

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et de génie informatique

Commande de satellites flexibles
actionnés par des propulseurs
tout-ou-rien

Thèse de doctorat
Spécialité : génie électrique

Christian Belleau

Jury : Jean de Lafontaine
Brahim Hadjou
Patrice Masson
Aymeric Kron

Sherbrooke (Québec) Canada

Mai 2011

iv. 2140



Library and Archives
Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-83291-2

Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-83291-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

À Manon, Charles et Catherine.

RÉSUMÉ

Plusieurs nouvelles missions spatiales exigent que le satellite puisse accomplir des manœuvres de façon autonome. Ces missions nécessitent souvent des satellites plus volumineux pour intégrer tous les instruments de mesure nécessaires. L'utilisation de matériaux légers pour diminuer la masse ainsi que de panneaux solaires de grande envergure pour permettre de fournir à la demande électrique rendent le satellite très flexible. Cette flexibilité peut interagir avec le système de commande et amener le système à être instable. Cette thèse a pour objectif de proposer des techniques de commande innovatrices permettant le positionnement précis de façon autonome d'un satellite flexible lors des manœuvres en orientation.

Afin de diminuer la masse du satellite et augmenter le volume disponible à l'intérieur de ce dernier, toutes les manœuvres doivent se faire en utilisant uniquement des propulseurs chimiques de type tout-ou-rien. De plus, la puissance limitée de l'ordinateur de bord exige que les différents systèmes de commande soient suffisamment petits pour pouvoir être implantés à l'intérieur de celui-ci.

Le candidat propose trois approches pour améliorer la commande d'un satellite flexible : une amélioration des techniques de modulation des actionneurs tout-ou-rien, une mise en forme des signaux de consigne, ou *input shaping*, afin d'éviter d'exciter les modes flexibles et une technique de découplage de la dynamique rigide qui permet d'atténuer simultanément l'excitation des modes flexibles.

Chacune des contributions est présentée séparément et appliquée à des exemples simples afin de bien démontrer l'amélioration qui en découle. Par la suite, elles sont appliquées sur un modèle d'un satellite très flexible afin d'en démontrer l'efficacité.

Mots-clés : commande, satellite, PWPF, découplage

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse M. Jean de Lafontaine pour m'avoir fait partager ses connaissances pratiques du milieu aérospatial et m'avoir supervisé et orienté dans mes travaux de recherche durant ces quatre dernières années. Je remercie tout spécialement M. Yves Beauchamp, directeur général de l'École de technologie supérieure, de m'avoir fait confiance et proposé une bourse pour faire ces études de doctorat. Je remercie aussi M. Claude Olivier, directeur de l'enseignement et de la recherche de l'École de technologie supérieure, qui m'a supervisé durant mon doctorat et m'a engagé comme professeur.

Cette recherche a été financée en totalité par l'École de technologie supérieure à travers le programme de relève professorale.

TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	1
1.1	Contexte du projet	1
1.2	Contraintes et spécifications	2
1.3	Système de commande d'un satellite flexible	4
1.4	Modulation d'actionneurs tout-ou-rien	9
1.5	Commande par positionnement de structures propres et découplage de systèmes	12
1.6	Contributions scientifiques proposées par le candidat	15
2	Modulation d'actionneurs tout-ou-rien	19
2.1	Introduction	19
2.2	Principe de fonctionnement d'un modulateur PWPF	20
2.3	Caractéristiques statiques du modulateur PWPF	21
2.3.1	Temps en fonction et temps hors fonction	22
2.3.2	Fréquence du modulateur	22
2.3.3	Ratio de modulation	23
2.3.4	Valeurs d'entrée maximum et minimum du modulateur	23
2.3.5	Temps de fonctionnement minimum du propulseur	23
2.4	Ajustement des paramètres du modulateur PWPF	24
2.5	Simplification du modulateur PWPF	25
2.6	Comparaison des modulateurs PWPF et MLI	27
2.6.1	Caractéristiques de fonctionnement des modulateurs PWPF et MLI	27
2.6.2	Comparaison des modulateurs PWPF et MLI sur un système masse-ressort-amortisseur	30
2.6.3	Comparaison des modulateurs PWPF et MLI sur l'orientation d'un satellite autour d'un axe	35
2.7	Conclusion sur la modulation d'actionneurs tout-ou-rien	42
3	Input Shaping	45
3.1	Introduction	45
3.2	Théorie des <i>input shapers</i>	45
3.2.1	Réponse temporelle d'un système d'ordre 2 à une série d'impulsions	46
3.2.2	Robustesse à l'erreur sur la fréquence naturelle	48
3.2.3	Robustesse à l'erreur d'amortissement	49
3.2.4	Amélioration de la robustesse à la fréquence naturelle et l'amortissement en utilisant des dérivées	49
3.2.5	Convolution d'une entrée avec un input shaper	51
3.2.6	Conception d'un <i>input shaper</i> pour un système ayant plusieurs modes flexibles	52
3.3	<i>Input shapers</i> modifiés	52
3.3.1	<i>Input shaper</i> ZV à plus de deux impulsions	53

3.3.2	<i>Input shaper</i> MIS ZVD	56
3.4	Convolution d'un nombre limité d' <i>input shapers</i> MIS ZV ou MIS ZVD	57
3.5	Exemple	58
3.5.1	Réponse temporelle du système en boucle fermée soumis à une entrée échelon	60
3.5.2	Réponse temporelle et robustesse du système en boucle fermée soumis à une entrée échelon modulée par des <i>input shapers</i> ZV conventionnels	61
3.5.3	Conception de modulateurs utilisant les <i>input shapers</i> MIS ZV 3-impulsions	62
3.5.4	Conception de modulateurs utilisant les <i>input shapers</i> MIS ZVD 2*3-impulsions	64
3.5.5	Conclusion de l'exemple	65
3.6	Conclusion	66
4	Découplage et atténuation des modes flexibles	67
4.1	Introduction	67
4.2	Concepts de base	67
4.2.1	Commande de systèmes linéaires multivariables	67
4.2.2	Découplage des entrées-sorties d'un système	68
4.2.3	Propriétés des structures propres	70
4.2.4	Structures propres assignables	71
4.3	Positionnement de structures propres	72
4.3.1	Positionnement de structures propres complet par retour de sortie	72
4.3.2	Positionnement de structures propres partiel par retour de sortie	74
4.4	Découplage par positionnement de structures propres	75
4.4.1	Découplage par sélection de vecteurs propres	75
4.4.2	Vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties	77
4.4.3	Découplage par assignation simultanée des vecteurs propres droits et gauches	79
4.5	Assignation de structures propres selon Magni	80
4.5.1	Notations des structures propres	80
4.5.2	Structures propres assignables en boucle fermée	81
4.5.3	Ajustement d'un contrôleur existant par positionnement de structures propres	81
4.5.4	Contraintes sur les vecteurs propres	83
4.5.5	Algorithme de découplage de Magni	84
4.6	Déc. de la dyn. rigide et atténuation des modes flex.	88
4.6.1	Fonction de coût pour minimisation des effets des entrées sur les modes et des modes sur les sorties	90
4.6.2	Algorithme proposé par le candidat	92
4.7	Exemples de découplage	96
4.7.1	Découplage d'un système à 3 masses	96
4.7.2	Découplage d'un système à 7 masses	100

4.8	Réponse fréquentielle	106
4.9	Conclusion sur le découplage et l'atténuation	109
5	Application des contributions	111
5.1	Introduction	111
5.2	Simulateur du satellite flexible	112
5.3	Comparaison entre les modulateurs PWPF et MLI	115
5.3.1	Modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)	116
5.3.2	Modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)	118
5.3.3	Modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)	119
5.3.4	Modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)	120
5.3.5	Consigne d'entrée en rampe de 5 et 25 secondes (Tests 5 et 6)	122
5.4	Comparaison entre le compensateur de déc. et PD	126
5.4.1	Comparaison des compensateurs avec actionneurs proportionnels saturés (Tests 1, 2 et 3)	129
5.4.2	Comparaison des compensateurs avec modulateur PWPF (Tests 4, 5 et 6)	132
5.4.3	Comparaison des compensateurs avec modulateurs PWPF et MLI (Tests 7, 8 et 9)	135
5.4.4	Conclusion sur les tests 1 à 9	138
5.5	Réponse fréquentielle	138
5.6	Utilisation de l' <i>input shaper</i>	143
5.7	Conclusion	149
6	Conclusion	151
	LISTE DES RÉFÉRENCES	155

LISTE DES FIGURES

1.1	Architecture du système de commande d'un satellite	5
1.2	Commande bang-bang [Song et Agrawal, 2001]	10
1.3	Principe de fonctionnement d'un MLI	10
1.4	Organigramme des articles portant sur le découplage et la commande de satellites flexibles	15
1.5	Organigramme des articles portant sur l' <i>input shaping</i> et la modulation d'actionneur tout-ou-rien	16
2.1	Schéma-bloc d'un modulateur PWPF	20
2.2	Réponse temporelle du modulateur PWPF à une entrée $r = 0.5$ ($d = 0.45, h = 0.3, U_m = 0.75, k_m = 1.50, \tau_m = 0.75$)	21
2.3	Comparaison de la linéarité de la sortie du modulateur PWPF 3 et d'un modulateur MLI à 5 Hz	28
2.4	Fréquence de fonctionnement du modulateur PWPF 3 en fonction de la commande demandée	29
2.5	Système masse-ressort-amortisseur contre un mur	30
2.6	Schéma-bloc du système de commande du système masse-ressort-amortisseur	30
2.7	Réponse temporelle du système masse-ressort-amortisseur	31
2.8	Réponse temporelle de 4 modulateurs MLI ($r=1$)	32
2.9	Réponse temporelle de 4 modulateurs MLI ($r=0.5$)	33
2.10	Réponse temporelle des 4 modulateurs PWPF ($r=1$)	34
2.11	Réponse temporelle des 4 modulateurs PWPF ($r=0.5$)	35
2.12	Satellite flexible simple	36
2.13	Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI soumis à un échelon : différence de position entre action MLI et action proportionnelle	37
2.14	Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs PWPF soumis à un échelon : différence de position entre action PWPF et action proportionnelle	38
2.15	Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI soumis à une entrée sinusoïdale : différence de position entre action MLI et action proportionnelle	39
2.16	Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs PWPF soumis à une entrée sinusoïdale : différence de position entre action PWPF et action proportionnelle	40
2.17	Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI à 6, 8 et 10 Hz soumis à une entrée sinusoïdale	41
3.1	Réponse d'un système de deuxième ordre soumis à deux impulsions	47
3.2	Vibration résiduelle d'un <i>input shaper</i> ZV soumis à une incertitude sur la fréquence naturelle	48

3.3	Vibration résiduelle d'un <i>input shaper</i> ZV soumis à une incertitude sur l'amortissement	49
3.4	Vibration résiduelle d'un <i>input shaper</i> ZVD soumis à une incertitude sur la fréquence naturelle	50
3.5	Vibration résiduelle d'un ZVD soumis à une incertitude sur l'amortissement	51
3.6	Convolution d'une commande avec un <i>input shaper</i> ZV	53
3.7	Résultat de la convolution d'une commande avec un <i>input shaper</i> ZV	53
3.8	Convolution de deux <i>input shapers</i>	54
3.9	Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZV et d'un MIS ZV 3-impulsions	55
3.10	Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZV et d'un MIS ZV 3-impulsions	55
3.11	Convolution d'un ZV 2-impulsions avec un ZV 3-impulsions	56
3.12	Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZVD et d'un MIS ZVD	57
3.13	Convolution de trois <i>input shapers</i> MIS ZVD 2*3-impulsions	59
3.14	Système utilisé pour la comparaison des <i>input shapers</i>	59
3.15	Schéma-bloc du système en boucle fermée	60
3.16	Réponse temporelle du système soumis à une entrée échelon	60
3.17	Réponse temporelle du système soumis à une entrée échelon modulée par 6 <i>input shapers</i> ZV	61
3.18	Tests de robustesse sans <i>input shaper</i> et avec le modulateur ZV	62
3.19	Réponse temporelle du système soumis à des entrées échelons modulées par 2 modulateurs MIS ZV 3-impulsions	63
3.20	Tests de robustesse des modulateurs MIS ZV 3-impulsions	63
3.21	Réponse temporelle du système soumis à des entrées échelons modulées par 2 modulateurs MIS ZVD 2*3-impulsions	64
3.22	Tests de robustesse des modulateurs MIS ZVD 2*3-impulsions	65
4.1	Système linéaire multivariable ayant un retour d'état	68
4.2	Système linéaire multivariable ayant un retour de sortie	69
4.3	Découplage d'un système linéaire multivariable	69
4.4	Projection du vecteur propre vers le vecteur assignable	76
4.5	Système de commande de découplage utilisant un compensateur en rétroaction et un compensateur par anticipation	85
4.6	Influence des entrées sur les modes et des modes sur les sorties dans un système découplé [Magni, 2002]	87
4.7	Système à 3 masses	88
4.8	Schéma-bloc du système de commande du système à 3 masses	89
4.9	Algorithme d'optimisation proposé par le candidat	93
4.10	Algorithme d'optimisation du compensateur	94
4.11	Découplage en utilisant l'algorithme de Magni d'un système à 3 masses	97
4.12	Découplage d'un système à 3 masses avec atténuation des modes flexibles	99
4.13	Système à 7 masses	101
4.14	Découplage en utilisant l'algorithme de Magni du système à 7 masses	102
4.15	Découplage du système à 7 masses avec atténuation des modes flexibles	103
4.16	Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle ouverte	106
4.17	Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle fermée(Magni)107	

4.18	Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle fermée(Magni)	108
5.1	Aspect physique et système d'axes du satellite flexible	112
5.2	Schéma-bloc du simulateur du satellite flexible en boucle fermée	112
5.3	Position du satellite en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)	117
5.4	Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)	117
5.5	Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)	119
5.6	Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)	120
5.7	Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)	121
5.8	Position du satellite pour une rampe de 5 secondes (Test 5)	122
5.9	Erreur par rapport à la consigne pour une rampe de 5 secondes (Test 5) . .	123
5.10	Position du satellite pour une rampe de 25 secondes (Test 6)	124
5.11	Erreur par rapport à la consigne pour une rampe de 25 secondes (Test 6) .	125
5.12	Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $1^\circ/sec$ (Test 1)	129
5.13	Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $0.5^\circ/sec$ (Test 2)	130
5.14	Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 3)	130
5.15	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $1^\circ/sec$ (Test 4)	132
5.16	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $0.5^\circ/sec$ (Test 5)	133
5.17	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 6)	133
5.18	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $1^\circ/sec$ (Test 7)	136
5.19	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $0.5^\circ/sec$ (Test 8)	136
5.20	Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 9)	137
5.21	Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe x	139
5.22	Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe x	140
5.23	Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe y	141
5.24	Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe y	141
5.25	Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe z	142
5.26	Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe z	143
5.27	Position du satellite en utilisant une consigne échelon	144
5.28	Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon	145
5.29	Position du satellite en utilisant une consigne échelon et un <i>input shaper</i> ZVD	146

5.30	Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon et un <i>input shaper</i> ZVD	146
5.31	Position du satellite en utilisant une consigne échelon et un <i>input shaper</i> MIS ZVD	147
5.32	Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon et un <i>input shaper</i> MIS ZVD	148

LISTE DES TABLEAUX

2.1	Paramètres du modulateur PWPF simplifié	28
2.2	Résultats obtenus pour le satellite flexible actionné par des modulateurs MLI et PWPF et soumis à une entrée échelon	38
2.3	Résultats obtenus pour le satellite flexible actionné par des modulateurs MLI et PWPF et soumis à une entrée sinusoïdale	41
3.1	Paramètres physiques du système	58
3.2	Pôles du système	60
3.3	Résultats des différents modulateurs	65
4.1	Paramètres du système à 7 masses	101
4.2	Atténuations globales obtenues entre les entrées et les sorties pour le système à 7 masses	105
5.1	Paramètres physiques du satellite	114
5.2	Tests de comparaison entre le modulateur PWPF et MLI	116
5.3	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)	118
5.4	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)	119
5.5	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)	120
5.6	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)	122
5.7	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz pour une rampe de 5 secondes (Test 5)	123
5.8	Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz pour une rampe de 25 secondes (Test 6)	125
5.9	Tests de comparaison entre le compensateur de découplage et le compensateur PD	128
5.10	Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 1 à 3	131
5.11	Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 4 à 6	134
5.12	Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 7 à 9	137
5.13	Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests avec <i>input shapers</i>	148

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Contexte du projet

Dans les premières années de l'exploration spatiale, les satellites pouvaient être considérés comme un corps rigide. Les structures externes au satellite, comme les panneaux solaires, influençaient peu la dynamique du système. Cela permettait de concevoir des systèmes de commande peu complexes pour obtenir les performances désirées. Les nouvelles missions, plus complexes, requièrent des satellites plus volumineux pour intégrer les systèmes d'instrumentation, de communication, etc. De plus, les panneaux solaires nécessaires à l'alimentation de ces systèmes doivent être de plus en plus grands pour permettre de fournir à la demande [Lee, 2006]. L'augmentation du volume du satellite, ainsi que le nombre de systèmes transportés, a un impact sur la masse totale de celui-ci. Pour réduire sa masse, des matériaux légers sont utilisés pour la fabrication des antennes et des panneaux solaires. Ces derniers, lorsque de grandes dimensions ne peuvent plus être considérés comme un corps rigide, mais bien comme un corps flexible. Le concepteur doit tenir compte de ces modes flexibles lorsqu'il fait la conception du système de commande en position ou en orientation d'un satellite flexible. Les solutions qui s'offrent à lui sont nombreuses et ont tous leurs avantages et inconvénients [Lee, 2006].

Depuis plus de dix ans, certaines missions utilisent la propulsion électrique pour les voyages interplanétaires ainsi que pour le maintien de position sur une orbite, plus efficace que la propulsion conventionnelle chimique, pour réduire la masse de carburant nécessaire au succès de la mission [Fortescue *et al.*, 2003]. Ce système de propulsion exige une importante puissance électrique, donc des panneaux solaires de grande envergure très flexibles, qui interfèrent avec les commandes en translation et en rotation du véhicule lors des manœuvres. De plus, les caractéristiques de ces modes flexibles (fréquence naturelle, facteur d'amortissement, facteur de participation) sont typiquement peu connues et ajoutent des incertitudes importantes dans le modèle dynamique du véhicule [Joshi, 1989]. Les principaux défis à relever dans ces missions futures sont donc de développer des techniques et algorithmes de commande du véhicule qui sont autonomes, assez simples pour être embarquées dans l'ordinateur du satellite et qui assurent une bonne performance malgré la présence de modes flexibles peu connus.

La poussée maximale générée par la propulsion électrique est limitée par l'énergie produite par les panneaux solaires [ESA Science and Technology, 2010]. Dans le cas où le déplacement ou l'orientation devra se faire dans un délai très court, la propulsion électrique ne pourra suffire. Il sera donc nécessaire d'utiliser la propulsion chimique ou des roues à réaction qui permettent de générer des poussées et des couples beaucoup plus importants [Bryson, 1994].

Un exemple de mission qui pourrait nécessiter la propulsion électrique pour le voyage interplanétaire et la propulsion chimique pour l'orientation et le déplacement rapide du satellite est la récupération d'un échantillon de sol martien [Fehse, 2003]. Le scénario prévu pour l'accomplissement de cette mission est de lancer deux satellites, le premier satellite, appelé satellite orbiteur ou satellite chasseur, fera l'aller-retour Terre-Mars et sera placé en orbite autour de Mars alors que le deuxième satellite, appelé satellite atterrisseur ou cible, fera l'aller Terre-Mars, se posera sur Mars, récupérera l'échantillon et fera décoller une petite capsule contenant l'échantillon. Une fois l'échantillon en orbite, l'orbiteur doit le récupérer en vol et le ramener sur Terre [ESA Aurora Programme, 2010]. La phase de rencontre et d'arrimage des deux satellites, qui s'appelle la phase de rendez-vous orbital, nécessitera un système de commande dont le temps de réponse sera rapide pour assurer que le satellite orbiteur soit en mesure de suivre et de récupérer le satellite cible [Fehse, 2003].

L'objectif principal de ce projet de recherche est de développer et de valider par simulation numérique des techniques et algorithmes de commande autonomes permettant la commande en rotation d'un satellite flexible. Ces techniques tiendront compte des contraintes d'une réelle implantation dans un système embarqué : puissance limitée du processeur embarqué, poussée limitée et comportement tout-ou-rien des actionneurs et précision limitée des capteurs.

Il existe deux façons de traiter les modes flexibles, soit d'éviter de les exciter, soit que le système de commande les amortissent en utilisant une loi de commande qui tient compte de ces modes [Vaes *et al.*, 2004]. Ce projet de recherche proposera des solutions pour éviter d'exciter les modes flexibles.

1.2 Contraintes et spécifications

Dans le cadre de ce projet de recherche, certaines spécifications et contraintes devront être respectées.

Premièrement, le système de commande devra asservir l'orientation du satellite, tout en tenant compte des couplages qui existent entre la dynamique des trois degrés de liberté. Ces couplages sont dus à l'asymétrie du satellite, la position des propulseurs, etc. Un déplacement sur un degré de liberté peut donc entraîner une modification d'un autre degré de liberté. Une solution courante à ce problème est de négliger les couplages et de laisser aux compensateurs le soin d'annuler les perturbations causées par ces couplages [Levine, 1996]. Il est préférable d'en tenir compte à la conception du système de commande afin d'améliorer les performances.

Deuxièmement, étant donné la puissance nécessaire pour faire fonctionner les propulseurs électriques, les panneaux solaires ont une envergure importante, qui introduit de la flexibilité dans la structure du satellite. Certains des modes flexibles, qui représentent la flexibilité des panneaux solaires, sont à très basse fréquence [Lee, 2006]. La précision demandée pour le positionnement en translation et en orientation du satellite oblige le concepteur à augmenter la bande passante du compensateur. Les modes flexibles à plus basse fréquence se retrouvent donc à l'intérieur de la bande passante du compensateur et peuvent être excités par celui-ci [Van Woerkom, 1993]. Il est donc important que les modes flexibles soient pris en considération lors de la conception du système de commande.

Troisièmement, la commande en orientation utilisera les propulseurs chimiques comme actionneurs. Les actionneurs par excellence pour commander l'orientation du satellite seraient les roues à réaction, car elles peuvent induire un couple proportionnel à la demande et ne consomment pas de carburant. Par contre, elles sont lourdes et occupent un grand volume à bord du satellite. Dans le cas d'un satellite en orbite autour de la Terre, où une orientation très précise et une grande longévité du satellite doivent être obtenues, le choix des roues à réaction est évident. Par contre, dans le cas de missions où la commande en orientation sera de courte durée, comme le rendez-vous orbital, de ne pas recourir à des roues à réaction et d'utiliser uniquement les propulseurs chimiques permet d'alléger le satellite et d'augmenter le volume disponible à l'intérieur de celui-ci pour embarquer d'autres équipements utiles [Fehse, 2003].

Quatrièmement, les résultats de ces travaux de recherche devront pouvoir être réalisables avec la technologie actuelle. Étant donné que la puissance de calcul de l'ordinateur de bord est limitée, les différents systèmes devront nécessiter peu de calcul.

Pour résumer, les contraintes que devra satisfaire le système de commande sont :

C1 - de commander simultanément les trois degrés de liberté en orientation tout en tenant compte des couplages entre eux.

- C2 - de tenir compte des modes flexibles du satellite,
- C3 - d'utiliser des propulseurs chimiques de type tout-ou-rien comme actionneurs pour les commandes en orientation en tenant compte de la saturation et des non linéarités de ceux-ci.
- C4 - de limiter le temps de calcul pour pouvoir implémenter les résultats de ces travaux de recherche dans un ordinateur de bord.

1.3 Système de commande d'un satellite flexible

Il est possible de représenter le système de navigation, guidage et commande d'un satellite par le schéma-bloc de la figure 1.1. Les trois blocs supérieurs, actionneurs, dynamique et capteurs, correspondent à la partie physique du satellite alors que les trois blocs inférieurs, navigation, guidage et commande, correspondent au système de commande à bord du satellite. Cette architecture permet de simplifier la conception du système de commande en séparant certaines actions. Le système de navigation utilise les mesures des capteurs et fournit au système de guidage des données qui sont filtrées et compréhensibles par ce dernier. Le système de navigation ne sera pas traité dans ce travail de recherche. Il sera supposé que les sorties des capteurs du système sont disponibles au système de guidage et de commande développés dans ce projet. Le système de guidage sert à calculer la trajectoire que doit suivre le satellite. Il fournit au système de commande la position que ce dernier doit obtenir à chaque instant, pour chacun de ses degrés de liberté. Le système de commande a pour rôle de suivre le plus fidèlement possible la trajectoire fournie par le système de guidage [Fehse, 2003]. Les sorties de ce système commandent directement les actionneurs.

Les nouveaux satellites conçus durant les dernières années ont des structures de plus en plus complexes et de grandes dimensions, ce qui favorise l'émergence de modes vibratoires à basse fréquence. Cela est représenté dans les modèles dynamiques par des modes dont la fréquence naturelle est de plus en plus basse et l'amortissement très faible (<0.01). En même temps, les spécifications demandées pour le pointage fin ou le positionnement du satellite sont plus contraignantes, ce qui nécessite une plus grande bande passante du compensateur.

Lorsque ces deux conditions sont réunies, il est possible que la fréquence naturelle de certains modes flexibles se retrouve à l'intérieur de la bande passante du compensateur. Ce dernier peut donc agir sur ces modes et les rendre instables [Van Woerkom, 1993].

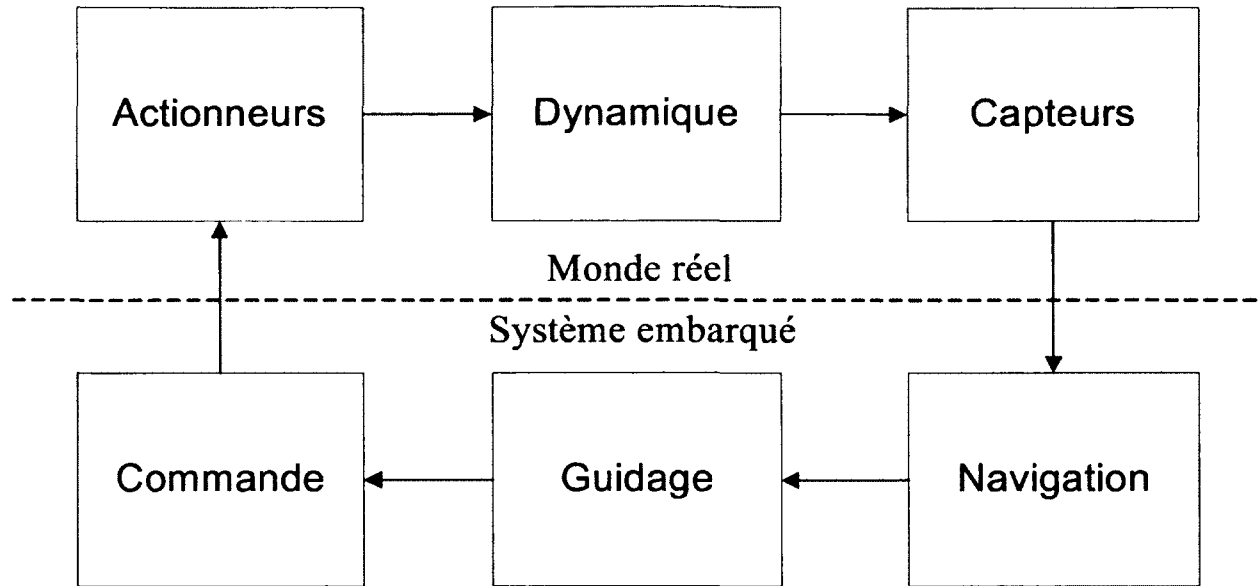


Figure 1.1 Architecture du système de commande d'un satellite

Une solution possible à ce problème, mais difficilement réalisable en pratique, est de rendre les structures plus rigides, ce qui augmente la masse du véhicule, ou de diminuer la bande passante du compensateur, ce qui entraîne normalement une diminution de la performance [Van Woerkom, 1993].

Dans le cas habituel où ces solutions ne sont pas envisageables, il existe deux solutions qui peuvent être implantées dans le compensateur. Soit que celui-ci commande activement les modes flexibles, soit qu'il évite de les exciter [Hu et Ma, 2005]. L'utilisation de plusieurs capteurs et actionneurs positionnés à différents endroits sur la structure permet de commander activement les modes flexibles. Par la suite, un compensateur commandant simultanément les dynamiques rigides et flexibles doit être conçu. Cela augmente considérablement la complexité du système.

Si le concepteur du système de commande ne veut pas ajouter de complexité au système et à la structure, il doit éviter d'exciter les modes flexibles et tenter de les amortir à l'aide des actionneurs principaux, dont la vocation première est la commande de la dynamique rigide. Il est certain que la performance obtenue ne pourra rivaliser avec celle d'un système de commande actif de la structure.

Il y a un risque que le mode flexible soit excité lorsque la fréquence naturelle de celui-ci se retrouve dans la bande passante du compensateur. Pour éviter cette situation, un filtre coupe-bande ajusté à la fréquence naturelle du mode flexible peut être ajouté dans la boucle de rétroaction [Van Woerkom, 1993]. Cela permet de concevoir un compensateur

simple en utilisant seulement la dynamique rigide du véhicule. Par contre, la fréquence naturelle des modes flexibles possède une incertitude importante, de l'ordre de $\pm 10\%$, il est donc possible que le filtre ne soit pas bien ajusté. De plus, les paramètres des modes flexibles évoluent durant la vie orbitale du satellite (réchauffement des surfaces, masse et inertie qui changent, ...). Cela peut nécessiter des essais en vol pour valider la fréquence naturelle des différents modes flexibles. Cette technique permet au concepteur de bien comprendre son système de commande. car c'est lui qui choisit le type de compensateur et chaque filtre de son système.

Actuellement, la recherche se concentre principalement sur le bloc *commande* de la figure 1.1. Certains articles sur la commande des satellites flexibles s'intéressent seulement à la dynamique des modes flexibles sans tenir compte de celle des modes rigides en considérant que la commande des modes rigides est simple et pourra être traitée par la suite [Arif, 2007]. Cette approche est incorrecte car les modes rigides et flexibles sont couplés étant donné qu'ils utilisent les mêmes capteurs et actionneurs, ce qui ne permet pas de les séparer lors de la conception du système de commande [Joshi *et al.*, 1995].

Avec l'arrivée de la commande moderne et de la commande robuste, de nouveaux outils de conception sont apparus. Ces techniques visent à concevoir des compensateurs de façon systématique, en utilisant la dynamique du système, et dans le cas de la commande robuste, en tenant compte des incertitudes sur les paramètres inconnus. Cela évite au concepteur de devoir ajouter des filtres à différents endroits pour obtenir la performance voulue puisque tout est pris en compte lors de la synthèse du compensateur. Par contre, plusieurs de ces techniques génèrent des compensateurs dont l'ordre est très élevé ou un observateur d'état est nécessaire. L'article de [Seetharama Bhat *et al.*, 1991] présente la conception d'un compensateur LQG (Linear Quadratic Gaussian), d'ordre réduit, pour commander un satellite flexible. Les auteurs utilisent une approche proposée par [Kabamba *et al.*, 1987] pour vérifier si un compensateur d'un ordre donné stabilise le système. Lorsque l'ordre est suffisamment petit, un observateur d'état partiel qui permettra d'atteindre l'ordre désiré est conçu. Le résultat final se situe donc entre le retour d'état et le retour de sortie. Un autre article, [Tewari, 1997], porte sur la conception de compensateurs LQG et H_2/H_∞ pour la commande de satellites flexibles. Il est plutôt fait mention des techniques de réduction qui peuvent être utilisées, car la synthèse H_∞ génère des compensateurs qui sont au moins de l'ordre du modèle représentant le satellite. Donc, l'auteur réussit à réduire un modèle d'ordre 82 à un modèle d'ordre 26. Le compensateur conçu en utilisant ce modèle réduit de satellite serait donc d'ordre 26 ou plus, ce qui est énorme étant donné la limite de puissance des ordinateurs utilisés à bord d'un satellite. Les Japonais ont lancé un satellite,

nommé ETS-VI, qui a permis de tester un compensateur H_∞ sur un satellite flexible, et une des difficultés était de réduire le compensateur afin qu'il puisse être implanté dans l'ordinateur embarqué [Chida *et al.*, 1998]. Il n'est pas fait mention dans l'article de l'ordre du compensateur utilisé lors des tests.

Un article publié par [Zhang *et al.*, 1990] propose une technique pour réduire les vibrations induites par les entrées sur un système. Basée sur le positionnement de structures propres, cette méthode utilise un retour de sortie pour diminuer l'effet des entrées sur les modes flexibles. Par contre, la technique proposée n'atténue pas l'effet des modes flexibles sur les sorties. Donc, dans le cas où une perturbation extérieure non prévue parviendrait à exciter un mode flexible, celui-ci ne serait pas atténué dans les sorties du système.

Dans les années 90, certains articles ont porté sur l'utilisation des compensateurs dissipatifs pour faire la commande de structures spatiales flexibles, par exemple [Joshi *et al.*, 1995] et [Maghami et Gupta, 1997]. Un compensateur dissipatif statique est une matrice de gain qui a comme entrée la position et la vitesse angulaire et qui commande les couples désirés en sortie. Le compensateur dissipatif statique se sert seulement de la dynamique pour optimiser les performances du compensateur, mais ne s'en sert pas pour assurer la stabilité en boucle fermée [Joshi *et al.*, 1995]. La plus grande difficulté lors de la conception d'un compensateur dissipatif statique est de trouver les gains qui assurent la stabilité [Gawronski, 1998].

Toutes ces articles utilisent des actionneurs idéaux ou des roues à réaction pour générer les couples nécessaires au mouvement. Étant donné que la plupart des satellites flexibles orbitent autour de la Terre et ont des missions de longue durée, comme les satellites de télécommunications, le choix des roues à réaction est évident puisque celles-ci utilisent une source d'énergie renouvelable, c'est-à-dire l'énergie électrique des panneaux solaires plutôt que le carburant des propulseurs, qui lui est non-renouvelable [Griffin, 2004]. De plus, les roues à réaction permettent d'obtenir une commande proportionnelle et rapide avec une précision de l'ordre de 0.01° , alors que les propulseurs de type tout-ou-rien permettent une précision d'environ 0.1° en utilisant un modulateur de largeur d'impulsion. Dans le cas de satellites de télécommunications ou d'observation, par exemple le télescope spatial Hubble, une grande précision est nécessaire pour permettre un pointage fin et sans oscillations. Pour ce type de mission, les propulseurs seront utilisés seulement s'il est impossible de recourir à un torqueur magnétique pour remettre à zéro la vitesse des roues à réaction [Griffin, 2004]. Dans le cas d'autres missions, comme le rendez-vous orbital, la commande en orientation peut être faite à l'aide des propulseurs tout-ou-rien car les performances en précision ne

sont pas aussi importantes et qu'il y a un gain, en volume et en masse, à enlever les roues à réaction [Fehse, 2003].

De plus, ces articles portent seulement sur l'amélioration de compensateur pour commander les modes flexibles, mais ne proposent pas de solution utilisant le système de guidage ou l'utilisation des propulseurs tout-ou-rien.

Une technique de guidage, appelée l'*input shaping*, peut être utilisée pour éviter d'exciter les modes flexibles. Au lieu de tenir compte des modes flexibles lors de la conception du compensateur, un système placé à l'entrée du compensateur s'assure que les commandes envoyées à ce dernier n'exciteront pas les modes flexibles. Cette méthode consiste à convoquer une série d'impulsions avec la commande de consigne afin de filtrer les fréquences de cette dernière qui pourraient exciter les modes flexibles. Dans leur article, [Biediger et Singhose, 2003] ont proposé d'utiliser cette technique pour faire du vol en formation. Par contre, le même problème que pour l'article de [Zhang *et al.*, 1990] se pose si jamais une perturbation extérieure excite un mode flexible, le compensateur ne pourra le stabiliser. Il est donc déconseillé d'utiliser un *input shaper* sans tenir compte des modes flexibles dans le compensateur.

Plusieurs articles ont porté sur l'utilisation de l'*input shaping* combiné avec différents systèmes afin de réduire la vibration des modes flexibles lors de manoeuvres de satellites flexibles. Dans l'article de [Shan *et al.*, 2004], un *input shaper* est conçu pour être utilisé avec des actionneurs tout-ou-rien. Plutôt que de concevoir deux systèmes, un système de commande pour les actionneurs et un *input shaper*, les deux systèmes sont conçus simultanément et le résultat final est un seul système. Cependant, les auteurs ont comparé leur système à un *input shaper* utilisant un modulateur bang-bang, il aurait été préférable de le comparer à un modulateur de largeur d'impulsion (MLI). L'article de [Song *et al.*, 1999] avait déjà démontré que le modulateur bang-bang n'était pas le meilleur choix pour commander les actionneurs d'un système flexible. La théorie des *input shapers* a été présentée pour la première fois par [Singer et Seering, 1990]. Un article plus récent a proposé de faire des *input shapers* modifiés [Shan *et al.*, 2005].

L'article de [Hu et Ma, 2005] a présenté un système pour la suppression des vibrations d'un satellite flexible lors des manoeuvres d'orientation. Un *input shaper* utilisant un modulateur PWPF (Pulse-Width Pulse-Frequency), qui sera présenté plus loin dans le document, et une commande active des modes flexibles a été proposée. Ce dernier système nécessite des actionneurs piézo-électriques positionnés sur la structure flexible, ce qui augmente la complexité du satellite. Par contre, la combinaison d'un *input shaper* avec un modulateur

PWPF a été présentée dans plusieurs autres articles [Agrawal *et al.*, 1997][Song *et al.*, 1999][Song et Agrawal, 2001]. Un autre article a démontré les avantages du modulateur PWPF pour commander un système flexible [Anthony et Wie, 1990]. Plus récemment, le modulateur PWPF a été proposé pour être utilisé sur le projet en développement d'un satellite multi-mission brésilien [Arantes Jr. *et al.*, 2009]. La combinaison de la modulation PWPF et de l'*input shaping* est ce qui est le plus souvent cité pour les manœuvres d'orientation de satellite flexible actionné par des propulseurs tout-ou-rien.

Un article récent [Xianren et Zhengxian, 2009] propose de combiner l'*input shaping*, les modulateurs PWPF ainsi qu'une technique de commande pour atténuer le plus possible les vibrations lors de manœuvres d'orientation. La technique de commande proposée par l'auteur est un compensateur dissipatif statique. Cette combinaison permet de satisfaire les quatre contraintes présentées précédemment. C'est l'avenue de recherche retenue par le candidat. Dans ce projet, des améliorations seront proposées à la modulation PWPF, à l'*input shaping* et à l'ajustement d'un compensateur dissipatif statique.

Les prochaines sections introduiront la modulation d'actionneurs tout-ou-rien ainsi que le positionnement de structures propres et le découplage de système, qui sera la base pour l'ajustement du compensateur dissipatif statique.

1.4 Modulation d'actionneurs tout-ou-rien

Les systèmes de commande de propulseurs les plus utilisés sont la commande bang-bang, les modulateurs de largeur d'impulsion (MLI) et les modulateurs à impulsions à durée variable et à fréquence variable (PWPF : Pulse Width Pulse Frequency).

La commande bang-bang est simple à mettre en œuvre. Aussitôt que la commande en boucle fermée dépasse une certaine valeur, les propulseurs sont allumés. Dès que la commande en boucle fermée revient en bas de cette valeur, les propulseurs sont éteints [Brown, 2002]. La figure 1.2 présente le fonctionnement d'un système de commande bang-bang. Cette façon de commander les propulseurs fait osciller le satellite autour d'une position moyenne, ce qui risque d'exciter les modes flexibles. Étant donné que les propulseurs sont allumés plus souvent que dans les autres types de commande, la consommation de carburant est plus importante. Il n'est donc pas conseillé d'utiliser une commande de type bang-bang pour le contrôle d'un satellite flexible [Agrawal *et al.*, 1997].

Les modulateurs MLI permettent d'utiliser les propulseurs tout-ou-rien de façon plus proportionnelle que la commande bang-bang. La fréquence d'allumage des propulseurs est

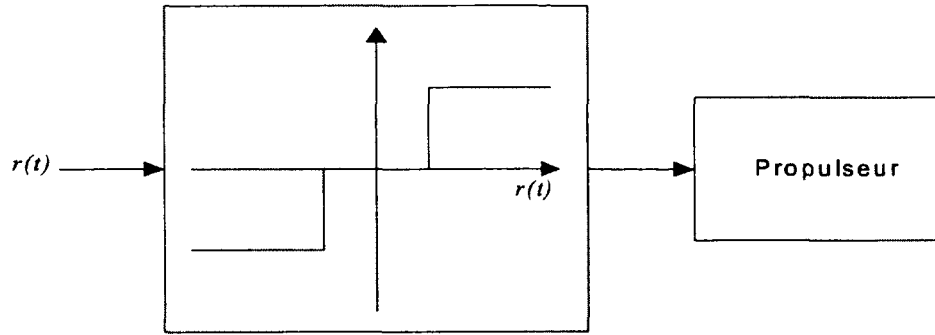


Figure 1.2 Commande bang-bang [Song et Agrawal, 2001]

fixe et la durée de l'allumage est variable en fonction de la commande [CNES (France), 1998]. Le graphique 1.3 présente le fonctionnement de ce modulateur.

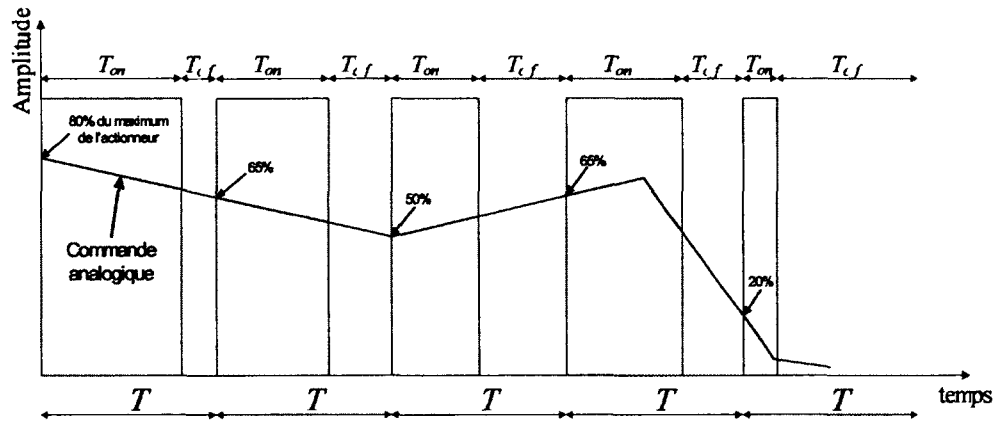


Figure 1.3 Principe de fonctionnement d'un MLI

L'équation suivante donne la poussée moyenne générée par le modulateur en fonction du rapport cyclique :

$$P_{moyenne} = P_{max} \frac{T_{on}}{T} \quad (1.1)$$

où P_{max} est la poussée du propulseur, T_{on} est le temps d'allumage et T est la période entre deux cycles d'allumages du propulseur. Étant donné que les propulseurs ont un temps minimum d'allumage, cela crée une poussée minimale qui peut être générée par le modulateur. La zone morte du modulateur se définit donc comme étant la plage dans laquelle il est impossible de générer la commande demandée par le système de commande. Cette zone morte existera pour les commandes de faible importance, il sera donc difficile de faire un pointage fin avec ce modulateur. L'équation suivante donne la zone morte zm de l'actionneur en pourcentage de sa commande maximale :

$$zm = \frac{T_{min}}{T} * 100\% \quad (1.2)$$

où T_{min} est le temps minimum d'allumage. Un moyen de réduire l'influence de la zone morte est de diminuer la fréquence d'allumage des propulseurs. Par contre, pour diminuer la fréquence d'allumage des actionneurs, il est nécessaire de diminuer la fréquence de la boucle de contre-réaction puisque l'actionneur réagit plus lentement, ce qui entraînera une perte de performance. Le concepteur doit donc faire un compromis entre la fréquence d'opération du modulateur et la zone morte, ce qui est la partie la plus délicate de l'ajustement d'un MLI.

Le modulateur PWPF est un nouveau type de modulateur qui est apparu récemment dans les publications. Il possède un avantage important par rapport aux deux premiers modulateurs : une quasi-linéarité de la commande due à une diminution de la zone morte [Agrawal *et al.*, 1997]. Comme il a été démontré, il est possible de diminuer la zone morte d'un modulateur en diminuant la fréquence des allumages des propulseurs. Donc, en ayant un modulateur qui ajuste sa fréquence en fonction de la commande en entrée, il est possible de diminuer de façon significative l'influence de la zone morte. Dans leur article, [Agrawal *et al.*, 1997] ont proposé d'utiliser un modulateur PWPF pour diminuer l'excitation des modes flexibles par les propulseurs. Ils ont comparé celui-ci à un modulateur bang-bang et ont démontré cet avantage. Par la suite, [Song *et al.*, 1999] ont combiné le modulateur PWPF à un *input shaper* pour permettre le mouvement d'un satellite flexible en évitant d'exciter les modes flexibles. Leurs travaux ont permis de démontrer qu'il était possible de diminuer de 95% l'excitation des modes flexibles. Enfin, [Song et Agrawal, 2001] ont utilisé un modulateur PWPF simultanément à une commande active de structures par actionneurs piézo-électriques.

Comme mentionné précédemment, le modulateur PWPF permet de diminuer l'influence de la zone morte par rapport à un modulateur MLI. Plutôt que d'avoir recours à un allumage à période fixe comme dans le cas du MLI, la fréquence peut varier dans le cas du PWPF. Le modulateur fonctionne à plus basse fréquence lorsque la commande demandée s'approche de 0% ou de 100% de la poussée maximale de l'actionneur et atteint une fréquence maximale à 50% de cette puissance. Cela répond mieux au besoin d'un système de commande. Dans le cas d'une faible commande, normalement associée à une fin de manœuvre ou à un pointage fin, il est habituellement acceptable d'augmenter le temps de réponse. Dans le cas d'une commande près de la puissance maximale, le système tente normalement de se rendre le plus rapidement possible à sa destination, ce qui force

l'actionneur à fonctionner de façon continue, donc à basse fréquence. Lorsque le système cherche à suivre une trajectoire, il est nécessaire que l'actionneur fonctionne à plus haute fréquence pour permettre d'augmenter les performances du système. Le modulateur PWPF permet d'obtenir ce type de comportement. Ce dernier sera expliqué en détail dans un prochain chapitre.

Avec ce type de modulateur, la commande générée peut être considérée quasi proportionnelle. Mais cette amélioration se fera au détriment de la facilité d'ajustement en comparaison du modulateur MLI. Dans leur article, [Song *et al.*, 1999] proposent une plage d'ajustement idéale pour chaque paramètre. Ces plages ont été sélectionnées en faisant des analyses statiques et dynamiques. Récemment, des chercheurs ont proposé d'utiliser une fonction de coût non linéaire combinée à un algorithme génétique pour obtenir les paramètres optimaux du modulateur [Wang *et al.*, 2005]. Cependant, cet article est écrit en chinois, il est donc impossible de vérifier les détails de l'article.

Par contre, dans ces publications, les auteurs ne tiennent pas compte du temps minimum d'impulsions des propulseurs pour faire l'ajustement des paramètres. Dans le cas de [Wang *et al.*, 2005], la technique utilisée pour obtenir ces paramètres est beaucoup trop complexe, ce qui limite son utilisation et son intérêt. Pour le candidat, le fait de ne pas tenir compte du temps minimum d'impulsions du propulseur ne permet pas de mettre en valeur le modulateur PWPF par rapport au modulateur MLI. Dans le cas où il n'y aurait pas de temps minimum de fonctionnement, il ne serait pas nécessaire d'utiliser un modulateur PWPF, un simple modulateur MLI suffirait. En effet, ce dernier pourrait transmettre une commande proportionnelle de 0 à 100% de la poussée maximale de l'actionneur sans zone morte.

1.5 Commande par positionnement de structures propres et découplage de systèmes

Un système linéaire multivariable est composé de plusieurs entrées et de plusieurs sorties, où chaque entrée peut affecter plus d'une sortie. La plupart des techniques de conception et d'analyse ont été conçues pour les systèmes à entrée unique et sortie unique. Cela a poussé les chercheurs à étudier des façons de découpler un système à entrées multiples - sorties multiples en plusieurs systèmes à entrée unique - sortie unique.

Les articles de [Falb et Wolovich, 1967] et [Gilbert, 1969], qui sont encore référencés dans plusieurs articles récents, ont été des publications très importantes pour la conception de

système de découplage. Selon [Magni, 2002]. les solutions proposées par ces deux articles sont suffisantes pour le découplage de la plupart des systèmes dynamiques, à condition que le concepteur comprenne bien la dynamique du système à découpler. L'article de [Falb et Wolovich, 1967] a démontré quelles conditions étaient nécessaires au découplage d'un système. De plus, une façon de concevoir un compensateur statique par retour d'état et un compensateur *feedforward* statique pour découpler le système a été proposée. Cette méthode de conception a été simplifiée et étendue à des systèmes de grande dimension par [Gilbert, 1969].

Graduellement, le découplage de systèmes a été remplacé par les chercheurs au profit d'une technique plus générale : le positionnement de structures propres. Les structures propres sont composées d'un certain nombre de valeurs propres, ou pôles, et de leurs vecteurs propres correspondants. La plupart des techniques de commande placent les valeurs propres, mais ne tiennent pas compte des vecteurs propres. Pourtant, ceux-ci permettent de déterminer quels états participent à la réponse de la valeur propre correspondante [Andry JR *et al.*, 1983]. En utilisant le positionnement de structures propres, il est donc possible au concepteur d'obtenir un comportement spécifique du système en boucle fermée.

Les premières publications portant sur le positionnement de structures propres utilisaient un compensateur par retour d'état [Moore, 1976]. L'article de [Srinathkumar, 1978] a permis de démontrer les possibilités de positionnement de structures propres par retour de sortie. L'auteur a démontré que pour un système commandable et observable avec m entrées et p sorties, $\max(m,p)$ valeurs propres en boucle fermée peuvent être assignées et $\max(m,p)$ vecteurs propres peuvent être partiellement assignés avec $\min(m,p)$ éléments dans chaque vecteur choisi arbitrairement.

Cela a permis à [Andry JR *et al.*, 1983] d'utiliser le positionnement de structures propres par retour de sortie pour faire le découplage de la dynamique latérale d'un avion. À partir de cet article, beaucoup de recherches ont porté sur ce type d'application. L'article de [Sobel *et al.*, 1994] consiste en une revue de littérature du positionnement de structures propres et a montré différents exemples de compensateurs pour la commande de vol d'un avion. Cet article est devenu une des références importantes sur le positionnement de structures propres, car il fait une synthèse des travaux précédents et montre les résultats obtenus sur une application concrète.

Par contre, le découplage par positionnement de structures propres par retour de sortie nécessite une bonne connaissance de la dynamique du système. Le concepteur doit choisir les vecteurs propres qui découpleront le système en tenant compte des contraintes d'assi-

gnations des valeurs et vecteurs propres de [Srinathkumar, 1978]. Dans sa thèse, [Littleboy, 1994] propose d'utiliser des vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties pour choisir les vecteurs propres, ce qui simplifie le travail du concepteur. Dans sa revue de littérature, il montre que la plupart des articles s'intéressent au positionnement des vecteurs propres droits, mais peu s'intéressent au positionnement des vecteurs propres gauches. Ces derniers permettent de modifier l'effet des entrées sur les modes alors que les premiers permettent de modifier l'effet des modes sur les sorties. Cependant, les vecteurs propres droits et gauches sont couplés, un étant l'inverse de l'autre. Il propose donc une technique de conception qui permet d'optimiser le découplage du système en modifiant simultanément les vecteurs propres droits et gauches. Bien que sa technique d'optimisation permette de trouver les meilleurs vecteurs propres pour le découplage, le compensateur statique calculé par la suite n'obtient pas toujours d'aussi bon résultat.

Dans le livre de [Magni, 2002], un algorithme de découplage par positionnement de structures propres utilisant un retour de sortie est présenté. Le principal avantage de cet algorithme est qu'il calcule automatiquement les vecteurs propres droits nécessaires à découpler le système en fonction des valeurs propres choisies par le concepteur. Cette méthode évite donc au concepteur l'ajustement des vecteurs propres, ce qui simplifie grandement son utilisation. Cet algorithme ne tient pas compte des vecteurs propres gauches.

Les techniques de découplage présentées peuvent être utilisées pour séparer les différents degrés de liberté d'un véhicule, par exemple, découpler les six degrés de liberté d'un satellite. Par contre, les compensateurs conçus par ces techniques ne permettent pas de découpler le système tout en tentant de minimiser certains objectifs. Dans ce projet, il est aussi requis d'éviter que le compensateur excite les modes flexibles en même temps qu'il découple la dynamique du système. Les modes flexibles sont représentés par des états, comme toute autre dynamique du système. Il existe deux façons par lesquelles le compensateur peut tenir compte des modes flexibles : soit qu'il déplace ces modes pour augmenter leur amortissement, soit qu'il évite de les exciter. Pour pouvoir déplacer ces modes, il faut être capable de les observer (ou mesurer) et de les commander. Dans le cas où il n'y a pas d'actionneurs spécifiques pour commander les modes flexibles, les actionneurs principaux, qui sont des propulseurs tout-ou-rien dans ce projet, doivent être utilisés. Ces derniers ne sont pas bien adaptés à la commande des modes flexibles car ils ne sont pas parfaitement proportionnels et n'ont pas un gain constant sur toute leur bande passante, même lorsqu'un modulateur est utilisé. Il est donc plus simple d'éviter d'exciter les modes flexibles lorsque le système ne possède pas d'actionneurs dédiés à la commande des modes flexibles.

La thèse de [Littleboy, 1994] a démontré qu'en déplaçant légèrement les structures propres, il était possible d'améliorer le découplage des entrées vers certains modes et de ces mêmes modes vers les sorties. En combinant la technique de découplage de [Magni, 2002] et les travaux de [Littleboy, 1994], il serait possible de concevoir un compensateur de découplage qui atténue l'effet des entrées sur les modes flexibles et des modes flexibles sur les sorties. Cette solution permettrait d'obtenir les gains du compensateur dissipatif.

La prochaine section fera un résumé des contributions scientifiques sur lesquels le candidat a travaillé durant ses travaux de recherche.

1.6 Contributions scientifiques proposées par le candidat

Le candidat propose quatre contributions : une portant sur la modulation d'actionneur tout-ou-rien, une sur l'*input shaping*, une sur le découplage de systèmes ayant des modes flexibles et une sur l'application de ces techniques à la commande d'un satellite flexible. Des organigrammes seront utilisés pour faire une synthèse des sections précédentes et démontrer où se situent ces contributions par rapport aux recherches existantes. La figure 1.4 présente l'organigramme de la littérature sur le découplage et la commande de satellites flexibles.

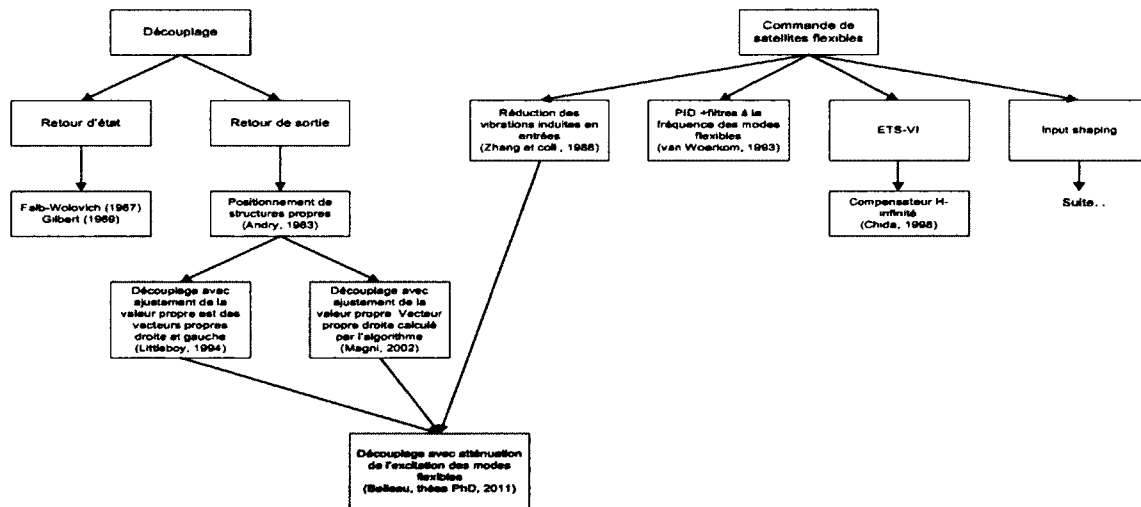


Figure 1.4 Organigramme des articles portant sur le découplage et la commande de satellites flexibles

Dans sa thèse, [Littleboy, 1994] proposait d'améliorer les techniques de découplage par le positionnement simultané des vecteurs propres droits et gauches. Des outils très per-

formants ont été publiés par [Magni, 2002] pour le positionnement de structures propres. L'article de [Zhang *et al.*, 1990] a démontré qu'il était possible de réduire l'effet des vibrations induites en entrée en utilisant le positionnement de structures propres. Une des contributions scientifiques du candidat sera de combiner les travaux de [Littleboy, 1994], [Zhang *et al.*, 1990] et [Magni, 2002], tel que présenté à la figure 1.4. Elle permet de découpler un système tout en atténuant l'excitation des modes flexibles.

Une autre technique utilisée pour la commande de système flexible est l'*input shaping*. La figure 1.5 présente l'organigramme des différents articles sur l'*input shaping* et la modulation d'actionneur tout-ou-rien.

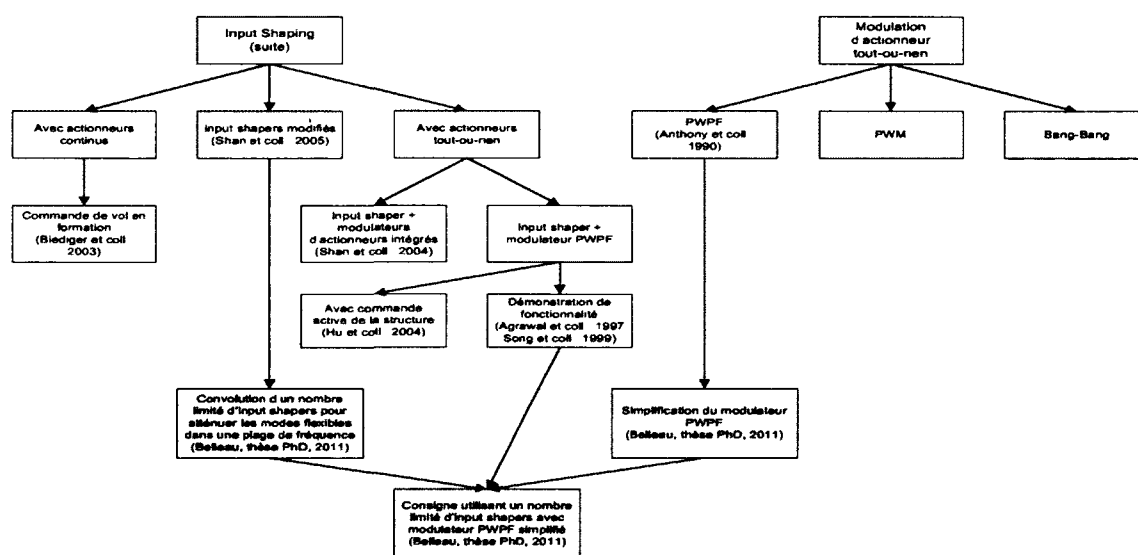


Figure 1.5 Organigramme des articles portant sur l'*input shaping* et la modulation d'actionneur tout-ou-rien

Les *input shapers* permettent d'éviter d'exciter un mode flexible en modifiant le signal de consigne. En utilisant les travaux de [Shan *et al.*, 2005], le candidat propose une nouvelle façon d'utiliser les *input shapers* lorsque le système possède plusieurs modes flexibles. Cette contribution permet d'atténuer l'excitation des modes flexibles sur une plage de fréquence.

D'autres travaux ont combiné des *input shapers* avec des modulateurs PWPF, afin de pouvoir utiliser des actionneurs tout-ou-rien [Agrawal *et al.*, 1997][Song *et al.*, 1999]. Le candidat a, dans un premier temps, amélioré le modulateur PWPF. Par la suite, le candidat propose de combiner le modulateur PWPF amélioré et l'*input shaper* modifié afin de pouvoir utiliser des actionneurs tout-ou-rien avec l'*input shaper* qui atténue l'excitation des modes flexibles sur une plage de fréquence.

Ces contributions, lorsque combinées entre elles, permettront de faire la commande en orientation d'un satellite flexible ayant seulement des actionneurs tout-ou-rien en évitant d'exciter les modes flexibles.

Les trois prochains chapitres porteront sur les contributions scientifiques du candidat, qui sont la modulation d'actionneurs tout-ou-rien, l'*input shaping* et le découplage et l'atténuation de l'excitation des modes flexibles. Le dernier chapitre présentera l'utilisation de ces trois contributions sur l'orientation d'un satellite flexible.

CHAPITRE 2

Modulation d'actionneurs tout-ou-rien

2.1 Introduction

Pour mener à bien les missions d'explorations spatiales, il est nécessaire d'utiliser des systèmes de commande embarqués à l'intérieur des satellites. Ces systèmes de commande ont besoin d'actionneurs pour pouvoir déplacer et orienter le satellite afin d'accomplir une mission spécifique.

L'actionneur le plus utilisé sur les satellites est le propulseur chimique. Par contre, son comportement tout-ou-rien ne permet pas de l'utiliser directement avec un système de commande linéaire. Il est donc nécessaire de faire une transformation de la commande linéaire en une commande tout-ou-rien. Cette transformation s'appelle la modulation d'impulsions. Cette modulation permet d'obtenir en sortie de l'actionneur une poussée moyenne égale à la commande linéaire en entrée, malgré son comportement impulsif.

Dans la revue bibliographique, il a été dit que le modulateur d'impulsions le plus utilisé est le modulateur MLI. Il a été montré que ce modulateur, bien que simple à ajuster, oblige le concepteur à faire un compromis entre la fréquence de fonctionnement du modulateur, qui affecte la performance du système en boucle fermée, et la zone morte générée par celui-ci. Cette zone morte, qui est due au temps minimum d'impulsion du propulseur ou *Minimum Impulse Bit* (MIB), empêche le modulateur de générer des commandes de faible amplitude, ce qui entraîne une incapacité du système de commande à faire des corrections fines de position ou orientation. Ce temps minimum d'impulsions est une caractéristique physique du propulseur correspondant au temps minimum d'ouverture et de fermeture de la valve d'admission du carburant.

Les articles de ([Agrawal *et al.*, 1997], [Song *et al.*, 1999], [Song et Agrawal, 2001]) ont démontré qu'un nouveau modulateur, le *Pulse Width Pulse Frequency* (PWPF) possède un avantage important par rapport au modulateur MLI : une quasi-linéarité de la commande due à une diminution de la zone morte. La conception du système de commande est normalement faite en considérant le système linéaire, donc que les actionneurs sont à action proportionnelle, il est donc important que le modulateur d'impulsions ait un comportement le plus linéaire possible.

Par contre, à la connaissance du candidat, aucun de ces articles ne tenait compte du temps minimum d'impulsion du propulseur lors de l'ajustement des paramètres, ce qui empêche l'utilisation de ce modulateur dans des applications réelles.

Ce chapitre présentera le principe de fonctionnement et les caractéristiques statiques du modulateur PWPF. Par la suite, le candidat proposera un algorithme qui permet l'ajustement du modulateur tout en tenant compte du temps minimum d'impulsion des propulseurs et une simplification qui élimine des paramètres d'ajustement tout en donnant une signification physique aux paramètres restants. Finalement, différentes comparaisons entre les modulateurs MLI et PWPF, sur des systèmes simples, permettront de démontrer la supériorité du modulateur PWPF ainsi amélioré.

2.2 Principe de fonctionnement d'un modulateur PWPF

Un modulateur PWPF comprend un *trigger* de Schmitt, un préfiltre et une boucle de contre-réaction [Song *et al.*, 1999]. La figure 2.1 présente le schéma d'un modulateur PWPF. Un *trigger* de Schmitt est un dispositif qui peut être en mode ouvert ou fermé et qui comporte une zone morte et une hystérésis. Lorsque la sortie du préfiltre $f(t)$ est plus grande que d , la sortie du *trigger* de Schmitt est U_m . Par la suite, lorsque la sortie du préfiltre descend sous $d - h$, la sortie du *trigger* de Schmitt est 0. Le même phénomène existe pour les entrées négatives. Le signal d'erreur $e(t)$ est la différence entre le signal d'entrée $r(t)$ et la sortie du *trigger* de Schmitt. Les paramètres qui permettent d'ajuster le modulateur PWPF sont les coefficients du préfiltre passe-bas k_m et τ_m et les paramètres du *trigger* de Schmitt d , h et U_m .

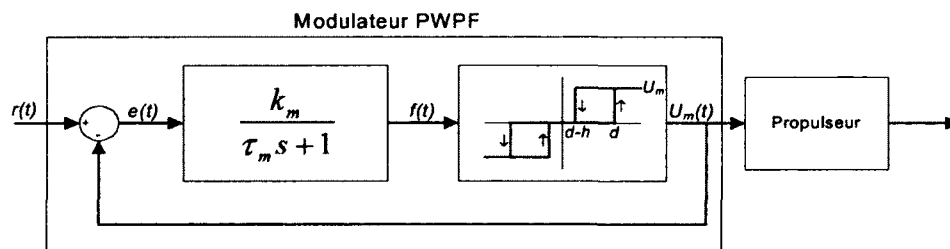


Figure 2.1 Schéma-bloc d'un modulateur PWPF

Le modulateur PWPF permet d'obtenir une sortie $U_m(t)$ moyenne égale à $r(t)$. Le principe de fonctionnement du modulateur peut s'expliquer simplement. Lorsqu'un signal d'entrée est appliqué, le signal d'erreur $e(t)$ égale $r(t)$, étant donné que la sortie $U_m(t)$ est nulle à ce

point. Le préfiltre est un filtre passe-bas d'ordre 1, donc le signal $f(t)$ prendra un certain temps pour atteindre la valeur de $k_m * e(t)$. Dès que $f(t)$ a une valeur supérieure à d , la sortie du *trigger* de Schmitt devient égale à U_m . La modification de $U_m(t)$ entraîne un changement de $e(t)$. L'entrée du préfiltre est maintenant de $r(t) - U_m$. Puisque $r(t)$ doit nécessairement être plus petit ou égal à U_m , sinon il y aura saturation de l'actionneur, la valeur de $e(t)$ est négative ou nulle. La sortie du préfiltre prendra donc un certain temps pour se rendre à cette nouvelle valeur. Dès que $f(t)$ vaut moins que $(d - h)$, la sortie du *trigger* de Schmitt sera forcée à zéro. Et le cycle recommence. La figure 2.2 présente les signaux $e(t)$, $f(t)$ et $U_m(t)$ en fonction des paramètres du modulateur PWPF pour une entrée $r(t) = 0.5$ [Agrawal *et al.*, 1997].

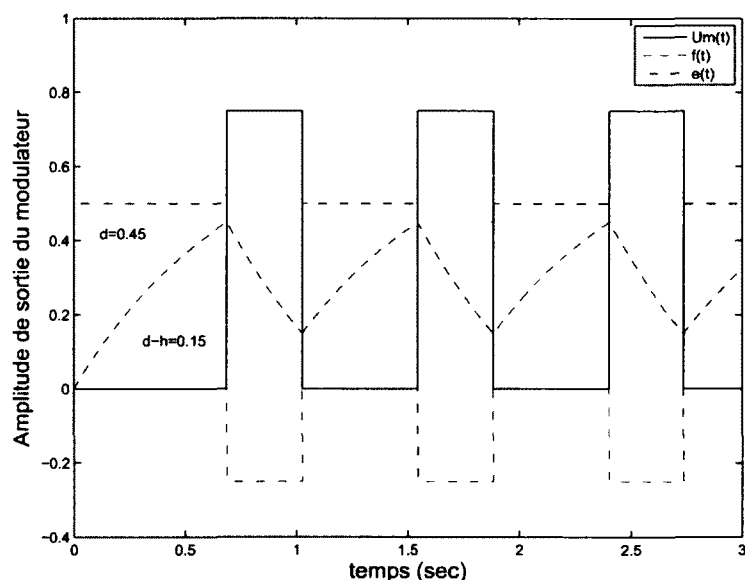


Figure 2.2 Réponse temporelle du modulateur PWPF à une entrée $r = 0.5$
($d = 0.45, h = 0.3, U_m = 0.75, k_m = 1.50, \tau_m = 0.75$)

Dans le cas d'une entrée constante, comme dans la figure 2.2, la sortie $U_m(t)$ sera une onde carrée répétitive ayant toujours la même fréquence et le même ratio de modulation, qui est le temps de fonctionnement de l'actionneur sur la période d'un cycle du modulateur. Dans le cas d'une entrée qui varie, la sortie sera aussi une onde carrée, mais sa fréquence et son ratio de modulation varieront selon l'entrée.

2.3 Caractéristiques statiques du modulateur PWPF

Pour s'assurer que le modulateur PWPF n'affectera pas la dynamique du système qu'il commande, il est nécessaire que sa boucle de contre-réaction soit plus rapide que celle

du système commandé. Dans ces conditions, il est acceptable de considérer l'entrée $r(t)$ comme étant une valeur constante et les caractéristiques statiques permettront de définir le fonctionnement du modulateur [Song *et al.*, 1999]. Il est important que les paramètres du modulateur soient bien ajustés pour l'application dans laquelle il sera utilisé. Ces caractéristiques sont tirées de [Song *et al.*, 1999].

2.3.1 Temps en fonction et temps hors fonction

Dans le cas où l'entrée du modulateur $r(t)$ est considérée constante et valant r_c , l'entrée du préfiltre $e(t)$ est nécessairement constante, et vaut $r_c - U_m$, $r_c - 0$ ou $r_c + U_m$. La relation entre $f(t)$ et $e(t)$, renommé e_c pour exprimer son caractère constant, peut être représentée par [Song *et al.*, 1999] :

$$f(t) = f(0) + [k_m e_c - f(0)] (1 - e^{-t/\tau_m}) \quad (2.1)$$

Une fois que l'actionneur est actif, l'erreur $e(t)$ devient égale à $r_c - U_m$ en considérant la sortie positive. Le temps pris par la sortie du préfiltre pour passer de d à $(d - h)$ est défini comme le temps où l'actionneur est en fonction, représenté par T_{on} . T_{on} peut être solutionné en utilisant l'équation 2.1 et en résolvant les équations $f(0) = d$ et $f(T_{on}) = (d - h)$ [Song *et al.*, 1999] :

$$T_{on} = -\tau_m \ln \left(1 + \frac{h}{k_m [r_c - U_m] - d} \right) \quad (2.2)$$

Lorsque l'actionneur est inactif, l'erreur $e(t)$ vaut r_c . Le temps où l'actionneur est hors fonction, représenté par T_{off} est défini comme le temps pris par la sortie du préfiltre pour passer de $(d - h)$ à d , en considérant que la commande en entrée est constante. En forçant $f(0) = (d - h)$ et $f(T_{off}) = d$ dans l'équation 2.1, T_{off} équivaut à [Song *et al.*, 1999] :

$$T_{off} = -\tau_m \ln \left(1 - \frac{h}{k_m r_c - (d - h)} \right) \quad (2.3)$$

2.3.2 Fréquence du modulateur

La fréquence du modulateur PWPF peut être calculée en utilisant l'inverse de la période du cycle du PWPF [Song *et al.*, 1999].

$$f_m = \frac{1}{T_{on} + T_{off}} \quad (2.4)$$

2.3.3 Ratio de modulation

Le ratio de modulation du PWPF est le ratio du temps en fonction sur la période. Cette valeur correspond au pourcentage de temps pendant lequel la sortie du modulateur est active [Song *et al.*, 1999].

$$FM = \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} \quad (2.5)$$

2.3.4 Valeurs d'entrée maximum et minimum du modulateur

L'entrée maximum r_{max} acceptable pour un fonctionnement sans saturation des actionneurs peut être résolue en égalant la valeur maximale de la sortie du préfiltre $k_m(r_{max} - U_m)$ à la condition de désactivation du *trigger* de Schmitt ($d - h$) [Song *et al.*, 1999]. Dans le cas où l'entrée serait plus grande que r_{max} , le *trigger* de Schmitt resterait toujours activé, il y aurait donc saturation des actionneurs.

$$r_{max} = U_m + (d - h)/k_m \quad (2.6)$$

La commande minimum r_{min} qui peut être générée par le modulateur PWPF est [Song *et al.*, 1999] :

$$r_{min} = d/k_m \quad (2.7)$$

L'équation 2.7 montre que l'augmentation du gain k_m diminue la commande minimum pouvant être générée par le modulateur.

2.3.5 Temps de fonctionnement minimum du propulseur

Ce qui affecte beaucoup la linéarité de la commande dans le cas des propulseurs chimiques est le temps minimum de fonctionnement des propulseurs ou le *Minimum Impulse Bit* (MIB). Le temps minimum de fonctionnement crée une zone morte dans laquelle il est impossible de générer une commande. Cette zone morte empêche de faire un pointage fin ou de petits déplacements du satellite. Donc, dans ce cas spécifique, même s'il est possible

de diminuer la zone morte en augmentant le gain k_m , il est essentiel de respecter le MIB du propulseur. En remplaçant l'entrée minimum de l'équation 2.7 dans l'équation 2.2, il est possible d'obtenir le T_{on} minimum de fonctionnement du modulateur [Song *et al.*, 1999].

$$T_{min} = -\tau_m \ln [1 - h/(k_m U_m)] \quad (2.8)$$

Il est donc important que le résultat de l'équation 2.8 soit toujours plus grand ou égal au MIB du propulseur. Dans le cas contraire, les paramètres choisis pour le modulateur ne seraient pas utilisables dans une application réelle. Dans la littérature, cette contrainte n'est pas utilisée pour faire l'ajustement des paramètres, elle est seulement utilisée pour faire le calcul du temps minimum d'impulsions *à posteriori*. Le candidat propose donc d'utiliser cette équation pour développer un nouvel algorithme d'ajustement des paramètres du modulateur PWPF tenant compte du temps minimum d'impulsion.

2.4 Ajustement des paramètres du modulateur PWPF

Dans cette section, le candidat propose une nouvelle façon de faire l'ajustement des paramètres du modulateur PWPF, en tenant compte du temps minimum d'impulsion de l'actionneur. Pour ce faire, une nouvelle équation résultant de la combinaison des équations 2.6 et 2.8 est nécessaire, obtenue en annulant U_m et en isolant h :

$$h = (k_m r_{max} - d) \left[\frac{1 - e^{T_{min}/\tau_m}}{e^{T_{min}/\tau_m}} \right] \quad (2.9)$$

Les plages d'ajustement proposées dans l'article de [Song *et al.*, 1999] pour les paramètres d et $(d - h)$ sont conservées. Par leurs analyses, les auteurs ont conclu que d doit être plus grand que 0.2 et que $(d - h)$ doit être plus petit que 0.8d, quelle que soit l'application.

Le candidat a conçu un premier algorithme pour ajuster les paramètres de fonctionnement du modulateur PWPF en tenant compte des paramètres physiques du propulseur :

- Étape 1 : T_{min} = MIB du propulseur
 r_{max} = Poussée maximale du propulseur
- Étape 2 : Le concepteur choisit les valeurs de τ_m , k_m et d à l'aide des équations 2.7 et 2.8.
- Étape 3 : En utilisant l'équation 2.9 et les cinq valeurs précédentes, calculer h .
 Dans le cas où $(d - h)$ est plus grand que $0.8d$, recommencer à l'étape 2 en augmentant le ratio d/k_m (r_{min}).
- Étape 4 : Calculer U_m en utilisant l'équation 2.6.
- Étape 5 : Vérifier que la fréquence du modulateur est toujours plus grande que la bande passante du système à commander en utilisant l'équation 2.4.
 Sinon recommencer à l'étape 2 en augmentant k_m et en diminuant d (diminution de h).

Cet algorithme nécessite que le concepteur fasse quelques essais-erreurs avant d'obtenir des paramètres satisfaisants pour le modulateur PWPF. Les paramètres τ_m , k_m et d , qui doivent être sélectionnés par le concepteur, correspondent au temps nécessaire pour que le *trigger* de Schmitt passe de 0 à U_m . Donc, le concepteur peut conserver un des paramètres fixe et modifier seulement les deux autres pour obtenir une combinaison valable de paramètres. Le paramètre k_m est celui qui a le plus d'influence sur le système. En augmentant ce paramètre, la zone morte du modulateur diminue dans le cas d'un d constant. Dans la prochaine section, le candidat proposera une simplification des paramètres et une explication physique de chaque paramètre de ce nouveau modulateur PWPF.

2.5 Simplification du modulateur PWPF

Le modulateur PWPF a cinq paramètres à ajuster, τ_m , k_m , d , h et U_m , pour assurer que le temps minimum d'impulsions est respecté en fonction de la poussée maximale du propulseur. Dans le cas où chacun de ces cinq paramètres aurait une influence importante sur le fonctionnement du modulateur, il serait difficile de faire un ajustement acceptable du modulateur.

Puisque l'objectif du modulateur est l'allumage et l'arrêt d'un actionneur, il n'est pas nécessaire que U_m soit égal à la poussée maximale de l'actionneur. Les sorties possibles de U_m seront donc limitées à -1, 0 et 1. Par contre, pour implanter le modulateur dans un modèle numérique, un gain équivalent à la valeur maximale de l'actionneur devra être ajouté à la sortie du modulateur pour modéliser la puissance réelle de ce dernier.

En le comparant à d et à $(d - h)$, le gain k_m permet d'augmenter ou de diminuer le temps nécessaire pour l'allumage et l'arrêt des actionneurs. Par contre, diminuer d et $(d - h)$ donne le même résultat que l'augmentation de k_m .

Il est donc possible d'éliminer les paramètres k_m et U_m en les normalisant, ce qui permet de simplifier les équations 2.6 et 2.7.

$$r_{max} = 1 + (d - h) \quad (2.10)$$

$$r_{min} = d \quad (2.11)$$

Le paramètre d a maintenant une explication physique, il correspond à la zone morte voulue. Donc, dans le cas où d vaudrait 0.05, le modulateur aurait une zone morte de 5% de la valeur maximale de l'actionneur. Le deuxième paramètre à ajuster, h , nécessite de réécrire l'équation 2.8 en isolant τ_m :

$$\tau_m = \frac{-T_{min}}{\ln[1 - h]} \quad (2.12)$$

Pour un temps d'impulsion minimum fixe, lorsque h augmente, τ_m diminue, ce qui augmente la fréquence de fonctionnement du modulateur, car le préfiltre atteindra plus rapidement les valeurs de commutation de l'hystérésis, c'est-à-dire d et $d - h$. Il est préférable d'augmenter la fréquence de fonctionnement du modulateur afin d'éviter de diminuer la bande passante de la boucle de contre-réaction. Puisque h ne peut pas être plus grand que d , il est préférable d'avoir un paramètre qui correspond à un pourcentage de d .

$$h = pd \quad (2.13)$$

où p vaut entre 0 et 1 et correspond au pourcentage de d . Dans l'équation 2.12, h est remplacé par pd pour obtenir τ_m en fonction du temps minimum d'impulsion, de p et de d :

$$\tau_m = \frac{-T_{min}}{\ln[1 - pd]} \quad (2.14)$$

L'ajustement du modulateur PWPF devient maintenant beaucoup plus simple. Dans un premier temps, d est choisi selon la zone morte acceptable, en se rappelant que plus la zone morte voulue est petite, plus la consommation de carburant est élevée, mais meilleur

est le pointage fin. Par la suite, p est choisi en tenant compte que plus p est grand et plus la fréquence de fonctionnement du modulateur est élevée. Par contre, une fréquence plus élevée augmentera la consommation de carburant. Enfin, τ_m est calculé en utilisant les deux paramètres choisis et le temps minimum d'impulsion.

Étape 1 : T_{min} – MIB du propulseur

r_{max} = Poussée maximale du propulseur

Étape 2 : Le concepteur choisit les valeurs de d et p , qui correspondent à la zone morte acceptable et à la fréquence de fonctionnement.

Étape 3 : En utilisant l'équation 2.14, calculer τ_m .

En considérant que $(d - h)$ est beaucoup plus petit que 1, l'équation 2.10 donne comme résultat que la commande maximale acceptée par le modulateur est près de 1. Un gain, valant l'inverse de la poussée maximale de l'actionneur, doit être ajouté à l'entrée du modulateur pour assurer que la commande générée par le compensateur variera entre -1 et 1 à l'entrée du modulateur. Ce dernier gain doit être ajouté autant dans le simulateur numérique que dans le modulateur réel.

La prochaine section permettra de comparer les modulateurs PWPF et MLI. Après avoir fait l'ajustement de quelques modulateurs PWPF, une comparaison des caractéristiques de fonctionnement de ces modulateurs sera faite. Par la suite, les modulateurs PWPF et MLI seront utilisés pour commander la position d'un système masse-ressort-amortisseur simple et l'orientation d'un satellite autour d'un axe afin de démontrer leurs propriétés et performances.

2.6 Comparaison des modulateurs PWPF et MLI

Les modulateurs PWPF et MLI sont comparés afin de démontrer la supériorité du PWPF par rapport au MLI. Les comparaisons porteront sur les caractéristiques de fonctionnement, sur la commande de la position d'un système masse-ressort-amortisseur et sur la commande de l'orientation d'un satellite autour d'un axe.

2.6.1 Caractéristiques de fonctionnement des modulateurs PWPF et MLI

La présente section permet de comparer le fonctionnement de différents modulateurs PWPF et MLI. Les modulateurs seront ajustés en tenant compte des spécifications d'un propulseur à l'hydrazine de 10 Newtons. Ce type de propulseur a un temps minimum

d'impulsion typique de 20 ms [EADS Astrium, 2010]. Le tableau 2.1 présente différents paramètres valides obtenus en utilisant l'algorithme de la section 2.5.

Pour obtenir une zone morte équivalente aux modulateurs PWPF du tableau 2.1 à l'aide de modulateurs MLI, ces derniers doivent avoir une fréquence de fonctionnement de 1, 1.25, 2.5 et 5 Hz, respectivement. La zone morte des modulateurs MLI peut être calculée en multipliant la fréquence de fonctionnement de ces derniers par le temps minimum d'impulsion, qui est de 20 ms pour cet exemple.

Pour comparer les caractéristiques de fonctionnement, le modulateur PWPF 3 et le modulateur MLI de 5 Hz seront utilisés. Il a déjà été démontré que ces deux modulateurs ont la même zone morte, ce qui peut être confirmé par la figure 2.3. Cette figure présente la poussée qui est générée par rapport à la poussée qui est commandée.

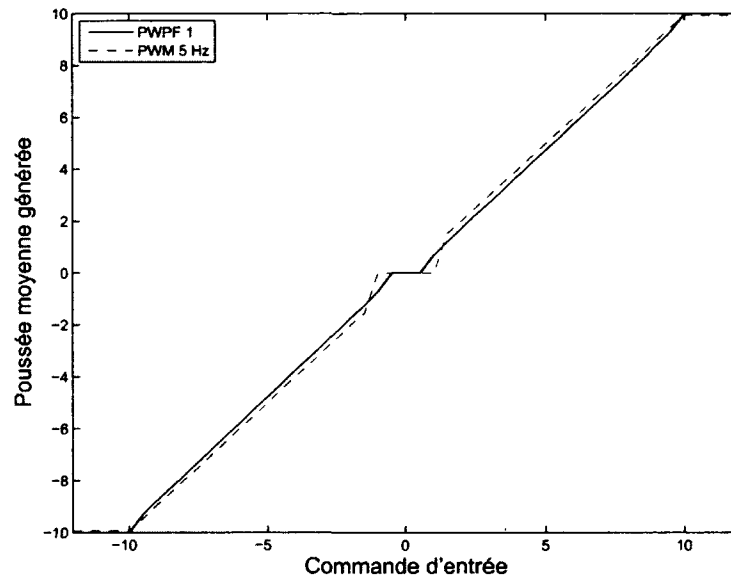


Figure 2.3 Comparaison de la linéarité de la sortie du modulateur PWPF 3 et d'un modulateur MLI à 5 Hz

Ce qui différencie le modulateur MLI du modulateur PWPF est que ce dernier peut changer de fréquence durant son fonctionnement. La figure 2.4 présente la fréquence du modula-

Tableau 2.1 Paramètres du modulateur PWPF simplifié

modulateur	d	p	τ_m
1	0.02	0.8	1.24
2	0.025	0.8	0.99
3	0.05	0.8	0.49
4	0.1	0.8	0.24

teur PWPF 3 en fonction de la commande d'entrée. Celui-ci montre que la fréquence du modulateur PWPF sera plus grande que 5 Hz pour toute commande entre 10% et 95% de la commande maximale. Donc le modulateur PWPF permettra de suivre des commandes à plus haute fréquence que le modulateur MLI dans cette plage de fonctionnement tout en ayant une zone morte équivalente pour des commandes plus faibles que 10% de la puissance maximale de l'actionneur. Lorsque la commande est faible, ce n'est pas la fréquence du modulateur qui est importante, mais plutôt sa capacité à obtenir la plus petite zone morte possible.

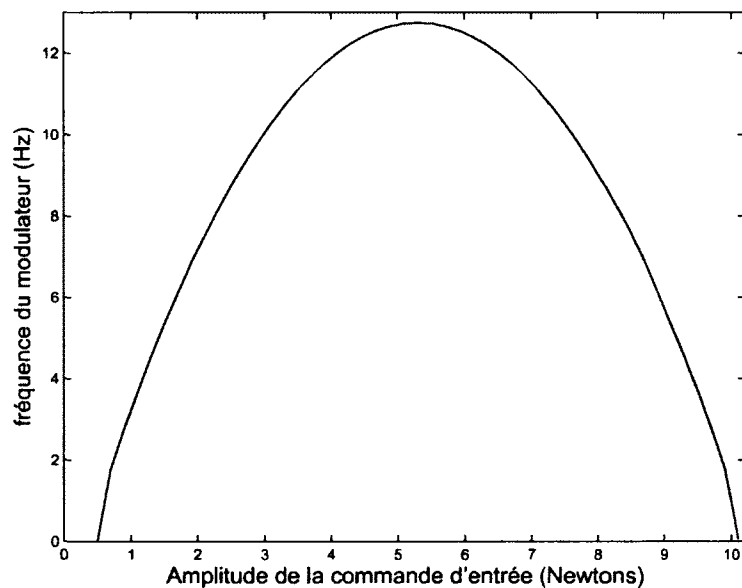


Figure 2.4 Fréquence de fonctionnement du modulateur PWPF 3 en fonction de la commande demandée

Lorsqu'un concepteur ajuste un modulateur MLI, il doit faire un choix sur la fréquence de fonctionnement de celui-ci, une fréquence élevée lui permettant d'obtenir un meilleur contrôle sur le régime transitoire du système, mais au détriment de la zone morte. La figure 2.4 montre que le modulateur PWPF permet d'éviter ce compromis puisque sa fréquence de fonctionnement est variable.

Dans les deux prochaines sections, les modulateurs PWPF et MLI sont comparés sur un système masse-ressort-amortisseur et sur l'orientation d'un satellite flexible autour d'un axe.

2.6.2 Comparaison des modulateurs PWPF et MLI sur un système masse-ressort-amortisseur

Dans ce chapitre, le même propulseur qu'à la section précédente est utilisé pour commander un système masse-ressort-amortisseur contre un mur, comme le montre la figure 2.5. Ce propulseur a une poussée de 10 N et un temps minimum d'impulsions de 20 ms. Le système en boucle ouverte possède une fréquence naturelle de $\sqrt{2}$ rad/s et un facteur d'amortissement de 0.7. Un système en boucle fermée est utilisé pour commander la position de la masse, le compensateur étant de type proportionnel-intégral. Les gains de ce contrôleur sont $K_p = 1$ et $K_i = 2$. La figure 2.6 présente le schéma-bloc de ce système de commande.

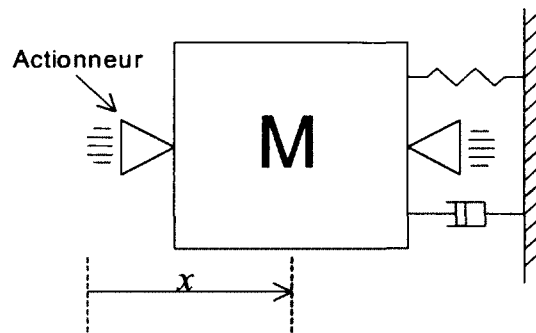


Figure 2.5 Système masse-ressort-amortisseur contre un mur

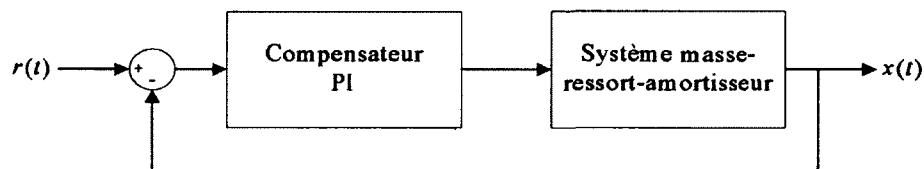


Figure 2.6 Schéma-bloc du système de commande du système masse-ressort-amortisseur

La figure 2.7 présente la réponse temporelle à une entrée échelon du système de la figure 2.6 en utilisant un actionneur à poussée variable, le modulateur PWPF 3 et un modulateur MLI fonctionnant à 2.5 Hz. Le système commandé par le modulateur PWPF suit de très près la commande de l'actionneur linéaire, ce qui n'est pas le cas du modulateur MLI. En régime permanent, le modulateur PWPF oscille autour de la position commandée, avec une faible amplitude. L'oscillation est impossible à éliminer complètement, car l'actionneur est impulsif, à poussée fixe, et ne peut générer une commande constante égale à celle requise. Dans le cas du modulateur MLI, l'amplitude de l'oscillation est importante. Il est à noter

que le modulateur PWPF obtient de meilleurs résultats tout en ayant une consommation similaire au modulateur MLI.

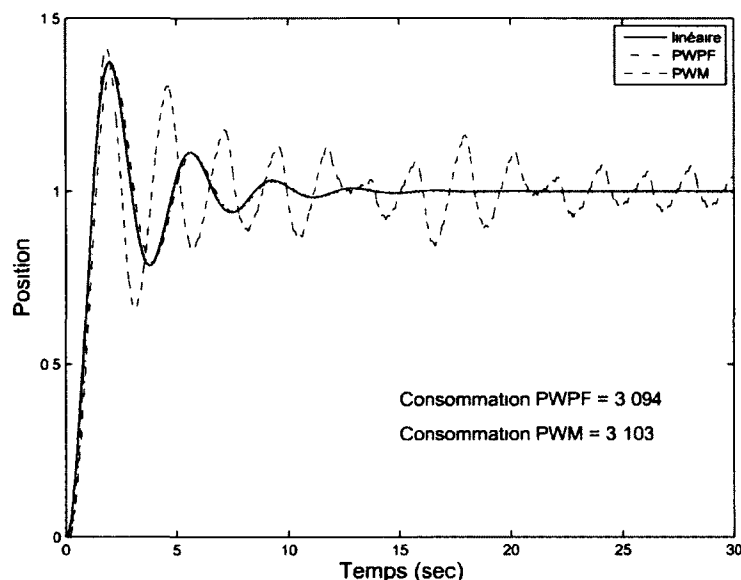


Figure 2.7 Réponse temporelle du système masse-ressort-amortisseur

Pour permettre de mieux comparer les deux types de modulateur, le système masse-ressort-amortisseur sera testé avec quatre modulateurs MLI à des fréquences de 1, 3, 5 et 7 Hz. Dans la figure 2.8, ces quatre modulateurs sont utilisés lorsque le système est soumis à une entrée échelon de 1 mètre d'amplitude.

La figure 2.8 représente bien les problèmes que peut rencontrer le concepteur d'un système de contrôle lorsqu'il utilise un modulateur MLI avec un actionneur ayant un temps d'impulsion minimum important. Dans la figure *a*, le modulateur fonctionne à 1 Hz, ce qui lui permet d'avoir une zone morte de 2% de la commande maximale. Malgré cela, le système ne réussit pas à suivre de façon acceptable la commande linéaire. L'actionneur, fonctionnant à trop basse fréquence affecte la dynamique du système en boucle fermée et n'est pas capable de suivre le signal de commande. Dans la figure *b*, le modulateur MLI à 3 Hz suit très bien l'actionneur linéaire autant en régime transitoire qu'en régime permanent. Dans les figures *c* et *d*, les zones mortes des modulateurs sont, respectivement, de 10% et de 14% de la commande maximale, ce qui donne des commandes minimales de 1 N et 1.4 N, c'est-à-dire qu'il est impossible de générer une poussée moyenne en deçà de ces valeurs. Dans ces deux cas, les actionneurs n'affectent pas la dynamique du système en boucle fermée, mais étant incapables de générer des commandes de faible amplitude, les systèmes sont forcés d'osciller autour de la position de consigne avec une amplitude importante.

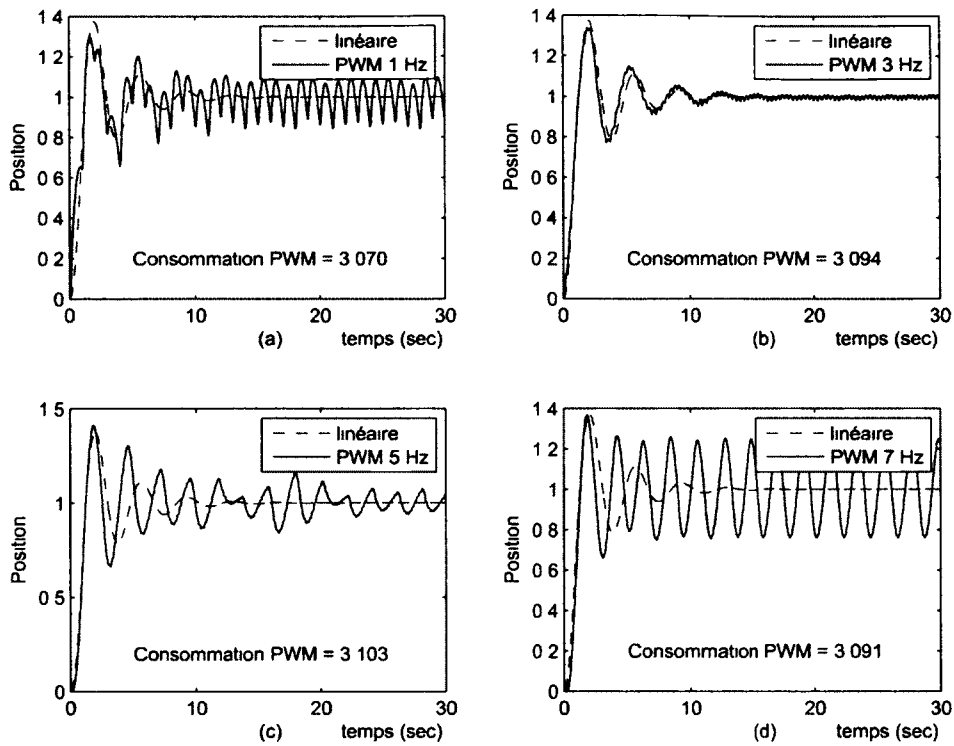


Figure 2.8 Réponse temporelle de 4 modulateurs MLI ($r=1$)

La figure 2.9 conserve le même système et les mêmes modulateurs, mais la commande est de 0.5 mètre au lieu de 1 mètre. La comparaison des figures 2.8 et 2.9 permet de démontrer la faiblesse du modulateur MLI. Pour le modulateur de la figure *b*, les résultats obtenus pour une consigne de 1 mètre étaient excellents alors que l'oscillation en régime permanent pour la consigne de 0.5 mètre est importante. En ayant diminué l'amplitude de la position désirée, la force générée par le ressort sera aussi réduite, ce qui entraînera à son tour une diminution de la force nécessaire à l'actionneur pour maintenir la masse à cette position. Puisqu'une force moindre est commandée, le modulateur sera plus fréquemment dans la zone morte. Pour diminuer la zone morte d'un modulateur MLI, il faut diminuer la fréquence de travail du modulateur. Par contre, dans le cas présenté, la fréquence du modulateur ne doit pas être trop diminuée, car celui-ci entre en conflit avec la dynamique du système en boucle fermée à basse fréquence. Il devient évident qu'un modulateur MLI à fréquence variable permettrait d'obtenir de bonnes performances en régime transitoire tout en permettant de diminuer la zone morte en régime permanent. C'est ce que fait le modulateur PWPF.

Dans les figures 2.10 et 2.11, les modulateurs MLI sont remplacés par les modulateurs PWPF du tableau 2.1. La figure 2.10 montre que les modulateurs 1, 2 et 3 ont des perfor-

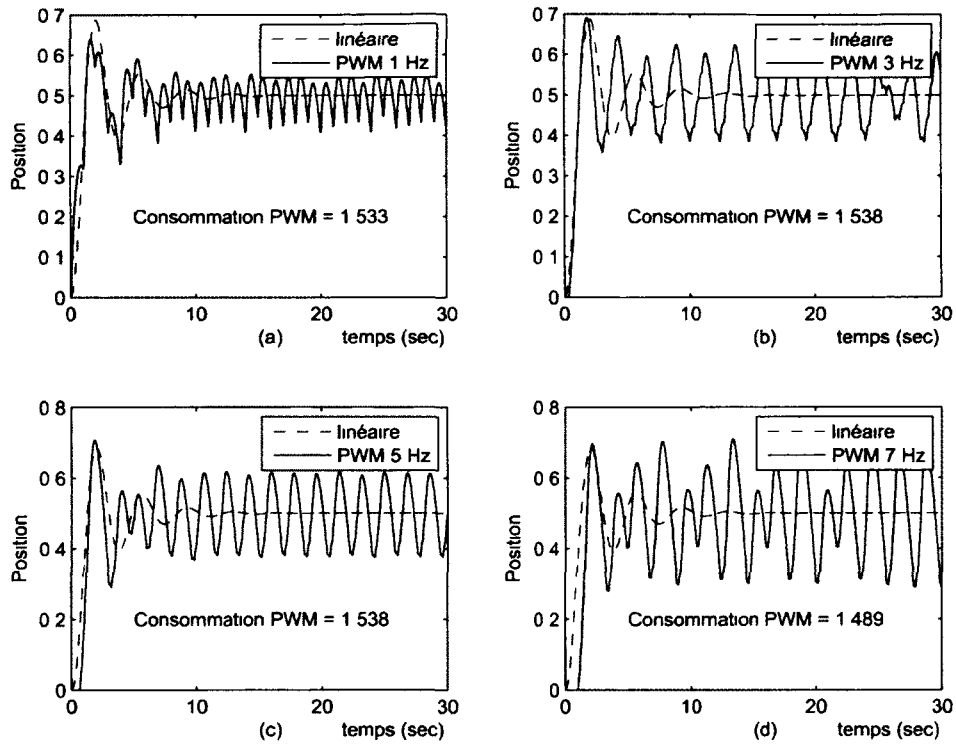


Figure 2.9 Réponse temporelle de 4 modulateurs MLI ($r=0.5$)

mances bien supérieures aux modulateurs MLI pour une consigne de 1 mètre. Le modulateur PWPF 4, qui a la zone morte la plus importante, a plus de difficulté à reproduire le résultat de l'actionneur linéaire en régime transitoire, comme présenté sur les figures 2.10d et 2.11d. Puisque la commande doit être plus importante que la zone morte pour que le modulateur puisse activer l'actionneur, cela entraîne le retard par rapport à l'actionneur proportionnel, présenté dans la figure 2.10d. Il est à noter que la consommation des modulateurs PWPF est similaire à celle des modulateurs MLI. Dans la figure 2.11, où la consigne est de 0.5, les modulateurs PWPF 1, 2 et 3 obtiennent toujours de bons résultats alors que le modulateur 4 a toujours de la difficulté à suivre en régime transitoire et a une oscillation importante en régime permanent, mais ce résultat est quand même supérieur à ceux obtenus par les 4 modulateurs MLI.

Il est important de constater une différence fondamentale entre les 4 modulateurs MLI et les 4 modulateurs PWPF. Dans le cas des modulateurs MLI, le concepteur doit ajuster le modulateur pour obtenir de bonnes performances en régime transitoire tout en ayant la zone morte la plus faible possible. Une augmentation de la fréquence permet de répondre plus rapidement à un changement de consigne, alors qu'une réduction de la fréquence diminue la zone morte. Les critères de conception en régime transitoire sont contradictoires

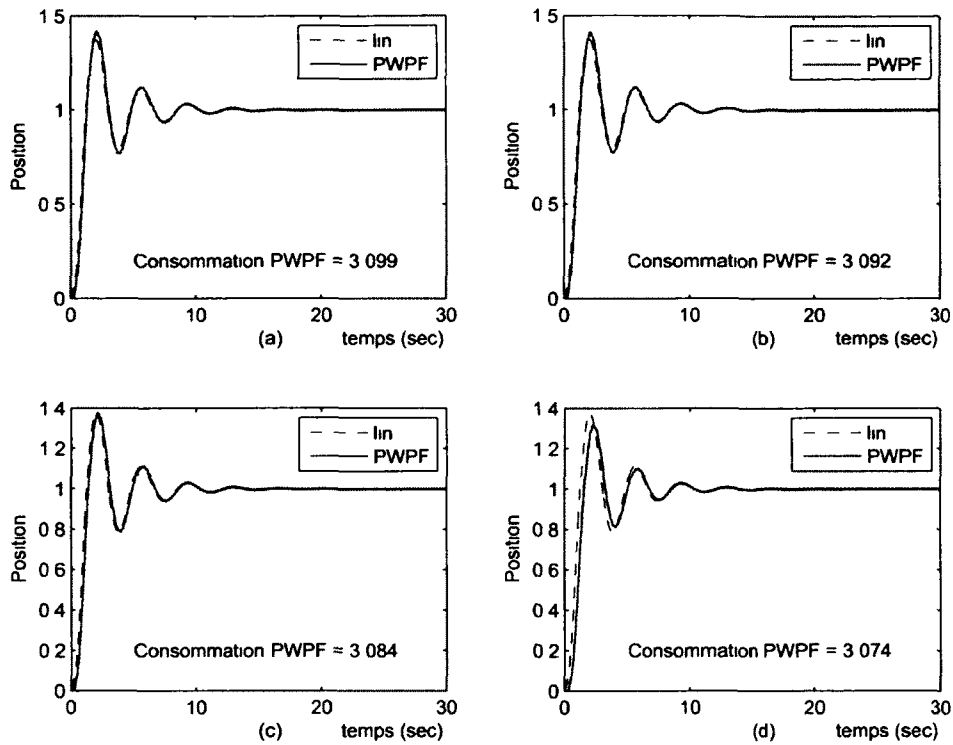


Figure 2.10 Réponse temporelle des 4 modulateurs PWWF ($r=1$)

aux critères en régime permanent, les premiers ont besoin d'un modulateur ayant une fréquence élevée alors que les deuxièmes en ont besoin d'un ayant une fréquence basse. Il existe donc une fréquence optimale où les performances seront suffisantes tout en ayant une zone morte suffisamment faible. Malheureusement, ce qui peut être valide pour une amplitude de commande donnée ne sera pas nécessairement valide pour une autre amplitude de commande, comme présenté dans les figures 2.8 et 2.9. Dans le cas des modulateurs PWWF, le choix des paramètres d'un modulateur est libre au concepteur et indépendant de l'amplitude de la consigne. Seule son expérience lui permettra de choisir certains paramètres plutôt que d'autres. Il n'y a pas d'équilibre à obtenir entre certains paramètres, comme dans le cas du modulateur MLI.

Dans les figures 2.10 et 2.11, il est évident que le modulateur 1 est supérieur au modulateur 4, autant en régime transitoire qu'en régime permanent. Le résultat obtenu pour un modulateur PWWF n'est pas fonction de la consigne comme l'est le modulateur MLI. L'équation 2.7 permet de calculer la zone morte, qui est un des critères les plus importants pour avoir un modulateur bien ajusté, ce qui peut aider à choisir entre deux séries de paramètres.

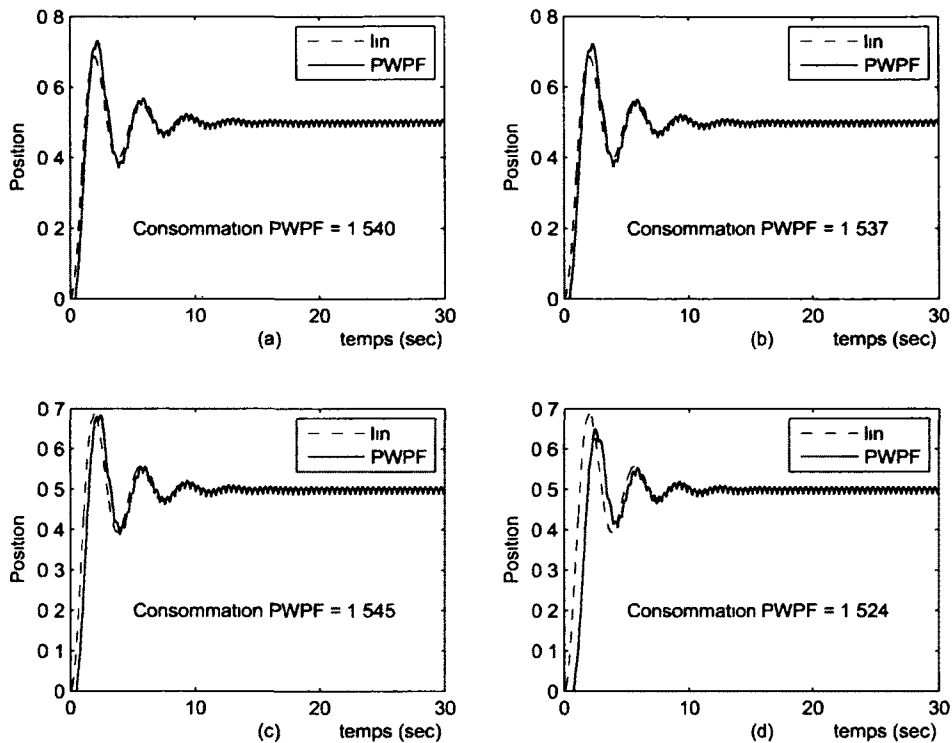


Figure 2.11 Réponse temporelle des 4 modulateurs PWWF ($r=0.5$)

Le système masse-ressort-amortisseur obligeait l'actionneur à fournir une force en permanence en régime permanent. Dans le système de la prochaine section, l'orientation d'un satellite autour de son axe, l'actionneur n'aura pas à fonctionner pour maintenir une position en régime permanent. Cela permettra de vérifier comment se comportent les deux types de modulateurs en régime permanent sur ce système, et surtout, démontrera que le modulateur PWWF est le meilleur modulateur pour le rendez-vous orbital de satellites flexibles.

2.6.3 Comparaison des modulateurs PWWF et MLI sur l'orientation d'un satellite autour d'un axe

Dans cette section, les modulateurs MLI et PWWF sont utilisés pour commander l'orientation d'un satellite flexible autour d'un axe. Le satellite est composé d'un corps rigide où sont positionnés les actionneurs, et d'un autre corps rigide, qui simule les panneaux solaires, qui est relié au premier par un joint flexible. Ce joint est composé d'un ressort et d'un amortisseur dont les paramètres assurent une flexibilité entre les deux corps. La figure 2.12 montre ce satellite.

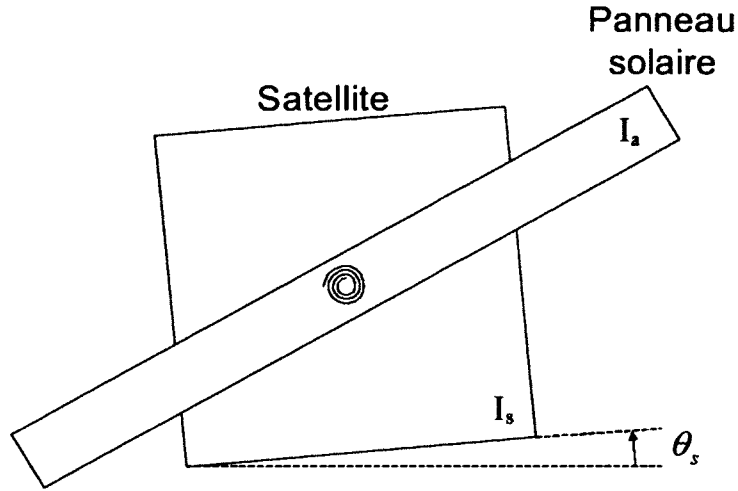


Figure 2.12 Satellite flexible simple

Dans le cas où les modes flexibles sont exprimés dans leurs formes non contraintes, la position du satellite θ_s peut être décrite par l'équation suivante [de Lafontaine, 1990] :

$$\theta_s = \frac{g_e}{I_s^2} \left\{ 1 + \frac{(I_a/I)}{(1 - I_a/I)} \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \right\} \quad (2.15)$$

où g_e correspond au couple appliqué sur le satellite par les propulseurs, I_a à l'inertie du panneau solaire, I à l'inertie globale du satellite, c'est-à-dire $I = I_a + I_s$, et ω et ζ correspondent respectivement à la fréquence naturelle et à l'amortissement du mode flexible.

Les paramètres physiques du système seront les mêmes pour toutes les simulations présentées par la suite. L'inertie du panneau solaire a été fixé à $60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, alors que l'inertie globale à $100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Le mode flexible a une fréquence naturelle de 0.025 Hz et son facteur d'amortissement est de 0.01. Un compensateur de type proportionnel-dérivé, dont les gains sont $K_p = 10$ et $K_d = 10$, est utilisé en boucle fermée pour assurer le positionnement du satellite.

Deux exemples seront présentés à partir de ce modèle en boucle fermée. Le premier exemple utilisera une entrée échelon. Cette entrée entraîne un déplacement rapide, qui demande des efforts de commande importants, ce qui excitera le mode flexible. Le modulateur d'impulsions utilisera donc un rapport cyclique important pendant le régime transitoire. Dans le deuxième exemple, une entrée sinusoïdale sera utilisée. Cette consigne force constamment de petites corrections sur le système. Ces dernières nécessitent des efforts de commande

faibles. ce qui se traduit par un rapport cyclique qui sera près de la zone morte du modulateur.

Le premier exemple utilise donc un signal de consigne échelon. demandant une rotation de 1 *rad* au satellite. La figure 2.13 présente l'erreur entre la position du satellite lorsque celui-ci est actionné par des modulateurs MLI de 1, 2 et 4 Hz commandant des propulseurs tout-ou-rien de 10 Newtons. dont le temps minimum d'impulsion est de 20 ms, et la position du satellite lorsque des propulseurs proportionnels non saturés en amplitude sont utilisés. En utilisant l'erreur de positionnement entre les propulseurs tout-ou-rien et proportionnel, cela évite d'évaluer l'efficacité du compensateur et permet de se concentrer sur le fait que le propulseur tout-ou-rien doit suivre le plus fidèlement possible le propulseur proportionnel. La figure 2.14 montre la même erreur sauf que les modulateurs PWPF du tableau 2.1 sont utilisés au lieu des modulateurs MLI.

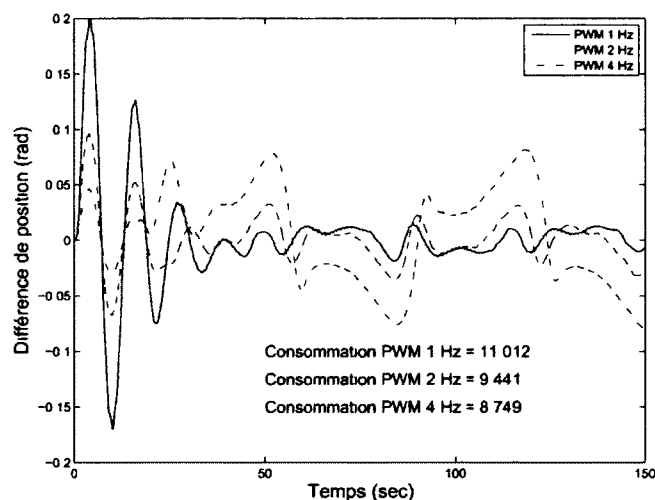


Figure 2.13 Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI soumis à un échelon : différence de position entre action MLI et action proportionnelle

Ce qui ressort des figures 2.13 et 2.14 est que les modulateurs MLI, surtout celui à 1 Hz, ont une erreur plus importante dans les 20 premières secondes que les modulateurs PWPF. Étant à fréquence fixe basse, les modulateurs MLI limitent la bande passante de la boucle de contre-réaction, ce qui induit une erreur importante lorsqu'un échelon est commandé, car celui-ci est constitué d'une série infinie de fréquences. Les modulateurs PWPF, pouvant augmenter leur fréquence de fonctionnement, peuvent obtenir une erreur plus faible. Comme il a été mentionné précédemment, les modulateurs MLI à basse fréquence diminuent la fréquence de la boucle de contre-réaction, mais diminuent aussi la zone morte de l'actionneur. Cela peut être confirmé sur la figure 2.13, car le modulateur MLI à 1 Hz,

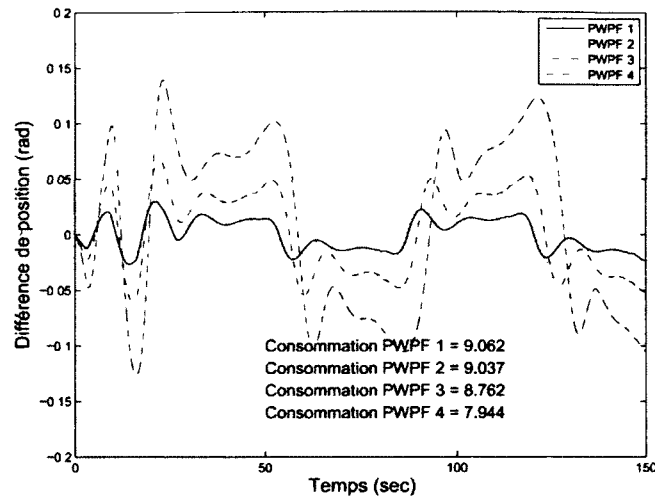


Figure 2.14 Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs PWWF soumis à une échelon : différence de position entre action PWWF et action proportionnelle

qui a l'erreur maximale la plus importante, est celui qui, par la suite, a l'erreur la plus faible après seulement 50 secondes de simulation. Dans le cas des modulateurs PWWF, ceux qui ont la zone morte la plus faible, donc les modulateurs 1 et 2, ont les meilleurs résultats durant toute la simulation. Le tableau 2.2 présente ces différents résultats ainsi que la consommation de chaque modulateur MLI et PWWF.

Les modulateurs PWWF 1 et 2 ont des résultats similaires, le modulateur 1 ayant seulement des erreurs légèrement inférieures au modulateur 2. Les modulateurs PWWF permettent donc d'obtenir des résultats plus prévisibles, où le paramètre d permet bien d'ajuster la zone morte voulue. En comparant le modulateur MLI à 2 Hz, qui obtient le meilleur compromis entre l'erreur maximale et l'erreur en régime permanent parmi les modulateurs MLI, et les modulateurs PWWF 1 ou 2, il est possible de constater que les modulateurs

Tableau 2.2 Résultats obtenus pour le satellite flexible actionné par des modulateurs MLI et PWWF et soumis à une entrée échelon

Modulateur	Erreur maximale	Erreur maximale après 50 sec.	consommation
MLI 1 Hz	0.2	0.015	11.01
MLI 2 Hz	0.1	0.03	9.44
MLI 4 Hz	0.05	0.08	8.75
PWWF 1	<0.035	<0.025	9.06
PWWF 2	0.035	0.025	9.04
PWWF 3	0.065	0.05	8.76
PWWF 4	0.15	0.1	7.94

PWPF obtiennent de meilleurs résultats, autant à l'erreur maximale qu'à l'erreur en régime permanent, pour une consommation de carburant inférieure.

Le deuxième exemple utilise une entrée sinusoïdale de $\pm 1 \text{ rad}$ d'amplitude à une fréquence de 0.0133 Hz. La figure 2.15 présente l'erreur entre l'orientation du satellite en utilisant un propulseur tout-ou-rien de 10 Newtons commandé par des modulateurs MLI de 1, 2 et 4 Hz et l'orientation du satellite lorsqu'un propulseur proportionnel non saturé est utilisé. La figure 2.16 présente le même type d'erreur lorsque les modulateurs PWPF du tableau 2.1 sont utilisés au lieu des modulateurs MLI. En fonction du modulateur choisi, l'erreur obtenue dans ces deux figures varie de 0.025 rad à 0.1 rad . Les résultats obtenus par les modulateurs MLI à 1 et 2 Hz présentent une oscillation à basse fréquence, correspondant au mode flexible. Le modulateur MLI à 4 Hz, comme tous les modulateurs PWPF, ne présente pas cette oscillation. Les consommations sont similaires pour tous les modulateurs.

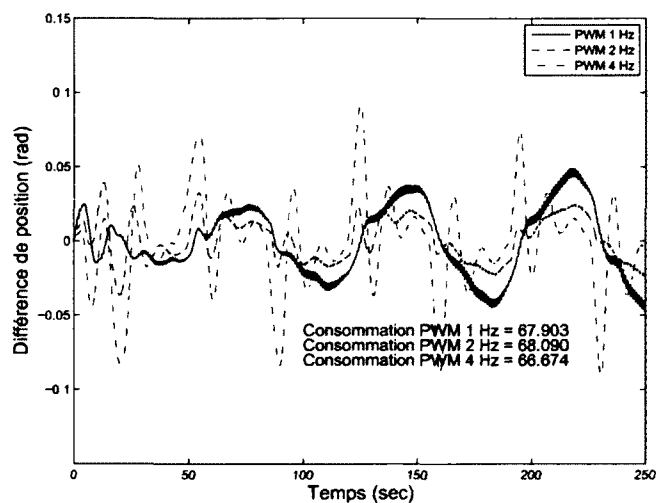


Figure 2.15 Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI soumis à une entrée sinusoïdale : différence de position entre action MLI et action proportionnelle

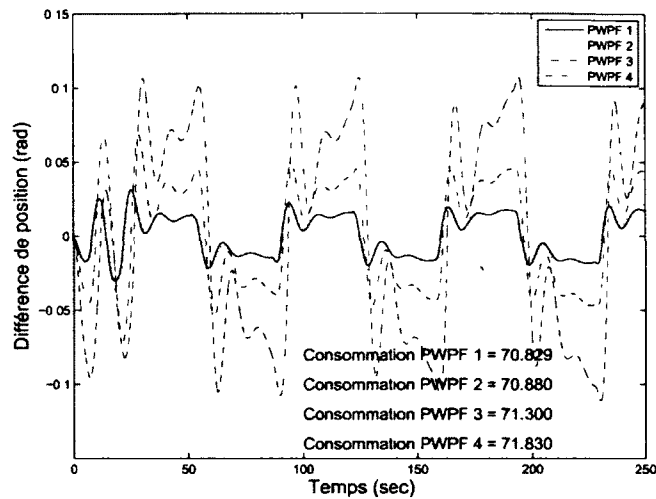


Figure 2.16 Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs PWWF soumis à une entrée sinusoïdale : différence de position entre action PWWF et action proportionnelle

Une analyse plus approfondie de la figure 2.15 permet de ressortir un inconvénient important des modulateurs MLI. Dans cette figure, le modulateur MLI à 1 Hz, et d'en une moindre mesure celui à 2 Hz, présentent une oscillation de faible amplitude qui se superpose au mouvement du système. Cela est dû aux impulsions des propulseurs qui affectent le positionnement du satellite. Lorsqu'agrandie, il est possible de voir des impulsions à 1 ou 2 Hz qui font osciller le satellite autour de son axe. Dans le cas des modulateurs PWWF, ces impulsions existent aussi, mais leur amplitude est beaucoup moins grande, elles ne paraissent donc pas dans la figure 2.16. Dans les premières 25 secondes de la simulation, ces oscillations n'ont pas lieu, mais par la suite, elles prennent rapidement de l'amplitude pour atteindre un niveau limite, qui correspond à environ 0.3 degré pour le modulateur à 1 Hz. Étant donné la fréquence fixe des modulateurs MLI, l'onde générée par ces derniers peut être considérée périodique, ce qui favorise l'excitation du système à cette fréquence et à ses harmoniques. Les modulateurs PWWF, quant à eux, changent de fréquence et, surtout, fonctionnent à des fréquences plus élevées que les modulateurs MLI. La figure 2.17 démontre qu'il est possible d'utiliser des modulateurs MLI à plus haute fréquence pour éviter que les impulsions des propulseurs se retrouvent dans la sortie du système. Par contre, comme il a déjà été mentionné, une fréquence plus élevée pour un modulateur MLI correspond à une zone morte plus grande, donc à une erreur sur l'orientation plus élevée.

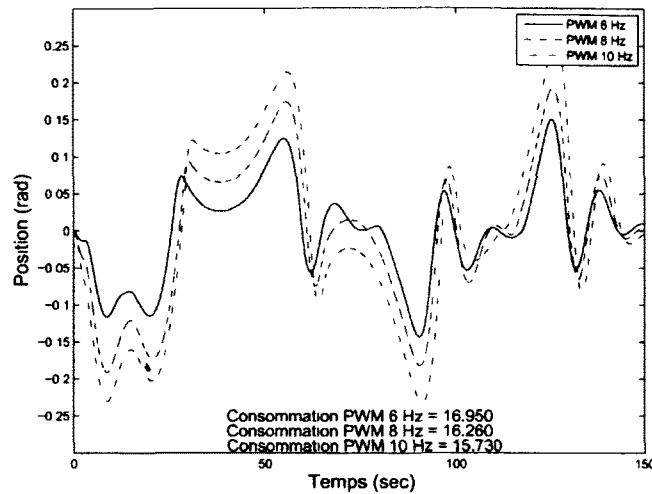


Figure 2.17 Orientation du satellite flexible utilisant des modulateurs MLI à 6, 8 et 10 Hz soumis à une entrée sinusoïdale

Le tableau 2.3 présente l'erreur maximale obtenue en régime établi ainsi que la consommation pour chaque modulateur MLI et PWPF. En comparant uniquement les valeurs de ce tableau, il est possible de constater que les deux types de modulateur obtiennent des résultats semblables. Par exemple, le modulateur MLI à 1 Hz a une erreur similaire au modulateur PWPF 3, et le modulateur MLI à 2 Hz est similaire aux modulateurs PWPF 1 et 2. Par contre, les modulateurs PWPF consomment entre 4 et 5% plus de carburant.

Ces deux exemples permettent donc de confirmer que le modulateur PWPF est supérieur au modulateur MLI et que la contribution du candidat permet bien de simplifier la conception du modulateur en tenant compte du temps minimum d'impulsion. Le modulateur MLI oblige le concepteur à choisir entre l'importance de la zone morte et la fréquence de fonctionnement, alors que le modulateur PWPF permet d'améliorer ces deux

Tableau 2.3 Résultats obtenus pour le satellite flexible actionné par des modulateurs MLI et PWPF et soumis à une entrée sinusoïdale

Modulateur MLI	Erreur maximale en régime permanent	consommation
MLI 1 Hz	0.05	67.9
MLI 2 Hz	0.025	68.1
MLI 4 Hz	0.09	66.7
PWPF 1	0.025	70.8
PWPF 2	0.025	70.9
PWPF 3	0.05	71.3
PWPF 4	0.1	71.8

paramètres simultanément, parfois avec une faible augmentation de la consommation de carburant.

2.7 Conclusion sur la modulation d'actionneurs tout-ou-rien

Ce chapitre a permis de comparer deux techniques de modulation d'actionneurs tout-ou-rien. La plus utilisée de ces techniques de modulation, la modulation MLI, a été comparée à une technique moins connue, la modulation PWPF. Le modulateur MLI, bien que facile à ajuster, oblige le concepteur à choisir la fréquence de fonctionnement de celui-ci, ce qui peut affecter la dynamique en boucle fermée du système commandé et l'erreur en régime permanent. Quant au modulateur PWPF, il permet de commander l'actionneur à plus haute fréquence que le modulateur MLI tout en réduisant l'erreur en régime permanent grâce à une fréquence de fonctionnement qui évolue en fonction de la commande demandée au modulateur.

Par contre, cette amélioration de la performance se fait au détriment de la facilité d'ajustement du modulateur PWPF, celui-ci ayant cinq paramètres à ajuster. Différentes approches ont été proposées dans la littérature mais aucune ne donne une réponse claire sur l'influence exacte de chaque paramètre. De plus, ces différentes approches ne tiennent pas compte du temps minimum d'impulsion de l'actionneur, se limitant seulement à le calculer. Ce temps minimum d'impulsion est la raison principale qui oblige l'utilisation du modulateur PWPF plutôt que le modulateur MLI. Dans le cas où le temps minimum d'impulsion était négligeable, le modulateur MLI n'aurait pas de zone morte et il serait possible d'augmenter sa fréquence de fonctionnement, éliminant ainsi sa faiblesse par rapport au modulateur PWPF.

Le candidat a donc proposé, dans un premier temps, un algorithme permettant l'ajustement du modulateur PWPF tout en tenant compte du temps minimum d'impulsion. Par la suite, le candidat a démontré que le modulateur PWPF original avait trop de paramètres à ajuster et que certains d'entre eux étaient superflus. Le modulateur PWPF simplifié a seulement trois paramètres à ajuster, deux choisis par le concepteur et un troisième calculé à partir des deux premiers et du temps minimum d'impulsion. Les deux paramètres que le concepteur doit choisir ont une explication physique, il devient donc plus simple de les ajuster. Le modulateur PWPF simplifié permet d'obtenir le même fonctionnement que le modulateur original.

Cet algorithme a été utilisé pour créer quatre modulateurs pouvant être utilisés sur un propulseur de 10N. L'ensemble modulateur-propulseur a été testé sur deux systèmes, un système masse-ressort-amortisseur et un satellite flexible ayant seulement un axe de rotation. Une série de simulations ont permis de démontrer la supériorité du modulateur PWPF par rapport au modulateur MLI.

Ce modulateur permet donc de s'assurer que les propulseurs, qui sont des actionneurs tout-ou-rien, pourront suivre la sortie d'un système de commande qui demande une valeur continue entre zéros et la puissance maximale des propulseurs. Il est important que le modulateur puisse suivre le plus fidèlement possible la sortie du compensateur, sinon tout le travail d'innovation associé à ce dernier pourrait être inutile. Le prochain chapitre portera sur la mise en forme des entrées du système de commande ou *input shaping*. Cette technique permet de modifier les signaux d'entrées afin que ceux-ci n'excitent pas les modes flexibles d'un système dynamique.

CHAPITRE 3

Input Shaping

3.1 Introduction

Il existe deux façons de gérer les modes flexibles lors de la commande d'un système : soit que le compensateur commande et atténue les modes flexibles lorsqu'ils sont excités, soit que le système de commande évite de les exciter.

Dans le cas d'un système n'ayant pas d'actionneurs destinés à la commande des différents modes flexibles, il peut être compliqué de concevoir un compensateur qui assure simultanément la commande des modes rigides et des modes flexibles du système de façon satisfaisante. Ces actionneurs dédiés à la commande de modes flexibles ajoutent complexité et coûts au système et il est souvent préférable de les éviter.

Ce chapitre utilisera donc une technique qui évite d'exciter les modes flexibles. Cette technique, nommée *input shaping*, permet de moduler la sortie du système de guidage afin que ce dernier n'ait pas de composantes fréquentielles susceptibles d'exciter les parties flexibles du satellite.

Dans un premier temps, la théorie sur les *input shapers* classiques et modifiés sera présentée. Par la suite, le candidat proposera une amélioration des *input shapers*, qui consiste à faire la convolution d'un nombre limité d'*input shapers*. Finalement, des exemples démontreront les avantages et inconvénients des différents systèmes.

3.2 Théorie des *input shapers*

Cette section présentera les concepts de base nécessaires à la compréhension des *input shapers*. Les sous-sections porteront sur la réponse temporelle d'un système d'ordre 2 à une série d'impulsions, la robustesse à des erreurs sur la fréquence naturelle et l'amortissement, l'amélioration de cette robustesse, la convolution d'une entrée avec un *input shaper* et la conception d'un *input shaper* pour un système ayant plusieurs modes flexibles.

3.2.1 Réponse temporelle d'un système d'ordre 2 à une série d'impulsions

Dans leur article, [Singer et Seering. 1990] proposent de moduler l'entrée d'un système flexible afin de s'assurer que la sortie soit exempte de vibration. Pour obtenir ce résultat, ils ont utilisé la réponse impulsionnelle d'un système linéaire de deuxième ordre :

$$y(t) = \left[A \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0(t-t_0)} \right] \sin \left(\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} (t - t_0) \right) \quad (3.1)$$

où A est l'amplitude de l'impulsion, ω_0 est la fréquence naturelle du système, ζ est l'amortissement du système, t est le temps et t_0 est le temps auquel l'impulsion a eu lieu. La figure 3.1 présente la sortie d'un système d'ordre 2 lorsque celui-ci est soumis à deux impulsions spécifiques. Lorsque bien calculée et synchronisée, la deuxième impulsion permet d'éliminer la vibration du système générée par la première impulsion.

Il est aussi possible de résoudre mathématiquement ce système flexible en additionnant deux réponses impulsionnelles, exprimées par l'équation 3.1, et en considérant le résultat valide lorsque les deux impulsions ont été appliquées.

Dans le cas général, l'amplitude de la vibration, après l'application de la dernière impulsion, d'un système soumis à plusieurs impulsions peut être exprimée par [Shan *et al.*, 2005] :

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega T_m} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m A_i e^{\zeta\omega T_i} \cos(\omega_d T_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^m A_i e^{\zeta\omega T_i} \sin(\omega_d T_i) \right)^2} \quad (3.2)$$

où m représente le nombre d'impulsions appliquées, A_i et T_i correspondent à l'amplitude et au temps d'application de chaque impulsion et T_m le temps d'application de la dernière impulsion. La fréquence naturelle amortie du système ω_d et la période T_d peuvent être calculées en utilisant $\omega_d = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$ et $T_d = 2\pi/\omega_d$.

L'objectif de l'*input shaping* est de s'assurer que la vibration du mode flexible est nulle après l'application de la deuxième impulsion. Ce type d'*input shaper* est appelé un *zero vibration (ZV)*. Pour obtenir ce résultat, il suffit que $V(\omega, \zeta) = 0$, ce qui implique que :

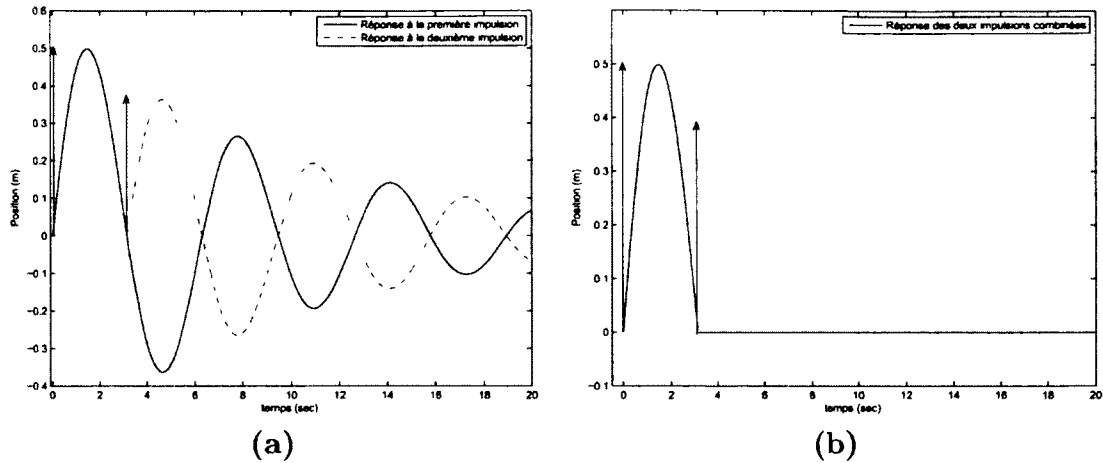


Figure 3.1 Réponse d'un système de deuxième ordre soumis à deux impulsions

$$\sum_{i=1}^m A_i e^{\zeta \omega T_i} \cos(\omega_d T_i) = 0 \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^m A_i e^{\zeta \omega T_i} \sin(\omega_d T_i) = 0 \quad (3.4)$$

La figure 3.1a présente les réponses impulsionnelles qu'obtiendrait le système pour chacune des impulsions si elles étaient appliquées indépendamment, alors que la figure 3.1b présente la réponse globale du système aux deux impulsions. Cet *input shaper* possède quatre variables inconnues : le temps d'application et l'amplitude de chaque impulsion. Les quatre équations de contrainte sont donc nécessaires pour calculer ces quatre inconnues. Dû au terme $\sin()$ et $\cos()$ des équations 3.3 et 3.4, il existe une infinité de solutions. Deux autres contraintes doivent donc être imposées pour résoudre les équations. La première contrainte est que la première impulsion est appliquée au temps zéro, donc $T_1 = 0$, ce qui permet de simplifier les calculs. La deuxième contrainte, $\sum A_i = 1$, assure que la sortie du système en régime permanent sera la même autant pour le signal modulé par l'*input shaper* que le signal original. En minimisant la durée totale de l'*input shaper*, le résultat suivant est obtenu [Singer et Seering, 1990] :

$$A_1 = \frac{1}{1+K}, \quad T_1 = 0, \quad A_2 = \frac{K}{1+K}, \quad T_2 = \frac{T_d}{2} \quad (3.5)$$

où $K = e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})}$. Ce résultat assure qu'un système d'ordre 2, ayant une fréquence naturelle ω et un amortissement ζ , soumis aux impulsions caractérisées par A_1, T_1, A_2 et T_2 aura une vibration résiduelle nulle après l'application de la deuxième impulsion. Par contre, cette vibration résiduelle nulle pourra être obtenue seulement si la fréquence naturelle et l'amortissement réels du système correspondent exactement à ceux utilisés lors de la conception de l'*input shaper*. Les deux prochaines sections permettront donc de vérifier le comportement du système lorsque le modèle qui a permis de concevoir l'*input shaper* possède une erreur sur la fréquence naturelle ou l'amortissement.

3.2.2 Robustesse à l'erreur sur la fréquence naturelle

Il est possible d'évaluer la robustesse de l'atténuation lorsque la fréquence naturelle comporte une incertitude. La figure 3.2 présente l'amplitude de la vibration résiduelle d'un système d'ordre 2 dont la fréquence naturelle varie de 0 à 2 fois celle utilisée lors de la conception de l'*input shaper* ZV. L'amplitude de la vibration résiduelle se définit comme étant le dépassement maximum du système actionné par l'*input shaper* par rapport au dépassement maximum du système actionné directement.

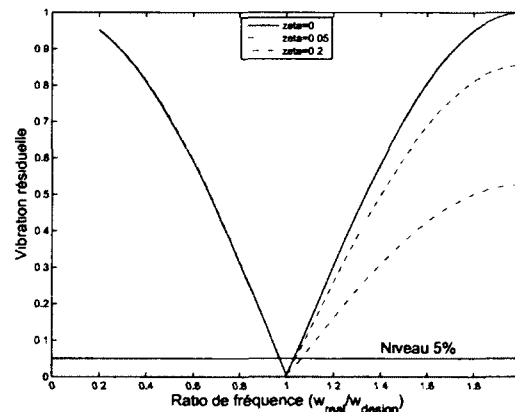


Figure 3.2 Vibration résiduelle d'un *input shaper* ZV soumis à une incertitude sur la fréquence naturelle

La figure 3.2 montre clairement que dans le cas où le concepteur veut assurer une vibration résiduelle de moins de 5%, il est limité à une incertitude sur la fréquence naturelle de moins de $\pm 5\%$.

3.2.3 Robustesse à l'erreur d'amortissement

Considérant que le facteur d'amortissement est le paramètre le plus difficile à évaluer dans une structure flexible, surtout pour les véhicules spatiaux, la robustesse à une incertitude sur l'amortissement doit aussi être évaluée. Comme le présente la figure 3.3, une erreur sur l'amortissement affecte moins la vibration résiduelle qu'une erreur sur la fréquence naturelle. Même avec une erreur de $\pm 50\%$ entre l'amortissement réel et celui utilisé lors de la conception, la vibration résiduelle se situe en dessous de 5%.

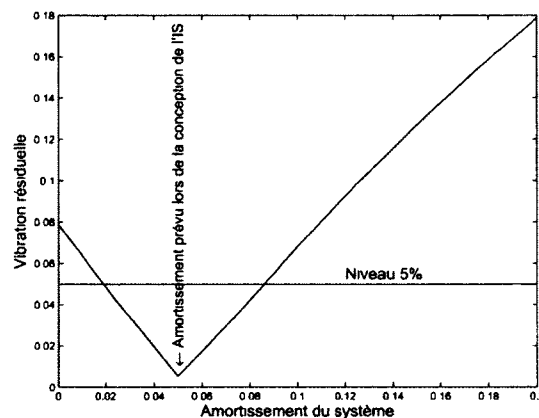


Figure 3.3 Vibration résiduelle d'un *input shaper* ZV soumis à une incertitude sur l'amortissement

Dans le cas où le concepteur veut améliorer la robustesse de l'*input shaper* à des erreurs sur la fréquence naturelle et l'amortissement, il est nécessaire de modifier la conception du modulateur.

3.2.4 Amélioration de la robustesse à la fréquence naturelle et l'amortissement en utilisant des dérivées

Pour augmenter la robustesse de l'*input shaper* à une incertitude sur la fréquence naturelle, il est possible d'ajouter de nouvelles contraintes. Ces contraintes devront permettre d'obtenir une faible augmentation de la vibration résiduelle pour un changement de la fréquence naturelle. Cet objectif peut être atteint en forçant à zéro la dérivée par rapport à la fréquence naturelle ω des équations 3.3 et 3.4 [Singer et Seering, 1990].

$$\sum_{i=1}^m A_i T_i e^{\zeta \omega T_i} \sin(\omega_d T_i) = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^m A_i T_i e^{\zeta \omega T_i} \cos(\omega_d T_i) = 0 \quad (3.7)$$

En utilisant ces deux nouvelles contraintes, il est possible de résoudre un système à trois impulsions. Dans la littérature, ce type d'*input shaper* est appelé un *zero vibration derivative* (ZVD). Un ZVD est exprimé par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{1 + 2K + K^2}, & T_1 &= 0 \\ A_2 &= \frac{2K}{1 + 2K + K^2}, & T_2 &= \frac{T_d}{2} \\ A_3 &= \frac{K^2}{1 + 2K + K^2}, & T_3 &= T_d \end{aligned} \quad (3.8)$$

La figure 3.4 présente la vibration résiduelle d'un *input shaper* ZVD en fonction de l'incertitude sur la fréquence naturelle. Pour assurer une vibration résiduelle de moins de 5%, un système dont l'entrée est modulée par un *input shaper* ZVD peut avoir une incertitude de plus de $\pm 15\%$, ce qui est une nette amélioration par rapport à un *input shaper* ZV. Par contre, cette amélioration se fait au détriment de la durée de l'*input shaper*, le ZVD ayant une période deux fois plus longue que le ZV.

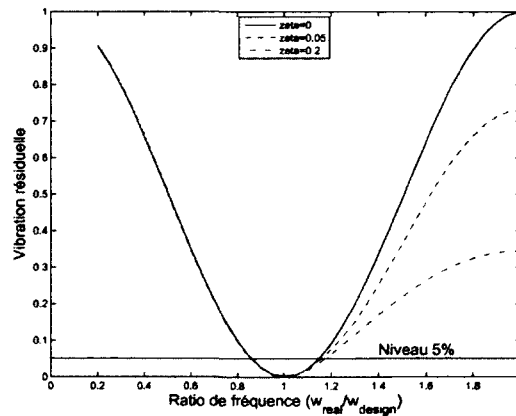


Figure 3.4 Vibration résiduelle d'un *input shaper* ZVD soumis à une incertitude sur la fréquence naturelle

L'*input shaper* ZVD améliore aussi la robustesse de l'*input shaper* à une erreur sur l'amortissement. La figure 3.5 montre que le seuil de 5% de vibration résiduelle n'est jamais dépassé dans le cas de l'*input shaper* ZVD.

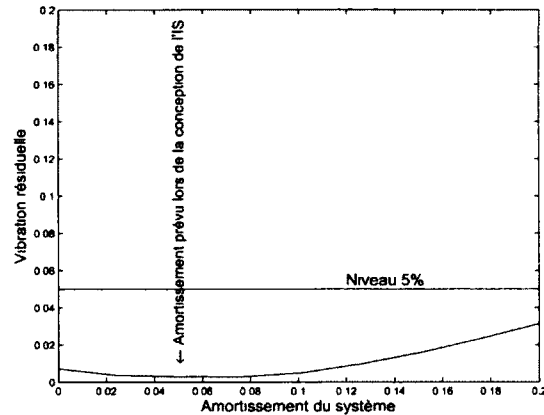


Figure 3.5 Vibration résiduelle d'un ZVD soumis à une incertitude sur l'amortissement

L'*input shaper* ZVD permet donc d'augmenter la robustesse du modulateur à une incertitude autant sur la fréquence naturelle que l'amortissement, mais cette amélioration se fait au détriment du temps total de l'*input shaper*, le ZVD étant deux fois plus long que le ZV.

La prochaine section portera sur la modulation d'un signal de commande à l'aide d'un *input shaper*. Cela permettra de modifier le signal de consigne d'un système afin qu'il n'excite pas le mode flexible à la fréquence naturelle ω .

3.2.5 Convolution d'une entrée avec un input shaper

Les *input shapers* présentés précédemment permettent de générer une série d'impulsions qui assurent que le système n'aura pas de vibration résiduelle après l'application de la dernière impulsion. Cela permet d'expliquer la théorie, mais n'est pas d'une grande utilité dans la réalité, où normalement une consigne doit être suivie par le système. La série d'impulsions calculées précédemment permet de générer la commande la plus courte qui ne fera pas osciller le système [Singer et Seering, 1990]. Pour éviter que la consigne ne contienne des harmoniques qui pourraient exciter les modes flexibles, il est nécessaire de la filtrer. Cette filtration est obtenue en convoluant la consigne avec la série d'impulsions. Cette convolution allonge le signal de consigne envoyé au système et assure qu'aucun déplacement n'est fait à la fréquence exacte du mode flexible. Le temps total nécessaire à exécuter la commande est égal au temps original d'exécution de la consigne additionné

au temps de l'*input shaper* [Singer et Seering, 1990]. La figure 3.6 présente une commande ainsi que l'*input shaper* avec laquelle elle sera convoluée, alors que la figure 3.7 montre le résultat de cette convolution.

Le temps d'exécution de l'*input shaper* affecte donc le temps total de la commande modulée. Dans la prochaine section, plus d'un *input shaper* sera convolué avec la commande, allongeant ainsi le temps total de la commande, ce qui aura un impact négatif sur la performance du système.

3.2.6 Conception d'un *input shaper* pour un système ayant plusieurs modes flexibles

La section précédente a présenté la façon par laquelle moduler l'entrée d'un système afin de ne pas exciter un mode flexible à une fréquence naturelle donnée tout en suivant une consigne. Dans le cas d'un système ayant plus d'un mode flexible, il est nécessaire de concevoir un modulateur qui va tenir compte de tous les modes flexibles. La façon la plus simple de concevoir ce modulateur est de concevoir un *input shaper* pour chaque mode flexible et de convoluer le résultat de chacun de ces *input shapers*. La figure 3.8 présente la convolution de deux *input shapers* ZVD pour deux fréquences différentes.

Comme le montre la figure 3.8, le temps d'exécution de l'*input shaper* résultant est plus long que les deux *input shapers* utilisés pour la convolution, ce qui allongera d'autant le signal de consigne convolué avec cet *input shaper*. Cette technique allonge donc le temps nécessaire pour que le signal de consigne atteigne son régime permanent, pouvant la rendre inutilisable dans le cas de systèmes ayant plusieurs modes flexibles.

Les prochaines sections porteront sur les *input shapers* modifiés. Ces *input shapers* ont été utilisés par le candidat pour développer une nouvelle technique de conception d'*input shaper* pour des systèmes ayant plusieurs modes flexibles.

3.3 *Input shapers* modifiés

Dans l'article de [Shan *et al.*, 2005], de nouvelles façons de concevoir des *input shapers* ont été présentées. Cette section présentera les *input shapers* modifiés zéro vibration (*Modified Input Shaper Zero Vibration* : MIS ZV) à plus de deux impulsions et les *Modified Input Shaper Zero Vibration Derivative* (MIS ZVD).

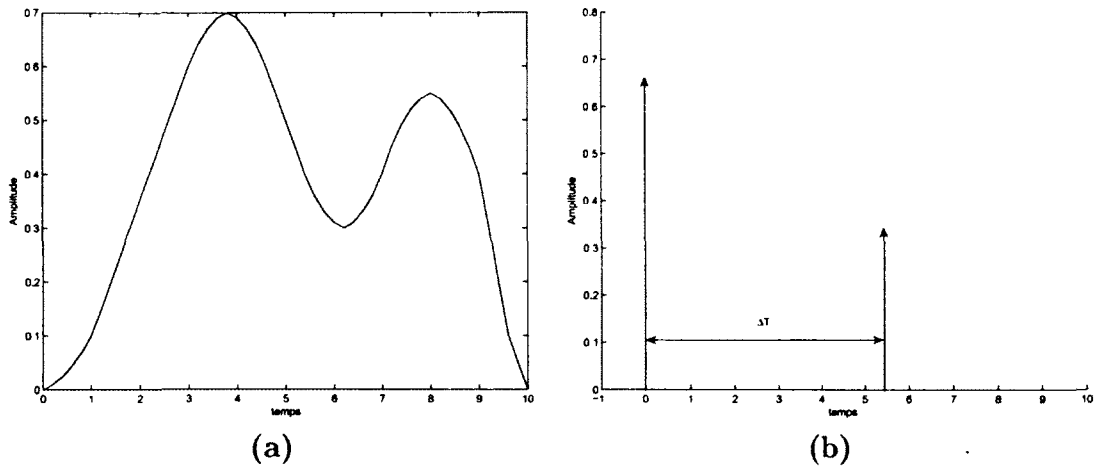


Figure 3.6 Convolution d'une commande avec un *input shaper* ZV

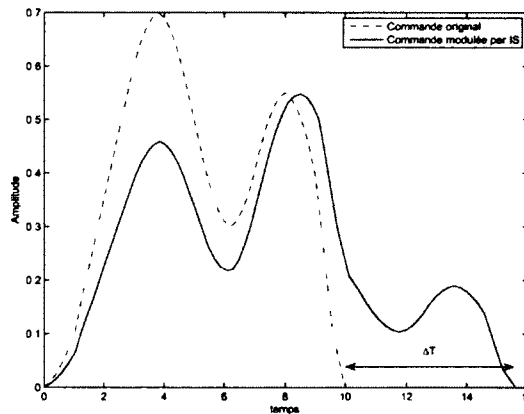


Figure 3.7 Résultat de la convolution d'une commande avec un *input shaper* ZV

3.3.1 *Input shaper* ZV à plus de deux impulsions

En utilisant les équations 3.3 et 3.4, il est possible d'obtenir les équations pour un *input shaper*, ayant n impulsions, qui annule les vibrations du système après l'application de la dernière impulsion [Shan *et al.*, 2005] :

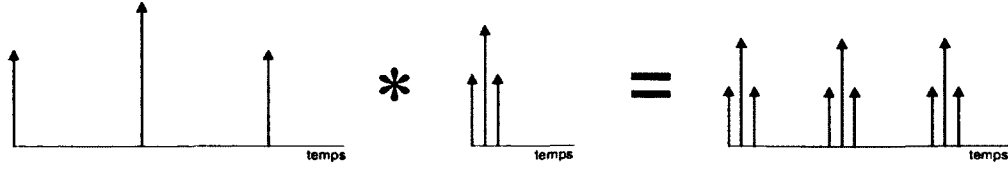


Figure 3.8 Convolution de deux *input shapers*

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{1+M}, & T_1 &= 0, \\
 A_2 &= \frac{K}{1+M}, & T_2 &= \frac{T_d}{n} \\
 &\vdots & \vdots & \\
 A_i &= \frac{K^{i-1}}{1+M}, & T_i &= \frac{(i-1)T_d}{n} \\
 &\vdots & \vdots & \\
 A_n &= \frac{K^{n-1}}{1+M}, & T_n &= \frac{(n-1)T_d}{n}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

où $K = e^{-(2\zeta\pi/(n\sqrt{1-\zeta^2}))}$ et $M = K + \dots + K^{i-1} + K^{n-1}$.

Dans l'article de [Shan *et al.*, 2005], ces nouveaux *input shapers* sont nommés MIS ZV (Modified Input Shaper Zero Vibration) suivi du nombre d'impulsions qu'ils comportent. Par exemple, un MIS ZV 3-impulsions aura les trois impulsions suivantes :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{1+K+K^2}, & T_1 &= 0 \\
 A_2 &= \frac{K}{1+K+K^2}, & T_2 &= \frac{T_d}{3} \\
 A_3 &= \frac{K^2}{1+K+K^2}, & T_3 &= \frac{2T_d}{3}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

où $K = e^{-(2\zeta\pi/(3\sqrt{1-\zeta^2}))}$.

Avant l'article de [Shan *et al.*, 2005], les différents articles sur l'*input shaping* présentaient seulement la vibration résiduelle pour des ratios de fréquence naturelle normalisée de zéro jusqu'à deux. Dans leur article, les auteurs ont constaté que le MIS ZV 3-impulsions obtient une amplitude de la vibration résiduelle nulle pour un ratio de fréquence naturelle

normalisée de 1, comme prévu, mais qu'il obtient aussi ce même résultat pour un ratio de 2.

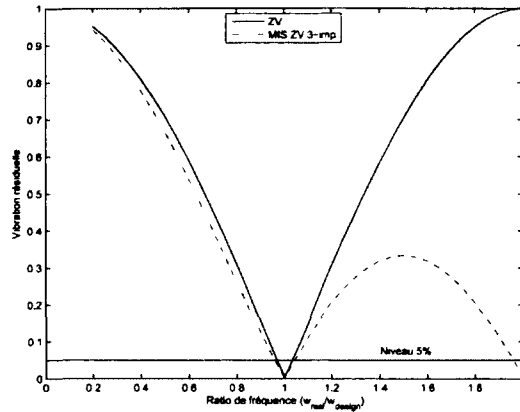


Figure 3.9 Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZV et d'un MIS ZV 3-impulsions

À la connaissance du candidat, cette répétabilité de l'atténuation a été présentée pour la première fois dans l'article de [Shan *et al.*, 2005]. Pour démontrer l'intérêt de cette répétabilité de l'annulation de la vibration résiduelle, la figure 3.10 présente la vibration résiduelle pour un ratio de zéro jusqu'à dix fois la fréquence naturelle normalisée pour des *input shapers* ZV et MIS ZV 3-impulsions.

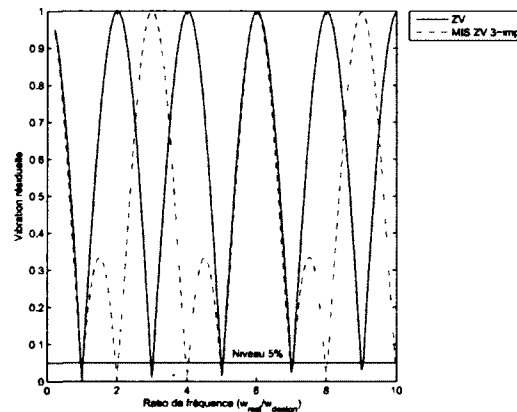


Figure 3.10 Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZV et d'un MIS ZV 3-impulsions

Le ZV évite donc d'exciter des modes flexibles à des ratios de 1,3,5,7,9 de la fréquence de conception de l'*input shaper*, alors que le MIS ZV 3-impulsions à des ratios de 1,2,4,5,7,8,10. Il est donc possible d'atténuer plus d'un mode flexible avec un seul *input shaper*, pourvu que les ratios de la fréquence de conception correspondent aux fréquences des modes de vibration.

3.3.2 *Input shaper* MIS ZVD

Dans leur article, [Shan *et al.*, 2005] proposent aussi un *input shaper* ZVD. Plutôt que d'utiliser la dérivée des équations 3.3 et 3.4, ils proposent de convoluer deux *input shapers* ZV pour concevoir un ZVD. La figure 3.11 montre la convolution d'un ZV avec un MIS ZV 3-impulsions. Le résultat final, qui est appelé un MIS ZVD 2*3-impulsions, peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{1+M}, & T_1 &= 0, \\
 A_2 &= \frac{K^2}{1+M}, & T_2 &= \frac{T_d}{3} \\
 A_3 &= \frac{K^3}{1+M}, & T_2 &= \frac{T_d}{2} \\
 A_4 &= \frac{K^4}{1+M}, & T_2 &= \frac{2T_d}{3} \\
 A_5 &= \frac{K^5}{1+M}, & T_2 &= \frac{5T_d}{6} \\
 A_6 &= \frac{K^7}{1+M}, & T_2 &= \frac{7T_d}{6}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

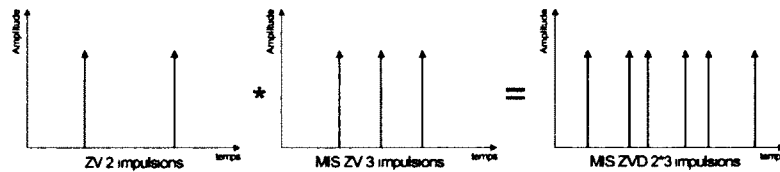


Figure 3.11 Convolution d'un ZV 2-impulsions avec un ZV 3-impulsions

Le MIS ZVD 2*3-impulsions est $T_d/6$ secondes plus long que le ZVD, mais comme le montre la figure 3.12, sa capacité à ne pas exciter des modes flexibles est supérieure. Il possède la répétabilité de l'atténuation de la vibration résiduelle à des ratios de 1,2,3,4,5,7,8,9.

Étant donné ses qualités, cet *input shaper* sera à la base de la contribution du candidat, présentée dans la prochaine section.

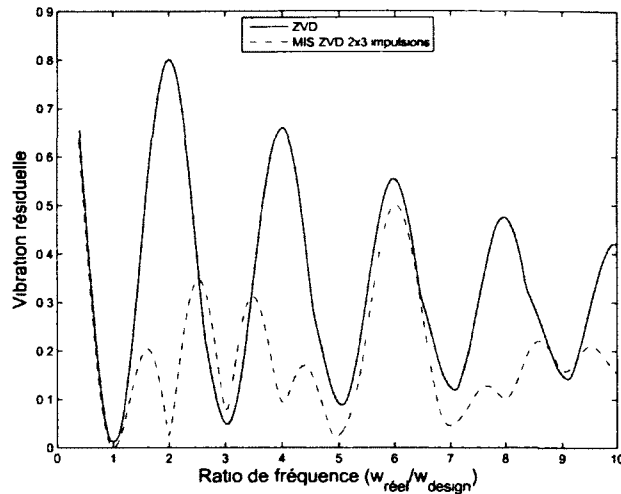


Figure 3.12 Amplitude de la vibration résiduelle d'un ZVD et d'un MIS ZVD

3.4 Convolution d'un nombre limité d'*input shapers* MIS ZV ou MIS ZVD

Dans certaines applications, comme dans le cas d'un satellite, le système possède plusieurs modes flexibles ayant chacun une incertitude importante. Si le concepteur conçoit un *input shaper* pour chaque mode flexible et qu'il fait la convolution de ces derniers, le temps total de l'*input shaper* pourrait être trop long pour satisfaire les spécifications de performance de l'application.

Le candidat propose donc de convoluer un nombre limité d'*input shapers*, chacun à un ratio de fréquence spécifique par rapport à une fréquence de conception, pour assurer une vibration résiduelle presque nulle sur une plage de fréquence étendue. Étant donné la répétabilité de chaque *input shaper* et le décalage de fréquence qui les sépare, la convolution de ceux-ci entraîne une vibration résiduelle faible à partir de la fréquence de conception jusqu'à l'infini, en théorie.

Afin de ne pas exciter le mode flexible ayant la plus basse fréquence naturelle, la fréquence de conception du premier *input shaper* est égal à celle de ce mode. Cet *input shaper* permet d'éviter d'exciter les modes flexibles à la fréquence de conception et à certains multiples entiers de celle-ci. En positionnant d'autres *input shapers* à des fréquences équivalentes à 1 à 2 fois la fréquence du premier *input shaper*, cela permettra d'éviter d'exciter d'autres fréquences. Ces n *input shapers* seront positionnés à un intervalle de $1/n$ par rapport à la fréquence de conception. Donc en convoluant deux *input shapers*, un sera à la fréquence de conception et le deuxième à 1.5 fois cette fréquence. Dans le cas de trois *input shapers*,

les fréquences seront de 1, 1.33 et 1.66 fois la fréquence de conception. Il serait possible de convoluer un grand nombre d'*input shapers*, mais cela augmente le temps pour effectuer la manœuvre. La figure 3.13a présente le cas où trois *input shapers* MIS ZVD 2*3-impulsions sont utilisés. L'*input shaper* final possède 18 impulsions.

Le graphique *b* de la figure 3.13 présente la vibration résiduelle pour un ratio de 0.4 à 20 fois la fréquence de conception, en utilisant les trois *input shapers* du graphique *a* convolués. Il est possible de constater qu'à partir de la fréquence de conception, la vibration résiduelle ne dépasse jamais 3%. Dans le cas où cette vibration résiduelle est acceptable, il n'est pas nécessaire d'utiliser plus de trois *input shapers*, même si le système comporte de nombreux modes flexibles. La contribution permet donc d'éviter d'exciter les modes flexibles sur une très grande plage de fréquence tout en n'augmentant pas la durée de l'*input shaper* pour chaque mode flexible du système.

La prochaine section présentera un exemple qui permettra d'illustrer et de démontrer la validité de la contribution du candidat.

3.5 Exemple

Dans cette section, un exemple simple démontrera les avantages de la contribution du candidat par rapport à l'utilisation classique des *input shapers*.

Ce système simple est composé de 6 masses, tel qu'illustré à la figure 3.14. Il comporte une seule entrée, la force u , et une seule sortie, la position de la masse M_1 , x . La masse M_1 représenterait, par exemple, le corps rigide d'un satellite à commander et les autres masses représenteraient les éléments flexibles (e.g. panneaux solaires) du satellite. Un système en boucle fermée, utilisant un compensateur proportionnel, sera utilisé afin de pouvoir positionner précisément la masse M_1 . La figure 3.15 montre le schéma-bloc de ce système en boucle fermée alors que le tableau 3.1 présente les différents paramètres physiques du système. Le compensateur a un gain $K_p = 5$.

Tableau 3.1 Paramètres physiques du système

M1	1 kg	k1	0.5 N/m	b1	0.05 N/m/s
M2	4 kg	k2	2 N/m	b2	0.02 N/m/s
M3	8 kg	k3	1 N/m	b3	0.001 N/m/s
M4	20 kg	k4	0.8 N/m	b4	0.02 N/m/s
M5	5.5 kg	k5	1.5 N/m	b5	0.03 N/m/s
M6	13 kg				

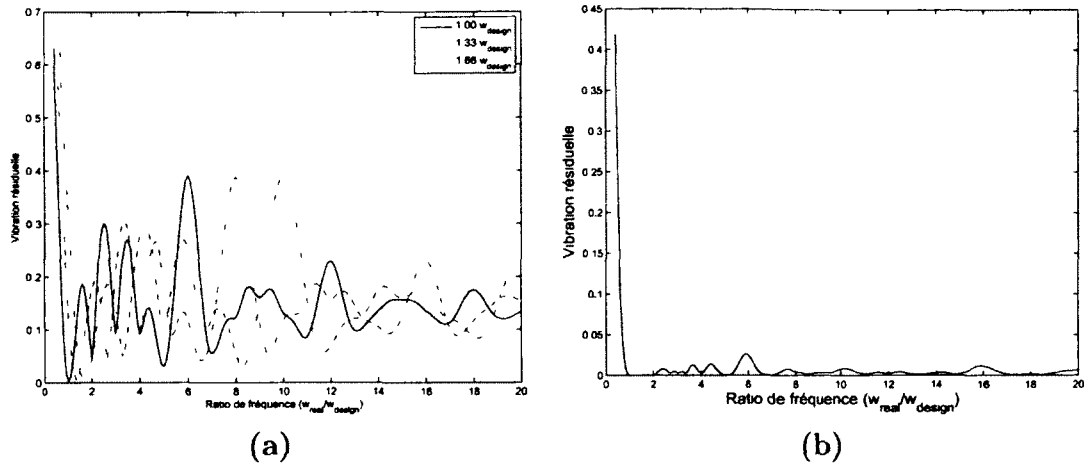


Figure 3.13 Convolution de trois *input shapers* MIS ZVD 2*3-impulsions

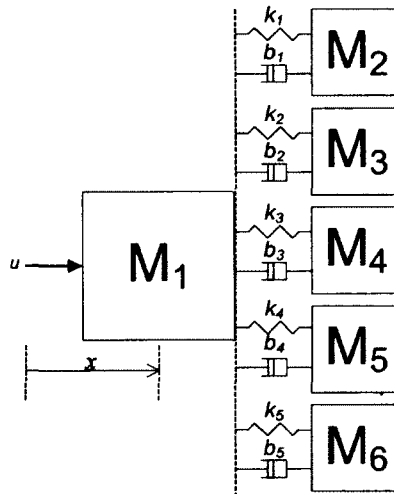


Figure 3.14 Système utilisé pour la comparaison des *input shapers*

L'objectif est de déplacer la masse M_1 en évitant de déplacer trop rapidement les masses M_2 à M_6 par rapport à M_1 , ce qui les ferait osciller et affecter le positionnement de la masse M_1 . Pour concevoir les modulateurs, il est nécessaire de connaître la fréquence naturelle et l'amortissement de chaque mode flexible. Ces données sont présentées dans le tableau 3.2. La dernière colonne de ce tableau présente le ratio de fréquence naturelle amortie entre la fréquence la moins élevée et les autres, ce qui permet de s'assurer qu'aucune fréquence n'est un multiple de la première.

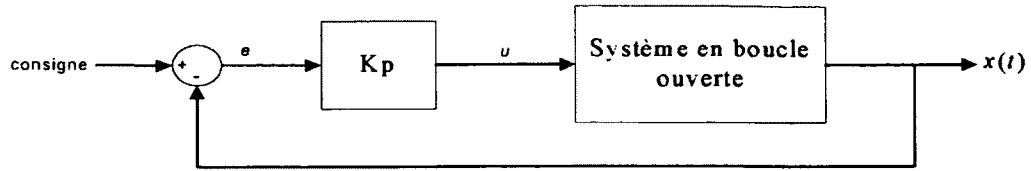


Figure 3.15 Schéma-bloc du système en boucle fermée

Tableau 3.2 Pôles du système

pôle	fréq. nat. (rad/s)	amortissement	ratio fréq. nat. amortie
$-3.6415e-5 \pm 1.9614e-1j$	1.9614e-1	1.8565e-4	1
$-7.9488e-4 \pm 2.9119e-1j$	2.9119e-1	2.7298e-3	1.48
$-4.8733e-3 \pm 3.5021e-1j$	3.5025e-1	1.3914e-2	1.79
$-2.1662e-3 \pm 3.7292e-1j$	3.7292e-1	5.8088e-3	1.90
$-1.4524e-3 \pm 4.6526e-1j$	4.6526e-1	3.1218e-3	2.37
$-6.1674e-2 \pm 3.2985j$	3.2991	1.8694e-2	16.82

3.5.1 Réponse temporelle du système en boucle fermée soumis à une entrée échelon

Dans un premier temps, une entrée échelon de 1 m est utilisée comme signal de consigne du système en boucle fermée. La figure 3.16 présente la position de la masse M_1 en fonction du temps. Ce résultat montre que les masses M_2 à M_6 sont bien excitées lorsque la masse M_1 est déplacée trop rapidement. Il est aussi possible de constater que les modes flexibles à basse fréquence ont une amplitude d'oscillation plus importante et un temps d'amortissement plus long que les modes flexibles à plus haute fréquence.

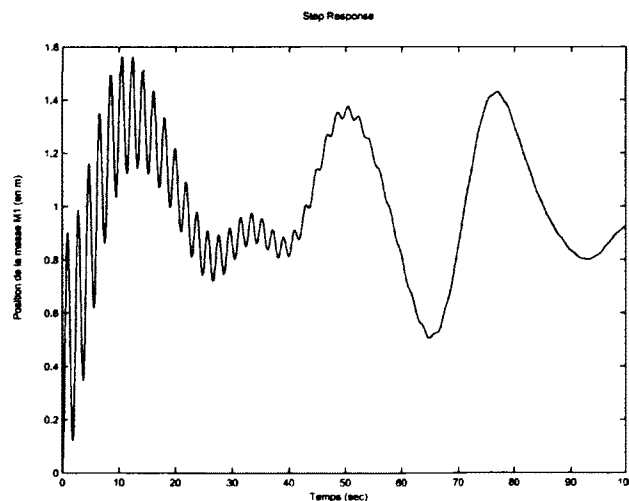


Figure 3.16 Réponse temporelle du système soumis à une entrée échelon

3.5.2 Réponse temporelle et robustesse du système en boucle fermée soumis à une entrée échelon modulée par des *input shapers* ZV conventionnels

Dans un deuxième temps, l'entrée échelon est modulée par une série de 6 *input shapers* ZV conventionnels. Chacun de ces *input shapers* est conçu à une fréquence et un amortissement du tableau 3.2. La figure 3.17 présente le signal de consigne et la sortie du système en fonction du temps. La masse M_1 , qui atteint sa position de consigne en 50 secondes environ, n'oscille plus en régime permanent.

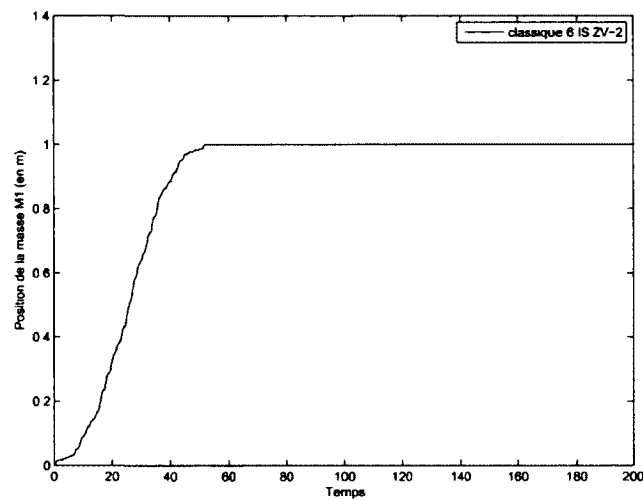


Figure 3.17 Réponse temporelle du système soumis à une entrée échelon modulée par 6 *input shapers* ZV

Par la suite, une série de 50 tests de robustesse a été faite en utilisant les 6 mêmes *input shapers*. Le système utilisé pour chaque test correspond à celui de la figure 3.14, où chaque paramètre physique du tableau 3.1 a une incertitude aléatoire de $\pm 50\%$. La figure 3.18 présente les résultats de ces tests lorsque le système est commandé par une entrée échelon sans *input shaper* et lorsqu'elle est modulée par 6 *input shapers* ZV. Chaque test est placé en abscisse alors que le dépassement de la consigne, en pourcentage, est en ordonnée. L'ordonnée de gauche correspond au dépassement pour l'entrée échelon sans *input shaper*, alors que l'ordonnée de droite correspond au dépassement lorsque l'*input shaper* est utilisé. Le dépassement maximum obtenu est de 5.5% avec *input shaper*, tandis qu'un dépassement entre 50% et 75% est obtenu lorsque l'entrée échelon commande directement le système. Donc, le système oscille peu avec l'*input shaper*, même avec des incertitudes importantes sur les paramètres physiques du système.

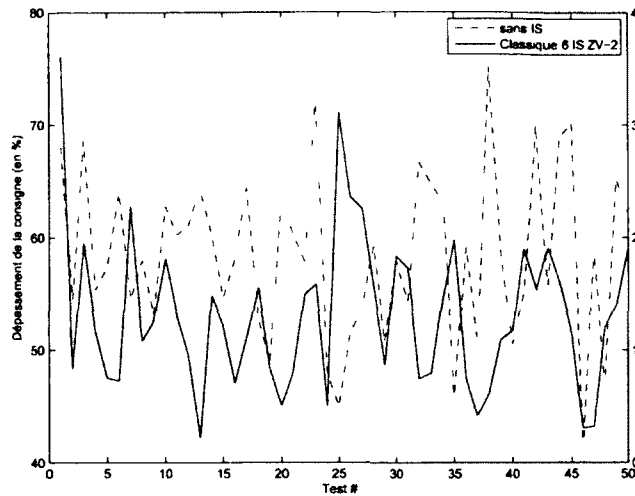


Figure 3.18 Tests de robustesse sans *input shaper* et avec le modulateur ZV

Ces résultats, qui sont présentés dans le tableau 3.3, seront utilisés dans les deux prochaines sections pour comparer la contribution du candidat à un modulateur conventionnel.

3.5.3 Conception de modulateurs utilisant les *input shapers* MIS ZV 3-impulsions

L'*input shaper* MIS ZV 3-impulsions est utilisé pour faire les différents tests dans cette section. Deux modulateurs sont conçus : le premier utilise 6 *input shapers* positionnés aux fréquences naturelles des modes flexibles alors que le second, basé sur la contribution du candidat, utilise 3 *input shapers* positionnés à 1, 1.33 et 1.66 fois la fréquence naturelle du mode flexible ayant la plus basse fréquence.

La figure 3.19 présente la réponse temporelle du système lorsque celui-ci est soumis à des entrées échelons modifiées par les deux modulateurs décrits précédemment. Le modulateur conventionnel a un temps de stabilisation de 65 secondes en n'ayant aucune vibration, alors que celui utilisant la contribution a un temps de stabilisation de 50 secondes, mais il y a une légère vibration sur le signal de sortie.

Des tests de robustesse ont aussi été faits sur les deux modulateurs. Le système possède des incertitudes aléatoires de $\pm 50\%$ sur ses paramètres physiques, comme dans la section précédente. Les résultats de ces tests sont présentés à la figure 3.20 et dans le tableau 3.3. Le modulateur conventionnel a un dépassement maximum de 2.5% alors que le modulateur utilisant la contribution du candidat a un dépassement de plus de 9%. En comparaison des résultats de la section précédente, ce dernier modulateur ne possède pas d'avantage, le

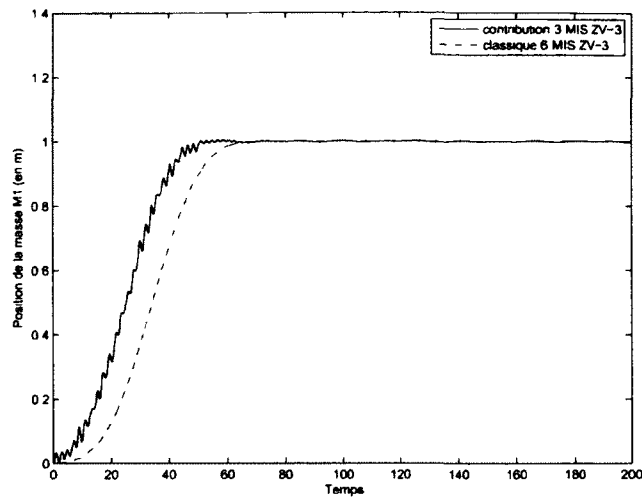


Figure 3.19 Réponse temporelle du système soumis à des entrées échelons modulées par 2 modulateurs MIS ZV 3-impulsions

temps de stabilisation est équivalent à celui du modulateur de la section précédente et sa robustesse est moins bonne puisqu'il a un dépassement maximum de 9% contre 5.5%. Le modulateur conventionnel de cette section a une meilleure robustesse, avec un dépassement maximum de la consigne de 2.5%, mais cette amélioration se fait au détriment du temps de stabilisation, qui est 15 secondes plus long.

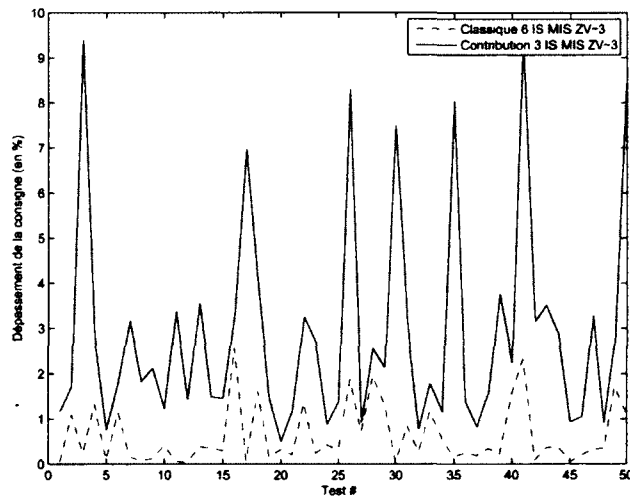


Figure 3.20 Tests de robustesse des modulateurs MIS ZV 3-impulsions

3.5.4 Conception de modulateurs utilisant les *input shapers* MIS ZVD 2*3-impulsions

Les derniers tests utilisent des *input shapers* de type MIS ZVD 2*3-impulsions. Ceux-ci ont une répétabilité de l'annulation de l'excitation des modes flexibles plus importante que les autres *input shapers*, ce qui favorise le fonctionnement de la contribution du candidat.

Encore une fois, deux modulateurs sont conçus : un modulateur conventionnel utilisant 6 *input shapers* MIS ZVD 2*3-impulsions positionnés aux fréquences naturelles des modes flexibles et un modulateur ayant 3 *input shapers* à des fréquences de 1, 1.33 et 1.66 fois la fréquence du mode flexible ayant la plus basse fréquence, tel que proposé par le candidat.

La réponse temporelle du système, lorsque celui-ci est soumis à des entrées échelons transformées par les deux modulateurs, est présentée à la figure 3.21. Le temps de stabilisation du système utilisant la contribution du candidat est d'environ 80 secondes alors que le modulateur conventionnel a un temps de stabilisation de 105 secondes. Bien que le modulateur à 3 *input shapers* génère une légère vibration à la sortie du système, il permet d'améliorer le temps de stabilisation de 25 secondes par rapport au modulateur conventionnel.

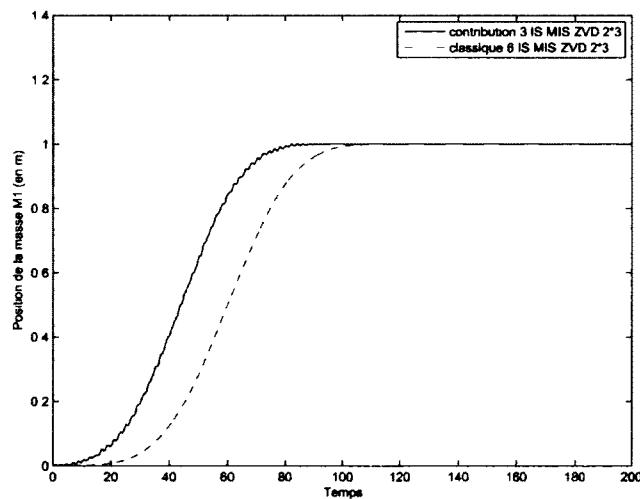


Figure 3.21 Réponse temporelle du système soumis à des entrées échelons modulées par 2 modulateurs MIS ZVD 2*3-impulsions

Les tests de robustesse permettent de s'assurer que le système n'aura pas d'oscillation à la sortie, qui se traduit par un dépassement de la consigne. La figure 3.22 présente le dépassement de la consigne, en pourcentage, pour 50 tests. Ces tests utilisent, comme dans les autres sections, le système de la figure 3.14 dont les paramètres physiques ont des incertitudes de $\pm 50\%$. Le modulateur conventionnel a un dépassement maximum de 0.5%

alors que l'autre de 1.1%. Par rapport aux modulateurs des deux sections précédentes, le dépassement maximal est nettement moins important.

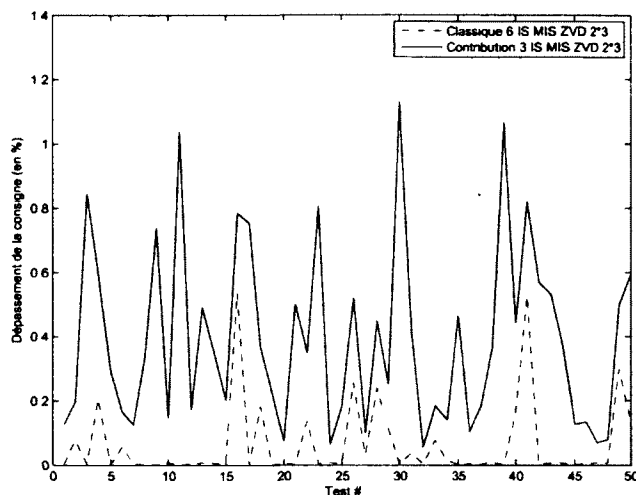


Figure 3.22 Tests de robustesse des modulateurs MIS ZVD 2*3-impulsions

3.5.5 Conclusion de l'exemple

Le tableau 3.3 récapitule les différents résultats obtenus dans les trois sections précédentes.

En analysant les données de la table 3.3, il est évident que la contribution du candidat donne des améliorations modestes lorsque des *input shapers* de type MIS ZV 3-impulsions sont utilisés. Par contre, la contribution peut rivaliser avec les modulateurs classiques lorsqu'utilisée avec des *input shapers* MIS ZVD 2*3-impulsions. Le modulateur utilisant la contribution à 3 *input shapers* MIS ZVD 2*3 impulsions a un temps de stabilisation 15 secondes plus long que le modulateur conventionnel à 6 *input shapers* MIS ZV 3-impulsions, mais a un dépassement maximal deux fois plus petit. Pour obtenir un dépassement encore plus petit, le modulateur conventionnel à 6 *input shapers* MIS ZVD 2*3 impulsions allonge le temps de stabilisation de 25 secondes. Le modulateur utilisant la contribution à 3 *input shapers* MIS ZVD 2*3 impulsions permet donc d'améliorer la robustesse à des incertitudes

Tableau 3.3 Résultats des différents modulateurs

type de modulateur	temps de stab.	Dépassement max
6 IS ZV - conventionnel	50 sec.	5.5%
3 MIS ZV-3 imp. - contribution	50 sec.	9%
6 MIS ZV-3 imp. - conventionnel	65 sec.	2.5%
3 IS MIS ZVD 2*3 imp. - contribution	80 sec.	1.1%
6 IS MIS ZVD 2*3 imp. - conventionnel	105 sec.	0.5%

sur les modes flexibles par rapport au modulateur conventionnel ayant 6 *input shapers* ZV 3-impulsions, tout en allongeant le temps de stabilisation de seulement 15 secondes contre 40 secondes pour le modulateur conventionnel à 6 *input shapers* MIS ZVD 2*3 impulsions.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, l'utilisation des *input shapers* a été présentée. Ces *input shapers* permettent de moduler le signal de consigne pour ne pas exciter les modes flexibles du système.

L'*input shaper* est constitué d'une série d'impulsions qui est convoluée avec le signal de consigne afin d'éliminer dans ce dernier les composantes fréquentielles qui pourraient affecter les modes flexibles. Lorsque le système possède plusieurs modes flexibles, un *input shaper* par mode flexible doit être conçu et convolué avec le signal de consigne.

Les *input shapers* modifiés, MIS ZV ou MIS ZVD, ont une répétabilité de l'annulation de l'excitation des modes flexibles qui permettent à un seul *input shaper* de ne pas exciter le mode flexible à sa fréquence de conception, mais aussi à des ratios entiers de cette fréquence. Cette répétabilité permet à un nombre limité d'*input shapers* de ne pas exciter les modes flexibles à partir de la fréquence de conception jusqu'à l'infini.

Cette contribution permet donc de concevoir un modulateur qui a un temps total plus court et une meilleure robustesse. De plus, elle permet de tenir compte de modes flexibles qui sont inconnus ou négligés par les concepteurs.

Par contre, les *input shapers* diminuent les performances du système en allongeant le signal de consigne et par conséquent, le temps de stabilisation à cette consigne. Pour obtenir une meilleure performance, les modes flexibles doivent être pris en compte lors de la conception du compensateur. Le prochain chapitre portera sur le découplage de la dynamique rigide d'un système tout en atténuant l'excitation des modes flexibles.

CHAPITRE 4

Découplage et atténuation de l'excitation des modes flexibles

4.1 Introduction

Le présent chapitre propose une technique de commande qui permet de découpler un système tout en atténuant l'excitation des modes flexibles. Les sections de ce chapitre porteront sur les concepts de base, le positionnement de structures propres, le découplage par positionnement de structures propres, l'assignation de structures propres selon Magni et le découplage de la dynamique rigide tout en atténuant l'excitation des modes flexibles. Par la suite, deux exemples seront résolus pour démontrer la fonctionnalité de la contribution du candidat.

4.2 Concepts de base

Cette section fera une brève description des concepts de base nécessaires à la compréhension du découplage de système. La commande de systèmes linéaires multivariables, le découplage des entrées-sorties d'un système, les propriétés des structures propres et les structures propres assignables seront présentés.

4.2.1 Commande de systèmes linéaires multivariables

Un système linéaire multivariables est un système composé de plusieurs entrées et plusieurs sorties, où chaque entrée affecte plus d'une sortie. Les équations d'état peuvent être utilisées pour décrire ce système, tel que présenté par l'équation 4.1 [Paraskevopoulos, 2002].

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} + D\mathbf{u}\end{aligned}\tag{4.1}$$

où x représente les n états, u les m entrées et y les p sorties. Le système de l'équation 4.1 peut être commandé de deux façons : soit par un retour d'état, soit par un retour de sortie. Les figures 4.1 et 4.2 présentent, respectivement, un système avec un retour d'état et un système avec un retour de sortie. Les états du système contiennent toutes les variables nécessaires pour décrire un système linéaire. Un retour d'état peut donc, à tout moment, connaître exactement le statut du système et s'en servir pour faire la commande en boucle fermée. Cependant, ces états ne sont habituellement pas tous accessibles, certains n'ayant pas de capteurs pour les mesurer alors que d'autres ne sont tout simplement pas accessibles, étant seulement une variable mathématique non mesurable pour décrire le système.

Les systèmes avec retour de sortie, quant à eux, ne peuvent utiliser que les sorties du système pour faire la compensation de celui-ci. N'ayant pas toutes les informations sur l'état actuel du système, les retours de sortie ne permettent pas, dans la plupart des cas, de positionner de façon arbitraire toutes les structures propres d'un système [Paraskevopoulos, 2002]. Par contre, les capteurs ne peuvent pas introduire d'instabilité dans le système, comme il est possible avec un observateur d'état.

4.2.2 Découplage des entrées-sorties d'un système

En général, dans un système linéaire multivariable, chacune des entrées affecte toutes les sorties. Il y a donc un couplage entre les entrées et les sorties du système. La plupart des outils classiques de conception d'asservissement se basent sur des systèmes à entrée-sortie unique. Pour pouvoir utiliser les techniques de commande pour système à entrée unique-sortie unique sur un système linéaire multivariable, il est nécessaire de transformer celui-ci, c'est-à-dire de faire un découplage du système [Paraskevopoulos, 2002]. Le découplage de système est parfois utilisé directement sans utiliser un deuxième compensateur à entrée unique-sortie unique dans une boucle de contre-réaction externe. Par exemple, c'est ce type

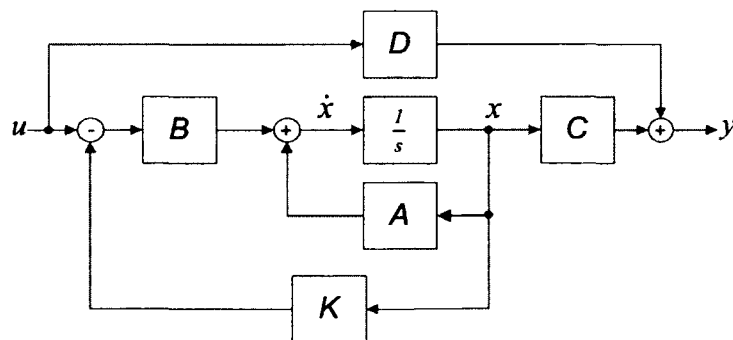


Figure 4.1 Système linéaire multivariable ayant un retour d'état

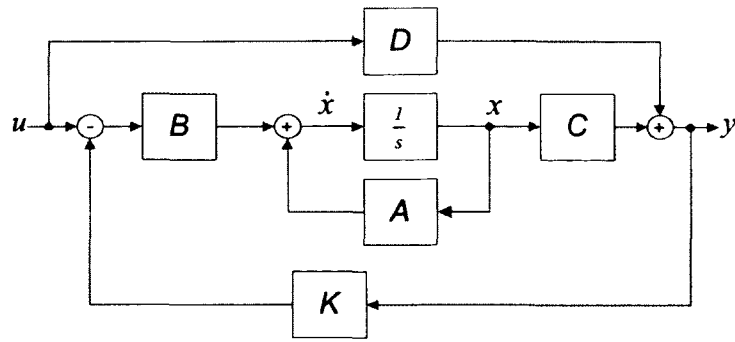


Figure 4.2 Système linéaire multivariable ayant un retour de sortie

de compensateur qui est utilisé dans les systèmes de pilotage d'avion. Lorsqu'un système est découplé, une entrée affecte seulement une sortie. La figure 4.3 présente un système linéaire multivariable et le même système découplé.

Une première façon de découpler un système à entrées multiples-sorties multiples est de négliger les couplages qui existent entre les différentes entrées-sorties. Dans le cas de couplages faibles entre les différents sous-systèmes, cela permet d'obtenir de bons résultats sans concevoir de compensateur de découplage [Levine, 1996]. Les couplages négligés seront perçus comme des perturbations par les différents systèmes à entrée unique-sortie unique et seront compensés par le système de commande de chaque système.

Une deuxième façon de découpler un système est par l'utilisation d'un compensateur par anticipation. Ce compensateur, qui se place entre les entrées et le système, permet de modifier les entrées afin que les sorties soient découplées. Le découplage du système se fera parfaitement dans le cas où le système réel est identique au modèle mathématique utilisé pour faire la conception du compensateur. Par contre, s'il y a des différences entre la réalité et le modèle ou s'il y a des perturbations, le découplage ne pourra être parfait, car ce compensateur n'utilise pas de boucle fermée pour corriger les erreurs [Kuo, 1995].

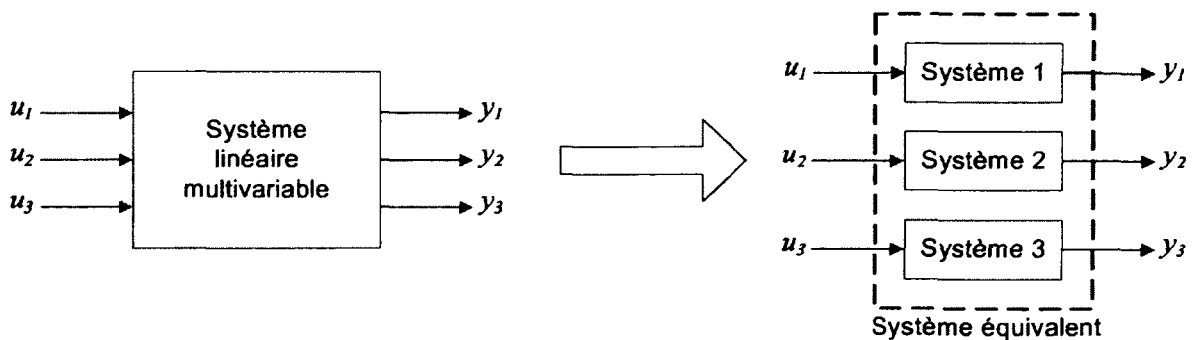


Figure 4.3 Découplage d'un système linéaire multivariable

Ces erreurs de compensation deviendront donc des perturbations qui seront annulées par les systèmes de commande de chaque système, comme c'est le cas dans la première façon de découpler.

La troisième façon de découpler est d'utiliser un système de commande en boucle fermée. Le compensateur s'assurera que chaque entrée du système affecte seulement une sortie, même s'il y a des disparités entre le modèle qui a été utilisé pour concevoir le compensateur et la réalité. Le couplage résiduel entre les différents systèmes est plus faible que dans la première technique de découplage puisqu'il n'y a pas de couplages négligés [Muenchhof et Singh, 2002]. C'est cette technique de découplage qui sera utilisée pour la suite des travaux. Les prochaines sections porteront sur les propriétés des structures propres et leur utilisation dans la conception d'un système de découplage. La plupart des techniques de découplage utilisent le positionnement de structures propres pour faire la conception du compensateur. Les prochaines sections porteront sur cette technique de commande.

4.2.3 Propriétés des structures propres

Valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice

Un système linéaire multivariable, comme celui de l'équation 4.1, a des propriétés bien définies. La définition de la décomposition des structures propres d'une matrice est nécessaire afin de pouvoir décrire ces propriétés [Littleboy, 1994].

Définition 1 *La valeur propre λ_i et les vecteurs propres droits et gauches, \mathbf{v}_i et \mathbf{u}_i^T respectivement, de A sont définis par les relations suivantes :*

$$\begin{aligned} A\mathbf{v}_i &= \lambda_i\mathbf{v}_i \\ \mathbf{u}_i^T A &= \lambda_i\mathbf{u}_i^T \end{aligned} \tag{4.2}$$

Lorsque \mathbf{v}_i et \mathbf{u}_i^T sont normalisés correctement

$$V^{-1} = U^T \tag{4.3}$$

où $V = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_n]$ et $U^T = [\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n]$.

L'utilité de ces vecteurs propres et valeurs propres se retrouve dans la solution des équations d'état, tel que démontré ci-dessous.

Solution des équations d'état

La solution en fonction du temps du système dans l'espace d'état de l'équation 4.1 est [Littleboy, 1994] :

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{B} \mathbf{u}(s) ds \quad (4.4)$$

où $\mathbf{u}(s)$ est le vecteur d'entrée.

La matrice A de l'équation 4.4 peut être remplacée par ses valeurs propres et ses vecteurs propres pour obtenir :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \mathbf{u}_i^T \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \int_0^t e^{\lambda_i(t-s)} \mathbf{B} \mathbf{u}(s) ds \quad (4.5)$$

À partir de l'équation 4.5, il est possible de déterminer la réponse temporelle du système en fonction des valeurs propres, des vecteurs propres et des conditions initiales [Littleboy, 1994] :

- les valeurs propres déterminent le taux de croissance/décroissance de la réponse,
- les vecteurs propres déterminent la forme de la réponse, c'est-à-dire quels états sont influencés par la valeur propre λ_i ,
- les conditions initiales et les excitations à l'entrée $u(t)$ déterminent le degré de participation de chaque mode à la réponse temporelle du système.

Il est donc clair que les valeurs propres et les vecteurs propres doivent être considérés simultanément pour concevoir un système de commande [Littleboy, 1994]. Si seules les valeurs propres d'un système sont assignées, il est probable que les vecteurs propres seront modifiés, dû à l'équation 4.2, ce qui affectera la forme de la réponse. Dans le cas où une forme de réponse temporelle spécifique est nécessaire, par exemple un découplage des entrées-sorties, il faut absolument que le concepteur travaille avec la structure propre complète du système et qu'il obtienne des valeurs propres et vecteurs propres qui satisfont à la fois les exigences du système en boucle fermée et les exigences mathématiques de l'équation 4.2 [Littleboy, 1994].

4.2.4 Structures propres assignables

Il n'est pas toujours possible d'assigner, ou de positionner, toutes les valeurs propres et tous les vecteurs propres d'un système. Cela dépend du nombre d'entrées et de sortie du système. Il est possible d'assigner $\max(m, p)$ valeurs propres et vecteurs propres en boucle fermée et chaque vecteur propre peut avoir $\min(m, p)$ valeurs exactement assignées [Liu

et Patton, 1998]. Pour un système ayant un retour d'état, il est donc possible d'assigner exactement toutes les valeurs et tous les vecteurs propres. Par contre, pour un système ayant un retour de sortie, le nombre de valeurs et vecteurs propres assignables est limité, tout comme le nombre d'entrées de chaque vecteur propre.

4.3 Positionnement de structures propres

Les prochaines sections porteront sur le positionnement de structures propres par retour de sortie. Le positionnement de structures propres complet, où tous les vecteurs et valeurs propres sont positionnés, et partiel, où seulement une partie des vecteurs et valeurs propres sont positionnées, seront présentés.

4.3.1 Positionnement de structures propres complet par retour de sortie

L'objectif d'une commande par retour de sortie est de modifier la structure propre du système en boucle fermée afin d'assurer la stabilité et d'obtenir une réponse adéquate. Afin de simplifier les équations du système 4.1, la matrice D sera considérée nulle dans les calculs subséquents, cela n'affectant pas la généralité du problème [Magni, 2002].

La commande par retour de sortie, telle que présentée à la figure 4.2, peut être représentée par les équations d'état suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= (A + BKC)\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.6}$$

L'objectif de ce système de commande est de trouver un gain K qui permet d'assigner n valeurs propres conjuguées $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ arbitraires en boucle fermée et les n vecteurs propres conjugués correspondant $V = \{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n\}$ tout en satisfaisant l'équation suivante [Littleboy, 1994] :

$$(A + BKC)V = V\Lambda\tag{4.7}$$

Cette équation provient de la définition 1 des valeurs et vecteurs propres (équation 4.2) et de la matrice $A + BKC$ du système en boucle fermée de l'équation 4.6. Il est important de noter que les vecteurs propres V et les valeurs propres Λ ne sont pas ceux de la matrice

A , qui représente le système en boucle ouverte, mais bien ceux de la matrice $A + BKC$, qui représente le système en boucle fermée.

À l'aide de la décomposition orthogonale-triangulaire, ou décomposition QR, il est possible de transformer les matrices B et C sous la forme [Littleboy, 1994] :

$$B = \begin{bmatrix} L_0 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_B \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} Z_C^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0^T \\ P_1^T \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

avec $L = [L_0 \ L_1]$ et $P = [P_0 \ P_1]$ orthogonales et les matrices Z_B et Z_C non singulières.

Il est possible de réécrire l'équation 4.7 afin d'isoler BK :

$$BK = (V\Lambda - AV)(CV)^{-1} \quad (4.9)$$

et en remplaçant B par l'équation 4.8 :

$$\begin{bmatrix} Z_B \\ 0 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} L_0^T \\ L_1^T \end{bmatrix} (V\Lambda - AV)(CV)^{-1} \quad (4.10)$$

Deux équations peuvent être extraites de l'équation précédente, la deuxième étant une condition pour que la première soit valide. Le gain K peut être calculé en utilisant l'équation suivante [Littleboy, 1994] :

$$K = Z_B^{-1} L_0^T (V\Lambda - AV)(CV)^{-1} \quad (4.11)$$

si et seulement si

$$L_1^T (AV - V\Lambda) = 0 \quad (4.12)$$

En isolant BKC , au lieu de BK , dans l'équation 4.7, il est possible d'obtenir un deuxième résultat.

$$BKC = (V\Lambda V^{-1} - A) \quad (4.13)$$

et en remplaçant B et C par l'équation 4.8 :

$$\begin{bmatrix} Z_B \\ 0 \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} Z_C^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0^T \\ L_1^T \end{bmatrix} (V\Lambda V^{-1} - A) \begin{bmatrix} P_0 & P_1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Encore une fois, deux équations peuvent être extraites de l'équation 4.14 [Littleboy, 1994] :

$$K = Z_B^{-1} L_0^T (V \Lambda V^{-1} - A) P_0 Z_C^{-T} \quad (4.15)$$

si et seulement si :

$$(V \Lambda V^{-1} - A) P_1 = 0 \quad (4.16)$$

Il est possible de combiner les résultats des équations 4.12, 4.15 et 4.16. Le gain K peut alors être calculé en utilisant l'équation suivante [Littleboy, 1994] :

$$K = Z_B^{-1} L_0^T (V \Lambda V^{-1} - A) P_0 Z_C^{-T} \quad (4.17)$$

si et seulement si

$$L_1^T (AV - V \Lambda) = 0 \quad (4.18)$$

$$(V \Lambda V^{-1} - A) P_1 = 0 \quad (4.19)$$

Pour assigner les structures propres complet par un retour de sortie, il faut donc s'assurer que les équations 4.18 et 4.19 soient satisfaites. La section suivante présentera le positionnement partiel de structures propres, où seulement certains vecteurs seront positionnés plutôt que l'ensemble de ceux-ci.

4.3.2 Positionnement de structures propres partiel par retour de sortie

Dans la section précédente, il a été vu que l'assignation exacte de toutes les structures propres par retour de sortie dépend simultanément des vecteurs propres droits et gauches et que ceux-ci doivent être dans les bons espaces vectoriels respectifs [Littleboy, 1994]. Cela n'est pas possible étant donné la dépendance entre les deux vecteurs propres (équation 4.3).

Une autre solution est d'assigner partiellement le nombre de structures propres, tel que prescrit par la section 4.2.4, c'est-à-dire $\max(m, p)$ valeurs propres et les vecteurs propres correspondants. Cependant, cette technique ne tient pas compte des autres $n - \max(m, p)$ structures propres. Ces structures propres ne sont pas assignées, mais affectent quand même le comportement du système. Bien que les structures propres commandées soient assignées exactement, il est important de vérifier ce qui advient de celles qui ne le sont pas.

Il existe un gain K qui positionne $\max(m, p)$ structures propres si et seulement si $L_1^T(AV - V\Lambda) = 0$, tel que présenté à l'équation 4.12. Si cette contrainte est valide et que $(CV)^{-1}$ existe, le gain K peut être calculé en utilisant l'équation 4.11, où $V = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_{\max(m,p)}]$ et $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1 \cdots \lambda_{\max(m,p)}\}$.

4.4 Découplage par positionnement de structures propres

Il est possible de se servir du positionnement de structures propres pour faire le découplage de systèmes linéaires multivariables. Dans un premier temps, la sélection de vecteurs propres pour faire du découplage sera introduite. Par la suite, le découplage par assignation simultanée des vecteurs propres droits et gauches et l'algorithme de découplage de Magni, qui sont deux techniques proposées dans la littérature, seront présentés.

4.4.1 Découplage par sélection de vecteurs propres

Comme expliqué à la section 4.2.3, les vecteurs propres v_i et u_i permettent de déterminer quels états sont influencés par la valeur propre λ_i . En choisissant judicieusement les vecteurs propres, il est donc possible qu'une valeur propre n'affecte pas certains états, et du même coup certaines sorties.

L'exemple générique suivant permet de mieux comprendre l'utilité des structures propres. Le système à commander a quatre variables d'état $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$. Les spécifications du système commandé exigent que le vecteur propre associé à la valeur propre λ_1 n'affecte pas les variables d'état x_1 et x_3 et que la variable d'état x_4 soit couplée à cette valeur propre. L'effet qu'a la valeur propre sur la variable d'état x_2 n'est pas important. Pour obtenir ces spécifications, le concepteur du système de commande proposerait le vecteur propre suivant :

$$\mathbf{v}_{d1} = \begin{bmatrix} 0 \\ * \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

où $*$ ne force aucune valeur spécifique dans le vecteur propre. Comme stipulé à la section 4.2.4, $\min(m, p)$ entrées du vecteur propre peuvent être assignées exactement. Dans

l'exemple précédent, si le système a moins de trois entrées ou sorties, il ne sera pas possible d'assigner exactement le vecteur propre 4.20. En plus de ces conditions, le vecteur propre doit satisfaire les équations 4.18 et 4.19 [Littleboy, 1994].

Dans la plupart des cas, le vecteur propre proposé par le concepteur ne pourra pas être assigné exactement, étant donné ces deux conditions. Il sera donc nécessaire de trouver le vecteur qui satisfait les équations 4.18 et 4.19 le plus près du vecteur propre désiré. La figure 4.4 présente géométriquement la projection du vecteur désiré \mathbf{v}_{di} vers le vecteur assignable \mathbf{v}_{ai} [Littleboy, 1994]. Le plan représente l'ensemble des vecteurs qui satisfont les équations 4.18 et 4.19.

Dans le cas d'un compensateur de découplage par retour de sortie, il est habituellement nécessaire de faire un découplage approximatif du système étant donné que le compensateur ne peut pas assigner exactement le vecteur propre désiré par le concepteur. Ce découplage approximatif permettra d'atténuer les couplages entre les différents systèmes, mais ne permettra pas de les éliminer complètement. Lorsque les différents vecteurs propres désirés ont été projetés pour obtenir les vecteurs propres assignables, le concepteur peut utiliser l'équation 4.11 pour obtenir le compensateur K qui positionnera ces vecteurs propres assignables en boucle fermée.

Les vecteurs propres gauches u_i ne sont pas pris en considération dans cet algorithme de découplage. La prochaine section permettra de démontrer que les vecteurs propres gauches ont autant d'influence sur le découplage que les vecteurs propres droits.

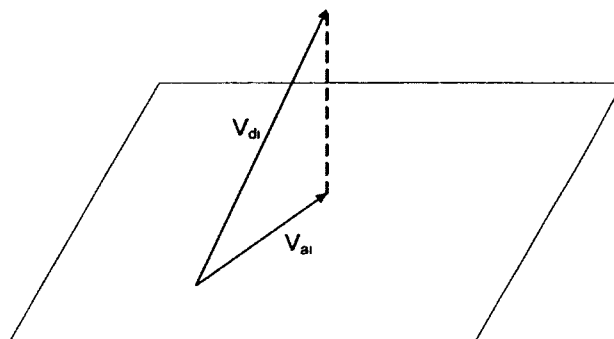


Figure 4.4 Projection du vecteur propre vers le vecteur assignable

4.4.2 Vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties

L'équation 4.5 a permis de définir les propriétés des structures propres. En obtenant la réponse temporelle des sorties plutôt que des états, il sera possible d'obtenir de nouvelles quantités qui seront plus faciles à interpréter que les vecteurs propres seuls [Littleboy, 1994].

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^n (C\mathbf{v}_i) e^{\lambda_i t} \mathbf{u}_i^T \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^n (C\mathbf{v}_i) (\mathbf{u}_i^T B) \int_0^t e^{\lambda_i(t-s)} \mathbf{u}(s) ds \quad (4.21)$$

Les termes $C\mathbf{v}_i$ et $\mathbf{u}_i^T B$ de l'équation précédente représentent, respectivement, les sorties qui sont affectées par chaque mode et les modes qui sont affectés par chaque entrée. Les modes ξ sont reliés aux états du système par l'équation suivante :

$$\xi = U^T \mathbf{x} \quad (4.22)$$

Les vecteurs de couplage des modes vers les sorties et des entrées vers les modes sont donc définis par [Littleboy, 1994] :

$$\begin{aligned} G_0 = CV &= \begin{bmatrix} CV_1 & CV_2 \end{bmatrix} \\ G_1 = U^T B &= \begin{bmatrix} U_1^T B \\ U_2^T B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

où $V_1 = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_q]$ et $U_1^T = [\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_q]$, q étant le nombre de modes qui sont assignés qui vaut au maximum $\max(m, p)$. V_1 et U_1 correspondent donc aux vecteurs propres droits et gauches assignés, alors que V_2 et U_2 correspondent aux vecteurs non assignés. . En utilisant G_0 , il sera donc possible de faire l'assignation en terme des sorties plutôt que des états, ce qui est préférable, car l'objectif est de découpler les sorties et non les états. Mais cela n'élimine pas l'obligation que V doit reposer dans l'espace vectoriel adéquat et que le nombre de vecteurs propres qui peuvent être assignés est de $\max(m, p)$.

L'exemple suivant, tiré de [Littleboy et Nichols, 1998], permet de bien comprendre l'intérêt des vecteurs de couplage. Le système utilisé possède 7 états, 2 entrées et 4 sorties. Le nombre de modes assignés est de 4. Les vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties pour cet exemple sont :

$$G_1 = U_1^T B = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Entrée}(j) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Mode}(i) \end{matrix} & \end{matrix} \quad (4.24)$$

$$G_0 = CV_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Mode}(i) \\ \begin{bmatrix} * & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Sortie}(k) \end{matrix} & \end{matrix} \quad (4.25)$$

où * correspond à une valeur arbitraire. Dans cet exemple, la première entrée affecte le premier et le deuxième mode puisque $G_1(1, 1) = 1$ et $G_1(2, 1) = 1$. La deuxième entrée excite, quant à elle, les modes 3 et 4. Dans la matrice G_0 , le mode 1 influence les sorties 1 et 3 puisque $G_0(1, 1) = *$ et $G_0(3, 1) = 1$. Le mode 2 affecte les mêmes sorties que le mode 1, alors que les modes 3 et 4 affectent les sorties 2 et 4.

La thèse de [Littleboy, 1994] présente un algorithme qui permet de calculer le gain K du compensateur à partir des matrices G_0 et G_1 . Cet algorithme n'est pas présenté car il ne sera pas utilisé.

À ce point, il a été vu que le découplage d'un système peut être fait par positionnement de structures propres. Il a été démontré que la compensation par retour de sortie ne permet pas d'assigner toutes les structures propres d'un système et toutes les éléments des vecteurs propres. La technique traditionnelle de découplage demande au concepteur de fournir les vecteurs propres qu'il désire. Ces vecteurs propres ne pouvant habituellement pas être assignés exactement par une compensation par retour de sortie, des vecteurs propres assignables sont trouvés par projection dans l'espace vectoriel adéquat. Enfin, un compensateur est calculé à partir de ces vecteurs propres projetés. Ce compensateur, n'assignant pas exactement les vecteurs propres tel que désiré par le concepteur, offre seulement un découplage approximatif.

De plus, seule l'assignation des vecteurs propres droits a été faite approximativement, les vecteurs propres gauches ayant été forcés par la relation $V^{-1} = U^T$. Mais, comme présenté par l'équation 4.23, les vecteurs propres gauches peuvent participer autant au découplage puisqu'ils définissent l'impact qu'ont les entrées sur les modes alors que les vecteurs propres droits définissent l'influence qu'ont les modes sur les sorties. Pour obtenir un découplage

optimal. il serait donc préférable d'optimiser simultanément les couplages créés par les vecteurs propres gauches et droits. C'est ce qu'a proposé [Littleboy, 1994] dans sa thèse et qui sera expliqué dans la prochaine section.

4.4.3 Découplage par assignation simultanée des vecteurs propres droits et gauches

Dans sa thèse, [Littleboy, 1994] propose un algorithme qui permet d'optimiser le découplage d'un système en modifiant simultanément les vecteurs propres droits et gauches. L'algorithme a besoin d'un compensateur conçu par positionnement de structures propres partiel par retour de sortie comme point de départ. Le concepteur doit choisir certains vecteurs propres droits qui assurent un découplage approximatif d'un système. Les vecteurs propres droits et gauches en boucle fermée peuvent être trouvés en utilisant ce compensateur. Le concepteur doit assigner les vecteurs propres V_1 , ce qui permet d'obtenir les vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties en boucle fermée, tel que présenté à l'équation 4.23.

En positionnant la matrice des vecteurs propres V_1 , le concepteur s'est donc assuré de l'effet qu'ont les modes associés à V_1 sur les sorties. Pour améliorer le découplage, il faudrait que la matrice $U_1^T B$ soit aussi modifiée pour découpler l'effet des entrées sur les modes. Par contre, dû à la relation $V^{-1} = U^T$, une modification de $U_1^T B$ entraînera une modification de CV_1 , ce qui affectera probablement le découplage des modes vers les sorties.

La proposition de [Littleboy, 1994] est de modifier seulement le vecteur V_2 tout en conservant le vecteur V_1 intact. En utilisant la relation $V^{-1} = U^T$, il est clair qu'une modification de n'importe quelle colonne de V modifie toutes les rangées de U^T . Il est donc possible d'améliorer le découplage de $U_1^T B$ tout en ne modifiant pas CV_1 .

L'algorithme tente donc de minimiser l'erreur entre les matrices de couplage des entrées vers les modes désirées et obtenues en modifiant, à tour de rôle, les vecteurs propres de la matrice V_2 . Tout en faisant ces modifications, l'algorithme tente de s'assurer que la matrice V est bien conditionnée, qu'elle peut être inversée et que U repose bien ou est près de l'espace vectoriel $\mathcal{N} [P_1^T (A^T - \lambda_i I)]$. Lorsque l'optimisation est terminée, la matrice V permet donc d'obtenir le U_1^T qui fournit le meilleur découplage des entrées vers les modes.

Ce qui est à retenir des travaux de [Littleboy, 1994] est qu'un changement sur n'importe quelle colonne de V entraîne une modification complète de U^T . Donc, même si le positionnement de structures propres est seulement partiel avec un retour de sortie, il est possible

de modifier légèrement les vecteurs propres assignés afin d'obtenir une atténuation suffisante entre les entrées et les sorties pour un mode donné. Cela permettra donc de découpler un système et, par la suite, d'atténuer l'effet des entrées sur les modes flexibles et l'effet de ces mêmes modes sur les sorties. La suite des travaux de [Littleboy, 1994] ne permettant pas d'obtenir ce résultat, le candidat a fait appel aux travaux de [Magni, 2002].

4.5 Assignment de structures propres selon Magni

Dans son livre, [Magni, 2002] propose une multitude d'outils pour le positionnement de structures propres. Ces outils permettent de faire du positionnement de structures propres selon certaines contraintes, de transformer des contrôleurs existants et de les rendre plus robustes en utilisant le positionnement de structures propres. De plus, la technique d'optimisation et les outils fournis avec le livre sont assez flexibles pour être modifiés par l'utilisateur. La section suivante fera un résumé de la notation utilisée dans le livre de Magni.

4.5.1 Notations des structures propres

Les structures propres de la matrice $A + BKC$ sont définies par les paramètres suivants [Magni, 2002] :

les valeurs propres ou pôles du système :

$$\Lambda = \text{Diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$$

les vecteurs propres droits

$$V = [v_1 \cdots v_n]$$

les directions d'entrées

$$W = [w_1 \cdots w_n]$$

où

$$W = KCV \tag{4.26}$$

les vecteurs propres gauches

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

les directions de sorties

$$T = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

où

$$T = UKB \quad (4.27)$$

4.5.2 Structures propres assignables en boucle fermée

Les différents paramètres des structures propres d'un système sont reliés entre eux, il n'est donc pas possible de les assigner librement. À partir des définitions des directions d'entrées 4.26 et de sortie 4.27, le lemme suivant a été proposé [Magni, 2002] :

Lemme 1 *Un triplet (v_i, w_i, λ_i) peut être assigné par un retour de sortie statique si et seulement s'il satisfait l'équation suivante :*

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_i I & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = 0 \quad (4.28)$$

N'importe quel gain statique K qui satisfait l'équation suivante peut assigner le triplet en boucle fermée :

$$K C v_i = w_i \quad (4.29)$$

4.5.3 Ajustement d'un contrôleur existant par positionnement de structures propres

Le positionnement de structures propres peut être utilisé pour concevoir un compensateur qui satisfait des critères de base, par exemple, l'assignation des pôles du système rigide. Par la suite, Magni démontre dans son livre comment il est possible de modifier un compensateur en utilisant le positionnement de structures propres. Afin d'augmenter sa stabilité, sa robustesse ou sa performance, il peut être nécessaire de déplacer seulement quelques pôles du compensateur existant tout en gardant le reste du compensateur intact. Cette modification du compensateur se fait par un procédé itératif dans lequel les pôles sélectionnés sont déplacés progressivement vers leur destination finale.

Variation de premier ordre d'un pôle du système en boucle fermée

La technique proposée par [Magni, 2002] repose sur le lien qui existe entre le déplacement d'un pôle et la modification équivalente du compensateur. Si le déplacement du pôle est suffisamment petit, une approximation de premier ordre est suffisante pour faire ce lien. Pour la suite des calculs, les structures propres provenant de la matrice \hat{A} du système en boucle fermée sont utilisées. Cette matrice peut être calculée par :

$$\hat{A} = A + BKC \quad (4.30)$$

La valeur propre λ_i ainsi que ses vecteurs propres droit et gauche correspondants, u_i et v_i , sont extraits de la matrice \hat{A} .

Lemme 2 La variation de premier ordre du pôle λ_i peut être calculée en utilisant la variation du compensateur ΔK et u_i et v_i lorsque ceux-ci sont normalisés, tel que $u_i v_i = 1$:

$$\Delta \lambda_i = (u_i B) \Delta K (C v_i) \quad (4.31)$$

À chaque itération, une variation du compensateur ΔK est calculée pour tenter de minimiser un critère choisi par le concepteur. Dans [Magni, 2002], deux critères de minimisation sont proposés. Le premier critère de minimisation permet que la grandeur de la variation de ΔK soit la plus petite possible, ce qui assure que l'approximation de premier ordre de l'équation 4.31 reste valide durant l'optimisation. Ce critère correspond à :

$$J_0 = \|\Delta K\|_F^2 \quad (4.32)$$

où F représente la norme de Frobenius, qui peut être calculée en faisant la racine carrée de la somme des éléments au carré d'une matrice. Le deuxième critère permet d'assurer que le gain du contrôleur soit de norme minimum, ce qui correspond à

$$J_n = \|K_0 + \Delta K\|_F^2 \quad (4.33)$$

Dans [Magni, 2002], il est déconseillé d'utiliser ce dernier critère lors des premières itérations, car il peut engendrer une grande variation du compensateur et ainsi rendre l'approximation de premier ordre non valide. Il est plutôt conseillé d'utiliser un critère de minimisation qui combine les critères 4.32 et 4.33 et qui varie durant la minimisation :

$$J_i = \frac{n-i}{n} J_0 + \frac{i}{n} J_n \quad (4.34)$$

où n est le nombre total d'itérations et i est l'itération actuelle.

Il est aussi possible au concepteur de définir certaines contraintes, par exemple de maintenir un pôle à l'intérieur d'un quadrilatère. La minimisation tente d'obtenir la variation du contrôleur ΔK qui répondra le plus à toutes les contraintes imposées. Le compensateur utilisé à l'itération suivante sera alors $K = K + \Delta K$. Les itérations se poursuivent jusqu'à ce que les pôles aient atteint leur destination.

4.5.4 Contraintes sur les vecteurs propres

Les précédentes sections ont été consacrées aux contraintes sur le déplacement des valeurs propres. Mais il est possible d'ajouter des contraintes sur les vecteurs propres et sur les directions d'entrées et de sorties. Cette section présentera comment minimiser une contrainte composée des structures propres complètes d'un système et qui peut être définie comme suit :

$$f(\lambda_i, v_i, u_i, w_i, t_i) \leq \tilde{f} \quad (4.35)$$

L'objectif est donc d'obtenir la variation de premier ordre de Δf en fonction de ΔK . Comme dans les sections précédentes, l'optimisation se fera itérativement à partir de $f_0 = f(\lambda_{i0}, v_{i0}, u_{i0}, w_{i0}, t_{i0})$, qui correspond au système original, jusqu'à ce que f soit égal ou inférieur à \tilde{f} . Il est donc important que les déplacements entre f_0 et \tilde{f} soient suffisamment petits pour que la variation de premier ordre reste valide.

La notation suivante sera utilisée afin de calculer les variations Δv_i , Δw_i , Δu_i et Δt_i :

$$\begin{aligned} V_i &= \begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_{i-1} & v_{i+1} & \cdots & v_n \end{bmatrix} \\ U_i^T &= \begin{bmatrix} u_1^T & \cdots & u_{i-1}^T & u_{i+1}^T & \cdots & u_n^T \end{bmatrix} \\ \Lambda_i &= \text{Diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_{i-1}, \lambda_{i+1}, \cdots, \lambda_n\} \end{aligned}$$

où v_i , u_i et λ_i correspondent aux vecteurs propres et valeurs propres qui sont évalués durant la présente itération.

Les équations de variation de premier ordre nécessitent que les normalisations $\|v_i\| = 1$ et $u_i v_i = 1$ soient valides. De plus, la matrice D du système en boucle ouverte est considérée nulle [Magni, 2002].

Lemme 3 Variation des vecteurs propres droits

$$\begin{aligned}
\Delta v_i &= X_v \Delta K Y_v \quad \text{où} \\
X_v &= (I - v_i v_i^*) V_i (\lambda_i I - \Lambda_i)^{-1} U_i B \\
Y_v &= C v_i
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Variation des directions d'entrées

$$\begin{aligned}
\Delta w_i &= X_w \Delta K Y_v \quad \text{où} \\
X_w &= I + K C X_v
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Variation des vecteurs propres gauches

$$\begin{aligned}
\Delta u_i &= X_u \Delta K Y_u - u_i X_v \Delta K Y_v u_i \quad \text{où} \\
X_u &= u_i B \\
Y_u &= C V_i (\lambda_i I - \Lambda_i)^{-1} U_i
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Variation des directions de sorties

$$\begin{aligned}
\Delta t_i &= X_u \Delta K Y_t - u_i X_v \Delta K Y_v t_i \quad \text{où} \\
Y_t &= I + Y_u B K
\end{aligned} \tag{4.39}$$

Il reste au concepteur à trouver l'équation de f en fonction des équations 4.36 à 4.39. Par la suite, la fonction doit être mise dans un format compatible avec les outils existants de [Magni, 2002]. La prochaine section présentera un algorithme de découplage par retour de sortie proposé par Magni.

4.5.5 Algorithme de découplage de Magni

Dans son livre, [Magni, 2002] propose un algorithme pour le découplage de système par retour de sortie. Il propose d'utiliser deux compensateurs pour faire le découplage du système, un compensateur par anticipation H pour faire le découplage en régime permanent et un compensateur en rétroaction K pour faire le découplage en régime transitoire. Il utilise donc simultanément deux des techniques de découplage qui ont été décrites à la section 4.2.2. La figure 4.5 présente la structure du système complet en boucle fermée.

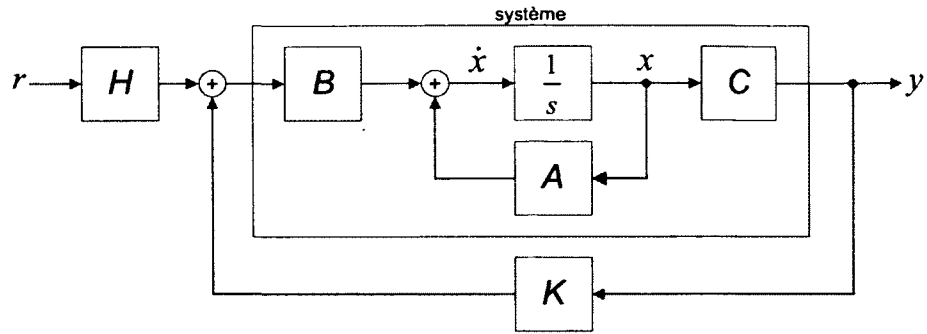


Figure 4.5 Système de commande de découplage utilisant un compensateur en rétroaction et un compensateur par anticipation

Le système utilisé est celui de l'équation 4.1 et la loi de commande devient :

$$u = Ky + Hr \quad (4.40)$$

Découplage en régime permanent

Pour le compensateur par anticipation, l'objectif est de rendre le gain en régime permanent unitaire entre chaque entrée et sa sortie correspondante. Dans le cas où le compensateur K serait déjà calculé, le système en boucle fermée serait :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \hat{A}\mathbf{x} + \hat{B}Hr \\ y &= \hat{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.41)$$

où \hat{A} , \hat{B} et \hat{C} représentent les matrices des équations d'état du système en boucle fermée. Le gain H qui assure un découplage en régime permanent est :

$$H = \left(-\hat{C}\hat{A}^{-1}\hat{B} \right)^{-1} \quad (4.42)$$

Les inversions de matrice de l'équation 4.42 étant toujours valides, il est donc simple de calculer le compensateur par anticipation dès qu'on a obtenu le compensateur en rétroaction K . La prochaine section résumera la théorie nécessaire pour faire ce compensateur.

Découplage en régime transitoire

Afin de pouvoir utiliser l'algorithme proposé par [Magni, 2002] pour faire le découplage d'un système, il est nécessaire de définir les différents types de modes qui peuvent être

rencontrés. L'exemple présenté dans [Magni, 2002] utilise un système ayant deux entrées et deux sorties. La figure 4.6 montre l'influence que les entrées ont sur les modes et que les modes ont sur les sorties.

Dans la figure 4.6. il y a quatre types de modes représentés : les modes associés à la sortie y_1 , les modes associés à la sortie y_2 , les zéros invariants et les modes non commandables [Magni, 2002].

- Les modes associés à la sortie y_1 comprennent :
 - les modes qui n'influencent pas y_2 , ceux dont $C_2v_i = 0$,
 - les modes qui ne sont pas influencés par r_2 , ceux dont $u_iBH_2 = 0$.
- Les modes associés à la sortie y_2 comprennent :
 - les modes qui n'influencent pas y_1 , ceux dont $C_1v_i = 0$,
 - les modes qui ne sont pas influencés par r_1 , ceux dont $u_iBH_1 = 0$.
- Pour les modes correspondants aux zéros invariants du système entre les entrées et les sorties, le compensateur doit s'assurer que les sorties ne sont pas affectées par ces modes. Il faut donc que $C_1v_i = 0$ et $C_2v_i = 0$.
- Les modes non commandables n'ont pas à être considérés, car les entrées ne peuvent les influencer.

Les zéros invariants sont les valeurs complexes $s = z_i$ auxquelles la matrice système de l'équation 4.43 devient de rang inférieure au rang normal, ce dernier correspondant au nombre de rangées ou de colonnes de cette matrice.

$$\begin{bmatrix} A - sI & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Dans le cas où le système possède des zéros invariants z_i , il existe un vecteur v_i qui assure que l'équation 4.44 est satisfaite.

$$\begin{bmatrix} A - z_iI & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = 0 \quad (4.44)$$

Résumé de l'algorithme de découplage de Magni

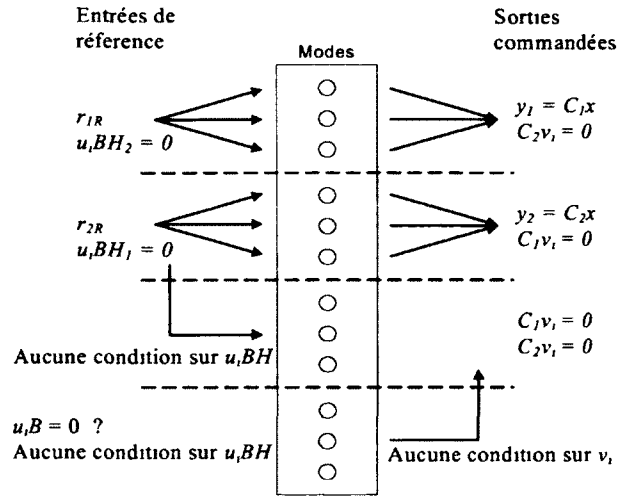


Figure 4.6 Influence des entrées sur les modes et des modes sur les sorties dans un système découplé [Magni, 2002]

En utilisant les deux sections précédentes, il est maintenant possible de résumer l'algorithme de découplage par positionnement de structures propres proposé par Magni.

1. Calculer les zéros invariants z_i du système. Pour chaque zéro invariant, calculer les vecteurs v_{z_i} et w_{z_i} à l'aide de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} A - z_i I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{z_i} \\ w_{z_i} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.45)$$

2. Choisir p valeurs propres conjuguées en boucle fermée λ_{ik} et résoudre v_{ik} et w_{ik} pour chacune de celles-ci en utilisant :

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_{ik} I & B \\ C_j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ik} \\ w_{ik} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.46)$$

où C_j correspond à la matrice C à laquelle la rangée associée à la sortie qui doit être affectée par la valeur propre λ_{ik} a été enlevée.

3. Les matrices $V = \begin{bmatrix} v_{z_i} & v_{ik} \end{bmatrix}$ et $W = \begin{bmatrix} w_{z_i} & w_{ik} \end{bmatrix}$ permettent de calculer le compensateur K .

$$KCV = W \quad (4.47)$$

4. Le compensateur H peut être calculé en utilisant l'équation suivante :

$$\left(-\hat{C}\hat{A}^{-1}\hat{B}\right)H = I \quad (4.48)$$

où les matrices \hat{A} , \hat{B} et \hat{C} correspondent aux matrices du système d'état en boucle fermée à l'aide de la rétroaction calculée à l'étape précédente.

Il est à noter que cet algorithme fait seulement le positionnement des vecteurs propres droits et que l'effet des entrées sur les modes n'est pas considéré puisque les vecteurs propres gauches ne sont pas assignés.

La prochaine section mettra en commun certains éléments de [Littleboy, 1994] et [Magni, 2002], tel que proposé par le candidat.

4.6 Découplage de la dynamique rigide et atténuation de l'excitation des modes flexibles

L'objectif de cette section est de concevoir un compensateur qui permet le découplage de la dynamique rigide d'un système tout en atténuant l'effet des entrées sur les modes flexibles et des modes flexibles sur les sorties. Certaines conditions doivent être posées afin de rendre la conception de ce compensateur possible.

La dynamique de chaque degré de liberté du système à découpler doit être d'ordre 2 et le système doit posséder deux mesures en sortie pour chacun de ces degrés de liberté : l'état et la dérivée de cet état. La figure 4.7 présente un système simple qui servira d'exemple pour démontrer la contribution du candidat. Le système possède 6 états ($x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, x_3, \dot{x}_3$), 2 entrées (u_1 et u_2) et 4 sorties ($x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2$).

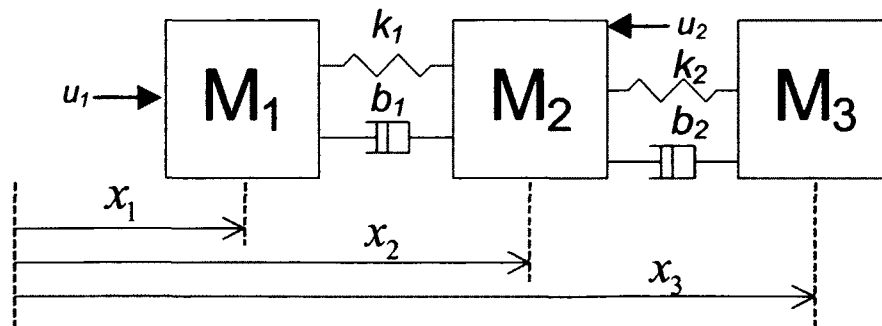


Figure 4.7 Système à 3 masses

En boucle fermée, les dynamiques des masses 1 et 2 doivent être découplées, tout en atténuant l'effet de la masse 3 sur les deux autres masses. La masse 3 ainsi que k_2 et b_2 sont choisis de façon à ce que la dynamique de celle-ci soit considérée comme un mode flexible, c'est-à-dire un mode avec un faible amortissement. Le schéma-bloc de la figure 4.8 présente les différentes entrées et sorties qui sont utilisées dans le système en boucle fermée. Les entrées du système en boucle fermée sont les positions de x_1 et x_2 désirées.

Chaque masse a 2 pôles associés à sa dynamique. En utilisant l'algorithme de la section 4.5.5 sur ce système, il est possible de positionner 4 structures propres et d'assigner exactement 2 éléments par vecteur propre. Cela permet donc de positionner les structures propres des masses 1 et 2 en s'assurant que la masse 1 n'affecte pas la masse 2 et vice-versa (2 entrées par vecteur propre forcées à zéro). Par contre, il est impossible de positionner les pôles de la masse 3, de modifier ses vecteurs propres ou de tenir compte des entrées associées à M_3 dans les vecteurs propres de M_1 ou M_2 . Le résultat sera donc un découplage parfait des masses 1 et 2 mais l'effet de la masse 3 sur le système ne sera pas commandé. Puisque les paramètres de cette dernière sont ajustés afin qu'elle soit considérée comme un mode flexible, elle oscillera et affectera la position de la masse 2.

Puisque le découplage exact par retour de sortie utilise tous les degrés de liberté du compensateur (entrées et sorties), il n'est pas possible de gérer d'autres structures propres. Pour parvenir à atténuer l'effet des modes flexibles, il sera nécessaire d'assouplir les exigences de découplage. En acceptant un découplage approximatif, il sera possible de positionner les structures propres des modes flexibles afin de modifier leur comportement. La technique d'optimisation présentée dans [Magni, 2002] permet de minimiser une fonction de coût afin d'améliorer un compensateur existant. Le livre est principalement consacré à l'amélioration de compensateur par déplacement des valeurs propres, mais il est possible de faire des améliorations par modification des vecteurs propres et des directions d'entrées et de

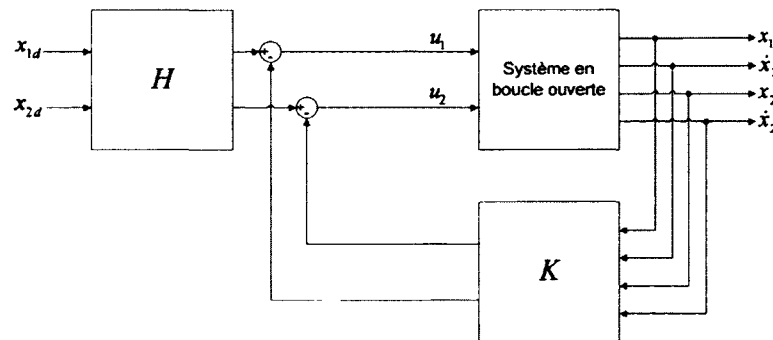


Figure 4.8 Schéma-bloc du système de commande du système à 3 masses

sorties. Une fonction de coût permettant d'atténuer l'effet des entrées sur les modes et des modes sur les sorties est nécessaire pour pouvoir utiliser cette technique de minimisation.

En résumé, le candidat a combiné les résultats de [Littleboy, 1994] et de [Magni, 2002] afin de faire un découplage approximatif des masses M_1 et M_2 et de pouvoir atténuer l'effet de la masse M_3 sur le système. Cette contribution du candidat est présentée dans les prochaines sections.

4.6.1 Fonction de coût pour minimisation des effets des entrées sur les modes et des modes sur les sorties

Dans les travaux de [Littleboy, 1994], il a été démontré que CV correspond à l'effet des modes sur les sorties et $U^T B$ à l'effet des entrées sur les modes. Donc en utilisant ces deux matrices, il sera possible de minimiser l'effet d'un mode sur le système.

L'équation suivante représente la fonction de coût qui sera utilisée durant l'optimisation du compensateur :

$$f_i = \|Cv_i\| + \|u_i B\| \quad (4.49)$$

où v_i et u_i correspondent, respectivement, aux vecteurs propres droit et gauche du mode flexible λ_i . La minimisation de l'équation 4.49 permet donc d'atténuer l'influence qu'ont les entrées sur les sorties pour un mode donné. Dans le cas où il y aurait plus d'un mode flexible à atténuer, l'équation 4.49 peut être modifiée pour tenir compte simultanément de tous ces modes :

$$f = \sum (\|Cv_i\| + \|u_i B\|) \quad (4.50)$$

Pour pouvoir utiliser l'équation 4.50 dans les outils de [Magni, 2002], il est nécessaire d'exprimer la variation Δf en fonction des variations Δv_i et Δu_i . Les changements de variables $g_i = Cv_i$ et $h_i = u_i B$ sont nécessaires pour pouvoir faire cette transformation. L'équation 4.50 devient :

$$f = \sum (g_i^* g_i) + \sum (h_i h_i^*) \quad (4.51)$$

où * correspond à la transposée conjuguée. Il est à noter que dans l'équation précédente il devrait y avoir des racines carrées au-dessus de chaque terme. Puisque l'objectif est de minimiser cette valeur, et non d'obtenir sa valeur exacte, la simplification est acceptable. Cette dernière équation permet d'obtenir Δf en fonction de g_i , h_i , Δg_i et Δh_i .

$$\Delta f = \sum (g_i^* \Delta g_i + \Delta g_i^* g_i) + \sum (h_i \Delta h_i^* + \Delta h_i h_i^*) \quad (4.52)$$

Puisque $g_i^* \Delta g_i$ et $\Delta g_i^* g_i$ sont égaux ainsi que $h_i \Delta h_i^*$ et $\Delta h_i h_i^*$, l'équation 4.52 peut être simplifiée :

$$\Delta f = 2\Re \sum (g_i^* \Delta g_i + \Delta h_i h_i^*) \quad (4.53)$$

En faisant les changements de variables inverses, l'équation précédente devient :

$$\Delta f = 2\Re \sum (v_i^* C^* C \Delta v_i + \Delta u_i B B^* u_i^*) \quad (4.54)$$

Les équations 4.36 et 4.38 doivent être utilisées pour relier les variations Δv_i et Δu_i aux structures propres du système.

$$\Delta f = 2\Re \sum (v_i^* C^* C X_v \Delta K Y_v + X_u \Delta K Y_u B B^* u_i^* - u_i X_v \Delta K Y_v u_i B B^* u_i^*) \quad (4.55)$$

Pour être utilisée dans les outils de [Magni, 2002], l'équation précédente doit être sous la forme :

$$\Delta f = \text{trace}(M \Delta K) \quad (4.56)$$

Il faut donc réordonner l'équation 4.55 afin d'isoler ΔK . Puisque Δf est un scalaire, la propriété $\text{trace}(\Delta f) = \Delta f$ peut être utilisée.

$$\Delta f = 2\Re \sum \text{trace}(v_i^* C^* C X_v \Delta K Y_v + X_u \Delta K Y_u B B^* u_i^* - u_i X_v \Delta K Y_v u_i B B^* u_i^*) \quad (4.57)$$

Grâce à la propriété $\text{trace}(AB) = \text{trace}(BA)$, il est possible d'obtenir la forme de l'équation 4.56.

$$\Delta f = 2\Re \sum \text{trace}(Y_v v_i^* C^* C X_v \Delta K + Y_u B B^* u_i^* X_u \Delta K - Y_v u_i B B^* u_i^* X_v \Delta K) \quad (4.58)$$

Finalement, la matrice M peut être extraite de l'équation précédente :

$$M = 2\Re \sum (Y_v v_i^* C^* C X_v + Y_u B B^* u_i^* X_u - Y_v u_i B B^* u_i^* X_v) \quad (4.59)$$

L'équation 4.59 peut donc être utilisée afin d'atténuer l'influence des entrées sur les sorties pour certains modes. Cette équation sera utilisée à l'intérieur d'une fonction itérative afin d'améliorer un compensateur de découplage qui ne tient pas compte des modes flexibles. Le développement des équations 4.49 à 4.55, inspirées de Littleboy, leur transformation sous

la forme 4.56, compatible avec la forme des outils de Magni, et le résultat final. c'est-à-dire l'équation 4.59, est une contribution du candidat.

4.6.2 Algorithme proposé par le candidat

Les équations proposées à la section précédente permettent donc de minimiser l'effet des entrées sur un mode et de ce même mode sur les sorties. Il est donc nécessaire d'avoir un algorithme qui permet de choisir sur quel(s) mode(s), l'optimisation sera faite pour diminuer la fonction de coût 4.49.

L'algorithme le plus simple consiste à tenter d'atténuer simultanément l'effet de tous les modes flexibles sur les sorties tout en maintenant les modes rigides autour de leur position. Par contre, cette technique pourrait surcontraindre le système lors de l'optimisation. En conséquence, l'optimisation n'arriverait pas à modifier le compensateur convenablement dues à toutes ces contraintes ou l'optimisation ne se ferait que sur une partie des modes flexibles, ne se préoccupant aucunement des autres.

Il a été déterminé qu'un algorithme permettant d'avoir un meilleur contrôle sur le choix des modes à optimiser devait être trouvé. Dans cet algorithme, l'objectif initial est d'optimiser toujours le mode flexible ayant le plus grand coût, tel que calculé par l'équation 4.49. Les figures 4.9 et 4.10 présentent cet algorithme. L'algorithme 4.10 correspond à la boîte *Optimisation du compensateur* de l'algorithme 4.9. C'est dans cette boîte que les fonctions d'application de contraintes et d'optimisation de [Magni, 2002] sont utilisées.

L'algorithme a besoin comme point de départ d'un compensateur de découplage conçu grâce à la méthode proposée dans [Magni, 2002] et repris à la section 4.5.5. Dans un cas idéal, seule la section centrale de l'algorithme serait utilisée. Dans cette situation, le programme exécute les opérations suivantes dans l'ordre :

- 1 - sépare les modes rigides des modes flexibles,
- 2 - calcule le coût de chaque mode flexible en utilisant l'équation 4.49,
- 3 - choisit le mode flexible ayant le plus grand coût,
- 4 - applique une contrainte sur chaque mode rigide pour qu'il se maintienne à l'intérieur d'un quadrilatère,
- 5 - applique la contrainte exprimée par l'équation 4.59 sur le mode flexible choisi
- 6 - fait l'optimisation d'ordre 1 en tenant compte des contraintes des étapes 4 et 5,

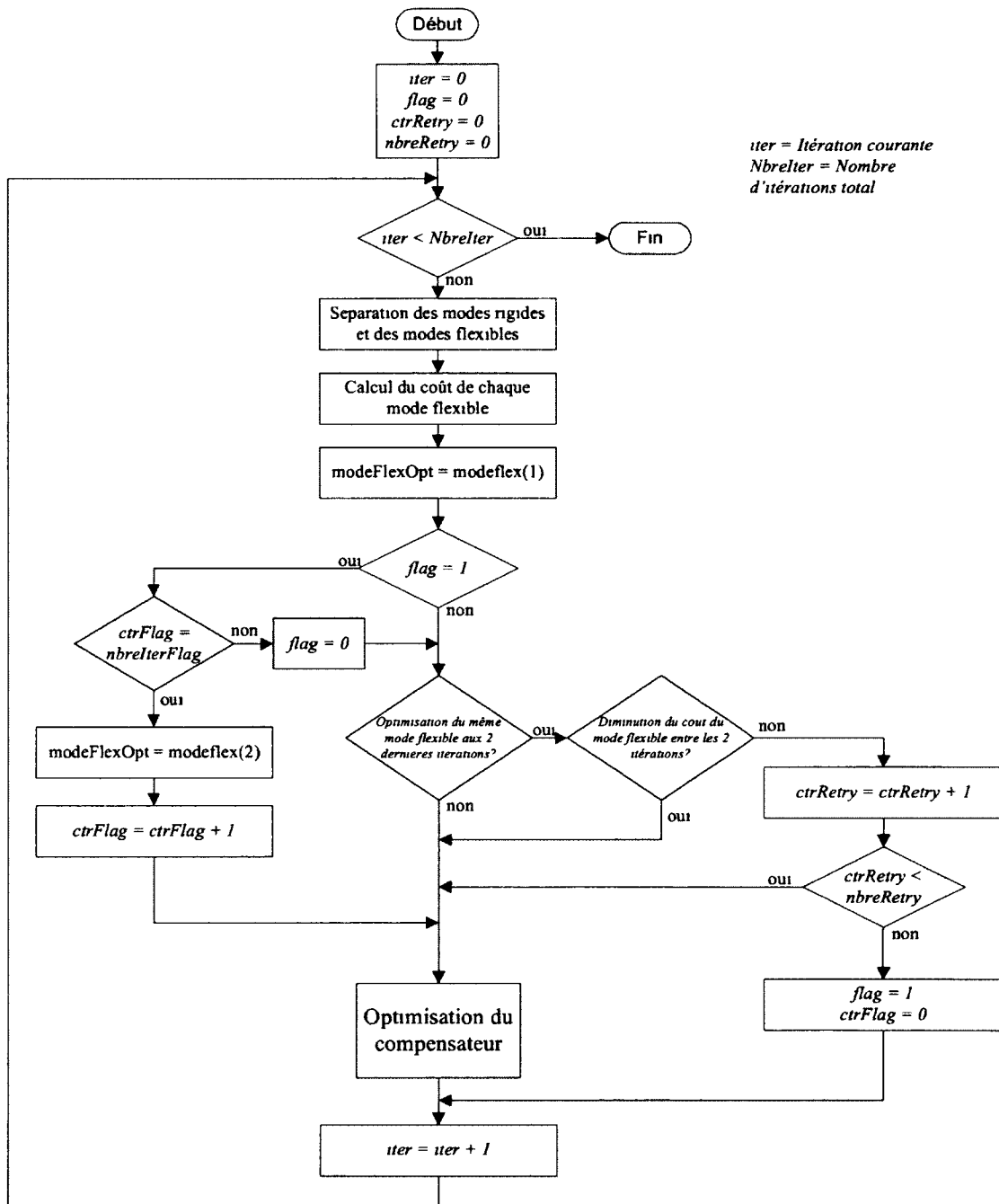


Figure 4.9 Algorithme d'optimisation proposé par le candidat

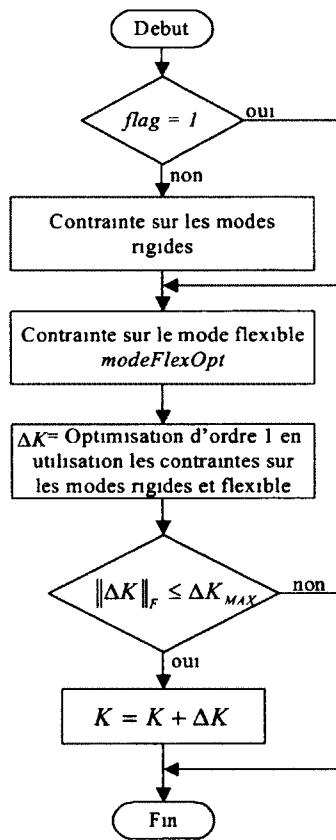


Figure 4.10 Algorithme d'optimisation du compensateur

7 - ajoute le ΔK obtenu par l'optimisation au compensateur K .

8 - retourne à l'étape 1 pour une nouvelle itération.

En fonctionnement normal, l'algorithme optimisera le mode flexible ayant le coût le plus élevé jusqu'à ce que ce mode ait un coût équivalent au mode ayant le deuxième coût le plus élevé. Par la suite, l'algorithme optimisera à tour de rôle les deux modes flexibles. Lorsque ces deux modes auront un coût aussi faible que le troisième mode flexible, ce sera les trois modes qui seront optimisés à tour de rôle, et ainsi de suite.

Par la suite, le candidat a ajouté deux conditions spéciales pour contourner des problèmes qu'il a expérimentés.

Lors de l'optimisation, il arrive parfois que les outils de [Magni, 2002] convergent vers un ΔK qui introduit une trop grande variation dans le compensateur, ce qui a pour conséquence de trop modifier les valeurs et vecteurs propres du système. Pour éviter d'introduire cette trop grande variation, juste avant d'ajouter le ΔK au compensateur, l'algorithme 4.10 vérifie si la norme de Frobenius du ΔK est plus petite qu'une valeur maximale choisie par le concepteur. Dans le cas où la norme de Frobenius est suffisamment petite, le ΔK est ajouté au compensateur, sinon l'algorithme passe à l'itération suivante. Puisque certaines fonctions de [Magni, 2002] introduisent des petites valeurs aléatoires pour faire l'optimisation, à l'itération suivante le ΔK sera différent.

La deuxième condition spéciale qui peut arriver est lorsque l'algorithme est incapable de diminuer le coût du mode flexible ayant le coût le plus élevé. Il ne pourra donc pas tenter d'améliorer les autres modes. Pour sortir de cette impasse, l'algorithme proposé par le candidat, calcule le nombre d'itérations que le mode flexible ayant le coût le plus élevé ne varie pas. Lorsque ce nombre d'itérations dépasse une certaine valeur choisie par le concepteur, l'algorithme tentera d'optimiser le mode flexible ayant le deuxième coût le plus élevé, s'il y en a un, pour un nombre fixe d'itérations. Durant ces itérations sur le deuxième mode flexible, l'algorithme ne forcera pas de contraintes sur les modes rigides afin de faciliter le travail d'optimisation. Lorsque le nombre fixe d'itérations est terminé, l'algorithme tente à nouveau d'optimiser le mode flexible ayant le plus grand coût.

Les sections suivantes présenteront des exemples où cet algorithme sera utilisé sur deux exemples simples composés de masses, ressorts et amortisseurs.

4.7 Exemples de découplage

Pour illustrer la contribution du candidat, deux exemples concrets vont être résolus. Le premier est le système à trois masses de la figure 4.7, qui est le système le plus simple pour démontrer la validité de la contribution, et le second est un système similaire, mais qui possède 7 masses dont 4 sont utilisées pour simuler des modes flexibles. Ce dernier exemple permet de montrer la fonctionnalité sur un système plus complexe, ayant plus de modes flexibles.

4.7.1 Découplage d'un système à 3 masses

Le système à 3 masses de la figure 4.7 est le système le plus simple qui permet de démontrer la contribution. Comme décrit précédemment, l'objectif est de découpler la dynamique rigide des masses M_1 et M_2 , tout en évitant que la masse M_3 influence la position de la masse M_2 . Les différents paramètres physiques utilisés pour ce système sont $M_1 = 1 \text{ kg}$, $M_2 = 2 \text{ kg}$, $M_3 = 10 \text{ kg}$, $k_1 = 1 \text{ N/m}$, $k_2 = 0.65 \text{ N/m}$, $b_1 = 0.005 \text{ N s/m}$ et $b_2 = 0.005 \text{ N s/m}$.

Dans un premier temps, un compensateur de découplage est conçu à l'aide de l'algorithme de [Magni, 2002]. Puisque le système possède 4 sorties, il est possible d'assigner exactement 4 valeurs propres. Cela est suffisant pour positionner les valeurs propres des masses M_1 et M_2 . Pour obtenir un amortissement de 0.7 et un temps de stabilisation de 3.3 et 4 secondes, les valeurs propres sont positionnées à $-1.2 \pm 1.2j$ et $-1 \pm 1j$. Le compensateur obtenu est :

$$K = \begin{bmatrix} -1.88 & -1 & -2.395 & -0.005 \\ 1 & 2.3711 & 0.005 & 4.011 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

La figure 4.11 montre l'effet, sur les sorties, d'une entrée échelon appliquée sur chaque entrée. La colonne de gauche représente l'effet de l'entrée u_1 sur les positions des masses M_1 (graphique du haut) et M_2 (graphique du bas), alors que la colonne de droite représente l'effet de l'entrée u_2 sur ces mêmes masses. Une entrée échelon sur l'entrée u_1 fait seulement déplacer la masse M_1 , comme il est possible de le constater dans la première colonne. La deuxième colonne montre qu'une entrée échelon sur l'entrée u_2 affecte seulement la masse 2 alors que la masse M_1 reste immobile. Par contre, la masse M_2 oscille avec une amplitude importante autour de sa position de consigne. Cette oscillation est due à une excitation de la masse M_3 qui agit comme un mode flexible sur la masse M_2 .

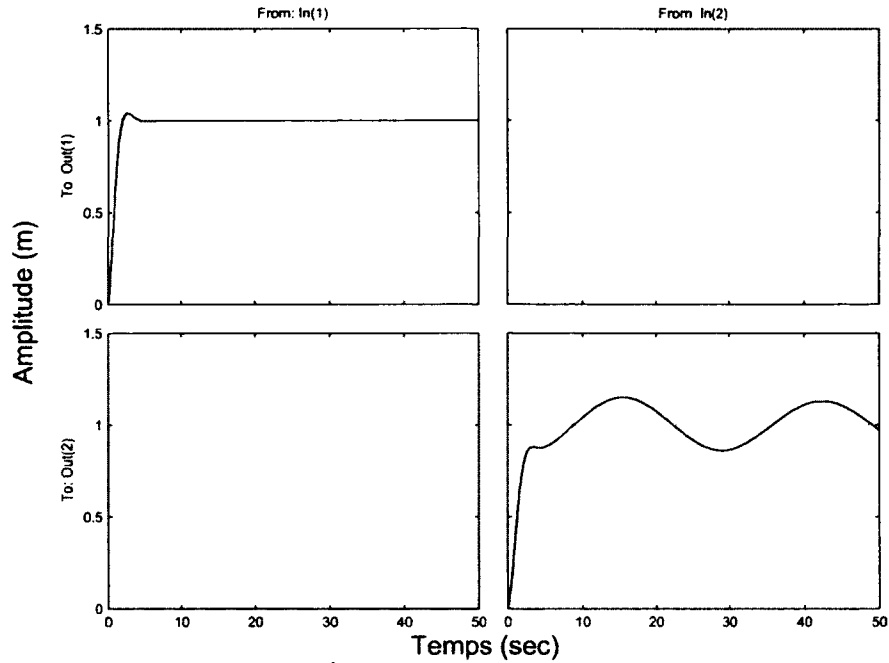


Figure 4.11 Découplage en utilisant l'algorithme de Magni d'un système à 3 masses

Il existe deux possibilités pour éviter cette oscillation du mode flexible. La première possibilité est de modifier la valeur propre du mode flexible afin d'augmenter son amortissement. En déplaçant le pôle vers la gauche, l'amortissement et la fréquence naturelle de celui-ci augmentent. De plus, ce pôle risque moins d'être instable puisque cela l'éloigne de l'axe des imaginaires. Cependant, le système ne possède pas suffisamment de sorties et d'entrées pour positionner les valeurs propres associées aux modes flexibles. La deuxième possibilité est de modifier les vecteurs propres des pôles flexibles afin que ceux-ci ne soient plus excités par les entrées et qu'ils n'affectent plus les sorties. C'est cette dernière possibilité qui est utilisée dans la contribution du candidat.

Par la suite, le compensateur de l'équation 4.60 est amélioré en utilisant la contribution du candidat. Le processus itératif tente d'optimiser les vecteurs propres associés à la masse M_3 afin de minimiser l'équation 4.49 en utilisant l'algorithme de la section 4.6.2. La figure 4.12 présente le découplage obtenu après 50 et 200 itérations. Les deux compensateurs obtenus sont :

$$K_{50} = \begin{bmatrix} -1.88 & -1 & -2.395 & -0.005 \\ 1 & 10.526 & 0.005 & 8.403 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$$K_{200} = \begin{bmatrix} -1.88 & -1 & -2.395 & -0.005 \\ 1 & 48.453 & 0.005 & 16.929 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

La commande envoyée à u_1 par les deux compensateurs n'est pas changée par rapport au compensateur initial puisque la masse M_1 n'est pas influencée par le mode flexible. L'augmentation des gains dans les deux compensateurs obligera des efforts de commande plus grands que le gain initial pour l'entrée u_2 . C'est le prix à payer pour pouvoir diminuer l'oscillation occasionnée à la masse M_2 par la masse M_3 . Pour permettre un fonctionnement tel que prédit lors des simulations, il est important que l'effort de commande demandé par le compensateur ne dépasse pas la puissance maximale des actionneurs. Il existe différentes façons de diminuer l'effort de commande demandé aux actionneurs : les pôles des masses M_1 et M_2 peuvent être déplacés afin d'avoir une dynamique plus lente pour le compensateur initial, l'algorithme d'optimisation peut arrêter les itérations lorsqu'il détecte que l'effort de commande est au maximum permis par les actionneurs, ou le système de guidage, qui est le système qui force les consignes au compensateur, s'assure de faire des déplacements qui ne dépassent pas une certaine vitesse.

La figure 4.12 démontre la validité de la contribution. Tout en conservant le découplage des masses M_1 et M_2 , la contribution atténue l'influence qu'avait la masse M_3 sur la position de la masse M_2 . Après 50 itérations, l'amplitude de l'oscillation est seulement du tiers de celle du compensateur de découplage initial, et après 200 itérations l'oscillation est presque nulle. Cette modification des vecteurs propres de la masse M_3 a nécessité d'assouplir le positionnement des structures propres des masses M_1 et M_2 . Les vecteurs suivants présentent les valeurs propres du système en boucle fermée pour le compensateur initial (λ_{0i}), après 50 itérations (λ_{50i}) et pour le compensateur final (λ_{200i}) :

$$\begin{aligned} \lambda_{0i} &= \begin{bmatrix} -1.2 \pm 1.2j \text{ (M1)} \\ -1 \pm 1j \text{ (M2)} \\ -5.4485e-3 \pm 2.3399e-1j \text{ (flex)} \end{bmatrix} \\ \lambda_{50i} &= \begin{bmatrix} -1.2 \pm 1.2j \text{ (M1)} \\ -2.102 \pm 1.2897j \text{ (M2)} \\ -1.413e-3 \pm 2.4818e-1j \text{ (flex)} \end{bmatrix} \\ \lambda_{200i} &= \begin{bmatrix} -1.2 \pm 1.2j \text{ (M1)} \\ -4.2347 \pm 2.6679j \text{ (M2)} \\ -3.858e-4 \pm 2.533e-1j \text{ (flex)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.63)$$

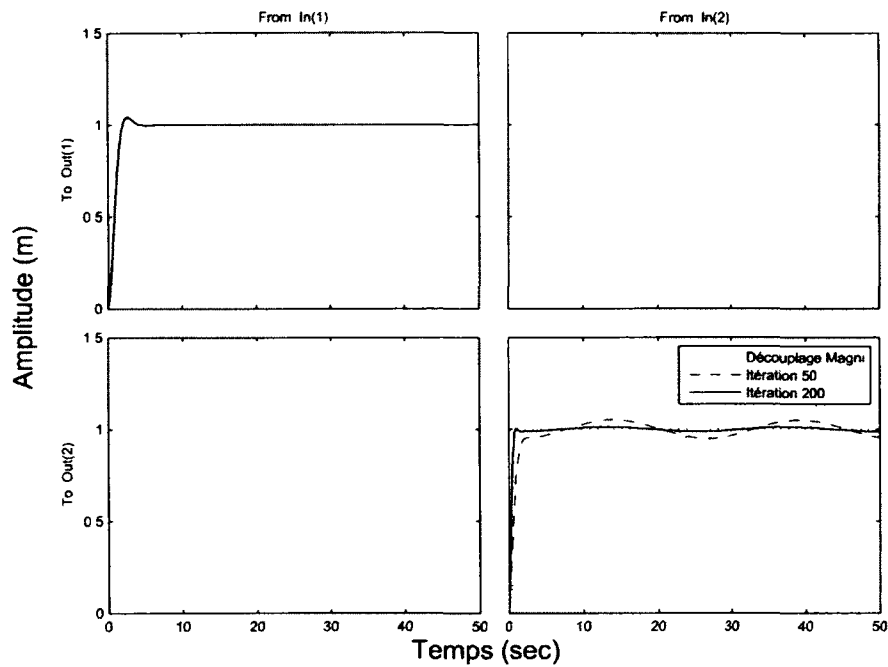


Figure 4.12 Découplage d'un système à 3 masses avec atténuation des modes flexibles

Les deux pôles situés les plus à gauche dans λ_{50i} et λ_{200i} correspondent aux pôles des modes rigides alors que le pôle conjugué le plus à droite correspond au mode flexible. Le pôle associé à M_2 se déplace progressivement vers la gauche lors de l'optimisation, comme on peut voir après 50 et 200 itérations. Ce déplacement vers la gauche accélère la réponse dynamique de la masse M_2 , pourvu que l'actionneur soit capable de fournir l'effort de commande supplémentaire. Le pôle flexible, quant à lui, se déplace tout au long des itérations en direction de l'axe des imaginaires, diminuant ainsi l'amortissement de ce mode. Le pôle flexible devient donc plus près de l'instabilité à mesure que les itérations progressent. Mais même s'il est moins amorti, il devient en même temps moins commandable et moins observable, donc il est plus difficile de l'exciter et il affecte moins les sorties. Cela peut être démontré par les matrices G_0 et G_1 , telle que définie à l'équation 4.23, des trois systèmes en boucle fermée :

$$\begin{aligned}
G_{0_{0i}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15188 \pm 3.6246e-2j \\ 0 \\ 7.6537e-3 \pm 3.5735e-2j \end{bmatrix} & G_{0_{50i}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 5.081e-2 \pm 8.704e-3j \\ 0 \\ 2.088e-3 \pm 1.262e-2j \end{bmatrix} \\
G_{0_{200i}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2519e-2 \pm 1.0503e-3j \\ 0 \\ 2.6121e-4 \pm 3.1714e-3j \end{bmatrix} & &
\end{aligned} \tag{4.64}$$

$$\begin{aligned}
G_{1_{0i}} &= \begin{bmatrix} 0 & 8.432e-3 \pm 3.533e-2j \end{bmatrix} \\
G_{1_{50i}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1.869e-3 \pm 1.09e-2j \end{bmatrix} \\
G_{1_{200i}} &= \begin{bmatrix} 0 & 2.21e-4 \pm 2.63e-3j \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.65}$$

Les éléments des matrices G_0 et G_1 correspondent aux variables g_i et h_i de la fonction de coût 4.51. La matrice G_0 , qui présente l'effet du mode flexible sur les sorties, montre bien que la contribution du mode flexible sur les sorties 2 et 4 (x_2 et \dot{x}_2) diminue tout au long des itérations. Après 50 itérations, l'effet du mode sur les sorties est environ 3 fois moins important et après 200 itérations, il est environ 12 fois moins important. L'effet des entrées u_1 et u_2 sur le mode flexible est présenté par la matrice G_1 . Seule l'entrée 2 affecte le mode flexible. À la 50^e itération, l'entrée 2 affecte 3.2 fois moins le mode, tandis qu'à la 200^e itération, le mode est 13.7 fois moins affecté. Donc, même si le mode flexible devient plus près de l'instabilité, celui-ci est beaucoup moins commandable et observable.

4.7.2 Découplage d'un système à 7 masses

Dans ce deuxième exemple, le système de l'exemple précédent est augmenté afin d'obtenir un système à 7 masses, 3 d'entre elles doivent avoir une dynamique découplée alors que les 4 autres sont considérées comme des modes flexibles. La figure 4.13 présente le système utilisé dans cet exemple.

Le système possède 3 entrées (u_1 , u_2 et u_3) et 6 sorties (x_1 , \dot{x}_1 , x_2 , \dot{x}_2 , x_3 , \dot{x}_3), ce qui permet de positionner les structures propres des masses M_1 , M_2 et M_3 afin d'assurer un découplage exact. Par contre, les masses M_4 à M_7 ne seront pas commandées et agiront

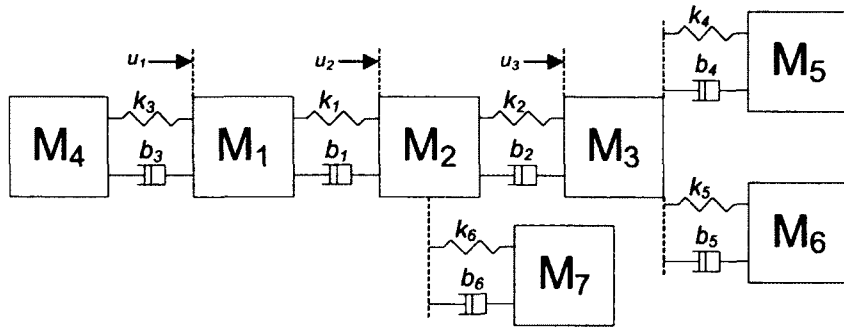


Figure 4.13 Système à 7 masses

à titre de modes flexibles. Les paramètres physiques du système sont présentés dans le tableau 4.1.

Un système de commande de découplage est conçu en utilisant l'algorithme proposé dans [Magni, 2002]. Les pôles de la dynamique des masses M_1 , M_2 et M_3 sont positionnés respectivement à $-1 \pm 1j$, $-1.2 \pm 1.2j$ et $-1.4 \pm 1.4j$. Le compensateur de découplage initial obtenu est :

$$K = \begin{bmatrix} -0.377 & -1 & 0 & -2.016 & -5e-3 & 0 \\ -1 & -3.269 & -1 & -5e-3 & -4.8 & -1e-3 \\ 0 & -1 & -9.388 & 0 & -1e-3 & -8.41 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

La figure 4.14 présente les résultats obtenus aux sorties lorsque les entrées sont soumises à des échelons. Il est possible de constater que les trois sorties sont bien découplées les unes des autres, mais elles possèdent toutes une oscillation basse fréquence ayant un faible amortissement. La troisième sortie possède même deux oscillations simultanées, étant donné que les masses M_5 et M_6 sont attachées à la masse M_3 .

Par la suite, en utilisant la contribution du candidat, une optimisation de 500 itérations est faite sur le compensateur initial afin d'améliorer le comportement de celui-ci par rapport

Tableau 4.1 Paramètres du système à 7 masses

M_1	1 kg	k_1	1 N/m	b_1	0.005 Ns/m
M_2	2 kg	k_2	1 N/m	b_2	0.001 Ns/m
M_3	3 kg	k_3	0.65 N/m	b_3	0.005 Ns/m
M_4	8 kg	k_4	0.8 N/m	b_4	0.007 Ns/m
M_5	8 kg	k_5	0.6 N/m	b_5	0.002 Ns/m
M_6	12 kg	k_6	0.5 N/m	b_6	0.001 Ns/m
M_7	10 kg				

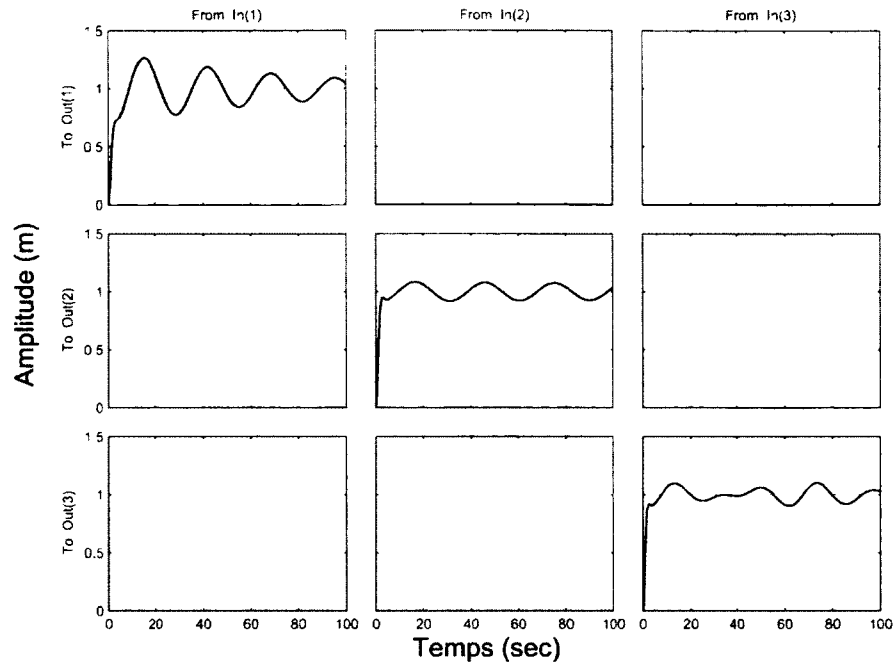


Figure 4.14 Découplage en utilisant l'algorithme de Magni du système à 7 masses

aux modes flexibles. Le compensateur optimisé obtenu est :

$$K = \begin{bmatrix} -32.966 & -1 & 0 & -8.773 & -5e-3 & 0 \\ -1 & -43.156 & -1 & -5e-3 & -9.473 & -1e-3 \\ 0 & -1 & -69.113 & 0 & -1e-3 & -14.81 \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

La figure 4.15 montre le comportement du système lorsqu'il est soumis à une entrée échelon sur chacune de ces entrées. La première colonne présente l'effet de l'entrée u_1 sur la position des masses M_1 , M_2 et M_3 , alors que les colonnes 2 et 3 représentent l'effet des entrées u_2 et u_3 sur ces mêmes masses. La ligne pleine est le résultat du compensateur optimisé pour atténuer les modes flexibles alors que la ligne pointillée est celle du compensateur initial. Les oscillations engendrées par les modes flexibles sont fortement atténuées pour toutes les entrées. Pour l'entrée u_1 , il reste une oscillation perceptible, mais l'atténuation est importante par rapport au compensateur initial. Cela démontre bien que l'optimisation peut se faire sur des systèmes plus complexes.

Les vecteurs suivants présentent les pôles rigides et flexibles pour les compensateurs initial et optimisé :

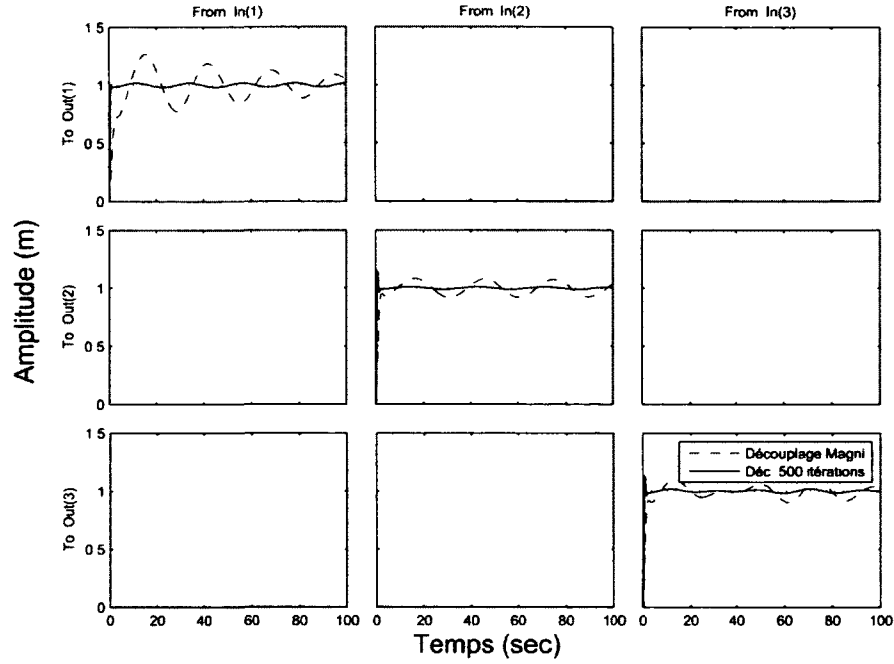


Figure 4.15 Découplage du système à 7 masses avec atténuation des modes flexibles

$$\lambda_{r_{2g0_1}} = \begin{bmatrix} -1 \pm 1j \\ -1.2 \pm 1.2j \\ -1.4 \pm 1.4j \end{bmatrix} \quad \lambda_{r_{2g500_1}} = \begin{bmatrix} -4.3914 \pm 3.9154j \\ -2.370 \pm 4.1486j \\ -2.4697 \pm 4.2117j \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

$$\lambda_{flex0_1} = \begin{bmatrix} -1.3304e-2 \pm 0.236j \\ -2.5375e-3 \pm 0.306j \\ -1.257e-3 \pm 0.217j \\ -1.8495e-3 \pm 0.2139j \end{bmatrix} \quad \lambda_{flex500_1} = \begin{bmatrix} -4.9427e-4 \pm 0.2824j \\ -5.4214e-4 \pm 0.3145j \\ -1.0588e-4 \pm 0.2224j \\ -1.2743e-4 \pm 0.2226j \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

Comme dans le système à 3 masses, les pôles rigides se déplacent vers la gauche alors que les pôles flexibles se rapprochent de l'axe des imaginaires. Il est aussi possible de vérifier l'effet des entrées sur les modes et des modes sur les sorties en utilisant les matrices G_1 et G_0 . Pour en simplifier la compréhension, seuls les vecteurs associés aux modes flexibles ont été conservés. Les matrices G_0 des compensateurs initial et optimisé sont :

$$G_{0_0_1} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \text{Mode}(i) & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0.292 \pm 7.042e-2j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.32e-2 \pm 1.503e-2j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.996e-2 \pm 1.24e-2j & 5.57e-2 \pm 9.92e-3j \\ 1.274e-2 \pm 6.996e-2j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.061e-3 \pm 1.782e-2j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.642e-3 \pm 1.838e-2j & 2.084e-3 \pm 1.21e-2j \end{array} \right] \text{Sortie}(k) \end{array}$$

$$G_{0_{500_1}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \text{Mode}(i) & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1.802e-2 \pm 1.2548e-3j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0691e-2 \pm 4.8944e-4j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0582e-2 \pm 6.5688e-4j & 8.3735e-3 \pm 3.8949e-4j \\ 3.4539e-4 \pm 5.0892e-3j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0782e-4 \pm 2.3774e-3j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0083e-4 \pm 3.328e-3j & 8.565e-5 \pm 1.8644e-3j \end{array} \right] \text{Sortie}(k) \end{array}$$

Dans ces matrices, la première colonne affecte les sorties x_1 et \dot{x}_1 , la deuxième les sorties x_2 et \dot{x}_2 et les troisième et quatrième les sorties x_3 et \dot{x}_3 . Les termes non nuls de la matrice $G_{0_0_1}$ sont réduits dans la matrice $G_{0_{500_1}}$, ce qui diminue l'effet du mode flexible sur cette sortie. La comparaison du module de chaque élément des deux matrices permet d'évaluer l'atténuation obtenue entre les modes et les sorties pour le compensateur optimisé. Dans le cas des entrées x_1 et \dot{x}_1 , l'atténuation est respectivement de 16.6 et 13.9, pour x_2 et \dot{x}_2 de 7.9 et 7.6 et finalement x_3 et \dot{x}_3 de 5.7 et 5.6 pour le mode 3 et de 6.7 et 6.6 pour le mode 4. Il y a donc globalement atténuation entre les modes et les sorties qu'ils affectent

Les matrices G_1 des compensateurs initial et optimisé permettent d'évaluer l'effet entre les entrées et les modes flexibles :

$$G_{1_0_1} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \text{Entrée}(j) & \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} 2.21e-2 \pm 9.16e-2j & 0 & 0 \\ 0 & 3.71e-3 \pm 2.05e-2j & 0 \\ 0 & 0 & 2.73e-3 \pm 1.344e-2j \\ 0 & 0 & 1.982e-3 \pm 1.13e-2j \end{array} \right] \text{Mode}(i) \end{array}$$

$$G_{1500i} = \begin{matrix} & \text{Entrée}(j) & & \\ & & & \\ \begin{matrix} 3.0e-4 \pm 4.3087e-3j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1.1562e-4 \pm 2.5229e-3j \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1.434e-4 \pm 2.311e-3j \\ 7.6485e-5 \pm 1.645e-3j \end{matrix} & \begin{matrix} \\ \\ \\ \text{Mode}(i) \end{matrix} \end{matrix}$$

L'entrée u_1 affecte le mode associé au premier vecteur rangée, l'entrée u_2 affecte le mode associé au deuxième vecteur et u_3 les modes des troisième et quatrième vecteurs. Encore une fois, il y a bien atténuation de l'effet des entrées sur les modes entre le compensateur initial et le compensateur optimisé. L'atténuation obtenue entre u_1 et le mode 1 est de 21.8, entre u_2 et le mode 2 de 8.25, entre u_3 et le mode 3 de 5.9 et entre u_3 et le mode 4 de 6.9.

Le résultat présenté dans la figure 4.15 montre l'atténuation globale entre les entrées et les sorties. Il est possible à partir des matrices G_0 et G_1 d'obtenir cette atténuation. Par exemple, l'entrée u_1 affecte le mode 1, qui à son tour affecte les sorties x_1 et \dot{x}_1 . L'atténuation obtenue entre u_1 et x_1 est donc de 21.8 multiplié par 16.6, ce qui donne une atténuation globale de 362. En faisant le même calcul entre u_3 et x_3 , l'atténuation obtenue est de 34 pour le mode 3 et de 46.6 pour le mode 4. Le tableau 4.2 présente toutes les combinaisons possibles d'atténuation entre les entrées et les sorties.

Pour conclure, ces deux exemples ont permis de démontrer que l'algorithme d'optimisation proposé par le candidat permettait bien de découpler la dynamique rigide d'un système tout en évitant d'exciter les modes flexibles. Bien que les modes flexibles s'approchent de l'axe des imaginaires durant l'optimisation, ceux-ci deviennent en même temps moins commandables et observables.

Tableau 4.2 Atténuations globales obtenues entre les entrées et les sorties pour le système à 7 masses

entrée	sortie	atténuation
u_1	x_1	362
u_1	\dot{x}_1	303
u_2	x_2	65
u_2	\dot{x}_2	63
u_3	x_3	34 (mode 3)
u_3	\dot{x}_3	33 (mode 3)
u_3	x_3	46 (mode 4)
u_3	\dot{x}_3	45 (mode 4)

4.8 Réponse fréquentielle du système de 7 masses

La réponse fréquentielle permet de vérifier le comportement du système en fonction de la plage de fréquence qui peut affecter le système. Seule la réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3, en boucle ouverte et fermée, sera présentée. Cette dernière a été choisie car elle a deux modes flexibles, alors que les masses 1 et 2 en ont un seul, mais les résultats sont similaires pour ces dernières.

La figure 4.16 présente la réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle ouverte. Dans ce graphique, les deux premières pointes, à plus basse fréquence, correspondent à la dynamique des modes flexibles, c'est-à-dire l'influence des masses 5 et 6. Les autres pointes correspondent aux interactions entre la masse 3 et les autres masses du système.

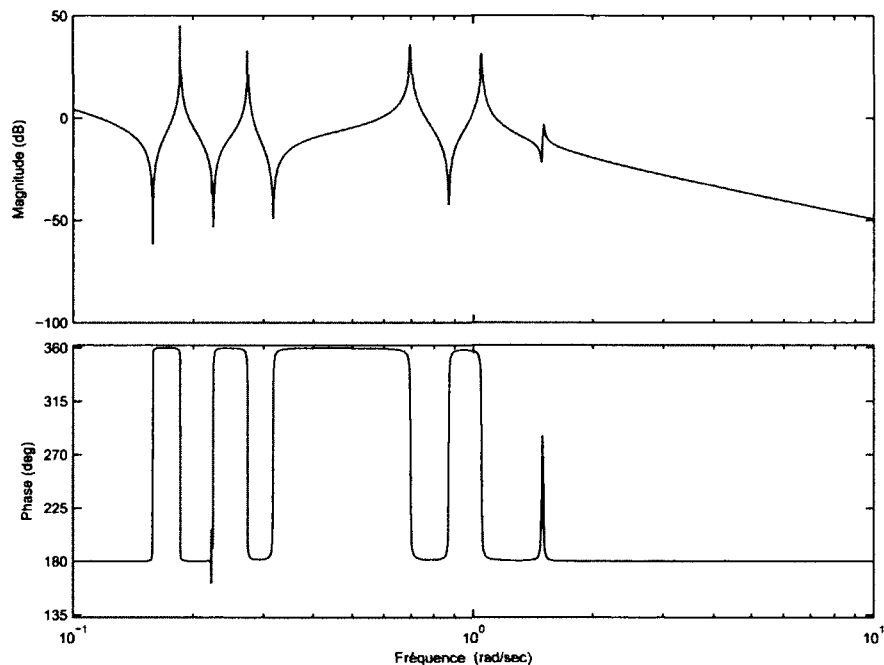


Figure 4.16 Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle ouverte

La figure 4.17 présente la réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 lorsque le compensateur de Magni est utilisé. Le premier constat qu'il est possible de porter sur cette figure est que les modes flexibles sont dans la bande passante du compensateur. Ceux-ci peuvent donc interagir avec le compensateur et mener à une oscillation des sorties. Leur gain maximum est de 14.5 et 10.8 dB, ce qui représente une amplification du signal d'entrée de 5.3 et de 3.5, respectivement. Dès que le gain est au-dessus de 0 dB, il y a amplification

des signaux à ces fréquences. Cette amplification porte donc sur une plage étendue de fréquence. Dans la réponse temporelle, il a été vu que la sortie oscillait lorsque l'entrée du système en boucle fermée était soumise à une consigne échelon. Au niveau fréquentiel, une entrée échelon est constituée d'une infinité de fréquences différentes. Donc, chaque fréquence se situant dans la plage où il y a amplification participera à l'excitation du mode flexible, et par le fait même, à l'oscillation de la sortie. Dans cette figure, il est aussi possible de constater que les interactions entre la masse 3 et les autres masses du système ont disparues. Le compensateur de découplage a donc bien séparé le mouvement de la masse 3, de ceux des masses 1 et 2. Ces dernières n'affecteront donc plus le mouvement de la masse 3.

À partir de cette figure, il est aussi possible de calculer les marges de gain et de phase. Dans ce cas, il n'y a pas de problème de marge de gain car la phase du système ne passe jamais par -180° . Par contre, la marge de phase est de seulement 12° , ce qui laisse peu de marge si le système réel était légèrement différent du modèle.

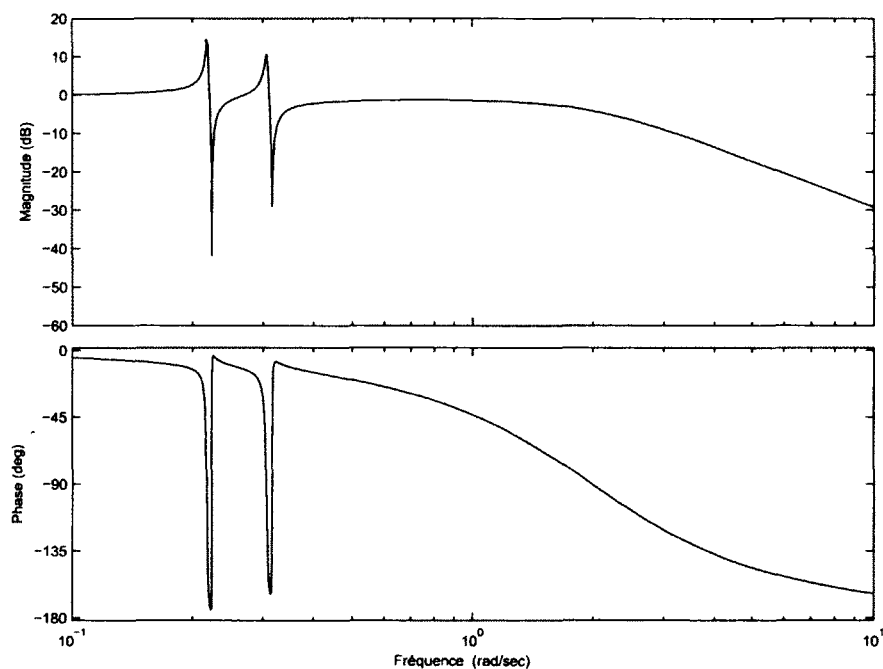


Figure 4.17 Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle fermée(Magni)

Finalement, la figure 4.18 présente la réponse fréquentielle de la masse 3 lorsque celle-ci est commandée par le compensateur de découplage proposé par le candidat. Les modes flexibles se retrouvent toujours dans la bande passante du compensateur. Cette dernière

est d'ailleurs trois fois plus importantes que pour le compensateur de découplage de Magni, ayant une fréquence de coupure de plus de 6 rad/s contre 1.75 rad/s. Les modes flexibles ont maintenant un gain maximum très élevé, 29 dB pour le premier mode flexible et 10.6 dB pour le deuxième. Par contre, ce gain élevé affecte seulement une infime bande de fréquence. La plage de fréquence où il y a amplification du signal d'entrée est, par contre, beaucoup moins importante que pour le compensateur de Magni. Donc, lors de l'utilisation d'une consigne échelon, seuls les fréquences dans cette plage seront amplifiées. Cela se traduira par une plus grande difficulté à exciter les modes flexibles et les sorties. À partir de ce graphique, la marge de gain est de -25 dB et la marge de phase de 55°, ce qui assure une stabilité même si des incertitudes sont ajoutées au modèle.

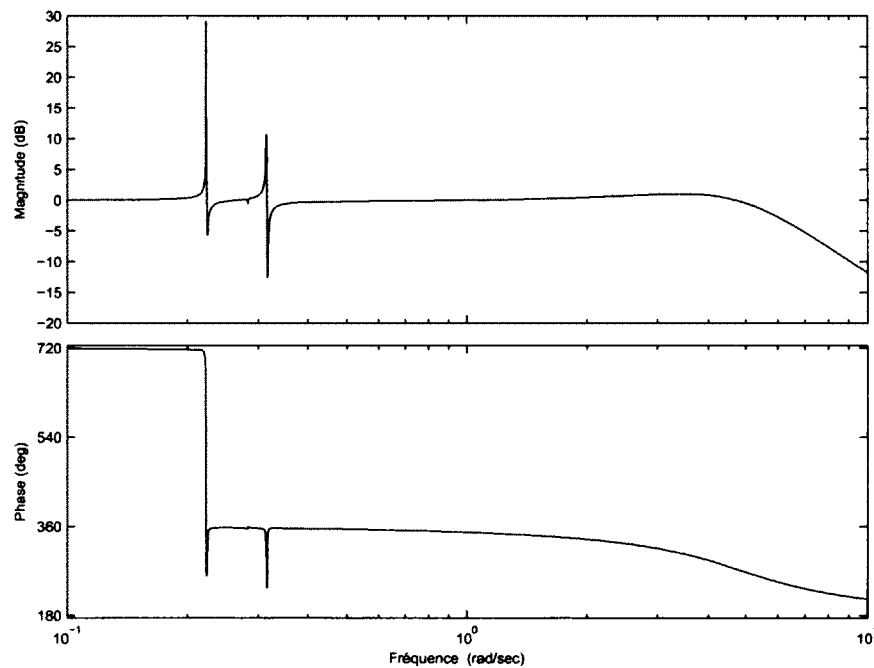


Figure 4.18 Réponse fréquentielle de la dynamique de la masse 3 en boucle fermée(Magni)

Dans l'exemple précédent, il a été démontré que le compensateur de découplage permet donc d'atténuer l'effet des modes flexibles lorsque ceux-ci sont dans la bande passante du système de commande, par rapport au compensateur de découplage de Magni. Le compensateur proposé dans ce projet a aussi une bande passante plus grande, ce qui permettra d'obtenir un temps de réponse plus court, si l'actionneur peut fournir l'effort de commande.

4.9 Conclusion sur le découplage et l'atténuation de modes flexibles

Dans ce chapitre, une nouvelle technique de découplage a été présentée. Cette technique permet de découpler un système dynamique tout en évitant d'exciter les modes flexibles. Dans un premier temps, les structures propres et les techniques de découplage utilisant celles-ci ont été présentées. Par la suite, certains travaux de [Littleboy, 1994] ont permis de montrer qu'il était possible d'améliorer le découplage d'un système par une assignation simultanée des vecteurs propres droits et gauches. Il a été montré qu'une modification à un seul vecteur propre droit affecte tous les vecteurs propres gauches. De plus, les vecteurs de couplage des entrées vers les modes et des modes vers les sorties ont été introduits.

Le candidat a par la suite fait une extension des résultats de [Littleboy, 1994] avec le développement d'une fonction de coût et d'un algorithme itératif basé sur les outils développés par [Magni, 2002].

Deux exemples utilisant des systèmes masse-ressort-amortisseur ont validé la technique de découplage proposée par le candidat. La dynamique rigide de ces systèmes reste découplée alors que les oscillations des modes flexibles sont grandement atténuées. La réponse fréquentielle du système à sept masses a été présentée pour démontrer que les modes flexibles se situaient bien dans la bande passante du compensateur.

CHAPITRE 5

Application des contributions à un satellite flexible

5.1 Introduction

Les contributions présentées dans les précédents chapitres ont pour objectif d'améliorer la commande d'un satellite flexible actionné par des propulseurs tout-ou-rien. Tel que décrit en introduction de ce document, le satellite possède des panneaux solaires de très grandes dimensions, donc très flexibles, pour pouvoir alimenter le propulseur électrique. Par contre, durant certaines manœuvres les propulseurs électriques ne peuvent fournir le niveau de force et de couple requis et des propulseurs chimiques seront utilisés. Dans l'introduction, certaines contraintes que devait satisfaire le système de commande ont été proposées. Ces contraintes sont :

- C1** - de commander simultanément les trois degrés de liberté en orientation tout en tenant compte des couplages entre eux,
- C2** - de tenir compte des modes flexibles du satellite,
- C3** - d'utiliser des propulseurs chimiques de type tout-ou-rien comme actionneurs pour les commandes en orientation en tenant compte de la saturation et des non linéarités de ceux-ci,
- C4** - de limiter le temps de calcul pour pouvoir implémenter les résultats de ces travaux de recherche dans un ordinateur de bord.

Les simulations présentées dans ce chapitre permettront de conclure si les contributions proposées par le candidat satisfont toutes ces contraintes. Dans un premier temps, le modèle utilisé sera présenté. Par la suite, les simplifications apportées au modèle seront expliquées, ainsi que l'approximation en résultant. Enfin, des simulations sur le système permettront de confirmer la pertinence des contributions.

5.2 Simulateur du satellite flexible

Pour pouvoir comparer les différents compensateurs, il est nécessaire d'avoir un simulateur non linéaire d'un satellite flexible représentant le plus fidèlement possible la réalité. Autant la dynamique du satellite que les détails de l'implantation doivent être contenus dans ce modèle. L'aspect physique du satellite, ainsi que le système d'axes qui lui est associé, est présenté à la figure 5.1.

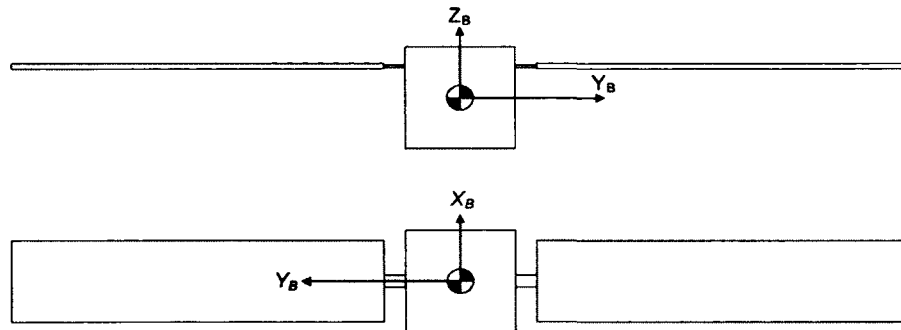


Figure 5.1 Aspect physique et système d'axes du satellite flexible

La figure 5.2 présente le schéma-bloc du simulateur du satellite en boucle fermée. Ce simulateur permet à l'utilisateur de faire des choix sur le type de compensateurs et d'actionneurs qu'il désire simuler, ce qui permet de comparer différentes configurations. Les compensateurs peuvent être soit de type proportionnel dérivé (PD), qui utilise seulement les positions angulaires pour faire la rétroaction, ou de type retour de sortie à 2 degrés de liberté, qui utilise les positions et les vitesses angulaires. Les actionneurs, quant à eux, peuvent être proportionnels, proportionnels avec saturation, tout-ou-rien à modulation MLI ou tout-ou-rien à modulation PWPF.

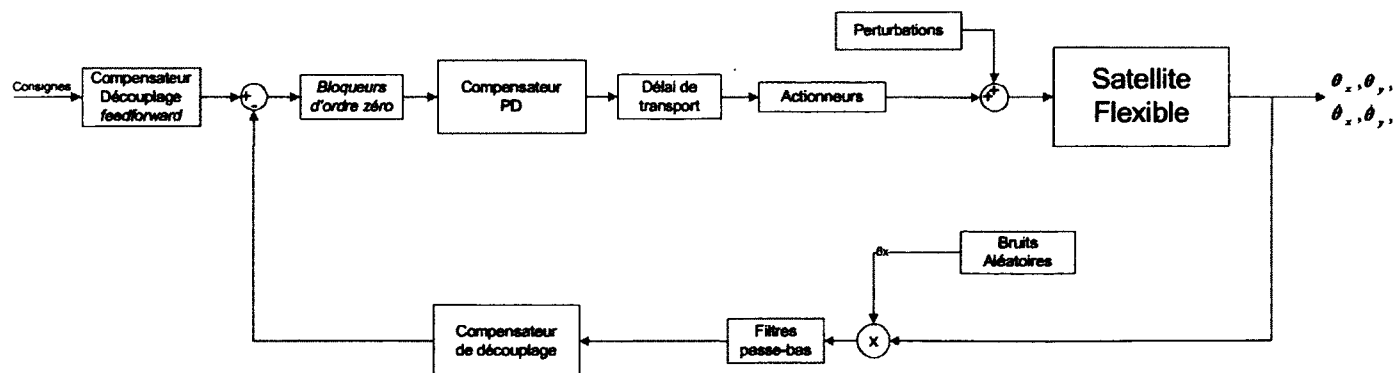


Figure 5.2 Schéma-bloc du simulateur du satellite flexible en boucle fermée

Le bloc *Satellite Flexible* correspond à la dynamique du satellite en boucle ouverte, tel que présenté dans [de Lafontaine, 1990]. Les sorties de ce bloc sont les trois positions angulaires et les trois vitesses angulaires. Les paramètres employés dans ce bloc sont présentés dans le tableau 5.1, qui ont été inspirés en partie par un satellite en étude par l'Agence spatiale européenne. Certains de ces paramètres ont été exagérés par rapport à un satellite réel pour bien montrer l'efficacité des contributions du candidat. Par exemple, la masse du corps du satellite, qui correspond à la partie rigide, est seulement de 500 kg pour des panneaux solaires ayant une masse de 250 kg chacun, alors que dans le cas d'un satellite réel, l'importance de la masse des panneaux solaires par rapport à la masse globale serait beaucoup plus faible. Cela permet de tester les contributions dans des conditions extrêmes. Étant donné que chaque test sera une comparaison entre deux systèmes différents (modulateurs ou compensateurs), l'utilisation de conditions extrêmes permet de faire ressortir les avantages et inconvénients de chaque système. Les fréquences des modes flexibles sont très basses pour s'assurer que ceux-ci vont interagir dans la bande passante du compensateur. De plus, leur amortissement est très faible, donc si un mode flexible est excité, il oscillera pendant très longtemps. Enfin, pour permettre à la dynamique des modes flexibles d'interagir de façon importante avec la dynamique rigide, des facteurs de participation élevés ont été choisis, principalement pour des rotations autour des axes x et z , où les panneaux solaires sont le plus flexibles. Il est à noter que ces paramètres représentent la dynamique des panneaux solaires lorsque ceux-ci sont encastés, c'est-à-dire que leur point de fixation ne peut pas bouger.

D'autres paramètres du simulateur, correspondant aux capteurs, aux actionneurs et au système de commande, doivent être fixés. Bien que le système de commande de découplage soit conçu en considérant que la commande sera de type continu, dans la réalité un ordinateur sera utilisé pour faire l'implantation du système, donc la commande sera de type discrète. Pour modéliser l'effet de l'ordinateur dans le simulateur, deux fonctions ont été ajoutées, un délai de transport et une discrétisation d'ordre zéro. Le délai de transport correspond au temps que prend l'ordinateur pour calculer la commande qui doit être envoyée aux actionneurs. Dans les simulations présentées dans les prochaines sections, ce délai a été fixé à 50 microsecondes, ce qui correspond à une exécution de mille instructions sur un microprocesseur ayant une horloge de 20 MHz et une architecture qui lui permet d'exécuter une instruction par cycle d'horloge. La discrétisation d'ordre zéro permet de choisir combien de fois par seconde le calcul du compensateur se fait, et ce résultat est conservé jusqu'au prochain calcul. Plus la fréquence de calcul est élevée, plus le comportement du compensateur se rapproche d'un compensateur continu. Par contre, une fréquence plus élevée augmente la charge de calcul de l'ordinateur, lui laissant moins de temps dis-

Tableau 5.1 Paramètres physiques du satellite

Masse du corps du satellite	500 kg							
Masse d'un panneau solaire	250 kg							
Matrice d'inertie du corps	220	4	21					$kg \cdot m^2$
	4	160	31					
	21	31	300					
Matrice d'inertie d'un panneau solaire	1000	15	20					$kg \cdot m^2$
	15	250	35					
	20	35	1000					
Position des panneaux solaires par rapport au centre de gravité	[0 ±0.85 0.625] m							
Fréquence des modes flexibles	0.15	0.18	0.2	0.25	0.3	0.35	Hz	
Amortissement des modes flexibles	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
Facteurs de participation - orientation	25	7	20	5	2	3		
	6	8	7	4	10	15		
	8	35	2	20	7	4		

ponible pour d'autres calculs. Dans le cas de la commande de satellite par propulseurs tout-ou-rien, la bande passante de la boucle de contre-réaction est limitée principalement par la dynamique des propulseurs. La multiplication du temps de délai et le nombre de fois que le compensateur sera calculé par seconde donnent la charge de calcul du micro-processeur. Dans cet exemple, la charge pour le calcul du système de commande est de 1%.

Deux types de modulateurs sont utilisés : MLI et PWPF. Les propulseurs choisis ont une poussée maximale de 100 Newtons et peuvent produire un couple de 100 Newtons-mètre, étant donné leur position sur le satellite. Le temps minimum d'impulsion (Minimum Impulse Bit : MIB) est de 20 millisecondes. Pour le modulateur PWPF, le paramètre d , qui indique la zone morte désirée, a été fixé à 0.05, alors que le paramètre x est de 0.8, ce qui permet d'obtenir une plus grande fréquence de fonctionnement du modulateur au détriment de la consommation de carburant. La fréquence de fonctionnement du modulateur MLI sera spécifiée dans chacun des tests.

Pour représenter les capteurs, les mesures prises sont conditionnées par des filtres passe-bas de 30 Hz et un bruit aléatoire de $\pm 0.002^\circ$ est ajouté aux capteurs de position angulaire et un bruit de $\pm 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$ pour les capteurs de vitesse angulaire.

Tous ces paramètres sont identiques pour toutes les simulations qui seront présentées dans la prochaine section, sauf pour les paramètres des modulateurs MLI qui seront modifiés dans certains tests.

5.3 Comparaison entre les modulateurs PWPF et MLI

Dans un premier temps, le modulateur PWPF amélioré par le candidat sera comparé au modulateur MLI, qui est le standard de l'industrie. Pour des fins de comparaison, le même compensateur PD sera utilisé pour les deux modulateurs et aucun *input shaper* ne sera utilisé. Les gains utilisés pour le compensateur seront les suivants :

	θ_x	θ_y	θ_z
K_p	60000	60000	60000
K_d	30000	30000	30000

Pour chaque test, il sera possible d'évaluer la consommation et l'erreur absolue totales obtenues pour chaque axe. La consommation sera obtenue en intégrant la sortie de chaque actionneur, ce qui donne une consommation en Ns . Pour obtenir la consommation massique réelle, il faudrait diviser le résultat par l'impulsion spécifique du propulseur et la gravité terrestre, comme présenté dans le chapitre précédent.

Pour les trois premiers tests, un modulateur PWPF ayant ses paramètres d et x égaux à 0.05 et 0.8, respectivement, sera comparé à des modulateurs MLI ayant des fréquences de 9, 11, 13 et 15 Hz. Il est possible de calculer la fréquence maximum de fonctionnement du modulateur PWPF en utilisant les équations présentées dans le chapitre 2, ce qui donne 12.7 Hz avec les paramètres choisis. Les fréquences choisies pour les modulateurs MLI permettront donc de bien couvrir l'étendu des performances du PWPF amélioré, deux modulateurs étant à plus basse fréquence et deux à plus haute fréquence. La consigne appliquée à l'entrée du système sera une rampe qui a une durée de 10 secondes et qui fait un déplacement de 5 degrés autour de l'axe x . Les axes y et z seront maintenus à leur position de départ. Ces trois tests permettront de comparer l'influence de la fréquence d'un modulateur MLI par rapport à la performance d'un modulateur PWPF.

Pour les deux autres tests suivants, les modulateurs PWPF et MLI à 13 Hz seront comparés en modifiant la durée de la rampe en consigne tout en conservant le déplacement total de 5 degrés. Un des tests aura une rampe ayant une durée de 5 secondes, alors que l'autre a une durée de 25 secondes. Cela permettra de voir la performance de chaque modulateur en fonction de la consigne.

Le tableau 5.2 fait la synthèse des six tests qui seront effectués pour comparer les modulateurs PWPF et MLI.

Tableau 5.2 Tests de comparaison entre le modulateur PWPF et MLI

Test #	Consigne entrée (axe x)	Modulateur 1	Paramètre modulateur 1	Modulateur 2	Paramètre modulateur 2
1	Rampe 10 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	9 Hz
2	Rampe 10 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	11 Hz
3	Rampe 10 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	13 Hz
4	Rampe 10 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	15 Hz
5	Rampe 5 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	13 Hz
6	Rampe 25 sec.	PWPF	$d = 0.05$	MLI	13 Hz

5.3.1 Modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)

Le premier test consiste donc à soumettre le système à une entrée rampe ayant une durée de 10 secondes et un déplacement total de 5 degrés autour de l'axe x . Le modulateur PWPF a ses paramètres d et x fixés à 0.05 et 0.8, respectivement. Le paramètre d permet de maintenir la zone morte à 5% de la poussée des actionneurs, alors que le paramètre x permet d'ajuster la fréquence maximale à laquelle le modulateur fonctionne. Le modulateur MLI, quant à lui, a une fréquence de fonctionnement fixe de 9 Hz. La figure 5.3 présente l'orientation du satellite en fonction du temps, alors que la figure 5.4 montre l'erreur en degré pour chaque axe en fonction du temps.

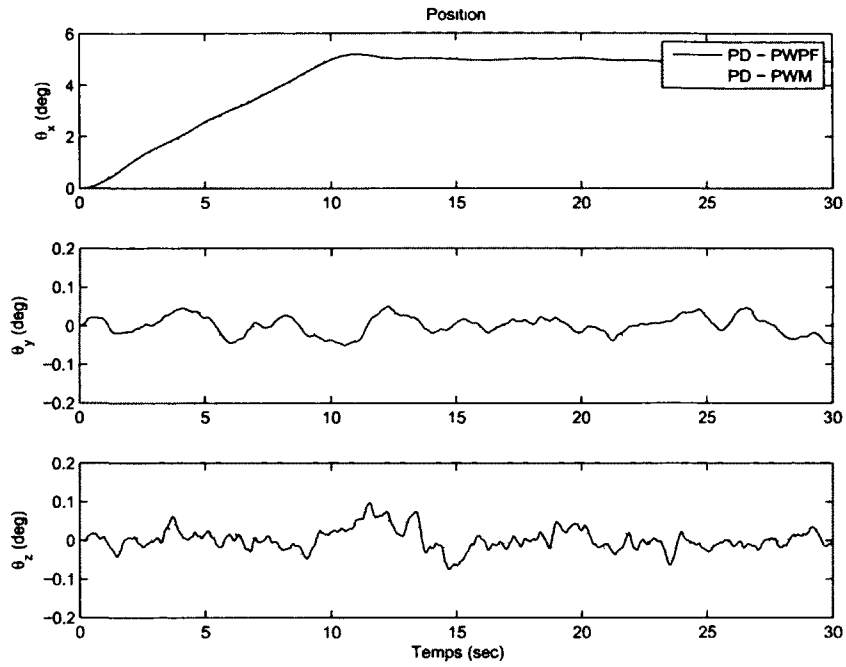


Figure 5.3 Position du satellite en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)

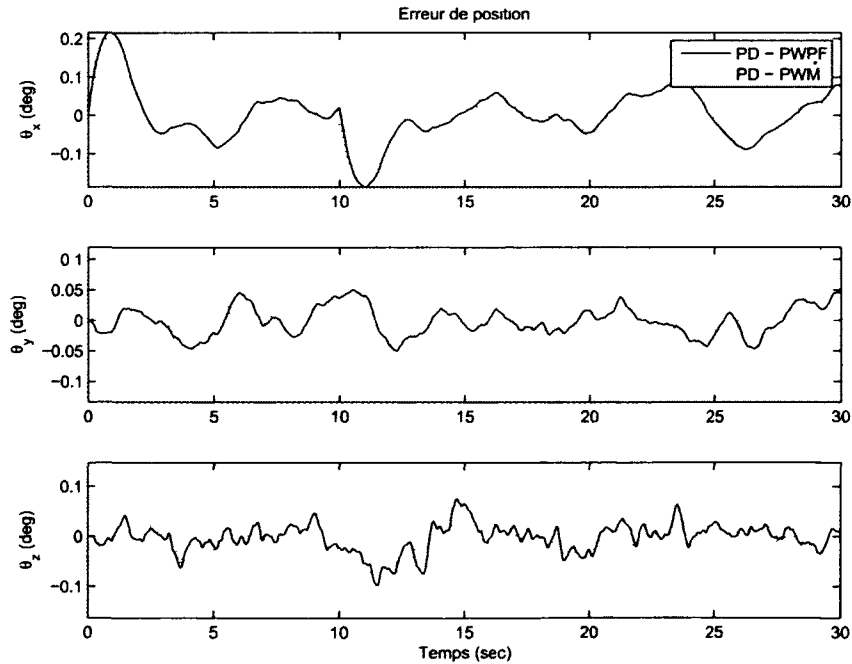


Figure 5.4 Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)

Les deux modulateurs n'ont aucune difficulté à suivre la consigne en entrée, tel que présenté dans la figure 5.4. Le tableau 5.3 présente la consommation et l'erreur absolue pour les trois axes. Le modulateur MLI consomme 2.6 fois plus que le modulateur PWPF, en utilisant le même compensateur. Malgré cette consommation élevée, cela n'entraîne pas un meilleur maintien autour du point de consigne. Bien que l'erreur absolue autour de l'axe x pour le modulateur MLI soit de 74% celle du modulateur PWPF, elle est 1.7 fois plus grande autour de l'axe y et 2.5 fois autour de l'axe z pour le modulateur MLI. Étant donné que les erreurs sont similaires pour les deux modulateurs, mais que la consommation du modulateur MLI est beaucoup plus élevée, il est clair que le modulateur PWPF est supérieur au modulateur MLI à 9 Hz.

Tableau 5.3 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 9 Hz (Test 1)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	904	859	914
Consommation MLI	2210	2238	2550
Erreur absolue PWPF	0.0260	0.0102	0.0106
Erreur absolue MLI	0.0192	0.0176	0.0267

5.3.2 Modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)

Dans ce test, tout est identique au test précédent, sauf que la fréquence du modulateur MLI est augmentée à 11 Hz. La figure 5.5 présente l'erreur en degré par rapport à la consigne en entrée. Pour ce test ainsi que les suivants, la figure présentant la position du satellite en fonction du temps ne sera pas présentée, car elle ressemble en tout point à la figure 5.3. Le tableau 5.4 présente la consommation et l'erreur absolue obtenues par les deux modulateurs pour ce nouveau test. Pour ce test, le modulateur MLI obtient une erreur plus grande autour de l'axe x par rapport au test précédent, mais elle a diminué autour des axes y et z , en comparaison du modulateur à 9 Hz au test précédent. La consommation du modulateur MLI est 2.4 fois plus grande que le modulateur PWPF. Il est donc possible de conclure que le modulateur MLI à 11 Hz est supérieur à celui à 9 Hz, autant en consommation qu'en erreur absolue. Par contre, le modulateur PWPF est supérieur à ces deux modulateurs, étant donné qu'il consomme moins.

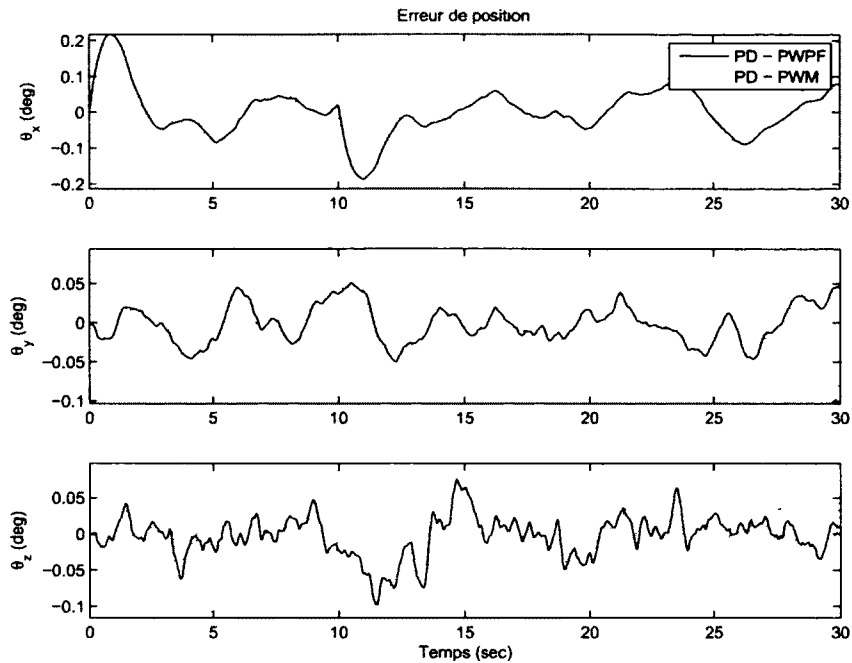


Figure 5.5 Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)

Tableau 5.4 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 11 Hz (Test 2)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	904	859	914
Consommation MLI	2079	2091	2345
Erreur absolue PWPF	0.0260	0.0102	0.0106
Erreur absolue MLI	0.0238	0.0148	0.0166

5.3.3 Modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)

Ce test conserve, encore une fois, tous les paramètres des deux tests précédents, à l'exception de la fréquence du modulateur MLI, qui est maintenant de 13 Hz. La figure 5.6 présente l'erreur obtenue en fonction du temps et le tableau 5.5 montre la consommation et l'erreur absolue. Il est à noter que le modulateur MLI fonctionne à une fréquence plus élevée que la fréquence maximale du modulateur PWPF, qui est de 12.7 Hz. La consommation du modulateur MLI est de 2.3 fois supérieure au modulateur PWPF, ce qui est similaire aux tests précédents. L'erreur obtenue par le modulateur MLI autour de l'axe des x est inférieur au modulateur PWPF et aux deux modulateurs MLI à 9 et 11 Hz. L'aug-

mentation de fréquence à eu un impact positif sur l'erreur de l'axe y , qui est maintenant proche de celle du modulateur PWPF et n'a pas eu d'impact sur l'erreur en z .

Étant donné la faible différence sur les erreurs et que le modulateur PWPF consomme toujours moins, ce dernier a un avantage certain sur le modulateur MLI.

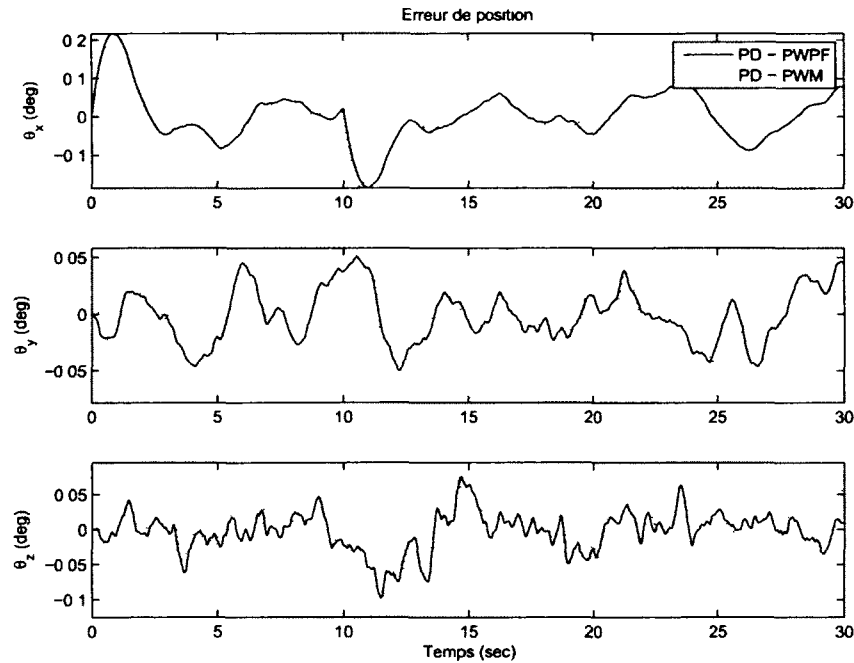


Figure 5.6 Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)

Tableau 5.5 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz (Test 3)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	904	859	914
Consommation MLI	1945	2044	2233
Erreur absolue PWPF	0.0260	0.0102	0.0106
Erreur absolue MLI	0.0167	0.0124	0.0166

5.3.4 Modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)

Dans ce test, le modulateur MLI utilisera une fréquence de 15 Hz, ce qui est 2.3 Hz plus rapide que la fréquence maximale du modulateur PWPF. La figure 5.7 présente l'erreur obtenue en fonction du temps et le tableau 5.6 montre la consommation et l'erreur absolue.

La consommation du modulateur MLI est de 2.25 fois supérieure au modulateur PWPF. L'erreur obtenue par le modulateur MLI autour des axes x et y est inférieure au modulateur PWPF, et l'erreur est similaire en z . Par contre, les propulseurs ont une durée de vie limitée, spécifiée en nombre de cycles. Donc en augmentant la fréquence du modulateur, la durée de vie diminue proportionnellement. Le modulateur MLI usera donc les propulseurs 18% plus vite que le PWPF. Encore une fois, le modulateur PWPF présente des avantages certains en terme de consommation et de durée de vie des propulseurs en comparaison du modulateur MLI à 15 Hz.

Pour conclure pour ces quatre premiers tests, le modulateur PWPF a toujours eu une consommation deux fois moindre que le modulateur MLI. Le modulateur MLI à 15 Hz obtient des erreurs moindres que le modulateur PWPF, mais le prix à payer est une durée de vie moindre et une consommation supérieure. Les deux prochains tests permettront de vérifier que les modulateurs conservent leurs performances même si la consigne change.

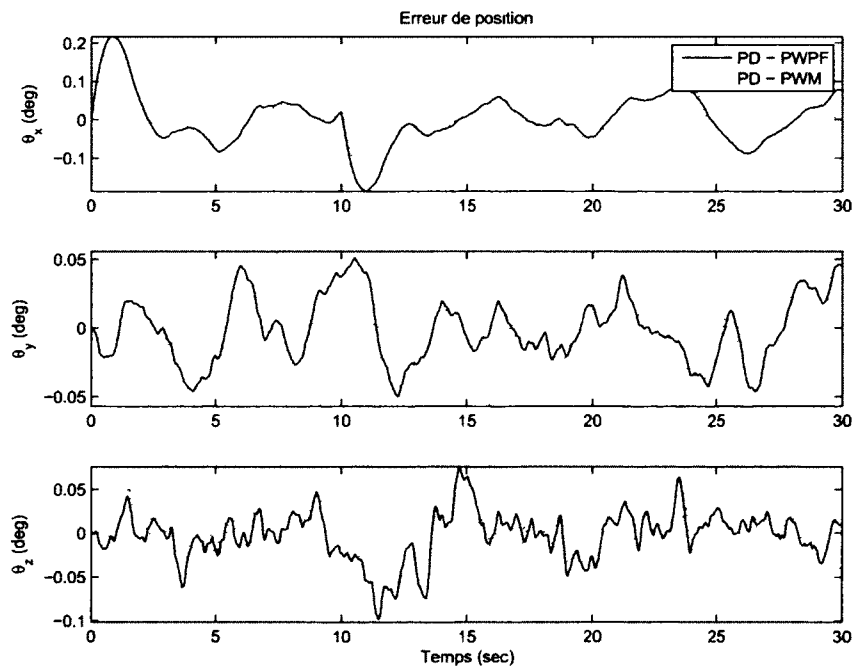


Figure 5.7 Erreur par rapport à la consigne en utilisant le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)

Tableau 5.6 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 15 Hz (Test 4)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	904	859	914
Consommation MLI	1973	1854	2201
Erreur absolue PWPF	0.0260	0.0102	0.0106
Erreur absolue MLI	0.0180	0.0085	0.0166

5.3.5 Consigne d'entrée en rampe de 5 et 25 secondes (Tests 5 et 6)

Pour les deux prochains tests, le modulateur MLI à 13 Hz est conservé, car c'est celui qui utilise une fréquence similaire au modulateur PWPF et qui obtient des erreurs semblables. Par contre, la consigne en entrée sera modifiée. Pour ces tests, la durée totale de la rampe sera de 5 et 25 secondes en maintenant le déplacement total à 5 degrés. Les figures 5.8 et 5.9 présentent, respectivement, la position du satellite dans le temps et l'erreur par rapport à la consigne, tous deux en degré, pour la rampe ayant une durée de 5 secondes.

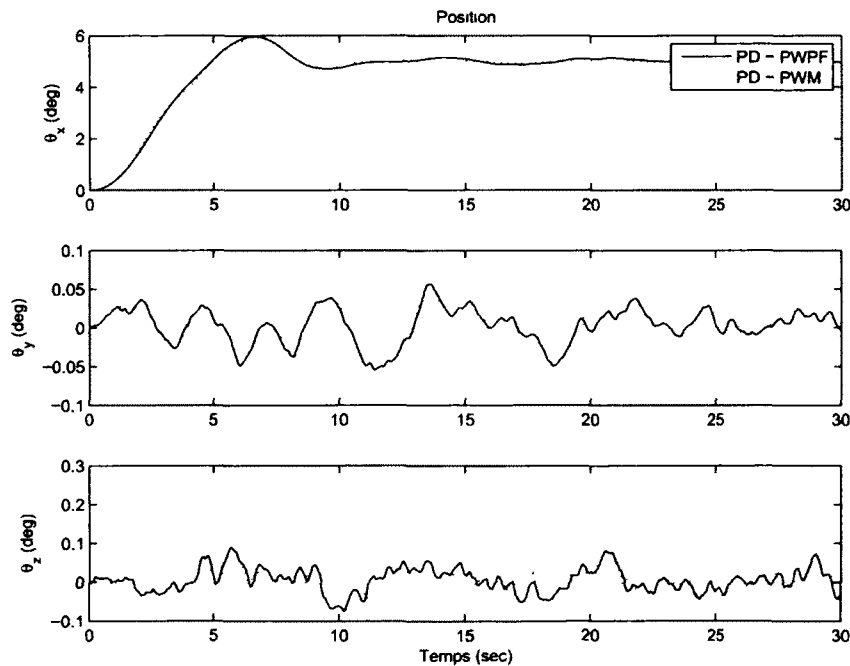


Figure 5.8 Position du satellite pour une rampe de 5 secondes (Test 5)

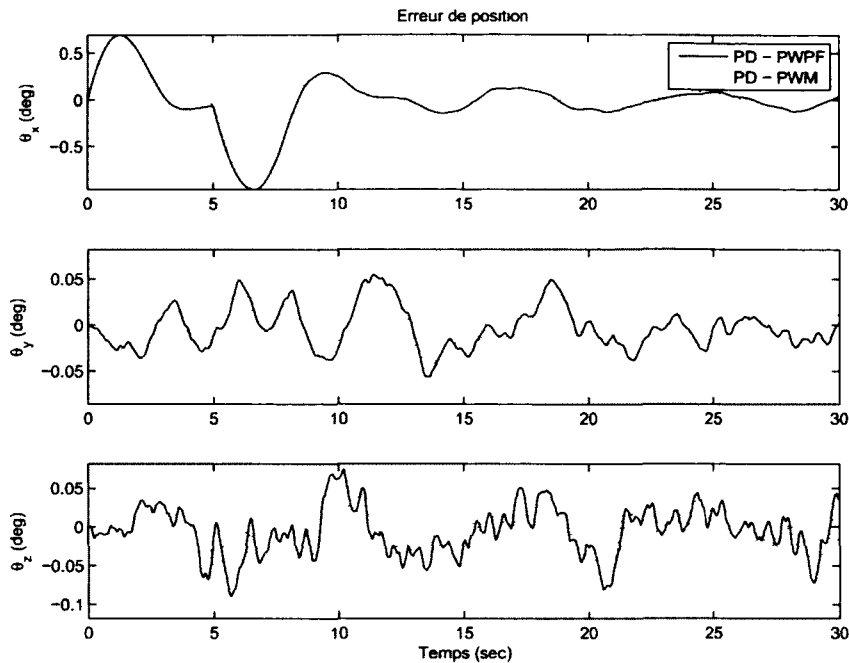


Figure 5.9 Erreur par rapport à la consigne pour une rampe de 5 secondes (Test 5)

Telles que présentées dans le tableau 5.7, les performances obtenues par les deux modulateurs sont similaires à ceux obtenus au test 3. Le déplacement rapide entraîne un dépassement important de la consigne d'environ 1 degré. Dans la figure 5.9, il est possible de constater que le modulateur MLI s'en tire mieux au niveau du dépassement de la consigne et de l'oscillation en régime permanent, ce qui est confirmé dans le tableau 5.7 par une erreur de près de 50% plus importante pour le modulateur PWPF. Les erreurs pour les axes y et z sont similaires pour les deux modulateurs. La consommation du modulateur MLI est 2.25 fois supérieure au modulateur PWPF. Un déplacement plus rapide n'a donc pas eu une influence importante, autant pour les erreurs que la consommation.

Tableau 5.7 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz pour une rampe de 5 secondes (Test 5)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	1138	761	923
Consommation MLI	2184	1963	2232
Erreur absolue PWPF	0.0942	0.0097	0.013
Erreur absolue MLI	0.0641	0.0145	0.0142

Les figures 5.10 et 5.11 présentent la position et l'erreur du satellite pour une rampe ayant une durée de 25 secondes. La consommation du modulateur MLI est d'environ 2.3 fois supérieure pour cet exemple. Les résultats obtenus sont encore une fois similaires aux tests 3 et 5, qui utilisaient tous deux un modulateur MLI à 13 Hz.

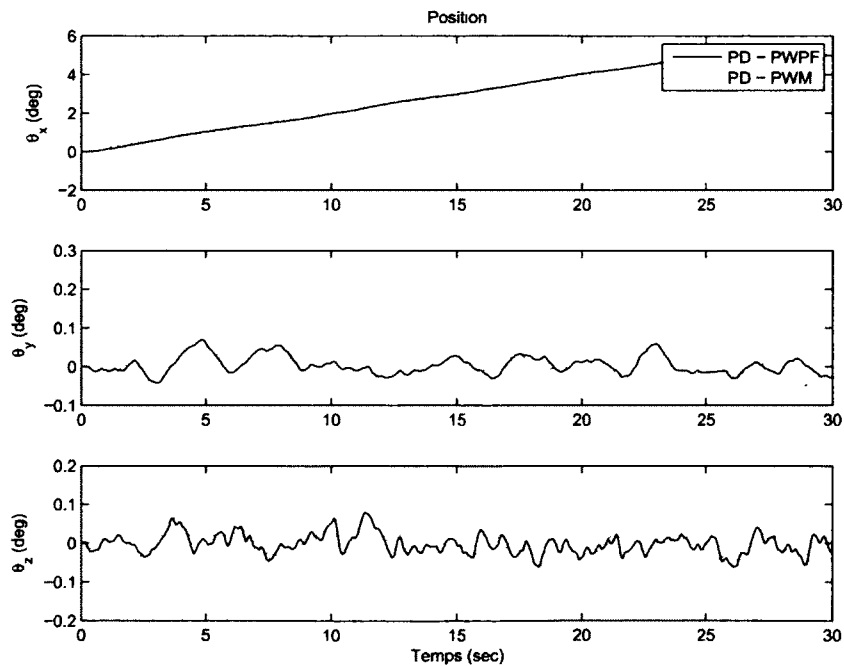


Figure 5.10 Position du satellite pour une rampe de 25 secondes (Test 6)

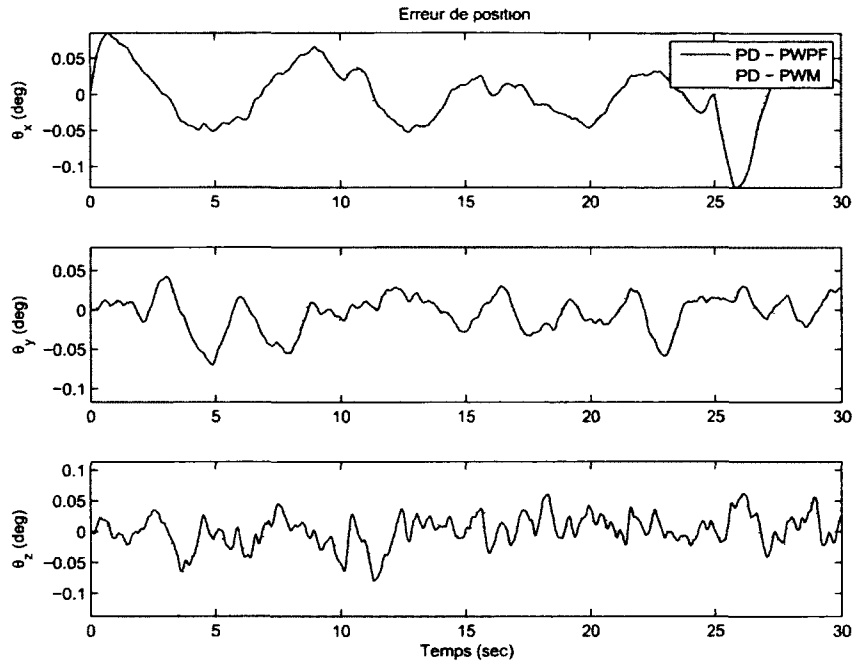


Figure 5.11 Erreur par rapport à la consigne pour une rampe de 25 secondes (Test 6)

Tableau 5.8 Consommation et erreur absolue pour le modulateur PWPF et le modulateur MLI à 13 Hz pour une rampe de 25 secondes (Test 6)

	θ_x	θ_y	θ_z
Consommation PWPF	810	860	958
Consommation MLI	1895	2004	2231
Erreur absolue PWPF	0.0169	0.0094	0.0103
Erreur absolue MLI	0.0112	0.0150	0.0154

En conclusion, le modulateur PWPF donne des résultats similaires au modulateur MLI en terme d'erreur absolue, mais il obtient ces résultats en consommant plus de deux fois moins. Étant donné que le carburant est en quantité limitée, et que toute augmentation entraîne directement une augmentation de masse et de volume du satellite, le modulateur PWPF est donc supérieur au modulateur MLI pour cette application. Les deux derniers tests ont permis de démontrer qu'un changement dans la vitesse du déplacement n'affecte pas les résultats, autant pour l'erreur que la consommation.

La prochaine section comparera le compensateur de découplage avec atténuation des modes flexibles et le compensateur PD en utilisant différents types d'actionneurs.

5.4 Comparaison entre le compensateur de découplage avec atténuation des modes flexibles et le compensateur PD

Dans cette section, le compensateur de découplage avec atténuation des modes flexibles sera comparé à des compensateurs PD sur chacun des axes de rotation du satellite.

Dans un premier temps, tel que présenté dans l'algorithme de la section 4.6.2, un compensateur de découplage selon la technique de [Magni, 2002] doit être conçu. Pour faire cette conception, le candidat a choisi de positionner les pôles à $-3 \pm 3i$, ce qui donne un temps de stabilisation de 1.33 seconde. Par la suite, l'algorithme d'optimisation du candidat a été utilisé en fixant le nombre d'itérations à 30. Les gains du compensateur de découplage en rétroaction K et anticipation H sont :

$$K = \begin{bmatrix} 116500 & -4835 & -3413 & 40540 & 3828 & 2730 \\ -4880 & 91520 & -258 & 3840 & 56730 & 9273 \\ -2441 & 688 & 77830 & 3089 & 9364 & 46240 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$H = \begin{bmatrix} 116500 & -4835 & -3413 \\ -4880 & 91520 & -258 \\ -2441 & 688 & 77830 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Pour l'ajustement du compensateur PD, le candidat s'est servi du compensateur K précédent. Ce compensateur utilise trois capteurs de position et trois de vitesse, qui est la dérivé de la position. Donc, les trois premières colonnes de la matrice K utilisent les capteurs de position, alors que les trois dernières colonnes utilisent ceux en vitesse. Il y a donc une partie de la matrice qui fait une rétroaction sur la position, comme la composante proportionnelle du compensateur PD, et une partie sur la vitesse, comme la dérivé dans le compensateur PD. La diagonale des trois premières colonnes sera donc les gains proportionnels en x , y et z , respectivement, alors que les trois dernières colonnes seront les gains dérivés, aussi en x , y et z . Le tableau suivant présente les gains choisis pour le compensateur PD.

	θ_x	θ_y	θ_z
K_p	116500	91520	77830
K_d	40540	56730	46240

Il est à noter que le compensateur PD fait une rétroaction seulement sur les positions angulaires. Étant donné l'importance des gains, surtout du gain dérivé, le bruit généré par les capteurs ou les autres dynamiques à haute fréquence, comme l'impulsion des propulseurs, sera amplifié. Pour contourner ce problème, un filtre passe-bas ayant une fréquence de coupure de 40 Hz a été utilisé pour le gain dérivé. Étant donné que l'élément qui limite la bande passante de la rétroaction est le modulateur PWPF ou MLI, avec une fréquence de moins de 15 Hz, la fréquence de coupure de l'action dérivée a été ajustée pour éviter d'amplifier inutilement le bruit tout en étant suffisamment élevée pour ne pas influencer la boucle de rétroaction.

Il est à noter que la fréquence de calcul des compensateurs est toujours de 200 fois par seconde et que le délai de calcul a été fixé à 50 microsecondes.

Le tableau 5.9 présente les 9 tests qui seront effectués pour comparer le compensateur de découplage avec le compensateur PD.

Tableau 5.9 Tests de comparaison entre le compensateur de découplage et le compensateur PD

Test #	Consigne entrée (axe x)	Comp. 1	Actionneur 1	Comp. 2	Actionneur 2
1	Rampe $1^\circ/sec$	Découplage	Prop. saturé	PD	Prop. saturé
2	Rampe $0.5^\circ/sec$	Découplage	Prop. saturé	PD	Prop. saturé
3	Rampe $0.1^\circ/sec$	Découplage	Prop. saturé	PD	Prop. saturé
4	Rampe $1^\circ/sec$	Découplage	PWPF	PD	PWPF
5	Rampe $0.5^\circ/sec$	Découplage	PWPF	PD	PWPF
6	Rampe $0.1^\circ/sec$	Découplage	PWPF	PD	PWPF
7	Rampe $1^\circ/sec$	Découplage	PWPF	PD	MLI
8	Rampe $0.5^\circ/sec$	Découplage	PWPF	PD	MLI
9	Rampe $0.1^\circ/sec.$	Découplage	PWPF	PD	MLI

Les trois premiers tests utilisent des actionneurs proportionnels saturés à un couple maximum de 100 Nm. Ces tests permettront donc de voir le comportement des deux compensateurs sans l'effet tout-ou-rien des actionneurs PWPF et MLI. Les trois tests suivants utiliseront des actionneurs PWPF. Cela permettra de démontrer l'effet de combiner les deux contributions du candidat. Les tests 7 à 9 compareront le compensateur de découplage combiné au modulateur PWPF par rapport au compensateur PD utilisant un modulateur MLI, ce dernier étant la technologie actuellement employée sur les satellites.

Chacun des tests présentera l'erreur obtenue entre la consigne et la sortie. Aucun *input shaper* ne sera utilisé pour ces tests. Les figures affichant la position du satellite ne seront pas présentées, car elles se ressemblent toutes. Il faut seulement se rappeler que, pour chaque simulation, la consigne est une rampe qui débute à 0° pour se terminer à 5° , seule la durée de cette rampe change.

5.4.1 Comparaison des compensateurs avec actionneurs proportionnels saturés (Tests 1, 2 et 3)

Dans les trois premiers tests, des actionneurs proportionnels saturés à un couple de 100 Nm sont utilisés. Les figures 5.12, 5.13 et 5.14 montrent l'erreur entre la consigne et la sortie pour une rampe de $1^\circ/s$, $0.5^\circ/s$ et $0.1^\circ/s$, respectivement. Le tableau 5.10 présente la consommation et l'erreur absolue obtenue pour chaque axe et test. Le compensateur PD a consommé plus de 1.9 fois plus que le compensateur de découplage, tel que présenté dans le tableau 5.10.

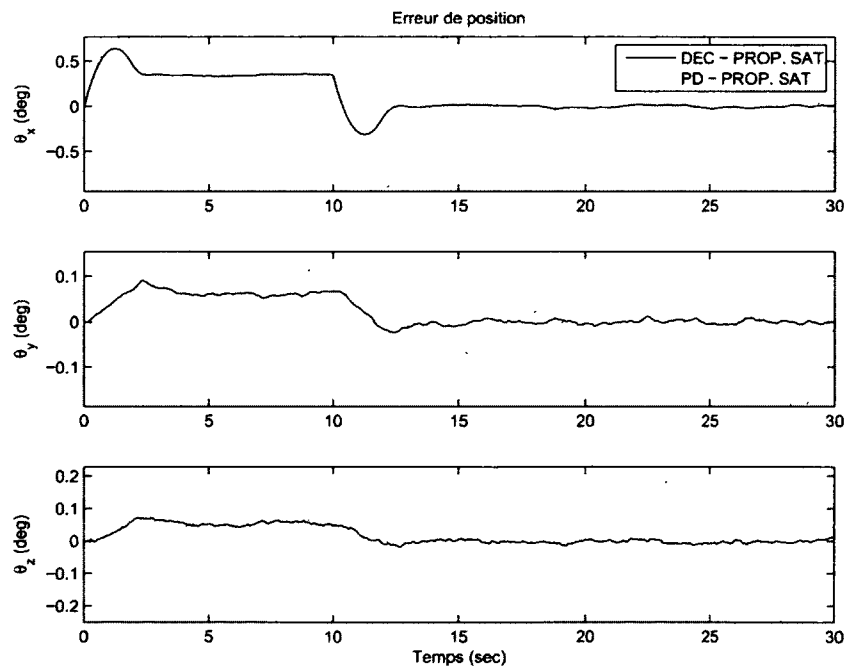


Figure 5.12 Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $1^\circ/sec$ (Test 1)

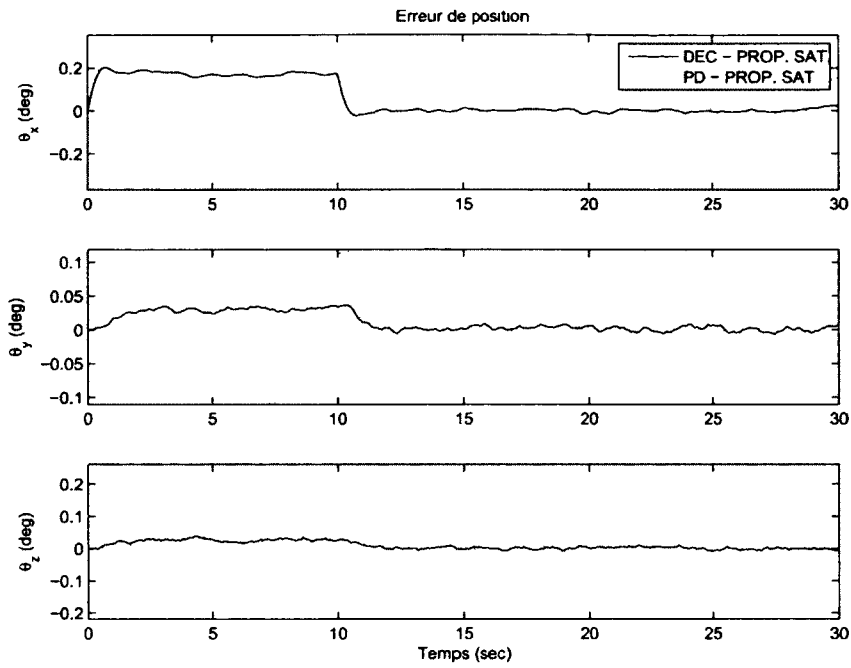


Figure 5.13 Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $0.5^\circ/sec$ (Test 2)

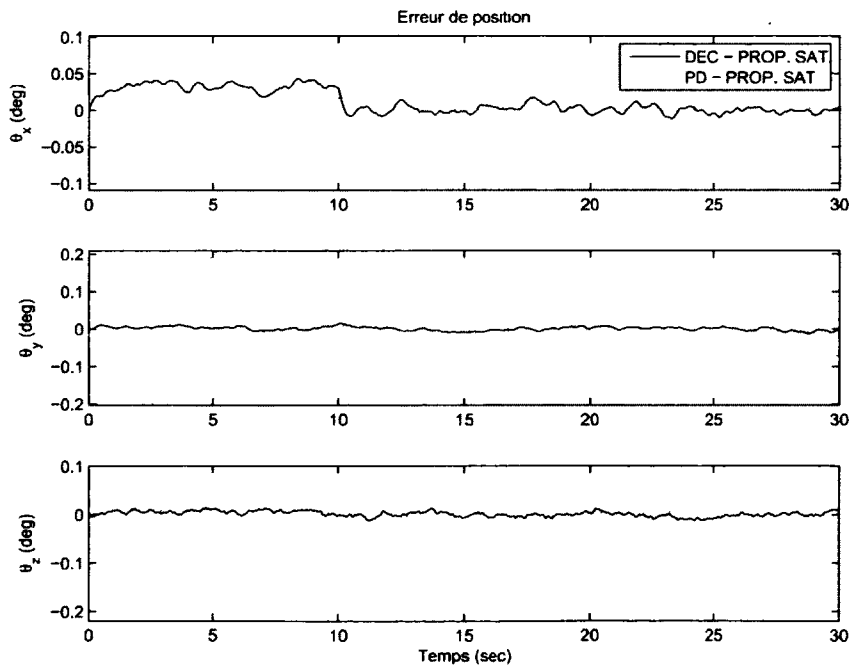


Figure 5.14 Erreur de position lors de l'utilisation d'actionneurs proportionnels saturés et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 3)

Tableau 5.10 Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 1 à 3

		Test		
	Axe	1	2	3
Consommation Découplage	x	1657	1468	1439
	y	1216	1229	1226
	z	1170	1156	1150
Consommation PD	x	2581	2508	2469
	y	2538	2527	2489
	z	2526	2515	2487
Erreur absolue Découplage	x	0.0767	0.0323	0.0071
	y	0.0129	0.0063	0.0024
	z	0.0109	0.0057	0.0025
Erreur absolue PD	x	0.1482	0.0525	0.0211
	y	0.0318	0.0248	0.0343
	z	0.0485	0.0374	0.0308

Les trois figures montrent bien que le compensateur de découplage (ligne pleine) oscille beaucoup moins que le compensateur PD (ligne pointillée). Dans le cas de la figure 5.12, le compensateur PD oscille avec une amplitude d'environ $\pm 0.3^\circ$ autour de l'axe des x , alors que le compensateur de découplage a peu d'oscillations. Par contre, le compensateur de découplage génère une erreur durant tout le temps où la rampe est appliquée. Cette erreur est d'environ 0.4° pour la rampe de $1^\circ/sec$, de 0.2° pour celle de $0.5^\circ/sec$ et de moins de 0.05° pour la dernière. Il est à noter que cette erreur, bien qu'indésirable, est préférable à des oscillations qui persistent après la manœuvre. Malgré cette erreur, le compensateur de découplage excite beaucoup moins les modes flexibles et diminue de façon substantielle l'oscillation autour des 3 axes, comme il est possible de le constater sur ces figures. Un déplacement plus rapide sur l'axe des x entraîne une oscillation plus importante en régime permanent, donc dans la figure 5.12, l'oscillation est d'environ $\pm 0.3^\circ$ durant le régime permanent, alors que pour les figures 5.13 et 5.14 d'environ $\pm 0.1^\circ$. Il est évident que des déplacements plus lents solliciteront moins les modes flexibles.

Pour les axes y et z , il y a une oscillation qui se situe entre 0.1° et 0.2° pour chacun des tests avec le compensateur PD, alors qu'il y a très peu d'oscillations pour le compensateur de découplage.

En utilisant des propulseurs proportionnels saturés, le compensateur de découplage permet d'atténuer significativement les oscillations et de consommer moins de carburant. Les prochains tests utiliseront un modulateur PWPF et des propulseurs tout-ou-rien au lieu des actionneurs proportionnels.

5.4.2 Comparaison des compensateurs avec modulateur PWPF (Tests 4, 5 et 6)

Dans les trois prochains tests, les actionneurs proportionnels saturés sont remplacés par des propulseurs tout-ou-rien et des modulateurs PWPF. Le couple des propulseurs est de 100 Nm. Ces tests permettront de déterminer si les modulateurs PWPF peuvent fonctionner autant avec le compensateur de découplage du candidat, qu'avec un compensateur PD. Les gains du compensateur PD sont ceux présentés précédemment et correspondent aux gains trouvés dans le compensateur de découplage.

Les trois tests auront les mêmes consignes en entrée qu'aux tests précédents, soit une rampe de $1^\circ/s$, $0.5^\circ/s$ et $0.1^\circ/s$. Les figures 5.15, 5.16 et 5.17 montrent l'erreur obtenue entre les consignes en entrée et l'orientation du satellite en sortie, en fonction du temps. Le tableau 5.11 présente la consommation et l'erreur absolue obtenue pour chacun des tests.

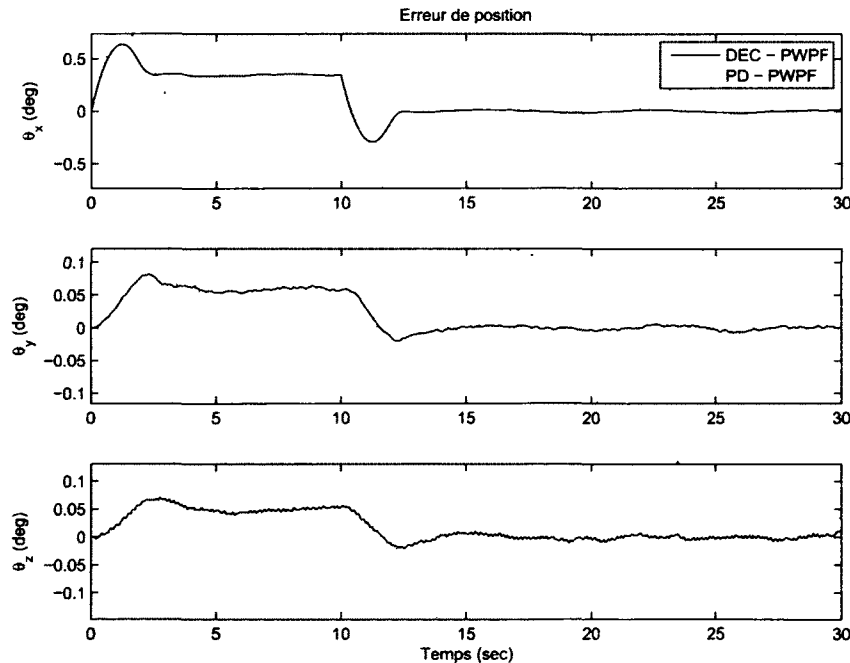


Figure 5.15 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $1^\circ/sec$ (Test 4)

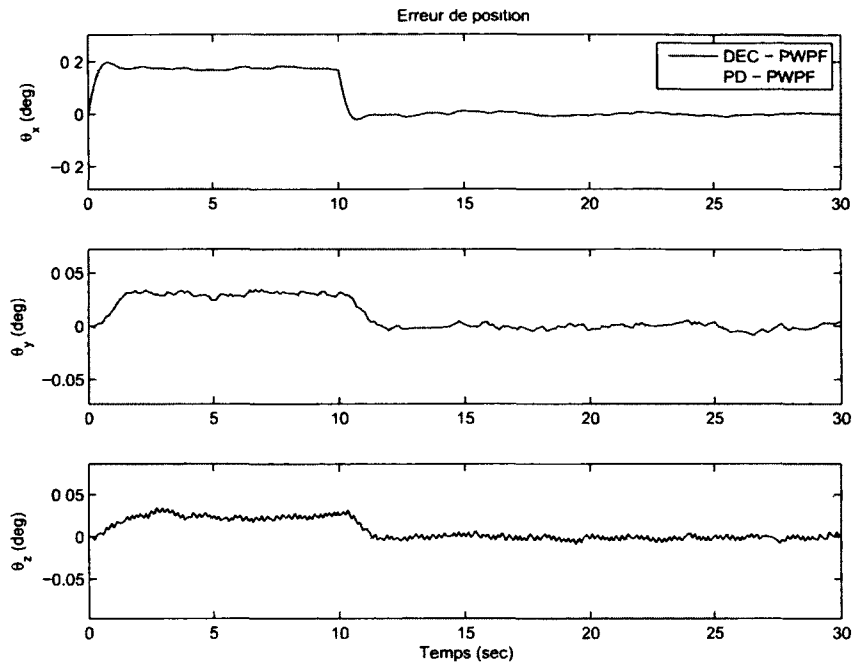


Figure 5.16 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $0.5^\circ/sec$ (Test 5)

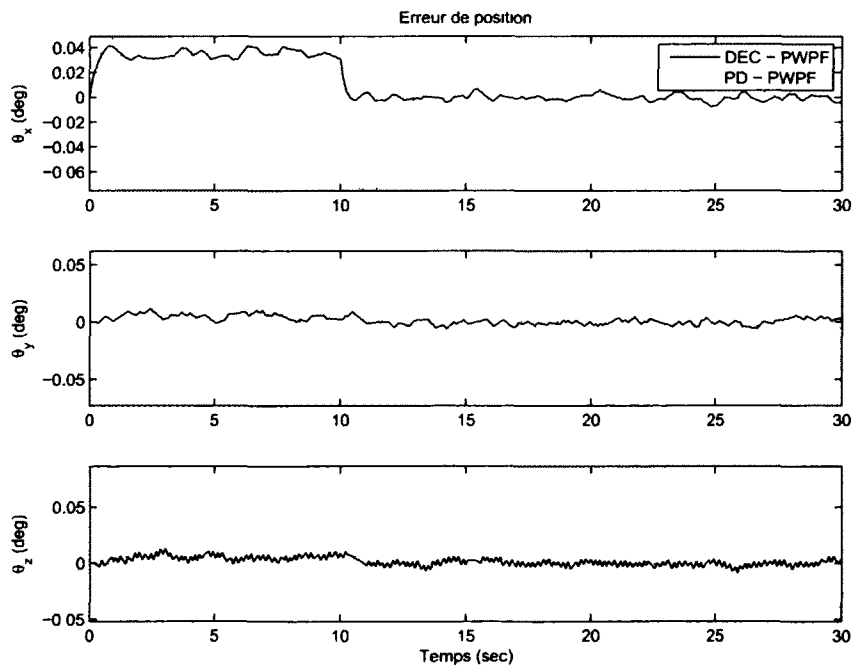


Figure 5.17 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 6)

Tableau 5.11 Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 4 à 6

	Axe	Test		
		4	5	6
Consommation Découplage-PWPF	x	828	371	208
	y	331	248	291
	z	717	668	706
Consommation PD-PWPF	x	1160	571	275
	y	401	257	325
	z	444	310	336
Erreur absolue Découplage-PWPF	x	0.0749	0.032	0.0067
	y	0.0118	0.006	0.0016
	z	0.0103	0.005	0.0016
Erreur absolue PD-PWPF	x	0.1078	0.0423	0.0101
	y	0.0268	0.0164	0.0118
	z	0.0312	0.0178	0.0140

Tout d'abord, les résultats du tableau 5.11 permettent d'évaluer la consommation pour les différents tests. Pour le test 4, le compensateur de découplage a consommé 1876 Ns , alors que le compensateur PD en a consommé 2005 Ns , ce qui fait 7% de plus pour ce dernier. Par contre, pour les deux autres tests, c'est le compensateur PD qui a consommé moins. Dans le test 5, il a consommé 1138 Ns contre 1287 Ns pour le compensateur de découplage, ce qui fait près de 12% de moins. Pour le test 6, c'est 23% moins de consommation en faveur du compensateur PD. Cette hausse de la consommation du compensateur de découplage est imputable à la commande de rotation autour de l'axe z . Dans les tests 1 à 3, la consommation en y et z était équivalente, alors que dans les tests 4 à 6, la consommation en z est plus de deux fois supérieure à celle en y . Il est aussi possible de constater cette augmentation de la consommation en z par l'oscillation de très faible amplitude, mais à haute fréquence, qu'il y a en z sur les figures 5.15, 5.16 et 5.17. Malgré cette augmentation, le compensateur de découplage avec modulateur PWPF consomme moins que ce même compensateur avec des actionneurs proportionnels. Le test 1 a consommé 2.15 fois plus que le test 4, le test 2 a consommé 3 fois plus que le test 5, et le test 3 3.15 fois plus que le test 6.

Même si la consommation pour le compensateur de découplage avec modulateur PWPF est moindre, les erreurs absolues obtenues pour ces tests sont légèrement inférieures à celles obtenues pour les tests 1 à 3. Il est aussi possible de constater dans les figures

que le satellite commandé par le compensateur PD a une oscillation non négligeable en régime permanent, alors que celui commandé par le compensateur de découplage a très peu d'oscillations durant la même période. Ce qui peut être confirmé par des erreurs absolues moins élevées pour le compensateur de découplage dans le tableau 5.11

Les prochains tests compareront le compensateur de découplage combiné au modulateur PWPF par rapport au compensateur PD utilisant un modulateur MLI, ce dernier étant ce qui est utilisé dans les satellites actuellement.

5.4.3 Comparaison des compensateurs avec modulateurs PWPF et MLI (Tests 7, 8 et 9)

Dans ces trois derniers tests, le compensateur de découplage utilisant des modulateurs PWPF sera comparé au compensateur PD muni de modulateurs MLI. Les gains des compensateurs de découplage et PD sont les mêmes que pour les tests précédents. Les consignes en entrée sont les mêmes qu'aux tests précédents, soit une rampe de $1^\circ/s$, $0.5^\circ/s$ et $0.1^\circ/s$. Les figures 5.18, 5.19 et 5.20 présentent l'erreur obtenue en sortie pour ces trois consignes. Le tableau 5.11 présente la consommation et l'erreur absolue obtenue pour chacun des tests.

Dans ce tableau, il est possible d'évaluer la consommation pour chacun des tests. La combinaison du compensateur PD et du modulateur MLI consomme toujours plus que celle du compensateur de découplage avec le modulateur PWPF, de 4.45, 6 et 6.55 fois plus pour les tests 7 à 9, respectivement. Malgré cette différence importante de consommation, le compensateur de découplage a presque toujours une erreur absolue plus faible que le compensateur PD, sauf pour le test 7 dans l'axe des x où l'erreur est légèrement moindre pour le compensateur PD, tel que présenté dans le tableau 5.11. Les figures démontrent qu'il reste une oscillation importante en régime permanent avec le compensateur PD, de l'ordre de 0.1° à 0.2° selon les tests et les axes. Cette oscillation est inexistante pour le compensateur de découplage.

L'avantage du compensateur de découplage et du modulateur PWPF est que la réponse du système est plus prévisible et que la sortie oscille moins en régime permanent à la suite des manœuvres, pour une consommation moindre. Mais le prix à payer est l'erreur à la rampe en régime transitoire.

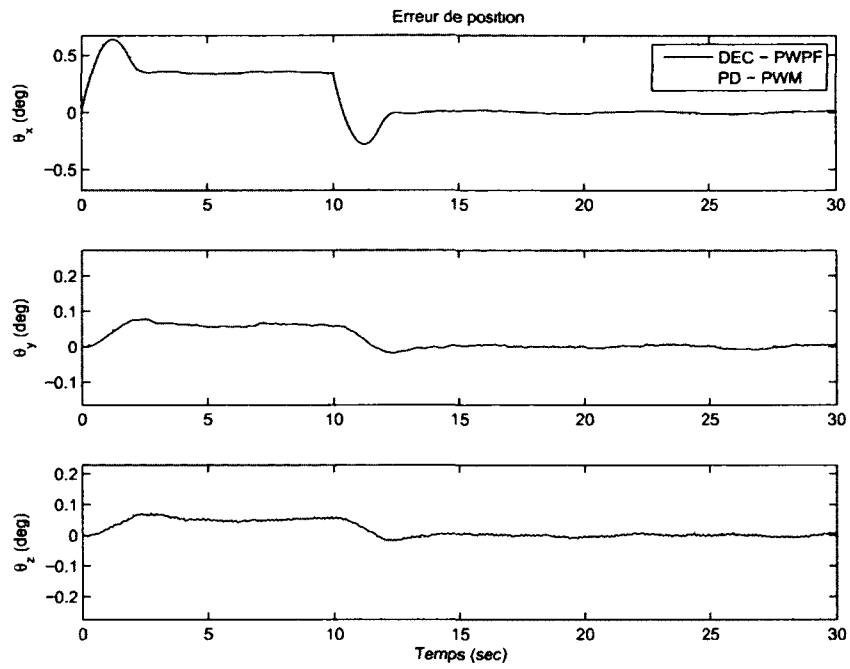


Figure 5.18 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $1^\circ/\text{sec}$ (Test 7)

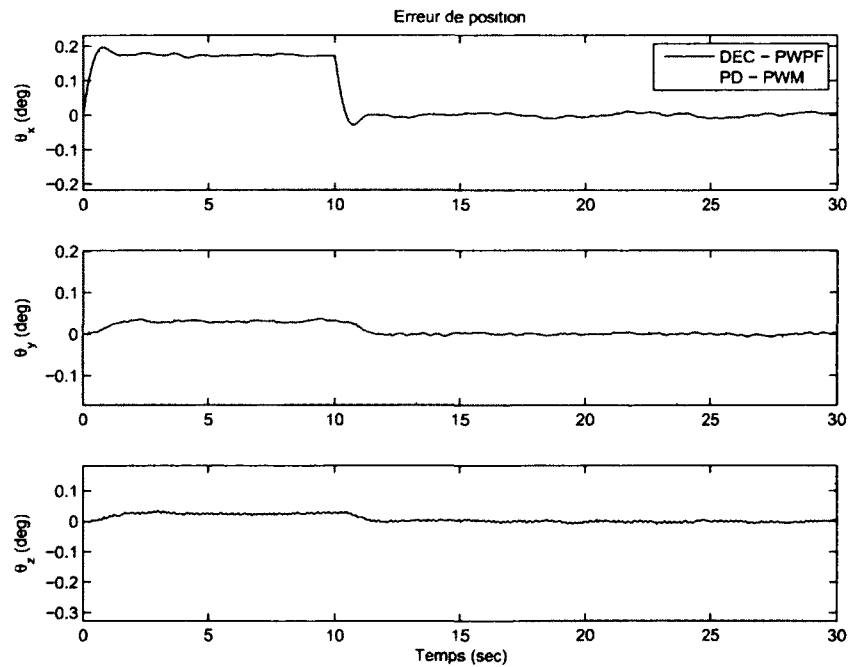


Figure 5.19 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $0.5^\circ/\text{sec}$ (Test 8)

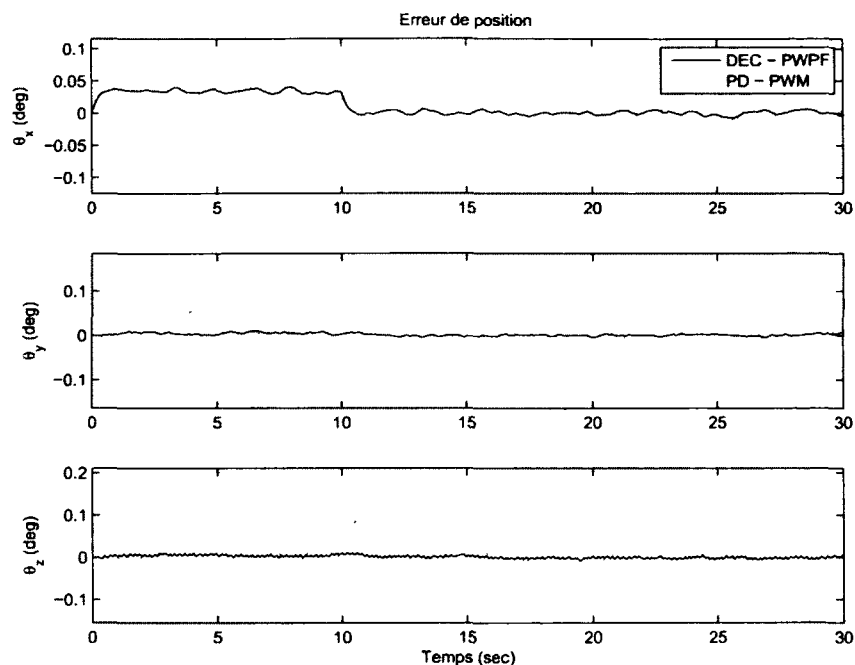


Figure 5.20 Erreur de position lors de l'utilisation de modulateurs PWPF et MLI et d'une rampe de $0.1^\circ/sec$ (Test 9)

Tableau 5.12 Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests 7 à 9

		Test		
	Axe	7	8	9
Consommation Découplage-PWPF	x	819	389	213
	y	329	261	238
	z	670	679	761
Consommation PD-MLI	x	2689	2636	2688
	y	2739	2725	2638
	z	2688	2665	2632
Erreur absolue Découplage-PWPF	x	0.0747	0.0322	0.0068
	y	0.0121	0.0060	0.0015
	z	0.0105	0.0053	0.0016
Erreur absolue PD-MLI	x	0.0708	0.0340	0.0206
	y	0.0397	0.0324	0.0314
	z	0.0490	0.0350	0.0277

5.4.4 Conclusion sur les tests 1 à 9

Les tests 1 à 9 ont permis de comparer les compensateurs de découplage et PD en utilisant des propulseurs proportionnels ou tout-ou-rien actionné par des modulateurs PWPF et MLI.

Dans tous les tests, il a été démontré que le compensateur PD avait une oscillation importante en régime permanent en comparaison du compensateur de découplage, où l'oscillation était négligeable. Par contre, le compensateur de découplage génère une erreur lorsque la consigne en entrée est une rampe, ce que le compensateur PD n'a pas.

Les tests 7 à 9 ont présenté la comparaison entre le compensateur de découplage utilisant des modulateurs PWPF et le compensateur PD et des modulateurs MLI. Ce dernier système avait une consommation au moins 4 fois supérieure à celle du compensateur de découplage, pour des erreurs absolues similaires et une oscillation en régime permanent. Ces derniers tests montrent bien que le compensateur de découplage et les modulateurs PWPF sont supérieurs au compensateur PD et aux modulateurs MLI pour le système proposé.

La prochaine section présentera les réponses fréquentielles des systèmes utilisés dans les tests précédents.

5.5 Réponse fréquentielle

La réponse fréquentielle permet d'analyser le comportement du système pour les différentes fréquences qui peuvent être injectées en entrée. Il est aussi possible d'évaluer la bande passante du système en boucle fermée, ce qui permet de déterminer son temps de réponse. Pour ce qui est des modes flexibles, ils apparaissent dans le diagramme de Bode comme des pics fins ayant un gain élevé.

Les prochains tests ont été faits en utilisant des actionneurs proportionnels sans saturation pour obtenir un système linéaire. Étant donné que le diagramme de Bode est un outil pour analyser les systèmes à entrée unique et sortie unique, seules les réponses fréquentielles de l'entrée vers sa sortie correspondante seront présentées, c'est-à-dire de l'entrée x vers la sortie x , de l'entrée y vers la sortie y et de l'entrée z vers la sortie z . Les couplages vers les autres sorties ne seront pas présentés pour ne pas allonger inutilement l'analyse. Les compensateurs utilisés sont les mêmes que pour les tests 1 à 9 vus dans la section précédente.

Les deux premières figures, 5.21 et 5.22, présentent la réponse fréquentielle de l'entrée x vers la sortie x pour les compensateurs de découplage et PD, respectivement. La bande passante du compensateur de découplage est d'environ 4 rad/s, alors que celle du compensateur PD est d'environ 10 rad/s, ce qui peut être déterminé lorsque le gain est de 3 dB sous le gain à basse fréquence. Il est à noter que la fréquence des six modes flexibles, qui se situent entre 0.9 et 2.5 rad/s, se retrouvent à l'intérieur de la bande passante des deux compensateurs. Le compensateur de découplage parvient à atténuer complètement le gain de quatre modes flexibles et atténuer partiellement les deux autres modes, qui ont maintenant un gain d'environ 3 dB, contre 5 dB pour le compensateur PD. Comme vu dans le chapitre sur le compensateur de découplage, lorsque le système est commandé par ce dernier, les modes flexibles forment des pics plus étroits que ceux dont le système de commande est un compensateur PD. Donc, il y a bien atténuation des modes flexibles par le compensateur de découplage, par rapport au compensateur PD.

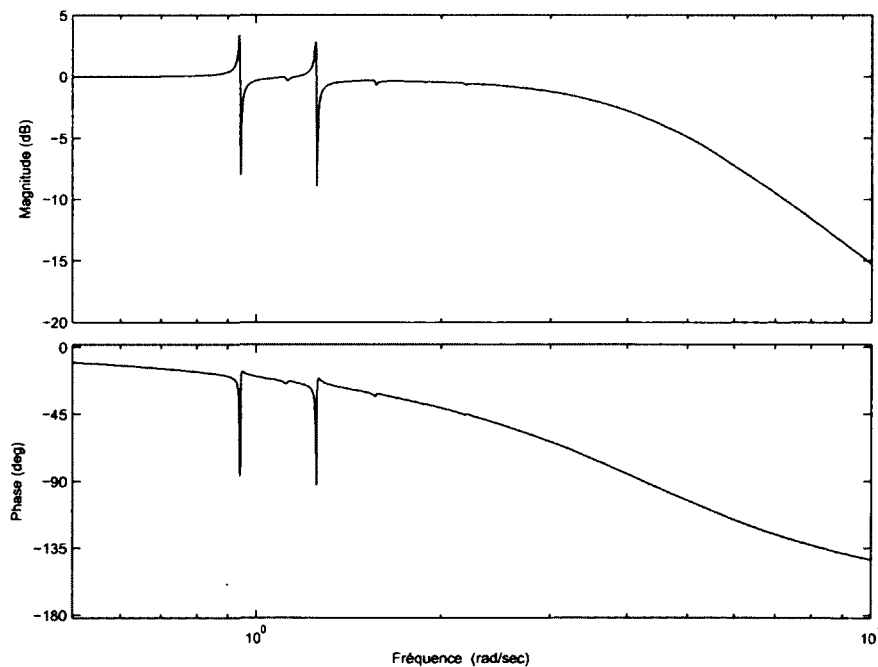


Figure 5.21 Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe x

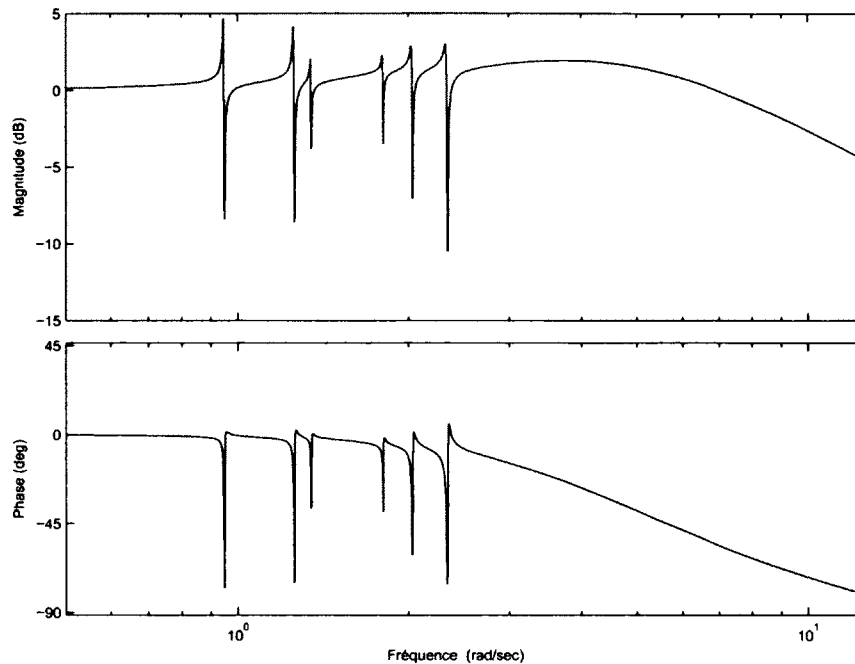


Figure 5.22 Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe x

Les figures 5.23 et 5.24 présentent la réponse fréquentielle de l'entrée y vers la sortie y . Dans ce test, le compensateur de découplage a une bande passante beaucoup plus faible que le compensateur PD, de 2 rad/s contre 20 rad/s, respectivement. Les modes flexibles se retrouvent donc dans la bande passante du système en boucle fermée pour le compensateur PD, mais pas dans celle du système commandé pas le compensateur PD. Il faut se rappeler que ces réponses fréquentielles utilisent des actionneurs proportionnels sans saturation, il est donc certain que les tests présentés précédemment, qui comparent les deux compensateurs, auront des différences en fonction des actionneurs utilisés.

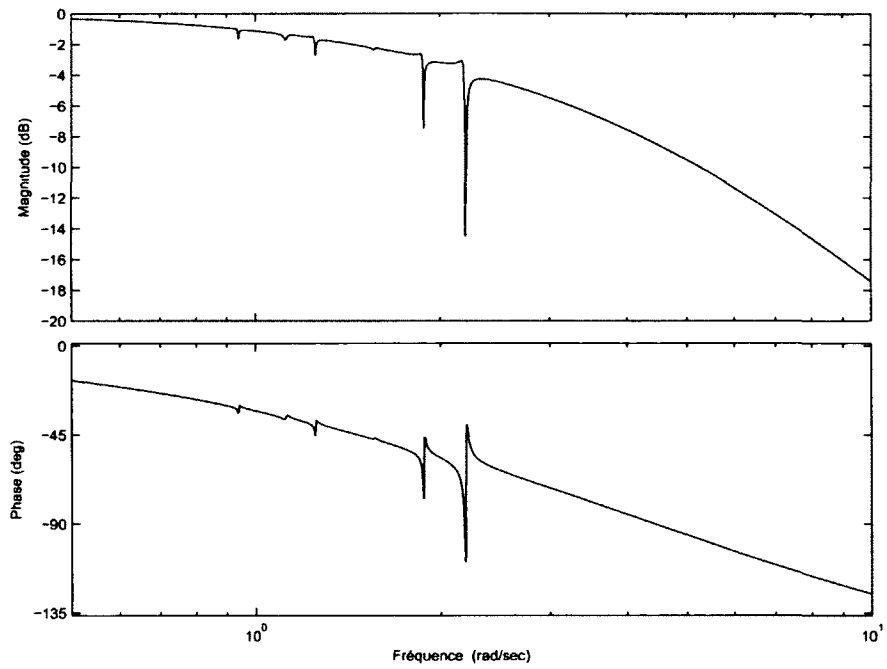


Figure 5.23 Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe y

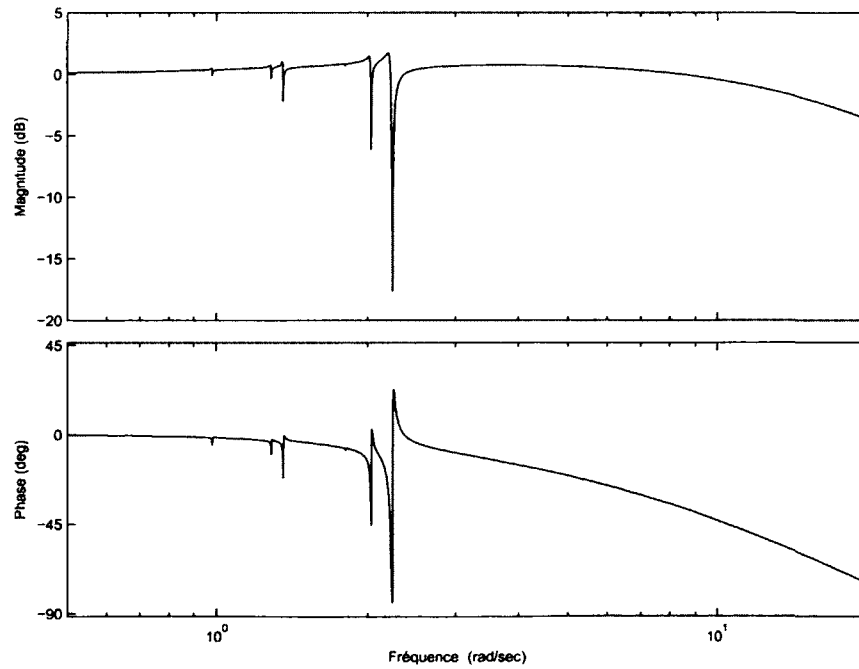


Figure 5.24 Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe y

Finalement, les figures 5.25 et 5.26 présentent la réponse fréquentielle de l'entrée z vers la sortie z . Encore une fois, la bande passante du compensateur PD, valant près de 50 rad/s, est beaucoup plus grande que celle du compensateur de découplage, se limitant à 2 rad/s. Malgré une bande passante très grande pour le compensateur PD, cela n'aura pas une répercussion proportionnelle sur le temps de réponse du système étant donné que la poussée maximale des actionneurs est limitée dans les tests vus précédemment. Cette limite affectera directement la vitesse maximale à laquelle le système peut se déplacer, ce qui aura une incidence importante sur le temps de réponse. Les modes flexibles dont les gains sont les plus importants se retrouvent à l'intérieur de la bande passante du compensateur de découplage, alors que les six modes flexibles se retrouvent dans celle du compensateur PD. Le compensateur de découplage parvient à atténuer presque totalement quatre des modes flexibles et partiellement les deux autres, le gain le plus élevé étant de 2 dB, contre 4 dB pour le compensateur PD.

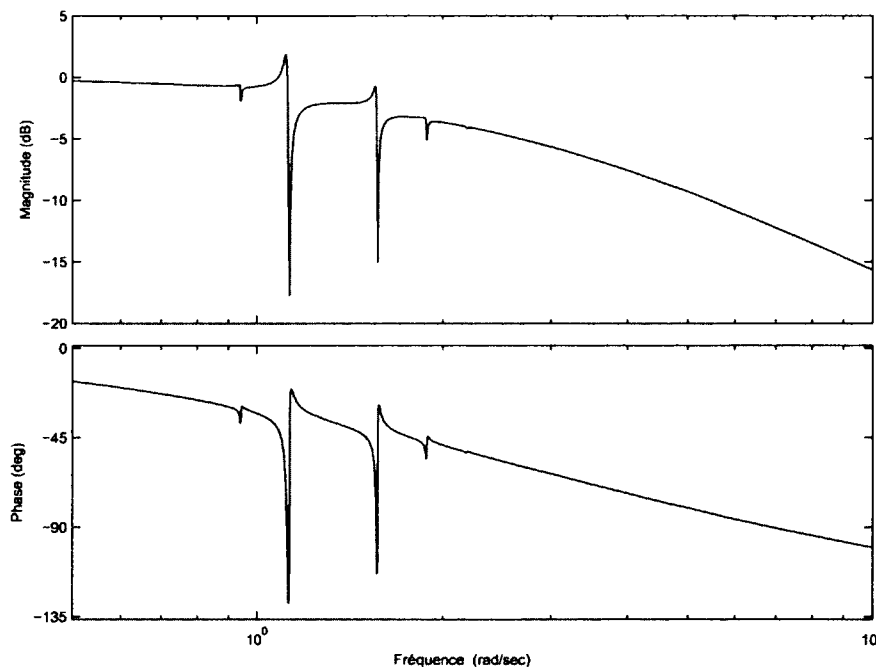


Figure 5.25 Réponse fréquentielle du compensateur de découplage pour l'axe z

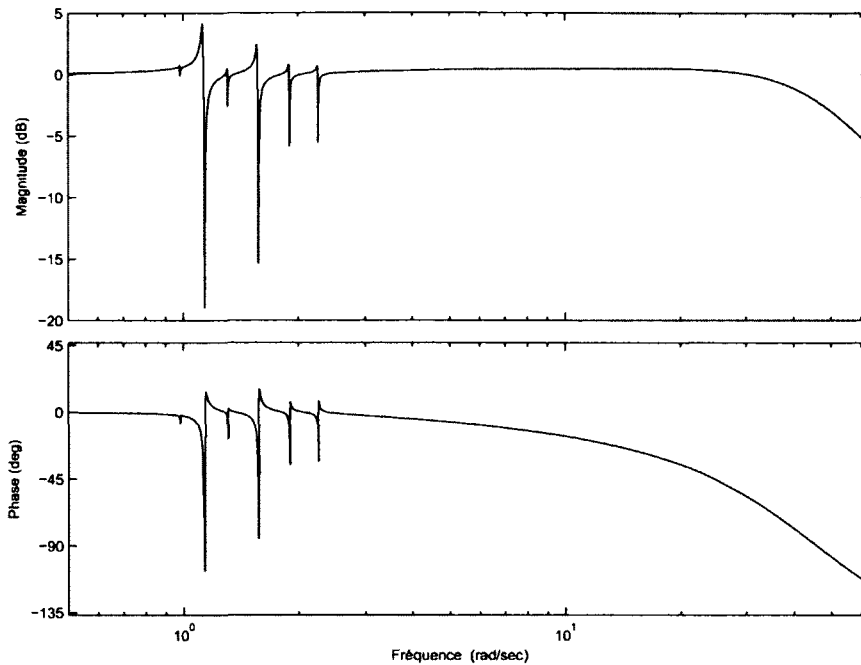


Figure 5.26 Réponse fréquentielle du compensateur PD pour l'axe z

Donc, les modes flexibles se retrouvent à l'intérieur de la bande passante du compensateur de découplage pour les axes x et z . Ce dernier parvient bien à atténuer le gain des modes flexibles. Par contre, le compensateur de découplage a une bande passante beaucoup moins grande que le compensateur PD en utilisant des actionneurs proportionnels non-saturés.

La section suivante présentera l'utilisation de l'*input shaper* pour la commande du satellite, autant pour le compensateur de découplage, que le compensateur PD.

5.6 Utilisation de l'*input shaper*

Les trois prochains tests utilisent les *input shapers* proposés par le candidat pour moduler une consigne échelon. Deux types d'*input shapers* seront utilisés, un ZVD et un MIS ZVD. Le modulateur est conçu en convoluant trois *input shapers*, le premier à une fréquence de 0.1 Hz, et les deux autres à 1.33 et 1.66 fois cette fréquence, tel que présenté dans le chapitre portant sur les *input shapers*.

Les tests seront faits en utilisant des modulateurs PWPF et un compensateur PD ayant les gains suivants :

	θ_x	θ_y	θ_z
K_p	5500	3500	4500
K_d	3000	1000	1500

Les actionneurs utilisés seront de type tout-ou-rien avec modulation PWPF.

Le premier test est fait sans *input shaper*. La consigne en entrée est un échelon de 2 degrés. Les figures 5.27 et 5.28 présentent, respectivement, l'orientation et l'erreur d'orientation du satellite dans le temps. L'orientation du satellite autour de l'axe x a beaucoup d'oscillation, environ ± 0.4 degré, tel que présenté sur la figure 5.28. L'oscillation autour des deux autres axes est d'environ ± 0.1 degré.

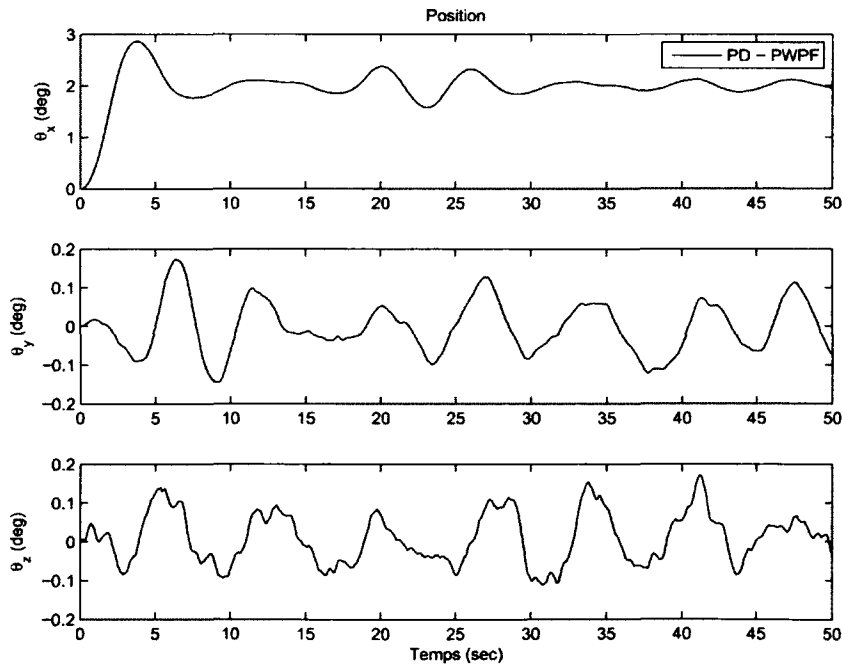


Figure 5.27 Position du satellite en utilisant une consigne échelon

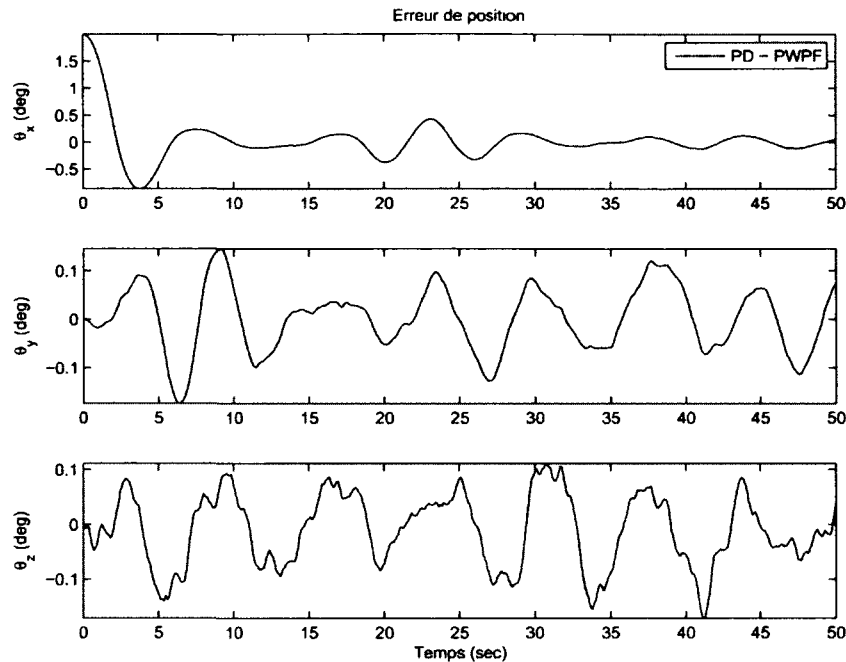


Figure 5.28 Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon

Dans le deuxième test, l'*input shaper* ZVD est utilisé pour moduler la consigne échelon. Les figures 5.29 et 5.30 montrent l'orientation et l'erreur d'orientation avec la consigne échelon modulée. L'erreur présentée dans les figures 5.30 et 5.32 pour le prochain test correspond à la différence entre l'orientation réelle du satellite et la sortie de l'*input shaper*. Le déplacement de 2 degrés se fait maintenant en 12 secondes approximativement, contre 5 secondes pour le test précédent. Pour l'axe des x , le satellite oscille d'environ $\pm 0.1^\circ$ durant le régime transitoire et de $\pm 0.05^\circ$ durant le régime permanent. Pour les deux autres axes, l'oscillation est d'environ $\pm 0.05^\circ$, autant en régime transitoire que permanent. L'oscillation est donc quatre fois moins importante pour l'axe des x et de deux fois moins pour les axes y et z , par rapport au test sans *input shaper*. Dans le tableau 5.13, les résultats montrent bien que l'utilisation de l'*input shaper* fait chuter radicalement l'erreur absolue entre le premier et le deuxième test, l'erreur absolue est sept fois plus petite pour l'erreur en x et d'un peu plus de deux fois en y et z .

L'utilisation de l'*input shaper* ZVD permet de réduire la consommation de 45% par rapport au test sans *input shaper*, tel que présenté dans le tableau 5.13.

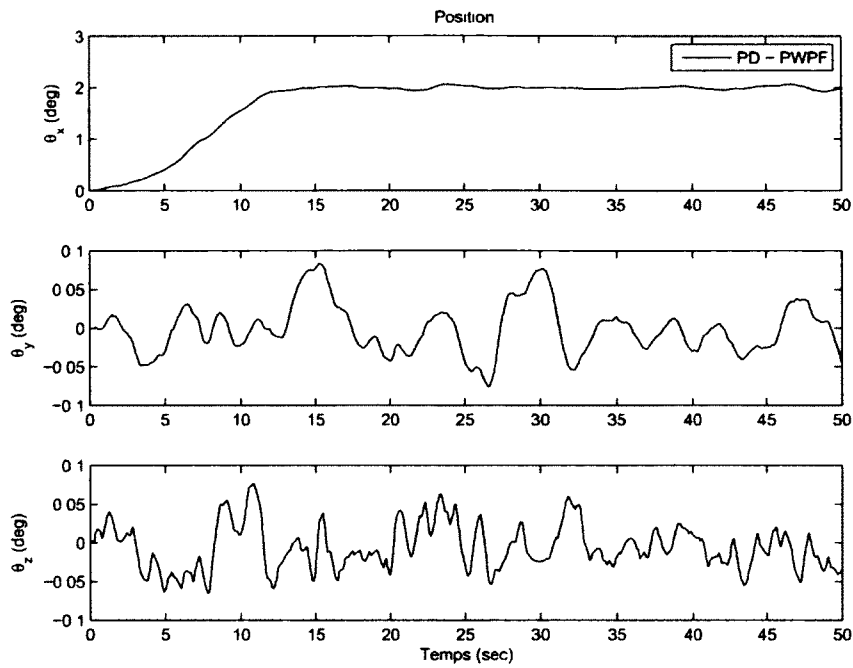


Figure 5.29 Position du satellite en utilisant une consigne échelon et un *input shaper* ZVD

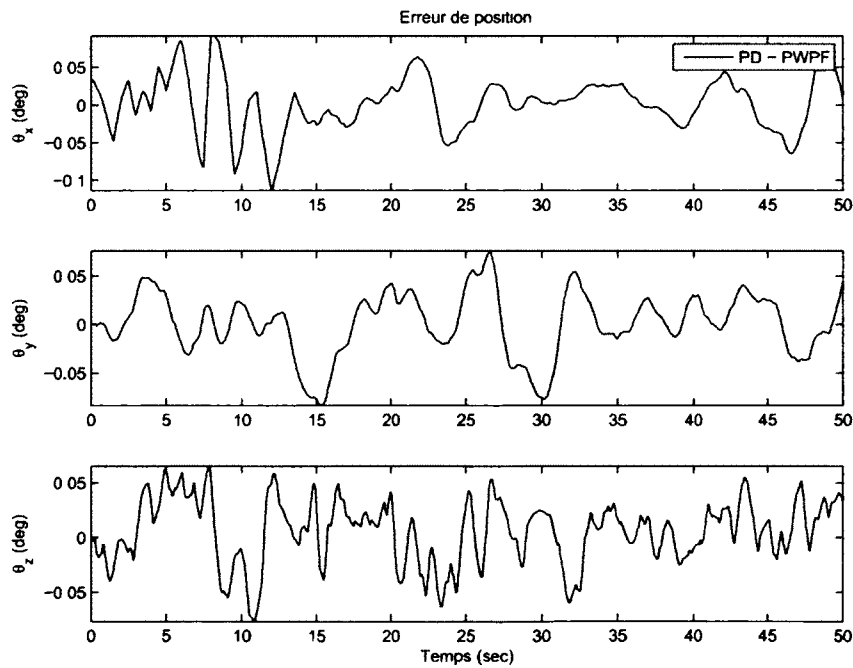


Figure 5.30 Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon et un *input shaper* ZVD

Pour le troisième test, un modulateur MIS ZVD a été utilisé. La consigne dure maintenant environ 15 secondes pour atteindre 2 degrés, tel que présenté sur la figure 5.31. C'est peu de différence de temps, par rapport au test précédent, par contre cela fait une grande différence sur la consommation. En effet, comme présentée dans le tableau 5.13, la consommation pour ce test est de 8% de celle du test précédent. Pour ce qui est des oscillations, l'erreur absolue en x est de 40% supérieure par rapport au test précédent, en y de 56% inférieure et en z équivalente. Les erreurs présentées à la figure 5.32 montrent que les oscillations à plus haute fréquence sont disparues par rapport au test précédent. Ces oscillations étaient représentées par des changements brusques et fréquents de direction. Par contre, les amplitudes maximales des oscillations sont similaires à celles obtenues au test utilisant l'*input shaper* ZVD.

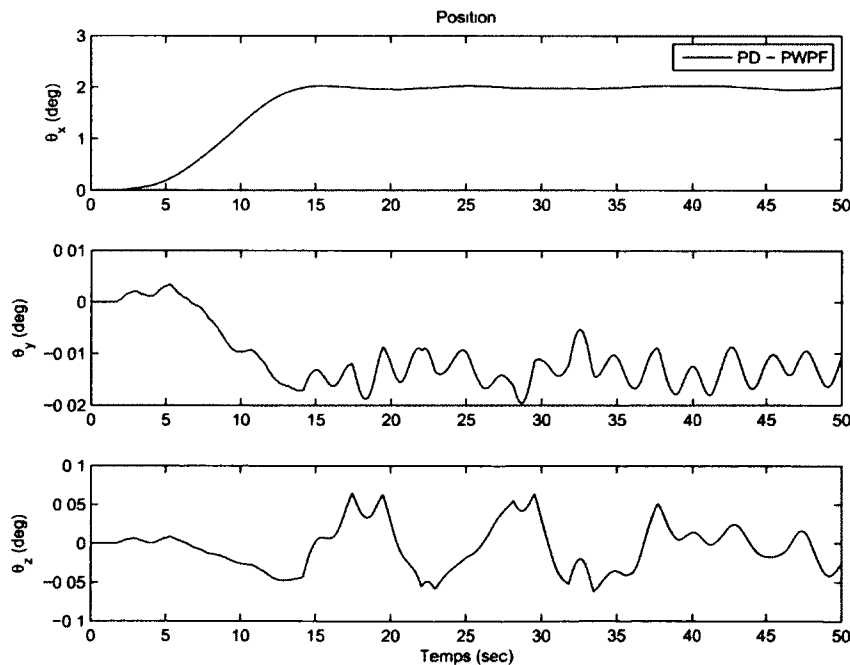


Figure 5.31 Position du satellite en utilisant une consigne échelon et un *input shaper* MIS ZVD

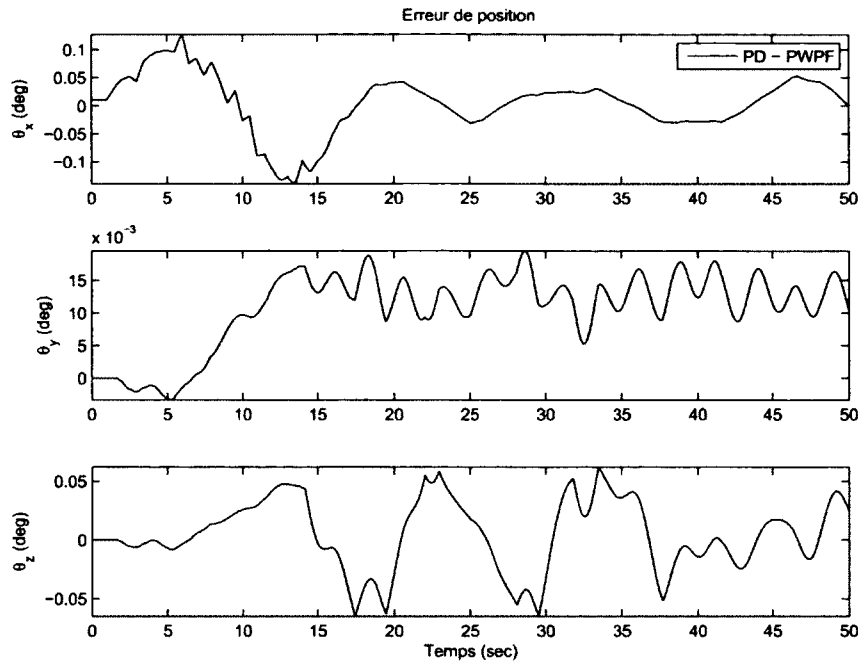


Figure 5.32 Erreur de position du satellite en utilisant une consigne échelon et un *input shaper* MIS ZVD

Tableau 5.13 Consommation et erreur absolue obtenues pour les tests avec *input shapers*

		Test			
		Axe	sans IS	IS ZVD	IS MIS ZVD
Consommation PD	x		1519	524	94
	y		540	423	0
	z		587	495	19
Erreur absolue PD	x		0.1729	0.0242	0.0339
	y		0.0476	0.0220	0.0097
	z		0.0493	0.0214	0.0209

Il est donc possible de concevoir un compensateur PD sans tenir compte des modes flexibles et de moduler la consigne qui lui est envoyée, pour éviter les oscillations. Ce modulateur, qui sera implanté dans le système de guidage, pourra éviter d'exciter une infinité de modes flexibles, à partir d'une certaine fréquence. Un avantage de cette technique est que la conception d'un compensateur PD est beaucoup plus simple que la conception d'un compensateur qui doit tenir compte des modes flexibles lors de la conception, comme celui proposé par le candidat. De plus, le système de guidage aura seulement à fournir la

position qu'il désire atteindre et le modulateur se chargera de s'y rendre avec le moins d'oscillations possible. L'*input shaper* permet donc de ralentir la vitesse de rotation du satellite, quel que soit la commande, pour éviter d'exciter les modes flexibles. Il y a donc perte de performance en rapidité d'exécution qui est compensée par un comportement plus rigide du satellite et une consommation moindre. Dans le cas où des manœuvres rapides doivent être exécutées, le compensateur de découplage, tel que proposé par le candidat, est préférable.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les trois contributions du candidat ont été appliquées à la commande d'un satellite flexible. Un simulateur non linéaire de satellite flexible a d'abord été conçu. Certains des paramètres de ce simulateur ont été exagérés afin de bien démontrer l'efficacité des contributions.

Dans un premier temps, le modulateur PWPF a été comparé au modulateur MLI, en utilisant un compensateur PD dans les deux cas. Dans tous les tests présentés, le modulateur PWPF s'est démarqué, principalement par une consommation plus de deux fois moindre.

Par la suite, un compensateur de découplage a été conçu afin de découpler les 3 axes de rotation du satellite. Ce compensateur a été comparé à un compensateur PD en utilisant des actionneurs proportionnels saturés et des propulseurs tout-ou-rien commandés par des modulateurs PWPF et MLI. Lors de l'utilisation des actionneurs proportionnels saturés, le compensateur de découplage a présenté des performances supérieures à celles obtenues par le compensateur PD, pour une consommation moindre. Par contre, lorsque les deux compensateurs ont utilisé des modulateurs PWPF, la consommation était similaire. Par contre, le satellite commandé par le compensateur PD oscillait en régime permanent. Dans la troisième série de tests, le compensateur de découplage a été combiné à un modulateur PWPF, alors que le compensateur PD utilisait un modulateur MLI. Le duo compensateur de découplage-modulateur PWPF a présenté des résultats supérieurs, autant en erreur absolue qu'en consommation.

L'*input shaper* proposé par le candidat a, par la suite, été testé sur des systèmes utilisant des compensateurs PD muni d'actionneurs tout-ou-rien modulés par PWPF. L'utilisation de l'*input shaper* a permis de faire des déplacements en diminuant significativement les oscillations en régime permanent. L'intérêt de ce système est qu'il est plus facile de concevoir un compensateur PD et d'utiliser un *input shaper* que de concevoir un compensateur qui évitera d'exciter les modes flexibles. Par contre, l'*input shaper* peut allonger la consigne

envoyée à un système. au point où celui-ci ne sera plus assez rapide pour l'application désirée.

CHAPITRE 6

Conclusion

Ce dernier chapitre fera un résumé des objectifs que ces travaux de recherche se devaient d'atteindre, des contributions proposées par le candidat et des améliorations qui pourraient y être apportées.

L'objectif principal de ces travaux de recherche était de concevoir des techniques de commande innovatrices pour positionner précisément en orientation un satellite très flexible. Afin de diminuer la masse du satellite et d'augmenter le volume de charge utile, des propulseurs tout-ou-rien ont été utilisés. De plus, les différents systèmes proposés devaient nécessiter le moins de temps de calcul possible puisque l'ordinateur de bord a une puissance limitée.

En tenant compte de cet objectif et de ces contraintes, le candidat a investigué trois avenues de recherche : la modulation de propulseurs tout-ou-rien à l'aide de modulateurs d'impulsions à durée variable et à fréquence variable, la mise en forme des signaux de consigne grâce à *l'input shaping* et le découplage de la dynamique rigide du satellite tout en atténuant l'excitation des modes flexibles.

Pour pouvoir utiliser un propulseur tout-ou-rien pour actionner un satellite, celui-ci doit être modulé afin que la poussée moyenne en sortie soit équivalente à la poussée que le système de commande désire. Actuellement, la modulation de largeur d'impulsions, ou MLI, est utilisée dans les satellites, lorsque c'est nécessaire. Cependant, les propulseurs chimiques de type tout-ou-rien ont un temps minimum d'impulsion qui peut être important, ce qui crée une zone morte dans la commande dépendamment de la fréquence de fonctionnement du modulateur. Le concepteur qui choisit d'utiliser ce type de modulateur doit donc faire un compromis entre la fréquence de fonctionnement du modulateur, qui améliore normalement les performances en régime transitoire, et la zone morte de la commande, qui influence l'erreur en régime permanent. La modulation d'impulsions à durée variable et à fréquence variable, ou PWPF, est une autre technique de modulation d'actionneur tout-ou-rien. Cette dernière permet d'augmenter la fréquence du modulateur tout en n'affectant pas la zone morte de la commande. Ceci est possible grâce à la fréquence variable du modulateur. Le candidat a démontré, à l'aide d'exemples simples, que le modulateur PWPF est supérieur au modulateur MLI.

Ce modulateur est peu utilisé, car il est compliqué à ajuster. Le concepteur ayant 5 paramètres à choisir. En plus d'être nombreux, les paramètres n'ont pas de sens physique et il est impossible de fixer le temps minimum d'impulsion. Le candidat a prouvé que deux de ces paramètres étaient superflus et qu'il était possible de donner un sens physique aux paramètres restants. Un algorithme a été conçu où le temps minimum d'impulsion est pris en considération. À partir de cette spécification du propulseur, ainsi que de la zone morte et de la fréquence de fonctionnement désirées, le troisième paramètre est calculé. Cette version du modulateur est beaucoup plus simple à ajuster et permet d'obtenir les mêmes résultats que la version originale. Le candidat a publié un article pour présenter ses travaux sur le modulateur PWPF [Belleau et De Lafontaine, 2008].

L'*input shaping* permet de transformer un signal de consigne afin que ce dernier ne puisse exciter un mode flexible à une fréquence donnée. Lorsque le système possède plus d'un mode flexible, une série d'*input shapers* sont convolués ensemble afin d'éviter d'exciter chacun des modes flexibles. Par contre, cette technique allonge le temps pour que la consigne se rende à son régime permanent. Lorsqu'il est nécessaire d'utiliser plus d'un *input shaper*, le temps nécessaire pour atteindre le régime permanent peut donc devenir très important, voire inacceptable pour une application donnée.

En convoluant un nombre limité d'*input shapers* modifiés, ces derniers étant expliqués dans un article récent, et en positionnant leurs fréquences de conception à des multiples spécifiques, le candidat a démontré qu'il était possible d'éviter d'exciter tous les modes flexibles se trouvant à l'intérieur d'une plage de fréquence. L'avantage principal de cette technique est d'obtenir un temps total pour atteindre le régime permanent inférieur à celui qui serait obtenu si un *input shaper* par mode flexible était utilisé. De plus, si un mode flexible est loin de sa fréquence de conception (plus de 10% d'erreur), cette méthode en tient compte. Le candidat a présenté un exemple simple pour démontrer la validité de cette contribution.

Une des premières techniques de commande multivariables, le découplage de système, permet de séparer un système à entrées multiples-sorties multiples en une série de systèmes à entrée unique-sortie unique. Lorsqu'un retour de sortie est utilisé, il n'est pas possible de positionner tous les pôles du système, il est donc nécessaire de choisir les plus importants. Dans le cas du satellite, il est seulement possible de positionner les pôles associés à la dynamique rigide, ce qui correspond aux 3 degrés de liberté en orientation. Les modes flexibles ne peuvent donc pas être commandés et il y a risque que ceux-ci affectent la réponse du système.

Il est possible, en acceptant de ne pas positionner exactement les pôles de la dynamique rigide, de modifier le comportement des autres pôles. Le positionnement de structures propres permet de choisir l'effet qu'a chaque entrée sur chaque mode et chaque mode sur chaque sortie. Le candidat, en utilisant les outils et la technique itérative d'amélioration de compensateur proposés dans [Magni, 2002], a réussi à concevoir un compensateur de découplage par retour de sortie qui atténue l'effet qu'ont les entrées sur les modes flexibles et les modes flexibles sur les sorties. Ce compensateur permet donc de commander indépendamment chaque axe du satellite, tout en atténuant l'excitation des modes flexibles, ce qui résulte par un satellite qui oscille peu autour des positions désirées pour chaque axe. En utilisant deux systèmes masses-ressorts-amortisseurs, le candidat a démontré la validité de la contribution.

L'*input shaper* et le compensateur de découplage à atténuation de modes flexibles ont le même objectif, qui est d'éviter d'exciter les modes flexibles. Par contre, les deux techniques ne sont pas utilisées pour les mêmes applications, la première ralentit la manœuvre pour que le satellite ait un comportement plus rigide, alors que la deuxième trouve son avantage dans des manœuvres rapides.

Finalement, le candidat a utilisé la contribution sur le découplage pour concevoir un compensateur pour l'orientation d'un satellite très flexible. Par la suite, le compensateur résultant et des modulateurs PWPF ont été testés à l'aide d'un simulateur non linéaire du satellite. Ce simulateur incluait un délai dans la boucle de rétroaction et un bloqueur d'ordre zéro pour simuler les effets induits par l'ordinateur de bord. Des perturbations externes ont aussi été ajoutées pour montrer la stabilité du satellite dans des situations extrêmes.

En utilisant le même modèle, le candidat a appliqué sa contribution utilisant des *input shapers*. Il a été démontré qu'il était possible de moduler une consigne échelon pour qu'il n'y ait pas d'oscillation sur l'orientation du satellite en régime permanent en utilisant un compensateur PD. De plus, la consommation du système commandé par *input shaper* était moins grande que celle du système commandé directement, étant donné que le déplacement se fait moins rapidement et qu'il n'y a pas d'oscillation en régime permanent qui doit être atténuée.

Plusieurs travaux peuvent être entrepris à partir des résultats de cette thèse. Dans un premier temps, il serait possible d'améliorer la modulation de propulseurs tout-ou-rien. Bien que les modulateurs PWPF soient supérieurs au modulateur PWM, il reste que ces deux techniques ont été développées pour des applications utilisant des composantes électro-

niques simples. Maintenant, les systèmes sont implantés à l'aide d'un ordinateur, il serait donc possible de faire des algorithmes complexes qui optimiseraient autant la zone morte, la fréquence de fonctionnement et la poussée moyenne en sortie du modulateur. Il serait même possible de générer des impulsions à certains endroits pour annuler l'excitation de certains modes flexibles. Le temps d'impulsion minimum du propulseur étant sa principale limitation, le modulateur doit donc en tenir compte pour obtenir la meilleure performance possible.

Dans la contribution utilisant des *input shapers*, ces derniers étaient positionnés à des ratios de fréquence spécifiques. Le nombre d'*input shapers* utilisés était de 3 positionnés à 1, 1.33 et 1.66 de la fréquence du mode flexible à plus basse fréquence. En utilisant la fréquence de tous les modes flexibles et la répétabilité des *input shapers*, il serait possible de concevoir un algorithme qui déterminerait le nombre exact d'*input shapers* nécessaires et le ratio de fréquence optimal de chacun d'eux.

L'algorithme de la contribution sur le découplage nécessite de séparer les pôles de la dynamique rigide de celle flexible. Dans le cas du satellite, il était possible d'avoir des zones bien définies où se situaient les pôles flexibles, les pôles rigides et les pôles du compensateur. Mais dans certaines applications, il est possible que ces zones se chevauchent, il serait donc nécessaire de pouvoir suivre précisément la position et la nature de chacun des pôles. De plus, en ayant un meilleur suivi à chaque itération sur la nature de ces pôles, des travaux pourraient être entrepris pour étendre la contribution du découplage avec atténuation des modes flexibles à un satellite à 6 degrés de liberté, où l'orientation et la translation seraient commandées simultanément.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- Agrawal, B. N., McClelland, R. et Song, G. (1997). Attitude control of flexible spacecraft using pulse-width pulse-frequency modulated thrusters. *Space technology*, volume 17, numéro 1, p. 15–34.
- Andry JR, A., Shapiro, E. et Chung, J. (1983). Eigenstructure assignment for linear systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, volume 19, numéro 5, p. 711–729.
- Anthony, T. C. et Wie, B. (1990). Pulse-modulated control synthesis for a flexible spacecraft. *Journal of guidance, control, and dynamics*, volume 13, numéro 6, p. 1014–1022.
- Arantes Jr., G., Martins-Filho, L. S. et Santana, A. C. (2009). Optimal on-off attitude control for the brazilian multimission platform satellite. *Mathematical Problems in Engineering*, volume 2009, p. 17.
- Arif, T. T. (2007). Adaptive control of flexible satellite. Dans *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference, CCC 2007*. p. 771–776.
- Belleau, C. et De Lafontaine, J. (2008). A new design approach for pulse-width pulse-frequency modulator. Dans *Canadian Society for Mechanical Engineering Forum 2008*.
- Biediger, E. et Singhose, W. (2003). Formation flying satellite control utilizing input shaping. Dans *Astrodynamics 2003 - Part II*. p. 1437–1450.
- Brown, C. D. (2002). *Elements of spacecraft design*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 610 p.
- Bryson, A. E. (1994). *Control of Spacecraft and Aircraft*. Princeton University Press, Virginia, 408 p.
- Chida, Y., Soga, H., Yamaguchi, Y., Kida, T., Yamaguchi, I. et Sekiguchi, T. (1998). On-orbit attitude control experiments using ETS-VI by h_∞ control and two-degree-of-freedom control. *Control Engineering Practice*, volume 6, numéro 9, p. 1109–1116.
- CNES (France) (1998). *Techniques et technologies des véhicules spatiaux Vol. 3*. Cépaduès, 751 p.
- de Lafontaine, J. (1990). *Modelling of flexible spacecraft for control analysis : some basic principles* (Rapport technique). ESA/ESTEC/WK.
- EADS Astrium (2010). *Monopropellant Hydrazine Thrusters*. <http://cs.astrium.eads.net/sp/SpacecraftPropulsion/MonopropellantThrusters.html> (page consultée le 10 février 2010).
- ESA Aurora Programme (2010). *ESA Aurora Programme*. http://www.esa.int/esaMI/Aurora/SEM1PM808BE_0.html (page consultée le 30 janvier 2011).

- ESA Science and Technology (2010). *ESA Science and Technology*. <http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=34201&fbodylongid=1535> (page consultée le 30 janvier 2011).
- Falb, P. L. et Wolovich, W. A. (1967). Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. *IEEE transactions on automatic control*, volume 12, numéro 6, p. 651–659.
- Fehse, W. (2003). *Automated rendezvous and docking of spacecraft*. Cambridge University Press, 516 p.
- Fortescue, P., Stark, J. et Swinerd, G. (2003). *Spacecraft Systems Engineering - 3 éd.* Wiley. West Sussex, England, 704 p.
- Gawronski, W. K. (1998). *Dynamics and Control of Structures*. Springer, 231 p.
- Gilbert, E. (1969). Decoupling of multivariable systems by state feedback. *SIAM Journal on control*, volume 7, numéro 1, p. 50–63.
- Griffin, M. D. (2004). *Space Vehicle Design*. AIAA, 660 p.
- Hu, Q. et Ma, G. (2005). Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuvers. *Journal of guidance, control, and dynamics*, volume 28, numéro 2, p. 377–380.
- Joshi, S. (1989). *Control of Large Flexible Space Structures*. Springer-Verlag, New Jersey, 196 p.
- Joshi, S., Maghami, P. et Kelkar, A. (1995). Design of dynamic dissipative compensators for flexible space structures. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, volume 131, numéro 4, p. 1314–1324.
- Kabamba, P. T., Longman, R. W. et Sun, J.-G. (1987). Homotopy approach to the feedback stabilization of linear system. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 10, numéro 5, p. 422–432.
- Kuo, B. C. (1995). *Automatic Control Systems - 7th ed.* Prentice Hall, New Jersey, 897 p.
- Lee, M. (2006). *Active control of the attitude motion and structural vibration of a flexible satellite by jet thrusters*. Thèse de doctorat, Pennsylvania State University, Pennsylvania, USA.
- Levine, W. S. (1996). *The Control Handbook*. CRC Press, Boca Raton, Floride, 1548 p.
- Littleboy, D. M. (1994). *Numerical techniques for Eigenstructure Assignment by Output Feedback in Aircraft Applications*. Thèse de doctorat, University of Reading, département de mathématiques, Reading, Angleterre.
- Littleboy, D. M. et Nichols, N. (1998). Modal coupling in linear control systems using robust eigenstructure assignment. *Linear Algebra and its Applications*, volume 275-276, p. 359–379.

- Liu, G. et Patton, R. (1998). *Eigenstructure Assignment for control system design*. John Wiley Sons, New York, 233 p.
- Maghami, P. G. et Gupta, S. (1997). Design of constant gain dissipative controllers for eigensystem assignment in passive systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 20, numéro 4, p. 648–657.
- Magni, J.-F. (2002). *Robust modal control with a toolbox for use with Matlab©*. Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 334 p.
- Moore, B. (1976). On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment. *IEEE Transactions on automatic control*, volume 21, numéro 5, p. 689–692.
- Muenchhof, M. et Singh, T. (2002). Optimal decoupling for MIMO-controller design with robust performance. Dans *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*.
- Paraskevopoulos, P. N. (2002). *Modern Control Engineering*. Marcel Dekker, New York, 736 p.
- Seetharama Bhat, M., Sreenatha, A. et Shrivastava, S. (1991). Robust low order dynamic controller for flexible spacecraft. *IEE Proceedings, Part D : Control Theory and Applications*, volume 138, numéro 5, p. 460–468.
- Shan, J., Liu, H.-T. et Sun, D. (2005). Modified input shaping for a rotating single-link flexible manipulator. *Journal of Sound and Vibration*, volume 285, numéro 1-2, p. 187–207.
- Shan, J., Sun, D. et Liu, D. (2004). Design for robust component synthesis vibration suppression of flexible structures with on-off actuators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, volume 20, numéro 3, p. 512–525.
- Singer, N. C. et Seering, W. P. (1990). Preshaping command inputs to reduce system vibration. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME*, volume 112, numéro 1, p. 76–82.
- Sobel, K. M., Shapiro, E. Y. et Jr, A. N. A. (1994). Eigenstructure assignment. *International journal of control*, volume 59, numéro 1, p. 13–37.
- Song, G. et Agrawal, B. N. (2001). Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude control. *Acta Astronautica*, volume 49, numéro 2, p. 73–83.
- Song, G., Buck, N. V. et Agrawal, B. N. (1999). Spacecraft vibration reduction using pulse-width pulse-frequency modulated input shaper. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 22, numéro 3, p. 433–440.
- Srinathkumar, S. (1978). Eigenvalue/eigenvector assignment using output feedback. *IEEE transactions on automatic control*, volume 23, numéro 1, p. 79–81.
- Tewari, A. (1997). Robust optimal control of a flexible spacecraft. Dans *Advances in the astronautical sciences*, volume 97, p. 1931–1948.

- Vaes, D., Swevers, J. et Sas, P. (2004). Concurrent feedforward/feedback design for flexible structures. Dans *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. p. 4601–4606.
- Van Woerkom, P. (1993). Synthesis and survey of control laws for large flexible spacecraft. *Control - Theory and Advanced Technology*, volume 9, numéro 3, p. 639–669.
- Wang, Q., Yang, B.-Q. et Ma, K.-M. (2005). PWPF optimizing design and its application research to terminal guidance of kinetic killing vehicle. *Yuhang Xuebao/Journal of Astronautics*, volume 26, numéro 5, p. 576–580.
- Xianren, K. et Zhengxian, Y. (2009). Combined feedback control and input shaping for vibration suppression of flexible spacecraft. Dans *2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. p. 3257–3262.
- Zhang, Q., Slater, G. et Allemang, R. (1990). Suppression of undesired inputs of linear systems by eigenspace assignment. *Journal of guidance, control, and dynamics*, volume 13, numéro 2, p. 330–336.