

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie mécanique

# AUTOMATISATION DU TRAITEMENT POUR ÉTUDES MULTIDIMENSIONNELLES

Thèse de Doctorat

Spécialité : génie mécanique

Sylvain BOURNIVAL

Jury :           Alain DESROCHERS (Directeur)  
                    Jean-Christophe CUILLIÈRE (Co-directeur)  
                    Jean-Marc DROUET  
                    Vincent FRANCOIS  
                    Daniel MARCEAU  
                    Raymond PANNETON

Sherbrooke (Québec) Canada

Octobre 2010

IV-2095



Library and Archives  
Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-75067-4  
*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-75067-4

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

# RÉSUMÉ

Les études par éléments finis sont de plus en plus utilisées dans l'industrie pour assister la conception de produits, de structures ou de machineries. Plus la capacité de la méthode des éléments finis s'accroît, plus on en demande. À l'heure actuelle, une limitation importante de la méthode est due à son support informatique dont la capacité n'est pas infinie et au temps de résolution d'un gros système. Un des moteurs employé pour réduire la taille du système est d'utiliser des éléments à dimensions réduites, soit des poutres et des coques. Bien que plusieurs études puissent être réalisées avec ces éléments à dimensions réduites, il y a tout de même certaines études dont la géométrie du modèle ne permet pas d'utiliser uniquement ce type d'élément. On peut alors avoir recours aux études multidimensionnelles qui combinent des éléments de dimensions différentes. Ces études se butent cependant à deux problèmes majeurs limitant leur précision et leur automatisation. Le premier étant l'assemblage des différents maillages et le second la compatibilité des degrés de liberté. Cette recherche propose des méthodes pour résoudre les problèmes et démontre comment les automatiser. Deux approches principales sont évaluées et celle retenue est automatisée. Cette méthode est alors modifiée pour s'ajuster à tous les types de connexions entre entités de différentes dimensions. Le produit est alors un maillage exportable, qui, lorsqu'importé dans un solveur externe, conduit à un système d'éléments finis pouvant être calculé par un solveur standard. Ces méthodes sont non seulement automatiques, mais retournent également des résultats intéressants comparés aux autres méthodes.

**Mots-clés** : éléments finis, multidimensionnel, poutre, coque, idéalisation, maillage

# REMERCIEMENTS

J'aimerais profiter de cette section pour remercier quelques personnes. Premièrement, tous les membres du jury qui ont bien voulu lire et évaluer ce document. Ensuite, un merci à mes deux codirecteurs qui m'ont encadré pendant cette thèse. Jean-Christophe en particulier qui a eu la patience de me supporter même si ma maîtrise n'était pas reliée au domaine de mon doctorat et malgré les nombreux projets et charges de cours parallèles à mon doctorat qui ont, je dois l'avouer, souvent eu priorité sur mon doctorat. Un merci tout particulier également à Vincent qui me fut d'une aide précieuse malgré le fait qu'il n'était nullement obligé de m'aider.

À vous tous, un grand merci!

# TABLE DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>II</b>
<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>III</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>XVIII</b>
<b>LEXIQUE.....</b>	<b>XIX</b>
<b>CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
1.1 Les études par éléments finis.....	1
1.2 Les limites des études par éléments finis.....	2
1.3 Les études multidimensionnelles.....	4
1.3.1 Les avantages des études multidimensionnelles.....	4
1.3.2 Les inconvénients des études multidimensionnelles.....	5
1.3.3 Déroulement d'une étude multidimensionnelle.....	6
1.4 Problématique.....	8
1.5 Objectifs de la recherche.....	9
1.6 Contraintes de développement.....	10
1.7 Limites de la recherche.....	11
1.8 Originalité.....	12
<b>CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE.....</b>	<b>14</b>
2.1 Contexte de la recherche.....	14

<b>2.2</b>	<b>État de l'art des études par éléments finis .....</b>	<b>16</b>
2.2.1	Études par éléments finis .....	17
2.2.1.1	Types d'éléments .....	18
2.2.2	Génération de maillages.....	18
2.2.2.1	Généralité des trois mailleurs .....	20
2.2.2.2	Carte de taille.....	20
2.2.2.3	Mailleur quadtree .....	21
2.2.2.4	Mailleur Voronoï-Delaunay.....	21
2.2.2.5	Mailleur de type frontal .....	23
2.2.2.6	Autres types de mailleurs .....	23
2.2.2.7	Discussion sur les mailleurs .....	26
2.2.3	Modèle géométrique.....	26
<b>2.3</b>	<b>État de l'art de méthodes facilitant les études par éléments finis.....</b>	<b>29</b>
2.3.1	Simplifications de modèles.....	29
2.3.2	Symétrie .....	31
2.3.3	Réduction dimensionnelle.....	31
2.3.4	Opérations d'optimisation du maillage à-priori .....	34
2.3.5	Études multidimensionnelles .....	35
2.3.5.1	Identification des zones à réduire.....	36
2.3.5.2	Problème d'assemblage de maillage .....	38
2.3.5.3	Problème des degrés de liberté.....	39
2.3.5.4	Les solutions potentielles .....	40
2.3.5.4.1	Équations de contraintes .....	40
2.3.5.4.2	Éléments volumiques à degrés de libertés en rotation .....	44
2.3.5.4.3	Méthode Arlequin .....	46
2.3.5.4.4	Méthode des poutres pénétrantes .....	48
2.3.5.4.5	Solutions proposées par Craveur .....	48
2.3.5.4.5.1	Méthode indépendante de la section.....	49
2.3.5.4.5.2	Méthode adaptée .....	50
2.3.5.4.6	Solutions logicielles .....	51
2.3.5.4.7	Solutions manuelles .....	51
2.3.5.4.7.1	Ajustement du maillage (déplacer les nœuds) .....	51
2.3.5.4.7.2	Ajustement de la taille du maillage.....	52

2.3.5.4.7.3	Ajout de nœuds .....	52
2.3.5.4.7.4	Modification de la géométrie .....	52
<b>2.4</b>	<b>Critique de l'état de l'art.....</b>	<b>53</b>
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>SOLUTION PROPOSÉE.....</b>	<b>56</b>
<b>3.1</b>	<b>Rappel des objectifs.....</b>	<b>56</b>
<b>3.2</b>	<b>Format de modèle géométrique multidimensionnel.....</b>	<b>56</b>
<b>3.3</b>	<b>Détection des intersections .....</b>	<b>58</b>
<b>3.4</b>	<b>La méthode proposée pour la résolution des deux problèmes .....</b>	<b>59</b>
3.4.1	Connexions arête-arête.....	60
3.4.1.1	Connexions poutre-poutre .....	60
3.4.2	Connexions arête-face.....	61
3.4.2.1	Approche à section rectangulaire souple .....	63
3.4.2.1.1	Principe .....	63
3.4.2.1.2	Évaluation des paramètres de l'approche à section souple.....	65
3.4.2.1.2.1	Évaluation du paramètre de contour.....	66
3.4.2.1.2.2	Évaluation de la configuration .....	68
3.4.2.1.2.3	Évaluation du nombre de faces .....	69
3.4.2.1.2.4	Évaluation des propriétés des mini-poutres.....	71
3.4.2.1.2.5	Évaluation du maillage.....	74
3.4.2.1.3	Discussion sur les résultats de la première approche.....	76
3.4.2.2	Approche à section rigide .....	76
3.4.2.2.1	Principe .....	76
3.4.2.2.2	Évaluation du paramètre de la taille du maillage .....	78
3.4.2.2.3	Discussion sur l'approche à section rigide .....	82
3.4.2.3	Approche des mini-coques .....	82
3.4.2.4	Comparaison des approches.....	83
3.4.2.4.1	Comparaison entre les méthodes.....	83
3.4.2.4.2	Comparaisons supplémentaires entre les deux approches .....	88
3.4.2.4.3	Approche retenue .....	90
3.4.2.4.4	Adaptation de la méthode dans le cas de poutre creuses.....	90

3.4.2.5	Application aux cas de connexion poutre-volume.....	94
3.4.2.6	Application aux cas de connexion poutre-coque.....	95
3.4.3	Connexions face-face .....	97
3.4.3.1	Principe .....	97
3.4.3.2	Mini-poutres orientées.....	99
3.4.3.3	Connexions coque-volume .....	104
3.4.3.4	Connexions coque-coque.....	105
3.4.4	Cas particuliers de connexion.....	108
3.4.4.1	Connexion arête-face.....	108
3.4.4.1.1	Connexion sur un sommet de la face ou sur une arête .....	108
3.4.4.1.2	Poutre reposant sur la surface de la face.....	109
3.4.4.2	Connexion face-face .....	112
3.4.4.2.1	Ligne d'intersection discontinue.....	112
3.4.4.2.2	Intersection sur une arête.....	112
3.4.4.2.3	Coques se croisant complètement.....	115
3.4.5	Connexion de type continue .....	116
3.4.5.1	Connexion continue poutre-volume.....	116
3.4.5.2	Connexion continue, coque-volume.....	118
3.4.6	Connexions multiples.....	119
3.4.6.1	Poutres multiples.....	120
3.4.6.2	Poutres multiples et un volume.....	120
3.4.6.3	Plusieurs coques et un volume .....	122
<b>3.5</b>	<b>Modifications supplémentaires au format géométrique.....</b>	<b>123</b>
<b>3.6</b>	<b>Discussion sur la méthode .....</b>	<b>124</b>
3.6.1	Comparaisons des deux approches.....	124
3.6.2	Résumé de la méthode.....	125
3.6.3	Résumé des possibilités de la méthode .....	125
3.6.4	Limites de la méthode.....	127
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>MISE EN OEUVRE .....</b>	<b>129</b>
<b>4.1</b>	<b>Rappel du déroulement d'une étude en utilisant la méthode.....</b>	<b>129</b>

<b>4.2</b>	<b>Présentation des logiciels utilisés pour la recherche .....</b>	<b>131</b>
4.2.1	Solidworks .....	132
4.2.2	MAGIC_SLD.....	132
4.2.3	MAGiC .....	132
4.2.4	Cosmos/M .....	133
<b>4.3</b>	<b>Modèle géométrique.....</b>	<b>133</b>
<b>4.4</b>	<b>Détection des intersections .....</b>	<b>136</b>
4.4.1	Détection des connexions poutre-poutre .....	138
4.4.2	Détection des connexions poutre-volume .....	138
4.4.3	Détection des connexions poutre-coque .....	140
4.4.4	Détection des connexions coque-volume .....	140
4.4.5	Détection des connexions coque-coque .....	140
<b>4.5</b>	<b>Opérateur de découpage géométrique .....</b>	<b>141</b>
4.5.1	Arête-arête .....	141
4.5.2	Arête-face.....	141
4.5.2.1	Découpage standard .....	141
4.5.2.2	Découpage long, une arête repose sur une face .....	144
4.5.2.3	Découpage de poutre continue .....	146
4.5.2.4	Découpage de type «coté de coque» .....	148
4.5.3	Face-face .....	149
4.5.3.1	Connexion standard.....	149
4.5.3.2	Coque continue.....	152
4.5.3.3	Connexion coque-coque non standard.....	152
4.5.4	Connexions multiples .....	152
4.5.5	Mise à jour de la géométrie (identification des faces internes).....	152
<b>4.6</b>	<b>Opérateur d'ajout de mini-poutres.....</b>	<b>154</b>
4.6.1	Ajout de mini-poutres simples .....	155
4.6.2	Ajout de mini-poutres orientées .....	155
<b>4.7</b>	<b>Algorithmes généraux.....</b>	<b>155</b>
4.7.1	Fusion des entités.....	156
4.7.2	Transfert de propriété .....	157

4.7.2.1	Conditions aux limites.....	157
4.7.2.2	Attributs des poutres et des coques.....	158
4.7.2.3	Attributs des faces internes.....	160
4.7.3	Ajustements à la pré-optimisation de la carte de taille .....	161
<b>4.8</b>	<b>Discussion sur l'automatisation .....</b>	<b>161</b>
4.8.1	Automatisation du nouveau format B-rep .....	162
4.8.2	Découpage de la géométrie (premier opérateur) .....	162
4.8.3	Mise à jour de la géométrie .....	162
<b>CHAPITRE 5</b>	<b>RÉSULTATS.....</b>	<b>164</b>
<b>5.1</b>	<b>Pylône électrique.....</b>	<b>164</b>
<b>5.2</b>	<b>Exemple simple de connexion 1D-3D.....</b>	<b>166</b>
<b>5.3</b>	<b>Exemple d'idéalisations différentes .....</b>	<b>171</b>
<b>5.4</b>	<b>Exemple à connexions poutre-volume multiples .....</b>	<b>175</b>
<b>5.5</b>	<b>Exemple du support de conteneur .....</b>	<b>179</b>
<b>5.6</b>	<b>Exemple simple coque-volume .....</b>	<b>180</b>
<b>5.7</b>	<b>Exemple coque-volume, glissoire.....</b>	<b>182</b>
<b>5.8</b>	<b>Exemple de connexions de plusieurs types, pale d'éolienne .....</b>	<b>184</b>
<b>CHAPITRE 6</b>	<b>DISCUSSION .....</b>	<b>186</b>
<b>6.1</b>	<b>Idéalisation du modèle .....</b>	<b>186</b>
<b>6.2</b>	<b>Rigidité des mini-poutres.....</b>	<b>186</b>
<b>6.3</b>	<b>Choix entre le découpage ou le maillage sous contraintes .....</b>	<b>187</b>
<b>6.4</b>	<b>Originalité de la méthode .....</b>	<b>188</b>
<b>6.5</b>	<b>Limites de la méthode .....</b>	<b>189</b>

<b>CHAPITRE 7</b>	<b>PERSPECTIVES .....</b>	<b>191</b>
<b>7.1</b>	<b>Démarche idéale utilisant la méthode .....</b>	<b>191</b>
7.1.1	Création de la géométrie.....	191
7.1.2	Simplification.....	192
7.1.3	Idéalisation .....	192
7.1.4	Détection des intersections.....	194
7.1.5	Traitement géométrique .....	195
7.1.6	Carte de taille .....	195
7.1.7	Maillage.....	196
7.1.8	Ajout des mini-poutres.....	196
7.1.9	Résolution par éléments finis du système .....	196
<b>7.2</b>	<b>Améliorations potentielles à la méthode.....</b>	<b>197</b>
7.2.1	Maillage sous contrainte .....	197
7.2.2	Solution au problème de la limitation des connexions coque-volume .....	198
<b>7.3</b>	<b>Autres applications potentielles de la méthode.....</b>	<b>200</b>
7.3.1	Autres types d'études.....	200
7.3.2	Connexions partielles de la poutre, évaluation du soudage .....	201
<b>CHAPITRE 8</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>203</b>
	<b>Liste des références.....</b>	<b>206</b>

# LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.1 MAILLAGE D'UNE POUTRE S10X35 DE 5M DE LONGUEUR A) MAILLAGE DE BONNE QUALITÉ, MAIS POSSÉDANT 263 634 ÉLÉMENTS B) MAILLAGE AVEC SEULEMENT 7 480 ÉLÉMENTS, MAIS DE MAUVAISE QUALITÉ .....	2
FIGURE 1.2 EXEMPLE D'UNE PASSERELLE A) MODÉLISATION EN 3D B) MODÉLISATION MULTIDIMENSIONNELLE	5
FIGURE 1.3 ÉTAPES PRINCIPALES D'UNE ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE SANS L'AIDE D'OUTILS AUTOMATISÉS .....	7
FIGURE 1.4 DÉPLACEMENT D'UN NOEUD A) POSITION ORIGINALE B) POSITION APRÈS DÉPLACEMENT.....	8
FIGURE 2.1 EXEMPLE DE LA MÉTHODE <i>QUADTREE</i> A) GRILLE PARTITIONNÉE B) MAILLAGE RÉSULTANT.....	21
FIGURE 2.2 EXEMPLE DE MAILLAGE UTILISANT LA MÉTHODE DE DELAUNAY, A) MODÈLE INITIAL AVEC LES DEUX PREMIERS TRIANGLES B) AJOUT D'UN NOUVEAU NŒUD C) RETRAIT DE TRIANGLES D) NOUVEAUX TRIANGLES E) NŒUDS INTERNES AJOUTÉS F) MAILLAGE COMPLÉTÉ .....	22
FIGURE 2.3 EXEMPLE D'UN MAILLAGE DE LA MÉTHODE FRONTALE. IDENTIFICATION DE LA ZONE DE RECHERCHE D'UN NOEUD LORS DU TRAITEMENT DU PREMIER FRONT .....	24
FIGURE 2.4. MÉTHODE <i>CIRCLE PACKING</i> A) ÉTAPE INITIALE DE PROTECTION DES SOMMETS B) REMPLISSAGE PAR DES CERCLES C) CONNEXION DES CENTRES DE CERCLES D) TRIANGULATION DE LA RÉGION .....	24
FIGURE 2.5. MÉTHODE <i>BITING</i> A) DOMAINE ORIGINAL B) LES PREMIERS CERCLES POSITIONNÉS SUR LES SOMMETS C) LE PREMIER FRONT COMPLÉTÉ D) LE SECOND FRONT COMPLÉTÉ .....	25
FIGURE 2.6 EXEMPLE D'UNE PIÈCE MODÉLISÉE PAR <i>FEATURES</i> A) LES QUATRE FORMES PRIMITIVES ET LES OPÉRATIONS BOOLÉENNES QUI LES UNISSENT B) LA PIÈCE APRÈS LA PREMIÈRE OPÉRATION BOOLÉENNE C) APRÈS LA SECONDE OPÉRATION D) LA PIÈCE FINALE .....	27
FIGURE 2.7 MODÈLE B-REP A) MODÈLE COMPLET B) MODÈLE AVEC QUELQUES ENTITÉS ÉCLATÉES C) PORTION DE LA DÉFINITION DU MODÈLE D) STRUCTURE DES ENTITÉS.....	28
FIGURE 2.8 A) PIÈCE ORIGINALE AVEC AXE MÉDIAN B) MODÈLE DISCRÉTISÉ AVEC CERTAINES CARACTÉRISTIQUES RETIRÉES.....	30
FIGURE 2.9 EXEMPLE DE SIMPLIFICATION DE MODÈLE A) MODÈLE ORIGINAL B) MODÈLE SIMPLIFIÉ C) MODÈLE TRÈS SIMPLIFIÉ.....	31
FIGURE 2.10 ROUE SOUMISE À UNE CHARGE CENTRIFUGE A) MODÈLE ENTIER B) MODÈLE OÙ SEUL UN HUITIÈME DE LA PIÈCE ORIGINALE EST UTILISÉ .....	32
FIGURE 2.11 A) MAILLAGE TÉTRAÉDRIQUE D'UNE POUTRE W30X132 B) MAILLAGE DE LA MÊME POUTRE EN UTILISANT DES ÉLÉMENTS DE COQUE QUADRANGULAIRE. ....	33
FIGURE 2.12 EXEMPLE D'UNE PIÈCE MODÉLISÉE POUR UNE ÉTUDE MULTIDIMENSIONNELLE A) MODÈLE ORIGINAL B) MODÈLE IDÉALISÉ .....	35

FIGURE 2.13 EXEMPLE DE L'ALGORITHME D'IDÉALISATION DE CHONG A) MODÈLE ORIGINAL B) MODÈLE IDÉALISÉ .....	37
FIGURE 2.14 EXEMPLE DE MAILLAGE NON-CONFORME .....	38
FIGURE 2.15 POUTRE MODÉLISÉE PAR TROIS COQUES. CERTAINS NOEUDS NE SONT PAS COÏNCIDENTS.....	39
FIGURE 2.16 UNION D'UNE POUTRE ET D'UNE PLAQUE .....	40
FIGURE 2.17 UNION DE DEUX DIMENSIONS A) SANS ADAPTATION B) AVEC ADAPTATION .....	41
FIGURE 2.18 EXEMPLE DE COUPLAGE POUTRE-COQUE. LE TRAVAIL VIRTUEL EST ÉGALÉ DE CHAQUE CÔTÉ DE L'INTERFACE .....	42
FIGURE 2.19 UNION ENTRE ÉLÉMENTS DE POUTRE ET ÉLÉMENTS VOLUMIQUES.....	43
FIGURE 2.20 COUPLAGE SANS DISCONTINUITÉS ENTRE UNE COQUE ET UN VOLUME .....	44
FIGURE 2.21 EXEMPLE DE LA MÉTHODE ARLEQUIN A) COMBINAISON DE DEUX MAILLAGES B) AGRANDISSEMENT.....	47
FIGURE 2.22 CONNEXION ENTRE DEUX COQUES ET UN SOLIDE.....	47
FIGURE 2.23 CONCEPT DE LA MÉTHODE À POUTRE PÉNÉTRANTE .....	48
FIGURE 2.24 MÉTHODE INDÉPENDANTE DE LA SECTION.....	50
FIGURE 2.25 MÉTHODE ADAPTÉE À LA SECTION .....	50
FIGURE 2.26 EXEMPLE DE LA TECHNIQUE DE DÉCOUPAGE DE LA GÉOMÉTRIE A) PIÈCE MAILLÉE SANS DÉCOUPAGE DE GÉOMÉTRIE B) MAILLAGE AVEC DÉCOUPAGE DE LA GÉOMÉTRIE .....	53
FIGURE 3.1 STRUCTURE DU FORMAT B-REP MODIFIÉ .....	57
FIGURE 3.2 MODÈLE B-REP (TROIS COMPOSANTES DISTINCTES) .....	58
FIGURE 3.3 CONNEXION POUTRE-POUTRE A) MODÈLE SANS DÉCOUPAGE B) MODÈLE AVEC DÉCOUPAGE .....	61
FIGURE 3.4 CONCEPT RETENU. DÉCOUPAGE DE LA GÉOMÉTRIE COUPLÉ À L'AJOUT DE MINI-POUTRES .....	62
FIGURE 3.5 CONCEPT DE L'APPROCHE À SECTION RECTANGULAIRE SOUPLE A) MODÈLE 3D B) MODÈLE IDÉALISÉ C) MODÈLE DÉCOUPÉ AVEC MINI-POUTRES D) DÉTAIL DU DÉCOUPAGE DE LA FACE.....	63
FIGURE 3.6 RÉFÉRENCE UTILISÉE POUR LES EXPÉRIENCES.....	64
FIGURE 3.7 GRAPHIQUE ÉVALUANT L'IMPACT DES POUTRES DE CONTOUR.....	67
FIGURE 3.8 ÉVALUATION DE L'IMPACT DU CONTOUR A) MODÈLE DE RÉFÉRENCE MAILLÉ EN 3D (VUE EN COUPE) B) MODÈLE SANS MINI-POUTRES DE CONTOUR C) MODÈLE AVEC MINI-POUTRES DE CONTOUR .....	68
FIGURE 3.9 GRAPHIQUES ÉVALUANT LA CONFIGURATION.....	69
FIGURE 3.10 ÉVALUATION DU NOMBRE DE FACES .....	70
FIGURE 3.11 INFLUENCE DES PROPRIÉTÉS DES MINI-POUTRES A) MINI-POUTRES RIGIDES B) MINI-POUTRES SOUPLES.....	71
FIGURE 3.12 ÉVALUATION DES PROPRIÉTÉS DES MINI-POUTRES .....	72
FIGURE 3.13 ÉVALUATION DES PROPRIÉTÉS DES MINI-POUTRES .....	73

FIGURE 3.14 ÉVALUATION DU RAFFINEMENT DU MAILLAGE .....	75
FIGURE 3.15 ÉVALUATION DU RAFFINEMENT DU MAILLAGE .....	75
FIGURE 3.16. HYPOTHÈSE DE BERNOULLI, TOUTES LES SECTIONS DE LA POUTRE RESTENT PERPENDICULAIRES À LA FIBRE NEUTRE .....	77
FIGURE 3.17 DEUXIÈME APPROCHE, SECTION À RIGIDITÉ INFINIE A) MODÈLE 3D B) MODÈLE IDÉALISÉ C) MODÈLE AVEC FACES DÉCOUPÉES D) AJOUT DE MINI-POUTRES E) DÉTAIL DE DÉCOUPAGE DE FACES .....	78
FIGURE 3.18 ÉVALUATION DE LA GROSSEUR DE MAILLE POUR LA SECONDE APPROCHE (SECTION RIGIDE).....	79
FIGURE 3.19 ÉVALUATION DE LA GROSSEUR DE MAILLE POUR LA SECONDE APPROCHE (SECTION RIGIDE).....	80
FIGURE 3.20 ÉVALUATION DE LA GROSSEUR DE MAILLE POUR LA SECONDE APPROCHE (SECTION RIGIDE).....	81
FIGURE 3.21 APPROCHE DES MINI-COQUES A) CONTRAINTE SUR LA LIGNE 4, CAS DE CHARGEMENT #2 (FLEXION DANS LA POUTRE PRINCIPALE) B) CONTRAINTE SUR LA LIGNE 4, CAS DE CHARGEMENT #3 (TORSION DANS LA POUTRE PRINCIPALE) .....	83
FIGURE 3.22 COMPARAISONS DES DIFFÉRENTES MÉTHODES (CAS DE LA TENSION) .....	85
FIGURE 3.23 COMPARAISONS DES DIFFÉRENTES MÉTHODES (CAS DE LA FLEXION) .....	86
FIGURE 3.24 COMPARAISONS DES DIFFÉRENTES MÉTHODES (CAS DE LA TORSION) .....	87
FIGURE 3.25 COMPARAISON DES DEUX APPROCHES (A-B-C-D) RÉSULTATS EN DÉPLACEMENTS (E-F-G-H) RÉSULTATS DE CONTRAINTE (A-B-E-F) FORCE AXIALE [TENSION] DANS LA POUTRE (C-D-G-H) FORCE TRANSVERSALE (FLEXION) À LA POUTRE (A-C-E-G) PREMIÈRE APPROCHE À SECTION SOUPLE (B-D-F-H) SECONDE APPROCHE À SECTION RIGIDE .....	89
FIGURE 3.26 POUTRE SOUS TENSION MODÉLISÉE PARTIELLEMENT PAR DES ÉLÉMENTS DE TYPE POUTRE A) DÉFORMÉE AVEC MODÈLE ORIGINAL SUPERPOSÉ AVEC TRANSPARENCE B) CONTRAINTE SELON L'AXE DES X (L'AXE DE LA POUTRE EST ALIGNÉ AVEC L'AXE DES Z) .....	89
FIGURE 3.27 CONCEPT D'UNE CONNEXION ARÊTE-FACE A) DÉCOUPAGE DE LA SECTION B) AJOUT D'UNE MINI-POUTRE SUPPLÉMENTAIRE.....	91
FIGURE 3.28 CAS PARTICULIER A) MODÈLE APRÈS DÉCOUPAGE ET AVEC LA MINI-POUTRE SUPPLÉMENTAIRE B) À E) RÉSULTATS DE CONTRAINTES VON MISES SOUS PLUSIEURS CAS DE CHARGEMENTS .....	91
FIGURE 3.29 ÉVALUATION DES CONNEXIONS POUTRE-VOLUME AVEC UNE POUTRE À SECTION CREUSE A) MODÈLE ÉVALUÉ B) GRAPHIQUE DE COMPARAISON .....	93
FIGURE 3.30 EXEMPLE D'UN DÉCOUPAGE DE FACE CIRCULAIRE POUR FAIRE APPARAÎTRE UN NŒUD.....	94
FIGURE 3.31 CONNEXIONS ARÊTE-FACE.....	95
FIGURE 3.32 INTERSECTION POUTRE COQUE A) VERSION AVEC MINI-POUTRES B) MODÈLE SANS MINI-POUTRES C) ET D) AGRANDISSEMENTS AVEC LA SILHOUETTE DE LA POUTRE ACCENTUÉE.....	96
FIGURE 3.33 PRINCIPE POUR LE COUPLAGE COQUE-VOLUME .....	98

FIGURE 3.34 CONNEXIONS COQUE-VOLUME A) MODÈLE ORIGINAL EN 3D B) MODÈLE IDÉALISÉ APRÈS DÉCOUPAGE DE FACES C) MODÈLE APRÈS LE MAILLAGE .....	99
FIGURE 3.35 INTERSECTION COQUE-VOLUME, AFFICHAGE DES DÉPLACEMENTS SELON L'AXE Y A) MODÈLE 3D B) MODÈLE AVEC MINI-POUTRES INFINIMENT RIGIDES C) MODÈLE AVEC DES MINI-POUTRES ORIENTÉES D) AGRANDISSEMENT D'UNE ZONE ET DESSIN DE L'ORIENTATION DES MINI-POUTRES .....	100
FIGURE 3.36 ORIENTATION DES MINI-POUTRES .....	101
FIGURE 3.37 GRAPHIQUE DU DÉPLACEMENT EN Y, COMPARAISON DE PLUSIEURS RIGIDITÉS DE MINI-POUTRES .....	102
FIGURE 3.38 ÉVALUATION DES CONNEXIONS COQUE-VOLUME A) MODÈLE B) GRAPHIQUE DE COMPARAISON DES CONTRAINTES .....	103
FIGURE 3.39 EXEMPLE D'UNE COQUE MODÉLISÉE PARTIELLEMENT EN 2D A) CONTRAINTE DE VON MISES, COQUE SOUS TENSION B) CONTRAINTE DE VON MISES, COQUE EN FLEXION C) VUE DE COTÉ DE LA COQUE EN FLEXION .....	105
FIGURE 3.40 EXEMPLE D'INTERSECTION COQUE-COQUE SIMPLE.....	106
FIGURE 3.41 EXEMPLE DE CONNEXIONS COQUE-COQUE A) MODÈLE 3D B) MODÈLE RÉALISÉ AVEC L'UTILISATION DE MINI-POUTRES C) MODÈLE SANS MINI-POUTRES .....	107
FIGURE 3.42 EXEMPLE OÙ LES FACES INTERNES SONT COUPÉES DANS LES DEUX COQUES .....	108
FIGURE 3.43 CAS D'INTERSECTION POUTRE-VOLUME. LES SILHOUETTES DES POUTRES ORIGINALES SONT ILLUSTRÉES EN TRANSPARENT, ELLES NE FONT PAS PARTIE DU MODÈLE .....	109
FIGURE 3.44 EXEMPLE DE POUTRE À PLAT SUR UNE FACE .....	110
FIGURE 3.45 POUTRE REPOSANT SUR LA MÊME SURFACE QUE LA COQUE A) DÉCOUPAGE DE LA GÉOMÉTRIE B) CONTRAINTE DE VON MISES SOUS UNE CHARGE EN FLEXION C) CONTRAINTE VON MISES SOUS UNE CHARGE EN TORSION.....	111
FIGURE 3.46 CAS D'INTERSECTION COQUE-VOLUME OÙ LA COQUE DOIT ÊTRE DÉCOUPÉE .....	113
FIGURE 3.47 EXEMPLES D'INTERSECTIONS COQUE-COQUE A) INTERSECTION SUR UNE ARÊTE COMMUNE B) INTERSECTION NÉCESSITANT UN DÉCOUPAGE .....	113
FIGURE 3.48 CONNEXION ENTRE TROIS COQUES INDÉPENDANTES .....	114
FIGURE 3.49 TROIS COQUES SE CROISANT AILLEURS QU'À LEURS ARÊTES. A) MODÈLE IDÉALISÉ B) MODÈLE APRÈS DÉCOUPAGE DES FACES C) AGRANDISSEMENT D'UNE ZONE AVEC MAILLAGE.....	115
FIGURE 3.50 INTERSECTION ENTRE UNE POUTRE ET UN VOLUME MODÉLISANT LA SECTION DE LA POUTRE ...	117
FIGURE 3.51 EXEMPLE DE POUTRE À SECTION CREUSE DONT LA FACE REPRÉSENTE LA SECTION DE LA POUTRE .....	118
FIGURE 3.52 CONNEXION COQUE-VOLUME LORSQU'UNE COQUE EST PARTIELLEMENT MODÉLISÉE EN 3D .....	119
FIGURE 3.53 EXEMPLE D'IDÉALISATION A) MAUVAISE IDÉALISATION B) MEILLEURE IDÉALISATION .....	120

FIGURE 3.54 EXEMPLE DE CONNEXIONS ENTRE TROIS POUTRES ET UN VOLUME .....	121
FIGURE 3.55 CONNEXION ENTRE DEUX COQUES ET UN VOLUME A) MODÈLE IDÉALISÉ B) MODÈLE APRÈS L'OPÉRATION DE DÉCOUPAGE .....	122
FIGURE 3.56 MODÈLE B-REP (MODÈLE UNIQUE) .....	123
FIGURE 3.57 QUELQUES EXEMPLES SIMPLES D'INTERSECTIONS POUTRE VOLUME. A) MODÈLE 3D (AVEC POUTRES COURTES) B) MODÈLE APRÈS DÉCOUPAGE DES FACES C) RÉSULTATS DE CONTRAINTES VON MISES APRÈS L'AJOUT DES MINI-POUTRES.....	126
FIGURE 3.58 EXEMPLES DE CAS D'INTERSECTION POUTRE-COQUE A) POUTRE À SECTION CIRCULAIRE CREUSE B) POUTRE À SECTION CARRÉE C) POUTRE À PLAT SUR LA COQUE D) POUTRE EN I INCLINÉE E) POUTRE PARTIELLEMENT SUR LA COQUE F) POUTRE CROISANT UNE ARÊTE DE LA COQUE .....	127
FIGURE 3.59 DÉPLACEMENT EN Y A) MODÈLE MULTIDIMENSIONNEL B) MODÈLE 3D.....	128
FIGURE 3.60 PROBLÈME POTENTIEL DANS LE CAS DES INTERSECTIONS COQUE-VOLUME .....	128
FIGURE 4.1 DÉROULEMENT D'UNE ÉTUDE MULTIDIMENSIONNELLE .....	130
FIGURE 4.2 STRUCTURE DES CLASSES D'ENTITÉS .....	134
FIGURE 4.3 CLASSES LIANT LA MODÉLISATION B-REP CONVENTIONNELLE AVEC LA NOUVELLE MODÉLISATION .....	135
FIGURE 4.4 STRUCTURE DES CLASSES D'INTERSECTION.....	137
FIGURE 4.5 EXEMPLE DE CONNEXIONS POUTRE-VOLUME .....	139
FIGURE 4.6 EXEMPLE OÙ UNE POUTRE EST DESSINÉE PARTIELLEMENT EN 3D.....	139
FIGURE 4.7 ALGORITHME DU DÉCOUPAGE STANDARD .....	142
FIGURE 4.8 ILLUSTRATION DU DÉCOUPAGE DANS LE CAS DE CONNEXIONS POUTRE-VOLUME .....	143
FIGURE 4.9 PROJECTION D'UNE ESQUISSE DÉCOUPANTE SUR UNE FACE CYLINDRIQUE A) DÉCALAGE DU PLAN ET PROJECTION DANS UNE DIRECTION UNIQUE B) PROJECTION SIMPLE DE L'ESQUISSE DÉCOUPANTE .....	144
FIGURE 4.10 EXEMPLE DE DÉCOUPAGE DE LA GÉOMÉTRIE LORSQU'UNE POUTRE REPOSE SUR UNE FACE DU VOLUME.....	145
FIGURE 4.11 DÉTAIL DU VOLUME UTILISÉ POUR COUPER LA FACE DANS LE VOLUME PRINCIPAL .....	146
FIGURE 4.12 ALGORITHME POUR LE DÉCOUPAGE DE TYPE POUTRE CONTINUE .....	147
FIGURE 4.13 POUTRE DONT LA SECTION EST DONNÉE PAR UNE FACE CIRCULAIRE CREUSE .....	148
FIGURE 4.14 DÉCOUPAGE DE L'ARÊTE.....	149
FIGURE 4.15ALGORITHME DANS LE CAS DE CONNEXION FACE-FACE STANDARD.....	150
FIGURE 4.16 EXEMPLE DE L'ALGORITHME DE DÉCOUPAGE COQUE-VOLUME. LES COQUES SONT PARTIELLEMENT TRANSPARENTES ET LE VOLUME BALAYÉ EST ILLUSTRÉ SUR LA COQUE DE DROITE .....	151
FIGURE 4.17 ALGORITHME DE TRAITEMENT DES CONNEXIONS COQUE-COQUE .....	153

FIGURE 4.18 EXEMPLES DE LOCALISATION DES FACES INTERNES. A) MODÈLE SIMPLE B) MODÈLE AVEC POUTRE INCLINÉE .....	154
FIGURE 5.1 A) MODÈLE DU PYLÔNE ORIGINAL B) MODÈLE APRÈS DÉCOUPAGE DES POUTRES.....	165
FIGURE 5.2 RÉSULTATS DE CONTRAINTE VON MISES .....	165
FIGURE 5.3 MODÈLE DU SECOND EXEMPLE.....	166
FIGURE 5.4 CONTRAINTES VON-MISES DU SECOND EXEMPLE .....	168
FIGURE 5.5 DÉPLACEMENT DU SECOND EXEMPLE.....	168
FIGURE 5.6 STRUCTURE DU TROISIÈME EXEMPLE .....	171
FIGURE 5.7 CONTRAINTE VON-MISES DANS LE MODÈLE A) STRUCTURE ENTIÈRE B) PIED À L'ÉTUDE .....	172
FIGURE 5.8 CONTRAINTE DANS LA PATTE CIBLÉE, DEUXIÈME IDÉALISATION.....	173
FIGURE 5.9 CONTRAINTE VON-MISES, MODÈLE MAILLÉ ENTIÈREMENT EN 3D.....	174
FIGURE 5.10 STRUCTURE DU QUATRIÈME EXEMPLE, UNE FORCE TOTALE DE 4800 N EST ÉGALEMENT RÉPARTIE SUR LES 12 TROUS .....	175
FIGURE 5.11 MAILLAGE DU MODÈLE MULTIDIMENSIONNEL .....	176
FIGURE 5.12 CONTRAINTES VON-MISES SUR LA STRUCTURE ENTIÈRE.....	177
FIGURE 5.13 CONTRAINTE VON-MISES À UNE INTERSECTION.....	178
FIGURE 5.14 CONTRAINTE VON-MISES À UN SUPPORT .....	178
FIGURE 5.15 STRUCTURE DU PORTE-CONTENEUR A) MODÈLE ORIGINAL B) MODÈLE IDÉALISÉ C) AGRANDISSEMENT D'UN DÉCOUPAGE D) CONTRAINTE E) AGRANDISSEMENT DE LA CONTRAINTE .....	179
FIGURE 5.16 A) MODÈLE ORIGINAL AVEC CONDITIONS AUX LIMITES B) MODÈLE IDÉALISÉ .....	180
FIGURE 5.17 RÉSULTATS DE LA CONTRAINTE DE VON MISES A) MODÈLE MULTIDIMENSIONNEL B) MODÈLE VOLUMIQUE À ÉLÉMENTS QUADRATIQUES RAFFINÉS C) MODÈLE VOLUMIQUE À ÉLÉMENTS LINÉAIRES	181
FIGURE 5.18 MODÈLE DE LA GLISSOIRE A) AGRANDISSEMENT D'UN SUPPORT B) MODÈLE COMPLET .....	182
FIGURE 5.19 CONTRAINTE VON MISES A) MODÈLE COMPLET B) À D) AGRANDISSEMENT DE CERTAINES ZONES .....	183
FIGURE 5.20 MODÈLE 3D DE LA STRUCTURE .....	184
FIGURE 5.21 CONTRAINTE DE VON MISES DU MODÈLE A) MODÈLE ENTIER B) AGRANDISSEMENT SUR UNE PARTIE À L'INTÉRIEUR DU MODÈLE .....	185
FIGURE 7.1. DÉROULEMENT D'UNE ÉTUDE MULTIDIMENSIONNELLE, SCHÉMA IDÉAL .....	192
FIGURE 7.2 DIFFÉRENTES IDÉALISATIONS A) POUTRE COMPLÈTEMENT MODÉLISÉE EN 1D B) RÉSULTATS DE CONTRAINTE DE VON MISES C) POUTRE MODÉLISÉE PARTIELLEMENT EN 3D D) RÉSULTATS DE CONTRAINTE DE VON MISES.....	194
FIGURE 7.3. SOLUTION POTENTIELLE AU PROBLÈME DE RIGIDITÉ A) ILLUSTRATION DU CONCEPT B) MÉTHODE ACTUELLE C) SOLUTION PROPOSÉE D) MODÈLE 3D .....	199

FIGURE 7.4 POUTRE OÙ LES LIENS AVEC LE VOLUME SONT RÉALISÉS SEULEMENT SUR LE CONTOUR DE LA SECTION. LA POUTRE EST SOUMISE À UNE FORCE DE TENSION AXIALE. .... 202

# LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1. EXEMPLES DE QUELQUES TYPES D'ÉLÉMENTS .....	19
TABLEAU 2.2. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES TROIS MÉTHODES DE MAILLAGE NON STRUCTURÉ .....	26
TABLEAU 2.3. RÉSULTATS DES DIFFÉRENTES ÉTUDES SUR LA POUTRE DE RÉFÉRENCE .....	34
TABLEAU 3.1. DIVISIONS DES TYPES D'INTERSECTIONS DE BASE .....	59
TABLEAU 3.2. PARAMÈTRES DES MINI-POUTRES .....	65
TABLEAU 3.3. PARAMÈTRE DE TROIS TESTS .....	66
TABLEAU 3.4 COMPARAISONS ENTRE LES MODÈLES BASÉS SUR LA NORME $L_2$ .....	88
TABLEAU 4.1. PARAMÈTRES DE L'ATTRIBUT DOUBLON .....	157
TABLEAU 4.2. CODE DES CONDITIONS AUX LIMITES .....	158
TABLEAU 4.3. ATTRIBUT DES POUTRES ET DES COQUES .....	159
TABLEAU 4.4. PARAMÈTRES DE L'ATTRIBUT FACEINTERNE .....	160
TABLEAU 5.1 DÉTAILS DE CERTAINS RÉSULTATS DU SECOND EXEMPLE .....	167
TABLEAU 5.2 TEMPS DE TRAITEMENT DES ÉTUDES .....	169
TABLEAU 5.3 COMPARAISON DES DDL DES TROIS MODÈLES .....	175
TABLEAU 5.4. COMPARAISON DES TROIS MODÈLES DU SUPPORT .....	181

# LEXIQUE

---

<b>Terme technique</b>	<b>Définition</b>
B-rep	<i>Boundary representation.</i> Format de représentation d'un volume à partir de sa frontière.
Composante	Une composante est un modèle à part entière dans un logiciel de DAO/CAO qui a une définition B-rep. Une composante a une dimension unique, on parle alors d'une composante 1D, 2D, ou 3D. Un modèle multidimensionnel est l'addition de plusieurs composantes (généralement de dimensions différentes).
Degré de liberté	Mouvements relatifs indépendants d'un nœud d'un élément. Il peut y en avoir un maximum de six, soit trois translations et trois rotations.
Manifold	Un modèle B-rep est dit manifold s'il vérifie la formule d'Euler-Poincaré.
Mini-poutres	Élément 1D de type poutre utilisé pour lier des composantes.
Silhouette	La silhouette d'une poutre ou d'une coque est l'empreinte que celle-ci laisserait sur une face si elle était modélisée en 3D. Par exemple, une poutre circulaire de 1 mm de rayon, mais modélisée par une courbe et qui connecte un volume à une silhouette circulaire de 1 mm de rayon centrée sur le point d'intersection entre la poutre et le volume et située sur la face du volume. Si l'intersection entre la poutre et le volume n'est pas perpendiculaire alors la silhouette n'est pas circulaire.

---

# CHAPITRE 1 Introduction

## 1.1 Les études par éléments finis

La progression phénoménale de la puissance informatique ces dernières années a apporté une puissance de calcul extraordinaire, notamment dans le domaine de la simulation numérique. Le dessin assisté par ordinateur (DAO) combiné aux méthodes de calcul par éléments finis a permis de prédire le comportement de pièces que les simples équations de résistance des matériaux ou de transfert de chaleur par exemple ne pouvaient résoudre.

Malgré cette augmentation de la puissance de calcul, la demande des ingénieurs augmente encore plus rapidement. On cherche à obtenir encore plus de précision sur des petits détails de pièces toujours plus complexes. En effet, à une certaine époque les ingénieurs en structure calculaient les contraintes dans des éléments de structures à l'aide d'équations résolues manuellement. Ces équations, parfois empiriques, donnent les contraintes dans les poutres d'un système souvent très simplifié. Ces systèmes se doivent d'être simplifiés par faute d'outils capables de traiter le modèle réel. Maintenant que des outils existent pour théoriquement calculer les contraintes des pièces dans leurs moindres détails, les ingénieurs demandent des calculs précis sur la structure complète, ce qui ne peut pas toujours être réalisé. Par exemple, il est théoriquement possible grâce aux méthodes par éléments finis de calculer la contrainte dans les filets d'un boulon assemblant deux poutres d'un pont. Un tel calcul est en pratique cependant impossible à l'heure actuelle pour plusieurs raisons. Premièrement, mailler entièrement une telle structure demande un temps de calcul excessif, sans compter que les algorithmes de maillage ne peuvent garantir la réussite de la génération du maillage dans tous les cas. On peut ensuite mentionner le temps de calcul nécessaire même si l'on arrive à mailler la structure. Et finalement, il y a la puissance informatique qui, bien qu'elle soit très grande, n'est toujours pas suffisante pour un tel calcul.

Pour tout de même obtenir les résultats désirés, les ingénieurs ont opté pour les simplifications de modèles. Parmi les solutions potentielles à ce problème on peut nommer les études

multidimensionnelles qui simplifient non pas la structure au complet, mais seulement les morceaux pouvant être simplifiés, ce qui permet d'obtenir la précision demandée dans les zones critiques.

## 1.2 Les limites des études par éléments finis

Pour être capable de calculer un système, la méthode des éléments finis, comme son nom l'indique, doit discrétiser une pièce en parties élémentaires appelées éléments. En règle générale, plus il y a d'éléments, plus la précision des calculs est grande, mais plus il y a d'éléments, plus le temps de génération de maillage et le temps de calcul sont longs. Si les éléments sont très petits comparés à la taille de la pièce à modéliser, il y aura non seulement une grande quantité d'éléments, mais également peut-être trop d'éléments dans des zones non contraintes. À l'inverse, si les éléments sont très gros comparés aux dimensions de la pièce, ceux-ci seront peut-être involontairement distordus ou encore pourraient ne pas approximer correctement la géométrie. Par exemple, si l'on cherche à partitionner une poutre à profilé en I, les éléments doivent être très petits et nombreux pour maintenir une forme régulière (Figure 1.1a) ou être très distordus et moins nombreux (Figure 1.1b), dans les deux cas la situation est peu enviable.

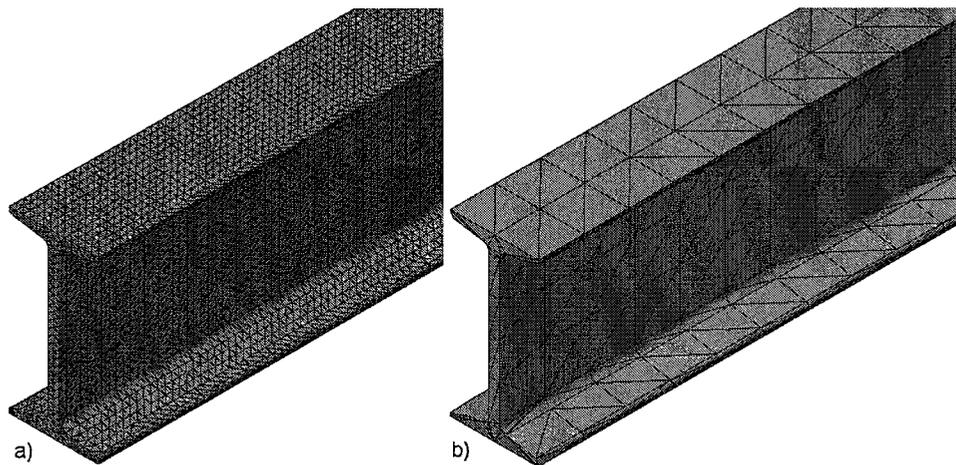


Figure 1.1 Maillage d'une poutre S10X35 de 5m de longueur a) Maillage de bonne qualité, mais possédant 263 634 éléments b) Maillage avec seulement 7 480 éléments, mais de mauvaise qualité

Par chance, il existe un type d'élément capable de contrer ces faiblesses. Les poutres sont souvent modélisées non pas par des éléments tridimensionnels, mais par des éléments de type poutre. Ces derniers sont des éléments à une seule dimension utilisant des constantes pour compenser pour les autres dimensions. L'avantage de ces éléments n'est pas au niveau de leur formulation, mais sur la géométrie qu'ils peuvent discrétiser. En effet, dans le cas d'une poutre, si l'on utilise ce type d'élément, seulement l'axe neutre de la poutre doit être modélisé, ce qui réduit considérablement le nombre d'éléments requis pour modéliser la poutre et par conséquent les temps de maillage et de résolution sont grandement réduits. Bien que ces éléments soient très intéressants pour modéliser des structures à base de poutres, ils ne peuvent discrétiser une pièce ou assemblage de formes complexes et ils sont mal adaptés pour fournir des informations sur le comportement des poutres au niveau de leurs intersections.

Il existe plusieurs types d'éléments, pour les besoins de cette recherche ils seront divisés selon leurs dimensions. Il y a tout d'abord les éléments de type poutre servant principalement à modéliser des poutres ou toute autre composante où une section est extrudée sur une distance considérée comme longue par rapport aux dimensions de la section. Ces éléments sont composés de deux ou trois nœuds et sont des éléments à une dimension (1D). Puis viennent les éléments à deux dimensions; ceux-ci servent à modéliser des pièces minces dont l'épaisseur est très faible comparé aux autres dimensions, les plaques, carrosseries d'automobiles et coques de bateaux sont des exemples. Ils sont généralement de forme triangulaire ou quadrangulaire. Tout comme les éléments poutre cependant, ils ne peuvent modéliser toutes les pièces. Finalement, il y a les éléments volumiques (en 3D) généralement de forme tétraédrique ou hexaédrique. Ceux-ci peuvent assez bien modéliser des pièces de géométrie complexe, mais sont mal adaptés pour des modèles où les deux autres types d'éléments sont préférables. Par exemple, si une carrosserie d'automobile est modélisée par des éléments volumiques, ceux-ci doivent être soit très petits, soit aplatis. Des éléments trop petits signifient un grand nombre d'éléments, donc un temps de maillage et de calcul très grand ou encore des éléments tellement petits que leurs dimensions peuvent conduire à une matrice mal conditionnée. Si les éléments sont gros, alors ceux-ci sont généralement aplatis, ce qui, généralement, entraîne des résultats de moindre qualité.

## 1.3 Les études multidimensionnelles

Chaque type d'élément a des avantages et des inconvénients. Les études multidimensionnelles sont des études où des éléments de dimensions différentes se côtoient dans un même modèle, et ce, dans le but d'extraire les avantages de chaque type d'éléments tout en outrepassant les inconvénients.

Un modèle peut être composé d'éléments volumiques (3D), de coques (2D) et de poutres (1D). Pour les unir dans le système, il suffit d'assembler leurs matrices de rigidité respectives dans la matrice de rigidité globale et de résoudre le système. La résolution est donc facile, le problème est au niveau de la création du modèle multidimensionnel.

### 1.3.1 Les avantages des études multidimensionnelles

Il y a quelques avantages à utiliser des études multidimensionnelles. Le but principal est bien évidemment d'aller chercher les avantages de chaque type d'élément. Les éléments volumiques pour les géométries complexes et les éléments à dimension réduite (poutres et coques) pour les parties de la géométrie pouvant être modélisées par ces éléments. Il est donc possible de modéliser en 3D une portion de la géométrie pour mieux cerner le comportement de cette zone et d'utiliser des éléments de poutre ou de coque pour réduire le nombre d'éléments total. Une alliance entre la précision et la rapidité d'exécution.

Un autre avantage repose sur la modification rapide du modèle. Puisque les éléments de type poutre et coque ne modélisent pas entièrement le volume d'une pièce, ils ont besoin de constantes pour compenser. Par exemple, sur la passerelle illustrée à la Figure 1.2, si une première étude démontre que les poutres sont trop petites il suffit de changer le type de poutre en modifiant les moments d'inertie et l'aire de section. Ou encore si les déplacements dans la plaque sont jugés trop grands il est possible d'augmenter l'épaisseur de la plaque simplement en modifiant une seule valeur. En revanche, dans le cas d'une étude entièrement tridimensionnelle, il est nécessaire de modifier le modèle puis de refaire le maillage, ce qui généralement est plus lent que de modifier un paramètre du modèle multidimensionnel.

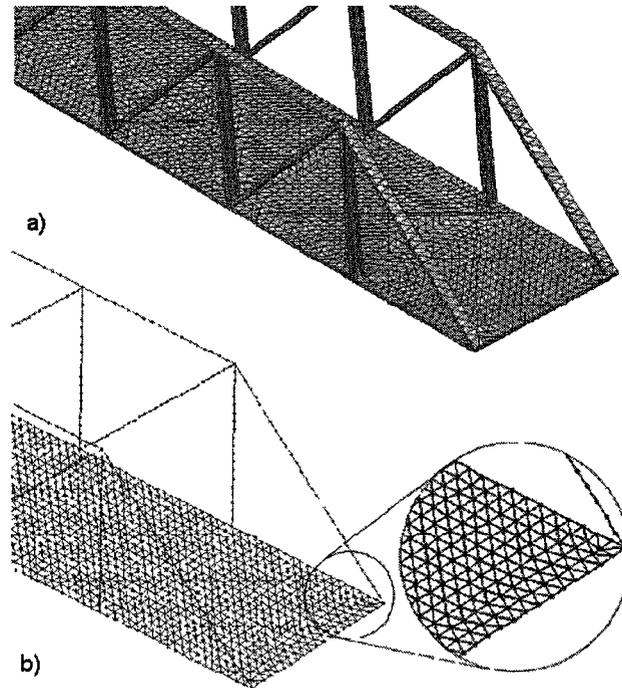


Figure 1.2 Exemple d'une passerelle a) Modélisation en 3D b) Modélisation multidimensionnelle

### 1.3.2 Les inconvénients des études multidimensionnelles

Ce genre d'étude est confronté à de nombreux obstacles à l'utilisation rapide garantissant de bons résultats. Il y a essentiellement deux phases aux études multidimensionnelles et chacune apporte son lot d'obstacles.

La première phase est l'idéalisation du modèle, soit de déterminer quelles composantes ou parties de composante doivent être modélisées avec quel type d'élément. Par exemple, si l'on désire connaître les contraintes au niveau de la connexion entre deux poutres, on peut modéliser la connexion avec des éléments volumiques et la majeure partie de la poutre elle-même avec des éléments de poutres. Soit un ingénieur, soit un algorithme doit trancher sur le type d'éléments à utiliser et où.

La seconde phase est l'obtention d'un modèle pouvant être calculé. Il est possible de former une matrice de rigidité globale avec des éléments de dimensions différentes. Cependant, cette matrice peut être singulière et donc impossible à calculer. Et même si la résolution du système

aboutit, on ne peut affirmer que les résultats seront sans erreurs. Comme il sera démontré plus loin dans ce document, il y a plusieurs raisons pour lesquelles une étude peut avorter ou retourner des résultats faussés.

À l'heure actuelle, l'automatisation de chacune des phases est limitée. Les analystes connaissant les études multidimensionnelles peuvent essayer de réaliser les différentes étapes manuellement, ce qui bien sûr peut être source d'erreurs si l'analyste oublie une étape ou ne la réalise pas correctement. Souvent, les ingénieurs vont préférer modéliser la pièce ou l'assemblage entièrement en 3D pour éviter les erreurs ou par manque de connaissance sur les études multidimensionnelles. Dans ces situations, ils sont cependant confrontés aux problèmes abordés précédemment.

### 1.3.3 Déroulement d'une étude multidimensionnelle

Pour bien comprendre la problématique de la recherche, il faut tout d'abord voir plus en détail le déroulement d'une étude multidimensionnelle et surtout les étapes qui se rattachent à la phase de traitement.

Une étude multidimensionnelle, sans l'aide d'outils automatisés, se déroule généralement de la façon suivante (voir Figure 1.3). La démarche assume qu'un logiciel de CAO est utilisé pour la création de la géométrie et que le logiciel de maillage offre des outils permettant de modifier le maillage.

La première étape est la création du modèle géométrique dans un logiciel de CAO. Le modèle peut ensuite être simplifié selon des méthodes décrites à la section 2.3.1. Le modèle est divisé en plusieurs composantes, chaque composante devant être modélisée par un type d'élément (volumique, coque, poutre).

Puis vient l'étape d'idéalisation où l'utilisateur décide des parties du modèle devant être modélisées par des éléments de type coques ou poutres. À noter qu'il est possible de créer directement le modèle idéalisé et simplifié. Dans un processus de conception cependant, un modèle n'est pas conçu uniquement pour des calculs par éléments finis et il est fort probable que le modèle complet soit nécessaire avant de procéder aux calculs. On peut ensuite ajouter

les conditions aux limites et spécifier les paramètres des poutres (moments d'inertie, aire de section) et des coques (épaisseur).

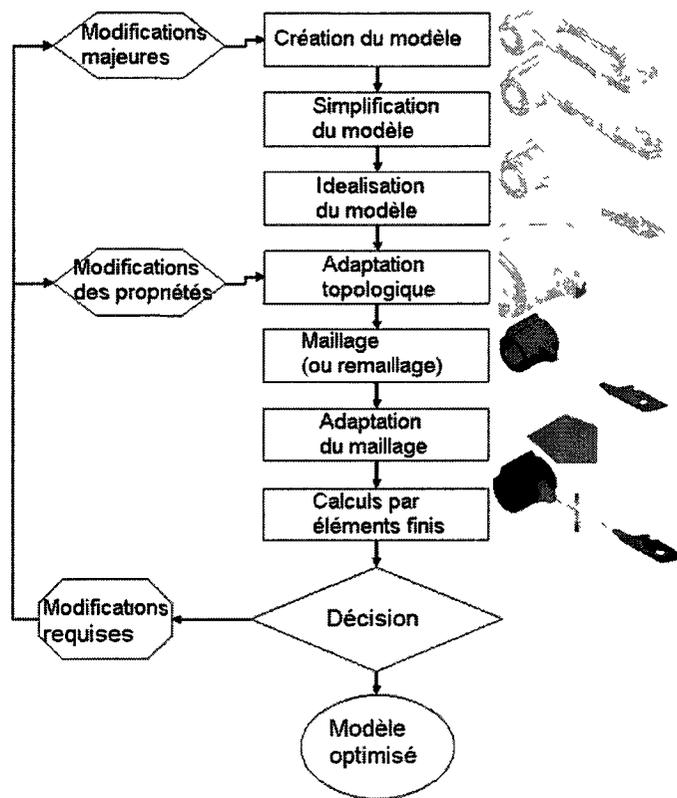


Figure 1.3 Étapes principales d'une analyse multidimensionnelle sans l'aide d'outils automatisés

On peut ensuite adapter le modèle pour éviter certains problèmes du maillage. En fait, si l'on maille directement le modèle, il y aura autant de maillages qu'il y a de composantes dans le modèle. Ces maillages indépendants ne se rejoignent pas toujours correctement au niveau des nœuds et une des méthodes pour résoudre le problème est modifier la géométrie. À noter que ce problème et les solutions potentielles sont décrits beaucoup plus en détail à la section 2.3.5.2.

Vient ensuite l'étape de génération du maillage. S'il y a plusieurs composantes, alors sans l'aide d'outils automatisés (à l'exception du mailleur) on doit lancer le maillage de chaque composante individuellement.

Puis, si l'étape d'adaptation topologique n'a pas été réalisée, ou si elle ne résout pas tous les problèmes, on doit procéder à l'étape d'adaptation du maillage. La Figure 1.4 illustre un exemple où un problème apparaît à la connexion entre une poutre et d'une coque. Il n'y a pas de nœud commun au point de rencontre. Il est alors possible (dans certains logiciels) de déplacer manuellement le nœud le plus proche pour le replacer au point d'intersection comme illustré à la Figure 1.4b. Bien que fonctionnelle, cette méthode engendre généralement un maillage de moindre qualité.

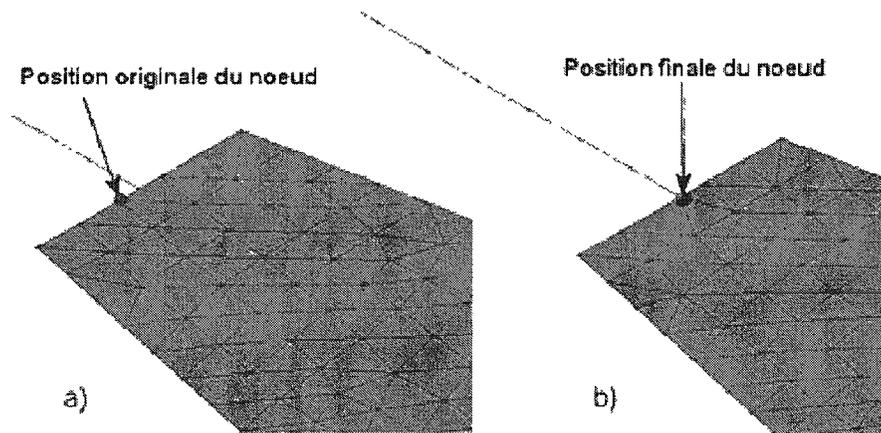


Figure 1.4 Déplacement d'un nœud a) Position originale b) Position après déplacement

Il faut ensuite fusionner les nœuds communs des différents maillages. Un deuxième problème apparaît ici car les nœuds des différentes composantes n'ont pas tous le même nombre de degrés de liberté (ddl). Ce problème est décrit plus en détail à la section 2.3.5.3. Finalement, un solveur construit une matrice de rigidité à partir des nœuds des différents maillages (incluant les nœuds issus d'une fusion) puis résout le système et effectue les étapes de *post-traitement*.

## 1.4 Problématique

Il y a donc certains problèmes à résoudre pour faire des calculs, et donc obtenir des résultats à partir d'un modèle multidimensionnel. Cette section les résume rapidement.

Le premier problème s'observe lorsqu'il y a des maillages indépendants pour chaque composante qui ne s'assemblent pas correctement.

Le second problème intervient au niveau des degrés de liberté des nœuds des éléments des différentes composantes. Connecter un nœud d'une poutre qui a six degrés de liberté avec le nœud d'un volume qui n'en a que trois peut être une source de problèmes.

Il y a ensuite la définition du modèle géométrique. Comme il sera démontré plus loin, un modèle multidimensionnel ne peut être représenté correctement par une méthode traditionnelle de définition des modèles géométriques. Il y a donc un certain travail à faire à cet égard.

Puis, la détection des connexions entre entités est également source de problèmes. En effet, un modèle géométrique multidimensionnel ne contient pas nécessairement d'information sur les connexions entre composantes de dimension différentes. Sans une technique quelconque pour identifier et catégoriser les connexions, le traitement d'un modèle multidimensionnel ne peut avoir lieu.

Un autre obstacle à la résolution d'une étude multidimensionnelle est l'automatisation d'une telle étude. Bien qu'il y ait quelques méthodes pour résoudre les problèmes mentionnés plus haut, peu d'entre elles sont automatisées ou fonctionnent dans toutes les situations.

Finalement, la précision des résultats est aussi un problème important que l'on doit mentionner. Certaines méthodes peuvent résoudre les deux premiers problèmes, mais les résultats obtenus sont complètement erronés. Il faut donc s'assurer que la méthode ait une certaine précision au niveau des résultats.

## 1.5 Objectifs de la recherche

Le but de la présente recherche est de trouver une solution aux problèmes exposés à la section précédente et automatiser la solution retenue.

Le premier sous-objectif est de trouver une méthode pour résoudre le problème d'assemblage des maillages et le problème de compatibilité des degrés de liberté. Chaque type de connexion doit avoir sa propre solution dans l'éventualité où une méthode unique ne peut s'adapter à tous

les types de connexions. Ce premier sous-objectif inclut également une méthode pour être capable de traiter le modèle géométrique multidimensionnel. Le chapitre 3 traite de ce point.

Le second sous-objectif, détaillé au chapitre 4, se concentre sur les méthodes pour automatiser les solutions décrites au chapitre 3.

Les deux objectifs vont de pair puisqu'une solution parfaite, mais ne pouvant être automatisée doit être rejetée alors qu'une solution facilement automatisable, mais ne fonctionnant pas toujours ou ne retournant pas de bons résultats doit également être rejetée.

## 1.6 Contraintes de développement

Quelques contraintes de développement guident la présente recherche. Ces contraintes ont pour but de différencier la présente recherche des autres solutions.

La première et probablement la plus importante contrainte concerne le modèle initial. Ce modèle doit être initialement idéalisé et certaines conditions décrites plus loin doivent être respectées.

Les poutres doivent être dessinées avec des courbes et l'utilisateur doit spécifier leurs propriétés. La courbe qui représente la poutre sera toujours considérée comme l'axe neutre de la poutre. Il en va de même pour les coques qui devront être dessinées comme des entités surfaciques auxquelles l'utilisateur fournira une constante spécifiant l'épaisseur. La surface qui représente la coque sera alors considérée comme la fibre neutre de la coque.

Un des éléments originaux de la présente recherche est de trouver une solution basée sur la génération d'un maillage compatible avec les études multidimensionnelles. Ceci entraîne donc quelques contraintes supplémentaires. Aucune équation de contrainte ne peut être utilisée et un solveur typique doit être employé. Le maillage doit être composé d'éléments standards et ce maillage doit être exportable vers un solveur externe (commercial ou non).

Si une des contraintes est l'obtention d'un maillage exportable, alors il est préférable également que celui-ci soit réalisable grâce à un mailleur standard. La solution pourra alors être compatible avec d'autres méthodes utilisant un mailleur standard.

Ensuite, une contrainte importante concerne la précision des résultats. La solution proposée doit générer des résultats en contrainte qui sont le plus précis possible. Il est effectivement impossible d'obtenir une réponse exacte dans la totalité des études, la méthode développée doit tout de même être adaptée pour que les résultats soit les plus précis possible en fonction des choix de l'utilisateur.

Deux possibilités sont rencontrées pour la génération d'un maillage conforme aux études multidimensionnelles. La première est l'utilisation d'un maillage sous contraintes qui contraint le positionnement de certains nœuds et éléments. La seconde est de modifier la géométrie de la pièce en anticipant le mailleur et le forçant à positionner des nœuds aux endroits voulus. Ici la seconde option a été préférée. La section 6.3 compare plus en détail les deux possibilités et les avantages et inconvénients de chacune.

Finalemt, l'automatisation de la solution est un critère important. La solution proposée doit être automatisable, donc il doit être possible de programmer un code qui traite la solution. L'automatisation signifie que l'utilisateur doit, pour la phase de traitement des études multidimensionnelles, fournir un modèle idéalisé, spécifier les conditions aux limites et potentiellement donner une carte de taille ou les informations nécessaires à sa création.

## 1.7 Limites de la recherche

Les contraintes précédentes encadrent la solution proposée plus loin. Il y a cependant également quelques limites que la solution n'a pas à dépasser pour être considérée comme fonctionnelle.

Premièrement, la solution peut se limiter aux études statiques linéaires. Bien qu'il soit peut-être possible d'utiliser directement la solution ou une version légèrement modifiée pour des études thermiques, non-linéaires, transitoires de vibration ou autre, ceci n'est pas un critère requis.

Ensuite, on doit considérer que l'idéalisation est effectuée correctement. Cette idéalisation peut être effectuée manuellement ou automatiquement. Elle peut également être considérée comme mauvaise pour le mécanisme à l'étude. La présente recherche ne vise pas à commenter

ou à corriger les erreurs d'idéalisation, mais à s'y adapter en assumant que l'idéalisation est effectuée correctement.

## 1.8 Originalité

Certaines solutions aux problèmes décrits plus haut existent déjà ou sont en phase de développement. La présente recherche, grâce aux contraintes de développement, essaie une démarche différente qui se distingue des autres sur quelques aspects.

Premièrement, l'élément qui représente la contribution principale de la méthode est que la solution proposée repose uniquement sur des opérations géométriques et sur la génération d'un maillage adapté. Cette approche a l'avantage d'être compatible avec beaucoup de logiciels (commerciaux ou non) et d'être exportable d'un logiciel à l'autre.

Le mailleur utilisé doit être standard. La méthode est donc fonctionnelle tant que le mailleur peut correctement mailler une géométrie en respectant la frontière. Le mailleur peut même être quadratique ou générer des quadrangles et pentaèdres (ou hexaèdres) et la méthode fonctionnerait quand même. La méthode n'a donc pas à être modifiée ou abandonnée si le mailleur est modifié ou changé.

Les éléments utilisés peuvent être standard; puisque la méthode ne demande pas d'éléments particuliers, elle peut facilement être compatible avec un logiciel de maillage standard et un solveur standard. Ce maillage peut être exporté vers un solveur externe pour être calculé. Ceci permet donc de profiter de certains outils ou avantages d'autres logiciels, notamment au niveau du *post-traitement*.

La précision des résultats; certaines méthodes (voir chapitre 2) fonctionnent correctement, mais retournent des résultats imprécis. Une solution qui tient compte de la précision des résultats est donc intéressante.

L'automatisation de la méthode est aussi une autre grande contribution. Il existe des méthodes alternatives semblables à celle présentée ici, mais aucune n'est automatisée. Il faut noter ici que l'automatisation, contrairement à certaines méthodes, détecte automatiquement les connexions entre entités, détecte le type de connexion et le traite; l'utilisateur n'a pas à pointer

sur les entités et à définir le type de connexion et à entrer des paramètres. L'avantage principal de l'automatisation est bien sûr la vitesse d'exécution; un ordinateur étant beaucoup plus rapide à traiter un modèle qu'un humain. Un autre avantage indéniable est qu'une automatisation élimine beaucoup d'erreurs potentielles. Par exemple, un analyste pourrait oublier de traiter une intersection, ou de la traiter de la mauvaise façon alors que l'automatisation évite ce genre d'erreurs.

## CHAPITRE 2 Revue de littérature

Le présent chapitre sert à dresser le contexte dans lequel la recherche se positionne. Il sert également à présenter l'état de l'art et les travaux qui se rapportent de près à la recherche dans le but de bien différencier ce qui existe déjà de ce qui est apporté par la recherche. On y présente également en détail les problèmes présentés brièvement au chapitre précédent et les solutions alternatives aux problèmes. Sont décrits également les outils existants que l'on peut utiliser de pair avec la solution. Finalement, une critique des solutions alternatives conclut ce chapitre.

### 2.1 Contexte de la recherche

La présente recherche s'inscrit dans un cadre de recherche plus global portant sur les calculs par éléments finis, mais plus particulièrement sur le maillage, sa génération et ses applications pour les études par éléments finis.

Au cœur de la majorité des projets décrits plus bas se retrouve la plate-forme de développement appelée MAGiC. Bien que cette plate-forme ne soit pas apparue au début des recherches, mais un peu plus tard, lorsqu'il était évident qu'un certain point commun était nécessaire pour rallier les recherches passées et futures. Son but principal est de proposer des outils et des méthodes qui permettent de développer rapidement des modules touchant aux maillages automatiques. Une nouvelle recherche peut donc avoir accès aux classes, structures, fonctions et base de données déjà programmés et ainsi évite aux chercheurs de reprogrammer certaines fonctions courantes. Au cœur de la plate-forme de validation se trouvent un modeleur de type B-rep, un mailleur frontal et une base de données de carte de taille.

Le modeleur B-rep est détaillé dans [Francois, 2004]. Le mailleur surfacique frontal suit un algorithme décrit dans [Cuilliere, 1998, Francois *et al.*, 2002] alors que le mailleur volumique est décrit plus en détail dans [Francois, 2004, Francois et Cuilliere, 2002]. Ces mailleurs frontaux respectent un algorithme plus général décrit à la section 2.2.2.5. Les mailleurs sont guidés par une carte de taille dont les algorithmes sont décrits dans [Francois, 2004]. Le lien entre les logiciels de CAO et MAGiC est réalisé grâce à la couche topologique universelle,

celle-ci permet de décrire la topologie d'un modèle dans un format B-rep unique à MAGiC alors que la géométrie est gérée par le logiciel CAO d'origine, c'est-à-dire qu'il y a un pointeur vers l'entité géométrique située sur le logiciel ayant servi à créer le modèle [Francois et Cuilliere, 2005].

Un des premiers projets à être réalisé par l'équipe de recherche est le développement d'une méthode de pré-optimisation du maillage en fonction des caractéristiques de forme de la pièce [Cuilliere, 1993, Cuilliere *et al.*, 1997, Cuilliere et Maranzana, 1999]. Cette technique permet d'obtenir un maillage qui est raffiné aux endroits où il y aurait potentiellement des erreurs plus grandes (donc des gradients de contrainte élevés). La méthode a ensuite été développée, intégrée à la plate-forme de développement et adaptée au contexte des logiciels de CAO utilisant les *features* [Boulet *et al.*, 2007, Francois et Cuilliere, 2000].

Ensuite, un projet de recherche sur le remaillage automatique a été réalisé. Cette recherche s'intègre dans un processus itératif de conception où un analyste décide d'apporter des modifications à une pièce quelconque après avoir effectué un calcul par éléments finis. Le but de la recherche est de concevoir des algorithmes qui identifient les modifications et qui ajustent ou modifient le maillage en fonction des modifications apportées à la pièce sans recommencer complètement le maillage [Francois, 1998, Francois et Cuilliere, 2000, Francois *et al.*, 1997, Francois *et al.*, 1999].

Toujours dans le domaine du maillage, une recherche dont le but était de créer un maillage surfacique à partir d'un fichier de stéréolithographie (STL) a été complétée. Les algorithmes développés permettent effectivement de mailler une pièce uniquement à partir de la liste de triangles d'un fichier STL [Bechet *et al.*, 2002].

Le maillage par sous-domaines pour l'optimisation de topologie [Caron, 2007] est une recherche dont le but est de mailler une pièce selon des domaines. Ces endroits, appelés domaines de non-design, peuvent être modifiés en fonction des contraintes présentes dans les éléments composants le domaine. Un élément dont la contrainte se situe sous un seuil est retiré du modèle. Après quelques itérations la forme idéale de la pièce apparaît.

La reconstruction de modèles [Louhichi *et al.*, 2005] est une autre recherche dont le but est de reconstruire le modèle géométrique d'une pièce après avoir calculé les déformations de celle-ci. Le nouveau modèle peut alors être utilisé entre autres pour déterminer s'il y a des interférences avec d'autres pièces, interférences qui n'étaient pas présentes sur le modèle initial, ou s'il y a des tolérances qui ne sont plus respectées après déformations.

Dans le même ordre d'idée, une autre recherche a eu lieu pour développer des algorithmes capables de reconnaître les similitudes d'une pièce après des modifications en comparant la définition géométrique originale de la pièce et sa version finale. Ces algorithmes sont même capables de fonctionner si la pièce a subi un mouvement ou une rotation [Souaissa *et al.*, 2007].

La recherche sur le maillage transcarreaux [Foucault, 2008] a développée une méthode qui peut mailler une pièce en ignorant certaines frontières. Par exemple, un élément triangulaire pourrait avoir des nœuds sur deux faces différentes, évitant ainsi de devoir respecter la frontière des faces. Ceci a pour but d'éviter de mailler inutilement certaines frontières, donc de pouvoir mailler avec des éléments plus gros.

Un autre projet de recherche sur la simplification de détails [Foucault, 2008] a pour but de retirer complètement du modèle des détails qui ont un impact minime ou nul sur les résultats du calcul. Ce projet a généré un code qui identifie et élimine automatiquement ces détails.

## 2.2 État de l'art des études par éléments finis

L'état de l'art fait référence aux concepts et méthodes qui gravitent autour du projet et aux outils qui s'y rattachent. On ne peut faire une recherche sur le maillage pour calculs par éléments finis sans d'abord faire une courte introduction sur les éléments finis et sur le maillage. Ensuite, puisqu'un modèle géométrique doit être utilisé, on verra une définition de ces modèles.

### 2.2.1 Études par éléments finis

Les études par éléments finis sont un domaine d'étude très large, la présente recherche se concentre principalement sur les études des déplacements en élasticité. Leur but est de prédire le comportement, ou plus particulièrement les déformations et l'état de contrainte dans les pièces mécaniques quelconques.

La méthode des éléments finis est une technique d'approximation de fonctions solutions par sous-domaines (éléments). Des inconnues (notées  $\{U\}$ ) sont des valeurs de ces fonctions en certains points (nœuds) de chaque sous-domaine [Batoz et Dhatt, 1990]. Essentiellement, cela signifie qu'une équation intégrale décrivant l'état d'une pièce est discrétisée en morceaux et peut être calculée sur chaque morceau.

La méthode peut être appliquée à la majorité des domaines de la physique dont le système comporte des dérivées partielles (mécanique du solide, électromagnétisme, acoustique, mécanique quantique, météorologie, etc.) [Chateaufort, 2005]. Le présent ouvrage cependant se limite aux études de mécanique du solide, plus particulièrement aux problèmes d'équilibre statique stationnaire. Dans cette situation particulière, la méthode des éléments finis cherche à résoudre l'équation 2-1 basée sur le principe des déplacements virtuels [Bathe, 1996].

$$\int_V \bar{\epsilon}^T \sigma dV = \int_V \bar{U}^T F_b dV + \int_S \bar{U}^T F_s dV + \sum_i \bar{U}_i^T F_i \quad (2-1)$$

Où  $\epsilon$  est le vecteur des déformations correspondant au déplacement virtuel  $U$ ,  $\sigma$  est le vecteur des contraintes à l'équilibre et  $F_b$ ,  $F_s$  et  $F$  sont respectivement les forces de volumes, les forces de contour et les forces ponctuelles. Après remaniement des équations et discrétisation du domaine, on retrouve un système d'équations sous la forme:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (2-2)$$

$[K]$  étant la matrice de rigidité du système et  $\{F\}$  le vecteur des charges.

La résolution d'un problème en utilisant cette méthode est de construire la matrice de rigidité et le vecteur des charges et résoudre le système de l'équation 2-1. Le résultat donne le vecteur

des déplacements qui est utilisé comme base pour afficher les résultats demandés par l'utilisateur. On peut alors calculer et afficher d'autres valeurs intéressantes pour l'analyste comme les contraintes. Bien que cette partie soit le cœur d'une analyse par éléments finis, elle n'intervient que peu dans le cadre de cette recherche. Le lecteur désirant avoir plus d'informations peut se référer à [Batoz et Dhatt, 1990, Cook et Young, 1999, Dhatt et Touzot, 1989, Zienkiewicz et Taylor, 2000].

### **2.2.1.1 Types d'éléments**

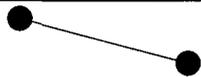
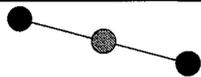
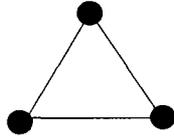
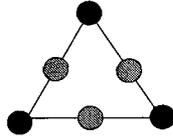
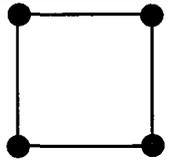
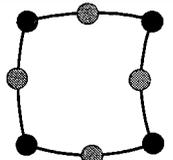
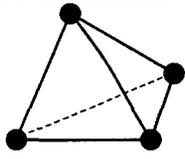
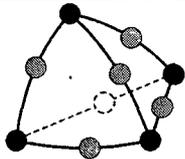
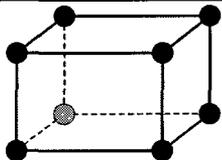
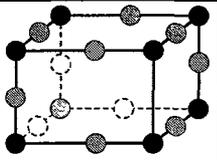
Pour discrétiser la pièce, plusieurs types d'éléments peuvent être utilisés. Le Tableau 2.1 illustre quelques-uns des éléments les plus utilisés pour les études par éléments finis. Le tableau donne entre autres le nombre de nœuds et les degrés de liberté. Pour une particule ou un nœud, les ddl représentent les coordonnées nécessaires pour décrire complètement l'état de cette particule [Tse *et al.*, 1979]. Il peut y en avoir six par nœud, soit trois rotations et trois translations, cependant certains types d'éléments, notamment les barres utilisées pour des études planaires n'ont besoin que de deux ddl pour définir complètement l'état de leurs nœuds. Par exemple, les éléments de type poutre 2D, sont de forme filaire puisque les éléments de type poutre sont des éléments 1D. Puisque l'on utilise la poutre en 2D seulement, celle-ci n'a pas besoin de ddl dans la direction normale au plan, ni de deux degrés de liberté en rotation. Ce type de poutre n'a donc que 3 ddl.

### **2.2.2 Génération de maillages**

La matrice de rigidité et le vecteur de charges sont créés en partie grâce aux positions des nœuds du maillage qui discrétise la pièce. Ce maillage est donc important pour la réalisation d'une étude.

Georges [George et Borouchaki, 1997] classe les maillages en deux types, soit les maillages structurés et les maillages non structurés. Les maillages structurés ont comme caractéristique principale la répétition d'une certaine structure de maillage. Ils requièrent généralement plus de manipulation de l'utilisateur. Ils peuvent être entièrement manuels (l'utilisateur entre les coordonnées de chaque nœud et élément) ou semi-manuels. Ils ne seront pas couverts dans cet ouvrage.

Tableau 2.1. Exemples de quelques types d'éléments

Nom	ddl chaque noeud	Comportement	Forme et degré	
			Linéaire	Quadratique
Barre 2D	$u, v$	Élément représentant une poutre reliée à chaque extrémité par des rotules. La barre ne peut avoir qu'une contrainte axiale.		
Poutre 2D	$u, v, \theta$	Élément qui peut comporter de la flexion.		
Poutre 3D	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	Des formulations différentes permettent de tenir compte du cisaillement ou de l'ignorer.		
Membrane	$u, v,$	Élément triangulaire qui n'est sollicité que par des charges dans son plan. Utilisé pour mailler des surfaces planes uniquement.		
Coque	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	Cet élément peut être utilisé pour mailler des surfaces tridimensionnelles.		
Membrane quadrangulaire	$u, v$	Identique à l'élément de plaque, sauf que celui-ci est quadrangulaire		
Coque quadrangulaire	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	Identique à l'élément de coque, sauf que celui-ci est quadrangulaire		
Tétraèdre	$u, v, w$	Un élément volumique de forme tétraédrique		
Hexaèdre	$u, v, w$	Un élément volumique de forme prismatique		

Les mailleurs non structurés sont capables de mailler automatiquement une pièce à partir de leur définition géométrique. Ce type de mailleur est le plus souvent rencontré de nos jours dans les logiciels d'éléments finis. Il existe principalement trois familles de mailleurs non structurés, soit les mailleurs quadtree / octree, les mailleurs frontaux et les mailleurs de type Voronoï-Delaunay. Les trois méthodes comportent des algorithmes pour mailler des faces et des volumes. Puisque ces mailleurs ne sont pas la base de cette recherche, seule la version 2D sera brièvement exposée pour les trois méthodes. Des références seront fournies pour le lecteur désirant avoir plus d'informations sur les méthodes ou leur version 3D.

### **2.2.2.1 Généralité des trois mailleurs**

Les trois familles de mailleurs ont un aspect en commun qui est très important pour les besoins de cette recherche, soit la démarche du maillage. Dans tous les cas, pour démarrer un maillage d'une certaine dimension, il faut utiliser le maillage de dimension inférieure. Par exemple, pour réaliser un maillage volumique, le maillage des faces de la coquille du volume est nécessaire. Pour le mailler une face, alors le maillage des arêtes de ses boucles est nécessaire et pour mailler une arête, on doit d'abord avoir maillé les sommets de l'arête.

Généralement, après avoir réalisé un maillage, les mailleurs utilisent des méthodes de lissage pour améliorer la qualité des éléments. Ces méthodes sont de deux types, il y a les bougés de points où la position des nœuds est modifiée et les modifications topologiques où les connexions entre les nœuds sont modifiées [Frey et George, 1999].

### **2.2.2.2 Carte de taille**

La carte de taille est un outil utilisé pour guider le mailleur en spécifiant la taille des éléments désirés. Lors de la création du maillage, par une technique ou une autre, certains choix doivent être faits par l'algorithme de maillage pour la position des nœuds. La carte de taille influence ce choix en suggérant une longueur à utiliser pour les arêtes des éléments.

La carte de taille est utilisée entre autres pour guider la génération d'un maillage plus raffiné dans les zones critiques. Pour ce dernier objectif, des outils ont été conçus pour ajuster automatiquement la carte de taille a priori. Ceux-ci identifient les zones critiques, soit à forte

concentration de contraintes, et adaptent la carte de taille en conséquence [Boulet *et al.*, 2007, Francois et Cuilliere, 2000].

### 2.2.2.3 Mailleur quadtree

La démarche la plus répandue pour mailler en utilisant cette méthode consiste à superposer une grille par-dessus la surface et à diviser les cases de cette grille s'il y a plus d'un nœud de frontière dans une case. On continue à diviser jusqu'à ce qu'il y ait au plus un nœud (du maillage de la peau) dans chaque case. On équilibre ensuite les cases, c'est-à-dire qu'il faut découper les cases qui ont plus de deux cases voisines sur une arête, la Figure 2.1 est un exemple de la grille à cette étape. Une triangulation peut ensuite être effectuée entre les points de la frontière et les différentes cases [Frey et MARECHAL, 1998, George et Borouchaki, 1997].

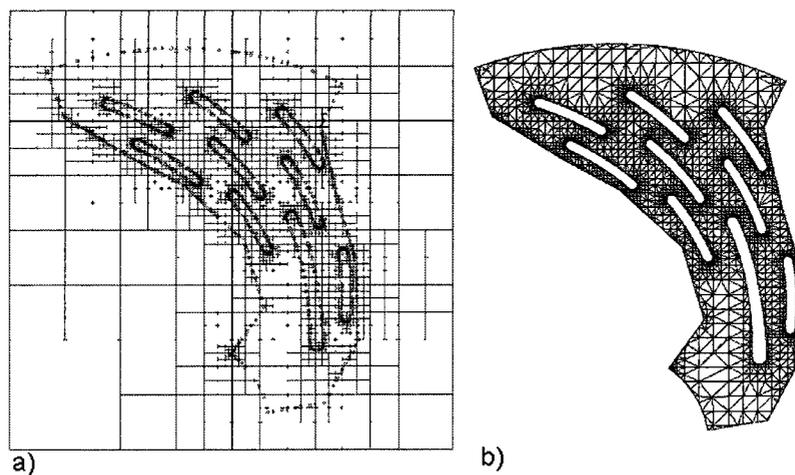


Figure 2.1<sup>1</sup> Exemple de la méthode *Quadtree* a) Grille partitionnée b) Maillage résultant

### 2.2.2.4 Mailleur Voronoï-Delaunay

Un mailleur de type Voronoï-Delaunay suit généralement l'algorithme suivant :

1. Création des triangles englobant le domaine des nœuds de la frontière
2. Ajout des nœuds de la frontière

---

<sup>1</sup> Figure tirée de [Frey et MARECHAL, 1998]

3. Pivot d'arêtes
4. Élimination des éléments à l'extérieur de la frontière
5. Ajout de nœuds internes

Au début un rectangle englobant tous les nœuds de la frontière est divisé en deux triangles. Tous les nœuds des arêtes sont donc à l'intérieur d'un triangle. Ces deux premiers triangles constituent la triangulation initiale (Figure 2.2a).

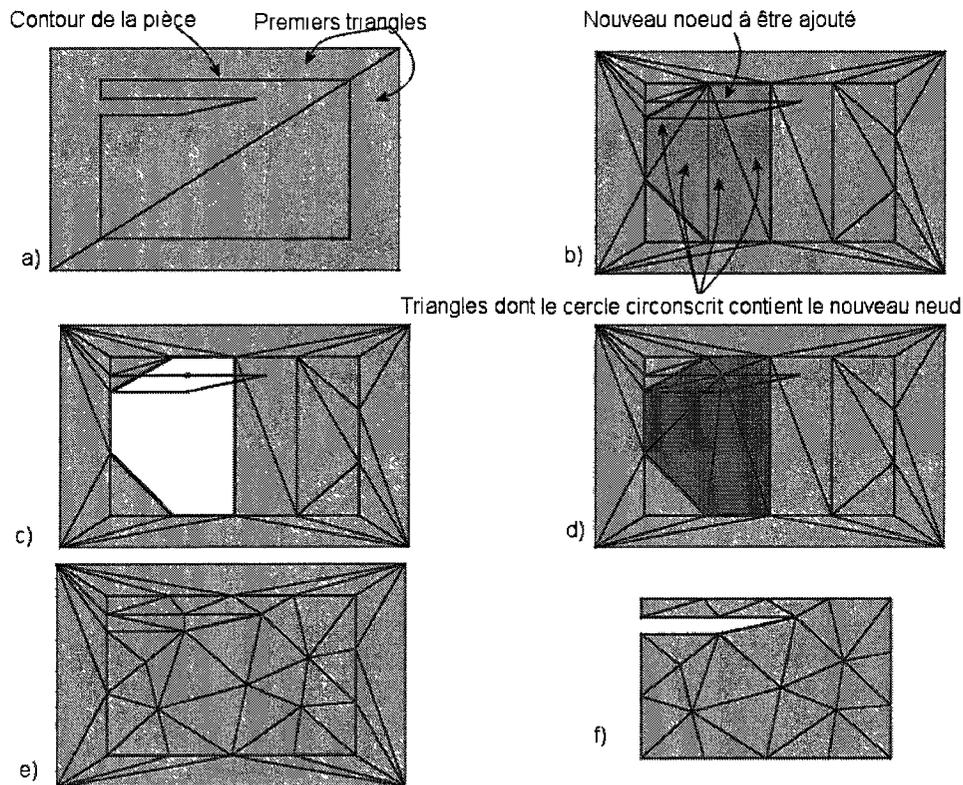


Figure 2.2 Exemple de maillage utilisant la méthode de Delaunay, a) Modèle initial avec les deux premiers triangles b) Ajout d'un nouveau nœud c) Retrait de triangles d) Nouveaux triangles e) Nœuds internes ajoutés f) Maillage complété

On ajoute ensuite les nœuds de la frontière un à un dans la triangulation et on met à jour celle-ci en fonction du critère de Delaunay. Une triangulation respecte le critère de Delaunay si tout cercle circonscrit à un triangle ne contient pas de nœud. Lorsque l'on ajoute un des nœuds de la frontière à la triangulation, celui-ci est forcément à l'intérieur d'un ou plusieurs cercles circonscrits à un triangle (Figure 2.2b). Tous les triangles dont le cercle circonscrit contient ce nouveau nœud sont détruits (Figure 2.2c) puis on remplit la cavité par des nouveaux triangles

(Figure 2.2d). On répète ensuite l'étape jusqu'à ce que tous les nœuds de la frontière soient intégrés à la triangulation.

Puis on doit créer et insérer des nouveaux nœuds à l'intérieur du domaine. Il y a quelques méthodes pour ce faire. Le lecteur intéressé à ces méthodes peut consulter [Fleischmann et Siegfried, 1997, George, 1990, Pion et Yvinec, 2009, Yvinec, 2009].

On élimine ensuite les triangles situés à l'extérieur de la frontière initiale. Il ne reste alors plus qu'une triangulation de l'intérieur du domaine (Figure 2.2f).

Bien sûr des algorithmes différents ou optimisés existent. On peut les trouver dans les références citées plus haut, en plus d'algorithmes pour résoudre certains problèmes non mentionnés ici comme le pivotement d'arêtes.

#### **2.2.2.5 Mailleur de type frontal**

La méthode frontale (Figure 2.3) utilise à la base les segments de son contour que l'on appelle le premier front. Un par un on essaie de trouver un troisième nœud à chaque segment pour le transformer en triangle. S'il n'existe pas de nœud dans une certaine zone de recherche alors on en crée un à la position idéale. Lorsque tous les segments ont été traités, on considère que le premier front a été complété. Une partie des arêtes générées lors de la création des triangles est utilisée pour initialiser le second front. On traite ensuite celui-ci de la même façon que le premier et on continue ainsi jusqu'à ce que toute la zone à l'intérieur de la face soit remplie de triangles.

Les travaux de [Rassineux, 1995] et [Ito *et al.*, 2004] entre autres détaillent beaucoup plus la méthode et expliquent entre autres les problèmes de convergence de la solution et la détermination de la zone de recherche optimale.

#### **2.2.2.6 Autres types de mailleurs**

Il existe quelques autres types de mailleurs. Peu répandus, ceux-ci sont souvent des concepts ou des hybrides des autres méthodes. En voici une brève description.

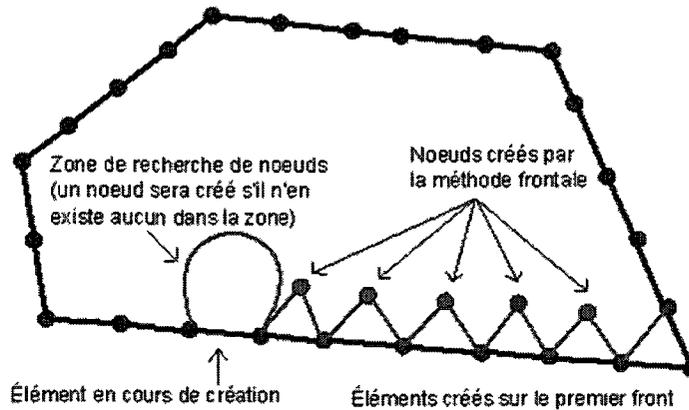


Figure 2.3 Exemple d'un maillage de la méthode frontale. Identification de la zone de recherche d'un noeud lors du traitement du premier front

Le *Circle packing* [Bern et Eppstein, 1997] est une technique où l'on cherche à remplir une face de cercles de manière à ce que les cercles soient le plus compactés. Lorsque la face est remplie, on relie les centres des cercles entre eux pour obtenir un maillage quadrangulaire ou triangulaire (voir Figure 2.4). La méthode peut être étendue au domaine 3D, elle s'appelle alors *sphere packing* [Azeddine et al., 2008].

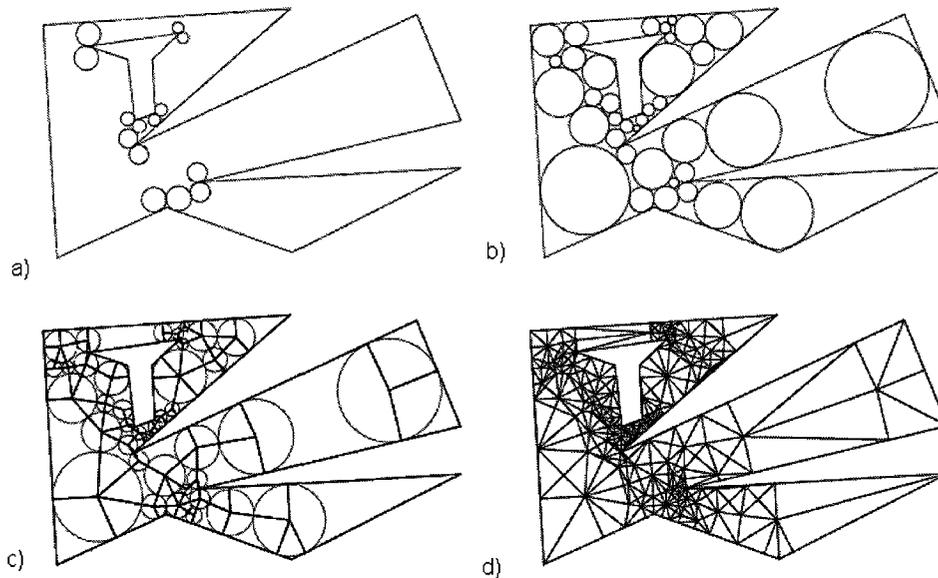


Figure 2.4. Méthode *circle packing* a) Étape initiale de protection des sommets b) Remplissage par des cercles c) Connexion des centres de cercles d) Triangulation de la région

La technique du *biting* est une méthode hybride entre le *circle packing* et la méthode frontale [Li *et al.*, 2000]. La technique, en 2D, consiste à créer un cercle dont la taille est ajustée en fonction de la carte de taille sur les sommets du domaine. On retire ensuite du domaine la surface contenue dans les cercles (Figure 2.5b). On obtient alors un nouveau domaine avec des nouveaux sommets. On répète l'opération de création des cercles sur les nouveaux sommets du domaine et on retire l'intérieur des nouveaux cercles. On continue jusqu'à ce que le contour du domaine original soit complètement disparu. On dit alors que le premier front est complété (Figure 2.5c). On construit ensuite un second front à partir du domaine restant et on le traite de la même façon que le premier. On ajoute par la suite des fronts jusqu'à ce que le domaine soit complètement disparu. On peut alors construire le maillage final à partir des centres des cercles en utilisant par exemple la méthode de Delaunay.

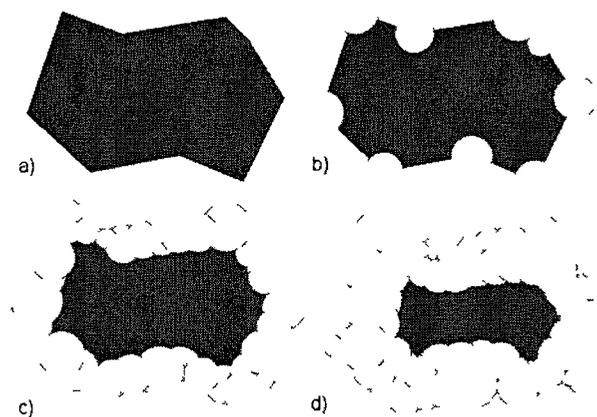


Figure 2.5 Méthode *Biting* a) Domaine original b) Les premiers cercles positionnés sur les sommets c) Le premier front complété d) Le second front complété

Il existe une méthode hybride entre la méthode frontale et la méthode de Delaunay. Cette méthode consiste à créer des nœuds à une position optimale grâce à la méthode frontale, mais à générer les triangles par la méthode de Delaunay [El-Hamalawi, 2004]. La méthode peut également être développée pour mailler des pièces en 3D [Fleischmann et Siegfried, 1997, Frey *et al.*, 1998].

### 2.2.2.7 Discussion sur les maillages

La plupart des méthodes de maillages traditionnelles ont besoin du maillage initial de leur frontière. Il y a donc une certaine possibilité de manipuler un maillage. Par exemple, si l'on veut qu'un nœud se retrouve à une position précise, on peut faire apparaître un sommet à cet endroit précis.

Les trois principales méthodes de maillage sont fréquemment employées par les maillages commerciaux et les maillages de recherche. Chacune a des particularités qui peuvent être intéressantes dans un contexte particulier. La méthode de Delaunay est cependant plus répandue principalement parce qu'elle est généralement plus rapide que les autres. Le Tableau 2.2 résume sommairement les avantages et inconvénients des trois méthodes principales. Il est à noter que certaines méthodes hybrides, modifiées ou optimisées peuvent réduire certains inconvénients, le Tableau 2.2 se contente de lister les avantages des méthodes de base.

Tableau 2.2. Avantages et inconvénients des trois méthodes de maillage non structuré

Méthode	Avantage	Inconvénient
Quadtree / Octree	Facile à mettre en place	Difficulté à suivre une carte de taille. Très difficile de faire respecter une carte de taille anisotrope Les éléments près des frontières ont parfois une qualité faible.
Delaunay	Rapide, base théorique sur laquelle la méthode peut s'appuyer	Un peu plus difficile à se conformer à une carte de taille que la méthode frontale Le respect de la frontière peut être problématique
Frontal	Plus grande facilité à respecter une carte de taille, même anisotrope.	En général plus lent que la méthode de Delaunay Peut être difficile à faire converger, particulièrement en trois dimensions

### 2.2.3 Modèle géométrique

La création d'un maillage bien sûr repose sur une définition géométrique du modèle à étudier. Cette section survole quelques modèles géométriques utilisés et particulièrement le modèle *B-rep* qui est utilisé pour cette recherche.

Zeid [Zeid, 1991] expose les deux méthodes principales de définition des géométries solides, soit le *Constructive Solid Geometry* (CSG) qui évolua en modélisation par *features* [Kirsch et Döllner, 2005] et le *Boundary Représentation* (B-rep).

La modélisation par *features* consiste à définir une pièce à partir de fonctions simples (extrusion, révolution, etc.) unies par opérations booléennes (union, soustraction, intersection). C'est un format très utilisé parmi les logiciels commerciaux récents. Un exemple tiré de [Kirsch et Döllner, 2004] est illustré à la Figure 2.6 où quatre primitives (ou *feaures*, pièces à géométrie simple ou issue d'opérations simples) sont combinées pour former une pièce finale.

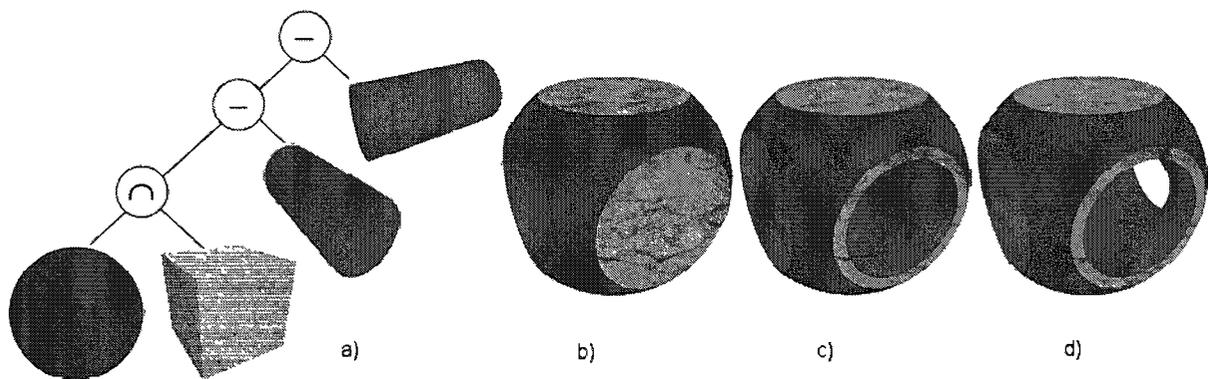


Figure 2.6<sup>1</sup> Exemple d'une pièce modélisée par *features* a) Les quatre formes primitives et les opérations booléennes qui les unissent b) La pièce après la première opération booléenne c) Après la seconde opération d) La pièce finale

Le format B-rep décrit un solide en utilisant les entités qui forment son enveloppe. Un fichier contenant la définition du solide est composé d'une série de lignes de texte, chacune débutant par un numéro d'identification et suivie d'une information concernant la topologie ou la géométrie de la pièce. La topologie réfère aux entités et aux liens qui existent entre elles. Quant aux entités géométriques, elles servent à pointer sur les paramètres décrivant une entité dans l'espace, la position cartésienne d'un point ou l'équation d'une surface par exemple. À chaque entité (topologique ou géométrique) est associé un numéro unique que l'on utilise lors

---

<sup>1</sup> Figure tirée de [Kirsch et Döllner, 2005]

de l'écriture d'un fichier (Figure 2.7c) [Hoffmann, 1989, Mäntylä, 1988]. La structure d'un B-rep est schématisée à la Figure 2.7d.

Par exemple, sur le modèle de la Figure 2.7, la face du dessus du cube est appelée la face #46. Cette face comporte deux boucles, la boucle intérieure #95 et la boucle extérieure #96. Cette dernière pointe sur la liste de courbe #47 qui à son tour pointe sur les quatre co-arêtes du contour, soit la #48, #61, #89 et #70. La co-arête pointe sur son arête, la #49. Cette arête pointe quant à elle sur ses deux sommets, soit les #59 et #60 ainsi que sur la définition géométrique de la courbe sur laquelle repose l'arête (#125). Chaque entité possède ainsi un numéro pour pouvoir l'identifier. La géométrie fait référence aux coordonnées et équations des entités dans l'espace, par exemple, la courbe #125 est une ligne passant par le point cartésien #20 et avec une orientation donnée par le vecteur #19.

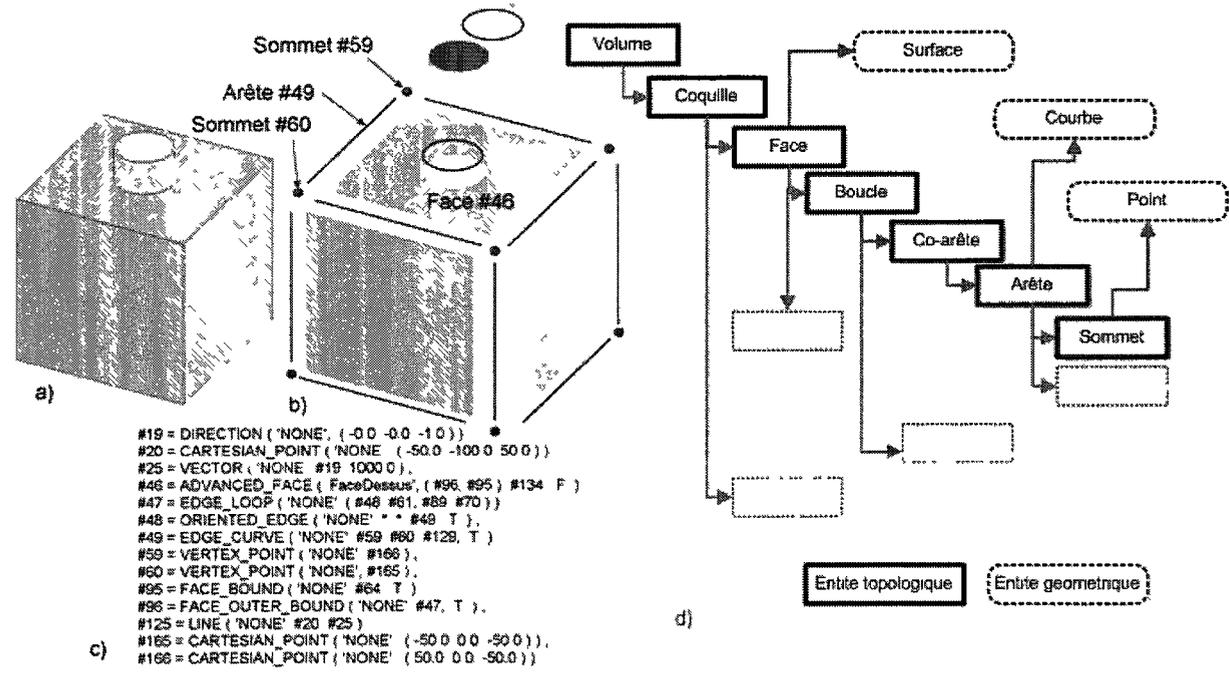


Figure 2.7 Modèle B-rep a) Modèle complet b) Modèle avec quelques entités éclatées c) Portion de la définition du modèle d) Structure des entités

Un modèle B-rep est dit *manifold* s'il respecte l'équation d'Euler-Poincaré :

$$v - e + f = 2 (s-h) \tag{2-3}$$

Où  $v$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $s$ ,  $h$  et  $r$  sont respectivement : le nombre de sommets ( $v$ ), le nombre d'arêtes ( $e$ ), le nombre de faces ( $f$ ), le nombre de coquilles ( $s$ ), le nombre de boucles ( $h$ ) et le nombre de trous pénétrant le volume ( $r$ ). Un modèle où une arête sert de frontière à trois faces ou plus par exemple serait considéré comme *non-manifold*.

À noter que pour la version utilisée dans le cadre de cette recherche, certaines arêtes refermées (un cercle par exemple) n'ont pas de sommets.

## 2.3 État de l'art de méthodes facilitant les études par éléments finis

Les études par éléments finis sont souvent confrontées à deux limites souvent reliées, soit la taille du système et le temps de résolution. Si le modèle est très gros comparé à la taille d'éléments demandée, alors son maillage aura besoin d'un très grand nombre d'éléments. Ce maillage aura donc besoin de beaucoup de temps pour sa génération, et ce, si le mailleur réussit à générer le maillage.

Cette section décrit quelques techniques pour faciliter les études par éléments finis. La plupart servant à réduire le nombre d'éléments nécessaire à la résolution de l'étude. Les études multidimensionnelles incluant les deux problèmes majeurs cités au premier chapitre seront exposées plus en détail.

### 2.3.1 Simplifications de modèles

La suppression de détails cherche à retirer du modèle des petits détails qui n'ont qu'une influence négligeable sur le résultat final comme des congés non structuraux, des éléments décoratifs ou tout autre petit morceau qui ne sont pas beaucoup contraint. Ces petits détails sont parfois longs à modéliser et requièrent beaucoup d'éléments, rendant ainsi la résolution du problème plus longue.

[Armstrong *et al.*, 1998, Armstrong *et al.*, 1995, Beall *et al.*, 2003] suggèrent une méthode basée sur l'axe médian (ou surface médiane en 3D). L'axe médian est le lieu du centre d'un disque de diamètre maximal lorsqu'il roule à l'intérieur du domaine, se contractant ou gonflant pour remplir tout le domaine [Choi *et al.*, 1997, Dey et Zhao, 2002]. En combinant cet axe

avec le rayon du disque inscrit, on obtient la transformation de l'axe médian (*médial axis transform, MAT*). L'analyse de la MAT permet de simplifier le modèle, car il est possible de détecter des encoches, congés, des saillies ou autres petites caractéristiques que l'on désire supprimer. La Figure 2.8 donne un exemple. La pièce ainsi que son axe médian sont visibles sur la Figure 2.8a, après analyse de la MAT, certaines caractéristiques ont été supprimées. Le maillage résultant est illustré à la Figure 2.8b.

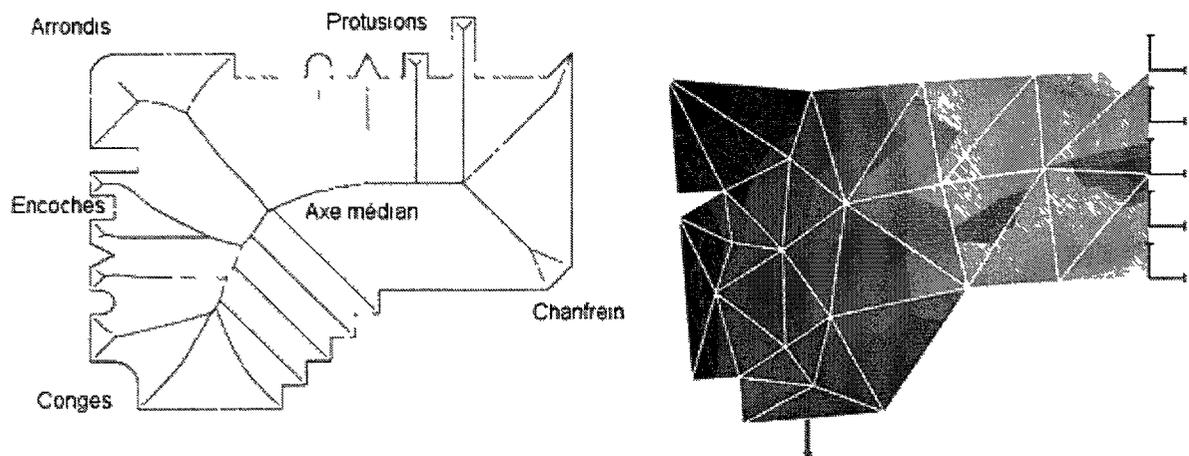


Figure 2.8<sup>1</sup> a) Pièce originale avec axe médian b) Modèle discrétisé avec certaines caractéristiques retirées

Une autre alternative, basé sur les caractéristiques de forme et les besoins du maillage (carte de taille, conditions aux limites) a été développée par [Foucault *et al.*, 2007]. Certains critères ont été développés pour identifier les caractéristiques d'une pièce pouvant être simplifiées. La Figure 2.9a est un exemple de pièce originale. Lorsque l'on spécifie une carte de taille constante de 11.5 mm, plusieurs caractéristiques sont supprimées (Figure 2.9b). Par exemple, les congés et les trous plus petits que la taille de 11.5mm et qui n'ont pas été jugés comme important structurellement sont éliminés. Lorsque la carte de taille grossit à 14mm, d'autres critères deviennent positifs et des caractéristiques supplémentaires sont supprimées (des nervures et des congés plus gros dans l'exemple de la Figure 2.9c).

<sup>1</sup> Figure tirée de [Armstrong *et al.*, 1995]

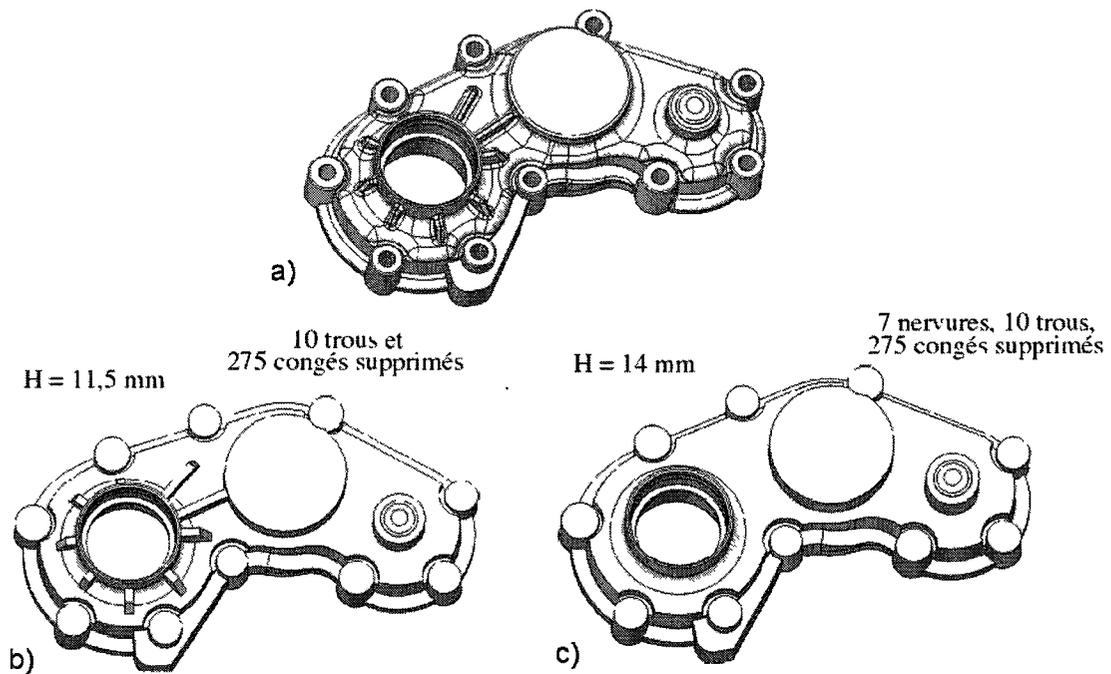


Figure 2.9<sup>1</sup> Exemple de simplification de modèle a) Modèle original b) Modèle simplifié c) Modèle très simplifié

### 2.3.2 Symétrie

Une autre option pour idéaliser un modèle est d'avoir recours à la symétrie. Si une pièce, ses conditions aux limites et son matériau sont symétriques selon un ou plusieurs plans, alors il est possible de ne modéliser d'une partie du modèle et d'extrapoler les résultats sur les autres parties. La Figure 2.10 illustre une situation où seulement un huitième d'une pièce est nécessaire pour analyser entièrement la pièce.

### 2.3.3 Réduction dimensionnelle

Bien que théoriquement il soit toujours possible de mailler toutes les pièces avec des éléments volumiques, il est parfois avantageux d'utiliser des éléments à dimension réduite. Selon [Armstrong *et al.*, 1996] une large proportion des études par éléments finis utilisent la réduction dimensionnelle.

---

<sup>1</sup> Figure tirée de [Foucault *et al.*, 2007]

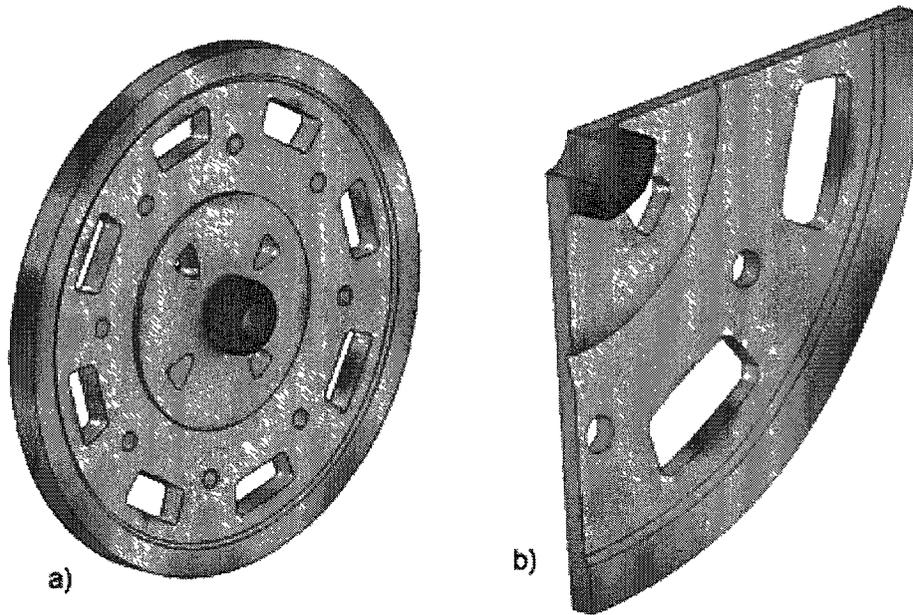


Figure 2.10 Roue soumise à une charge centrifuge a) Modèle entier b) Modèle où seul un huitième de la pièce originale est utilisé

Il est possible de modéliser entièrement une pièce uniquement à l'aide d'éléments en deux dimensions par exemple. Ces éléments, qui ont l'avantage d'être très bien adaptés aux pièces minces, s'emploient entre autres pour réduire le temps de calcul nécessaire à l'étude puisque la matrice de rigidité résultante est généralement plus petite que celle obtenue avec un modèle 3D. De plus, le maillage de telles pièces est généralement plus rapide que leur équivalent tridimensionnel, car il ne requiert qu'un maillageur 2D. [Yang *et al.*, 2000] dresse une liste d'un grand nombre d'éléments de type coque ainsi que les références se rattachant à chacune d'entre elles.

Les études axisymétriques sont un autre type d'étude à dimension réduite. Lorsqu'une pièce est entièrement définie par la révolution complète d'une courbe ou d'une face autour d'un axe, il est possible de dessiner seulement cette courbe ou face et d'ajuster le système pour tenir compte de l'état axisymétrique du modèle.

Les études à dimension réduite sont généralement plus rapides au niveau de la création du maillage et de la résolution du problème. Elles sont cependant fortement limitées par la complexité des pièces.

Un avantage d'utiliser un modèle employant des éléments de coque ou de poutre est démontré grâce à l'exemple suivant. Une poutre à section en I, la W30x132 a été modélisée de quatre façons, en utilisant des éléments tétraédriques linéaires (Figure 2.11a), tétraédriques quadratiques, des éléments de coque quadrangulaires (formulation coque mince, Figure 2.11b) et avec des éléments de poutres (formulation Bernoulli-Euler, non illustré). La poutre de longueur de 6,1 m (20 pieds) est encastrée à une extrémité et une force de 44,48 kN (10 000 lbs) est appliquée à l'autre extrémité de telle sorte qu'une flexion est constatée dans la poutre. La carte de taille est constante et identique pour toutes les études. La valeur recherchée est la contrainte maximale dans la poutre (en négligeant les contraintes au point d'application de la force). Le calcul est ensuite effectué manuellement grâce aux équations de résistance des matériaux. Les résultats sont résumés dans le Tableau 2.3.

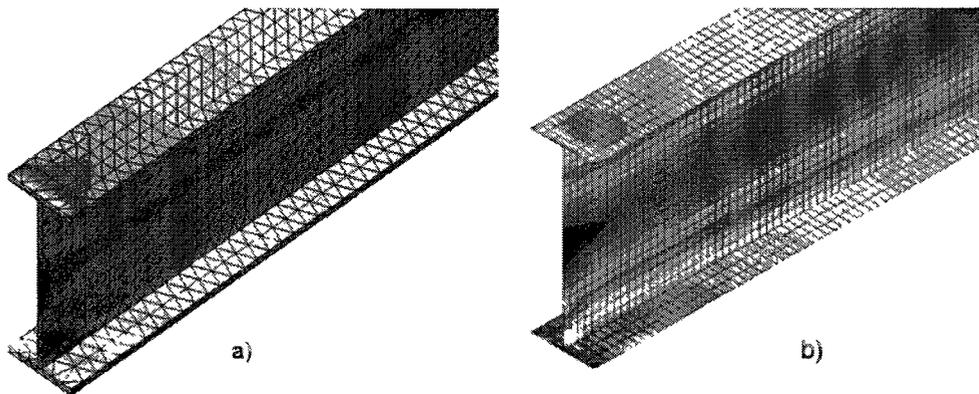


Figure 2.11 a) Maillage tétraédrique d'une poutre W30x132 b) Maillage de la même poutre en utilisant des éléments de coque quadrangulaire.

Puisque la contrainte maximale est située directement sur une condition aux limites, la contrainte est mesurée à une faible distance de l'extrémité pour les études 3D et 2D, ce qui est une source d'erreur. Pour l'étude avec des éléments tétraédriques, les éléments dans l'âme de la poutre sont aplatis, ce qui bien sûr est une source d'erreur supplémentaire.

Tableau 2.3. Résultats des différentes études sur la poutre de référence

Type	Nb éléments	Nb noeuds	Contrainte maximale Psi	Contrainte maximale Mpa
Résistance des matériaux	n/a	n/a	6 312,5 Psi	43,52 Mpa
Éléments tétra. linéaires	17 053	5 751	6 906 Psi	47,62 Mpa
Éléments tétra. quadratiques	17 053	34 104	6 007 Psi	41,42 Mpa
Éléments de coque (quadrangulaires)	6 432	6 633	6 072 Psi	41,86 Mpa
Éléments de poutre	240	241	6 312,5 Psi	43,52 Mpa

En observant ces données, on constate que les différentes études génèrent des résultats similaires. En raffinant le maillage et/ou en augmentant le degré de ces éléments, les différentes études convergent vers la solution exacte. Ce qui est important de constater est le nombre de noeuds nécessaire pour obtenir les résultats. Les études utilisant des coques et des poutres requièrent moins d'éléments, donc en général elles requièrent également un temps de maillage et de calcul inférieur aux études volumiques. Même avec un nombre d'éléments réduits les résultats sont acceptables et parfois meilleurs qu'en utilisant des éléments 3D.

#### 2.3.4 Opérations d'optimisation du maillage à-priori

Dans bien des cas, après une première étude, l'analyste regarde les résultats obtenus et raffine le maillage là où les erreurs sont les plus grandes. Puisque les erreurs se retrouvent très souvent localisées autour de zones reconnaissables (congés, arêtes rentrantes, trous, etc.), il est

possible d'optimiser la carte de taille avant la génération du premier maillage. Des méthodes développées et optimisées dans [Cuilliere, 1993, Cuilliere et Maranzana, 1999, Francois et Cuilliere, 2000] permettent de repérer les zones où une forte erreur peut potentiellement se situer et ajustent la carte de caille en conséquence.

### 2.3.5 Études multidimensionnelles

Une étude multidimensionnelle est une étude où plus d'un type d'élément (volumique, coque, poutre) est utilisé pour modéliser toute la pièce ou structure à analyser. Ce type d'étude permet de combiner les avantages de chaque type d'élément, soit la possibilité de modéliser des géométries complexes avec des éléments volumiques et la rapidité du maillage et de la résolution des éléments de type poutre et coque. La Figure 2.12 illustre un exemple d'une telle étude. Les parties répondant à la définition des poutres, soit une composante dont la section extrudée est beaucoup plus longue que les deux autres dimensions, sont modélisées par des lignes qui deviendront des poutres. La partie plus mince d'épaisseur constante est modélisée par une face qui deviendra une coque dans le modèle par éléments finis.

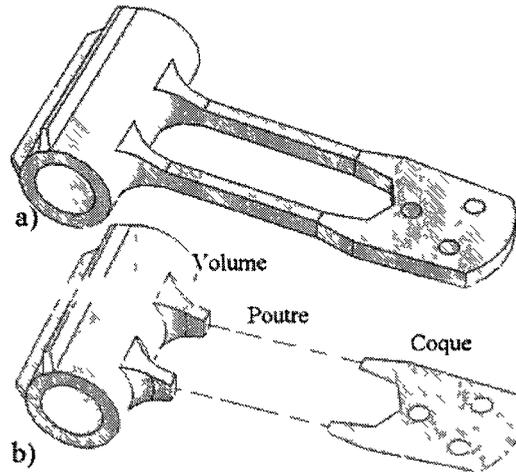


Figure 2.12 Exemple d'une pièce modélisée pour une étude multidimensionnelle a) Modèle original b) Modèle idéalisé

Les études multidimensionnelles comportent certains avantages. Le premier est de quérir les avantages d'une étude à dimension réduite. Un modèle multidimensionnel contient

généralement moins d'entités à mailler que sa version originale et les entités de ligne et de faces sont généralement plus rapides à mailler que leur version tridimensionnelle.

Finalement, il est possible de faire rapidement quelques modifications à un modèle multidimensionnel. Par exemple, pour modifier la section d'une poutre sur un modèle 3D, il faut redessiner une partie du modèle, refaire le maillage puis les calculs. Dans un modèle multidimensionnel, seules les propriétés de la poutre doivent être modifiées.

### **2.3.5.1 Identification des zones à réduire**

L'identification des zones à réduire est une autre composante importante des études multidimensionnelles. Donaghy et Armstrong [Armstrong *et al.*, 1998, Donaghy *et al.*, 2000, Donaghy *et al.*, 1996] présentent une méthode pour détecter les zones à réduire utilisant le principe de l'axe médian (*medial axis transform*, voir la section 2.3.1 pour la définition). Le principe de la méthode est d'analyser les paramètres associés à l'axe médian pour découvrir quelles parties peuvent être modélisées grâce à des poutres. Par exemple, si l'on détecte qu'une arête de l'axe médian est au moins dix fois plus longue que le rayon du cercle inscrit, cette partie peut être considérée comme une poutre.

Rezayat [Rezayat, 1996] décrit une méthode pour identifier automatiquement une surface médiane à partir de la description d'un volume. Cette surface pouvant ensuite être utilisée comme base à une étude utilisant des coques.

La méthode de Kantorovich [Suresh, 2003] est une autre méthode semblable au principe de l'axe médian où l'on cherche à identifier un «squelette» de la pièce. On peut ensuite étudier uniquement ce squelette plutôt que la pièce au complet.

Une autre option a été élaborée par [Lockett et Guenov, 2005]. La méthode est basée sur l'analyse de la géométrie pour détecter certaines caractéristiques pouvant être simplifiées comme une nervure, une ailette ou une zone pouvant être modélisée par une coque.

Une autre méthode a été développée par [Chong *et al.*, 2004]. La méthode analyse la topologie du modèle à idéaliser et détecte certaines faces paires. Puis, suite à l'analyse de ces faces et des régions les entourant, leur méthode détermine si la paire de face peut être modélisée par

une seule coque située au centre de la paire de faces. L'algorithme proposé permet également d'allonger la face de centre pour remplir les espaces qui pourraient être laissés vides. La Figure 2.13 illustre un exemple de l'application de l'algorithme.

Bien sûr il est possible de simplifier manuellement les zones pouvant être réduites. Il appartient alors à l'analyste de décider quels morceaux du modèle peuvent être simplifiés. Dans cette optique, l'ingénieur utilise son expérience pour décider de ce qui doit être réduit ou non.

Les méthodes d'idéalisation automatique sont intéressantes, mais ne sont pas encore bien intégrées dans les logiciels commerciaux. Des recherches sont en cours pour trouver de nouvelles méthodes ou pour améliorer et automatiser les méthodes existantes. Une procédure a même été conçue pour évaluer la qualité d'une idéalisation automatique [Lockett et Guenov, 2008].

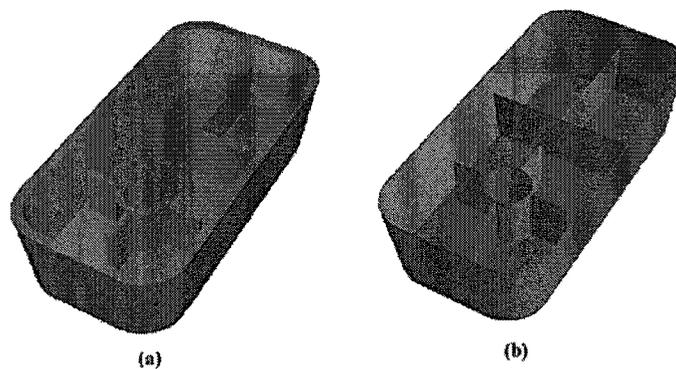


Figure 2.13<sup>1</sup> Exemple de l'algorithme d'idéalisation de Chong a) Modèle original b) Modèle idéalisé

La phase d'identification des zones à modéliser est très importante pour les études multidimensionnelles. La présente recherche utilise les résultats de cette étape comme point de départ pour traiter un modèle. Ce traitement d'un modèle idéalisé comporte cependant deux problèmes majeurs.

---

<sup>1</sup> Image tirée de [Chong *et al.*, 2004]

### 2.3.5.2 Problème d'assemblage de maillage

Les logiciels pouvant gérer plus d'une composante à la fois sont capables de mailler chacune d'elles séparément. Cependant lorsqu'il est nécessaire d'unir différentes composantes, les nœuds ne correspondent pas nécessairement. La Figure 2.14 montre un exemple. Une plaque est maillée à l'aide de triangles. Une poutre perpendiculaire à cette plaque est ensuite insérée dans le modèle. Bien que le mailleur ait réussi à mailler la plaque et la poutre individuellement, le calcul est impossible car aucun nœud n'est commun aux deux composantes. Les deux composantes n'ont pas chacune un nœud au point d'intersection. Les deux pièces ne sont donc pas considérées comme solidaires par le solveur. Dans cette situation (selon les conditions aux limites) le calcul pourrait avorter ou retourner des résultats absurdes.

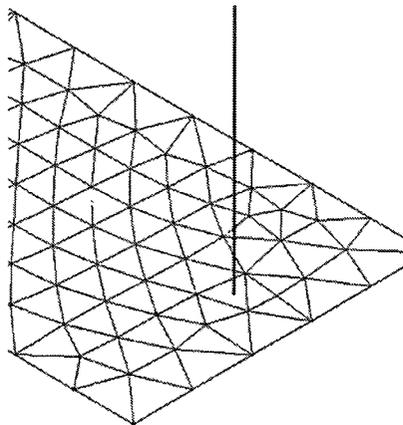


Figure 2.14 Exemple de maillage non-conforme

Un autre problème peut survenir lorsque seulement quelques nœuds sont fusionnés. Le calcul est alors possible, mais les déplacements (et contraintes) ne sont pas conformes au modèle réel. Un exemple de ceci est illustré à la Figure 2.15. La figure illustre une poutre en I modélisée grâce à trois coques. Suite au maillage de ces trois coques, seuls quelques nœuds (le premier, le dernier et quelques-uns sur la longueur) sont fusionnés. Ceci engendre des discontinuités dans les contraintes là où les nœuds ne sont pas fusionnés. Dans cet exemple, la contrainte maximale est de 138,3 MPa (20 058 Psi) alors qu'elle devrait être à environ 41,3 MPa (6 000 Psi).

Ce problème d'union des maillages des différents modèles n'est pas unique aux raccords entre poutre et coques, en fait toutes les combinaisons entre poutres, coques et volumes sont problématiques.

### 2.3.5.3 Problème des degrés de liberté

Le second problème est lié à l'adaptation des degrés de liberté. Prenons par exemple le cas d'une étude multidimensionnelle combinant une plaque (sans flexion) et une poutre 2D comme illustrées à la Figure 2.16. Une force en y est appliquée à une extrémité de la poutre, soit sur le nœud #4. Deux nœuds de la plaque sont complètement bloqués le troisième sert de point de rencontre avec la poutre. Les nœuds de la plaque ont chacun deux ddl, soit un déplacement en x et un déplacement en y. Les nœuds de la poutre quant à eux ont chacun trois degrés de liberté, les déplacements en x et en y ainsi que la rotation en z.

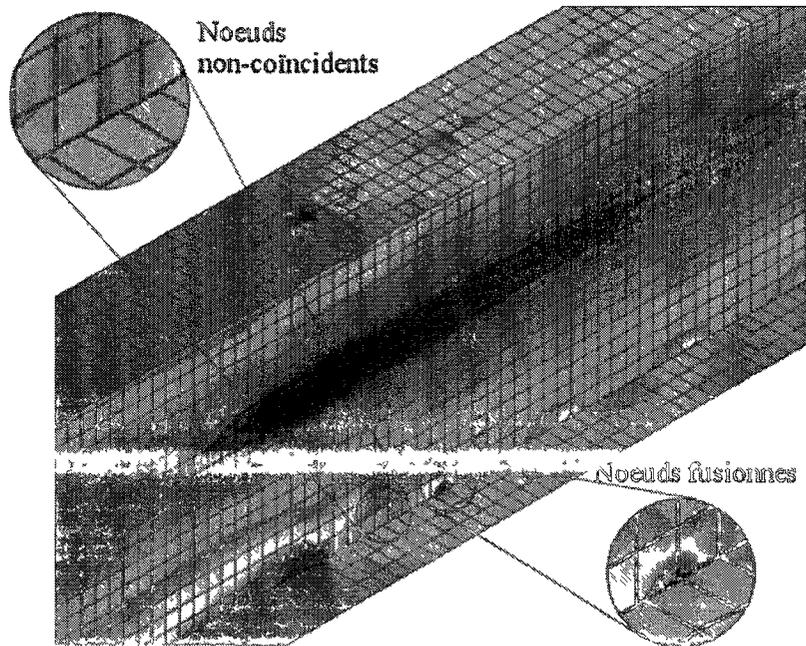


Figure 2.15 Poutre modélisée par trois coques. Certains noeuds ne sont pas coïncidents

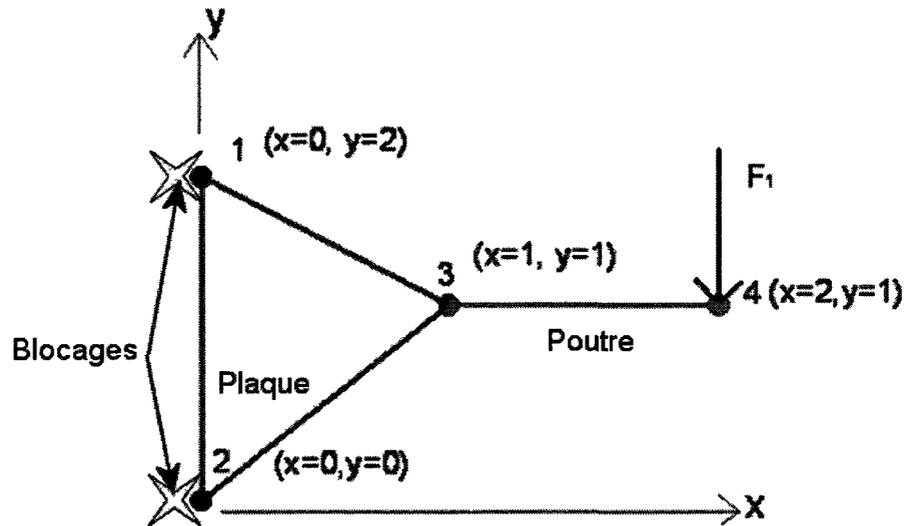


Figure 2.16 Union d'une poutre et d'une plaque

On peut construire la matrice de rigidité des deux éléments et les assembler par assemblage direct dans la matrice de rigidité. Il y a cependant un problème au niveau du nœud #3 puisque les deux nœuds qui s'y unissent n'ont pas le même nombre de ddl. Bien que l'assemblage de la matrice soit possible, celle-ci est singulière et le système n'a donc pas de solution unique. Il y a en quelque sorte un effet rotule au nœud #3 puisque la plaque ne peut pas transmettre, et donc restreindre, la rotation alors que la poutre peut transmettre la rotation causée par la force.

### 2.3.5.4 Les solutions potentielles

Quelques méthodes ont été développées pour résoudre un ou les deux problèmes décrits plus haut. Les travaux les plus avancés ont été réalisés par une équipe de l'université de Belfast. D'autres approches ont été avancées par Craveur [Craveur et Marceau, 2001]. Certains logiciels d'éléments finis ont également intégré quelques solutions à leurs logiciels.

#### 2.3.5.4.1 Équations de contraintes

[Donaghy *et al.*, 1996, Mc Cune *et al.*, 2000, Monaghan *et al.*, 1998, Monaghan *et al.*, 2000, Robinson *et al.*, 2008, Robinson *et al.*, 2006, Shim *et al.*, 2001, Shim et Armstrong, 2001] travaillent principalement sur l'adaptation des degrés de liberté. Leurs solutions reposent sur des équations de contraintes et des modifications aux solveurs. Leur maillage étant

généralement simpliste ou devant être adapté manuellement. Voici quelques-uns de leurs résultats.

Une méthode présentée par Donaghy [Armstrong *et al.*, 1995] [Donaghy *et al.*, 1996] couple des éléments de dimension différente entre eux, dans ce cas-ci, une coque et une poutre. La Figure 2.17 illustre leurs résultats. Une plaque est modélisée partiellement en 2D (à gauche) et son extrémité droite est modélisée par des éléments de type poutre (1D). La poutre retransmet un moment de flexion. La Figure 2.17a utilise la méthode traditionnelle, c'est-à-dire que les nœuds sont simplement fusionnés. On constate une concentration de contrainte au point d'intersection qui ne devrait pas normalement être présente. La Figure 2.17b utilise les équations qu'ils ont développées. Le principe de la méthode est d'égaliser le travail de chaque côté de la frontière entre les éléments de dimension différente. Le résultat est une série d'équations de contraintes qui relie le déplacement des nœuds de la plaque aux déplacements et rotations du nœud de la poutre. Par exemple sur la Figure 2.17b les cinq nœuds à la frontière entre la poutre et la plaque génèrent le même travail que le nœud de la poutre situé sur la frontière.

La méthode cependant ne fonctionne que si une portion de la poutre est modélisée en 2D. La poutre ne peut être jointe qu'à une pièce qui, au point de connexion, a la même forme que la section de la poutre. La Figure 2.17 par exemple illustre une poutre avec une hauteur et épaisseur constante sur tout le modèle, la partie représentée en 1D ne pourrait pas avoir une hauteur différente de la partie modélisée en 2D.

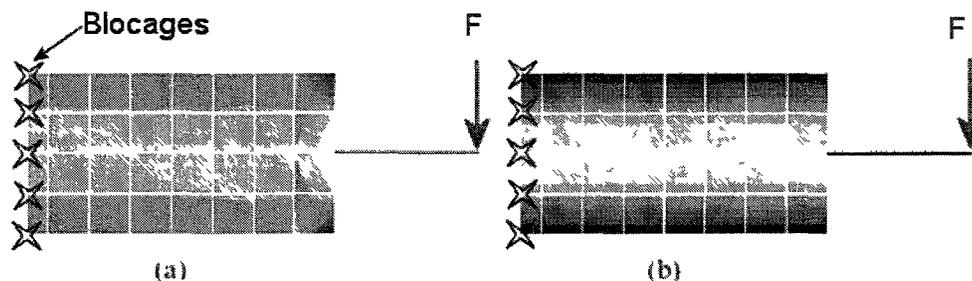


Figure 2.17<sup>1</sup> Union de deux dimensions a) Sans adaptation b) Avec adaptation

<sup>1</sup> Image adaptée de [Donaghy *et al.*, 1996]

Le principe de la méthode peut être résumé ainsi: le travail doit être égal de chaque côté de l'interface dimensionnelle. Un exemple tiré de [Mc Cune *et al.*, 2000] peut illustrer le principe. Le système illustré à la Figure 2.18 est composée entre autres des dix noeuds numérotés sur la figure. Le travail virtuel fait par les neuf noeuds de la coque de gauche doit être égal au travail virtuel effectué par le noeud #10 de la poutre. Ceci est représenté par l'équation 2-6 où l'on peut constater les deux différentes façons respectives de décrire le travail. Cette équation peut être rajoutée à l'équation de base à résoudre par éléments finis (équation 2-1) grâce à une série d'équations de contraintes. Ces équations de contrainte supplémentaires (équations 2-4 et 2-5) permettent alors de lier ensemble les deux composantes.

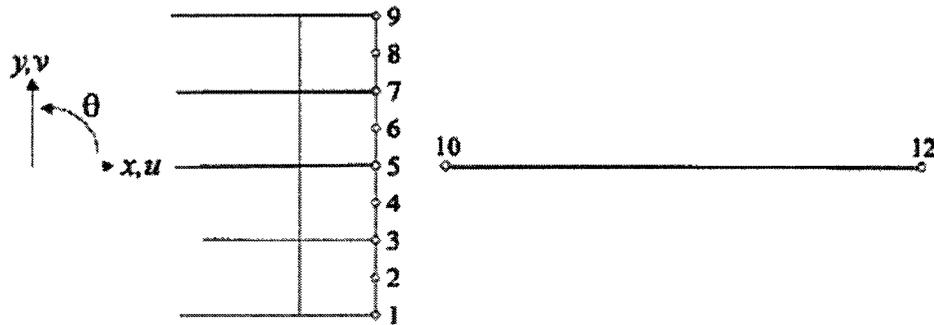


Figure 2.18<sup>1</sup> Exemple de couplage poutre-coque. Le travail virtuel est égalé de chaque côté de l'interface

$$\begin{aligned}\Pi_{\text{plaque}} &= \int_A (\sigma_x U + \tau_{xy} V) dA \\ \Pi_{\text{poutre}} &= P \cdot u + Q \cdot v - M \cdot \theta\end{aligned}\tag{2-4}$$

Où  $U$  et  $V$  représentent les déplacements en  $x$  et  $y$  de la plaque. Quant à la partie poutre,  $u$  et  $v$  sont les déplacements en  $x$  et  $y$  et  $\theta$  la rotation du noeud #10 de la poutre.  $P$ ,  $Q$  et  $M$  représentent respectivement la force axiale, la force de cisaillement et le moment.

<sup>1</sup> Image tirée de [Mc Cune *et al.*, 2000]

Après développement de la solution, on obtient les équations de contraintes suivantes que l'on peut ajouter à la matrice de rigidité.

$$\begin{aligned}
 u_{10} &= \frac{1}{24}(U_1 + 4U_2 + 2U_3 + 4U_4 + 2U_5 + 4U_6 + 2U_7 + 4U_8 + U_9) \\
 v_{10} &= \frac{1}{640}[(V_1 + V_9) + 68(V_2 + V_8) + 62(V_3 + V_7) + 148(V_4 + V_6) + 82V_5] \\
 \theta_{10} &= \frac{1}{4d}[(U_1 - U_9) + 3(U_2 - U_8) + 3(U_3 - U_7) + (U_4 - U_6)]
 \end{aligned}
 \tag{2-5}$$

Où  $u_{10}$ ,  $v_{10}$  et  $\theta_{10}$  sont respectivement le déplacement en x, déplacement en y et rotation du nœud de la poutre et  $U_i$  et  $V_i$  sont les déplacements en x et y de chacun des nœuds de la coque.

Monaghan [Monaghan *et al.*, 1998] présente quant à lui une extension de la technique. La Figure 2.19 illustre un exemple de l'article. Des éléments de type poutre sont couplés à des éléments en 3D et la transition ne crée pas de discontinuités. Dans les deux exemples de la figure, une seule pièce est simulée, cependant pour réduire le nombre d'éléments (et donc le temps de calcul) une partie de la pièce est modélisée grâce à des éléments de type poutre. À noter qu'une torsion est appliquée sur la pièce. Une fois de plus, la méthode pour obtenir une continuité entre les éléments de dimension différente est d'égaliser le travail fait par les deux entités au lieu d'intersection.

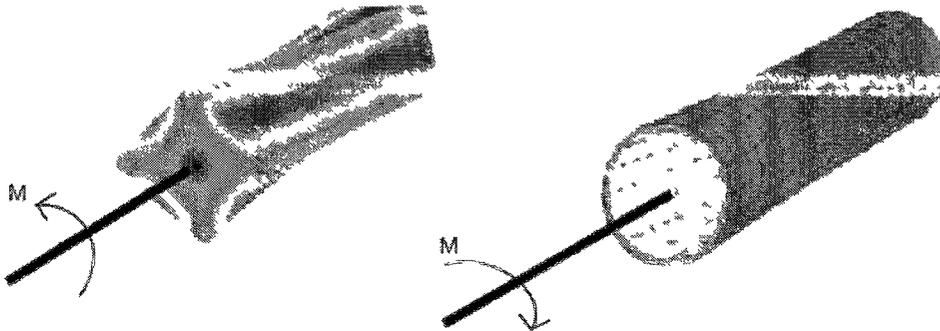


Figure 2.19<sup>1</sup> Union entre éléments de poutre et éléments volumiques

<sup>1</sup> Image tirée de [Monaghan *et al.*, 1998]

Shim [Shim *et al.*, 2001 ] et [Donaghy *et al.*, 1996] quant à eux présente la méthode pour coupler les coques et les solides sans qu'il n'y ait de discontinuités à l'interface coque-volume. Tout comme leurs collègues ils égalisent le travail réalisé à la frontière entre les deux types d'éléments. Par exemple, à la Figure 2.20 une plaque est divisée en deux, la partie de gauche est modélisée par des éléments volumiques alors que la partie de droite est une coque (2D). Ce genre de montage devrait créer une force quasi ponctuelle aux nœuds de jonction, mais avec leur technique le passage est beaucoup plus régulier.

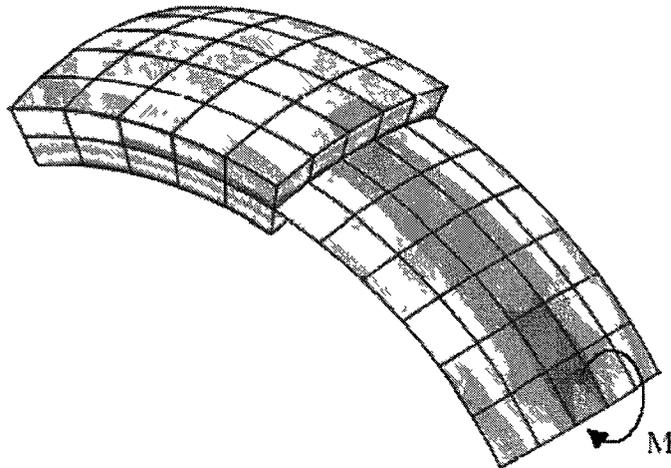


Figure 2.20<sup>1</sup> Couplage sans discontinuités entre une coque et un volume

#### 2.3.5.4.2 Éléments volumiques à degrés de libertés en rotation

Bien que les éléments volumiques standards soient composés de nœuds avec uniquement des ddl en translation, certains éléments spéciaux comportant des degrés de liberté en rotation ont été développés. Ces éléments ont pour but l'amélioration de la qualité des éléments traditionnels et non le couplage avec des éléments de poutres. Le principe repose sur une théorie développée par [Allman, 1984]. Celui-ci développa un élément triangulaire dont chaque nœud possède un degré de liberté en rotation.

---

<sup>1</sup> Image tirée de [Shim et Armstrong, 2001]

L'élément est en fait un élément triangulaire quadratique à trois noeuds. Selon Allman celui-ci est plus performant que le triangle linéaire, mais moins que le triangle quadratique. En fait, Allman a éliminé le noeud du centre de chaque arête d'un triangle quadratique et a transformé ses degrés de libertés de déplacements en rotation aux deux noeuds adjacents. La formulation de la rigidité d'un tel élément est donnée par l'équation 2-6.

$$K_e = C^T \left[ \iint_A B^T D B \cdot t \cdot dx \cdot dy \right] C \quad (2-6)$$

Où B, la matrice de relation contrainte-déformation est donnée par:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & -x & 0 & -y & 1 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

la matrice d'élasticité D:

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

et la matrice des coefficients de déformation C:

$$C = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & \frac{1}{2} y_1 y_{23} & y_{31} & 0 & \frac{1}{2} y_2 y_{31} & y_{12} & 0 & \frac{1}{2} y_3 y_{12} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} y_{23} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} y_{31} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} y_{12} \\ 0 & x_{32} & -\frac{1}{2} x_1 x_{23} & 0 & x_{13} & \frac{1}{2} x_2 x_{31} & 0 & x_{21} & \frac{1}{2} x_3 x_{12} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} x_{23} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} x_{31} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} x_{12} \\ x_{32} & y_{23} & \frac{1}{2} (x_1 y_{32} + y_1 x_{32}) & x_{13} & y_{31} & \frac{1}{2} (x_2 y_{13} + y_2 x_{13}) & x_{21} & y_{12} & \frac{1}{2} (x_3 y_{21} + y_3 x_{21}) \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

Cette matrice supplémentaire contient en quelque sorte les contraintes nécessaires à transformer les déplacements du nœud situé au centre des arêtes en déplacements aux nœuds aux extrémités des arêtes. En fait, pour cet élément, la relation entre les déformations et les déplacements s'exprime par l'équation :

$$\{\varepsilon\}=[B][C]\{u\} \quad (2-10)$$

Suite à cet article, [Pawlak et Yunus, 1991, Sze et Soh, 1996] ont développés des formulations similaires pour des éléments volumiques. [Tian *et al.*, 2006] résumant plusieurs éléments de ce type, notamment des éléments de type tétraédriques possédant quatre nœuds ayant chacun trois degrés de liberté en rotation. Tout comme pour le triangle d'Allman le tétraèdre à ddl de rotation est un tétraèdre quadratique, mais à seulement quatre nœuds.

#### 2.3.5.4.3 Méthode Arlequin

Une autre technique pouvant potentiellement être utilisée pour résoudre des études multidimensionnelles est la méthode Arlequin [Ben Dhia, 2005, Ben Dhia et Rateau, 2005]. Cette méthode sert entre autres à «coller» deux maillages ensemble. Un exemple de la méthode est illustré à la Figure 2.21 où l'on peut observer deux maillages indépendants, un grossier et un plus raffiné, qui se superposent sur une certaine zone. Le système reste tout de même continu, car dans la zone où les maillages se chevauchent, l'influence de chaque maillage est diminuée. La contrainte, dite contrainte d'Arlequin ( $\sigma^{arl}$ ) est calculée à partir d'un seul maillage dans le domaine où il n'y a qu'un seul maillage, et à partir d'une combinaison des deux maillages dans le domaine où les deux maillages se superposent.

$$\sigma^{arl} = \begin{cases} \sigma(u_1) & \text{Sur le domaine où seul le maillage \#1 existe} \\ \sigma(u_2) & \text{Sur le domaine où seul le maillage \#2 existe} \\ \alpha_1 \cdot \sigma(u_1) + \alpha_2 \cdot \sigma(u_2) & \text{Sur le domaine partagé} \end{cases} \quad (2-11)$$

Où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des paramètres de poids strictement positifs dont la somme égale 1.

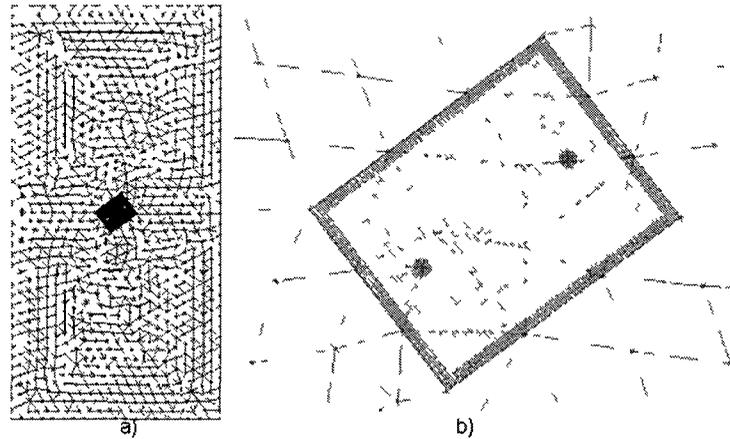


Figure 2.21<sup>1</sup> Exemple de la méthode Arlequin a) Combinaison de deux maillages b) Agrandissement  
 Cette équation est placée dans l'équation 2-1 et, après manipulation, aboutit à une matrice de rigidité qui contient entre autres des contraintes liant les deux maillages.

La méthode a pour but principal de superposer deux maillages, un grossier modélisant toute la pièce et un plus raffiné pour mieux cibler des petites caractéristiques géométriques. Elle a cependant trouvé une application pour les études multidimensionnelles. En effet, si deux maillages sont superposés, par exemple un maillage 3D et un maillage 2D, alors en utilisant la méthode on peut unir ces deux maillages. La Figure 2.22 illustre un tel cas. Il est à noter que la partie modélisée comme une coque doit être prolongée à l'intérieur de la partie volumique.

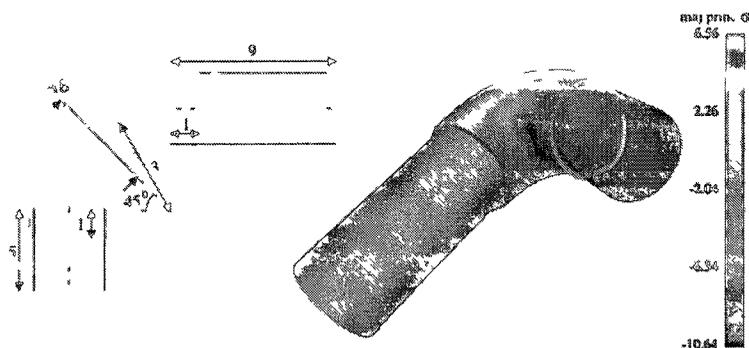


Figure 2.22 Connexion entre deux coques et un solide

<sup>1</sup> Image tiré de [Ben Dhia et Rateau, 2005]

#### 2.3.5.4.4 Méthode des poutres pénétrantes

Une méthode qui peut résoudre les deux problèmes à la fois lorsqu'appliquée correctement est la méthode dite de poutre pénétrante. Le principe est d'étendre une poutre qui croise un volume à l'intérieur du volume et de fusionner une série de noeuds (voir Figure 2.23). Une méthode de maillage sous contraintes ou des opérations manuelles doivent être réalisées pour obtenir les noeuds de connexion.

Cette méthode résout partiellement le problème des ddl incompatibles puisqu'elle permet le transfert de chargements axiaux et transversaux ainsi que les moments de flexion entre la poutre et le volume. Si la poutre est droite, le transfert de moment de torsion n'est pas possible (chaque connexion est comme une rotule). De plus, la précision des résultats est questionnable puisque la contrainte est concentrée autour de la poutre et à l'intérieur du volume.

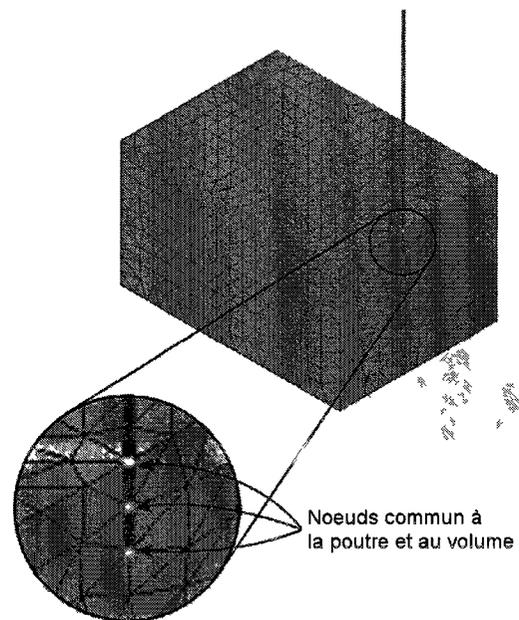


Figure 2 23 Concept de la méthode à poutre pénétrante

#### 2.3.5.4.5 Solutions proposées par Craveur

Craveur, [Craveur et Marceau, 2001] propose quelques solutions pour résoudre les problèmes liés au couplage d'éléments de dimension différentes. Deux approches sont proposées, soit la

méthode indépendante de la section et la méthode dépendante de la section (dite méthode adaptée).

#### *2.3.5.4.5.1 Méthode indépendante de la section*

La méthode est efficace dans les cas d'intersections poutre-volume et poutre-coque. Elle consiste à rajouter des poutres sur les arrêtes reliées au nœud de raccord. Ces poutres, appelées mini-poutres dans le cadre de cette recherche, transforment les degrés de liberté  $\theta_x$   $\theta_y$   $\theta_z$  de la poutre principale en déplacements  $u$ ,  $v$  et  $w$  que les nœuds du volume sont capables de reprendre. Même s'il n'y a que des connexions de type rotules entre la poutre et le volume, les déplacements dans toutes les directions sont correctement transférés d'une entité à l'autre grâce aux rotules. Quant aux moments de flexion, ils sont transférés grâce à la connexion rigide entre les mini-poutres et la poutre principale. Par exemple, si deux mini-poutres sont colinéaires (donc trois nœuds alignés), un effort de rotation au nœud du centre sera transformé en un effort de translation à un nœud et en effort de translation dans la direction inverse à l'autre nœud. Ces mini-poutres supplémentaires augmentent cependant la rigidité du volume, mais il est possible de passer outre ce problème en modifiant les propriétés des mini-poutres ou en modifiant les caractéristiques des éléments directement sous la poutre.

La Figure 2.24 présente ce concept avec quatre mini-poutres insérées à la base de la poutre principale. Chaque mini-poutre a une longueur égale à celle de l'arrête sur laquelle elle est superposée. Cette dernière caractéristique a un désavantage certain en ce qui a trait à la grosseur des mini-poutres. Si le maillage est très fin alors les mini-poutres seront très courtes et la contrainte sera très concentrée. L'inverse est également vrai, si le maillage est grossier alors les mini-poutres seront très longues au point où les contraintes de la poutre principale seront retransmises à des zones qui sont éloignées de la silhouette de la poutre.

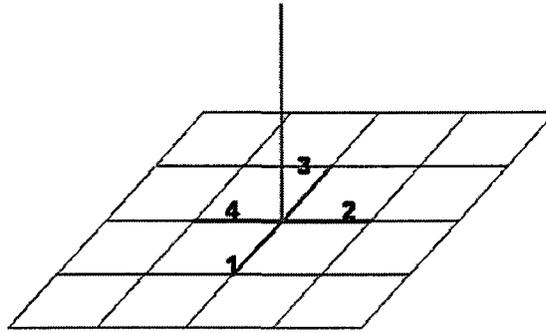


Figure 2.24 Méthode indépendante de la section

#### 2.3.5.4.5.2 Méthode adaptée

La méthode adaptée à la section est efficace uniquement dans le cas des intersections poutre-coque. Une zone qui a la même forme que la section de la poutre est découpée sur la face de la coque. Après le maillage, la face se retrouvera avec une série de noeuds sur le contour de cette zone. On propose alors de considérer la section appartenant à la coque et unissant les deux types d'éléments comme étant indéformable. La Figure 2.25 illustre le principe. Une poutre à section rectangulaire rencontre une coque au point de centre. Une section S ayant la même forme que celle de la poutre est découpée sur la face. Cette section qui est intégrée au maillage est simulée comme étant indéformable en lui associant un module de Young très élevé. L'auteur propose de développer un élément à plusieurs noeuds reliant de façon rigide les rotations de la poutre avec les déplacements des noeuds entourant la section de la poutre. L'hypothèse à la base de cette méthode est que la section de la poutre au niveau de l'intersection se déforme très peu comparée à la coque sur laquelle elle repose.

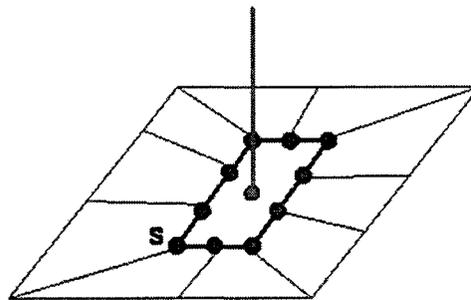


Figure 2.25 Méthode adaptée à la section

La méthode résout le problème des degrés de libertés et de façon indirecte le problème du maillage non conforme.

#### 2.3.5.4.6 Solutions logicielles

Certains logiciels permettent l'utilisation d'éléments de dimensions différentes. L'adaptation du maillage n'est cependant pas effectuée automatiquement en général et assembler les maillages des différentes composantes demande alors certaines opérations manuelles (avant ou après le maillage). Le problème des degrés de liberté doit également être résolu manuellement ou à l'aide de fonctions créées par l'utilisateur.

Certains logiciels proposent des solutions qui utilisent des méthodes semblables à celles utilisant des équations de contraintes. Ces méthodes sont cependant généralement très peu documentées hormis les manipulations nécessaires à leur utilisation; il est donc difficile de déterminer exactement comment les études sont traitées. Dans tous les cas cependant la solution n'est pas complètement automatisée, car l'utilisateur doit faire des manipulations.

Les chapitres 3 et 5 ont quelques exemples qui comparent les solutions logicielles avec les solutions proposées dans cette recherche.

#### 2.3.5.4.7 Solutions manuelles

Bien sûr il y a plusieurs solutions plus manuelles qui peuvent être utilisées dans des cas bien particuliers. La plupart ne sont pas ou peu documentées, car elles sont utilisées par des experts en éléments finis qui manipulent leurs études parfois de façon intuitive. En voici une liste non exhaustive.

##### *2.3.5.4.7.1 Ajustement du maillage (déplacer les nœuds)*

La méthode consiste à mailler les composantes normalement puis à bouger les nœuds du maillage pour les positionner aux endroits voulus. Cette méthode a quelques désavantages. Premièrement, le déplacement de nœuds peut créer des éléments de mauvaise qualité. Deuxièmement, si le maillage initial ne comporte pas suffisamment de nœuds la méthode se retrouve dans une impasse. Par exemple, si trois poutres croisent une arête maillée par

seulement un élément, donc deux nœuds, il est impossible de bouger ces deux nœuds à trois endroits différents.

#### *2.3.5.4.7.2 Ajustement de la taille du maillage*

Cette technique anticipe le positionnement des nœuds par le mailleur et ajuste la taille pour que les nœuds soient générés aux bons endroits. Par exemple, si cinq poutres distancées de 6 m croisent une coque (ou une poutre) de 24 m de long il serait possible de spécifier une taille d'éléments sur la coque de 1 m, 2 m, 3 m ou 6 m entre autres pour s'assurer d'avoir un nœud présent à tous les 6 m.

#### *2.3.5.4.7.3 Ajout de nœuds*

La méthode consiste à ajouter un nœud au point d'intersection. Par exemple, dans le cas d'une intersection poutre-volume, il suffit d'ajouter un nœud à la face au niveau de l'intersection avec la poutre. Le maillage est ensuite ajusté pour prendre en compte le nouveau nœud. L'élément contenant le nouveau nœud est supprimé et remplacé par quelques nouveaux éléments. Pour un mailleur de type Delaunay, cette opération est relativement simple.

#### *2.3.5.4.7.4 Modification de la géométrie*

Puisque le mailleur place un nœud sur chaque sommet du modèle géométrique, si la géométrie est modifiée de façon à ce qu'il y ait un sommet aux points d'intersection, on garantit la présence d'un nœud à cet endroit si un mailleur standard est utilisé. La Figure 2.26 illustre un exemple. Sur la Figure 2.26a une poutre croise une coque à un point de celle-ci où il n'y a pas de nœuds. Un maillage standard de la face représentant la coque ne positionnera pas nécessairement de nœud à ce point. Si la face de la coque est coupée comme illustré à la Figure 2.26b un sommet d'arête se retrouve au point d'intersection avec la poutre. Suite au maillage un nœud est automatiquement positionné au point de rencontre.

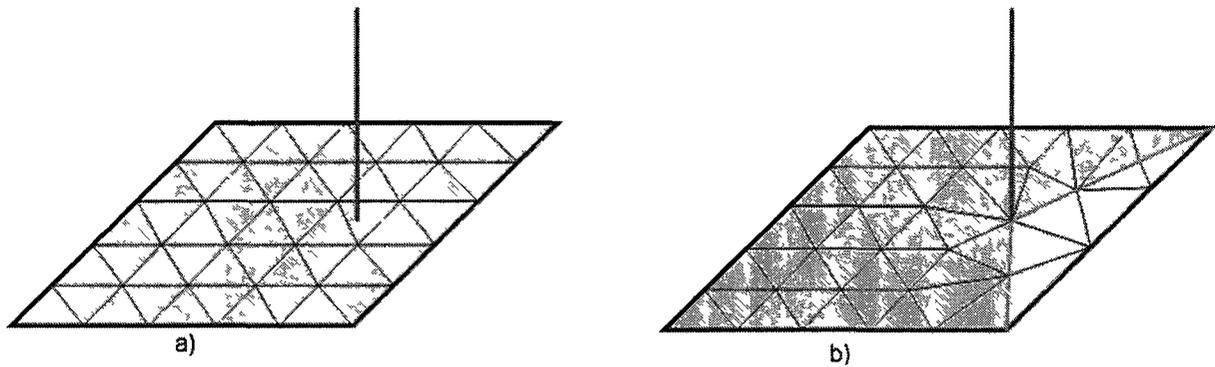


Figure 2.26 Exemple de la technique de découpage de la géométrie a) Pièce maillée sans découpage de géométrie  
b) Maillage avec découpage de la géométrie

## 2.4 Critique de l'état de l'art

La méthode des éléments finis est très utile entre autres pour résoudre des problèmes de statique, cependant elle a quelques inconvénients reliés notamment au temps de résolution et à la précision des résultats. Le temps de résolution est basé sur le temps de maillage et le temps de calcul du système. Plus un modèle est maillé finement, plus il est précis, mais plus il est long à mailler et à calculer. Lorsqu'une grande précision est nécessaire et que le modèle est très gros comparé à la taille de maille, le temps d'exécution d'une étude peut devenir très contraignant.

Le temps de calcul (résolution du système) est généralement considéré comme optimisé et il est peu probable qu'une nouvelle technique accélère le processus, la vitesse est donc reliée à la puissance informatique pour cette étape.

Le maillage cependant peut être amélioré, il y a plusieurs types de mailleur et encore beaucoup de recherche dans le domaine pour accélérer ces mailleurs ou améliorer la qualité du maillage qu'ils produisent. Bien que le mailleur de type Voronoï-Delaunay est généralement considéré comme le plus rapide, la recherche sur les autres méthodes de maillage suggère fortement que cette méthode n'est pas considérée comme ultimement supérieure.

D'autres méthodes existent ou sont en cours de recherche pour améliorer le temps de calcul. Une technique intéressante est la pré-optimisation de la carte de taille. Une étude typique effectue un calcul, puis raffine le maillage à certains endroits critiques en fonction des résultats. On peut réduire significativement le nombre d'itérations nécessaires si le maillage initial est ajusté en fonction des zones où les probabilités de rencontrer de grands gradients de contraintes sont élevées. Plus la méthode se raffine, plus le nombre d'itérations est réduit et plus le maillage s'optimise. Si le maillage est grossier dans les zones de moindre importance alors le nombre d'éléments et le temps de calcul sont réduits.

La suppression de détails est une autre technique intéressante pour réduire le temps de maillage. En éliminant des petits détails ayant un impact mineur sur les contraintes et difficile à mailler, on peut diminuer le temps de maillage. De plus, dans beaucoup de situations on réduit également le nombre d'éléments, car la taille des éléments doit s'ajuster à la géométrie. Un petit *feature* sans importance peut alors demander un temps de maillage considérable et un grand nombre d'éléments pour discrétiser sa géométrie. Les méthodes de suppression de détails doivent encore s'améliorer pour détecter avec plus de précision quels détails doivent être retirés et lesquels doivent être préservés, mais la recherche est bien avancée dans ce domaine.

Finalement, il y a les études multidimensionnelles qui peuvent être utilisées pour réduire le temps de calcul. Ces études sont très intéressantes sur certains modèles, car on peut modéliser certaines composantes grâce à des éléments à dimension réduite et ainsi réduire considérablement le temps de maillage et de calcul. Des deux phases requises, la première, soit l'idéalisation de modèle, est critique. Bien que des travaux aient été effectués pour l'automatiser elle n'est tout de même pas encore considérée comme complètement résolue. Bien sûr si l'idéalisation doit être effectuée manuellement alors les études multidimensionnelles perdent un peu de leurs avantages. La seconde phase, soit le traitement du modèle idéalisé, est une partie de la présente recherche est un sujet qui a déjà été abordé, mais qui n'a jamais été complètement résolu. Des méthodes existent, mais soit celles-ci donnent des résultats décevants en termes de précision, soit elles sont limitées dans leur utilisation ou soit elles sont difficilement automatisables. C'est pourquoi la présente recherche

se concentre sur une nouvelle approche, soit d'utiliser une méthode qui est basée sur des modifications géométriques et sur l'utilisation d'éléments standards. Ces options ne limitent pas la méthode à un solveur particulier, à un mailleur modifié ou à l'utilisation d'éléments créés juste pour ces études. De plus, la présente recherche se concentre également sur la précision de la méthode et sur son automatisation.

## CHAPITRE 3 Solution proposée

Le présent chapitre détaille les concepts qui ont été développés dans le cadre de cette recherche et effectue quelques comparaisons avec des méthodes de résolution alternatives. Tout d'abord, un bref rappel des objectifs est nécessaire, ceux-ci sont réorganisés dans l'ordre où ils sont expliqués dans ce chapitre.

### 3.1 Rappel des objectifs

Le premier objectif détaillé ici est le développement d'un format géométrique pour s'adapter à un modèle multidimensionnel. Le modèle B-rep standard étant insuffisant.

Ensuite, si ce modèle est fonctionnel, il faut une méthode pour trouver les intersections entre les composantes. Ces intersections sont nécessaires pour réaliser la suite des opérations.

Puis, il faut résoudre les deux problèmes principaux exposés au chapitre précédent, soit le problème d'assemblage des maillages et le problème de compatibilité des degrés de liberté. Ces deux objectifs sont regroupés en un seul, car la méthode développée permet de résoudre ces deux problèmes en même temps.

Finalement, l'automatisation des méthodes développées sera décrite plus en détail au chapitre suivant.

### 3.2 Format de modèle géométrique multidimensionnel

Une représentation de type B-rep telle que décrite à la section 2.2.3 ne peut modéliser correctement les modèles multidimensionnels puisqu'aucun format ne dicte la manière de traiter les poutres, les coques et leurs intersections. Une représentation propre aux études multidimensionnelles a donc été développée. Celle-ci est illustrée à la Figure 3.1. La représentation classique du B-rep a été augmentée d'entités topologiques et géométriques pour représenter les coques et les poutres. Ces entités sont la «coquille ouverte» pour la coque qui est le pendant de la coquille pour le volume et la «boucle ouverte» pour les poutres qui est le pendant de la boucle. Des propriétés supplémentaires sont attachées à ces entités pour

compléter le modèle. Aux coques, une propriété d'épaisseur est nécessaire pour décrire adéquatement la coque et des propriétés de moment d'inertie et d'aire de section sont nécessaires pour définir la poutre. À noter que pour les poutres aucune information sur le type de section utilisé ainsi que les dimensions qui s'y rattachent ne sont nécessaires, car la solution expliquée plus bas n'en a pas besoin.

Chaque nouvelle entité pointe sur des sous-entités de façon identique au B-rep conventionnel. Par exemple, la coquille ouverte pointe sur une (ou une série) de faces, qui chacune pointe sur des boucles et sur une entité géométrique de surface exactement comme une face d'un B-rep volumique. La boucle ouverte de la poutre, quant à elle, pointe sur une co-arête dont le traitement est identique à celui d'une co-arête d'un volume.

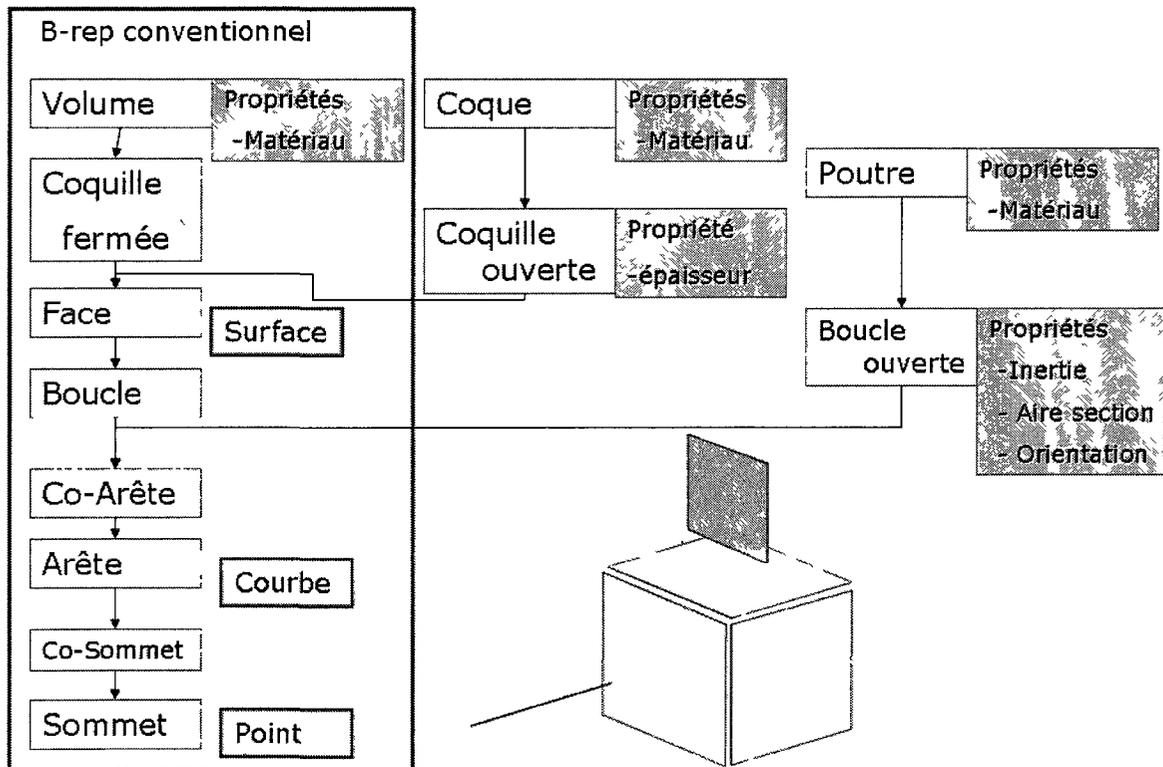


Figure 3.1 Structure du format B-rep modifié

La Figure 3.2 montre un assemblage de trois composantes, soit un volume, une coque et une poutre ainsi que leur représentation B-rep. Ce B-rep est bien divisé en trois parties distinctes, soit une pour chaque composante. On note qu'il n'y a aucune entité en commun entre les trois composantes.

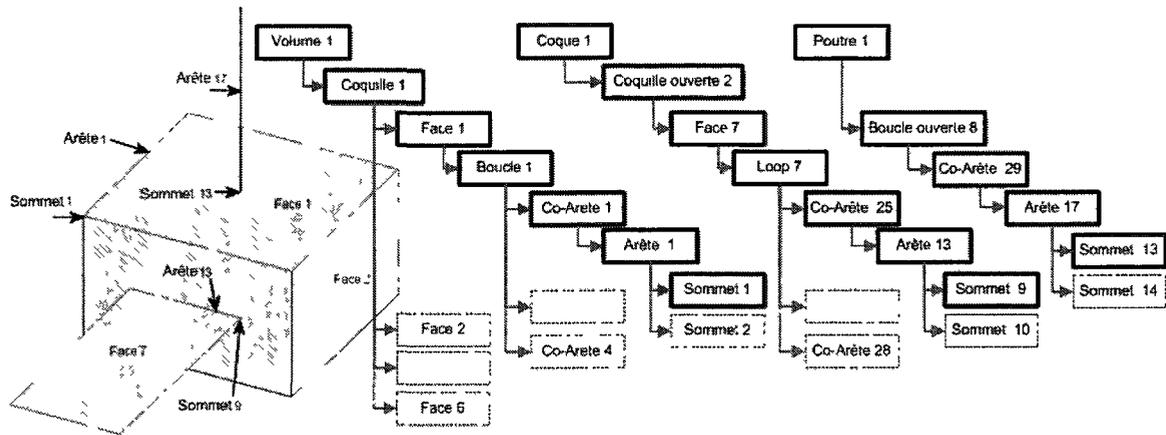


Figure 3.2 Modèle B-rep (trois composantes distinctes)

Ce format est nécessaire pour procéder aux opérations ultérieures. Il y a cependant quelques modifications supplémentaires qui devront être ajoutés au format pour être compatible avec la méthode.

### 3.3 Détection des intersections

La méthode pour déterminer les intersections entre les différentes composantes est relativement simple. Déterminer le type d'intersection est important pour les opérations futures. Il y a en tout six opérateurs de détection d'intersections, soit l'opérateur de détection entre sommet-sommet, sommet-arête, sommet-face, arête-arête, arête-face, face-face. Ceux-ci sont appelés en fonction des composantes évaluées. Les algorithmes de détection des intersections existent déjà et aucun n'a été développé pour cette recherche. Ils sont généralement déjà programmés dans les logiciels de CAO ou sont relativement simple à concevoir.

La procédure détecte les intersections en évaluant les composantes deux par deux. Les entités de ces composantes sont alors évaluées deux par deux pour déterminer lesquelles se touchent effectivement. Pour chaque type de connexion (poutre-poutre, poutre-volume, coque-volume etc.) il y a plusieurs cas de connexion et on doit déterminer lequel ou lesquels sont présents

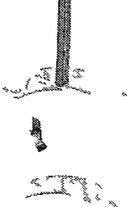
dans le modèle. Par exemple, si une poutre touche un volume, on doit déterminer comment et où. On vérifie donc chaque entité de la poutre, les deux sommets (s'il y en a) et l'arête. Si par exemple le premier sommet de la poutre touche un sommet alors on a un type d'intersection sur un coin du volume dont le point de connexion est situé sur le sommet commun. On vérifie ensuite si l'arête de la poutre touche à une arête ou à une face du volume. Si c'est le cas alors la poutre repose en partie (ou en totalité) sur le volume.

Il y a un très grand nombre de cas de figure de type d'intersection. Certains cas peuvent être regroupés pour un traitement similaire. Leur traitement est décrit dans les sections suivantes. La détection de ceux-ci fait appel à une série d'algorithmes utilisant les opérateurs mentionnés plus haut. Le traitement des intersections est considéré comme un apport important de cette recherche, mais leur détection n'est pas considérée comme un élément novateur de la recherche; les algorithmes de détection ne seront donc pas détaillés dans ce document.

### 3.4 La méthode proposée pour la résolution des deux problèmes

Il y a plusieurs types de connexions multidimensionnelles et à chaque type une méthode différente doit être utilisée pour automatiser le processus conduisant à un maillage exportable. Néanmoins, il est possible de diviser les cas de connexions en trois catégories de base selon les composantes se croisant (voir Tableau 3.1). La catégorie arête-arête donne lieu uniquement aux intersections poutre-poutre. L'automatisation du traitement de ce type de connexion est assez simple puisqu'il n'y a que le problème d'assemblage du maillage qui doit être résolu. La catégorie arête-face peut être redivisée en connexions de type poutre-volume et poutre-coque. Ces types de connexions ont des similitudes au niveau du concept de résolution et au niveau de l'implantation du concept. Finalement, la catégorie face-face regroupe les connexions de type coque-volume et coque-coque.

Tableau 3.1. Divisions des types d'intersections de base

Connexions multidimensionnelles					
Catégorie	Arête-arête	Arête-face		Face-face	
Type	Poutre-poutre	Poutre-volume	Poutre-coque	Coque-volume	Coque-coque
Exemple					

### 3.4.1 Connexions arête-arête

Le seul cas d'intersection entre arêtes donne lieu à des connexions entre poutres. Bien que cette catégorie ne regroupe pas des connexions multidimensionnelles, la solution apportée pour ce genre de modèle est relativement simple, elle est donc détaillée ici.

#### 3.4.1.1 Connexions poutre-poutre

Seul le problème d'assemblage du maillage s'applique dans cette situation. Les nœuds des éléments de type poutre ont chacun six degrés de liberté, il n'y a donc pas de problèmes avec les ddl. Un découpage de la géométrie est la solution la plus simple pour résoudre le problème.

La Figure 3.3 illustre un exemple de découpage où quatre poutres sont découpées pour en former neuf nouvelles. Bien sûr, lorsqu'une poutre est coupée en deux chaque morceau possède les attributs de la poutre originale. Le modèle résultant est composé de neuf poutres, mais de seulement neuf sommets. Chaque sommet est maillé grâce à un mailleur 0D. Puis les arêtes sont maillées grâce au mailleur 1D. Le tout donne un modèle identique à ce qui est généralement utilisé lorsque des études de poutres sont effectuées. Les résultats ont donc la même précision que ce genre d'études.

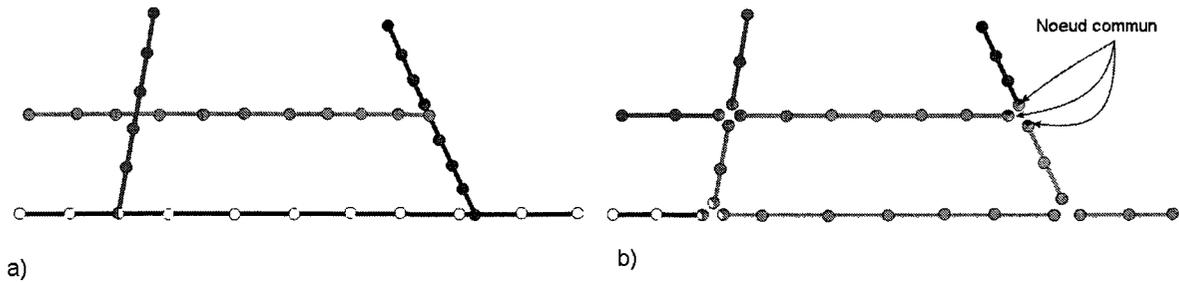


Figure 3.3 Connexion poutre-poutre a) Modèle sans découpage b) Modèle avec découpage

On doit rappeler ici que l'on suppose que l'arête représentant la poutre est située sur son axe neutre et que l'on doit supposer une connexion parfaite (comme dans une étude 1D normale). On doit également supposer que l'utilisateur (ou un logiciel) a décidé d'idéaliser le modèle de cette façon et s'il y a des concentrations de contraintes au niveau de la connexion, alors elles ne seront pas visibles dans un tel modèle. Il faudrait alors idéaliser le modèle différemment, ce qui n'est pas le but de cette recherche.

### 3.4.2 Connexions arête-face

Lorsqu'une arête et une face se croisent, on peut être en présence d'une connexion entre une poutre et une coque ou d'une connexion entre une poutre et une face d'un volume. Dans les deux cas, la solution est semblable. Les deux problèmes, soit celui d'assemblage des maillages et de compatibilité des degrés de liberté sont présents pour les connexions de cette catégorie. Quelques solutions possibles à ces problèmes sont d'abord exposées dans cette section. Puis deux approches sont développées et évaluées pour finalement aboutir à une solution finale. Ces solutions ont été testées avec des connexions de type poutre-volume, mais il est possible d'adapter assez facilement cette solution aux cas de connexions poutre-coque.

La solution retenue est une combinaison de deux méthodes. Pour résoudre le problème d'assemblage des maillages, un découpage de la géométrie a été choisi. Cette méthode respecte les consignes de départ. De plus, il est possible d'effectuer ces opérations manuellement ou automatiquement dans les logiciels de CAO, ce qui permet de tester les solutions manuellement puis de les automatiser.

Quant au problème des degrés de liberté, une solution basée sur le concept des mini-poutres a été retenue. Cette méthode ne contrevient à aucune des consignes de départ. On introduit donc maintenant la définition des mini-poutres : une mini-poutre est un élément de type poutre servant à faire un lien entre deux composantes.

La Figure 3.4 illustre ce concept où les deux solutions sont combinées ensemble dans le cas d'une intersection poutre-volume. Une face originale a été coupée en deux faces puis sept mini-poutres sont ajoutées autour du point d'intersection. Le découpage de la face supérieure en deux autres faces fait apparaître un sommet au point de rencontre entre la poutre et le volume. Lors du maillage de la face supérieure, un nœud apparaîtra automatiquement sur ce sommet si un mailleur standard est utilisé. Quant à la poutre, un nœud est également généré à cet endroit puisque le point correspond à un sommet de la poutre. Puisque deux nœuds se retrouvent exactement au même endroit, il devient possible de les fusionner.

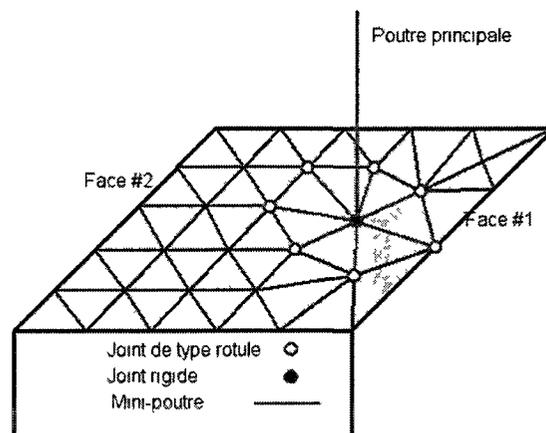


Figure 3.4 Concept retenu. Découpage de la géométrie couplé à l'ajout de mini-poutres

Les sept mini-poutres (voir leur position sur la Figure 3.4) assurent la continuité des degrés de liberté entre les éléments du volume et la poutre. Les huit nœuds des mini-poutres relient le volume par l'équivalent de huit rotules. Cependant, les mini-poutres et la poutre principale forment un ensemble rigide. L'effet de rotule global est donc éliminé.

Cette méthode a été développée et adaptée à la section de la poutre. Deux approches sont évaluées, soit la section rectangulaire souple et la section rigide. La section suivante décrit ces deux approches dans le cas de connexions arête-face et les compare par la suite. Une troisième

sous-section discute d'une troisième approche qui peut être envisagée, mais qui ne peut fonctionner dans tous les cas.

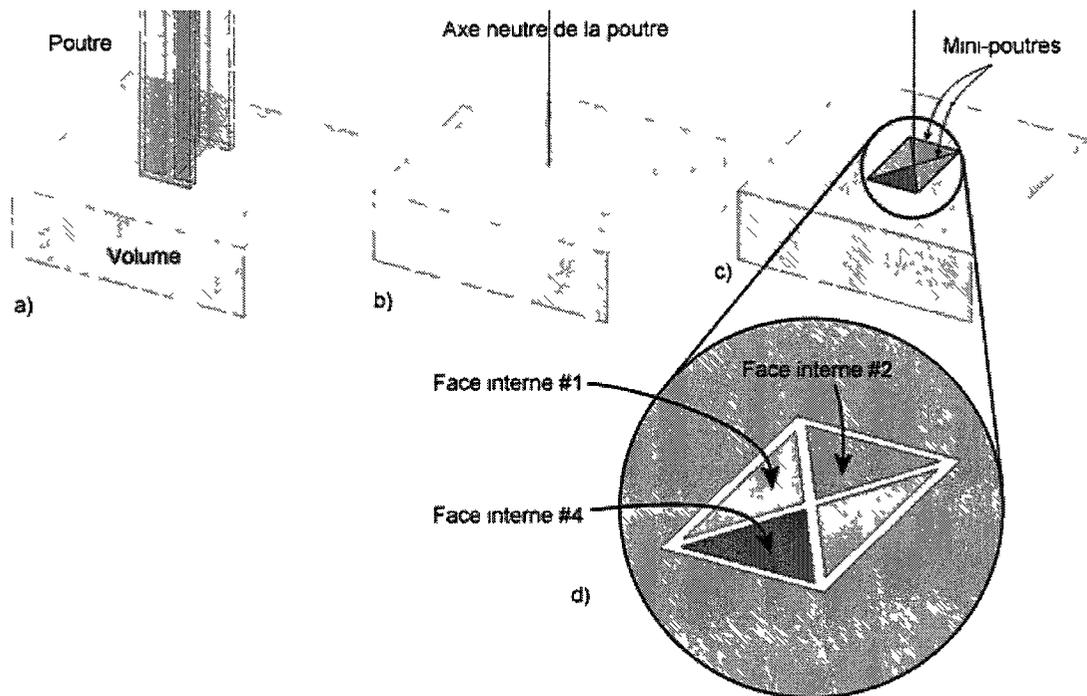


Figure 3.5 Concept de l'approche à section rectangulaire souple a) Modèle 3D b) Modèle idéalisé c) Modèle découpé avec mini-poutres d) Détail du découpage de la face

### 3.4.2.1 Approche à section rectangulaire souple

#### 3.4.2.1.1 Principe

Cette première approche développe le concept expliqué plus haut. Des mini-poutres sont ajoutées autour du nœud d'intersection sur les arêtes des éléments directement reliés au nœud. Ces mini-poutres, si elles ne sont pas colinéaires, résolvent le problème des ddl non compatibles.

Pour avoir un nœud au bon endroit, le découpage de la géométrie est la solution retenue. Quatre petites faces triangulaires sont découpées dans la face principale qui croise la poutre (Figure 3.5d). De plus, la grosseur des triangles a été ajustée pour que le contour combiné des quatre petites faces épouse le contour rectangulaire convexe de la section de la poutre. Ensuite,

des mini-poutres sont ajoutées sur les arêtes des quatre petites faces internes pour résoudre le problème des degrés de liberté.

Cette approche a quatre avantages. La première est la présence assurée d'un nœud au point de rencontre entre la poutre et la face du volume. Ensuite, chacune des quatre faces triangulaires deviendra au moins un triangle dans le maillage, l'approche s'assure donc qu'il y aura quatre nœuds et quatre arêtes sur lesquelles une mini-poutre sera superposée. La méthode s'assure également que les mini-poutres ne seront pas colinéaires. Et finalement, puisque la grosseur des triangles est ajustée selon la section de la poutre il est possible d'espérer une réponse plus près de la réalité que de simplement ajouter des mini-poutres sur les segments du maillage.

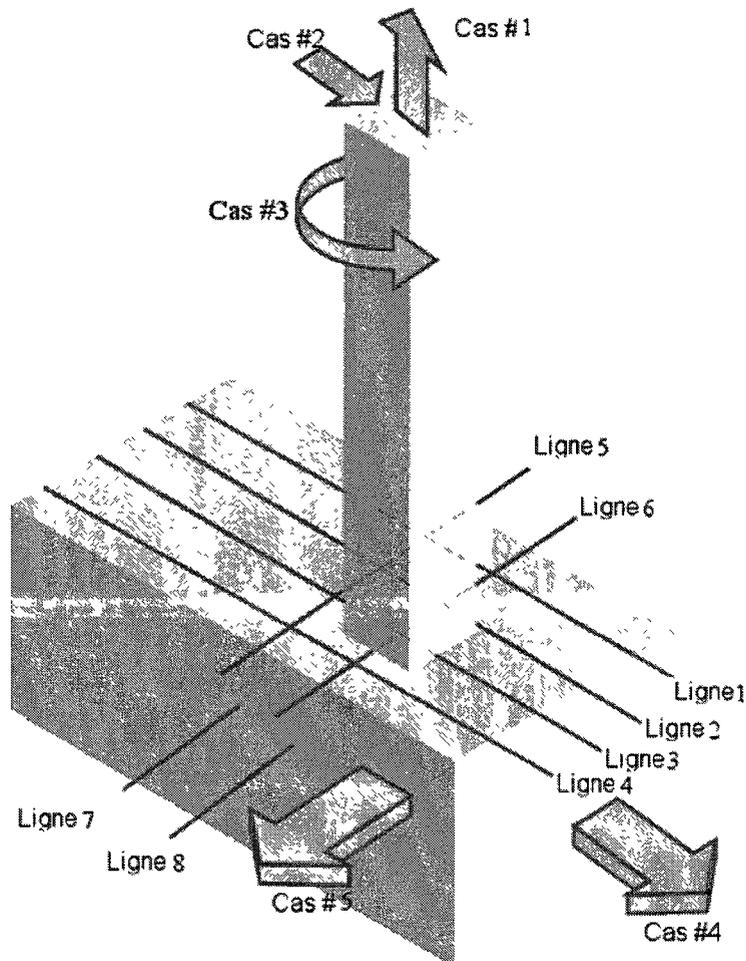
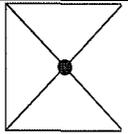
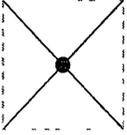
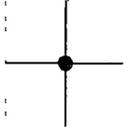
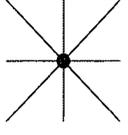
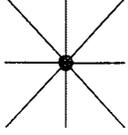
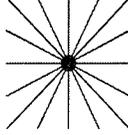


Figure 3.6 Référence utilisée pour les expériences

### 3.4.2.1.2 Évaluation des paramètres de l'approche à section souple

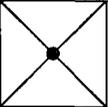
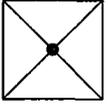
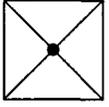
Bien qu'à cette étape les calculs par éléments finis sont possibles, car les deux problèmes majeurs sont résolus, il est possible d'améliorer la précision de la méthode en modifiant certains paramètres. Les paramètres évalués sont résumés au Tableau 3.2. Ces paramètres ont été évalués en fonction d'une série de tests qui évaluent une ou plusieurs des options identifiées dans le tableau. Chaque test compare un modèle idéalisé avec un modèle de référence illustré à la Figure 3.6. La figure illustre également les cinq cas de chargement utilisés lors des tests, soit une force de traction colinéaire avec l'axe de la poutre induisant une contrainte en tension dans la poutre (cas #1), une force appliquée à l'extrémité de la poutre induisant une contrainte de flexion (cas #2), un moment de torsion appliqué au bout de la poutre (cas #3) et deux cas où une pression est appliquée sur une face du volume (cas #4 et cas #5). Dans tous les cas, la face de gauche est complètement fixe. À noter que la poutre n'est pas centrée sur le prisme.

Tableau 3.2. Paramètres des mini-poutres

Paramètre	Option 1	Option 2	Option 3
Contour			
Configuration			
Nombre de faces			
Propriété des mini-poutres intérieures	Très souples	Moyenne (même que la poutre principale)	Très rigide
Propriété des mini-poutres de contour	Très souples	Moyenne (même que la poutre principale)	Très rigide
Maillage	Très grossier (1 élément par petit triangle)		Très raffiné

Il s'est révélé nécessaire d'évaluer ces paramètres grâce à des tests, car il a été impossible de déterminer une ou une série d'équations pouvant prédire le comportement de la contrainte en fonction d'un ou de plusieurs paramètres. Le Tableau 3.3 liste les paramètres de trois tests qui ont été utilisés pour évaluer l'impact de la rigidité des mini-poutres.

Tableau 3.3. Paramètre de trois tests

Paramètre	Test 1	Test 2	Test 3
Contour	Avec mini-poutres de contour	Avec mini-poutres de contour	Avec mini-poutres de contour
Configuration			
Nombre de faces	4	4	4
Aire de section des mini-poutres intérieures	1.0e-10 m	1.45161e-003 m	1.0e4 m
Inertie des mini-poutres intérieures	1.0e-18 m <sup>4</sup>	1.75597e-007 m <sup>4</sup>	1.0e3 m <sup>4</sup>
Aire de section des mini-poutres de contour	1.0e-10 m	1.45161e-003 m	1.0e4 m
Inertie des mini-poutres de contour	1.0e-18 m <sup>4</sup>	1.75597e-007 m <sup>4</sup>	1.0e3 m <sup>4</sup>
Maillage	Taille de 0.007 m	Taille de 0.007 m	Taille de 0.007 m

#### 3.4.2.1.2.1 Évaluation du paramètre de contour

En théorie, pour que la méthode fonctionne, seules les mini-poutres étant en contact direct avec la poutre principale sont nécessaires. Cependant, on peut également en ajouter sur le

contour (voir option 2 du Tableau 3.2). La Figure 3.7 illustre une partie des résultats concernant les études de contour.

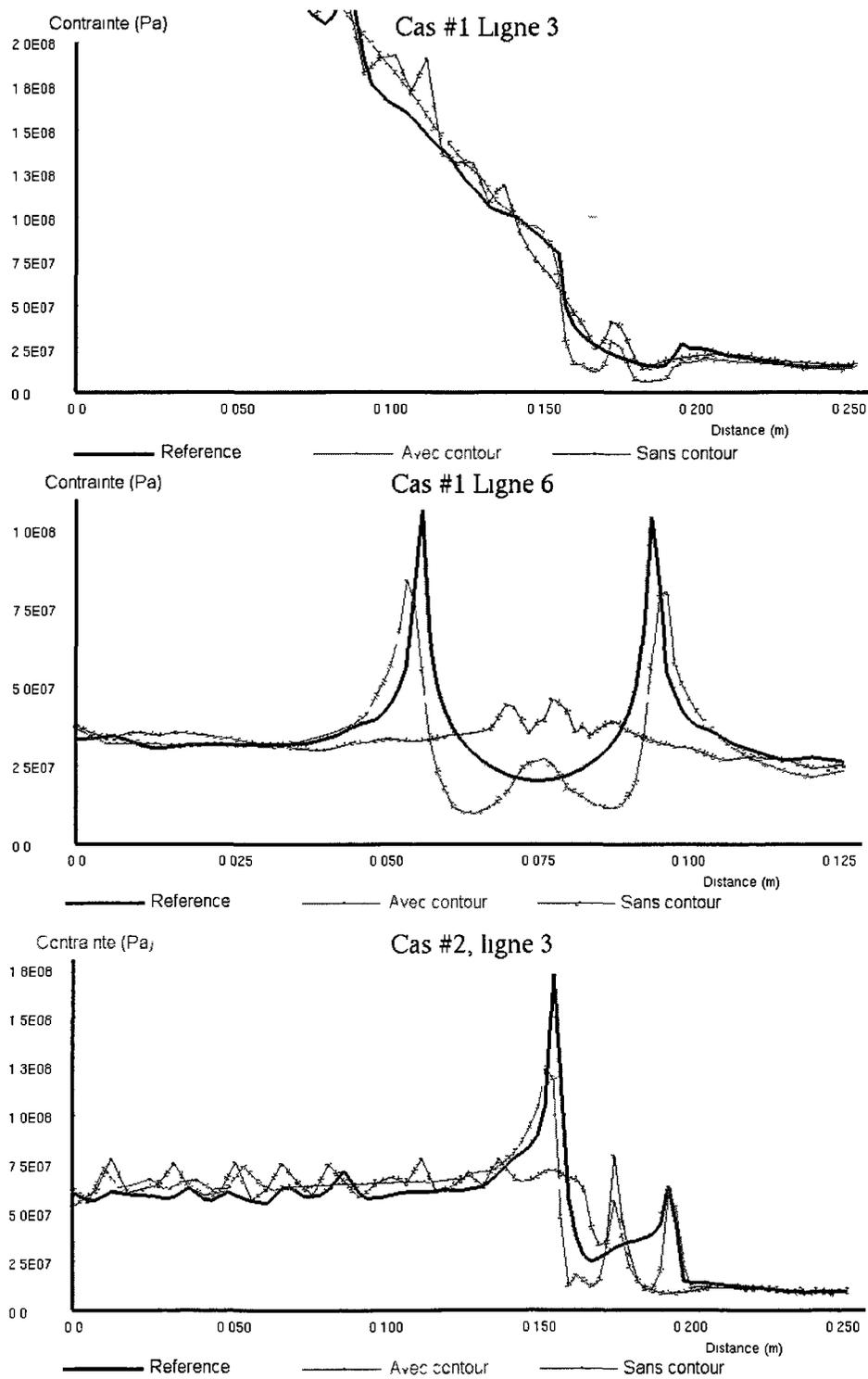


Figure 3.7 Graphique évaluant l'impact des poutres de contour

Comme on constate sur les graphiques de la Figure 3.7, la présence d'un contour améliore les résultats, et ce, dans tous les tests effectués. Comme illustré sur la Figure 3.8, la contrainte est généralement concentrée sur les nœuds d'extrémités des mini-poutres intérieures s'il n'y a pas de contour. La présence de mini-poutres de contour donne un champ de contraintes ressemblant plus à celui de la référence.

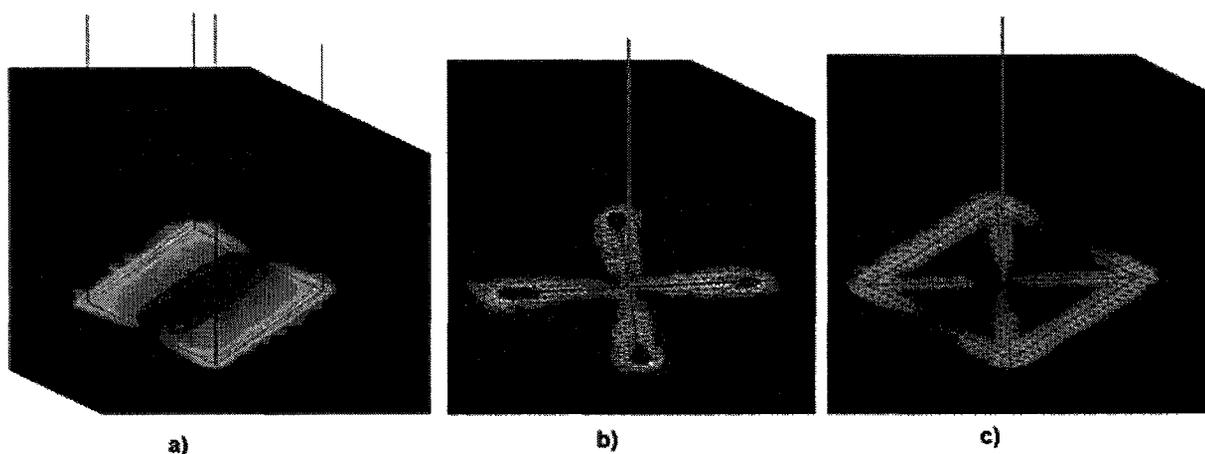


Figure 3.8 Évaluation de l'impact du contour a) Modèle de référence maillé en 3D (vue en coupe) b) Modèle sans mini-poutres de contour c) Modèle avec mini-poutres de contour

#### 3.4.2.1.2.2 Évaluation de la configuration

La configuration évalue si un découpage en X est préférable à un découpage en +. Les deux graphiques de la Figure 3.9 donnent un exemple des courbes obtenues en évaluant ce paramètre.

Dans la majorité des cas, la différence entre les deux modèles multidimensionnels est minime hors de l'interface dimensionnelle. Directement sur l'interface, les différences sont dues à la position des mini-poutres par rapport à l'endroit où l'on note la contrainte. Il n'y a pas de tendances pour déterminer qu'un modèle est supérieur à l'autre. Les deux modèles sont donc considérés comme ayant une précision équivalente.

La configuration en X a cependant été choisie pour des raisons autres que la précision. En effet, si le maillage demandé à l'interface dimensionnelle est très grossier, il est possible de

modéliser une configuration en X avec quatre triangles plutôt que huit pour la configuration en +. À noter que le résultat serait inverse si le maillage était réalisé à base de quadrangles.

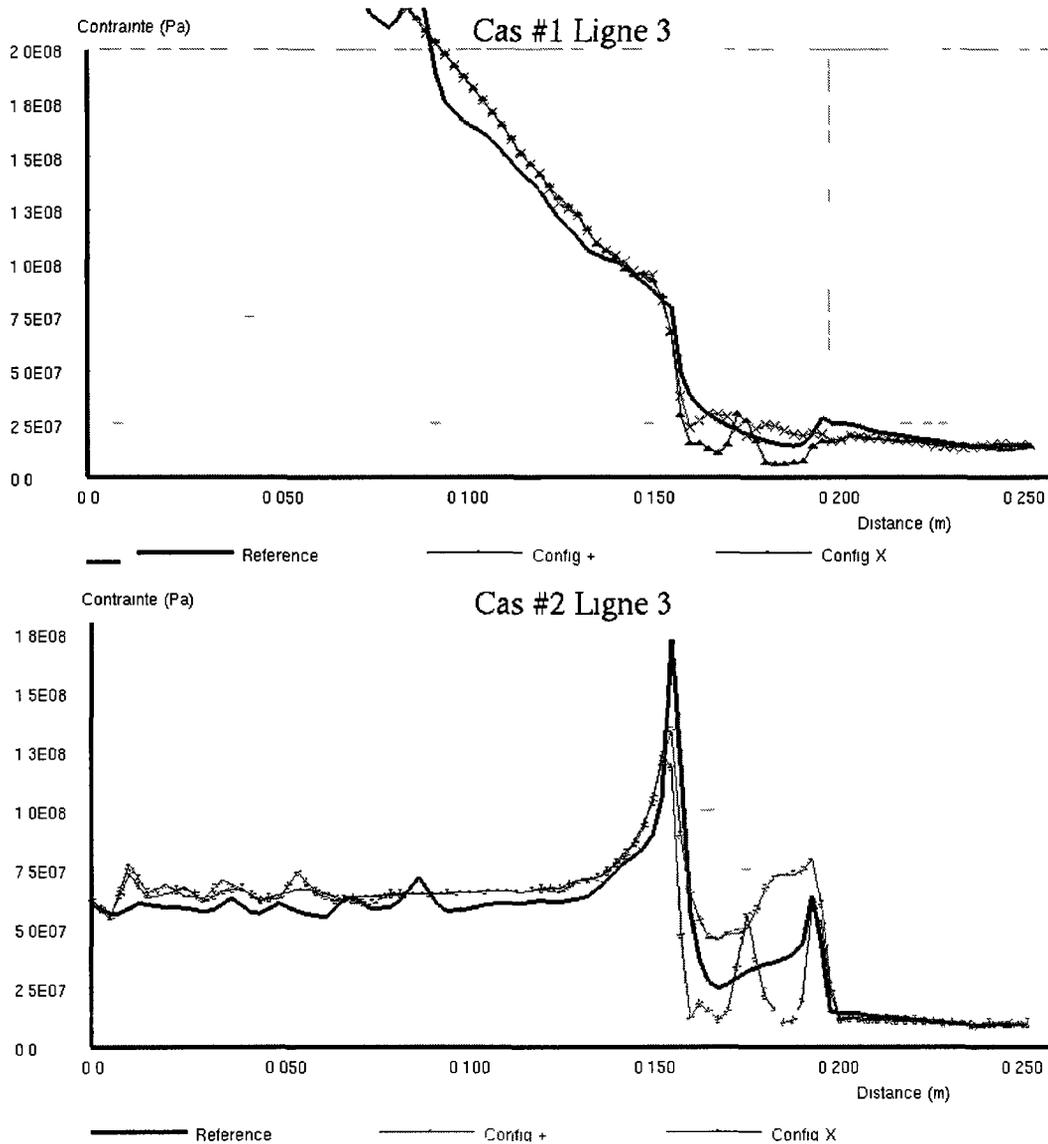


Figure 3.9 Graphiques évaluant la configuration

### 3.4.2.1.2.3 Évaluation du nombre de faces

Les exemples jusqu'à présent découpaient la zone carrée en quatre faces triangulaires ou carrées. Il est possible cependant de diviser la section en plus de faces. La Figure 3.10 compare deux cas, soit le cas avec quatre triangles et le cas avec un découpage à 8 triangles.

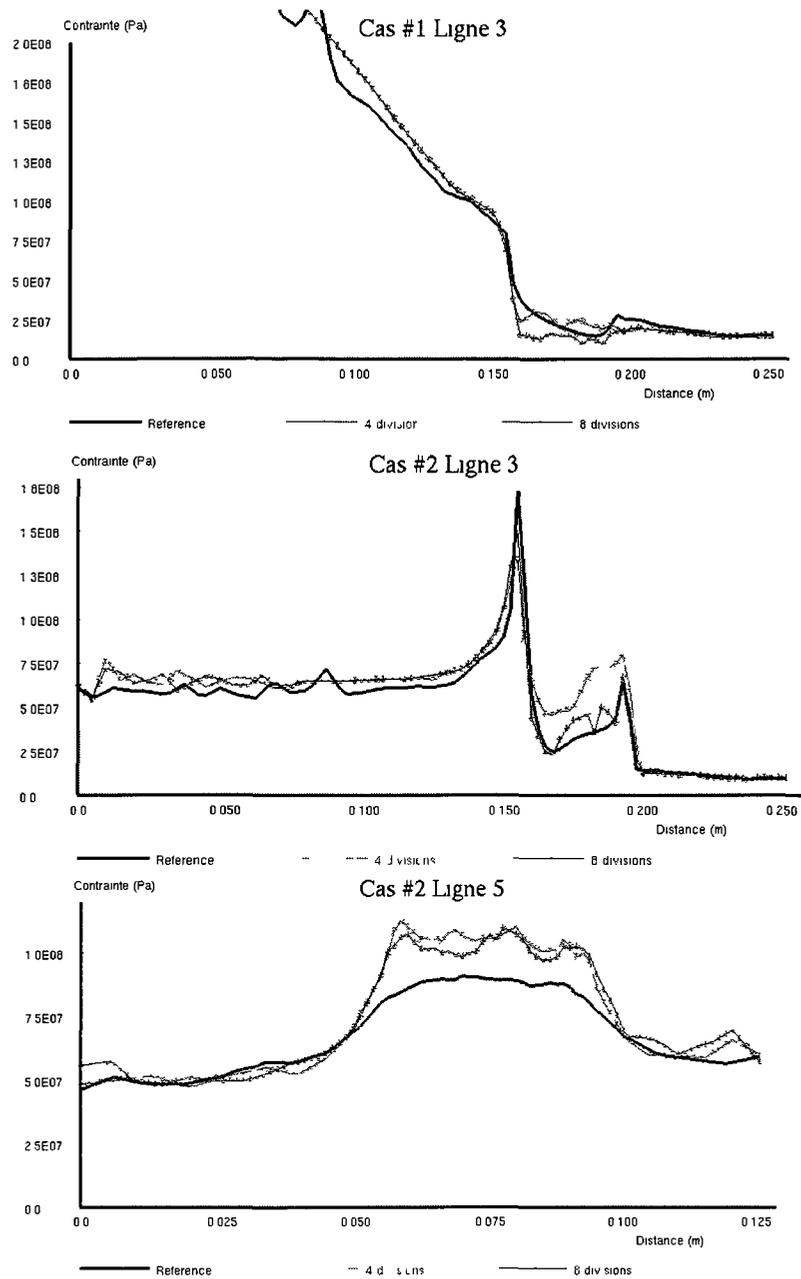


Figure 3.10 Évaluation du nombre de faces

En général, plus il y a de divisions, mieux est la réponse. Cependant, cet effet est dû en partie au fait qu'une division en plusieurs faces implique qu'il y a plus d'éléments, donc un raffinement involontaire.

Il y a de plus un effet pervers lorsque la taille de maillage est très grossière et que le nombre de faces est très grand. Les multiples faces sont alors très minces (dans certains scénarios) et forcent le mailleur à mailler ces faces avec des éléments très minces donc déformés.

#### 3.4.2.1.2.4 Évaluation des propriétés des mini-poutres

Les propriétés d'aire de section et d'inertie des mini-poutres sont très importantes. Comme il est possible de constater sur la Figure 3.11, la rigidité des mini-poutres peut déplacer la zone des concentrations de contraintes. La figure compare deux cas extrêmes, soit des mini-poutres très rigides (Figure 3.11 a) et des mini-poutres très souples (Figure 3.11 b). À noter que dans les deux cas, les échelles de déformation et de contrainte sont les mêmes. Les figures illustrent le cas de chargement #1, soit une force sur la poutre principale induisant des contraintes de tension dans la poutre.

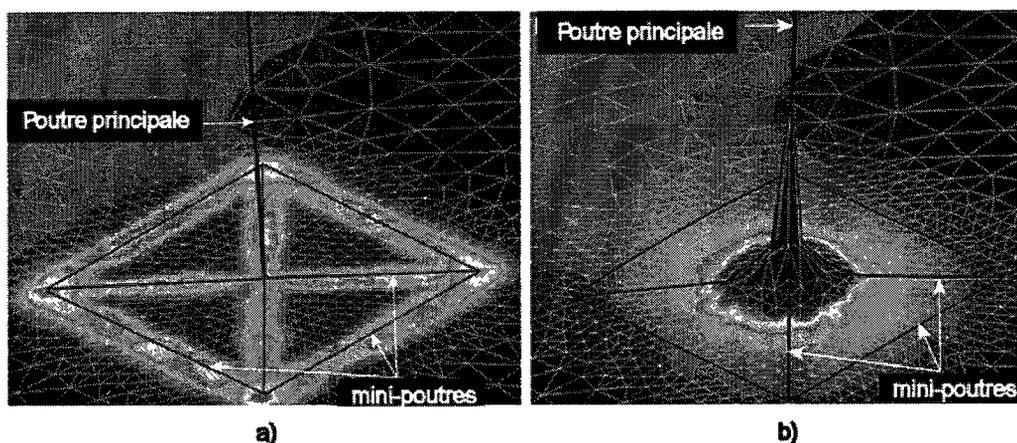


Figure 3.11 Influence des propriétés des mini-poutres a) mini-poutres rigides b) mini-poutres souples

Des études ont été réalisées pour évaluer indépendamment l'effet de la rigidité des mini-poutres de contour et celles à l'intérieur. Cependant, dans tous les cas, lorsqu'il y a des mini-poutres de contour les résultats sont meilleurs. Pour abrégé cette section, seuls les modèles avec contour sont illustrés. De plus, seulement trois rigidités de mini-poutres sont illustrées, soit des mini-poutres très rigides, très faibles et moyennes. Les propriétés des mini-poutres de rigidité moyenne sont identiques à la poutre principale alors qu'un facteur de  $10^6$  est appliqué pour réduire ou augmenter la rigidité des autres mini-poutres. Un échantillon des résultats

apparaît à la Figure 3.12 et Figure 3.13. À noter qu'un chiffre suit le nom d'une courbe. Ce chiffre représente la valeur de la norme  $L_2$  qui compare une courbe à la référence. Cette norme permet de quantifier l'écart entre la référence et la courbe à l'étude. La comparaison est réalisée sur une zone entre 50% et 80% de la distance (axe x), ceci permet d'évaluer plus précisément les résultats autour de la connexion et évite les distorsions causées par la condition aux limites de fixation. Cette valeur est en  $\text{Pa}\cdot\text{m}$ , plus sa valeur est petite plus la courbe se ressemble à la référence.

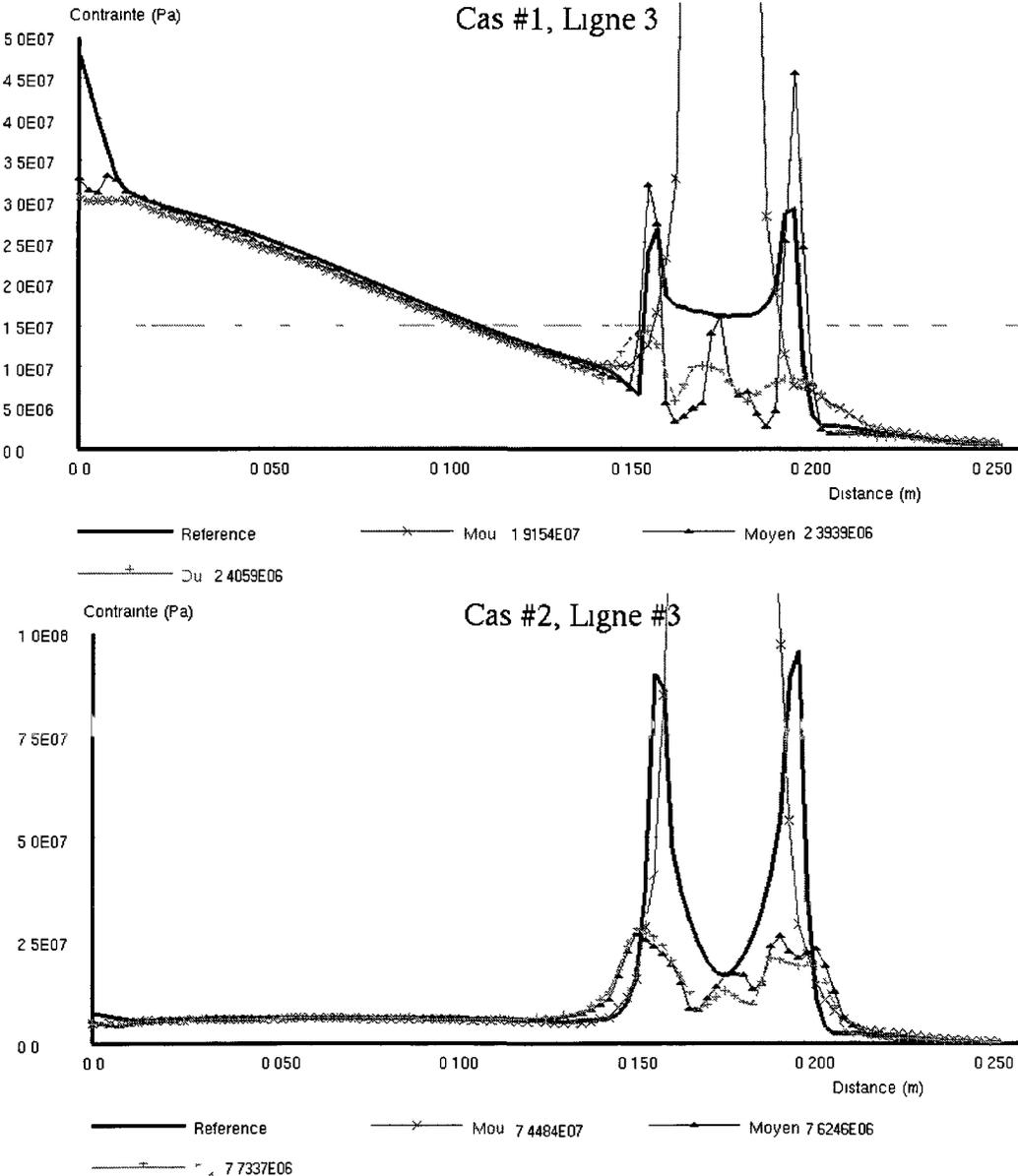


Figure 3.12 Évaluation des propriétés des mini-poutres

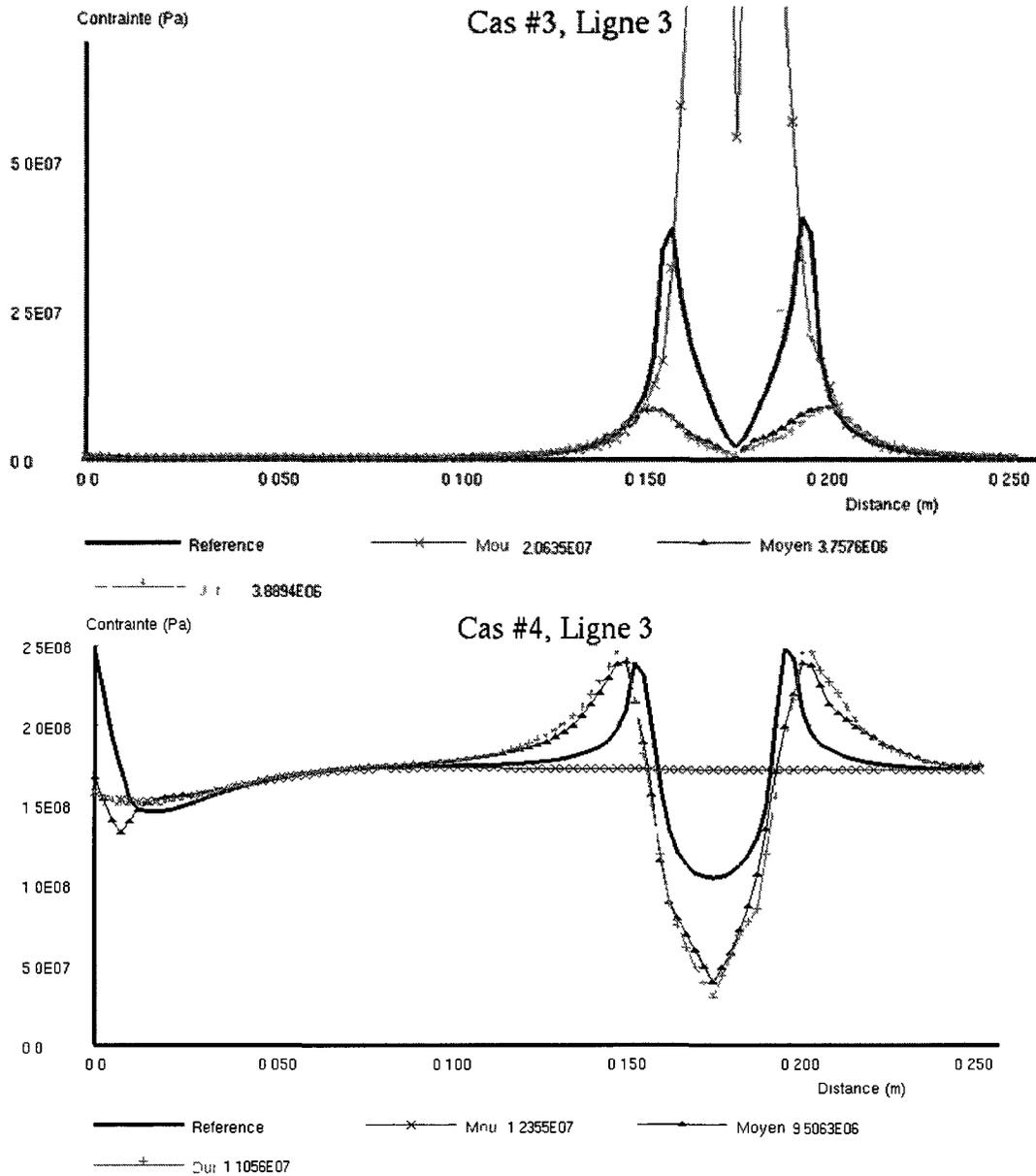


Figure 3.13 Évaluation des propriétés des mini-poutres

Si les valeurs des propriétés de mini-poutres sont très faibles alors la contrainte est logiquement concentrée autour du point d'intersection puisqu'en réalité ce sont les éléments du volume qui se déforment. Des mini-poutres plus rigides tendent à répartir la contrainte vers le contour. Si les mini-poutres de contour ne sont pas présentes alors il apparaît une forte concentration de contrainte aux extrémités des mini-poutres. Bien que la différence de rigidité

entre les mini-poutres de rigidité moyenne et dur soit très grande, la différence des résultats est relativement faible.

Les résultats de la norme  $L_2$  confirment ceci, dans la plupart des cas, lorsque les mini-poutres sont très rigides la norme est de cinq à dix fois plus petite en général. Cet effet est observable dans les graphiques précédents, mais est généralisé dans la majorité des autres tests effectués où une différence est notable entre la référence et les courbes des modèles multidimensionnels.

La réponse est souvent meilleure lorsque les propriétés sont identiques à celles de la poutre principale comme en témoignent les résultats de la norme  $L_2$  de la Figure 3.12 et Figure 3.13, mais l'effet n'est pas généralisé et la différence est toujours très faible. Dans tous les cas, des propriétés faibles de rigidité tendent à s'éloigner de la référence.

De nombreux tests ont été effectués en modifiant les propriétés des mini-poutres indépendamment (inerties dans chacune des directions, aire de section, différences entre les mini-poutres de contour et mini-poutres internes). Ces études ne sont pas détaillées ici, cependant les mêmes conclusions peuvent être formulées, soit qu'en général, plus les mini-poutres sont rigides, plus les résultats se rapprochent de la référence.

À noter que le maillage est le même dans les trois cas et qu'en général, les résultats sont meilleurs lorsque le maillage est plus raffiné.

#### *3.4.2.1.2.5 Évaluation du maillage*

La taille du maillage peut également influencer les résultats. Quelques études ont été réalisées avec des maillages de tailles différentes. Les Figure 3.15 et Figure 3.15 illustrent un échantillon des résultats obtenus.

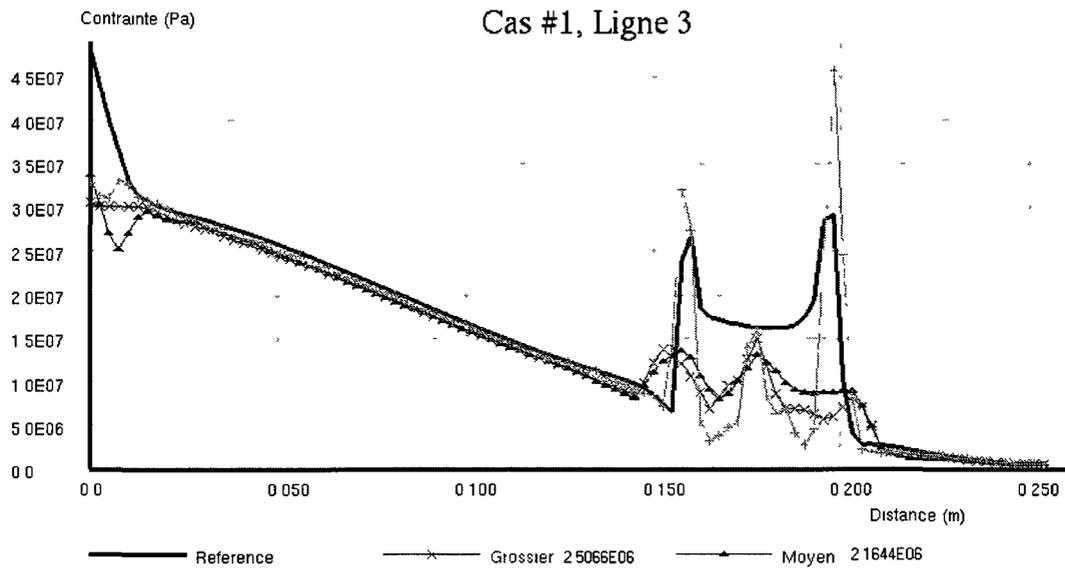


Figure 3.14 Évaluation du raffinement du maillage

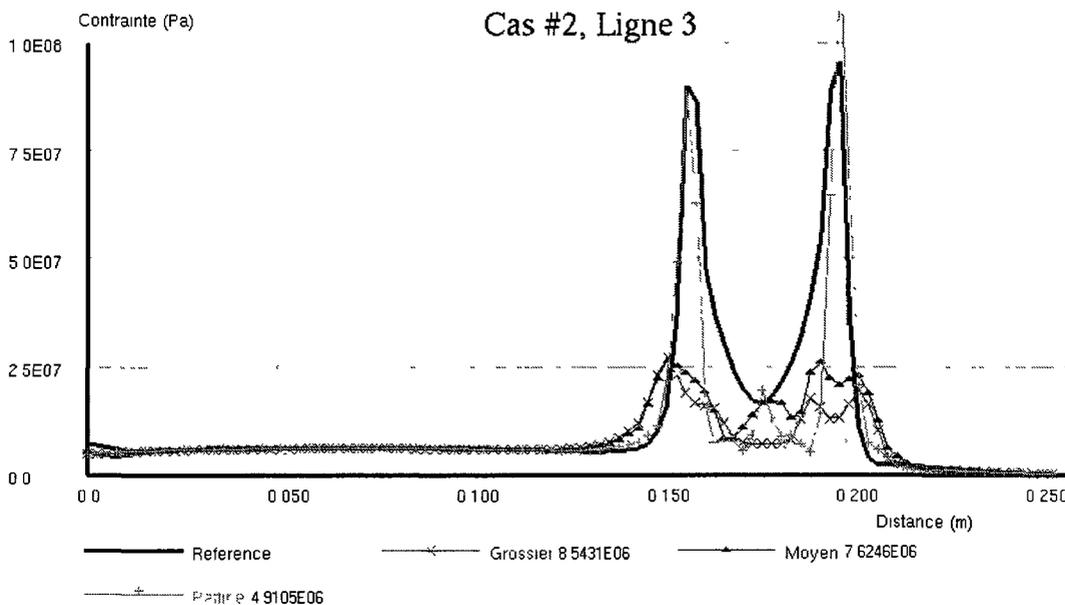


Figure 3.15 Évaluation du raffinement du maillage

On constate qu'en général plus le maillage est raffiné, plus les résultats se rapprochent de la référence, ce qui est normal pour la plupart des études par éléments finis. Cette conclusion est corroborée encore une fois par la norme  $L_2$  qui diminue lorsque l'on raffine l'étude. À noter que sur la Figure 3.14 la norme  $L_2$  est plus élevée pour l'étude très raffinée que pour l'étude à raffinement moyen (2.32 E6 contre 2.16 E6); ceci est dû à quelques points précis puisque la

contrainte se concentre sur les mini-poutres et qu'un maillage plus raffiné a tendance à augmenter les contraintes dans ces zones. Les valeurs inférieures à la courbe de référence sont dues aux nœuds qui sont en fait éloignés des mini-poutres par quelques couches de nœuds.

#### 3.4.2.1.3 Discussion sur les résultats de la première approche

Bien que cette approche soit suffisante pour résoudre les deux problèmes majeurs d'assemblage des maillages et d'adaptation des degrés de liberté, elle ne peut reproduire exactement, et dans tous les cas de chargement, le champ de contrainte obtenu avec une étude de référence. Aucune équation, empirique ou théorique, n'a pu lier parfaitement le comportement de la section de la poutre avec les propriétés des mini-poutres. En règle générale cependant, lorsque la rigidité des mini-poutres est élevée, les résultats tendent vers ceux de la référence.

À noter que des tests ont également été effectués sur des poutres de sections différentes. Les conclusions ressorties de ces tests sont les mêmes que pour la poutre carrée.

### 3.4.2.2 Approche à section rigide

#### 3.4.2.2.1 Principe

Cette seconde approche se base sur les résultats de la première approche et sur la suggestion de Craveur d'utiliser une méthode adaptée à la section. Cette nouvelle approche n'essaie pas de reproduire exactement le comportement de la section de la poutre à l'interface dimensionnelle, mais plutôt de se baser sur l'hypothèse de Bernouilli-Euler. Cette dernière stipule que la section droite d'une poutre reste plane et normale à la tangente à la ligne moyenne (fibre neutre) de la poutre après déformation (voir [Chevalier, 1996]). Ceci bien sûr n'est pas exact près des extrémités, mais est une bonne approximation. Une méthode pour s'assurer d'avoir une section normale à la poutre est donc d'utiliser une section indéformable.

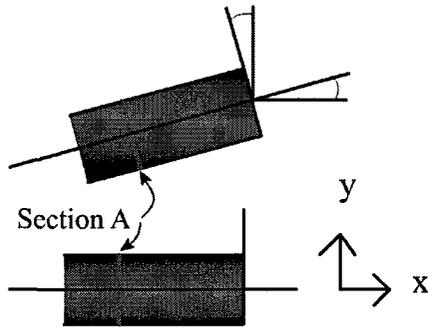


Figure 3.16. Hypothèse de Bernoulli, toutes les sections de la poutre restent perpendiculaires à la fibre neutre

Pour préserver les contraintes initiales d'utiliser seulement des éléments standard, il devient impossible de créer un élément dont la forme épouse celle de la section de la poutre. Il est cependant envisageable de s'en approcher en utilisant un réseau de mini-poutres de rigidité infinie tapissant les petites faces obtenues après l'opération de découpage des faces. Les mini-poutres de rigidité infinie sont obtenues en utilisant de très grands moments d'inertie ainsi que des grandes aires de section, ces propriétés sont ajustées en fonction des autres poutres présentes dans le modèle pour éviter que les propriétés soient trop grandes ou trop petites, ce qui pourrait causer des problèmes dans le calcul de la matrice de rigidité.

La Figure 3.17 illustre un exemple de l'approche à section rigide. Puisque cette approche n'est pas limitée à l'utilisation d'un contour rectangulaire, il est possible de découper exactement la section de la poutre (la silhouette) dans le but d'améliorer le plus possible la précision. Pour résoudre le problème de conformité du maillage, on procède, tout comme pour la première approche, à un découpage de la géométrie. Seulement deux faces sont nécessaires pour faire apparaître un sommet au point d'intersection, celles-ci sont identifiées sur la Figure 3.17 (faces internes). Des mini-poutres de rigidité infinie sont superposées à chaque segment du maillage des deux faces, rendant la face rigide et résolvant le problème d'adaptation des degrés de liberté.

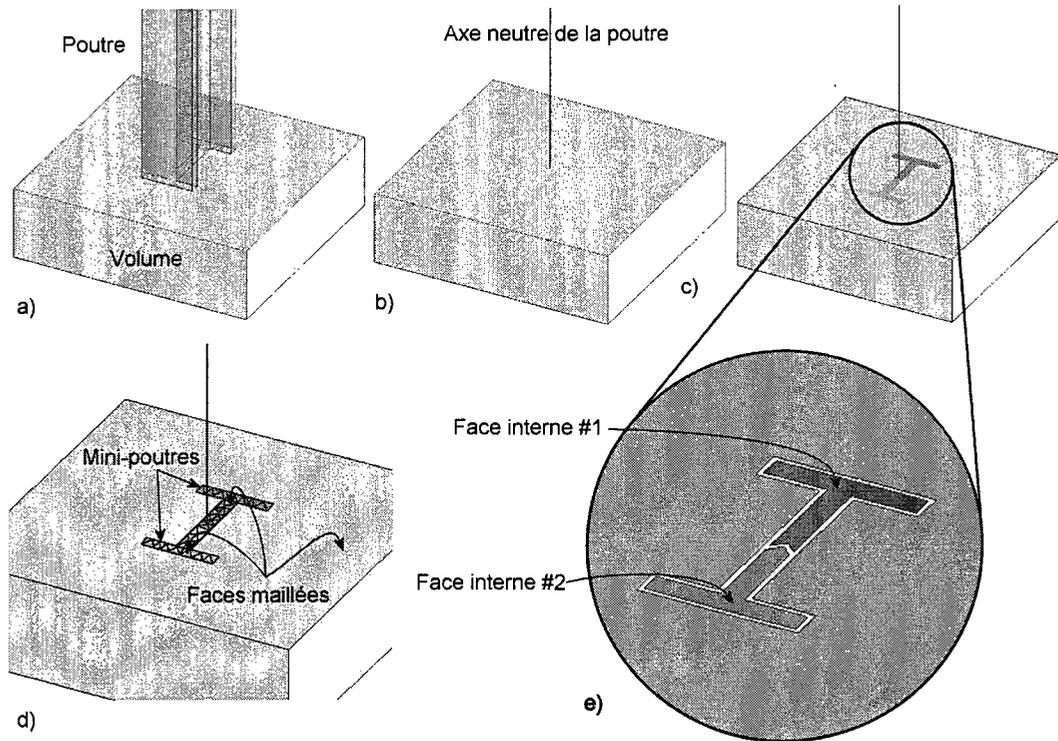


Figure 3.17 Deuxième approche, section à rigidité infinie a) Modèle 3D b) Modèle idéalisé c) Modèle avec faces découpées d) Ajout de mini-poutres e) Détail de découpage de faces

### 3.4.2.2.2 Évaluation du paramètre de la taille du maillage

Hormis la forme des faces découpées, un seul paramètre affecte le résultat de cette approche, soit la densité du maillage. Quelques tests ont été effectués dans ce sens et les résultats sont visibles de la Figure 3.18 à la Figure 3.20. Encore une fois, ces résultats sont accompagnés de valeurs utilisant la norme  $L_2$ .

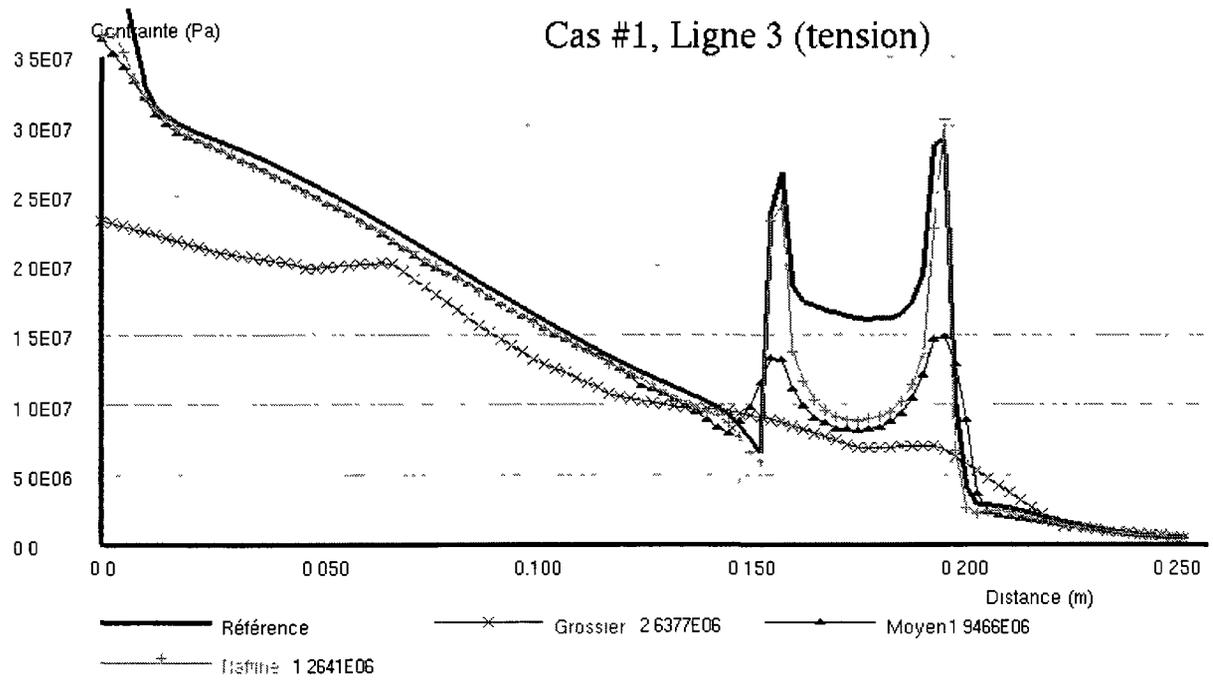
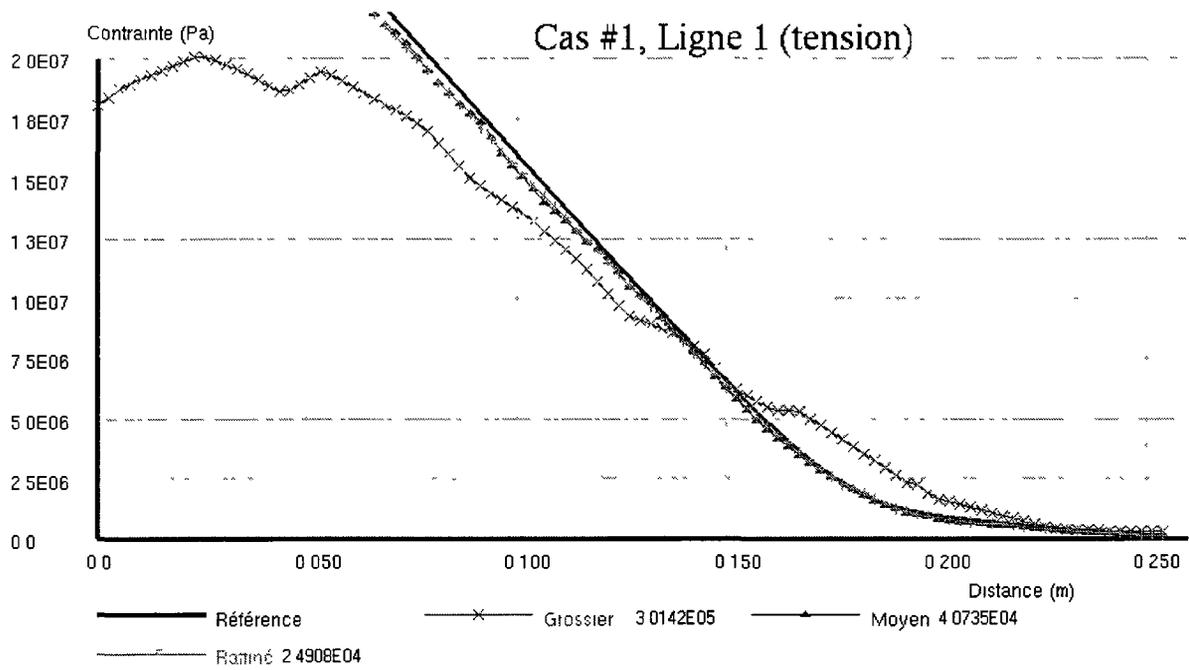


Figure 3.18 Évaluation de la grosseur de maille pour la seconde approche (section rigide)

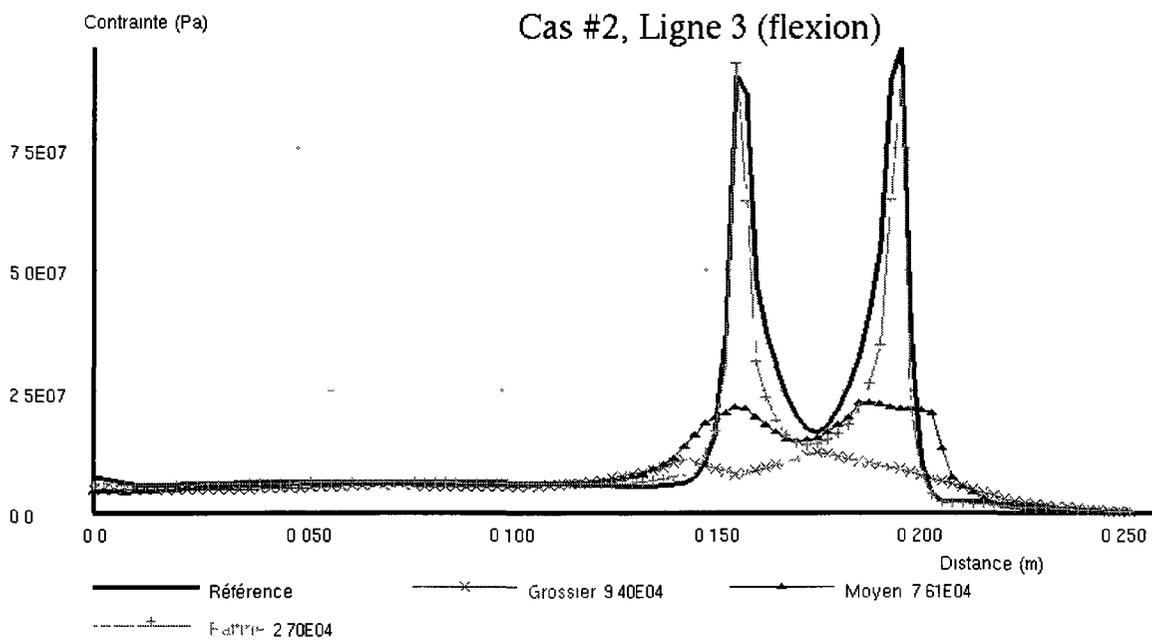
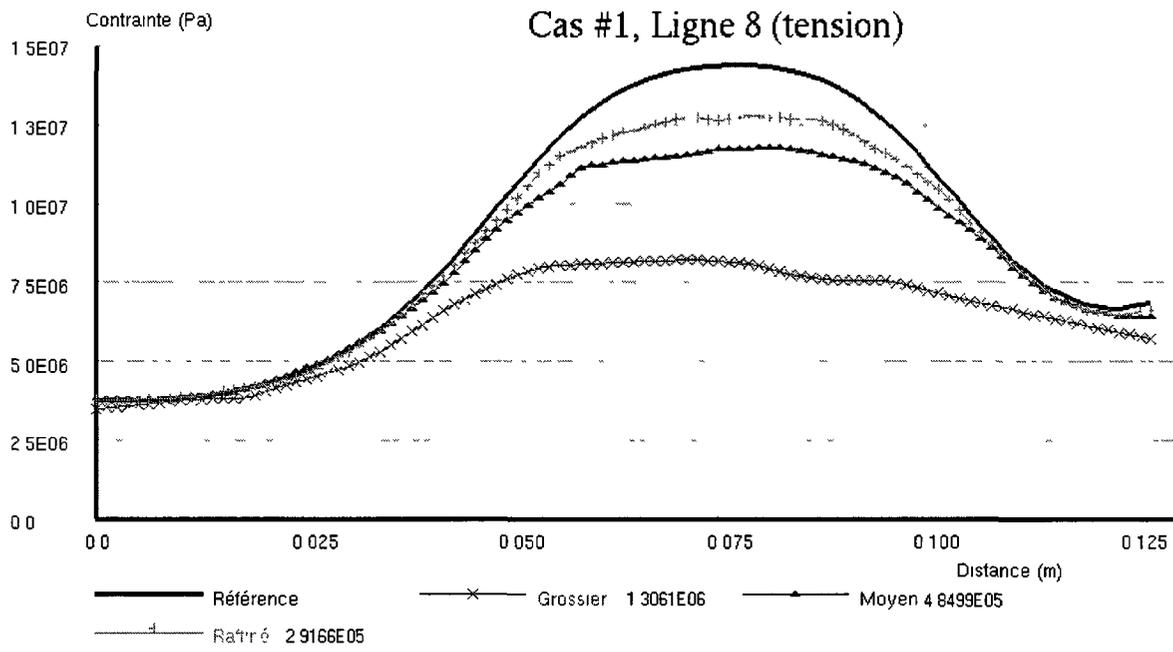


Figure 3.19 Évaluation de la grosseur de maille pour la seconde approche (section rigide)

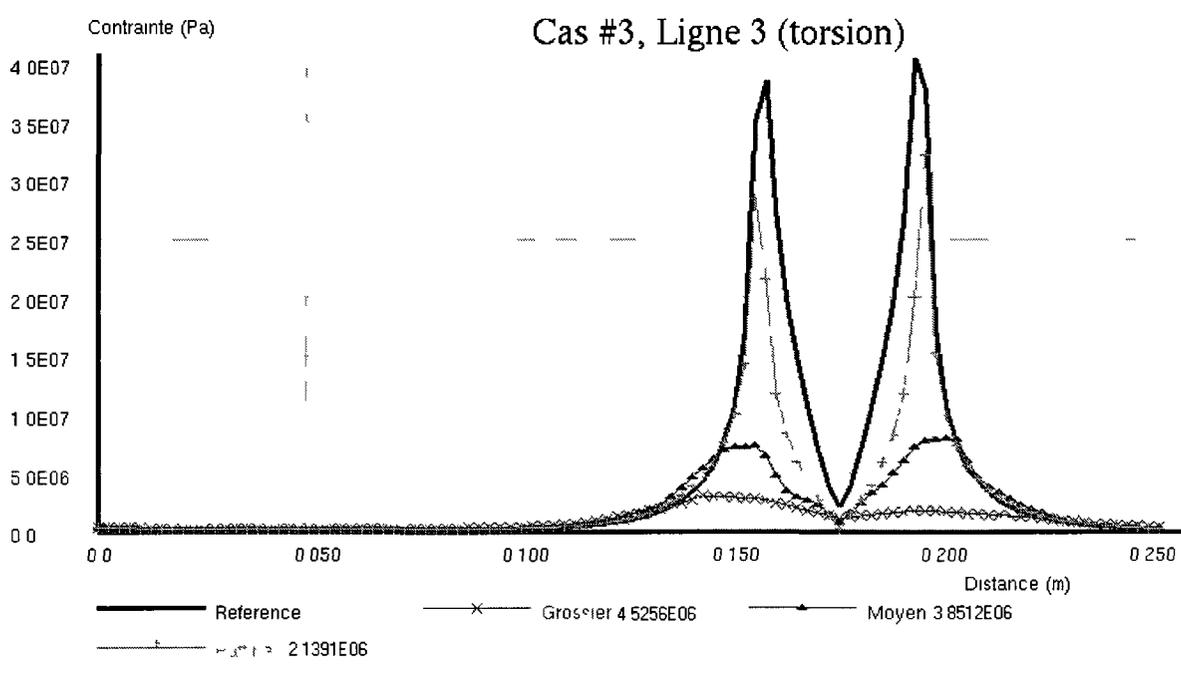
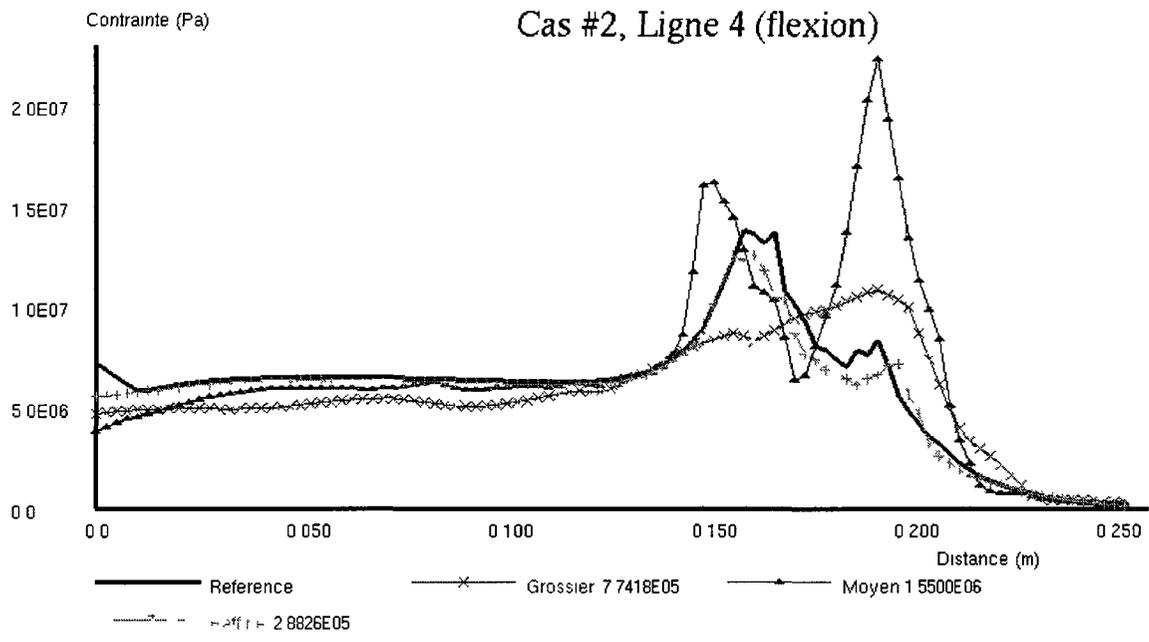


Figure 3 20 Évaluation de la grosseur de maille pour la seconde approche (section rigide)

On constate encore que plus le maillage est raffiné, plus la réponse tend vers le modèle de référence. Les propriétés des mini-poutres affectent la réponse de la méthode. Lorsque les mini-poutres ont une rigidité très faible, un effet similaire à celui illustré à la Figure 3.11b peut

être observé. Lorsqu'une poutre sous une contrainte de flexion par exemple est jumelée à un volume, les contraintes sur le volume sont réparties principalement sur le contour de la section de la poutre. Si les mini-poutres sont de faible rigidité alors les contraintes sont localisées au centre, soit autour du nœud au point d'intersection. L'utilisation de mini-poutres de rigidité infinie permet d'étendre les contraintes vers le contour extérieur de la section de la poutre.

#### 3.4.2.2.3 Discussion sur l'approche à section rigide

L'approche à section rigide ne tente pas de recréer parfaitement le comportement de la poutre à l'interface poutre-volume. Une section de rigidité infinie n'est pas représentative de la réalité, mais s'en rapproche dans la majorité des cas. Puisque la forme exacte de la section de la poutre est découpée dans la face, il est possible d'obtenir des résultats plus représentatifs de la connexion réelle que de seulement connecter une poutre à un nœud.

#### 3.4.2.3 Approche des mini-coques

Une autre approche pouvant être envisagée a été évaluée brièvement, les résultats n'étaient pas satisfaisants elle a été abandonnée rapidement.

Cette approche développe le concept l'approche à section rigide en remplaçant le réseau de mini-poutres par une série de mini-coques puisque ces dernières ont également six degrés de liberté. Il est alors possible de modifier le paramètre de la mini-coque pour obtenir une section de rigidité infinie ou plus souple. Quatre tests réalisés avec des épaisseurs de mini-coques différentes ont généré les résultats visibles à la Figure 3.21. Les tests utilisent le même modèle que celui adopté pour évaluer l'approche à section rectangulaire souple (section 3.4.2.1). La Figure 3.21a donne la contrainte sur la ligne 4 dans le cas de chargement #2 (flexion dans la poutre principale). On constate que le résultat est acceptable et peut être amélioré en modifiant le paramètre de l'épaisseur des mini-coques. Cependant, comme illustrée sur la Figure 3.21b, la contrainte est faussée dans le cas de la torsion, et ce, même loin du point d'intersection. L'élément de type coque ne pouvant saisir correctement le degré de liberté de torsion, la méthode doit être abandonnée pour cette raison.

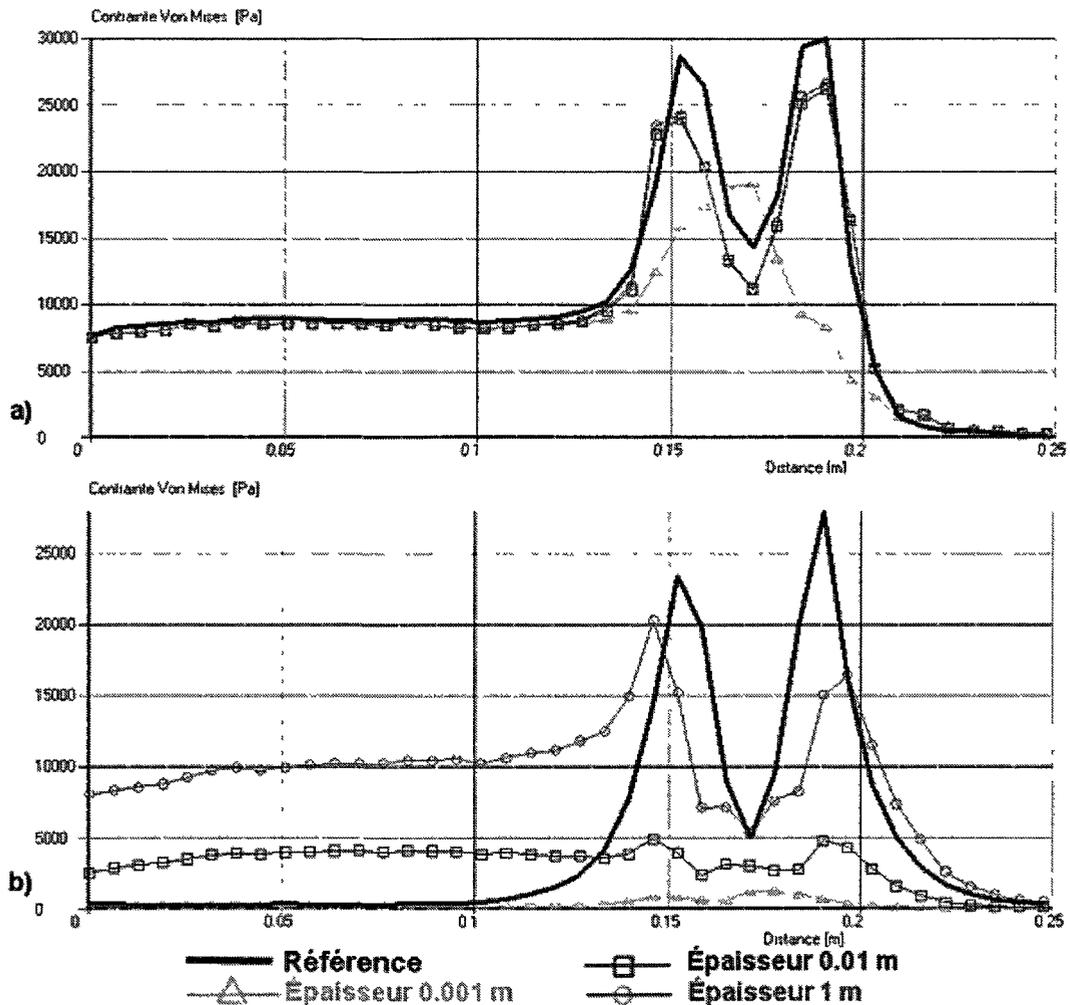


Figure 3.21 Approche des mini-coques a) Contrainte sur la ligne 4, cas de chargement #2 (flexion dans la poutre principale) b) Contrainte sur la ligne 4, cas de chargement #3 (torsion dans la poutre principale)

### 3.4.2.4 Comparaison des approches

Cette section compare les deux premières approches, évalue les avantages et inconvénients de chacune et explique les raisons du choix de l'approche à section rigide. On compare également les approches avec quelques-unes des autres méthodes mentionnées au précédent chapitre.

#### 3.4.2.4.1 Comparaison entre les méthodes

Pour vérifier l'efficacité des méthodes développées dans le cadre de cette recherche, il est nécessaire également de les comparer aux autres méthodes alternatives. La même étude que

celle utilisée précédemment est réutilisée ici (la poutre croisant le prisme) mais plusieurs méthodes sont comparées sur les graphiques. Encore une fois les valeurs de contraintes sont mesurées à plusieurs points du prisme et les courbes obtenues sont comparées à la référence (voir Figure 3.6). Les méthodes comparées sont la méthode de Craveur (méthode indépendante de la section), la méthode utilisant des tétraèdres avec nœuds à ddl en rotation, une méthode utilisant des équations de contraintes et la méthode de la poutre pénétrante. À noter que dans le cas de la torsion la méthode de la poutre pénétrante est incapable de retourner des résultats. Le Tableau 3.4 donne la distance de la norme  $L_2$  des graphiques des différentes figures, cette norme est évaluée dans la zone critique et ne comprend pas la zone à droite (proche de la condition aux limites). Ces graphiques et valeurs de la norme  $L_2$  sont adaptés de [Bournival *et al.*, 2010].

Les graphiques et tableaux ne traitent pas des cas de chargements #4 et #5 car ceux-ci ne font pas intervenir d'efforts dans la poutre, il n'y a que le prisme qui est chargé et on constate une très légère variation de la contrainte au niveau de la connexion avec la poutre. Seules les approches développées pour cette recherche et la méthode de Craveur sont capables de cerner cet effet mineur.

En observant les graphiques et le tableau, on constate que les deux approches proposées dans cette recherche arrivent à maintenir un niveau de précision qui n'est pas parfait, mais qui est tout de même supérieur aux autres méthodes. Les valeurs de la norme  $L_2$  sont particulièrement révélatrices; dans tous les cas présentés aux figures suivantes, la méthode à section rigide est supérieure, car les valeurs sont inférieures aux autres méthodes. Par exemple (voir Tableau 3.4) dans le cas de la torsion(cas #3), près du point d'intersection entre la poutre et le volume (ligne #3), la méthode à section rigide se compare à la référence par une valeur de  $2.71 \times 10^6$  Pa  $\square$ m alors que la méthode utilisant les équations de contraintes a une valeur de  $214 \times 10^6$  Pa  $\square$ m, prouvant effectivement que dans ce cas la méthode à section rigide se rapproche plus des valeurs de références que la méthode des équations de contraintes. L'écart est moins marqué dans le cas de la tension dans la poutre (cas #1), les résultats sont généralement de meilleure qualité pour toutes les méthodes, mais sont tout de même meilleurs pour la méthode à section rigide.

Les graphiques présentés ici ne représentent qu'une partie des études effectuées, mais sont représentatifs de la majorité des graphiques où une différence est notable entre les méthodes multidimensionnelles et la référence.

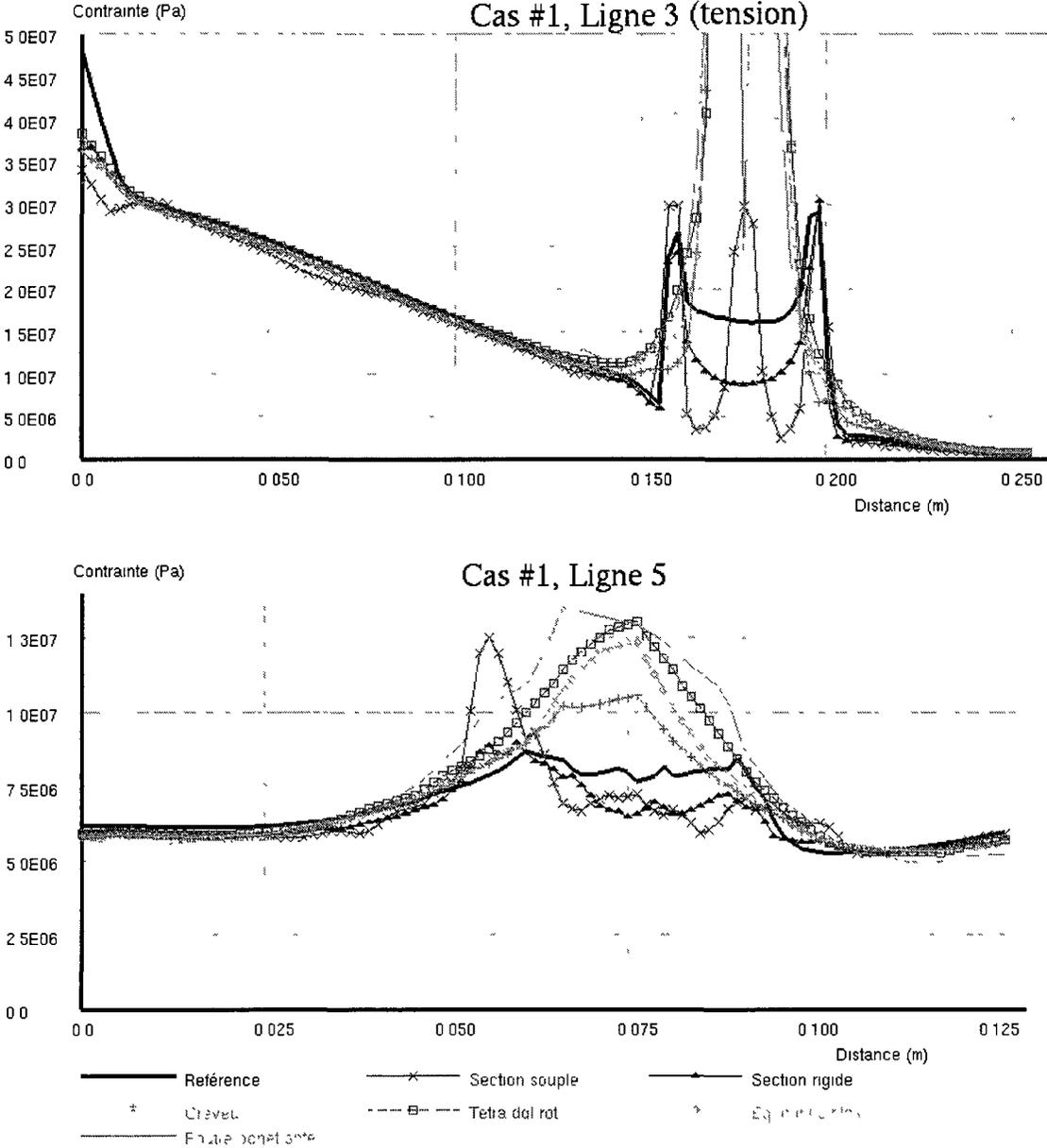


Figure 3.22 Comparaisons des différentes méthodes (cas de la tension)

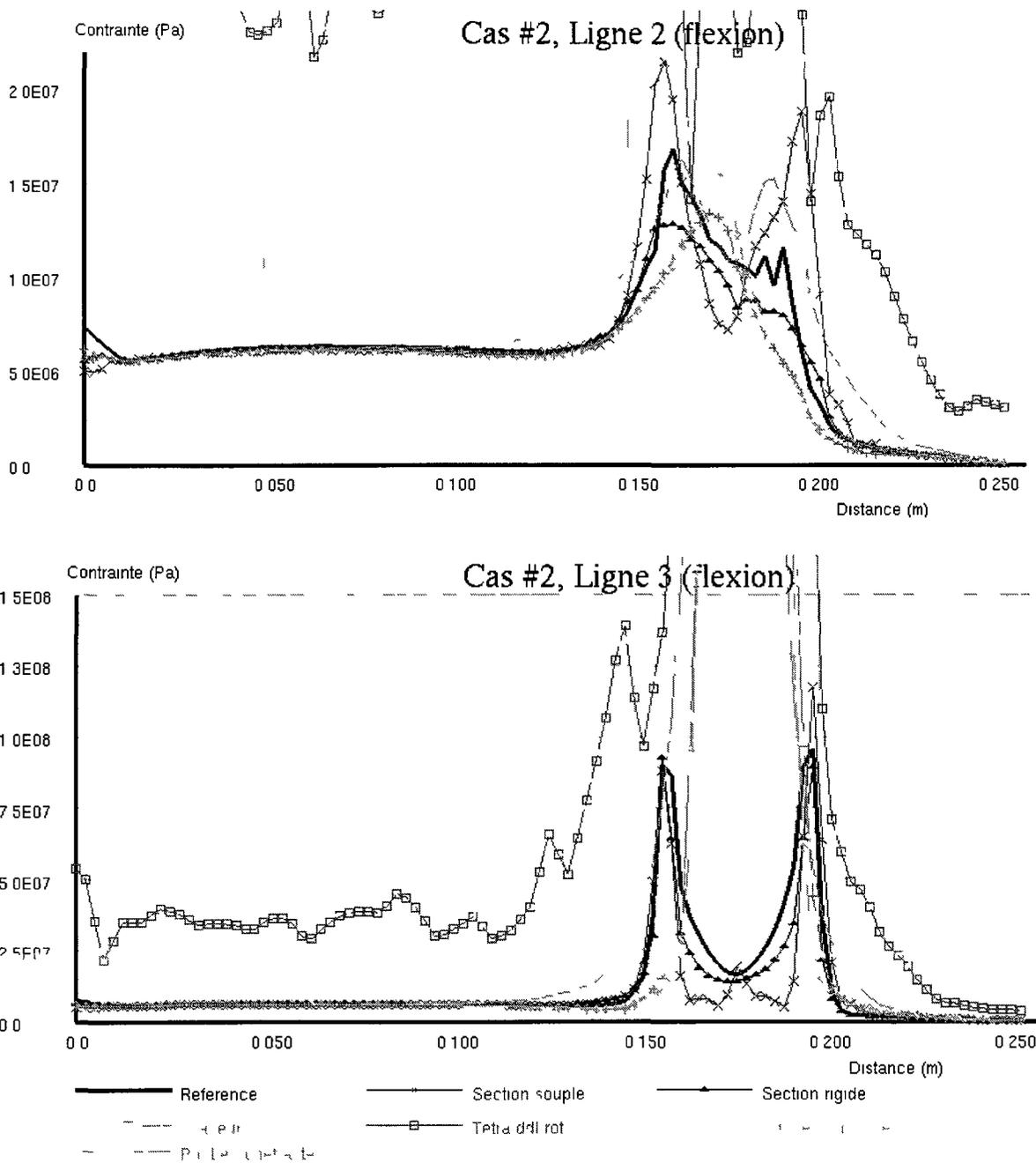


Figure 3.23 Comparaisons des différentes méthodes (cas de la flexion)

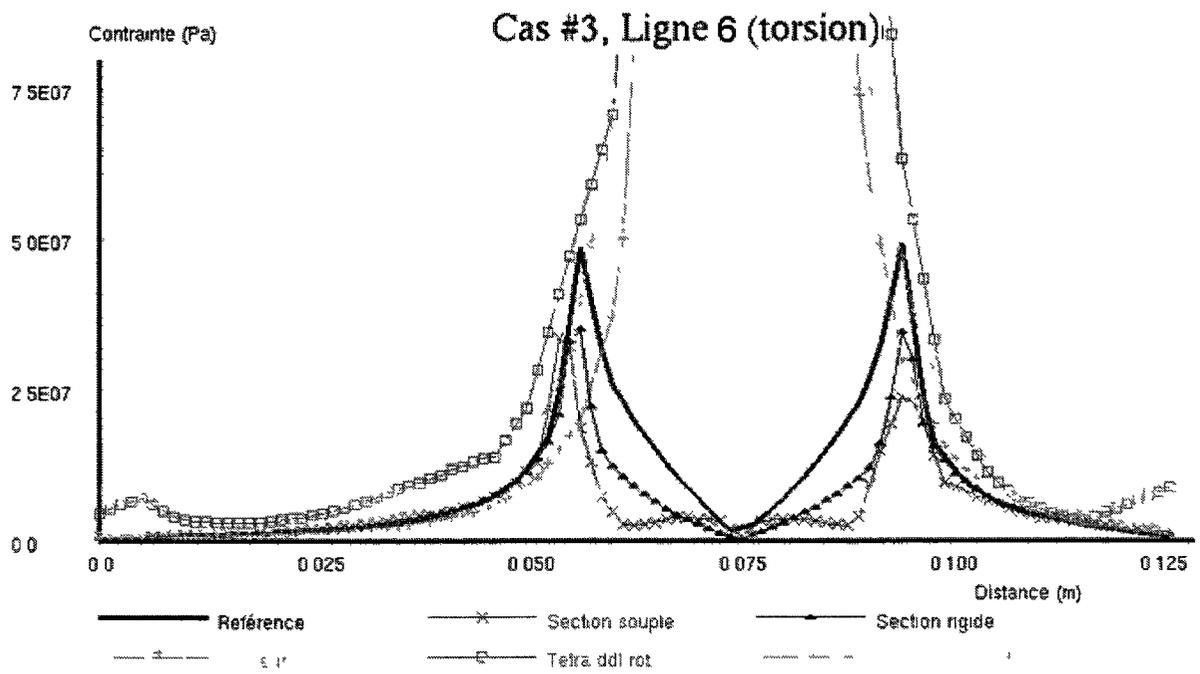
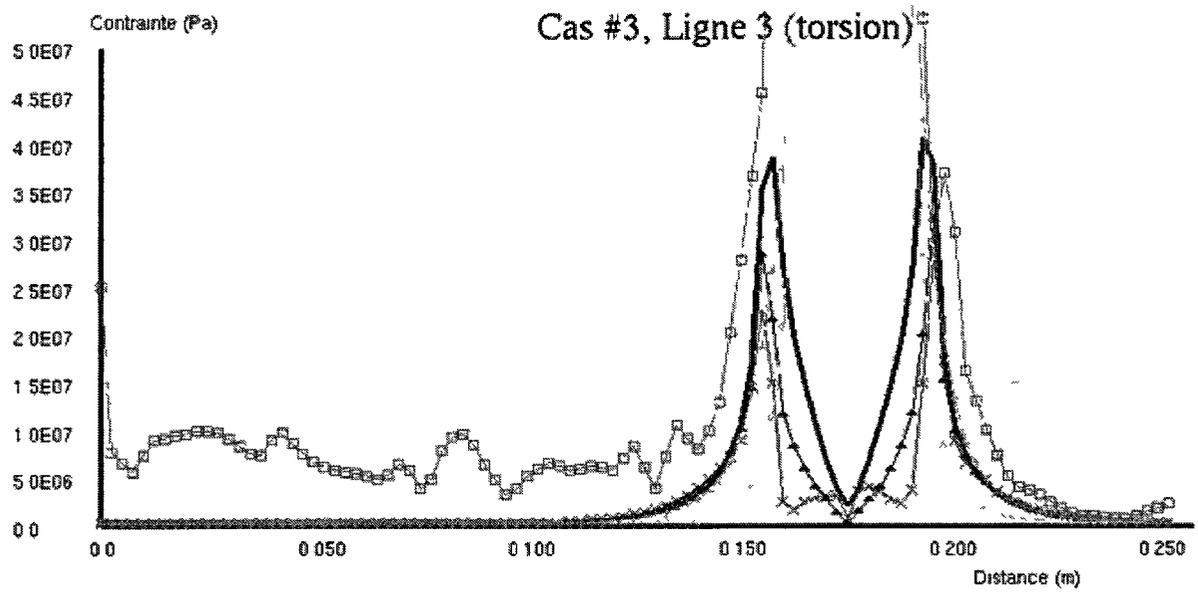


Figure 3.24 Comparaisons des différentes méthodes (cas de la torsion)

Tableau 3.4 Comparaisons entre les modèles basés sur la norme  $L_2$

Norme $L_2$ $\times 10^6$ Pa $\sqrt{m}$	Section souple	Section rigide	Craveur	Tétra ddl rotation	Éq. de contraintes	Poutre pénétrante
Ligne 3 cas 1	2.28	1.26	15.7	51.7	26.3	9.62
Ligne 5 cas 1	0.281	0.217	0.259	0.564	0.421	0.674
Ligne 2 cas 2	1.21	0.457	0.691	3.60	0.743	0.639
Ligne 3 cas 2	4.91	2.71	141	954	214	87.8
Ligne 3 cas 3	3.04	2.14	31.9	168	79.3	N/D
Ligne 6 cas 3	2.84	2.05	37.2	176	72.9	N/D

#### 3.4.2.4.2 Comparaisons supplémentaires entre les deux approches

La Figure 3.25 compare les deux approches dans le cas d'une poutre à section carrée modélisée en partie par une ligne et en partie par un modèle 3D. Deux cas de chargements sont comparés, soit une force unitaire induisant des contraintes de tension dans la poutre (Figure 3.25 a-b-e-f) et une force unitaire induisant une contrainte de flexion (Figure 3.25 c-d-g-h). Dans tous les cas, la force est appliquée à l'extrémité supérieure de la poutre (sur le sommet) et l'extrémité du bas est encastree. La méthode de la section rectangulaire souple a été appliquée sur les modèles illustrés à la Figure 3.25 a, c, e et g alors que la méthode à section rigide est visible à la Figure 3.25 b, d, f et h.

On constate dans les deux cas qu'il y a de faibles discontinuités au niveau de l'interface, mais celles-ci s'estompent après une certaine distance. Bien que les résultats soient intéressants pour les deux approches, il est très difficile d'obtenir le même genre de précision de la part de la méthode à section souple dans le cas où la poutre n'est pas à section rectangulaire.

Cette discontinuité au niveau de l'interface provient de l'incapacité de la section superposée de mini-poutres à se contracter (ou dilater) aussi facilement que la vraie poutre. La Figure 3.26 illustre cet effet dans le cas de l'approche à section rigide. Dans la figure une poutre est soumise à une contrainte de tension. Cette tension tend à faire diminuer l'aire de section de la poutre. Cependant puisque la zone à l'interface dimensionnelle est remplie de mini-poutres indéformables, cette section de poutre ne peut se contracter. Les nœuds dans la section ne se déplacent pas de façon transversale à la section contrairement aux nœuds directement en dessous de la section. Ceci engendre donc des contraintes transversales. Un effet similaire, mais moins important est constaté dans le cas de la première approche à section souple.

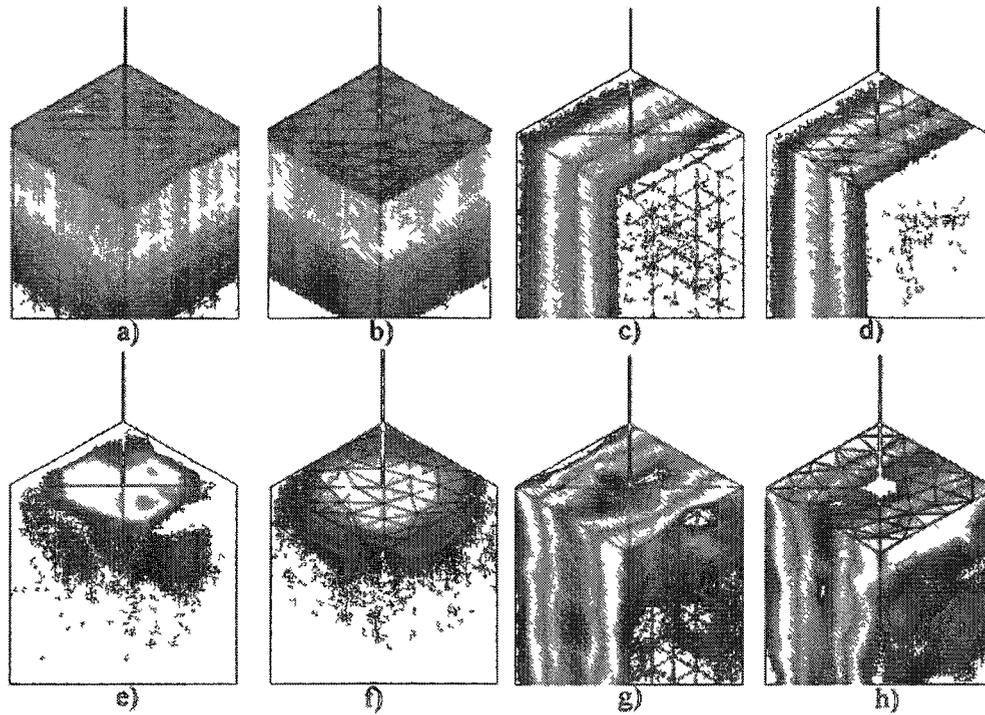


Figure 3 25<sup>1</sup> Comparaison des deux approches (a-b-c-d) Résultats en déplacements (e-f-g-h) Résultats de contrainte (a-b-e-f) Force axiale [tension] dans la poutre (c-d-g-h) Force transversale (flexion) à la poutre (a-c-e-g) Première approche à section souple (b-d-f-h) Seconde approche à section rigide

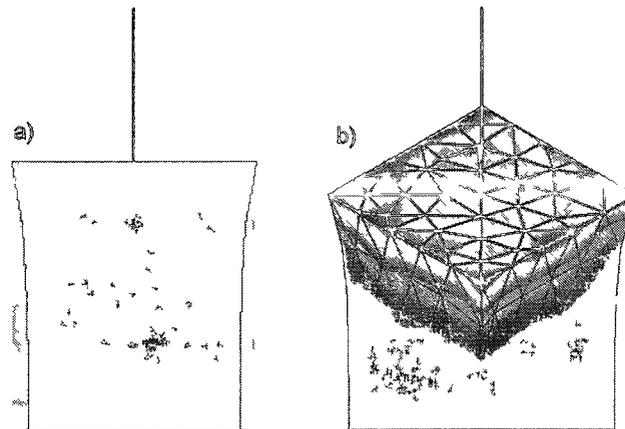


Figure 3 26 Poutre sous tension modélisée partiellement par des éléments de type poutre a) Déformée avec modèle original superposé avec transparence b) Contrainte selon l'axe des X (l'axe de la poutre est aligné avec l'axe des Z)

<sup>1</sup> Image tirée de [Bournival *et al*, 2010]

L'approche à section rectangulaire souple tente de réduire cet effet en permettant aux mini-poutres de se déformer un peu. L'effet cependant n'a pas réussi dans toutes les circonstances. Si les mini-poutres sont assez souples pour permettre à la section de se contracter de la même façon que la poutre réelle, elles sont alors trop souples pour retransmettre la contrainte adéquatement aux extrémités de la section.

#### 3.4.2.4.3 Approche retenue

L'approche à section rigide a été retenue pour trois raisons. Premièrement, l'erreur qu'elle génère est faible, mais elle reste stable et localisée autour de l'interface dimensionnelle dans toutes les situations. Deuxièmement, elle peut traiter des sections de poutre de toutes les formes, même celles avec une section non standard; puisque la méthode ne découpe pas une section rectangulaire, on peut découper n'importe quelle forme ou presque. La précision des poutres non rectangulaires, près de l'interface dimensionnelle, est donc accrue. Finalement, l'algorithme de programmation est plus simple principalement dans les cas où la face à découper ne peut être découpée entièrement. Ceci est le cas lorsque l'arête représentant la poutre connecte un volume au niveau d'un sommet de ce volume.

#### 3.4.2.4.4 Adaptation de la méthode dans le cas de poutre creuses

La méthode à section rigide a été retenue pour les raisons expliquées précédemment. Cette méthode n'étant pas limitée au découpage d'une section rectangulaire, elle peut être modifiée, ou adaptée à certains cas particuliers, notamment dans le cas où l'axe neutre de la poutre n'est pas à l'intérieur de la matière de la poutre, ce qui est le cas de la majorité de poutres à section creuse, des poutres à section en C et à section en L.

Le problème dans cette situation est au niveau du découpage. Si l'on désire représenter parfaitement la silhouette de la poutre et non son contour convexe, alors il ne peut y avoir de point commun entre la poutre et la face du volume.

Un procédé a été mis en place pour résoudre ce problème. La silhouette de la poutre est découpée dans la face comme illustrée à la Figure 3.27. Après le maillage, on ajoute normalement les mini-poutres sur la face interne. Mais dans cette situation on ajoute une mini-

poutre de rigidité infinie entre le sommet de la poutre principale et un sommet aléatoire de la face interne. Puisque la face interne et la mini-poutre supplémentaire sont de rigidité infinie, le sommet choisi sur la face interne est sans importance, car tout le système est rigide.

La Figure 3.28 illustre un exemple simpliste d'un tel cas. Dans cette situation, une seule face a besoin d'être découpée, car un sommet n'est pas exigé au point de rencontre entre la poutre et le volume. Comme illustré à la Figure 3.28(b à e), si l'on applique une force au bout de la poutre la contrainte est bien redistribuée à la section de rigidité infinie.

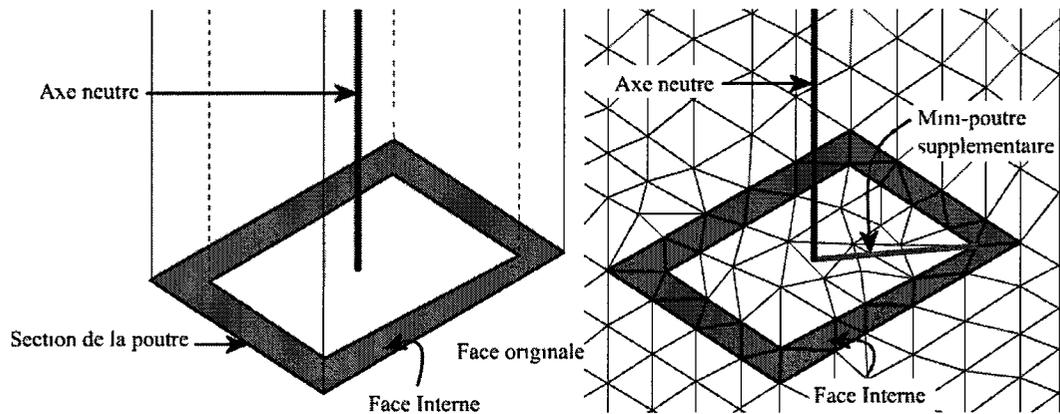


Figure 3.27 Concept d'une connexion arête-face a) Découpage de la section b) Ajout d'une mini-poutre supplémentaire

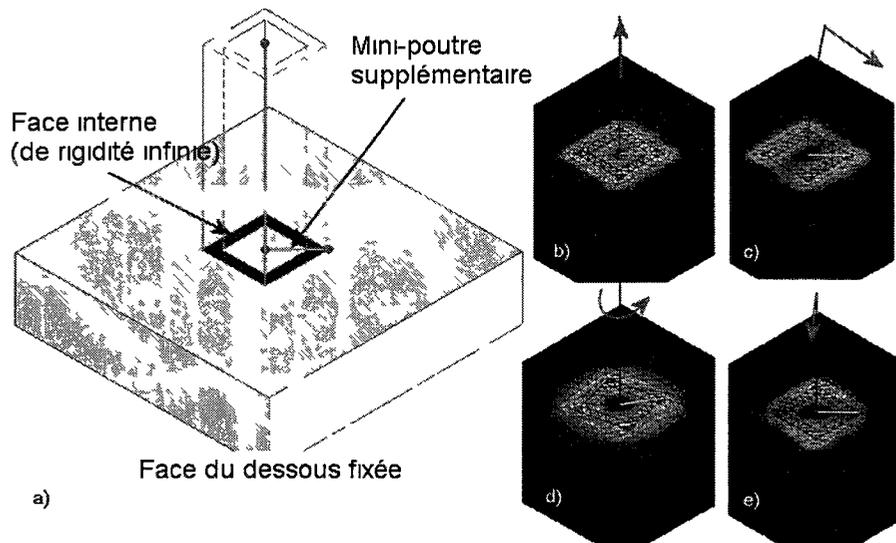


Figure 3.28 Cas particulier a) Modèle après découpage et avec la mini-poutre supplémentaire b) à e) Résultats de contraintes von Mises sous plusieurs cas de chargements

À noter que si la section n'était pas de rigidité infinie la technique exposée ici serait impossible puisqu'il n'y aurait qu'un seul nœud relié de façon rigide avec l'extrémité de la poutre. Le nœud diamétralement opposé à celui relié avec la mini-poutre supplémentaire n'aurait pas un déplacement équivalent.

Une comparaison des différentes méthodes a été effectuée de manière similaire à celle de la section 3.4.2.4. Un modèle semblable a été utilisé et il est illustré à la Figure 3.29a. Dans cette évaluation une poutre creuse est utilisée plutôt qu'une poutre carrée pleine. Une force est appliquée telle qu'illustrée sur la figure et la contrainte est notée sur la ligne d'évaluation identifiée sur la figure.

La Figure 3.29b illustre la contrainte sur la ligne d'évaluation et compare plusieurs méthodes capables de traiter les études multidimensionnelles. Un nombre accompagne le nom des courbes sur le graphique, celui-ci représente la norme  $L_2$  décrite précédemment qui quantifie l'écart entre une courbe et une référence.

On constate très aisément sur cette figure que la méthode à section rigide est celle qui cible le mieux la contrainte du modèle de référence; en fait, c'est la seule méthode qui peut suivre la forme de la courbe de référence, les autres méthodes ayant tendance à concentrer la contrainte au centre. La norme  $L_2$  prouve qu'il y a effectivement un écart très important entre les différentes courbes. Les valeurs de la courbe utilisant la méthode de la section rigide sont d'ailleurs plus de 7800 fois plus petits que les valeurs obtenues avec la méthode des équations de contrainte (qui est la méthode la plus précise parmi les alternatives évaluées). Ici ces résultats s'expliquent facilement par la section creuse de la poutre, les méthodes alternatives tendent à concentrer la contrainte à cet endroit alors que les méthodes développées pour cette recherche concentrent la contrainte sur la silhouette de la poutre.

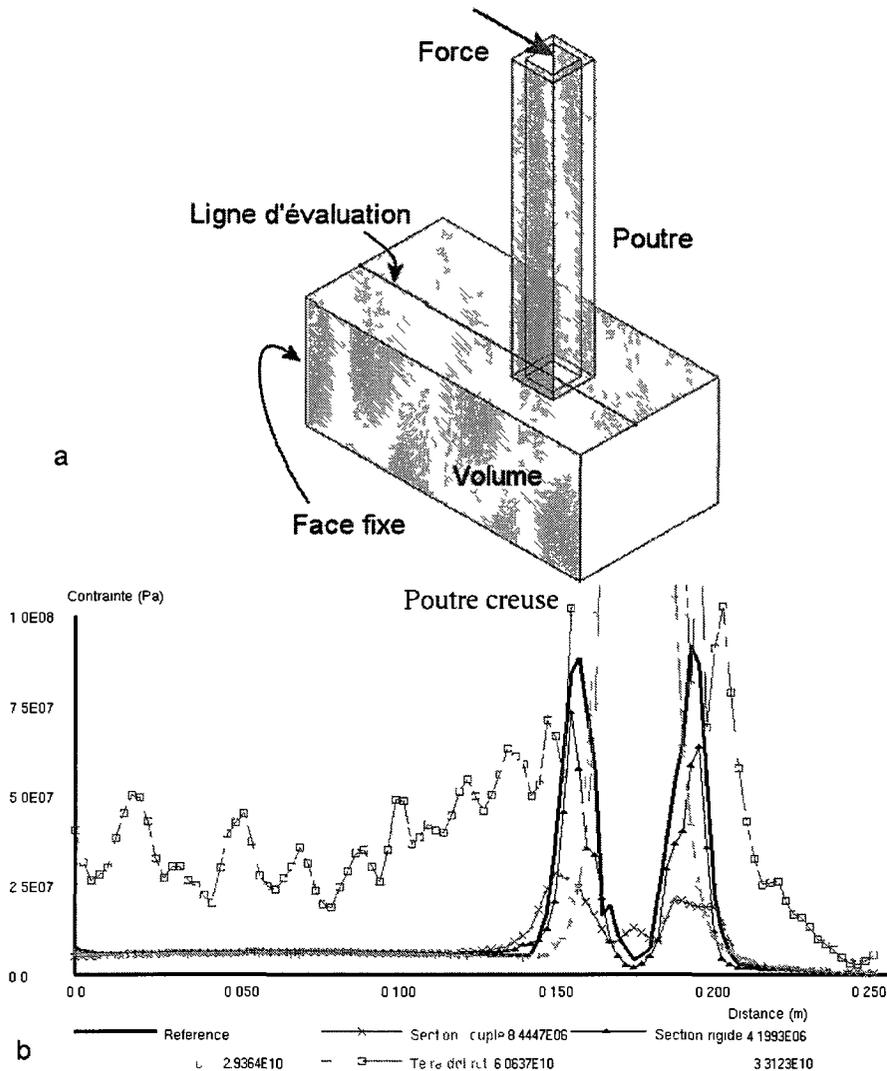


Figure 3.29 Évaluation des connexions poutre-volume avec une poutre à section creuse a) Modèle évalué b) Graphique de comparaison

Cette technique ne peut pas fonctionner dans un cas très précis, soit lorsqu'il n'y a pas de nœuds sur la section de la poutre. C'est le cas des poutres à section circulaire creuse, ou des sections elliptiques creuse. En effet, la mini-poutre supplémentaire doit relier le sommet de la poutre principale avec un sommet de la silhouette découpée dans la face du volume (ou de la coque); une section circulaire n'a pas un tel sommet.

Dans cette situation il faut donc couper la face interne ou une des arêtes en deux parties pour faire apparaître un nœud quelconque sur la face interne. La Figure 3.30 montre un exemple de ceci. Une poutre à section circulaire creuse connecte un volume. Si la section de la poutre est

découpée normalement et en une seule opération, il ne peut y avoir de nœud sur lequel attacher la mini-poutre supplémentaire. La face a donc été découpée en deux pour faire apparaître un nœud (le sommet identifié sur la Figure 3.30).

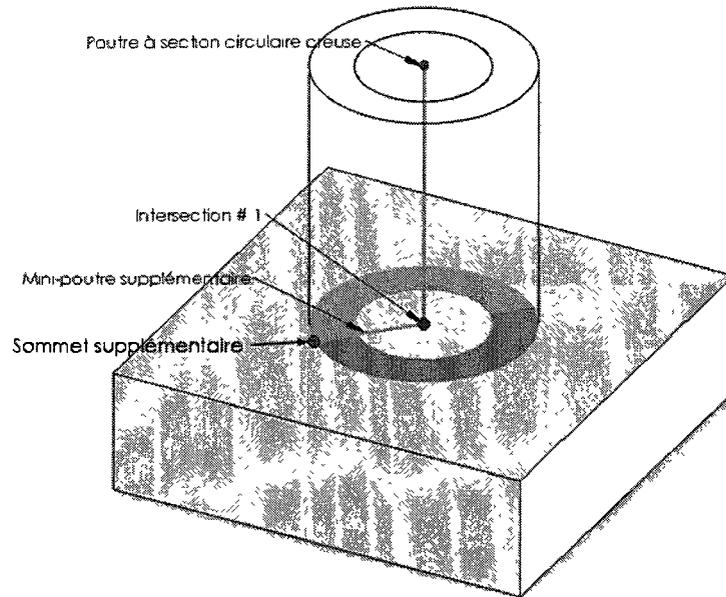


Figure 3.30 Exemple d'un découpage de face circulaire pour faire apparaître un nœud

### 3.4.2.5 Application aux cas de connexion poutre-volume

La méthode pour coupler les poutres et les volumes se base sur l'approche à section rigide décrite plus haut. Elle se divise en deux opérateurs principaux.

Le premier opérateur est le découpage de la géométrie, la face du volume connectant la poutre est découpée deux fois; ceci entraîne généralement la création de deux nouvelles faces, donc trois faces remplaçant la face originale. La forme découpée est identique à la section de la poutre (silhouette de la poutre). Comme expliqué précédemment, le découpage sert à introduire un sommet au point d'intersection avec la poutre et à délimiter une zone identique à la section de la poutre servant au positionnement des mini-poutres.

Si la poutre croise une face d'un volume qui est circulaire ou gauche, les faces internes découpées suivront la courbure de cette face. La partie de gauche de la Figure 3.31 illustre

ceci. Une poutre à section en I croise une face circulaire d'un volume. La section découpée dans le volume est la silhouette de la poutre, soit une projection (perpendiculaire à la normale de la poutre au point d'intersection) sur la face de la section en I. Le même principe est utilisé lorsqu'une poutre est inclinée par rapport à la face qu'elle croise. La Figure 3.31 illustre une poutre à section circulaire croisant une face planaire. Mais puisque cette poutre est inclinée, la section découpée est une ellipse.

Le second opérateur intervient après l'opération de maillage. Lorsque les deux faces internes sont maillées, on identifie tous les segments des triangles composant les deux faces et on y superpose une mini-poutre de rigidité infinie.

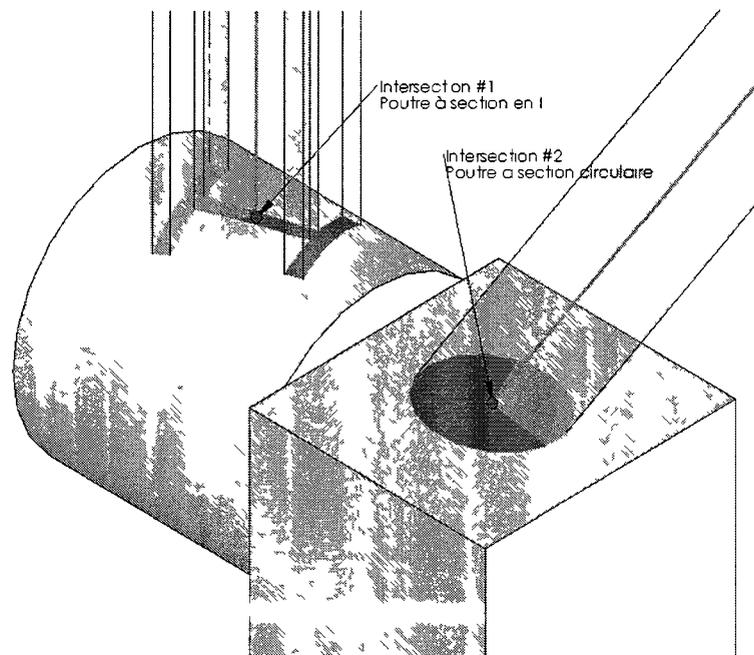


Figure 3.31 Connexions arête-face

### 3.4.2.6 Application aux cas de connexion poutre-coque

Le problème de continuité du maillage peut être résolu grâce à la méthode de découpage de face expliquée aux sections précédentes. Cette technique a pour but de faire apparaître un nœud au point d'intersection entre la poutre et la coque.

Les nœuds des poutres et des coques ont chacun six degrés de liberté. Donc en principe seul le problème d'assemblage des maillages est présent. Cependant, dans la situation où un seul nœud sert de contact entre la coque et la poutre, une grande concentration de contrainte peut apparaître après la phase de calcul comme illustré à la Figure 3.32b. Sur la figure, une poutre à section en I rencontre une coque en un nœud commun. Le nœud de la coque commun à la poutre subit alors toute la charge retransmise par la poutre, ce qui est équivalent à une charge ponctuelle.

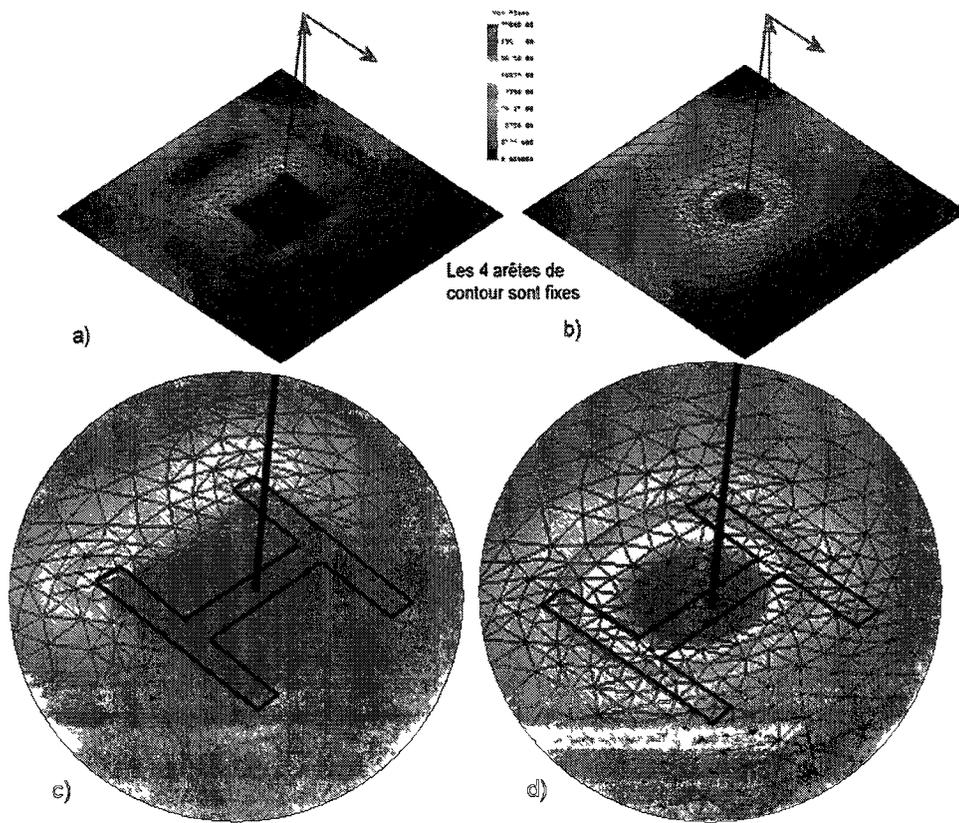


Figure 3.32 Intersection poutre coque a) Version avec mini-poutres b) Modèle sans mini-poutres c) et d) Agrandissements avec la silhouette de la poutre accentuée

Pour pallier à ceci, la méthode de l'approche à section rigide est utilisée même dans le cas poutre-coque. La section infiniment rigide élimine l'effet de charge ponctuelle. Ceci peut être observé à la Figure 3.32a. Le modèle de la Figure 3.32a a exactement les mêmes conditions

aux limites que celui de la Figure 3.32b ainsi que le même maillage. Mais cette fois-ci des mini-poutres de rigidité infinie sont superposées à la silhouette de la poutre. On constate que la contrainte est redistribuée sur le contour de la section plutôt que concentrée au point d'intersection. Cette situation est semblable à la méthode dépendante de la section, suggérée par Craveur [Craveur et Marceau, 2001] et décrite à la section 2.3.5.4.5.2.

### 3.4.3 Connexions face-face

Cette catégorie regroupe les connexions coque-coques et coque-volumes. Une méthode semblable peut être appliquée pour ces deux types de connexion avec quelques modifications mineures dans chaque cas.

#### 3.4.3.1 Principe

Le concept utilisé pour les connexions arête-face (voir Figure 3.4) peut être exporté au cas des intersections entre faces. Dans ce type d'intersection, un simple nœud au point d'intersection ne suffit pas, il faut une arête commune entre les deux entités. Dans le concept de la Figure 3.4, un sommet avec un maillage unique (un seul nœud) appartient à la face et à l'arête. Dans le cas des intersections coque-volume, le même concept est utilisé, cependant il y a une arête commune et non un sommet commun.

Le principe est illustré à la Figure 3.33. Une coque croise la face d'un volume ou d'une autre coque. Pour obtenir un maillage continu entre les deux entités, on doit avoir une arête commune entre les deux entités originales. On doit de plus s'assurer qu'il n'y ait qu'un seul maillage sur cette arête. Pour créer cette arête, on procède à un découpage de la face du volume tel qu'illustré à la Figure 3.33. Les deux nouvelles faces partagent une arête avec la coque.

L'ajout de mini-poutres est semblable au principe décrit à la section 3.4.2, elles sont ajoutées au maillage autour de l'arête commune pour empêcher un effet de penture. Les mini-poutres servent à solutionner le problème des ddl dans le cas des connexions coque-volume et

permettent de mieux distribuer la contrainte dans le cas des connexions coque-coque comme il sera démontré plus bas.

Un découpage de face quasi aléatoire comme celui de la Figure 3.33 est difficile à automatiser et peut générer des résultats bien différents de la réalité causé par la position des mini-poutres qui est dépendante du maillage. Un principe semblable à celui des connexions arête-face est alors utilisé, soit de découper dans le volume la forme qu'aurait la coque à cet endroit si elle était modélisée en 3D, puis de rigidifier ces faces avec des mini-poutres.

La première étape est donc de découper la forme de la section de la coque, pour faire apparaître l'arête commune ainsi qu'un endroit pour placer des mini-poutres. Un exemple de ce découpage est visible à la Figure 3.34b. La Figure 3.34a illustre le modèle original tridimensionnel.

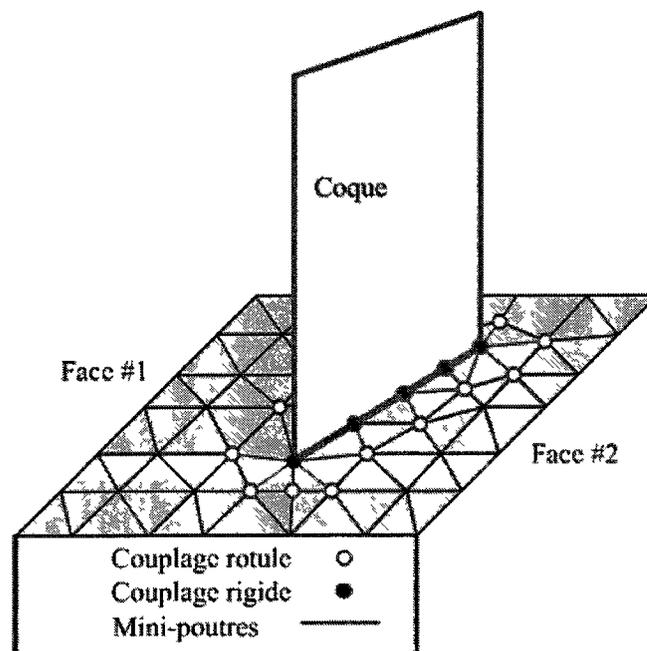


Figure 3.33 Principe pour le couplage coque-volume

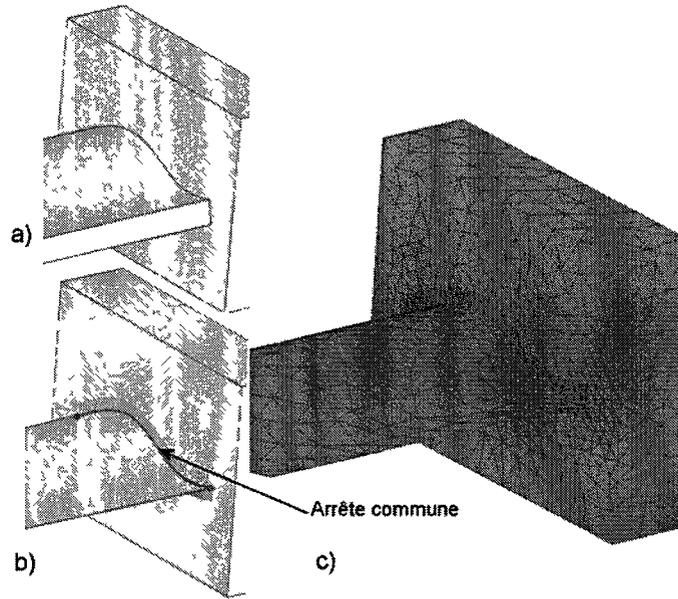


Figure 3.34 Connexions coque-volume a) Modèle original en 3D b) Modèle idéalisé après découpage de faces c) Modèle après le maillage

À la seconde étape, on ajoute une mini-poutre sur chaque arête de chaque triangle du maillage des faces internes. Ceci dans le but d'obtenir une section de rigidité infinie. Les mini-poutres sont de rigidités infinies tout comme les mini-poutres de l'approche à section rigide.

La zone de rigidité infinie pose cependant quelques problèmes, car contrairement aux intersections poutre-volume, cette zone subit parfois des déformations non négligeables. La section suivante explique le phénomène et la solution plus en détail.

### 3.4.3.2 Mini-poutres orientées

Contrairement aux connexions arête-face où une section infiniment rigide est une approximation intéressante, dans le cas d'une connexion face-face la section doit parfois plier un peu. La Figure 3.35 illustre le phénomène dans le cas d'une connexion coque-volume. La pièce est formée de l'union d'une base constituée d'un matériau très mou (Caoutchouc) et d'une coque perpendiculaire constituée d'un matériau très rigide (acier). La partie supérieure (celle pouvant être modélisée comme une coque) subit trois forces causant une certaine flexion. Une face à gauche est fixée pour stabiliser le modèle, cependant puisque les forces se

balançant elle n'a pas d'impact notable sur la contrainte. À la Figure 3.35a la pièce est modélisée en 3D. À noter qu'avant déformation la coque est plane.

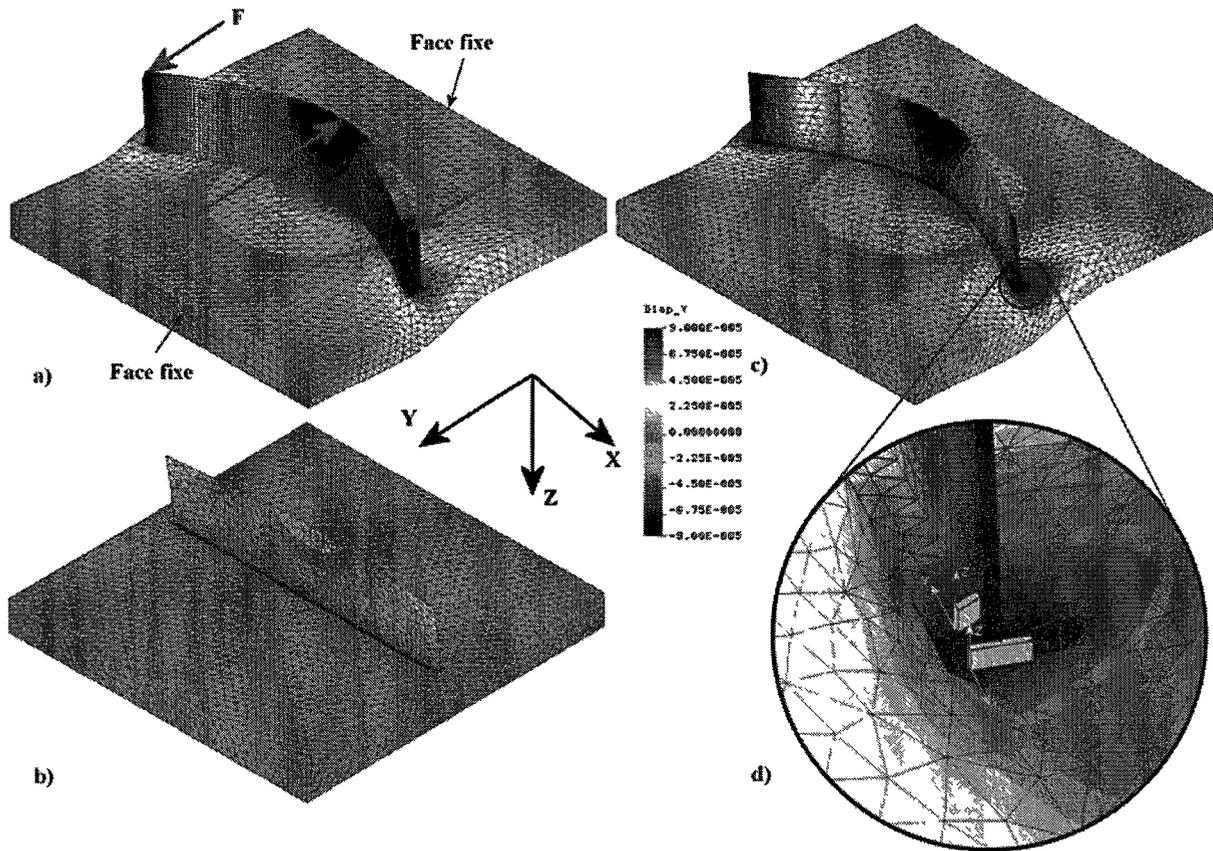


Figure 3.35 Intersection coque-volume, affichage des déplacements selon l'axe Y a) Modèle 3D b) Modèle avec mini-poutres infiniment rigides c) Modèle avec des mini-poutres orientées d) Agrandissement d'une zone et dessin de l'orientation des mini-poutres

La Figure 3.35b illustre les déplacements en Y avec amplification des déformations d'une étude multidimensionnelle dont la coque a été idéalisée. Ce modèle a été traité avec la méthode décrite plus haut. Après l'étape de découpage de la géométrie, des mini-poutres infiniment rigides sont ajoutées aux faces internes puis le calcul est effectué. Le résultat des déplacements dans la direction des Y est visible à la Figure 3.35b.

En comparant les résultats, il est évident que le modèle multidimensionnel ne retourne pas des résultats semblables aux résultats obtenus avec l'étude 3D. L'inflexibilité de la section remplie de mini-poutres en est la cause.

La solution consiste à orienter les mini-poutres pour leur permettre de plier dans une direction tout en demeurant rigide dans l'autre. La Figure 3.35d illustre schématiquement l'orientation des mini-poutres. Le moment d'inertie de chaque mini-poutre est infini dans une direction ( $I_x$  sur la Figure 3.36) et nulle dans la direction perpendiculaire ( $I_y$ ). L'aire de section des mini-poutres est également nulle pour éviter une rigidité supplémentaire. On constate à la Figure 3.35c que la section peut ainsi se déformer de façon semblable au modèle 3D.

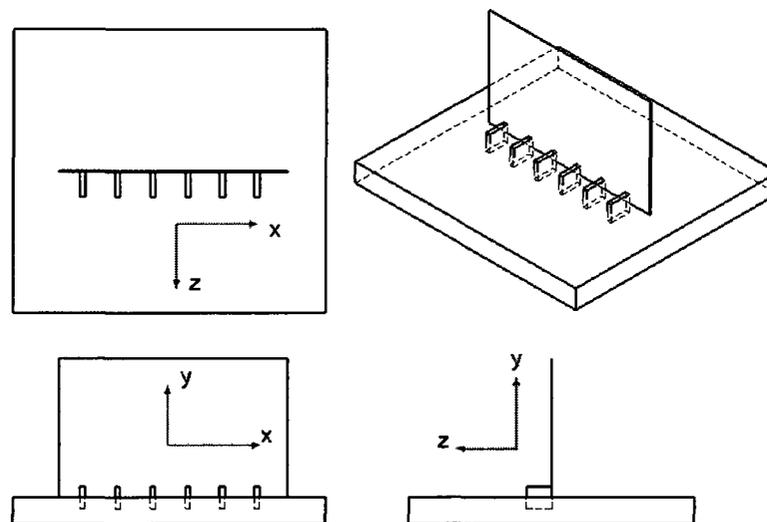


Figure 3.36 Orientation des mini-poutres

Des tests ont été réalisés pour déterminer l'influence des paramètres d'inertie des mini-poutres, puisque des valeurs nulles et infinies sont impossibles à obtenir de façon pratique. Pour ce faire, l'exemple de la Figure 3.35 a été refait avec plusieurs valeurs d'inertie pour les mini-poutres. Ces valeurs ont été comparées avec un modèle composé uniquement d'éléments volumiques. Le graphique de la Figure 3.37 illustre les résultats des tests. Les valeurs du déplacement en Y ont été notées à une centaine de points le long de la ligne d'intersection entre le volume et la coque. Quatre études avec des valeurs d'inertie de mini-poutres

différentes sont comparées à deux études 3D, une avec des éléments tétraédriques linéaires et une avec des éléments tétraédriques quadratiques très raffinés.

Plus l'inertie des mini-poutres est faible, plus la section tend à se déformer. Lorsque l'inertie  $I_{yy}$  des mini-poutres est de  $1 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ , celle-ci peut être considérée (dans le cas présent) comme infiniment grande car la section ne se déforme pas. Lorsque l'inertie passe à  $1 \times 10^{-16} \text{ m}^4$ , le déplacement est légèrement supérieur à l'étude très raffinée. Il est à noter cependant qu'une étude de convergence sur le modèle 3D a déterminé que le déplacement tend à croître lorsque l'on raffine le maillage.

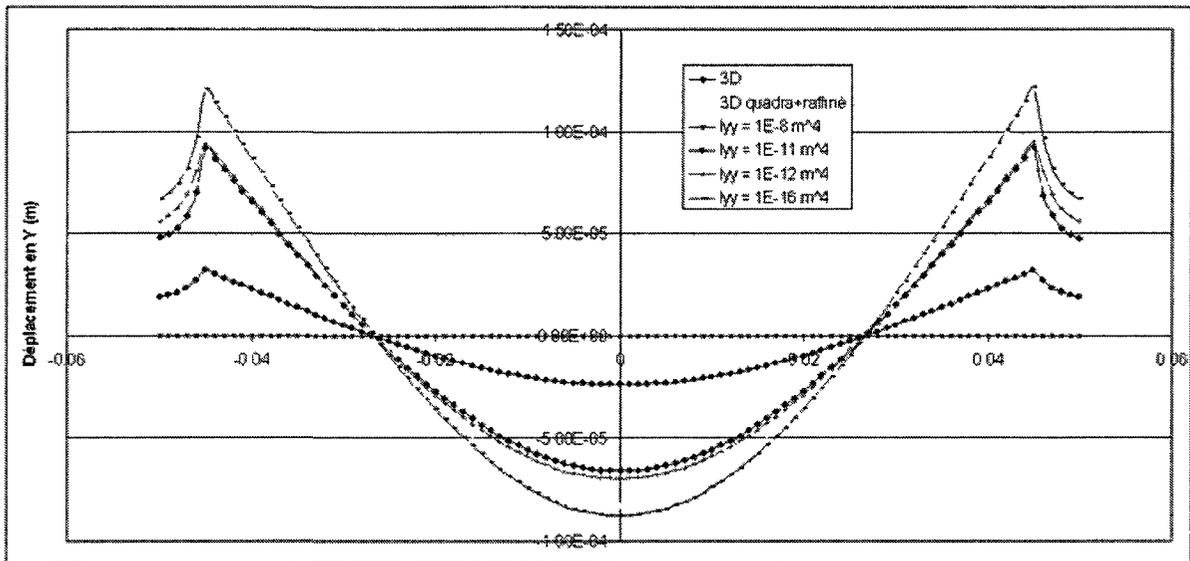


Figure 3.37 Graphique du déplacement en Y, comparaison de plusieurs rigidités de mini-poutres

En pratique, cela signifie que plus l'inertie des mini-poutres est grande, meilleurs sont les résultats. Cependant, si l'on met une valeur vraiment très grande, ces valeurs peuvent être la source d'erreurs numériques lors de la résolution de la matrice de rigidité. La valeur de l'inertie est donc ajustée en fonction de l'épaisseur de la coque dans le même ratio que l'exemple présenté plus haut.

Une autre évaluation a été réalisée, semblable à celle utilisée pour les poutres et décrite à la section 3.4.2.4. Le modèle, incluant les conditions aux limites et la ligne d'évaluation sont illustrés à la Figure 3.38a. Un graphique (Figure 3.38b) compare la contrainte calculée sur la ligne d'évaluation. Les chiffres qui accompagnent le nom des courbes sont l'évaluation de la norme  $L_2$  entre la courbe et la référence.

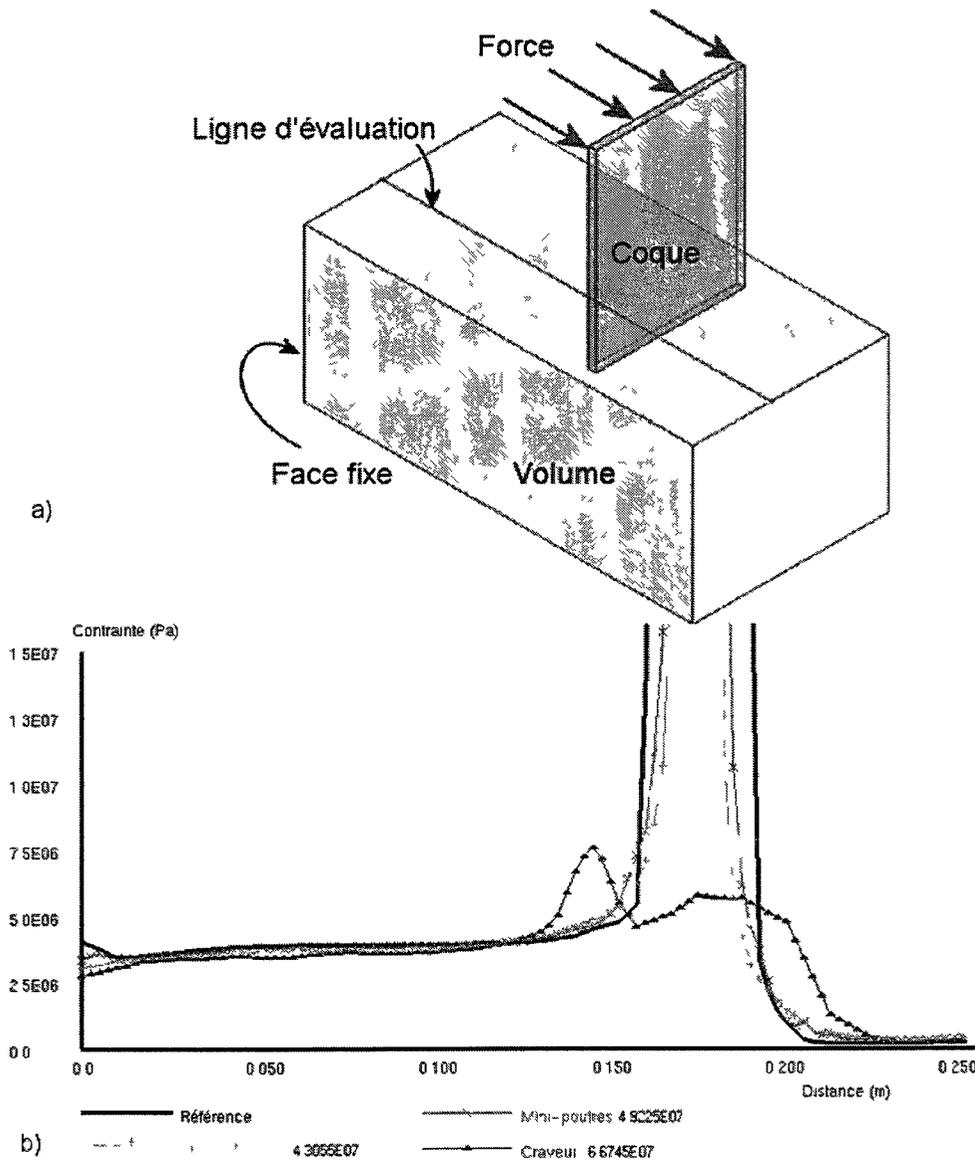


Figure 3.38 Évaluation des connexions coque-volume a) Modèle b) Graphique de comparaison des contraintes

On constate que la méthode des mini-poutres orientées se rapproche de la référence avec un niveau de précision comparable aux autres approches dans cette situation. La norme  $L_2$  favorise légèrement la méthode des équations de contraintes ( $4.3E7$  contre  $4.9 E7 \times 10^6$  Pa  $\square m$ ). L'écart est de 12% à cet endroit précis, cependant si la ligne d'évaluation était à un autre endroit les résultats seraient différents, il est donc impossible avec un tel écart et une seule courbe de statuer sur la meilleure méthode. Les trois méthodes dans ce cas-ci arrivent à résoudre les deux problèmes majeurs avec des résultats acceptables.

À noter que la méthode de la section rectangulaire souple n'a pas été adaptée aux connexions coque-volume et que la méthode utilisant des tétraèdres à ddl en rotation ne fonctionne pas dans cette situation.

### **3.4.3.3 Connexions coque-volume**

La méthode expliquée précédemment peut être utilisée intégralement dans le cas des intersections de type coque-volume. Les deux exemples suivants démontrent la méthode dans le cas d'une coque modélisée en partie avec des éléments tétraédriques et en partie avec des éléments de type coque. La Figure 3.39a illustre la contrainte von Mises de la coque lorsqu'une pression unitaire est appliquée à une extrémité de la coque. Figure 3.39b quant à elle montre la même coque, mais cette fois-ci une force engendre une contrainte en flexion dans la coque.

Tout comme les connexions de type poutre-volume, la méthode lorsqu'appliquée aux intersections de type coque-volume fait apparaître de très faibles discontinuités de contraintes au niveau de l'interface dimensionnelle. Les erreurs proviennent en bonne partie du fait que les valeurs de rigidité nulle et infinie sont impossibles à obtenir dans le logiciel. Ces discontinuités sont cependant faibles et n'influencent pas la contrainte à une certaine distance de l'interface dimensionnelle. À noter que l'effet constaté à la Figure 3.26 ne se reproduit pas ici puisque la section n'est pas complètement rigide. Puisque les mini-poutres ont une aire de section nulle, la zone remplie de mini-poutres est libre de se contracter ou de se dilater.

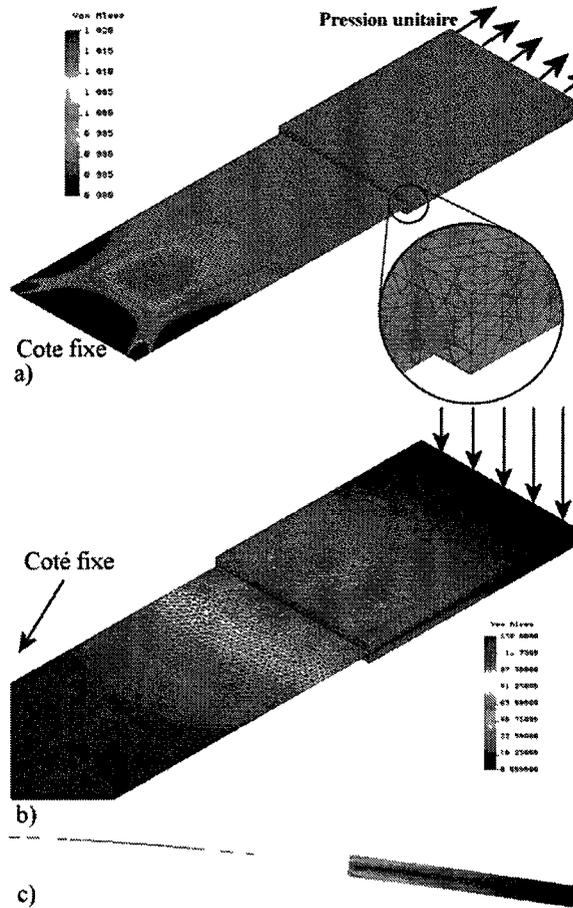


Figure 3.39 Exemple d'une coque modélisée partiellement en 2D a) Contrainte de von Mises, coque sous tension b) Contrainte de von Mises, coque en flexion c) Vue de coté de la coque en flexion

### 3.4.3.4 Connexions coque-coque

La méthode de traitement des connexions face-face est appliquée dans le cas des connexions coque-coques. Il y a cependant quelques détails qui diffèrent de la méthode traitant les cas d'intersections entre coques et volumes. La différence vient principalement du premier opérateur, soit le découpage des faces. Dans le cas des connexions coque-coques, les deux entités se croisant peuvent être découpées (et non juste la face du volume dans le cas coque-volume). L'opérateur d'ajout de mini-poutres quant à lui, n'est pas affecté.

L'opération de découpage dans un cas de connexion coque-coque génère deux faces dans la coque de base (voir Figure 3.40). En plus des faces, cette opération de découpage fait

apparaître une arête commune aux trois faces, soit la coque coupante et les deux faces internes de la coque de base. Cette arête est maillée juste une fois et chacune des trois faces et ce maillage sont réutilisées trois fois pour le maillage des trois faces. À noter que pour cet exemple, la coque de base réfère à la coque sur laquelle un algorithme de découpage est employé (la coque dans laquelle les faces internes sont découpées). La coque coupante quant à elle est la coque qui définit la zone qui sera découpée sur la coque de base.

La seconde étape consiste à ajouter les mini-poutres orientées aux faces internes de la coque de base pour simuler l'effet de largeur de la coque coupante. Ces mini-poutres sont ajoutées sur chaque arête du maillage de chacune des faces internes. Tout comme dans le cas coque-volume, elles sont orientées en fonction de la normale des faces internes. La Figure 3.41 compare trois modèles. Celui de la Figure 3.41a est le modèle 3D, le modèle de la Figure 3.41b utilise des mini-poutres orientées et le modèle de la Figure 3.41c n'utilise pas les mini-poutres. On peut voir sur cette figure l'utilité des mini-poutres pour éloigner la contrainte de l'arête commune aux trois faces.

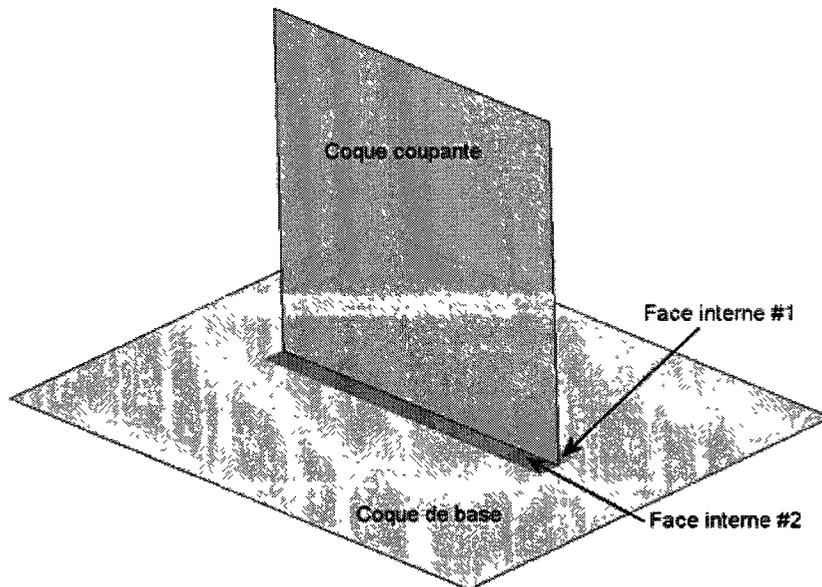


Figure 3.40 Exemple d'intersection coque-coque simple

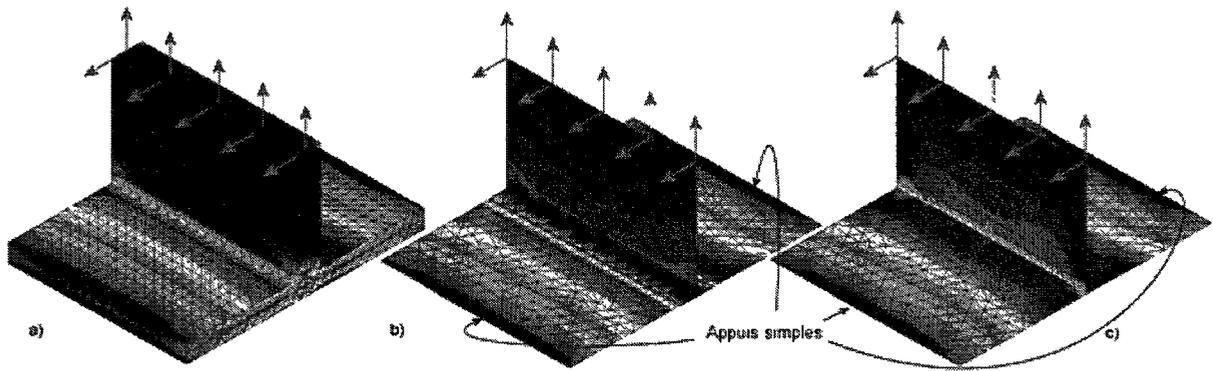


Figure 3.41 Exemple de connexions coque-coque a) Modèle 3D b) Modèle réalisé avec l'utilisation de mini-poutres c) Modèle sans mini-poutres

La différence entre la coque de base et la coque coupante est simple à voir dans l'illustration de la Figure 3.40 car une seule des deux coques doit être coupée pour faire apparaître l'arête commune. Dans certains cas cependant il est difficile, voire impossible, de déterminer une coque de base et une coque coupante, ce qui donne lieu à certains cas particuliers.

Il est possible d'argumenter sur le fait que si les faces représentant les coques modélisent en fait la fibre médiane de la coque, alors les deux faces devraient avoir une certaine zone remplie de mini-poutres comme illustré à la Figure 3.42. Si cependant toutes les faces internes sont remplies de mini-poutres, alors il n'y a aucune direction dans laquelle la section est libre de bouger. Ceci a pour effet de rendre la section complètement rigide. Dans la situation où la rigidité supplémentaire représente un problème, il est préférable de modéliser l'intersection en 3D pour alors faire apparaître des connexions de type coque-volume plutôt que des intersections de type coque-coque.

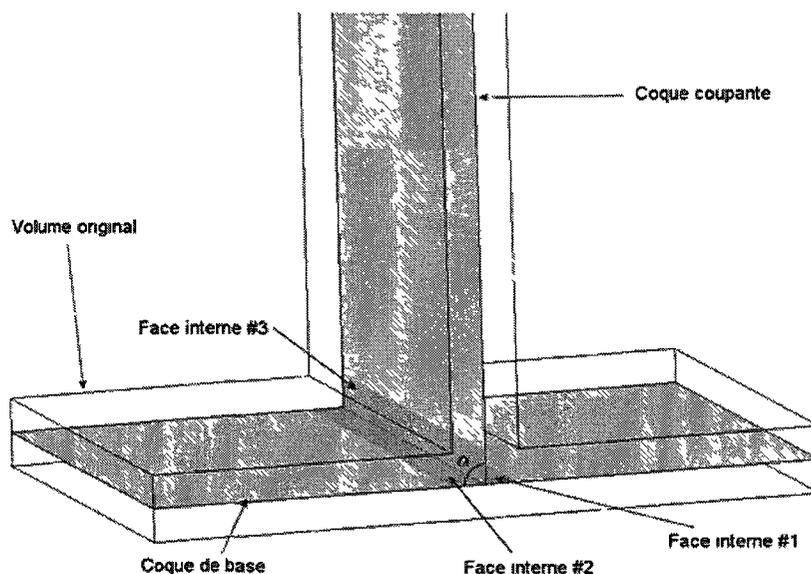


Figure 3.42 Exemple où les faces internes sont coupées dans les deux coques

### 3.4.4 Cas particuliers de connexion

Les méthodes décrites plus haut ont été développées pour des cas standard de connexions entre entités. Il existe cependant plusieurs cas de connexions non standard qui doivent tout de même être traités. Ceux-ci demandent des modifications parfois mineures, mais parfois majeures aux méthodes décrites plus haut. Ces cas sont regroupés ici par type de cas de connexion. Si des modifications doivent être apportées aux opérateurs de base elles seront décrites en détail dans cette section. À noter qu'il n'y a aucun cas particulier pour ce qui est des connexions arête-arête (poutre-poutre) car la méthode de base peut traiter tous les cas de figure.

#### 3.4.4.1 Connexion arête-face

##### 3.4.4.1.1 Connexion sur un sommet de la face ou sur une arête

Lorsque la poutre coupe le volume au niveau d'une arête ou d'un sommet, le découpage de la face du volume doit tout de même avoir lieu. La forme découpée est alors la partie de la silhouette de la poutre qui toucherait normalement la face du volume. La Figure 3.43 illustre ces deux situations. Dans certains cas la face du volume n'a besoin d'être découpée qu'une seule fois, notamment lorsque l'intersection est au niveau d'un sommet du volume. Puisqu'il n'y a pas de problème d'assemblage du maillage (il y a un sommet au point d'intersection sur

le volume), seule une face est nécessaire pour délimiter la zone où les mini-poutres sont placées.

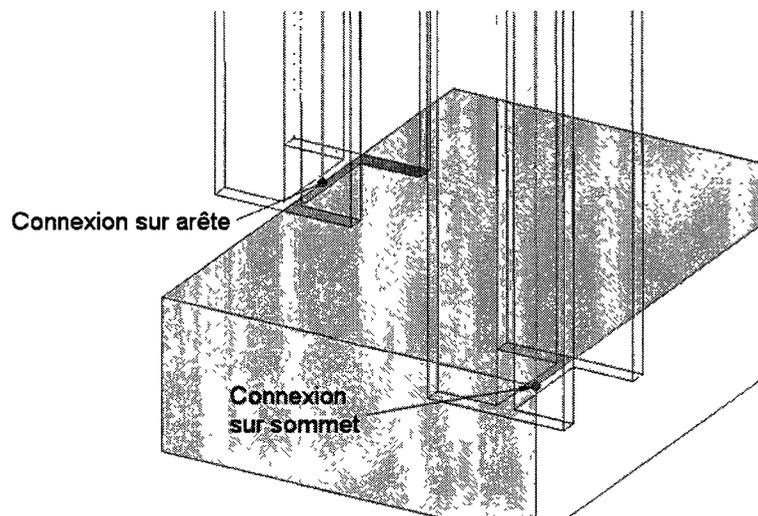


Figure 3.43 Cas d'intersection poutre-volume. Les silhouettes des poutres originales sont illustrées en transparent, elles ne font pas partie du modèle

#### 3.4.4.1.2 Poutre reposant sur la surface de la face

Lorsqu'une poutre repose à plat en tout ou en partie sur une face d'un volume, comme illustré à la Figure 3.44, l'étape de découpage de la géométrie doit être modifiée. Une arête doit être commune à la poutre et au volume, celle-ci devant être maillée une seule fois. Si la poutre dépasse de la face du volume (partie de gauche sur la Figure 3.44), celle-ci doit être coupée de façon similaire aux intersections poutre-poutre car il doit y avoir un sommet commun entre la poutre et le volume.

Une face interne supplémentaire est coupée sur la face du volume, la forme de cette face est sans importance, mais elle doit avoir une arête qui est identique à l'arête de la poutre pour la future étape de fusion. Cette face interne supplémentaire ne doit pas recevoir de mini-poutres car la rigidité à cet endroit est garantie par la poutre elle-même.

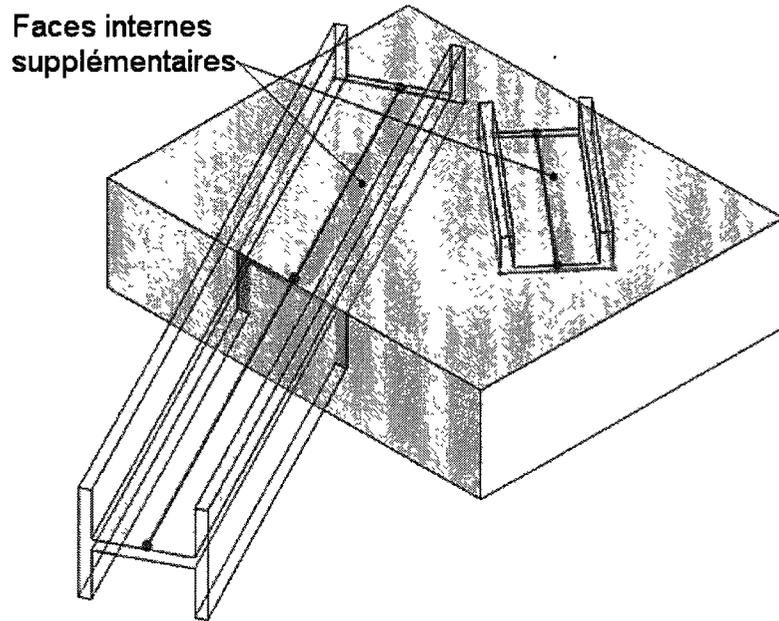


Figure 3.44 Exemple de poutre à plat sur une face

Ce cas particulier peut poser certains problèmes, car il n'y a pas de façon pour différencier un cas où la poutre repose sur la face du volume et un cas où l'axe neutre de la poutre repose sur la face du volume. Ce problème est dû principalement à l'idéalisation du modèle, si une haute précision est requise à cet endroit, il est recommandé de modéliser la zone de contact en 3D.

Dans les deux cas illustrés à la Figure 3.44, la torsion de la poutre peut causer des problèmes. Dans le cas de la poutre de gauche, la moitié de la section de la poutre est dessinée sur la face de gauche car il y a une intersection poutre-volume là où la poutre est presque perpendiculaire à la face, il y a donc une intersection avec faces internes remplies de mini-poutres. Si cette poutre est sous contrainte de torsion alors cette torsion sera reprise uniquement par les deux faces internes, ce qui n'est probablement pas le cas en réalité.

Le cas de la poutre de droite est particulièrement problématique en cas de torsion puisque la torsion génère des rotations au niveau des nœuds de la poutre alors qu'aucun nœud du volume ne peut prendre en compte ces rotations. La solution à ce problème pourrait être d'ajouter des mini-poutres orientés sur la (ou éventuellement les) face interne. Les mini-poutres orientées ont une inertie infinie dans une direction, mais une inertie nulle dans l'autre. Cette solution

potentielle doit cependant être rejetée, car même les mini-poutres orientées ajoutent de la rigidité dans une certaine direction.

La même situation peut également se produire dans le cas d'une connexion entre une poutre et une coque; le traitement est alors légèrement différent. Si la poutre, au niveau du point d'intersection, repose sur la surface de la coque, ou n'a qu'un petit angle de différence. Il est alors impossible de découper la silhouette de la poutre puisque celle-ci traverserait la coque (dans le cas d'une face plane). Ce type de connexion est illustré à la Figure 3.45, il est nommé connexion «coque de coté» dans ce document.

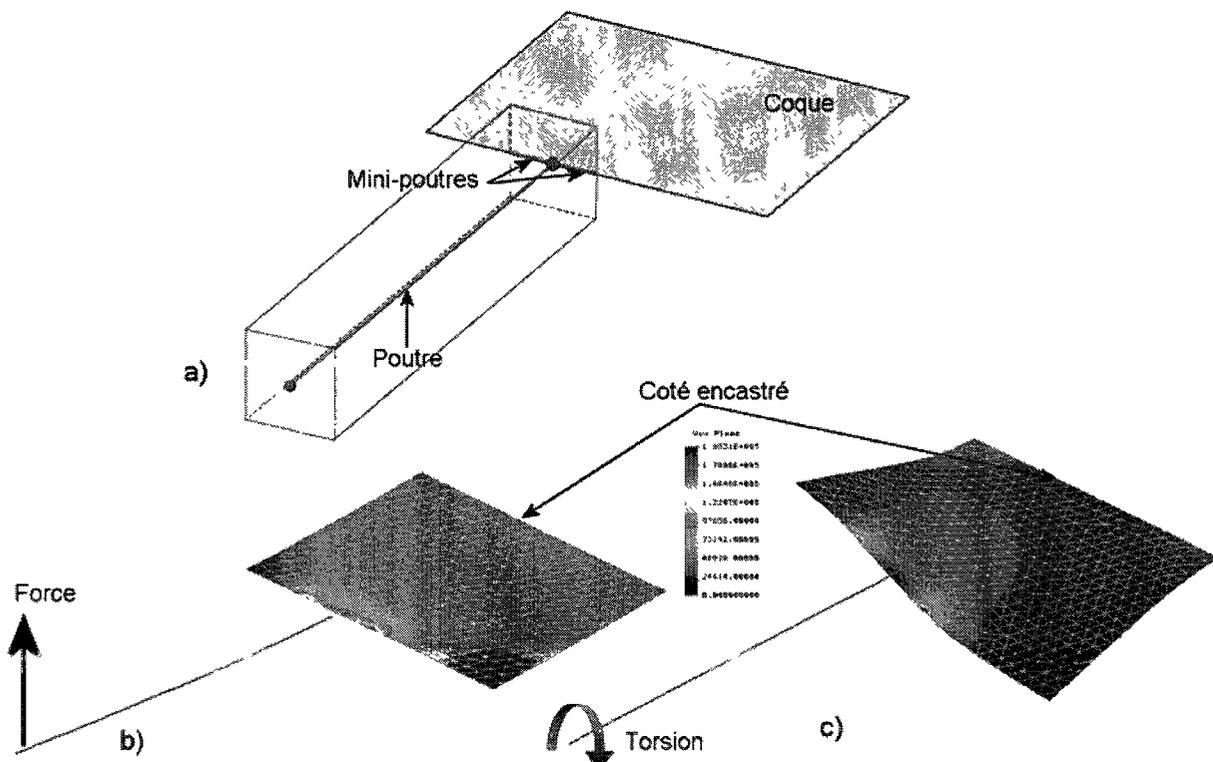


Figure 3.45 Poutre reposant sur la même surface que la coque a) Découpage de la géométrie b) Contrainte de von Mises sous une charge en flexion c) Contrainte von Mises sous une charge en torsion

La solution pour ce cas particulier est de découper l'arête de la coque pour faire apparaître deux nouvelles arêtes comme illustrées à Figure 3.45a. Ce découpage sert à créer un sommet au point d'intersection entre la coque et la poutre. Les deux nouvelles arêtes ont une longueur équivalente à la largeur qu'aurait le contour convexe de la poutre au point d'intersection.

Même s'il y n'y a pas de problèmes de correspondance des degrés de libertés entre le nœud d'extrémité de la poutre et celui de la coque, des mini-poutres supplémentaires sont ajoutées sur les arêtes de la coque comme illustrée à Figure 3.45a. Ces mini-poutres délocalisent la contrainte du point d'intersection. Deux exemples de résultats sont illustrés, soit un cas où une poutre en flexion rejoint la coque (Figure 3.45b) et un cas où la poutre est en torsion (Figure 3.45c).

### **3.4.4.2 Connexion face-face**

#### **3.4.4.2.1 Ligne d'intersection discontinue**

Dans certains cas, l'algorithme de découpage de la face du volume doit être modifié. Le but de l'étape de découpage est double, soit de délimiter une zone à recouvrir de mini-poutres et de générer une arête commune à la coque et au volume. Dans certaines situations cependant, une seule arête continue est insuffisante pour lier les deux entités. Un exemple d'une telle situation peut être observé à la Figure 3.46. Une seule arête ne peut être utilisée pour unir la coque et le volume tout en garantissant un maillage compatible entre les deux entités. Dans ce genre de situation, il faut également couper l'arête de la coque. Pour l'exemple illustré à la Figure 3.46, l'arête de la coque doit être coupée en quatre parties. Deux de ces quatre arêtes sont communes à la coque et au volume alors que les deux autres appartiennent uniquement à la coque.

#### **3.4.4.2.2 Intersection sur une arête**

Un cas particulier se produit lorsque deux coques se connectent au niveau de leurs arêtes. Si les deux arêtes sont superposées, ce qui est le cas de l'exemple de la Figure 3.47a, alors il est possible de découper deux faces internes à l'intérieur des coques et de superposer des mini-poutres sur ces faces.

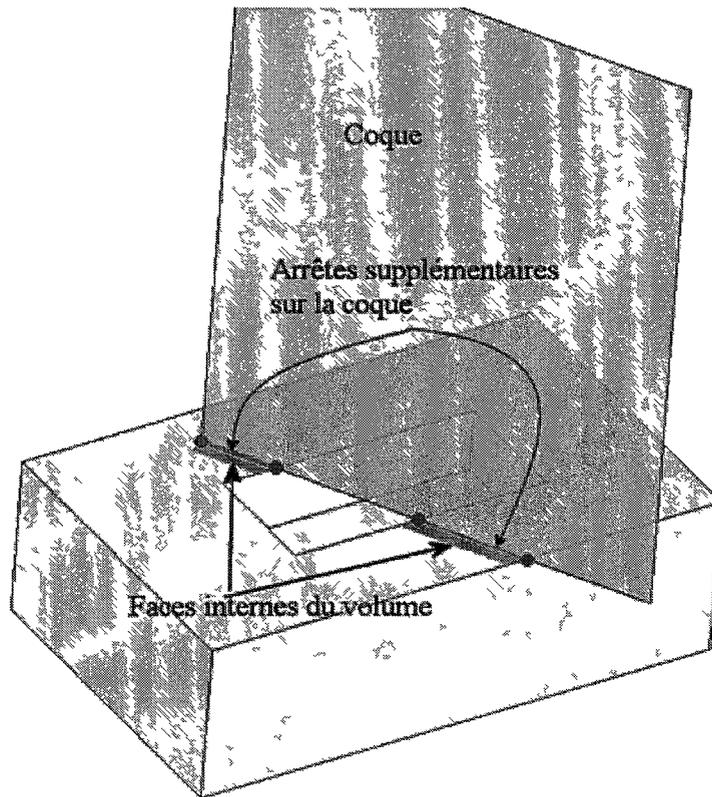


Figure 3 46 Cas d'intersection coque-volume où la coque doit être découpée

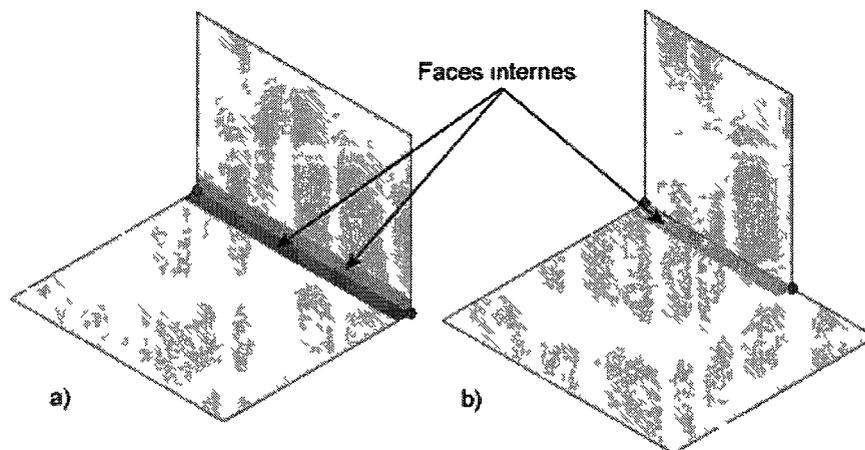


Figure 3 47 Exemples d'intersections coque-coque a) Intersection sur une arête commune b) Intersection nécessitant un découpage

Une alternative à ceci est lorsque les arêtes des deux coques ne se sont pas de la même longueur. Il est alors possible (dans la majorité des cas) de déterminer une coque coupante et une coque de base. Dans ce cas, seule la coque de base est découpée. Une seule face interne apparaît alors et on peut la recouvrir de mini-poutres orientées. Ceci revient à la situation de base.

Dans les deux cas, la méthode ajoute une certaine rigidité à la section qui n'est pas nécessairement souhaitable. L'ajout de mini-poutres est donc optionnel dans ces situations. L'étape de découpage des arêtes est toutefois nécessaire pour obtenir une arête commune sur les deux entités.

Toujours avec les connexions entre coques sur arêtes, lorsque les normales des faces modélisant les coques sont parallèles au niveau de l'arête d'intersection, il est inutile de découper les coques ou d'ajouter des mini-poutres. Par exemple, la Figure 3.48 illustre trois composantes de type coque avec deux connexions de type coque-coque. Sur la courbe reliant la coque #1 et la coque #2 par exemple, les normales aux faces sont parallèles. Dans ce cas particulier, un découpage n'est pas nécessaire, car le problème d'assemblage des maillages ne se pose pas (une seule arête est maillée). Les nœuds ayant tous le même nombre de ddl, le deuxième problème ne se pose pas non plus. Ce type de connexion n'a donc pas besoin de traitement.

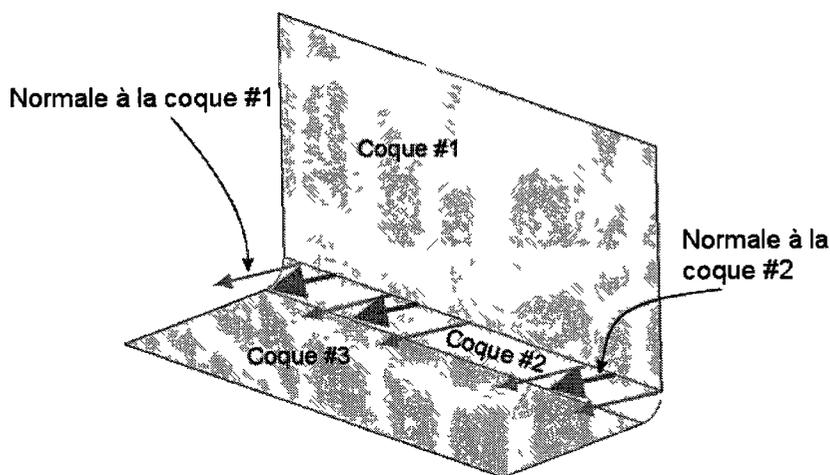


Figure 3 48 Connexion entre trois coques indépendantes

### 3.4.4.2.3 Coques se croisant complètement

Dans certaines situations, il est possible d'idéaliser des coques se coupant complètement, c'est-à-dire des coques dont les courbes d'intersections ne sont pas juxtaposées à une ou des arêtes des coques (ce qui était le cas des exemples jusqu'à présent). La Figure 3.49a illustre un exemple où une coque croise deux autres coques au niveau de la face et non des arêtes.

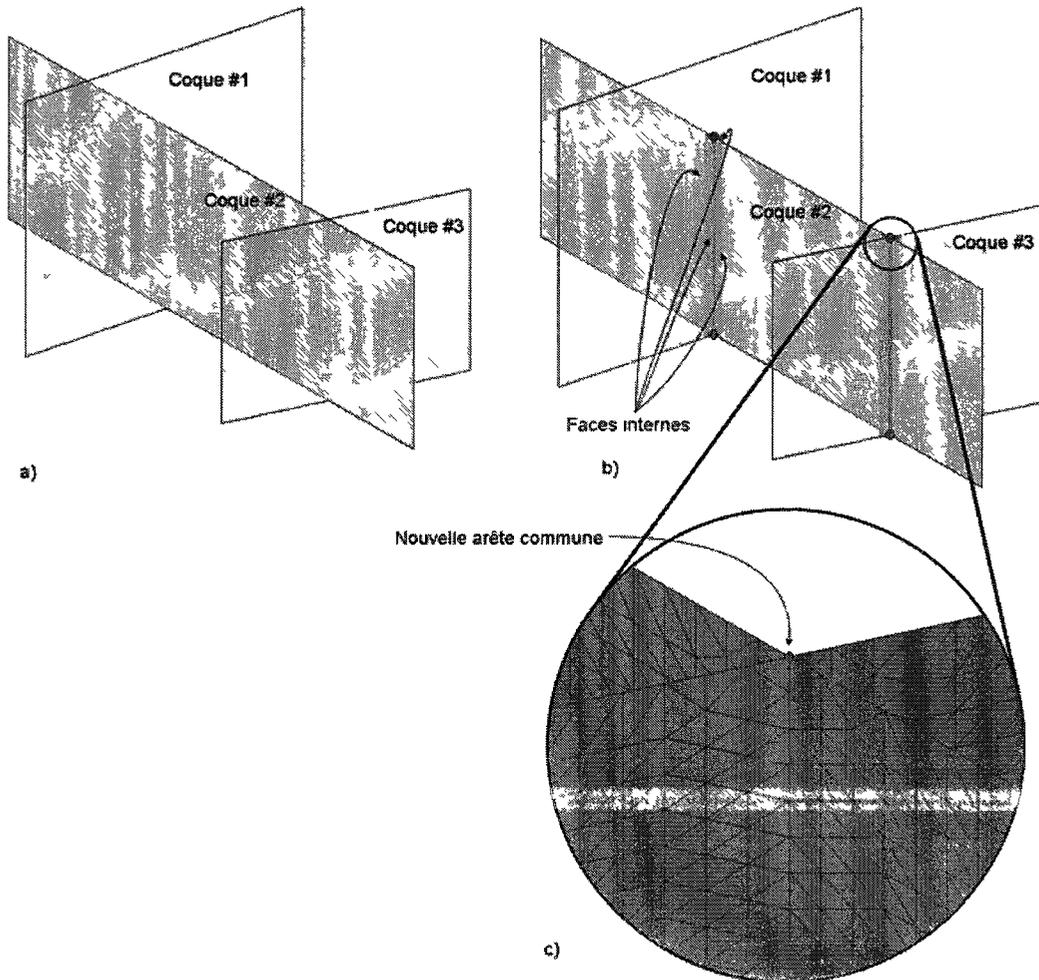


Figure 3 49 Trois coques se croisant ailleurs qu'à leurs arêtes. a) Modèle idéalisé b) Modèle après découpage des faces c) Agrandissement d'une zone avec maillage

Pour résoudre le problème d'assemblage des maillages, il faut qu'il y ait une série de nœuds communs aux deux faces. Le moyen le plus simple pour y arriver est d'insérer une arête au

niveau de l'intersection des deux coques. Un algorithme de découpage est utilisé pour faire apparaître cette courbe. On peut constater sur la Figure 3.49b les coques après l'opération de découpage. Cette opération génère au moins une arête qui ne sera maillée qu'une seule fois pour les deux entités de coques. Le résultat du maillage peut être observé à la Figure 3.49c.

Dans cette situation, il n'est pas recommandé d'ajouter des mini-poutres orientées. Comme expliqué auparavant, même si une face interne peut fléchir librement dans une direction, puisqu'elle est solidaire d'une autre face interne qui ne peut fléchir dans la même direction, il en résultera une certaine zone à rigidité infinie.

### 3.4.5 Connexion de type continue

La plupart des exemples illustrés jusqu'à présent connectaient des composantes de dimensions différentes modélisées comme telles, c'est-à-dire que dans le cas d'une connexion entre une poutre et un volume, la poutre était modélisée par une courbe et le volume par un volume. Il y a cependant des cas où la contrainte au niveau de la connexion est importante au point où préfère modéliser cette connexion entièrement en 3D, on peut alors préférer modéliser une partie de la poutre en 1D et la partie près de la connexion en 3D. La partie tridimensionnelle peut servir à modéliser plus adéquatement une jonction poutre-volume où il y aurait par exemple des congés, des chanfreins, des goussets ou toute autre géométrie complexe qui ne peut pas être simplifiée par une poutre ou une coque. Ces cas peuvent être traités d'une façon différente puisque la silhouette de la poutre ou de la coque est alors déjà découpée, les algorithmes qui en dérivent sont alors légèrement différents et peuvent être optimisés différemment. Ce type de connexion ne peut être que de deux types, soit poutre-volume et coque-volume.

#### 3.4.5.1 Connexion continue poutre-volume

Dans une telle situation, il n'y a pas de limites sur la forme des sections des poutres pouvant être utilisées. La seule restriction est que l'extrémité de la courbe modélisant la partie 1D de la poutre coïncide avec le centroïde de la face représentant la section de la poutre. La Figure 3.50 est un exemple de ceci. Une ligne est identifiée comme étant une poutre. Une face à section

quelconque est identifiée comme étant en contact avec cette ligne. Le centroïde de la face et le sommet de l'arête sont coïncidents..

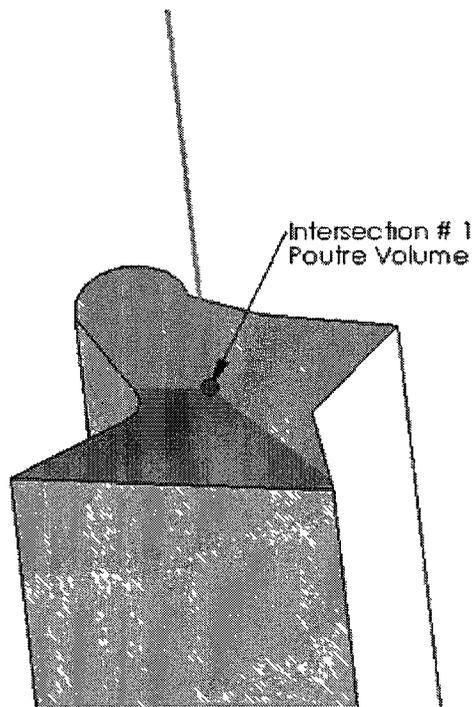


Figure 3.50 Intersection entre une poutre et un volume modélisant la section de la poutre

Ici, plutôt que de spécifier les propriétés de la poutre, il est possible de les obtenir directement en questionnant les propriétés de la face. On doit également évaluer la possibilité que la section de la poutre puisse être de n'importe quelle forme. Dans tous les cas la face a besoin d'un découpage, non pas pour découper la forme de la silhouette de la poutre (la face a déjà la bonne forme), mais pour faire apparaître un sommet au point de rencontre arête-face. La forme découpée est alors aléatoire, mais doit de posséder un sommet au point d'intersection.

Si la poutre est à section creuse, l'algorithme expliqué précédemment doit être modifié un peu. La Figure 3.51 illustre un tel cas. La poutre est la même que celle de la Figure 3.50 mais cette fois-ci, elle a une section creuse. Pour gérer ce genre de situation, il suffit de combiner la méthode avec celle développée à la section 3.4.2.4.4, soit d'ajouter une mini-poutre supplémentaire pour lier l'extrémité de la poutre et le réseau de mini-poutres de rigidité infinie

superposées sur la face du volume. Dans ce cas on n'a pas besoin de découper la face en deux, car il y a déjà un sommet présent pour relier la face remplie de mini-poutres et la poutre principale et qu'un sommet au point d'intersection est inutile. Il y a une exception à cette règle, si le trou est circulaire (donc aucun sommet) alors on doit tout de même découper la face.

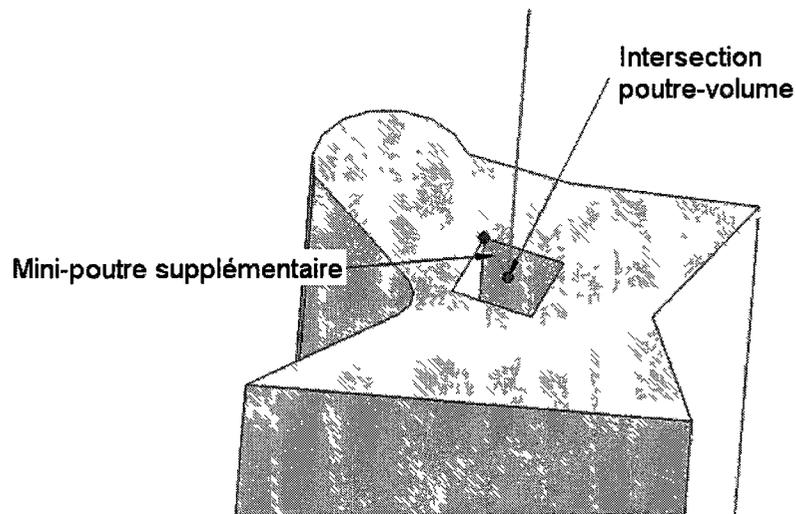


Figure 3.51 Exemple de poutre à section creuse dont la face représente la section de la poutre

### 3.4.5.2 Connexion continue, coque-volume

Il est possible de dessiner une coque partiellement en 3D et partiellement en 2D, la Figure 3.52 est un exemple. Tout comme les connexions poutre-volume, il est possible d'analyser la face du volume reproduisant la section de la coque. L'épaisseur de la coque est donc déterminée automatiquement et l'algorithme de découpage est un peu différent.

Contrairement aux intersections de type poutre-volume, si une face du volume reproduit la section de la coque, certaines limitations s'imposent. Premièrement, la face doit être plane. Ensuite, l'arête médiane (l'arête de la coque modélisée en 2D et touchant la face du volume, voir Figure 3.52) doit être à égale distance des deux longues arêtes de la face. Finalement, les deux arêtes de côté doivent être perpendiculaires à l'arête médiane.

Le traitement ressemble aux autres techniques décrites précédemment. On applique le premier opérateur de découpage du volume pour faire apparaître une arête unique entre la coque et le volume. Puis avec le second opérateur, on place des mini-poutres orientées sur les deux faces internes.

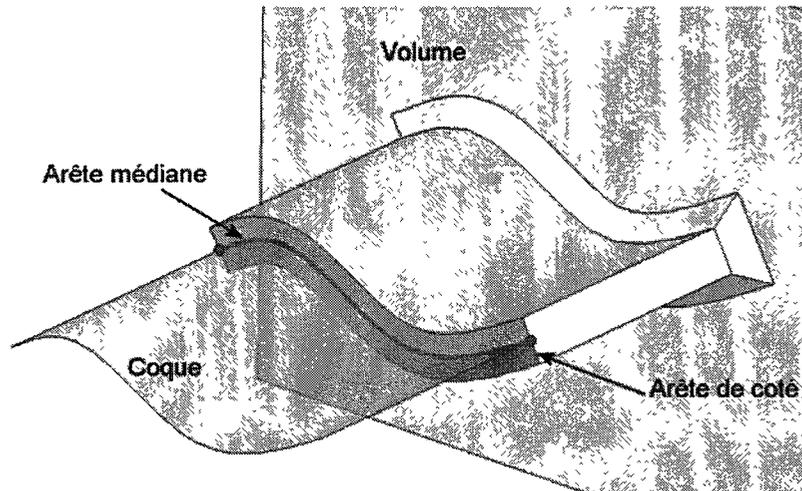


Figure 3.52 Connexion coque-volume lorsqu'une coque est partiellement modélisée en 3D

### 3.4.6 Connexions multiples

Les sections précédentes décrivent des méthodes pour connecter des entités de différentes dimensions deux par deux. Il est possible d'idéaliser un modèle ayant des connexions où plus de deux composantes se croisent. Puisque les cas de figure sont potentiellement infinis, ils n'ont pas tous été traités. Bien qu'il soit possible de modéliser dans un modèle informatique une intersection entre plusieurs coques, poutres et volumes au même endroit, il est peu probable dans réalité de rencontrer un tel cas. De plus, si plus de deux entités de dimensions différentes se rencontrent en un même point il est généralement préférable de modéliser l'interface dimensionnelle en 3D pour plus de précision et de décaler les intersections volume-coque et volume-poutre. La Figure 3.53a montre un exemple d'une intersection multiple alors que la Figure 3.53b illustre une idéalisation de meilleure qualité.

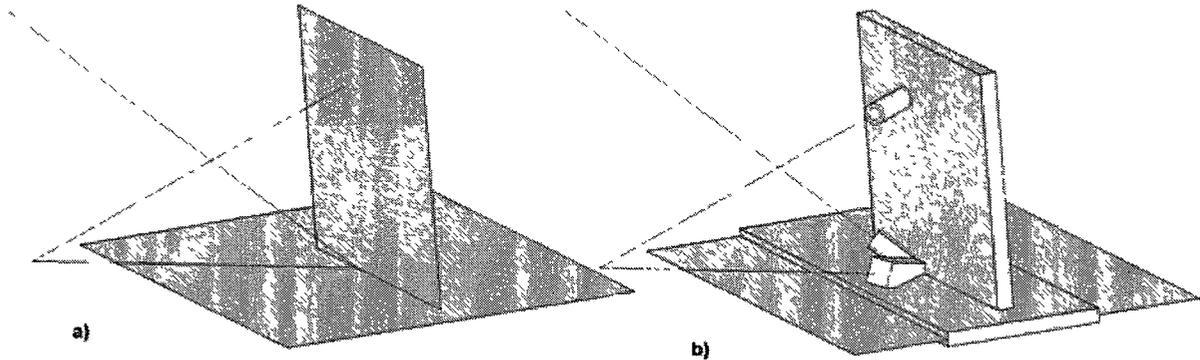


Figure 3.53 Exemple d'idéalisation a) Mauvaise idéalisation b) Meilleure idéalisation

Certains cas de figure assez répandus ont tout de même été traités.

### 3.4.6.1 Poutres multiples

Dans les cas de connexions poutre-poutre, s'il y a plus de deux poutres se croisant à un même point le traitement est trivial. D'ailleurs, la Figure 3.3b illustre un exemple où plus de deux poutres partagent un point d'extrémité.

Pour traiter ce genre de cas, l'algorithme de base expliqué à la section 3.4.1 n'a besoin que d'une légère modification. Lorsque trois poutres ou plus se croisent à un certain point, il faut couper chaque poutre à ce point (à moins que le point ne soit un sommet de la poutre à couper). Il n'y a ensuite qu'un sommet au point de rencontre et celui-ci sera par la suite maillé une seule fois. Le nœud résultant appartiendra à toutes les poutres croisant ce point.

### 3.4.6.2 Poutres multiples et un volume

La situation où des poutres croisent un volume à des endroits où leurs silhouettes respectives se touchent est évaluée comme étant une mauvaise idéalisation et n'est pas traitée ici. Cette section expose une méthode pour connecter un volume et plusieurs poutres dont l'axe neutre croise le volume au même point.

Lorsque cette situation se produit, un seul découpage peut avoir lieu. De toutes les poutres en contact, celle ayant la plus grande aire de section est conservée et sa silhouette est découpée dans la face du volume. L'intersection est alors réduite à une intersection de type poutre-volume, mais plus d'une arête (représentant une poutre) partage un sommet. Un exemple de ce type de découpage peut être observé à la Figure 3.54 où trois poutres, deux à section circulaire et une à section en I, connectent un volume à un même point. Automatiquement la poutre avec la plus grande aire de section est choisie et sa section est découpée dans le volume. Il est impossible de déterminer une meilleure forme pour le découpage avec les informations disponibles dans cette situation. On doit remarquer cependant qu'un modèle idéalisé de cette façon suppose que l'analyste ne s'intéresse pas vraiment à la contrainte dans cette région, résoudre les problèmes d'assemblage de maillage et de compatibilité des ddl est alors la priorité.

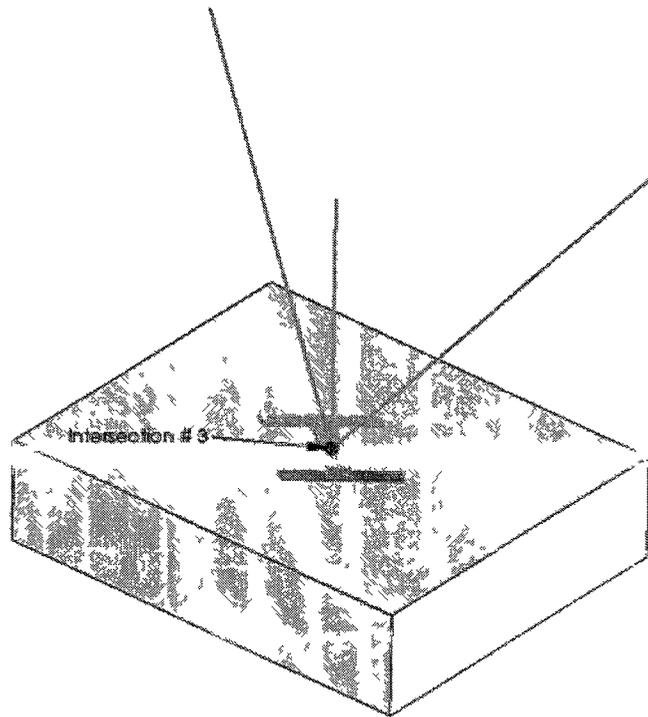


Figure 3 54 Exemple de connexions entre trois poutres et un volume

### 3.4.6.3 Plusieurs coques et un volume

Lorsque plusieurs coques croisent un volume en un point unique, les deux problèmes principaux sont présents (assemblage des maillages et compatibilité des ddl), il faut donc appliquer les deux techniques pour résoudre les problèmes. La Figure 3.55 illustre un exemple avant et après l'opération de découpage.

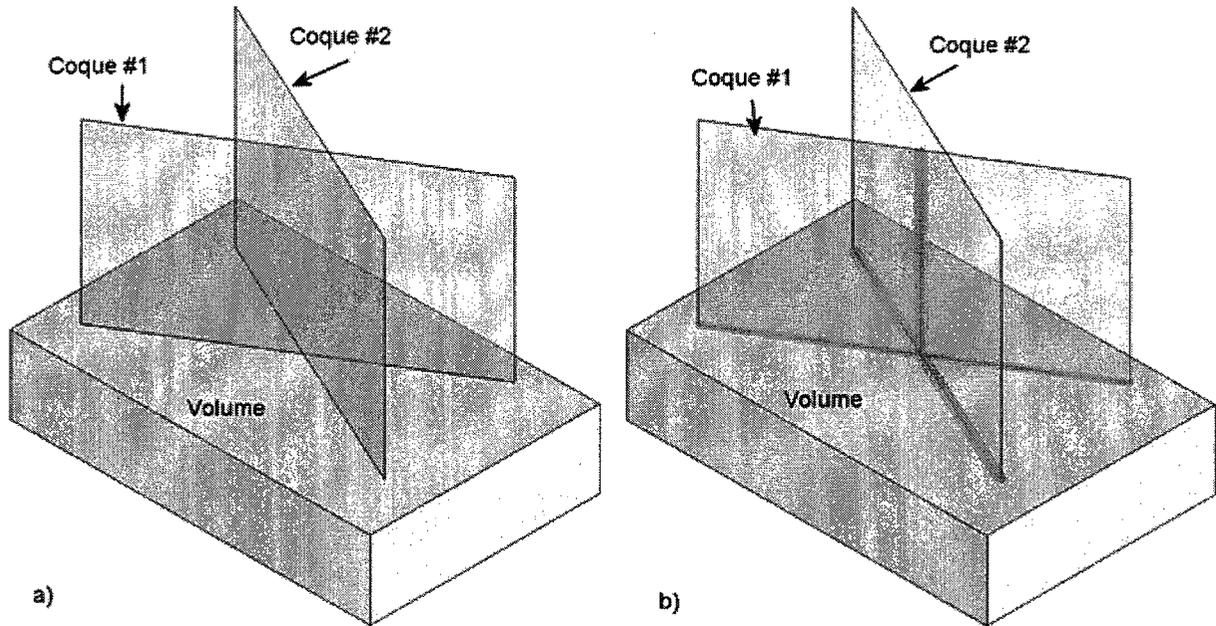


Figure 3.55 Connexion entre deux coques et un volume a) modèle idéalisé b) modèle après l'opération de découpage

Bien qu'il soit possible de mailler la pièce, l'ajout de mini-poutres sur les faces internes est nécessaire, mais cause également des problèmes. Si des mini-poutres orientées sont superposées à toutes les faces internes de l'exemple de la Figure 3.55b, alors il y aura une augmentation de la rigidité globale puisque ces faces seront solidaires entre elles. Ceci représente une des limites de la méthode lorsque plusieurs entités se connectent au même point.

Aucune étude sur l'impact des mini-poutres n'a été réalisée pour cette configuration. Il est également possible d'argumenter sur l'idéalisation d'une telle pièce.

### 3.5 Modifications supplémentaires au format géométrique

Après l'application de la solution, on obtient un nouveau modèle que l'on doit décrire par le nouveau format B-rep (section 3.2). La méthode cependant nécessite qu'il n'y ait qu'une seule entité commune entre deux composantes. Par exemple, dans le cas d'une connexion poutre-volume il doit y avoir qu'un seul sommet commun aux deux composantes. On modifie donc encore le format B-rep pour ajouter des liens entre les différentes composantes. La Figure 3.56 illustre un modèle après les différentes opérations de découpage. Des liens ont été introduits entre les composantes contrairement au modèle de la Figure 3.2. L'arrêt d'une poutre et d'un volume peuvent donc pointer sur le même sommet. Le format B-rep modifié introduit donc un lien logique entre les différentes composantes.

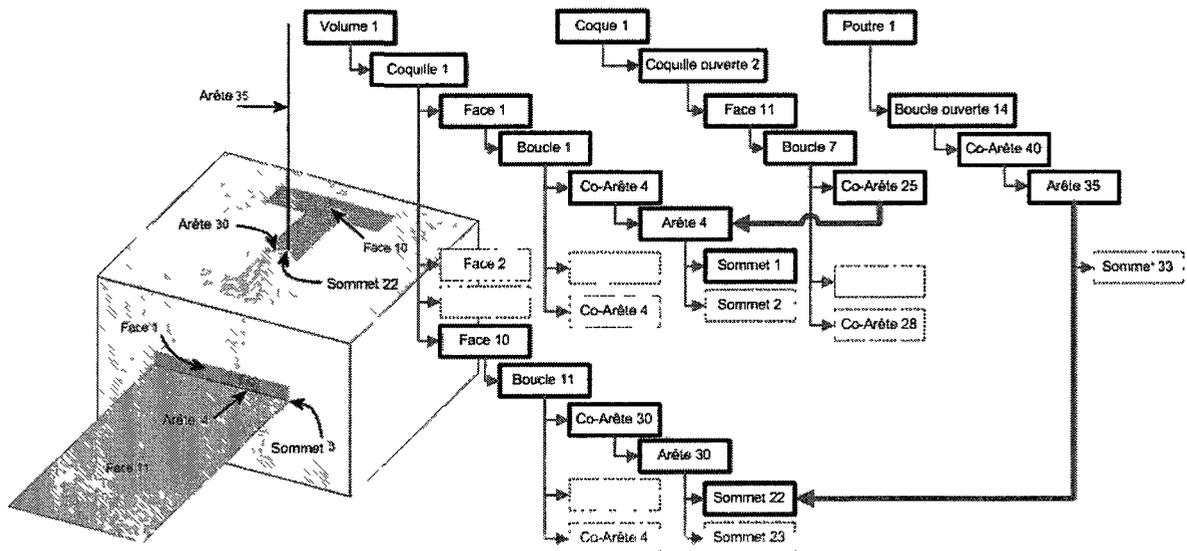


Figure 3.56 Modèle B-rep (modèle unique)

Plusieurs opérations sont nécessaires pour passer du modèle manifold décrit à la section 3.2 au modèle non-manifold décrit dans cette section. Ces différentes étapes sont décrites plus en détail dans la section 4.3.

## 3.6 Discussion sur la méthode

Les méthodes présentées dans ce chapitre ont été développées dans le cadre de cette recherche, elles ont été testées sur quelques exemples simples et d'autres plus complexes. Il en est ressorti certains points qui parfois n'étaient pas prévisibles au début de la recherche. Certaines limites ont également été repérées dans des cas particuliers qui sont apparus seulement en cours de recherche. Cette sous-section résume les points importants de la méthode aborde certains points importants, discute des résultats et aborde les limites de certain cas de connexions.

### 3.6.1 Comparaisons des deux approches

Deux approches de base ont été développées et évaluées dans le cadre de cette recherche. Ces approches avaient chacune des avantages et des inconvénients.

L'approche à section rectangulaire souple (première approche) tente de reproduire exactement le comportement de la section de la poutre au niveau de l'interface dimensionnelle. Comme mentionné plus haut, cet objectif n'a pu être atteint pour tous les types de poutres, cas de chargement et situations. Les écarts entre le modèle 3D raffiné et cette première approche sont marqués surtout près de l'interface dimensionnelle, mais les différences sont négligeables lorsqu'éloignées de celle-ci.

La seconde approche, soit celle à section rigide, ne vise pas à reproduire parfaitement le comportement de la poutre à l'interface dimensionnelle. Les résultats obtenus grâce à une section à rigidité infinie se rapprochent cependant de la référence dans toutes les situations.

L'approche à section rigide a été choisie parce qu'elle génère des résultats qui la plupart du temps sont meilleurs que la méthode à section rectangulaire souple. Sa section rigide entraîne forcément une certaine erreur, cependant cette erreur est faible dans tous les cas et ne diverge jamais contrairement à certaines autres méthodes.

### 3.6.2 Résumé de la méthode

L'approche à section rigide a été développée pour les connexions de type poutre-volume. Elle a ensuite été adaptée aux autres types de connexions. Dans tous les cas on peut mettre en œuvre la méthode grâce à deux étapes, ou opérateurs.

Le premier opérateur découpe la géométrie de la pièce en fonction de la silhouette de la poutre ou de la coque. Son but est double, soit de fournir une entité unique (sommet ou arête) à deux composantes pour qu'un seul maillage unisse les deux, ce qui résout le problème d'assemblage du maillage; le second objectif est de définir une zone sur laquelle superposer les mini-poutres, cette zone ayant la forme de la silhouette de la poutre ou de la coque, ce qui améliore les résultats.

Le second opérateur ajoute les mini-poutres sur la zone découpée par le premier opérateur. Ces mini-poutres servent à résoudre le problème des degrés de liberté (lorsque présent) mais surtout servent à améliorer la précision des résultats.

### 3.6.3 Résumé des possibilités de la méthode

La Figure 3.57 illustre quelques exemples des cas décrits plus haut ainsi que les résultats de contraintes après calcul. La Figure 3.57a illustre un modèle complet en 3D (les poutres ont été raccourcies pour mieux apprécier leur section). À la Figure 3.57b on peut distinguer les faces internes découpées dans la face du volume ainsi que les droites représentant les poutres qui ont été retirées. Dans les cas de poutres cylindriques creuses, une mini-poutre supplémentaire a été ajoutée entre l'extrémité de l'axe de la poutre et un sommet sur la face découpée. Après le maillage, des mini-poutres sont superposées à chaque segment du maillage des faces internes. Le résultat, soit la contrainte von Mises, est visible à la Figure 3.57c.

La Figure 3.58 illustre les cas de connexions poutre-coque (le penchant de 1D-2D de la Figure 3.57). Tous les cas décrits aux sections 3.4.2.6 et 3.4.4.1 y sont.

Bien sûr il y a des cas de connexions qui n'ont pas été traités. La présente recherche se concentre sur les cas les plus fréquemment rencontrés dans les modèles idéalisés. Il y a effectivement une infinité de possibilités de cas de connexions entre composantes, cependant

seuls quelques-uns sont rencontrés dans les études multidimensionnelles. En fait, quelques cas de connexions traités dans cette recherche ne devraient même pas se retrouver dans un modèle bien idéalisé, les connexions poutres-multiples avec volumes par exemple, bien que facile à traiter, sont généralement le résultat d'une idéalisation de mauvaise qualité. Dans l'éventualité où la méthode devrait être couplée à une idéalisation automatique, la méthode devrait être adaptée à tous les types de connexions possibles générés par l'idéalisateur automatique. Le présent document couvre probablement tous ces cas; sinon une simple adaptation devra être réalisée en fonction des principes décrits dans ce document.

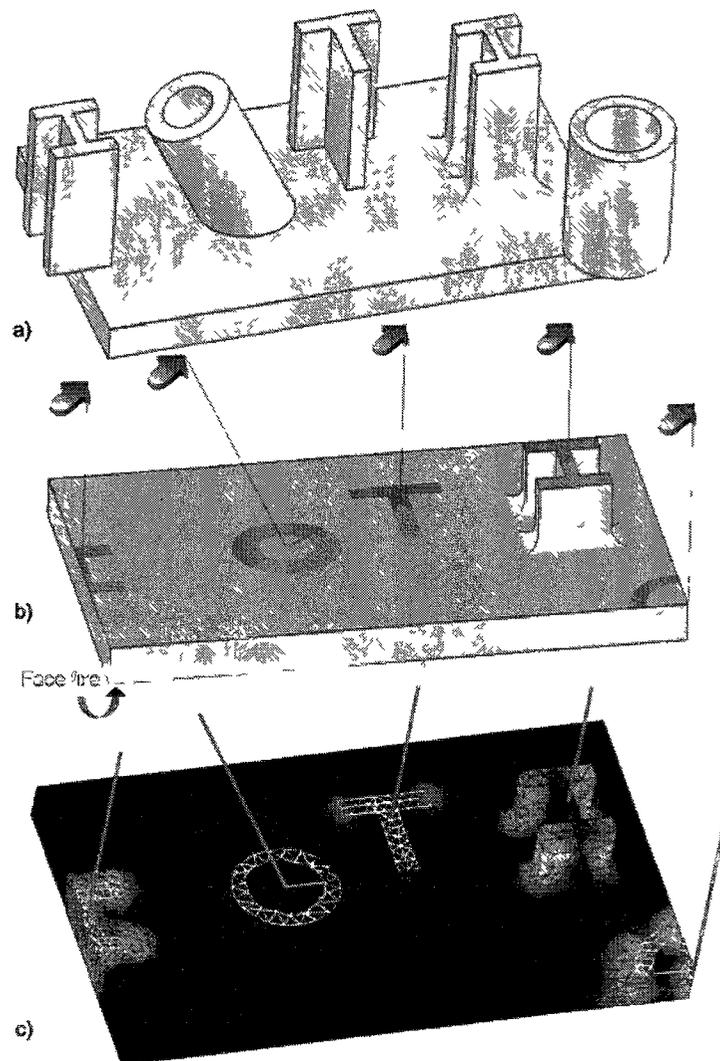


Figure 3 57 Quelques exemples simples d'intersections poutre volume. a) Modèle 3D (avec poutres courtes) b) Modèle après découpage des faces c) Résultats de contraintes von Mises après l'ajout des mini-poutres

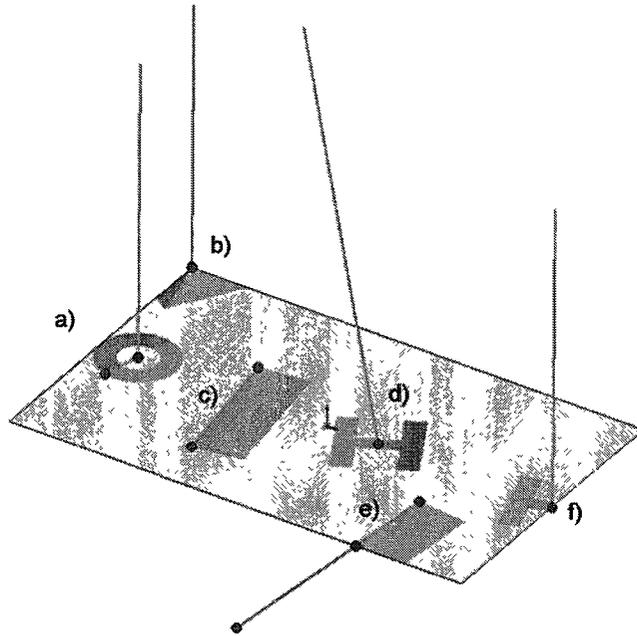


Figure 3.58 Exemples de cas d'intersection poutre-coque a) Poutre à section circulaire creuse b) Poutre à section carrée c) Poutre à plat sur la coque d) Poutre en I inclinée e) Poutre partiellement sur la coque f) Poutre croisant une arête de la coque

### 3.6.4 Limites de la méthode

Le chapitre 6 discute des limites de la méthode en général, la présente sous-section traite d'une limite très particulière à un cas de connexion.

Il y a un problème dans le cas particulier des connexions coque-volume avec les mini-poutres orientées telle que décrites dans ce chapitre. Si la section remplie de mini-poutres doit déformer dans le même plan que la coque, alors la déformation ne peut se produire dans cette direction particulière. La Figure 3.59a représente un exemple où une pièce est modélisée en partie avec des éléments tridimensionnels et en partie avec des éléments de coque. La Figure 3.59b illustre les résultats de déplacements en Y sur un modèle entièrement constitué de tétraèdres. Sur la figure, les faces remplies de mini-poutres sont vues comme une droite. Selon l'orientation des mini-poutres, celles-ci ne peuvent plier. Le déplacement dans la direction des Y est donc contraint à être identique pour tous les nœuds sur cette ligne. Il est à noter cependant que la longueur de la coque influence l'effet, si la coque est plus longue, l'effet est beaucoup moins marqué.

Un effet similaire se produit dans le cas où une coque entoure complètement ou en partie un volume tel un cylindre. Si les conditions aux limites poussent la section du cylindre à se compresser (ou dilater), alors la section remplie de mini-poutres empêche la compression (ou dilatation). La Figure 3.60 illustre ce concept, deux forces sont appliquées sur une coque, mais à cause des mini-poutres superposées aux faces internes, la section ne peut se déformer dans cette direction. Le volume cylindrique ne pourrait donc pas se compresser au niveau de l'intersection.

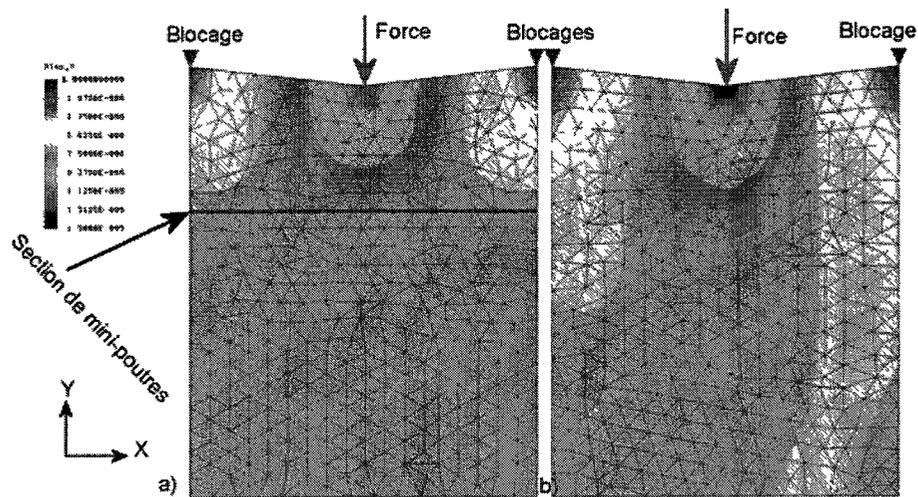


Figure 3.59 Déplacement en Y a) modèle multidimensionnel b) modèle 3D

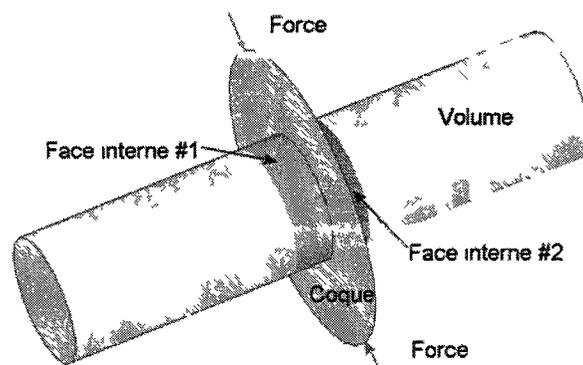


Figure 3.60 Problème potentiel dans le cas des intersections coque-volume

## CHAPITRE 4 Mise en oeuvre

L'automatisation de la méthode développée pour cette recherche est une part très importante de la recherche. En fait, la méthode a été développée dans le but de pouvoir l'automatiser et toutes les solutions potentielles qui ne pouvaient se traduire par un algorithme ont été abandonnées. Ce chapitre présente donc les algorithmes qui ont été développés dans ce but.

### 4.1 Rappel du déroulement d'une étude en utilisant la méthode

Une étude multidimensionnelle complète exécutée grâce aux méthodes proposées dans ce projet suit la démarche schématisée à la Figure 4.1. Comme toutes les études typiques, la première étape est de construire la géométrie. On peut par la suite simplifier la géométrie en supprimant des *features*, en utilisant la symétrie ou autre. Cette étape peut être manuelle ou peut être guidée par des outils automatisés tels ceux présentés au chapitre 2.

La troisième étape qui est très importante pour le déroulement de ce projet est l'idéalisation du modèle. Il est possible que l'utilisateur génère directement un modèle idéalisé et simplifié, dans ce cas l'utilisateur exécute les trois premières étapes en même temps. Les conditions aux limites sont généralement spécifiées suivant l'étape d'idéalisation bien qu'il soit possible de les spécifier à d'autres étapes.

Les étapes suivantes ont été automatisées dans le cadre de cette recherche, certaines de ces étapes, comme le maillage, existent déjà et ont été intégrées à la solution. Bien que ces étapes soient considérées automatiques, en pratique il est nécessaire de porter le modèle d'un logiciel à l'autre, ce qui requiert quelques opérations manuelles de sauvegarde et chargement de fichiers. Éventuellement, ces étapes pourraient être intégrées dans un seul logiciel. La section 4.3 explique comment le modèle est sauvegardé.

L'étape de détection des intersections sert à identifier les endroits où les entités de dimension différentes se connectent. La section 4.4 traite de ce point plus en détail.

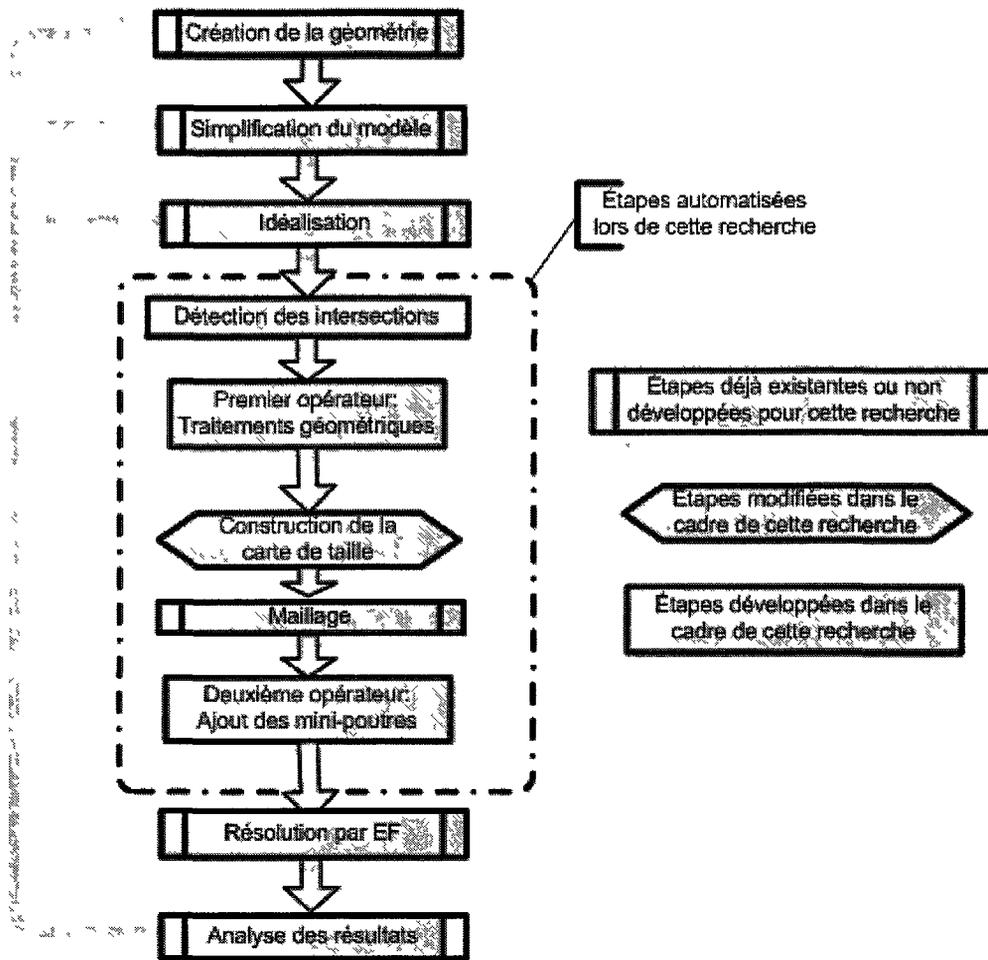


Figure 4.1 Déroulement d'une étude multidimensionnelle

On applique ensuite le premier opérateur, soit celui des traitements géométriques. On parle ici des découpages de géométrie nécessaires à la réalisation des techniques expliquées au chapitre précédent. Une série d'algorithmes est nécessaire pour traiter tous les cas de figure. Ceux-ci sont détaillés à la section 4.5.

La carte de taille est ensuite construite. Elle se divise en deux parties, soit une partie adaptée aux modèles multidimensionnels et une partie adaptée à la géométrie de la pièce. La première partie est expliquée plus en détail à la section 4.7.3. Quant à la deuxième partie, facultative, elle peut être automatisée grâce à des outils développés par [Boulet *et al.*, 2007]. La création de la carte est en réalité divisée en deux phases, chacune supportée par un logiciel différent. La

première sert à identifier les zones à raffiner et à leur affecter une taille alors que la seconde sert à créer la carte elle-même.

Suis ensuite l'étape du maillage où le modèle multidimensionnel est maillé suivant un algorithme présenté au chapitre 2. Cet algorithme ne sera pas présenté ici.

Lorsque le maillage est complété, des mini-poutres, orientées ou non, sont superposées au maillage des faces internes (voir la définition au chapitre 3). C'est le deuxième opérateur et il est expliqué en détail à la section 4.6.

Le maillage final contenant mini-poutres et conditions aux limites est ensuite exporté à un logiciel capable d'assembler la matrice de rigidité, de la résoudre et de faire les calculs de *post-traitement*. On doit noter ici que les conditions aux limites peuvent être spécifiées par l'utilisateur à tout moment avant le calcul par éléments finis. En pratique, dans un contexte où l'idéalisation et la simplification sont également automatisées, l'utilisateur devrait entrer les conditions aux limites lors de la création du modèle complet.

Finalement, l'utilisateur analyse les résultats et prend une décision. Il peut accepter ou rejeter intégralement le modèle ou encore il peut apporter des modifications. Les modifications peuvent être au niveau de la pièce elle-même, soit en changeant directement la géométrie. Elles peuvent être au niveau de la simplification, en supprimant ou en réactivant des *features* par exemple. Ou encore au niveau de l'idéalisation, par exemple en modifiant les propriétés des poutres ou des coques ou en idéalissant des parties différentes du modèle.

## 4.2 Présentation des logiciels utilisés pour la recherche

Le but de la recherche est de développer une méthode pour traiter les études multidimensionnelles et d'automatiser celle-ci. Un cadre théorique uniquement aurait été insuffisant, il a donc été nécessaire de programmer les algorithmes décrits plus bas. Voici une brève description des logiciels qui ont été utilisés ou programmés aux fins de cette recherche.

### 4.2.1 Solidworks

Le logiciel de CAO, son but en fonction de la présente recherche est de servir de modelleur pour les pièces à analyser. Ce logiciel expose la structure B-rep des modèles qu'il gère, alors il peut être utilisé dans la recherche. Il n'a pas été modifié lors de l'implantation de la méthode.

### 4.2.2 MAGiC\_SLD

MAGiC\_SLD est un *addin* au logiciel Solidworks. Un *addin* est un programme qui s'intègre à un logiciel de base et qui peut donner l'impression de faire partie intégrante du logiciel de base. MAGiC\_SLD par exemple s'intègre à Solidworks en ajoutant une barre d'icônes supplémentaire, chaque icône appelant une ou des fonctions de MAGiC\_SLD.

MAGiC\_SLD a été programmé aux fins de cette recherche, son rôle est de fournir une interface entre Solidworks et l'implantation de la méthode développée par la présente recherche. Un autre programme s'est par la suite greffé à cette interface, soit un projet de recherche sur la pré-optimisation de la carte de taille en fonction des caractéristiques de forme (qui ne sera pas détaillé dans ce rapport). C'est également à partir de ce programme que l'on peut appeler certaines fonctions du logiciel de CAO, c'est donc MAGiC\_SLD qui gère le premier opérateur de découpage de la géométrie. Quelques fonctions nécessaires au bon déroulement de la méthode y ont également été programmées et sont décrites à la section 4.7.

### 4.2.3 MAGiC

MAGiC est la plate-forme de validation. Celle-ci expose des classes et fonctions qui sont utiles pour certaines étapes de l'application de la méthode. MAGiC a été choisi au début de la recherche, car il possède un mailleur pouvant être adapté aux études multidimensionnelles, des outils pour créer et gérer une carte de taille, des outils pour gérer des conditions aux limites et des fonctions pour exporter le modèle vers un solveur externe.

MAGiC est également intéressant parce qu'il est très facile de modifier ou d'ajouter des fonctions ou classes. Ce dernier point a été utile parce que le deuxième opérateur, soit celui d'ajout de mini-poutres a pu être programmé directement dans ce logiciel. D'autres fonctions

ont également été ajoutées dans le cadre de la présente recherche, soit des fonctions pour importer le modèle CAO et des fonctions pour gérer des propriétés des poutres et des coques.

#### 4.2.4 Cosmos/M

Ce logiciel contient entre autres le solveur utilisé aux fins de la recherche. Son rôle est simplement de lire un fichier contenant le maillage, les propriétés des coques et des poutres, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites. Ensuite il construit la matrice de rigidité, résout le système et affiche les résultats en fonction de ce que l'utilisateur demande. Il n'a pas été programmé ni modifié dans le cadre de la recherche.

### 4.3 Modèle géométrique

Le modèle géométrique développé pour gérer les modèles multidimensionnels a été expliqué en détail aux sections 3.2 et 3.5. Son implantation cependant est décrite ici. En fait, le format B-rep modifié doit être superposé au modèle utilisé par les logiciels de DAO, il est donc nécessaire de refaire un format qui encapsule le format B-rep traditionnel. Chaque entité d'un modèle est représentée dans le logiciel par une classe.

Il y a trois niveaux de classes; ceux-ci sont illustrés à la Figure 4.2. Le niveau au sommet est la classe de superEntité qui contient les informations pour la numérotation des entités. Le second niveau contient les classes de SuperFace, SuperArete et SuperSommet. Ces trois classes encapsulent les entités équivalentes du logiciel de CAO et ajoutent quelques méthodes propres aux faces, arêtes et sommets; elles servent également à gérer les conditions aux limites. Vient ensuite un niveau supplémentaire qui distingue MAGiC\_SLD d'un logiciel de CAO, soit les entités dimensionnelles. Les huit classes distinguent les entités selon leur dimension, par exemple, un sommet appartenant à une poutre, une coque ou un volume. Cette distinction est nécessaire pour certains algorithmes. De plus, chaque classe du troisième niveau comporte des propriétés et méthodes qui sont propres aux entités dimensionnelles. Par exemple, la classe de FaceCoque contient les propriétés de la coque, soit l'épaisseur de la coque alors que la classe de FaceVolume contient un pointeur vers le volume et aucune information d'épaisseur.

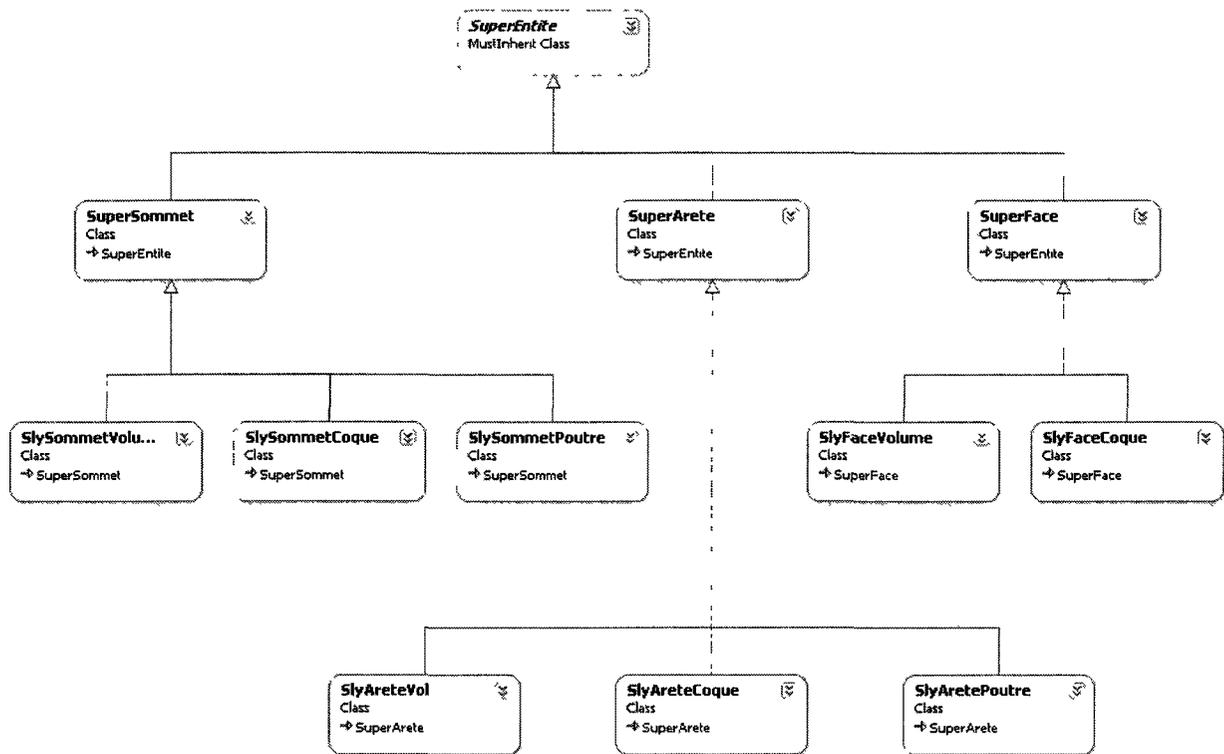


Figure 4.2 Structure des classes d'entités

Chacune des huit classes de niveau trois est utilisée pour compléter la définition du nouveau format B-rep. Les entités topologiques de ce B-rep sont illustrées à la Figure 4.3. Les entités géométriques quant à elles sont entièrement prises en charge par le logiciel de CAO. Les entités débutant par les lettres Sw appartiennent au logiciel de CAO alors que celles débutant par Sly sont programmées aux fins de ce projet et encapsulent les entités du logiciel de CAO. Le texte qui suit résume brièvement ces classes.

La classe *swModel* englobe le modèle complet dessiné dans le logiciel de CAO, c'est en quelque sorte le fichier du modelleur. Cette classe pointe sur le ou les corps volumiques présents dans le modèle (*swBody*). Cette dernière pointe ensuite sur la ou les faces composant le corps. À noter qu'il n'y a pas d'entité de co-face ni de coquille dans le modelleur de SolidWorks.

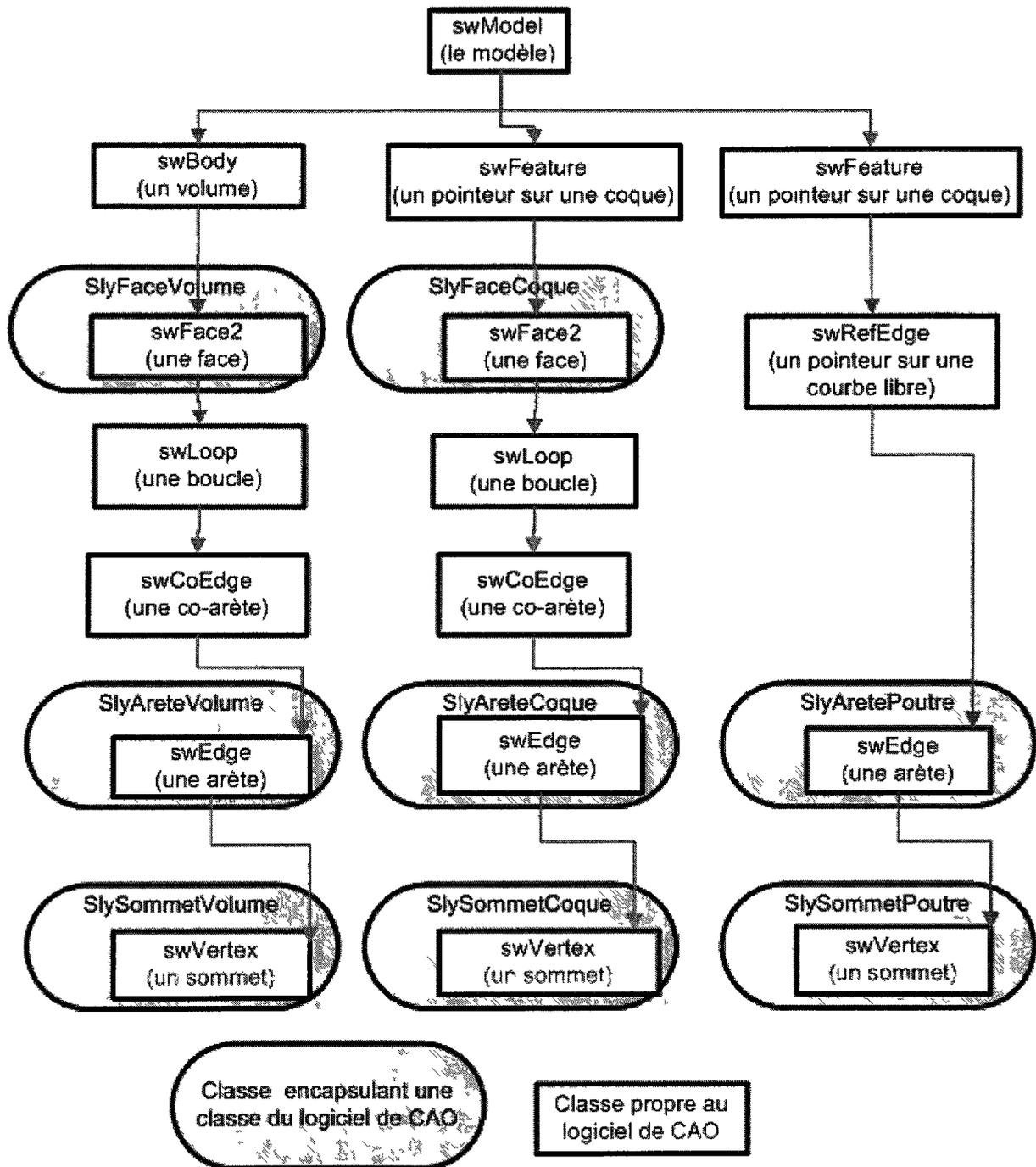


Figure 4.3 Classes liant la modélisation B-rep conventionnelle avec la nouvelle modélisation

La plupart des autres classes débutant par les lettres Sly encapsulent simplement les classes normales d'un logiciel de CAO. Ces classes ont des pointeurs qui permettent de suivre la

logique du nouveau format B-rep décrit à la section 3.2. Il y a quelques classes du logiciel de CAO qui sont cependant encapsulées par plusieurs classes du nouveau format pour distinguer les composantes de dimensions différentes. Par exemple, la classe arête du logiciel de CAO peut être encapsulée par *SlyAretePoutre*, *SlyAreteCoque* ou *SlyAreteVolume* car une arête peut appartenir à une poutre, une coque ou un volume.

La classe *SlyFace* a cependant une particularité qu'il est bon de noter. En plus de contenir un lien vers les informations contenues dans la classe encapsulée, elle contient des informations propres aux études multidimensionnelles ainsi que quelques méthodes s'y rattachant. Une particularité de cette classe est qu'elle peut contenir un lien vers plusieurs faces du logiciel de CAO. En effet, lors du découpage de la géométrie, si une face est découpée en deux alors deux nouvelles faces sont générées et la face originale est détruite. Lors de la mise à jour suivant le découpage, le B-rep du logiciel de CAO est recalculé et quelques informations en lien avec la face originale sont perdues. Pour pallier à ceci, la classe *SlyFaceVolume* s'adapte au nouveau B-rep et se met à jour en pointant sur plusieurs *swFaces*. Ainsi, une information ou un pointeur vers la face originale n'est pas perdu, car les informations sont mémorisées dans la classe encapsulante et les pointeurs vers cette face pointent sur la *SlyFaceVolume* qui elle n'est pas modifiée lors du découpage de la géométrie.

#### 4.4 Détection des intersections

Lorsque toutes les entités sont gérées par les classes décrites précédemment et organisées sous le nouveau format B-rep, on peut passer à l'étape de détection des intersections entre composantes. À cette étape, bien qu'il y ait un B-rep multidimensionnel, il y a toujours plusieurs composantes indépendantes, il n'y a pas encore de lien entre les différentes composantes.

Plusieurs classes servent à contenir les informations des intersections entre entités et à assister au découpage de celles-ci si nécessaire. Les entités sont comparées entre elles pour identifier un des cinq types d'intersection. Lorsqu'une intersection est détectée, une instance d'une classe d'intersection est créée. Ces classes, dont la hiérarchie est illustrée à la Figure 4.4, contiennent des pointeurs vers les entités en contact et de l'information concernant les

intersections, notamment le type et la localisation. Ce sont également ces classes qui contiennent les méthodes nécessaires pour faire le découpage de la géométrie.

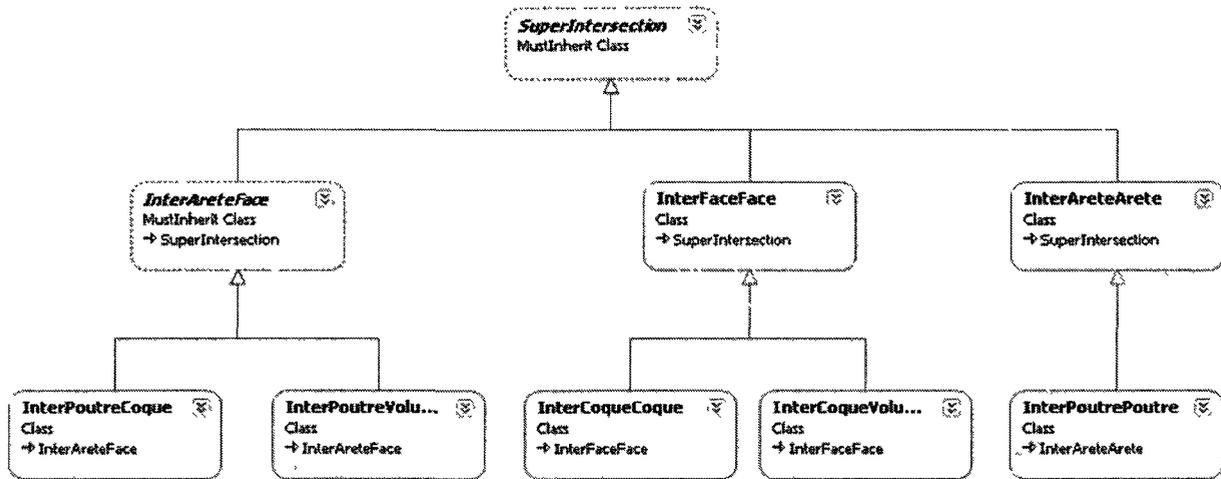


Figure 4.4 Structure des classes d'intersection

La classe InterPoutrePoutre contient l'information concernant une intersection entre deux poutres, le point d'intersection ainsi que les valeurs du paramètre T des deux arêtes.

La classe InterPoutreVolume contient des pointeurs vers la ou les poutres et la face se croisant. La classe a également le rôle de déterminer de quel cas d'intersection il s'agit. Dans le cas où il y a deux poutres ou plus qui croisent la face au même endroit, une seule instance de la classe est conservée; celle-ci pointe alors sur toutes les poutres.

La classe InterPoutreCoque contient pratiquement les mêmes informations que la classe InterPoutreVolume. En fait, la majorité des propriétés et méthodes de ces deux classes se retrouvent dans la classe InterAreteFace dont elles dérivent.

Les classes InterCoqueCoque et InterCoqueVolume contiennent des propriétés et méthodes semblables concernant les intersections entre deux faces. Ces classes sont capables de déterminer l'arête d'intersection entre les deux faces, ou de la créer si nécessaire, et de procéder aux opérations de découpage.

Ces classes servent à mémoriser des informations et exposer des méthodes servant à identifier les intersections et à découper des entités. Un algorithme principal les instancie et utilise leurs méthodes.

#### 4.4.1 Détection des connexions poutre-poutre

Pour déterminer si deux poutres se touchent, il faut questionner le logiciel de DAO sur la distance minimale entre les deux arêtes représentant les poutres. Si celle-ci est inférieure à une valeur epsilon très près de zéro, alors on vérifie que le point d'intersection touche bien une ou les deux poutres à un point autre que leur sommet. Une ou plusieurs classes `interPoutrePoutre` sont alors produites. Si deux poutres se touchent à leurs sommets, aucun traitement n'est nécessaire.

Toutes les poutres sont ainsi évaluées et toutes les intersections sont trouvées avant de passer à l'étape suivante.

#### 4.4.2 Détection des connexions poutre-volume

La détection des intersections se fait de façon semblable à la détection des intersections poutre-poutres. On évalue la distance minimale séparant les deux entités. S'il y a contact, alors on doit déterminer de quel type de contact il s'agit. Il y a essentiellement trois catégories de contact, soit les contacts «standard» nécessitant un découpage de face comme ceux illustrés à la Figure 4.5 et les contacts de type poutre à plat sur une face (voir Figure 3.44).

Il y a ensuite le type de contact où l'utilisateur spécifie qu'une face du volume agit comme section de la poutre. La Figure 4.6 est un exemple où l'utilisateur dessine une partie de la poutre en 3D, puis une courbe pour représenter l'axe neutre du reste de la poutre. Dans cette situation l'utilisateur n'a pas à spécifier les propriétés; uniquement qu'il y a une face à l'extrémité de la poutre qui a la même forme que la section de la poutre. Ici il faut déterminer quelle face représente la section de la poutre. Pour ce faire, on détermine la position du centroïde de chaque face et si cette position est la même qu'un des sommets de la poutre alors la connexion est mémorisée.

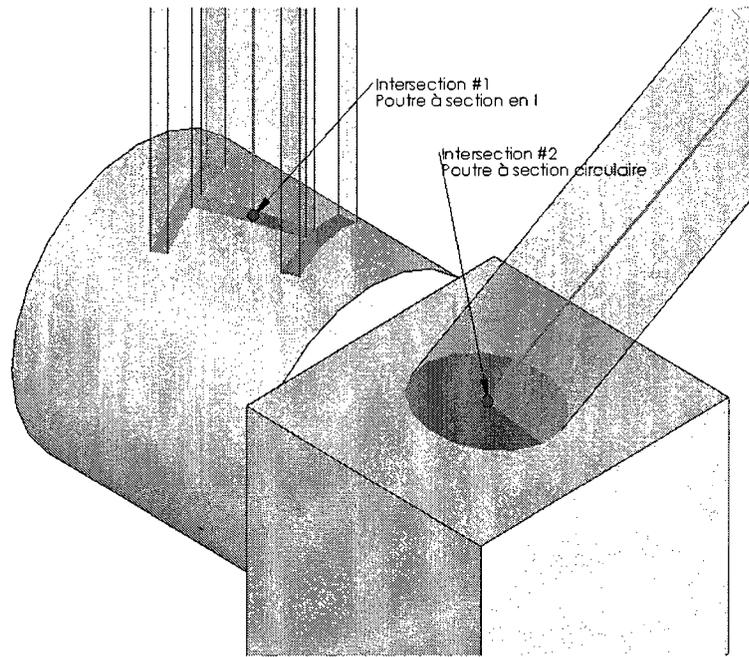


Figure 4.5 Exemple de connexions poutre-volume

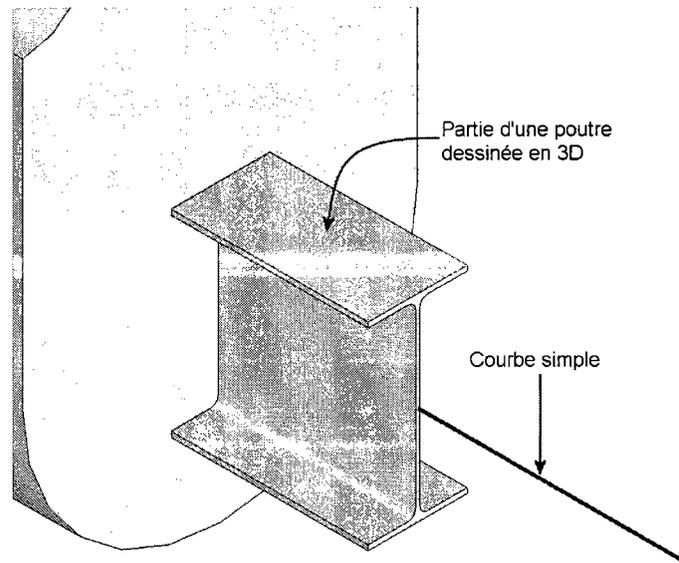


Figure 4.6 Exemple où une poutre est dessinée partiellement en 3D

### 4.4.3 Détection des connexions poutre-coque

La détection des connexions poutre-coque suit la même démarche que pour les connexions poutre-volume. En fait, quelques méthodes appartiennent aux *superclasses* dont *SlyFaceVolume* et *SlyFaceCoque* dérivent.

### 4.4.4 Détection des connexions coque-volume

La détection des connexions entre les coques et volumes est gérée par la classe *superface* puisque ce sont deux faces qui se croisent. Si deux faces se touchent, il faut déterminer comment et où et déterminer comment dessiner la courbe d'intersection.

Si le contact est au niveau d'un point, alors l'intersection est ignorée. On peut dans ce cas considérer que l'idéalisation ne respecte pas les hypothèses de départ ou que la coque ne pas toucher le volume.

Si le contact se fait au niveau d'une arête, il faut déterminer laquelle ou lesquelles et déterminer si cette ou ces arêtes doivent être coupées.

Si le contact d'une coque n'est pas au niveau d'une arête, il faut déterminer la courbe d'intersection et la dessiner (pour un éventuel découpage de la coque).

L'utilisateur peut choisir une option spécifiant qu'une coque est partiellement modélisée en 3D. Dans ce cas, il faut vérifier quelle face du volume touche à la coque. Ensuite il y a quelques vérifications à faire, notamment s'assurer que la face du volume est planaire et qu'elle contient quatre arêtes (ou deux dans le cas d'une section fermée). L'épaisseur de la coque est alors déterminée automatiquement et est sauvegardée dans la classe *InterCoqueVolume*.

### 4.4.5 Détection des connexions coque-coque

Les connexions coque-coque sont détectées de la même façon que les connexions coque-volume. Il y a cependant une exception, dans une situation comme celle illustrée à la Figure 3.48 où les faces ont des normales de même orientation sur l'arête d'intersection. Dans cette

situation la connexion est ignorée puisqu'il n'y a aucun traitement à effectuer autre que de fusionner les deux arêtes ensemble (voir section 4.7.1).

## 4.5 Opérateur de découpage géométrique

Les méthodes décrites dans le chapitre 3 font presque toujours appel à un découpage de face (ou d'arêtes) pour résoudre le problème d'assemblage du maillage et définir une zone pour le positionnement des mini-poutres. Les algorithmes qui ont été développés pour atteindre cet objectif diffèrent selon le type d'intersection. La mise à jour des modifications à la géométrie est également gérée par cet opérateur, ils sont donc également décrits dans cette section.

### 4.5.1 Arête-arête

Lorsqu'une poutre croise une autre poutre en un point autre qu'un de ses sommets, alors cette poutre doit être coupée.

Les algorithmes de découpage de poutres sont relativement simples, il suffit de demander au logiciel de CAO de couper l'arête représentant la poutre au point d'intersection. Dans l'éventualité où une telle fonction n'existe pas, il faut de remplacer l'arête originale par deux arêtes plus courtes.

### 4.5.2 Arête-face

Les intersections de type poutre-volume et poutre-coque ont beaucoup de similarités. On peut regrouper les découpages en quatre catégories. Le découpage standard (Figure 3.17) et le découpage long (une arête repose sur une face, voir Figure 3.44) sont communs aux deux types de connexion. Le découpage de type continu est unique aux cas poutre-volume alors que le découpage de type «coté de coque» (voir Figure 3.45) est unique aux connexions coque-coque.

#### 4.5.2.1 Découpage standard

Le découpage standard découpe la silhouette de la poutre dans la face. Son algorithme est illustré à la Figure 4.7.

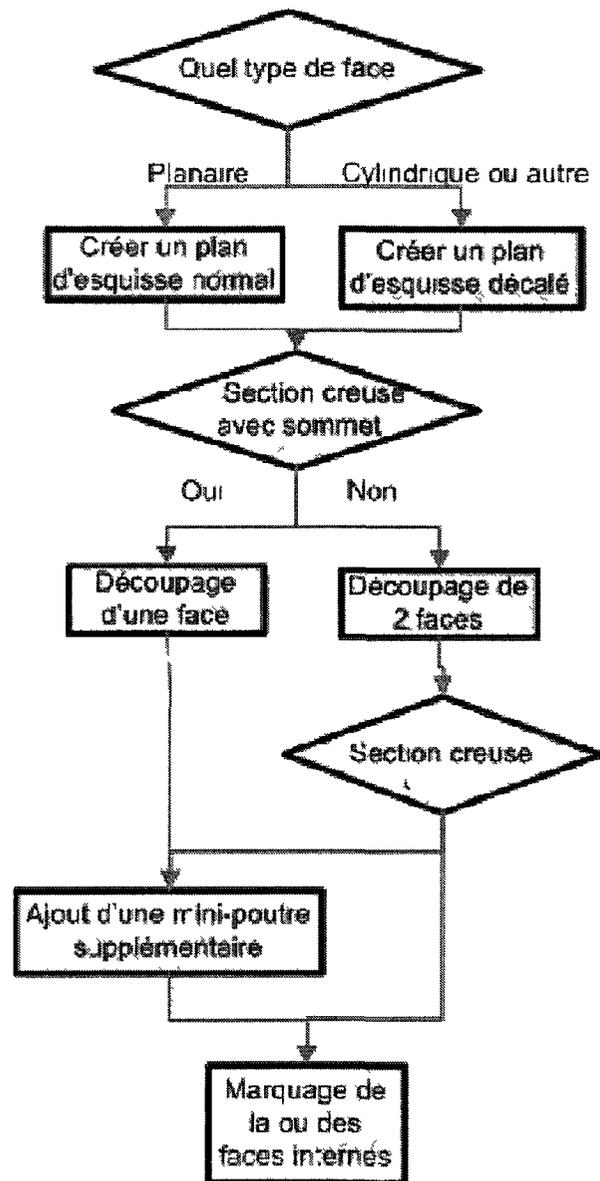


Figure 4.7 Algorithme du découpage standard

Un exemple du cas de connexion standard est illustré à la Figure 4.8, soit une poutre croisant une face d'un volume. Si la poutre n'est pas à section creuse, le traitement est relativement simple. Le découpage de la face est réalisé en dessinant la section de la poutre sur un plan normal à l'arête de la poutre dont l'origine est située sur le point d'intersection. Cette section est alors projetée sur la face et cette forme est utilisée pour découper la face du volume grâce à

des fonctions de « *face splitting* » mises à la disposition du programmeur par les logiciels de CAO. Cette technique permet de couper la forme de la poutre même si la face du volume n'est pas plane ou si la poutre est inclinée.

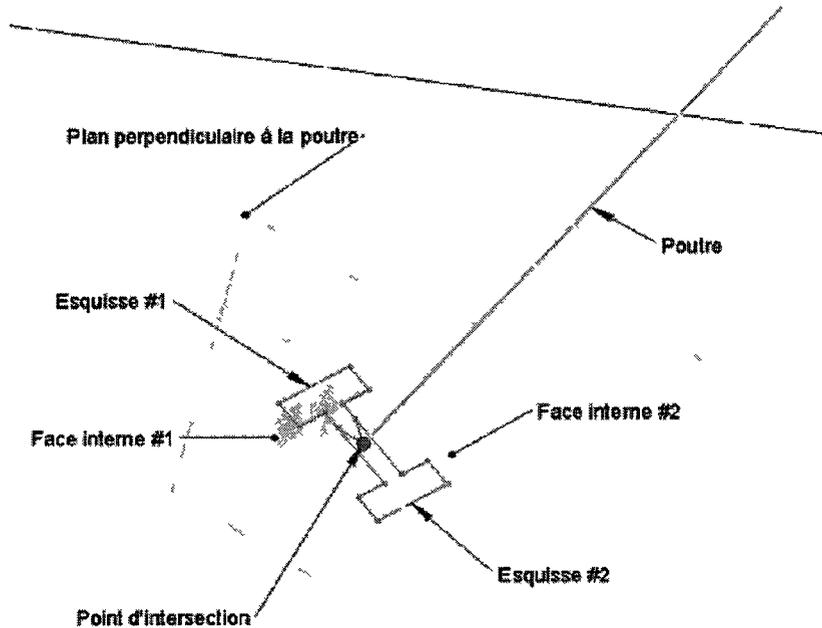


Figure 4 8 Illustration du découpage dans le cas de connexions poutre-volume

Il y a un problème cependant lorsque la projection de la section de la poutre croise plus d'une fois la face du volume. C'est le cas lorsque la face est cylindrique ou dans certains cas de face de type NURBS. Si l'algorithme de projection est utilisé alors la section, qui est projetée à l'infinie, coupera la face à plus d'une reprise et donc coupera la face plus d'une fois, ce qui peut créer quelques faces inutiles et alourdir le modèle. Pour parer à ceci dans le cas de faces cylindriques, le plan perpendiculaire à la poutre est déplacé à l'intérieur du cylindre et la projection se fait alors dans une seule direction. Si le plan n'est pas décalé alors la projection de la silhouette de la poutre engendrera un découpage des deux côtés du cylindre comme illustré sur la Figure 4.9b. À noter que cette technique ne fonctionne que si la section de la poutre est plus petite que le cylindre. La Figure 4.9a illustre un exemple où le plan contenant l'esquisse servant à découper est replacé à l'intérieur du cylindre. Une esquisse épousant la

forme de la section de la poutre y est dessinée et la projection de cette esquisse est utilisée pour couper la face. Si l'algorithme utilisé pour les faces planes est employé, le résultat donne le modèle visible à la Figure 4.9b. L'esquisse est projetée dans une direction, mais coupe la face cylindrique du volume plusieurs fois.

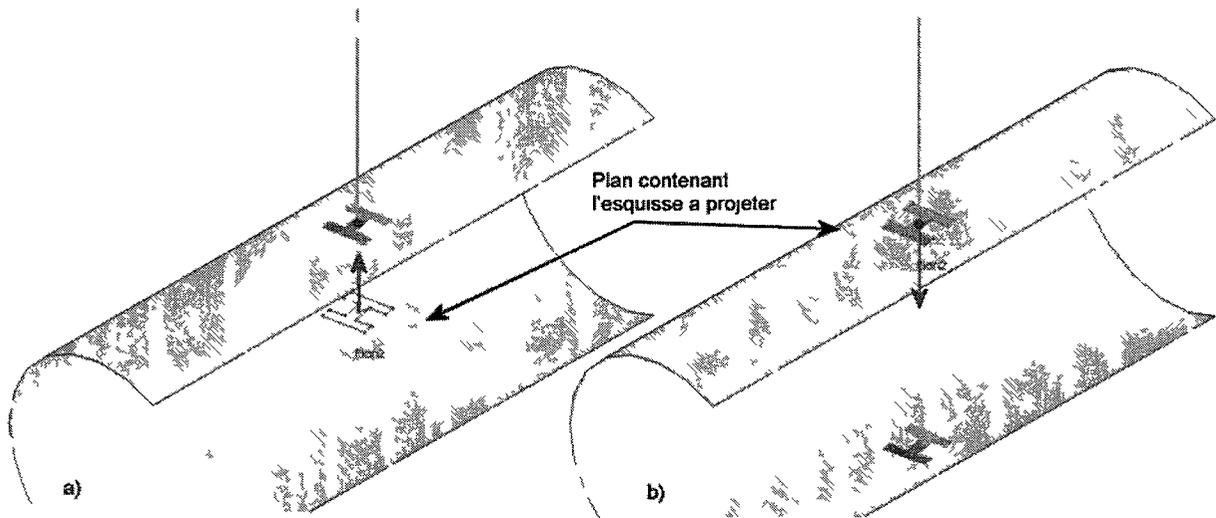


Figure 4.9 Projection d'une esquisse découpante sur une face cylindrique a) Décalage du plan et projection dans une direction unique b) Projection simple de l'esquisse découpante

Un algorithme équivalent est utilisé lorsque la face n'est pas plane ou cylindrique et que la projection de la section dans une direction unique ne peut couper entièrement la face. Le plan contenant l'esquisse servant à découper est alors légèrement décalé.

#### 4.5.2.2 Découpage long, une arête repose sur une face

Lorsque la poutre repose entièrement ou en partie sur une face, on doit utiliser un algorithme différent. Le découpage se déroule en deux étapes, le découpage de la poutre (si nécessaire) suit du découpage de la face.

La poutre doit être coupée à chaque arête d'une boucle de la face qu'elle croise. La Figure 4.10 illustre une situation où une poutre a été coupée à trois endroits. La poutre originale est donc coupée en quatre morceaux. Deux de ces morceaux doivent avoir une arête commune avec le volume.

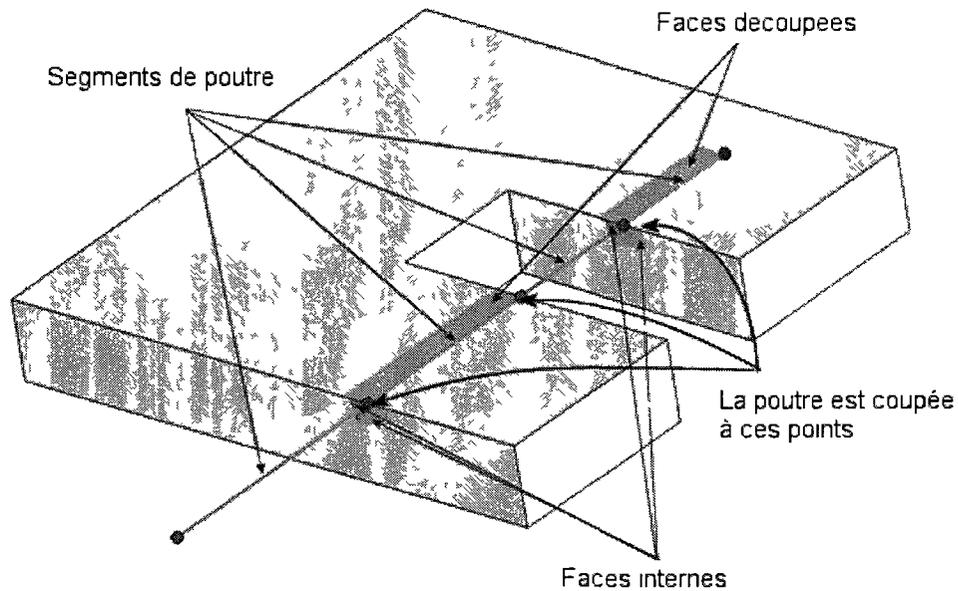


Figure 4.10 Exemple de découpage de la géométrie lorsqu'une poutre repose sur une face du volume

Ensuite, pour le découpage de la face, un plan est construit à un point d'intersection et normal à la poutre. Un cercle dont le diamètre est ajusté à  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  de la taille nodale globale demandée pour la carte de taille est dessiné sur cette esquisse (voir Figure 4.11). Ce cercle est ensuite balayé sur une trajectoire identique à l'arête de la poutre. Cette opération produit un volume de forme cylindrique qui servira de point de base pour l'opération de découpage. À noter que cet algorithme fonctionne même si la poutre et la face du volume ne sont pas planaire. Les arêtes d'intersection entre ce nouveau volume et le volume original sont identifiées et celles-ci sont utilisées pour découper la face du volume. Puisque le balayage du nouveau volume est réalisé grâce à l'arête de la poutre, il y a automatiquement une arête commune entre la poutre et la face découpée dans le volume original.

À noter que sur la Figure 4.10 il y a cinq connexions poutre-volume; soit trois connexions standard, chacune générant deux faces internes où seront placées des mini-poutres à rigidité infinie (quatre d'entre elles sont visibles sur la figure). Il y a aussi deux intersections poutre-volume où la poutre repose sur la surface du volume.

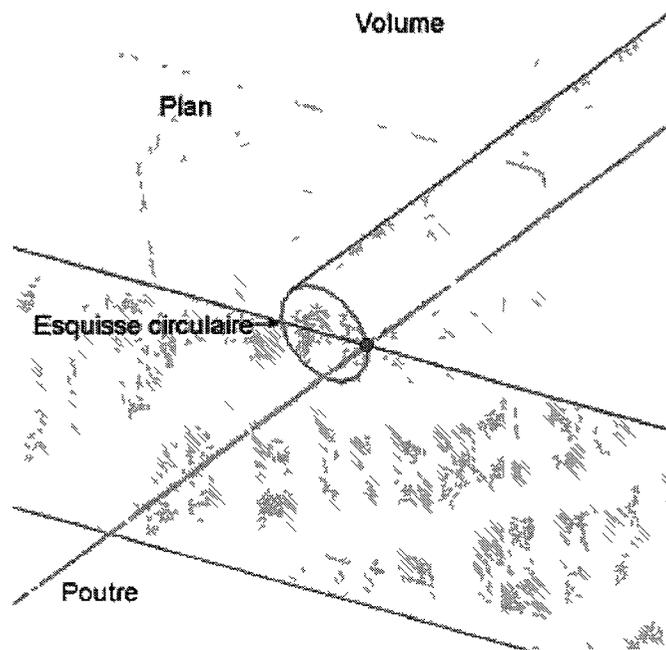


Figure 4.11 Détail du volume utilisé pour couper la face dans le volume principal

### 4.5.2.3 Découpage de poutre continue

Cette section décrit le traitement des cas où une poutre est modélisée partiellement en 3D comme décrit à la section 3.4.5.1. Ce type de connexion évidemment ne se rencontre que dans les cas des connexions poutre-volume. Lorsque la section de la poutre est représentée par une des faces du volume, il y a essentiellement trois situations à évaluer, chacune menant à un traitement différent. Pour repérer lequel des cas on doit traiter, on utilise l'algorithme de la Figure 4.12.

Dans la situation où la poutre touche le centroïde de la face qui représente sa section. Il suffit de faire apparaître un sommet sur la face au point d'intersection avec la poutre. Pour réaliser ceci, un simple découpage de la face est nécessaire. La forme du découpage est sans importance pourvu qu'il y ait un sommet au bon endroit.

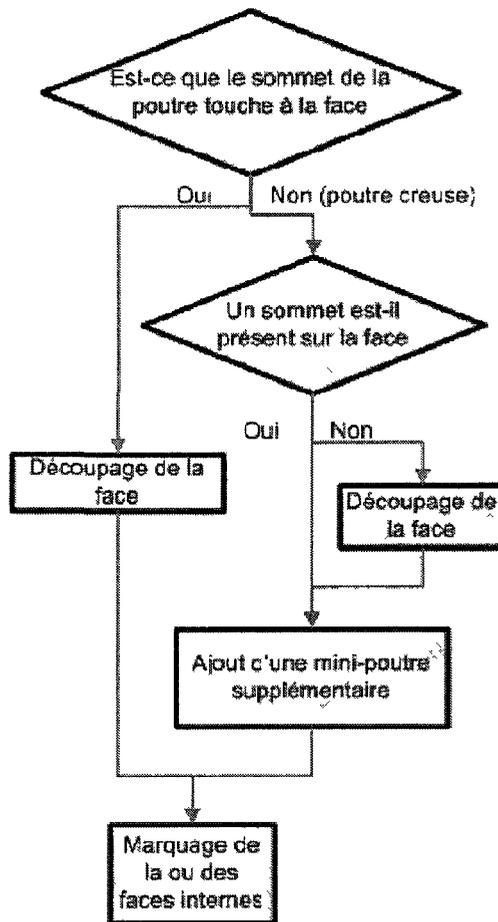


Figure 4.12 Algorithme pour le découpage de type poutre continue

Le second cas se produit lorsqu'il n'y a pas de point de contact entre la poutre et le volume comme illustré à la Figure 3.51. Un découpage n'est alors pas nécessaire et une mini-poutre doit être ajoutée entre le sommet de la poutre et un sommet aléatoire sur la face. Pour ce faire, une arête est construite entre les deux points sélectionnés puis on marque cette arête pour qu'elle soit reconnue plus tard.

Le troisième cas est lorsque la poutre est à section creuse, mais que cette section ne possède pas de sommets par exemple dans le cas d'une poutre à section circulaire creuse. Un découpage de la face est alors nécessaire, non pas pour faire apparaître un sommet au point de

rencontre poutre-volume, mais bien pour faire apparaître un sommet sur lequel connecter une mini-poutre. La Figure 4.13 illustre une telle situation. En l'absence d'un sommet sur la section de la poutre, la face a été coupée en deux selon une forme quasi aléatoire pour faire apparaître un sommet supplémentaire.

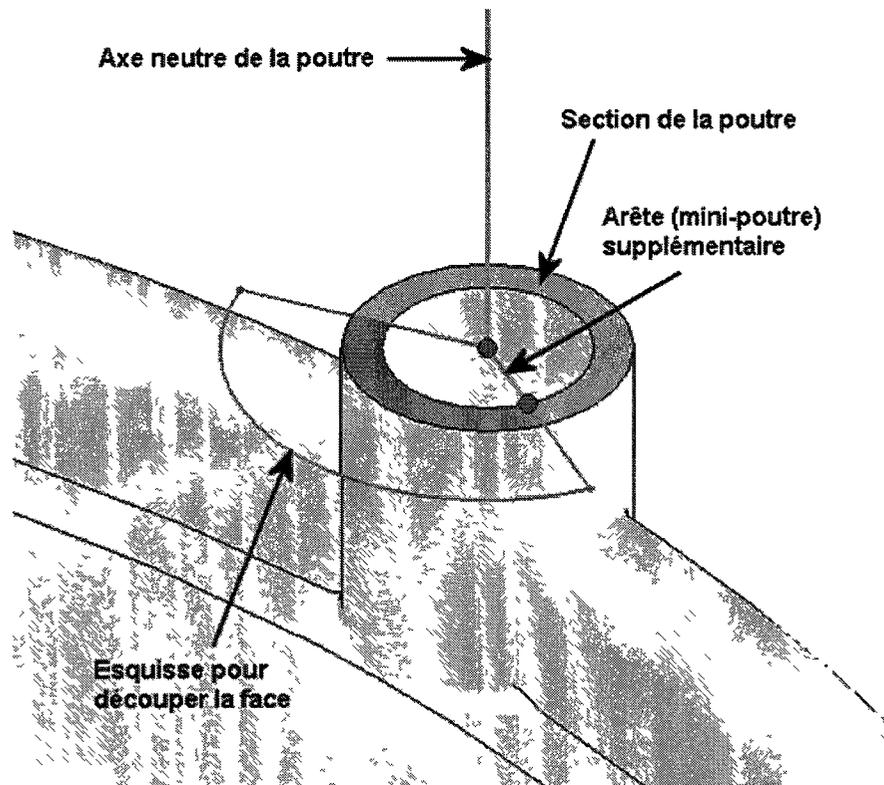


Figure 4.13 Poutre dont la section est donnée par une face circulaire creuse

#### 4.5.2.4 Découpage de type «coté de coque»

Cette situation se produit lorsqu'une poutre croise une coque au niveau d'une arête de la coque alors que la courbe de la poutre repose sur la surface de la coque (voir Figure 3.45). Cette situation est unique au cas des connexions poutre-coque car une connexion de ce type entre une poutre et un volume serait traité par la méthode de découpage standard.

Lorsque l'on a une connexion de type «sur côté », selon la démarche expliquée au chapitre 3, on doit découper les arêtes pour y placer des mini-poutres. Une fois découpées, on ajoute des mini-poutres sur les arêtes comme sur la Figure 4.14.

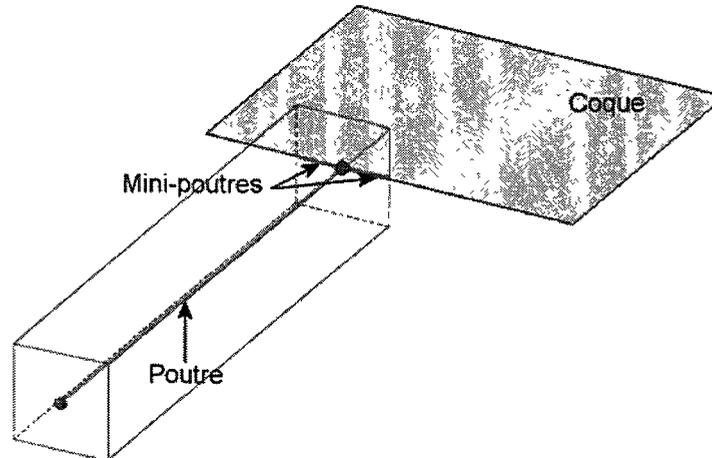


Figure 4.14 Découpage de l'arête

### 4.5.3 Face-face

Une seule situation est commune aux connexions de type coque-volume et coque-coque, soit la connexion de type standard où une seule face doit être découpée. Le cas de coque continue, où une coque est partiellement modélisée en 3D est unique au cas coque-volume. Lorsque la connexion n'est pas standard, dans le cas des connexions coque-coque, un algorithme particulier doit être employé.

#### 4.5.3.1 Connexion standard

Les connexions entre coques et volumes demandent une méthode similaire aux autres types de connexions, soit de découper une certaine forme dans la face du volume. Cependant, il est difficile d'utiliser les mêmes méthodes de découpage de faces, car les intersections peuvent avoir des formes beaucoup plus complexes. Une nouvelle méthode a donc été conçue pour ce type de connexion. L'algorithme lorsque la connexion est de type standard (une face seulement doit être découpée) peut être observé à la Figure 4.15.

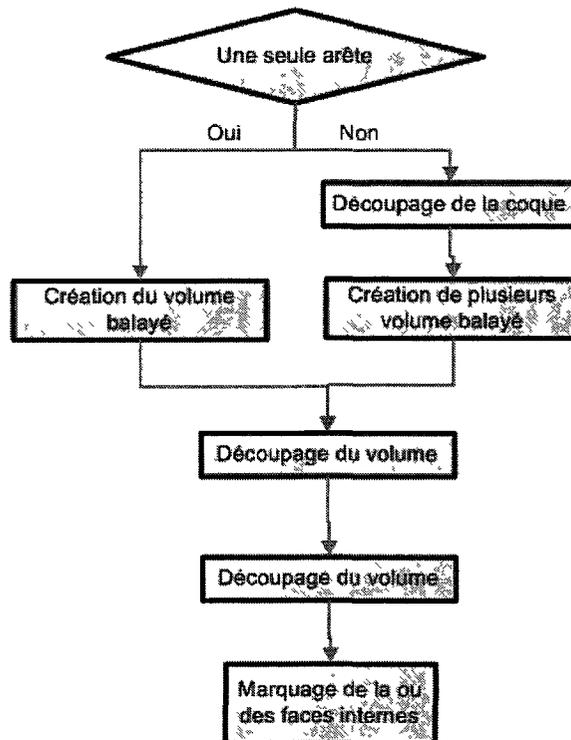


Figure 4.15 Algorithme dans le cas de connexion face-face standard

La première chose à évaluer est si l'on a besoin de découper la coque. Au chapitre 3 il est fait mention que dans certaines situations il faut couper l'arête de la coque (voir Figure 3.46). Ce découpage sert à faire apparaître des arêtes sur la coque qui pourront être fusionnées avec les arêtes du volume. Chaque nouveau morceau doit faire l'objet d'un découpage de volume décrit plus bas.

Lorsque l'on doit découper la face (volume ou coque), il est impossible d'utiliser les mêmes méthodes que celles décrites pour les connexions arête-face, principalement parce que les connexions peuvent épouser des formes complexes. Le découpage de face requiert la création d'une esquisse et la projection de celle-ci sur la face à découper. Il est impossible dans tous les cas de projeter une esquisse dans une direction unique et de toujours couper la forme voulue. Ceci est facile à constater lorsque l'arête qui est commune aux deux faces est une courbe gauche.

La méthode pour découper la face dans ces conditions n'est alors plus la projection d'une esquisse, mais l'intersection entre deux corps. Il est possible de découper une face à partir des

courbes d'intersections d'un autre volume. Par exemple, si une face que l'on désire couper croise un cylindre incliné, alors la courbe d'intersection entre le cylindre et la face est une ellipse; on peut utiliser cette ellipse ensuite pour couper la face. Puisque cette courbe repose sur la face que l'on désire couper, il n'est pas nécessaire de la projeter, ce qui élimine le problème de la projection. La technique requiert donc la création d'un volume dont les courbes d'intersection issues du croisement entre ce corps et la face à découper correspondent à la zone à découper.

Ce volume de référence est donc créé en balayant (extrusion pilotée par une courbe) un cercle le long de la courbe d'intersection entre les deux faces originales. On se sert ensuite des arêtes d'intersection entre ce volume de référence et la face de base pour couper cette dernière. La Figure 4.16 illustre un exemple où trois coques coupent un volume. Une arête d'intersection entre une coque et le volume est tout d'abord tracée, puis un cercle est balayé autour de cette arête. Ce volume balayé (visible à droite sur la Figure 4.16) a la forme d'un torus dans cet exemple. On détermine ensuite les courbes d'intersection entre ce torus et la face du volume puis on coupe le volume en utilisant ces arêtes.

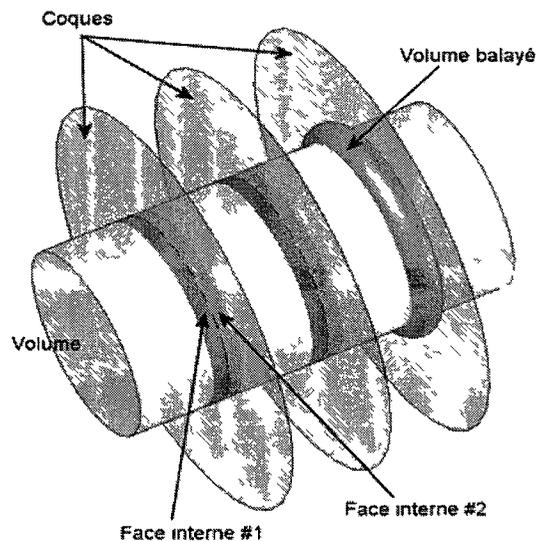


Figure 4 16 Exemple de l'algorithme de découpage coque-volume. Les coques sont partiellement transparentes et le volume balayé est illustré sur la coque de droite

### **4.5.3.2 Coque continue**

Dans le cas des connexions coque-volume, on peut être en présence d'une situation où la coque est partiellement dessinée en 3D comme à la Figure 3.52. La technique de traitement est alors très simple. Pour obtenir les deux faces internes, on a qu'à couper la face du volume en deux en utilisant la courbe d'intersection entre la coque et le volume.

### **4.5.3.3 Connexion coque-coque non standard**

Le traitement des connexions coque-coque, dont l'algorithme est illustré à la Figure 4.17 fonctionne sur un principe similaire à celui des connexions standard. Il faut cependant se demander à deux reprises si une coque doit être découpée. Si la réponse est positive alors le découpage a lieu de la même façon qu'avec les connexions coque-volume, soit qu'un volume balayé est utilisé pour délimiter la zone des faces internes, puis la face obtenue est coupée à nouveau pour obtenir deux faces internes.

### **4.5.4 Connexions multiples**

Comme mentionné au chapitre 3, il est relativement facile de traiter les connexions de type poutres multiples avec un volume ou avec une coque si les sommets des poutres touchent un point unique du volume. La poutre avec la plus grande aire de section est considérée comme poutre dominante et la solution est réduite à une simple connexion poutre-volume. La même technique est utilisée pour les connexions poutres-coque.

### **4.5.5 Mise à jour de la géométrie (identification des faces internes)**

Les opérations de découpage de faces modifient le modèle, généralement le nombre d'entités augmente, particulièrement lorsque l'on doit faire apparaître une ou des faces internes. On peut questionner le logiciel de CAO pour obtenir le nouveau B-rep mais les faces internes ne sont pas identifiées sur ce modèle, il faut donc un certain algorithme pour les retrouver.

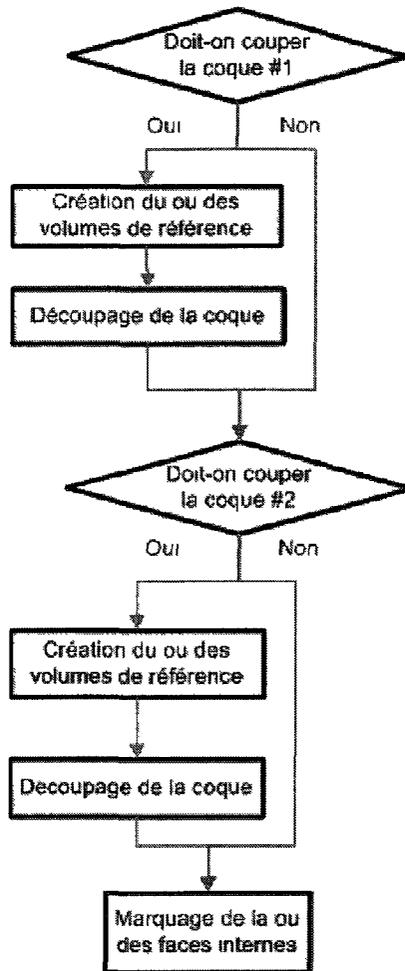


Figure 4.17 Algorithme de traitement des connexions coque-coque

La méthode pour identifier les faces internes est de dessiner un point de référence (près du point d'intersection poutre-volume) et de le projeter sur la face du volume. Cette opération est réalisée avant le découpage de la face. Après le découpage de la face, il faut vérifier quelle face contient le point de référence. La Figure 4.18a illustre une situation typique où deux points de référence sont utilisés pour identifier les deux faces internes. À noter que les points sont normalement beaucoup plus près du point d'intersection avec la poutre.

Lorsqu'une poutre croise un volume (ou une coque) sur un sommet ou une arête par exemple, il est fort probable qu'un des deux points de référence ne puisse être projeté sur le volume (voir le point de référence en haut du point d'intersection sur la Figure 4.18b). Dans cette situation, le point qui n'a pu être projeté n'est pas mémorisé, car il ne peut pas servir à

retrouver une face. L'opération de découpage est quand même exécutée puisqu'il est possible qu'une face soit quand même découpée (Figure 4.18b). Dans cet exemple les faces numérotées 2 et 3 ne seraient cependant pas repérées. Dans la plupart des cas où cette situation se produit, l'idéalisation n'est probablement pas parfaite et il serait préférable de dessiner le modèle différemment.

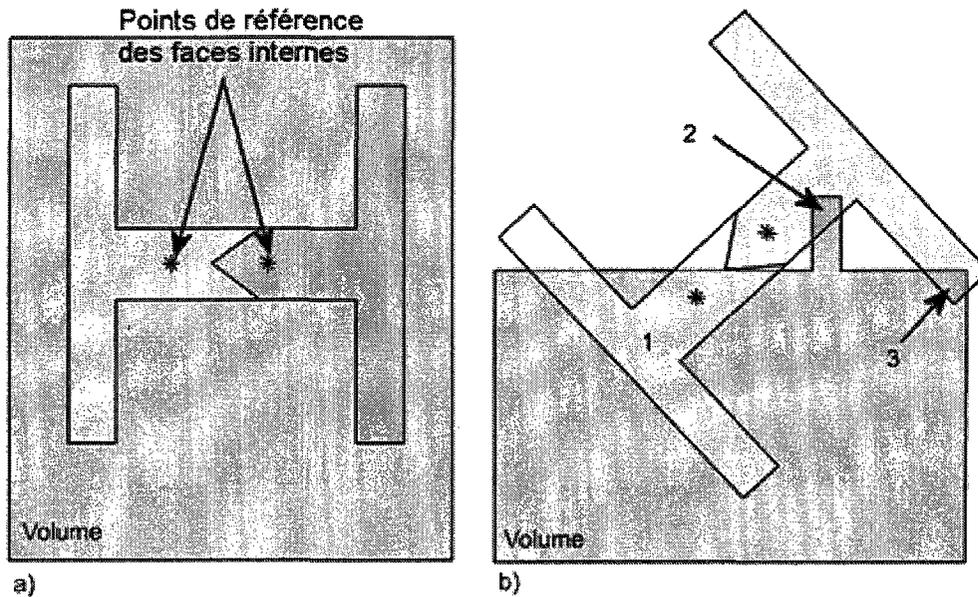


Figure 4.18 Exemples de localisation des faces internes. a) Modèle simple b) Modèle avec poutre inclinée

Toutes les faces obtenues par le découpage de la face originale sont ajoutées ensuite dans la liste des faces de la Slyface. De cette façon, une seule classe entité contient toutes les nouvelles faces remplaçant la face originale. Cette opération simplifie beaucoup les algorithmes suivants puisque le B-rep modifié n'a pas besoin d'être reconstruit.

#### 4.6 Opérateur d'ajout de mini-poutres

L'opérateur d'ajout de mini-poutres est simple et identique dans tous les cas de connexions. L'opérateur intervient après l'exécution du maillage et se base en partie sur l'étape d'identification des faces internes (section 4.5.5). Toutes les faces du modèle sont questionnées

une à une et si une face est identifiée comme face interne alors la procédure d'ajout de mini-poutres est activée.

#### 4.6.1 Ajout de mini-poutres simples

Pour ajouter des mini-poutres rigides sur une face, on questionne tout simplement le mailleur pour obtenir une liste de tous les segments des triangles composant la face. On ajoute ensuite des mini-poutres entre les nœuds de chaque segment. Il n'y a donc pas de création de nouveaux nœuds. La rigidité des mini-poutres est ajustée en fonction de la rigidité de la poutre principale, il faut s'assurer que les mini-poutres sont considérablement plus rigides, mais il faut éviter d'employer une rigidité trop élevée qui pourrait conduire à une matrice de rigidité mal conditionnée.

#### 4.6.2 Ajout de mini-poutres orientées

Lorsqu'une face est identifiée comme une face interne devant recevoir des mini-poutres orientées, la procédure utilisée est similaire à celle décrite au paragraphe précédent. On questionne le maillage de la face et on ajoute des mini-poutres entre les nœuds. Les propriétés des mini-poutres sont cependant ajustées en fonction de l'orientation de la face. Pour ce faire, on prend un triangle du maillage, puis on ajoute une mini-poutre entre deux nœuds. On utilise ensuite le troisième nœud du triangle pour orienter la mini-poutre, l'inertie dans la direction de ce troisième nœud est alors très grande alors que l'inertie dans la direction perpendiculaire est nulle. L'aire de section de la mini-poutre est également nulle pour permettre à la face interne de bouger.

### 4.7 Algorithmes généraux

Les deux opérateurs décrits précédemment sont les contributions principales de la recherche et les étapes les plus importantes pour obtenir le résultat désiré. Il existe cependant quelques algorithmes supplémentaires nécessaires au bon déroulement de la méthode ou simplement nécessaires pour compléter une étude multidimensionnelle. Il y a d'abord la fusion des entités, un code nécessaire pour passer d'un modèle à plusieurs composantes manifold à un seul modèle exprimé dans le format-B-rep modifié. Il y a ensuite une série de codes pour traiter les

conditions aux limites, le code qui gère les faces internes y est également expliqué plus en détail. Puis une technique pour optimiser la carte de taille en fonction des connexions.

#### 4.7.1 Fusion des entités

Après avoir été découpé, un modèle multidimensionnel comporte souvent des entités redondantes. Par exemple, lorsqu'une poutre connecte un volume, les traitements de découpage font apparaître un sommet sur le volume au point d'intersection, mais la poutre a également son propre sommet à ce point d'intersection. Si les deux sommets existent dans le B-rep utilisé par le mailleur alors il y aura deux nœuds à ce point. Il y a donc une étape de fusion des sommets et des arêtes nécessaire avant d'effectuer le maillage. Les entités de sommets et d'arêtes sont donc comparées ensemble et si deux sommets ou deux arêtes sont jugés identiques alors les entités sont identifiées comme telles.

Pour effectuer le marquage, un attribut appelé doublon est utilisé. Un attribut est une information que l'on peut attacher à une entité topologique, c'est en quelque sorte une liste de variables qui dans un logiciel de CAO sont sauvegardées avec le modèle. Les variables de l'attribut de type doublon sont identifiées au Tableau 4.1. Lorsque deux sommets sont ciblés, un d'entre eux est choisi et déclaré comme maître, le second est identifié comme doublon et c'est ce dernier qui reçoit l'instance de l'attribut. Le paramètre «Maitre» est en fait une sorte de pointeur vers le sommet maître. Donc lorsque le B-rep est relu par le mailleur ou un autre programme et qu'il voit le sommet doublon, un code renvoie le pointeur vers le sommet maître. Ceci, pratiquement, retire le sommet doublon de la définition du modèle. Lorsqu'il y a plusieurs sommets au même endroit, un seul sommet est déclaré comme maître; les autres recevant tous un attribut de doublon.

Cette technique permet donc à un mailleur capable de traiter un modèle multidimensionnel *non-manifold* de s'associer avec un logiciel de CAO capable de gérer uniquement des composantes *manifold*. Le modèle du logiciel CAO a donc des entités redondantes que le mailleur ne verra pas.

Tableau 4.1. Paramètres de l'attribut doublon

Attribut Doublon	
Paramètre	Définition
Maitre	Nom de l'entité originale
Sens	1 ou -1 selon le sens

Quand deux arêtes sont identifiées comme identiques, alors la même démarche est utilisée. Une arête est identifiée comme maître et une (ou plusieurs) autre est considérée comme doublon. Une instance de l'attribut doublon est attachée à cette dernière arête et à ses sommets (s'il y en a). Dans le cas d'une arête, le paramètre «Sens» est utilisé pour signifier si le sens de l'arête est le même (1) ou inverse (-1) que l'arête maître.

#### 4.7.2 Transfert de propriété

Des propriétés doivent être transférées d'un modèle ou tout simplement sauvegardées pour utilisation future. Les conditions aux limites par exemple ne sont pas mémorisées par un logiciel de CAO traditionnel n'intégrant pas les méthodes par éléments finis. Il faut donc permettre à l'utilisateur d'entrer ces valeurs et surtout mémoriser ces valeurs. Les conditions aux limites sont un exemple, mais il existe également d'autres propriétés qui doivent faire partie intégrante du modèle multidimensionnel, le nouveau format B-rep entre autres (voir Figure 3.1) indique que les coques doivent avoir une propriété d'épaisseur, on doit donc ajouter une propriété d'épaisseur aux coques. Dans tous les cas on utilise un attribut tels ceux décrits au paragraphe précédent, chaque attribut est ensuite attaché à une entité du nouveau B-rep.

##### 4.7.2.1 Conditions aux limites

La saisie de conditions aux limites est prise en charge par le logiciel MAGiC\_SLD. Le logiciel de CAO permet d'associer des instances d'attributs à chaque entité. Un attribut contenant un paramètre de type *string* (chaîne de caractère) est défini pour mémoriser les conditions aux limites. Le paramètre de chaque entité ayant au moins une condition aux limites est défini selon le format suivant : «00XX0.00000e+000». Les deux premiers chiffres représentent le nombre de conditions aux limites présentes, ensuite deux lettres servent à définir le type de

condition puis un chiffre est utilisé pour définir la valeur de la condition. Le Tableau 4.2 liste les conditions aux limites pouvant être utilisées.

Tableau 4.2. Code des conditions aux limites

Code	Condition	Code	Condition
Da	Fixer tout	Rx	Rotation en X
Dx	Bloquer les translations en X	Ry,	Rotation en Y
Dy	Bloquer les translations en Y	Rz,	Rotation en Z
Dz	Bloquer les translations en Z	Ra	Rotation dans tous les axes
Fx	Force en X	Mx	Moment en X
Fy	Force en Y	My	Moment en Y
Fz	Force en Z	Mz	Moment en Z
Px	Pression en X		
Py	Pression en Y		
Pz	Pression en Z		
Pn	Pression normale		

Cet attribut peut être relu par la suite par le module qui exporte le maillage et il est converti en une syntaxe que le solveur peut comprendre.

#### 4.7.2.2 Attributs des poutres et des coques

Le même principe est utilisé dans le cas des propriétés des poutres et des coques. Un attribut pour chaque type d'entité est utilisé. Le Tableau 4.3 regroupe tous les paramètres des attributs des coques et des poutres.

L'attribut des coques est relativement simple. Un seul paramètre servant à définir l'épaisseur de la coque est nécessaire. Lorsque l'utilisateur sélectionne une coque, une instance de cet attribut est associée à la face.

Tableau 4.3. Attribut des poutres et des coques

Attribut des poutres		Attribut des coques	
Paramètres	Description	Paramètres	Description
S	Nom de la section	Ep	L'épaisseur de la coque
As	Aire de section		
I1	Inertie direction principale ( $I_y$ )		
I2	Inertie direction secondaire ( $I_z$ )		
N3	Nom du «troisième point»		
X3	Position en x du troisième point		
Y3	Position en y du troisième point		
Z3	Position en z du troisième point		
D1	Dimension de la section #1		
D2	Dimension de la section #2		
D3	Dimension de la section #3		
D4	Dimension de la section #4		
D5	Dimension de la section #5		
D6	Dimension de la section #6		
Flag	Identification des mini-poutres supplémentaires		

L'attribut des poutres est un peu plus complexe. Le nom de la section est mémorisé dans le paramètre appelé «S», quant à l'aire de section, celle-ci est conservée dans le paramètre «As». Les moments d'inertie sont mémorisés dans deux paramètres, soit «I1» et «I2». L'orientation de la poutre est donnée grâce à ce qui est appelé le troisième point. Ce point, qui est spécifié par l'utilisateur, est positionné dans un plan servant à orienter la section de la poutre. Le nom de ce point est conservé dans le paramètre «N3» et les coordonnées de sa position sont

mémorisées dans les trois paramètres «X3, Y3 et Z3». Le solveur peut par la suite utiliser les coordonnées de ce troisième point pour orienter les poutres (ou mini-poutres). Six autres paramètres sont utilisés pour définir les dimensions des sections des poutres; ceux-ci ont une signification différente en fonction du type de section. Ces derniers paramètres ne sont pas utilisés par le mailleur ni le solveur, mais sont utiles lors de l'étape de découpage de faces. Finalement, un dernier paramètre «*Flag*» est utilisé pour mémoriser quelques informations temporaires nécessaires lors des étapes de découpage. Ce paramètre est également utilisé pour identifier les mini-poutres supplémentaires lorsqu'elles sont ajoutées dans le cas des poutres à section creuses.

Toutes ces informations sont demandées à l'utilisateur grâce à une interface de prise de données. Il y a une exception à ceci lorsque l'utilisateur choisit d'utiliser une poutre (ou coque) continue (la section est partiellement dessinée en 3D). Dans ce cas tous les paramètres sont calculés automatiquement.

#### 4.7.2.3 Attributs des faces internes

Une instance de l'attribut «FaceInterne» (Tableau 4.4) est attachée à chaque face devant recevoir des mini-poutres. Cet attribut est utilisé à toutes les étapes dites «marquage des faces internes» des algorithmes de traitement des connexions. Le paramètre *Fi* est utilisé pour mémoriser la taille idéale que les éléments devraient avoir sur les faces découpées. Cette valeur est déterminée en évaluant la grosseur de la section dans le cas d'une poutre ou l'épaisseur de la coque dans le cas d'une coque. Le paramètre *Po* quant à lui sert à identifier le type de mini-poutres à utiliser avec la face. Si le découpage est fait à partir d'une poutre, alors des mini-poutres de rigidité infinie doivent être utilisées. Si le type de connexion est coque-volume ou coque-coque alors des mini-poutres orientées doivent être placées.

Tableau 4.4. Paramètres de l'attribut FaceInterne

Attribut FaceInterne	
Paramètre	Définition
Fi	Indique la taille des éléments
Po	0 = mini-poutres normales 1 = mini-poutres orientées

### 4.7.3 Ajustements à la pré-optimisation de la carte de taille

Les études multidimensionnelles sont généralement utilisées pour réduire le nombre d'éléments. Il est donc très probable que celles-ci soient combinées à une grosseur d'éléments demandée relativement grande. Si la taille des éléments requise au niveau des connexions est trop grande, le mailleur peut avoir de la difficulté à créer le maillage sur certaines faces internes. Il a également été démontré que pour obtenir de meilleurs résultats autour des connexions, le maillage devait être plus raffiné.

Un algorithme a donc été mis en place pour fixer une taille d'éléments minimale au niveau des interfaces dimensionnelles. Les entités critiques sont toujours les faces internes décrites plus haut. Celles-ci possèdent un paramètre servant à quantifier la grosseur des éléments désirés. La valeur du paramètre est déterminée par le type de poutre dans le cas des poutres et par l'épaisseur de la coque dans le cas des coques. Par exemple, dans le cas des coques, la face interne découpée devrait avoir au moins deux éléments d'épaisseur.

Il est à noter ici que ce n'est pas la carte de taille qui est spécifiée, mais une pré-optimisation de celle-ci. La taille désirée est convertie en un ratio avec l'écart nodal global<sup>1</sup>. Ce ratio est fixé à plusieurs points sur la face désirée et chaque point, accompagné de son ratio, est sauvegardé dans un fichier texte. Ce fichier est ensuite relu pour la création de la carte de taille. Ce fichier texte est écrit avec le même format que celui utilisé pour le projet de pré-optimisation de la carte de taille.

## 4.8 Discussion sur l'automatisation

La méthode décrite à au chapitre 3 a été automatisée et intégrée aux logiciels de CAO et à la plate-forme de développement. Plusieurs aspects ont été observés pendant l'automatisation de

---

<sup>1</sup> L'écart nodal global est la taille des éléments demandée par l'utilisateur sur toute la pièce. Si une zone doit avoir des éléments deux fois plus petits dans une zone alors l'écart nodal (non global) dans cette zone sera la moitié de l'écart nodal global.

la méthode, quelques problèmes sont également apparus qui n'étaient pas visibles pendant la phase de conception de la méthode. En voici un bref résumé.

#### 4.8.1 Automatisation du nouveau format B-rep

Le nouveau format B-rep s'adapte bien aux études multidimensionnelles. Il se base sur le modèle traditionnel et n'est pas très difficile à implanter. En fait, il ne fait que dédoubler certaines entités pour tenir compte des coques et des poutres.

Les nouvelles entités doivent cependant avoir des propriétés supplémentaires pour définir correctement la géométrie complète. Les coques par exemple doivent avoir une propriété d'épaisseur.

#### 4.8.2 Découpage de la géométrie (premier opérateur)

Le but du premier opérateur est de découper la géométrie. Ce découpage sert à résoudre le problème d'assemblage du maillage en générant une entité unique entre deux composantes et à définir une zone pour le placement des mini-poutres. À l'exception des connexions poutre-poutre, il y a deux algorithmes majeurs utilisés pour le découpage.

Le premier algorithme utilisé dans le cas des connexions arête-face dessine une forme (la silhouette de la poutre) puis projette cette forme sur la face à découper.

Le second algorithme crée une pièce de référence en 3D, puis détermine les arêtes d'intersections entre la face à découper et le volume de référence. Cette technique permet de découper des formes beaucoup plus complexes, mais est relativement lente d'exécution. C'est pourquoi elle n'est pas utilisée dans les cas de connexions arête-face.

#### 4.8.3 Mise à jour de la géométrie

L'étape qui a été la plus difficile à implanter est la mise à jour de la géométrie après les opérations de découpages. L'algorithme présenté à la section 4.5.5 est fonctionnel dans la grande majorité des cas, mais il y a quelques situations (très exceptionnelles) où cet algorithme ne trouve pas la face interne. De plus, pour chaque découpage l'algorithme ne peut

trouver qu'une face interne. Si le découpage de la face génère deux nouvelles faces ou plus alors une seule d'entre elles sera identifiée comme face interne.

Cet algorithme est également très long d'exécution puisqu'il requiert la création de nouvelles entités et donc plusieurs mises à jour du modèle, ce qui peut demander quelques millisecondes pour un modèle simple à quelques secondes pour un modèle comportant beaucoup d'entités.

Beaucoup d'algorithmes ont été conçus pour réaliser cette opération, mais aucun n'était aussi efficace que celui présenté dans ce document. Il serait potentiellement possible d'accélérer cette opération, mais il faudrait alors modifier les commandes de découpages géométriques.

## CHAPITRE 5 Résultats

Ce chapitre regroupe une série d'exemples sur les types de connexions détaillées dans ce document. Les exemples illustrent plusieurs connexions et parfois plusieurs types de connexions. Certains exemples seront également comparés avec des méthodes alternatives.

### 5.1 Pylône électrique

Le premier exemple modélise un pylône servant à supporter des câbles électriques. Le modèle original incluant les conditions aux limites est illustré à la Figure 5.1a. Sur ce modèle, les arêtes ne sont pas découpées. L'objectif de cette étude est d'évaluer rapidement la contrainte dans les éléments du pylône; une sorte d'étude préliminaire où les détails ne sont pas encore considérés. On veut alors construire rapidement un modèle à partir d'arêtes et obtenir des résultats tout aussi rapidement sans avoir à gérer les connexions entre poutres pour l'instant.

Le modèle visible à la Figure 5.1b a subi les opérations de découpage. Plusieurs poutres ont été découpées, il n'y a donc plus de connexions sur une arête, toutes les poutres présentes dans ce nouveau modèle se connectent au niveau de leurs sommets. Chaque point identifié sur la figure illustre un groupe de sommets qui ont été fusionnés en un seul, c'est-à-dire que dans le logiciel de DAO, plusieurs sommets sont présents, mais lors du maillage, un seul sommet est présent, donc un seul nœud également.

Ce modèle est ensuite maillé avec des poutres et le maillage, matériaux, conditions aux limites et propriété des poutres sont exportés vers le solveur. On utilise des poutres même si des barres auraient pu être une bonne approximation simplement parce que les poutres sont programmées dans les logiciels et qu'un système composé de barres n'est pas une option pour l'instant. Les résultats de contrainte retournée par le solveur sont visibles à la Figure 5.2.

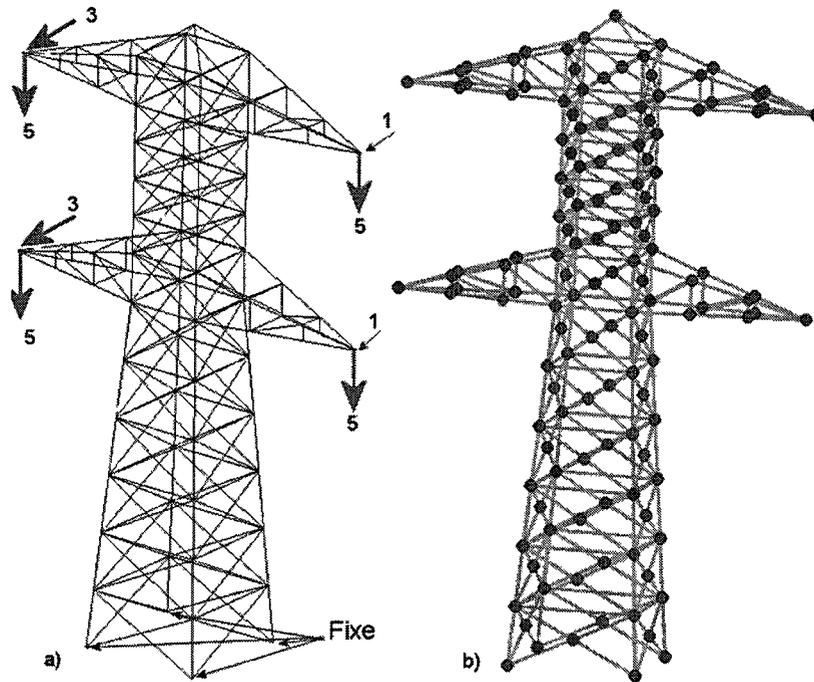


Figure 5.1 a) Modèle du pylône original b) Modèle après découpage des poutres

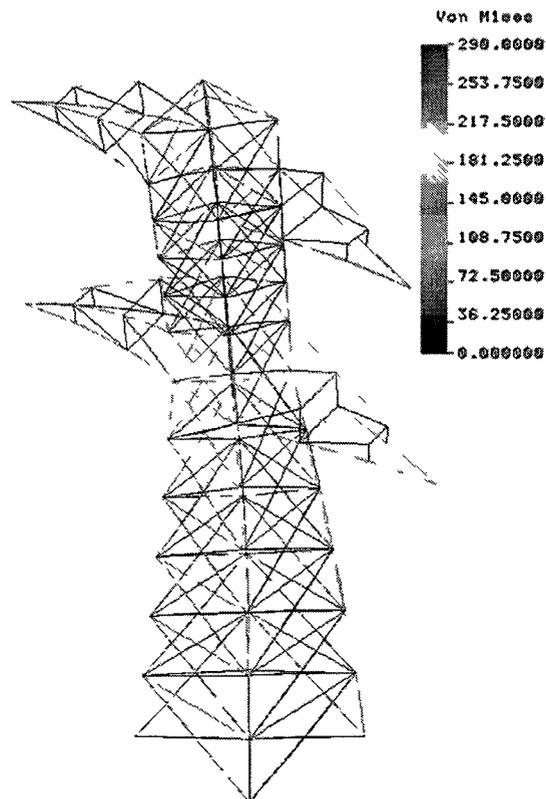


Figure 5.2 Résultats de contrainte von Mises

## 5.2 Exemple simple de connexion 1D-3D

Le prochain exemple illustre une structure très simple. L'exemple sera comparé avec d'autres méthodes alternatives, et puisqu'elle est simple, la structure peut également être modélisée en 3D aux fins de comparaisons. Cet exemple est tiré de [Bournival *et al.*, 2010].

La structure est composée de deux poutres formant un T, la poutre horizontale a quatre mètres de longueur alors que la poutre verticale a 2 mètres de longueur (voir Figure 5.3). Les deux poutres sont de section ANSI S5x10. Un newton est appliqué verticalement à l'extrémité gauche de la poutre horizontale et la base est fixée. Dans cet exemple on cherche à déterminer les contraintes au niveau de l'intersection des deux poutres et le déplacement à l'extrémité droite de la structure.

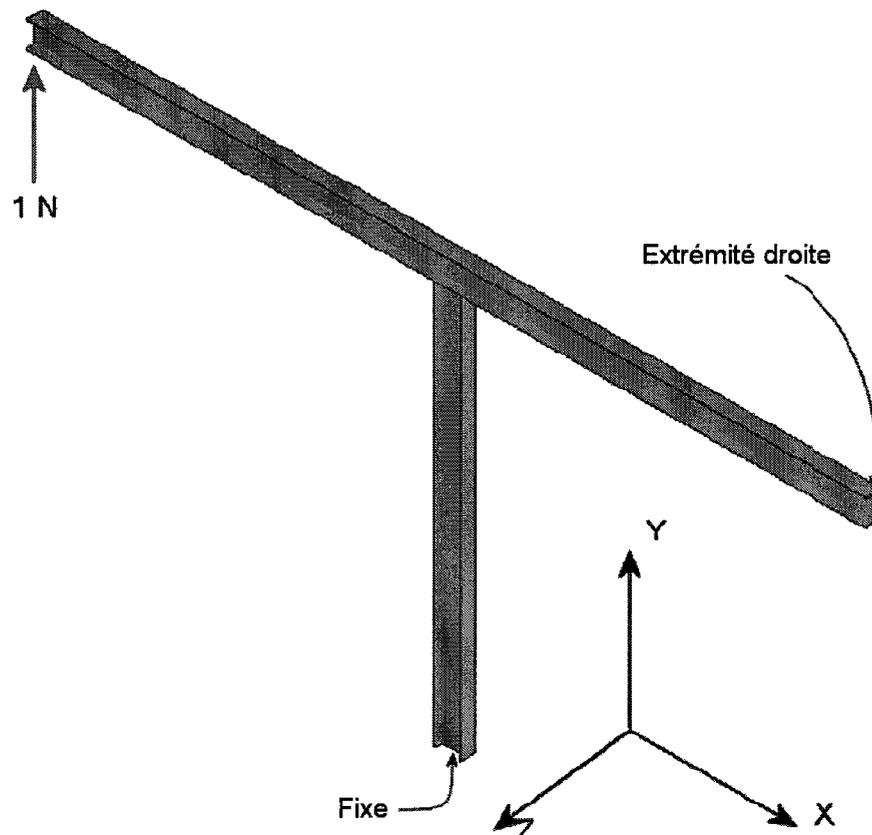


Figure 5.3 Modèle du second exemple

L'exemple compare six analyses différentes :

- Un modèle entièrement maillé avec des éléments tétraédriques linéaires
- Un modèle entièrement maillé avec des éléments tétraédriques quadratiques
- Un modèle composé entièrement d'éléments de type poutre
- Un modèle qui utilise la méthode développée dans cette recherche
- Un modèle qui utilise la méthode de Craveur
- Un modèle qui utilise des équations de contraintes (modèle qui a été créé grâce à un logiciel d'éléments finis commercial et utilisant des éléments tétraédriques quadratiques)

Pour les trois approches multidimensionnelles, une zone autour du point de contact entre les poutres a été modélisée en 3D dans le but de mieux cerner la contrainte à cet endroit et de réduire le nombre total d'éléments. La contrainte obtenue en utilisant la méthode développée dans cette recherche est visible à la Figure 5.4 alors que le déplacement en Y est visible à la Figure 5.5. À noter que la contrainte dans les éléments de type poutres de la Figure 5.4 illustre la contrainte maximale et non celle de la fibre neutre. Le Tableau 5.1 résume quelques résultats importants des cinq alternatives.

Tableau 5.1 Détails de certains résultats du second exemple

Modèle	Nombre de ddl	Dép. X (extrémité droite) (m)	Dép. Y (extrémité droite) (m)	Dép. Z (extrémité droite) (m)
Complètement 3D (linéaire)	115 752	3.879 E-06	-7.666 E-06	7.77 E-008
Complètement 3D (quadratique)	712 080	3.925 E-06	-8.020 E-06	4.994 E-06
Poutres seulement	1 038	-3.903 E-06	-7.651 E-06	3.399 E-19
Approche à section rigide	41 397	-3.927 E-06	-8.318 E-06	-5.792 E-08
Craveur	40 587	-1.454 E-05	-7.958 E-05	-1.481 E-05
Équations de contraintes	103 758	-5.686 E-05	-3.620 E-04	1.304 E-04

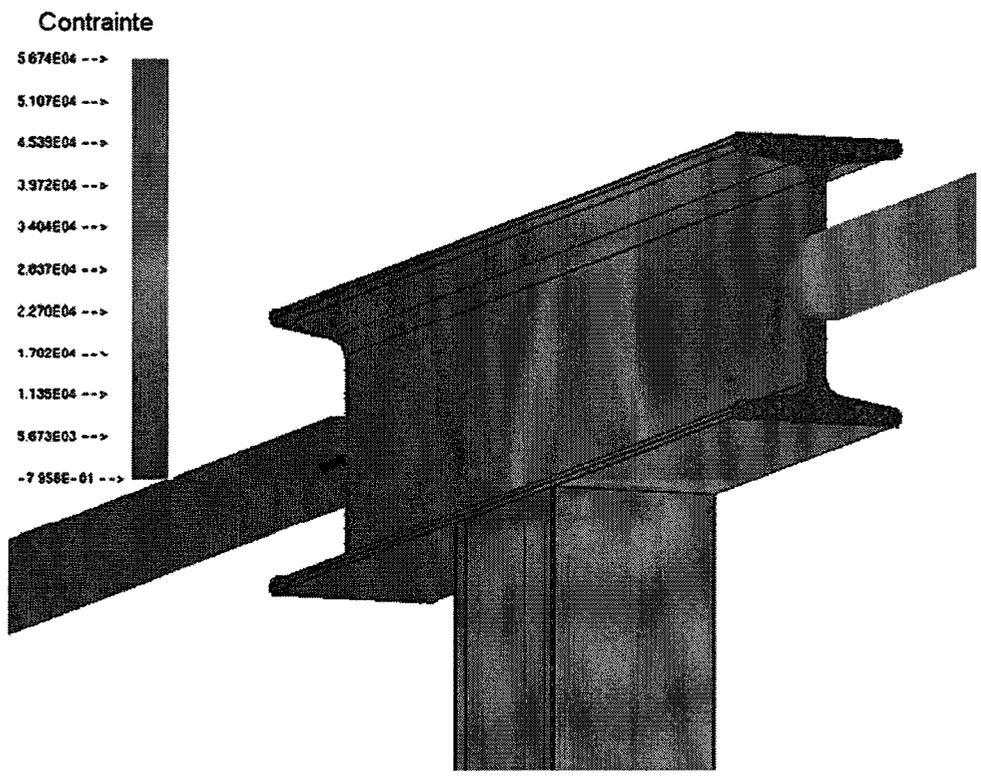


Figure 5.4 Contraintes Von-Mises du second exemple

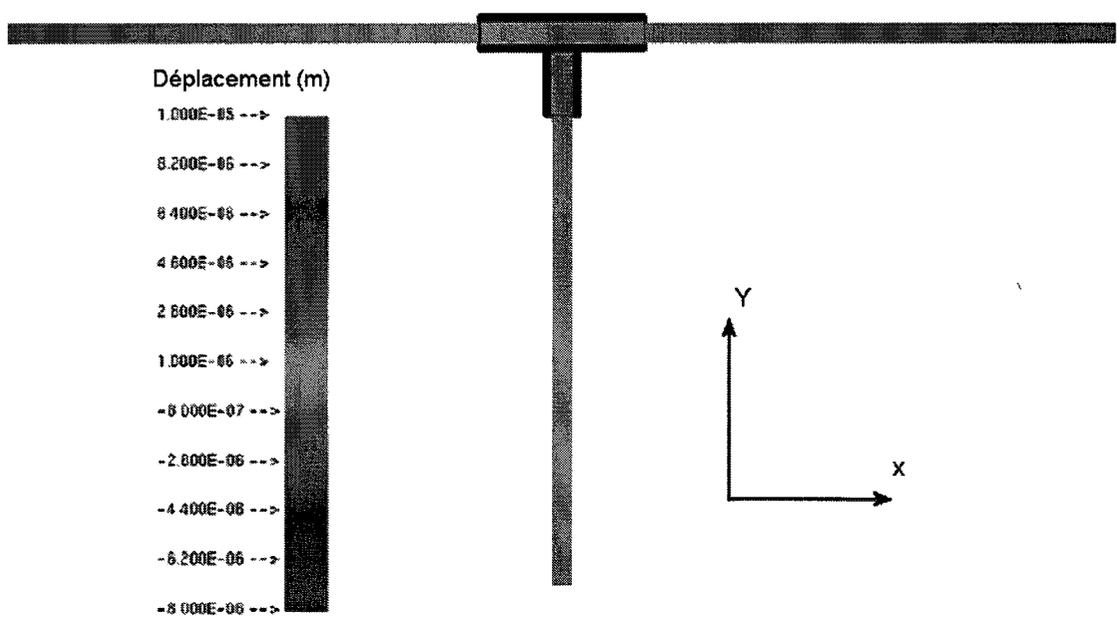


Figure 5.5 Déplacement du second exemple

En observant ces résultats, on peut conclure que la méthode de l'approche à section rigide est la seule méthode multidimensionnelle qui peut correctement évaluer le déplacement et la contrainte en se rapprochant des résultats de l'étude 3D. Les autres méthodes ont tendance à concentrer la connexion sur une petite zone autour du point de contact, ce qui augmente considérablement la contrainte dans cette zone et qui amplifie les déplacements. Ces méthodes ne peuvent donc pas reproduire correctement le comportement de la structure au niveau du contact. Le modèle composé d'éléments de type poutre seulement donne de très bons résultats pour ce qui est du déplacement, mais n'arrive pas à cibler correctement la contrainte maximale, car celle-ci est localisée à la jonction des deux poutres principales.

Les temps de traitement des études peuvent également être évalués puisque les six méthodes ont réussi à traiter le modèle. Tous les calculs sur ce modèle ont été réalisés sur un ordinateur de type Core Duo, 2.66 Ghz avec 3 Go de mémoire vive. Le Tableau 5.2 résume les données importantes. Pour les besoins de comparaison, le même mailleur a été utilisé pour toutes les études.

Tableau 5.2 Temps de traitement des études

Modèle	Nombre de ddl	Temps de maillage (s)	Temps de calcul (s)
Complètement 3D (linéaire)	115 752	43	9
Complètement 3D (quadratique)	712 080	45	22
Poutres seulement	1 038	négligeable	négligeable
Approche à section rigide	41 397	10	6
Craveur	40 587	10	6
Équations de contraintes	103 758	9	12

L'approche à section rigide et le modèle réalisé grâce à la méthode de Craveur ont utilisé le même maillage pour la partie 3D. L'approche à section rigide a plus de ddl à cause des nombreuses mini-poutres. Le modèle composé d'éléments de type poutre seulement est très rapide à mailler et à calculer, cependant le mailleur doit être appelé deux fois et une étape

manuelle est nécessaire pour positionner un nœud au milieu de la poutre horizontale pour fusionner le nœud commun entre les deux poutres. Ces étapes manuelles peuvent requérir quelques minutes de travail de la part de l'analyste. L'approche de Craveur demande un temps de manipulation très long pour l'ajout de mini-poutres, ce temps n'est pas inclus dans le tableau. Quant à la méthode des équations de contraintes, elle n'est pas entièrement automatisée, quelques opérations manuelles sont nécessaires pour spécifier au logiciel les connexions et la façon dont il doit les traiter. À noter que ce modèle est composé d'éléments quadratiques contrairement aux autres modèles, ce qui explique les temps de maillages plus court malgré le nombre supérieur de ddl.

Pour les six modèles, le temps de création du modèle n'est pas quantifié, ce temps peut varier énormément en fonction de l'analyste et du problème à l'étude. Les trois modèles multidimensionnels cependant ont une géométrie identique et leur temps de modélisation est donc semblable.

Puisque les temps de maillage et de calculs sont semblables d'une étude à l'autre et toujours inférieur à une minute, la différence se remarque surtout au niveau du temps requis pour effectuer les opérations manuelles. L'approche à section rigide développée aux fins de cette recherche est complètement automatisée, les opérations réalisées automatiquement peuvent nécessiter de quelques secondes à quelques minutes selon le modèle. La méthode des équations de contrainte demande quelques manipulations, car on doit spécifier les connexions et la façon de les traiter. Ces opérations demandent de quelques secondes à quelques minutes par connexion. Finalement, la méthode de Craveur n'est pas automatisée, les étapes manuelles demandent généralement plusieurs minutes de travail par connexion.

Parmi les trois études multidimensionnelles, la méthode à section rigide est donc la plus rapide si l'on considère les étapes manuelles, sinon les temps sont équivalents. La différence entre les trois méthodes intervient alors au niveau de la précision des résultats.

Cet exemple simple illustre très bien l'intérêt des études multidimensionnelles et les avantages d'utiliser la méthode de la section rigide. La partie modélisée en 3D permet d'aller chercher précisément la contrainte à l'endroit désiré alors que la partie modélisée par des éléments de

poutre réduit considérablement le nombre de ddl de l'étude et donc le temps de maillage et de calcul.

### 5.3 Exemple d'idéalisations différentes

Le prochain exemple démontre l'adaptation de la méthode à des idéalisations différentes d'un modèle. Deux versions différentes sont comparées, soit une qui utilise une connexion standard et une autre qui utilise une connexion à section de poutre continue. Ces deux idéalisations sont ensuite comparées à un modèle entièrement composé d'éléments volumiques qui n'a pas été simplifié ou idéalisé. Cet exemple est également adapté de [Bournival *et al.*, 2010].

La structure, ses conditions aux limites ainsi que les types de poutres sont illustrés à la Figure 5.6. Cette structure repose sur quatre pieds retenus au sol grâce à quatre vis par pied. L'objectif de l'étude est de déterminer les contraintes présentes dans un pied en particulier, soit celui qui est agrandi dans la figure. On note ici qu'il y a un chanfrein qui relie la poutre avec la plaque qui supporte les vis.

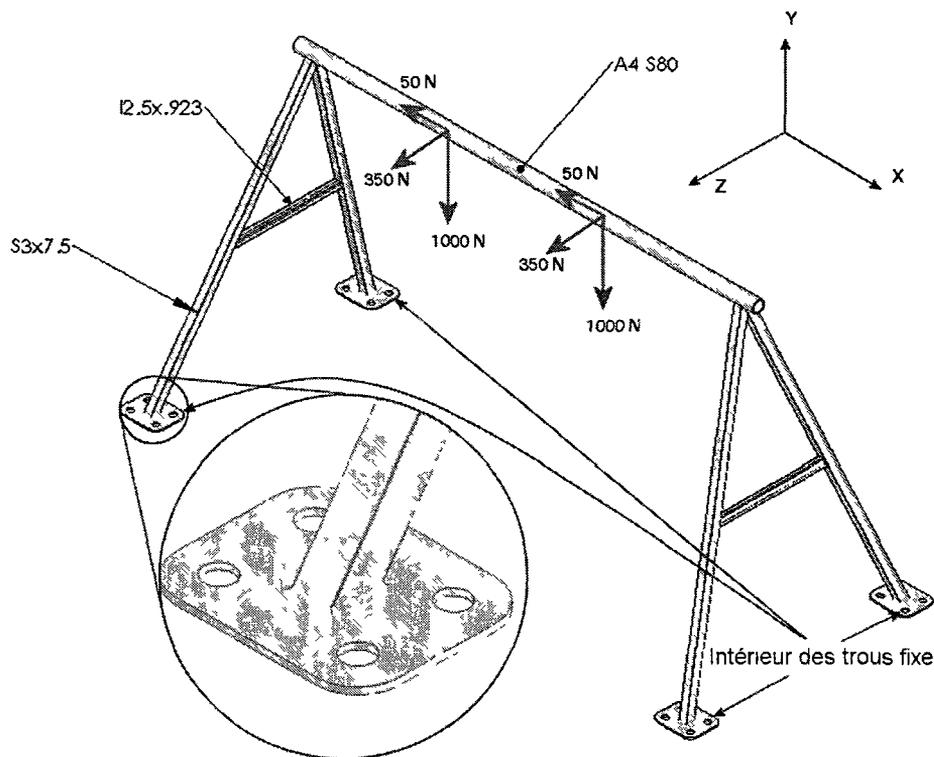


Figure 5.6 Structure du troisième exemple

La première idéalisation modélise toutes les poutres grâce à des éléments linéaires (de type poutre). Il n'y a donc que le pied critique qui est modélisé avec des éléments volumiques, les trois autres pieds sont simplement fixés. Cette hypothèse ignore l'effet des chanfreins et des connexions entre les autres poutres; pour cette idéalisation on suppose que la contrainte maximale se retrouve au niveau des trous et on ignore certains éléments. À noter que sur cet exemple la symétrie ne peut être utilisée, car les conditions aux limites ne sont pas symétriques. La contrainte obtenue sur ce modèle après avoir utilisé l'approche à section rigide est illustrée à la Figure 5.7.

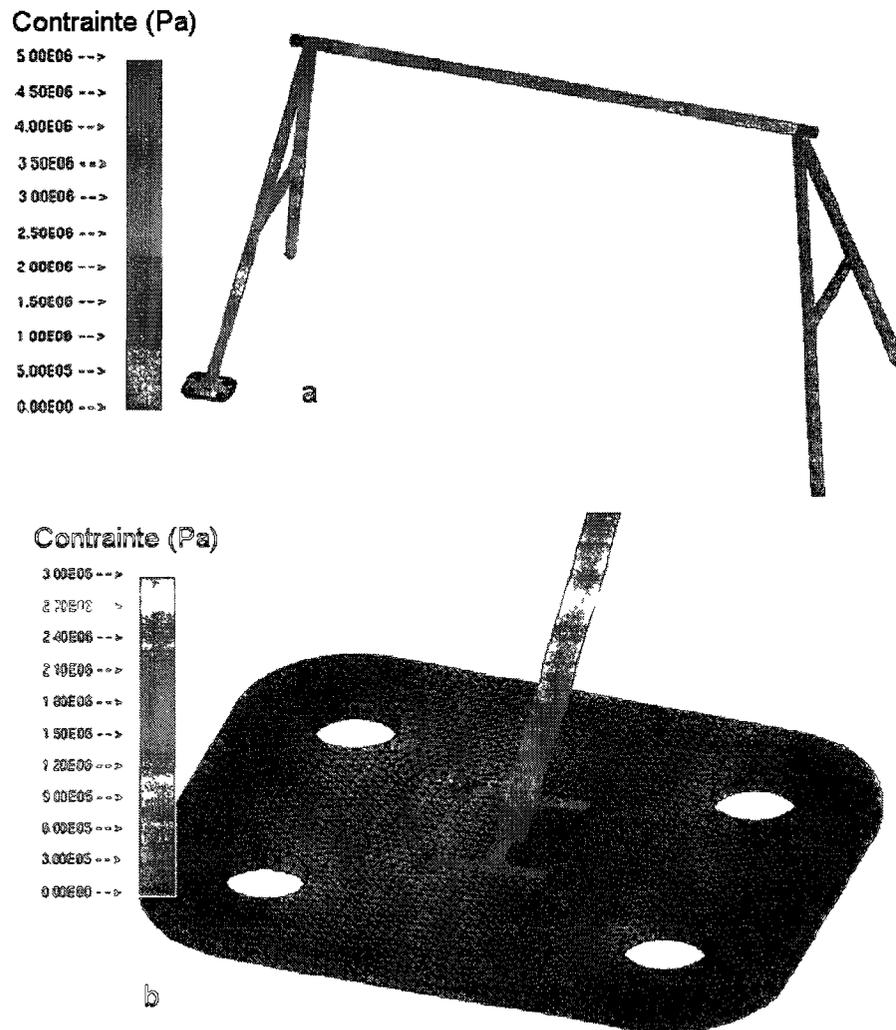


Figure 5.7 Contrainte Von-Mises dans le modèle a) Structure entière b) Pied à l'étude

Comme il est possible de constater sur la figure, la contrainte maximale se retrouve peut-être à la jonction entre la poutre et la plaque du bas. Il a été démontré précédemment que l'approche à section rigide induisait une certaine erreur, mais assez limité. La contrainte visible à cet endroit doit alors être évaluée plus en détail entre autres pour évaluer l'impact des chanfreins.

On procède donc à une seconde idéalisation qui cette fois-ci modélise la poutre partiellement en 3D. Les résultats de cette nouvelle étude sont illustrés à la Figure 5.8.

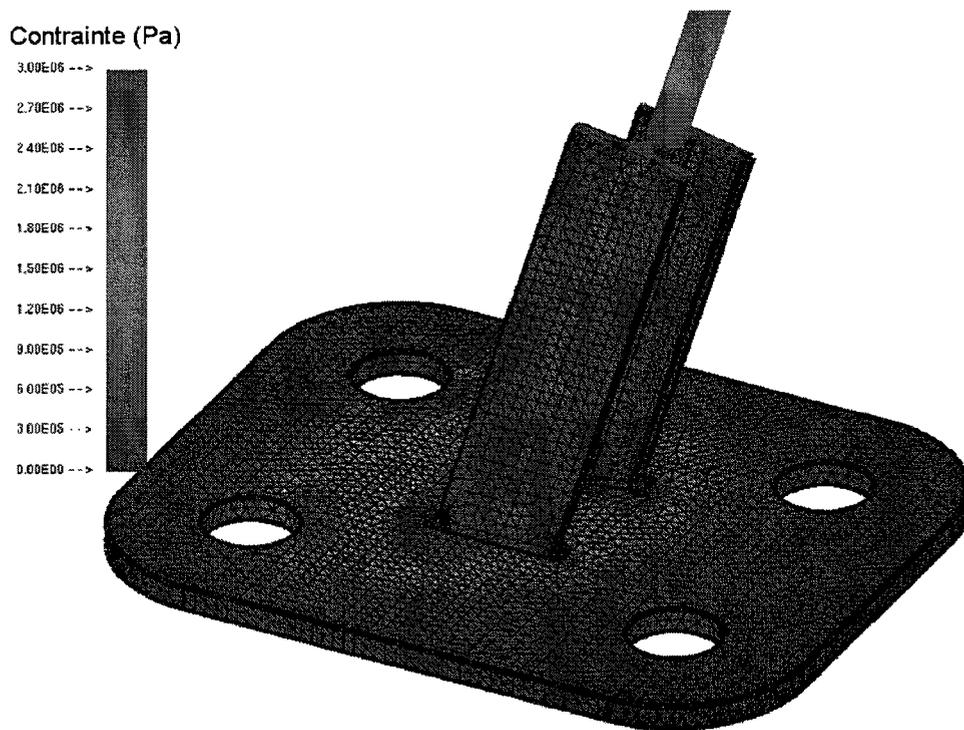


Figure 5.8 Contrainte dans la patte ciblée, deuxième idéalisation

On constate cette fois-ci que la contrainte est effectivement élevée dans les chanfreins. Ce nouveau modèle utilise quand même l'approche à section rigide, mais la zone critique a été modélisée en 3D puisque les éléments de type poutre ne peuvent modéliser correctement le chanfrein. La jonction entre les éléments 1D et 3D est située plus loin de la zone critique et l'erreur causée par le changement de dimension n'affecte pas la zone concernée.

Aux fins de comparaisons, un troisième modèle a été évalué; celui-ci est maillé entièrement grâce à des éléments tétraédriques. Le maillage de ce modèle est beaucoup plus grossier à cause des limitations des logiciels commerciaux; ce maillage est donc de mauvaise qualité particulièrement au niveau des chanfreins. On constate que la contrainte est cependant semblable à la seconde idéalisation (multidimensionnelle). Bien évidemment dans cette étude la contrainte est plus précise dans le modèle multidimensionnel.

Le Tableau 5.3 compare le nombre de ddl de chacun des modèles. On constate immédiatement que le modèle entièrement 3D avec ses ddl supplémentaires demande un temps de calcul plus élevé alors que les résultats ne sont pas nécessairement plus précis que les études multidimensionnelles.

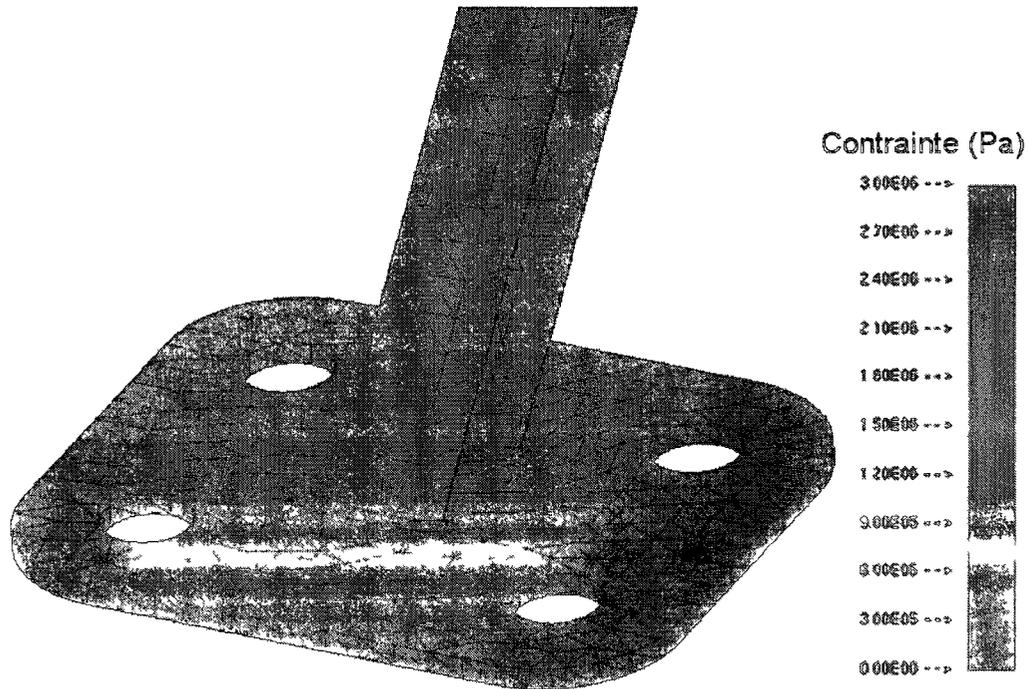


Figure 5.9 Contrainte Von-Mises, modèle maillé entièrement en 3D

Tableau 5 3 Comparaison des ddl des trois modèles

Modèle	Nombre de ddl
Première idéalisation	33 516
Seconde idéalisation	51 198
Modèle 3D	482 433

## 5.4 Exemple à connexions poutre-volume multiples

L'exemple suivant démontre l'application de l'approche sur une structure plus complexe où plusieurs zones sont potentiellement critiques. La structure est un support pour un banc d'essai d'un moteur. La structure, conditions aux limites et le type des poutres sont illustrés à la Figure 5.10. Puisque cette structure et ses conditions aux limites sont symétriques, il est possible de modéliser seulement une moitié du modèle. L'objectif de cette analyse est de déterminer avec le plus de précision possible les contraintes au niveau des intersections entre les poutres.

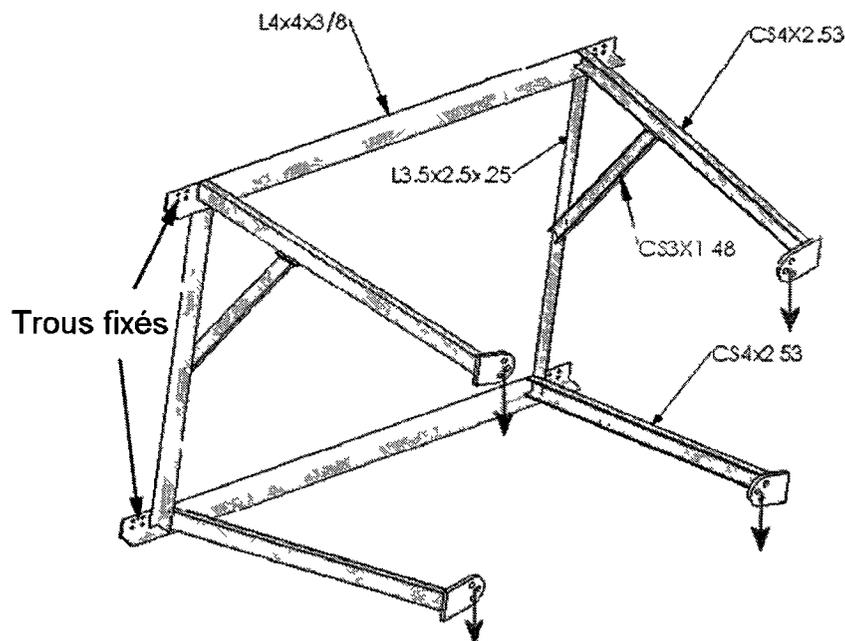


Figure 5 10 Structure du quatrième exemple, une force totale de 4800 N est également répartie sur les 12 trous

Puisque toutes les connexions entre poutres sont jugées importantes, on idéalise le modèle en modélisant ces zones en 3D. Les poutres quant à elles peuvent être modélisées grâce à des éléments 1D, ce qui permet à la fois de réduire le nombre d'éléments et de réduire le temps de maillage et de calcul. Le modèle idéalisé ainsi que le maillage sont visibles à la Figure 5.11. Ce maillage comporte 105 005 éléments et 29343 nœuds. On remarquera que ce modèle ne comporte que des poutres dont l'axe neutre ne touche pas à la matière de la poutre. L'utilisation d'une mini-poutre supplémentaire tel que décrit à la section 3.4.5 est donc nécessaire. Les étapes de détection des intersections, de découpage de géométrie et d'ajout de mini-poutre supplémentaires sont toutes réalisées automatiquement en une seule étape du point de vue de l'utilisateur.

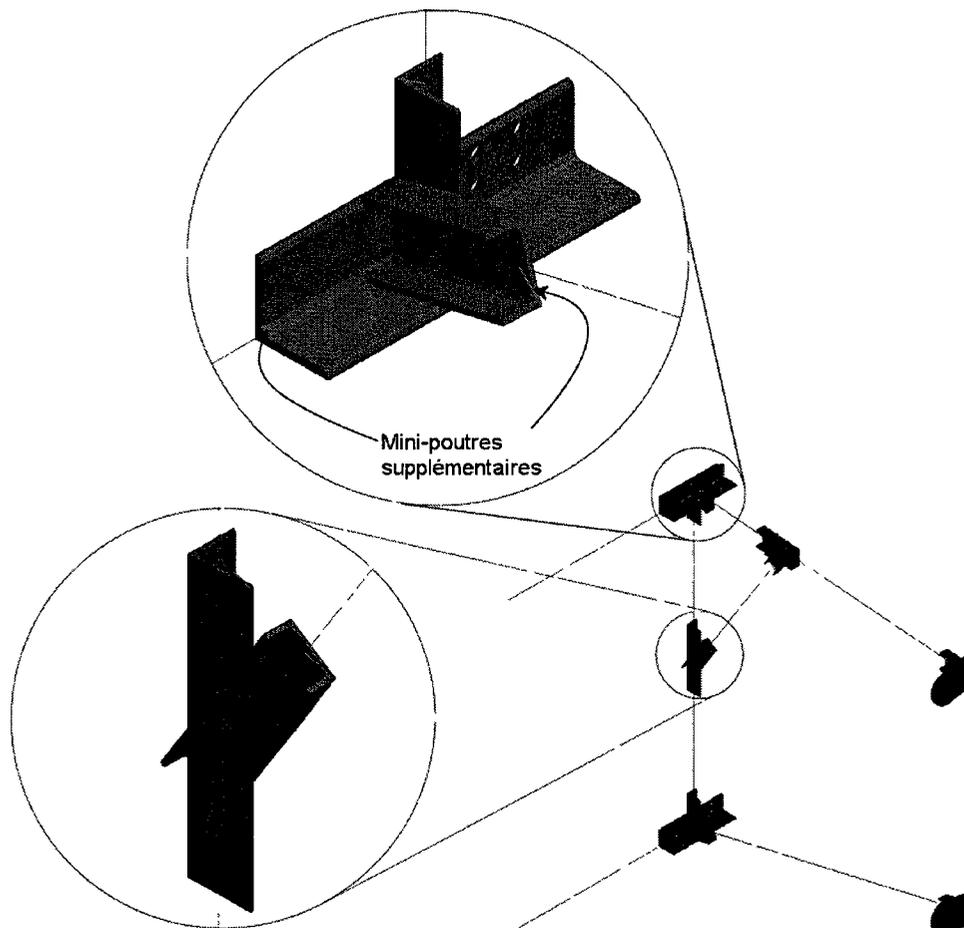


Figure 5.11 Maillage du modèle multidimensionnel

Les contraintes sur la structure entière sont illustrées aux Figures 5.12, 5.13 et 5.14; ici encore la contrainte illustrée par les éléments de type poutre est en fait la contrainte maximale de l'élément de poutre. Tout comme l'exemple précédent, les poutres ont toutes été modélisées partiellement en 3D pour permettre de mieux cerner les connexions entre poutres. Il est à noter que sur ce modèle les autres méthodes (décrites au chapitre 2) ne pourraient pas traiter ce modèle à cause des axes neutres des poutres qui ne touchent même pas aux composantes volumiques. En effet, les sommets des arêtes modélisant les poutres ne touchent pas aux composantes volumiques, ce qui rend l'utilisation de autres méthodes impossible. L'algorithme de détection développé pour cette recherche est cependant capable de détecter qu'il y a tout de même une connexion poutre-volume et peut traiter cette connexion.

La méthode à section rigide est capable de traiter ce modèle alors que les autres méthodes en sont incapables. Un modèle entièrement composé d'éléments volumiques n'a pu être réalisé non plus, car le mailleur (commercial) n'a pas réussi à mailler la pièce.

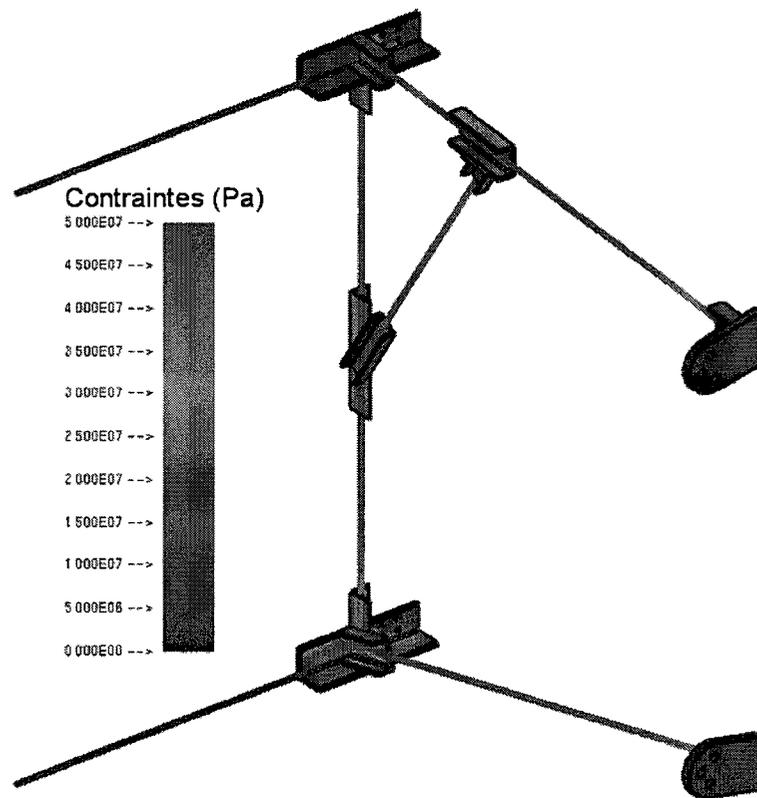


Figure 5.12 Contraintes Von-Mises sur la structure entière

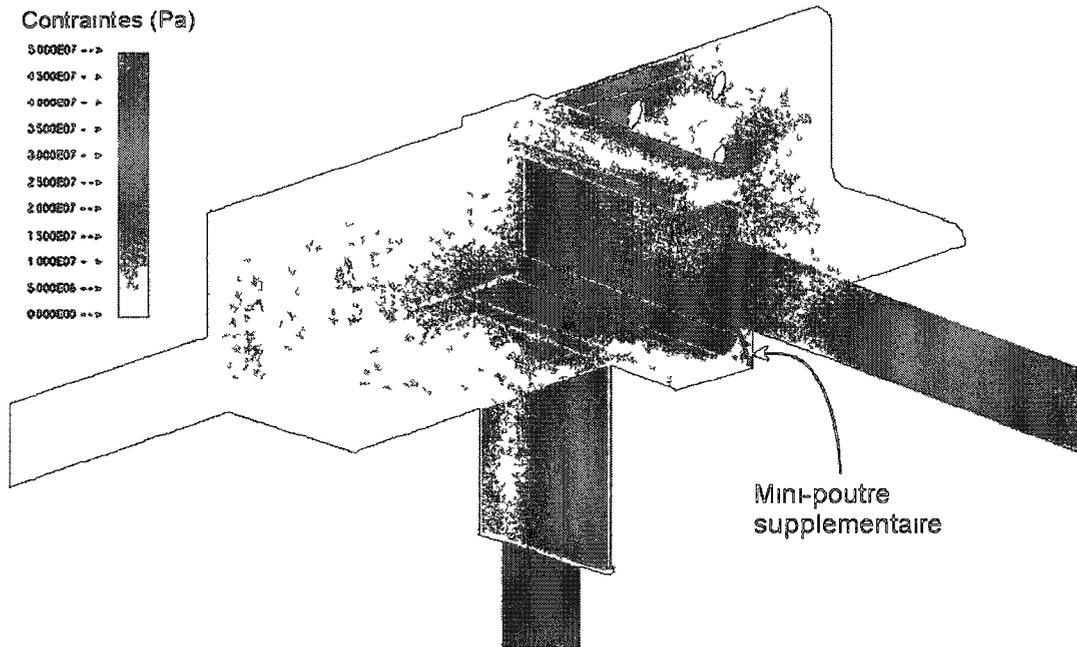


Figure 5 13 Contrainte Von-Mises à une intersection

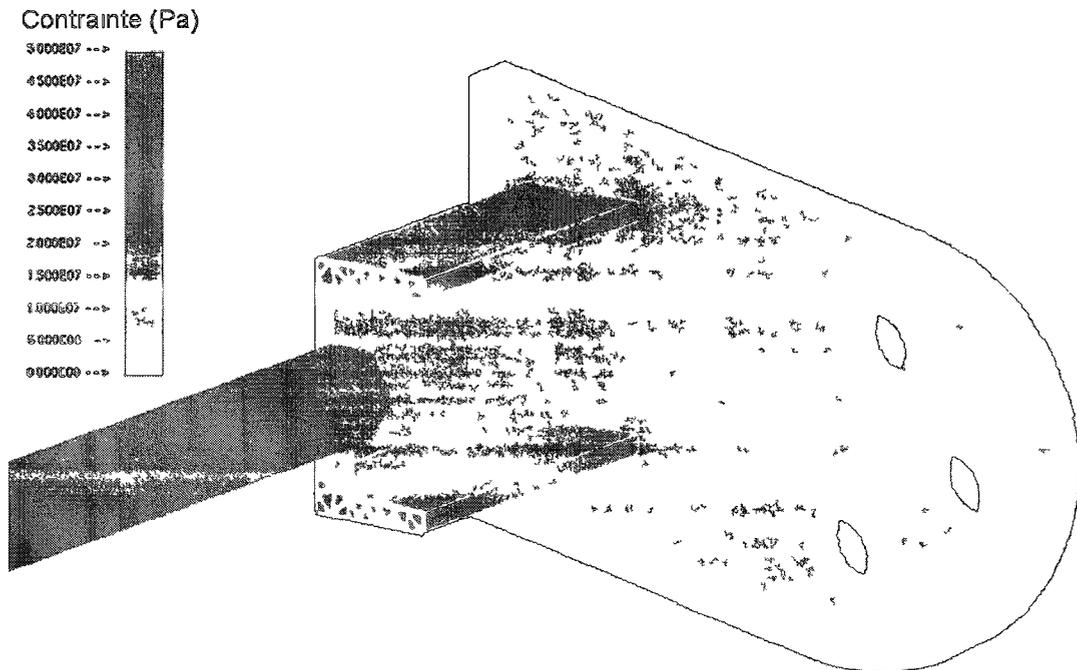


Figure 5 14 Contrainte Von-Mises à un support

## 5.5 Exemple du support de conteneur

Le prochain exemple, tiré de [Cuillère *et al.*, 2010] , démontre la capacité de la méthode sur un modèle composé de connexions de plusieurs types. La structure illustrée sert à soulever et déplacer des conteneurs sur des quais de transbordement. La structure (Figure 5.15a) est composée principalement de poutres et on désire connaître plus particulièrement la contrainte à quelques endroits critiques. Puisque ce modèle est symétrique, on peut utiliser la symétrie, donc on ne modélise que la moitié du modèle. Ce modèle est ensuite idéalisé et les parties potentiellement critiques sont modélisées en 3D alors que certaines poutres sont modélisées partiellement ou totalement en 1D.

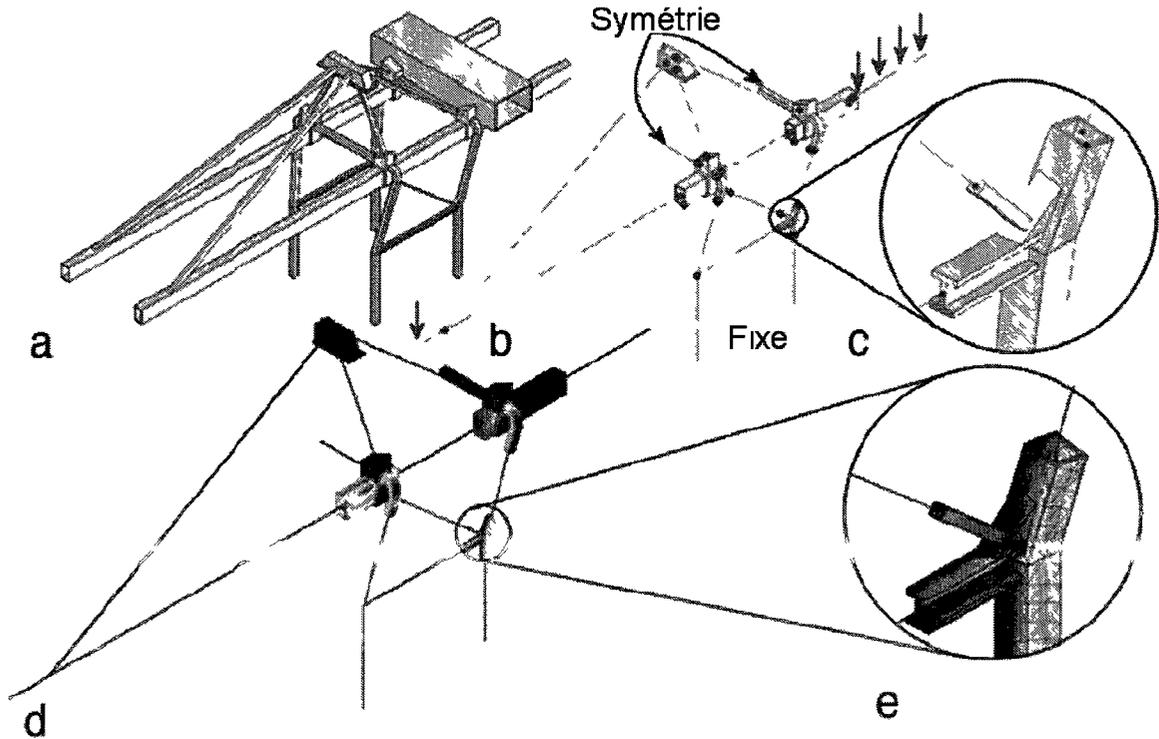


Figure 5.15 Structure du porte-conteneur a) Modèle original b) Modèle idéalisé c) Agrandissement d'un découpage d) Contrainte e) Agrandissement de la contrainte

Ce modèle comporte des connexions de type poutre-poutre, poutre-volume standard, poutre-volume continue et poutre-volume continue à section creuse, celles-ci sont toutes traitées

automatiquement. Les contraintes Von-Mises peuvent être observées à la Figure 5.15d et e. Parmi les quatre zones jugées potentiellement critiques, les concentrations de contraintes apparaissent clairement à quelques endroits particuliers. Dans un processus de conception, l'analyste peut, après avoir analysé ces résultats, se concentrer sur une étude où seule la zone la plus critique est modélisée en 3D ou encore modifier la géométrie de la structure ou accepter directement le design.

Encore une fois il s'est avéré impossible de mailler la structure entière en utilisant des éléments volumiques. Une méthode multidimensionnelle est alors nécessaire si l'on veut analyser toute la structure.

## 5.6 Exemple simple coque-volume

L'exemple suivant est un support à six pattes dont le modèle 3D avec les conditions aux limites est illustré à la Figure 5.16. Celui-ci est utilisé pour évaluer la méthode et pour comparer des idéalizations différentes. Comme on peut le constater sur la figure, chacune des six pattes est idéalisée différemment, ceci dans le but de déterminer si la méthode ou l'idéalisation a un impact sur les résultats.

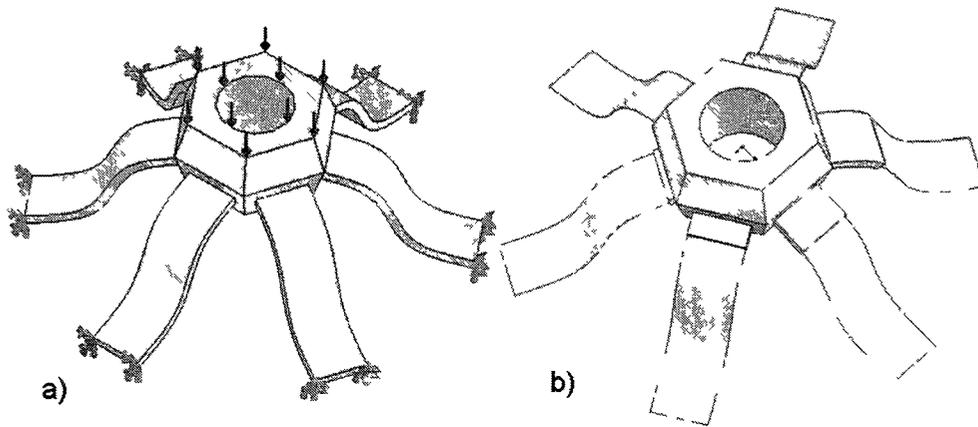


Figure 5.16 a) Modèle original avec conditions aux limites b) Modèle idéalisé

Après traitement, la contrainte peut être calculée et évaluée (voir Figure 5.17). Sur la figure, trois modèles sont comparés. Le premier est le modèle multidimensionnel. On peut remarquer

que même si les pattes ont une idéalisation différente, la contrainte reste tout de même très semblable d'une patte à l'autre. Le second modèle est maillé très finement grâce à des éléments tridimensionnels quadratiques. La contrainte obtenue grâce à ce modèle est très similaire à celle obtenue grâce au modèle multidimensionnel. Finalement, le troisième modèle a été maillé avec des éléments volumiques linéaires dont la carte de taille est identique à celle utilisée pour le maillage du modèle multidimensionnel. Il est facile de constater que le modèle multidimensionnel est mieux adapté à cette situation; ses résultats sont plus précis, mais le modèle comporte également moins de ddl. Le Tableau 5.4 résume les informations pertinentes concernant les trois modèles.

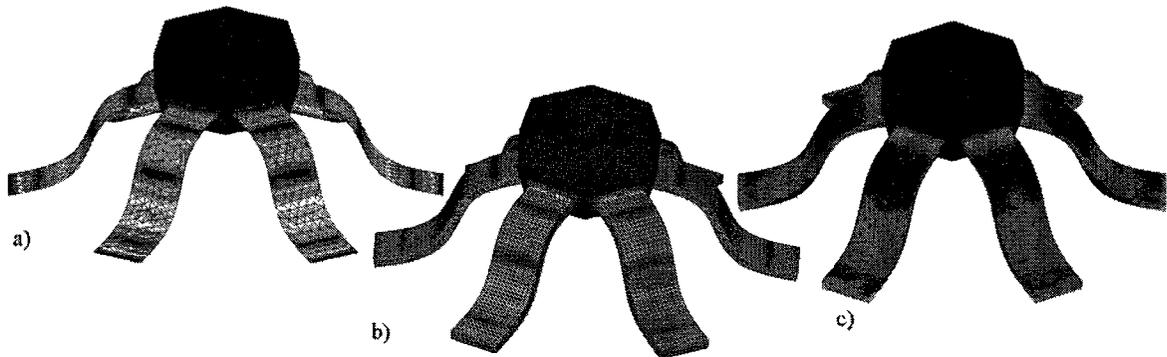


Figure 5.17 Résultats de la contrainte de von Mises a) modèle multidimensionnel b) modèle volumique à éléments quadratiques raffinés c) modèle volumique à éléments linéaires

Tableau 5.4. Comparaison des trois modèles du support

	Multidimensionnel (a)	3D quadratique (b)	3D linéaire (c)
Nb Éléments	23 171	88 048	32 154
Nb ddl	20 295	410 316	22 401
Déplacement max.	$2.85 \times 10^{-9}$ m	$2.995 \times 10^{-9}$ m	$1.33 \times 10^{-9}$ m

## 5.7 Exemple coque-volume, glissoire

L'exemple suivant illustre une glissoire. Le but de l'étude est d'évaluer les contraintes dans la structure entière pour localiser les concentrations de contraintes et pouvoir par la suite effectuer des analyses plus poussées. On doit donc modéliser toute la structure illustrée à la Figure 5.18. Puisqu'il est extrêmement difficile de la modéliser entièrement en 3D, on choisit un modèle multidimensionnel.

Ce modèle idéalisé est divisé en sept morceaux de coque reliés entre eux par des pièces servant à supporter la structure. Le modèle, après l'opération de découpage, est illustré à la Figure 5.18. Une pression vers le bas a été appliquée sur la partie coque alors que le dessous des parties volumiques est bloqué. Sur la Figure 5.18a on peut voir les faces internes qui ont été coupées dans la partie volumique.

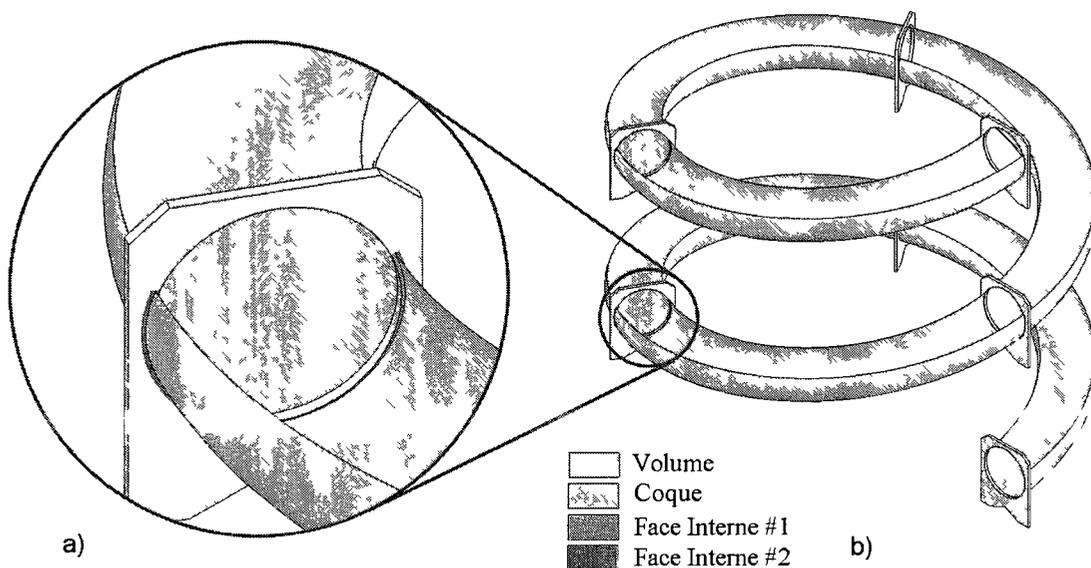


Figure 5.18 Modèle de la glissoire a) Agrandissement d'un support b) Modèle complet

Après l'opération de découpage, on maille la structure normalement puis on ajoute automatiquement des mini-poutres orientées sur les faces internes. Celles-ci sont orientées en fonction de la normale de la surface des faces internes.

Finalement, le maillage, les conditions aux limites, propriétés des matériaux, mini-poutres et coques sont exportés vers un solveur qui peut calculer le système et retourner la contrainte. Celle-ci est illustrée à la Figure 5.19.

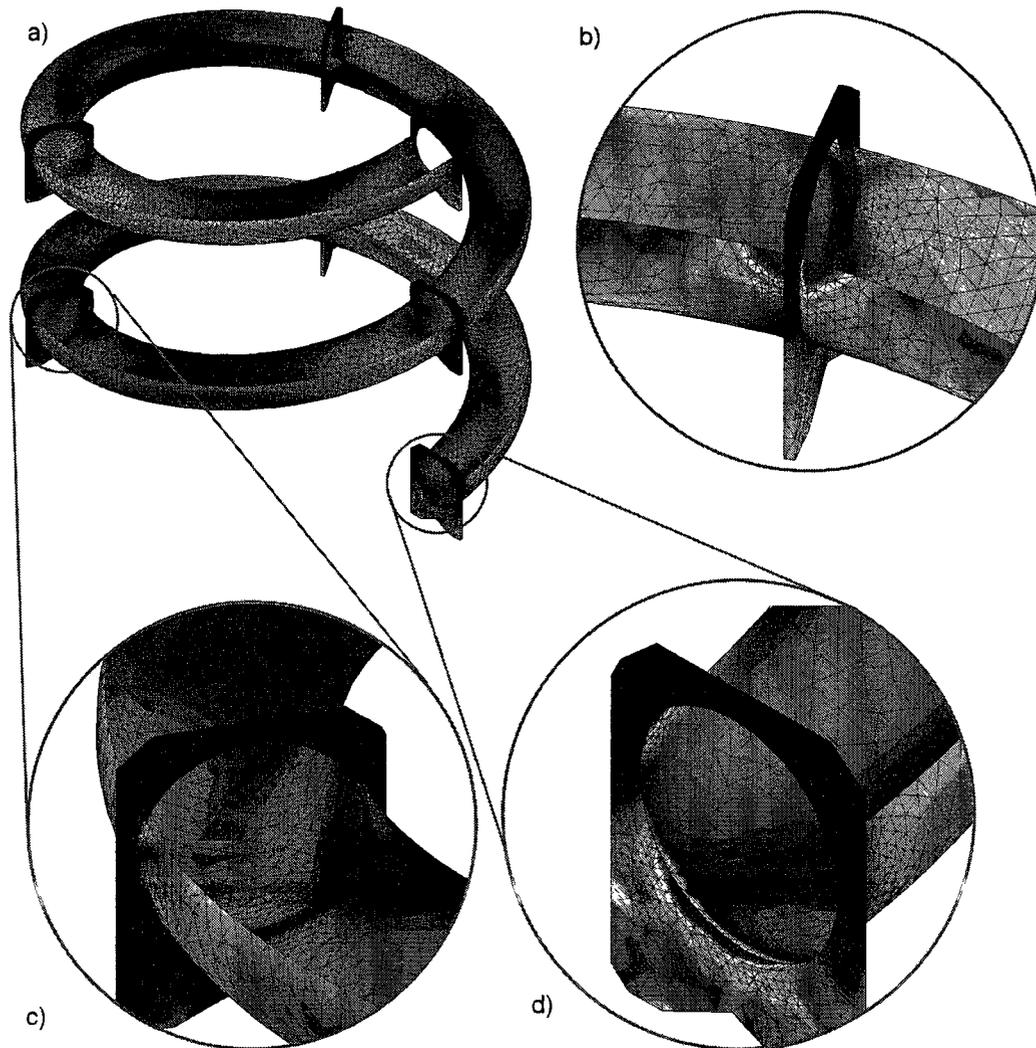


Figure 5.19 Contrainte von Mises a) Modèle complet b à d) Agrandissement de certaines zones

Un modèle multidimensionnel a été requis pour cette étude, car il était impossible de mailler la structure en entier avec des éléments volumiques et le but de l'étude était d'évaluer toute la structure en une seule étude. Il est également difficile de comparer ce modèle avec d'autres

méthodes multidimensionnelles, car les opérations manuelles requises pour ce modèle sont très longues à mettre en place. Avec ce modèle il est possible d'identifier les zones de contraintes élevées pour éventuellement idéaliser le modèle différemment si cela est jugé nécessaire.

## 5.8 Exemple de connexions de plusieurs types, pale d'éolienne

L'exemple suivant est une partie d'une pale d'une petite éolienne dont le modèle 3D est illustré à la Figure 5.20. Celle-ci est composée d'une tôle d'aluminium pliée et de cinq renforts pour solidifier la structure. Trois barres d'aluminium, de section circulaire, servent à retenir cette structure sur une base non illustrée. On cherche dans une première étape à déterminer les contraintes présentes dans la structure pour éventuellement être capable de réduire son poids. Un modèle 3D étant impossible à réaliser, tout comme un modèle entièrement 2D ou 1D; une étude multidimensionnelle est nécessaire. On idéalise donc le modèle en utilisant des coques pour la partie extérieure de la pale ainsi que pour les cinq renforts, puis on modélise les trois barres par des poutres.

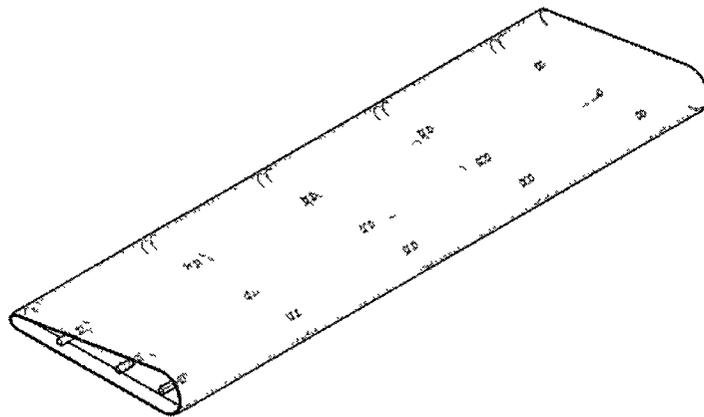


Figure 5 20 Modèle 3D de la structure

Après avoir subi les opérations de découpage, de maillage et d'ajout de mini-poutres, le modèle composé uniquement du maillage, des conditions aux limites et des informations sur

les matériaux est exporté vers le solveur. Les résultats de la contrainte ainsi que les conditions aux limites sont visibles à la Figure 5.21.

On constate sur ce modèle que les contraintes maximales se retrouvent à la jonction entre les renforts et la coque extérieure de la pale, surtout du côté fixe de la pale. Même s'il y a une certaine erreur induite par la connexion, l'utilisateur peut quand même passer à l'étape suivante, soit l'optimisation du poids. Il peut déplacer les renforts, en ajouter ou en retirer et raccourcir ou carrément retirer une ou des barres d'aluminium. S'il désire connaître avec plus de précision la contrainte, il peut idéaliser le modèle différemment.

Encore une fois ce modèle n'a pas pu être maillé entièrement en 3D, les coques, particulièrement celle de l'enveloppe extérieure, sont très mince et donc très difficile à mailler avec des éléments de bonne qualité. Même si le maillage avait réussi, les éléments de la coque extérieure seraient soit très déformés soit extrêmement nombreux.

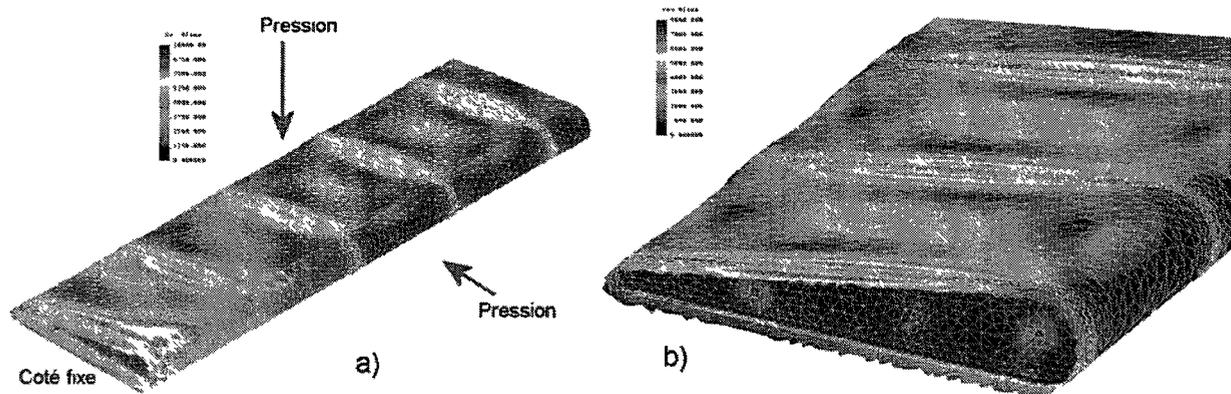


Figure 5.21 Contrainte de von Mises du modèle a) modèle entier b) agrandissement sur une partie à l'intérieur du modèle

## CHAPITRE 6 Discussion

La méthode a été détaillée au chapitre 3, son automatisation au chapitre 4 et quelques exemples ont été exposés au chapitre 5. Il est maintenant possible de discuter de la méthode dans son ensemble.

### 6.1 Idéalisation du modèle

La présente recherche se base sur un modèle idéalisé. L'idéalisation peut, dans certaines situations, être la cause de mauvais résultats pour deux raisons.

Premièrement, le modèle peut être mal idéalisé si cette idéalisation est effectuée par un utilisateur qui ne fait pas les bonnes opérations. Lors de l'étape de détection des connexions, le programme ne détecte que les entités qui se touchent vraiment. Dans certaines situations, une idéalisation manuelle peut être difficile, et si elle est incorrecte, le programme ne détectera pas les connexions. Bien que l'utilisateur puisse corriger l'erreur après l'analyse des résultats, ceci représente une perte de temps, mais surtout un risque que l'erreur ne soit pas détectée. Il est donc primordial d'automatiser l'idéalisation avant de déployer un logiciel qui pourrait être utilisé par un analyste ne maîtrisant pas la matière exposée dans ce document. L'automatisation de l'idéalisation éviterait alors à l'utilisateur de faire des erreurs qui conduiraient à un modèle dont le traitement pourrait redonner de faux résultats.

Ensuite, la précision des résultats de l'étude multidimensionnelle est limitée par la qualité de l'idéalisation. Par exemple, si une poutre est soudée sur une pièce volumique et que cette poutre est idéalisée uniquement par son axe neutre, il est impossible de déterminer l'effet du cordon de soudure sur la contrainte. Dans cette situation, l'idéalisation est insuffisante pour cerner adéquatement le problème.

### 6.2 Rigidité des mini-poutres

Deux approches ont été proposées dans le cas des connexions arête-face, soit celle à section rectangulaire souple et celle à section rigide. La première permet une certaine souplesse de la section, mais cette souplesse est excessive dans certains cas et trop faible dans d'autres. La

seconde approche utilise une section complètement rigide qui ne peut reproduire exactement le comportement de la section de la poutre. Cette option évidemment est la cause d'erreurs, mais celles-ci sont généralement faibles dans toutes les situations et surtout elles sont connues et contrôlées. Un analyste connaissant ceci peut idéaliser un modèle et quand même considérer la contrainte près des connexions comme une bonne approximation. Si la contrainte est faible comparé à la valeur limite imposée alors on peut négliger cette contrainte, sinon on peut idéaliser le modèle différemment pour analyser la contrainte avec plus de précision. Quelques-unes des autres méthodes concentrent la contrainte autour du point de connexion, il est alors impossible pour l'analyste d'estimer la contrainte dans cette zone et doit alors soit ignorer cette contrainte sans raison valable soit analyser la zone plus en détail. Dans la première option il peut faire une erreur et ignorer une contrainte importante, dans la seconde il peut faire une étude inutilement.

Il serait quand même peut-être possible d'ajuster la rigidité des mini-poutres ou de modifier la méthode pour que la section soit légèrement déformable. Cependant, aucune méthode n'a été trouvée pour que ceci améliore les résultats dans toutes les circonstances. Si les mini-poutres sont plus souples alors la contrainte se concentrera plus sur vers le centre, ce qui, dans les cas de flexion diminue la qualité des résultats.

Une amélioration qui pourrait être proposée serait l'utilisation de mini-poutres orientées, comme dans le cas des connexions face-face. Cependant, cette technique ne peut fonctionner dans le cas où une torsion est appliquée à la poutre.

### **6.3 Choix entre le découpage ou le maillage sous contraintes**

Une alternative à l'opérateur de découpage est d'utiliser le maillage sous contraintes. En effet, le maillage sous contraintes peut imposer le positionnement d'éléments (donc de mini-poutres) sur une zone définie; si cette zone correspond à celle découpée par le premier opérateur alors le maillage sous contrainte peut atteindre les mêmes objectifs que le premier opérateur. On peut alors se demander pourquoi choisir une méthode plutôt qu'une autre.

Au moment de prendre la décision, aucune des deux options n'est ressortie clairement comme étant supérieure à l'autre puisque les résultats anticipés ne prévoyaient aucun problème majeur avec une option ou l'autre. La décision a donc été basée sur quelques points suivants.

Premièrement, la possibilité de faire des tests immédiatement et manuellement en utilisant le découpage était intéressante. Le découpage manuel de faces est plus rapide à réaliser que le maillage manuel de faces. Il est donc apparu évident que pour effectuer des tests préliminaires pour évaluer la méthode, le découpage était mieux adapté.

Ensuite, un des buts de la recherche est de développer une méthode qui se distancie des mailleurs pour que la méthode soit compatible avec n'importe quel mailleur. L'utilisation du maillage sous contrainte exige alors que la méthode soit combinée avec un mailleur capable d'accepter des contraintes, ce qui peut poser certains problèmes. De plus, puisqu'il faut superposer des mini-poutres sur une silhouette de poutre ou de coque, il faut en quelque sorte mailler cette forme ce qui requiert la programmation d'un mailleur ou l'intégration avec un mailleur, ce qui rend la méthode dépendante d'un mailleur.

## 6.4 Originalité de la méthode

L'originalité de la méthode repose sur quelques points, chacun étant soit une nouveauté, soit une amélioration de méthodes existant déjà.

Premièrement, l'élément qui représente la contribution principale de la méthode est que la solution proposée repose uniquement sur des opérations géométriques et des opérations sur un maillage. Les opérations géométriques sont les différents découpages alors que les opérations sur le maillage ne modifient pas le maillage, mais ajoutent des mini-poutres. Cette approche comporte quelques avantages.

Le mailleur utilisé peut être standard. La présente méthode est fonctionnelle tant que le mailleur peut correctement mailler une géométrie en respectant la frontière. Le mailleur pourrait même être quadratique ou générer des quadrangles et pentaèdres (ou hexaèdres) et la méthode fonctionnerait quand même.

Les éléments utilisés peuvent être standard. Puisque la méthode ne demande pas d'éléments particuliers, elle peut facilement être compatible avec un logiciel de maillage standard et un solveur standard.

Un autre avantage est que le maillage peut être exporté. Puisque la méthode donne lieu à un maillage composé d'éléments standards, celui-ci peut être exporté à un solveur externe pour être calculé. Ceci permet donc de profiter de certains outils ou avantages d'autres logiciels, notamment au niveau du *post-traitement*.

Un autre point fort de la méthode est qu'elle peut être automatisée. Les autres méthodes sont complètement manuelles ou requièrent quelques étapes manuelles. Aucune méthode complètement automatisée n'a été rencontrée dans la revue de littérature. La méthode actuelle a donc un point très intéressant. L'automatisation ne fait pas qu'accélérer les études, mais évite les erreurs qui sont toujours possibles lors d'opérations manuelles.

## 6.5 Limites de la méthode

La méthode développée est confrontée à quelques limites. La plus importante porte sur l'idéalisation. La présente recherche se doit de développer une méthode qui traite les modèles idéalisés, si ce modèle est mal idéalisé alors il est difficile, voir impossible d'obtenir des résultats précis tout simplement parce qu'un modèle idéalisé ne contient pas nécessairement les informations nécessaires à son traitement; par exemple, dans le cas où plusieurs poutres se connectent à un volume à un même point (les axes neutres se rencontrent à un point à la surface du volume) il y a forcément quelque chose en réalité qui retient ces poutres en place; de plus, il est impossible que les poutres conservent leur section jusqu'au point de rencontre, il y a forcément une fusion des poutres.

Ensuite, plusieurs cas de figure ont été traités, mais la recherche s'est arrêtée aux cas les plus communs. Il existe effectivement des cas de connexions qui n'ont pas été traités, par exemple lorsqu'une coque se croise elle-même (un 8 extrudé par exemple) ou lorsqu'il y a une connexion entre un volume, une (ou plusieurs) coque et une (ou plusieurs) poutre au même endroit. Il n'a pas été jugé pertinent de traiter ces cas de connexion cependant, ceux-ci étant très rare ou le fruit d'une mauvaise idéalisation.

Si la méthode doit être déployée à grande échelle ou si elle doit être utilisée par des gens ne maîtrisant pas les éléments décrits dans ce document alors certains points devront nécessairement être traités. On ne peut laisser un analyste idéaliser un modèle sans guider celui-ci, une méthode d'idéalisation automatique est alors nécessaire ou alors il faut un outil de modélisation géométrique qui guide l'analyse et qui limite ses possibilités d'idéalisation.

# CHAPITRE 7 Perspectives

La méthode développée pour cette recherche a des avantages et des inconvénients qui sont apparus après l'avoir utilisée sur plusieurs exemples. Ce chapitre apporte certains éléments qui pourraient être améliorés à la méthode ou qui pourraient faire l'objet d'une autre recherche. On y décrit également l'étude multidimensionnelle idéale et ce qui manque pour y arriver. Mais tout d'abord, il faut analyser ce que serait une étude multidimensionnelle idéale et complètement automatisée.

## 7.1 Démarche idéale utilisant la méthode

Idéalement, du point de vue de l'utilisateur, une étude par éléments finis devrait pouvoir être automatisée au maximum tout en laissant un certain contrôle à l'utilisateur. Les seuls éléments que l'utilisateur doit fournir sont les conditions aux limites, les matériaux, les résultats désirés (contraintes, déplacements, déformations, facteur de sécurité, etc.) et peut-être certaines informations guidant l'automatisation comme l'identification des zones critiques à l'étude. La Figure 7.1 illustre les étapes devant être automatisées pour atteindre cet objectif. Certaines de ces étapes ont été réalisées au cours de ce projet, d'autres comme la construction de la carte de taille (idéalement pré-optimisée automatiquement), l'idéalisation automatique et la résolution du système existent déjà ou sont au stade de développement ou de recherche.

### 7.1.1 Création de la géométrie

La création de la géométrie vient en premier. L'utilisateur doit concevoir et dessiner la pièce ou l'assemblage de pièces lui-même. Généralement l'utilisateur construit la géométrie manuellement à l'aide d'outils informatisés. Certains outils existent ou sont en phase de développement permettant de créer automatiquement des pièces optimisées. La phase de création de géométrie peut donc potentiellement être automatisée aussi. Dans tous les cas, l'utilisateur doit quand même fournir certaines données initialement.

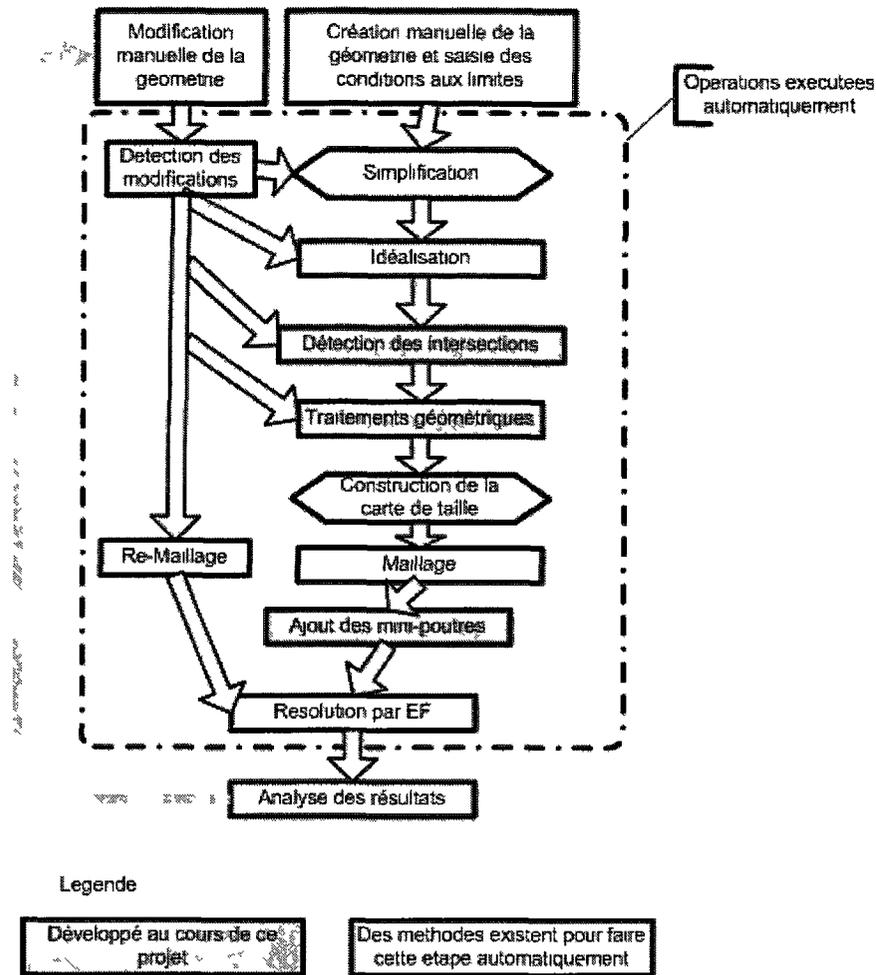


Figure 7 1. Déroulement d'une étude multidimensionnelle, schéma idéal

### 7.1.2 Simplification

La simplification automatique de modèle existe déjà et ne sera pas détaillée ici. Le lecteur peut se référer à la section 2.3.1 ou consulter [Armstrong *et al.*, 1998, Beall *et al.*, 2003, Choi *et al.*, 1997, Dey et Zhao, 2002, Foucault *et al.*, 2007] pour plus de détails.

### 7.1.3 Idéalisisation

L'idéalisisation bien sûr est critique pour la réalisation d'une étude multidimensionnelle. L'idéalisisation doit être réalisée en fonction des paramètres de l'étude et des résultats désirés,

les zones critiques ou celles où l'on recherche des résultats précis devraient être modélisées en 3D alors que les zones ou composantes jugées moins importantes peuvent être modélisées par des poutres et des coques. Éventuellement on peut réaliser plusieurs études avec des idéalizations différentes pour évaluer un modèle. Il est donc important d'idéaliser correctement un modèle, mais également important d'essayer d'automatiser cette opération. Une idéalisation automatique permettrait d'éviter des erreurs manuelles potentielles et rendrait les études multidimensionnelles beaucoup plus attrayantes. Des recherches dans ce domaine seraient donc intéressantes.

Pour automatiser, quelques options sont envisageables. La première est une méthode complètement automatisée comme celles mentionnées à la section 2.3.5.1. Ces méthodes en théorie automatiques ont cependant une certaine difficulté à cibler les points critiques par rapport à l'étude en cours. Une autre option, plus transparente pour l'utilisateur, serait d'inclure à même le logiciel de CAO des outils pour dessiner avec des poutres et des coques. Par exemple, l'utilisateur choisit une section de poutre, puis donne les points d'extrémités de cette poutre ainsi que son orientation et éventuellement il spécifie s'il y a un mécanisme spécial qui soutient la poutre à chaque extrémité et pourrait spécifier l'importance de cette poutre pour éventuellement guider l'idéalisation et le maillage. Dans cette situation il devient très facile d'identifier la poutre et ses éventuelles connexions avec d'autres éléments.

Si une idéalisation automatique est utilisée, il est nécessaire d'abord d'évaluer les paramètres critiques de l'idéalisation. Par exemple, dans le cas des connexions poutre-volumes il est possible de modéliser la poutre entièrement en 1D. La Figure 7.2 est un exemple où deux idéalizations différentes sont possibles pour le même modèle. L'analyste peut croire que l'endroit critique est au niveau des concentrateurs de contraintes dans la partie volumique. Dans cette optique, il modélise la poutre entièrement en 1D pour réduire le nombre d'éléments. Après calculs, il remarque que la contrainte dans la poutre est plus élevée que prévu et décide alors de modéliser une partie de la poutre en 3D pour mieux cerner le comportement de la poutre. Si l'idéalisation est automatisée, cette décision devra être prise automatiquement. De plus, si la poutre est modélisée partiellement en 3D, il faut également décider quelle longueur de cette poutre doit être modélisée en 3D.

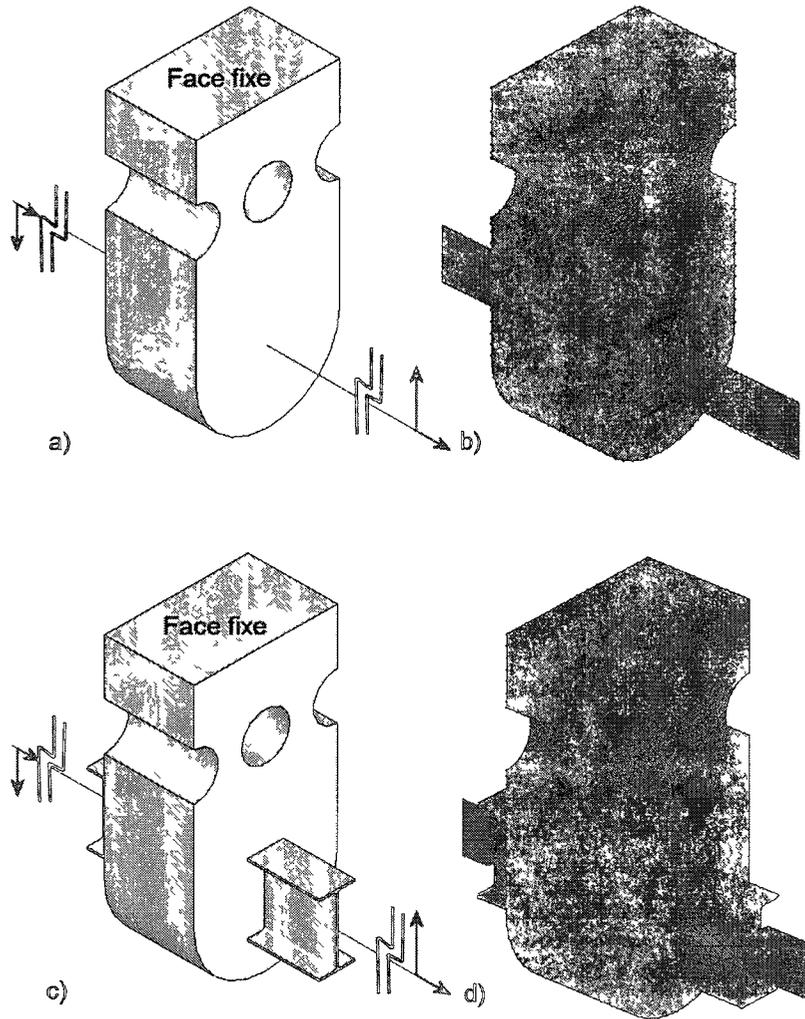


Figure 7.2 Différentes idéalizations a) Poutre complètement modélisée en 1D b) Résultats de contrainte de von Mises c) Poutre modélisée partiellement en 3D d) Résultats de contrainte de von Mises

#### 7.1.4 Détection des intersections

La détection des connexions entre entités de dimensions différentes a été réalisée dans ce projet. Cependant, dans une optique d'automatisation complète, cette étape devrait être liée à l'étape d'idéalisation automatique. En effet, l'étape d'idéalisation doit normalement transformer une zone modélisée en 3D en une entité 1D ou 2D. Il devrait donc être possible, au travers de cette étape, d'identifier immédiatement les connexions entre entités. Ceci

éviterait l'actuelle étape de détection des connexions qui, pour l'instant, peut requérir un temps de traitement non négligeable.

### 7.1.5 Traitement géométrique

Les traitements géométriques (découpage de faces et d'arêtes) ont été détaillés dans ce document et ne seront pas revus ici. Bien qu'il ait été démontré que cette étape peut être automatisée, il pourrait être intéressant de comparer et éventuellement remplacer les opérations de découpage par un maillage sous contraintes (voir section 7.2.1). En effet, un problème du découpage de la géométrie est le temps nécessaire au découpage de gros modèles. L'opération demande une mise à jour du modèle à quelques reprises pendant une opération de découpage. Cette mise à jour est rapide pour des petits modèles, mais peut devenir longue pour des gros modèles. Par exemple, l'intersection entre un cube et cent poutres peut requérir un temps assez long pour traiter toutes les intersections. Lors de la première opération de découpage, le modèle ne comporte que 6 faces, 12 arêtes et 6 sommets, ce modèle simple demande un temps négligeable pour être recalculé. Cependant, lors de la dernière opération de découpage, le modèle peut contenir jusqu'à 206 faces 1612 arêtes et 1506 sommets (pour des poutres à section en I). Recalculer un tel modèle peut demander quelques secondes. Un maillage sous contrainte n'aurait pas besoin de telles opérations.

### 7.1.6 Carte de taille

Dans une étude complètement automatisée, la construction de la carte de taille guidant le maillage doit également être automatisée, de préférence avant l'étape du maillage. Cette étape est en cours de recherche et des résultats intéressants ont déjà été obtenus (voir section 2.3.4). Dans le contexte actuel des études multidimensionnelles, l'automatisation de la création de la carte de taille a deux buts. Le premier est de raffiner automatiquement le maillage dans la zone entourant l'interface dimensionnelle. Un maillage plus raffiné dans ces zones apportera une précision supérieure. La deuxième utilité est pour raffiner le maillage automatiquement dans les zones plus sensibles, comme les arêtes rentrantes, les trous ou les arrondis. La contrainte maximale n'étant pas nécessairement près d'une interface dimensionnelle, il ne faut pas négliger la précision dans les parties volumiques surfaciques ou linéaires.

Le lecteur désirant plus de détails sur la création et l'automatisation de la carte de taille peut se référer à la section 2.3.4 ou à [Boulet *et al.*, 2007, Francois et Cuilliere, 2000].

### 7.1.7 Maillage

Les mailleurs automatiques existent déjà et ont été présentés à la section 2.2.2. On peut penser à quelques améliorations possibles aux mailleurs, notamment améliorer le code pour obtenir des maillages plus rapidement ou des maillages qui respectent mieux la carte de taille. Une perspective majeure d'avancement dans ce domaine cependant est de concevoir un mailleur capable de créer un maillage pré-optimisé pour les éléments quadratiques puisque la méthode actuelle est capable de s'adapter à un maillage quadratique ou cubique. Les maillages quadratiques sont faciles à obtenir, car il suffit de rajouter des nœuds au centre des arêtes d'un maillage linéaire. Cependant, ce nouveau maillage quadratique n'est pas optimisé en fonction de la géométrie. Par exemple, un mailleur linéaire pourrait être tenté de réduire la taille des éléments discrétisant une courbe dont l'équation est quadratique alors qu'un élément de type quadratique peut épouser parfaitement cette courbe. Un mailleur quadratique serait alors une meilleure option.

### 7.1.8 Ajout des mini-poutres

L'ajout des mini-poutres pour solidifier les connexions entre entités de dimensions différentes est le cœur de cette recherche. Il est donc possible de considérer cette partie comme complétée. Éventuellement un travail pourrait être réalisé sur la rigidité des mini-poutres. La recherche actuelle n'a pas réussi à déterminer une rigidité de mini-poutres qui arrivait à reproduire exactement le comportement de la section de la poutre (ou de la coque), et ce, dans toutes les situations. Il est cependant potentiellement possible de modifier la méthode ou d'ajuster la rigidité des mini-poutres pour améliorer les résultats. Une recherche plus approfondie pourrait être effectuée sur cet aspect en particulier.

### 7.1.9 Résolution par éléments finis du système

La construction de la matrice de rigidité à partir du maillage et des conditions aux limites est un élément qui existe déjà et depuis longtemps. Chaque partie du calcul a été examinée en

détail et des méthodes optimisant la vitesse de résolution ont été développées pour chacune d'entre elles.

## 7.2 Améliorations potentielles à la méthode

À la lumière des résultats obtenus, certaines recommandations peuvent être formulées pour améliorer les résultats de la méthode ou la rapidité d'exécution. Le temps d'exécution s'est révélé être un problème dans certains cas où le modèle est très gros ou comporte un grand nombre de connexions. En effet, à chaque opération de découpage, le logiciel de CAO doit remettre sa géométrie à jour à quelques reprises. Plus le modèle est gros, plus cette opération est longue. De plus, s'il y a beaucoup de connexions à découper, le nombre de faces ou d'arêtes à découper est très grand, donc l'étape de mise à jour est non seulement appelée souvent, mais le modèle s'alourdit à chaque opération de découpage.

### 7.2.1 Maillage sous contrainte

Le problème majeur de la méthode est le temps d'exécution du premier opérateur (découpage de la géométrie) lorsque les modèles ont beaucoup d'entités et de composantes. Chaque découpage entraîne une augmentation du nombre d'entités et à chaque mise à jour du modèle demande plus de temps.

Une alternative qui potentiellement pourrait être plus rapide d'exécution serait d'utiliser le maillage sous contrainte plutôt que le découpage d'entités. Le but de l'opération de découpage de la géométrie est double. Premièrement, elle sert à assurer le positionnement d'un nœud à un endroit précis pour permettre une connexion entre l'arête et la face. Ensuite, elle sert à définir une zone identique à la section de la poutre (ou de la coque) pour superposer des mini-poutres, mais surtout pour forcer le modèle à se comporter comme si la section de la poutre était modélisée en 3D. Un maillage sous contraintes pourrait atteindre ces mêmes objectifs, soit la définition explicite de la zone de contact et le positionnement d'un nœud au bon endroit sans découper la géométrie. Comme expliqué plus haut, puisque l'étape de découpage demande beaucoup de temps, l'éliminer pourrait améliorer la vitesse d'exécution.

La logique de la méthode serait alors semblable, mais au lieu de découper une face il faudrait placer des contraintes de maillages sur une certaine zone autour de l'interface dimensionnelle. Ces contraintes seraient en fait une partie de maillage déjà défini et adapté au type de connexion et au type de poutre. Cette technique permettrait d'éliminer les étapes de localisation des faces internes et de fusion des entités.

Par exemple, dans un cas très simple d'une poutre à section carrée croisant un volume. Dans la méthode actuelle, on découpe la face du volume en deux parties. Si le maillage doit être très grossier à cet endroit alors les deux faces peuvent être maillées grâce à quatre triangles. Dans la solution à maillage sous contrainte, plutôt que de découper la face on imposerait la position de chacun des 4 triangles et des cinq nœuds nécessaires à leur maillage. Un des nœuds serait donc précisément au même endroit que le sommet (et nœud) de l'extrémité de la poutre alors que les quatre autres formeraient la silhouette de la poutre. On pourrait ensuite ajouter des mini-poutres par-dessus les huit segments des quatre triangles.

Cette méthode devrait cependant être raffinée dans le cas de section de poutre plus complexe ou lorsque la silhouette de la poutre ne repose pas entièrement sur le volume.

## 7.2.2 Solution au problème de la limitation des connexions coque-volume

La section 3.6.4 présente un problème de la méthode dans le cas des connexions coque-coque. La Figure 7.3 a illustre le problème à nouveau, soit que les mini-poutres puissent empêcher la section de plier dans une certaine direction. Même si les mini-poutres sont orientées, une direction est tout de même rigide et parfois celle-ci doit être capable de plier légèrement. Une solution potentielle au problème peut être une méthode où les mini-poutres orientées sont localisées perpendiculairement à l'arête de la coque. La Figure 7.3a illustre le concept, soit de découper la coque et la face en plusieurs petites faces. Une mini-poutre orientée est ensuite déposée sur chacune des arêtes perpendiculaires à l'arête commune comme indiqué sur la Figure 7.3a, donc 20 au total sur l'exemple de la figure. Cette technique élimine le problème de degrés de liberté (effet de penture) tout en permettant à la coque de plier dans la direction problématique. La Figure 7.3c illustre les résultats en déplacements (en Y) d'un modèle calculé avec cette méthode.

Bien qu'intéressante, cette méthode a été abandonnée. Une version préliminaire a été programmée et évaluée et des difficultés sont très rapidement apparues. Pour positionner chaque mini-poutre individuellement sur une arête du modèle, on doit générer un sommet sur chacune des faces internes et sur la coque. Sur l'exemple de la Figure 7.3a cela représente trente opérations de découpage plutôt que deux avec la méthode normale. Une opération de découpage est généralement longue pour les raisons exposées plus tôt. L'opération de découpage total est donc très longue et le modèle final très lourd en termes d'éléments du B-rep et en termes d'éléments dans l'arbre de construction. Les opérations de découpage nécessaires pour obtenir l'exemple de la Figure 7.3 ont nécessité un peu plus de deux minutes, et ce, pour un modèle comportant une seule coque et un seul volume et une carte de taille relativement grossière. Le but premier des études multidimensionnelles est de réduire le temps d'exécution, cette technique ne répond pas à ce but.

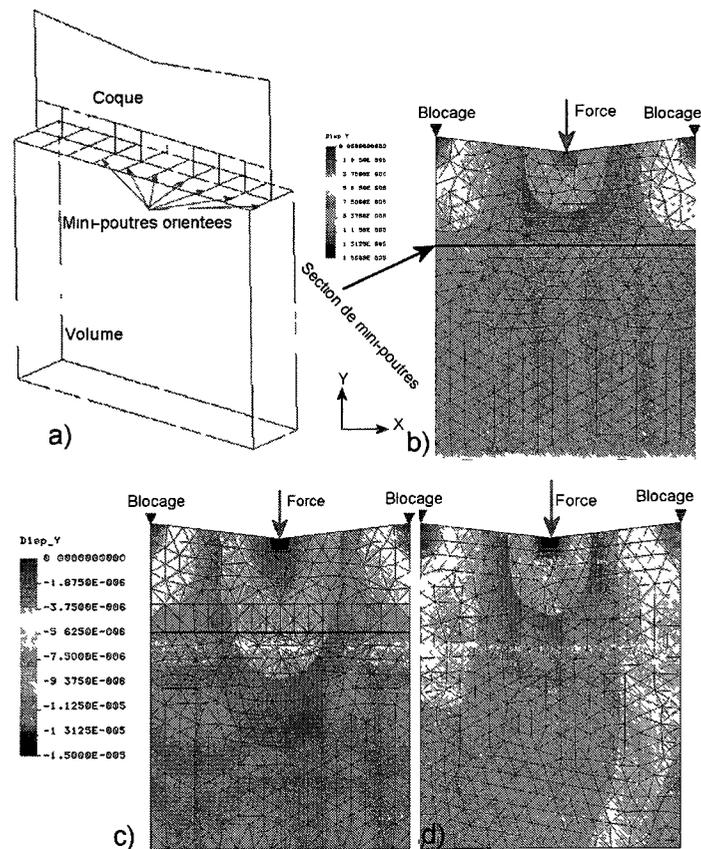


Figure 7.3. Solution potentielle au problème de rigidité a) illustration du concept b) méthode actuelle c) solution proposée d) modèle 3D

Un autre aspect est la difficulté d'automatiser la méthode dans certains cas particuliers, notamment lorsque la coque coupe le volume en plusieurs endroits ou lorsque la courbe d'intersection a une forte courbure. Une tentative pour programmer cette méthode a été entreprise, mais elle s'est butée à plusieurs difficultés, particulièrement dans le cas où la courbe d'intersection n'est pas linéaire ou que la face du volume est telle que les mini-poutres ne peuvent être perpendiculaires à la courbe d'intersection.

Cette solution serait cependant plus facilement accessible si la méthode faisait usage du maillage sous contrainte.

## 7.3 Autres applications potentielles de la méthode

La méthode présentée dans ce document a été développée dans un but bien précis, soit de traiter les études multidimensionnelles statiques. Il est cependant possible de potentiellement étendre la méthode à d'autres études.

### 7.3.1 Autres types d'études

La méthode présentée dans ce document s'applique aux études mécaniques linéaires. C'est-à-dire que les études, une fois résolues, retournent le déplacement des nœuds et si nécessaire la contrainte. Il serait peut-être possible d'étendre la méthode à d'autres types d'études.

Par exemple, pour les études thermiques, il pourrait être possible, dans certaines configurations poutre-volume et poutre-coque, de manipuler leurs propriétés de conduction thermique pour obtenir un modèle multidimensionnel dont la réponse serait identique à un modèle 3D.

Il serait possible également d'adapter la méthode aux études de fréquence, de flambage et de fatigue. Aucun travail n'a cependant été fait dans cette optique dans le cours de ce projet. Il est cependant possible que la rigidité provenant des mini-poutres ne concorde pas très bien avec le phénomène réel. Ceci est particulièrement le cas pour les études de fréquence où les mini-poutres à rigidité infinie feraient apparaître des modes vibratoires superflus.

Les études non-linéaires pourraient également être envisageables. Ces études sont particulièrement longues à résoudre parce qu'elles utilisent une méthode itérative. Si on arrive à réduire le temps d'une itération alors le temps total sera réduit. On ne peut cependant pas utiliser la méthode présentée dans ce document telle quelle sans modification ou sans contraintes d'idéalisation. Il y a donc un travail de recherche important à faire dans ce domaine. Bien que les mini-poutres à rigidité infinies puissent causer certains problèmes dans les études plastiques, si la non-linéarité n'apparaît pas au niveau des connexions alors le modèle pourrait tout de même être résolu. Il en va de même pour les études de contact, tant que le contact n'a pas lieu dans une zone où il y a une connexion entre composantes ou n'est pas affecté par la dimension réduite de certaines composantes alors la méthode pourrait potentiellement être appliquée assez facilement. Il est cependant impossible d'affirmer qu'il n'y aura aucun problème sans une recherche plus approfondie.

### 7.3.2 Connexions partielles de la poutre, évaluation du soudage

Les connexions de type poutre-volume sont basées sur l'hypothèse que la poutre a une connexion parfaite avec le volume. Ceci est une bonne hypothèse dans le cas où une poutre est modélisée partiellement en 3D et partiellement avec des éléments de type poutre. Dans la réalité, lorsqu'une vraie poutre rejoint un volume quelconque, il est rare que la connexion soit parfaite. Il y a généralement quelque chose qui retient les deux composantes ensemble, soit des boulons, des soudures ou autre composante. Dans le cas d'études multidimensionnelles, il est préférable de modéliser ces composantes en 3D si la contrainte à cet endroit est nécessaire. Il serait cependant possible de traiter quelques options en développant la méthode.

Une poutre reliée à un volume grâce à une soudure par exemple, sur le contour de la section de la poutre ne produit qu'une mince ligne de contact entre les deux entités. Si des mini-poutres à rigidité infinie sont appliquées uniquement sur le contour des faces internes et qu'une autre mini-poutre relie la poutre principale à ce contour infiniment rigide alors le lien entre la poutre et le volume se fait uniquement au niveau du contour de la poutre. La Figure 7.4 illustre le concept qui a été réalisé en partie manuellement. Une poutre principale relie un volume en un point quelconque. L'opération de découpage est effectuée, mais des mini-poutres sont

appliquées uniquement sur le contour des faces internes. On constate sur la Figure 7.4 que c'est principalement le contour, donc la région soudée, qui est affectée par la force.

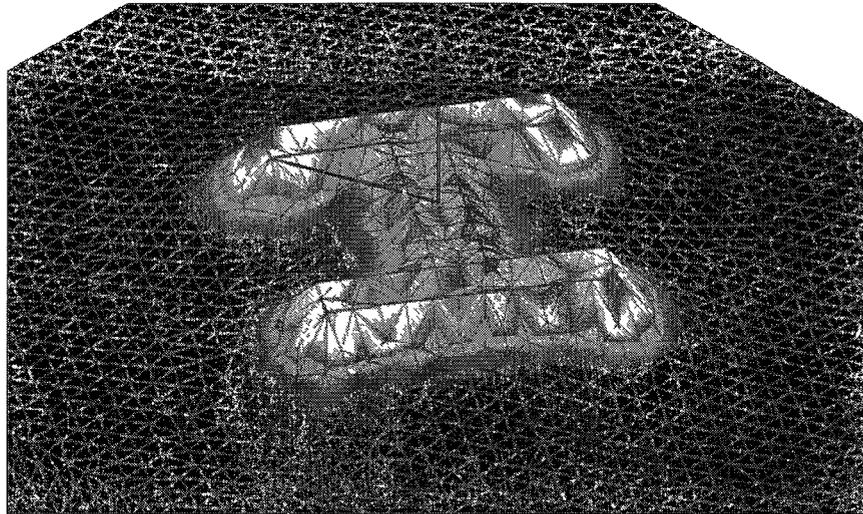


Figure 7.4 Poutre où les liens avec le volume sont réalisés seulement sur le contour de la section. La poutre est soumise à une force de tension axiale.

## CHAPITRE 8 CONCLUSION

La méthode présentée dans ce document a été développée pour répondre à deux objectifs principaux. Le premier est la conception d'une méthode capable de résoudre les problèmes reliés au traitement de modèles multidimensionnels tout en respectant les hypothèses de départ. Le second est simplement d'automatiser la méthode conçue au premier objectif.

Le premier et principal objectif est de trouver une méthode originale pour résoudre entre autres les deux problèmes principaux des études multidimensionnelles, soit la conformité du maillage et la compatibilité des degrés de liberté. En parallèle avec le second objectif, la méthode développée ici doit bien sûr être automatisable. La méthode a recours à deux opérateurs pour arriver à ses fins.

Le premier est un opérateur de découpage de la géométrie. Cet opérateur a été choisi pour respecter l'hypothèse qu'un mailleur standard doit être utilisé et qu'un solveur standard doit être utilisé. Le premier des deux objectifs de l'opérateur de découpage de la géométrie est de créer un nœud (ou une courbe) commun à deux entités à dimensions différentes, et ce, pour résoudre le problème de conformité du maillage. Le second objectif est d'augmenter la précision des résultats le plus possible en découpant dans une face la forme de la section de la poutre ou de la coque. La forme découpée doit alors se comporter exactement comme la section de la poutre ou de la coque si celle-ci était modélisée entièrement en 3D.

Le second opérateur ajoute des mini-poutres sur la ou les sections découpées par le premier opérateur. Les mini-poutres sont des poutres qui relient les entités de dimension différentes entre elles et qui résolvent ainsi le problème des degrés de liberté incompatibles. Cet opérateur est utilisé en accord avec les hypothèses que des éléments standards uniquement doivent être utilisés. Pour que la section remplie de mini-poutres se comporte comme la section de la poutre ou de la coque, celles-ci se devaient d'avoir une certaine souplesse. Cependant, cet objectif n'a pas été atteint, soit de trouver une rigidité qui imitait parfaitement la section réelle dans toutes les situations. Un compromis a été atteint en utilisant des mini-poutres de rigidité infinie. L'approche à section rigide, qui utilise des mini-poutres infiniment rigides est un

compromis, des erreurs sont toujours présentes, mais elles sont généralement inférieures aux autres méthodes et sont localisées autour des connexions.

La méthode utilisant les deux opérateurs a bien sûr été adaptée pour les différents types de connexions. Par exemple, pour les connexions entre arêtes (poutre-poutre) seul le problème de conformité du maillage est présent, donc seul le premier opérateur de découpage de la géométrie est utilisé. Dans le cas des connexions entre coques et volumes ou coques et coques, des mini-poutres orientées doivent être utilisées pour permettre une certaine souplesse dans une direction perpendiculaire à la section remplie de mini-poutres.

Bien qu'il existe d'autres méthodes pour traiter les modèles multidimensionnels, la méthode présentée ici est tout de même originale pour certaines raisons. L'automatisation est bien sûr une contribution majeure. Quelques méthodes alternatives sont entièrement manuelles ou ne s'automatisent pas facilement. L'automatisation a comme avantage d'être généralement beaucoup plus rapide que les méthodes manuelles et permet souvent d'éviter des erreurs potentielles. Le respect des hypothèses de départ est également un facteur original puisque aucune méthode recensée dans la revue de la littérature ne les respectait toutes. Les trois plus remarquables sont l'utilisation d'un mailleur standard, l'utilisation d'éléments standards et la possibilité d'exporter le maillage vers un solveur externe. L'utilisation d'un mailleur et d'éléments standards permet d'intégrer la méthode facilement dans un logiciel existant sans avoir besoin d'y apporter des modifications majeures. Puisque le maillage résultant est composé uniquement d'éléments standards, il est facilement calculable par un solveur standard ou exportable vers un solveur externe. Ce dernier point est un avantage puisque l'on peut utiliser les fonctionnalités d'un solveur externe.

Une faiblesse a cependant été relevée avec l'utilisation de la méthode, ou plus particulièrement de l'opérateur de découpage. Plus le modèle comporte de connexions, plus il demandera d'opérations de découpage. Plus le modèle comporte d'entités et plus il est long à traiter. Il est possible d'imaginer une alternative à l'opération de découpage en utilisant le maillage sous contrainte. Plutôt que de découper une zone à remplir de mini-poutres, il pourrait être possible de fixer la position des mini-poutres grâce à un maillage sous contraintes, ce qui potentiellement ne demanderait pas autant d'opérations sur la géométrie.

Un autre aspect à envisager est l'idéalisation automatique du modèle. La présente étude avait comme point de départ un modèle idéalisé. Comme il a été mentionné dans ce document, l'idéalisation a un impact majeur sur les résultats. Les idéalizations manuelles réalisées aux fins de cette étude contenaient parfois des erreurs qui à quelques reprises étaient longues ou difficiles à corriger. Une idéalisation automatique aurait également l'avantage de restreindre les cas de figure de connexions possibles. Certains cas de figure n'ont pu être traités dans ce document entre autres parce qu'ils faisaient intervenir trop d'entités, étaient peu probable de survenir dans la réalité ou tout simplement parce qu'ils étaient considérés comme provenant d'une mauvaise idéalisation. Une bonne idéalisation automatique pourrait donc non seulement simplifier le traitement, mais également améliorer les résultats, diminuer les erreurs potentielles et rendre le traitement de modèles beaucoup plus rapides.

# LISTE DES RÉFÉRENCES

- Allman, D. J. (1984) A compatible triangular element including vertex rotations for plane elasticity analysis. *Computers and Structures*, volume 19, n° 1, p. 1-8
- Armstrong, C. G., Bridgett, S., Donaghy, R., Mc Cune, W., McKeag, R. et Robinson, D. (1998) Techniques for Interactive and Automatic Idealisation of CAD Models. Dans *Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations*, Greenwich, UK, p. 643-662
- Armstrong, C. G., Donaghy, R. et Bridgett, S. (1996) Derivation of Appropriate Idealisations in Finite Element Modeling. Dans *The third International conference on Computational Structures Technology*, Prague, Czech Republic, p. 11-20
- Armstrong, C. G., Robinson, D., McKeag, R., Li, T., Bridgett, S., Donaghy, R. et McGleenan, C. (1995) Medials for Meshing and More. Dans *International Meshing Roundtable*, Albuquerque, USA, p. 277-288
- Azeddine, B., Houman, B., Laug, P. et Lu, J. (2008) Sphere Packing and Applications to Granular Structure Modeling. Dans *17th International Meshing Roundtable*, S. B. Heidelberg, Pittsburgh, USA, p. 1-18
- Bathe, K.-J. (1996) *Finite Element Procedures*, édition, Prentice-Hall, Upper-Saddle River, New Jersey, 1051
- Batoz, J.-L. et Dhatt, G. (1990) *Modélisation des structures par éléments finis*, édition, Hermes,
- Beall, M. W., Walsh, J. et Shepard, M. S. (2003) Accessing CAD geometry for mesh generation. Dans *International Meshing Roundtable*, Santa Fe, USA, p. 33-42
- Bechet, E., Cuillière, J.-C. et Trochu, F. (2002) Generation of a finite element MESH from stereolithography (STL) files. *Computer Aided Design*, volume 34, n° p. 1-17
- Ben Dhia, H. et Rateau, G. (2005) The Arlequin method as a flexible engineering design tool. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, volume 62, n° 11, p. 1442-1462
- Ben Dhia, H. (2005) Approches Locales-Globales Méthode Arlequin. Dans *5ième Colloque National de Calcul des Structures Giens*, France, p. 21 - 32
- Bern, M. et Eppstein, D. (1997) Quadrilateral Meshing by Circle Packing. Dans *6th International meshing Roundtable*, Park City, Utah, p. 7-20
- Boulet, A., Cuillière, J.-C. et François, V. (2007) Automatic size map calculations for mesh pre-optimization in the context of CAD-FEA integration. Dans *Design and Modelling of Mechanical Systems- 19-21 March 2007 - Monastir - Tunisia*, p. --
- Bournival, S., Cuillère, J.-C. et François, V. (2010) A mesh-geometry based method for coupling 1D and 3D elements *Advances in Engineering Software*, volume 41, n° 6, p. 838-858
- Caron, C.-É. (2007) *Maillage de sous-domaines de désign pour l'optimisation de la topologie de structures mécaniques*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, p.
- Chateaneuf, A. (2005) *Comprendre les éléments finis : principes, formulations et exercices corrigés*, édition, Ellipses, Paris, 276

- Chevalier, L. (1996) *Mécanique des systèmes et des milieux déformables*, édition, Ellipses, Paris, 403
- Choi, H. I., Choi, S. W. et Moon, H. P. (1997) Mathematical Theory Of Medial Axis Transform. *Pacific journal of mathematics*, volume 181, n° 1, p. 57-88
- Chong, C. S., Kumar, A. S. et Lee, K. H. (2004) Automatic solid decomposition and reduction for non-manifold geometric model generation. *Computer Aided Design*, volume 36, n° 13, p. 1357-1369
- Cook, R. D. et Young, W. C. (1999) *Advanced mechanics of materials*, 2<sup>e</sup> édition, Prentice-Hall, 496
- Craveur, J.-C. et Marceau, D. (2001) *De la CAO au calcul*, édition, Paris,
- Cuillière, J.-C. et Maranzana, R. (1999) Automatic and a priori refinement of three-dimensional meshes based on recognition techniques. *Advances in Engineering Software*, volume 30, n° p. 139-149
- Cuillière, J.-C. (1998) An adaptive method for the automatic triangulation of 3D parametric surfaces. *Computer Aided Design*, volume 30, n° p. 139-149
- Cuillière, J.-C., Deneux, D. et Maranzana, R. (1997) Integrated CAD and CAPP around Feature Recognition Techniques 83-93
- Cuillière, J.-C. (1993) *Pre-optimisation de maillages automatiques tridimensionnels pour les méthodes numériques - Application à l'ingénierie simultanée*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 185 p.
- Cuillière, J.-C., Bournival, S. et François, V. (2010) A mesh-geometry-based solution to mixed-dimensional coupling. *Computer-Aided Design*, volume 42, n° 6, p. 509-522
- Dey, T. K. et Zhao, W. (2002) Approximate medial axis as a voronoi subcomplex. Dans Proceedings of the seventh ACM symposium on Solid modeling and applications, Saarbrücken, Germany, p. 356-366
- Dhatt, G. et Touzot, G. (1989) *Une présentation de la méthode des éléments finis*, édition, Quebec, 543
- Donaghy, R. J., Armstrong, C. G. et Price, M. A. (2000) Dimensional reduction of surface models for analysis. *Engineering with Computers*, volume 16, n° 1, p. 24--35
- Donaghy, R. J., McCune, W., Bridgett, S. J., Armstrong, C. G., Robinson, D. J. et McKeag, R. M. (1996) Dimensional Reduction of Analysis Models. Dans International Meshing Roundtable, S. N. Laboratories, Pittsburgh, Pennsylvania, p. 307-320
- El-Hamalawi, A. (2004) A 2D combined advancing front-Delaunay mesh generation scheme. *Finite Elements in Analysis and Design*, volume 40, n° 9-10, p. 967-989
- Fleischmann, P. et Siegfried, S. (1997) Three-Dimensional Delaunay Mesh Generation Using a Modified Advancing Front Approach. Dans 6th International Meshing Roundtable, S. N. Laboratories, Park City, USA, p. 267-276
- Foucault, G. (2008) *Adaptation de modèles CAO paramétrés en vue d'une analyse de comportement mécanique par éléments finis* Thèse de doctorat, Ecole de Technologie supérieure, Montréal, 262 p.
- Foucault, G., Cuillière, J. C., François, V., Leon, J. C. et Maranzana, R. (2007) An extension of the advancing front method to composite geometry. Dans Proceedings of the 16th International Meshing Roundtable, Seattle, USA, p. 176-196

- Foucault, G., Cuilliere, J. C., Francois, V., Leon, J. C. et Maranzana, R. (2007) Towards CAD models automatic simplification for finite element analysis. Dans *Design and Modelling of Mechanical Systems*, Monastir, Tunisia, p. --
- Francois, V. et Cuilliere, J.-C. (2005) Une couche topologique universelle pour l'integration du modele elements finis dans le modele CAO. Dans *CMSM05*, Hammamet-Tunisie, p.
- Francois, V. (2004) *Mailleur Automatique de Geometries issues de la CAO*. Université du Québec à Trois-Rivières, D. d. g. mécanique, Trois-Rivières, 47 p.
- Francois, V., Dompierre, J., Labbe, P., Trepanier, J.-Y. et Vallet, M.-G. (2002) Mailleur frontal anisotrope d'une surface. Dans *IDMME*, Clermont-Ferrand, France, p. --
- Francois, V. et Cuilliere, J.-C. (2002) Un mailleur frontal 3D à densite variable integre aux modeles solides. Dans *IDMME*, Clermont-Ferrand, France, p. --
- Francois, V. et Cuilliere, J.-C. (2000) Automatic mesh pre-optimization based on the geometric discretization error. *Advances in Engineering Software*, volume 31, n° 10, p. 763-774
- Francois, V. et Cuilliere, J. C. (2000) Automatic mesh pre-optimization based on the geometric discretization error. *Advances in Engineering Software*, volume 31, n° 10, p. 763-774
- Francois, V. et Cuilliere, J.-C. (2000) 3D Automatic remeshing applied to model modification. *Computer Aided Design*, volume 32, n° 7, p. 433-444
- Francois, V., Cuilliere, J.-C. et Gueury, M. (1999) Automatic meshing and remeshing in the simultaneous engineering context. *Research in Engineering Design*, volume 11, n° p. 55-66
- Francois, V. (1998) *Méthodes de maillage et de remaillage automatiques appliquees a la modification de modele dans le contexte de l'ingénierie simultanée*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, p.
- Francois, V., Cuilliere, J.-C. et Gueury, M. (1997) Methodes de remaillage automatique appliquees à la modification de modeles. *Revue Internationale de CFAO*, volume 12, n° 5, p. 531-552
- Frey, P. J. et George, P.-L. (1999) *Maillages applications aux elements finis*, edition, Paris,
- Frey, P. J. et MARECHAL, L. (1998) Fast Adaptive Quadtree Mesh Generation. Dans *International Meshing Roundtable S. B. Heidelberg, Dearborn, USA*, p. 211-224
- Frey, P. J., Borouchaki, H. et George, P.-L. (1998) 3D Delaunay mesh generation coupled with an advancing-front approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, volume 157, n° 1-2, p. 115-131
- George, P.-L. et Borouchaki, H. (1997) *Triangulation de Delaunay et maillage, Application aux éléments finis*, edition, Paris, 432
- George, P.-L. (1990) *Generation automatique de maillages. Applications aux methodes d'elements finis*, edition,
- Hoffmann, C. M. (1989) *Geometric and solid modeling : an introduction* edition, San Mateo, USA, 338
- Ito, Y., Shih, A. M. et Soni, B. K. (2004) Reliable isotropic tetrahedral mesh generation based on an advancing front method. Dans *Proceedings 13th International Meshing Roundtable, S. N. Laboratories, Williamsburg, USA*, p. 95-106

- Kirsch, F. et Döllner, J. (2005) OpenCSG: A Library for Image-Based CSG Rendering. Dans In ATEC '05: Proceedings of the annual conference on USENIX Annual Technical Conference, San Francisco, CA p. 129-140
- Kirsch, F. et Döllner, J. (2004) Rendering Techniques for Hardware-Accelerated Image-Based CSG. *Journal of WSCG*, volume 12, n° 2, p. 221-228
- Li, X.-Y., Shang-Hua Teng et Üngör, A. (2000) Biting: advancing front meets sphere packing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, volume 49, n° 1-2, p. 61-81
- Lockett, H. et Guenov, M. (2008) Similarity measures for mid-surface quality evaluation. *Computer Aided Design*, volume 40, n° 3, p. 368-380
- Lockett, H. L. et Guenov, M. D. (2005) Graph Based Feature Recognition for injection moulding based on a mid-surface approach. *Computer Aided Design*, volume 37, n° 2, p. 251-262
- Louhichi, B., Benamara, A. et François, V. (2005) Intégration CAO/Calcul par reconstruction des modèles CAO à partir des résultats de calcul : Application à la simulation de la cinématique d'un assemblage. *Revue internationale d'ingénierie numérique*, volume 1, n° 1, p. 9-26
- Mäntylä, M. (1988) *An introduction to solid modeling* edition, A. V. Aho, Rockville, Md,
- Mc Cune, W., Armstrong, C. G. et Robinson, D. (2000) Mixed-dimensional coupling in finite element models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, volume 49, n° 6, p. 725-750
- Monaghan, D. J., Lee, K. Y., Armstrong, C. G. et Ou, H. (2000) Mixed Dimensional finite element analysis of frame models. Dans International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), Seattle, Washington, p. 263-269
- Monaghan, D. J., Doherty, I. W., McCourt, D. et Armstrong, C. G. (1998) Coupling 1D Beams to 3D Bodies. Dans International Meshing Roundtable, Dearborn, USA, p. 1-8
- Pawlak, T. P. et Yunus, S. M. (1991) Solid elements with rotational degrees of freedom: Part II - tetrahedron elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, volume 31, n° 3, p. 593-610
- Pion, S. et Yvinec, M. (2009) 2D Triangulation Data Structure, In CGAL User and Reference Manual.
- Rassineux, A. (1995) *Maillage automatique tridimensionnel par une methode frontale pour la methode des elements finis*. Thèse de doctorat, Universite Henri Poincare, Nancy 1, Nancy, 188 p.
- Rezayat, M. (1996) Midsurface abstraction from 3D solid models: general theory and applications. *Computer Aided Design*, volume 28, n° 11, p. 905-915
- Robinson, T., Fairey, R., Armstrong, C., Ou, H. et Geoffrey, B. (2008) Automated Mixed Dimensional Modelling with the Medial Object. Dans Proceedings of the 17 th International Meshing Roundtable, Pittsburgh, USA, p. 281-298
- Robinson, T. T., Armstrong, C. G., McSparron, G., Quenardel, A., Ou, H. et McKeag, R. M. (2006) Automated mixed dimensional modelling for the finite element analysis of swept and revolved CAD features. Dans Proceedings of the 2006 ACM symposium on Solid and physical modeling, Cardiff, Wales, United Kingdom, p. 117 - 128

- Shim, K., Monaghan DJ et CG, A. (2001 ) Mixed dimensional coupling in finite element stress analysis. . Dans International Meshing Roundtable Newport Beach, California p. 269-277
- Shim, K. W. et Armstrong, C. G. (2001) 2D-1D coupling of composite structures. Dans 9th ACME Conference, Birmingham, U.K., p. 119–122
- Souaissa, K., BelHadjSalah, H., Benamara, A. et Francois, V. (2007) Développement d'un algorithme itératif de réanalyse des structures. Dans Design and Modelling of Mechanical Systems- 19-21 March 2007 - Monastir - Tunisia, p.
- Suresh, K. (2003) Generalization of the Kantorovich Method of Dimensional Reduction. Dans International Meshing Roundtable, Santa Fe, New Mexico, p. 261-270
- Sze, K. Y. et Soh, A. K. (1996) Solid elements with rotational DOFs by explicit hybrid stabilization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, volume 39, n° p. 2987-3005
- Tian, R., Matsubara, H. et Yagawa, G. (2006) Advanced 4-node tetrahedrons. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, volume 68, n° p. 1209-1231
- Tse, F. S., Morse, I. E. et Hinkle, R. T. (1979) *Mechanical Vibrations* 2<sup>e</sup> edition, Boston, 464
- Yang, H. T. Y., Saigal, S., Masud, A. et Kapania, R. K. (2000) A survey of recent shell finite elements. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, volume 47, n° 1, p. 101-127
- Yvinec, M. (2009) 2D Triangulation, In CGAL User and Reference Manual.
- Zeid, I. (1991) CAD/CAM, Theory and practice. volume n° p. 576
- Zienkiewicz, O. C. et Taylor, R. L. (2000) The finite element method, volume 1 the basis. volume n° p. 689