre par Bleu lors du retour sur le travail des élèves et lors de l'institutionnalisation de savoirs en jeu. Il sera alors possible de constater que, même si d'importantes différences existent entre la gestion du retour sur le travail avec la bouteille et la gestion du retour sur le travail avec la paire de dés et la roulette à la fin de chacune des deux séances de l'activité, les interventions faites par Bleu dans ce contexte s'inscrivent généralement dans la posture structurante qui le caractérise. Dans un cinquième temps, nous regarderons attentivement l'étape d'intégration qui vient clore l'activité et par laquelle Bleu amène les élèves à revoir, à travers deux questions de comparaison de situations, certains concepts mathématiques impliqués dans le travail avec les outils. Dans un sixième et dernier temps, une synthèse de la section sera faite.

### **3.1 Les choix structurants**

Bleu fait au début de chacune des deux séances des choix structurants qui viennent orienter, notamment sur le plan didactique, le travail des élèves avec les outils. Le premier choix structurant est lié à la réalisation d'un préambule au début de la première séance de l'activité tandis que le second choix structurant est relatif à la prescription d'une démarche de réalisation des essais avec la bouteille au début de la deuxième séance de l'activité.

### 3.1.1. Une structuration par la réalisation d'un préambule

La réalisation d'un préambule en amont du travail avec les outils est un choix structurant qui façonne, sur le plan didactique, l'activité proposée aux élèves et leur travail avec les outils. L'enseignant présente aux élèves des situations semblables aux outils, et ce, dans le but de les préparer à travailler avec ces derniers. L'enseignant affirme que cette démarche vise à rendre les élèves « capables d'utiliser la ressource ».

- Bleu :** Mon objectif, c'est d'arriver à ce qu'ils soient capables d'utiliser la ressource que tu m'as proposée, mais d'en dégager vraiment, de façon mathématique, chacune des chances pour chacun des objets. [...] Donc moi, ce que je vais faire, c'est que je veux vraiment partir de la base, ce que c'est, selon eux, les probabilités, quand on les utilise, comment on les utilise puis tout ça puis après ça, je vais faire des exemples qui ne seront pas nécessairement ce qu'on va utiliser de la ressource didactique mais qui vont s'en approcher. [...] Je veux qu'ils arrivent en fait à faire le transfert plus tard... [...] en réutilisant de façon autonome ce que tu m'as donné comme matériel.
- Chercheur :** Oui, est-ce que je comprends que tu vas avoir dans un premier temps des exemples puis après ça, les élèves vont aller utiliser la ressource? C'est ça que je comprends?
- Bleu :** C'est ça. Exactement. [...] C'est-à-dire que je veux travailler des exemples avec eux au tableau d'activités sur les probabilités...

(Entrevue pré-action, lignes 126 à 136)

Deux éléments importants se dégagent du discours de Bleu. D'une part, l'idée du transfert des situations présentées dans le préambule vers les outils est explicite dès le départ. Bleu s'attend à ce que ce transfert se fasse de manière autonome par les élèves au moment du travail avec les outils. D'autre part, Bleu démontre une attente quant à la précision mathématique des probabilités que les élèves devront dégager de l'activité, autant avec les situations du préambule qu'avec les outils. Comme nous le verrons plus loin, cette



idée de précision traduit tout au long de l'activité l'insistance de Bleu au regard de la perspective probabiliste théorique. De plus, nous verrons que, pour lui, la perspective probabiliste fréquentielle et la perspective probabiliste théorique n'ont pas le même statut et la même valeur dans l'activité : la première est un moyen qui permet d'accéder à la seconde et qui constitue la finalité à atteindre dans le cadre de l'activité, en raison de son caractère exact et mathématique. Ces deux éléments – le transfert du préambule vers les outils et la prégnance d'une perspective probabiliste théorique – constituent des fils conducteurs de l'intention de Bleu tout au long de son activité.

Ce préambule de l'activité se divise en trois grands moments, à savoir la réalisation d'une réflexion générale sur les probabilités, le recours à des situations semblables et la comparaison de situations.

#### 3.1.1.1 Une réflexion générale sur les probabilités

Dans un premier temps, Bleu prépare les élèves à leur travail avec les outils à travers une réflexion générale sur les probabilités. À travers cette réflexion, l'enseignant amène les élèves à effectuer une réflexion spécifique quant à la définition des probabilités et évoque des exemples de situations. Nous pouvons penser que cette réflexion permet à l'enseignant de ramener les élèves à ce que sont les probabilités, en plus de les amener à revoir une partie du vocabulaire associé à cette branche des mathématiques.

Bleu orchestre premièrement la recherche d'une définition des probabilités. Il demande aux élèves de définir, comme dans un dictionnaire, ce que sont les probabilités. Constatant que certains élèves manquent d'inspiration pour leur travail de définition, il les encourage à consulter le dictionnaire. Les élèves sont invités à partager leur définition, mais c'est à partir de la définition issue d'un dictionnaire et lue par Emma que Bleu extraira la définition qui guidera la suite de l'activité. Les probabilités y sont vues comme une « conception scientifique et déterministe du hasard ». Bleu guide une discussion sur le sens

des mots « scientifique » et « hasard » qui sont utilisés dans l’affirmation. Cette discussion aboutit à l’idée que les probabilités sont « la science du hasard ».

À partir de cette définition, Bleu questionne les élèves pour savoir s’il est possible de mesurer scientifiquement le hasard. Alexis affirme qu’il est possible de le faire et pour appuyer son propos, il donne en exemple une situation associée à une collection de billes. Sans réaliser le calcul, l’élève montre qu’il est possible de comparer les probabilités de tirer une bille rouge ou une bille verte.

Deuxièmement, Bleu demande aux élèves dans quelles situations on rencontre des probabilités. Les élèves indiquent plusieurs situations où le hasard a une influence sur les résultats. Celles-ci sont essentiellement des exemples de jeux de hasard : la loterie, le poker, le bingo, les machines à sous et les jeux de cartes.

Léo mentionne alors l’action de piger le nom d’un élève de la classe pour un tirage comme exemple de situation. En questionnant les élèves quant au nombre de cas possibles, Bleu guide les élèves vers le calcul de la probabilité de voir un prénom – le leur – être pigé.

- Léo :** Quand tu piges des noms pour un tirage.  
**Bleu :** [...] Quand je pige des noms, là...  
**Élève invisible<sup>53</sup> :** C'est le hasard qui tire les noms.  
**Bleu :** [...] Ok, c'est le hasard, mais est-ce qu'on peut arriver à calculer c'est quoi la chance que je vous pige?  
**Plusieurs élèves :** Oui.  
**Bleu :** Vous semblez tous être très confiants, hein. [...] (En parlant des épingles à linge sur lesquelles les prénoms des élèves sont inscrits.) Il y a combien d'épingles?  
**Plusieurs élèves :** 18.  
**Bleu :** 18? 18. Il y a chacun de vos noms, il y a le mien, puis il

---

<sup>53</sup> Rappelons qu’un élève invisible est un élève qui est à l’extérieur du champ de la caméra et qui n’est pas identifié.

y a celui du pur inconnu pas rapport. [...] Comment tu fais pour déterminer la probabilité que je pige ton nom? Puis on arrive à calculer ça mathématiquement, là? On est capable de sortir de quoi d'intelligent, de scientifique? Nicolas?

**Nicolas :** Bien, tu comptes comment il y a de noms dedans.

**Bleu :** Je compte combien il y a de noms dedans, oui. [...] Il y en a 18.

**Nicolas :** Bien, on a une chance (inaudible).

**Bleu :** Vous avez chacun un nom, vous êtes tout seul, un nom, 18 chances. Alors tu dirais que c'est quoi la probabilité que je pige ton nom?

**Nicolas :** 1 chance sur 18?

**Bleu :** 1 chance sur 18.

(Enregistrement en classe, lignes 157 à 185)

Bleu reconnaît que c'est le hasard qui détermine quel nom est pigé, mais il conduit une réflexion inscrite dans une perspective probabiliste théorique pour calculer la probabilité de voir son prénom pigé de la boîte de tirage. Il met alors implicitement en lumière qu'un calcul de la probabilité de voir son prénom être pigé, qu'il qualifie de « mathématique », « d'intelligent » et de « scientifique » consiste à calculer le nombre de cas possibles et le nombre de cas favorables. Cette stratégie s'inscrit exclusivement dans une perspective probabiliste théorique.

### 3.1.1.2 Le recours à des situations semblables

Dans un deuxième temps, Bleu amène les élèves à réfléchir et à déterminer différentes probabilités associées à des situations semblables aux outils composant la ressource didactique, comme nous le verrons dans les exemples qui suivent.

#### **La situation de la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles »**

Premièrement, Bleu amène les élèves à réfléchir à l'impossibilité de calculer la probabilité théorique d'un événement lorsqu'on ne connaît pas le nombre de cas possibles

et le nombre de cas favorables. Pour ce faire, il présente aux élèves la situation de la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles ». Cette boîte, qui est associée à un système d'émulation employé dans la classe, contient un nombre inconnu de coupons (des bravo-coupons). Son fonctionnement n'est jamais explicitement présenté, mais durant l'activité, il est dit que des tirages sont parfois effectués avec cette boîte et que les élèves gentils peuvent mettre leur nom dans la boîte, sur un bravo-coupon.

**Emma :** (En parlant des bravo-coupons.) Mais on sait que plus on est gentils, plus on en a.

**Bleu :** (En riant.) Ha, ha! J'adore ta réponse. Plus vous êtes gentils, plus vous avez de chances d'avoir de bravo-coupons dans la boîte des amis gentils du club. Effectivement.

(Enregistrement en classe, lignes 230 et 231)

Cette situation est semblable à la bouteille, car il n'est pas possible d'ouvrir la boîte. Le nombre de cas favorables n'est pas connu ni pour la boîte ni pour la bouteille. Toutefois, le nombre de cas possibles est connu pour la bouteille (cinq billes), tandis qu'il ne l'est pas pour la boîte. Considérant l'ignorance de ces informations, la seule façon de traiter cette situation pour déterminer la probabilité pour un élève de gagner repose sur une perspective probabiliste fréquentielle : il faut réaliser des essais et en compiler les résultats afin de voir une tendance se dégager. La réflexion déclenchée par Bleu autour de cette situation est liée à l'ignorance des nombres de cas possibles et favorables, mais il n'ouvre pas sur les essais. Il questionne plusieurs élèves pour vérifier s'ils savent combien de bravo-coupons ils ont dans la boîte, mais comme personne n'est en mesure de l'affirmer avec certitude, la discussion aboutit à l'idée qu'il n'est pas possible de déterminer les probabilités de voir son prénom être tiré.

**Bleu :** (En allant chercher la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles ».) Ça, c'est quoi? C'est quoi? C'est...

**Élève invisible :** [...] c'est la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles ».

**Bleu :** Allez-y, j'ai hâte de vous entendre. Tiens, vas-y

- Thomas.
- Thomas :** Bien, il faudrait compter le nombre de noms...
- Bleu :** Non, mais c'est quoi la chance que je pige ton nom? La probabilité que je pige ton nom?
- Thomas :** Je ne sais pas parce que je ne sais pas c'est quoi le nombre de bravo-coupons au total dedans.
- Bleu :** Avez-vous entendu sa réponse? Qui est capable de savoir c'est quoi la probabilité de piger son nom là-dedans? [...] (Bleu questionne plusieurs élèves pour savoir s'ils connaissent le nombre de bravo-coupons qu'ils ont déposés dans la boîte et personne ne peut répondre à cette question.)
- [...]
- Bleu :** [...] Donc, est-ce qu'on revient à la réponse de Thomas? Vas-y donc?
- Thomas :** Bien, on ne peut pas le savoir si on ne compte pas le total de noms dedans.
- Bleu :** Est-ce que c'est de la probabilité quand même?
- Quelques élèves :** Oui.

(Enregistrement en classe, lignes 199 à 229)

Cet échange met en exergue le fait que pour la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles », les nombres de cas possibles et de cas favorables ne sont pas connus. Or, il faut pouvoir dénombrer les cas possibles et favorables liés à un événement probabiliste pour pouvoir calculer la probabilité théorique associée. Il serait toutefois possible de dégager les probabilités fréquentielles associées à cette situation, mais aucune piste n'est donnée par Bleu pour permettre aux élèves d'aller dans ce sens, puisque la réalisation systématique d'essais n'est pas abordée. Il semble fixé sur le calcul des probabilités théoriques, qui est impossible dans cette situation. Il interroge cependant les élèves afin de savoir si « c'est de la probabilité quand même », malgré qu'il ne soit pas possible de dénombrer les cas possibles et favorables.

Par ailleurs, mentionnons qu'il s'agit de la seule situation évoquée durant le préambule pour laquelle Bleu n'ouvre pas au moins minimalement sur une démarche permettant de calculer les probabilités associées.

### **Les situations du jeu de cartes et des dés à six et douze faces**

Deuxièmement, Bleu amène les élèves à dénombrer les cas possibles et favorables associés à différentes situations, afin d'arriver à calculer une probabilité théorique associée à un évènement. Pour ce faire, il propose aux élèves différents exemples de situations qui se trouvent dans la classe et il leur demande d'identifier des probabilités qui leur sont associées. Il s'agit d'exemples de situations où il est possible de dénombrer les cas possibles et favorables et, donc, de calculer les probabilités théoriques associées, comme c'est le cas avec la paire de dés et avec la roulette. Toutefois, ces divers exemples permettent aussi de faire des essais et, dans ce sens, ils peuvent également s'inscrire dans la perspective probabiliste fréquentielle. Ces situations sont semblables à la paire de dés, qui permet à la fois de calculer la probabilité théorique (à travers le dénombrement des cas possibles et favorables) et de dégager la probabilité fréquentielle (à travers la réalisation de nombre suffisant d'essais).

Voici donc les exemples de situations proposées par Bleu et certaines probabilités théoriques associées qui ont été énoncées par des élèves :

- Un dé à 6 faces, avec lequel on a 1 chance sur 6 d'avoir un 2;
- Un dé à 12 faces, avec lequel on a 1 chance sur 12 d'avoir un des nombres de 1 à 12, et avec lequel on a 6 chances sur 12 d'avoir un des nombres pairs;
- Un jeu de cartes avec ou sans les jokers, avec lequel on a 4 chances sur 52 (ou 54) de piger un valet; avec lequel on a 2 chances sur 54 de tirer un joker; avec lequel on a 13 chances sur 52 (ou 54) de tirer une carte de cœur et avec lequel on a 1 chance sur 2 (avec un jeu sans joker) d'avoir une carte rouge.

Par la suite, Bleu questionne les élèves sur la manière d'exprimer une probabilité. Ceux-ci énoncent à nouveau les probabilités associées aux exemples vus précédemment, et une élève remarque que les probabilités peuvent être exprimées en fraction et en

pourcentage. Bleu guide ensuite une réflexion sur la signification du numérateur et du dénominateur dans une fraction évoquée dans ce contexte. De plus, en partant des probabilités associées aux différentes situations qui ont été exprimées par des fractions qui ne sont pas toutes unitaires, Bleu les amène vers l'expression d'une probabilité avec des fractions équivalentes (1 chance sur 2, ou 6 chances sur 12, de tirer un nombre pair avec un dé à 12 faces).

### **La situation de l'arc et des flèches**

Troisièmement, Bleu tente d'amener les élèves à écarter la présomption d'équiprobabilité. Pour ce faire, il présente aux élèves la situation de l'arc et des flèches, qui s'apparente, dans une certaine mesure, à la roulette. Cependant, cette situation n'est pas véritablement probabiliste étant donné que, même si le hasard y intervient, les habiletés de l'archer ont également une grande influence sur le résultat obtenu. Nous verrons que la situation comporte certaines particularités, qui seront analysées plus loin.

L'enseignant juxtapose au tableau six photos de visages d'élèves, afin de former un rectangle. Puis, il encadre le rectangle ainsi formé avec un trait de feutre. La figure 23 est une reproduction de l'organisation des six photos disposées au tableau par Bleu.

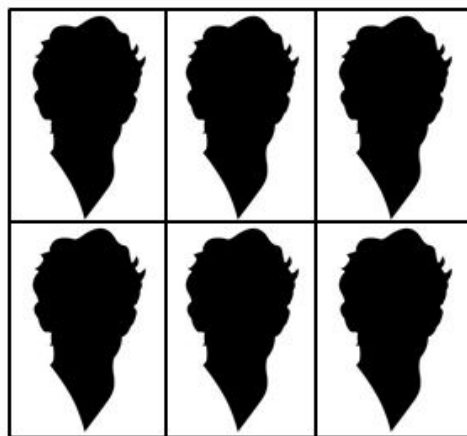


Figure 23. L'organisation des six photos d'élèves par Bleu

Avec un ensemble de jouets, un arc et des flèches, il propose de tirer sur une des photos d'élève. Il demande alors aux élèves les probabilités de tirer sur une des six photos d'élève. Il établit qu'il est certain de tirer à l'intérieur du rectangle, étant donné qu'il est un franc-tireur. Sans hésiter, les élèves énoncent la probabilité de 1 sur 6. Se disant bon joueur, Bleu remplace alors une des photos d'élève par une photo de lui-même. Celle-ci est visiblement plus petite que les autres photos. La figure 24 est une reproduction de cette nouvelle organisation de six photos au tableau, dont cinq sont des photos d'élève et une est une photo de l'enseignant.

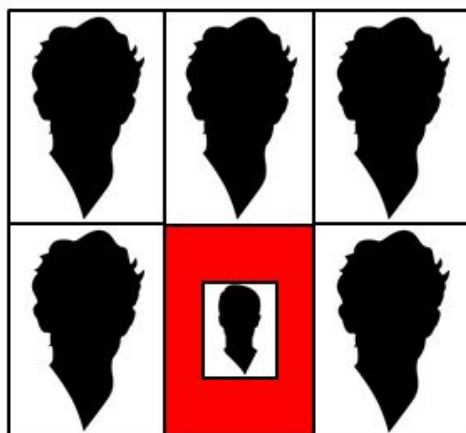


Figure 24. L'organisation des photos avec celle de Bleu

Bleu amène les élèves à constater que puisque sa photo est plus petite que celles des élèves, la probabilité de tirer sur son portrait est nécessairement plus petite que 1 sur 6. Il demande donc aux élèves de proposer une démarche permettant de déterminer les probabilités associées au fait de tirer sa photo.

**Bleu :** Je ne veux pas que vous me donniez la réponse. Je veux que me donniez une démarche qui vous permettrait mathématiquement de me donner une probabilité (pointant les photos) avec ça, ici. [...] Je ne veux pas que tu me donnes la probabilité de me tirer la flèche dessus, je veux que tu me donnes la démarche qui te



permettrait de calculer cette probabilité-là. Comment tu pourrais faire? Parce qu'on l'a dit, « probabilité, science du hasard », je suis capable d'arriver normalement à une fraction. Vous êtes tous arrivés avec des fractions tantôt. Comment on pourrait arriver à une fraction avec ça?

(Enregistrement en classe, ligne 393)

Plusieurs idées de démarches sont exposées par les élèves, mais Bleu semble les juger imprécises. Il finit ainsi par proposer lui-même une démarche pour arriver à déterminer la probabilité de tirer sur sa photo. L'enseignant suggère de calculer l'aire de sa photo (qu'il estime à  $15 \text{ cm}^2$ ) et de calculer l'aire du rectangle formé par l'ensemble de photos (qu'il estime à  $1200 \text{ cm}^2$ ). Il suggère ensuite d'établir une fraction avec l'aire de sa photo comme numérateur et l'aire du rectangle comme dénominateur. Cette démarche, qui permet selon Bleu de déterminer « mathématiquement » et par une fraction la probabilité de tirer sur sa photo, s'inscrit donc dans une perspective probabiliste théorique.

Ce travail pour arriver à déterminer la probabilité associée au fait de tirer sa photo laisse présumer que Bleu prépare les élèves à calculer la probabilité d'obtenir un secteur angulaire rouge avec la roulette. En fonction des caractéristiques conceptuelles de la situation de l'arc et des flèches, elle est semblable à la roulette. En effet, les deux situations reposent sur des modèles de surface et, donc, sur une possibilité de calculer l'aire d'une surface. De plus, les deux situations présentent des secteurs de différentes tailles. En travaillant avec les élèves sur des photos de dimensions différentes, Bleu semble chercher à écarter la présomption d'équiprobabilité. En d'autres mots, il tente d'amener les élèves à comprendre comment gérer des cas qui ne sont pas équiprobables dans une situation. Toutefois, Bleu oriente les élèves vers le calcul d'un rapport entre l'aire de sa photo et l'aire du rectangle formé par l'ensemble des photos pour arriver à déterminer la probabilité de tirer sur sa photo. Cela prépare en quelque sorte les élèves à établir un rapport entre les secteurs angulaires rouges et l'ensemble de la roulette. Nous verrons néanmoins que ce rapport établi par les élèves ne sera pas lié au calcul des aires, mais plutôt à la mesure en degrés des angles des secteurs angulaires rouges et de l'ensemble de la roulette.

Il convient toutefois de souligner que la situation de l'arc et des flèches n'est pas aussi simple qu'elle n'y paraît. En effet, quoique le hasard puisse intervenir dans cette situation, il y a également une importante notion d'habileté en jeu dans le tir à l'arc : les aptitudes de l'archer ont également une grande influence sur le résultat obtenu. Cette situation ne constitue donc pas à proprement parler une situation probabiliste. Bleu souligne d'ailleurs qu'il faut faire comme si on tirait toujours dans le rectangle formé par les six photos. Il avoue cependant qu'il reste possible de rater la cible. Un élève et lui la ratent d'ailleurs lorsqu'ils font des tirs. Cela vient donc fausser le calcul des probabilités théoriques associées au fait de tirer sur les photos, puisqu'il est possible de tirer à l'extérieur du rectangle et qu'un bon tireur peut viser et choisir la photo sur laquelle il tire.

Par ailleurs, en remplaçant une des six photos d'élève, qui sont de tailles égales, par une photo de lui, mais de plus petite taille, une partie du rectangle ne se trouve plus recouverte par une photo. Il s'agit de la région rouge de la figure 24. Ainsi, quatre événements deviennent possibles lorsqu'on tire une flèche en direction du rectangle de photos : a) tirer à l'extérieur du rectangle, b) tirer sur une photo d'élève, c) tirer sur la photo de Bleu et d) tirer sur l'espace qui n'est pas recouvert d'une photo. Bleu insiste pourtant sur deux types de cas possibles : tirer sur une photo d'élève ou sur la sienne. L'espace qui n'est pas recouvert par une photo dans le rectangle n'est donc pas pris en compte dans la situation.

### 3.1.1.3 La comparaison de situations

Dans un dernier temps, Bleu amène les élèves à calculer les probabilités théoriques associées à deux situations, puis à les comparer dans le but de déterminer laquelle offre la meilleure probabilité. Il s'agit donc d'une comparaison de situations qui fait écho au mandat qui attend les élèves dans leur travail avec les outils. Pour ce faire, l'enseignant présente deux situations qui sont liées à deux collections d'objets. La première collection est constituée de huit figurines d'animaux de la ferme, à savoir une vache, une chèvre, deux

boucs, un cochon, un cheval et deux ânes. La deuxième collection est composée de 75 cure-dents de différentes couleurs, dont des rouges, des verts, des bleus, des blancs et des jaunes. Au sujet de cette seconde collection d'objets, Bleu mentionne qu'il y a 10 cure-dents jaunes, mais ne compte pas le nombre de cure-dents des autres couleurs. L'enseignant établit ensuite qu'avec la collection de figurines, on gagne si on pige un âne et qu'avec la collection de cure-dents, on gagne si on pige un cure-dent jaune.

Encore une fois, le mandat donné par Bleu aux élèves ne consiste pas à trouver avec laquelle il est le plus probable de gagner, mais plutôt de proposer une démarche qui permettrait de répondre à cette question.

**Bleu :** Ma question [...] : avec lequel des 2 j'ai le plus de chances de gagner? [...] En fait, je ne veux pas le savoir. [...] Ce que j'aimerais savoir, c'est comment tu t'y prendrais. Je veux connaître la démarche que tu utiliserais pour, possiblement, savoir avec lequel des 2 tu as le plus de chances de gagner.

(Enregistrement en classe, lignes 470 à 472)

Quelques élèves proposent des pistes de démarches, mais la période se termine avec le son d'une cloche annonçant la récréation. Durant celle-ci, la recherche d'une démarche qui permettrait de comparer les deux situations afin de déterminer laquelle offre la meilleure probabilité de gagner est restée en suspens. Au retour, une élève questionne Bleu pour savoir s'il compte donner la réponse, mais l'enseignant refuse de revenir sur cette question. Il enchaine plutôt avec la présentation des trois outils. Cela nous laisse croire que l'enseignant ne souhaite pas donner explicitement une démarche à privilégier pour arriver à comparer les probabilités de gagner associées aux deux situations. Il décide plutôt de laisser la réflexion à la charge des élèves.

Le transfert potentiel du préambule vers le travail avec les outils se trouve ainsi à la charge des élèves. Sans présenter explicitement une démarche qui permettrait de déterminer laquelle des situations offre la meilleure probabilité de gagner, l'enseignant a néanmoins

mis l'accent sur l'identification des cas possibles et des cas favorables pour chacune d'elles. De surcroît, comme l'enseignant n'a pas ouvert sur la possibilité de faire des essais avec chacune des situations probabilistes pour voir laquelle offre la meilleure probabilité fréquentielle de gagner, les élèves pourraient conclure que la recherche d'une démarche de comparaison se situe exclusivement sur le plan d'une perspective probabiliste théorique.

### **Ce que nous retenons...**

En somme, se pourrait-il qu'avec tout le travail fait par Bleu avec les élèves en amont du travail avec les outils, ce préambule ait modifié considérablement le niveau de difficulté conceptuel ou disons les différents obstacles ou enjeux conceptuels inhérents à l'activité? Les enjeux conceptuels qu'implique l'utilisation des outils ont-ils simplement été déplacés vers le préambule avec le travail effectué sur les différentes situations qui partagent plusieurs des caractéristiques des outils? Cela pourrait avoir une incidence sur le travail effectué par les élèves avec les outils (déterminer et comparer les probabilités) puisqu'il deviendrait alors un travail de réinvestissement plutôt que de résolution à proprement parler.

Par ailleurs, si le préambule permet à Bleu d'évoquer des démarches et de faire des analogies qui pourraient être utiles dans le travail avec les outils, les élèves ne connaissent pas encore ceux-ci à la fin de cette étape de l'activité. À partir du préambule de l'activité, nous jugeons que l'enseignant a laissé à la charge des élèves le travail de discrimination et de transfert des pistes intéressantes pour le travail avec les outils. Nous verrons plus loin que Bleu établit lui-même un parallèle explicite entre la bouteille et la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles » au moment du retour sur le travail des élèves avec la bouteille à la fin de la première séance. Cela signifie que, pendant le travail des élèves avec les outils, le lien entre la boîte et la bouteille n'a pas encore été établi, ce qui ne garantit pas que les élèves en aient conscience. Pour que le préambule puisse avoir une incidence sur le travail avec les outils, encore faudrait-il que les élèves reconnaissent qu'il y a dans le préambule, des situations semblables pouvant faire l'objet d'un transfert vers le travail qui

va suivre avec les outils. De plus, il faut voir de quelle nature sont ces transferts potentiels qui pourront être faits.

Il sera possible de constater au fil des sous-sections suivantes que les élèves sont rapidement arrivés à déterminer la probabilité de gagner avec la roulette et avec la paire de dés, ce qui nous permet de penser qu'ils ont été en mesure de s'appuyer sur ce qui a été fait lors du préambule pour travailler avec ces deux outils. Dans le même sens, la comparaison des outils semble se faire aisément, à la fois en fin de première et de seconde séance, ce qui pourrait témoigner d'un certain transfert de la comparaison de situations survenue lors du préambule vers le travail avec les outils. Pourtant, Bleu a laissé en suspens la tâche de comparaison qui a été présentée en clôture du préambule, alors qu'il n'a pas explicitement pointé de démarche pour arriver à comparer les probabilités de gagner associées aux deux situations. Cette aisance à comparer les outils pourrait donc aussi relever d'une bonne maîtrise par les élèves des enjeux conceptuels relatifs à la comparaison des outils, ce qui s'avèrerait d'ailleurs cohérent avec le fait que l'enseignant juge que ce groupe d'élèves est fort en mathématiques.

Enfin, il convient de souligner que, dans le cadre du préambule, l'enseignant ne présente pas une situation semblable à la bouteille et qui pourrait faire l'objet d'un transfert par les élèves en prévision de leur travail avec cet outil. Il fait la démonstration qu'il n'est pas toujours possible de calculer les probabilités théoriques, car les nombres de cas possibles et favorables ne sont pas toujours connus. Toutefois, Bleu n'offre aucune ouverture explicite vers la perspective probabiliste fréquentielle, qui est pourtant la seule dans laquelle se trouve inscrite la bouteille. Tous les exemples de situations évoqués dans le cadre du préambule se trouvent inscrits dans une perspective probabiliste théorique. Les situations qui pourraient faire écho à une perspective probabiliste fréquentielle et éventuellement permettre un transfert vers la bouteille, en l'occurrence le jeu de cartes, les dés, la situation de la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles » et la situation de l'arc et des flèches, ne sont explicitement inscrites que dans une perspective probabiliste théorique.

D'une part, Bleu lance une réflexion par rapport à la situation de la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles », mais celle-ci n'est cependant pas explicitement rattachée à la perspective probabiliste fréquentielle. En effet, l'enseignant expose l'impossibilité de calculer la probabilité théorique de gagner par rapport à cette situation, et ce, en raison de l'ignorance des cas favorables et possibles. Dans ce sens, il se pourrait que les élèves soient éventuellement en mesure de reconnaître qu'en fonction de la nature des situations, il n'est pas toujours possible de calculer les probabilités théoriques. Toutefois, la lumière ne semble pas faite sur l'enjeu conceptuel associé à l'émergence d'une tendance permettant de dégager des probabilités fréquentielles à travers la réalisation de nombreux essais, ce qui constitue la stratégie à développer pour le travail avec la bouteille.

D'autre part, les quelques essais réalisés avec la situation de l'arc et des flèches restent anecdotiques et n'ouvrent pas non plus sur une perspective probabiliste fréquentielle. En effet, ceux-ci semblent employés par Bleu pour amorcer la situation et exposer aux élèves le fonctionnement de celle-ci. Ceux-ci ne semblent donc pas avoir comme fonction d'inscrire la situation dans une perspective probabiliste fréquentielle. D'ailleurs, Bleu n'expose pas l'idée de réaliser systématiquement des essais avec l'arc et les flèches dans le but d'accumuler des statistiques et d'en dégager une probabilité fréquentielle qui permettrait de faire le lien avec la probabilité théorique. Cela dit, même si cela apparaît improbable, il serait tout de même possible que des élèves aient compris, à partir des essais réalisés avec l'arc et les flèches, qu'il est généralement possible de faire des essais avec des situations et en l'occurrence avec la roulette, la paire de dés et la bouteille.

Nous verrons plus tard que le travail et la réflexion avec la bouteille s'avère long et difficile, menant même à une séance supplémentaire de travail par rapport à ce qui était prévu à priori pour l'activité, tandis que le travail et la réflexion avec la roulette et la paire de dés s'avèrent rapides et relativement aisés pour la majorité des élèves. Conséquemment, nous postulons que, dans le cadre du travail avec les outils, les principaux obstacles

conceptuels qui restent à surmonter par les élèves sont relatifs à la bouteille étant donné que, pour les deux autres outils, les élèves ont déjà la marche à suivre exposée dans le préambule.

Par ailleurs, nous jugeons qu'il faut probablement tenir compte du fait que Bleu a fait un changement de dernière minute avec la bouteille, puisqu'il avait prévu dévoiler sa composition et qu'il a décidé pendant l'entrevue pré-action de ne pas la révéler. Nous pouvons donc penser que cela pourrait avoir été, dès le départ, une explication de la difficulté à aborder la perspective probabiliste fréquentielle, qu'il n'était tout simplement pas prévu de traiter dans la planification originale de l'activité. Cela pourrait donc justifier, dans une certaine mesure, le fait que le travail des élèves avec la bouteille s'est avéré long et difficile, puisqu'il s'agit du seul outil traité dans une perspective probabiliste fréquentielle.

### *3.1.2 Une structuration par la prescription d'une démarche de réalisation des essais avec la bouteille*

Dans le cadre de la seconde séance de l'activité, Bleu fait un choix structurant qui façonne, sur le plan didactique, l'activité proposée aux élèves ainsi que leur travail avec la bouteille. Ce choix consiste à faire la présentation d'une démarche visant la réalisation systématique d'un grand nombre d'essais avec la bouteille.

Cette démarche encadre fortement, et de différentes manières, le travail des élèves avec la bouteille. Ainsi, en présentant la démarche à réaliser, Bleu impose le nombre d'essais à effectuer (100 essais), ainsi que l'organisation de ceux-ci en trois vagues (10 essais; 40 essais et 50 essais). Ces trois vagues d'essais s'emboîtent l'une dans l'autre, c'est-à-dire que les 10 essais de la première vague sont compris dans les 50 essais de la deuxième, et que les 100 essais de la troisième vague comprennent les essais des deux premières vagues.

Par la présentation de cette démarche, Bleu indique également aux élèves qu'ils doivent réaliser cette démarche en équipe de deux. De plus, il prescrit le rôle que chacun des élèves doit jouer durant la démarche : le premier réalisera les essais avec la bouteille pendant que le second prendra en note les résultats de ses essais. Il dicte aussi aux élèves la manière de prendre en note les résultats des essais réalisés, à savoir d'inscrire un « b » lorsque la bille tirée est blanche ou un « n » si elle est noire. Il mentionne que les résultats devront être consignés dans un tableau à trois colonnes, où chaque colonne sera dédiée aux résultats d'une des trois vagues d'essais à réaliser. Finalement, il commande aux élèves d'exprimer les résultats de chacune des vagues d'essais à la fois en fraction et en pourcentage, et ce, en fonction du nombre de fois où une bille noire est tirée par rapport à l'ensemble des essais réalisés

Le travail des élèves avec la bouteille devient alors essentiellement une exécution de la démarche élaborée par Bleu, qui vise à réaliser 700 essais pour l'ensemble de la classe et à compiler les résultats. Aucune place n'est donc laissée à l'initiative, alors que les élèves doivent simplement suivre la démarche prescrite par l'enseignant.

Par cette étape de l'activité, l'enseignant expose donc à la fois une des principales conclusions à tirer de la bouteille ainsi que la démarche à employer pour réaliser le travail avec cette dernière. En effet, à la fois à la fin de la première séance et au début de la seconde, Bleu choisit d'exposer la nécessité de réaliser de nombreux essais pour arriver à dégager une tendance quant à la probabilité de gagner avec la bouteille. Il choisit également de proposer une démarche très précise pour arriver à vérifier l'émergence de cette tendance. Conséquemment, il dévoile l'enjeu conceptuel lié à la loi des grands nombres et donc relatif à la nécessité de faire de plus en plus d'essais pour augmenter le niveau de certitude associé à la probabilité fréquentielle de gagner dégagée pour l'outil. Le besoin de réaliser de nombreux essais pour tenter de réduire l'écart entre la probabilité fréquentielle se dégageant des résultats et la probabilité théorique de gagner avec cet outil est prescrit par Bleu plutôt que rencontré dans l'action par les élèves. Les élèves réalisent donc un grand nombre



d'essais parce que Bleu le demande et non parce qu'ils en ressentent la pertinence et le besoin.

### **3.2 La prégnance de la perspective probabiliste théorique dans le discours de Bleu**

Dans le cadre de l'activité, la perspective probabiliste théorique prévaut à différents égards sur la perspective probabiliste fréquentielle dans les interventions de Bleu. Cette prégnance de la perspective probabiliste théorique est repérable à plusieurs endroits dans le discours de l'enseignant. D'une part, il utilise certaines formulations sémantiquement connotées – voire systématiquement orientées – au regard d'une perspective probabiliste théorique. D'autre part, certains propos de l'enseignant nous laissent croire que la perspective probabiliste fréquentielle (elle est un moyen pour atteindre l'objectif) et la perspective probabiliste théorique (elle est l'objectif à atteindre) n'ont pas le même statut et la même valeur dans l'activité. Nous présentons deux types d'affirmations empreintes d'une perspective probabiliste théorique et qui émaillent le discours de Bleu à différents moments de l'activité.

#### *3.2.1 La science du hasard, c'est du « mathématique » et non de « l'à peu près »*

Dans le cadre de l'activité, Bleu fait référence à plusieurs reprises à l'idée que les probabilités constituent la « science du hasard ». Cette formule fait écho au travail de définition que Bleu amène les élèves à faire au commencement du préambule de l'activité. En cohérence avec cette définition, Bleu souligne régulièrement que les probabilités se font de manière mathématique et ne doivent pas être de « l'à peu près ». Ce qui est de l'« à peu près » – ou ce qui n'est pas mathématique – semble évoquer pour Bleu ce qui n'est pas acceptable sur le plan mathématique par rapport aux probabilités dans le cadre de l'activité.

Prenons à titre d'exemple un échange survenu pendant le préambule, alors qu'une réflexion en plénière a lieu sur la comparaison de deux situations proposées par Bleu. Après avoir présenté la collection d'objets à laquelle est liée une des deux situations (celle formée

par huit figurines d'animaux de la ferme, dont deux ânes), Bleu questionne les élèves sur la probabilité de gagner qui est associée à cette dernière.

**Bleu :** [...] Ce serait quoi la possibilité, la probabilité de... Mathématiquement, là. Mathématiquement parlant. Je ne veux pas quelque chose d'à peu près. Qu'est-ce qu'on a dit que c'était, des probabilités? On l'a dit tantôt. [...] On a dit que c'était la science du hasard. Bon, alors seriez-vous capables de me dire la probabilité que je pige un âne jaune?

(Enregistrement en classe, lignes 442 à 444)

Bleu évoque ici la science du hasard, par laquelle on doit arriver à déterminer mathématiquement – et sans faire de l'à peu près – la probabilité de piger un âne jaune. Le sens attribué à l'action de déterminer la probabilité mathématiquement et en cohérence avec la science du hasard reste implicite. Cet implicite peut potentiellement limiter la compréhension des élèves de ce qui est attendu de la part de l'enseignant.

Or, nous verrons que ce qui est mathématique pour Bleu prend un sens particulier à la lumière de chacune des perspectives probabilistes dans le cadre de l'activité. Ainsi, le travail d'un élève ou d'une équipe d'élèves peut s'inscrire dans une perspective probabiliste fréquentielle ou dans une perspective probabiliste théorique et ne pas être jugé mathématique ou cohérent avec la science du hasard. Bleu qualifie alors ce travail d'à peu près.

Étant donné que le travail des élèves avec la bouteille est exclusivement inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle et que le travail des élèves avec la roulette et la paire de dés est exclusivement inscrit dans une perspective probabiliste théorique, cela signifie que les critères pour juger du mathématique et de l'à peu près avec les outils ne sont pas les mêmes. Des indices de cela sont visibles tout au long de l'activité.

### 3.2.1.1 La perspective probabiliste fréquentielle

Dans le cadre de l'activité, tout se passe comme si une stratégie, une solution ou une conjecture qui s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle est jugée mathématique par Bleu si elle s'appuie sur la réalisation systématique d'essais, si elle dégage une probabilité fréquentielle et si elle ouvre sur un passage de la probabilité fréquentielle vers la probabilité théorique. Dans le même sens, le travail d'un élève ou d'une équipe d'élèves qui s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle, mais dont les résultats ne rencontrent pas ces critères, est jugé par Bleu comme étant de l'à peu près (qui n'est pas mathématique ou qui n'est pas cohérent avec la science du hasard). Soulignons toutefois qu'il s'agit de notre hypothèse, étant donné que l'enseignant ne s'exprime jamais explicitement par rapport à ce qui est jugé mathématique dans la perspective probabiliste fréquentielle, il ne fait que mentionner – à la négative – ce qui ne l'est pas.

Durant la première séance, l'ensemble des stratégies, solutions et conjectures relatives à la bouteille que les élèves ont présentées à Bleu ne rencontrent pas les critères qui, selon lui, semblent rendre mathématiques les résultats d'un travail inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle (et qui n'est pas de l'à peu près). Conséquemment, l'enseignant ne considère pas mathématiques les résultats présentés par les élèves à la lumière de leur travail avec la bouteille dans l'ensemble de la première séance.

Le premier exemple porte sur une intervention faite par Bleu pendant le travail avec les outils durant la première séance, à propos du travail non systématique réalisé intuitivement par Nicolas avec la bouteille.

- Nicolas :** (En montrant sa feuille de calculs) Ça, c'est tu mieux?  
**Bleu :** Pourquoi tu me dis 1 sur 5?  
**Nicolas :** Bien parce qu'il y a 1 bille noire.  
**Bleu :** Il y a 1... Je n'ai pas dit combien il y avait de billes noires. Qu'est-ce qui dit que ce n'est pas 5 billes noires?  
**Nicolas :** Oui, bien parce que moi, je pense que c'est ça.

- Bleu :** [...] Comment tu fais pour mathématiquement me prouver qu'il y en a 1? [...] Je ne veux pas de l'à peu près. Je veux de la science du hasard. Tu me dis : « Je mets 1 chance sur 5 parce que je pense qu'il y a 1 bille noire dedans »? [...] Je ne suis pas sûr que ça tienne la route.
- Nicolas :** C'est parce que quand on le fait tout le temps, c'est rare ça sort noir, ça sort tout le temps blanc.
- Bleu :** Oui, mais qu'est-ce qui te dit que ce n'est pas toutes des noires avec une blanche, puis que c'est pas tout le temps la même blanche que tu vois?
- Nicolas :** Rien. [...] Mais je pense que c'est ça.
- Bleu :** Oui mais là, tu me fais de l'à peu près. [...] Essaie de trouver une façon qui n'est pas de l'à peu près. [...] (La discussion se déplace vers la paire de dés.)

(Enregistrement en classe, lignes 630 à 647)

L'intuition de l'élève quant à la composition potentielle de la bouteille repose sur le fait que dans la réalisation des essais, « [...] quand on le fait tout le temps, c'est rare ça sort noir, ça sort tout le temps blanc. » Il a réalisé ses essais sans méthode systématique et sans comptabiliser les résultats, ce qui ne lui permet pas de dégager une tendance pour déterminer une probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille. Devant ce travail non systématique et la conjecture intuitive sous-jacente, Bleu semble chercher à remettre en doute le raisonnement de l'élève. Il évoque alors la possibilité que la bouteille contienne 4n-1b et que l'intuition de l'élève, qui juge que la bouteille contient davantage de billes blanches que de noires, repose sur le fait que l'unique bille blanche ressorte sans cesse. Puis, Bleu expose à l'élève le besoin de prouver mathématiquement son hypothèse pour se placer en cohérence avec l'idée des probabilités en tant que science du hasard, et donc, de ne pas rester dans l'à peu près. La compréhension de ce que cela signifie concrètement est toutefois laissée à l'élève, car Bleu ne le spécifie pas dans son intervention.

Cette idée de « prouver » nous semble être en contradiction avec la nature même de ce que constituent les probabilités, surtout dans une perspective probabiliste fréquentielle, mais également dans une perspective probabiliste théorique. Pour cette dernière, il est possible de faire une argumentation théorique (par exemple un calcul) pour défendre une

probabilité théorique obtenue, mais cela peut-il être considéré comme une preuve? Pour la perspective probabiliste fréquentielle, la démarche menant à dégager une probabilité fréquentielle à partir de l'émergence d'une tendance à travers la réalisation d'un nombre suffisant d'essais ne correspond pas à une preuve au sens strict. Dans tous les cas, il n'en reste pas moins que les probabilités ne sont pas de nature déterministe, ce qui rend difficile le lien avec l'idée de preuve.

Le deuxième exemple porte sur une intervention faite par Bleu pendant le travail avec les outils durant la première séance à propos du travail trop approximatif réalisé avec la bouteille par l'équipe d'Édouard, Benjamin et Charles.

- Édouard :** La bouteille... Voilà les calculs. "B" c'est pour blanche, "N" c'est pour noire. J'ai commencé par faire 3 tirages. Le premier, ça donné 4 blanches, 1 noire. Le deuxième, ça donné 3 blanches, 2 noires. Mais les noires, ça se peut que j'aie pris 2 fois. Ici, 4 blanches, 1 noire, qui dit à peu près que c'est 1 noire. [...] Comprends-tu?
- Bleu :** (En ricanant.) Oui.
- Édouard :** Ok.
- Benjamin\* :** Pourquoi tu ris?
- Édouard :** Bien c'est à peu près ça qu'on voulait dire.
- Bleu :** Bien je ris parce que, quand on se parlait tantôt de science du hasard, puis qu'on disait qu'il faut qu'on arrive à trouver une réponse véridique, solide, sûre. Puis là, tu me dis : « À peu près, presque, genre, style, comme, *ouin* ».

(Enregistrement en classe, lignes 998 à 1005)

Il nous semble que Bleu ne juge pas le travail sur lequel repose la conjecture émise par l'équipe au sujet de la composition de la bouteille comme étant en cohérence avec l'idée de sciences du hasard, comme étant mathématique. Nous expliquons ce jugement par le fait que l'équipe a systématiquement réalisé 15 essais (en 3 vagues de 5 essais) et en a comptabilisé les résultats (4n-11b), mais le passage des résultats obtenus à la conjecture de la composition de la bouteille ne relève pas de la mise en évidence d'une probabilité fréquentielle à partir d'une tendance observée.

D'ailleurs, Édouard affirme que les essais réalisés lui font croire « [...] à peu près que c'est une noire » que contient la bouteille. Devant la conjecture exposée par Édouard, Bleu ricane et remet implicitement en doute la conclusion tirée quant à la composition de la bouteille, mais il ne dit pas explicitement aux élèves la raison pour laquelle la conclusion est contestable. L'enseignant fait plutôt écho à « l'à peu près » énoncé par l'élève pour lui rappeler le fait qu'il est question de « [...] science du hasard » et donc, qu'il faut arriver « à trouver une réponse véridique, solide, sûre ». Cela nous semble encore une fois être contradictoire avec la nature même de la perspective probabiliste fréquentielle, qui n'a pas un caractère déterministe et qui, par définition, ne permet que de dégager une tendance à partir de la réalisation d'un nombre suffisant d'essais.

Par ailleurs, l'enseignant ne demande pas explicitement aux élèves de poursuivre leur travail avec la bouteille, mais la suite de l'activité nous montre que l'équipe pousse plus loin son travail avec cet outil. La compréhension des raisons qui rendent le travail non-acceptable – de « l'à peu près » – pour Bleu, ainsi que la nécessité de poursuivre ce travail, sont donc laissées à l'équipe, étant donné l'implicite dont sont empreints les propos de Bleu à ces égards.

Le troisième exemple, qui s'appuie sur un échange survenu durant la première séance pendant le travail avec les outils, porte sur une intervention faite par Bleu au regard du travail fait par Léo avec la bouteille. Celui-ci a réalisé trois vagues de cinq essais avec la bouteille (1n-4b, 1n-4b et 0n-5b; donc 2n-13b au total). En dépit de la réalisation systématique d'un certain nombre d'essais, de l'observation d'une fréquence associée au nombre de billes blanches tirées ( $86, \bar{6}$  %) et de la formulation d'une hypothèse concernant la composition de la bouteille à la lumière des résultats obtenus ( $\approx 80$  % de billes blanches tirées permettrait de conclure à une composition de 1n-4b), l'enseignant juge tout de même que le travail de l'élève avec la bouteille constitue de l'à peu près.

- Bleu :** Tu en as sorti 4 blanches. [...] Est-ce que ça aurait pu être 5 blanches? (En pointant les résultats d'une des vagues de tirages.) Tu en as eu 5.
- Léo :** 5, mais ça n'avait pas marché parce c'est sûr qu'il y a des noires. Alors...
- Bleu :** (En faisant des tirages avec la bouteille.) Mais, je ne sais pas, là, moi, je sors 1 blanche. Ok, je mélange. Je sors 1 blanche. Peut-être que ça va tout le temps être la blanche, mais ça pourrait pas tout le temps être 1 noire?
- Léo :** Oui, mais il y a moins de chances.
- Bleu :** Mais il y a moins de chances. Moi, je trouve que tu es dans l'à peu près. Es-tu capable de me faire des maths avec ça?
- Léo :** Oui, je vais essayer. (Il repart.)

(Enregistrement en classe, lignes 866 à 873)

L'élève a réalisé systématiquement des essais avec la bouteille, il a observé une fréquence de billes blanches tirées à partir de laquelle il est arrivé à poser une hypothèse quant à une certaine composition de la bouteille. L'élève nous semble donc en mesure de faire un certain passage de la fréquence observée de billes noires tirées à travers les essais (une probabilité fréquentielle de 2 billes noires sur 15 tirages) vers une conjecture liée à la composition de la bouteille (1 bille noire sur 5 billes), de laquelle découle une probabilité théorique associée (80 % de tirer une bille blanche et 20 % de tirer une bille noire).

Néanmoins, Bleu qualifie le travail de l'élève d'« à peu près » et il lui demande de « faire des maths avec ça ». De plus, possiblement pour remettre en doute le raisonnement de l'élève, Bleu l'amène à réfléchir au lien existant entre la vague de cinq essais où une bille blanche a été tirée cinq fois et la composition de la bouteille, qui contient au moins une bille noire et une bille blanche. L'enseignant interroge également l'élève sur le fait que « Peut-être que ça va tout le temps être la blanche, mais ça pourrait pas tout le temps être une noire? »

Nous ne pouvons pas expliquer les raisons et les intentions ayant amené Bleu à intervenir et à exprimer ce jugement au regard du travail de l'élève. Nous exposons

néanmoins quelques hypothèses pour tenter de l'interpréter. Nous pouvons penser que l'enseignant souhaite voir l'élève établir plus explicitement un lien entre la composition présumée de la bouteille à partir de l'observation de fréquences de billes noires et blanches obtenues à travers les essais réalisés et la probabilité théorique de gagner avec la bouteille qui en découle. Il est également possible de croire que c'est le passage de la fréquence observée de billes blanches tirées ( $86,6\%$  ou 13 sur 15) à une hypothèse de composition de la bouteille ( $80\%$  ou 4 sur 5) qui n'est pas suffisamment développée aux yeux de Bleu. Par ailleurs, il se peut que Bleu cherche à faire réfléchir l'élève sur la variabilité associée à la perspective probabiliste fréquentielle, et ce, à travers une distinction entre la probabilité associée à un évènement et l'évènement lui-même. En ce sens, il est permis de penser qu'il tente d'amener l'élève à considérer le fait que, même si la bouteille contient assurément une bille noire au minimum, il n'en reste pas moins possible que certains échantillons d'essais ne soient composés que de billes blanches tirées. Enfin, nous pouvons croire que Bleu favorise ici un nouveau critère pour qu'une stratégie, conclusion ou conjecture puisse être considérée comme mathématique : la suffisance du nombre d'essais. Si tel est le cas, nous pensons qu'il aurait été possible pour Bleu d'ouvrir sur le niveau de certitude associée à l'hypothèse que la bouteille contienne 1n-4b ainsi que sur la recherche d'une stratégie permettant d'augmenter ce niveau de certitude associé, mais l'enseignant n'explore pas cette piste. L'enseignant aurait donc mené l'élève vers une augmentation du nombre d'essais.

Dans tous les cas, sans égard à ce que souhaite faire l'enseignant, ce qui constitue de « l'à peu près » dans le travail de l'élève reste implicite dans l'échange. En effet, le sens des interventions et des réflexions de Bleu en lien avec la bouteille sont laissées à la charge de l'élève, alors que l'enseignant l'invite à poursuivre son travail avec cet outil. Il ne dit jamais ce qu'il faut faire aux élèves pour ne pas faire de « l'à peu près » et il ne fait que formuler à la négative, à savoir ce qu'il ne faut pas faire.

Cela dit, au final, la seule démarche inscrite dans une perspective probabiliste fréquentielle que Bleu reconnaîtra comme valide dans le cadre de l'activité est celle qu'il



propose lui-même pour le travail des élèves avec la bouteille dans le cadre de la seconde séance. Nous jugeons que cela s'explique par le fait que la démarche que l'enseignant rencontre les trois critères que nous avons dégagés et qui nous semblent rendre, pour Bleu, mathématiquement acceptable un travail inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle. Ces critères sont a) la réalisation systématique d'un nombre suffisant d'essais, b) l'observation d'une fréquence (la probabilité fréquentielle) et c) l'énonciation d'une hypothèse sur la composition de la bouteille à partir de l'émergence d'une tendance (et par extension sur la probabilité théorique associée à cette composition). Cette démarche, qui permet donc en quelque sorte de faire le passage de la probabilité fréquentielle (la fréquence observée) vers la probabilité théorique (une hypothèse sur la composition de la bouteille), sera décortiquée subséquemment.

Cette ambiguïté concernant la valeur et la place que peut ou doit occuper la perspective probabiliste fréquentielle dans le travail des élèves avec les outils est peut-être une conséquence du changement de dernière minute qu'a fait Bleu en choisissant de ne pas dévoiler le contenu de la bouteille aux élèves au début de l'activité, alors que c'est ce qu'il avait prévu de faire. En ce sens, il semble possible de croire que dans sa planification de l'activité, il a peu réfléchi (voire pas réfléchi) à ce que pouvait être des résultats acceptables d'une démarche inscrite dans la perspective probabiliste fréquentielle. Après avoir géré à chaud le travail des élèves dans cette perspective, il serait arrivé à la fin de la première séance et il aurait été en mesure de formuler une démarche qui sera exécutée le lendemain et qui le satisfera sur le plan des critères qui rendent mathématiques les résultats d'un travail inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle (et qui n'est pas de l'à peu près).

### 3.2.1.2 La perspective probabiliste théorique

Dans le cadre de l'activité, une stratégie, une solution ou une conjecture qui s'inscrit dans une perspective probabiliste théorique est jugée mathématique par Bleu si elle dénombre l'ensemble des cas possibles et favorables et si elle repose sur un raisonnement

clair, précis et systématique. Dans le même sens, le travail d'un élève ou d'une équipe d'élèves qui s'inscrit dans une perspective probabiliste théorique, mais qui ne rencontre pas ces critères, est jugé par Bleu comme étant de l'à peu près (qui n'est pas mathématique ou qui n'est pas cohérent avec la science du hasard).

Par contre, il ne suffit pas qu'une stratégie, qu'une solution ou qu'une conjecture se trouve inscrite dans une perspective probabiliste théorique pour que Bleu la juge mathématique. En effet, celle-ci ne doit pas être incomplète, elle ne doit pas reposer sur un raisonnement approximatif intuitif ou non systématique. Dans de tels cas, les interventions de Bleu permettent de croire qu'une telle stratégie, solution ou conjecture est jugée comme étant de l'« à peu près ». Les exemples d'échanges qui suivent soutiennent cette idée. Ils constituent pour nous des manifestations que, au-delà de la prégnance d'une perspective probabiliste théorique dans le discours tenu par Bleu dans le cadre de l'activité, des critères de suffisances et de clarté se dégagent en ce qui a trait à l'expression des raisonnements sous-jacents à ces stratégies, solutions et conjectures.

Le premier exemple porte sur une intervention faite par Bleu au regard d'une stratégie ou d'une réflexion approximative ou trop intuitive, sans calculs. Cet exemple s'appuie sur un échange survenu pendant le préambule, alors qu'une discussion en plénière a cours entre l'enseignant et les élèves au sujet de la situation de l'arc et des flèches. Bleu demande aux élèves de dire, à l'aide des mathématiques, si sa photo offre une probabilité de une sur six de recevoir une flèche. Les propos des élèves témoignent du tâtonnement qui caractérise leurs réflexions.

- Bleu :** (En parlant de la probabilité de tirer sur sa photo, qui est visiblement plus petite que celles des élèves.) 1 chance sur 6?
- Plusieurs élèves :** Non.
- Bleu :** Non? Parlez-moi de maths, je suis curieux de vous entendre. Est-ce que je suis bon joueur?
- Plusieurs élèves :** Oui.

- Plusieurs élèves :** Non.
- Alexis :** ...on avait 0,25 %...
- Bleu :** (En interrompant Alexis.) Oh, on a des chiffres qui sortent, 0,25 chances...
- Alexis :** De te poigner parce que ta photo est 4 fois plus petite que les autres.
- Bleu :** Est-ce que ma photo est 4 fois plus petite que les autres?
- Élève invisible :** À peu près.
- Bleu :** Bien là, à peu près, on fait tu de l'à peu près, nous, ou on fait des maths?
- Émile :** 6 fois je dirais, moi.
- Bleu :** 6 fois? Là, on fait tu de l'à peu près ou on fait des math? On fait des sciences du hasard, arrêtez de me dire à peu près, genre, comme, style. (Une élève propose de calculer et la discussion se poursuit dans ce sens.)

(Enregistrement en classe, lignes 379 à 391)

Implicitement, Bleu atteste donc de son insatisfaction à l'égard des pistes de démarches lancées par les élèves pour tenter de quantifier la probabilité associée à sa photo. Les critères de satisfaction ou de pertinence pour qu'une proposition de démarche puisse s'inscrire dans les mathématiques plutôt que dans l'à peu près restent néanmoins totalement tacites, ce qui en laisse la compréhension entièrement à la charge des élèves.

Au bout du compte, toutes les propositions faites par les élèves s'avèrent insatisfaisantes pour Bleu. Il propose alors une démarche en deux étapes. D'abord, il faut calculer l'aire de sa photo et l'aire du rectangle formé par l'ensemble de photos. Ensuite, il faut établir une fraction avec l'aire de sa photo comme numérateur et l'aire du rectangle comme dénominateur. Dans ce sens, la démarche que pointe Bleu s'inscrit dans une perspective probabiliste théorique.

Le second exemple porte sur une intervention faite par Bleu au regard d'une stratégie dont le caractère s'avère non systématique. Cet exemple s'appuie sur un échange

survenu durant la première séance pendant le travail avec les outils, alors que Charles présente à Bleu le travail de son équipe avec la paire de dés.

**Charles :** Je peux expliquer les dés. [...] J'ai saisi que si je prenais eux, je pouvais arriver à voir les 4 faces, alors j'ai fait 4 fois 4. Ça m'a donné 16. J'ai 16 possibilités... [...] Alors, j'ai compté combien je pourrais en avoir comme de... Ça donne 5. (En montrant les cas favorables sur les dés.) Comme là, on en a 1, 2, puis 3, puis 4. [...] Alors, je me suis dit que c'était 4 sur 16.

**Bleu :** Ok, alors toi, tu n'as pas fait rien de mathématiques plus que ça... Bien je comprends, là, mais est-ce que t'aurais pu utiliser quelque chose de graphique, si tu veux. Tu m'aurais aidé à mieux comprendre. Genre, un arbre de dénombrement. Ta réponse est bonne. Mais je ne suis pas sûr de comprendre... [...] comment t'as fait... [...] Je fais « oui, oui », mais je comprends, les possibilités, le 16, ça je comprends. Je comprends comment t'as fait pour le calculer, mais c'est ton 4 que je ne sais pas comment t'as fait pour le calculer. [...] (En montrant une combinaison de résultats dont la somme est 5 avec les dés.) Parce que tu me dis bien, oui, ok, ça, ça fait cinq. Je suis d'accord avec toi. (En montrant les cas réciproques sur les dés.) Mais est-ce que ça aussi, ça fait 5?

**Charles :** Oui.

**Bleu :** Est-ce que c'est la même chose ou c'est 2 choses différentes?

**Charles :** La même chose.

**Bleu :** C'est la même chose ou c'est 2 choses différentes ça puis ça? 4-1; 1-4, est-ce que c'est la même chose? (L'élève repart travailler.)

(Enregistrement en classe, lignes 1012 à 1032)

Devant les déductions des nombres de cas possibles et de cas favorables associés à la paire de dés, Bleu réagit en disant à l'élève « tu n'as pas fait rien de mathématiques plus que ça... ». Cette remarque de l'enseignant nous semble vouloir signifier que l'enseignant constate que l'élève n'a pas utilisé un langage formel ou une représentation standard. En ce sens, le fait que l'enseignant juge cette stratégie inacceptable sur le plan mathématique

découle possiblement du fait que rien n'atteste de son caractère systématique. La multiplication du nombre de résultats possibles pour chacun des dés ( $4 \times 4 = 16$ ) pour arriver à déterminer le nombre de combinaisons ou de cas possibles semble acceptable pour Bleu. Cependant, l'identification plus intuitive que systématique des quatre cas où la somme de cinq peut être obtenue (cas favorables) ne semble pas le satisfaire. Il demande donc à Charles de faire son arbre des probabilités. Si le recours à cette stratégie vise à expliciter la démarche d'identification des cas favorables et possibles associés à cet outil, cela reste implicite. Cela dit, Bleu justifie la nécessité de recourir à cette stratégie par la distinction de cas réciproques : le 1-4 du 4-1. D'ailleurs, l'enseignant interroge l'élève à cet effet et semble tenter de créer le doute, alors que cet enjeu ne constitue visiblement pas une interrogation pour l'élève.

Par ailleurs, il convient de souligner qu'au sujet de la roulette, pour laquelle les élèves utilisent une stratégie inscrite dans une perspective probabiliste théorique pour arriver à calculer la probabilité de gagner, Bleu ne remet pas en doute la nature mathématique de la stratégie et des conclusions tirées, ni ne les qualifie d'à peu près. Caractérisée par une grande homogénéité, cette stratégie consiste pour l'ensemble des équipes à établir le rapport entre la mesure en degrés des angles des secteurs angulaires rouges et de l'ensemble de la roulette ( $120^\circ$  sur  $360^\circ$ ).

### **Ce que nous retenons...**

Nous retenons donc que, pour Bleu, les critères qui font qu'un travail est mathématique et non de l'à peu près ne semblent pas être les mêmes pour chacune des deux perspectives probabilistes. Dans un cas comme dans l'autre, l'enseignant ne justifie pas explicitement ce qui atteste du caractère mathématique du travail des élèves. Il exprime essentiellement par la négative les critères de suffisance et de clarté qui guident son jugement, mais il ne rend pas ses attentes explicites. En ce sens, il laisse à la charge des élèves de comprendre et de déduire ce qui doit être fait pour arriver « mathématiquement »

à déterminer les probabilités de gagner avec chacun des outils, que leur démarche s'inscrive dans la perspective probabiliste fréquentielle ou théorique.

Cela dit, nous avons tenté de dégager, à travers les propos de Bleu, ce que semblent être les critères permettant d'attester du caractère mathématique d'une démarche dans chacune des perspectives probabilistes. Pour la perspective probabiliste fréquentielle, une stratégie, une solution ou une conjecture semble être jugée mathématique par Bleu lorsqu'elle s'appuie sur la réalisation systématique d'un nombre suffisant d'essais, lorsqu'elle permet l'observation d'une fréquence et lorsqu'elle ouvre sur une hypothèse à propos de la composition de la bouteille. Pour la perspective probabiliste théorique, une stratégie, une solution ou une conjecture est jugée mathématique par Bleu si elle dénombre l'ensemble des cas possibles et favorables, ainsi que si elle repose sur un raisonnement clair, précis et systématique. Soulignons que ce qui atteste du caractère mathématique d'une démarche inscrite dans la perspective probabiliste théorique nous semble légèrement plus clair dans la mesure où l'enseignant identifie un peu plus explicitement les passages qui posent problèmes dans les démarches des élèves qui sont inscrites dans cette perspective probabilistes.

Il ressort de cette sous-section que, pour Bleu, la perspective probabiliste fréquentielle et la perspective probabiliste théorique ne semblent pas avoir le même statut et la même valeur dans l'activité. En effet, pour l'enseignant, la perspective probabiliste fréquentielle est un moyen permettant de conjecturer sur le contenu de la bouteille et donc sur la probabilité théorique de gagner qui lui est associée. Ainsi, la perspective probabiliste fréquentielle sert à amorcer le travail avec la bouteille à travers la réalisation d'essais. Elle permet donc de dégager un certain sens ou une certaine compréhension de cet outil, mais il doit ensuite y avoir un passage vers le contenu de la bouteille et sur la probabilité théorique sous-jacente, qui constitue la finalité ou le but à atteindre. Notons que, dans le cas de la bouteille, c'est la perspective probabiliste fréquentielle qui constitue le moyen pour accéder à la probabilité théorique à travers la réalisation d'un nombre suffisamment grand d'essais

pour arriver à poser une hypothèse sur son contenu mais, dans le cas de la roulette et de la paire de dés, l'accès à la perspective probabiliste théorique est direct.

### 3.2.2 « Combien de chances sur combien de possibilités »

Dans le cadre de l'activité, Bleu oriente généralement les élèves dans la recherche de fractions associées à des probabilités théoriques, c'est-à-dire reliées aux nombres de cas possibles et de cas favorables pour exprimer les probabilités de gagner associées aux situations ou aux outils. Un exemple de ce type d'affirmation survient durant la première séance de l'activité, alors que les élèves travaillent avec les outils. Un échange a lieu entre Alexis et Bleu, alors que l'élève présente une déduction qu'il a faite au regard de la probabilité de gagner associée à la bouteille.

- Alexis :** Bleu, si ça ressemble à de la déduction, c'est comme pas un calcul...
- Bleu :** Est-ce que de la déduction c'est de la science du hasard?
- Alexis :** Non.
- Bleu :** Bien, ça peut.
- Alexis :** Bien, je ne pense pas.
- Bleu :** C'est quoi ta déduction?
- Alexis :** Bien c'est parce que je me dis, s'il y a 5 billes dans la bouteille puis que la somme des 2 dés, faut que ça donne 5, moi, je me dis, il devrait, parce que... Puis il y a juste 2 réponses pour les dés, bien je me suis dit, il doit y avoir juste 2 noires parce que s'il y en avait 3, ce ne serait pas logique parce que ce serait trop facile.
- Bleu :** Oui, mais là, tu es dans l'à peu près. [...] Je pense. Es-tu d'accord avec moi?
- Alexis :** Oui.
- Bleu :** Es-tu capable de me donner une fraction pour chacun des trucs?
- Alexis :** Bien, je ne comprends pas ce que tu veux dire, te donner une fraction.
- Bleu :** Bien, combien de chances sur combien de possibilités.
- Alexis :** Oui, ok.

(Enregistrement en classe, lignes 679 à 693)

Comme la déduction de l'élève ne s'appuie pas sur la réalisation systématique d'essais, elle ne permet pas de dégager une probabilité fréquentielle et elle n'ouvre pas sur un passage de la probabilité fréquentielle vers la probabilité théorique, Bleu invalide la déduction faite par l'élève en évoquant la « science du hasard » et l'idée de l'« à peu près ». Il l'oriente vers une autre stratégie, c'est-à-dire vers la recherche de fractions pour exprimer l'idée de « combien de chances sur combien de possibilités ». Nous constatons qu'il est alors question de dénombrer et d'exposer le nombre de cas favorables (les chances) par rapport au nombre de cas possibles (les possibilités) en lien avec un événement probabiliste, ce qui fait écho à la démarche de calcul de la probabilité théorique. Il aurait été possible pour l'enseignant d'exprimer sa piste de stratégie sous la forme de « sur tant d'essais, j'en ai obtenu tant de noires », ce qui aurait permis de travailler dans une perspective probabiliste fréquentielle. Ce n'est toutefois pas la voie qu'il suggère à l'élève d'emprunter.

La démarche implicitement présentée à travers le discours de Bleu est exclusivement inscrite dans une perspective probabiliste théorique, dans le sens où il n'évoque pas la réalisation d'essais pour arriver à dégager une tendance, mais plutôt le dénombrement des cas possibles et favorables. En conséquence, que ce soit au regard de la bouteille ou des deux autres outils, Bleu n'amène pas l'élève à réfléchir à une stratégie s'inscrivant dans une perspective probabiliste fréquentielle par laquelle il serait possible de voir une tendance se dégager en réalisant des essais.

### **3.3 Le mode général d'intervention**

Durant le travail des élèves avec les outils, Bleu adopte un mode général d'intervention cohérent avec sa posture structurante, à travers lequel il guide les élèves au regard des stratégies employées et des conclusions ou conjectures qui en découlent. Ainsi, il donne des indices reliés aux enjeux conceptuels des outils, il fait des recommandations liées à l'expression des probabilités et il se prononce sur le travail effectué par les élèves. De plus, il laisse généralement aux élèves une grande autonomie, puisqu'il les laisse venir à



lui en fonction de leur besoin de validation. D'une certaine manière, cela permet de dire qu'il est structurant sur le plan conceptuel, mais pas nécessairement sur le plan de l'organisation pédagogique. Cependant, nous verrons, dans ce qui suit, que ce mode général d'intervention de Bleu ne s'opérationnalise pas de la même manière durant la première et la deuxième séance.

### *3.3.1 Pendant le travail avec les outils: première séance*

Pendant le travail des élèves avec les outils au cours de la première séance de l'activité, Bleu laisse venir à lui les élèves en fonction de leur besoin d'orientation ou de validation. De plus, il donne certains indices en lien avec la paire de dés et la roulette. En ce sens, il s'inscrit dans une posture que nous qualifions de structurante et par laquelle il oriente le travail des élèves avec les outils et les conclusions qu'ils en tirent. Nous verrons néanmoins que Bleu s'écarte à certains moments de cette posture structurante par la gestion évasive qu'il fait du travail effectué par les élèves avec la bouteille.

#### 3.3.1.1 Des interventions en fonction des besoins des élèves

Durant la première séance de l'activité, pendant une partie du temps dédié au travail des élèves avec les outils (environ 12 minutes sur 37), Bleu se promène dans la classe et intervient auprès des élèves lorsque ceux-ci l'interpellent. Il répond alors essentiellement à des questions de clarification concernant l'utilisation des outils et la manière de rapporter ou de consigner les traces du travail effectué avec ceux-ci. Il offre également de la rétroaction à certains élèves au regard du travail réalisé avec les outils, mais toujours à leur propre demande.

Puis, pour les deux tiers du temps restant, Bleu choisit de laisser les élèves venir à lui en fonction de leur besoin d'orientation et de validation. Il établit donc ce qu'il appelle « un petit kiosque d'évaluation ». Pour ce faire, il prend place à une table où les élèves, qu'ils soient en équipe ou seuls, viennent le rencontrer pendant leur travail avec les outils.

Ainsi, les élèves viennent le consulter lorsqu'ils veulent présenter leur travail et les conclusions qui en découlent ou lorsqu'ils veulent exposer un questionnement. Devant ce que les élèves présentent, l'enseignant fait d'office une des deux choses suivantes : 1) il porte un jugement pour déterminer si le travail est acceptable (mathématique) ou non (de l'«à peu près»), ou 2) il oriente le travail des élèves, notamment en offrant un indice, lorsqu'il est question d'un questionnement qui part d'eux. Ensuite, l'enseignant invite les élèves à poursuivre leur travail.

Ce mode général d'intervention a pour conséquence que, de manière générale, l'enseignant porte un regard uniquement sur le travail des élèves qui le souhaitent, mais Bleu interpelle parfois spécifiquement des élèves dans le cadre du travail avec les outils. Il recadre par exemple un élève qui semble avoir décroché de l'activité. Durant le travail avec les outils, quand Bleu interpelle Logan, qui ne travaille visiblement pas, il l'interpelle afin de l'encourager à poursuivre son travail. L'enseignant peut également interpeler spécifiquement un élève afin de vérifier ponctuellement l'avancement de son travail avec les outils. Pensons par exemple au moment où Bleu demande à Liam de venir le voir pour lui présenter son travail. Nous reviendrons plus en détail sur cette intervention dans la section dédiée aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Dans les deux cas, il interpelle pour ramener à l'ordre ou pour s'assurer que le travail avance et, en ce sens, il s'agit alors essentiellement d'une stratégie de gestion psychopédagogique et non directement axée sur un enjeu conceptuel de l'activité.

Par ailleurs, le mode général d'intervention amène Bleu à fournir des indices aux élèves durant leur travail avec les outils dans le cadre de la première séance de l'activité. Nous allons voir que ces indices sont liés à la paire de dés et à la roulette.

### 3.3.1.2 Un indice par rapport à la paire de dés

Pour la paire de dés, Bleu donne, à de nombreuses reprises, un indice en orientant les élèves vers le recours à l'arbre des probabilités. Pour ce faire, il utilise toujours le prétexte des cas réciproques pour justifier la nécessité de recourir à cette stratégie.

Prenons à titre d'exemple de ce type d'indice un échange survenu pendant le travail avec les outils durant la première séance. Bleu intervient à propos du travail fait par Nicolas et Logan avec la paire de dés. Les deux élèves présentent sous forme d'une fraction, au sens rapport, la probabilité de gagner qu'ils ont déterminée pour la paire de dés : 2 cas favorables sur 6 cas non-favorables. L'enseignant les amène à faire l'arbre des probabilités pour arriver à distinguer les deux cas réciproques. La figure 25 montre la première conclusion tirée par les deux élèves, entre autres pour les deux cas favorables 1-4 et 2-3.

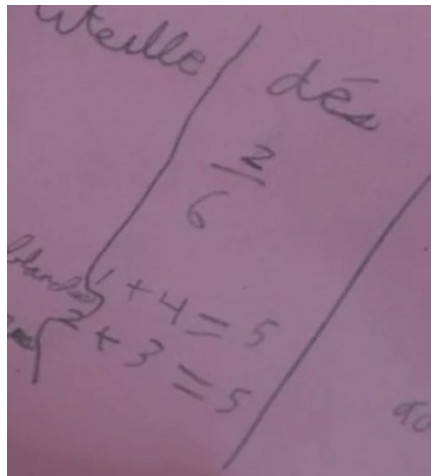


Figure 25. La première conclusion de Logan et Nicolas avec la paire de dés

- Bleu :** [...] Est-ce que j'ai autant de chances, je ne sais pas moi, d'avoir... Est-ce que ça se pourrait que ce soit 4 puis 1 qui sortent?
- Nicolas :** Oui, mais c'est la même affaire.
- Bleu :** C'est tu la même chose?
- Nicolas :** Non?
- Bleu :** Bien je ne sais pas, je vous pose la question.

- Nicolas :** Bien moi, je pense que oui.
- Bleu :** Bon, est-ce que vous vous souvenez, on a fait... Mettons que je tire ça, c'est quoi toutes les possibilités que j'aie qu'il sorte?
- Nicolas :** Bien, le chiffre qu'il y a dessus.
- Bleu :** C'est quoi?
- Logan :** Oui, 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 2-1...
- Bleu :** Qu'est-ce que tu fais 1-1, 1-2? Qu'est-ce que tu fais?
- Logan :** Bien c'est les possibilités.
- Bleu :** Oui. Comment tu peux arriver à trouver ces résultats-là de façon mathématique?
- Logan :** Bien [...] vu qu'il y a 2 dés, ça peut arriver 2-2. Ça veut dire, tu peux commencer 1 jusqu'à... 1-2... Bien, je ne sais pas comment expliquer ça. Tu pars de 1 jusqu'à...
- Nicolas :** Tu fais ton arbre de possibilités.
- Bleu :** Pourquoi je ne vois pas d'arbre de possibilités si tu me parles d'arbre de possibilités? Faites-moi-en un.
- Logan :** Non mais, t'es pas obligé. Tu peux faire 1-1, 1-2...
- Bleu :** Oui mais, moi, je vais te dire ce que je pense. On peut parler comme ça tout l'après-midi ou vous pouvez faire votre arbre de possibilités, peut-être que ça va vous aider, je ne sais pas.

(Enregistrement en classe, lignes 659 à 678)

Avec l'identification de deux cas favorables sur quatre et de 8 cas possibles (2 cas favorables et 6 cas non-favorables) sur 16, il semble que les élèves ne prennent pas en compte les cas réciproques dans leur dénombrement. Bleu introduit à la fois l'idée de réciprocity des différents cas de figure et l'idée de l'arbre des probabilités.

### 3.3.1.3 Un indice par rapport à la roulette

Pour la roulette, Bleu ne donne pas un indice en bonne et due forme, dans la mesure où il n'intervient pas réellement pour orienter les élèves pendant leur travail avec cet outil. Cela s'explique possiblement par le fait que tous semblent rapidement et facilement capables de déterminer la probabilité de gagner avec cet outil. En effet, comme les élèves n'ont pas rencontré d'obstacles majeurs pour arriver à déterminer la probabilité de gagner

avec la roulette, Bleu a choisi de ne pas donner d'indice. Il s'est contenté de valider le travail des élèves ou simplement de les encourager à exposer les calculs sous-jacents.

Les élèves ont utilisé une stratégie visant à établir le rapport entre la mesure en degrés de la somme des angles des secteurs angulaires rouges et de l'ensemble de la roulette ( $120^\circ$  sur  $360^\circ$ ). Celle-ci ne suppose pas a priori l'équiprobabilité des cas possibles. L'utilisation de cette stratégie avec la roulette par l'ensemble des équipes atteste de la grande homogénéité du travail des élèves avec la roulette.

Cette homogénéité dans le recours à cette stratégie découle possiblement d'une consigne supplémentaire donnée par l'enseignant avant le travail avec les outils. En effet, un échange survenu à la toute fin de la présentation de l'activité proprement dite, alors que les élèves s'apprêtaient à débiter leur travail avec les outils, a certainement influencé le choix de stratégie fait par les équipes pour arriver à déterminer la probabilité de gagner associée à la roulette. La plénière est rompue, et les élèves ont commencé à circuler dans la classe, mais un élève s'approche de l'enseignant et lui demande – en privé, c'est-à-dire sans que d'autres élèves écoutent nécessairement – s'il est possible d'utiliser un rapporteur d'angles. Plutôt que de répondre en privé à l'élève, Bleu décide d'arrêter l'ensemble du groupe pour adresser la réponse à tous les élèves.

**Bleu :** (En s'adressant au groupe.) J'ai eu une question super intéressante, est-ce qu'on a droit au rapporteur d'angles. Vous avez droit à tout ce que vous voulez. Calculatrice, rapporteur d'angles, règle, tout ce qui est de matériel mathématique, vous y avez droit.

(Enregistrement en classe, ligne 552)

Ainsi, il est possible de croire que Bleu guide le travail à venir des élèves avec la roulette. Sans être un indice donné aux élèves pendant leur travail avec les outils, il encourage implicitement une des stratégies pouvant être employées pour arriver à calculer

la probabilité de gagner associée à la roulette, ce qui oriente le travail des élèves avec cet outil.

#### 3.3.1.4 Une gestion évasive du travail avec la bouteille

Durant la première séance, Bleu fait une gestion que nous qualifions d'évasive du travail effectué par les élèves avec la bouteille et, ainsi, il s'écarte de la posture structurante qui caractérise généralement ses interventions dans le cadre de l'activité.

Nous caractérisons sa gestion comme étant évasive dans la mesure où, dans ses échanges avec les élèves au sujet de leur travail avec la bouteille, l'enseignant n'explique rien, il reste dans l'imprécision et dans le vague. En effet, il ne donne pas d'indice avant ou pendant le travail des élèves avec les outils au cours de la première séance. Il qualifie systématiquement comme étant de l'à peu près – ou du non mathématique – les résultats du travail des élèves avec la bouteille. Cependant, Bleu ne justifie pas explicitement les raisons faisant de ce travail de l'à peu près et, donc, il laisse aux élèves la charge de la compréhension et des déductions. Sa gestion évasive de la bouteille relève donc en quelque sorte des implicites qu'il maintient au regard de ce qui est acceptable et mathématique (ce qui n'est pas de « l'à peu près ») pour une démarche inscrite dans une perspective probabiliste fréquentielle.

D'ailleurs, au sujet de la gestion de la bouteille pendant la première séance, Bleu rapporte lors de l'entrevue postaction avoir vécu un moment d'insécurité, alors que les élèves travaillaient avec les outils.

**Bleu :** Par rapport à la bouteille, un moment donné, j'ai comme eu un moment d'insécurité... [...] intense où j'aurais eu besoin de prendre une pause de 5 minutes pour clarifier quelques choses dans ma tête mais, dans le feu de l'action, c'était très difficile. Ce qui m'a amené à avoir une espèce de temps de stress, si tu veux, là. [...] Mais je suis finalement passé par-dessus. [...] Quand j'avais

planifié l'activité en tant que telle, je pensais dire aux élèves ce qu'il y avait dans la bouteille, donc ça allait être beaucoup plus le *fun* mais, finalement, l'idée c'était de ne pas leur dire, donc ça... En y réfléchissant rapidement, pour moi, ça paraissait simple, mais un moment donné, j'ai comme eu ce moment d'insécurité où j'aurais eu besoin comme de revalider tout ça. [...] Je n'avais pas le temps comme j'étais dans le feu de l'action. [...] Mais en même temps, je pense que l'activité, globalement, était beaucoup plus riche avec cet aspect-là.

(Entrevue postaction, lignes 14 à 32)

En parlant de ce moment d'insécurité, l'enseignant enchaîne en faisant un lien avec le changement de dernière minute qu'il a fait en choisissant de ne pas dévoiler la composition de la bouteille, alors qu'il avait initialement prévu de le faire au début de son activité. Ce changement, qui lui « paraissait simple » sur le coup, s'est avéré plus complexe que prévu et a eu des conséquences sur sa gestion de l'activité. L'insécurité ressentie par Bleu découle selon nous du fait que ce changement n'a pas été planifié avec le reste du projet didactique. Bleu n'a donc pas été en mesure de réfléchir suffisamment aux enjeux conceptuels sous-jacents au fait de dévoiler ou non la composition de la bouteille. Dans ce sens, il nous semble que ce choix a entraîné une modification soudaine d'une importante variable didactique relative à la bouteille. Cela a donc placé Bleu dans une situation où il a dû improviser didactiquement et gérer à chaud le travail des élèves avec cet outil, mais sans nécessairement avoir tous les moyens didactiques requis.

Cela étant dit, sans réellement donner un indice, Bleu oriente le travail des élèves avec la bouteille à travers un rappel des consignes. À titre d'exemple, prenons un échange qui survient pendant le travail des élèves avec les outils durant la première séance. Dans le cadre de cet échange, Léo postule, à partir de quelques essais réalisés avec la bouteille, que celle-ci ne contient aucune bille noire et que donc, elle n'offre aucune probabilité de gagner (0 %).

- Léo :** Puis les billes, j'ai fait 10... Peut-être une quinzaine de tirages, puis j'ai vu qu'il y en avait pas. [...] Puis je les ai rebrassées puis...
- Bleu :** Alors tu es allé par essais et erreurs, mettons.
- Léo :** (En indiquant la paire de dés et la roulette.) Bien, celle-là, je suis sûr... [...] Puis celui-là aussi... (En pointant la bouteille.) Bien, j'ai...
- Bleu :** Oui. Bien si je te disais, pour les billes... Je comprends que tu as fait des essais et des erreurs, mais je te répète ma consigne de départ. [...] Tu as 5 billes et tu as nécessairement, ça veut dire de façon obligatoire, des noires et des blanches. C'est juste que tu ne sais pas combien.
- Léo :** Ok, c'est sûr qu'il y a des noires?
- Bleu :** Il y a nécessairement des blanches et des noires... [...] Puis tu gagnes si tu sors 1 noire. Est-ce que tu changerais un peu tes trucs?
- Léo :** Oui.

(Enregistrement en classe, lignes 704 à 718)

Bleu intervient pour recadrer le travail de l'élève, dont la conclusion ne tient pas compte de l'ensemble des consignes données. Quoique cette intervention ne constitue pas un indice, elle permet néanmoins à l'enseignant d'orienter la poursuite du travail de l'élève avec cet outil. Il s'agit d'une certaine manière d'une validation par l'inverse, alors qu'il dit à l'élève que la solution qu'il a trouvée ne peut être correcte.

Bleu invite ensuite l'élève à reconsidérer sa conclusion, mais sans offrir de pistes explicites sur la marche à suivre, par exemple en suggérant la réalisation d'un plus grand nombre d'essais.

En outre, un glissement se produit, alors que l'enseignant soutient que, dans la bouteille, « Il y a nécessairement *des* blanches et *des* noires... ». Techniquement, il n'est pas certain que la bouteille contienne plus d'une bille de chacune des deux couleurs (des blanches et des noires). Cependant, il est certain que la bouteille contient au moins une bille noire et une bille blanche. Cela dit, les effets de ce glissement ne semblent toutefois pas très importants, alors que l'élève réalisera systématiquement 40 essais et ne cherchera pas



absolument à conclure que la bouteille contient  $2n-3b$  ou  $3n-2b$ , qui sont les deux compositions possibles de la bouteille où il y a « nécessairement des blanches et des noires ».

### *3.3.2 Pendant le travail avec la bouteille : deuxième séance*

Pendant le court temps de travail des élèves avec la bouteille durant la seconde séance (environ 11 minutes), Bleu oriente le travail des élèves avec la bouteille en cohérence avec la posture structurante qu'il adopte dans le cadre de l'activité.

Cette posture structurante dans le cadre de la seconde séance découle tout d'abord de deux interventions faites en amont du travail des élèves avec cet outil. En effet, nous avons vu que Bleu expose la nécessité de réaliser de nombreux essais pour arriver à voir une tendance se dégager quant à la probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille, et ce, à la fois à la fin de la première séance – lors du retour sur le travail des élèves avec la bouteille – et au début de la seconde séance. De plus, il fait le choix structurant d'imposer une démarche très précise pour provoquer la réalisation systématique de nombreux essais avec la bouteille et la possibilité de dégager une probabilité fréquentielle de gagner. Ces interventions ont grandement contribué à orienter et à structurer le travail des élèves avec la bouteille, et ce, malgré le fait qu'elles soient survenues avant la réalisation systématique et collective des nombreux essais avec la bouteille.

Cette posture structurante s'opérationnalise également durant le travail des élèves avec la bouteille dans la seconde séance. En cohérence avec son mode général d'intervention, l'enseignant se promène d'une équipe à l'autre et il intervient dans le but d'orienter le travail des élèves et les conclusions qu'ils s'approprient à en tirer. Ainsi, il commente et guide la stratégie des élèves ou les résultats liés à la réalisation des essais avec la bouteille par les élèves, que ce soit en répondant ponctuellement à leurs questions ou à leurs remarques ou en intervenant à sa propre initiative auprès des différentes équipes.

Les quelques échanges – assez courts – qui surviennent entre l’enseignant et les différentes équipes permettent de constater que Bleu répète et précise les consignes entourant la réalisation systématique des essais, qu’il valide le nombre d’essais réalisés, qu’il commente et questionne les résultats des équipes et qu’il exige l’utilisation de fractions et de pourcentages pour exprimer le nombre de fois où une bille noire a été tirée pour les différentes vagues d’essais. Voici quelques exemples d’interventions faites Bleu pendant le travail des élèves avec la bouteille :

- « Pouvez-vous mettre une fraction à la fin? »
- « Alors, vous êtes rendus à 50? »
- « Mettez-vous des fractions. Mettons, ici, combien de noires sur 10 puis ici, vous en avez eu combien de noires sur 50, qu'on puisse se garder des traces. |
- « (En parlant des résultats d’une équipe.) Donc, 1 sur 10. Êtes-vous capables de me sortir des pourcentages? »

Ainsi, toutes ces interventions de Bleu visent à faire avancer les élèves dans la réalisation systématique des essais avec la bouteille afin de pouvoir arriver à l’étape de compilation et d’interprétation des résultats.

### **3.4 Le retour sur le travail des élèves et l’institutionnalisation des savoirs en jeu**

À la fin de chacune des séances de l’activité, Bleu fait un retour sur le travail des élèves et institutionnalise certains savoirs en jeu.

À la fin de la première séance, durant laquelle les élèves ont travaillé avec les trois outils, Bleu organise un retour sur le travail avec la paire de dés et la roulette, il orchestre une première comparaison et, enfin, il réalise un retour sur le travail avec la bouteille. À la fin de la seconde séance, durant laquelle les élèves ont travaillé exclusivement avec la bouteille, l’enseignant organise un retour sur le travail avec cet outil et une comparaison finale des trois outils à la lumière de la probabilité de gagner identifiée pour chacun d’eux.

Nous verrons que d'importantes différences existent entre le retour sur le travail effectué avec la paire de dés et avec la roulette, et le retour sur le travail avec la bouteille, que ce soit lors de la première ou de la seconde séance.

### 3.4.1 La paire de dés et la roulette

À la fin de la première séance de l'activité, Bleu fait un retour sur le travail effectué par les élèves avec la paire de dés et avec la roulette, où il institutionnalise certains savoirs en jeu. Ce retour est très rapide, probablement en raison du manque de temps pouvant être dédié au retour en fin de séance. Nous verrons que pour le retour sur chacun des outils, Bleu part de la piste fournie – ou du mot-clé exposé – par l'élève et il réalise lui-même la démonstration de la stratégie inscrite dans une perspective probabiliste théorique qui est évoquée. Il donne le ton à l'échange en guidant l'élève à l'aide de questions précises dans sa présentation de la stratégie.

#### 3.4.1.1 Le retour sur le travail avec la paire de dés

Bleu amorce le retour sur le travail des élèves en leur demandant ce qu'ils ont trouvé facile. Mia, qui décide de lancer la discussion sur la paire de dés, expose qu'elle a employé un arbre des probabilités pour arriver à déterminer la probabilité de gagner avec cet outil.

- Bleu :** Avec quoi vous avez eu de la facilité? Mia?  
**Mia :** Les dés.  
**Bleu :** Les dés? Pourquoi?  
**Mia :** Bien, dans le fond, fallait juste (inaudible) un arbre, puis...  
**Bleu :** Faire un arbre, hein? Tes possibilités au départ avec ton premier jet, tu peux avoir?  
**Mia :** 1, 2, 3, 4, 5.  
**Bleu :** Bien on va enlever le 5, si tu veux, vu qu'il y a juste 4 possibilités. Ça, c'est ton premier jet. Puis là, t'as un second jet. Qu'est-ce que tu peux avoir sur ton dé, sur ton second jet?

- Mia :** 1, 2, 3, 4.
- Bleu :** Même chose avec les autres, hein? Là, je ne me suis pas donné beaucoup d'espace (pour écrire sur le tableau). Puis là, vous aviez des possibilités que vous pouviez encercler, qui vous donnaient la somme de 5. Est-ce qu'on est d'accord avec ça, les *amigos*? Alors vous aviez, dans le fond si... Des fois, hein, je vous demande de les marquer. 1-1; 1- 2; 1-3; 1-4 mais, dans le fond, les seules qui étaient payantes sur les 16 qu'on aurait écrites. (En entourant 1-4, 2-3, 3-2 et 4-1.) Les seules qui étaient payantes, c'était ces quatre-là. Donc, vous aviez 4 possibilités sur 16, la bonne vieille fraction. Si je diminue ma fraction, si je la réduis, je fais une fraction irréductible, j'arrive à un quart ou 25 %.

(Enregistrement en classe, lignes 1118 à 1128)

Ce retour sur la paire de dés, qui s'effectue en moins de trois minutes, est orchestré par Bleu sans vraiment tenir compte du travail ou des réponses des élèves. Il part de la piste fournie par l'élève et réalise lui-même la démonstration. Bleu guide l'élève vers son objectif par des questions précises. En effet, en cohérence avec les objectifs fixés au regard de l'activité, Bleu part de la fraction de départ, c'est-à-dire la fraction formée par le nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles, puis il exprime la probabilité de gagner associée à la paire de dés à la fois en fraction irréductible et en pourcentage. Les modalités de réduction de la fraction de départ ainsi que celles du passage d'une notation fractionnaire à une notation en pourcentage restent totalement implicites. Comme les concepts de fraction et de pourcentage ont été retravaillés avec les élèves dans les jours qui ont précédé l'activité, Bleu présume peut-être que les élèves sont en mesure de faire mentalement ces opérations, d'autant plus qu'il considère que le niveau mathématique des élèves est fort.

Dans la gestion du retour sur le travail réalisé par les élèves avec la paire de dés, Bleu semble vouloir institutionnaliser le recours à un arbre des probabilités. En partant de l'intervention d'une élève, il développe l'arbre des probabilités permettant de déterminer la probabilité de gagner avec la paire de dés. Ce faisant, il ne revient cependant pas sur la distinction des cas réciproques, par exemple 1-4; 4-1 ou 2-3; 3-2. Comme il a été vu, il

s'agit pourtant de la justification qu'il a systématiquement donnée durant le travail des élèves avec les outils pour les amener à réaliser l'arbre des probabilités et arriver à déterminer la probabilité de gagner avec cet outil.

En marge de l'arbre des probabilités, Bleu ne recherche aucune stratégie alternative qui aurait pu être employée par d'autres élèves dans leur travail avec cet outil. Il ne vérifie pas non plus si des élèves ont fait des essais avec cet outil et il n'offre pas d'explication sur la possibilité de dégager une probabilité fréquentielle avec celui-ci. Dans ce retour sur le travail réalisé par les élèves avec la paire de dés, l'accent est donc mis exclusivement sur la perspective probabiliste théorique, et rien n'est dit par rapport à la perspective probabiliste fréquentielle.

#### 3.4.1.2 Le retour sur le travail avec la roulette

La poursuite du retour sur le travail effectué par les élèves amène la discussion vers la roulette. En effet, Alexis cible la roulette et expose la stratégie qu'il a employée pour arriver à déterminer la probabilité de gagner associée à cet outil.

- Alexis :** Bien dans le fond, moi, j'ai trouvé [la roulette] vraiment facile parce qu'il suffisait juste d'additionner les 3 zones rouges.
- Bleu :** Tu arrivais à peu près à combien de degrés?
- Alexis :** À 120.
- Bleu :** On peut dire environ 120. Sur combien de degrés?
- Alexis :** 360.
- Bleu :** Pourquoi 360?
- Alexis :** Parce que c'est un cercle.
- Bleu :** Parce que c'est un cercle. Un cercle, ça a 360 degrés.
- Alexis :** Oui, c'est ça.
- Bleu :** Puis, hein, tu aurais même pu, si tu avais voulu, mesurer toutes les pointes additionnées puis tu aurais eu 360 aussi.
- Alexis :** Oui.
- Bleu :** Oui, mais tu savais que le cercle avait 360 degrés. Tu réduis ça, tu transformes ça en pourcentage, tu arrives à?
- Alexis :** À un tiers.

**Bleu :** Un tiers, bien si tu réduis, tu arrives à un tiers. Fraction irréductible. Tu transformes ça en pourcentage, 33,333..., mais arrondissons à 33 %.

(Enregistrement en classe, 1143 à 1156)

Dans ce retour sur la roulette, c'est Bleu qui dicte le rythme et le ton de l'échange alors qu'il guide, à l'aide de questions très précises, l'élève dans sa présentation de la stratégie lui ayant permis de déterminer la probabilité de gagner avec la roulette.

Ainsi, c'est l'enseignant qui amène explicitement l'élève à formuler le résultat de sa démarche en fraction irréductible et en pourcentage. Ces étapes de réduction de fraction et de passage de la notation fractionnaire à la notation en pourcentage restent à nouveau totalement implicites. Dans le même sens, Bleu est le premier à évoquer une expression en degrés pour la somme des trois secteurs angulaires rouges de la roulette. Dans l'explication de sa stratégie, l'élève a simplement parlé de l'addition de ces trois secteurs angulaires, ce qui ne voulait pas nécessairement dire qu'il avait mesuré en degrés leurs angles. À titre d'exemple, il aurait tout aussi bien pu simplement les découper et les coller.

La rapidité avec laquelle Bleu a exprimé l'idée d'un rapport des mesures en degrés des angles découle possiblement du fait que, à ce moment, nous estimons qu'il savait probablement que l'ensemble des élèves l'avait utilisée. De plus, l'utilisation du rapporteur d'angles a été évoquée dès le début du travail avec les outils, alors qu'un élève demande en privé à Bleu s'il est possible de l'utiliser. L'enseignant a alors exposé à tout le groupe que l'utilisation de différents matériels – dont le rapporteur d'angles – était permise dans le cadre de l'activité. Il nous semble que cette intervention a induit, dans une certaine mesure, l'utilisation du rapporteur d'angles dans le calcul de la probabilité de gagner avec la roulette. Bleu savait probablement que c'est la stratégie que toutes les équipes ont utilisée. Nous croyons que cela explique pourquoi il a directement axé le retour sur cet outil dans le sens de cette stratégie.

Bleu n'essaie pas de décontextualiser les concepts sous-jacents à la stratégie présentée par l'élève, il reste collé à cet exemple précis, sans ouvrir sur des cas plus génériques. De plus, il n'interroge pas les élèves pour savoir si certains élèves ont fait des essais. L'accent est donc mis ici exclusivement sur la perspective probabiliste théorique et rien n'est dit par rapport à la perspective probabiliste fréquentielle. Cette absence d'ouverture à la perspective probabiliste fréquentielle de la part de Bleu peut s'expliquer par le fait que la roulette ne « fonctionne pas », c'est-à-dire qu'elle ne permet pas de réaliser des essais. Il aurait néanmoins été possible pour les élèves de recourir à une stratégie par laquelle des essais auraient pu être réalisés.

### **Ce que nous retenons...**

En somme, il convient de souligner que, pour réaliser le retour sur le travail effectué par les élèves avec la paire de dés et la roulette dans le cadre de la première séance, Bleu prend à sa charge la synthèse des stratégies employées par les élèves pour déterminer les probabilités de gagner avec chacun des outils. Cela s'explique peut-être par le fait qu'il a manqué de temps. Il s'agit donc d'un retour court et dirigé sur la stratégie utilisée au regard de chacun des outils, avec l'expression des résultats selon les conventions attendues (fractions et pourcentages) et sans ouverture vers d'autres possibles, notamment en ce qui a trait à la perspective probabiliste fréquentielle.

#### *3.4.2 La première comparaison : la paire de dés et la roulette*

Alors que les probabilités de gagner avec la paire de dés et la roulette ont été déterminées, Bleu provoque immédiatement une première comparaison de ces deux outils.

- Bleu :** Alors jusqu'à maintenant, laquelle est la plus payante? Avec laquelle des 2 possibilités, vous avez plus de chances de remporter le million de dollars? Léo?
- Léo :** La roue.
- Bleu :** Avec la roue? Oui, je suis d'accord avec ça. (Il enchaîne avec le retour sur le travail avec la bouteille.)

(Enregistrement en classe, lignes 1158 à 1160)

Devant la réponse de l'élève, Bleu acquiesce sans même lui demander de préciser son raisonnement ou d'expliquer la démarche qui lui permet de tirer une telle conclusion. Dans ce sens, les étapes de comparaison des fractions ou des pourcentages qui représentent les probabilités de gagner associées aux deux outils, qui sont sous-jacentes au choix de la roulette plutôt que de la paire de dés, restent implicites. Les élèves doivent donc comprendre par eux-mêmes pourquoi il serait préférable de choisir la roulette. Il est toutefois possible que Bleu présume que les élèves sont capables de faire mentalement cette comparaison, étant donné que les concepts de fraction et de pourcentage ont été revisités dans les jours qui ont précédé l'activité.

### 3.4.3 La bouteille

À la fin de la première séance de l'activité, après le travail des élèves avec les outils, ainsi qu'à la fin de la seconde séance de l'activité, après le travail avec la bouteille, Bleu fait un retour sur le travail fait avec la bouteille et il institutionnalise certains savoirs en jeu. Ces moments de retour sur le travail avec la bouteille constituent les principales ouvertures vers une réflexion sur la perspective probabiliste fréquentielle. Ils sont donc des contre-exemples à la dominance de la perspective probabiliste théorique pointée à plusieurs reprises, et ce, à la fois en ce qui a trait aux interventions faites ainsi qu'aux propos tenus par Bleu. Cet outil, qui se trouve exclusivement inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle, force l'ouverture à cette perspective probabiliste.

Nous verrons que d'importantes différences se dégagent des retours sur le travail effectué par les élèves avec la bouteille à la fin de la première séance et à la fin de la



deuxième séance. D'une part, dans le cadre de la première séance, Bleu organise le retour sur le travail effectué avec la bouteille à travers une récapitulation du travail des élèves, ainsi qu'une ouverture sur la nécessité de réaliser un grand nombre d'essais avec cet outil. D'autre part, Bleu orchestre le retour de la deuxième séance sur le travail avec la bouteille à travers l'organisation et l'interprétation des données issues des essais réalisés.

#### 3.4.3.1 Le retour sur le travail avec la bouteille : première séance

Après le retour sur la paire de dés et sur la roulette, ainsi qu'après une brève comparaison de ces deux outils, Bleu enclenche un retour en deux temps sur le travail fait avec la bouteille. Nous verrons qu'à travers ces deux temps, Bleu délaisse sa posture structurante pour adopter une posture plus contemplative à travers le survol du travail des élèves avec la bouteille, puis qu'il revient à sa posture structurante par une ouverture sur une réflexion concernant la possibilité d'arriver à connaître avec précision la probabilité de gagner avec cet outil.

Dans un premier temps, Bleu questionne les élèves au sujet de leur travail avec la bouteille. Il en interpelle quelques-uns afin de connaître la stratégie qu'ils ont employée pour tenter de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille ainsi que le résultat obtenu avec celle-ci. Deux types de stratégies sont présentés par des élèves, relevant soit de la perspective probabiliste fréquentielle, soit de la perspective probabiliste théorique. D'un côté, certains élèves ont travaillé dans une perspective probabiliste fréquentielle et ont réalisé des essais avec la bouteille. Dans un premier échange, Bleu interpelle Léo, qui présente son travail avec la bouteille.

- Léo :** Bien, j'ai pris la bouteille, j'ai fait le tirage 20 fois. [...] Puis ce 20 fois-là, je l'ai fait 2 fois. [...] Puis après ça, j'ai calculé combien j'avais de noires. [...] De billes noires, puis j'en avais 5 dans les 2 tirages.
- Bleu :** 5 sur 20 possibilités?
- Léo :** Oui. [...] Moi, je voulais savoir en pourcentage. [...] Non, je voulais savoir sur 5 parce que sur les

- possibilités, on voulait savoir... [...] C'est sur 5. T'avais 5 billes dans la bouteille. [...] Alors moi, je voulais le savoir sur 5. [...] J'ai écrit 5 à côté.
- Bleu :** T'as fait une règle de 3 comme ça.
- Léo :** Oui, j'ai fait 5 fois 5, 25, divisé par 20, 1,25 sur 5.

(Enregistrement en classe, lignes 1161 à 1179)

Il est possible de constater que Bleu questionne l'élève pour arriver à comprendre sa démarche et les résultats obtenus. Toutefois, l'enseignant n'intervient pas pour guider ou alimenter la réflexion de l'élève. Par exemple, Bleu ne tente pas d'orienter l'élève dans l'interprétation des résultats, qui permettrait entre autres de ramener aux différentes compositions possibles de la bouteille et donc de faire écho à la probabilité théorique associée à la bouteille. Il nous semble possible de croire que l'enseignant choisit de ne pas guider l'élève dans sa réflexion parce que les idées que celui-ci présente correspondent à ses attentes.

Bleu interpelle également Thomas et Émile afin de connaître la démarche qu'ils ont employée et les résultats qu'ils ont obtenus dans leur recherche de la probabilité de gagner avec la bouteille. Les deux élèves expliquent qu'ils ont effectué 25 essais avec cet outil et qu'ils ont tiré 9 fois une bille noire, donc 36 % des essais. Bleu reste dans cette posture contemplative dans laquelle il ne fait que prendre connaissance de la démarche et des résultats obtenus, sans tenter d'amener les élèves à approfondir leur réflexion.

Soulignons que l'enseignant ne cherche pas à faire une mise en commun des résultats des essais obtenus par les différentes équipes, que ce soit en partant des résultats présentés par ces trois élèves ou, plus largement, pour l'ensemble des résultats de la classe.

De l'autre côté, une équipe a travaillé dans une perspective probabiliste théorique avec un arbre des probabilités. Dans leur travail avec la bouteille, tout se passe comme si les membres de l'équipe présumaient à tort de l'équiprobabilité des deux types d'évènements possibles, soit obtenir une bille noire ou obtenir une bille blanche. Ensuite,

les élèves semblent essayer de trouver toutes les combinaisons possibles (en tenant compte de l'ordre et en partant de cette présomption d'équiprobabilité) qu'on peut obtenir avec cinq billes. Durant le travail de l'équipe avec la bouteille, l'équipe dans laquelle se trouve Emma vient voir Bleu pour lui présenter leur travail avec les trois outils. L'extrait suivant nous présente l'échange survenu entre les membres de l'équipe et Bleu au sujet de leur travail avec la bouteille.

- Zoé :** Ok, dans le fond, [...] on a fait l'arbre de dénombrement.
- Bleu :** Oui, je vois ça.
- Zoé :** C'est ça. Là, on a marqué quasiment toutes les réponses. Puis là, on...
- Bleu :** Moi, c'est un mot que j'aime beaucoup en sciences du hasard « quasiment ».
- Zoé :** Bon, bien quasiment toutes les réponses, Bleu...
- Bleu :** Oui.
- Emma :** Presque...
- Bleu :** Presque, me semble qu'on est dans l'à peu près, là...
- Zoé :** Puis là, il y en avait 16. Il y en avait 16.
- Emma :** Parce que ça ne donnait rien de les écrire.
- Mia :** Oui, c'est ça, on s'est rendu compte que ça donnait rien.
- Zoé :** Alors là, il y en a 16, puis là, ce serait la même chose. Alors il y en aurait 16 aussi. Alors 16 plus 16...
- Mia :** 32.
- Zoé :** C'est ça, ça fait 32.
- Mia :** Ça veut dire qu'il y a la moitié des chances qu'elles soient noires puis la moitié des chances qu'elles soient blanches.
- Bleu :** Noire, noire, noire, noire, noire.
- Mia :** Oui, mais blanche, blanche. [...] Elle a fait les noires, puis moi, j'ai fait les blanches.
- Bleu :** Oui.
- Mia :** Bien c'est ça.
- Bleu :** Bien là, moi, je vois blanc, blanc, blanc, blanc, blanc.
- Emma :** Mais pourquoi ce n'est pas bon?
- Bleu :** J'ai dit 5, nécessairement des 2 couleurs. (Les élèves de l'équipe enchainent avec la roulette.)

(Enregistrement en classe, lignes 779 à 803)

Il nous semble possible de nous questionner sur la compréhension qu'a l'enseignant de cette stratégie et s'il arrive à conclure qu'elle ne permet pas de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille. En effet, Bleu ne pointe pas le fait que cette stratégie ne permet pas de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille. Il s'intéresse plutôt aux compositions où il n'y a qu'une seule couleur de billes : 5n-0b ou n-n-n-n-n et 0n-5b ou b-b-b-b-b. Il rappelle alors aux élèves que la consigne donnée pour la bouteille stipule qu'elle contient cinq billes et au moins une bille de chaque couleur. Ce faisant, il remet en doute les conclusions tirées par l'équipe à la lumière de la démarche et les renvoie implicitement au travail. Toutefois, il n'amène pas l'équipe à questionner l'utilité de l'arbre des probabilités pour arriver à déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille, considérant que l'équiprobabilité des types de résultats possibles ne peut pas être présumée dans cette situation. Il les laisse alors poursuivre leur travail.

Dans leur travail avec la bouteille, les élèves de cette équipe ont élaboré un arbre des probabilités en deux moitiés, à savoir la moitié où la première bille est blanche et la moitié où la première bille est noire. Chacune de ces moitiés comportent 16 compositions possibles de la bouteille pour un total de 32 compositions possibles. À titre d'exemple, la figure 26 montre une reproduction de la moitié « blanche » de l'arbre des probabilités de la bouteille, c'est-à-dire la moitié où la première bille est blanche.

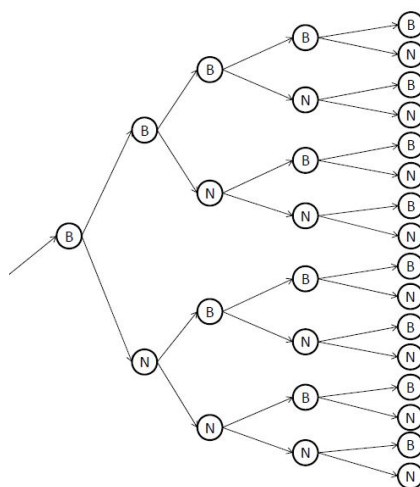


Figure 26. La moitié « blanche » de l'arbre des probabilités de la bouteille

Les élèves considèrent deux évènements distincts, soit obtenir une bille noire ou obtenir une bille blanche, alors qu'il y a cinq évènements possibles puisqu'il y a cinq billes dans la bouteille. L'équiprobabilité de ces deux cas possibles est présumée, alors que le nombre impair de billes dans la bouteille assure que les quantités de billes de chacune des couleurs ne peuvent pas être égales. Les membres de l'équipe font l'inventaire, avec l'arbre, de tous les cas qu'il est possible d'obtenir avec cinq billes. Elles constatent alors que la bille noire est obtenue 16 fois sur 32 et que la bille blanche est obtenue 16 cas sur 32. Cela découle directement de la considération de seulement deux cas possibles et de la présomption de leur équiprobabilité au départ.

Au moment du retour sur le travail de l'équipe avec la bouteille, Emma présente la stratégie employée par son équipe. Dans ce cadre, l'élève confirme que son équipe n'a pas travaillé dans la même logique que les autres équipes, qui ont fait des essais avec la bouteille,

- Emma :** Je n'ai pas *pantoute* fait ça.  
**Bleu :** Tu arrives à quoi?  
**Emma :** 50 %.  
**Bleu :** Tu arrives à 50 %? [...] Pourquoi tu arrives à 50 %?  
**Emma :** Parce que j'ai fait un arbre de dénombrement. [...] Puis là, bien, il y en avait la moitié qui commençait par une noire. Je me suis dit qu'il y en avait la moitié de noires.  
**Bleu :** Puis tu arrives à combien de pourcents à la fin?  
**Emma :** 50 %.  
**Bleu :** 50 %.

(Enregistrement en classe, lignes 1185 à 1198)

Emma avance que, étant donné que la moitié des billes contenues dans l'arbre des probabilités sont noires, il est possible de conclure qu'une bille noire sera tirée la moitié du temps. Pour sa part, l'enseignant n'expose jamais le fait que cette stratégie ne permet pas de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille et ne remet pas en doute le fait de présumer que la bouteille offre deux évènements possibles et équiprobables. Nous

considérons que cela peut découler d'un choix pédagogique de l'enseignant (par exemple pour ne pas froisser les élèves ou pour ne pas les mêler), ou encore du fait qu'il n'arrive pas à conclure qu'elle ne permet pas de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille parce que sa compréhension de cette stratégie est insuffisante.

Les interventions mises en œuvre lors de cet échange s'inscrivent plutôt dans une perspective contemplative. En effet, Bleu n'intervient pas pour invalider ou pour remettre en doute la démarche présentée par l'élève. Il ne fait que poser des questions de relance pour amener l'élève à exposer le résultat obtenu par l'équipe et à justifier ce résultat. Ainsi, devant l'annonce de l'emploi d'une stratégie différente, Bleu questionne l'élève pour connaître le résultat obtenu, puis lui demande de justifier son résultat. Il vise alors vraisemblablement à lui demander d'exposer la stratégie employée pour obtenir ce résultat, mais il reste en marge des enjeux probabilistes qui lui sont sous-jacents.

Dans un deuxième temps de cette étape de l'activité, Bleu lance une réflexion sur la possibilité d'arriver à connaître avec précision la probabilité de tirer une bille noire avec la bouteille. Il établit d'abord un parallèle entre la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles » et la bouteille, pour lesquelles on ignore les nombres de cas favorables et de cas possibles. Notons que c'est la seule fois dans le cadre de l'activité où Bleu prend à sa charge d'expliquer qu'une des situations présentées dans le cadre du préambule est semblable à l'un des outils.

**Bleu :** Ma question : selon vous, est-ce qu'on est capables de savoir exactement combien de chances il y a de sortir une bille noire?

**Plusieurs élèves :** Non.

**Bleu :** (En pointant la boîte du « Club des amis gentils et des amies gentilles ».) Vous vous souvenez, en début de période, quelle est la chance que vous avez de sortir votre nom. Qu'est-ce que vous m'avez répondu?

**Plusieurs élèves :** On ne sait pas.

**Bleu :** Pourquoi?

- Élève invisible :** On ne sait pas combien il y en a.
- Bleu :** On ne sait pas combien de fois notre nom est dedans et on ne sait pas il y a combien de noms. Comment voulez-vous qu'on sache c'est quoi la probabilité? On ne peut pas le savoir, on ne sait pas il y a combien de noms, puis on ne sait pas combien de fois j'ai mon nom dedans. Vous me suivez? C'est impossible de savoir. Par contre...
- Élève invisible :** Faut que tu l'ouvres puis que tu comptes.
- Bleu :** Bien, si j'ouvre, puis si je compte, c'est facile de trouver la probabilité.

(Enregistrement en classe, lignes 1216 à 1224)

Bleu affirme donc à nouveau qu'il est « impossible de savoir » la probabilité de voir son prénom être pigé avec la boîte, étant donné que les nombres de cas possibles et de cas favorables sont inconnus. Cela s'avère toutefois partiellement faux, car ce qu'il est impossible de faire avec cet outil, c'est de déterminer la probabilité théorique de voir un événement précis se produire. Il est néanmoins possible de dégager des probabilités fréquentielles avec cette situation, et ce, en faisant un grand nombre d'essais pour voir une tendance se dégager.

C'est d'ailleurs dans cette direction que Bleu choisit d'orienter le travail des élèves avec la bouteille. En effet, l'enseignant dirige la discussion vers l'idée que pour arriver à déterminer la probabilité de gagner avec cet outil, il est nécessaire de faire un grand nombre d'essais pour alors pouvoir voir une tendance se dégager quant à la proportion de billes noires tirées.

- Bleu :** Si je te dis combien il y a de noires, puis combien il y a de blanches, c'est facile pour vous de me dire la probabilité. Vous ne pouvez pas le savoir exactement tant que vous ne voyez pas. Mais la seule... Et vous vous enligniez vers ça, les gars (pointant Émile et Thomas), puis Léo aussi, puis tout le monde. La façon de connaître la probabilité de [la bouteille], c'est de le faire,

mais de le faire souvent, souvent, souvent. Puis à un moment donné, vous allez voir une tendance se dégager, mais vous ne saurez jamais, jamais, jamais exactement c'est quoi la possibilité. Mais si tu le fais 1000 fois, 10000 fois, tu vas te rapprocher encore plus de la probabilité, mais tu ne le sauras jamais avec exactitude.

(Enregistrement en classe, ligne 1228)

L'enseignant reconnaît donc la pertinence de la démarche entamée par certains élèves qui ont réalisé des essais et compilé les résultats pour arriver à dégager une probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille. Ce faisant, Bleu se trouve donc dans une certaine mesure à institutionnaliser cette démarche et la perspective probabiliste fréquentielle sous-jacente. Cependant, il affirme que cette démarche ne permet pas de connaître « exactement » ou « avec exactitude » la probabilité de gagner avec cet outil. En ajoutant que plus le nombre d'essais grandira (1000 essais, 10 000 essais...), plus la tendance observée se rapprochera de la probabilité de gagner, il énonce alors les grandes lignes de la loi des grands nombres. Ainsi, plutôt que de le laisser émerger des raisonnements et réflexions des élèves, Bleu dévoile explicitement l'enjeu conceptuel lié au besoin de faire de plus en plus d'essais pour augmenter le niveau de certitude associé à la probabilité fréquentielle de gagner avec cet outil. Dans ce sens, le travail des élèves sur la loi des grands nombres, qui fait partie des savoirs que l'activité vise à faire construire aux élèves, se fera donc à partir d'une demande de Bleu plutôt qu'à partir d'un besoin rencontré par les élèves d'augmenter le niveau de certitude associée à la démarche.

Remarquons toutefois que l'enseignant ne dit rien sur la justesse ou la pertinence de l'arbre des probabilités élaboré par l'équipe d'Emma pour tenter de calculer la probabilité de gagner associée à la bouteille. Il y a alors une rupture entre le travail réalisé avec la bouteille par une certaine partie des élèves et l'institutionnalisation faite par l'enseignant, étant donné que cette démarche d'institutionnalisation ne considère pas explicitement le travail fait par l'équipe d'Emma.



Par ailleurs, comme la question de l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner reste entière, Thomas relance l'enseignant à propos du contenu de la bouteille et sur l'outil qui offre la meilleure probabilité de gagner.

- Thomas :** (En parlant du nombre de billes noires dans la bouteille)  
Il y en avait comment finalement?
- Bleu :** Je ne le sais pas.
- Thomas :** Ok, puis c'est quoi la réponse? C'est lequel des 3?
- Bleu :** Bien on ne peut pas le savoir parce qu'on n'a pas vraiment ça. Il aurait fallu qu'on ait plus de temps, puis qu'on le fasse, mettons, 200 fois, puis on aurait pu avoir une idée et on aurait pu comparer. Mais on pourrait le faire demain si vous voulez.
- Plusieurs élèves :** Oui.
- Bleu :** On va le faire demain. [...] Demain, là, on s'enlignera avec les bouteilles et on va sortir, mettons, 500 fois combien de fois on a pigé la noire, puis on aura une tendance, mais on ne saura pas de façon mathématique.

(Enregistrement en classe, lignes 1229 à 1243)

L'enseignant avertit les élèves en disant que malgré cette démarche, il ne sera tout de même pas possible de connaître de « façon mathématique » la probabilité de gagner associée à la bouteille. Cela nous semble faire écho au regard que l'enseignant porte sur les probabilités, qui ne sont mathématiques à ses yeux que lorsqu'elles sont théoriques. Dans ce sens, Bleu met probablement en lumière l'impossibilité de déterminer une probabilité théorique de gagner avec la bouteille, alors qu'il a été possible de le faire avec la roulette et la paire de dés. Cette intervention de l'enseignant constitue donc, selon nous, un nouvel indice de la prépondérance de la perspective probabiliste théorique dans le regard qu'il porte sur les probabilités.

### **Ce que nous retenons...**

En somme, il convient de souligner que pour réaliser le retour sur le travail effectué avec la bouteille, Bleu fait d'abord parler quelques élèves. Durant ce moment, ses

interventions témoignent d'une posture contemplative par laquelle il amène quelques élèves à présenter les stratégies employées dans le travail avec la bouteille, ainsi qu'à dévoiler les résultats obtenus avec celles-ci. Devant des stratégies de deux natures, qui reposent sur une perspective probabiliste fréquentielle ou théorique, il ne cherche pas à questionner ou à remettre en doute les conclusions tirées par les élèves. Plutôt, il dévoile la nécessité d'effectuer un grand nombre d'essais pour arriver à dégager une tendance quant à la probabilité de gagner avec cet outil, ce qui le ramène à la posture structurante qui caractérise ses interventions dans le cadre de l'activité.

Cette gestion faite par Bleu lors du retour sur le travail avec la bouteille peut s'expliquer par le fait qu'il a vraisemblablement été à court de temps, et ce, pour l'ensemble des outils probabilistes. Toutefois, le temps dédié au retour sur le travail fait par les élèves avec la bouteille est plus long que le temps dédié au retour sur les deux autres outils. Les particularités de la gestion de Bleu sont peut-être également à mettre en relation avec le choix de dernière minute qu'il a fait au regard de la bouteille. Cette décision de ne pas dévoiler à priori la composition de la bouteille a entraîné une modification soudaine d'une importante variable didactique, ce qui semble avoir eu comme conséquence de forcer Bleu à improviser didactiquement et à gérer à chaud le travail des élèves avec cet outil, sans nécessairement avoir tous les moyens didactiques requis pour les accompagner dans leur travail. Cette improvisation didactique s'est peut-être également fait sentir dans le retour sur le travail des élèves avec la bouteille.

#### 3.4.3.2 Le retour sur le travail avec la bouteille : deuxième séance

Vers la fin de la seconde séance, Bleu orchestre un deuxième retour sur le travail réalisé par les élèves avec la bouteille. Ce retour se divise en deux moments, à savoir l'organisation des résultats obtenus par les sept équipes lors des essais avec la bouteille, et l'interprétation des résultats et la réflexion sur des enjeux conceptuels liés à la bouteille.

D'abord, Bleu organise lui-même les résultats des essais réalisés pour les élèves : dans un tableau tracé à l'avant de la classe, il consigne les résultats des sept équipes. En trois vagues, il demande aux différentes équipes d'exprimer en fraction et en pourcentage le nombre de fois qu'une bille noire a été tirée dans les 10 premiers tirages, puis dans les 50 premiers tirages et enfin, dans l'ensemble des 100 tirages effectués. Le tableau 19 présente les résultats des 700 tirages réalisés par les 7 équipes de la classe.

Tableau 19

Les résultats des essais réalisés avec la bouteille par les élèves de Bleu

	10 essais	50 essais	100 essais
Équipe 1	3 sur 10 30 %	12 sur 50 24 %	24 sur 100 24 %
Équipe 2	3 sur 10 30 %	5 sur 50 10 %	24 sur 100 24 %
Équipe 3	3 sur 10 30 %	6 sur 50 12 %	24 sur 100 24 %
Équipe 4	2 sur 10 20 %	3 sur 50 6 %	10 sur 100 10 %
Équipe 5	1 sur 10 10 %	12 sur 50 24 %	23 sur 100 23 %
Équipe 6	0 sur 10 0 %	13 sur 50 26 %	25 sur 100 25 %
Équipe 7	3 sur 10 30 %	14 sur 50 28 %	25 sur 100 25 %
Total	15 sur 70 21,4 %	65 sur 350 18,6 %	155 sur 700 22,1 %

Devant ce tableau, Bleu invite les élèves à l'interprétation.

**Bleu :** Je suis vraiment curieux de vous entendre. [...] Qu'est-ce qu'on remarque, là? [...] Qui peut analyser, interpréter les résultats de la classe qu'on a au tableau? Qui aurait quelque chose de mathématique à me dire, qui m'intéresserait? Regardez ça, là, puis concentrez-vous peut-être sur la ligne du bas.

(Enregistrement en classe, ligne 1477)

Cette intervention se démarque à certains égards de la posture structurante qui caractérise Bleu, puisqu'il ne commente pas lui-même les résultats, mais qu'il demande plutôt aux élèves de les interpréter. Il nous semble que cette invitation à interpréter les données issues des essais fait écho au principal objectif fixé par Bleu pour l'activité et par lequel il souhaite amener les élèves à une interprétation mathématique des résultats qui découlent des essais réalisés avec les outils.

La première piste d'interprétation des données est offerte par Zoé.

- Zoé :** Bien [...] il y a moins de noires que de blanches.  
**Bleu :** Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça? Il y a moins de noires que de blanches? Ok, je suis d'accord avec ça. Qui peut me dire d'autre chose?

(Enregistrement en classe, lignes 1478 à 1479)

Par rapport à l'affirmation, Bleu se prononce rapidement en faveur de celle-ci. Il laisse toutefois dans l'implicite les raisons qui justifient qu'une majorité de billes blanches a été tirée, alors qu'il ne fait pas ouvertement référence aux données issues des tirages pour montrer l'existence de cette majorité de billes blanches tirées. En effet, l'enseignant ne demande pas à l'élève d'expliquer le raisonnement sous-jacent à sa remarque ou de l'appuyer explicitement sur les données présentées dans le tableau.

Thomas intervient ensuite pour exposer une hypothèse : la bouteille contiendrait une bille noire et quatre billes blanches.

- Thomas :** Il y a, je pense, peut-être qu'il y aurait 1 noire sur 5 aussi, ce qui fait que [...] ça ferait 20 sur 100.  
**Bleu :** Toi, tu dis s'il y avait 1 bille noire sur 5, je transpose ça en pourcentage, j'arriverais à 20 sur 100 ou, donc, 20 %.  
**Thomas :** Puis on est pas mal tous autour de ça. [...] 155 sur 700, ça fait 22 %.  
**Bleu :** Mais pourquoi tu dis 20 %? Pourquoi tu dis ça?

- Thomas :** Bien parce que si tu divises 100 par 5, bien ça donne 20.
- Bleu :** Mais pourquoi tu dis 20 %? Tu la prends où, cette idée de 20 %?
- Thomas :** Bien... Si, admettons, on puisse faire 5 fois 100 parce que 20, (inaudible) 20 en tout.
- Bleu :** Oui, mais... Je suis d'accord. Mais pourquoi tu dis y en aurait 1, puis ça ferait 20 %. Pourquoi tu voudrais que ça arrive à 20 %?
- Thomas :** Pourquoi?
- Bleu :** Pourquoi tu m'arrives avec cette fraction-là? Pourquoi tu fais cette déduction-là : « D'après moi, il y a 1 bille noire pour que ça arrive à 20 % »? Pourquoi tu fais cette déduction-là? Pourquoi tu ne dis pas : « Il y en a 4 billes noires »? [...] Il vient de où ce 20 %-là dans ta tête? Pour cette déduction-là?
- Thomas :** Je ne sais pas.

(Enregistrement en classe, lignes 1480 à 1494)

Bleu tente de guider l'élève dans sa réflexion. En effet, il le questionne et le relance à plusieurs reprises afin de l'amener, pensons-nous, à faire un lien entre la fraction  $\frac{1}{5}$  qu'il établit en disant que la bouteille contiendrait 1n-4b et les résultats obtenus à partir des tirages. Toutefois, bien que Thomas explique que 155 billes noires sur 700 constituent 22 % et qu'il souligne que cela s'avère proche du 20 % que représente 1 bille noire sur 5 billes dans la bouteille, Bleu semble insatisfait des explications offertes par l'élève.

Devant cette insatisfaction de l'enseignant, nous nous questionnons sur les attentes de Bleu ainsi que sur la clarté des interrogations qu'il formule durant cet échange. Il se peut que l'enseignant ait simplement voulu que l'élève établisse ce lien encore plus explicitement. Il aurait peut-être voulu que l'élève pousse encore plus loin sa réflexion, par exemple pour nommer la variabilité observable entre le taux de billes noires tirées par rapport à la probabilité théorique de 20 % attendue si la bouteille contient 1 bille noire et 4 billes blanches. Ces attentes restent néanmoins tacites, alors que l'enseignant donne la parole à Alexis.

- Alexis :** Bien moi, je viens de faire la moyenne, ça donne  $20, \overline{66}$ .
- Bleu :** Tu as additionné 21 plus 19 plus 22, tu as divisé par 3 puis t'arrivais à?
- Alexis :**  $20, \overline{66}$ .
- Bleu :** Alors on arrive effectivement autour de 20 %. (En s'adressant à Thomas) C'est de là qu'il vient ton 20 %? La raison pour laquelle tu veux arriver à ça, c'est parce que, ici, on est autour de 20 %?
- Thomas :** Oui, mais c'est aussi parce qu'avec Émile, c'est quoi le pourcentage que ça donnerait s'il y avait 1 bille noire sur 5, ça fait 20 %. Si ça serait 2 billes noires... (Il est interrompu par Bleu qui demande à un élève de fermer la porte de la classe.) [...] Vu que ça serait... Les nombres sont plus autour de 20 (inaudible).

(Enregistrement en classe, lignes 1496 à 1502)

Toutefois, cette moyenne des pourcentages de billes noires dans les trois vagues de tirages s'avère mathématiquement inexacte à deux égards. D'abord, les échantillons ne sont pas de même taille et, si une moyenne devait être calculée, il faudrait pondérer la valeur accordée à leurs pourcentages respectifs de billes noires tirées, ce qu'Alexis n'a pas fait. Puis, ces trois échantillons ne sont pas distincts, étant donné que les 70 essais sont inclus dans les 350 essais, qui sont eux-mêmes inclus dans les 700 essais. Cela implique donc que le pourcentage de fois où a été tirée une bille noire dans les 700 essais inclut les billes noires tirées dans les 70 essais et dans les 350 essais. Cependant, Bleu ne remarque pas – ou ne s'arrête pas à – cette erreur mathématique et propose un lien entre la remarque d'Alexis et l'hypothèse formulée par Thomas. Il semble donc cautionner cette démarche de calcul de la moyenne.

L'enseignant demande plutôt à Thomas si le 20 % découlant de son hypothèse provient de la moyenne calculée par Alexis. Thomas confirme le lien, mais sans explications ou justifications. Cependant, il nous semble bien que la logique du raisonnement de Thomas n'est pas liée à la moyenne calculée par son collègue, et ce, malgré qu'il entérine ce lien entre son hypothèse et la moyenne proposée par Alexis. Nous pouvons plutôt penser que son raisonnement part plutôt du fait qu'étant donné que la

bouteille contient 5 billes, elle ne peut contenir que 1, 2, 3 ou 4 billes noires, ce qui équivaut à des probabilités théoriques respectives de 20 %, 40 %, 60 % ou 80 % de billes noires. Comme 22 % de billes noires ont été tirées, Thomas conclut que la bouteille ne contient qu'une seule bille noire, car le pourcentage le plus proche de 22 % est 20 %.

Puis, Bleu approuve la réflexion lancée par les élèves. Il institutionnalise alors la démarche par laquelle une hypothèse est émise quant à la composition de la bouteille à partir des résultats des essais réalisés avec celle-ci, ce qui revient en quelque sorte à établir un pont entre les perspectives probabiliste fréquentielle et théorique.

**Bleu :** sur 70, on arrive à un pourcentage de probabilité de 21 %. Si je le fais 350 fois, qui est [...] 5 fois plus de tests, j'arrive à une moyenne de 19 chances sur 100 de trouver une bille noire. [...] Si je double mon nombre d'essais, [...] j'arrive à 155 billes noires sur 700 avec un pourcentage de tomber sur une bille noire à 22 %. Ce n'est jamais la même réponse, mais on s'entend pour dire que ça tourne aux alentours de [...] 20 %. [...] On pourrait [...] donc déduire qu'il y a environ... On arrive à un chiffre de 20 % donc, si on sait qu'il y a 5 billes, 20 %, s'il y a 5 billes, on fait une règle de 3, puis on arrive à 1 bille sur 5 qui serait noire.

(Enregistrement en classe, lignes 1505 à 1513)

Dans la récapitulation des résultats obtenus avec la bouteille, Bleu part des essais réalisés (une fréquence approximative de 22 % de billes noires tirées) pour dire que la bouteille doit contenir une seule bille, et ce, en recourant à la règle de trois. En résumé, il dit donc que 22 % est proche de 20 % et que par règle de trois, on trouve 1 pour 5. Ce raisonnement est différent de celui de Thomas, qui part plutôt d'une composition potentielle de la bouteille (1 noire, 4 blanches) pour faire un lien avec les résultats des essais en disant ce qu'ils devraient donner (cela devrait donner 20 %). Ainsi, il dit donc que pour 1 bille noire sur 5, j'ai 20 % de probabilité de gagner, pour 2 billes noires sur 5, j'ai 40 %... et que comme 22 % est presque 20 %, alors on peut penser qu'il y a seulement 1 bille noire sur 5 dans la bouteille. Les élèves comparent les résultats aux probabilités

théoriques associées aux diverses compositions de la bouteille, alors que Bleu ne se base pas sur les compositions possibles de la bouteille, mais passe plutôt par le fait que 22 % est proche de 20 % et que 20 sur 100 correspond à 1 sur 5. L'enseignant fonctionne donc ici à l'inverse du raisonnement de l'élève. Ces sens contraires pour arriver à déterminer une probabilité théorique de gagner avec la bouteille dans les explications respectives de l'enseignant et des élèves restent néanmoins implicites.

Par ailleurs, dans cette récapitulation des résultats, Bleu pointe aux élèves que les pourcentages varient légèrement, mais tournent toujours autour de 20 %, ce qui laisse croire que la bouteille contient 1 bille noire sur 5 billes. Ce faisant, il fait implicitement écho à la variabilité des données, sans toutefois l'expliquer. Il convient de remarquer que cette variabilité réside notamment dans l'écart existant entre, d'une part, le 22 % des essais où une bille noire a été pigée dans le cadre des 700 essais et, d'autre part, la probabilité théorique attendue de 20 % de tirages d'une bille noire si la bouteille contient 1n-4b. Le choix de ne pas aborder explicitement le concept de variabilité réside peut-être dans le fait que cet écart est relativement petit et que, dans ce sens, les données ne favorisent pas la discussion sur celui-ci. Néanmoins, Bleu n'explique pas et ne justifie pas la présence de cette variabilité et laisse ainsi à la charge des élèves d'en comprendre le sens.

L'enseignant oriente ensuite la réflexion des élèves relativement à l'interprétation des données. Il les amène à identifier des conclusions certaines sur la bouteille.

- Bleu :** Ma question : est-ce qu'on peut être sûr à 100 %, sûr, sûr, sûr à 100 % qu'il y a 1 bille noire?
- Plusieurs élèves :** Non!
- Bleu :** Quelle est la seule chose dont vous pouvez être sûrs à 100 % avec la bouteille mystère? (Plusieurs élèves lèvent la main pour prendre la parole.) Vous êtes sûrs à 100 %, là. Vous ne pouvez pas vous tromper en disant ce que vous allez me dire là.

(Enregistrement en classe, lignes 1513 à 1515)



L'enseignant ne justifie pas explicitement le fait qu'il ne soit pas possible d'être certain à 100 % du contenu de la bouteille.

Relativement à la réflexion concernant les conclusions assurément vraies qui peuvent être tirées par rapport à la bouteille, trois élèves interviennent. D'abord, Zoé avance qu'elle est certaine que la bouteille contient plus de billes blanches que de billes noires. Bleu remet en doute cette proposition de l'élève, mais il n'expose pas explicitement d'argument pour la réfuter. Zoé déclare alors qu'elle est certaine à 100 % qu'on ne voit pas les billes contenues dans la bouteille, ce que l'enseignant et la classe entérinent. Par la suite, Charles soutient qu'il est 100 % certain du fait que la bouteille contient au moins une bille noire et au moins une bille blanche, ce qui est immédiatement validé par Bleu. Enfin, Émile déclare qu'il est certain à 100 % que la bouteille contient 5 billes au total, ce que valide également l'enseignant.

Toujours dans l'idée d'orienter l'interprétation des données par les élèves, l'enseignant les amène ensuite à énoncer des scénarios très peu probables, mais malgré tout possibles en lien avec la bouteille.

**Bleu :** Qui peut me nommer des possibilités auxquelles on pourrait théoriquement arriver? Pas à ce qu'on est arrivé, là, mais en théorie. Des extrêmes, des choses qui sont très peu probables, des choses qui seraient vraiment bizarres, mais auxquelles on aurait pu arriver théoriquement.

(Enregistrement en classe, ligne 1534)

Nous pensons que Bleu amène les élèves sur cette piste afin d'exemplifier les écarts possibles entre les probabilités théorique et fréquentielle. En ce sens, il fait implicitement référence à la variabilité des données. Ainsi, la probabilité théorique indique ce vers quoi devraient tendre la probabilité fréquentielle dégagée après un grand nombre d'essais. Toutefois, un grand écart reste toute de même possible entre les probabilités théorique et fréquentielle, et ce, même avec un grand échantillon. Toutefois, la loi des grands nombres

nous amène à considérer que, avec un nombre d'essais suffisamment grand, il est beaucoup plus probablement de voir la probabilité fréquentielle se rapprocher de la probabilité théorique que de voir un large écart creusé entre les deux probabilités. En ce sens, il semble possible de croire que Bleu cherche à amener les élèves à reconnaître qu'il y a une forte probabilité que la bouteille contienne une seule bille noire, mais qu'il reste néanmoins une très faible probabilité que son contenu soit autre, justement parce qu'il reste tout de même possible de réaliser un nombre assez grands d'essais et de malgré tout, voir la probabilité fréquentielle s'écarter de la probabilité théorique.

Trois scénarios sont alors évoqués. D'abord, Zoé énonce le scénario que 10 billes noires sur 10 essais auraient pu être tirées, et Bleu lui accorde son soutien, mais il pousse encore plus loin le scénario de Zoé.

- Zoé :** Bien, 10 sur 10 en noires.  
**Bleu :** 100 % de noires?  
**Zoé :** Oui.  
**Bleu :** En théorie, est-ce qu'on aurait pu toujours sortir une noire? Moi, je suis d'accord avec ça. Qui est d'accord avec ça?  
**Emma :** Bien on aurait pu toujours sortir une noire, mais il y aurait eu une blanche pareil.  
**Bleu :** On est sûr à 100 % que, dans la bouteille, il y a au moins 1 blanche puis il y a au moins 1 noire. Ça, on est d'accord avec ça puis on est sûr qu'il y en a 5. Mais est-ce que, théoriquement, on aurait pu sortir, sur 700 essais, que des noires?  
**Emma :** Oui, ça aurait été dur, mais oui.  
**Bleu :** Ça aurait été dur, mais oui?  
**Emma :** Oui.  
**Bleu :** Mais ça aurait pu?  
**Emma :** Oui.

(Enregistrement en classe, lignes 1535 à 1545)

En partant de la proposition de Zoé, Bleu propose un scénario où uniquement des billes noires auraient été tirées sur les 700 essais. Emma intervient pour valider le fait que

cet évènement est possible. Celle-ci confirme la nature probable de cet évènement, mais rappelle que la bouteille contiendrait néanmoins au moins une bille noire et une bille blanche. Elle évoque ainsi implicitement la possibilité que la probabilité fréquentielle se dégageant des essais réalisés avec la bouteille ne tendent pas nécessairement vers la probabilité théorique sous-jacente au contenu de celle-ci. En signalant que l'obtention de 700 billes noires sur 700 essais serait « dur » à réaliser, elle nous semble signifier que cet évènement est peu probable. Cette élève est possiblement consciente du fait que plus l'échantillon est grand, plus les probabilités fréquentielles dégagées devraient en théorie se rapprocher des probabilités théoriques. En effet, un échantillon de 700 essais sans bille blanche tirée est beaucoup moins probable qu'un échantillon de 10 essais sans bille blanche tirée. Ce n'est toutefois pas mentionné par Bleu ou par un élève.

En droite ligne avec cette réflexion sur la possibilité de ne tirer que des billes noires, Liam propose un scénario où uniquement des billes blanches auraient été tirées, ce qui est rapidement appuyé par Bleu et la classe. Cela s'explique assurément par la grande ressemblance entre ce scénario et les deux autres proposés précédemment.

Bleu interroge ensuite un par un les élèves pour qu'ils prennent position quant au contenu de la bouteille à partir des résultats obtenus et de leur interprétation. Une majorité des élèves jugent que la bouteille contient une bille noire et quatre billes blanches (10 sur 14), tandis que deux élèves (Logan et Charles) se disent indécis entre deux compositions possibles pour la bouteille (2 sur 14) :  $1n-4b$  et  $2n-3b$ . Il ressort donc qu'aucun élève ne se prononce en faveur des compositions comprenant une majorité de billes noires. Soulignons également que les deux seuls élèves qui pensent que la bouteille contient  $2n-3b$ , à savoir Liam et Benjamin, sont des élèves jugés en difficulté par Bleu (2 sur 14). Rachel, la troisième élève jugée en difficulté en mathématiques par Bleu, soutient quant à elle que la bouteille contient  $1n-4b$ .

Cela dit, Bleu demande simplement aux élèves de se prononcer sur la composition de la bouteille, mais il ne leur demande pas de justifier cette prise de position. Une

demande de justification aurait pu permettre à Bleu d'accéder à la compréhension dégagée par les élèves à partir de la réflexion collective sur l'interprétation des résultats des essais réalisés avec la bouteille. Il nous semble donc fort possible que certains élèves ne fassent qu'adopter la position adoptée par une ou un collègue jugé compétent, ou encore la position majoritairement adoptée dans la classe.

Enfin, Bleu demande aux élèves s'ils souhaitent connaître « la réponse », c'est-à-dire le contenu de la bouteille.

**Bleu :** Est-ce que vous voulez savoir la réponse?  
**Plusieurs élèves :** Oui.  
**Bleu :** [...] On ne le saura pas et on ne le saura jamais, mais ce qu'on peut déduire... [...] c'est que plus on le fait souvent, plus on se rapproche du 20 %. Donc on peut déduire qu'il y en a probablement 1 sur 5.

(Enregistrement en classe, lignes 1577 à 1579)

L'enseignant laisse donc entendre aux élèves que plus le nombre d'essais réalisés avec la bouteille augmente, plus la proportion de billes noires tirées se rapproche de 20 %, ce qui permet de déduire que la bouteille contient probablement 1 bille noire et 4 billes blanches. Pourtant, ce n'est pas ce que montrent les données lorsqu'elles sont prises au sens strict, alors que la proportion de billes noires tirées avec 70 essais est de 21,4 %, qu'elle passe à 18,6 % avec 350 essais, puis qu'elle culmine à 22,1 % avec l'ensemble des 700 essais. Ainsi, en affirmant que plus le nombre d'essais grandit, plus la proportion de billes noires tirées s'approche de 20 %, Bleu ne semble pas tenir compte des données. Il semble plutôt présenter son discours prévu, des propos théoriques proches de la loi des grands nombres. Dans ce sens, il aurait été plus juste d'affirmer qu'après 700 essais, la proportion de billes noires tirées tourne autour de 20 %, ce qui permet de retenir l'hypothèse qu'elle contient 1 bille noire et 4 billes blanches.

### Ce que nous retenons...

En somme, nous retenons que, durant le retour sur le travail effectué avec la bouteille dans le cadre de la seconde séance, Bleu orchestre l'organisation et l'interprétation des données obtenues. Dans ce contexte, ses interventions s'avèrent tout à fait cohérentes avec sa posture structurante, alors qu'il guide les élèves dans leurs réflexions. Toutefois, au moment de démarrer l'interprétation des données, il choisit de s'éloigner un peu de cette posture pour inviter les élèves à exposer ce qu'ils remarquent et interprètent sur le plan mathématique à partir du tableau de compilation des résultats. Puis, Bleu renoue avec sa posture structurante au moment d'institutionnaliser le passage de la probabilité fréquentielle à la probabilité théorique.

#### *3.4.4 La comparaison finale : les trois outils*

Après qu'une probabilité fréquentielle de gagner ait été déterminée pour la bouteille, Bleu lance la question de la comparaison des probabilités de gagner associées à chacun des trois outils afin de choisir celui qui offre la meilleure probabilité de gagner. Cette comparaison finale des trois outils est très rapidement bouclée – elle prend environ 15 secondes – et elle n'est pas accompagnée d'explications. De plus, remarquons que l'outil qui offre la pire probabilité de gagner et l'outil qui offre ni la meilleure ni la pire probabilité de gagner ne sont pas identifiés.

- Bleu :** Si je vous proposais d'utiliser 1 des 3. (En écrivant sous la représentation de bouteille au tableau la probabilité de gagner dégagée, à savoir environ 20 %) Ici, là, 1 des 3. (En entourant les 3 pourcentages représentant les probabilités de gagner inscrits sous chacun des outils au tableau) Lequel vous utiliseriez pour avoir le plus de chances de remporter à la loterie ou gagner un suçon passé date? Vas-y, Thomas.
- Thomas :** La roue.
- Bleu :** La roue? Super. Je suis d'accord avec toi.

(Enregistrement en classe, lignes 1583 à 1585)

Comme pour la comparaison faite à la fin de la première séance, Bleu acquiesce aux propos sans même demander à l'élève de préciser son raisonnement ou d'expliciter la démarche qui lui permet de conclure que c'est la roulette qui offre la meilleure probabilité de gagner. Ainsi, l'étape de comparaison des fractions ou des pourcentages qui représentent les probabilités de gagner associées aux outils reste implicite et à la charge des élèves.

Toutefois, Bleu a dessiné des représentations de chacun des outils au début de la séance. Sous chacune d'elles, la fraction et le pourcentage représentant les probabilités de gagner associées ont été inscrites. Comme il manquait l'information pour la bouteille, il inscrit la probabilité de gagner nouvellement dégagée pour la bouteille en même temps qu'il pose sa question liée à la comparaison des trois outils. Cette comparaison est uniquement exprimée en pourcentage. Bleu entoure ensuite les trois pourcentages représentant les probabilités de gagner avec chacun des outils. Visuellement, il y a donc, devant les élèves, au moment où Bleu demande de choisir un outil, les trois dessins d'outils faits au tableau, sous lesquels se trouvent écrits les pourcentages de gagner qui leur sont associés : 33 % pour la roulette, 25 % pour la paire de dés et 20 % pour la bouteille. La figure 27 illustre cette représentation faite au tableau.

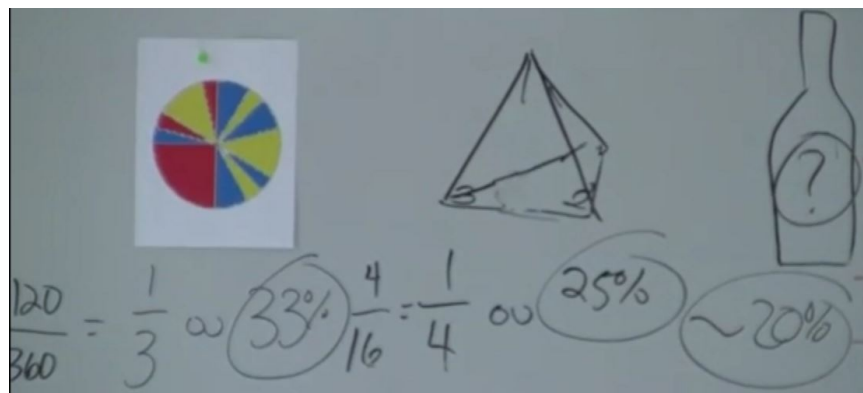


Figure 27. La représentation de Bleu des probabilités de gagner associées aux outils

Nous croyons que cette représentation pourrait avoir facilité la comparaison des outils. La comparaison des pourcentages a donc été tenue pour acquies, et Bleu a simplement accepté la réponse de Thomas.

Il convient de remarquer que dans cette représentation, Bleu inscrit un tilde ( $\sim$ ) avant la probabilité de gagner qu'il indique sous le dessin de la bouteille. Il semble utiliser ce symbole pour exprimer une approximation de la probabilité de gagner de 20 % associée à la bouteille, qui découle d'une perspective probabiliste fréquentielle. En effet, la probabilité fréquentielle dégagée à la lumière des 700 essais réalisés avec la bouteille est approximativement de 22 %, et il a été conclu que celle-ci reflétait probablement une composition d'une bille noire et de quatre billes blanches dans la bouteille, ce qui correspond à une probabilité théorique de 20 %. Les probabilités de gagner associées à la roulette et à la paire de dés, qui découlent d'une perspective probabiliste théorique, ne sont pas accompagnées d'un tel symbole d'approximation. Ainsi, l'utilisation de ce symbole semble donc indiquer que la probabilité de gagner associée à la bouteille ne constitue qu'une hypothèse à laquelle est associé un certain niveau d'incertitude. En d'autres mots, il semble assez probable que la probabilité théorique de gagner avec la bouteille soit de 20 %, tandis que les probabilités théoriques de gagner respectivement associées à la roulette et à la paire de dés sont assurément de  $33,\overline{33}$  % (qui est l'arrondissement d'un tiers) et de 25 %. Bleu ne fait pas explicitement cette distinction entre les origines de ces probabilités de gagner, qui sont respectivement issues de démarches théorique et fréquentielle.

### **3.5 L'intégration**

Avec cette ultime étape de l'activité, Bleu amène les élèves à revoir ou à revisiter les concepts mathématiques impliqués dans le travail avec les outils, et ce, à travers une comparaison de deux autres situations: un jeu de cartes et à une paire de dés à six faces. Bleu demande aux élèves de déterminer laquelle des situations a la plus grande probabilité de se produire. Les discussions portent sur deux questions de comparaison, à savoir celle qui est posée aux élèves et celle que Bleu avait préparée. En effet, devant les résultats

obtenus par les élèves dans leur travail pour répondre à la question de comparaison qui leur a été posée, Bleu prend conscience du fait qu'il n'a pas soulevé la question qu'il avait préparée.

**Bleu :** Ah, je me rends compte que j'ai mal posé ma question. Va falloir que je travaille, moi aussi. [...] Je ne vous ai pas posé la question que je voulais, que j'avais préparée. [...] Je suis déçu, je ne vous ai pas posé la question que je voulais. Mais ce n'est pas grave, ça vous fait revoir quand même le...

(Enregistrement en classe, lignes 1601 à 1610)

L'enseignant évoque le but associé à l'étape d'intégration de l'activité, à savoir d'amener les élèves à revoir les concepts mathématiques convoqués dans le travail avec les outils. Il mentionne alors que la question posée, même si elle est différente de la question préparée, permettra quand même d'amener les élèves à revoir ces contenus mathématiques. Nous verrons successivement chacune des deux questions de comparaison.

En cohérence avec la perspective structurante qui le caractérise, nous verrons que Bleu guide les élèves à l'aide de questions précises dans la présentation de leurs stratégies et il insiste pour que les probabilités de gagner soient exprimées en pourcentage. De plus, cette dernière étape de l'activité n'implique rien sur les probabilités fréquentielles ou en lien avec une situation comme celle de la bouteille, alors que seulement la perspective probabiliste théorique est évoquée pour déterminer la probabilité de gagner avec chacune des situations.

### *3.5.1 La question de comparaison qui est posée*

La question de comparaison que pose Bleu aux élèves est liée à deux situations. La première consiste à tirer une carte présentant une figure (le roi, la dame et le valet) avec le jeu de cartes sans les jokers, ce qui correspond à une probabilité arrondie de 23 %. La seconde consiste à rouler la paire de dés et à obtenir une somme paire, ce qui correspond à



une probabilité de 50 %. Les élèves effectuent donc en quelques minutes cette tâche individuellement en laissant des traces de leur démarche sur une feuille. Bleu leur permet explicitement d'utiliser le matériel de leur choix, par exemple une calculatrice. Il explique aux élèves, à la lumière d'une question posée par Emma, comment calculer le nombre de cartes avec une « face », une figure, dans le jeu.

- Emma :** Il y a 54 cartes?  
**Bleu :** 52 cartes. On a enlevé les 2 jokers.  
**Emma :** Puis 14 faces?  
**Bleu :** [...] On en a parlé tantôt en question bonus. T'en souviens-tu qu'est-ce qu'on a dit? [...] Bien c'est une information super importante. Dans un jeu de cartes, dans le fond, il y a 3 faces par signe. Un valet, une dame puis un roi par signe, puis il y a 4 signes. Il y a 4 signes, il y a cœur, carreau, trèfle et pique. Puis pour chacun de ces 4 signes-là, il y a un valet, une dame et un roi.

(Enregistrement en classe, lignes 1594 à 1601)

Bleu expose très clairement la manière de calculer le nombre de cas possibles et le nombre de cas favorables pour la situation du jeu de cartes. Lorsque cela a été dit, il ne reste aux élèves qu'à multiplier 3 cartes (roi, dame et valet) par 4 signes (cœur, pique, carreau et trèfle) pour déterminer qu'il y a 12 cartes avec une figure dans un jeu de cartes sans jokers.

Il demande finalement aux élèves de présenter les stratégies les ayant menés à la solution. Il donne la parole à Mia, qui présente la stratégie employée pour déterminer la probabilité de gagner dans la situation du jeu de cartes.

- Bleu :** On va y aller avec les cartes. Comment vous avez déduit ça? [...] Mia?  
**Mia :** Il y a 3 visages dans chaque signe.  
**Bleu :** Alors tu as 12 visages...  
**Mia :** Sur 52 cartes.  
**Bleu :** Sur 52 cartes. Tu fais une règle de 3, tu mets ça sur 100, t'arrivais à quoi?

**Mia :** 23 %.  
**Bleu :** Donc 23 %. Moi, je suis d'accord avec ça.

(Enregistrement en classe, lignes 1614 à 1620)

Dans ce retour sur la situation du jeu de cartes, c'est encore une fois Bleu qui donne le ton à l'échange, alors qu'il guide à l'aide de questions très précises l'élève dans sa présentation de sa stratégie. C'est Bleu qui expose en premier le nombre de cas possibles (« Alors tu as 12 visages »), mais la multiplication des trois faces par les quatre signes qui est sous-jacentes à l'identification de ce nombre reste implicite. La rapidité avec laquelle Bleu exprime cette idée découle possiblement du fait qu'il a présenté, quelques minutes auparavant, lors de l'échange avec Emma, les éléments nécessaires au calcul du nombre de cas favorables dans cette situation. C'est également Bleu qui amène explicitement l'élève à formuler le résultat en pourcentage, et ce, en indiquant le passage par la règle de trois pour un résultat sur 100. L'enseignant donne ensuite la parole à Thomas, qui présente la stratégie qu'il a employée pour déterminer la probabilité de gagner avec la situation de la paire de dés à six faces, c'est-à-dire la probabilité d'obtenir une somme paire avec les deux dés.

**Bleu :** Les dés.  
**Thomas :** Bien moi (inaudible) j'aurais essayé de faire un arbre.  
**Bleu :** Comment t'aurais fait avec ton arbre? Je pense que c'est la meilleure façon de faire.  
**Thomas :** J'aurais écrit les chiffres de 1 à 6.  
**Bleu :** (En écrivant au tableau.) 1, 2, 3, 4, 5, 6.  
**Thomas :** Là, je fais 6 lignes à chacun.  
**Bleu :** T'aurais fait 6... Puis t'aurais indiqué?  
**Thomas :** Les nombres... (inaudible)  
**Bleu :** (En écrivant à partir du 1 du premier jet.) 1, 2, 3, 4, 5, 6. Puis t'aurais fait ça pour?  
**Thomas :** (Inaudible) nombres pairs, donc la moitié, 1 sur 2, 50 %.  
**Bleu :** Puis ensuite, t'aurais fait celui-là plus celui-là, ça me donne deux, donc c'est pair. Lui plus lui c'est impair, marche pas. Lui pair. T'en aurais trouvé comme ça 18 sur 36.  
**Thomas :** Ou la moitié, 1 sur 2, 50 %.  
**Bleu :** Donc, 50 %.

(Enregistrement en classe, lignes 1622 à 1634)

Dans ce retour sur la situation de la paire de dés à six faces, Bleu pose des questions et guide l'élève dans la présentation de sa stratégie. Ainsi, à partir des propos de Thomas, Bleu dessine au tableau un arbre des probabilités pour arriver à identifier les 18 cas favorables sur les 36 cas possibles pouvant être obtenus. L'élève exprime le résultat en fraction simplifiée (1 sur 2) et en pourcentage (50 %), mais c'est Bleu qui expose explicitement la fraction de départ, c'est-à-dire dont le numérateur est le nombre de cas favorables (18) et dont le dénominateur est le nombre de cas possibles (36). Ce faisant, Bleu institutionnalise le recours et la réalisation de l'arbre des probabilités comme une stratégie pertinente – « la meilleure façon de faire », dit-il – pour déterminer la probabilité de gagner associée à la paire de dés à six faces.

Alors que les probabilités de gagner associées à chacune des situations ont été dégagées, Bleu détermine rapidement qu'il est beaucoup plus probable d'obtenir une somme paire avec une paire de dés à six faces (50 %) que de piger une carte avec un visage dans un jeu de cartes sans les jokers (23 %).

**Bleu :** Vous auriez beaucoup plus de chances de tomber sur une somme paire que sur une face dans un jeu de cartes. C'est prouvé, c'est mathématique. On est sûr de ça. Est-ce que ça veut dire que tu gagnerais nécessairement en utilisant les dés? (Quelques élèves disent « Non ».) Non, tu pourrais quand même perdre puis ton voisin pourrait gagner avec les cartes, mais au moins t'aurais eu les chances de ton côté.

(Enregistrement en classe, ligne 1634)

L'enseignant insiste sur la validité des probabilités de gagner qui ont été déterminées par les stratégies exposées, ce qui met à nouveau l'accent sur la valeur de la perspective probabiliste théorique. De plus, il mentionne qu'on ne gagne pas nécessairement, même si on a une grande probabilité de gagner au regard d'un certain événement probabiliste. Nous croyons que, ce faisant, l'enseignant tente d'amener les

élèves à distinguer la probabilité associée à un évènement et l'évènement lui-même, qui se produit lorsque l'on joue.

### 3.5.2 La question de comparaison qui a été préparée

À court de temps, Bleu présente rapidement aux élèves la question de comparaison prévue originalement. La première situation reste la même, à savoir la probabilité de tirer une figure avec le jeu de cartes, qui équivaut toujours à environ 23 %. C'est la seconde situation qui change. Elle consiste désormais à rouler la paire de dés à six faces et à obtenir deux nombres pairs et non pas une paire de nombre pairs, ce qui équivaut à une probabilité de 25 %. Les probabilités associées à ces deux situations sont donc beaucoup plus rapprochées, et ce, en raison du fait que le nombre de cas favorables avec la paire de dés est plus petit que pour la première question de comparaison.

Puisque la séance tire à sa fin, Bleu ne laisse pas vraiment de temps aux élèves pour s'attaquer à cette nouvelle question de comparaison des probabilités. Dans un échange avec Mia, Bleu part de l'arbre des probabilités qu'il avait déjà fait au tableau pour résoudre la question précédente et il identifie les cas favorables parmi les 36 cas possibles avec la paire de dés à 6 faces. Il ressort alors qu'il y a 9 cas favorables sur 36 cas possibles – c'est-à-dire  $\frac{1}{4}$  de cas favorables, ce qui équivaut à 25 %.

- Mia :** (En faisant référence à l'autre situation reliée à la paire de dés à six faces.) Dans le fond, tu aurais 50 % pareil. [...] Parce que 2, 4, 6, ce sont des chiffres pairs puis 1, 3, 5, ce sont des chiffres impairs. Fait que tu sais tu en as 3 chacun pareil.
- Bleu :** Ok, est-ce que ça se peut que je tire avec un dé un pair puis l'autre impair? Est-ce que ça se peut que j'aie pair, pair? Est-ce que ça se peut que j'aie impair, impair?
- Mia :** Oui.
- Bleu :** J'ai plus de possibilités que ça. Donc, ce que tu me dis, toi, c'est que c'est 50 %. Ce que je te dis, moi, c'est que ça, ici, ce n'est pas bon. (En pointant les différents résultats possibles dans l'arbre des probabilités.) 1-1, ce

n'est pas bon. 1-2 non plus, ce n'est pas bon (inaudible)... 1-3, ce n'est pas bon. 1-4, ce n'est pas bon. 1-5, ce n'est pas bon. (En indiquant le nombre impair obtenu avec le premier dé.) Il y a tout le temps mon nombre impair, là. Tu comprends? Moi, je veux 2 pairs. [...] Alors je vais avoir combien de résultats possibles en tout?

**Mia :** 9.

**Bleu :** 9 sur 36 et là, vous faites le pourcentage.

**Mia :** Un quart, 25 %.

(Enregistrement en classe, ligne 1647 à 1666)

Par une série de questions, l'enseignant guide Mia vers l'identification des cas favorables parmi les cas possibles, qui semble constituer un obstacle pour cette élève dans le cadre de cette seconde question de comparaison. De plus, il formule la probabilité de gagner par la fraction de départ, c'est-à-dire celle où le nombre de cas favorables est au numérateur et le nombre de cas possibles est au dénominateur. Il demande ensuite à l'élève de transformer cette fraction en pourcentage et celle-ci ajoute la fraction irréductible. Bleu reste donc dans la posture structurante, par laquelle il guide les réflexions des élèves.

Enfin, comme la probabilité de tirer une carte avec une figure dans un jeu de cartes avait déjà été déterminée – 12 sur 52 ou 23 %, Bleu souligne qu'il est plus probable d'obtenir 2 nombres pairs avec la paire de dés à 6 faces (25 %) que de piger une carte avec une figure dans un jeu de cartes sans les jokers (23 %).

### 3.6 Une synthèse de la section

Nous retenons de cette section que Bleu adopte une posture structurante au regard des enjeux conceptuels dans les interventions qu'il met en œuvre dans le cadre de l'activité. Il en ressort que l'enseignant intervient généralement pour orienter le travail, les réflexions et les conclusions des élèves. Il questionne les élèves pour les amener à expliquer leurs réflexions, leurs démarches et leurs résultats afin d'arriver à comprendre leur travail. Il

tente néanmoins de guider le travail des élèves relativement aux enjeux conceptuels auxquels ils font face dans l'activité.

Premièrement, nous avons vu que Bleu fait deux grands choix structurants dans le cadre de l'activité et que ces choix viennent orienter, sur le plan didactique, le travail des élèves avec les outils. D'abord, il réalise un préambule pour faire travailler les élèves avec des situations semblables aux outils dans le but, dit-il, de les préparer à travailler avec ces derniers. Puis, lors de la seconde séance, il impose le recours à une démarche pour réaliser systématiquement un grand nombre d'essais avec la bouteille, ce qui vient fortement encadrer le travail des élèves relativement aux enjeux conceptuels qui sont associés à cet outil.

Deuxièmement, nous avons exposé la prégnance de la perspective probabiliste théorique dans le discours de l'enseignant. D'une part, il appert que les critères qui font que les résultats d'une démarche sont mathématiques et non de l'ordre du hasard pour Bleu ne sont pas les mêmes pour chacune des deux perspectives probabilistes. Dans un cas comme dans l'autre, il ne justifie pas explicitement ce qui atteste du caractère mathématique du travail des élèves, alors qu'il exprime essentiellement par la négative les critères de suffisances et de clarté qui guident son jugement. De plus, nous jugeons que, pour l'enseignant, les perspectives probabiliste fréquentielle et théorique n'ont pas le même statut : la première semble être un moyen permettant d'accéder à la seconde, qui constitue la finalité à atteindre dans le cadre de l'activité. D'autre part, l'enseignant oriente en général les élèves dans la recherche de fractions associées à des probabilités théoriques, c'est-à-dire reliées aux nombres de cas possibles et de cas favorables pour exprimer les probabilités de gagner associées aux situations ou aux outils.

Troisièmement, il a été constaté que, durant le travail des élèves avec les outils, Bleu cherche à structurer la rencontre des élèves avec les enjeux conceptuels de l'activité. Cela ne se manifeste pas de la même manière dans les deux séances. D'abord, durant la première séance, l'enseignant laisse venir à lui les élèves en fonction de leur besoin

d'orientation ou de validation. Il leur donne alors certains indices en lien avec la paire de dés et la roulette. Cependant, la gestion évasive qu'il fait du travail effectué par les élèves avec la bouteille le laisse en marge des enjeux conceptuels inhérents à la perspective probabiliste fréquentielle. Cette gestion évasive est probablement une conséquence du changement de dernière minute qu'a fait Bleu de ne pas dévoiler le contenu de la bouteille, qui ne lui a pas permis de se préparer à intervenir au regard de la perspective probabiliste fréquentielle. Durant la seconde séance, il se promène plutôt d'une équipe à l'autre. Ce faisant, il intervient de différentes manières pour orienter didactiquement le travail des élèves et les conclusions qu'ils en tirent, notamment en commentant les résultats des équipes ou en exigeant l'utilisation de fractions et de pourcentages pour exprimer le nombre de fois où une bille noire a été tirée lors des différentes vagues d'essais.

Quatrièmement, nous avons vu que Bleu intervient pour structurer, sur le plan didactique, le retour et l'institutionnalisation à la fin de chacune des deux séances de l'activité. Pour la paire de dés et la roulette, l'enseignant part de la piste fournie par l'élève et il réalise lui-même la démonstration de la stratégie inscrite dans une perspective probabiliste théorique, qui est évoquée. Il donne le ton aux échanges et il guide l'élève à l'aide de questions précises dans sa présentation de la stratégie. Il reste dans une perspective probabiliste théorique et il met l'accent sur l'expression des résultats en fractions et en pourcentages.

Pour le retour sur le travail réalisé avec la bouteille, l'enseignant est forcé d'aller vers la perspective probabiliste fréquentielle, car il n'est pas possible de dénombrer les cas favorables et possibles sans connaître le contenu de la bouteille. Lors de la première séance, Bleu reste d'abord en marge des enjeux conceptuels liés à cet outil, alors qu'il amène quelques élèves à présenter les stratégies employées dans le travail avec la bouteille, mais sans chercher à les questionner ou à remettre en doute leurs conclusions. Puis, il pointe la nécessité d'effectuer un grand nombre d'essais pour arriver à dégager une tendance quant à la probabilité de gagner avec cet outil, et c'est vers cela que sera orientée la séance du lendemain. Lors de cette seconde séance, l'enseignant guide les élèves dans leurs réflexions

sur les données issues des essais. De plus, il institutionnalise le passage des données (la fréquence de billes noires tirées) à la formulation d'une hypothèse sur sa composition (et donc sur la probabilité théorique associée).

Cinquièmement, il a été remarqué que, lors de l'étape d'intégration, l'enseignant guide les élèves à l'aide de questions précises dans la présentation de leurs stratégies et il insiste pour que les probabilités de gagner soient exprimées en pourcentage. La réflexion conceptuelle mise de l'avant par Bleu dans ce dernier temps de l'activité se situe exclusivement sur le plan d'une perspective probabiliste théorique, alors que rien n'est dit sur les probabilités fréquentielles ou en lien avec une situation comme celle de la bouteille.

#### 4. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES

Dans la section précédente, nous avons caractérisé les interventions didactiques de Bleu. La présente section vise maintenant à cerner les interventions réalisées plus spécifiquement auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques ainsi qu'à situer ces interventions par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques au sein de la classe. Nous verrons que les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques sont différentes à certains égards de celles offertes aux autres élèves de la classe, notamment sur le plan quantitatif. De plus, nous serons à même de constater que, sur le plan qualitatif, certaines interventions de Bleu faites dans les moments de plénières pourraient spécifiquement profiter aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.



#### 4.1 Une analyse quantitative des interventions<sup>54</sup> faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques

Dans l'idée d'ériger un portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité, nous avons recours à une analyse quantitative à la fois descriptive et inférentielle des interventions de Bleu. Nous nous interrogeons sur les conditions didactiques offertes par Bleu aux élèves en difficulté en mathématiques sous trois angles différents, qui se résument par trois questions :

- Quelle part des interventions faites par Bleu durant l'activité les élèves jugés en difficulté en mathématiques reçoivent-ils?
- Quels types d'interventions Bleu fait-il auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques?
- Quand les interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques surviennent-elles?

##### 4.1.1 La part des interventions dédiées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques

Considérant que les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques découlent entre autres des interventions faites par Bleu, nous avons cherché à connaître la part des interventions faites par Bleu destinées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Pour ce faire, nous allons explorer deux pistes : a) le nombre

---

<sup>54</sup> Rappelons que, dans le cadre de notre analyse, une intervention de l'enseignant constitue une unité de sens utilisée dans l'analyse des actions et du discours de ce dernier. Elle est délimitée par le type de phrase qu'il emploie (interrogative, affirmative ou répétitive) et par les intentions présumées qui guide son action. Une intervention peut être d'une longueur d'une phrase ou plus et un tour de parole de l'enseignant peut inclure plusieurs interventions. Une intervention se caractérise également par le moment où elle survient (Est-elle faite avant, pendant ou après le travail des élèves avec les outils?), par le contexte dans lequel elle survient (Est-elle faite en plénière, en petite groupe ou en individuel? Est-elle destinée à un élève, à un petit groupe d'élèves ou à l'ensemble du groupe? Est-elle faite auprès d'un élève jugé en difficulté en mathématique?). Elle se caractérise également par le ou les situations probabilistes qu'elle évoque (Est-elle liée à un ou des outils? Évoque-t-elle une autre situation probabiliste?). Sur le plan technique, le codage visant à caractériser la nature des interventions faites par l'enseignant s'est fait à partir de 4 métacodes et de 22 sous-codes (voir l'annexe F).

d'interventions faites par Bleu auprès de chacun des élèves jugés en difficulté en mathématiques; b) la comparaison de la proportion des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et de la proportion d'élèves regroupés dans cette catégorie d'élèves.

Dans un premier temps, la figure 28 présente le nombre d'interventions faites par Bleu auprès de chacun des élèves de la classe présents lors de l'activité. Soulignons que les bandes noires sont associées aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques tandis que les bandes blanches correspondent aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

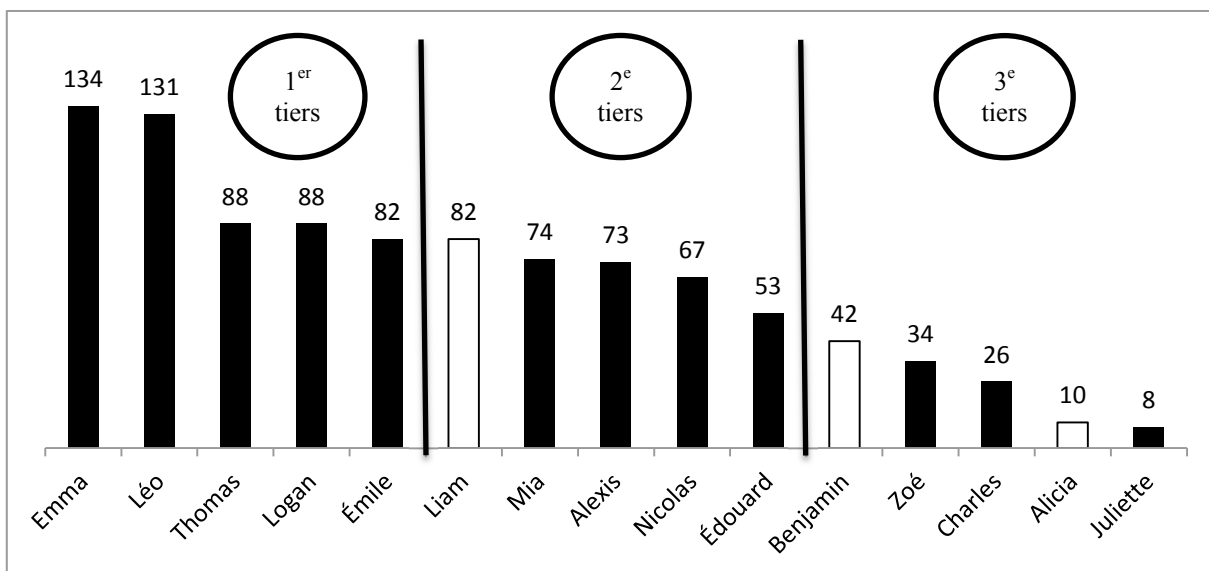


Figure 28. Les interventions faites par Bleu auprès des É.tous<sup>55</sup>

En regardant la distribution des interventions faites par Bleu auprès de tous les élèves de la classe, il apparaît que deux des trois élèves jugés en difficulté en mathématiques se retrouvent dans le troisième tiers, à savoir Benjamin<sup>56</sup> et Alicia.

<sup>55</sup> Les expressions É.nondiff et É.difficulté sont respectivement employées pour faire référence aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques et aux élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques.

<sup>56</sup> Un échange qui survient durant le préambule génère au moins cinq interventions de Bleu auprès de Benjamin. Sauf que celui-ci est ciblé à la suite d'un tirage au sort pour savoir qui va tirer avec l'arc et les flèches. Ce n'est donc pas Bleu qui choisit d'interpeler cet élève jugé en difficulté en mathématiques, mais

Toutefois, Liam, qui est ex aequo avec Émile pour le nombre d'interventions reçues, se trouve entre le premier et le deuxième tiers de la distribution. Cela dit, il est possible de soutenir que les élèves jugés en difficulté en mathématiques font l'objet de moins d'interventions que la plupart des autres élèves de la classe, avec seulement un élève dans la première moitié de la distribution et deux élèves dans la seconde moitié de la distribution.

Dans un deuxième temps, nous avons voulu savoir si la proportion des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques est équivalente à la proportion du nombre d'élèves de la classe qu'ils représentent. Dans ce sens, le tableau 20 montre les interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématique au regard de la répartition des élèves de la classe dans ces deux catégories d'élèves.

Tableau 20

Les interventions faites par Bleu auprès des É.nondiff et des É.difficulté

		Répartition	Interventions
É.nondiff	Effectif	12	858
	%	80,0 %	86,5 %
É.difficulté	Effectif	3	134
	%	20,0	13,5
É.tous	Effectif	15	992
	%	100,0 %	100,0 %

Ce tableau montre que les proportions d'interventions sont relativement proches des proportions du nombre d'élèves qu'elles représentent. Toutefois, il est possible de constater que la proportion d'interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté est légèrement inférieure à la proportion du nombre d'élèves que représente cette catégorie d'élèves.

---

cela a néanmoins un impact sur le nombre d'interventions faites par l'enseignant auprès de lui. Cela dit, nous avons maintenu ses interventions dans l'analyse, puisqu'elles ont été faites auprès de Benjamin, malgré le contexte.

### **Ce que nous retenons...**

Nous retenons donc que, dans le cadre de l'activité, les élèves jugés en difficulté en mathématiques ne semblent pas recevoir une part proportionnelle des interventions de Bleu au nombre d'élèves inclus dans cette catégorie d'élèves.

Nous investiguerons maintenant les interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Pour ce faire, nous réalisons deux croisements statistiques afin de mieux comprendre les types d'interventions qui sont faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques ainsi que les moments où surviennent ces interventions.

#### *4.1.2 Les interventions faites avant, pendant et après le travail avec les outils*

Avec le premier croisement statistique, nous avons cherché à répondre à la question suivante : y a-t-il une différence significative dans les interventions faites par Bleu auprès des deux catégories d'élèves en fonction des trois moments de l'activité? Nous avons donc voulu savoir si les moments de l'activité influencent les interventions faites par Bleu auprès des deux catégories d'élèves. Ce croisement prend forme dans le tableau 21, qui est un tableau croisé impliquant la variable de la catégorie d'élèves, ainsi que la variable des interventions faites par Bleu à chacun des trois moments de l'activité<sup>57</sup>.

---

<sup>57</sup> L'activité de Bleu est particulière dans la mesure où elle s'est déroulée sur deux séances. Conséquemment, elle présente six temps, à savoir deux « avant », deux « pendant » et deux « après » le travail des élèves avec les outils. Aux fins de l'analyse statistique, nous avons regroupé les interventions faites dans les deux temps « avant », dans les deux temps « pendant » et dans les deux temps « après ».

Tableau 21

Les interventions faites par Bleu auprès des É.nondiff, des É.difficulté et des É.tous aux trois moments de l'activité

		Catégories d'élèves			
		É.nondiff (n=12)	É.difficulté (n=3)	É.tous (n=15)	
Moment de l'activité	Avant	Effectif	313	51	363
		%	36,4 %	37,8 %	36,6 %
	Pendant	Effectif	298	65	364
		%	34,8 %	48,6 %	36,7 %
	Après	Effectif	247	18	265
		%	28,8 %	13,5 %	26,7 %
Total	Effectif	858	134	992	
	%	100,0 %	100,0 %	100,0 %	

Un test de khi-2, qui a été réalisé sur les valeurs exprimées en pourcentage, montre que les écarts de proportion observés sont suffisants pour rejeter l'hypothèse nulle ( $\chi^2=7,62$ ,  $p=0,022$ ,  $ddl=2$ )<sup>58</sup>. Les résultats suggèrent qu'il y a une différence significative entre les proportions d'interventions faites auprès des deux catégories d'élèves aux différents moments de l'activité.

Ces différences entre les proportions d'interventions faites par Bleu auprès des deux catégories d'élèves aux différents moments de l'activité semblent être de deux ordres. D'abord, les proportions d'interventions survenues avant le travail avec les outils et adressés respectivement aux deux catégories d'élèves sont très proches, ce qui nous amène à dire que la différence ne se situe pas sur ce plan. La proportion des interventions adressées aux élèves jugés en difficulté en mathématiques pendant le travail avec les outils est plus grande que celle adressée aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Enfin, la proportion des interventions adressées aux élèves jugés en

<sup>58</sup> Ces trois nombres sont les valeurs à considérer dans la réalisation d'un test de khi-2 afin de déterminer si l'hypothèse nulle d'absence de différence statistiquement significative doit être rejetée ou non. Le «  $\chi^2$  » est la valeur de khi-2, le « p » est le degré de signification de cette valeur de khi-2, ainsi que le « ddl » est le degré de liberté par rapport auquel doit être interprété la valeur de khi-2 pour arriver à identifier son degré de signification.

difficulté en mathématiques après le travail avec les outils est moindre que celle adressée aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

Il faut donc retenir que, dans le cadre de l'activité, Bleu intervient surtout avant et pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques; les interventions qu'il fait auprès de cette catégorie d'élèves sont plus rares après le travail avec les outils. De plus, soulignons qu'au regard de la répartition des interventions faites entre les deux catégories d'élèves, une majorité des interventions faites après le travail avec les outils est faite auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. En effet, 247 des 265 (environ 93 %) interventions faites par Bleu après le travail des élève avec les outils l'ont été auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté, alors qu'ils ne représentent que 80 % (12 sur 15) des élèves de la classe.

Est-il possible que les résultats de nos calculs s'expliquent par le fait que l'enseignant choisisse de ne pas autant attribuer la parole aux élèves jugés en difficulté en mathématiques après le travail avec les outils? Il pourrait agir de la sorte, par exemple, par souci d'efficacité et d'économie dans le cadre du retour et de l'institutionnalisation, dans la mesure où leurs stratégies et solutions seraient présumées moins justes et pertinentes sur les plans mathématique et didactique, ainsi que leurs interventions moins claires et précises. Toutefois, gardons en tête que ce n'est pas toujours l'enseignant qui initie les échanges. La différence dans les proportions d'interventions faites auprès des deux catégories d'élèves pourrait donc aussi s'expliquer par le fait que les élèves jugés en difficulté en mathématiques se manifestent tout simplement moins après le travail avec les outils.

Nous verrons plus loin que, d'une certaine façon, Bleu semble se rendre compte du fait que les élèves jugés en difficulté en mathématiques (surtout Benjamin et Alicia) ont tendance à ne pas se manifester beaucoup. Pour cette raison, il choisit de les interpeler délibérément à plusieurs moments.

#### 4.1.3 Les types d'interventions faites durant l'activité

Avec le second test statistique, nous avons voulu voir s'il y a une différence significative entre le type d'intervention faites auprès des différentes catégories d'élèves par Bleu. Nous avons donc cherché à savoir si le fait que Bleu s'adresse à un élève jugé ou non en difficulté en mathématiques influence le type d'interventions qu'il fait. Le tableau 22 est un tableau croisé impliquant la variable du type d'interventions faites par Bleu durant l'activité et la variable de la catégorie d'élèves.

Tableau 22

Les types d'interventions que fait Bleu auprès des É.nondiff et des É.difficulté

		Catégories d'élèves			
		É.nondiff (n=12)	É.difficulté (n=3)	É.tous (n=15)	
Types d'intervention	Questionner	Effectif %	326 38,0 %	50 37,3 %	376 37,9 %
	Affirmer	Effectif %	354 41,3 %	55 41,0 %	409 41,2 %
	Reformulation et autres choses	Effectif %	178 20,7 %	29 21,6 %	207 20,9 %
Total		Effectif %	858 100,0 %	134 100,0 %	992 100,0 %

Ce tableau permet de mettre en lumière la grande similitude des pourcentages associés aux types d'interventions faites auprès des différentes catégories d'élèves par Bleu. D'ailleurs, un test du khi-2 réalisé sur ces valeurs montre que les écarts de proportion ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle ( $\chi^2=0,04$ ,  $p=0,980$ ,  $ddl=2$ ). Les résultats suggèrent donc qu'il n'y a pas de différence significative entre les types d'interventions faites auprès des différentes catégories d'élèves par Bleu. Nous pouvons donc penser que le fait que l'enseignant s'adresse à un élève qu'il juge ou non en difficulté en mathématiques n'influence pas le type d'intervention durant l'activité.

## **4.2 Une analyse qualitative des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques**

Dresser un portrait des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques va au-delà d'une simple analyse quantitative. En ce sens, nous réalisons maintenant une analyse qualitative des interventions de Bleu auprès de ces élèves. Celle-ci viendra enrichir et nuancer les constats énoncés à la lumière de l'analyse quantitative présentée précédemment.

D'une certaine manière, Bleu semble préoccupé par la participation de tous les élèves, incluant ceux jugés en difficulté en mathématiques, dans les différents moments de l'activité. Nous verrons que Bleu met en œuvre des mesures de nature pédagogique qui ont pour effet de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. Ces mesures nous semblent pouvoir contribuer à expliquer la dispersion relativement faible dans l'ensemble de la classe au regard des interventions faites par Bleu auprès des différents élèves. Ainsi, l'enseignant semble vouloir s'assurer que tout le monde ait la chance d'interagir et que tous soient l'objet d'un minimum d'interventions de sa part par le biais de ces mesures. Elles sont de deux natures, à savoir a) celles qui sont adressées en particulier aux élèves jugés en difficulté en mathématiques et b) celles destinées à l'ensemble du groupe. Ces mesures constituent des éléments importants caractérisant les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité.

### *4.2.1 Les interventions faites spécifiquement auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques*

Nous avons repéré trois types de mesures que Bleu met en œuvre auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et qui nous semble avoir pour effet de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les



interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. Par ces mesures, Bleu interpelle spécifiquement un élève, il vérifie ponctuellement l'avancement des travaux et il met en œuvre un étayage plus directif.

#### 4.2.1.1 L'interpellation spécifique d'un élève

Durant les échanges en plénière dans le cadre de l'activité, Bleu interpelle parfois spécifiquement les élèves jugés en difficulté en mathématiques, et ce, même si leurs interventions ne contribuent pas toujours effectivement à l'avancement de la réflexion collective. Cette interpellation prend deux formes pour les élèves jugés en difficulté en mathématiques, selon que l'enseignant accorde la parole à un élève lorsqu'il la demande ou qu'il l'interpelle sans que l'élève ait demandé la parole.

Dans le cadre des échanges en plénière, il arrive que l'enseignant donne la parole à un élève jugé en difficulté en mathématiques lorsqu'il la demande alors que plus d'un élève lève la main pour intervenir. Il semble donc que Bleu ne cherche pas à favoriser systématiquement les interventions des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques dans ce contexte. Il semble qu'il s'assure plutôt d'offrir à tous les élèves la possibilité de contribuer à la réflexion collective.

Parmi les élèves jugés en difficulté en mathématiques, Liam est celui qui demande la parole le plus fréquemment durant les plénières. Dans ses interventions, l'élève présente parfois des éléments intéressants et des réflexions pertinentes, mais il lui arrive également de faire des interventions dont la pertinence nous semble pouvoir être remise en doute.

Un exemple d'intervention peu pertinente de Liam est lié à un échange qui survient durant le retour sur le travail des élèves avec les outils à la fin de la première séance. Alors que le retour sur la paire de dés vient d'être réalisé, Bleu souhaite enchaîner vers le retour sur un deuxième outil. Il accorde alors la parole à Liam, alors que celui-ci la demande en même temps que quelques élèves. L'élève hésite, semble confus et n'aboutit à rien.

L'enseignant, qui ne semble pas s'en formaliser, passe simplement le relais à un autre élève.

- Bleu :** Vas-y, Liam, tiens.  
**Liam\* :** La bouteille.  
**Bleu :** La bouteille, tu trouvais ça facile? Pourquoi?  
**Liam\* :** Bien, tu avais besoin de faire... Bien comme euh... Non, les dés.  
**Bleu :** Les dés, on vient de les faire.  
**Liam\* :** (En parlant de la roulette.) Le cercle.  
**Bleu :** Oui, le cercle, pourquoi?  
**Liam\* :** Bien, c'est à cause que... Je ne sais pas comment expliquer ça.  
**Bleu :** Bien essaie.  
**Liam\* :** Passe ça à quelqu'un d'autre.  
**Bleu :** Ok, rapidement, très rapidement, Alexis.

(Enregistrement en classe, lignes 1130 à 1140)

Cette intervention faite par Bleu pour donner la parole à Liam a lieu dans un retour pour lequel le temps manque, comme nous l'avons mentionné. Toutefois, plutôt que de donner la parole à un élève jugé fort en mathématiques, ce qui aurait pu s'avérer économique sur le plan didactique, l'enseignant décide d'ouvrir un espace pour que cet élève jugé en difficulté en mathématiques puisse contribuer à la réflexion collective.

D'ailleurs, ce type d'intervention arrive à quelques reprises durant l'activité pour Liam. Nous avons alors l'impression que l'élève souhaite plus obtenir le droit de parole que la possibilité d'exprimer une idée. Lorsqu'il a obtenu le droit de parole, il ne semblait pas trop savoir quoi dire. Devant l'hésitation et la confusion de l'élève, l'enseignant prend quand même la peine de lui laisser deux occasions de se reprendre, alors que celui-ci passe de la bouteille à la paire de dés, puis de la paire de dés à la roulette. De plus, l'enseignant n'hésite pas à lui donner à nouveau la parole un peu plus tard durant l'activité. Pour nous, une telle ouverture dénote le droit à l'erreur ou à l'hésitation dans la classe de Bleu.

Cela dit, Liam ne fait pas que des interventions dont la pertinence nous semble pouvoir être remise en doute. Liam présente aussi des éléments intéressants et une réflexion pertinente lors d'un échange qui survient au début de la seconde séance. Il est alors question de récapituler le travail fait la veille. Les probabilités de gagner associées à la paire de dés et à la roulette viennent d'être rappelées, et Bleu enchaine avec un retour sur la réflexion développée la veille au sujet de la bouteille. Il fait d'abord parler Emma, qui rappelle les grandes lignes de cette réflexion, puis il demande si quelqu'un souhaite ajouter quelque chose en lien avec cette intervention. L'enseignant accorde la parole à Liam alors que celui-ci la demande en même temps que quelques autres élèves. L'élève expose une réflexion pertinente au regard de la question abordée.

- Bleu :** Il nous reste notre fameuse bouteille mystère. Comment on avait conclu la journée d'hier avec la fameuse bouteille mystère? Emma, je suis curieux de t'entendre.
- Emma :** Qu'on ne pouvait pas vraiment le savoir, mais à force de le faire, on aurait... On se rapprocherait de la réponse, mais on ne pourrait pas être sûr.
- Bleu :** Avez-vous compris la réponse d'Emma? Redis donc ça, voir.
- Emma :** Bien que on ne peut pas le savoir vraiment, mais à force de le faire, on peut remarquer qu'on se rapproche.
- Bleu :** Qu'on se rapprocherait...
- Emma :** D'une régularité?
- Bleu :** D'une régularité? C'est excellent ce que t'as dit. Qui comprend bien ce qu'Emma veut dire, puis qui voudrait le reformuler en ses mots ou peaufiner un peu ce qu'elle a dit? Liam, vas-y donc.
- Liam\* :** Bien on pourrait jamais le savoir, à part si on ôte le tape, mais même si, mettons, tu le fais 500 fois, tu te rapprocherais de la réponse, mais ce serait jamais sûr parce que la bouteille (inaudible) il y a peut-être tout le temps une blanche qui fait ça. Admettons que tu fais 1 fois. [...] Tu fais 5 fois, ça peut être tout le temps la blanche qui revient. (Inaudible) tu peux jamais vraiment être sûr mais si, admettons, tu le fais plusieurs fois, tu peux juste te rapprocher un peu de la réponse.
- Bleu :** [...] Puis, je suis curieux de t'entendre, pourquoi on ne pourra jamais le savoir avec exactitude?
- Liam\* :** Parce que tu sais pas si, admettons, c'est tout le temps la

même qui fait... (Inaudible) La blanche ou bien la noire.

(Enregistrement en classe, lignes 1266 à 1277)

Dans cette récapitulation des éléments importants de l'activité dégagés la veille, l'enseignant aurait pu juger plus économique sur le plan pédagogique de donner la parole à un autre élève jugé fort en mathématiques. La réflexion sur la bouteille s'appuie sur plusieurs enjeux conceptuels, et l'enseignant aurait pu choisir de parier sur un second élève jugé fort en mathématiques pour tenter de l'exposer. Or, Bleu décide d'interpeler l'élève jugé en difficulté et, ce faisant, il crée un espace pour que celui-ci puisse contribuer à la réflexion collective. Du coup, il a accès à la compréhension qu'a l'élève de la réflexion développée la veille au sujet de la bouteille.

Par ailleurs, nous allons voir que Bleu n'attend pas toujours que les élèves demandent la parole pour les interpeler. Effectivement, il interpelle parfois des élèves sans que ceux-ci aient demandé la parole, et notamment des élèves jugés en difficulté en mathématiques.

L'extrait suivant constitue un exemple d'une telle intervention de Bleu à l'égard d'une élève jugée en difficulté en mathématiques. À la fin du préambule, Bleu amène les élèves à comparer deux situations. Une des deux situations est liée à une collection de cure-dents. Cette dernière est composée de 75 cure-dents de 5 couleurs différentes. Bleu établit qu'on gagne lorsqu'on pige un cure-dent jaune et il mentionne qu'il y a 10 cure-dents jaunes dans la collection. Il demande alors à la classe si quelqu'un pense être capable de calculer la probabilité de piger un cure-dents jaune. Plusieurs élèves lèvent la main, mais il interpelle Alicia, qui n'a pourtant pas demandé la parole et qui ne semble pas très attentive.

**Bleu :** Êtes-vous capables de me dire c'est quoi la probabilité que je pige un jaune? Lève la main si tu penses que tu es capable. (Plusieurs élèves lèvent la main.) Bien, dis-moi-le c'est quoi. Alicia, as-tu une idée? (L'élève donne de façon non verbale une réponse négative.) (En pointant un autre élève.) Édouard?

(Enregistrement en classe, ligne 460)

Par son intervention, il nous semble que Bleu cherche à amener Alicia à prendre part à la discussion de groupe en cours dans la classe. Celle-ci nous semble avoir une personnalité timide et réservée, ce qui pourrait expliquer le fait qu'elle ne demande pas souvent la parole en plénière. L'enseignant souhaite peut-être lui offrir l'occasion d'exprimer ses idées. Cela permettrait alors à Bleu d'avoir accès à une partie de la compréhension de l'élève sur le calcul d'une probabilité théorique. Il se peut aussi que l'enseignant cherche simplement à la ramener dans le coup, alors qu'elle ne semble pas très attentive à la réflexion en cours. Dans un cas comme dans l'autre, nous estimons que cette intervention témoigne du fait que l'enseignant est attentif aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Dans ce sens, il cherche à stimuler leur engagement dans l'activité et à les amener à contribuer à la réflexion collective.

#### 4.2.1.2 La vérification ponctuelle de l'avancement des travaux

Comme il a été vu, Bleu laisse les élèves venir à lui en fonction de leur besoin d'orientation et de validation durant leur travail avec les outils dans le cadre de la première séance. Ce sont donc les élèves qui initient les échanges avec l'enseignant, ce qui a pour conséquence que l'enseignant ne peut porter un regard que sur le travail des élèves qui le souhaitent. Or, il arrive que Bleu s'écarte de ce mode général d'intervention pour interpeler spécifiquement un élève. L'enseignant semble intervenir de la sorte dans une perspective de vérification ponctuelle de l'avancement de ses travaux dans le cadre de son travail avec les outils.

Un exemple de ce type d'intervention survient pendant un échange avec l'équipe de Charles, Nicolas et Benjamin au sujet de leur travail avec les outils. Bleu interrompt Charles et interpelle Liam : « Liam, tu viens m'expliquer tes affaires le prochain. Merci ». Bleu a probablement remarqué que Liam n'était pas en train de travailler avec les outils<sup>59</sup>. Il choisit donc de le convoquer dans la perspective de vérifier ponctuellement l'avancement de son travail. Dans ce sens, une fois terminé l'échange avec l'équipe, Bleu fait venir Liam, comme prévu, pour qu'il vienne lui présenter le fruit de son travail avec chacun des outils. Cette intervention survient explicitement dans le but de recadrer ou de provoquer le retour au travail de cet élève jugé en difficulté en mathématiques, alors que l'enseignant constate de loin certains comportements de désengagement. Ainsi, en interpellant Liam, Bleu est en mesure d'échanger avec l'élève au sujet de la bouteille et de la paire de dés. Ils manqueront toutefois de temps pour discuter du travail de l'élève avec la roulette, car l'enseignant décide de faire la transition vers le retour sur le travail avec les outils. Du coup, l'enseignant a accès à la compréhension qu'a su dégager cet élève de son travail avec les outils, ainsi qu'il fait cesser les comportements inappropriés de l'élève dans le cadre du travail avec les outils.

#### 4.2.1.3 Un étayage plus directif

L'échange entre Bleu et Liam au sujet de la paire de dés est singulier dans la mesure où l'enseignant y offre un étayage particulièrement directif à l'élève. Liam et l'enseignant discutent du travail réalisé par l'élève avec la bouteille et la paire de dés. Dans ce contexte, Bleu accompagne l'élève jugé en difficulté en mathématiques dans son travail avec la paire de dés. Il intervient pour guider Liam vers la réalisation d'un arbre des probabilités dans le cadre d'un échange survenu pendant le travail avec les outils durant la première séance.

---

<sup>59</sup> À ce moment, Liam était effectivement en train de faire autre chose que de travailler. Il se promenait dans la classe en discutant avec les autres élèves et quelques instants plus tôt, il était assis dans un hamac au fond de la classe et il lisait un livre.

- Liam\*** : Ça ici, pour les dés, t'as... Si, mettons, on les lâche...  
[...] Bien tu as 2 chances d'avoir 5, je pense, c'est ça?  
Tu as 2 chances. Ça fait que tu as le 1 avec le 4, ok?  
[...] Tu as le 2 avec le 3. [...] C'est tout.
- Bleu** : [...] Puis ça, est-ce que c'est la même chose? Le 3 avec  
le 2. (En faisant la réciproque des résultats avec les dés.)  
Regarde, moi, je fais ça de même.
- Liam\*** : C'est la même chose.
- Bleu** : C'est la même chose?
- Liam\*** : Oui.
- Bleu** : Comment tu pourrais me démontrer ça à l'aide d'un  
graphique, d'un arbre, d'un diagramme?
- Liam\*** : Je ne sais pas.
- Bleu** : (En lançant un dé.) C'est quoi les possibilités que tu as  
en tirant ça?
- Liam\*** : Bien tu as soit 1, 2, 3, 4.
- Bleu** : Bon, marque-moi ça. C'est quoi les possibilités. Ça, c'est  
ton 1<sup>er</sup> jet. Alors si tu tires 1, c'est quoi les possibilités  
que tu as après?
- Liam\*** : Tu peux avoir 2, 3, 4.
- Alexis** : Tu peux avoir 1 aussi.
- Bleu** : Je peux-tu avoir un 1 sur mon 2<sup>e</sup> dé aussi?
- Liam\*** : T'as 1. Après tu vas avoir 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4. Tout le  
temps de même.
- Bleu** : Parfait, fais-le. [...]

(Enregistrement en classe, lignes 1077 à 1097)

Dans la poursuite de l'échange, l'enseignant encourage ensuite Liam à encercler les cas favorables, c'est-à-dire les quatre sommes de 5 pouvant être obtenues avec les deux dés à quatre faces. Enfin, il demande à l'élève de dénombrer les cas favorables (chances) et les cas possibles (les possibilités) et il les formule lui-même sous forme d'une fraction, où le nombre de cas favorables est au numérateur et le nombre de cas possibles est au dénominateur.

Toujours dans l'échange qui précède, Bleu guide l'élève à l'aide de questions précises sur l'élaboration de l'arbre des probabilités visant à calculer la probabilité théorique de gagner associée à la paire de dés. Pour ce faire, la porte d'entrée empruntée par l'enseignant est encore une fois les deux cas réciproques. Il s'agit d'un véritable

accompagnement au pas-à-pas pour guider l'élève à chacune des étapes : 1) choisir de recourir à un arbre des probabilités; 2) énoncer tous les résultats possibles avec le premier dé; 3) énoncer tous les résultats possibles avec le second dé; 4) identifier les cas favorables parmi les cas possibles et 5) formuler une probabilité théorique de gagner avec cet outil.

L'étayage offert par l'enseignant dans cet échange s'avère, à nos yeux, plus directif que dans le reste de l'activité. Nous estimons ainsi que Bleu suggère – mais sans donner directement – la marche à suivre pour élaborer l'arbre des probabilités, et ce, pour éviter le tâtonnement et les erreurs. Dans ce sens, nous jugeons que les interventions faites par Bleu dans cet échange sont proches de l'effet Topaze tel que défini par Brousseau (1998).

Enfin, il semble possible de se demander pour quelles raisons l'enseignant choisit d'offrir un étayage aussi directif à cet élève et à ce moment de l'activité. Se peut-il que ce soit parce qu'il considère nécessaire d'être plus directif avec Liam, par exemple en raison de ses caractéristiques et des difficultés qu'ils rencontrent (dans le cadre de l'activité ou généralement dans l'apprentissage des mathématiques)? Ou encore, est-ce parce que l'enseignant est pressé par le temps et qu'il souhaite débiter le retour immédiatement après son échange avec Liam? Ce manque de temps ne lui offre pas la possibilité de faire comme avec les autres élèves et de renvoyer Liam à sa place pour qu'il travaille sur l'élaboration d'un arbre des probabilités, puis que celui-ci revienne le voir pour valider son travail. Des indices pointent dans cette direction, notamment quand l'enseignant mentionne avant et pendant l'échange avec Liam qu'il est nécessaire de débiter sous peu le retour sur le travail avec les outils.

#### *4.2.2 Les interventions destinées à tout le groupe*

Nous avons repéré trois types d'interventions destinées à tout le groupe, mises en œuvre par Bleu dans le cadre de l'activité et qui semblent avoir pour effet de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. Il s'agit de mesures



visant la recherche d'un minimum d'élèves prêts à intervenir, le changement forcé de locuteur et le tour de table.

#### 4.2.2.1 La recherche d'un minimum d'élèves prêts à intervenir

Lorsque Bleu lance une question à la classe, il ne se contente pas toujours de la réaction de quelques élèves qui lèvent la main pour signaler qu'ils ont une réponse à proposer et qu'ils souhaitent intervenir. En effet, il arrive qu'à la suite d'une question, l'enseignant exige un minimum de mains levées avant de donner la parole à un élève où d'enchaîner avec la suite de la discussion. Par une telle mesure, il nous semble que Bleu cherche à ne pas systématiquement donner la parole aux élèves qui lèvent rapidement – et probablement à tout coup – la main pour obtenir la parole et pouvoir répondre aux questions lancées par l'enseignant dans les échanges en plénière. En ce sens, le fait que Bleu force, en quelque sorte, les élèves à lever la main – et en conséquence, à réfléchir à une réponse – amène probablement des élèves moins portés à chercher le droit de parole à lever la main pour proposer d'offrir une réponse.

Comme exemple de ce type d'intervention de Bleu, prenons un échange qui survient durant le préambule de l'activité, durant lequel a cours une discussion sur la situation de l'arc et des flèches. Durant cet échange, Bleu demande aux élèves de proposer une démarche permettant de déterminer les probabilités associées au fait de tirer sa photo, sachant que sa photo est plus petite que celles des élèves et donc, que la probabilité de tirer sur son portrait est nécessairement plus petite que 1 sur 6.

**Bleu :** [...] Je ne veux pas que vous me donniez la réponse. Je veux que vous me donniez une démarche qui vous permettrait mathématiquement de me donner une probabilité (pointant les photos) avec ça, ici. Là, j'ai 3 mains levées, ah, 5, j'en voudrais un minimum de 8. Je ne veux pas que tu me donnes la probabilité de me tirer la flèche dessus, je veux que tu me donnes la démarche qui te permettrait de calculer cette probabilité-là. Comment tu pourrais faire?

(Enregistrement en classe, ligne 393)

Lorsque la question de Bleu est lancée, des élèves lèvent la main pour obtenir le droit de parole, mais Bleu compte à haute voix le nombre de mains levées et demande un minimum de personnes qui sont prêtes à obtenir la parole pour offrir une réponse à sa question. Plusieurs élèves lèvent alors la main, soit plus de huit personnes, ce qui amène Bleu à enchaîner en donnant la parole à Thomas, un élève jugé fort en mathématiques.

Ainsi, l'enseignant intervient pour sortir la majorité des élèves de leur posture passive ou de leur position d'attente pour les forcer à réfléchir et à se préparer à se commettre. Il se peut très bien qu'un ou des élèves lèvent la main sans avoir de véritable réponse à offrir à la question de l'enseignant et qu'ils se manifestent uniquement pour satisfaire l'enseignant. Ils rempliraient alors leur partie du contrat, mais en sachant fort bien qu'ils risquent peu d'être la personne désignée par l'enseignant. Nous pouvons penser que ce type d'intervention mis en œuvre par Bleu pourrait avoir un effet stimulant sur les élèves jugés en difficulté en mathématiques et sur d'autres élèves qui ne sont généralement pas actifs ou prêts à intervenir en plénière. D'ailleurs, dans le deuxième exemple, l'enseignant passe effectivement la parole à un élève de cette dernière catégorie.

#### 4.2.2.2 Le changement forcé de locuteur

Durant le travail des élèves avec les outils au cours de la première séance, le mode général d'intervention de Bleu consiste à laisser les élèves venir à lui en fonction de leur besoin d'orientation et de validation. Il prend donc place à une table où les élèves viennent

le rencontrer. Ceux-ci travaillent au sein d'équipes formées à leur guise. Ces équipes sont hétérogènes, dans la mesure où le niveau mathématique des élèves n'est pas toujours le même. Dans ce contexte, l'enseignant exige des équipes que ce ne soit pas toujours le même élève qui prenne la parole lors des échanges dans ce cadre. Il force donc un changement de locuteur au sein des équipes lors des échanges avec lui. Par une telle mesure, il nous semble que Bleu cherche à ne pas systématiquement donner la parole aux élèves qui veulent souvent intervenir dans les échanges, que ce soit pour présenter le travail de l'équipe, pour répondre à une question de l'enseignant ou encore pour poser une question.

Un premier exemple de ce type d'intervention de Bleu survient lors d'un échange avec l'équipe de Charles, Benjamin et Édouard, alors que les élèves viennent pour présenter à l'enseignant le fruit de leur travail avec les outils. Le départ de l'élève jugé fort en mathématique provoque une intervention de Bleu, qui place les deux autres élèves de l'équipe sur le devant de la scène et les force à prendre le relais.

- Bleu :** (En s'adressant à Charles et à Benjamin) Bon, moi, les gars, je vois 3 réponses.
- Benjamin\* :** Sans calculs.
- Bleu :** Ok, puis vous avez encerclé celle qui, selon vous, était celle qui donnait le plus de chances. Je vois ça, mais maintenant, je veux que vous m'expliquiez votre démarche.
- Charles :** Attends un peu, là... (inaudible)... (Il part.)
- Bleu :** On a tout ce qu'il vous faut ici. (En s'adressant à Benjamin et Édouard) Je vous écoute les gars.
- Benjamin\* :** (En indiquant que Charles est parti.) Attends, là...
- Bleu :** Bien non, mais c'est Charles votre porte-parole officiel?
- Benjamin\* :** Non, sauf...
- Bleu :** S'il y a juste Charles qui est capable de l'expliquer, je vais parler juste avec Charles, je vais vous demander de le faire de votre bord.
- Benjamin\* :** Bien non...
- Bleu :** Ok, super, super, je t'écoute.
- Benjamin\* :** Bien, pour le cercle, on a calculé avec le rapporteur d'angles l'angle des parties rouges. Ça donné au moins 30 ou 33 % du cercle.

- Bleu :** Ok, puis comment tu es passé du cercle au pourcentage?  
**Benjamin\* :** (En hésitant.) Euh...  
**Édouard :** (En reprenant le flambeau et en indiquant la roulette.)  
 Bien, ça, c'est  $360^\circ$ .  
**Bleu :** Oui.  
**Édouard :** Puis on a fait la règle de 3, comme...  
**Bleu :** Ok, la règle de 3, ok.

(Enregistrement en classe, lignes 721 à 738)

Bleu refuse d'attendre que Charles revienne pour que l'échange avec l'équipe débute. Il confronte donc Benjamin et Édouard en leur disant qu'ils doivent être en mesure de prendre le relais dans de telles circonstances. C'est donc Benjamin, l'élève jugé en difficulté en mathématique, qui explique le travail de l'équipe avec le premier outil, à savoir la roulette. Édouard, un élève jugé moyen en mathématique, vient ensuite l'aider à pousser plus loin les explications.

Un second exemple de ce type d'intervention de Bleu survient lors d'un échange avec une équipe de quatre filles, à savoir Emma, Zoé, Mia et Juliette, qui viennent exposer à l'enseignant leur travail avec les outils.

- Bleu :** Vous êtes une équipe de 4?  
**Emma :** Oui.  
**Bleu :** Bon.  
**Zoé :** Bien, Mia (inaudible). Ça, c'est les réponses.  
**Bleu :** Puis si je prenais n'importe laquelle de vous 4, séparée, vous seriez capable de m'expliquer?  
**Deux filles :** Moi oui.  
**Les deux autres filles :** Moi, moyen.  
**Bleu :** Je vous écoute.  
**Emma :** N'importe qui?  
**Bleu :** Oui.  
**Emma :** [...] Bien là, on a fait notre arbre de dénombrement, puis on a écrit tous ceux qui donnaient 5.  
 [...] (Emma explique la stratégie employée par l'équipe pour déterminer la probabilité de gagner avec la paire de dés. Elle participe également à la discussion entourant la bouteille. À un certain moment, elle propose

- d'enchaîner sur la roulette.)
- Emma :** Bien on peut tu t'expliquer la roulette?
- Bleu :** Bien toi, tu ne peux pas.
- Emma :** Non?
- Bleu :** Non. Qui m'explique ça? Juliette, vas-y, je t'écoute.

(Enregistrement en classe, lignes 749 à 807)

Deux éléments ressortent de cet échange. D'une part, Bleu semble trouver trop grand le nombre d'élèves dans l'équipe. Il vérifie que les membres de l'équipe se sentent toutes individuellement capables de parler du travail avec les outils. Nous croyons qu'il cherche à sensibiliser les membres de cette équipe au fait que toutes doivent participer au travail et arriver à le comprendre, de telle sorte qu'elles puissent l'expliquer par la suite. En d'autres mots, il tente de stimuler la réflexion et l'autonomie de chacune des membres de l'équipe afin qu'elles soient toutes en mesure de travailler, de réfléchir et de prendre position dans le cadre de l'activité.

D'autre part, à la fin de l'échange, Bleu refuse que ce soit Emma, l'élève jugée forte en mathématiques, qui expose le travail de l'équipe avec un troisième outil. Cela s'explique par le fait qu'elle a pris beaucoup de place dans la présentation du travail de l'équipe pour les deux premiers outils. Bleu intervient donc pour forcer le changement de locuteur pour la présentation du reste du travail de l'équipe. Cela permet alors à Juliette, une élève jugée moyenne en mathématiques, mais qui semble timide et réservée, de prendre le relais pour exposer le travail de l'équipe avec le troisième et dernier outil, c'est-à-dire la roulette. Bleu vient donc s'assurer qu'elle puisse contribuer à la réflexion collective de son équipe, en même temps qu'il est à même de constater l'état de sa compréhension au regard du travail réalisé par son équipe avec l'outil.

#### 4.2.2.3 Un tour de table

À la fin de l'activité, lors du retour sur le travail effectué par les élèves avec la bouteille dans le cadre de la seconde séance, des discussions ont cours dans le but

d'interpréter les résultats des essais. Plusieurs élèves prennent la parole et exposent des réflexions qui finissent par mettre en relation les résultats obtenus à travers les essais réalisés avec la bouteille et la composition possible de celle-ci. L'hypothèse élaborée par le groupe – et entérinée par l'enseignant – est qu'il est fort possible que la bouteille contienne 1n-4b. Bleu demande alors à chacun des élèves de se prononcer quant au contenu de la bouteille. Il fait un tour de table et chaque élève prend position quant au contenu présumé de la bouteille à partir des résultats obtenus et des interprétations dégagées.

Par ce tour de table, nous estimons que l'enseignant cherche à voir ce que croient l'ensemble des élèves de la classe à la lumière des discussions et réflexions collectives. Il tente d'obtenir une vue d'ensemble de la compréhension des élèves à la lumière des explications exposées précédemment. Par cette mesure, Bleu aura notamment accès à la position des élèves jugés en difficulté en mathématiques, qui ont très peu pris la parole dans le cadre du retour sur le travail effectué avec la bouteille.

Cependant, l'enseignant demande simplement aux élèves de se prononcer sur la composition de la bouteille, mais il ne leur demande pas de justifier cette prise de position. Il n'a donc pas accès aux raisonnements, mais simplement à la prise de position des élèves. De plus, l'enseignant ne semble pas utiliser ses nouvelles connaissances sur la compréhension des élèves pour orienter la suite de l'activité. En effet, il choisit de répéter une dernière fois la conclusion où sont mis en relation la composition potentielle de la bouteille et les résultats des essais réalisés avec celle-ci. Il ne tente pas d'intervenir spécifiquement auprès des élèves qui croient que la bouteille contient 2n-3b.

### **4.3 Une synthèse de la section**

De cette section, nous retirons deux grands constats complémentaires qui permettent de dresser un portrait nuancé des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité probabiliste.

D'une part, à partir d'une analyse quantitative des interventions faites par Bleu dans le cadre de l'activité probabiliste, nous retenons que les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques semblent différentes de celles offertes aux autres élèves de la classe. Nos analyses statistiques descriptives ont permis de constater que les élèves jugés en difficulté en mathématiques font l'objet de moins d'interventions que la plupart des autres élèves de la classe.

Un croisement statistique impliquant la variable de la catégorie d'élèves et la variable des interventions faites par Bleu à chacun des trois moments de l'activité nous a aussi permis de montrer que Bleu intervient surtout avant et pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques; les interventions qu'il fait auprès de cette catégorie d'élèves sont rares après le travail avec les outils. Un croisement statistique nous a de plus permis de mettre en lumière la grande similitude entre les types d'interventions faites auprès des différentes catégories d'élèves par Bleu. En cette matière, il semble que le type d'intervention que fait Bleu n'est pas influencé par le fait qu'il s'adresse à un élève qu'il juge ou non en difficulté en mathématiques.

D'autre part, nous retenons de notre analyse qualitative des interventions faites par Bleu auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques que Bleu tente de s'assurer de la participation de tous les élèves, incluant ceux jugés en difficulté en mathématiques, dans les différents moments de l'activité. Cette analyse qualitative vient donc enrichir et nuancer les constats énoncés à la lumière de l'analyse quantitative. L'enseignant met en œuvre des mesures de nature pédagogique pour s'assurer de la participation de l'ensemble des élèves aux différents moments de l'activité, et pour réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. En ce sens, nous jugeons que ces mesures contribuent à expliquer la dispersion relativement faible dans l'ensemble de la classe au regard des interventions faites par Bleu auprès des différents élèves. L'enseignant semble vouloir s'assurer que tout le monde puisse intervenir et que tous puissent profiter d'un minimum d'intervention de sa part par le biais de ces mesures.

Ces mesures, adressées en particulier aux élèves jugés en difficulté en mathématiques ou destinées à l'ensemble du groupe, caractérisent selon nous les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre de l'activité. En fonction de leur nature, nous avons exposé qu'elles peuvent respectivement viser l'interpellation spécifique d'un élève, la vérification ponctuelle de l'avancement des travaux et l'apport d'un étayage plus directif, la recherche d'un minimum d'élèves prêts à intervenir, le changement forcé de locuteur ou la réalisation d'un tour de table.



## **SIXIÈME CHAPITRE**

### **LA DISCUSSION DES RÉSULTATS**

La discussion qui s’amorce permet de croiser et de comparer plusieurs éléments importants que font ressortir nos analyses du chapitre précédent. Dans ce cadre, notre but est triple. D’abord, nous revenons sur les quatre niveaux d’intervention didactique pour comparer les démarches respectives de planification et de réalisation du projet didactique de Bleu et d’Orange. Ensuite, nous faisons ressortir la difficulté liée à l’établissement d’un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique dans l’enseignement des probabilités. Enfin, nous mettons en lumière les particularités des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques durant la réalisation de l’activité. À travers la mise en exergue de ces constats, nous établirons des liens avec certains écrits scientifiques qui viennent éclairer les résultats de cette thèse.

#### **1. LES QUATRE NIVEAUX D’INTERVENTION DIDACTIQUE**

Les objectifs de cette thèse visaient à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par des enseignants de classe ordinaires du primaire pour l’enseignement des probabilités aux élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Dans nos analyses au regard de ces objectifs, le concept d’intervention didactique et les quatre niveaux, qui ont été élaborés dans les travaux de Vannier (2002, 2006), ont été convoqués.

Rappelons que le concept d’intervention didactique a été développé par Vannier pour décrire et comprendre le rôle de l’enseignant dans l’enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté. Les interventions didactiques telles que conceptualisées par l’auteure représentent les actions de tutelle de l’enseignant réalisées au regard d’objectifs d’enseignement-apprentissage et allant de la définition du projet didactique jusqu’à l’institutionnalisation des savoirs en jeu. Ces actions de tutelle sont liées à un modèle trifonctionnel de la tutelle en contexte scolaire qu’elle a élaboré. Dans

celui-ci, elle a retenu trois fonctions de la tutelle de l'enseignant qu'elle juge essentielles. Par la première fonction de tutelle, qui est la fonction d' enrôlement, l'enseignant tente d'amener l'élève à accepter de résoudre le problème. Par la deuxième fonction de tutelle, qui constitue la fonction de co-élaboration, l'enseignant cherche à s'assurer que l'élève puisse bénéficier d'une aide nécessaire, suffisante et adaptée dans sa résolution du problème. Par la troisième fonction de tutelle, qui correspond à la fonction d'assurance, l'enseignant veut assurer l'élève de sa propre compétence. À partir de ce modèle, l'auteure a défini quatre niveaux d'intervention didactique pour situer l'activité de tutelle de l'enseignant : 1) définir un projet didactique; 2) provoquer l'émergence du problème; 3) offrir une aide à la résolution et 4) favoriser l'entrée dans la culture mathématique.

En cohérence avec ces travaux, nous avons constaté que Bleu et Orange ont planifié et réalisé des projets didactiques différents pour l'enseignement des probabilités à partir d'une même ressource didactique. Nous allons voir que ces distinctions entre les deux projets didactiques que nos analyses ont permis de mettre en lumière sont de différentes natures et se manifestent à chacun des niveaux d'interventions didactiques. Ces distinctions permettent de dresser un portrait des interventions didactiques des enseignants qui se veut à la fois nuancé et proche des particularités conceptuelles des savoirs en jeu dans l'activité.

Nous revenons maintenant sur chacun des quatre niveaux pour comparer la démarche de planification et de réalisation du projet didactique respectif de ces deux enseignants.

### **1.1 Définir un projet didactique**

Selon Vannier (2002, 2006), le premier niveau d'intervention didactique consiste pour l'enseignant à choisir une situation pour enseigner un concept. Ainsi, en amont de l'interaction avec la classe, l'enseignant définit un projet didactique adapté aux élèves de la classe et organise la mise en scène de l'apprentissage visé et les conditions de l'activité de ses élèves.

Ce premier niveau d'intervention didactique est fortement orienté, d'une part, par la ressource que nous avons proposée aux enseignants et, d'autre part, par la tenue d'une rencontre préparatoire, au début de la démarche, durant laquelle certains enjeux probabilistes ont été explorés avec les enseignants. Toutefois, pour avoir accès, au moins dans une certaine mesure, à une lecture des interventions didactiques relatives à la définition du projet didactique des enseignants – c'est-à-dire en amont de la réalisation de l'activité – nous avons laissé deux latitudes importantes aux enseignants. Ces deux latitudes ont permis aux enseignants de modifier la ressource et de proposer l'activité planifiée au moment de leur choix dans le parcours d'apprentissage des élèves.

Les enseignants avaient la possibilité de modifier la ressource didactique afin de la rendre adaptée aux élèves de leur classe. Nos résultats montrent que c'est ce qu'ont fait les deux enseignants, qui ont effectivement apporté des modifications à la ressource. Ces modifications sont toutefois assez différentes.

Orange a apporté trois modifications à la ressource didactique dans la définition de son projet didactique. Premièrement, il a choisi de modifier la roulette en fournissant un pointeur laser aux élèves et en donnant des consignes pour faire tourner la roulette, ce qui l'a inscrit d'emblée dans une perspective probabiliste fréquentielle, alors qu'elle se trouvait à priori inscrite dans une perspective probabiliste théorique. Selon lui, le fait que la roulette ne tournait pas constituait une difficulté pour les élèves, et c'est pour prévenir cette difficulté potentielle qu'il a proposé une alternative. Cela semble cohérent avec son mode général d'intervention, qui était de questionner sur le nombre d'essais.

Deuxièmement, Orange a pris la décision d'inscrire son activité dans un contexte réel, à savoir un jeu de pari de points boni. Il a justifié en quelque sorte la pertinence de ce contexte à travers la nécessité d'éduquer les futurs citoyens que sont les élèves à faire des « bons choix », notamment au regard des jeux de hasard. Toutefois, un certain flou est maintenu tout au long de l'activité au regard de ce contexte. Ce flou découle à la fois du fait que les consignes et les détails liés au jeu de pari ne sont dévoilés que tardivement

et du fait que l'espérance mathématique négative n'est jamais explicitement dévoilée aux élèves. Toutefois, il nous semble que cette modification n'aura pas eu de grandes conséquences sur le plan didactique. Quant au rôle qu'elle a joué dans l'éducation citoyenne des élèves de la classe, cela dépend beaucoup de ce qui a été dit et fait dans le cadre de l'épilogue de l'activité, que nous n'avons pas observé. Selon les dires de l'enseignant, il semble avoir tenté de mettre en lumière les méfaits potentiels des jeux de hasard et d'argent et avoir lancé une forme de réflexion mathématique critique sur ces derniers. Nous considérons cependant que ce n'est certainement pas son contexte de jeu, tel qu'il a été observé, qui lui a permis de le faire de manière cohérente, alors qu'aucune mention ou discussion sur l'espérance négative du jeu n'a été faite.

Pour sa part, Bleu a apporté une seule modification à la ressource didactique dans la définition de son projet didactique, à savoir l'ajout d'un préambule en amont du travail des élèves avec les outils. Ce préambule visait à faire travailler les élèves avec des situations semblables aux outils, et ce, dans le but de les préparer à travailler avec ces derniers. L'enseignant cherchait à rendre les élèves « capables d'utiliser la ressource ». L'ajout de ce préambule a constitué, selon nous, un choix structurant par lequel Bleu a façonné sur le plan didactique l'activité proposée aux élèves et leur travail avec les outils. Ainsi, les enjeux conceptuels qu'impliquaient les outils ont été déplacés dans le préambule à travers une réflexion et un travail effectué à partir de différentes situations qui partagent plusieurs des caractéristiques des outils. Cela a eu une incidence sur le travail effectué par les élèves avec la roulette et la paire de dés, ainsi que sur le travail de comparaison des outils, puisque ces moments de travail semblent être devenus de simples réinvestissements, plutôt qu'une résolution de problème à proprement parler. En ce sens, nous considérons que la modification apportée par Bleu a eu de grandes conséquences sur le plan didactique.

Soulignons également que Bleu a inscrit l'activité dans un contexte fictif de loterie (gagner un gros lot), alors qu'il a dit aux élèves qu'il serait possible de gagner « un million de dollars ou un suçon passé date ». Toutefois, ce contexte est resté superficiel au regard de l'activité et du travail des élèves, alors qu'il a été peu évoqué et que le tirage

d'un gros lot n'a jamais eu lieu. Ce contexte fictif ne semble donc pas avoir eu de conséquences importantes sur le plan didactique ni sur le déroulement de l'activité. Il s'agit d'une forme de contexte ludique pour cette activité, inscrite dans une perspective de jeu. Contrairement à Orange, Bleu n'a pas dit vouloir utiliser l'activité dans une perspective d'éducation citoyenne pour les élèves de sa classe.

L'enseignant avait initialement prévu une autre modification à la ressource didactique, alors qu'il comptait exposer aux élèves la composition de la bouteille. Toutefois, en raison d'une discussion que nous avons eue juste avant la réalisation de l'entrevue pré-action, nous lui avons rappelé que le contenu de la bouteille n'était pas connu, mais que nous savions que celle-ci contenait cinq billes et au moins une bille noire et une bille blanche. Il a alors choisi de faire sur-le-champ un changement à sa planification de l'activité et, ainsi, il n'a pas dévoilé le contenu de la bouteille aux élèves. Ce changement de dernière minute semble avoir eu d'importantes conséquences sur la gestion de la bouteille faite par Bleu durant la première séance de l'activité, alors qu'il n'avait pas planifié d'inscrire le travail avec la bouteille dans une perspective fréquentielle.

Les enseignants avaient également la possibilité de proposer leur activité au moment de leur choix dans le parcours d'apprentissage des probabilités offert aux élèves de leur classe. Nos résultats montrent que les deux enseignants ont choisi de proposer leur activité aux élèves à des moments différents dans le parcours d'apprentissage.

D'un côté, Orange a proposé aux élèves de sa classe une activité de réinvestissement. L'activité a été précédée par la réalisation du bloc sur les probabilités dans le manuel employé en classe, et ce, dans les semaines qui sont survenues en amont de notre venue en classe aux fins de la recherche. L'activité est donc survenue à la fin du parcours d'apprentissage des probabilités qu'Orange a proposé aux élèves de sa classe.

De l'autre côté, Bleu a proposé aux élèves de sa classe une activité qui constituait à la fois une première activité dédiée à l'apprentissage des probabilités dans l'année

scolaire et un contexte de réinvestissement pour les fractions et le pourcentage. La réalisation de l'activité a été précédée d'un travail pour « réactiver » certains concepts mathématiques liés à la fraction et au pourcentage, notamment les fractions équivalentes, la réduction de fractions, le passage de la notation fractionnaire à un pourcentage. Toutefois, aucun enseignement des probabilités n'a été formellement réalisé durant l'année scolaire avant la réalisation de l'activité. L'activité est donc survenue au début du parcours d'apprentissage des probabilités que Bleu a proposé aux élèves de sa classe, mais à la fin du parcours d'apprentissage des fractions et des pourcentages.

Ces différents choix faits par les enseignants dans la définition de leur projet didactique sont probablement causés, au moins en partie, par le niveau scolaire de leur classe. Orange enseigne dans une classe de cinquième année et l'activité qu'il a proposée est arrivée à la fin du parcours d'apprentissage proposé aux élèves pour l'apprentissage des probabilités au sein de sa classe. Nous pouvons donc penser qu'il a décidé de préparer conceptuellement les élèves à la réalisation de l'activité puisqu'ils n'avaient pas encore abordé les probabilités à l'échelle du troisième cycle du primaire. Pour sa part, Bleu est enseignant dans une classe de sixième année et c'est au début du parcours d'apprentissage proposé aux élèves pour l'apprentissage des probabilités au sein de sa classe qu'il a choisi de proposer l'activité. Nous pouvons donc penser qu'il a décidé de ne pas préparer les élèves sur le plan des probabilités pour la réalisation de l'activité puisque ceux-ci avaient déjà travaillé les probabilités à l'échelle du troisième cycle du primaire durant la cinquième année.

## **1.2 Provoquer l'émergence du problème**

Selon Vannier (2002, 2006), le deuxième niveau d'intervention didactique consiste pour l'enseignant à faire émerger le problème. Il s'agit donc de l'organisation sur place (*in situ*) de la rencontre des élèves avec leur propre ignorance. De plus, ce niveau d'intervention, qui correspond à l'action de faire émerger le problème, relève selon l'auteure de la fonction d'enrôlement de la tutelle de l'enseignant.

Concernant l'enrôlement des élèves, nous arrivons à la conclusion que les choix faits par les enseignants dans le cadre de notre recherche pour définir leurs projet didactiques respectifs et pour provoquer l'émergence du problème ne semblent pas avoir permis d'organiser *in situ* la rencontre des élèves avec leur propre ignorance. Effectivement, les deux enseignants ont, en quelque sorte, évité la rencontre des élèves avec l'obstacle en réalisant avec eux un travail sur les probabilités qui a été fait en amont de la rencontre des élèves avec les outils. Cela a eu pour conséquence d'exposer les élèves des classes de Bleu et d'Orange à la plupart des savoirs probabilistes visés par leurs activités respectives avant même de débiter le travail avec les outils. Il est alors possible de croire que cela a changé le statut de l'activité proposée aux élèves, qui n'était plus tant un problème à résoudre qu'une situation d'application ou de réinvestissement.

D'un côté, Orange a proposé aux élèves une activité de réinvestissement et dans le but de les préparer pour celle-ci, il a réalisé un enseignement préalable sur les probabilités avant l'expérimentation. Conséquemment, au moment de la réalisation de l'activité, il estime que les élèves devraient disposer des compétences suffisantes pour résoudre le problème, ce qui s'avère cohérent avec la perspective d'une activité de réinvestissement. De l'autre côté, l'activité qu'a proposée Bleu constituait une première activité probabiliste pour les élèves dans le cadre de l'année scolaire. Il est ainsi possible de supposer que les élèves ne disposaient pas nécessairement des compétences suffisantes pour résoudre le problème. Toutefois, nous pouvons penser que la réalisation du préambule a déplacé les obstacles conceptuels en amont du travail avec les outils, qui est alors devenu un simple contexte d'application pour les élèves. En effet, l'enseignant a explicitement dit que le préambule visait à rendre les élèves aptes à travailler avec les outils. En ce sens, les élèves se sont fait présenter des situations semblables aux outils sur le plan des enjeux conceptuels.

Comme il a été dit précédemment, il est possible de croire que le niveau scolaire des élèves aura guidé les choix des enseignants, notamment dans la manière de préparer conceptuellement les élèves à vivre leur activité. Les élèves de la classe d'Orange en sont à la première année du troisième cycle alors que les élèves de la classe de Bleu en sont à

leur deuxième année du troisième cycle, ce qui implique nécessairement des différences sur le plan du développement de leur raisonnement probabiliste et sur le plan de leur connaissance des probabilités. En cinquième année, Orange fait son enseignement ordinaire des probabilités, qui prépare les élèves sur le plan conceptuel pour la réalisation de l'activité de réinvestissement. En sixième année, Bleu ne fait pas d'enseignement en amont de l'activité, mais le préambule vient préparer conceptuellement les élèves pour la réalisation de l'activité. Cela dit, il est également possible que ces choix découlent du regard que portent les enseignants sur les probabilités et sur l'enseignement-apprentissage des mathématiques en général (Faut-il résoudre pour apprendre ou apprendre pour appliquer?). Cependant, notre recherche ne nous a pas permis de tirer des conclusions à ce sujet.

Les deux enseignants ont donc préparé conceptuellement les élèves à réaliser l'activité probabiliste<sup>60</sup>. Cette préparation s'est faite à travers un enseignement des probabilités dans les semaines qui ont précédé l'expérimentation (Orange) ou par la mise en œuvre d'un préambule visant un transfert entre des situations semblables et les outils impliqués dans l'activité (Bleu). Relativement à ce que Vannier a rapporté dans sa thèse, ces interventions des enseignants visaient possiblement à créer « artificiellement un socle commun de connaissances » (Vannier, 2006, p. 181) chez les élèves, afin de les amener à s'enrôler dans la situation. Dans ce sens, nous pouvons penser que la création du socle commun avait pour objectif de permettre aux élèves de s'engager dans le travail avec les outils sans trop de difficulté.

Cependant, chez Orange, la présentation elle-même des outils probabilistes a pu avoir des conséquences sur le travail des élèves, notamment au regard des stratégies employées et des solutions dégagées. Dans sa présentation du problème, l'enseignant n'a pas dévoilé le nombre de billes contenues dans la bouteille, mais il a mentionné que celle-ci contenait au moins une bille noire et une bille blanche. Comme il nous l'a mentionné,

---

<sup>60</sup> Il faut souligner le fait que pour Bleu, la préparation conceptuelle a été faite dans le préambule de l'activité, donc pendant l'enregistrement en classe, alors que pour Orange, la préparation conceptuelle est survenue avant la réalisation de l'enregistrement en classe, ce qui fait que nous ne disposons pas des informations nécessaires pour pouvoir nous prononcer sur sa nature et ses contenus.



il ne se rappelait pas que le nombre de billes contenues dans la bouteille était connu, il n'a donc pas pu donner cette information aux élèves. Cette omission a eu des conséquences didactiques sur le travail des élèves et sur les interventions d'Orange avec l'outil, alors qu'il est devenu impossible de faire le passage de la fréquence observée de gains à travers un nombre suffisant d'essais (la probabilité fréquentielle) vers une hypothèse sur la composition de la bouteille (qui permet d'envisager la probabilité théorique). D'ailleurs, au moment du retour sur la bouteille, Orange a dévoilé « par magie » le contenu de la bouteille, sans établir de lien avec les résultats des essais réalisés par les élèves.

De plus, comme il a été mentionné précédemment, Orange a apporté une modification à la ressource au regard du fonctionnement de la roulette. En conséquence, il a proposé aux élèves de réaliser des essais avec la roulette (découpage du disque et utilisation d'un pointeur laser). Cela a eu pour conséquence de permettre l'entrée dans une perspective probabiliste fréquentielle et d'ainsi éviter un travail qui s'inscrirait dans une perspective probabiliste théorique.

### **1.3 Offrir une aide à la résolution**

Selon Vannier (2002, 2006), le troisième niveau d'intervention didactique consiste pour l'enseignant à aider les élèves dans la résolution du problème en répondant à leurs besoins locaux pour permettre à l'activité de se poursuivre. Ce niveau d'intervention, qui correspond à l'aide à la résolution du problème, relève de la fonction de co-élaboration de la tutelle de l'enseignant<sup>61</sup>. Nos analyses indiquent que l'aide apportée aux élèves pendant leur travail avec les outils diverge pour les deux enseignants, même si certains aspects se recoupent.

---

<sup>61</sup> Au regard du modèle trifonctionnel de la tutelle de Vannier (2002, 2006), Vannier et Eichner (2011) mentionnent que la fonction de co-élaboration est une réponse au besoin d'aide que rencontre l'élève dans le déroulement même de l'activité. Il ne sait pas encore réaliser la tâche seul, mais l'interaction avec l'enseignant va lui permettre de poursuivre son activité au-delà de ce qu'il aurait été capable de faire seul.

Ainsi, les deux enseignants ont des manières différentes de gérer le travail avec les outils, ce qui a un impact sur la personne qui initie les échanges. D'un côté, Orange décide à quelle équipe et à quel élève il s'adresse durant le travail avec les outils, alors qu'il se promène d'une équipe à l'autre. De l'autre côté, pendant le travail avec les outils, Bleu laisse les élèves venir à lui durant la première séance pendant qu'il se promène d'une équipe à l'autre durant la seconde séance. De plus, les postures respectivement adoptées par Bleu et par Orange ne les ont pas amenés à intervenir de la même manière au regard des enjeux conceptuels auprès des élèves pendant le travail avec les outils. Par sa posture contemplative, Orange est généralement resté en marge des enjeux conceptuels tandis que Bleu, qui a adopté une posture structurante, a plutôt eu tendance à les aborder, sauf pour la bouteille pour laquelle il est resté en retrait des enjeux conceptuels pendant le travail avec les outils durant la première séance (gestion évasive).

Notons également certains points de ressemblance entre les deux modes généraux d'intervention. Pendant le travail des élèves avec les outils, les deux enseignants ont tendance à donner des indices pour les aider dans leur travail avec les outils. Ces indices sont en lien avec différents enjeux conceptuels inhérents à l'activité, mais qui ne sont pas liés à la perspective probabiliste fréquentielle. De plus, ils sont généralement portés à s'adresser à l'ensemble du groupe ou à des équipes d'élèves, et non individuellement à des élèves.

Nous reviendrons plus en détails sur les interventions d'aide à la résolution faites durant le travail des élèves avec les outils dans les prochaines sections, qui sont respectivement dédiées à l'enseignement des probabilités à partir de la ressource didactique et aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté dans ce contexte.

#### **1.4 Institutionnaliser les savoirs en jeu**

Selon Vannier (2002, 2006), le quatrième niveau d'intervention didactique consiste pour l'enseignant à favoriser l'entrée des élèves dans la culture. Pour ce faire,

l'enseignant réalise une décontextualisation de la compétence acquise par l'élève (ce qu'il a fait pour réussir ou mener à terme l'activité) et évalue sa pertinence par rapport au passé et à l'avenir du développement des connaissances de l'élève. L'enseignant vient également établir des liens nécessaires entre les concepts, de manière à favoriser la structuration du savoir. L'auteure associe ce niveau d'intervention à la fonction d'assurance de la tutelle de l'enseignant, par laquelle ce dernier vise à assurer l'élève dans sa propre compétence.

En affirmant que la fonction d'assurance englobe les gestes d'institutionnalisation, l'auteure établit un lien entre le concept d'institutionnalisation et le quatrième niveau d'intervention didactique. Ainsi, après être intervenu pour aider les élèves dans la résolution de la tâche, l'enseignant doit amener les élèves à reconnaître la validité des connaissances construites et à les évaluer à l'aune des savoirs mathématiques constitués. L'enseignant orchestre donc un retour sur la tâche pour permettre à ses élèves de construire des savoirs inscrits dans une institution donnée. Brousseau (1998) parle alors de la phase d'institutionnalisation, par laquelle l'enseignant cherche à « redécontextualiser » le savoir contextualisé dans l'activité pour permettre à ses élèves d'en faire l'apprentissage. Il cherche donc à amener les élèves à prendre conscience du fait que les connaissances ciblées dans la tâche dépassent le seul contexte de cette activité de résolution et sont plus largement reconnues dans une institution.

Or, nous considérons que les deux enseignants ne font pas une institutionnalisation au sens de Brousseau (1998), mais qu'ils vont plutôt vers une présentation des solutions et des « bonnes réponses », ainsi que des stratégies dont l'utilisation était souhaitée ou attendue dans le cadre de l'activité.

Ce jugement, que nous allons argumenter, repose sur deux aspects. D'abord, les deux enseignants ont tendance à pointer les solutions de l'activité à la fois en termes de stratégies et de solutions attendues, mais sans nécessairement amener la discussion sur les enjeux probabilistes sous-jacents. Nous jugeons que les deux enseignants n'amènent pas vraiment les élèves à prendre conscience du fait que les connaissances ciblées dans la

tâche dépassent le seul contexte de cette activité de résolution et sont plus largement reconnues dans une institution. Ils restent très proches de l'activité et des outils probabilistes, ce qui s'avère particulièrement vrai dans le cas d'Orange. Cela dit, compte-tenu qu'il s'agissait d'une activité de réinvestissement, il est possible de croire que l'institutionnalisation s'est passée en grande partie avant, c'est-à-dire au moment où le bloc d'enseignement des probabilités a été vécu.

Dans sa gestion du retour sur le travail des élèves avec les outils, Orange accueille les réponses des élèves et il formule quelques questions pour les amener à clarifier leurs propos lorsqu'il le juge nécessaire, mais il ne réfute rien et ne cherche pas toujours à questionner la démarche ou la stratégie ayant mené à la conclusion exposée. De plus, il ne prend pas position par rapport aux stratégies et aux raisonnements des élèves, notamment au regard de leur justesse mathématique. Se peut-il qu'Orange n'arrive pas à repérer les forces et les faiblesses conceptuelles du travail et des solutions des élèves? Ou encore, est-ce possible qu'Orange ne soit pas intervenu afin de ne pas froisser les sensibilités des élèves en venant contredire leurs solutions ou en faisant remarquer les points faibles de leur raisonnement? Au moment de conclure l'activité, il se contentera de dévoiler ce qu'il considère être la « bonne réponse » de l'activité. Il présente aux élèves ce qu'il fallait faire pour arriver à la solution de l'activité et il leur dévoile cette dernière plutôt que de les amener à identifier ce qui peut ou doit être retenu de cette activité en termes mathématiques ou probabilistes.

Il nous semble pertinent de faire ici un lien avec les travaux de Roiné (2009) même s'ils n'ont pas été réalisés dans le contexte de la classe ordinaire. Cet auteur a remarqué que, durant l'enseignement des mathématiques au sein de classes spéciales<sup>62</sup>, l'enseignant provoque des mises en commun afin de faire expliciter leurs procédures aux élèves, entre autres lorsqu'elles sont erronées. Ces mises en commun, qui cherchent à mettre en lumière les erreurs des élèves et à inciter ces derniers à adopter un regard métacognitif sur leur procédure, ne mettent cependant pas en place les conditions

---

<sup>62</sup> Ces travaux ont été réalisés en France dans des sections d'enseignement général et professionnel adapté (SEGPA), qui sont des structures où sont scolarisés des élèves déclarés en échec par le système scolaire.

didactiques pour que ces erreurs puissent réellement être surmontées. Ces mises en commun menées par l'enseignant pourraient être utiles pour les élèves dans des conditions didactiques qui permettraient une discussion du savoir dans la situation plutôt qu'une centration sur les procédures et les stratégies employées. Cependant, l'auteur a observé que celles-ci ne semblent pas souvent mises en place dans les situations d'enseignement. Ainsi, malgré le fait que l'enseignant soit animé par le souci que l'élève comprenne, il ne met pas toujours en place les conditions didactiques pour permettre à l'élève d'aborder les enjeux de savoirs et de tirer tout le potentiel d'apprentissage des mises en commun réalisées dans la classe. Dans ce sens, Orange a organisé une mise en commun des stratégies et des conclusions des différentes équipes, mais sans mettre en place les conditions didactiques qui auraient pu permettre une discussion sur les enjeux conceptuels. L'accent a été mis sur les procédures, et non sur les savoirs probabilistes sous-jacents. Nous pouvons penser que dans le cas de cet enseignant, la cécité didactique n'est pas causée par une trop grande insistance à porter un regard métacognitif, mais plutôt par un degré insuffisant de maîtrise des contenus probabilistes en jeu dans l'activité, notamment ceux en lien avec la perspective probabiliste fréquentielle. Nous en discuterons plus spécifiquement dans la prochaine section.

De plus, au moment de faire l'institutionnalisation, Orange dit avoir rencontré une difficulté à s'appuyer sur les résultats des élèves pour conclure l'activité. Cela fait écho à un constat fait par Oliveira (2009). En effet, cette chercheuse, qui a réalisé une étude de pratiques d'enseignement de la proportionnalité en secondaire 2, a pointé la difficulté que deux enseignants ont eu à faire l'institutionnalisation de savoirs en jeu dans leur enseignement en considérant le travail et les raisonnements des élèves. L'institutionnalisation faite par les enseignants semblait donc en décalage par rapport à ce qui a été construit durant l'activité.

Pour sa part, Bleu fait généralement une gestion des moments de retour qui l'amène à prendre position au regard des stratégies et des solutions développées par les élèves. Pensons par exemple au retour qu'il orchestre à la fin de la première séance sur le travail fait par les élèves avec la bouteille et durant lequel il vient explicitement

reconnaitre la pertinence de la démarche de certains élèves, qui ont réalisé des essais et compilé les résultats pour arriver à dégager une probabilité fréquentielle de gagner avec la bouteille. L'enseignant institutionnalise cette démarche et la perspective probabiliste fréquentielle sous-jacente et, ce faisant, il dévoile alors explicitement l'enjeu conceptuel lié au besoin de faire de plus en plus d'essais pour augmenter le niveau de certitude associé à la probabilité fréquentielle de gagner avec cet outil.

Toutefois, l'enseignant ne dit rien sur la justesse ou sur la pertinence de l'arbre des probabilités élaboré par l'équipe d'Emma pour tenter de calculer la probabilité de gagner associée à la bouteille. Il y a alors une rupture entre le travail réalisé avec la bouteille par une certaine partie des élèves et l'institutionnalisation faite par l'enseignant, étant donné que ce dernier ne considère pas explicitement le travail fait par l'équipe d'Emma. Nous pouvons penser que la posture qu'adopte l'enseignant face à la stratégie présentée par Emma découle du fait qu'il ne l'ait tout simplement pas comprise et donc, qu'il ne soit pas arrivé à conclure qu'elle ne permettait pas de déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille.

Cela dit, cette absence de retour sur la stratégie de l'équipe d'Emma nous semble également pouvoir être mise en relation avec les travaux de Cherel (2005). Cette auteure a constaté que l'enseignant d'une des classes ordinaires qu'elle a observées, en voulant prioriser l'obtention de la procédure la plus économique et qui pourrait être réutilisable ultérieurement, évacuait les réponses non conformes ou divergentes pour ne retenir que celles qui allaient dans la direction voulue. Dans le même sens, Bleu ne reviendrait donc pas sur la stratégie de l'équipe d'Emma dans la mesure où elle ne cadre pas avec la suite du projet didactique. En cohérence avec le fait qu'il soit préoccupé par la participation de tous les élèves à l'activité, l'enseignant permet néanmoins à l'équipe d'exposer sa démarche et sa conclusion, mais il n'entre pas dans les enjeux conceptuels sous-jacents ni ne questionne leur justesse mathématique.

Enfin, nos analyses montrent que, dans leur retour sur les différents outils, les deux enseignants rencontrent une difficulté à décontextualiser les savoirs en jeu, c'est-à-

dire à pointer le fait qu'ils dépassent le seul contexte du travail avec les trois outils. Pour Orange comme pour Bleu, l'exemple de la roulette apparaît éloquent à cet égard. D'un côté, Orange est revenu au moment de la conclusion de l'activité sur le calcul des probabilités à travers la stratégie de subdivision de la roulette qui a été employée par Annabelle pour arriver à surmonter l'absence d'équiprobabilité entre les différents cas possibles. De l'autre côté, Bleu a fait un retour, au moment de la conclusion de l'activité, sur le calcul des probabilités à travers la stratégie de recours à un rapporteur d'angles pour arriver à établir un rapport entre la mesure en degrés des angles des secteurs angulaires rouges et de l'ensemble de la roulette. Dans un cas comme dans l'autre, les deux enseignants n'ont pas explicitement pointé les enjeux conceptuels liés à ces stratégies utilisées avec la roulette, des enjeux qui pourraient pourtant être repris pour travailler avec d'autres situations où les cas possibles ne sont pas tous équiprobables. En ce sens, nous considérons que les enseignants observés ne font pas l'institutionnalisation des enjeux conceptuels inhérents à la roulette puisque, au moment de la conclusion de l'activité, ils maintiennent ces enjeux conceptuels dans le contexte de l'activité.

## 2. L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS À PARTIR DE LA RESSOURCE DIDACTIQUE

Le premier objectif de notre thèse visait à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par un enseignant pour l'enseignement des probabilités en classe ordinaire. En lien avec les interventions didactiques qu'ont faites Bleu et Orange à travers l'activité pour l'enseignement des probabilités, nous revenons d'abord sur leur difficulté à établir un pont entre le fréquentielle et le théorique et sur leur maîtrise des contenus probabilistes. Puis, nous discutons de la gestion faite par les deux enseignants de la différence épistémologique existant entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique ainsi que leur prise en compte de la variabilité et de la loi des grands nombres.

## **2.1 Une difficulté à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et le théorique**

Au regard de notre premier objectif, les résultats de cette thèse nous amènent à argüer que les deux enseignants rencontrent une difficulté à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique dans le cadre de l'activité qu'ils ont réalisée. Ainsi, ils semblent être naturellement portés vers une perspective probabiliste théorique; la conjugaison avec la perspective probabiliste fréquentielle semble difficile dans le cadre de l'activité. Conséquemment, nous arrivons à la conclusion que les enseignants ne sont que partiellement arrivés à rencontrer les enjeux conceptuels inhérents à la perspective probabiliste fréquentielle dans leur enseignement des probabilités à partir de la ressource didactique.

D'un côté, Orange reste en marge d'une réflexion axée sur les enjeux conceptuels relatifs à la perspective probabiliste fréquentielle. Au départ, il dit vouloir amener les élèves à expérimenter et à réfléchir sur le nombre d'essais nécessaires et, dans ce sens, il apporte une modification à la ressource didactique pour permettre aux élèves de faire des essais avec la roulette. Durant l'activité, il évoque continuellement le nombre d'essais avec les élèves, mais sans véritablement lancer une réflexion conceptuelle sur l'enjeu du nombre d'essais. De plus, il laisse passer plusieurs occasions de faire le pont entre les perspectives probabilistes théorique et fréquentielle. Enfin, au moment du retour sur l'activité, il peine à induire les probabilités théoriques à partir des essais réalisés par les élèves avec les outils et il conclut l'activité en adoptant strictement une perspective probabiliste théorique. Il pointe alors des stratégies et des solutions directement liées aux probabilités théoriques pour chacun des outils. Il y a donc un décalage entre ce qui survient pendant et ce qui survient après le travail avec les outils au regard du projet didactique qui avait été planifié.

De l'autre côté, Bleu nous semble voir la perspective probabiliste fréquentielle comme un moyen permettant de conjecturer sur le contenu de la bouteille et donc sur la probabilité théorique de gagner qui lui est associée. En ce sens, la perspective



probabiliste fréquentielle sert donc à amorcer le travail avec la bouteille à travers la réalisation d'essais. Ce faisant, elle permet de dégager un certain sens ou une certaine compréhension de cet outil, mais il semble néanmoins y avoir une nécessité de faire un passage vers le contenu de la bouteille et sur la probabilité théorique sous-jacente, qui constitue la finalité ou le but à atteindre. Par ailleurs, le souci de Bleu d'aller vers ce qui est « précis et mathématique » et non vers « l'à peu près », ainsi que le regard qu'il porte sur les probabilités comme une « science du hasard », ne semble pas favoriser non plus la perspective probabiliste fréquentielle. Dans ce sens, Bleu manifeste une certaine conception des mathématiques, et en l'occurrence des probabilités, qui influence sa gestion de l'activité.

D'ailleurs, Bleu s'attaque avant tout aux enjeux conceptuels liés à la perspective probabiliste théorique et il reste un certain temps à l'écart des enjeux conceptuels relatifs à la perspective probabiliste fréquentielle. Effectivement, il présente tout au long de l'activité un discours où la perspective probabiliste théorique est prégnante et il donne aux élèves des indices reliés à des stratégies inscrites dans une perspective probabiliste théorique durant leur travail avec la paire de dés et la roulette. À la fin de la première séance, il inscrit exclusivement le retour et l'institutionnalisation sur la roulette et la paire de dés dans une perspective probabiliste théorique. Par contre, il peine à conjuguer avec les enjeux conceptuels inhérents à la bouteille durant la première séance. Il amène toutefois les élèves à dégager une tendance lors de la seconde séance à travers la réalisation imposée de nombreux essais. Il établit alors un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique par le passage des résultats issus des essais réalisés vers une conjecture sur la composition potentielle de la bouteille.

La ressource didactique implique un outil permettant un traitement qui s'inscrit dans une perspective probabiliste théorique (la roulette), un outil permettant un traitement qui s'inscrit dans une perspective probabiliste fréquentielle (la bouteille) ainsi qu'un outil permettant un traitement qui s'inscrit dans les deux perspectives probabilistes (la paire de dés). La paire de dés et la roulette permettent de rester exclusivement dans une perspective probabiliste théorique, et les résultats de notre thèse montrent que c'est ce

qu'ont fait les deux enseignants. Aucun d'eux n'a explicitement cherché à exploiter la paire de dés et la roulette pour arriver à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Orange a amené les élèves à faire des essais avec la roulette et, pourtant, il n'a pas fait émerger de réflexion conceptuelle inscrite dans une perspective probabiliste fréquentielle avec cet outil. La paire de dés, qui peut être utilisée à la fois dans les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique, offrait une avenue intéressante pour faire le pont entre les deux perspectives, mais la perspective probabiliste fréquentielle n'a été exploitée par aucun des deux enseignants lors du travail avec cet outil. Quant à la bouteille, elle force à priori l'ouverture sur une perspective probabiliste fréquentielle étant donné son inscription exclusive dans cette perspective probabiliste. Ce n'est d'ailleurs qu'avec cet outil que Bleu provoque chez les élèves une réflexion sur certains enjeux conceptuels reliés à la perspective probabiliste fréquentielle. De son côté, Orange n'y arrive pas, alors qu'il dévoile le contenu de la bouteille et expose la probabilité théorique qui en découle.

Un des défis liés à l'enseignement des probabilités consiste à surmonter cette concentration excessive sur la perspective probabiliste théorique et à faire place à la complémentarité des perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. Des écrits scientifiques ont montré que le développement d'un raisonnement probabiliste plus riche par l'apprenant est favorisé par un parcours d'apprentissage qui combine les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique. En allant dans le même sens que Steinbring (1991) et que Jones et Thornton (2005), Stohl (2005) a mentionné qu'un enseignement des probabilités combinant les approches théorique et fréquentielle peut favoriser le développement d'intuitions probabilistes appropriées chez les élèves et peut permettre d'éviter certaines conceptions probabilistes fortement documentées dans les écrits scientifiques.

Pourtant, ses perspectives probabilistes sont rarement abordées dans leur multiplicité, que ce soit dans les ouvrages mathématiques savants, dans les manuels scolaires de différents niveaux ou dans les ouvrages de didactique (Caron, 2002). En effet, Caron (2002) et Savard (2008) mentionnent que la perspective probabiliste

théorique est celle qui est souvent privilégiée dans l'enseignement, notamment dans les situations d'apprentissage proposées aux élèves du primaire. Le PFEQ du primaire insiste également sur la perspective probabiliste théorique plus que sur la perspective probabiliste fréquentielle et il encourage peu le passage ou l'établissement de liens entre les deux. Le savoir essentiel le plus explicitement lié à l'établissement d'un pont entre les probabilités fréquentielles et les probabilités théoriques est celui qui propose de réaliser une « comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus » (p. 138). En ce sens, il est donc possible de dire que l'établissement d'un pont entre les probabilités fréquentielle et théorique reste implicite dans l'enseignement des probabilités au primaire au regard du PFEQ.

Relativement aux programmes de formations des enseignants au regard de l'enseignement des probabilités, certains auteurs nous permettent de faire des liens avec nos résultats. D'une part, Theis (2011) a mentionné que la formation initiale des enseignants n'aborde que très peu l'enseignement des probabilités, c'est-à-dire que peu de temps est dédié à cette branche des mathématiques dans les cours de didactique. À titre d'exemple, l'auteur parle d'un cours et demi, soit environ quatre ou cinq heures, dans le baccalauréat en enseignement préscolaire et primaire à l'Université de Sherbrooke. Dans ce contexte, il estime que la place attribuée aux probabilités est assez limitée et qu'elle ne permet qu'une analyse succincte de cette branche des mathématiques. D'autre part, Stohl (2005) a souligné le fort accent généralement mis sur l'approche théorique dans la formation à l'enseignement des probabilités des enseignants.

## **2.2 La maîtrise des contenus probabilistes**

Nos résultats nous permettent de croire que la difficulté rencontrée par les deux enseignants observés à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique découle peut-être d'un degré insuffisant de maîtrise des contenus probabilistes. Certains auteurs, dont Jones et Thornton (2005) et Stohl (2005), ont souligné en ce sens que les enseignants ou futurs enseignants présentent souvent des lacunes conceptuelles sur le plan probabiliste. Aux dires mêmes de Bleu et d'Orange, les contenus probabilistes

ne sont pas les savoirs mathématiques qu'ils maîtrisent le mieux, et ce ne sont pas ceux avec lesquels ils rencontrent la plus grande aisance dans l'enseignement des mathématiques. D'ailleurs, si Bleu affirme être relativement à l'aise avec les probabilités, Orange se dit, quant à lui, moins à l'aise avec cette branche des mathématiques. Dans la section dédiée aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, nous établissons un lien entre le niveau de maîtrise des contenus probabilistes des enseignants, et la nature et le contenu de leurs interventions dans le cadre de l'activité.

Ce degré insuffisant de maîtrise des contenus probabilistes peut probablement être mis en relation avec le manque de formation pour l'enseignement des probabilités que dénonce Theis (2011) dans la formation initiale. De son côté, Stohl (2005) affirme que cette faible maîtrise conceptuelle des probabilités des enseignants pourrait être une conséquence de la complexité conceptuelle des probabilités. Elle ajoute que le rapport des enseignants à l'enseignement des mathématiques pourrait nuire à leur bonne maîtrise des concepts probabilistes. En effet, elle soutient que plusieurs enseignants conçoivent l'enseignement des mathématiques comme une discipline orientée sur le calcul et les règles, ce qui se traduit souvent par une vision déterministe des probabilités, autant dans leur enseignement que par leur apprentissage. En ce sens, les enseignants peuvent en arriver à réduire l'enseignement-apprentissage des probabilités à l'utilisation de procédures pour calculer des probabilités théoriques. Cela fait en quelque sorte écho à nos résultats, qui montrent que les deux enseignants semblent effectivement plus portés vers une perspective probabiliste théorique dans leur enseignement des probabilités à travers l'activité élaborée à partir de la ressource didactique. D'ailleurs, dans le cas de Bleu, le regard qu'il porte sur les probabilités comme une « science du hasard », l'accent qu'il met sur le « précis et mathématique » et non sur « l'à peu près », témoigne d'une certaine manière d'une conception assez déterministe des mathématiques et spontanément axée vers la perspective probabiliste théorique.

Pensons par exemple à l'accent mis par les deux enseignants sur le recours à l'arbre des probabilités. D'une part, au moment de la conclusion de l'activité, Orange

revient sur la paire de dés et s'appuie sur le travail d'une élève pour indiquer la probabilité théorique de gagner qui lui est associée à travers l'arbre des probabilités. C'est l'unique manière de procéder qui est explicitement identifiée comme valide par Orange pour le travail avec cet outil. D'autre part, Bleu oriente le travail des élèves avec la paire de dés vers l'utilisation de l'arbre des probabilités dans le cadre de la première séance de l'activité. D'abord, durant le travail des élèves avec les outils, Bleu leur fournit à plusieurs reprises des indices par rapport à la paire de dés, en les orientant vers le recours à l'arbre des probabilités. Pour ce faire, il utilise toujours le prétexte des cas réciproques pour justifier la nécessité de recourir à cette stratégie. Puis, au moment du retour sur le travail des élèves, il s'appuie sur le travail réalisé par une élève avec la paire de dés pour arriver à exposer la probabilité théorique de gagner qui est associée à l'outil à travers l'arbre des probabilités. Comme pour Orange, c'est l'unique manière de procéder avec cet outil qui est explicitement identifiée comme valide par Bleu.

### **2.3 Une rupture épistémologique entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique**

Nous considérons que le passage du fréquentiel vers le théorique pour établir un pont entre les deux perspectives probabilistes constitue une des difficultés fondamentales inhérentes à l'enseignement des probabilités et, par extension, pour le développement d'un raisonnement probabiliste éclairé.

Il existe une différence épistémologique entre la perspective probabiliste théorique et la perspective probabiliste fréquentielle, ce qui nous semble pouvoir expliquer la difficulté des deux enseignants à établir un pont entre les deux perspectives probabilistes. D'une part, la perspective probabiliste théorique, qui vise le calcul de la chance qu'a un événement de se produire, présente la probabilité comme le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles d'un événement quelconque lorsque tous les cas sont jugés équiprobables. Dans ce contexte, le calcul de la probabilité théorique qu'a un événement aléatoire n'offre aucune certitude associée à la réalisation de cet événement aléatoire (sauf si sa probabilité théorique est de 100 %). Toutefois, il

permet l'obtention d'une réponse juste et finale dans l'établissement d'un rapport entre les nombres de cas favorables et possibles si tous les cas sont équiprobables. La perspective probabiliste théorique s'appuie donc en quelque sorte sur une logique déductive à travers laquelle sont d'abord identifiés les cas possibles et favorables, puis est établi un rapport entre les deux (prémisses), ce qui permet de conclure à la probabilité théorique associée à l'évènement aléatoire (conclusion).

D'autre part, la perspective probabiliste fréquentielle, qui sous-tend une mesure de la fréquence relative d'un évènement particulier par rapport à une classe de référence, vise à déterminer les probabilités à partir de statistiques. Cette perspective probabiliste se trouve donc au confluent de deux domaines des mathématiques : les statistiques et les probabilités. La perspective probabiliste fréquentielle – et la pensée statistique qui y est étroitement liée – est constituée de raisonnements qui lui sont spécifiques. En effet, elle est axée sur l'approximation et ne suppose pas l'identification d'une valeur juste et finale. Elle s'appuie sur une logique inductive découlant de la réalisation d'essais, ainsi que de la compilation et de l'organisation de leurs résultats afin d'arriver à déterminer la probabilité fréquentielle de voir un évènement possible se produire.

Se peut-il que, pour les deux enseignants observés, la posture épistémologique au regard des probabilités (voire des mathématiques) soit davantage liée à la perspective probabiliste théorique? D'une côté, la prégnance de la perspective probabiliste théorique, qui est repérable à plusieurs endroits dans le discours de Bleu au cours de l'activité, nous permet de croire qu'il met de l'avant une certaine conception déterministe des mathématiques et des probabilités. Il parle ainsi d'aller vers ce qui est « précis et mathématique » et non vers « l'à peu près », comme il parle des probabilités comme de la « science du hasard », ce qui semble plus proche des fondements épistémologiques propres à la perspective probabiliste théorique. De l'autre côté, le projet didactique d'Orange est bâti autour de l'idée de faire des essais et il semble donc inscrit dans la perspective probabiliste fréquentielle. L'enseignant intervient souvent pour questionner les élèves au sujet du nombre d'essais réalisés avec les outils mais, au moment du retour sur l'activité, il n'arrive pas à prendre appui sur les essais réalisés par les élèves pour

aborder les enjeux conceptuels liés à cette perspective probabiliste. Sa conclusion de l'activité est plutôt axée sur la perspective probabiliste théorique.

Nous pouvons donc penser que la posture des deux enseignants observés au regard des probabilités et de leur enseignement est plus naturellement axée sur la perspective probabiliste théorique. Ainsi, la difficulté rencontrée par ces deux enseignants pour établir un pont entre les perspectives probabiliste fréquentielles et théoriques dans le cadre de l'activité découle, dans une certaine mesure, de la rupture épistémologique qui existe entre les perspectives. Voyons maintenant comment la prise en compte de la variabilité et de la loi des grands nombres, étroitement liés à la perspective probabiliste fréquentielle, sont également à considérer pour l'établissement d'un pont entre les deux perspectives probabilistes dans l'enseignement des probabilités.

#### **2.4 La prise en compte de la variabilité et de la loi des grands nombres**

Nos résultats indiquent que les deux enseignants ont rencontré des difficultés à conjuguer avec certains enjeux conceptuels liés à la perspective probabiliste fréquentielle, à savoir la variabilité et la loi des grands nombres. Nous discutons ici de la possibilité que la gestion difficile de ces enjeux conceptuels ait contribué à la difficulté qu'ont démontré les deux enseignants à établir un pont entre les perspectives probabiliste fréquentielle et théorique dans le cadre de leurs activités respectives.

La variabilité est un caractère inhérent – une particularité épistémologique propre – à la perspective probabiliste fréquentielle, et celle-ci semble représenter une difficulté pour Bleu et Orange. Nous pouvons penser que l'absence de variabilité dans les données, c'est-à-dire la présence d'un ajustement parfait entre les données issues des essais réalisés avec les outils et les probabilités théoriques associées à chacun de ces outils, aurait probablement rendu le travail des deux enseignants beaucoup plus facile. Toutefois, les deux enseignants se sont continuellement retrouvés avec des résultats qui étaient plus ou moins loin des probabilités théoriques puisque les données accumulées à

partir des essais réalisés avec les outils montraient toujours une certaine variabilité par rapport aux probabilités théoriques attendues.

Au moment du retour sur l'activité, Orange n'a pas pris appui sur les essais réalisés par les élèves dans leur travail avec les différents outils et sa conclusion de l'activité s'est plutôt inscrite dans la perspective probabiliste théorique. Au moment de l'entrevue postaction, il souligne lui-même sa difficulté à gérer les différents résultats des élèves, difficulté qui n'existe pas lorsqu'il n'y a qu'une réponse ou que les réponses sont semblables. Tout s'est alors passé comme si la variabilité des résultats posait problème à cet enseignant dans le cadre de l'activité.

Pour sa part, Bleu n'a pas vraiment pris appui sur les essais réalisés avec la bouteille par les élèves dans le cadre de la première séance de l'activité, mais il a organisé la réalisation d'un grand nombre d'essais lors de la seconde séance. Au moment de conclure cette seconde séance, Bleu a institutionnalisé la démarche par laquelle une hypothèse a été émise quant à la composition de la bouteille à partir des résultats des essais réalisés avec celle-ci. Ce faisant, il a pointé aux élèves que les fréquences de billes noires tirées dans les différentes vagues d'essais varient légèrement, mais tournent toujours autour de 20 %, ce qui laisse croire que la bouteille contient 1 bille noire sur 5 billes. Nous pouvons alors penser qu'il fait implicitement écho à la variabilité des données, sans toutefois l'explicitier. Cette variabilité réside notamment dans l'écart existant entre le fréquence de 22 % de billes noires pigées dans le cadre des 700 essais et la probabilité théorique attendue de 20 % de tirages d'une bille noire si la bouteille contient 1 bille noire et quatre billes blanches. Toutefois, l'enseignant n'a pas expliqué et n'a pas justifié la présence de cette variabilité et, dans ce sens, il a laissé à la charge des élèves d'en comprendre le sens.

Dans sa thèse, Vermette (2013) atteste que le concept de variabilité « réfère au fait que les phénomènes étudiés en statistique comportent des données variables. Cette variabilité des données s'exprime à travers leur dispersion. La dispersion des données d'une distribution peut être interprétée graphiquement et peut aussi être mesurée » (*Ibid.*,



p. 62). Il identifie deux dimensions du concept de variabilité, soit la variabilité des données et la variabilité échantillonnale. Au sujet de cette dernière, l'auteur ajoute que les probabilités amènent à « s'intéresser à la variabilité échantillonnale en réfléchissant aux fluctuations d'échantillonnage à partir d'une comparaison des probabilités fréquentielles et théoriques et à prédire les résultats d'une expérience aléatoire » (*Ibid.*, p. 21). Il en ressort donc que les probabilités invitent à une réflexion conceptuelle reliée à l'analyse de la variabilité des données et à l'interprétation de l'incertitude.

Dans le travail avec les trois outils, ce sont la paire de dés et la bouteille qui auraient permis d'aborder la variabilité par un travail dans la perspective probabiliste fréquentielle. De plus, comme Orange a modifié la roulette pour permettre aux élèves de faire des essais avec celle-ci, elle aurait également pu permettre à l'enseignant d'aborder la variabilité. Les deux enseignants ne font néanmoins qu'une toute petite place à la variabilité dans le cadre de leurs activités respectives, et ce, uniquement au regard de la bouteille. De plus, ceux-ci ne l'évoquent que tacitement au moment du retour, sans lancer à proprement parler de réflexion conceptuelle pour amener les élèves à analyser la variabilité des données et à interpréter l'incertitude.

Pourtant, un lien clair est établi par Savard (2008) entre la variabilité et le raisonnement probabiliste. En effet, l'auteure soutient que le concept de variabilité est essentiel au développement du raisonnement probabiliste chez les élèves, car la prise en compte de la variabilité leur permet de raisonner sur l'incertitude plutôt que de rester dans un raisonnement déterministe. Selon elle, ce développement peut être favorisé par la comparaison des différences entre les probabilités fréquentielles et les probabilités théoriques. Elle a réalisé un travail doctoral au sujet du développement d'un raisonnement probabiliste chez des élèves âgés de 9 et 10 ans dans sa propre classe ordinaire de quatrième année du primaire. Dans ce contexte, ses résultats ont montré que la comparaison de distributions relatives aux résultats obtenus à une activité de hasard à l'aide de tableaux et de graphiques a suscité une prise de conscience importante de la variabilité des résultats chez les élèves et a favorisé, par le fait même, le développement d'un raisonnement probabiliste chez ces élèves.

Il semble donc possible de se questionner sur les raisons associées aux choix des deux enseignants de ne pas mettre davantage en exergue durant l'activité ce concept mathématique qui se trouve à la fois au centre de la perspective probabiliste fréquentielle et du travail à réaliser avec les trois outils. Se peut-il que le choix de ne pas aborder explicitement le concept de variabilité réside dans le fait que la probabilité fréquentielle se dégageant des données issues des essais réalisés avec la bouteille ne s'écarte pas de beaucoup de la probabilité théorique? Est-ce possible qu'ils considèrent ce concept mathématique trop difficile à comprendre pour les élèves de leur classe respective? Sont-ils en mesure de voir l'importance de la compréhension du concept de variabilité par les élèves pour favoriser le développement du raisonnement probabiliste éclairé, alors qu'il n'apparaît pas, ou si peu, dans la formation des enseignants et dans les programmes de formation?

C'est l'hypothèse que nous retenons : les deux enseignants ne sont probablement tout simplement pas suffisamment outillés sur les plans didactique et mathématique pour aborder le concept de variabilité dans le cadre de l'activité. En conséquence, ils ont rencontré certaines difficultés à conjuguer avec la perspective probabiliste fréquentielle en général, et avec la bouteille en particulier, ce qui semble avoir eu pour conséquence de rendre difficile l'établissement d'un pont vers la perspective probabiliste théorique.

La loi des grands nombres – qui dit que plus le nombre de répétitions d'une expérience aléatoire est grand, plus la probabilité fréquentielle tend à s'approcher de la probabilité théorique – est étroitement lié au concept de variabilité. En théorie, la loi des grands nombres veut que l'accroissement de la taille de l'échantillon ait pour effet de réduire la variabilité dans les données. Ainsi, un petit nombre d'essais favorise une plus grande variabilité et, conséquemment, un plus grand écart entre les probabilités fréquentielles et théoriques. Au contraire, un nombre d'essais suffisamment grand devrait permettre de voir les fréquences associées à chacun des événements possibles converger vers la fréquence théorique. À leur manière respective, c'est d'ailleurs ce que les enseignants observés tentent d'exposer dans le cadre de l'activité. En effet, dans le cadre

de leurs activités respectives, Bleu et Orange évoquent implicitement la loi des grands nombres, mais ils n'en explicitent pas les grandes lignes.

D'un côté, une compréhension tout au moins intuitive de la loi des grands nombres semble présente dans le discours et dans les actions d'Orange. D'abord, dans le cadre des entrevues réalisées en marge de l'activité, l'enseignant mentionne qu'il faut toujours plus d'essais, mais il ne dit pas explicitement pour quelle raison. Puis, durant l'activité, cet enseignant évoque sans cesse la question du nombre d'essais avec les élèves, que ce soit durant le travail avec les outils ou lors de la conclusion de l'activité. Cependant, au final, il ne prend pas appui sur les essais réalisés par les élèves dans leur travail avec les différents outils, et sa conclusion de l'activité s'inscrit plutôt dans la perspective probabiliste théorique. En effet, dans sa conclusion de l'activité, il a présenté des solutions et des réflexions qui étaient uniquement inscrites dans la perspective probabiliste théorique, et aucun lien n'a été établi avec la perspective probabiliste fréquentielle. Puis, il a tenté d'aborder l'enjeu du nombre d'essais, mais son questionnement est resté embryonnaire. Pour ce faire, il a implicitement évoqué la loi des grands nombres, alors qu'il a laissé entendre qu'il valait mieux faire 100 essais que 3, mais sans offrir de justification. En bref, il est resté en marge des enjeux conceptuels liés à la perspective probabiliste fréquentielle et il n'a pas lancé de véritable réflexion conceptuelle relative à la loi des grands nombres.

D'un autre côté, tout se passe comme si la compréhension qu'a Bleu de la loi des grands nombres est assez bonne, mais son aisance dans la gestion de cet enjeu conceptuel a augmenté au fil de l'activité. En effet, durant le travail des élèves avec les outils au cours de la première séance de l'activité, il est resté en marge des enjeux conceptuels associés à une perspective probabiliste fréquentielle – et en l'occurrence, sur la loi des grands nombres. Il a alors fait ce que nous avons qualifié de gestion évasive du travail avec la bouteille alors que dans ses échanges avec les élèves au sujet de leur travail avec la bouteille, il n'a rien expliqué, il est resté dans l'imprécision et dans le vague. Il n'a pas donné d'indice avant ou pendant le travail des élèves avec les outils au cours de la première séance. Il a systématiquement qualifié comme étant de l'à peu près – ou du non

mathématique – les résultats du travail des élèves avec la bouteille et il n'a pas justifié explicitement les raisons qui font de ce travail de l'à peu près. Il a donc laissé aux élèves la charge de la compréhension et des déductions.

Nous avons précédemment pointé que ce manque d'aisance avec la bouteille était possiblement attribuable au changement de dernière minute qu'a fait Bleu durant l'entrevue pré-action de ne pas dévoiler le contenu de la bouteille aux élèves au départ de l'activité. C'est seulement à partir de la conclusion de la première séance, puis durant l'ensemble de la seconde séance, que l'enseignant a adopté une posture plus structurante par rapport aux enjeux conceptuels liés à la bouteille et à la perspective probabiliste fréquentielle. D'abord, en conclusion de la première séance, Bleu a amené l'idée que pour arriver à déterminer la probabilité de gagner avec la bouteille, il était nécessaire de faire un grand nombre d'essais pour alors pouvoir voir une tendance se dégager quant à la proportion de billes noires tirées. En ajoutant que plus le nombre d'essais grandira (1000 essais, 10 000 essais...), plus la tendance observée se rapprochera de la probabilité de gagner, il a alors énoncé les grandes lignes de la loi des grands nombres. C'est donc Bleu qui a explicitement dévoilé l'enjeu conceptuel lié au besoin de faire de plus en plus d'essais pour augmenter le niveau de certitude associé à la probabilité fréquentielle de gagner avec cet outil, plutôt que de le laisser émerger des raisonnements et des réflexions des élèves. Dans ce sens, le travail des élèves sur la loi des grands nombres, qui fait partie des savoirs que les outils permettent d'aborder, s'est donc fait à partir d'une demande de Bleu, plutôt qu'à partir d'un besoin rencontré par les élèves d'augmenter le niveau de certitude associée à la démarche.

Puis, en conclusion de la seconde séance, l'enseignant a affirmé aux élèves que plus le nombre d'essais réalisés avec la bouteille augmente, plus la proportion de billes noires tirées se rapproche de 20 %, ce qui permet de déduire que la bouteille contient probablement 1 bille noire et 4 billes blanches. Cependant, en affirmant que plus le nombre d'essais grandit, plus la proportion de billes noires tirées s'approche de 20 %, Bleu ne semble pas tenir compte des données, qui montrent plutôt que la fréquence de billes noires tirées avec 70 essais (21,4 %) est plus près du 20 % qu'avec 700 essais

(22,1 %). Dans ce sens, il aurait été plus juste d'affirmer qu'après 700 essais, la proportion de billes noires tirées tourne autour de 20 %, ce qui permet de retenir l'hypothèse qu'elle contient 1 bille noire et 4 billes blanches. Tout ce passe alors comme s'il présentait son discours prévu, des propos théoriques proches de la loi des grands nombres. En somme, Bleu a évoqué avec pertinence et cohérence des enjeux conceptuels relatifs à la loi des grands nombres, et ce, à la fois avec la proposition aux élèves d'une démarche pour le travail avec la bouteille lors de la deuxième séance, ainsi qu'aux moments de retour et d'institutionnalisation, où il a lancé une réflexion conceptuelle relative aux enjeux conceptuels de la perspective probabiliste fréquentielle et en l'occurrence sur la loi des grands nombres.

En somme, nous pouvons penser que la difficulté des deux enseignants à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique dans le cadre de leurs activités respectives est liée à la prise en charge assez complexe de la variabilité et de la loi des grands nombres. Ces deux enjeux conceptuels, qui sont liés à la perspective probabiliste fréquentielle, nous semblent devoir être explicitement abordés dans l'enseignement des probabilités pour favoriser chez les élèves le développement d'un raisonnement probabiliste éclairé. La prise en compte de la loi des grands nombres, qui permet en théorie de réduire la variabilité dans les données avec la réalisation d'un nombre suffisant d'essais, permet d'établir un pont entre les deux perspectives probabilistes. Comme la bouteille force une entrée par la perspective probabiliste fréquentielle, nous pouvons penser qu'elle représentait la meilleure ouverture pour aborder ces enjeux conceptuels dans le cadre de l'activité. Néanmoins, la paire de dés aurait également permis de mettre à contribution la variabilité et la loi des grands nombres pour arriver à établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique, mais cet outil a été traité par les deux enseignants dans la perspective probabiliste théorique.

### 3. LES CONDITIONS DIDACTIQUES OFFERTES AUX ÉLÈVES JUGÉS EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES

Les deuxième et troisième objectifs de notre recherche consistaient à décrire et à comprendre les interventions didactiques réalisées auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, ainsi qu'à situer ces interventions au regard de celles faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

#### **3.1 Des différences dans les interventions faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques**

Nos résultats nous permettent d'affirmer que les enseignants observés offrent aux élèves jugés en difficulté en mathématiques des conditions didactiques qui se distinguent à certains égards de celles offertes aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Ces différences sont liées à la quantité d'interventions faites auprès des deux catégories d'élèves et aux moments où ces interventions sont faites durant l'activité.

Dans un premier temps, les analyses statistiques descriptives que nous avons réalisées au regard des interventions mises en œuvres par les deux enseignants dans le cadre de l'activité nous indiquent que les interventions auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques sont en proportion moins nombreuses que les interventions auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Pour Orange comme pour Bleu, cette faible proportion d'interventions auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques découle notamment de leur mode général d'intervention, dont nous discuterons ultérieurement des effets. Orange se promène à travers la classe et il laisse les élèves initier les échanges durant leur travail avec les outils, alors qu'il s'adresse généralement à l'ensemble de la classe ou aux équipes dans leur ensemble. Bleu laisse pour sa part les élèves venir à lui durant leur travail avec les outils, mais il interpelle parfois des élèves (dont certains sont jugés en difficulté en mathématiques) pour réguler leurs comportements ou vérifier l'avancement de leur travail. Pour les deux enseignants, les élèves jugés en difficulté en mathématiques n'avaient pas tendance à

intervenir fréquemment et à beaucoup solliciter la parole dans les échanges, que ceux-ci soient faits en plénière ou en équipe. Orange n'a pas particulièrement sollicité les élèves jugés en difficulté en mathématiques, mais Bleu a mis en place des mesures qui ont pour effet de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement.

Ces mesures mises en œuvre par Bleu font écho à certains résultats de Schmidt (Schmidt *et al.*, 2009; Squalli *et al.*, 2007). Ces auteurs se sont intéressés, dans une perspective didactique, aux conditions favorables à l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté d'apprentissage en classe ordinaire au primaire. Pour ce faire, ils ont étudié la pratique d'enseignement de Calypso, une enseignante qu'ils jugent exceptionnelle. Les auteurs ont identifié des conditions favorables à l'intégration des élèves en difficulté mises en œuvre par l'enseignante. Ainsi, comme nous avons pu constater chez Bleu, les auteurs ont souligné que Calypso interpellait les élèves en difficulté en leur demandant leurs avis, et ce, afin de s'assurer que ceux-ci participaient au débat collectif. De plus, les auteurs ont remarqué que Calypso avait tendance à suivre le progrès des élèves en difficulté, c'est-à-dire suivre particulièrement l'itinéraire cognitif de ces élèves en difficulté à l'intérieur d'une séance et d'une séance à l'autre. Cela s'apparente à certains égards à ce qu'a fait Bleu lorsqu'il a interpellé Liam pendant la première séance afin de vérifier l'avancement de ces travaux durant le travail avec les outils. En ce sens, cela vient corroborer notre hypothèse que les interventions faites par Bleu pourraient bien avoir eu pour objectif de favoriser la participation de l'ensemble des élèves – et en l'occurrence des élèves jugés en difficulté en mathématiques – à la réflexion collective, comme le faisait Calypso lorsqu'elle tentait de mettre en place des conditions favorables à l'apprentissage des mathématiques par les élèves en difficulté.

Cela dit, le fait que les deux enseignants soient peu intervenus auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et que ceux-ci aient peu sollicité la parole, trouvent écho dans les travaux de Sarrazy et Roiné (2006). Ces auteurs ont étudié la place des élèves faibles en mathématiques dans les interactions didactiques survenant durant

l'enseignement de l'arithmétique avec des élèves de 9 ou 10 ans au sein de classes ordinaires du primaire en France. Ils ont constaté que les « élèves faibles » ne sont pas les élèves les plus interrogés par les enseignants et ils sont ceux qui sollicitent le moins la parole. Nous pouvons donc penser que l'enseignant n'interpelle pas automatiquement les élèves qui sollicitent peu la parole dans les échanges. En conséquence, il semble possible de conclure que ces « élèves faibles », tout comme les élèves jugés en difficulté en mathématiques au sein des classes d'Orange et de Bleu, puissent faire l'objet de peu d'interventions de la part de l'enseignant par rapport aux autres élèves du groupe.

Si une petite part des interventions de Bleu et Orange durant l'activité sont spécifiquement faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques, plusieurs de ces interventions sont destinées à l'ensemble du groupe ou à une équipe d'élèves. Dans ce contexte, l'élève jugé en difficulté en mathématiques se trouve lui aussi exposé aux propos tenus par l'enseignant, et ce, même si l'intervention ne lui est pas spécifiquement dédiée et même s'il ne participe pas activement à l'échange. Il nous semble que cela peut, dans une certaine mesure, alimenter la réflexion des élèves jugés en difficulté en mathématiques et ainsi, les amener à dégager une certaine compréhension relative aux enjeux conceptuels de l'activité.

Selon nous, cette idée peut être mise en relation avec les résultats de notre recherche de maîtrise (Martin, 2010). Cette recherche visait à décrire et à comprendre la contribution apportée par deux élèves à risque<sup>63</sup> du troisième cycle du primaire à la résolution en équipe d'une situation problème probabiliste, ainsi que la compréhension que ces élèves peuvent développer de la tâche à réaliser et des concepts mathématiques impliqués. Nous avons réalisé deux études de cas par lesquelles nous avons montré que, en dépit d'une contribution plus ou moins productive et parfois limitée à certains égards

---

<sup>63</sup> Dans cette recherche, nous avons demandé à l'enseignante de cibler des élèves à risque dans sa classe en fonction de la définition du MEQ (Gouvernement du Québec, 2000). Dans celle-ci, les élèves dits « à risque » sont ceux qui présentent des difficultés qui peuvent mener à un échec, des retards d'apprentissage, des troubles émotifs, des troubles du comportement, un retard de développement ou une déficience intellectuelle légère. La catégorie des élèves à risque comporte un regroupement d'élèves tout à fait hétérogène, qui répond au seul critère « [d]'absence de progrès du jeune en fonction des buts que se fixe l'école au regard de ses apprentissages, de sa socialisation et de sa qualification ». (*Ibid.*, p. 5)



au travail réalisé au sein de leur équipe, les élèves à risque ciblées étaient tout de même parvenus à bien comprendre la situation problème et les contenus mathématiques impliqués. Ainsi, dans le cadre de la présente recherche, même si les élèves jugés en difficulté en mathématiques interviennent peu durant les échanges en plénières et qu'ils ne font spécifiquement l'objet que de peu d'interventions de la part des deux enseignants observés, nous pouvons penser que cela ne signifie pas qu'ils n'ont pas été en mesure de développer une compréhension de l'activité et de ses enjeux conceptuels. Toutefois, notre dispositif méthodologique ne permet pas de tirer des conclusions sur le développement de la compréhension et du raisonnement probabiliste des élèves dans le contexte de la recherche.

Dans un deuxième temps, il ressort également de nos analyses quantitatives que les moments de l'activité engendrent une différence significative entre les proportions d'interventions faites auprès des élèves jugés en difficultés en mathématiques et les proportions d'interventions faites auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques. Le tableau 23<sup>64</sup> est un tableau croisé qui implique la variable de la catégorie d'élèves et la variable des interventions faites par Bleu ou par Orange à chacun des trois moments de l'activité.

---

<sup>64</sup> Ce tableau constitue une synthèse du tableau 15 et du tableau 21 respectivement présentés dans les cas d'Orange et de Bleu.

Tableau 23

Les interventions faites par Bleu et par Orange auprès des É.nondiff et des É.difficulté aux trois moments de l'activité<sup>65</sup>

				Orange		Bleu	
				Catégories d'élève		Catégories d'élève	
				É.nondiff (n=19)	É.difficulté <sup>66</sup> (n=5)	É.nondiff (n=12)	É.difficulté (n=3)
Moment de l'activité	Avant	Effectif	58	3	313	51	
		%	14,9 %	14,3 %	36,4 %	37,8 %	
	Pendant	Effectif	225	17	298	65	
		%	57,5 %	85,7 %	34,8 %	48,6 %	
	Après	Effectif	108	0	247	18	
		%	27,6 %	0,0 %	28,8 %	13,5 %	
Total	Effectif	391	20	858	134		
	%	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %		

Dans le cas d'Orange ( $\chi^2 = 33,92$ ,  $p < 0,000$ ,  $ddl = 2$ ) comme dans le cas de Bleu ( $\chi^2 = 7,62$ ,  $p = 0,022$ ,  $ddl = 2$ ), les tests de khi-2 ont montré des écarts de proportion suffisants pour permettre de rejeter l'hypothèse nulle. Il en ressort donc que les deux enseignants interviennent surtout avant et pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Les interventions qu'ils font auprès de cette catégorie d'élèves sont rares ou inexistantes après le travail avec les outils dans le cadre de l'activité.

Cela dit, Bleu a quand même accordé la parole à un élève jugé en difficulté en mathématiques à plusieurs reprises dans le cadre des échanges en plénière et notamment lors des moments de retour de la première et de la deuxième séance de l'activité. De plus, durant le retour sur le travail effectué avec la bouteille dans le cadre de la seconde séance

<sup>65</sup> Il convient toutefois de souligner que nous présentons ce tableau pour revenir sur la distribution des interventions auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques pour les cas respectifs de Bleu et Orange, mais nous ne visons pas à faire une comparaison de la répartition entre Bleu et Orange.

<sup>66</sup> Rappelons que les expressions É.nondiff et É.difficulté sont respectivement employées pour faire référence aux élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques et aux élèves qui sont jugés en difficulté en mathématiques. Cela dit, l'expression É.difficulté- est employée pour souligner qu'Annabelle a été écartée de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques par Orange.

et que des discussions avaient cours pour interpréter les résultats des essais réalisés avec cet outil, l'enseignant a demandé à chacun des élèves de se prononcer quant au contenu de la bouteille. Il a donc fait un tour de table et chaque élève a pris position quant au contenu présumé de la bouteille à partir des résultats obtenus et des interprétations dégagées. Ainsi, plusieurs indices nous portent à croire que Bleu n'a pas cherché à favoriser systématiquement les interventions des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques dans le cadre du retour sur le travail effectué avec la bouteille, et ce, même si les élèves jugés en difficulté en mathématiques ont très peu pris la parole dans ce contexte.

Durant le retour sur le travail avec les outils, Orange a pour sa part essentiellement interagi avec les porte-paroles des quatre équipes et aucun d'entre eux n'était un élève jugé en difficulté en mathématiques. Les porte-paroles ont été choisis par les équipes et non par l'enseignant. Dans ce contexte, même si elle n'était pas une porte-parole, Annabelle est la seule élève de la catégorie des élèves jugés en difficulté en mathématiques avec qui Orange a interagi après le travail avec les outils. En effet, durant ce moment de l'activité, elle est la seule élève de cette catégorie à avoir pris la parole et elle est la seule à avoir été interpellé par Orange.

Ce constat que nous avons formulé au regard des interventions faites aux différents moments de l'activité s'inscrit en continuité avec certains résultats des travaux de Sarrazy et Roiné (2006). En effet, ces auteurs affirment que les enseignants ont tendance à solliciter ce qu'ils appellent « une participation didactiquement fonctionnelle » des élèves dans les interactions didactiques. Ainsi, ils soutiennent que l'enseignant sollicite plus les « bons élèves » en fin d'activité car, s'il les interpelle en début de séance, ceux-ci risquent de démasquer « trop tôt le coupable ». Inversement, l'enseignant ne sollicite pas trop l'« élève faible » en fin d'activité, car celui-ci « dilue, brouille les pistes », ce qui peut avoir comme conséquence d'entraîner l'enseignant sur des chemins qui s'éloignent trop de la route prévue. Enfin, avec les « élèves moyens », l'enseignant dispose d'une plus grande marge de manœuvre, alors qu'il peut « contrôler le flux, distiller finement ses apports, en distribuant à sa guise les questions et recadrages

des réponses par lesquels il maintient son cap » (*Ibid.*, p. 57). Ces auteurs ajoutent que les enseignants solliciteraient la participation des élèves sous l'influence d'une pression didactique, c'est-à-dire le devoir de faire avancer la leçon. Dans ce sens, les auteurs jugent qu'un accent serait donc implicitement mis par les enseignants sur leur mission didactique, qui consiste à faire avancer les connaissances pour le plus grand nombre d'élèves dans un temps nécessairement limité dans la gestion de la participation des élèves dans une discussion de groupe.

Est-il possible que les deux enseignants aient (dans une plus ou moins grande mesure) attribué volontairement davantage la parole aux élèves qui n'étaient pas jugés en difficulté en mathématiques? Ce ne semble pas avoir été le cas de Bleu, qui a mis en œuvre un certain nombre des interventions qui ont eu pour effet de favoriser la participation de l'ensemble des élèves à la réflexion collective et de réduire l'écart entre les interventions qu'il fait auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions qu'il fait auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. Cependant, même s'il n'a pas nommé les porte-paroles des équipes, Orange n'a pas fait d'intervention pour favoriser la participation des élèves jugés en difficulté en mathématiques après le travail avec les outils, sauf dans le cas d'Annabelle. Cet enseignant pourrait-il avoir agi de la sorte par souci d'efficacité et d'économie dans le cadre du retour et de l'institutionnalisation, dans la mesure où les stratégies et les solutions des élèves jugés en difficulté en mathématiques auraient été présumées moins justes et moins pertinentes sur les plans mathématique et didactique, et leurs interventions moins claires et précises.

Notre recherche ne permet malheureusement pas d'apporter une réponse définitive ou plus substantielle à cette question, mais les travaux de Minassian et Munoz (2009) jettent une certaine lumière sur celle-ci. En effet, ces auteurs ont mis en exergue un phénomène d'exclusion des élèves en difficulté des débats ou des discussions dans l'enseignement des mathématiques au sein de la classe ordinaire. Ces auteurs ont constaté que les élèves jugés faibles sont parfois exclus des discussions au profit des élèves jugés « tête de la classe ». Toutefois, ils ont souligné que l'enseignant observé dans le cadre de

leur recherche ne semble pas opérer cette exclusion volontairement, alors qu'il argumente que les erreurs ne doivent pas être exposées aux autres élèves de la classe. Il est alors entendu, disent les auteurs, que les interventions des élèves faibles ou jugés faibles sont empreintes de confusions et d'erreurs qui pourraient nuire aux autres élèves. Il est possible de croire que même si le cas de Bleu ne semble pas cadrer avec ces résultats, les résultats de ces deux chercheurs pourraient quand même faire écho au cas d'Orange.

En somme, nos analyses quantitatives ont permis de mettre en lumière des différences à la fois sur le nombre d'interventions et sur les moments d'intervention auprès des élèves en difficulté. Toutefois, les analyses qualitatives des interventions des enseignants que nous avons réalisées ont montré que ces différences ne viennent pas nécessairement d'une manière différente d'intervenir auprès de ces élèves de la part des enseignants. Nous pensons plutôt que ces différences s'expliquent par les postures respectivement adoptées par les deux enseignants au regard des enjeux conceptuels de l'activité, ainsi que par leur mode général d'intervention respectif.

### **3.2 La posture adoptée et les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques**

Les résultats de cette thèse nous montrent que les postures adoptées respectivement par les deux enseignants au regard des enjeux conceptuels de l'activité les amènent à faire des interventions de même nature auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques.

D'un côté, Orange a adopté une posture que nous avons qualifiée de contemplative, par laquelle il est resté en retrait des enjeux conceptuels inhérents aux outils et à l'activité, et ce, que ce soit auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. Nous pouvons penser que sa faible maîtrise des contenus probabilistes explique dans une bonne mesure cette posture contemplative qu'il a adoptée – avec cohérence et constance – auprès de tous les élèves et tout au long de l'activité, sauf au

moment de l'institutionnalisation. Nous considérerons donc qu'il n'est pas différemment intervenu auprès des élèves jugés en difficulté et auprès des autres élèves.

Pour Orange, tout se passe comme s'il restait d'une certaine manière à l'écart de la rencontre des élèves avec les enjeux conceptuels. Dans ce sens, en partant de la définition du processus d'étayage que donne Bruner (1983), nous avons perçu qu'Orange ne fait pas d'étayage qui est défini comme un soutien offert par l'adulte et qui « consiste essentiellement [...] à " prendre en mains " ceux des éléments de la tâche qui excèdent initialement les capacités du débutant, lui permettant ainsi de concentrer ses efforts sur les seuls éléments qui demeurent dans son domaine de compétence et de les mener à terme » (*Ibid.*, p. 263). Ainsi, Orange ne fait que demander aux élèves ce qu'ils sont en train de faire, sans valider ou infirmer leurs raisonnements ou résultats.

D'ailleurs, au moment de l'entrevue pré-action, Orange a affirmé que pour aider les élèves jugés en difficulté en mathématiques à réussir, il devait fournir un soutien constant. Il a déclaré que ce soutien pouvait prendre différentes formes. Ainsi, ce soutien pouvait se traduire assez globalement, mais aussi plutôt localement : relire la consigne, fournir un accompagnement dans la tâche, décortiquer la tâche en blocs ou en morceaux, élaborer un plan de travail, ou encore « remâcher ou redire » à l'élève les concepts mathématiques qui doivent être convoqués dans la tâche. Cependant, les interventions d'Orange durant l'activité ne témoignent pas d'un tel soutien aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Nous pouvons penser que son manque d'aisance avec les probabilités permet d'expliquer, au moins dans une certaine mesure, cette différence entre le discours tenu par l'enseignant durant l'entrevue pré-action et ses actions durant l'activité. En ce sens, il se retrouve en difficulté d'enseignement au regard des contenus mathématiques visés par l'activité. Par la gestion qu'il fait de celle-ci, il laisse pour compte les élèves qui n'ont pas tendance à le solliciter et donc, notamment les élèves jugés en difficulté en mathématiques, à l'exception d'Annabelle. Est-ce possible qu'Orange, ne se sentant pas pleinement apte à gérer l'activité sur le plan didactique, interpelle peu les élèves sur le plan individuel et qu'il n'interagisse en général qu'avec les élèves qui le sollicitent? Ou encore cela fait-il partie des caractéristiques de sa pratique

d'enseignement plus générale? C'est quelque chose qui demande à être validé dans une autre recherche. Dans un cas comme dans l'autre, le mode général d'intervention d'Orange semble finalement avoir pour conséquence de marginaliser les élèves jugés en difficulté en mathématiques, qui ne l'interpellent pas beaucoup et qu'il n'interpelle lui-même que très peu, à la fois durant les échanges en plénière et durant le travail d'équipe.

De l'autre côté, Bleu adopte une posture structurante au regard des enjeux conceptuels durant l'ensemble de l'activité, exception faite de la gestion évasive qu'il fait du travail des élèves avec la bouteille durant la première séance de travail. Cette posture l'amène à faire des interventions à travers lesquelles il aborde les enjeux conceptuels que ce soit auprès des élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. La seule exception vient d'un échange qui survient entre Liam (un élève jugé en difficulté en mathématiques) et l'enseignant. Durant celui-ci, Bleu a mis en œuvre des interventions qui témoignent d'un étayage beaucoup plus directif qu'en général dans les autres interventions. Comme l'enseignant a particulièrement interpellé cet élève pour qu'il vienne lui présenter son travail, ce qu'il n'a pas fait avec d'autres élèves durant l'activité, nous pouvons penser qu'il a fait le choix de guider l'élève à l'aide de questions précises dans l'élaboration de son arbre des probabilités en fonction de sa maîtrise des enjeux conceptuels ou de son regard sur les caractéristiques de cet élève. Toutefois, nous avons soulevé l'hypothèse que puisque l'enseignant était pressé par le temps (il a dit vouloir débiter le retour immédiatement après l'échange), il n'a pas eu la possibilité de faire comme avec les autres élèves et de renvoyer Liam à sa place pour qu'il travaille sur la réalisation de stratégie, puis qu'il revienne le voir pour valider son travail. Il serait donc possible de croire que l'étayage plus directif de Bleu serait simplement une question de gestion du temps.

Nous posons l'hypothèse que le degré de maîtrise des contenus probabilistes en jeu dans l'activité a probablement eu une incidence marquée sur les postures respectivement adoptées par les deux enseignants. Ainsi, Orange a dit ne pas être à l'aise avec les probabilités et il est généralement resté en marge des enjeux conceptuels dans ses interventions au fil de l'activité, alors qu'à l'inverse, Bleu a dit être à l'aise avec les

probabilités et dans l'ensemble, il a abordé les enjeux conceptuels à travers ses interventions au cours de l'activité. Il est possible de croire que la posture respectivement adoptée par chacun des enseignants est venue façonner les conditions didactiques offertes aux élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques. En effet, le fait de rester en marge des enjeux conceptuels ou de les aborder à travers les interventions faites durant l'activité a nécessairement eu un impact sur le guidage et la rétroaction fournis par les enseignants aux élèves de leur classe.

Cela nous amène donc à croire que le degré de maîtrise des enjeux conceptuels inhérents aux outils qu'avaient les deux enseignants a influencé les conditions didactiques qu'ils ont offertes aux élèves de leur classe respective pour l'enseignement des probabilités à travers l'activité.

### **3.3 Les effets du mode général d'intervention**

Les résultats de nos analyses indiquent que les modes généraux d'intervention respectifs des deux enseignants laissent généralement à l'initiative des élèves de provoquer des échanges individuels avec l'enseignant. Les deux enseignants ont généralement tendance à s'adresser à l'ensemble du groupe lors des plénières ou à des équipes d'élèves durant leur travail avec les outils. Nous verrons toutefois que des nuances importantes se dessinent pour le cas de Bleu.

Orange laisse les élèves initier les échanges durant leur travail avec les outils, alors qu'il parle à la deuxième personne du pluriel (vous) et qu'il interpelle les équipes dans leur ensemble. Ainsi, les interventions faites à l'intention de l'ensemble de la classe ou à l'intention des membres d'une équipe sont pour ainsi dire toujours initiées par l'enseignant. Quant aux interventions plus spécifiquement faites auprès d'un élève, elles sont la plupart du temps déclenchées par des élèves et non par Orange. Or, dans le cadre de l'activité, les élèves jugés en difficulté en mathématiques n'initient que peu d'échanges; ils participent donc rarement à des échanges spécifiques avec Orange. L'enseignant ne sollicite pas particulièrement les élèves jugés en difficulté en



mathématiques, ni durant les plénières ni durant le travail en équipe. Cela s'avère en droite ligne avec un constat fait par Sarrazy et Roiné (2006), qui affirment que l'enseignant n'interroge pas nécessairement les élèves qui restent silencieux et qui ne sollicitent pas la parole. Par exemple, Orange demande aux équipes de nommer un porte-parole pour présenter le fruit de leur travail au moment du retour. Parmi les quatre porte-paroles, aucun n'est un élève jugé en difficulté en mathématiques. Dans ce contexte, comme les échanges surviennent surtout entre l'enseignant et les porte-parole, les élèves jugés en difficulté n'interviennent pas (à l'exception d'Annabelle, qui n'est pas un porte-parole, mais qui intervient quand même).

Quant à Bleu, il laisse venir à lui les élèves durant leur travail avec les outils durant la première séance, mais il interpelle parfois des élèves (dont certains sont jugés en difficulté en mathématiques) pour réguler leurs comportements ou vérifier l'avancement de leur travail. En effet, il semble faire un effort pour s'assurer de la participation de tous les élèves, incluant ceux jugés en difficulté en mathématiques, dans les différents moments de l'activité, notamment au moment du retour et de la conclusion de l'activité. Il met donc en œuvre des interventions qui ont pour effet de réduire l'écart entre les interventions faites auprès des élèves qui sollicitent beaucoup la parole et les interventions faites auprès de ceux qui ne la sollicitent que rarement. Par exemple, durant les échanges en plénière dans le cadre de l'activité, Bleu interpelle différents élèves, dont des élèves jugés en difficulté en mathématiques, et ce, même si leurs interventions ne contribuent pas toujours, dans les faits, à l'avancement de la réflexion collective. De plus, il recherche un minimum d'élèves prêts à intervenir pour éviter que ce soit toujours les mêmes qui prennent la parole et il réalise un tour de table afin que tous les élèves puissent se prononcer. Il force également un changement de locuteur au sein des équipes dans les échanges avec lui pendant le travail avec les outils : il exige que ce ne soit pas toujours le même élève qui prenne la parole.

D'une certaine manière, il nous apparaît difficile d'analyser les interventions auprès d'élèves jugés en difficulté en mathématiques en classe ordinaire sans prendre en considération le mode d'intervention général de l'enseignant. Par celui-ci, l'enseignant

provoque les échanges (ou laisse les élèves les provoquer). De plus, ce mode d'intervention engendre une certaine gestion des échanges, autant sur le plan de la forme (par exemple questionner, remettre en doute, confirmer ou valider) que sur le plan du contenu (par exemple donner ou non des indices, pister ou non les élèves sur les enjeux conceptuels). Ce mode influence sans aucun doute les conditions didactiques offertes aux élèves dans le cadre de l'activité, à la fois sur le plan didactique et sur le plan psychopédagogique.

### **3.4 L'identification des élèves en difficulté en mathématiques dans la classe ordinaire**

Dans la classe spéciale, l'enseignant se retrouve devant des élèves qui ont été reconnus en difficulté par le système scolaire, qui ont été placés dans ce contexte en fonction de critères comme l'échec répété ou l'accumulation de certains retards scolaires. L'enseignant doit alors conjuguer avec un groupe particulier d'élèves qui se sont tous retrouvés en échec devant l'enseignement régulier des classes ordinaires. Cela induit une forte pression d'adaptation sur l'enseignement de l'enseignant, une pression qui l'amène à dispenser un enseignement des mathématiques différent à bien des égards de celui offert en classe ordinaire. En effet, les élèves en difficulté qui se retrouvent dans la classe spéciale ont été sortis des classes ordinaires et ont cessé de recevoir l'enseignement régulier qui y est dispensé pour être dirigés vers des classes spéciales afin de recevoir un enseignement spécial, c'est-à-dire différent et adapté.

Dans la classe ordinaire, l'enseignant se retrouve devant un groupe d'élèves qui arrivent à fonctionner et à apprendre dans le cadre d'un enseignement régulier. Comme dans la classe spéciale, les élèves ont différents niveaux mathématiques, mais seulement certains d'entre eux sont jugés en difficulté. L'identification des élèves en difficulté en mathématiques au sein de la classe ordinaire peut passer par des évaluations et des étiquettes institutionnelles formelles. Toutefois, au quotidien, l'identification de ces élèves qui rencontrent des difficultés dans l'apprentissage des mathématiques repose avant tout sur le jugement de l'enseignant.

Nous avons choisi de nous baser sur le jugement des enseignants pour cibler les élèves en difficulté en mathématiques au sein de leur classe ordinaire dans le cadre de notre étude. Notre procédé s'est donc trouvé en cohérence avec les conclusions de Bryant *et al.* (2000) et de Sarrazy et Roiné (2006), qui ont respectivement montré que le jugement des enseignants pour l'identification des élèves en difficulté en mathématiques est généralement cohérent avec des mesures de test de mathématiques. Dans les deux cas, les chercheurs ont d'abord demandé à des enseignants de classer les élèves de leur classe en fonction de leur niveau en mathématiques, puis ils ont fait passer aux élèves un test de mathématiques. Les résultats obtenus par les élèves à ce test concordaient en général avec la classification réalisée par les enseignants.

Nous avons constaté que Bleu et Orange utilisent des critères différents pour cibler les élèves qu'ils jugent être en difficulté en mathématiques au sein de leur classe. D'un côté, Bleu a affirmé au moment de l'entrevue pré-action que les élèves jugés en difficulté en mathématiques sont des élèves qui ont accumulé des retards en mathématiques, comme s'ils avaient été « perdus » depuis longtemps en mathématiques et qu'ainsi, ils se trouvaient toujours plus loin « derrière le groupe ». Selon lui, ces élèves rencontrent de plus en plus de difficultés sur le plan de l'application des concepts mathématiques à mesure que ceux-ci se complexifient. Enfin, il a souligné que ces élèves sont souvent aux prises avec des troubles d'attention. De l'autre côté, Orange a affirmé au moment de l'entrevue pré-action que les élèves jugés en difficulté en mathématiques sont des élèves qui font beaucoup d'erreurs de calcul et d'erreurs de choix d'opérations, qui arrivent rarement à la bonne réponse, mais qui peuvent réussir s'ils obtiennent du soutien constant de sa part. Il a également souligné que ces élèves ont de la difficulté à se mobiliser, qu'ils ne sont pas nécessairement proactifs dans la démarche de résolution au sein d'une équipe, ce qui fait qu'ils savent exécuter certaines tâches précises, mais qu'ils ne sont pas ceux qui expriment le plus leurs opinions.

Dans la classe de Bleu, Liam s'est distingué, dans une certaine mesure, des deux autres élèves jugés en difficulté en mathématiques, notamment parce qu'il a demandé

plus fréquemment la parole et qu'il est intervenu plus fréquemment dans les échanges en plénière. Néanmoins, il ne s'est pas suffisamment démarqué des autres élèves de cette catégorie pour que nous puissions remettre en question le jugement de l'enseignant.

Dans la classe d'Orange, Annabelle se démarque clairement des autres élèves jugés en difficulté en mathématiques. D'abord, dans l'entrevue pré-action, Orange a identifié Annabelle comme une élève en difficulté en mathématiques. Il l'a décrite comme une élève au sens artistique très développé, volubile, capable de prendre sa place et portée à exprimer son opinion, mais qui est lunatique et qui a tendance à faire beaucoup d'erreurs dans ses calculs et dans le choix d'une opération. De plus, il a établi une différence entre cette élève et les autres élèves jugés en difficulté en mathématiques. En effet, il a affirmé que la personnalité d'Annabelle la distingue par rapport aux autres élèves de cette catégorie, qui ne sont pas nécessairement portés à être proactifs, à exprimer leurs opinions dans le cadre du travail en équipe, ni à intervenir ou à tenter des stratégies ou des raisonnements. Dans le cadre de cette activité, elle a en effet développé de riches stratégies mathématiques pour arriver à calculer les probabilités de gagner avec les différents outils. Elle a également exposé plusieurs raisonnements justes et pertinents sur le plan mathématique, et ce, malgré une petite erreur commise dans la réalisation de sa stratégie de subdivision de la roulette. Enfin, au moment de l'entrevue postaction, l'enseignant a exprimé sa surprise quant à la performance de cette élève.

Il est alors possible de se questionner sur les raisons de la performance surprenante de cette élève jugée en difficulté en mathématiques. Est-ce possible que l'activité élaborée à partir de la ressource didactique et proposée aux élèves par l'enseignant – une activité qui s'écarte de son enseignement habituel par sa nature et par ses caractéristiques – ait provoqué la performance surprenante de cette élève? Serait-elle arrivée à comprendre aussi bien une tâche différente sur le plan de la forme ou des contenus abordés?

Une première piste de réponse possible réside dans la conclusion de notre recherche de maîtrise (Martin, 2010). Nous y avons évoqué une recherche où les

raisonnements statistiques d'élèves en difficulté de la fin du primaire pendant la résolution de situations problèmes ont été explorés (Mary et Theis, 2007). Les auteurs de cette recherche ont soulevé la possibilité

que le domaine de la statistique offre une occasion de travailler positivement avec les élèves [en difficulté]. Le domaine statistique, encore nouveau dans la classe, pourrait porter, moins que les autres domaines mathématiques, le poids des connaissances et se retrouver alors moins connoté négativement par les élèves [en difficulté]. (*Ibid.*, p. 596)

Allant dans le même sens que ces auteurs, nous avons jugé possible que les probabilités aient eu une connotation moins négative que les autres domaines mathématiques pour les deux élèves à risque ciblées que nous avons alors observées, compte tenu du fait que ce domaine des mathématiques avait été très peu abordé dans la classe au moment de l'expérimentation. De plus, nous avons souligné que le faible investissement de ces contenus mathématiques dans la classe avait mis l'ensemble des élèves de la classe – incluant les élèves à risque – approximativement sur le même pied d'égalité sur le plan des outils probabilistes. Ces élèves n'étaient donc pas écartées d'emblée par des retards accumulés.

En cohérence avec les conclusions de ces travaux, nous pouvons penser que la performance surprenante d'Annabelle dans le cadre de l'activité planifiée par Orange découle peut-être du fait que les probabilités constituent un contenu mathématique moins connoté et au regard duquel l'ensemble des élèves de la classe se trouvait moins compétent. Il a donc été possible pour Annabelle de mettre à l'œuvre la créativité dont parle Orange pour élaborer des stratégies mathématiquement riches, sans avoir à élaborer un montage conceptuel très complexe et faisant référence à plusieurs savoirs mathématiques très fortement investis dans le parcours scolaire des élèves.

Une deuxième piste de réponse possible réside dans les propos de Theis et Gagnon (2013), qui opposent l'idée du statut d'élève en difficulté « de manière générale » en mathématiques à celle d'élève en difficulté « de manière localisée » au regard d'une certaine tâche (ou d'un type de tâche) ou encore d'un contenu mathématique

(ou d'un type de contenu). Dans les travaux qu'ils ont réalisés dans une classe ordinaire du primaire, ils ont pointé le fait que dans les situations expérimentées en classe, ils ont constaté qu'il arrivait que les élèves ayant des difficultés dans une situation n'en aient pas dans d'autres, et vice-versa. En ce sens, ils ont affirmé qu'il pourrait être pertinent de modifier la vision de l'élève en difficulté : plutôt que de le « considérer comme étant en difficulté [...] dans l'ensemble des activités, il conviendrait de considérer différemment les difficultés qu'il éprouve d'une activité à l'autre » (*Ibid.*, p. 105). Au regard des résultats de notre thèse, cela pourrait signifier qu'Annabelle, qui se trouvait habituellement en difficulté en mathématiques en fonction des activités généralement employées par l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques, s'est sentie mathématiquement à l'aise dans cette activité atypique. Cette activité, qui est probablement plus ouverte que les activités généralement proposées dans la classe d'Orange, ne demandait pas nécessairement beaucoup de prérequis formels en mathématiques qui auraient pu poser problème à l'élève.

## CONCLUSION

Dans ce dernier chapitre, nous résumons d'abord notre recherche et nous exposons ensuite ses principaux résultats. Nous divulguons par la suite les limites de notre recherche, ainsi que nous soulevons ses retombées potentielles et les pistes de recherche qu'elle permet d'ouvrir. Enfin, nous positionnons notre recherche dans la thématique du doctorat en éducation de l'Université de Sherbrooke.

### 1. UN RÉSUMÉ DE LA RECHERCHE

De nombreuses recherches ont cherché à décrire les conditions didactiques mises en place pour enseigner les mathématiques aux élèves en difficulté au sein de classes spéciales. Toutefois, il a été montré que, la classe spéciale au primaire ne constitue le milieu de scolarisation que pour une minorité des élèves en difficulté, étant donné que ces derniers sont majoritairement scolarisés au sein de classes ordinaires. Or, peu de travaux ont cherché à caractériser l'enseignement des mathématiques dispensé aux élèves en difficulté dans la classe ordinaire au primaire. Ainsi, nous en savons très peu relativement aux conditions didactiques mises en place par l'enseignant de la classe ordinaire pour l'enseignement des mathématiques à un groupe d'élèves qui n'est pas jugé à priori en situation d'échec, mais incluant néanmoins des élèves en difficulté. En ce sens, nous avons jugé primordial de poursuivre le travail pour mieux comprendre les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté par les enseignants dans l'enseignement des mathématiques au sein des classes ordinaires du primaire.

Pour l'étude de cet objet, nous avons choisi le contexte de l'enseignement des probabilités. Nous avons également convoqué le concept d'intervention didactique développé par Vannier (2002, 2006), dont les quatre niveaux d'intervention didactique ont permis de structurer notre analyse des conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté par l'enseignement des probabilités au sein de classes ordinaires du primaire. En

prenant appui sur ces deux piliers conceptuels, nous avons cherché (1) à décrire et à comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par deux enseignants pour l'enseignement des probabilités au sein de classes ordinaires du primaire, (2) à décrire et à comprendre les interventions didactiques réalisées plus spécifiquement pour l'enseignement des probabilités aux élèves jugés en difficulté ainsi qu'à (3) situer les interventions didactiques faites auprès des élèves en difficulté en mathématiques par rapport à celles faites auprès des élèves qui ne sont pas en difficulté en mathématiques.

Pour arriver à mieux comprendre l'enseignement des probabilités aux élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire du primaire, nous avons réalisé l'étude de cas de deux enseignants de classes ordinaires de troisième cycle du primaire. Nous avons proposé à ces enseignants une ressource didactique liée aux probabilités pour concevoir et mettre en œuvre un projet didactique adapté à leurs élèves. Cette ressource que nous avons développée a été présentée aux enseignants dans le cadre d'une rencontre préparatoire réalisée en amont de la collecte de données et durant laquelle un survol des enjeux conceptuels liés aux probabilités a été fait.

Pour collecter les données sur les interventions didactiques des enseignants, nous avons réalisé avec chacun des enseignants une entrevue pré-action, un enregistrement en classe de son activité et, enfin, une entrevue postaction. Afin de pouvoir considérer les conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté, nous avons demandé aux enseignants de classer les élèves de leur classe en fonction de leur niveau mathématique (forts, moyens ou en difficulté en mathématiques). La démarche d'analyse des données a mené à l'élaboration d'un polyptyque de codage et au codage du corpus. Nous avons ensuite réalisé des analyses quantitatives sur les données issues du codage et nous avons fait une analyse didactique des séances d'enseignement à travers une mise en relief de certains faits saillants liés à l'enseignement des probabilités et aux conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.



## 2. LES PRINCIPAUX RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

Notre recherche a généré plusieurs résultats en lien avec les interventions didactiques mises en œuvre pour l'enseignement des probabilités en classe ordinaire du primaire et relativement aux conditions didactiques offertes dans ce contexte aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Nous présentons les quatre principaux résultats.

Premièrement, il ressort de notre analyse que les conditions didactiques offertes par les deux enseignants à travers l'enseignement des probabilités découlent de leur posture adoptée au regard des enjeux conceptuels et de leur mode général d'intervention, qui semblent tous deux influencés par leur degré de maîtrise des contenus probabilistes.

Deuxièmement, nos résultats nous ont permis de constater qu'il a été difficile pour les deux enseignants d'établir un pont entre les perspectives probabilistes fréquentielle et théorique, notamment en raison d'une prépondérance de la perspective probabiliste théorique dans leur pratique d'enseignement et en raison de leur difficulté à conjuguer avec la perspective probabiliste fréquentielle, qui constitue un enjeu conceptuel des probabilités avec lequel ils n'ont pas complètement semblé à l'aise.

Troisièmement, cette thèse indique que les deux enseignants rencontrent une difficulté dans l'institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité. Cette difficulté nous semble résider à deux niveaux. D'une part, ils ont tendance à pointer les solutions de l'activité, et ce, à la fois en termes de stratégies et de réponses attendues, mais sans nécessairement amener la discussion sur les enjeux probabilistes sous-jacents. D'autre part, ils restent très proches de l'activité et des outils probabilistes dans leur conclusion de l'activité et conséquemment, ils n'amènent pas vraiment les élèves à prendre conscience du fait que les savoirs en jeu dans l'activité dépassent ce seul contexte et sont plus largement reconnus dans une institution.

Quatrièmement, nos analyses ont montré que les deux enseignants interviennent en plus faible proportion auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques qu'auprès des élèves qui ne sont pas jugés en difficulté en mathématiques et qu'ils interviennent surtout avant et pendant le travail avec les outils auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques et peu ou pas après le travail avec les outils. Cependant, dans ce contexte, les conditions didactiques offertes aux élèves – qu'ils soient ou non jugés en difficulté en mathématiques – à travers l'enseignement des probabilités semblent malgré tout de nature similaire. En effet, il y a peu ou pas d'interventions spécifiques qui sont faites auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques par les enseignants. Contrairement à ce que de nombreuses recherches qui ont étudié l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté ont pu observer au sein de la classe spéciale, l'enseignement des mathématiques que nous avons observé dans cette recherche ne se caractérise pas par un ralentissement du temps didactique et, en ce sens, les phénomènes d'enseignement qui y sont reliés ne se sont pas manifestés.

### 3. LES LIMITES DE LA RECHERCHE

Au terme de cette recherche, nous croyons essentiel de souligner que celle-ci comporte quatre grandes limites, à commencer par le fait qu'elle s'intéresse à l'enseignement d'un seul contenu mathématique à l'intérieur d'une seule activité par deux enseignants. Bien qu'il se soit avéré très instructif d'en connaître davantage sur les interventions didactiques faites par ces deux enseignants pour l'enseignement des probabilités à travers une activité, il aurait été pertinent de pouvoir étudier les interventions didactiques des enseignants au cours d'une séquence d'enseignement composée de plusieurs activités ou encore dans le cadre de quelques activités pour l'enseignement de différents contenus mathématiques. Cela permettrait de vérifier la stabilité des pratiques d'enseignement de ces enseignants et des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, que ce soit au cours d'une séquence d'enseignement ou pour l'enseignement de plusieurs contenus mathématiques différents.

Dans le même ordre d'idées, il faut reconnaître que la planification et la réalisation d'une activité à partir d'une ressource didactique imposée nous a éloigné de l'étude des pratiques ordinaires d'enseignement. Il s'agit plutôt de l'étude d'une pratique « inspirée », qui se situe entre la pratique ordinaire et l'ingénierie didactique. Pour avoir un portrait potentiellement plus proche des pratiques ordinaires de ces deux enseignants, autant au regard de leurs interventions didactiques que des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques, il aurait été pertinent d'observer une ou des séances d'enseignement qui n'auraient pas été basées sur la ressource didactique.

Le choix de l'enseignement des probabilités comme contexte d'étude pour notre objet constitue également une limite de notre recherche. Les probabilités semblent être une branche des mathématiques avec laquelle les enseignants ne sont pas complètement à l'aise, surtout dans le cas d'Orange. Effectivement, celui-ci s'est placé en terrain inconnu avec la planification et la réalisation d'une activité à partir de la ressource didactique, loin d'un manuel scolaire qui oriente habituellement son enseignement des probabilités. Il s'est alors retrouvé à tenter d'accompagner les élèves dans la réalisation de cette activité, mais sa gestion a semblé difficile pour lui, notamment en raison des défis conceptuels qu'elle renferme et qui sont apparus difficiles à relever. Bleu a, lui aussi, rencontré des obstacles conceptuels liés aux probabilités dans sa gestion de l'activité, ce dont témoigne sa gestion évasive du travail des élèves avec la bouteille durant la première séance. Ainsi, le choix de l'enseignement des probabilités comme contexte d'étude de notre objet a eu pour effet de sortir les deux enseignants de leur zone de confort conceptuelle pour l'enseignement des probabilités. La ressource didactique, qui cherchait à forcer une mise en complémentarité des perspectives probabiliste fréquentielle et théorique, semble avoir exacerbé les difficultés conceptuelles rencontrées par les deux enseignants. En ce sens, le degré de maîtrise des probabilités qu'avaient les deux enseignants a donc vraisemblablement influencé la posture adoptée au regard des enjeux conceptuels de l'activité, le mode général d'intervention mis en œuvre ainsi que les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Le choix de l'enseignement d'un contenu mathématique moins atypique (ou avec lequel les enseignants auraient été davantage à l'aise) comme

contexte d'étude de notre objet aurait probablement permis de dresser un portrait plus juste de la pratique d'enseignement de ces deux enseignants et des interventions didactiques qu'ils mettent « ordinairement » en œuvre dans leur enseignement des mathématiques.

Enfin, la recherche que nous avons réalisée, en fonction du cadre conceptuel élaboré et des choix méthodologiques effectués, nous a mené à l'étude des interventions didactiques des enseignants à travers leurs pratiques déclarées (par leur discours dans les entrevues pré-action et postaction) et leurs pratiques observées (par l'observation des séances en classe). Bien que les entrevues pré-action et postaction nous aient offert certaines informations sur les intentions des enseignants, plusieurs questions entourant leurs interventions didactiques et les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques sont restées sans réponse, essentiellement par manque de justification et d'intentionnalité de leurs actions et de leurs paroles (ou de leurs non-actions et de leur non-paroles). Aller au-delà des pratiques déclarées et observées pour réaliser l'observation du travail des enseignants et faire l'étude du regard qu'ils portent sur leurs pratiques d'enseignement des mathématiques permettrait une validation plus directe et explicite de leurs intentions. Ainsi, l'ajout de mécanismes méthodologiques comme les séances d'autoconfrontations simple et croisée que Clot (2008) propose de réaliser dans la perspective ergonomique de la clinique de l'activité permettrait aux enseignants de porter un regard sur leur propre pratique, de mettre en mots les constantes de leur propre travail et d'explicitier leurs conduites, ce qui viendrait assurément enrichir et nuancer l'analyse de leurs interventions didactiques.

#### 4. LES RETOMBÉES DE LA RECHERCHE

Notre recherche engendre des retombées importantes sur le plan de la formation des enseignants. En effet, les résultats obtenus dans cette thèse viennent éclairer plusieurs questions à aborder pour accompagner les futurs enseignants dans l'enseignement des probabilités dans une classe ordinaire du primaire, notamment auprès des élèves jugés en difficulté en mathématiques. Comme nous l'avons vu, avoir une ressource didactique ayant

un important potentiel mathématique et didactique n'est pas suffisant pour enseigner les probabilités et offrir des conditions didactiques favorables à l'apprentissage des probabilités, que ce soit aux élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques.

Une attention particulière doit être portée aux enjeux probabilistes inhérents aux outils, en tenant compte des conséquences didactiques entraînées par les choix faits par l'enseignant en amont de la rencontre des élèves avec l'activité. Il faut également considérer la posture adoptée par l'enseignant au regard des contenu probabilistes et le mode général d'intervention qu'il met en œuvre dans le cadre de l'activité, et ce, en fonction de leur incidence sur les conditions didactiques offertes aux élèves pour l'apprentissage des probabilités. En outre, il est important de prendre en compte la gestion du retour et de la conclusion de l'activité pour arriver à favoriser l'institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité. Cette sensibilisation à différents éléments (degré de maîtrise des contenus probabilistes, choix didactiques, mode général d'intervention, gestion du retour et de la conclusion) en lien avec les conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques lors de la formation des enseignantes et enseignants, nous paraît fondamentale.

Les niveaux d'intervention didactique pourraient servir de point de départ à une réflexion avec les étudiants en formation pour décortiquer la démarche de planification et de réalisation d'un projet didactique.

## 5. LES PISTES DE RECHERCHE

Nos résultats ouvrent de nouvelles avenues de recherche, car cette thèse constitue l'une des premières recherches à s'intéresser explicitement à l'étude des interventions didactiques faites par des enseignants de classes ordinaires pour l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté au primaire. En effet, nous nous sommes intéressé à un aspect peu exploré par la recherche scientifique, en l'occurrence les conditions didactiques offertes dans l'enseignement des probabilités aux élèves jugés en difficulté au

sein de la classe ordinaire. Ainsi, en jetant un regard original sur la problématique de l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, nous pavons la voie à de nouvelles pistes de recherche. Ces pistes de recherche font, pour la plupart, écho aux limites énoncées précédemment. D'abord, des recherches pourraient être réalisées avec un échantillon plus important, notamment au regard d'un plus grand nombre de séances d'enseignement observées en classe ou d'une diversité des contenus mathématiques enseignés. Cela permettrait d'alimenter la réflexion sur la stabilité des pratiques d'enseignement des enseignants et des conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques.

Ensuite, un prolongement de notre recherche pourrait mener à des recherches plus poussées sur différents contenus mathématiques (par exemple les fractions, les opérations sur des nombres entiers, les nombres décimaux) ou encore sur un enseignement ordinaire de différents contenus mathématiques, sans que soit présentée une ressource didactique. Cela permettrait d'avoir un portrait potentiellement plus proche des pratiques ordinaires d'enseignement, à la fois en termes d'interventions didactiques et de conditions didactiques offertes aux élèves jugés en difficulté en mathématiques. Cela permettrait également de réaliser notre recherche sur un terrain qui est plus connu pour les enseignants et dans lequel ceux-ci rencontreraient peut-être moins de difficultés conceptuelles.

Enfin, à la lumière de nos résultats, il serait possible de mener des recherches pour dépasser l'étude des pratiques déclarées et observées et aller jusqu'à l'étude du regard que les enseignants portent eux-mêmes sur leurs pratiques d'enseignement des mathématiques. Cela permettrait de nuancer et d'enrichir l'analyse des interventions didactiques des enseignants en amenant à mettre en mots les constantes de leur propre travail et à expliciter leurs conduites dans le cadre de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes ordinaires au primaire.

## 6. LE POSITIONNEMENT DANS LA THÉMATIQUE DU DOCTORAT

Par sa thématique particulière de recherche unique au Québec, le doctorat en éducation à l'Université de Sherbrooke vise à former des chercheurs dans une perspective d'interrelation entre recherche, pratique et formation. En ce sens, les résultats de cette thèse offre d'intéressants éléments de réflexion.

Sur le plan de la recherche, notre thèse a permis de générer de nouvelles connaissances en lien avec les conditions didactiques mises en place par des enseignants de classes ordinaires du primaire pour l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté. Les résultats montrent que notre démarche d'analyse appuie les constats d'autres travaux réalisés en didactique des mathématiques, qui ont souligné les défis associés à l'enseignement des probabilités et les particularités des conditions didactiques offertes aux élèves en difficulté dans l'enseignement des mathématiques. De plus, cette thèse vient ouvrir de nouvelles avenues de recherche, car elle constitue une des premières recherches à s'intéresser explicitement à l'étude des interventions didactiques faites par des enseignants de classes ordinaires pour l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté au primaire.

Sur le plan de la pratique, les retombées sont nombreuses, car l'analyse a notamment mis en lumière les défis relatifs à la perspective probabiliste fréquentielle, dont les enjeux conceptuels invitent à une ouverture vers une réflexion non déterministe qui permet de prendre en compte la variabilité des données et de conjuguer les probabilités fréquentielles et théoriques à travers la réalisation d'un nombre suffisant de répétitions d'un événement aléatoire. Le regard positif porté sur la ressource didactique par les deux enseignants et l'accueil qui lui a été réservé par les élèves témoignent à notre sens de son puissant potentiel pour l'enseignement-apprentissage des probabilités. Enfin, les difficultés rencontrées dans l'institutionnalisation des savoirs en jeu dans une activité suggèrent de dédier une attention particulière à cette étape, qui semble quelque peu escamotée dans le projet didactique des enseignants.

Sur le plan de la formation, les résultats de notre recherche nous indiquent l'importance de développer une maîtrise approfondie des contenus mathématiques et une réflexion didactique en lien avec les enjeux conceptuels impliqués dans l'enseignement des mathématiques. En ce sens, la formation des futurs enseignants pourrait considérer davantage la branche des probabilités qui doit être enseignée au primaire et au secondaire, mais qui fait l'objet de peu d'attention à la fois dans les différentes formations initiales, dans l'offre de formation continue et au sein des curriculums. Nos analyses viennent également alimenter les réflexions entourant la scolarisation des élèves en difficulté au sein de la classe ordinaire et reliées à la question de l'adaptation de l'enseignement, dont l'investissement mérite d'être poursuivi.

En conclusion, nous tenons à souligner le bien-fondé d'inscrire la recherche en didactique des mathématiques au confluent de la recherche, de la formation et de la pratique. D'une part, le Conseil supérieur de l'éducation (CSE) (2006) affirme que « l'initiation des enseignants à la recherche doit contribuer non seulement au développement de leur sens critique à l'égard de la recherche et de leur propre pratique professionnelle, mais aussi à une plus grande utilisation de la recherche dans l'amélioration de la pratique éducative, tout en stimulant leur capacité à innover » (p. 20). D'autre part, nous considérons que l'acte de diffusion des résultats de recherche en éducation permet au chercheur de rendre de nouveau au terrain (formateurs, praticiens) ce que le chercheur lui a emprunté dans le cadre d'une recherche. Pour nous, le savoir ne doit donc pas être uniquement « savant », mais aussi et surtout « pratique » et « formateur ». Il doit donc être rendu accessible et vulgarisé à l'attention des acteurs auprès de qui il a été prélevé en vue d'une progression des savoirs.



## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Albert, J. (2006). Interpreting probabilities and teaching the subjective viewpoint. In G.F. Burrill et P.C. Elliott (éd.), *Thinking and reasoning with data and chance* (p. 417-433). Reston, VA : National council of teachers of mathematics.
- Aspinwall, L. et Tarr, J.E. (2001). Middle school students' understanding of the role sample size plays in experimental probability. *Journal of mathematical behavior*, 20(2), 229-245.
- Assude, T., Mercier, A. et Sensevy, A. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(2), 221-252.
- Batanero, C., Henry, M. et Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G.A. Jones (éd.), *Exploring probability in school : challenges for teaching and learning* (p. 15-37). New York : Springer.
- Blouin, P. et Lemoyne, G. (2002). L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficulté d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets. *Petit x*, 58, 7-23.
- Borocvnik, M. et Peard, R. (1996). Probability. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel et J. Laborde, (éd.), *International handbook of mathematics education* (p. 239-287). Dordrecht : Kluwer Academic Publishing.
- Briand, J. (2005). Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(2), 247-282.
- Briand, J. (2007). La place de l'expérience dans la construction des mathématiques en classe. *Petit x*, 75, 7-33.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309-336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- Brousseau, G., Brousseau, N., et Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 363-411.

- Brousseau, G. et Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 11(2-3), 167-210.
- Brousseau, G. et Warfield, V.M. (2002). Le cas de Gaël. *Les cahiers du laboratoire de Leibniz*, 55, 1-46.
- Bruner, J.S. (1983). *Le développement de l'enfant savoir faire savoir dire*. Paris : Presses universitaires de France.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R. et Hammill, D. D. (2000). Characteristics behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of learning disabilities*, 33(2), 168-177, 199.
- Butlen, D., Charles-Pezard, M. et Masselot, P. (2009). Pratiques de professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques à des élèves issus de milieux socialement très défavorisés, entre contraintes et marges de manœuvre. *Actes du colloque EMF 2009*. Dakar, Sénégal, 1084-1095. Document téléaccessible à l'adresse : [http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Butlen\\_Masselot\\_P%20E9zard-EMF2009r%20E9duit.pdf](http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Butlen_Masselot_P%20E9zard-EMF2009r%20E9duit.pdf)
- Cange, C. et Favre, J.-M. (2003). L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs? *Éducation et francophonie*, XXXI(2), 199-217.
- Caron, F. (2002). Splendeurs et misères de l'enseignement des probabilités au primaire. *Actes du colloque GDM 2002*. Trois-Rivières, Université du Québec à Trois-Rivières, 85-96.
- Cherel, C. (2005). *Deux élèves en difficulté s'intègrent à une classe ordinaire le temps... des mathématiques*. Montréal, Éditions Bande didactique.
- Chernoff, E. (2009). *Subjective probabilities derived from the perceived randomness of sequences of outcomes*. Thèse de doctorat, Simon Fraser University, Vancouver.
- Chopin, M.-P. (2007). *Le temps didactique dans l'enseignement des mathématiques. Approche des phénomènes de régulation des hétérogénéités didactiques*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université Victor Segalen Bordeaux 2, Bordeaux.
- Clot, Y. (2008). *Travail et pouvoir d'agir*. Paris : Presses universitaires de France.
- Cohen, J. (1957). Subjective probability. *Scientific american*, 197(5), 128-138.

- Commission royale d'enquête sur l'enseignement dans la province de Québec (1964). *Rapport de la Commission royale d'enquête sur l'enseignement dans la province de Québec*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. In G. Lemoyne, F. Conne (Éd.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 31-69). Montréal, Québec : Les presses de l'Université de Montréal.
- Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Éducation et francophonie*, XXXI(2), 82-102.
- Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In P.A. Doudin et L. Lafortune (Éd.), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers : quelle formation à l'enseignement* (p. 117-141)? Québec : Les Presses de l'Université du Québec.
- Conseil de recherches en sciences humaines du Canada, Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada, Instituts de recherche en santé du Canada (2010) *Énoncé de politique des trois Conseils : Éthique de la recherche avec des êtres humains*. Document téléaccessible en ligne : [http://www.ger.ethique.gc.ca/pdf/fra/eptc2/EPTC\\_2\\_FINALE\\_Web.pdf](http://www.ger.ethique.gc.ca/pdf/fra/eptc2/EPTC_2_FINALE_Web.pdf)
- Conseil supérieur de l'éducation (1996). *L'intégration scolaire des élèves handicapés et en difficulté. Avis à la ministre de l'Éducation*. Québec : Conseil supérieur de l'éducation.
- Conseil supérieur de l'éducation (2003). *L'appropriation locale de la réforme : un défi à la mesure de l'école secondaire*. Québec : Conseil supérieur de l'éducation.
- De Ketele, J.-M. et Roegiers, X. (1996). *Méthodologie du recueil d'informations. Fondements des méthodes d'observations, de questionnaires, d'interview et d'études de documents* (3<sup>e</sup> éd.). Paris-Bruxelles : De Boeck Université (1<sup>re</sup> éd. ANNÉE).
- Doerr, H.M. (2000). How can I find a pattern in this random data? The convergence of multiplicative and probabilistic reasoning. *Journal of mathematical behaviour*, 18(4), 431-454.
- Even, R. et Kvatinsky, T. (2010). What mathematics do teachers with contrasting teaching approaches address in probability lesson? *Educational studies in mathematics*, 74(3), 207-222.

- Falk, R. (1983). Experimental models for resolving probabilistic ambiguities', In R.E. Hershkowitz (éd.), *Proceedings of the Seventh international conference on the psychology of mathematics education* (p. 319-325). Rehovot, Israel.
- Favre, J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication*. Mémoire de License, Université de Genève, Faculté de Psychologie et des sciences de l'éducation.
- Favre, J.-M. (1999). La mathématique et le cognitif : deux chimères pour l'enseignant. In G. Lemoyne et F. Conne (Éd.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 235-261). Montréal : Presses de l'Université de Montréal.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive source of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, the Netherlands : Reidel.
- Fischbein, E. et Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational studies in mathematics*, 15, 1-24.
- Fischbein, E. et Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic intuitively based misconceptions. *Journal for research in mathematics education*, 28(1), 96-105.
- Giroux, J. (2004). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 30(2), 303-328.
- Giroux, J. (2007). Adapter l'enseignement en classe d'adaptation scolaire ? La Théorie des situations didactiques à la rescousse des difficultés d'enseignement aux élèves en difficulté d'apprentissage. *Contribution au symposium Entre didactique et politique : Actualités de la Théorie des situations didactiques à propos de quelques questions vives sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Bordeaux : Université Victor Segalen Bordeaux 2, mai 2007.
- Giroux, J. et René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. *Actes du sixième congrès des sciences de l'éducation de langue française (AFDEC)*. Université de Montréal, Montréal, 41-71.
- Goupil, G. (2007). *Les élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage* (3<sup>e</sup> éd.). Montréal : Gaétan Morin.
- Gouvernement du Québec (1976). *L'éducation de l'enfance en difficulté d'adaptation et d'apprentissage au Québec. Rapport du comité provincial de l'enfance inadaptée, COPEX 1974-1976*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.

- Gouvernement du Québec (1978). *L'école québécoise : énoncé de politique et plan d'action. L'enfance en difficulté d'adaptation et d'apprentissage*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (1996). *Les États généraux sur l'éducation 1995-1996. Exposé de la situation*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (1999). *Une école adaptée à tous ses élèves. Politique de l'adaptation scolaire*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) : Définitions*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (2001a). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire et enseignement primaire*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (2001b). *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles*. Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.
- Gouvernement du Québec (2006a). *L'évaluation des apprentissages au secondaire. Cadre de référence*. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec.
- Gouvernement du Québec (2006b). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle*. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec.
- Gouvernement du Québec (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA)*. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec.
- Gouvernement du Québec (2009). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, deuxième cycle (mis à jour)*. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec.
- Gouvernement du Québec (2010). *Indicateurs nationaux des plans stratégiques*. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec.
- Greer, B. et Mukhopadhyay, S. (2005). Teaching and learning the mathematization of uncertainty : historical, cultural, social and political contexts. In G.A. Jones (éd.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (p. 297 à 324). New York : Springer.

- Haccoun, R. et Cousineau, D. (2010). *Statistiques : Concepts et applications*. Montréal, Québec : Les Presses de l'Université de Montréal.
- Hacking, I. et Dufour, M. (2004). *L'ouverture au probable. Élément de logique inductive*. Paris : Armand Colin.
- Joshua, S. (1996). Le concept de contrat didactique et l'approche vygotskienne. In C. Raisky et M. Caillot (éd.), *Au-delà des didactiques, le didactique* (145-158). Bruxelles : De Boeck Université.
- Jones, G.A, Langrall, C.W. et Mooney, E.S. (2007). Research in probability. Responding to classroom realities. In F.K. Lester (éd.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 909 à 956). Reston, VA : National council of teachers of mathematics.
- Jones, G.A. et Thornton, C.A (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. In G.A. Jones (éd.), *Exploring probability in school : challenges for teaching and learning* (p. 65-92). New York : Springer.
- Kahneman, D. et Tversky, A. (1972). Subjective probability : A judgment of representativeness. *Cognitive psychology*, 3, 430-454.
- Kahneman, D. et Tversky, A. (1982). On the study of statistical intuitions. *Cognition*, 11, 123-141.
- Karsenti, T. et Demers, S. (2004). L'étude de cas. In T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (éd.), *La recherche en éducation : étapes et approches* (p. 209-233) (3<sup>e</sup> éd.). Sherbrooke : Éditions du CRP (1<sup>re</sup> éd. 2000).
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and instruction*, 6(1), 59-98.
- Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In E. von Glasersfeld (éd.), *Radical constructivism in mathematics education* (p. 139-156). Dordrecht, Pays-Bas : Kluwer.
- Konold, C. (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. *Journal of statistics education*, 3(1). Document téléaccessible à l'adresse : <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n1/konold.html>
- Lajoie, S.P., Jacobs, V.R. et Lavigne, N.C. (1995). Empowering children in the use of statistics. *Journal of mathematical behavior*, 14(4), 401-425.
- Lecoutre, M.-P. et Durant, J.-L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs : étude d'une situation aléatoire. *Educational studies in mathematics*, 19(3), 357-368.

- Lecoutre, M.-P. et Fischbein, E. (1998). Évolution avec l'âge de « misconceptions » dans les intuitions probabilistes en France et en Israël. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(3), 311-331.
- Legendre M.-F. (2005). Lev Vygotsky et le socioconstructivisme en éducation. In C. Gauthier et M. Tardif (Éds.), *La pédagogie : théories et pratiques de l'Antiquité à nos jours* (p. 351-373) (2<sup>e</sup> éd.). Montréal, Gaëtan Morin Éditeur (1<sup>re</sup> éd. 1996).
- Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation* (3<sup>e</sup> édition). Montréal: Guérin Éditeur Ltée.
- Lemoyne, G. et Bisailon, N. (2006). Conception et réalisation de recherches sur l'enseignement des mathématiques dans des classes intégrant des élèves en difficulté. In J. Giroux et D. Gauthier (dir.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne* (p. 9-34). Montréal, Éditions Bande didactique.
- Lessard, G. (2011). *Acculturation institutionnelle du chercheur, de l'enseignant et des élèves de 1<sup>re</sup> secondaire présentant des difficultés d'apprentissage dans la conception et la gestion de situations-problèmes impliquant des nombres rationnels*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation avec option didactique, Université de Montréal, Montréal.
- Maertens, F. (2004). Évolution des services éducatifs publics du Québec destinés aux élèves ayant des besoins particuliers. In N. Rousseau et S. Bélanger (éd.), *La pédagogie de l'inclusion scolaire* (p. 21-34). Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec.
- Martin, V. (2010). *Quand rien n'est sûr, tout est possible : l'apprentissage des probabilités chez des élèves à risque*. Montréal : Éditions Bande didactique.
- Martin, V. et Theis, L. (2011). La résolution d'une situation-problème probabiliste en équipe hétérogène : le cas d'une élève à risque du primaire. *Nouveaux Cahiers de la Recherche en Éducation*, 14(1), 49-70.
- Mercier, A. (1995). Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. In G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier et A. Tiberghien (Eds.) *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 145-169). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Merri, M. et Vannier, M.-P. (2009). Mémoire collective et élèves en difficulté. *Actes du colloque EMF 2009*. Dakar, Sénégal, 1130-1141. Document téléaccessible à l'adresse : [http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Butlen\\_Masselot\\_P%E9zard-EMF2009r%E9duit.pdf](http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Butlen_Masselot_P%E9zard-EMF2009r%E9duit.pdf)

- Miles, M.B. et Huberman A.M. (2003). *Analyse des données qualitatives* (2<sup>e</sup> éd.) (Trad. M.H. Rispal). Collection Méthodes en sciences humaines. Bruxelles : De Boeck Université (1<sup>re</sup> éd. 1994).
- Minassian, L. et Munoz, G. (2009). « Partir de l'expérience et y rester » : un exemple de modalité de différenciation des publics de la formation en alternance. *Actes du colloque EMF 2009*, Dakar, Sénégal, 1142-1153. Document téléaccessible à l'adresse :  
[http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Minassian\\_Munoz\\_EMF2009-.pdf](http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20Minassian_Munoz_EMF2009-.pdf)
- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(1-2), 5-118.
- Piaget, J. et Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. Saint-Laurent : Éditions du Renouveau pédagogique.
- Pratt, D. (1998). The coordination of meanings for randomness. *For the learning of mathematics*, 18(3), 2-11.
- Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for research in mathematics education*, 31(5), 602-625.
- René de Cotret, S. et Fiola, A. (2006). Une adaptation de l'environnement informatisé *Bouchon les trous* pour des élèves en difficulté d'apprentissage. In J. Giroux et D. Gauthier (dir.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne* (p. 113-138). Montréal, Éditions Bande didactique.
- René de Cotret, S. et Giroux, J. (2003). Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts). *Éducation et francophonie*, XXXI(2), 155-175.
- Rioux, M. (2012). *Évolution des projets de formation de futurs enseignants au primaire au contact de situations probabilistes*. Thèse de doctorat en didactique, Université de Montréal.
- Robert, P., Rey-Debove, J. et Rey, A. (2008). *Le nouveau Petit Robert. Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française* (Xe éd.). Paris : Éditions Le Robert (1<sup>re</sup> éd. 1967).



- Roditi, É (2001). *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Paris 7 – Denis Diderot, Paris.
- Roditi, É. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 183-216.
- Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en SEGPA. Une contribution à la question des inégalités*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université Victor Segalen Bordeaux 2, Bordeaux.
- Roiné, C. (à paraître). Paradoxes de l'aide aux "élèves en difficulté" dans l'enseignement des mathématiques. In Mary, C., H. Squalli, L. Theis et L. DeBlois (dir.) *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : regard didactique*. Québec : PUQ.
- Roy, S.N. (2003). L'étude de cas. In B. Gauthier (dir.), *Recherche sociale. De la problématique à la collecte de données (4<sup>e</sup> éd.)* (p. 159-184). Sainte-Foy : Presses de l'université du Québec (1<sup>re</sup> éd. ANNÉE).
- Rubel, L.H. (2006). Students' probabilistic thinking revealed. In G.F. Burrill et P.C. Elliott (éd.), *Thinking and reasoning with data and chance* (p. 49-59). Reston, VA : National council of teachers of mathematics.
- Salin, M.-H. (2006a). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques. In J. Giroux et D. Gauthier (dir.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne* (p. 195-218). Montréal, Éditions Bande didactique.
- Salin, M.-H. (2006b). Situations et assortiments d'exercices pour l'enseignement des mathématiques destiné aux élèves du collège en grande difficulté scolaire. *Actes du colloque EMF 2006*, Sherbrooke.
- Sarrazy, B. et Roiné, C. (2006). Du déficient léger à l'élève en difficulté : des effets de la différenciation structurelle sur la différenciation didactique – Cas des interactions didactiques dans l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire. *Actes du colloque EMF 2006*, Sherbrooke.
- Savard, A. (2008). *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision*. Thèse de doctorat en didactique, Université Laval, Québec.

- Savard, A. et DeBlois, L. (2005). Un cadre théorique pour éclairer l'apprentissage des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision à l'égard des jeux de hasard et d'argent. *Actes du colloque du GDM*. Montréal : Université du Québec à Montréal.
- Scheaffer, R.L. (2006). Statistics and Mathematics : On Making a Happy Marriage. In G.F. Burrill et P.C. Elliott (éd.), *Thinking and reasoning with data and chance* (p. 309-321). Reston, VA : National council of teachers of mathematics.
- Schmidt, S. (2002). Difficultés liées au développement du raisonnement probabiliste. *Instantanés mathématiques*, 38(3), 56-97.
- Schmidt, S. et Thivierge, L. (2003). Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage. *Éducation et Francophonie*, XXXI(2), 125-154.
- Schmidt, S., Mary, C. et Squalli, H. (2009). Les conditions favorables à l'apprentissage mathématique des élèves à risque dans la pratique de Calypso. In S. Schmidt (dir.), *Intervention différenciée au primaire en contexte d'intégration scolaire. Regards multiples*. Québec : Presses de l'Université du Québec.
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques : étude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : Presses universitaires de France.
- Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics : reflections and direction. In D.A. Grouws (éd.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 465-494). New York, NY : National Council of Teachers of Mathematics.
- Soury-Lavergne, S. (1998). *Étayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri*. Thèse de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1.
- Soury-Lavergne, S. (2003). De l'étayage à l'effet Topaze, regard sur la négociation dans la relation didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(1), 9-40.
- Squalli, H., Mary, C., Schmidt, S. (2007). Analyse des conditions favorables au cheminement et à la réussite scolaires des élèves en difficulté d'apprentissage en classe ordinaire au primaire. Vol. 5 : Les conditions liées à l'enseignement des mathématiques. Rapport de recherche. Subvention FQRSC-MELS, programme des Actions concertées (Persévérance et réussites scolaires).
- Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. In R. Kapadia et M. Borovcnik (éd.), *Chance encounters : probability in education* (p. 135-168). Amsterdam, Pays-Bas : Kluwer.

- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G.A. Jones (éd.), *Exploring probability in school : challenges for teaching and learning* (p. 345-366). New York : Springer.
- Stohl, H. et Tarr, J.E. (2002). Developing notions of inference using probability simulation tools. *Journal of mathematical behavior*, 21(3), 319-337.
- Theis, L. (2011). Quelle formation mathématique pour les futurs enseignants du primaire et du préscolaire? A la recherche des mathématiques dans une séquence sur l'enseignement des probabilités. In J. Proulx, H. Squalli et C. Corriveau, *La formation mathématique des enseignants* (p.181-204). Québec : Presses Universitaires du Québec.
- Theis, L. et Gagnon, N. (2013). *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques. Bases théoriques et réalisation pratique*. Québec : Presses de l'Université du Québec.
- Thibault, M. (2011). *Apprentissage des probabilités chez des élèves du secondaire dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent : émergence de conceptions*. Mémoire de maîtrise en mathématiques. Université du Québec à Montréal, Montréal.
- Trépanier, N. (2005). *L'intégration scolaire des élèves en difficulté. Une typologie de modèles de service* (2<sup>e</sup> éd.). Montréal : Nouvelles Éditions AMS (1<sup>re</sup> éd. 2003).
- Tversky, A. et Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin*, 76(2), 105-110.
- Tversky, A. et Kahneman, D. (1973). Availability : a heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive psychology*, 5, 207-232.
- Tversky, A. et Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty : heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-1131.
- Université de Sherbrooke (1998). *Politique institutionnelle en matière d'éthique de la recherche avec des êtres humains*. Sherbrooke : Université de Sherbrooke. Document téléaccessible à l'adresse : <http://www.usherbrooke.ca/accueil/fileadmin/sites/accueil/documents/direction/politiques/2500-028.pdf>
- Van der Maren, J.-M. (1996) *Méthodes de recherche pour l'éducation* (2<sup>e</sup> éd.). Paris-Bruxelles : De Boeck Université (1<sup>re</sup> éd ANNÉE).
- Vannier, M.-P. (2002). *Dimensions sensibles des situations de tutelle et travail de l'enseignant de mathématiques. Étude de cas dans trois institutions scolaires en*

- CLIPA, 4ème technologique agricole et CM2*. Thèse de l'Université René Descartes – Paris V – Sorbonne.
- Vannier, M.-P. (2006). Fonctions critiques de la tutelle auprès d'élèves en échec scolaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 9(2), 169-186.
- Vannier, M.-P. et Eichner, M. (2011). L'étayage de l'activité langagière en entretien de bilan. *Éducation permanente*, 189, 165-173.
- Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et P. Tavinot (dir.), *20 ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et à Gérard Vergnaud* (p. 177-191). Grenoble : La pensée sauvage.
- Vermette, S. (2013). *Le concept de variabilité chez des enseignants de mathématiques au secondaire*. Thèse de doctorat en éducation, Université de Sherbrooke, Québec.
- Vygotski, L.S. (1978). Interaction between learning and development. In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner et E. Souberman (éd.), *Mind in society* (p. 79-91). Cambridge, MA : Harvard University Press.
- Vygotski, L.S. (1985a). La méthode instrumentale en psychologie. In B. Schneuwly et J.P. Bronckart (dir.), *Vygotsky aujourd'hui* (p. 39-47). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Vygotski, L.S. (1985b). Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. In B. Schneuwly et J.P. Bronckart (dir.), *Vygotsky aujourd'hui* (p. 95-117). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Vygotski, L.S. (1994). La collectivité comme facteur de développement de l'enfant handicapé. In K. Barisnikov et G. Petitpierre (dir.), *Défectologie et déficience mentale, Vygotski* (p. 155-194), Lausanne : Delachaux et Niestlé.
- Vygotsky, L.S. (1997). *Pensée et langage* (Trad. F. Sève) (3<sup>e</sup> éd.). Paris : La dispute (1<sup>re</sup> éd. 1934).
- Watson, J.M. (2000). Preservice mathematics teachers' understanding of sampling : intuition or mathematics. *Mathematics teacher education and development*, 2, 121-135.
- Watzlawick, P. (1988). *Comment réussir à échouer : trouver l'ultrasolution*. Paris : Éditions du Seuil.
- Wood, D., Bruner, J.S. et Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17, 89-100.

Yergeau, É. (2006). *Introduction à l'analyse quantitative (EDU 712). Initiation au traitement des données quantitatives avec le logiciel SPSS*. Document inédit.

Yin, R.K. (2003). *Case study research. Design and methods (3<sup>e</sup> éd.)*. Thousand Oaks, CA : Sage Publications (1<sup>re</sup> éd. 1984).



**ANNEXE A**  
**DIAPORAMA DE LA RENCONTRE PRÉPARATOIRE**

DIFFÉRENTES PISTES VERS L'ENSEIGNEMENT DES  
PROBABILITÉS AU PRIMAIRE


<p>Vincent Martin Doctorant en éducation Université de Sherbrooke Vincent.Martin@Usherbrooke.ca</p>	<p>Laurent Theis Professeur agrégé Université de Sherbrooke Laurent.Theis@Usherbrooke.ca</p>
---	--


27 février 2012      Commission scolaire des Navigateurs


## Plan de la séance

- Accueil et présentations
- Le projet de recherche
- Une situation probabiliste à résoudre
- Des enjeux conceptuels des probabilités
- Une ressource didactique probabiliste
- Pour la suite...

SSHRC @ CRSH

 **CREAS**  
Centre de recherche sur l'enseignement  
et l'apprentissage des sciences  
Université de Sherbrooke

 **Fonds de recherche  
sur la société  
et la culture**  
Québec

 **UNIVERSITÉ DE  
SHERBROOKE**

## LE PROJET DE RECHERCHE...

### Quelques mots sur le projet de recherche

- Doctorat en éducation
- Projet de recherche en didactique des mathématiques
- Équipe de direction: Laurent Theis et Claudine Mary
- Objectif général de la recherche:  
Décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par des enseignants auprès des différents élèves de classes ordinaires du primaire pour l'enseignement des probabilités



## UNE PORTE VERS LA LIBERTÉ?

### Une situation probabiliste à résoudre

- Voici une situation probabiliste à résoudre inspirée d'un problème classique de probabilités:
- Dans un pays où la justice est rendue de manière singulière, un prisonnier a été condamné. Pour déterminer sa peine, il doit choisir entre trois portes fermées, identiques. Derrière deux d'entre elles, c'est l'échafaud, mais derrière l'autre, c'est la liberté!

## Une situation probabiliste à résoudre

- Le prisonnier choisit une des trois portes et l'indique au geôlier. Mais dans sa grande bonté, le geôlier, qui sait derrière quelle porte se trouve la liberté, ouvre alors une des portes derrière laquelle se trouve un échafaud. Cette porte est différente de celle choisie par le prisonnier.



## Une situation probabiliste à résoudre

- Il demande ensuite au prisonnier : « Maintenant que tu sais ce qui se trouve derrière la porte ouverte, veux-tu garder la porte que tu as choisie au début ou veux-tu changer de porte? »

- Qu'est-ce que le prisonnier devrait faire? Changer de porte ou garder celle qu'il a choisie au début?



## Une situation probabiliste à résoudre

- Quelles stratégies de résolution?
  - Pour maximiser nos chances de gagner, doit-on changer ou maintenir le choix initial de la porte?
  - Comment vérifier les probabilités associées aux deux stratégies?
  
- Quelles réflexions pour les enseignants?

LES PROBABILITÉS ET LEURS  
ENJEUX CONCEPTUELS...

## Perspective non déterministe

- Le domaine des probabilités s'inscrit dans une perspective non déterministe, à l'opposé d'autres domaines des mathématiques comme l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie, qui relèvent plutôt d'une perspective déterministe.
- Les probabilités impliquent donc des raisonnements non déterministe dans le cadre de situations aléatoires ou dotées d'incertitude

## Trois modes de construction

- Les auteurs d'écrits scientifiques s'entendent pour dire qu'il existe trois modes de construction des probabilités:
  - l'approche théorique;
  - l'approche fréquentielle;
  - l'approche subjective.
- Ces modes de construction sont complémentaires, mais sont pourtant rarement abordés dans leur multiplicité.
- Il semble qu'un enseignement des probabilités combinant les approches théorique et fréquentielle permet à des élèves
  - de développer des intuitions probabilistes appropriées;
  - d'éviter certaines conceptions probabilistes.

## L'approche théorique

- C'est l'approche classique.
- Dans cette perspective, les probabilités s'intéressent au calcul de la chance qu'a un événement de se produire.
- C'est le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles d'un événement quelconque lorsque tous les cas sont jugés équiprobables.
- Pour exprimer le résultat émergeant de ce type de calcul, on a généralement recours à l'écriture fractionnaire, où la fraction est vue sous son sens de rapport.
- Exemple de tirages avec pile ou face...

## L'approche fréquentielle

- C'est une approche moins fréquemment abordée, qui vise à mesurer la fréquence relative d'un événement particulier par rapport à une classe de référence.
- Le calcul passe alors par la réalisation d'essais, ainsi que la compilation et l'organisation de leurs résultats, afin d'arriver à déterminer les probabilités de voir se produire différents événements possibles, et ce, en ayant notamment recours à un raisonnement proportionnel.
- Exemple de tirages avec pile ou face...

## L'approche subjective

- L'approche subjective ou personaliste.
- Elle consiste pour un individu ou un groupe d'individu à évaluer numériquement la force ou le degré d'une croyance à travers une analyse plus ou moins intuitive de l'information dont il dispose.
- Ainsi, cette approche des probabilités permet d'évaluer la mesure de certitude associée à certains événements
  - personnels (par exemple la réussite d'un examen ou d'une épreuve physique);
  - sociaux (par exemple l'issue d'un scrutin, d'un match ou d'un film);
  - scientifiques (par exemple la météorologie).

## Des conceptions probabilistes

Les recherches ont identifiées plusieurs conceptions probabilistes, dont celles-ci:

- La chance et la qualité du joueur;
- La représentativité;
- Les effets trompeurs de la recension;
- La confusion entre des événements simples et composés;
- L'effet de la taille de l'échantillon;
- L'accessibilité.

## UNE RESSOURCE DIDACTIQUE PROBABILISTE...

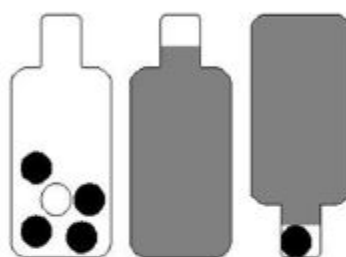
### La ressource didactique

- Elle implique trois outils probabilistes ayant des caractéristiques particulières
  - ▣ La bouteille probabiliste,
  - ▣ La paire de dés à quatre faces,
  - ▣ La roulette.
- Elle implique un objectif de comparaison des probabilités de gagner avec les différents outils probabilistes.
- Elle permet de mettre l'accent sur la complémentarité ou la tension entre les approches fréquentielle et théorique sous-jacentes aux différents outils probabilistes.

## La bouteille probabiliste

- Pour gagner avec la bouteille probabiliste contenant des billes et noires pour un total de cinq billes, il faut tirer une bille noire en effectuant un tirage.
- Cet outil s'inscrit dans l'approche fréquentielle des probabilités.

Quelle probabilité de gagner offre cet outil probabiliste?



## La paire de dés à quatre faces

- Pour gagner avec la paire de dés à quatre faces, il faut obtenir la somme de 5 avec les résultats des dés lorsqu'ils sont lancés simultanément une seule fois.
- Cet outil peut s'inscrire dans les approches théorique et fréquentielle des probabilités.

Quelle probabilité de gagner offre cet outil probabiliste?

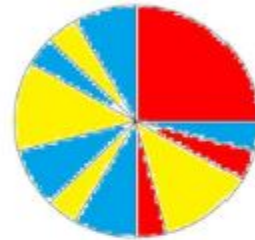




## La roulette

- Pour gagner avec la roulette – qui n'est pas complète puisqu'elle ne tourne pas et n'a pas d'aiguille pour pointer le résultat, il faudrait obtenir une des sections rouges si un moyen permettait de pointer un résultat.
- Puisqu'il ne tourne pas ou qu'il n'a pas d'aiguille, cet outil s'inscrit dans l'approche théorique des probabilités.

Quelle probabilité de gagner offre cet outil probabiliste?



## Une comparaison d'outils probabilistes

- Quel outil probabiliste offre la meilleure chance de gagner, lequel offre la pire chance de gagner, et lequel offre ni la meilleure ni la pire chance de gagner? Comment peut-on justifier ces résultats?

## Les éléments destinés à l'enseignant

### Quelques consignes :

- La ressource didactique vise à faire apprendre les probabilités.
- Durant les séances d'enseignement, vous devez agir normalement, puisque la recherche vise l'étude des pratiques ordinaires d'enseignement.

En adaptant cette ressource didactique, vous allez viser à ce vos élèves sachent, à l'issue d'une activité probabiliste, réaliser seuls une tâche similaire. Vous pouvez intervenir quand et comme vous le souhaitez. Vous pouvez organiser une ou plusieurs séances.

## Les éléments destinés à l'enseignant

- Si vous le désirez, vous recevrez une copie électronique de ce diaporama.
- Les trois outils probabilistes doivent être utilisés dans l'activité probabiliste que vous planifierez.
- Vous recevrez cinq exemplaires de chacun des outils probabilistes, mais il n'est pas nécessaire de tous les utiliser.

## CONCLUSION

### Pour la suite...

- La signature de la lettre d'information et du formulaire de consentement (enseignant et parents).
- Le classement des élèves en trois catégories:
  - forts en mathématiques,
  - moyens en mathématiques,
  - faibles en mathématiques.
- La prise de rendez-vous pour
  - l'entrevue pré-action,
  - les enregistrements en classe,
  - l'entrevue post-action.



## **ANNEXE B**

### **GUIDE D'ENTREVUE PRÉ-ACTION**

Afin de mettre en contexte l'enregistrement de votre activité probabiliste et de mieux comprendre ce qui se passera dans la classe lors des enregistrements, nous nous apprêtons à réaliser une entrevue pré-action. Dans ce sens, je vais vous poser des questions divisées en six sections qui portent sur votre parcours professionnel, sur votre perception de l'enseignement des probabilités et de la ressource didactique proposée, sur l'activité que vous avez planifiée, ainsi que sur vos élèves. Avant de débiter, je tiens à souligner qu'il n'y a pas de bonnes réponses aux questions qui vous seront posées et que tout ce que vous pourrez me dire sera intéressant pour l'avancement de mon projet de recherche. Je mentionne également que la durée anticipée de l'entrevue est d'environ une heure.

<b>Partie 1 – Informations sur le parcours professionnel de la personne participante</b>
--

La première partie de l'entrevue porte sur votre cheminement professionnel.

1. Quelle formation initiale avez-vous faite pour devenir enseignant(e)?
2. Depuis combien d'années enseignez-vous?
3. Dans quel(s) type(s) de classe avez-vous enseigné?
4. Depuis combien d'années enseignez-vous dans la présente classe?

<b>Partie 2 – Informations sur l'enseignement des probabilités</b>
--

La deuxième partie de l'entrevue porte sur votre perception des probabilités et de leur enseignement.

5. Dans votre enseignement, où se situe habituellement l'enseignement des probabilités dans l'année?
6. Selon vous, quelle est son importance par rapport à l'enseignement des autres branches des mathématiques (arithmétique, géométrie, etc.)?
7. Quels défis renferment pour vos élèves l'apprentissage des probabilités?
8. Quels défis renferment pour vous l'enseignement des probabilités?
9. Pouvez-vous décrire une de vos activités typiques d'enseignement des probabilités?

### Partie 3 – Informations sur la ressource didactique

La troisième partie de l'entrevue porte sur votre perception de la ressource didactique qui vous a été présentée.

10. Que pensez-vous de la ressource didactique qui vous a été proposée?
11. À vos yeux, cette ressource didactique est-elle adaptée à vos élèves? Pourquoi?

### Partie 4 – Informations sur l'activité planifiée et sur le scénario d'enseignement

La quatrième partie de l'entrevue porte sur l'activité que vous avez planifiée pour vos élèves à partir de la ressource didactique et qui sera enregistrée en classe. Les questions qu'elle contient traitent de l'activité dans son ensemble et des apprentissages mathématiques qu'elle cible.

#### Questions sur l'activité dans son ensemble

12. Quelle est l'activité que vous avez planifiée à partir de la ressource didactique?
13. Quelles modifications avez-vous apportées à la ressource didactique dans la planification de votre activité? Pourquoi?
14. Comment la classe et les élèves seront-ils disposés durant l'activité?

15. Combien de séances sont prévues pour la réalisation de l'activité?
16. Pourriez-vous nous décrire le déroulement de cette ou de ces séances, en précisant vos principales tâches et les tâches que les élèves auront à réaliser en lien avec les apprentissages visés?

Questions en lien avec les apprentissages mathématiques visés par l'activité

17. Quels sont les apprentissages mathématiques que vous souhaitez que les élèves apprennent à travers l'activité que vous avez planifiée?
18. Parmi ces apprentissages mathématiques, lequel souhaitez-vous le plus que vos élèves retiennent au terme de l'activité planifiée?
19. Est-ce qu'il y a des savoirs que vous avez déjà enseignés dans d'autres cours et que vous souhaitez que les élèves utilisent dans l'activité que vous avez planifiée? Si oui, lesquels?
20. Est-ce que les apprentissages mathématiques visés par l'activité présentent des difficultés pour vous? Si oui, lesquelles?
21. Quelles difficultés anticipez-vous pour vos élèves sur le plan des apprentissages mathématiques visés par l'activité?

Partie 5 – Informations sur la catégorisation des élèves de la classe
---

La cinquième partie de l'entrevue porte sur les élèves de votre classe et leur niveau de compétence en mathématiques.

22. Dans l'ensemble, comment considérez-vous le niveau moyen en mathématiques des élèves de votre classe (fort, moyen ou faible)? Pourquoi?
23. Pouvez-vous parler de quelques élèves que vous jugez forts en mathématiques et dire pourquoi vous les jugez forts?
24. Pouvez-vous parler de quelques élèves que vous jugez moyens en mathématiques et dire pourquoi vous les jugez moyens?

25. Pouvez-vous parler de quelques élèves que vous jugez en difficulté en mathématiques et dire pourquoi vous les jugez en difficulté?

Partie 6 – Autres
-------------------

L'entrevue est sur le point de se terminer et avant de conclure, nous souhaitons vous demander deux informations supplémentaires.

26. Est-ce que vous accepteriez de nous laisser une copie de votre planification si vous l'avez préparée par écrit?
27. Avez-vous des informations ou des commentaires dont vous aimeriez nous faire part?

Je vous remercie beaucoup pour le temps que vous m'avez accordé.



## ANNEXE C

### SYNOPSIS DE L'ACTIVITÉ D'ORANGE

Ton activité probabiliste, qui constituait une activité synthèse ou d'intégration, visait à amener tes élèves

- à expérimenter – c'est-à-dire à réaliser des essais – avec les trois outils probabilistes
- à utiliser un tableau de compilation pour organiser les résultats des essais
- à calculer les probabilités de gagner associées aux différents outils, puis à les exprimer en fraction ou en pourcentage
- à exprimer une opinion par rapport à l'outil qui offre la meilleure probabilité de gagner

Tu as structuré ton activité en trois étapes.

La première étape, qui s'est déroulée en plénière, constituait en une amorce pour l'activité probabiliste planifiée autour de la ressource didactique. Elle a duré un peu moins de 15 minutes. Dans un premier temps, tu as animé un bref échange avec tes élèves autour de la définition d'une probabilité et des différentes manières d'exprimer les probabilités (pourcentage, notation décimale et fractionnaire). Dans un deuxième temps, tu as mis en contexte ton activité probabiliste en annonçant que les élèves devraient choisir entre trois outils probabilistes pour parier – s'ils le désirent – entre 1 et 5 points-bonis, qui sont issus d'un système d'émulation utilisé dans la classe. Tu as alors présenté les trois outils probabilistes et leur fonctionnement, puis tu as exposé le fait que les équipes devaient, au final, être en mesure de choisir un outil avec lequel elles souhaitent parier leurs points-bonis. Tu as également souligné la nécessité de faire des essais avec les outils, ainsi que de réfléchir en équipe à une démarche qui permettrait de justifier le choix d'un des outils parier.

La deuxième étape, qui s'est déroulée majoritairement en équipe de six ou sept, visait à faire travailler les élèves avec les outils probabilistes de la ressource didactique. Ainsi, les élèves ont travaillé avec chacun des trois outils et tu as circulé d'une équipe à l'autre pour qu'ils puissent te consulter au besoin. Dans leur travail, tu les as notamment questionnés au sujet de la compilation des résultats des essais réalisés avec les outils, ainsi que tu as fait certaines remarques relatives aux nombres d'essais effectués par les différentes équipes avec les différents outils. Chaque équipe a travaillé pendant environ 10 minutes avec chacun des outils. Pour un outil, chaque équipe disposait de 8 minutes pour réaliser des essais et les compiler, suivies d'environ 2 minutes pour tirer des conclusions à propos des probabilités de gagner associées à cet outil. Une fois le temps écoulé, tu distribuais un nouvel outil à chacune des équipes et le processus recommençait. Les équipes ont travaillé avec un premier outil avant la récréation, puis avec les deux autres au retour. Lorsque toutes les équipes ont eu travaillé avec tous les outils, c'est-à-dire après environ 40 minutes

de travail, tu leur as alloué quelques minutes pour qu'elles réfléchissent aux résultats obtenus avec chacun des outils et donc, qu'elles arrivent à identifier l'outil qui offre les meilleures probabilités de gagner, c'est-à-dire l'outil à choisir pour parier des points bonis. Finalement, après que les équipes aient tiré des conclusions, tu as ramené les élèves en plénière et chacune des équipes a nommé un représentant pour présenter la démarche (comment les essais ont été réalisés et comment leurs résultats ont été organisés) et les résultats (conclusions) de son équipe. Cette mise en commun a duré une dizaine de minutes.

La dernière étape, qui s'est déroulée en plénière et qui a duré environ 10 minutes, t'a permis de faire un retour sur l'activité, sur les démarches employées, les résultats obtenus et les conclusions tirées par chacune des équipes, ainsi que de dévoiler les probabilités associées à chacun des outils. Pour ce faire, tu es parti des résultats des essais compilés par chacune des équipes pour arriver à identifier la fraction unitaire représentant les probabilités de gagner avec la roulette ( $1/3$ ) et les dés ( $1/4$ ). Pour la bouteille, tu as simplement exposé la quantité de billes contenue (5 billes) et la composition (4 billes rouges et 1 bille noire), ce qui donnait une probabilité de gagner de  $1/5$ . Une fois dégagées les probabilités de gagner associées à chacun des outils, tu as amené les élèves à conclure que la roulette est l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner. Pour conclure, tu as lancé une question à tes élèves en leur demandant si, même en connaissant les probabilités de gagner associées à l'outil choisi, ils seraient malgré tout partants pour parier leurs points-bonis. Tu as donc conclu l'activité en disant que les élèves pouvaient continuer de réfléchir à ceci et que le lendemain, ils pourraient parier des points bonis s'ils le désiraient.

## ANNEXE D

### SYNOPSIS DE L'ACTIVITÉ DE BLEU

Ton activité probabiliste visait à amener tes élèves

- à utiliser les outils probabilistes constituant la ressource didactique
- à dégager de manière mathématique les probabilités de gagner associées à chacun des outils, puis à les comparer afin de déterminer l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner
- à se détacher de la dimension expérimentale (impression) des outils probabilistes pour tendre vers une interprétation mathématique des résultats qui en découlent
- à exprimer les probabilités associées à certains événements aléatoires en notation fractionnaire et en pourcentage

Tu as structuré ton activité probabiliste en trois étapes.

La première étape, qui a duré environ une heure et qui s'est déroulée en plénière, consistait en l'introduction du thème des probabilités. Pour ce faire, tu es parti des conceptions des probabilités de tes élèves et de leur utilisation, pour ensuite donner un certain nombre d'exemples d'outils ou de situations probabilistes. Ces exemples s'approchaient des outils probabilistes, sans être tout à fait identiques. Pensons par exemple à un paquet de cartes, à différents types de dés (6 faces, 12 faces), à la boîte de noms de la classe, etc. En partant de ces exemples, tu as demandé à tes élèves de réfléchir aux probabilités associées à ces multiples outils et situations. Puis, tu as conclu la première étape en demandant aux élèves de poser une hypothèse pour déterminer, entre deux situations probabilistes, laquelle offrait la meilleure chance de gagner. Tu as laissé les élèves partir à la récréation avec cette question en suspens et tu n'as pas donné la réponse à la question.

La deuxième étape, qui a été d'une durée de près d'une heure et quarante-cinq minutes (1 h 45), s'est trouvée divisée en deux parties sans que cela ait été planifié au départ. Celle-ci visait à faire travailler les élèves avec les outils probabilistes de la ressource didactique. La première partie de cette étape a duré environ une heure et s'est déroulée à la fois en travail individuel ou d'équipe et en plénière. Pour amorcer celle-ci, tu as expliqué à l'ensemble du groupe le fonctionnement de chacun des outils, puis posé la nécessité de calculer puis de comparer les probabilités de gagner associées à chacun des outils probabilistes afin de déterminer l'outil qui offrait la meilleure probabilité de gagner. Pour qu'ils structurent et puissent rapporter leur démarche, tu as demandé à tes élèves de consigner leur travail sur une feuille de papier. Puis, les élèves ont travaillé avec les trois outils et ils t'ont consulté au besoin. Dans leur travail, tu les as notamment orientés vers une consignation de leurs réflexions, calculs et résultats d'essais, ainsi que tu leur as suggéré d'utiliser l'arbre de dénombrement dans certains cas. Après une trentaine de minutes de travail, tu as ramené les élèves en plénière et collectivement, les élèves les

probabilités de gagner et les démarches ou stratégies leurs ayant permis de les identifier, et ce, pour deux des outils, à savoir la roulette et la paire de dés. Pour la bouteille, tu as amené les élèves à exprimer les résultats de leur travail et les stratégies sous-jacentes, pour ensuite guider la discussion vers le fait qu'il était impossible de déterminer avec certitude le contenu de la bouteille. Tu as alors ouvert sur la nécessité de faire un grand nombre de tirages pour arriver à s'approcher de la probabilité de gagner qu'offre un outil comme la bouteille. La première partie de la deuxième étape s'est alors terminée en raison du fait que la période tirait à sa fin.

La deuxième partie de cette étape, qui a duré environ 45 minutes, s'est donc déroulée le lendemain à la fois en travail d'équipe et en plénière. Durant celle-ci, tu as repris la discussion où elle avait terminé la veille et tu as amené tes élèves à poursuivre leur travail avec les bouteilles probabilistes. Tu leur as donc demandé de réaliser 100 essais en équipe de deux, mais en faisant trois vagues distinctes : 10 essais pour un total de 10 tirages; 40 essais pour un total de 50 tirages, essais; 50 essais pour un total de 100 tirages. Pour chacun des sous-totaux, tu as demandé aux équipes d'exprimer le nombre de fois à où une bille noire a été tirée à la fois par une fraction et un pourcentage. Lorsque les sept équipes ont eu terminé leurs essais, tu as orchestré une discussion en plénière pour comparer puis regrouper les résultats des tirages de chacune des équipes, obtenant alors un échantillon de 700 essais. Tu as alors guidé la discussion vers le pourcentage de fois où une bille noire a été tirée pour 70 essais (7 vagues de 10 essais), pour 350 essais (7 vagues de 50 essais) et 700 essais (7 vagues de 100 essais). Constatant que les pourcentages tournaient autour de 20 %, tu as finalement amené les élèves à reconnaître le fait que la bouteille contenait probablement 1 bille noire et 4 billes blanches, et donc à identifier les probabilités de gagner associées à cet outil à 1 sur 5 où 20 %.

Pour conclure la deuxième étape, tu as ramené la discussion sur les probabilités de gagner associées aux deux autres outils calculées la veille et sur les probabilités de gagner associées à la bouteille probabiliste, pour ainsi que tes élèves arrivent à déterminer que l'outil offrant la meilleure probabilité de gagner est la roulette avec 1 chance sur 3.

La dernière étape, qui s'est déroulée en plénière, a duré tout au plus une dizaine de minutes. À travers cette ultime étape de l'activité, tu as cherché à vérifier la capacité de tes élèves à mobiliser les apprentissages mathématiques réalisés par le travail avec les trois outils probabilistes dans une nouvelle situation, comprenant deux autres outils (un paquet de cartes et une paire de dés à 6 faces). Tu as donc demandé à tes élèves de déterminer individuellement lequel des deux événements aléatoires avait la plus grande probabilité de se produire : tirer une figure avec le paquet de cartes ( $\approx 23\%$ ) ou rouler la paire de dés et obtenir une somme paire (50 %). Devant les résultats obtenus par les élèves, tu as pris conscience du fait que tu n'avais pas posé la question voulue, puisque les probabilités de gagner associées aux deux événements étaient trop éloignées et rendaient ainsi la réponse trop simple à obtenir. À court de temps, mais pour conclure cette dernière étape de l'activité, tu as quand même dit à tes élèves que tu aurais souhaité qu'ils déterminent lequel des deux événements aléatoires suivants avait la plus grande probabilité de se produire : tirer une figure avec le paquet de cartes ( $\approx 23\%$ ) ou rouler la paire de dés et obtenir deux

nombre pairs (25 %). Les probabilités de gagner associées à ces deux événements étant plus rapprochées, elles auraient rendu la réponse la question plus difficile à obtenir.



## ANNEXE E

### GUIDE D'ENTREVUE POSTACTION

Afin de faire un retour sur l'activité probabiliste que vous avez planifiée et faite vivre à vos élèves, nous réalisons aujourd'hui une entrevue postaction. Dans ce sens, je vais non seulement vous présenter un synopsis – une vue d'ensemble de votre activité – que j'ai élaboré sur la base des enregistrements que j'ai effectués dans votre classe, mais je vais également vous poser un certain nombre de questions pour revenir sur le déroulement de l'activité. Ceci me permettra de valider avec vous les intentions d'enseignement à partir desquelles vous avez planifié cette activité.

Je commence par vous faire la présentation du synopsis de votre activité que j'ai élaboré. Le synopsis présenté ici constitue en fait une vue d'ensemble de ton activité probabiliste, dans lequel j'intègre ma perception de tes intentions d'enseignement en lien avec cette activité.

\*Je lis le synopsis de l'activité.

1. Est-ce que cette vue d'ensemble de votre activité résume bien votre planification et vos intentions d'enseignement? Pourquoi?
  
2. Y a-t-il des événements marquants ou inattendus que vous avez constatés durant l'activité? Si oui, lesquels? En quoi sont-ils marquants ou inattendus?
  
3. Est-ce que le déroulement de l'activité a changé par rapport à ce qui a été prévu dans la planification? Si oui, en quoi consiste ce changement?
  
4. Est-ce que les apprentissages mathématiques visés ont changé par rapport à ce qui a été prévu dans la planification? Si oui, en quoi consiste ce changement?
  
5. Est-ce que l'activité que vous avez présentée à vos élèves a engendré des difficultés pour ceux-ci? Si oui, lesquelles?

6. Diriez-vous que certains de vos élèves vous ont particulièrement surpris ou déçus sur le plan de leur performance mathématique durant l'activité? Si oui, lesquels et pourquoi? Si non, pourquoi?
  7. Est-ce que l'activité que vous avez présentée à vos élèves a engendré des difficultés pour vous comme enseignant(e)? Si oui, lesquelles?
  8. Si vous aviez à refaire cette activité, la referiez-vous de la même manière? Si non, que souhaiteriez-vous changer?
  9. Après avoir vécu cette activité, quelle est votre opinion sur l'apport de la ressource didactique qui vous a été présentée au départ pour la planification et la réalisation en classe de cette activité?
  
  10. Pour conclure, avez-vous d'autres remarques ou commentaires dont vous souhaitez me faire part?
- 

En terminant, je dis quelques mots sur la suite du projet de recherche. Dès maintenant débute l'étape suivante du projet de recherche, qui me mènera à l'analyse des données. Dans ce sens, je chercherai à décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre dans l'enseignement des probabilités par des enseignants du primaire auprès des différents élèves de leur classe et notamment auprès des élèves en difficulté.

Par ailleurs, dans les mois qui suivent, lorsque l'analyse des données sera complétée, il me sera possible de faire un suivi auprès des enseignants intéressés quant à la recherche et les résultats qu'elle aura permis de dégager. Souhaitez-vous que vous je fasse parvenir un tel résumé du projet de recherche?

Je vous remercie beaucoup pour le temps que vous m'avez accordé.



ANNEXE F  
TROISIÈME PLAN DU POLYPTYQUE D'ENCODAGE

**« 3. De quelle nature est l'intervention? »**

**Métacode 1 : « 3.1 Questionner »**

Définition

L'intervention de l'enseignant est formulée de manière interrogative, c'est-à-dire qu'il interroge l'élève. Conséquemment, son intervention entraîne une réponse – verbale ou non-verbale – de l'élève.

**Sous-code : « 3.1.01 Pour prendre des nouvelles »**

Définition : À travers des questions comme « Tu as réussi ? », « Tu t'en sors ? », « Tu as fini ? », « Ça va ? », l'enseignant interpelle l'élève afin de s'assurer qu'il s'est enrôlé dans la tâche.

**Sous-code : « 3.1.02 Pour gérer le flux d'interactions »**

a) Pour changer d'intervenant en sollicitant un autre élève

Définition : Pour relancer un échange ou une discussion qui semble stagner, l'enseignant interroge un élève qui n'a pas encore pris la parole ou qui n'est pas le dernier interlocuteur à s'être exprimé dans le cadre de cet échange ou de cette discussion.

b) Pour attribuer la parole à un élève

Définition : Souvent parce qu'il cherche une réponse à une question qu'il vient de poser, l'enseignant interpelle un élève sans nécessairement que celui-ci ait cherché à obtenir la parole.

**Sous-code : « 3.1.03 Pour demander à un élève de préciser sa pensée »**

Définition : Par une question ou une intervention de nature interrogative, l'enseignant demande à un élève de préciser ou d'approfondir un propos ou sa pensée sous-jacente.

Cette intervention peut être faite pour deux raisons. D'une part, lorsque l'enseignant croit savoir ce que les propos de l'élève signifient, mais qu'un ou des éléments contenus dans ces propos lui semblent implicites, alors il intervient pour amener l'élève à expliciter ces éléments restés implicites et qui lui apparaissent importants. D'autre part, lorsque l'enseignant ne sait pas ce que les propos de l'élève signifient, alors il cherche à comprendre la pensée exprimée par l'élève et lui demande de préciser son propos. En d'autres mots, il souhaite obtenir plus de détail pour arriver à cerner la pensée de l'élève.

**Sous-code : « 3.1.04 Pour inciter un élève à formuler une probabilité »**

Définition : Par une question, l'enseignant invite l'élève à formuler une probabilité de gagner avec un certain outil probabiliste, que ce soit à l'aide d'une notation en pourcentage, en fraction (réductible ou irréductible) ou en nombre décimal. Cette intervention peut notamment être faite dans le but de savoir où est rendu l'élève dans sa démarche, ou encore pour l'amener à pousser plus loin son raisonnement.

**Sous-code : « 3.1.05 Pour mettre en doute un propos »**

Définition : L'enseignant intervient en réponse aux propos d'un élève pour remettre en doute ces propos, et ce, avec une question ou un ton de voix interrogatif qui laisse implicitement sous-entendre qu'il n'est pas convaincu de leur valider. À travers son intervention, l'enseignant peut avoir deux intentions : a) il veut démonter ou invalider un

raisonnement ou un résultat jugé erroné, ou b) il veut tester la robustesse d'un raisonnement ou d'un résultat jugé bon.

**Sous-code : « 3.1.06 Pour demander à un élève d'expliquer sa démarche »**

Définition : Par une question, l'enseignant demande à un élève d'expliquer sa démarche, et ce, dans le but de comprendre et de valider le raisonnement ou le résultat d'un élève obtenu dans le cadre de l'activité probabiliste. Voici quelques interventions-types pour ce code :

«Pourquoi peux-tu affirmer un tel résultat?»

«Sur quoi te bases-tu pour affirmer une telle chose?»

«Comment t'y es-tu pris pour arriver à une telle réponse?»

**Sous-code : « 3.1.07 Pour solliciter la démarche ou le résultat de l'élève »**

Définition : À travers l'orchestration d'un retour sur le travail effectué avec les outils probabilistes dans le cadre de l'activité, l'enseignant sollicite la démarche ou le résultat de l'élève ou d'une équipe d'élèves, et ce, soit a) afin d'exposer l'ensemble du groupe à cette démarche ou ce résultat, ou encore b) dans le but d'induire les savoirs attendus à partir du travail des élèves. Il est à noter que cette intervention est faite une fois en amont de l'explication de la démarche ou du résultat par l'élève ou par le groupe d'élèves, c'est-à-dire pour démarrer l'explication. Les interventions qui surviennent en aval s'avèrent plutôt être des interventions visant à faire expliquer la démarche ou à préciser la pensée.

**Sous-code : « 3.1.08 Pour amener un élève à interpréter des résultats »**

Définition : L'enseignante amène l'élève à interpréter des résultats, c'est-à-dire à dégager des conclusions mathématiques à partir de données recueillies avec les outils probabilistes ou avec des situations probabilistes proposées en marge du travail effectué avec la ressource didactique.

**Sous-code : « 3.1.09 Pour autres choses »**

Définition : L'intervention de l'enseignant, qui est exprimée d'une manière interrogative, ne semble pas correspondre aux codes identifiés précédemment pour le métacode «Questionner».

**Métacode 2 : « 3.2 Affirmer »**

Définition : L'intervention de l'enseignant est formulée de manière affirmative, c'est-à-dire qu'il énonce quelque chose à l'intention d'un ou de plusieurs élèves. Conséquemment, son intervention n'entraîne pas nécessairement une réponse – verbale ou non-verbale – de l'élève.

**Sous-code : « 3.2.01 Pour présenter les consignes »**

Définition : L'enseignant présente la tâche et les consignes qui l'accompagnent. Cette intervention se fait nécessairement au tout début de l'activité, c'est-à-dire avant que la résolution débute, ainsi qu'elle s'adresse nécessairement à l'ensemble du groupe, sauf exception, c'est-à-dire au tout début du travail avec les outils.

**Sous-code : « 3.2.02 Pour mettre en contexte l'activité probabiliste »**

Définition : L'enseignant met en contexte l'activité probabiliste, et ce, en posant aux élèves quelques questions sur ce que sont les probabilités et sur les activités probabilistes déjà vécues par les élèves dans le passé. Cette intervention survient nécessairement avant qu'est été présentée l'activité probabiliste.

**Sous-code : « 3.2.03 Pour donner un indice à un élève »**

Définition : L'enseignant donne un indice allant au-delà des consignes initiales données à l'ensemble du groupe pour l'activité probabiliste. Cet indice vient modifier et simplifier la tâche proposée à un élève, et ce faisant, l'enseignant se trouve à prendre en charge à la place de l'élève une partie de la tâche. L'indice n'est donné par l'enseignant que pendant le travail de l'élève pour résoudre la tâche. Si la tâche est résolue, l'enseignant pointera plutôt des enjeux mathématiques ciblés par l'activité probabiliste. Il convient de souligner que l'indice peut être donné de différente manière. Par exemple, l'enseignant peut reprendre une question ou une affirmation d'un élève et l'enrichir en y ajoutant un élément. Il peut également faire une affirmation et donner un indice à l'élève, mais sans que cette affirmation soit faite directement en réponse au propos de l'enfant.

**Sous-code : « 3.2.04 Pour orienter un élève dans sa démarche »**

Définition : L'enseignant, à sa propre initiative, expose la prochaine étape de la démarche à suivre pour résoudre la tâche alors que l'élève se trouve à tenter de résoudre la tâche. Ce faisant, l'enseignant se trouve souvent à faire un rappel ciblé d'une consigne qui est immédiatement utile pour l'élève. L'intervention ne porte cependant pas sur un aspect conceptuel de la tâche, mais simplement sur la démarche.

**Sous-code : « 3.2.05 Pour répondre à la place d'un élève »**

Définition : L'enseignant répond à la place de l'élève à une question qu'il a lui-même posée ou qui est posée par un autre élève.

**Sous-code : « 3.2.06 Pour contrôler une réponse d'un élève »**

Définition : L'enseignant, à la demande de l'élève ou de son propre chef, contrôle ou reconnaît la validité ou la non-validité d'une réponse donnée par un élève dans le cadre de la réalisation de la tâche. Dans certains cas où la réponse est jugée non-valide par

l'enseignant, mais sans que ce dernier le signale à l'élève, l'intervention peut signifier : «Maintenant que tu as exposé ta démarche, regardons-la pour voir.»

**Sous-code : « 3.2.07 Pour offrir une confirmation d'action pertinente »**

Définition : L'enseignant offre, à la demande de l'élève, une confirmation d'action pertinente, c'est-à-dire ayant un caractère important, voire essentiel, dans le cadre de la tâche à accomplir.

**Sous-code : « 3.2.08 Pour pointer les enjeux mathématiques ciblés par l'activité »**

Définition : L'enseignant pointe explicitement un ou des enjeux mathématiques ciblés par l'activité, et ce, dans le but d'institutionnaliser ces derniers dans le cadre de l'activité probabiliste vécue. Les enjeux mathématiques pointés et ciblés par l'activité font généralement écho aux objectifs qu'a fixés l'enseignant pour l'activité probabiliste. Il est à noter que ce type d'intervention ne peut survenir qu'à la suite du travail avec les outils probabilistes, et non pendant la résolution de la tâche par les élèves.

**Sous-code : « 3.2.09 Pour constater les résultats d'un élève »**

Définition : L'enseignant nomme un ou des résultats obtenus par un élève avec un ou des outils probabilistes. Il peut également regarder le travail de l'élève sur un document écrit et éventuellement exposer à haute voix – ou non – ce qui s'y trouve écrit. De plus, il peut constater une stratégie ou une démarche mise en œuvre par l'élève ou par une équipe d'élèves.

**Sous-code : « 3.2.10 Pour autres choses »**

Définition : L'intervention de l'enseignant, qui est exprimée d'une manière affirmative, ne semble pas correspondre aux codes identifiés précédemment pour le métacode «Affirmer».

### **Métacode 3 : « 3.3 Redire »**

Définition : Par son intervention, l'enseignant redit une intervention, c'est-à-dire qu'il répète quasiment mot pour mot une intervention faite précédemment, soit par lui ou par un élève. De plus, cette redite doit être neutre, c'est-à-dire qu'elle ne doit pas laisser voir l'intention de l'enseignant.

#### **Sous-code : « 3.3.01 Pour reprendre des propos d'un élève de façon neutre »**

Définition : L'enseignant reprend de façon neutre les propos d'un élève. Il peut également s'agir d'une forme de récapitulation de quelques interventions de l'élève, où l'enseignant vise à résumer par exemple la démarche décrite par l'élève. Il peut s'agir d'une affirmation interrogative ou d'une interrogation affirmative.

#### **Sous-code : « 3.3.02 Pour répéter les consignes »**

Définition : L'enseignant répète une consigne – orale ou écrite – de la tâche ou d'une sous-tâche. Il peut également s'agir d'une très légère reformulation, mais dans tous les cas, son intervention ne modifie pas la nature ou le niveau conceptuel de la tâche, c'est-à-dire qu'il ne fournit pas à l'élève de nouvelle information ou un indice supplémentaire.

Un exemple de telle intervention est lorsque l'enseignant confirme le fonctionnement d'un des outils probabilistes avec un élève.

#### **Sous-code : « 3.3.03 Pour autres choses »**

Définition : L'intervention de l'enseignant, qui s'inscrit dans une perspective de redite, ne semble pas correspondre aux codes identifiés précédemment pour le métacode «Redire».

**Métacode 4 : « 3.4 Autres choses »**

Définition : Toutes les interventions qui a) n'entrent pas dans les trois méta-codes précédents, c'est-à-dire qui ne relèvent pas des actions de questionner, affirmer ou redire; b) qui ne sont pas en lien avec l'activité probabiliste, par exemple dans le cas d'intervention de discipline (Ce devrait être surtout de ce type d'interventions dans ce code...); ou c) qui sont en lien avec l'organisation et le fonctionnement du travail en équipe.



## ANNEXE G

### ATTESTION DE CONFORMITÉ AUX PRINCIPES ÉTHIQUES



UNIVERSITÉ DE  
**SHERBROOKE**

Comité d'éthique de la recherche  
Éducation et sciences sociales

#### Attestation de conformité

Le comité d'éthique de la recherche Éducation et sciences sociales de l'Université de Sherbrooke certifie avoir examiné la proposition de recherche suivante :

**Les interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités à des élèves en difficulté en classe ordinaire au primaire**

**Vincent Martin**

Étudiant, Doctorat en éducation, Faculté d'éducation

Le comité estime que la recherche proposée est conforme aux principes éthiques énoncés dans la *Politique insinuationnelle en matière d'éthique de la recherche avec les êtres humains*.

#### *Membres du comité*

**Eric Yergeau**, président du comité, professeur à la Faculté d'éducation, Département d'orientation professionnelle

**Chantale Beaucher**, professeure à la Faculté d'éducation, Département de pédagogie

**France Beauregard**, professeure à la Faculté d'éducation, Département d'enseignement au préscolaire et primaire

**Mélanie Lapalme**, professeure à la Faculté d'éducation, Département de psychoéducation

**Carlo Spallanzani**, professeur à la Faculté d'éducation physique et sportive

**Christina St-Onge**, professeure à la Faculté de médecine et des sciences de la santé, Département de médecine

**Serge Striganuk**, professeur à la Faculté d'éducation, Département de gestion de l'éducation et de la formation

**Vincent Beaucher**, membre versé en éthique

**France Dupuis**, membre représentante du public

Le présent certificat est valide pour la durée de la recherche, à condition que la personne responsable du projet fournisse au comité un rapport de suivi annuel, faute de quoi le certificat peut être révoqué.

Le président du comité,

Eric Yergeau, 31 octobre 2011



**ANNEXE H**  
**FORMULAIRE DE CONSENTEMENT DES PARENTS**



**LETTRÉ D'INFORMATION ET FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR  
PERSONNES MINEURES (CONSENTEMENT PARENTAL)**

**Invitation à participer et formulaire de consentement pour le projet  
doctoral de recherche intitulé**

*Les interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités en  
classe ordinaire au primaire*

Subventionné par  
Le Fonds québécois de la recherche sur la société et la culture (FQRSC)  
Le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH)

Étudiant-chercheur : Vincent Martin

Équipe de direction : Laurent Theis (directeur de thèse); Claudine Mary (codirectrice de thèse)

Madame, Monsieur,

Nous sollicitons par la présente votre accord pour la réalisation de recueils de données dans la classe de votre enfant en lien avec le projet en titre, développé dans le cadre de la réalisation d'un doctorat en éducation à l'Université de Sherbrooke. Le principal objectif de ce projet consiste à :

- Décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par un enseignant auprès des différents élèves d'une classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des probabilités;

**En quoi consiste la participation au projet?**

Nous sollicitons votre accord pour :

- 1) Autoriser l'équipe à réaliser l'enregistrement d'un maximum de quatre séances d'enseignement dans la classe de votre enfant au cours de l'année scolaire

2011-2012, sachant que c'est l'ensemble de la classe qui sera filmé, afin de mieux comprendre l'enseignement des probabilités dans la classe ordinaire au primaire;

Ces recueils se feront sur les heures normales de classe et l'activité d'enseignement-apprentissage proposée peut se faire dans le cadre de ce que demande le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ), c'est-à-dire qu'elle ne représente pas une surcharge par rapport au programme d'enseignement des mathématiques du primaire. Afin que votre enfant participe à ce projet, nous avons besoin non seulement de son accord, mais aussi du vôtre. Dans le cas d'un refus de votre part, toutes les précautions seront prises afin que votre enfant soit placé hors champ de la caméra. Toutefois, dans l'éventualité où votre enfant entrait dans le champ de la caméra, la séquence sera retirée ou l'image vidéo de votre enfant sera brouillée afin d'éviter sa reconnaissance.

### **Comment et par qui seront utilisées les données recueillies**

Pour éviter l'identification des enfants participant au projet, les données recueillies dans le cadre de ce projet de recherche seront traitées de manière entièrement confidentielle. Afin de préserver leur anonymat, un nom fictif remplacera le nom de chacun d'eux sur tous les documents d'analyse des données. En outre, toute autre donnée pouvant identifier les enfants ou identifier leur école ne paraîtra en aucun cas lors de la diffusion des résultats. Cette diffusion se fera dans le cadre de la production scientifique habituelle : thèse de l'étudiant-chercheur responsable du projet, articles, communications, présentation des résultats aux établissements scolaires.

Les données recueillies seront conservées sous clé à l'Université de Sherbrooke. Les seules personnes qui y auront accès sont l'étudiant-chercheur et son équipe de direction, composée du directeur et de la codirectrice de thèse. Toutes ces personnes sont conscientisées à l'importance de la confidentialité.

Les données seront détruites cinq ans après la fin de la recherche, une fois que les analyses seront terminées et la thèse produite, soit en 2017. Elles ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

### **Est-il obligatoire de participer?**

Non. La participation à ce projet se fait sur une base volontaire. Votre enfant est totalement libre de participer ou non à cette étude. Vous êtes également libre d'accepter ou non que votre enfant participe sans avoir à motiver votre décision ni à subir de préjudice de quelque nature que ce soit. La décision de participer ou non à cette étude n'affectera en rien les enseignants reçus. De plus comme il a été dit, advenant un refus de votre part, toutes les précautions seront prises afin que votre enfant soit placé hors champ de la caméra et dans l'éventualité où votre enfant entrait dans le champ de la caméra, la séquence sera retirée ou l'image vidéo de votre enfant sera brouillée afin d'éviter sa reconnaissance.

### **Y a-t-il des risques, inconvénients ou bénéfices?**

L'étudiant-chercheur et les membres de son équipe de direction considèrent qu'il n'y a qu'un seul inconvénient particulier et prévisible associé à ce projet, à savoir la présence du

matériel d'enregistrement dans la classe qui modifiera momentanément l'organisation et le fonctionnement de la classe. La contribution à l'avancement des connaissances au sujet de l'enseignement des probabilités dans la classe ordinaire au primaire est le seul bénéfice prévu.

**Que faire si j'ai des questions concernant le projet?**

Si vous avez des questions ou commentaires concernant ce projet de recherche, n'hésitez pas à communiquer avec moi aux coordonnées indiquées ci-dessous.

Sherbrooke, le

---

Vincent Martin  
 Étudiant au doctorat en éducation  
 Faculté d'éducation  
 Université de Sherbrooke  
 Sherbrooke QC J1K 2R1

---

J'ai lu et compris le document d'information au sujet du projet intitulé *Les interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités en classe ordinaire au primaire*. J'ai compris les conditions et les bienfaits de la participation de mon enfant. J'ai obtenu des réponses aux questions que je me posais au sujet de ce projet. J'accepte librement que mon enfant participe à ce projet. Mon enfant et moi avons discuté du projet de recherche et de sa participation. Je me suis assuré de sa compréhension et de son accord à participer. Je comprends toutefois que mon enfant demeure libre de se retirer du projet en tout temps et sans préjudice.

---

Parent ou tuteur de \_\_\_\_\_ (nom du jeune)

Signature du parent ou tuteur

---

Nom :

---

Date :

---

**S.V.P. Signez les deux copies.  
Conservez une copie et remettre l'autre à l'étudiant-chercheur.**

Ce projet a été revu et approuvé par le comité d'éthique de la recherche Éducation et sciences sociales de l'Université de Sherbrooke. Cette démarche vise à assurer la protection des participantes et participants. Si vous avez des questions sur les aspects éthiques de ce projet (consentement à participer, confidentialité, etc.), n'hésitez pas à communiquer avec M. Eric Yergeau, président de ce comité, par l'intermédiaire de son secrétariat au numéro suivant

ANNEXE I  
FORMULAIRE DE CONSENTEMENT DES ENSEIGNANTS



**LETTRÉ D'INFORMATION ET FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR  
LES ENSEIGNANTES ET LES ENSEIGNANTS : PARTICIPATION AU PROJET  
DE RECHERCHE**

**Invitation à participer et formulaire de consentement pour le projet  
doctoral de recherche intitulé**

*Les interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités en  
classe ordinaire au primaire*

Subventionné par  
Le Fonds québécois de la recherche sur la société et la culture (FQRSC)  
Le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH)

Étudiant-chercheur : Vincent Martin

Équipe de direction : Laurent Theis (directeur de thèse); Claudine Mary (codirectrice de thèse)

Madame, Monsieur,

Nous sollicitons par la présente votre participation au projet de recherche qui est développé dans le cadre de la réalisation d'un doctorat en éducation à l'Université de Sherbrooke. Le principal objectif de ce projet consiste à :

- Décrire et comprendre les interventions didactiques mises en œuvre par un enseignant auprès des différents élèves d'une classe ordinaire du primaire pour l'enseignement des probabilités;

**En quoi consiste la participation au projet?**

Votre participation à ce projet de recherche consiste à :

- 1) Réaliser une entrevue de départ en vue de recueillir des informations relativement aux élèves de votre classe, votre point de vue par rapport à l'enseignement des

probabilités et à la ressource didactique proposée, ainsi que sur l'activité d'enseignement que vous aurez planifiée (environ 45 minutes);

2) Autoriser l'équipe à réaliser dans votre classe une courte série d'enregistrements de séances d'enseignement (enregistrements vidéo). La durée de chaque enregistrement est celle de la durée d'un cours (une période ou plus, selon votre planification);

3) Informer les élèves de la classe du déroulement du projet et du caractère volontaire de leur participation au recueil des données, ainsi que collecter les formulaires de consentement signés par les parents des élèves;

4) Réaliser une entrevue de rétroaction (environ 15 minutes) après la dernière séance d'enseignement.

### **Comment et par qui seront utilisées les données recueillies**

Pour éviter votre identification comme personne participante à cette recherche, les données recueillies dans le cadre de ce projet de recherche seront traitées de manière entièrement confidentielle. Afin de préserver l'anonymat, un nom fictif remplacera votre nom sur tout document contenant des données recueillies. En outre, toute autre donnée pouvant vous identifier ou identifier l'école où vous enseignez ne paraîtra en aucun cas lors de la diffusion des résultats. Cette diffusion se fera dans le cadre de la production scientifique habituelle : thèse de l'étudiant-chercheur responsable du projet, articles, communications, présentation des résultats aux établissements scolaires.

Les données recueillies seront conservées sous clé à l'Université de Sherbrooke. Les seules personnes qui y auront accès sont l'étudiant-chercheur et son équipe de direction, composée du directeur et de la codirectrice de thèse. Toutes ces personnes sont conscientisées à l'importance de la confidentialité

Les données seront détruites cinq ans après la fin de la recherche, une fois que les analyses seront terminées et la thèse produite, soit en 2017. Elles ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

### **Est-il obligatoire de participer?**

Non. La participation à cette étude se fait sur une base volontaire. Vous êtes entièrement libre de participer ou non et de vous retirer en tout temps sans avoir à motiver votre décision ni à subir de préjudice de quelque nature que ce soit.

### **Y a-t-il des risques, inconvénients ou bénéfices?**

L'étudiant-chercheur et les membres de son équipe de direction considèrent qu'il n'y a qu'un seul inconvénient particulier et prévisible associé à ce projet, à savoir le temps consacré au projet (recueil de données par les entrevues et l'enregistrement des séances d'enseignement en classe). La contribution à l'avancement des connaissances au sujet de l'enseignement des probabilités dans la classe ordinaire au primaire est le seul bénéfice prévu.

Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée aux personnes qui participent à ce projet. Toutefois, les enseignants pourront conserver, à la suite de leur participation au



projet de recherche, le matériel didactique qui leur sera fourni pour la réalisation des séances d'enseignement.

**Que faire si j'ai des questions concernant le projet?**

Si vous avez des questions ou commentaires concernant ce projet de recherche, n'hésitez pas à communiquer avec moi aux coordonnées indiquées ci-dessous.

Sherbrooke, le

---

Vincent Martin  
 Étudiant au doctorat en éducation  
 Faculté d'éducation  
 Université de Sherbrooke  
 Sherbrooke QC J1K 2R1

---

J'ai lu et compris le document d'information au sujet du projet intitulé *Les interventions didactiques de l'enseignant dans l'enseignement des probabilités en classe ordinaire au primaire*. J'ai compris les conditions et les bienfaits de la participation. J'ai obtenu des réponses aux questions que je me posais au sujet de ce projet. J'accepte librement de participer à ce projet de recherche.

---

Participante ou participant :

Signature

---

Nom :

---

Date :

---

**S.V.P. Signez les deux copies.  
 Conservez une copie et remettre l'autre à l'étudiant-chercheur.**

Ce projet a été revu et approuvé par le comité d'éthique de la recherche Éducation et sciences sociales de l'Université de Sherbrooke. Cette démarche vise à assurer la protection des participantes et participants. Si vous avez des questions sur les aspects éthiques de ce projet (consentement à participer, confidentialité, etc.), n'hésitez pas à communiquer avec M. Eric Yergeau, président de ce

comité, par l'intermédiaire de son secrétariat au numéro suivant :

